

**Dreidimensionale Panelmethode für
das aerodynamische Design von Winglets bei
Vertikalachsen-Windkraftanlagen**

Vom Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik
der Rheinland-Pfälzischen Technischen Universität Kaiserslautern-Landau
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte

Dissertation

von

Yannick Martini, M. Sc.

aus Forbach

Tag der Einreichung: 11. Juni 2025

Tag der mündlichen Prüfung: 05. September 2025

Dekan des Fachbereichs: Prof. Dr. rer. nat. Roland Ulber

Vorsitz der Prüfungskommission: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig

Erster Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Martin Böhle

Zweiter Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. Volker Kassera

Vorwort

Diese Dissertation entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen (SAM) der Rheinland-Pfälzischen Technischen Universität Kaiserslautern-Landau. Mit großer Freude blicke ich auf diese Zeit zurück, die von intensiver wissenschaftlicher Auseinandersetzung, bereichernden Begegnungen und vielfältigen Herausforderungen geprägt war.

Mit großer Wertschätzung danke ich meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin Böhle, der mir im Rahmen dieser Arbeit nicht nur ein hohes Maß an wissenschaftlicher Freiheit gewährte, sondern mich durch seine Expertise, sein Vertrauen und seine kontinuierliche Unterstützung entscheidend begleitete. Darüber hinaus ermöglichte er mir die Übernahme lehrbezogener Aufgaben sowie die Zusammenarbeit mit Partnern aus Forschung und Industrie. Ebenso gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Volker Kassera für die Übernahme des Koreferats und sein Interesse an meiner Forschung. Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig danke ich für den Vorsitz der Prüfungskommission.

Meinen Kolleginnen und Kollegen am SAM danke ich für die angenehme Zusammenarbeit, die zahlreichen anregenden Diskussionen und den kollegialen Austausch. Ein besonderer Dank gilt zudem René Thümmeler für seinen fachlichen Rat, der maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beitrug. Ebenso danke ich Joachim Loerke für den kontinuierlichen fachlichen Austausch und die bereichernden Gespräche. Mein Dank gilt außerdem meinen studentischen Hilfskräften sowie den Verfassern von Studien- und Abschlussarbeiten für ihre engagierte Mitarbeit.

Meiner Familie gilt mein aufrichtiger Dank für ihre beständige Geduld, ihren Zuspruch und den Rückhalt, den sie mir über all die Jahre hinweg gegeben hat. Ohne diese Unterstützung wäre mein Werdegang in dieser Form nicht möglich gewesen. Meiner Frau Jaqueline danke ich in besonderer Weise – für ihre Liebe und ihre unermüdliche Unterstützung in allen Lebenslagen. Gerade in den herausfordernden Phasen dieser Arbeit waren es ihre Ruhe und Verlässlichkeit, die mir Halt gegeben haben.

Kaiserslautern, Juni 2025

Yannick Martini

Kurzfassung

Vertikalachsen-Windkraftanlagen gelten als vielversprechende Alternative zu den etablierten Windkraftanlagen mit horizontaler Achse, insbesondere im urbanen Raum und unter stark turbulenten Strömungsbedingungen. Trotz ihrer konstruktiven Vorteile in solchen Einsatzgebieten weisen sie im Vergleich zu Horizontalachsen-Windkraftanlagen eine geringere aerodynamische Effizienz auf. Die gezielte Leistungssteigerung durch strömungsgünstige Rotoranpassungen stellt daher einen zentralen Forschungsschwerpunkt dar. Ihre systematische Umsetzung erfordert jedoch geeignete numerische Entwurfswerkzeuge, mit denen sich die zugrunde liegenden komplexen Strömungsvorgänge effizient analysieren und bewerten lassen. Mit dem Designtool OpenWIEN wird im Rahmen dieser Arbeit eine dreidimensionale Panelmethode entwickelt, die instationäre Strömungsvorgänge an Vertikalachsen-Windkraftanlagen einschließlich einer expliziten Nachlaufstruktur aerodynamisch konsistent abbildet. Um die Aussagekraft der implementierten Methode einzuordnen, erfolgt ein Vergleich mit Ergebnissen zweidimensionaler CFD-Simulationen, anhand derer die Übereinstimmung zwischen beiden Ansätzen im optimalen Betriebsbereich der Anlage bewertet wird. Grundlage des Vergleichs bildet dabei eine dreiblättrige Konfiguration mit NACA-0021-Profil. Darauf aufbauend wird die Panelmethode im Rahmen einer Variantenstudie auf 27 verschiedene Winglet-Konfigurationen angewendet, um ihr Potenzial als effizientes Werkzeug im konzeptuellen aerodynamischen Entwurfsprozess zu evaluieren. Ziel ist es hierbei, leistungssteigernde Konfigurationen zuverlässig zu identifizieren und den Einsatz rechenintensiver, insbesondere dreidimensionaler CFD-Simulationen auf vielversprechende Designvarianten zu beschränken. Hierfür wird neben der aerodynamischen Effizienz auch die strukturelle Belastung in Form des auf die Rotorblätter induzierten Biegemoments in die Bewertung einbezogen.

Die Ergebnisse des Vergleichs zwischen OpenWIEN und CFD zeigen im optimalen Betriebsbereich der Windkraftanlage eine weitgehende Übereinstimmung und bestätigen die Konsistenz beider Ansätze. Die anschließende Variantenanalyse belegt zudem, dass sich OpenWIEN für den konzeptuellen Entwurfsprozess eignet und bereits in frühen Entwicklungsphasen belastbare Aussagen zur aerodynamischen Performance verschiedener Winglet-Geometrien zulässt.

Abstract

Vertical-axis wind turbines (VAWTs) are regarded as a promising alternative to conventional horizontal-axis wind turbines, particularly in urban environments and under highly turbulent flow conditions. Although VAWTs offer structural advantages in such settings, they generally exhibit lower aerodynamic efficiency compared to their horizontal-axis counterparts. Improving their performance through aerodynamically optimized rotor designs has therefore become a central focus of current research. However, the effective implementation of such design optimizations requires suitable numerical tools capable of capturing and evaluating the complex unsteady flow phenomena involved. In this work, a three-dimensional panel method is developed within the design tool OpenWIEN to model unsteady aerodynamic effects around VAWTs, including an explicit representation of the wake structure. To assess the predictive capability of the implemented method, a comparison with two-dimensional CFD simulations is carried out at the turbine's best efficiency point. The reference configuration used for this comparison is a three-bladed rotor employing a NACA-0021 airfoil. Building on this foundation, OpenWIEN is applied in a systematic parametric study of 27 winglet configurations to evaluate its potential as an efficient tool for conceptual aerodynamic design. The aim is to reliably identify performance-enhancing configurations and to limit the use of computationally intensive three-dimensional CFD simulations to the most promising designs. In this context, the evaluation considers not only aerodynamic efficiency of the winglets but also structural loading, expressed in terms of blade root bending moments.

The results of the comparison between OpenWIEN and the CFD simulations show close agreement at the turbine's best efficiency point and confirm the consistency of both approaches. The subsequent parametric study demonstrates that OpenWIEN is well suited for conceptual design tasks and enables reliable assessments of the aerodynamic performance of various winglet geometries at early design stages.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	V
Abstract	VII
Nomenklatur	XXI
1 Einleitung	1
1.1 Stand der Technik	2
1.1.1 Historische Entwicklung der Panelmethode	2
1.1.2 Strömungssimulation von Vertikalachsen-Windkraftanlagen	5
1.2 Zielsetzung und Arbeitshypothesen	12
1.3 Aufbau der Arbeit	13
2 Theoretische Grundlagen	15
2.1 Vertikalachsen-Windkraftanlagen	15
2.1.1 Geometrische Hauptabmessungen und Notation	17
2.1.2 Geometrie des Rotorblatts	20
2.1.3 Rotorkenngrößen und Rotorkennlinien	22
2.1.4 Rotorblatt-Nachlauf-Interaktion	28
2.2 Grundgleichungen der Strömungsmechanik	30
2.2.1 Turbulenzmodellierung	32
2.3 Potentialströmungen	34
2.3.1 Elementare Potentialströmungen	36
2.3.2 Randintegraldarstellung des Geschwindigkeitspotentials	43
2.4 Widerstand in aerodynamischen Systemen	50
2.4.1 Trefftz-Ebene	55
2.4.2 Widerstandsreduktion durch Winglets	56
3 Entwicklung und Implementierung der Panelmethode	61
3.1 Allgemeine Entwicklung und Implementierung	61
3.1.1 Datenformat des Netzes	63
3.1.2 Formulierung des linearen algebraischen Gleichungssystems	65

3.1.3	Geometrische Spezifikation der Hinterkante	70
3.1.4	Linearer Gleichungslöser (Solver)	71
3.1.5	Gradientenberechnung	71
3.1.6	Zeitabhängige Simulationen	72
3.1.7	Zeitliche Entwicklung des Nachlaufs	75
3.2	Validierung der Panelmethode	80
3.2.1	Zylinderströmung	81
3.2.2	Kugelströmung	84
3.2.3	Tragflügelprofil NACA-0012	86
3.2.4	Tragflügel NACA-0012-TWT	90
3.3	Anwendung auf Vertikalachsen-Windkraftanlagen	99
4	Numerische Untersuchung	105
4.1	Definition der Geometrie	105
4.2	Computational Fluid Dynamics (CFD)	106
4.2.1	Modellsetup	107
4.2.2	Netzerstellung und Netzunabhängigkeitsanalyse	109
4.3	Panelmethode	118
4.3.1	Modellsetup	119
4.3.2	Netzerstellung und Netzunabhängigkeitsanalyse	119
4.3.3	Nachlaufbegrenzung	121
4.4	Untersuchte Winglet-Varianten	123
5	Ergebnisse	127
5.1	Methodenvergleich: Panelmethode und CFD	128
5.2	Aerodynamische Effizienz der Winglet-Varianten	151
6	Diskussion	167
7	Zusammenfassung und Ausblick	173
	Literaturverzeichnis	177
A	Netzformat in OpenPAME/ OpenWIEN	187
B	Fehleranalyse	191
C	CFD-Simulation Tragflügel NACA-0012-TWT	193
D	Netzunabhängigkeitsstudie CFD: Voruntersuchung am Profil NACA-0021	195

E	Netzunabhängigkeitsstudie CFD: Vertikalachsen-Windkraftanlage	201
F	Netzunabhängigkeitsstudie OpenWIEN: Vertikalachsen-Windkraftanlage	203
G	Untersuchte Winglet-Varianten	205
H	Geschwindigkeitsverteilung in der Ebene: Vergleich CFD und OpenWIEN	209
	Betreute Arbeiten	217
	Lebenslauf	219

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schematische Darstellung verschiedener Rotorbauarten von Vertikalachsen-Windkraftanlagen	16
2.2	Schematische Darstellung der geometrischen Hauptabmessungen einer VAWT vom Typ <i>Darrieus-H</i> -Rotor	18
2.3	Schematische Darstellung der Kinematik und der resultierenden Rotorblattkräfte entlang der idealisierten Rotorbahn einer VAWT vom Typ <i>Darrieus-H</i> -Rotor	19
2.4	Zerlegung der resultierenden Rotorblattkraft relativ zur Profilgeometrie bzw. zur Anströmrichtung	20
2.5	Eigenschaften eines Profils der NACA-4-Serie	21
2.6	Strömungsverhältnisse und Veränderung der Geschwindigkeit über den Rotor einer idealisierten Windkraftanlage bei maximal möglicher mechanischer Leistungsentnahme, in Anlehnung an [37]	25
2.7	Idealer Rotorleistungsbeiwert in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsverhältnisses c_2/c_1	26
2.8	Qualitativer Verlauf der Kennlinien wichtiger Rotorkenngrößen von VAWTs, in Anlehnung an [16]	28
2.9	Schematische Darstellung der Aufwind- und Abwindseite einer VAWT vom Typ <i>Darrieus-H</i> -Rotor	29
2.10	Dreidimensionale Quelle im Schnitt bei $z = \text{const.}$ (x - y -Ebene), in Anlehnung an [96]	38
2.11	Entstehung eines Dipols, in Anlehnung an [24, 96]	39
2.12	Zweidimensionaler Potentialwirbel (x - y -Ebene), in Anlehnung an [96]	41
2.13	Induzierte Geschwindigkeit eines geradlinigen Wirbelfilaments an einem Beobachtungspunkt	43
2.14	Volumen zur Herleitung der integralen Form der Potentialgleichung, in Anlehnung an [47]	45
2.15	Kutta-Bedingung an der Hinterkante eines dreidimensionalen Tragflügels, in Anlehnung an [47]	49
2.16	Potentialströmung um einen Zylinder nach dem Superpositionsprinzip (Translation + Dipol), in Anlehnung an [110]	51

2.17	Schematische Darstellung der Entstehung des Hufeisenwirbels am endlichen Tragflügel, in Anlehnung an [84]	53
2.18	Effektiver Anstellwinkel am endlichen Tragflügel infolge des induzierten Widerstands, in Anlehnung an [84].	54
2.19	Schematische Darstellung der Trefftz-Ebene zur Bestimmung aerodynamischer Kräfte im Fernfeld, in Anlehnung an [23]	55
2.20	Allgemeine Winkeldefinition am Winglet mit Pfeilung, Neigung und Verdrehung	58
3.1	Aerodynamische Einflusskoeffizienten von Oberflächenpanel j bzw. Nachlaufpanel k auf den Kollokationspunkt des Oberflächenpanels i	66
3.2	Geometrische Spezifikation der Hinterkante durch die Analyse des Winkels zwischen den Normalenvektoren benachbarter Panels	71
3.3	Ablaufdiagramm OpenPAME mit Preprocessing (grün), Lösung (grau) und Postprocessing (orange)	73
3.4	Ablaufdiagramm zur Berechnung der lokalen Geschwindigkeit und Positionsaktualisierung eines Nachlaufknotens	76
3.5	Verlauf der tangentialen Geschwindigkeit innerhalb des Wirbelkerns für verschiedene Wirbelmodelle, in Anlehnung an [13]	80
3.6	Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts im Schnitt $z = 0$ (x - y -Ebene) für die Potentialströmung und die reale Umströmung eines Zylinders	82
3.7	Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts auf der Oberfläche einer Kugel in einer Potentialströmung	85
3.8	Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts im Schnitt $x = 0$ (z - y -Ebene) für die Potentialströmung um eine Kugel	85
3.9	Auftriebspolaren für ein NACA-0012-Profil für verschiedene Reynolds-Zahlen	87
3.10	Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts am NACA-0012-Profil für verschiedene Anstellwinkel bei $Re \approx 2,88 \cdot 10^6$	89
3.11	Geometrie des untersuchten NACA-0012-TWT-Tragflügels mit Darstellung definierter Schnittebenen zur Auswertung des dimensionslosen Druckbeiwerts	90
3.12	Auftriebs- und Widerstandspolare des NACA-0012-TWT-Tragflügels für $Re \approx 3,4 \cdot 10^6$	93
3.13	Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts entlang des NACA-0012-TWT-Tragflügels im Schnitt $y = \text{const.}$ für verschiedene Anstellwinkel	94
3.14	Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts auf der Saugseite des NACA-0012-TWT-Tragflügels für verschiedene Anstellwinkel	96

3.15	Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts auf der Druckseite des NACA-0012-TWT-Tragflügels für verschiedene Anstellwinkel	96
3.16	Spannweitige Verteilung des dimensionslosen Auftriebsbeiwerts des NACA-0012-TWT-Tragflügels für verschiedene Anstellwinkel	97
3.17	Entwicklung der Nachlaufstruktur hinter dem NACA-0012-TWT-Tragflügel für verschiedene Anstellwinkel	98
3.18	Aufteilung des VAWT-Nachlaufs in Nah- und Fernbereich	101
3.19	Begrenzung des VAWT-Nachlaufs zur Steigerung der numerischen Effizienz	102
3.20	Ablaufdiagramm OpenWIEN für die Simulation von VAWTs mit Pre-processing (grün), Lösung (grau) und Postprocessing (orange)	103
4.1	Fluidvolumen und Randbedingungen der 2D-CFD-Simulation	107
4.2	Einfluss des modifizierten extrapolierten relativen Fehlers auf die Zielgröße C_A (exemplarisch)	113
4.3	Vergleich der Auftriebs- und Widerstandspolaren des NACA-0021-Profiles bei verschiedenen Anströmgeschwindigkeiten	114
4.4	Einfluss des räumlichen Diskretisierungsfehlers auf die CFD-Simulation der Vertikalachsen-Windkraftanlage	116
4.5	Verteilung des entlang des Rotorblattprofils gemittelten dimensionslosen Wandabstands über eine vollständige Umdrehung des Rotors bei verschiedenen Drehzahlen	117
4.6	Einfluss des räumlichen Diskretisierungsfehlers auf die Panelmethoden-Simulation der Vertikalachsen-Windkraftanlage	121
4.7	Einfluss der Nachlaufbegrenzung auf den azimuthalen Verlauf des Rotorleistungsbeiwerts und die Berechnungszeit pro Zeitschritt	122
4.8	Relative Abweichung des über den Umlauf gemittelten Rotorleistungsbeiwerts und der Berechnungszeit infolge der Nachlaufbegrenzung	123
4.9	Winkeldefinition am VAWT-Winglet mit Pfeilung und Neigung	125
5.1	Idealisierter azimuthaler Verlauf des Anströmwinkels am Rotorblatt über eine vollständige Umdrehung des VAWT-Rotors für ausgewählte Schnelllaufzahlen, in Anlehnung an [21]	129
5.2	Performance-Kennlinien der VAWT: Vergleich OpenWIEN und CFD	131
5.3	Azimuthaler Verlauf des Leistungsbeiwerts: Vergleich OpenWIEN und CFD	135
5.4	Azimuthaler Verlauf des Tangentialkraftbeiwerts: Vergleich OpenWIEN und CFD	137
5.5	Azimuthaler Verlauf des Normalkraftbeiwerts: Vergleich OpenWIEN und CFD	139

5.6	Azimutaler Verlauf der Kraft in Strömungsrichtung: Vergleich von OpenWIEN und CFD	143
5.7	Azimutaler Verlauf der Kraft quer zur Strömungsrichtung: Vergleich von OpenWIEN und CFD	145
5.8	Betriebspunkt BP 1: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 10^\circ$ bis $\varphi = 40^\circ$	148
5.9	Betriebspunkt BP 1: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 50^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$	149
5.10	Betriebspunkt BP 1: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 120^\circ$	150
5.11	Einfluss verschiedener Winglet-Varianten mit $\beta_N = 0^\circ$ auf die Rotorleistung, die flächenspezifische Rotorleistung sowie deren Verhältnis	152
5.12	Relative Änderung des maximalen Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für verschiedene Winglet-Varianten mit $\beta_N = 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz	154
5.13	Azimutaler Verlauf des Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N = 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz	156
5.14	Entwicklung der Nachlaufstruktur für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N = 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz	157
5.15	Einfluss verschiedener Winglet-Varianten mit $\beta_N \neq 0^\circ$ auf die Rotorleistung	159
5.16	Relative Änderung des maximalen Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für verschiedene Winglet-Varianten mit $\beta_N = 20^\circ$ im Vergleich zur Referenz	160
5.17	Relative Änderung des maximalen Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für verschiedene Winglet-Varianten mit $\beta_N = 35^\circ$ im Vergleich zur Referenz	162
5.18	Azimutaler Verlauf des Leistungsbeiwerts für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N \neq 0$ im Vergleich zur Referenz	163
5.19	Azimutaler Verlauf des Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N \neq 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz	164
5.20	Entwicklung der Nachlaufstruktur für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N \neq 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz	166
C.1	Fluidvolumen und Randbedingungen der CFD-Simulation	193
D.1	Fluidvolumen und Randbedingungen der CFD-Simulation	195

D.2	Einfluss des modifizierten relativen extrapolierten Fehlers auf die Zielgröße C_A für $c_\infty = 20 \text{ m s}^{-1}$	197
D.3	Einfluss des modifizierten relativen extrapolierten Fehlers auf die Zielgröße C_A für $c_\infty = 30 \text{ m s}^{-1}$	198
D.4	Einfluss des modifizierten relativen extrapolierten Fehlers auf die Zielgröße C_A für $c_\infty = 50 \text{ m s}^{-1}$	199
G.1	Untersuchte Winglet-Varianten ($\vartheta_{VK}, \vartheta_{HK}$) mit Neigungswinkel $\beta_N = 0^\circ$, Variantengruppe 1	205
G.2	Untersuchte Winglet-Varianten ($\vartheta_{VK}, \vartheta_{HK}$) mit Neigungswinkel $\beta_N = 20^\circ$, Variantengruppe 2	206
G.3	Untersuchte Winglet-Varianten ($\vartheta_{VK}, \vartheta_{HK}$) mit Neigungswinkel $\beta_N = 35^\circ$, Variantengruppe 3	207
H.1	Betriebspunkt BP 2: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 10^\circ$ bis $\varphi = 40^\circ$	210
H.2	Betriebspunkt BP 2: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 50^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$	211
H.3	Betriebspunkt BP 2: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 120^\circ$	212
H.4	Betriebspunkt BP 3: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 10^\circ$ bis $\varphi = 40^\circ$	213
H.5	Betriebspunkt BP 3: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 50^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$	214
H.6	Betriebspunkt BP 3: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 120^\circ$	215

Tabellenverzeichnis

3.1	Lua-Konfigurationsdateien zur Steuerung und Auswertung der Simulation in OpenPAME	63
3.2	Geometrische Eigenschaften des untersuchten NACA-0012-TWT-Tragflügels	91
3.3	Vergleich von Netzauflösung und Simulationsdauer pro Anstellwinkel für den NACA-0012-TWT-Tragflügel bei unterschiedlichen Simulationsverfahren	92
3.4	Ergänzende Lua-Konfigurationsdateien zur Steuerung der Simulation von Vertikalachsen-Windkraftanlagen in OpenWIEN	99
4.1	Geometrische Eigenschaften des symmetrischen NACA-0021-Profiles	105
4.2	Geometrische Hauptabmessungen des VAWT-Rotors (Basiskonfiguration)	106
4.3	Hardware-Spezifikation pro Rechenknoten für die CFD-Simulation	107
4.4	Kombinationen aus Anströmgeschwindigkeit und Anstellwinkel für die Voruntersuchung am NACA-0021-Profil	111
4.5	Netzauflösungen der inneren Domäne im Rahmen der Voruntersuchung am NACA-0021-Profil	112
4.6	Betriebspunkte für die Netzunabhängigkeitsstudie der VAWT	115
4.7	Netzauflösung des Fluidvolumens um die VAWT im Rahmen der CFD-Netzunabhängigkeitsstudie	116
4.8	Netzeigenschaften der einzelnen Fluid-Domänen für das Netz h_2	117
4.9	Hardware-Spezifikation pro Rechenknoten für die Simulation in OpenWIEN	118
4.10	Netzauflösung des VAWT-Rotors im Rahmen der Netzunabhängigkeitsstudie mit OpenWIEN	120
4.11	Geometrische Hauptabmessungen des VAWT-Rotors (Winglet-Konfiguration)	124
4.12	Geometrische Eigenschaften der untersuchten Winglet-Varianten	125
5.1	Kombinationen aus Anströmgeschwindigkeit und Rotordrehzahl zur Ermittlung der Performance-Kennlinien der untersuchten VAWT	128
5.2	Betriebspunkte im optimalen Leistungsbereich der untersuchten VAWT	133

D.1	Ergebnisse der Netzunabhängigkeitsstudie mit der GCI-Methode	196
E.1	Ergebnisse der Netzunabhängigkeitsstudie mit der GCI-Methode	201
F.1	Ergebnisse der Netzunabhängigkeitsstudie mit der GCI-Methode	203

Nomenklatur

Lateinische Formelzeichen

Zeichen	Bezeichnung	Einheit
A	Fläche	m^2
b	Spannweite	m
B	Breite (Fluidvolumen)	m
c	Geschwindigkeit (Betrag)	m s^{-1}
c_p	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
c_u	Umfangsgeschwindigkeit (Betrag)	m s^{-1}
C	Geschlossene Kurve	—
C_A	Dimensionsloser Auftriebsbeiwert	—
C_M	Dimensionsloser Drehmomentbeiwert	—
C_N	Dimensionsloser Normalkraftbeiwert	—
C_p	Dimensionsloser Druckbeiwert	—
C_P	Dimensionsloser Leistungsbeiwert	—
C_T	Dimensionsloser Tangentialkraftbeiwert	—
C_W	Dimensionsloser Widerstandsbeiwert	—
C_X	Dimensionsloser Kraftbeiwert in x -Richtung	—
C_Y	Dimensionsloser Kraftbeiwert in y -Richtung	—
C_μ	Modellparameter (Turbulenzmodellierung)	—
d	Abstand/orthogonaler Abstand	m
dA	Infinitesimales Flächenelement	m^2
dl	Infinitesimales Linienelement eines Wirbelfilaments	m
dS	Infinitesimales Flächenelement	m^2
dV	Infinitesimales Volumenelement	m^3
D	Durchmesser	m
Δs	Länge eines Linienstücks	m
Δt	Zeitschritt	s
e	Relativer Fehler (Netzunabhängigkeitsstudie)	—
f_{\max}	Maximale relative Profilwölbung	—

f_{pos}	Position der maximalen relativen Profilwölbung	–
F	Kraft (Betrag)	N
F'	Kraft pro Länge (Betrag)	N m^{-1}
h	Gittergröße (Netzunabhängigkeitsstudie)	m
k	Turbulente kinetische Energie	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
k_{F}	Fernfeldfaktor	–
l	Profiltiefe/Blatttiefe/Sehnenlänge	m
l_{char}	Charakteristische Länge	m
l_{A}	Aufhängungsposition	m
L	Länge (Fluidvolumen)	m
M	Drehmoment (Betrag)	N m
M_{flap}	Biegemoment senkrecht zur Rotorblattebene (Betrag)	N m
M_{edge}	Biegemoment in Rotorblattebenenrichtung (Betrag)	N m
Ma	Mach-Zahl	–
n	Drehzahl	s^{-1}
N	Anzahl (z. B. Rotorumdrehungen)	–
\mathcal{O}	Fehlerordnung	–
p	Statischer Druck	Pa
p	Konvergenzordnung (Netzunabhängigkeitsstudie)	–
p_{N}	Normalkraft pro Längeneinheit	N m^{-1}
p_{T}	Tangentialkraft pro Längeneinheit	N m^{-1}
P	Mechanische Leistung	W
r	Radiale Koordinate (Polarkoordinate, sphärische Koordinate)	m
r	Verfeinerungsfaktor (Netzunabhängigkeitsstudie)	–
r_{c}	Wirbelkernradius	m
R	Radius	m
Re	Reynolds-Zahl	–
s	Lokale Position (z. B. entlang der Spannweite)	m
s	Tangentiale Richtung	–
S	Fläche	m^2
S_{b}	Tragflügelkontur	m^2
S_{k}	Kugelkontur	m^2
S_{w}	Nachlaufkontur	m^2
S_{∞}	Kontur im Unendlichen	m^2
t	Zeit	s
t_{max}	Maximale relative Profildicke	–
T	Temperatur	K
u	Geschwindigkeitskomponente in x -Richtung	m s^{-1}

v	Geschwindigkeitskomponente in y -Richtung	m s^{-1}
V	Volumen	m^3
V_{RS}	Regularisierungsfaktor	–
w	Geschwindigkeitskomponente in z -Richtung	m s^{-1}
w_{F}	Gewichtungsfaktor	–
w_{ind}	Induzierte Abwärtsgeschwindigkeit (Betrag)	m s^{-1}
x	Kartesische Koordinate in x -Richtung	m
y	Kartesische Koordinate in y -Richtung	m
y^+	Dimensionsloser Wandabstand	–
z	Kartesische Koordinate in z -Richtung	m
Z	Anzahl der Rotorblätter	–
\mathbf{b}	Allgemeiner Vektor	–
\mathbf{c}	Geschwindigkeit (Vektor)	m s^{-1}
\mathbf{c}_u	Umfangsgeschwindigkeit (Vektor)	m s^{-1}
$d\mathbf{s}$	Infinitesimales Linienelement (Vektor)	m
\mathbf{f}	Äußere spezifische Volumenkräfte (Vektor)	N m^{-3}
\mathbf{F}	Kraft (Vektor)	N
\mathbf{F}'	Kraft pro Länge (Vektor)	N m^{-1}
\mathbf{l}	Richtungsvektor	–
\mathbf{M}	Drehmoment (Vektor)	N m
\mathbf{n}	Normalenvektor	–
\mathbf{r}	Abstandsvektor	m
\mathbf{w}_{ind}	Induzierte Abwärtsgeschwindigkeit (Vektor)	m s^{-1}
\mathbf{x}	Allgemeiner Lösungsvektor	–
\mathbf{x}	Ortsvektor	m
\mathbf{A}	Aerodynamische Einflussmatrix (Dipole)	–
\mathbf{A}	Allgemeine Systemmatrix	–
\mathbf{B}	Aerodynamische Einflussmatrix (Quellen)	–

Griechische Formelzeichen

Zeichen	Bezeichnung	Einheit
α	Anstellwinkel/Anströmwinkel	$^\circ$
α_{L}	Lamb-Konstante	–
α_{P}	Pitchwinkel	$^\circ$

β	Hilfsvariable	—
β_N	Winglet-Neigungswinkel (Cant-Angle)	°
β_{th}	Thermischer Ausdehnungskoeffizient	K^{-1}
γ	Wirbelstärke pro Länge	$m s^{-1}$
Γ	Zirkulation	$m^2 s^{-1}$
δ	Relativer Fehler/relative Abweichung	—
$\Delta\varphi$	Inkrement des Azimutwinkels bzw. Umlaufwinkels	°
Δ	Absoluter Fehler/absolute Abweichung	—
ε	Dissipationsrate	$m^2 s^{-3}$
ε	Radius infinitesimale Kugel	m
ζ	Winkel zur Bestimmung der Hinterkante	°
θ	Polarwinkel (sphärische Koordinate)	rad
ϑ	Winglet-Pfeilungswinkel (Sweep-Angle)	°
λ	Schnelllaufzahl	—
λ_{th}	Wärmeleitfähigkeit	$W m^{-1} K^{-1}$
Λ	Zielgröße (Netzunabhängigkeitsstudie)	—
Λ_s	Streckung	—
μ	Dynamische Viskosität	Pa s
μ	Dipolstärke (Potentialsprung über Fläche)	$m^2 s^{-1}$
μ_{eff}	Effektive Viskosität	Pa s
μ_t	Turbulente Viskosität	Pa s
ν	Kinematische Viskosität	$m^2 s^{-1}$
ν_t	Turbulente Wirbelviskosität	$m^2 s^{-1}$
ρ	Dichte	$kg m^{-3}$
σ	Quellenstärke pro Flächeneinheit	$m s^{-1}$
σ_s	Rotorsolidität	—
τ_W	Wandschubspannung (Betrag)	Pa
φ	Azimutwinkel (Polarkoordinate, sphärische Koordinate)	rad
Φ	Skalares Potential (Geschwindigkeitspotential)	$m^2 s^{-1}$
Φ_{Diss}	Dissipationsfunktion	$W m^{-3}$
Ψ	Stromfunktion	$m^2 s^{-1}$
ω	Winkelgeschwindigkeit (Betrag)	$rad s^{-1}$
γ	Wirbelstärke pro Fläche (Vektor)	s^{-1}
ζ	Vortizität	s^{-1}
μ	Vektor der Dipolstärken (Gleichungssystem)	$m^2 s^{-1}$
μ	Dipolmoment	$m^2 s^{-1}$
σ	Vektor der Quellenstärken pro Flächeneinheit (Gleichungssystem)	$m s^{-1}$

Ψ	Vektoriellcs Potential (Geschwindigkeitspotential)	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
ω	Winkelgeschwindigkeit (Vektor)	rad s^{-1}
δ	Identitätstensor (Kronecker-Delta)	–
$\dot{\epsilon}$	Verzerrungsgeschwindigkeitstensor	s^{-1}
τ	Viskoser Spannungstensor	Pa
τ_w	Wandschubspannung (Vektor)	Pa

Indizes

Zeichen	Bezeichnung
\square_0	Zustand 0/Zeitpunkt 0
\square_1	Zustand 1
\square_2	Zustand 2
\square_A	Auftrieb
\square_{Blatt}	Blattbezogen
\square_c	Wölbung (engl. Camber)
\square_D	Druck
\square_{eff}	Effektiv
\square_{end}	Ende
\square_{ext}	Extrapoliert
\square_{geo}	Geometrisch
\square_{ges}	Gesamt
\square_{HK}	Hinterkante
\square_i	Inneres
\square_i	Allgemeine Laufvariable
\square_{ind}	Induziert
\square_{int}	Interferenz
\square_j	Allgemeine Laufvariable
\square_k	Allgemeine Laufvariable
\square_K	Kante
\square_l	Allgemeine Laufvariable
\square_m	Mittlere
\square_{max}	Maximal
\square_{min}	Minimal
\square_N	Normal
\square_o	Oberseite
\square_{opt}	Optimal

\square_{pos}	Position
\square_{proj}	Projiziert
\square_{P}	Panel
\square_{r}	Radial (Polarkoordinate, sphärische Koordinate)
\square_{ref}	Referenz
\square_{rel}	Relativ
\square_{R}	Reibung
\square_{Rotor}	Rotorbezogen
\square_{S}	Stau
\square_{S}	Fläche
\square_{t}	Dicke (engl. Thickness)
\square_{tip}	Flügelspitze (engl. Tip)
\square_{tot}	Total
\square_{T}	Tangential
\square_{u}	Unterseite
\square_{VK}	Vorderkante
\square_{w}	Nachlauf (engl. Wake)
\square_{W}	Widerstand
\square_{WT}	Wingtip
\square_{WL}	Winglet
\square_{x}	x -Richtung
\square_{y}	y -Richtung
\square_{θ}	Polarwinkelrichtung (sphärische Koordinate)
\square_{φ}	Azimutwinkelrichtung (Polarkoordinate, sphärische Koordinate)
\square_{∞}	Unendlich/Ungestört

Diakritische Zeichen und Exponenten

Zeichen	Bezeichnung
\square'	Fluktuierender Anteil
\square'	Lokale Koordinate
\square^*	Modifiziert
\square^{max}	Maximal
\square^k	Regularisierungsexponent
\square^{t}	Tangential
\square^{T}	Transponiert
\square	Arithmetisches Mittel über Zeit oder Raum

Abkürzungen

Zeichen	Bedeutung
2D	Zweidimensional
3D	Dreidimensional
BEM	Blade-Element-Momentum
BLAS	Basic Linear Algebra Subprograms
BP	Betriebspunkt
C++	Programmiersprache
CAD	Computer-Aided Design
CFL	Courant-Friedrichs-Lewy
CFD	Computational Fluid Dynamics
CGNS	CFD General Notation System Format
CPU	Central Processing Unit
DES	Detached Eddy Simulation
DMS	Double-Multiple-Streamtube
DNS	Direkte Numerische Simulation
GCC	GNU Compiler Collection
GCI	Grid Convergence Index
GGCB	Green-Gauss Cell-Based
GGNB	Green-Gauss Node-Based
HAWT	Horizontalachsen-Windkraftanlage (engl. Horizontal-Axis Wind Turbine)
LAPACK	Linear Algebra Package
LES	Large Eddy Simulation
LU	Lower-Upper-Matrixzerlegung
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
OpenMP	Open Multi-Processing
OpenPAME	Open Panel Method (Eigenentwicklung)
OpenWIEN	Open Wind Energy (Eigenentwicklung)
PIV	Particle Image Velocimetry
RAM	Random-Access Memory
RK	Runge-Kutta
RNG	Renormalization Group
SST	Shear Stress Transport
TWT	Trapezoidal-Wingtip
URANS	Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes
VAWT	Vertikalachsen-Windkraftanlage (engl. Vertical-Axis Wind Turbine)

VTK	Visualization Toolkit
WL	Winglet
WSL	Windows Subsystem for Linux

1 Einleitung

Im Zuge des globalen energiepolitischen Wandels und der verstärkt dezentral ausgerichteten Stromerzeugung hat sich die Windkraft als tragende Säule der erneuerbaren Energien etabliert. Mit einer weltweit neu installierten Leistung von 117 GW und einer kumulierten Gesamtkapazität von 1,14 TW erreichte der Ausbau der Windkraft im Jahr 2024 ein neues Rekordniveau, wie aus dem *Global Wind Report* [33] des Global Wind Energy Council hervorgeht. Die fortlaufende Weiterentwicklung der Technologie wird dabei nicht nur durch politische Zielvorgaben, sondern ebenso durch technologische Diversifikation und standortspezifische Anforderungen vorangetrieben. Als technische Schlüsselkomponente dieser Entwicklung fungiert die Windkraftanlage als ein System, das die im Wind enthaltene kinetische Energie aufnimmt und in nutzbare mechanische Energie umwandelt [16, 37]. Das zentrale Kriterium zur systematischen Klassifizierung dieser Anlagen ist in diesem Zusammenhang die Orientierung der Rotationsachse relativ zur Windrichtung: Horizontalachsen-Windkraftanlagen (engl. *Horizontal-Axis Wind Turbine*, HAWT) besitzen eine horizontal zum Wind ausgerichtete Rotorachse und dominieren aufgrund ihres hohen Wirkungsgrads sowie eines fortgeschrittenen technologischen Entwicklungsstands den Markt [36]. Vertikalachsen-Windkraftanlagen (engl. *Vertical-Axis Wind Turbine*, VAWT) verfügen hingegen über eine senkrecht zur Windrichtung stehende Rotorachse, wodurch eine richtungsunabhängige Nutzung des Windes möglich ist. Dieser scheinbar einfache Konstruktionsunterschied bietet unter bestimmten Einsatzbedingungen vielfältige funktionale und wirtschaftliche Vorteile, insbesondere den Verzicht auf eine aktive Nachführung. Infolgedessen eignen sich VAWTs besonders für den Einsatz in turbulenten Strömungsfeldern, wie sie typischerweise in städtischen oder komplexen topografischen Umgebungen auftreten [94, 98]. Darüber hinaus lassen sich bei diesem Anlagentyp zentrale Komponenten wie Generator, Getriebe und Leistungselektronik bodennah anordnen [37]. Dies erleichtert Wartungsarbeiten und senkt sowohl die Installations- als auch die Betriebskosten. Außerdem führt das im Vergleich zu HAWTs geringere Verhältnis von Blattspitzengeschwindigkeit zur Windgeschwindigkeit zu einer deutlich geringeren Geräuschentwicklung, was vorrangig für den Einsatz in dicht besiedelten Gebieten vorteilhaft ist [98]. Trotz der genannten Eigenschaften ist der flächendeckende Einsatz von VAWTs bislang begrenzt – nicht zuletzt aufgrund spezifischer aerodynamischer Herausforderungen. Ein zentrales Problemfeld stellt dabei das Selbststartverhalten dar: Während HAWTs aufgrund ihrer konstanten Anströ-

mung und Blattstellung in der Regel zuverlässig anlaufen, erfordern viele VAWT-Konzepte eine gezielte Auslegung, um auch bei niedrigen Windgeschwindigkeiten einen stabilen Anlauf zu gewährleisten [81, 37, 97].

Insgesamt erweisen sich Vertikalachsen-Windkraftanlagen somit technisch und konzeptionell als vielversprechende Alternative zu den marktführenden Horizontalachsen-Windkraftanlagen, wobei ihr Potenzial jedoch bislang nicht umfassend ausgeschöpft ist. Entsprechend richtet sich der Fokus aktueller Forschungsaktivitäten verstärkt auf die Weiterentwicklung und Optimierung von VAWTs, mit dem Ziel, ihre Effizienz zu steigern und bisherige Einschränkungen zu überwinden. Die vorliegende Arbeit greift diesen Ansatz auf, indem sie die Panelmethode als numerisches Werkzeug für die aerodynamische Analyse von Vertikalachsen-Windkraftanlagen einsetzt. Im Mittelpunkt steht dabei die Entwicklung der Methodik sowie die Untersuchung des Einflusses verschiedener Winglet-Geometrien auf die aerodynamische Effizienz der Windkraftanlage im Kontext einer frühen Entwurfsphase.

1.1 Stand der Technik

Zunächst erfolgt eine Darstellung der historischen Entwicklung der Panelmethode. Ausgehend von den grundlegenden mathematischen Konzepten und frühen Implementierungen wird in diesem Kontext ihre schrittweise Weiterentwicklung hin zu einem etablierten Verfahren in der numerischen Strömungsmechanik erläutert. Daran anschließend erfolgt eine Einordnung numerischer Verfahren zur Strömungssimulation von Vertikalachsen-Windkraftanlagen am Beispiel des *Darrieus-H*-Rotortyps. Dabei werden sowohl klassische als auch moderne Ansätze hinsichtlich ihrer Eignung zur aerodynamischen Bewertung dieses Anlagentyps systematisch gegenübergestellt.

1.1.1 Historische Entwicklung der Panelmethode

Die Ursprünge der modernen Panelmethode gehen auf die wegweisenden Arbeiten von Smith und Pierce [88] (1958) sowie von Hess und Smith [42] (1967) zurück, die im Rahmen ihrer Tätigkeiten bei der Douglas Aircraft Company entstanden. Smith und Pierce formulierten das Neumann-Randwertproblem als Integralgleichung in diskreter Form, wobei Singularitäten – d. h. Elementarströmungen – direkt auf der Oberfläche der betrachteten Geometrie verteilt wurden. Ihre Methode wurde zur Berechnung von Potentialströmungen um rotationssymmetrische, auftriebslose Körper eingesetzt. Hess und Smith entwickelten diese Methode weiter, indem sie die Oberfläche beliebiger Körperformen in diskrete Flächenelemente, sogenannte *Panels*, unterteilten und so eine Anwendung auf komplexere Geometrien ermöglichten.

In den frühen 1970er Jahren erweiterten Rubbert und Saaris [82] (1972) die Panelmethode auf dreidimensionale, auftriebswirksame Strömungen. Ihr Verfahren war besonders vielseitig

und wurde erfolgreich auf aerodynamische Konfigurationen wie Tragflügel-Rumpf-Systeme angewendet. Auch Hess [38] (1972) knüpfte an seine frühere Arbeit [42] (1967) an und entwickelte eine numerische Methode zur Berechnung dreidimensionaler Potentialströmungen um beliebige auftriebswirksame Körper. Beide Ansätze basierten auf oberflächengebundenen Wirbelverteilungen, setzten die Kutta-Bedingung systematisch um und kamen ohne die Näherungen klassischer Auftriebstheorien aus. Zur weiteren Entwicklung seiner Methode führte Hess [39] (1973) eine High-Order-Methode mit kontinuierlich variierenden Singularitätsverteilungen innerhalb der Panels ein, wodurch insbesondere bei stark gekrümmten Konturen die Genauigkeit und die numerische Stabilität verbessert wurden. Er konzentrierte sich hierbei auf den zweidimensionalen Fall und zeigte, dass sowohl konstante als auch variierende Singularitätsverteilungen mathematisch konsistent sind und Panels mit konstanter Verteilung in vielen Fällen bereits ausreichend genaue Ergebnisse liefern. Im darauffolgenden Jahr veröffentlichte Hess [40] (1974) seine im internen Bericht [38] (1972) entwickelten Ansätze in überarbeiteter Form. Dabei lag der Schwerpunkt vor allem auf der theoretischen Fundierung der Methode und der Einordnung des Verfahrens in Bezug auf dreidimensionale, auftriebswirksame Potentialströmungen. Morino und Kuo [70] (1974) präsentierten im weiteren Verlauf eine umfassende Theorie der Unterschall-Potentialströmung, die sowohl stationäre als auch oszillierende Tragflügel mit endlicher Profildicke abdeckte. Die darauf basierende Methode wurde später in SOUSSA [69] (*Steady Oscillatory and Unsteady Subsonic and Supersonic Aerodynamics*, 1980) implementiert und auf den Überschallbereich erweitert. Basu und Hancock [10] (1978) verfolgten einen alternativen Ansatz und entwickelten ein numerisches Modell zur Berechnung instationärer Bewegungsvorgänge und dynamischer Effekte, fokussierten sich dabei jedoch auf zweidimensionale Profile.

Die 1980er Jahre waren durch signifikante Fortschritte in der Computertechnik geprägt, die maßgebliche Innovationen im Rahmen der Panelmethode zur Folge hatten. Der Fokus lag im Allgemeinen auf der Modellierung dreidimensionaler, auftriebswirksamer Konfigurationen unter stationären Strömungsbedingungen, die hauptsächlich in der aerodynamischen Optimierung von Flugzeugkomponenten und der Analyse ihrer Wechselwirkungen Anwendung fanden [41]. Mit der Einführung des Programms PANAIR (*Panel Aerodynamics*) durch Medan et al. [63] (1981) wurde die Panelmethode im Kontext der modernen numerischen Umsetzung um kontinuierliche Singularitätsverteilungen höherer Ordnung erweitert, wodurch eine robuste Modellierung subsonischer und supersonischer Strömungen ermöglicht wurde. PANAIR setzte zudem neue Maßstäbe in der Simulation komplexer Konfigurationen, darunter Tragflächen-Rumpf-Kombinationen und Tragflächen mit Anbauten. Mit der von Fornasier [32] (1984) entwickelten Methode HISSS (*Higher-Order Subsonic Supersonic Singularity Method*) wurde später vor allem im europäischen Raum eine numerische Alternative zu PANAIR eingeführt. Sie zeichnete sich durch hohe Flexibilität und numeri-

sche Stabilität aus [26]. Besonders die kontinuierlichen Dipolverteilungen, die bereits in PANAIR zur Anwendung kamen, trugen zur Vermeidung numerischer Instabilitäten bei und machten das Programm für den subsonischen und supersonischen Bereich einsetzbar [32]. Parallel erfuhren in dieser Zeit auch Low-Order-Panelmethoden aufgrund ihres günstigen Verhältnisses zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand ein zunehmendes Interesse. Sie erwiesen sich im Bereich subsonischer Strömungen als effizient und robust [26]. Besonders hervorzuheben ist das von Maskew [61] (1982) entwickelte Programm VSAERO (*Vortex Separation Aerodynamics Analysis*), das zu den ersten Anwendungen zählte, die nichtlineare Strömungsphänomene wie viskose Effekte, unter anderem Strömungsablösungen, berücksichtigen konnten. Ein weiteres Beispiel stellte das wenig später eingeführte Programm QUADPAN [20] (*Quadrilateral Panel Aerodynamics Program*, 1983) dar, das konstante Singularitätsverteilungen mit einer effizienten Flächendiskretisierung kombinierte, um dreidimensionale Strömungen bei geringem numerischen Aufwand modellieren zu können. Mit der Einführung von PMARC [7] (*Panel Method Ames Research Center*, 1988) wurde in den späten 1980er Jahren zudem eine Low-Order-Methode präsentiert, die gegenüber früheren Ansätzen wesentliche Verbesserungen aufwies. Dazu zählten insbesondere eine optimierte Speicherverwaltung zur Verringerung der Rechenzeit sowie die Integration zeitabhängiger Nachlaufmodelle zur Abbildung instationärer Strömungsvorgänge. Diese Neuerungen machten das Programm über viele Jahre hinweg zu einem vielseitigen Werkzeug für die Analyse komplexer dreidimensionaler Strömungsprobleme und bildeten die Grundlage für seine fortlaufende Weiterentwicklung, wie in [6] ersichtlich. Ergänzend sei an dieser Stelle auf die einschlägige Literatur verwiesen, in der sich weiterführende Darstellungen zur historischen Entwicklung der Panelmethode sowie vertiefende Ausführungen zu deren theoretischen Grundlagen und praktischen Anwendungen finden, bspw. in [26, 41].

Seit den 1990er Jahren wurden Panelmethoden zunehmend durch hybride Ansätze ergänzt, die die Vorteile der schnellen Berechnung potentialtheoretischer Verfahren mit den Möglichkeiten hochaufgelöster numerischer Strömungsmodelle kombinierten. Zu den bekanntesten Anwendungen zählt das von Drela [22] (1989) entwickelte Programm XFOIL, das viskose Effekte effizient in eine zweidimensionale Panelmethode für Profilströmungen integriert und bis heute breite Anwendung findet – auch in der vorliegenden Arbeit. Durch den kontinuierlichen Fortschritt verfügbarer Rechenkapazitäten verlagerte sich der Forschungsschwerpunkt ab Mitte der 1990er Jahre zunehmend auf Simulationen mithilfe von CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Diese Simulationsart ermöglicht eine detaillierte Untersuchung komplexer Strömungsvorgänge, ohne auf die vereinfachenden Annahmen der Potentialtheorie zurückzugreifen, die der Panelmethode zugrunde liegen. Dennoch konnten sich Panelmethoden im weiteren Verlauf der Zeit aufgrund ihrer hohen Effizienz und des geringen Rechenaufwands sowohl in frühen Entwurfsphasen technischer Anwendungen als auch als Werkzeug in der aerodynamischen Forschung etablieren. So

entwickelte Willis [103] (2006) im Rahmen seiner Dissertation eine hybride Panelmethode, bei der die Modellierung der dynamischen Nachlaufstruktur durch die Kopplung mit einer Wirbel-Partikel-Methode (*Vortex Particle Method*) realisiert wurde. Der Einsatz numerischer Beschleunigungstechniken ermöglichte hierbei effiziente und zugleich hochpräzise Simulationen komplexer Strömungsszenarien. Als Grundlage verwendete Willis eine High-Order-Methode. Einige Jahre später verfolgten Wang et al. [100] (2018) einen alternativen Ansatz, der auf einer Low-Order-Methode basierte und durch eine vereinfachte Implementierung gekennzeichnet war. Ihr Verfahren erforderte im Vergleich zu Willis [103] (2006) jedoch eine erhöhte Partikeldichte, um eine mit der High-Order-Methode vergleichbare Präzision zu erreichen. Die beiden Arbeiten verdeutlichen exemplarisch, dass Panelmethoden auch in der aktuellen Forschung – besonders in Verbindung mit innovativen Ansätzen – kontinuierlich weiterentwickelt und optimiert werden, um ihre Eignung für komplexe und instationäre Strömungsszenarien zu erweitern. Dies gilt insbesondere für die Simulationen von Vertikalachsen-Windkraftanlagen, wie im Folgenden näher erläutert wird.

1.1.2 Strömungssimulation von Vertikalachsen-Windkraftanlagen

Vor der Einführung von CFD-Verfahren wurden strömungsmechanische Vorgänge an VAWTs – insbesondere beim *Darrieus-H*-Rotortyp – vorrangig mithilfe vereinfachter analytischer Modellansätze untersucht. Sie bildeten eine fundierte Grundlage für die Bestimmung aerodynamischer Lasten und die Charakterisierung nachlaufbedingter Effekte. Ein wesentlicher Vertreter dieser vereinfachten analytischen Modelle ist das sogenannte *Blade-Element-Momentum*-Verfahren (BEM-Verfahren), das ursprünglich für Windkraftanlagen mit horizontaler Achse entwickelt wurde. Aufgrund seiner vergleichsweise geringen Modellkomplexität und hohen numerischen Effizienz hat es sich im Laufe der Zeit als zentrale Methode zur Abschätzung der Rotorleistung etabliert. Dem Verfahren liegt eine stationäre Strömungsannahme zugrunde, bei der die aus der Impulstheorie abgeleiteten Zusammenhänge mit den lokal an den Rotorblättern wirkenden aerodynamischen Kräften verknüpft werden, um die Energieumwandlung in der Turbine quantitativ zu erfassen [36, 16]. Templin [93] prägte in diesem Zusammenhang frühzeitig das BEM-Konzept der Aktuatorscheibe für die aerodynamische Modellierung von Vertikalachsen-Windkraftanlagen. Sein Ansatz basierte auf der Annahme, den Rotor als einzelne Strömungsröhre (*Single-Streamtube*) zu betrachten, innerhalb derer die strömungsmechanischen Größen als räumlich homogen über die Rotorfläche verteilt angenommen werden. Diese Annahme implizierte, dass die induzierte Geschwindigkeit im Rotorbereich konstant bleibt und lokale Variationen der Strömung vernachlässigt werden. Trotz ihrer begrenzten Eignung zur Abbildung der komplexen, instationären Strömungsverhältnisse realer VAWTs stellte Templins Arbeit eine zentrale methodische Grundlage für die Entwicklung differenzierter BEM-

basierter Modelle dar. Wilson und Lissaman [104] sowie Strickland [91] erweiterten den Aktuatorscheiben-Ansatz von Templin, indem sie den Rotor in parallele Strömungsröhren (*Multiple-Streamtubes*) unterteilten. Diese methodische Weiterentwicklung ermöglichte eine umfassendere Betrachtung der Impulserhaltung, da die induzierten Geschwindigkeiten für jede einzelne Strömungsröhre separat berücksichtigt werden konnten. Auf diese Weise ließ sich die Modellierung lokaler Strömungsänderungen innerhalb des Rotors deutlich feiner auflösen. Das im weiteren Verlauf von Paraschivoiu [74] entwickelte *Double-Multiple-Streamtube*-Modell (DMS-Modell) stellte eine konsequente Erweiterung des klassischen *Multiple-Streamtube*-Modells dar. Durch die Aufteilung des Rotors in zwei eigenständige Aktuatorscheiben ermöglichte dieses Verfahren erstmals eine getrennte Analyse der Strömungsinteraktionen auf der Aufwind- und Abwindseite. Dadurch ließen sich die reduzierten Geschwindigkeiten auf der Abwindseite präzise erfassen, die im Wesentlichen durch die Strömungsänderungen auf der Aufwindseite bedingt sind. Das DMS-Modell erwies sich im Vergleich mit experimentellen Daten, bspw. der Sandia-5-m-Turbine, als zuverlässig und wurde in nachfolgenden Arbeiten von Paraschivoiu [77, 76, 75] kontinuierlich erweitert. In einer späteren Veröffentlichung stellte Madsen [58] das Konzept des Aktuatorzylinders vor. Dieses Modell berücksichtigt explizit die spezifische geometrische Charakteristik von Vertikalachsen-Windkraftanlagen, deren überstrichene Rotorfläche einer zylindrischen Mantelfläche entspricht. Durch diese Anpassung bildet der Aktuatorzylinder eine präzisere Grundlage zur Untersuchung und Quantifizierung der Energieumwandlung innerhalb des Rotors. Die Weiterentwicklung des Modells durch Madsen et al. [59] führte schließlich zu dessen Integration in den Code HAWC2 (*Horizontal Axis Wind Turbine Simulation Code 2nd generation*), was die anhaltende Relevanz und praktische Bedeutung des Ansatzes bis heute unterstreicht.

Neben den vorgestellten BEM-Verfahren stellt der Einsatz sogenannter Wirbelmethoden (*Vortex*-Methoden) eine Alternative zur aerodynamischen Analyse von VAWTs dar. Das Modell beschreibt die Rotorblätter durch gebundene Wirbel und erfasst den Nachlauf über frei konvektierende Wirbelelemente, die in jedem Zeitschritt an den Hinterkanten der Blätter freigesetzt werden. Die gegenseitigen Wechselwirkungen aller Wirbelelemente werden anschließend mithilfe des Biot-Savart-Gesetzes berechnet, um auf diese Weise die induzierten Geschwindigkeiten an den Blattsegmenten zu bestimmen. Durch Überlagerung mit der ungestörten Anströmung ergibt sich daraus die lokale Relativgeschwindigkeit inklusive Anströmwinkel an den jeweiligen Blättern. Auf dieser Grundlage lassen sich darauf aufbauend durch tabellierte aerodynamische Kennwerte für Auftrieb und Widerstand die wirkenden Kräfte auf die Blattsegmente berechnen. Einen exemplarischen Ansatz für diese Methode präsentierten Strickland et al. [92] mit dem numerischen Wirbelmodell VDART2 zur Simulation der instationären Strömung am *Darrieus-H*-Rotor. Zur Validierung ihres Modells führten die Autoren Wasserkanalexperimente mit unterschiedlicher Blattanzahl un-

ter Verwendung eines NACA-0012-Profiles durch. Der Vergleich der simulierten Ergebnisse mit den experimentellen Daten zeigte eine näherungsweise Übereinstimmung und bestätigte die grundsätzliche Eignung von Wirbelmodellen zur Erfassung der Nachlaufstrukturen bei Vertikalachsen-Windkraftanlagen. Zur Erweiterung des Anwendungsbereichs und zur Erfassung dreidimensionaler Effekte wurde das ursprünglich zweidimensionale Modell VDART2 schließlich zu VDART3 weiterentwickelt, das eine detailliertere Beschreibung komplexerer Nachlaufstrukturen ermöglichte.

Nachdem BEM-basierte Modelle und Wirbelmethoden bedeutende Fortschritte bei der Abschätzung der Rotorleistung sowie bei der Analyse aerodynamischer Effekte an Vertikalachsen-Windkraftanlagen ermöglicht hatten, eröffneten weiterführende numerische Verfahren – insbesondere Panelmethoden und CFD-Modelle – neue Perspektiven für eine detaillierte Untersuchung komplexer strömungsmechanischer Vorgänge. Die nachfolgende Literaturrecherche konzentriert sich dabei auf die zuvor genannten Ansätze, die sich durch unterschiedliche Stärken in der Modellierung auszeichnen. Während CFD-Methoden eine detaillierte Berücksichtigung viskoser Effekte ermöglichen und dadurch auch die Simulation nichtlinearer Phänomene wie der dynamischen Strömungsablösung erlauben, kommen Panelmethoden vor allem im Rahmen von Entwurfs- und Optimierungsprozessen zum Einsatz und stellen besonders in frühen Entwicklungsphasen ein wertvolles Werkzeug dar, um grundlegende aerodynamische Zusammenhänge ressourcenschonend zu erfassen.

Ein bedeutender Beitrag zur Untersuchung instationärer Strömungsphänomene stammt von Ferreira et al. [28, 30], die den dynamischen Strömungsabriss bei Vertikalachsen-Windkraftanlagen analysierten. Im Rahmen ihrer Arbeiten verglichen sie verschiedene zweidimensionale numerische Verfahren hinsichtlich ihrer Eignung zur Abbildung komplexer instationärer Strömungseffekte und validierten diese mithilfe von zweidimensionalen PIV-Messungen (*Particle Image Velocimetry*). Hierfür verwendeten sie eine Einblatt-Konfiguration mit einem NACA-0015-Profil. Aus ihren Ergebnissen ging hervor, dass die *Detached Eddy Simulation* (DES) insbesondere in der präzisen Erfassung der Position und Konvektion von Wirbelstrukturen den Methoden *Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (URANS) und *Large Eddy Simulation* (LES) deutlich überlegen war. Während LES Schwächen in der Wandmodellierung aufwies und URANS großskalige Wirbel nur unzureichend darstellte, kombinierte DES eine hohe Genauigkeit mit einem moderaten Rechenaufwand. Die experimentellen PIV-Analysen bei unterschiedlichen Schnelllaufzahlen λ belegten zudem, dass für ihre Konfiguration bei $\lambda = 2$ ausgeprägte, von der Vorderkante ablösende Wirbelstrukturen auftraten, die zu einer signifikanten Beeinträchtigung der aerodynamischen Lastverteilung und somit zur Verringerung der Effizienz führten. Darüber hinaus wurde eine gegenläufig rotierende Wirbelstruktur entlang des Rotorblatts beobachtet, die den Strömungsverlauf zusätzlich beeinflusste. Mit steigender Schnelllaufzahl, unter anderem bei $\lambda = 3$ und $\lambda = 4$, verringerten sich sowohl die Wirbelstärke als auch

das Ausmaß des dynamischen Strömungsabrisses, sodass stabilere Strömungsverhältnisse vorlagen. Aufbauend auf diesen Ergebnissen entwickelten Dixon et al. [21] eine zeitabhängige, dreidimensionale Panelmethode zur weiterführenden Analyse der Rotorströmung. Mithilfe ihres Verfahrens konnten sie eine epizykloide Nachlaufstruktur nachweisen, die durch markante Blattspitzenwirbel geprägt war. Diese Wirbelstrukturen treten im Allgemeinen in Wechselwirkung mit den nachfolgenden Rotorblättern, was sich signifikant auf die aerodynamische Effizienz des Gesamtsystems auswirken kann. Zur qualitativen Validierung der simulierten Nachlaufphänomene zogen die Autoren experimentelle 3D-PIV-Daten sowie Rauchsondenmessungen heran, wobei ihre Untersuchungen auf einer Zweiblatt-Konfiguration mit verschiedenen NACA-Profilen basierten, bspw. dem NACA-0015- und dem NACA-0018-Profil. In einer weiterführenden Arbeit vertieften Ferreira et al. [29] ihre bisherigen Untersuchungen – darunter auch die gemeinsam mit Dixon et al. [21] durchgeführte Studie – und hoben die zentrale Bedeutung dreidimensionaler Effekte für die Wirbeldynamik und die Lastverteilung an den Rotorblättern von VAWTs hervor. Ihre Ergebnisse zeigten in diesem Kontext eine asymmetrische Wirbelbewegung: Während sich in ihren Untersuchungen die Nachlaufwirbel auf der Aufwindseite der VAWT zur Rotorachse hin verlagerten, wanderten sie auf der Abwindseite radial nach außen. Diese räumlich ausgeprägten Strukturen verdeutlichten auf diese Weise die Notwendigkeit von 3D-Ansätzen für eine realitätsnahe Analyse.

Einen ergänzenden Blick auf geometrische Einflussfaktoren lieferten Howell et al. [43], die unter anderem die Auswirkungen der Rotorsolidität σ_s und der Oberflächenrauigkeit auf die aerodynamische Effizienz kleinskaliger VAWTs untersuchten. Unterhalb einer kritischen Reynolds-Zahl $Re < 3,0 \cdot 10^4$ verbesserte eine raue Oberfläche in ihren Untersuchungen die Strömungsanhaftung und führte zu einer gesteigerten Energieumsetzung, während sich oberhalb dieser Grenze eine glatte Oberfläche als effizienter erwies. Eine erhöhte Blattanzahl – und infolgedessen eine erhöhte Rotorsolidität – reduzierte zudem zwar die aerodynamische Effektivität des einzelnen Blatts, konnte jedoch den Gesamtwirkungsgrad der Turbine verbessern und das Leistungsmaximum in Richtung niedrigerer Schnelllaufzahlen verschieben. Gleichzeitig führte die höhere Blattdichte allerdings zu einer stärkeren Überlagerung der Nachlaufstrukturen. Dadurch nahmen die aerodynamischen Interferenzen zwischen den Rotorblättern zu, vorrangig bei Schnelllaufzahlen $\lambda > 2,4$, wodurch es in diesem Bereich zu einer signifikanten Reduktion der aerodynamischen Effizienz kam. Auch sie betonten die Notwendigkeit dreidimensionaler Simulationen, da in ihrer Studie zweidimensionale Ansätze die Leistungsfähigkeit der Turbine deutlich überschätzten. Die 3D-Simulationen zeigten hingegen eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die beobachteten Abweichungen wurden dabei vor allem auf die in den 3D-Modellen erfassten Blattspitzenwirbel zurückgeführt, deren Einfluss in 2D-Simulationen nicht abgebildet werden kann. Der Zusammenhang zwischen erhöhter Rotorsolidität und einem

verschobenen Leistungsmaximum wurde durch die Arbeiten von Li et al. [57] bestätigt. Sie zeigten, dass in ihren Untersuchungen eine höhere Blattanzahl zwar zu einer gleichmäßigeren Lastverteilung führte, jedoch zugleich den maximal erreichbaren Leistungsbeiwert reduzierte und den optimalen Betriebspunkt in Richtung niedrigerer Schnelllaufzahlen verschob. Die Untersuchungen stützten sich hierbei auf Windkanalversuche mit Rotoren, deren Blattanzahl systematisch von zwei bis fünf variiert wurde, jeweils unter Verwendung eines NACA-0021-Profiles. Eine weiterführende Analyse lieferten Gosselin et al. [34], die mit 2D-CFD-Simulationen ergänzend den Einfluss weiterer Blattparameter betrachteten. Sie zeigten, dass in ihren Konfigurationen bei hohen Anströmgeschwindigkeiten eine Rotorsolidität von $\sigma_s \approx 0,2$ eine günstige Balance zwischen Leistung und aerodynamischer Effizienz schuf. Aufbauend auf dieser Erkenntnis untersuchten sie zusätzlich – im Hinblick auf praxisnahe Rotorentwürfe – eine Konfiguration mit erhöhter Rotorsolidität von $\sigma_s \approx 0,5$, um den Einfluss der Profildicke sowie verschiedener Pitchwinkel α_p detaillierter zu analysieren. Als besonders vorteilhaft erwiesen sich dabei Rotorblätter mittlerer Dicke, wie bspw. das NACA-0015-Profil, sowie ein negativer Pitchwinkel von $\alpha_p = -2^\circ$ bzw. $\alpha_p = -3^\circ$, da diese eine stabilere Wirbelbildung förderten und Strömungsabriss verzögerten. Darüber hinaus konnte beobachtet werden, dass sich bei $\alpha_p = -3^\circ$ die Strömungsverhältnisse im Abwindbereich positiv veränderten. Die positiven Effekte eines negativen Pitchwinkels bestätigten und quantifizierten auch Rezaeiha et al. [80] im Rahmen einer numerischen Studie. In ihren Untersuchungen zeigten sich Leistungssteigerungen von 6,6 % für einen Pitchwinkel $\alpha_p = -2^\circ$ bei hohen Schnelllaufzahlen ($\lambda = 4$).

Mit Fokus auf das Selbststartverhalten von VAWTs führten Untaroiu et al. [97] vergleichende CFD-Studien durch. Sie simulierten sowohl 2D- als auch 3D-CFD-Modelle einer dreiblättrigen VAWT und validierten ihre Ergebnisse anhand experimenteller Daten. Dabei überschätzte die 2D-Simulation die Enddrehzahl des Rotors mit einer Abweichung von 12 % gegenüber dem Experiment, verfehlte die Darstellung der anfänglichen Plateauphase und beschleunigte den Rotor insgesamt deutlich schneller als experimentell beobachtet. Die 3D-Simulation unterschätzte die Rotorenddrehzahl dagegen mit einer Abweichung von ungefähr 15 % und war deutlich rechenintensiver, lieferte jedoch eine realistischere Abbildung der Strömungsverhältnisse – insbesondere hinsichtlich der Wirbelstrukturen und deren Einfluss auf den Anlaufprozess. Rossetti und Pavesi [81] bestätigten diese Ergebnisse und hoben insbesondere die Bedeutung dreidimensionaler Effekte wie Sekundärströmungen und Blattspitzenwirbel hervor. Diese führten in ihren 3D-Simulationen zu einer signifikanten Erhöhung des Drehmoments bei niedrigen Schnelllaufzahlen und begünstigten somit den Selbststartprozess. Darüber hinaus verglichen die Autoren die 3D-CFD-Ergebnisse mit der BEM-Methode nach Paraschivoiu [75] und unterstrichen die zentrale Bedeutung dreidimensionaler Simulationen für eine präzise aerodynamische Analyse.

Im Rahmen des Modellaufbaus befassten sich Castelli et al. [18] mit der Übertragung

grundlegender Konzepte der BEM-Theorie auf ein numerisches CFD-Modell zur Analyse des instationären Verhaltens einer dreiblättrigen VAWT mit NACA-0021-Profil. Zum Einsatz kam hierfür das *Realizable- k - ε* -Turbulenzmodell in Kombination mit einem *Enhanced Wall Treatment*. Ihre Ergebnisse verdeutlichten, dass insbesondere der Azimutbereich während der Aufwindphase des Blattumlaufs maßgeblich zur Leistungsabgabe beiträgt und dass instationäre Ablösephänomene die Schwankungen der aerodynamischen Kräfte entlang des Umlaufs wesentlich beeinflussen. Maître et al. [60] erweiterten die bisherigen Arbeiten um eine gezielte Analyse der Netzqualität in CFD-Simulationen von VAWTs. Sie analysierten *Darrieus*-Wasserturbinen mit Fokus auf den dimensionslosen Wandabstand y^+ und empfehlen zur Verbesserung der Vorhersagegenauigkeit den Einsatz des k - ω -Turbulenzmodells bei $y^+ \lesssim 1,6$. Ergänzend hierzu analysierten Zhang et al. [108] den Einfluss weiterer numerischer Modellparameter wie der Abgrenzung des Fluidvolumens und der Zeitschrittweite auf das instationäre Strömungsverhalten. Zur Modellierung der Turbulenz kam in ihren Untersuchungen das RNG- k - ε -Modell (*Renormalization Group*) zum Einsatz, das sich als zuverlässig zur qualitativen Vorhersage der aerodynamischen Kräfte erwies. Mit dem Fokus auf die numerische Stabilität von CFD-Simulationen untersuchten Trivellato und Castelli [95] zudem eine Modifikation des klassischen CFL-Kriteriums zur adäquaten Berücksichtigung der komplexen Rotationsdynamik. Sie stellten fest, dass zur realistischen Vorhersage der Rotorleistung ein CFL-Wert $< 0,15$ nötig ist, dieser jedoch aufgrund des hohen Rechenaufwands gerade in frühen Entwurfsphasen oft nicht praktikabel erscheint. Balduzzi et al. [8] präzisierten darüber hinaus die kritischen Parameter numerischer CFD-Simulationen von VAWTs. Insbesondere betonten sie, dass sich das k - ω -SST-Turbulenzmodell (*Shear Stress Transport*) besonders gut eignet, um dynamische Strömungsabriss präzise abzubilden. Zudem empfehlen die Autoren die Festlegung der Simulationsdomäne in Abhängigkeit vom Rotordurchmesser D_{Rotor} mit einem Eintrittsabstand von $40 D_{\text{Rotor}}$, einer Breite von $60 D_{\text{Rotor}}$ und einem Auslassabstand von $100 D_{\text{Rotor}}$, um Rückströmungen und allgemein störende Einflüsse der Ränder zu minimieren. Diese Erkenntnisse wurden von Rezaeiha et al. [80] und Mo et al. [66] aufgegriffen und in Form konkreter Leitlinien zur systematischen Auslegung zweidimensionaler CFD-Domänen für VAWTs weiterentwickelt, um die Vergleichbarkeit und Genauigkeit künftiger Untersuchungen zu verbessern.

Einen alternativen methodischen Ansatz verfolgte Zanon [107] im Rahmen seiner Dissertation mit der Entwicklung einer zweidimensionalen Vortex-Panelmethode. Durch die Einführung eines sogenannten *Double-Wake*-Modells erweiterte er die klassische Panelmethode gezielt, um den dynamischen Strömungsabriss bei Vertikalachsen-Windkraftanlagen näherungsweise erfassen zu können. Im Rahmen dieses Modells können die Wirbelstrukturen sowohl am Ablösepunkt als auch an der Hinterkante der Rotorblätter jeweils separat modelliert werden. Dies ermöglicht im Vergleich zu herkömmlichen *Single-Wake*-Ansätzen

eine deutlich verbesserte Erfassung der Nachlaufdynamik und erweitert die Anwendbarkeit der Panelmethode auf komplexere Strömungsphänomene. Seine numerischen Ergebnisse wurden erfolgreich mit Daten aus der Literatur und experimentellen PIV-Daten validiert. Im Gegensatz dazu zeigten Li et al. [56], dass auch klassische Panelmethoden bei geeigneter Parametrisierung zu präzisen Ergebnissen führen können. Die Autoren validierten ihre numerischen Berechnungen anhand experimenteller Windkanaldaten und wiesen für ihre untersuchte Konfiguration nach, dass die Abweichung der vorhergesagten Leistungskennwerte bei der optimalen Schnelllaufzahl von $\lambda = 2,37$ lediglich 2,5 % betrug – ein Ergebnis, das die Eignung der Panelmethode für die Analyse von Vertikalachsen-Windkraftanlagen eindrucksvoll belegt.

Neben der Optimierung der Blattform und der globalen Turbinenparameter rückte in jüngerer Zeit vermehrt die geometrische Gestaltung der Rotorblattspitzen in den Vordergrund. Gosselin et al. [34] sowie Jiang et al. [46] zeigten, dass kleine Endplatten (*Bulkheads*) an den Rotorblättern die Spitzenverluste verringern und die Effizienz der Turbine signifikant steigern können, während große Endplatten zusätzlichen Widerstand verursachen und sich nachteilig auswirken können. Jiang et al. analysierten für ihr Modell zusätzlich die Position der Tragstreben. In Kombination mit der optimalen Endplatte ergab sich für ihre untersuchte Konfiguration in diesem Zusammenhang eine Leistungssteigerung von $\approx 10,5\%$ bei $\lambda = 4$. Bei kleinen Schnelllaufzahlen ($1 < \lambda < 2$) hatten die Endplatten jedoch keinen positiven Effekt. Auch Zhang et al. [109] analysierten gezielt das Potenzial modifizierter Blattspitzengeometrien zur Steigerung der aerodynamischen Effizienz. In numerischen Simulationen einer Zweiblatt-Konfiguration konnten sie verdeutlichen, dass die Integration von Winglet-Elementen die Rotorleistung der Turbine signifikant verbessert. Durch die systematische Variation verschiedener geometrischer Parameter identifizierten sie den Verwindungswinkel als entscheidenden Einflussfaktor, wobei eine negative Verwindung in ihren Untersuchungen zu einer Leistungssteigerung von etwa 6,7 % im Auslegungspunkt bei einer Schnelllaufzahl von $\lambda = 2,29$ führte. Außerhalb des optimalen Betriebsbereichs wurden je nach Konfiguration Verbesserungen von $\approx 10\%$ erzielt. Xu et al. [106] bestätigten den positiven Einfluss von Winglets auf die aerodynamische Effizienz von VAWTs und erreichten in ihrer 3D-CFD-Studie eine Steigerung des Leistungsbeiwerts um bis zu 19 % bei einer Schnelllaufzahl von $\lambda = 1,85$. Auch bei höheren Schnelllaufzahlen blieb die Verbesserung mit etwa 16 % signifikant. Sie wiesen zudem darauf hin, dass die Effizienzsteigerung vor allem auf einer Reduktion des vom Blattspitzenwirbel beeinflussten Strömungsbereichs beruht, was in einer stabileren Druckverteilung entlang der Rotorblätter resultiert. Eine umfassende Untersuchung verschiedener Blattspitzendesigns wurde darüber hinaus von Miao et al. [65] durchgeführt. Die Autoren analysierten mithilfe dreidimensionaler CFD-Simulationen unter anderem elliptische Blattspitzen, Endplatten sowie eine modifizierte Winglet-Geometrie nach Zhang et al. [109]. Die modifizierte Winglet-Geometrie

erwies sich dabei als die effektivste Variante, da sie nicht nur die aerodynamische Effizienz und Selbststartfähigkeit signifikant verbesserte, sondern zugleich die axialen Belastungen sowie die Verluste durch Blattspitzenwirbel reduzierte. Allerdings erhöht diese Art von Winglets in der Regel die geometrische Komplexität deutlich, was sich hauptsächlich bei kleineren Anlagen nachteilig auswirken kann. Demgegenüber demonstrierten auch einfache Endplatten in ihrer Studie positive aerodynamische Effekte. Sie führen im Allgemeinen jedoch zu einem erhöhten Rotorschub und damit zu höheren axialen Belastungen. Darüber hinaus erhöht ihr Einsatz das Gewicht der Rotorblätter und verstärkt die strukturelle Beanspruchung, wodurch bei größeren Anlagen funktionale Einschränkungen entstehen können. Die Autoren empfehlen daher, komplexere Winglet-Designs bevorzugt bei größeren Anlagen einzusetzen, während einfache Endplatten für kleinere Turbinen als vorteilhafter erscheinen. Ergänzend dazu entwickelten Cai et al. [17] eine spezifische Winglet-Geometrie und zeigten, dass diese für ihre Konfiguration im optimalen Betriebspunkt bei $\lambda = 1,53$ zu einer Steigerung des Drehmoments von 12,8% führte. Gleichzeitig beobachteten sie eine erhebliche Steigerung des Leistungsbeiwerts über alle betrachteten Betriebspunkte, wobei eine maximale Verbesserung von 19% erzielt wurde. Zusätzlich stellten sie fest, dass sich der optimale Betriebspunkt leicht in Richtung höherer Schnellaufzahlen verschob. Allerdings verdeutlichten ihre Ergebnisse auch, dass sich diese positiven Effekte nicht gleichmäßig über alle Azimutwinkel und Rotorblattpositionen hinweg manifestieren. Für eine aussagekräftige Bewertung ist daher eine Betrachtung gemittelter Rotorgrößen über den vollständigen Umlauf unerlässlich.

1.2 Zielsetzung und Arbeitshypothesen

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer dreidimensionalen Panelmethode zur effizienten Unterstützung des Entwurfsprozesses von Vertikalachsen-Windkraftanlagen, insbesondere zur Analyse und Bewertung der aerodynamischen Effizienz verschiedener am Rotor realisierter Winglet-Geometrien. Motiviert ist dieses Vorgehen durch den zunehmenden Bedarf an numerischen Werkzeugen, die bereits in frühen Entwurfsphasen verlässliche Aussagen über das Strömungsverhalten ermöglichen und dabei deutlich ressourcenschonender arbeiten als klassische CFD-Verfahren. In diesem Kontext wird untersucht, inwieweit die Panelmethode relevante aerodynamische Phänomene einer VAWT sowie die daraus abgeleiteten Leistungskenngrößen physikalisch konsistent erfassen kann, bei zugleich reduziertem numerischen Aufwand. Zur Einordnung der Aussagekraft erfolgt hierfür zunächst eine Validierung anhand eines Vergleichs mit CFD-Ergebnissen für eine Referenzkonfiguration ohne Winglets. Aufbauend darauf wird die Methode zur Analyse verschiedener Winglet-Geometrien eingesetzt, um deren Einfluss auf die aerodynamische Performance im optimalen Betriebsbereich der Anlage systematisch zu quantifizieren.

Ausgehend von diesem Forschungsvorhaben werden für die vorliegende Dissertation folgende Arbeitshypothesen formuliert:

- **Hypothese 1:** Die entwickelte dreidimensionale Panelmethode ermöglicht eine zuverlässige Vorhersage der instationären aerodynamischen Charakteristik von VAWTs im Bereich des optimalen Betriebspunktes – bei deutlich geringerem Rechenaufwand im Vergleich zu CFD.
- **Hypothese 2:** Die untersuchten Winglet-Geometrien weisen ein Potenzial zur Verbesserung der aerodynamischen Performance auf und können unter geeigneten Auslegungsparametern zu einer Leistungssteigerung beitragen.
- **Hypothese 3:** Die auf Basis der Panelmethode gewonnenen Ergebnisse bilden eine tragfähige Grundlage für weiterführende CFD-Analysen und leisten einen wesentlichen Beitrag zur Effizienzsteigerung im aerodynamischen Entwurfsprozess.

Die formulierten Hypothesen bilden die Grundlage für die im weiteren Verlauf dieser Arbeit durchgeführte methodische und numerische Untersuchung.

1.3 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in sieben Kapitel und folgt einem Aufbau, der von den theoretischen Grundlagen über die methodische Umsetzung bis hin zur numerischen Analyse und Bewertung reicht. Eingeleitet wurde sie mit einer Einführung in das Themenfeld sowie der Herleitung der zugrunde liegenden wissenschaftlichen Fragestellung. Dabei wurde die Motivation, der Stand der Technik sowie die Zielsetzung der Arbeit herausgearbeitet. Der folgende strukturierte Überblick über den Aufbau der Arbeit soll die Orientierung im weiteren Verlauf erleichtern.

Kapitel 2 – Theoretische Grundlagen

Kapitel 2 behandelt die theoretischen Grundlagen, die für das Verständnis der weiteren Ausführungen essenziell sind. Neben den wesentlichen Eigenschaften und Kenngrößen von Vertikalachsen-Windkraftanlagen stehen hierbei zentrale strömungsmechanische Konzepte im Vordergrund. Ein besonderer Schwerpunkt liegt auf der Theorie der Potentialströmung, welche die physikalische Basis für die in dieser Arbeit eingesetzte Panelmethode bildet. Ergänzend erfolgt eine Betrachtung der Widerstandsanteile in aerodynamischen Systemen, um die Grenzen idealisierter Modellannahmen einordnen zu können.

Kapitel 3 – Entwicklung und Implementierung der Panelmethode

In Kapitel 3 wird die Panelmethode als zentrales numerisches Werkzeug dieser Arbeit eingeführt. Nach einer grundlegenden Darstellung des Verfahrens – einschließlich der

mathematischen Formulierung, der numerischen Umsetzung und der Behandlung zeitabhängiger Simulationen – erfolgt zunächst eine Validierung anhand ausgewählter Testfälle. Daran anschließend wird die spezifische Anwendung der Methode auf Vertikalachsen-Windkraftanlagen behandelt, wobei der Fokus auf der Modellierung der Rotorbewegung sowie der Interaktion zwischen Rotorblättern und Nachlauf liegt.

Kapitel 4 – Numerische Untersuchung

Kapitel 4 beschreibt den Modellaufbau der durchgeführten numerischen Untersuchungen. Nach der Definition der betrachteten Windkraftanlagegeometrie werden hierfür die eingesetzten Simulationsverfahren im Hinblick auf Modellstruktur, Netzerstellung und Parametrisierung detailliert vorgestellt. Dabei erfolgt eine Unterscheidung zwischen CFD und der Panelmethode. Anschließend werden die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Winglet-Varianten mit besonderem Fokus auf deren geometrische Merkmale vorgestellt.

Kapitel 5 – Ergebnisse

Die Auswertung der numerischen Simulationen erfolgt in Kapitel 5. Im Mittelpunkt steht zunächst der methodische Vergleich zwischen der entwickelten Panelmethode und den durchgeführten CFD-Simulationen. Die Analyse konzentriert sich dabei auf die aerodynamischen Kenngrößen im optimalen Betriebspunkt der Windkraftanlage. Im Anschluss wird die aerodynamische Performance der untersuchten Winglet-Varianten analysiert, um deren Einfluss auf das Strömungsverhalten und die Effizienz des Gesamtsystems zu bewerten.

Kapitel 6 – Diskussion

Kapitel 6 dient der kritischen Auseinandersetzung mit den zentralen Erkenntnissen dieser Arbeit. Im Fokus stehen dabei die methodischen Grenzen der Panelmethode sowie die Bewertung der Aussagekraft und Anwendbarkeit des entwickelten Verfahrens, insbesondere im Hinblick auf den frühen Optimierungsprozess von Vertikalachsen-Windkraftanlagen durch den gezielten Einsatz unterschiedlicher Winglet-Geometrien. Vor diesem Hintergrund wird auch die erzielte Leistungssteigerung der untersuchten Winglet-Varianten diskutiert.

Kapitel 7 – Zusammenfassung und Ausblick

Kapitel 7 fasst die wichtigsten Ergebnisse und Erkenntnisse zusammen und hebt deren Bedeutung für die aerodynamische Auslegung von Vertikalachsen-Windkraftanlagen hervor. Ein Ausblick auf mögliche Weiterentwicklungen der Methodik und zukünftige Forschungsschwerpunkte schließt die Arbeit ab.

2 Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel stellt die für das Verständnis und die Umsetzung der Arbeit erforderlichen theoretischen Grundlagen dar. Ausgangspunkt bildet eine fundierte Darstellung der physikalischen und konstruktiven Prinzipien von Vertikalachsen-Windkraftanlagen, mit Fokus auf Rotortypologie, geometrische Abmessungen sowie charakteristische Betriebskenngrößen und Kennlinien. Ergänzend erfolgt eine eingehende Analyse der Rotorblatt-Nachlauf-Interaktion, die das instationäre Strömungsverhalten der Anlage maßgeblich prägt. Daran anschließend werden die grundlegenden Erhaltungsgleichungen der Strömungsmechanik formuliert und hinsichtlich ihrer Anwendung auf turbulente Strömungen erweitert. Es folgt eine vertiefende und systematische Darstellung des theoretischen Konzepts der Potentialströmungen, insbesondere im Hinblick auf dessen Anwendung in der Panelmethode. Hierfür werden zunächst die zugrunde liegenden physikalischen Annahmen erläutert. Darauf aufbauend erfolgt die Einführung idealisierter Elementarströmungen, bevor im weiteren Verlauf eine anwendungsbezogene Integralform der Laplace-Gleichung unter Anwendung der Green'schen Identität hergeleitet wird. Den Abschluss des Kapitels bildet eine Analyse der aerodynamischen Widerstandskomponenten unter idealisierten und realen Strömungsbedingungen, ergänzt durch eine Betrachtung des Einflusses von Winglets zur Reduktion strömungsbedingter Verluste.

2.1 Vertikalachsen-Windkraftanlagen

Die Klassifizierung von Vertikalachsen-Windkraftanlagen erfolgt primär anhand des zugrunde liegenden Rotorkonzepts, das entweder auf dem Widerstands- oder dem Auftriebsprinzip beruht [37]. Abbildung 2.1 stellt die typischen Bauformen dieses Turbinentyps dar.

Der in Abbildung 2.1a veranschaulichte *Savonius*-Rotor basiert auf dem Widerstandsprinzip: Er besteht aus zwei halbzyklindrischen Schalen, die den Wind einfangen und durch Rotation dabei ein Drehmoment erzeugen. Neben einem guten Selbststartverhalten zeichnet sich dieser Rotortyp jedoch durch eine vergleichsweise geringe Effizienz sowie eine eingeschränkte Belastbarkeit gegenüber hohen Windgeschwindigkeiten aus. Daher wird er vorrangig in Anwendungen mit niedrigem Leistungsbedarf eingesetzt, etwa in Lüfterrädern und atmosphärischen Messinstrumenten. [44, 102]

Im Gegensatz dazu nutzen *Darrieus*-Rotoren primär den aerodynamischen Auftrieb zur Energieumsetzung. Sie bestehen aus bogenförmig gekrümmten Rotorblättern, die an einer vertikalen Achse befestigt sind (vgl. Abbildung 2.1b). Diese Bauform ist im Vergleich zum *Savonius*-Rotor für höhere Leistungsanforderungen geeignet, erfordert jedoch aufgrund der komplexeren Geometrie einen höheren konstruktiven Aufwand. Insbesondere das Anlaufverhalten bei niedrigen Windgeschwindigkeiten stellt dabei eine Herausforderung dar, weshalb *Darrieus*-Rotoren häufig Schwierigkeiten beim Eigenstart aufweisen. Eine gezielte aerodynamische Auslegung ist bei diesem Rotortyp daher essenziell, um sowohl die Startfähigkeit als auch die Effizienz der Anlage zu optimieren. [44, 14, 94]

Im Fokus der vorliegenden Arbeit steht der sogenannte *Darrieus-H*-Rotor, dargestellt in Abbildung 2.1c. Diese Bauform, auch als *Giromill* bezeichnet, ist eine Weiterentwicklung des klassischen *Darrieus*-Rotors. Charakteristisch für diesen Rotortyp ist der Einsatz symmetrischer Profile in Kombination mit einem geraden Rotorblattverlauf entlang der Spannweite, wobei die Blätter über Tragstreben mit der zentralen Rotornabe verbunden sind. Im Unterschied zur bogenförmigen *Darrieus*-Variante erlaubt diese Bauweise eine vereinfachte Konstruktion, wodurch Fertigung und Montage erleichtert werden können [14]. Aufgrund seiner typischen Form wurde der Begriff *H*-Rotor ursprünglich ausschließlich für Konfigurationen mit zwei Rotorblättern verwendet. In der einschlägigen Literatur hat sich jedoch eine erweiterte Definition durchgesetzt, die sämtliche Ausführungen mit geraden Rotorblättern unabhängig von deren Anzahl umfasst. Die Anzahl der Rotorblätter beeinflusst dabei sowohl das aerodynamische Verhalten als auch das Betriebsverhalten der Turbine [57, 67, 25, 49].

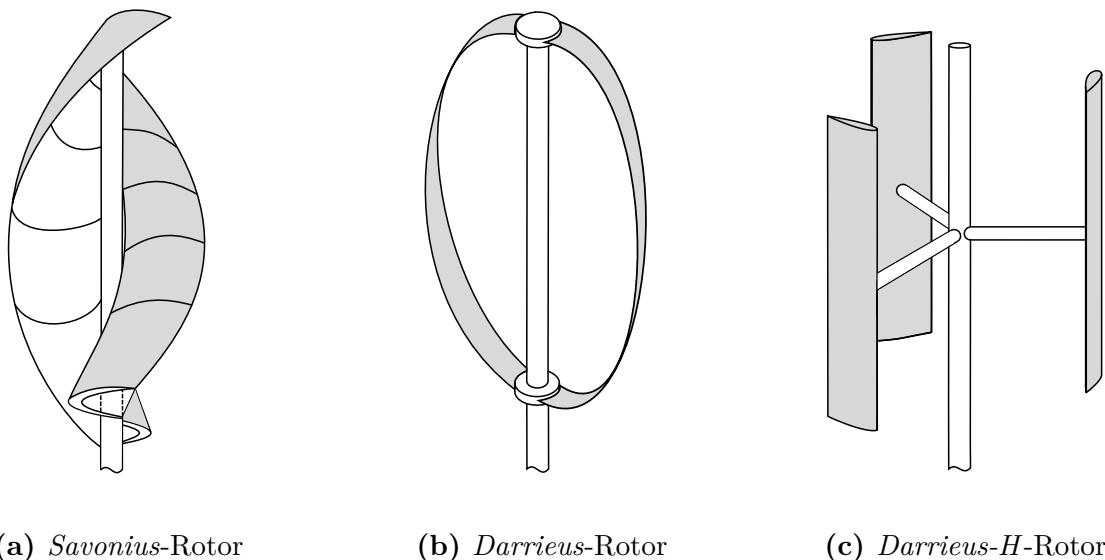


Abb. 2.1: Schematische Darstellung verschiedener Rotorbauarten von Vertikalachsen-Windkraftanlagen

Abschließend sind sogenannte Hybrid-Rotoren zu nennen, die Merkmale des Widerstands- und des Auftriebsprinzips kombinieren. Ziel dieser Bauweise ist es, die Vorteile beider Konzepte – insbesondere die Eigenstartfähigkeit des Widerstandsrotors und die höhere Effizienz des Auftriebsrotors – in einem System zu vereinen. In Abbildung 2.1 ist diese Bauform jedoch nicht enthalten, da sich die vorliegende Arbeit ausschließlich mit *Darrieus-H*-Rotoren befasst und die Einordnung auf klassische Bauweisen beschränkt ist.

2.1.1 Geometrische Hauptabmessungen und Notation

Für die vorliegende Untersuchung wird ein rechtshändiges kartesisches Koordinatensystem (x, y, z) als absolutes räumliches Bezugssystem verwendet. Der Ursprung der Windkraftanlage liegt im Punkt $P(0, 0, 0)$ und dient als geometrischer Referenzpunkt. Er befindet sich auf der in z -Richtung verlaufenden Rotationsachse. Gemäß der gewählten Konvention entspricht eine positive Rotation des Rotors dabei einer Drehung gegen den Uhrzeigersinn um diese Achse. Die ungestörte Anströmung \mathbf{c}_∞ ist zudem in Richtung der positiven x -Achse ausgerichtet.

Die in dieser Arbeit betrachtete Konfiguration mit drei Rotorblättern ist zusammen mit den geometrischen Hauptabmessungen der Anlage schematisch in Abbildung 2.2 dargestellt. Die Rotorblätter weisen eine Spannweite b_{Blatt} sowie eine Rotorblatttiefe l_{Blatt} auf und bewegen sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einer idealisierten Kreisbahn mit dem Radius R_{Rotor} . Dabei ist die Spannweite b_{Blatt} symmetrisch zur x - y -Ebene bei $z = 0$ angeordnet, sodass der geometrische Schwerpunkt jedes Rotorblatts in dieser Ebene liegt. Zudem ist in der Abbildung die Aufhängungsposition $l_{\text{A,Blatt}}$, bezogen auf die Vorderkante der Profilgeometrie, dargestellt. Sie dient zur Definition der Anbringungspunkte der Tragstreben entlang der Profiltiefe. Ferner wird die Position des Rotorblatts auf der Kreisbahn durch den Azimutwinkel φ (Umlaufwinkel) beschrieben. Der zugehörige Ortsvektor $\mathbf{x}_{\text{Blatt}}$ zum geometrischen Schwerpunkt des Rotorblatts auf der idealisierten Kreisbahn wird in diesem Zusammenhang definiert durch:

$$\mathbf{x}_{\text{Blatt}}(\varphi) = \begin{pmatrix} R_{\text{Rotor}} \sin(\varphi) \\ -R_{\text{Rotor}} \cos(\varphi) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Das erste Rotorblatt befindet sich demnach bei $\varphi_{\text{Blatt 1}} = 0^\circ$ an der Position $\mathbf{x}_{\text{Blatt 1}}(0^\circ) = (0, -R_{\text{Rotor}}, 0)^\text{T}$. Die weiteren Rotorblätter sind gleichmäßig um $\Delta\varphi = 120^\circ$ versetzt und liegen bei $\varphi_{\text{Blatt 2}} = 120^\circ$ sowie $\varphi_{\text{Blatt 3}} = 240^\circ$.

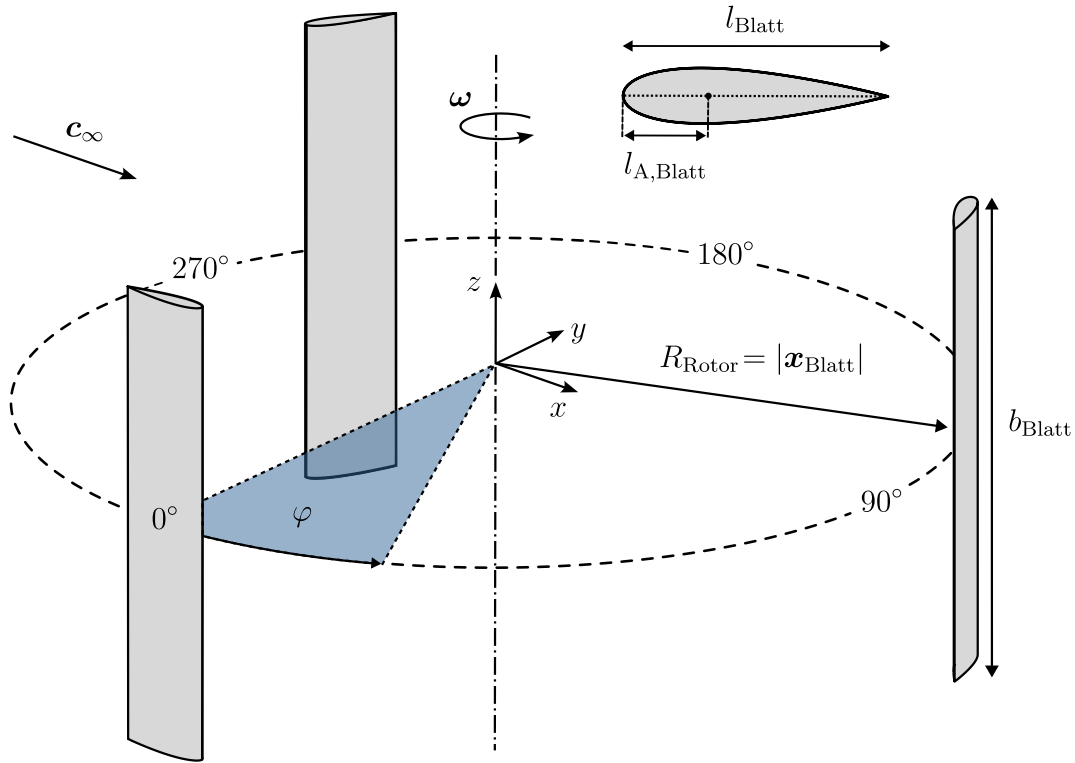


Abb. 2.2: Schematische Darstellung der geometrischen Hauptabmessungen einer VAWT vom Typ *Darrieus-H*-Rotor

In Abbildung 2.3 ist die Draufsicht der Windkraftanlage schematisch dargestellt. Die auf ein Rotorblatt wirkende resultierende Kraft $\mathbf{F}_{\text{Blatt}}$ hängt maßgeblich vom Anströmwinkel α ab ($\mathbf{F}_{\text{Blatt}} = f(\alpha)$), der aus der Überlagerung der ungestörten Anströmung mit der Eigenbewegung des Rotorblatts resultiert. Zur Bestimmung von α wird zunächst über die Winkelgeschwindigkeit die Umfangsgeschwindigkeit \mathbf{c}_u eingeführt:

$$\mathbf{c}_u = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_{\text{Blatt}} \quad (2.2)$$

Alternativ kann der Betrag der Umfangsgeschwindigkeit c_u in Abhängigkeit von der Drehzahl n und dem Rotorradius bestimmt werden:

$$c_u = 2\pi n R_{\text{Rotor}} \quad (2.3)$$

Darüber hinaus ergibt sich die relative Anströmgeschwindigkeit \mathbf{c}_{rel} des Fluids relativ zum Rotorblatt im rotierenden Bezugssystem des Rotorblatts als vektorielle Differenz der ungestörten Anströmung und der Umfangsgeschwindigkeit. Es gilt:

$$\mathbf{c}_{\text{rel}} = \mathbf{c}_{\infty} - \mathbf{c}_u = \mathbf{c}_{\infty} - (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_{\text{Blatt}}) \quad (2.4)$$

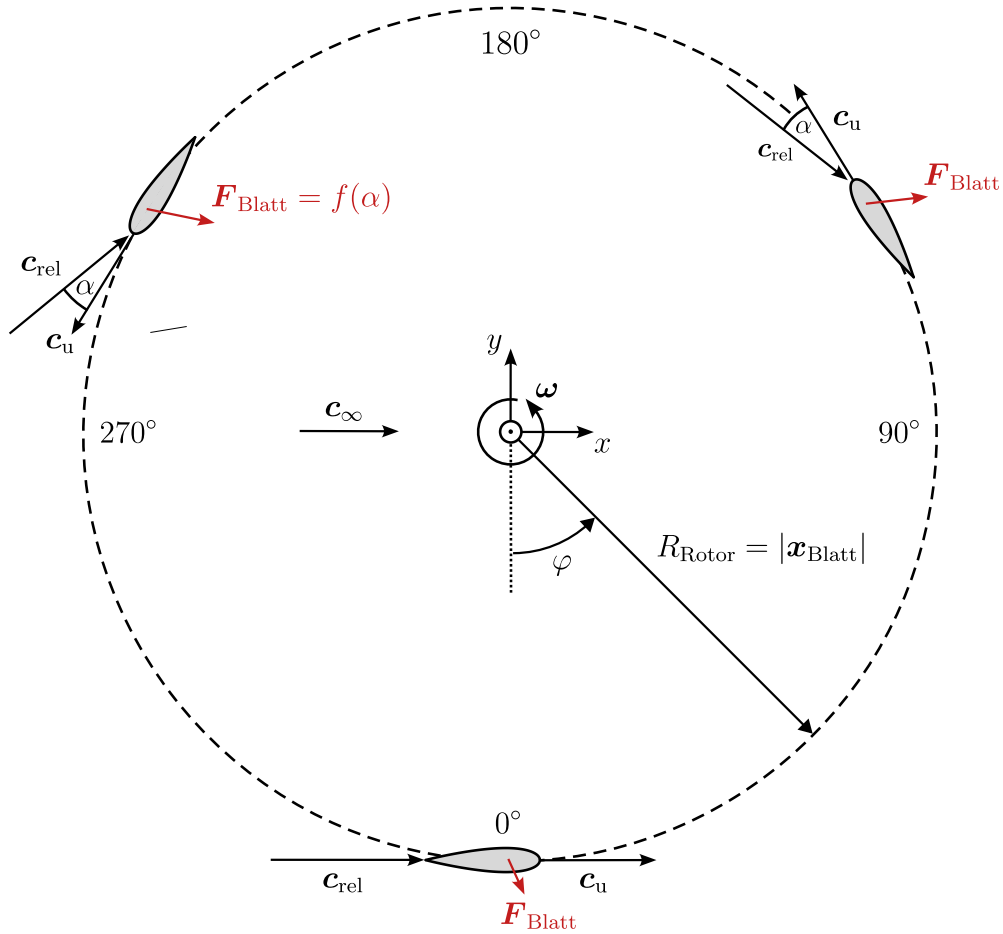


Abb. 2.3: Schematische Darstellung der Kinematik und der resultierenden Rotorblattkräfte entlang der idealisierten Rotorbahn einer VAWT vom Typ *Darrieus-H*-Rotor

Daraus folgt α als Winkel zwischen der Umfanges- und der Relativgeschwindigkeit:

$$\alpha = \arccos \left(\frac{\mathbf{c}_u \cdot \mathbf{c}_{rel}}{|\mathbf{c}_u| |\mathbf{c}_{rel}|} \right) \quad (2.5)$$

Wie in Abbildung 2.4 veranschaulicht, kann die resultierende Rotorblattkraft \mathbf{F}_{Blatt} entweder in eine tangentielle Komponente $\mathbf{F}_{T,Blatt}$ und eine normale Komponente $\mathbf{F}_{N,Blatt}$ oder – bezogen auf die Relativströmung – in eine Auftriebskraft $\mathbf{F}_{A,Blatt}$ und eine Widerstandskraft $\mathbf{F}_{W,Blatt}$ zerlegt werden. Diese Zerlegung ist entscheidend, um den Einfluss der Kräfte auf Leistung und Strukturbelastung der Windkraftanlage getrennt analysieren und gezielt aerodynamische Optimierungen vornehmen zu können. Zur detaillierten Analyse wird in der vorliegenden Arbeit zusätzlich die auf ein Rotorblatt wirkende Kraft in ihre Anteile in x - und y -Richtung zerlegt. Daraus ergeben sich die Kraftkomponenten $\mathbf{F}_{x,Blatt}$ und $\mathbf{F}_{y,Blatt}$.

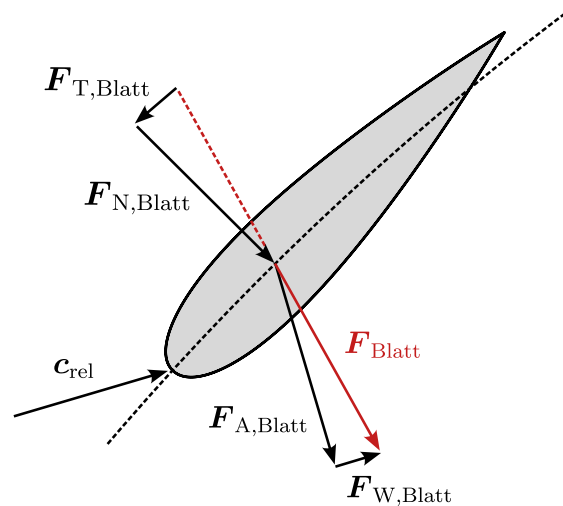


Abb. 2.4: Zerlegung der resultierenden Rotorblattkraft relativ zur Profilgeometrie bzw. zur Anströmrichtung

2.1.2 Geometrie des Rotorblatts

Für die Geometrie des Rotorblatts wird ein Profil der vierstelligen NACA-Serie verwendet, die vom *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA, Vorgängerorganisation der heutigen NASA) entwickelt wurde. Die grundlegenden aerodynamischen Merkmale dieser Profilsreihe wurden erstmals im Rahmen systematischer Windkanaluntersuchungen am *Langley Memorial Aeronautical Laboratory* erfasst und anschließend im NACA-Report [45] veröffentlicht. Ursprünglich für luftfahrttechnische Anwendungen entworfen, ist diese Profilsreihe aufgrund ihrer umfassend dokumentierten aerodynamischen Eigenschaften auch heute noch weit verbreitet. Sie findet unter anderem bei Vertikalachsen-Windkraftanlagen Anwendung und wird daher auch in der vorliegenden Arbeit herangezogen. Die Definition der Geometrie eines Profils der NACA-4-Serie erfolgt durch die folgenden vier Ziffern:

- Erste Ziffer: gibt die maximale relative Wölbung f_{\max} in Prozent der Profilschneidlänge an.
- Zweite Ziffer: gibt die Position der maximalen relativen Wölbung f_{pos} in Zehntel der Profilschneidlänge an.
- Dritte und vierte Ziffern: geben die maximale relative Profildicke t_{\max} in Prozent der Profilschneidlänge an.

In Abbildung 2.5 sind die zuvor eingeführten Parameter nochmals zusammenfassend dargestellt und um weitere geometrische Merkmale wie die Wölbungslinie und die Sehne des Profils ergänzt.

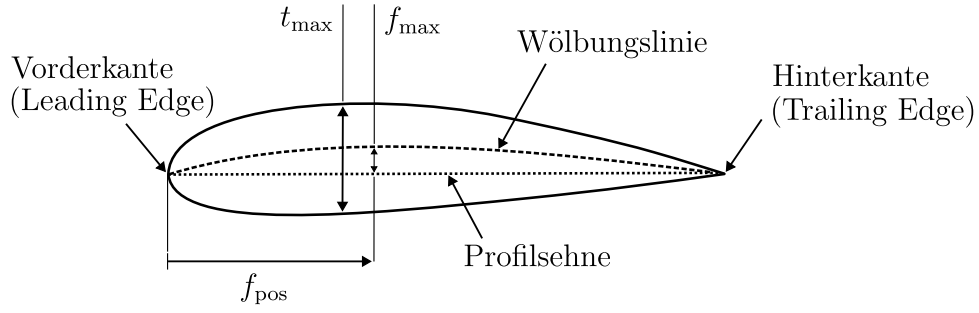


Abb. 2.5: Eigenschaften eines Profils der NACA-4-Serie

Die Konturen der Ober- und Unterseite des Profils lassen sich mithilfe der mathematischen Formulierungen aus [45, 52] beschreiben, die die Form als Funktion der sehnennormierten Koordinate x_c definieren. Zur numerischen Diskretisierung wird x_c im Kontext dieser Arbeit mithilfe der Hilfsvariable β parametrisiert, wobei je nach Anwendung zwei unterschiedliche Kosinus-Verteilungen zum Einsatz kommen. In der klassischen Variante ist die Stützpunktverteilung hierbei symmetrisch erhöht, wodurch sich insbesondere im Bereich der Vorder- und Hinterkante eine verfeinerte räumliche Auflösung erzielen lässt. Alternativ wird eine modifizierte Kosinus-Verteilung verwendet, bei der die Stützpunktverteilung gezielt einseitig, das heißt ausschließlich an der Vorderkante, erhöht ist. Diese Vorgehensweise ermöglicht eine verbesserte Erfassung der zum Teil stark gekrümmten Profilkonturen. Die Berechnung erfolgt in Abhängigkeit von der jeweiligen Verteilung nach folgender Beziehung:

$$x_c(\beta) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\beta)}{2}, & \text{klassische Verteilung} \\ 1 - \cos\left(\frac{\beta}{2}\right), & \text{modifizierte Verteilung} \end{cases} \quad \text{für } 0 \leq \beta \leq \pi \quad (2.6)$$

Die zugehörige Wölbungslinie $y_c(x_c)$ ist abschnittsweise definiert, wobei die Trennung an der Stelle maximaler Wölbung bei $x_c = f_{\text{pos}}$ erfolgt:

$$y_c(x_c) = \begin{cases} \frac{f_{\max}}{f_{\text{pos}}^2} (2f_{\text{pos}}x_c - x_c^2), & 0 \leq x_c < f_{\text{pos}} \\ \frac{f_{\max}}{(1 - f_{\text{pos}})^2} (1 - 2f_{\text{pos}} + 2f_{\text{pos}}x_c - x_c^2), & f_{\text{pos}} \leq x_c \leq 1 \end{cases} \quad (2.7)$$

Die Dickenverteilung $y_t(x_c)$ wird zudem beschrieben durch:

$$y_t(x_c) = \frac{t_{\max}}{0,2} \left(a_0 \sqrt{x_c} + a_1 x_c + a_2 x_c^2 + a_3 x_c^3 + a_4 x_c^4 \right) \quad (2.8)$$

wobei die Koeffizienten a_0 bis a_4 wie folgt festgelegt sind:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0,2969; & a_1 &= -0,1260; & a_2 &= -0,3516; \\ a_3 &= 0,2843; & a_4 &= -0,1036 \end{aligned}$$

Die hier angegebenen Koeffizienten gelten für ein Profil mit einer maximalen relativen Dicke von $t_{\max} = 20\%$. Die Skalierung auf das jeweilige betrachtete Profil erfolgt über den Vorfaktor in Gleichung (2.8). Darüber hinaus ist der Koeffizient a_4 im vorliegenden Fall so gewählt, dass die Profilkontur in einer spitz zulaufenden Hinterkante endet. Dies ist für die spätere geometrische Bestimmung der Hinterkante von zentraler Bedeutung (vgl. Kapitel 3.1.3).

Aus den Gleichungen (2.6) bis (2.8) ergeben sich schließlich die Koordinaten der Ober- und Unterseite des Profils:

$$x_o = x_c - y_t \sin(\xi) \quad (2.9a)$$

$$x_u = x_c + y_t \sin(\xi) \quad (2.9b)$$

$$y_o = y_c + y_t \cos(\xi) \quad (2.9c)$$

$$y_u = y_c - y_t \cos(\xi) \quad (2.9d)$$

mit

$$\xi = \arctan \left(\frac{dy_c}{dx_c} \right)$$

Bei Vertikalachsen-Windkraftanlagen mit *Darrieus-H*-Rotoren kommen in der Regel symmetrische Profile ohne Wölbung zum Einsatz, sodass $f_{\max} = 0$ und $f_{\text{pos}} = 0$ gelten. Diese Annahme liegt auch der in dieser Arbeit verwendeten Profilauswahl zugrunde.

2.1.3 Rotorkenngrößen und Rotorkennlinien

Ein zentraler Parameter zur Beschreibung sowohl der geometrischen Auslegung als auch der aerodynamischen Eigenschaften von Vertikalachsen-Windkraftanlagen ist die sogenannte Rotorsolidität σ_s . Sie quantifiziert das Verhältnis der projizierten Gesamtfläche aller Rotorblätter $A_{\text{Rotorblätter}}$ zur projizierten Bezugsfläche des Rotors A_{Rotor} und dient somit

als Maß für den relativen Flächenanteil, den die Rotorblätter innerhalb der vom Rotor überstrichenen Projektionsfläche einnehmen. Sie lässt sich wie folgt definieren:

$$\sigma_s = \frac{A_{\text{Rotorblätter}}}{A_{\text{Rotor}}} = \frac{Z l_{\text{Blatt}}}{D_{\text{Rotor}}} \quad (2.10)$$

Hierbei bezeichnet Z die Anzahl der Rotorblätter und D_{Rotor} den Durchmesser des Rotors. Eine hohe Rotorsolidität impliziert, dass ein größerer Anteil der projizierten Rotorfläche von den Rotorblättern eingenommen wird. Dies kann entweder durch eine hohe Rotorblattanzahl oder durch eine erhöhte Profiltiefe der Blätter erreicht werden. Eine geringe Rotorsolidität weist hingegen darauf hin, dass der Flächenanteil der Rotorblätter an der projizierten Rotorfläche gering ist. Dieser Fall tritt typischerweise bei einer geringen Rotorblattanzahl oder sehr schmalen Blättern auf.

Die auf den Rotor der Vertikalachsen-Windkraftanlage wirkende Gesamtkraft $\mathbf{F}_{\text{Rotor}}$ ergibt sich als Vektorsumme der auf die einzelnen Rotorblätter wirkenden aerodynamischen Kräfte:

$$\mathbf{F}_{\text{Rotor}} = \sum_{i=1}^Z \mathbf{F}_{\text{Blatt},i} \quad (2.11)$$

wobei $\mathbf{F}_{\text{Blatt},i}$ die auf das i -te Rotorblatt wirkende aerodynamische Kraft darstellt. Die Komponenten der Gesamtkraft in tangentialer und normaler Richtung ergeben sich entsprechend durch komponentenweise Summation der jeweiligen Rotorblattkraftanteile. Sowohl für das einzelne Rotorblatt als auch auf Ebene des Rotors lassen sich mit den entsprechenden Kraftanteilen in tangentialer und normaler Richtung die zugehörigen dimensionslosen Kraftbeiwerte C_T und C_N bestimmen. Es gilt:

$$C_T = \frac{2F_T}{\rho c_\infty^2 A_{\text{Rotor}}} \quad (2.12)$$

bzw.

$$C_N = \frac{2F_N}{\rho c_\infty^2 A_{\text{Rotor}}} \quad (2.13)$$

Dabei bezeichnet ρ die Dichte des Fluids. Dieser dimensionslose Kraftbeiwert kann analog für die Kraft in x - bzw. y -Richtung berechnet werden. Daraus resultieren die Kraftbeiwerte C_X und C_Y .

Für eine umfassende aerodynamische Analyse ist zusätzlich das von den Rotorblättern erzeugte Drehmoment um die Rotationsachse (z -Achse) von Bedeutung. Das Drehmoment $\mathbf{M}_{\text{Blatt}}$ eines einzelnen Rotorblatts ergibt sich dabei als Vektorprodukt aus der auf das Rotorblatt wirkenden Kraft und dem zugehörigen Ortsvektor:

$$\mathbf{M}_{\text{Blatt}} = \mathbf{x}_{\text{Blatt}} \times \mathbf{F}_{\text{Blatt}} \quad (2.14)$$

Das daraus resultierende Gesamtdrehmoment des Rotors $\mathbf{M}_{\text{Rotor}}$ berechnet sich anschließend durch die Summation der Einzelbeiträge aller Rotorblätter:

$$\mathbf{M}_{\text{Rotor}} = \sum_{i=1}^Z \mathbf{M}_{\text{Blatt},i} \quad (2.15)$$

Aus dem um die Rotorachse wirkenden Drehmoment lässt sich darauf aufbauend eine zentrale, dimensionslose Kenngröße ableiten: der sogenannte Drehmomentbeiwert C_M . Er stellt ein maßgebliches aerodynamisches Bewertungskriterium dar und kann sowohl auf ein einzelnes Rotorblatt als auch auf den gesamten Rotor bezogen werden. Folgende Definition liegt zugrunde:

$$C_M = \frac{2M}{\rho c_\infty^2 A_{\text{Rotor}} R_{\text{Rotor}}} \quad (2.16)$$

Für den Betrag des Drehmoments M wird dabei je nach Betrachtung entweder das Drehmoment des einzelnen Rotorblatts M_{Blatt} oder das Drehmoment des gesamten Rotors M_{Rotor} eingesetzt.

Zur Definition einer weiteren zentralen dimensionslosen Kenngröße, des Leistungsbeiwerts C_P , wird zunächst die elementare Impulstheorie nach BETZ [12] herangezogen. Sie beschreibt unter der Annahme einer reibungsfreien Strömung ohne aerodynamische Verluste eine theoretische Obergrenze für den Wirkungsgrad idealisierter Windkraftanlagen, indem sie den maximal extrahierbaren Anteil an kinetischer Energie im Luftstrom bestimmt und damit das theoretische Leistungsmaximum der Anlage definiert. Da dem Luftstrom beim Durchströmen des Rotors kinetische Energie entzogen wird, nimmt dessen Geschwindigkeit ab, während die umströmende Luft energetisch unverändert bleibt. Dieses Geschwindigkeitsgefälle führt zur Ausbildung einer Strömungsgrenzfläche im Nachlauf der Windkraftanlage, die den gestörten Luftmassenstrom vom ungestörten abgrenzt. Der beschriebene Zusammenhang wird in Abbildung 2.6 veranschaulicht. Im Bereich des Rotors kommt es infolge des Energieentzugs dabei zu einem Druckabfall Δp , wodurch der statische Druck sowohl im Rotor selbst als auch unmittelbar stromabwärts unter den Umgebungsdruck absinkt. Gleichzeitig nimmt die Strömungsgeschwindigkeit im Nachlauf weiter ab, wodurch sich ein Nachlaufgebiet mit reduzierter Geschwindigkeit und abgesenktem Druck ausbildet.

Mit zunehmender Entfernung vom Rotor nähern sich Druck und Geschwindigkeit in der gestörten Strömung schließlich erneut den ungestörten Strömungsbedingungen an. Dies ist in der Abbildung nicht dargestellt und erfolgt stromabwärts weit hinter Zustand ②. [16, 37]

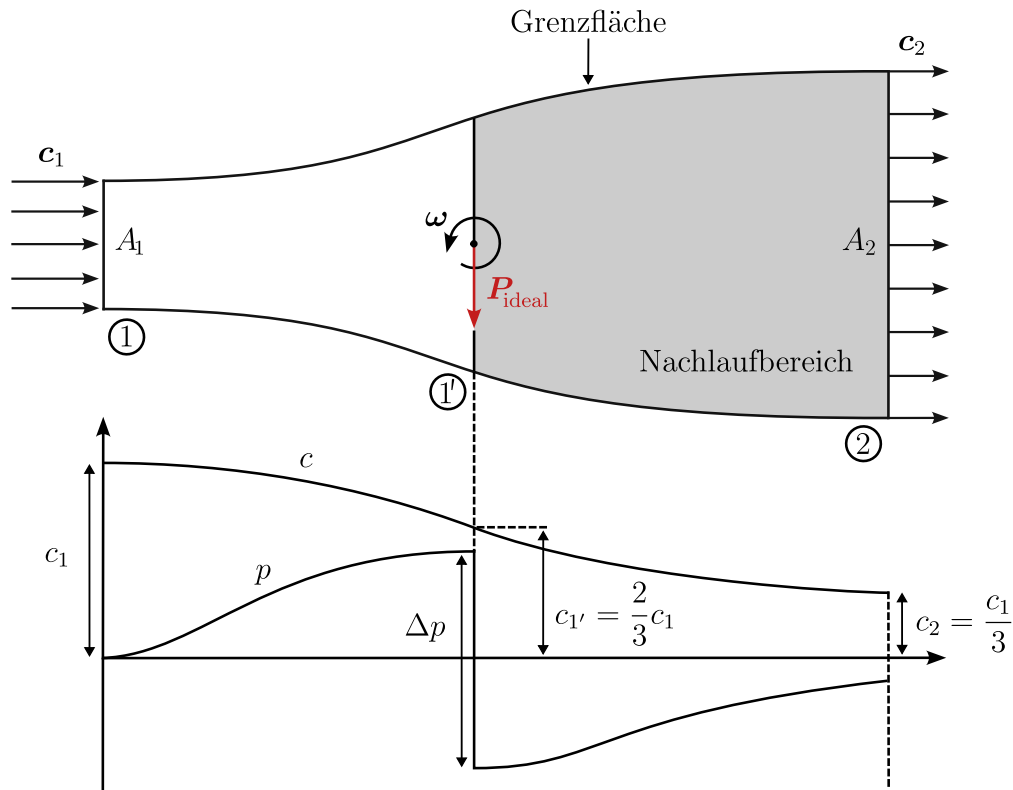


Abb. 2.6: Strömungsverhältnisse und Veränderung der Geschwindigkeit über den Rotor einer idealisierten Windkraftanlage bei maximal möglicher mechanischer Leistungsentnahme, in Anlehnung an [37]

Für die Herleitung des idealisierten Rotorleistungsbeiwerts C_p^{ideal} werden die Zustände der Strömung vor dem Rotor bei ① sowie hinter dem Rotor bei ② betrachtet. Da der Massenstrom durch den Rotor gemäß der Kontinuitätsgleichung erhalten bleiben muss, ist eine vollständige Reduktion der Strömungsgeschwindigkeit auf null ausgeschlossen, da sie einem Stillstand der Durchströmung gleichkäme. Stattdessen ergibt sich ein Geschwindigkeitsverlauf, bei dem die von der Windkraftanlage entnehmbare Leistung maximal wird. Unter Anwendung des Impulssatzes lässt sich die ideale mechanische Leistung des Rotors P_{ideal} dadurch wie folgt beschreiben:

$$P_{\text{ideal}} = \frac{\rho}{4} A_{\text{Rotor}} (c_1^2 - c_2^2) (c_1 + c_2) \quad (2.17)$$

Dabei beschreiben c_1 und c_2 die Beträge der Strömungsgeschwindigkeiten im Zustand ① bzw. ②. Hieraus resultiert der idealisierte Rotorleistungsbeiwert als Funktion des Geschwindigkeitsverhältnisses c_2/c_1 , welches den durch den Rotor induzierten Geschwindigkeitsabfall charakterisiert:

$$C_P^{\text{ideal}} = f\left(\frac{c_2}{c_1}\right) = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2\right) \left(1 + \frac{c_2}{c_1}\right), \quad \text{für } 0 < \frac{c_2}{c_1} < 1 \quad (2.18)$$

Die Herleitung dieser Beziehung ist in der einschlägigen Literatur, bspw. in [37], ausführlich dargelegt. Ferner stellt Abbildung 2.7 den idealen Rotorleistungsbeiwert in Abhängigkeit vom Geschwindigkeitsverhältnis c_2/c_1 dar. Daraus geht hervor, dass das Leistungsmaximum bei einem Verhältnis von $c_2/c_1 = 1/3$ erreicht wird, was einem maximalen idealen Rotorleistungsbeiwert von $C_P^{\text{ideal,max}} = 59,3\%$ entspricht. Dieser Grenzwert ist als Betz-Limit bekannt und markiert das theoretisch maximal nutzbare Potenzial der kinetischen Energie im Luftstrom. Die zuvor erläuterten Geschwindigkeitsverhältnisse sind ergänzend in Abbildung 2.6 veranschaulicht.

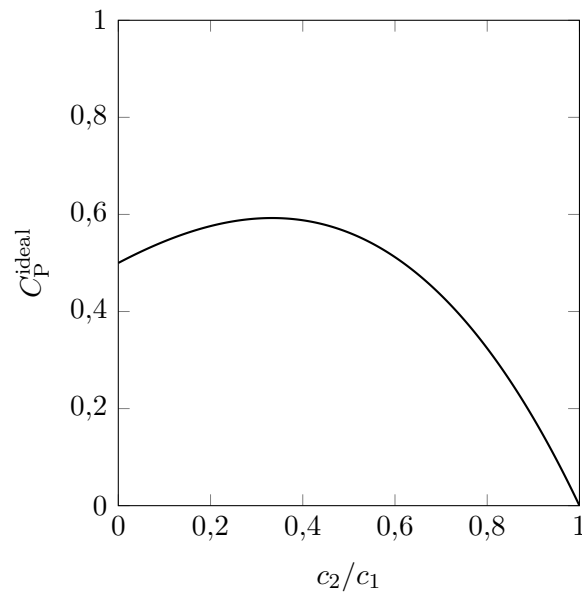


Abb. 2.7: Idealer Rotorleistungsbeiwert in Abhängigkeit des Geschwindigkeitsverhältnisses c_2/c_1

Zur realitätsnahen Bewertung der aerodynamischen Effizienz wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit der Leistungsbeiwert C_P auf Grundlage der mechanisch umgesetzten Leistung P ermittelt, welche sich aus dem Drehmoment um die Rotorachse sowie der Winkelgeschwindigkeit des Rotors ergibt:

$$C_P = \frac{2P}{\rho c_\infty^3 A_{\text{Rotor}}} = \frac{2M\omega}{\rho c_\infty^3 A_{\text{Rotor}}} \quad (2.19)$$

Analog zum Drehmomentbeiwert lässt sich auch der Leistungsbeiwert sowohl für ein einzelnes Rotorblatt als auch für den gesamten Rotor bestimmen, wobei jeweils die zugehörige mechanische Leistung P_{Blatt} bzw. P_{Rotor} zugrunde gelegt wird.

Die im Folgenden behandelte Darstellung der Rotorkennlinien erfordert zunächst die Einführung der sogenannten Schnelllaufzahl λ , welche das Verhältnis zwischen der Umfangsgeschwindigkeit der Rotorblätter und der ungestörten Zuströmung beschreibt. Sie dient zur Definition des Betriebspunkts der Windkraftanlage und wird beschrieben durch:

$$\lambda = \frac{c_u}{c_\infty} = \frac{\omega R_{\text{Rotor}}}{c_\infty} \quad (2.20)$$

In Abbildung 2.8 sind die qualitativen Verläufe des Rotordrehmomentbeiwerts und des Rotorleistungsbeiwerts in Abhängigkeit von der Schnelllaufzahl dargestellt. Die Kennlinien veranschaulichen das grundlegende Betriebsverhalten von Vertikalachsen-Windkraftanlagen, insbesondere von *Darrieus-H*-Rotoren. Für die Bewertung der aerodynamischen Performance ist dabei besonders der Rotorleistungsbeiwert relevant, da er die Effizienz der Umwandlung kinetischer Energie in mechanische Leistung quantifiziert. Aus dem Rotordrehmomentbeiwert lassen sich dagegen aufgrund der direkten Kopplung zwischen Drehmoment und Leistung in der Regel keine zusätzlichen aerodynamischen Informationen ableiten. Er ist jedoch von zentraler Bedeutung für die Beurteilung mechanischer Lasten sowie für die konstruktive Auslegung des Antriebsstrangs [16].

Beide Kennlinien zeigen einen charakteristischen Verlauf, der bei kleinen Schnelllaufzahlen durch einen initialen Anstieg der Beiwerte geprägt ist. Dieser Abschnitt entspricht dem Teillastbereich und kennzeichnet den Übergang vom Stillstand der Anlage bzw. niedrigen Drehzahlen hin zu Betriebszuständen, in denen der Rotor durch positive Auftriebskräfte effizient angetrieben wird. Die damit einhergehende Veränderung der Strömungsverhältnisse – insbesondere der Übergang vom Zustand dynamischer Strömungsablösungen zu einer stabileren Anströmung – äußert sich in der Regel durch einen markanten Knick im unteren Bereich der Kennlinie. In einem definierten Betriebspunkt bei λ_{opt} erreicht die Windkraftanlage anschließend ihr Leistungsmaximum. Der darauffolgende Rückgang des Rotorleistungsbeiwerts im Überlastbereich ist in erster Linie auf die nachlassende Drehmomentübertragung zurückzuführen, fällt jedoch zunächst moderater aus als beim Rotordrehmomentbeiwert, da die zunehmende Umfangsgeschwindigkeit bei steigender Schnelllaufzahl den Leistungsverlust teilweise ausgleicht. Erst bei weiterer Zunahme von λ sinken beide Kennwerte deutlich ab. Die charakteristische Entwicklung beider Kennlinien lässt sich dabei auf die zugrunde liegende Strömungsphysik zurückführen: Im Bereich vor dem Leistungsmaximum (grauer Bereich in Abbildung 2.8b) ist die Kennlinie von hohen Anströmwinkeln an den Rotorblättern geprägt, die Strömungsablösungen begünstigen und erhebliche aerodynamische Verluste verursachen. Nach Überschreiten des Maximums

(blauer Bereich in Abbildung 2.8b) treten aufgrund der erhöhten Umfangsgeschwindigkeit hingegen geringere Anströmwinkel auf, sodass der Rotor überwiegend im Bereich niedriger Auftriebsbeiwerte betrieben wird. In der Folge tritt der Strömungswiderstand zunehmend in den Vordergrund und trägt maßgeblich zum Rückgang von Drehmoment und Rotorleistung bei. Für reale Vertikalachsen-Windkraftanlagen werden in der Regel maximale Rotorleistungsbeiwerte von $C_P^{\max} \approx 0,4$ erreicht [37]. Dieses Maximum liegt typischerweise bei Schnelllaufzahlen, bei denen ein günstiges Verhältnis zwischen Auftriebs- und Widerstandskräften vorliegt.

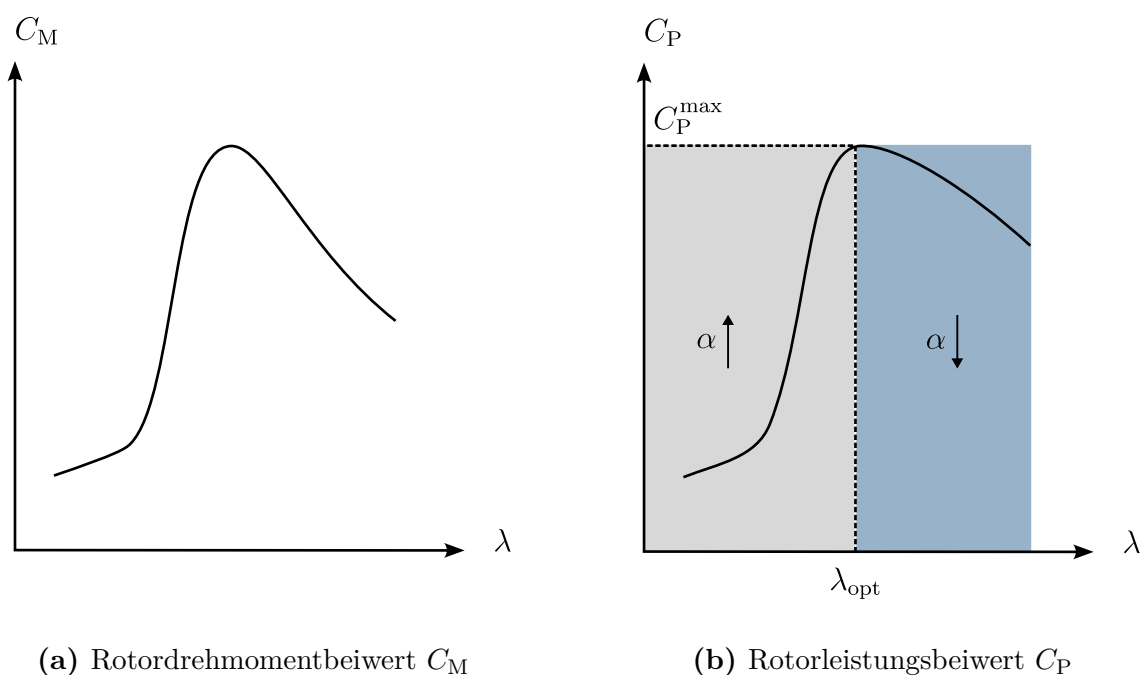


Abb. 2.8: Qualitativer Verlauf der Kennlinien wichtiger Rotorkenngrößen von VAWTs, in Anlehnung an [16]

2.1.4 Rotorblatt-Nachlauf-Interaktion

Der besondere Aufbau von Vertikalachsen-Windkraftanlagen führt zu einem charakteristischen aerodynamischen Verhalten, bei dem die Rotorblätter im Verlauf ihres Umlaufs wiederholt in Nachlaufregionen eintreten, die sowohl durch ihre eigenen vorangegangenen Umläufe als auch durch die Umläufe benachbarter Rotorblätter erzeugt werden. Diese Interaktionen sind eine direkte Folge der zylindrischen Anordnung der Blätter um die vertikale Achse und werden maßgeblich durch die Anzahl der Rotorblätter sowie die Schnelllaufzahl bestimmt.

Wie in Abbildung 2.9 schematisch dargestellt, lässt sich der Umlauf eines Rotorblatts um den Rotor in zwei charakteristische Hauptbereiche gliedern: die Aufwindseite (Aufwindphase, Luvseite) und die Abwindseite (Abwindphase, Leeseite). Nach der in dieser

Arbeit gewählten Konvention umfasst die Abwindseite den Bereich $0^\circ < \varphi \leq 180^\circ$ und ist dadurch gekennzeichnet, dass das Rotorblatt in den Einflussbereich der zuvor erzeugten Nachlaufstrukturen eintritt. Die daraus resultierende Rotorblatt-Nachlauf-Interaktion führt zu deutlichen Schwankungen in der Druckverteilung und verursacht variierende Auftriebs- und Widerstandskräfte, wobei diese instationären Effekte auch eine verstärkte Lärmentwicklung zur Folge haben können [27, 9, 29]. Ein markanter Übergang erfolgt bei $\varphi = 180^\circ$, bei dem sich die effektive Anströmrichtung relativ zum Profil zyklisch umkehrt. Diese Umkehr bewirkt eine Verlagerung der Druckverteilung, sodass sich funktional Druck- und Saugseite des Profils vertauschen. Die anschließende Aufwindseite erstreckt sich über den Bereich $180^\circ < \varphi \leq 360^\circ$ und ist im Vergleich zur Abwindseite durch stabilere Strömungsverhältnisse gekennzeichnet. In dieser Phase durchströmt das Rotorblatt ausschließlich die ungestörte Anströmung und bleibt von Nachlaufeinflüssen unbeeinflusst. Dies führt zu einem gleichmäßigeren Anströmwinkel über die gesamte Spannweite und begünstigt ein konsistenteres Auftriebsverhalten. Infolgedessen kann auf der Aufwindseite eine höhere aerodynamische Effizienz erzielt werden, wodurch die Energieextraktion insgesamt effektiver ist als auf der vorangehenden Abwindseite.

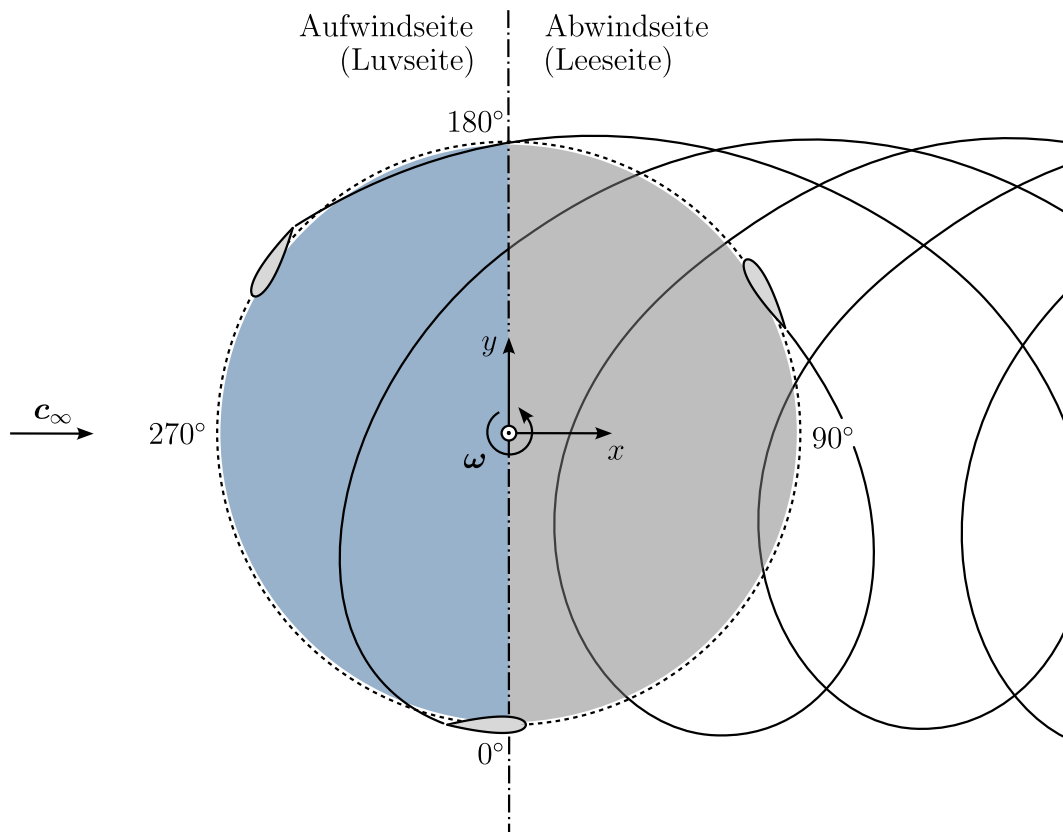


Abb. 2.9: Schematische Darstellung der Aufwind- und Abwindseite einer VAWT vom Typ *Darrieus-H*-Rotor

2.2 Grundgleichungen der Strömungsmechanik

Zur mathematischen Beschreibung der Fluidbewegung werden im weiteren Verlauf die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie erläutert. Das Fluid wird dabei als kontinuierlich verteiltes Medium betrachtet, dessen kleinste Volumenelemente im Vergleich zum mittleren Molekülabstand noch als homogen gelten [83]. Die Beschreibung erfolgt in der vorliegenden Arbeit in kompakter Form. Detaillierte Herleitungen und weiterführende Darstellungen finden sich in der einschlägigen Literatur, bspw. in [31, 83, 54].

Die Massenerhaltung wird durch die Kontinuitätsgleichung beschrieben, welche sowohl die lokale zeitliche Dichteänderung als auch den konvektiven Massentransport berücksichtigt. In vektorieller Form ergibt sich:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{c}) = 0 \quad (2.21)$$

Unter der Annahme vernachlässigbarer Dichteschwankungen vereinfacht sich Gleichung (2.21) zu folgender Form für inkompressible Strömungen ($\rho = \text{const.}$):

$$\nabla \cdot \mathbf{c} = 0 \quad (2.22)$$

Die NAVIER-STOKES-Gleichungen formulieren die Impulserhaltung für ein Newton'sches Fluid in allgemeiner Form und bilden die Grundlage zur Beschreibung viskoser Strömungsvorgänge. Sie ergeben sich aus der Differentialform des Impulserhaltungssatzes für ein infinitesimales Kontrollvolumen und lauten in vektorieller Schreibweise:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + (\mathbf{c} \cdot \nabla) \mathbf{c} \right] = \mathbf{f} - \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2.23)$$

Hierbei beschreibt \mathbf{f} die äußeren spezifischen Volumenkräfte (z. B. Gravitation), p den statischen Druck und $\boldsymbol{\tau}$ den viskosen Spannungstensor. Für Newton'sche Fluide wird $\boldsymbol{\tau}$ durch das linear-viskose Spannungs-Dehnungs-Gesetz beschrieben. Es gilt:

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left[2\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \frac{2}{3}\boldsymbol{\delta}(\nabla \cdot \mathbf{c}) \right] \quad (2.24)$$

Dabei bezeichnet μ die dynamische Viskosität, $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ den Verzerrungsgeschwindigkeitstensor und $\boldsymbol{\delta}$ einen Identitätstensor, dessen Komponenten durch das sogenannte Kronecker-Delta δ_{ij} definiert sind:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{wenn } i = j \\ 0, & \text{wenn } i \neq j \end{cases} \quad (2.25)$$

Entsprechend kennzeichnen die Indizes i und j die Raumrichtungen im kartesischen Koordinatensystem (x, y, z) . In Komponentenschreibweise ergibt sich der viskose Spannungstensor aus Gleichung (2.24) unter Berücksichtigung von Gleichung (2.25) zu:

$$\tau_{ij} = \begin{cases} 2\mu\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{c}), & i = j \\ 2\mu\dot{\epsilon}_{ij}, & i \neq j \end{cases} \quad (2.26)$$

Die zugehörigen Komponenten des Verzerrungsgeschwindigkeitstensors lauten:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.27)$$

Für inkompressible Strömungen entfällt der zweite Term in Gleichung (2.26), sodass sich der viskose Spannungstensor vereinfacht zu:

$$\tau_{ij} = 2\mu\dot{\epsilon}_{ij} \quad (2.28)$$

Werden zusätzlich viskose Effekte vernachlässigt, reduziert sich die allgemeine Impulserhaltung aus Gleichung (2.23) zur sogenannten EULER-Gleichung. In vektorieller Form resultiert:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + (\mathbf{c} \cdot \nabla) \mathbf{c} \right] = \mathbf{f} - \nabla p \quad (2.29)$$

Für eine vollständige Beschreibung der Strömung ist neben der Massen- und Impulserhaltung auch die Energieerhaltung zu berücksichtigen. Diese wird durch die thermische Energiegleichung beschrieben, deren Herleitung ausführlich in [83] dargelegt ist. Sie lässt sich in folgender Form zusammenfassen:

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{c} \cdot \nabla) T \right] = \nabla \cdot (\lambda_{\text{th}} \nabla T) + \beta_{\text{th}} T \left[\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{c} \cdot \nabla) p \right] + \Phi_{\text{Diss}} \quad (2.30)$$

Dabei bezeichnet T die Temperatur, c_p die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck, λ_{th} die Wärmeleitfähigkeit und β_{th} den thermischen Ausdehnungskoeffizient. Die Dissipationsfunktion Φ_{Diss} beschreibt zudem die irreversible Umwandlung kinetischer Energie in Wärme infolge viskoser Reibung innerhalb des Fluids. Unter der Annahme einer inkompressiblen und isothermen Strömung entfällt die Notwendigkeit zur Berücksichtigung der Gleichung (2.30). Aus diesem Grund wird sie im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter betrachtet.

2.2.1 Turbulenzmodellierung

Technische Strömungen sind in der Regel turbulent, das heißt, sie weisen eine dreidimensionale, instationäre und nicht periodische Struktur auf, deren Eigenschaften zeitlich und räumlich stark variieren [54]. Die zuvor dargestellten Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie erfassen sämtliche relevanten Skalen dieser turbulenten Strömungen, erfordern für eine „Direkte Numerische Simulation“ (DNS) jedoch eine äußerst feine räumliche und zeitliche Diskretisierung des Berechnungsgebiets. Für praxisrelevante Anwendungen ist dies mit der derzeit verfügbaren Rechenleistung in der Regel nicht umsetzbar, sodass in der numerischen Strömungsmechanik typischerweise Modellierungsansätze zum Einsatz kommen. Im Folgenden wird die Turbulenzmodellierung anhand des kommerziellen CFD-Solvers *ANSYS Fluent* erläutert, dessen zugrunde liegende Modellierungsansätze in [5] detailliert beschrieben sind.

Zur Beschreibung turbulenter Strömungen kommt im Rahmen der RANS-Methodik (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) eine zeitliche Mittelung der grundlegenden Erhaltungsgleichungen zum Einsatz. Die Methode basiert dabei auf der Zerlegung der Strömungsgrößen, bspw. der Geschwindigkeit, in einen zeitlich gemittelten Anteil $\bar{\mathbf{c}}$ sowie eine zeitlich schwankende Fluktuationskomponente \mathbf{c}' , ausgedrückt durch:

$$\mathbf{c} = \bar{\mathbf{c}} + \mathbf{c}' \quad (2.31)$$

Die Anwendung dieser Zerlegung auf die Massenerhaltung für inkompressible Strömungen aus Gleichung (2.22) führt zu einem formal identischen Ausdruck, der jedoch über die gemittelte Geschwindigkeit definiert ist. Wird dieselbe Zerlegung dagegen in die Navier-Stokes-Gleichung (2.23) eingesetzt, so lässt sich die gemittelte Impulsbilanz formulieren. Zur besseren Lesbarkeit wird dabei im Folgenden auf die explizite Kennzeichnung der gemittelten Größen durch ein Mittelungszeichen, mit Ausnahme der Geschwindigkeitsfluktuation, verzichtet. Für eine inkompressible Strömung resultiert:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} + (\mathbf{c} \cdot \nabla) \mathbf{c} \right] = \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{c} + \nabla \cdot (-\rho \overline{\mathbf{c}' \mathbf{c}'}) \quad (2.32)$$

Die so erhaltenen Gleichungen werden als URANS-Gleichungen (*Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) bezeichnet. Der Term $-\rho \overline{\mathbf{c}' \mathbf{c}'}$ in Gleichung (2.32) stellt den sogenannten Reynolds-Spannungstensor dar, der aufgrund der Mittelung des nichtlinearen konvektiven Terms entsteht und mit Hilfe geeigneter Turbulenzmodelle approximiert werden muss. Die Schließung der URANS-Gleichungen erfolgt daher durch Modellierung dieses Tensors gemäß der BOUSSINESQ-Approximation. Dabei wird angenommen, dass die turbulenten Schubspannungen proportional zu den Verzerrungsgeschwindigkeiten der

gemittelten Strömung sind – analog zur Definition des viskosen Spannungstensors bei Newton'schen Fluiden. Für inkompressible Strömungen gilt:

$$-\rho \overline{\mathbf{c}'\mathbf{c}'} = 2\mu_t \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \frac{2}{3}\rho k \boldsymbol{\delta} \quad (2.33)$$

Hierbei bezeichnet k die turbulente kinetische Energie und μ_t die turbulente Viskosität. Letztere ergänzt die molekulare Viskosität, sodass sich für die effektive Viskosität μ_{eff} die folgende Beziehung ergibt:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t \quad (2.34)$$

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird zur Modellierung turbulenter Strömungen das *Realizable- k - ε* -Modell nach Shih et al. [87] verwendet. Das Modell berücksichtigt sowohl die turbulente kinetische Energie k als auch deren Dissipationsrate ε in Form von separaten Transportgleichungen. Ein wesentlicher Unterschied zum Standard- k - ε -Modell liegt hierbei in der Berechnung der turbulenten Viskosität, die allgemein über einen Modellparameter C_μ erfolgt. Es ergibt sich der folgende Ausdruck:

$$\mu_t = \rho \frac{k^2}{\varepsilon} C_\mu \quad (2.35)$$

Im Gegensatz zum Standard- k - ε -Modell wird der Modellparameter im *Realizable- k - ε* -Modell jedoch nicht als Konstante, sondern als Funktion der lokalen Strömungsverhältnisse beschrieben. Eine ausführliche Erläuterung zur Modellierung von C_μ findet sich in [5]. Die im Modell verwendeten Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und die Dissipationsrate ε ergeben sich darauf aufbauend zu:

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla k \right) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k - \rho \varepsilon + S_k \quad (2.36)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla \varepsilon \right) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + S_\varepsilon \quad (2.37)$$

Dabei entspricht ν der kinematischen Viskosität. Der Term G_k beschreibt zudem die Produktion turbulenter kinetischer Energie infolge der Wechselwirkung mit den mittleren Geschwindigkeitsgradienten und ist in Komponentenschreibweise wie folgt definiert:

$$G_k = \mu_t \left(\frac{\partial c_i}{\partial x_j} + \frac{\partial c_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial c_i}{\partial x_j} \quad (2.38)$$

Die zusätzlichen Quellterme S_k und S_ε aus Gleichung (2.36) bzw. (2.37) sind benutzerdefiniert konfigurierbar und ermöglichen die Einbeziehung spezifischer physikalischer Effekte, während für die Modellkonstante C_1 folgender Wert festgelegt wird:

$$C_1 = \max\left(0, 43; \frac{\eta}{\eta + 5}\right) \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{Sk}{\varepsilon} \quad (2.39)$$

Der Schergeschwindigkeitsinvariant S ist hierbei als skalare Größe formuliert und quantifiziert die Stärke der Deformation bzw. Scherung in der Strömung. In Komponentenschreibweise ergibt sich:

$$S = \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}} \quad (2.40)$$

Die weiteren Modellkonstanten sind mit $C_2 = 1,9$, $\sigma_k = 1,0$ und $\sigma_\varepsilon = 1,2$ festgelegt. Das *Realizable-k- ε* -Modell wird in der vorliegenden Arbeit in Kombination mit der Standard-Wandfunktion verwendet, was eine numerisch effiziente Modellierung der wandnahen Strömung ohne explizite Auflösung der viskosen Unterschicht ermöglicht. Die Wandfunktion basiert dabei auf einem logarithmischen Geschwindigkeitsprofil, das auf empirisch gewonnenen Gesetzmäßigkeiten beruht und eine vereinfachte Beschreibung der Strömung in wandnahen Bereichen erlaubt. Für eine korrekte Anwendung des Modells muss die erste Gitterzelle im logarithmischen Wandbereich liegen, was durch einen dimensionslosen Wandabstand von $y^+ > 30$ sichergestellt wird. Eine ausführliche Darstellung der zugrunde liegenden Methodik findet sich in [5].

2.3 Potentialströmungen

Die Physik von Potentialströmungen wird allgemein durch eine rotationsfreie und reibungsfreie Fluidbewegung definiert [47]. Um den Sachverhalt der ersten zentralen Eigenschaft mathematisch zu beschreiben, wird zunächst der Begriff der Vortizität ζ eingeführt. Die Vortizität charakterisiert die lokale Wirbelstärke innerhalb eines Strömungsfeldes und stellt ein Maß für die Intensität der Eigenrotation von infinitesimalen Fluidelementen dar [48]. In rotationsfreien Strömungen – wie sie für Potentialströmungen charakteristisch sind – ist die Vortizität per Definition null. Es gilt:

$$\zeta = \text{rot } \mathbf{c} = \nabla \times \mathbf{c} = 0 \quad (2.41)$$

Die zweite zentrale Eigenschaft im Modell der Potentialströmungen stellt die Reibungsfreiheit dar. In diesem Zusammenhang spielt die dimensionslose Reynolds-Zahl eine zentrale

Rolle, da sie das Verhältnis von Trägheits- zu Reibungskräften beschreibt. Sie dient der Klassifikation von Strömungen und ist definiert durch:

$$Re = \frac{\rho c l_{\text{char}}}{\mu} \quad (2.42)$$

wobei l_{char} die charakteristische Bezugslänge bezeichnet.

Viskose Effekte treten bei Strömungen vorwiegend in einem dünnen Bereich nahe den Festkörpergrenzflächen auf, der als Grenzschicht bezeichnet wird. Ihre Ausbildung ist eine unmittelbare Folge der Haftbedingung, wonach sich die Geschwindigkeit des Fluids an der Wand auf Null reduziert. Aufgrund der hieraus resultierenden starken Geschwindigkeitsgradienten wirken innerhalb der Grenzschicht erhebliche Scherkräfte, während diese in der angrenzenden Außenströmung weitgehend vernachlässigt werden können [83]. Dementsprechend lässt sich das Strömungsfeld in zwei charakteristische Bereiche gliedern: die nahezu reibungsfreie Außenströmung und die Grenzschicht, in der viskose Effekte dominieren. Die Ausdehnung der Grenzschicht hängt dabei maßgeblich von der Viskosität des Mediums ab [83]. Im Rahmen der Potentialtheorie erfolgt eine idealisierte Betrachtung des Grenzfalls $Re \rightarrow \infty$, bei dem die Trägheitskräfte die Reibungskräfte dominieren. In diesem Grenzfall gilt die Grenzschicht als unendlich dünn und viskose Effekte bleiben ohne bedeutenden Einfluss [89]. Da die Haftbedingung unter dieser Annahme nicht mehr erfüllt werden kann, kommt stattdessen eine kinematische Randbedingung (Schlupfbedingung) zur Anwendung [31, 89]. Diese verhindert eine Durchdringung der Festkörpergrenzflächen, gestattet jedoch eine endliche Tangentialgeschwindigkeit entlang der Wand.

Zusätzlich zu den beschriebenen zentralen Eigenschaften von Potentialströmungen erfolgt im Rahmen dieser Arbeit die Annahme einer inkompressiblen Strömung ($\rho = \text{const.}$), wie sie für Mach-Zahlen $Ma < 0,3$ typisch ist. Damit reduziert sich die allgemeine Massenerhaltung aus Gleichung (2.21) auf die bereits eingeführte inkompressible Form aus Gleichung (2.22).

Nach dem HELMHOLTZ-Theorem, das ausführlich in [105] beschrieben ist, lässt sich jedes stetig differenzierbare und hinreichend glatte Vektorfeld als Summe eines rotationsfreien und eines divergenzfreien Anteils darstellen. Diese Zerlegung ist insbesondere in der Strömungsmechanik von großer Bedeutung, da sie die Analyse komplexer Strömungsfelder vereinfacht. Gemäß dem zugrunde liegenden Theorem lässt sich das Geschwindigkeitsfeld demnach als Überlagerung eines rotationsfreien Anteils, der durch den Gradienten eines skalaren Geschwindigkeitspotentials Φ beschrieben wird, sowie eines divergenzfreien Anteils, der der Rotation eines vektoriiellen Geschwindigkeitspotentials ψ entspricht, darstellen:

$$\mathbf{c} = \nabla\Phi + \nabla \times \psi \quad (2.43)$$

Unter der Annahme einer rotationsfreien Strömung (vgl. Gleichung (2.41)) vereinfacht sich diese Darstellung zu:

$$\mathbf{c} = \nabla\Phi \quad (2.44)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (2.44) in die Massenerhaltung für inkompressible Strömungen aus Gleichung (2.22) ergibt sich:

$$\nabla \cdot \mathbf{c} = \nabla \cdot \nabla\Phi = \Delta\Phi = 0$$

bzw.

$$\nabla^2\Phi = 0 \quad (2.45)$$

Diese Gleichung ist als Potentialgleichung bzw. LAPLACE-Gleichung bekannt und stellt eine lineare partielle Differentialgleichung dar. Aufgrund ihrer Linearität gilt für diese Gleichung das Superpositionsprinzip: Erfüllen die einzelnen Elementarströmungen jeweils die Laplace-Gleichung, so ergibt auch deren Summe eine zulässige Lösung:

$$\nabla^2 \left(\sum_{k=1}^N \Phi_k \right) = \sum_{k=1}^N \nabla^2 \Phi_k = 0 \quad (2.46)$$

Dabei steht Φ_k für das k -te Elementarpotential. Auf dieser Grundlage lassen sich komplexe Strömungsfelder durch Überlagerung einzelner Lösungen analytisch erfassen.

2.3.1 Elementare Potentialströmungen

Im Folgenden werden die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten elementaren Lösungen der Potentialgleichung (2.45) vorgestellt. Dazu zählen insbesondere die Parallelströmung (Translationsströmung), Quellen und Senken, die Dipolströmung sowie der Potentialwirbel. Eine ausführliche Darstellung dieser Strömungsformen findet sich in der einschlägigen Literatur, bspw. in [47, 24, 85, 110, 96].

Parallelströmung

Die einfachste Form der Potentialströmung ist die Parallelströmung (Translationsströmung). Sie ist durch ein räumlich konstantes Geschwindigkeitsfeld mit fester Strömungsrichtung charakterisiert. Für das Potential einer Parallelströmung mit den Geschwindigkeitskomponenten u, v, w gilt in kartesischen Koordinaten (x, y, z) :

$$\Phi_{\text{Parallel}}(x, y, z) = ux + vy + wz \quad (2.47)$$

Durch die räumliche Ableitung des Potentials ergibt sich das zugehörige Geschwindigkeitsfeld zu:

$$\mathbf{c}_{\text{Parallel}} = (c_x, c_y, c_z)^T = (u, v, w)^T \quad (2.48)$$

Quellen und Senken

Eine Quelle ist durch eine radiale Ausströmung definiert, die von einem Punkt aus gleichmäßig in alle Raumrichtungen erfolgt. Das zugehörige Potential lässt sich in sphärischen Koordinaten (r, θ, φ) wie folgt ausdrücken:

$$\Phi_{\text{Quelle}}(r) = \frac{-\sigma}{4\pi r} \quad (2.49)$$

wobei das Potential radialsymmetrisch ist, das heißt unabhängig von θ und φ . Der Parameter $\sigma = \text{const.}$ bezeichnet die Quellstärke und stellt ein Maß für den von der Quelle freigesetzten Volumenstrom dar [24]. Der Abstand zum Ursprung der Quelle wird dabei durch die radiale Koordinate r beschrieben. Für die Geschwindigkeitskomponenten ergibt sich:

$$\mathbf{c}_{\text{Quelle}} = (c_r, c_\theta, c_\varphi)^T = \left(\frac{\sigma}{4\pi r^2}, 0, 0 \right)^T \quad (2.50)$$

Aus Gleichung (2.50) folgt, dass die radiale Geschwindigkeitskomponente c_r umgekehrt proportional zum Quadrat der radialen Koordinate r ist. Im Grenzfall $r \rightarrow 0$ wird diese somit unbeschränkt groß und weist mathematisch ein singuläres Verhalten auf.

Die Betrachtung einer Quelle im Punkt P_0 mit Ortsvektor $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ lässt sich in Anlehnung an Gleichung (2.49) auch im kartesischen Koordinatensystem (x, y, z) formulieren. Dabei entspricht die radiale Koordinate r dem Betrag des Abstandsvektors $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0$, also $r = |\mathbf{r}|$. Das zugehörige Potential lautet:

$$\Phi_{\text{Quelle}}(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\sigma(x_0, y_0, z_0)}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{1/2}} dS \quad (2.51)$$

Im vorliegenden Fall erfolgt die Darstellung dabei in Form eines Integrals über ein abgegrenztes Flächenelement S , das bspw. durch ein Panel repräsentiert wird.

Das Konzept einer Quelle wird exemplarisch im Schnitt bei $z = \text{const.}$, das heißt in der x - y -Ebene, in Abbildung 2.10a veranschaulicht. Ergänzend zu den Stromlinien $\Psi = \text{const.}$ sind darin auch die zugehörigen Potentiallinien $\Phi = \text{const.}$ dargestellt. Diese verlaufen orthogonal zu den Stromlinien [48]. In Abbildung 2.10b ist zudem der Verlauf der radialen Geschwindigkeit c_r in Abhängigkeit von der radialen Koordinate r dargestellt.

Die zuvor aufgeführten Gleichungen lassen sich in äquivalenter Weise auf Senken anwenden.

Im Unterschied zu einer Quelle weist eine Senke einen negativen Volumenstrom auf, das heißt, die Strömung konvergiert zu einem definierten Punkt [24]. Für das Potential einer Senke in sphärischen Koordinaten (r, θ, φ) gilt:

$$\Phi_{\text{Senke}}(r) = \frac{\sigma}{4\pi r} \quad (2.52)$$

wobei das Potential analog zur Quelle radialsymmetrisch ist und somit ausschließlich von der radialen Koordinate r abhängt.

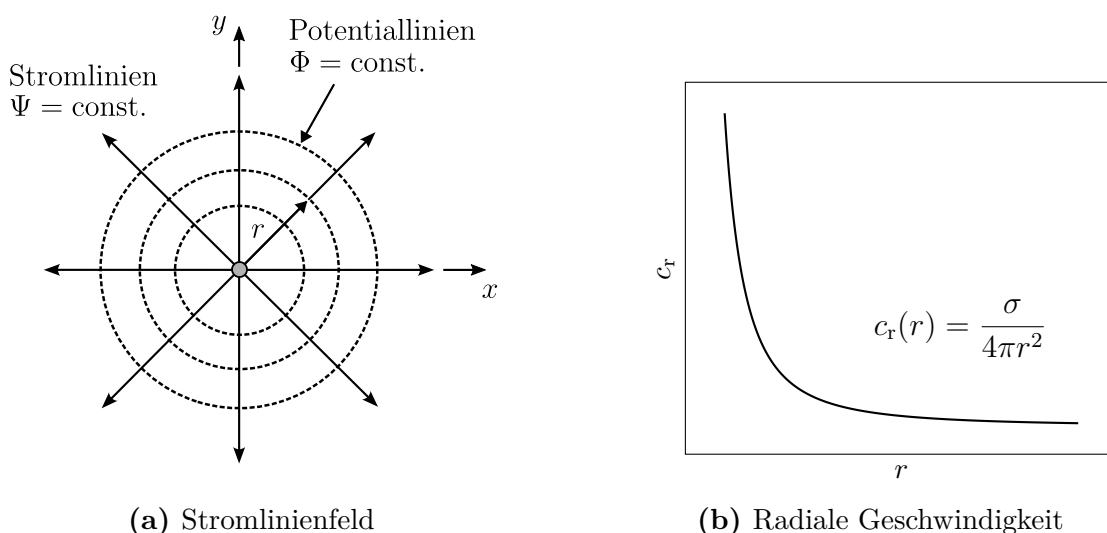


Abb. 2.10: Dreidimensionale Quelle im Schnitt bei $z = \text{const.}$ (x - y -Ebene), in Anlehnung an [96]

Dipolströmungen

Eine Dipolströmung stellt den Grenzfall der Überlagerung einer Quelle und einer gleichstarken Senke dar. In Abbildung 2.11a sind die Stromlinienfelder beider Einzelströmungen schematisch dargestellt. Die Anordnung erfolgt in einer Schnittebene bei $z = \text{const.}$ in der x - y -Ebene, wobei die beiden Singularitäten einen Abstand d zueinander aufweisen. Die resultierende Dipolströmung entsteht im Grenzfall $d \rightarrow 0$ durch die Annäherung beider Singularitäten. Die zugehörigen charakteristischen Merkmale dieser Strömung sind in Abbildung 2.11b illustriert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird an dieser Stelle auf die Darstellung der Potentiallinien verzichtet.

Dipolströmungen weisen im Gegensatz zu Quellen bzw. Senken keine radiale Symmetrie auf, weshalb das Potential eine Richtungsabhängigkeit aufweist. Das Potential eines Dipols in sphärischen Koordinaten (r, θ, φ) resultiert zu:

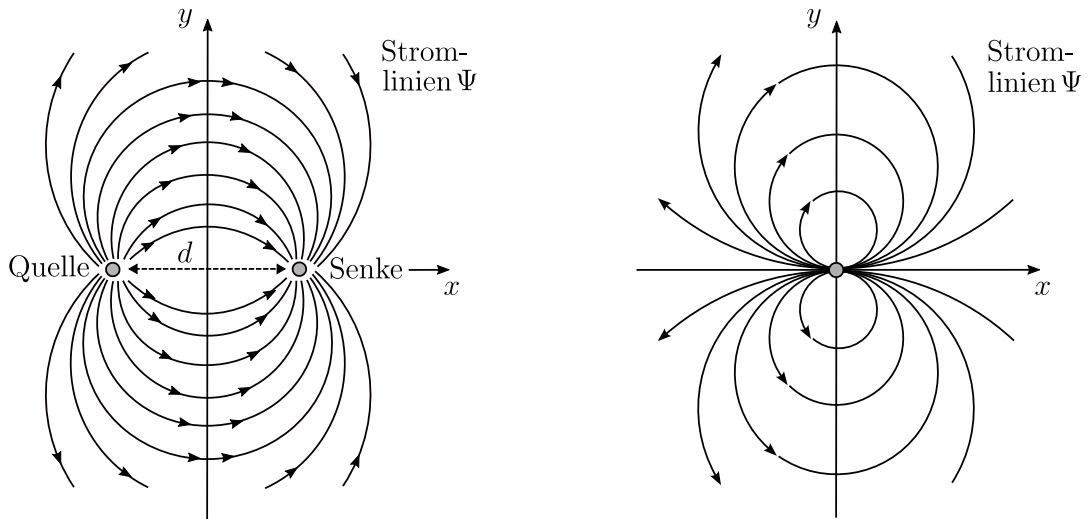
$$\Phi_{\text{Dipol}}(r, \theta, \varphi) = \frac{-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r}}{4\pi r^3} \quad (2.53)$$

Dabei bezeichnet $\boldsymbol{\mu}$ das Dipolmoment. Ein Dipol mit einem exemplarisch entlang der globalen z -Achse ausgerichteten Dipolmoment $\boldsymbol{\mu} = (0, 0, \mu)^T$ mit Dipolstärke μ besitzt das Potential:

$$\Phi_{\text{Dipol}}(r, \theta) = \frac{-\mu \cos(\theta)}{4\pi r^2} \quad (2.54)$$

Aus dem Gradienten des Geschwindigkeitspotentials ergeben sich dadurch die folgenden Komponenten des Geschwindigkeitsfelds:

$$\mathbf{c}_{\text{Dipol}} = (c_r, c_\theta, c_\varphi)^T = \left(\frac{\mu \cos(\theta)}{2\pi r^3}, \frac{\mu \sin(\theta)}{4\pi r^3}, 0 \right)^T \quad (2.55)$$



(a) Stromlinienfeld einer Kombination aus Quelle und Senke im Abstand d

(b) Stromlinienfeld eines Dipols

Abb. 2.11: Entstehung eines Dipols, in Anlehnung an [24, 96]

In Anlehnung an Gleichung (2.53) kann das Potential im kartesischen Koordinatensystem (x, y, z) formuliert werden. Es gilt:

$$\Phi_{\text{Dipol}}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \mathbf{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) \quad (2.56)$$

wobei \mathbf{n} den Normalenvektor (Richtungsvektor des Dipolmoments) beschreibt. Aufgrund der fehlenden radialen Symmetrie erfordert auch Gleichung (2.56) eine separate Betrachtung entlang der jeweiligen Raumrichtung. Für einen im Punkt P_0 mit Ortsvektor $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ lokalisierten Dipol mit einem entlang der globalen z -Achse ausgerichteten

Dipolmoment $\boldsymbol{\mu} = (0, 0, \mu)^\top$ ergibt sich der Beitrag zum Gesamtpotential durch Integration über ein Flächenelement S , bspw. einem Panel, zu:

$$\Phi_{\text{Dipol}}(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\mu(x_0, y_0, z_0)(z - z_0)}{\left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2\right]^{\frac{3}{2}}} dS \quad (2.57)$$

Diese Vorgehensweise lässt sich analog auf die x - und y -Richtung übertragen, wird an dieser Stelle jedoch nicht weiter ausgeführt.

Potentialwirbel und Wirbelring

Der Potentialwirbel stellt eine fundamentale zweidimensionale Elementarströmung zur Beschreibung von Wirbelstrukturen in potentialtheoretischen Ansätzen dar und ist in Abbildung 2.12a veranschaulicht. Im Gegensatz zu realen Wirbelstrukturen, deren Strömungsfelder maßgeblich von Rotation und viskosen Effekten geprägt sind, ist die Strömung des Potentialwirbels aufgrund der idealisierten Konzentration der gesamten Zirkulation auf einen infinitesimalen Kern außerhalb dieses Kerns rotationsfrei [24]. Diese Rotationsfreiheit bewirkt, dass sich die Fluidteilchen entlang geschlossener Stromlinien bewegen, deren Verlauf tangential zur Drehachse ausgerichtet ist [47].

Das Potential eines Potentialwirbels lässt sich in Polarkoordinaten (r, φ) durch folgende Beziehung beschreiben:

$$\Phi_{\text{Potentialwirbel}}(\varphi) = -\frac{\Gamma}{2\pi}\varphi \quad (2.58)$$

wobei Γ die Zirkulation des Potentialwirbels bezeichnet. Sie dient als Maß für die resultierende Wirbelstärke und ist als das Linienintegral des Geschwindigkeitsvektors entlang einer geschlossenen Kurve C definiert:

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{c} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.59)$$

Eine positive Zirkulation ($\Gamma > 0$) entspricht gemäß der allgemeinen Konvention dabei einem rechtsdrehenden Wirbel. Da der Azimutwinkel in Gleichung (2.58) aufgrund seiner Periodizität nicht eindeutig ist und $\varphi \equiv \varphi + 2\pi$ gilt, ist auch das Potential nicht eindeutig bestimmt. Beim vollständigen Umlauf des Wirbels ergibt sich daher ein Potentialsprung von Γ , sodass das Potential eine Verzweigung aufweist.

Ausgehend von Gleichung (2.58) lauten die zugehörigen Geschwindigkeitskomponenten des Potentialwirbels:

$$\mathbf{c}_{\text{Potentialwirbel}} = (c_r, c_\varphi)^\top = \left(0, -\frac{\Gamma}{2\pi r}\right)^\top \quad (2.60)$$

Diese Beziehung verdeutlicht, dass die Strömung ausschließlich in tangentialer Richtung erfolgt und die Geschwindigkeit mit zunehmender radialer Koordinate r gemäß $1/r$ abnimmt, wie in Abbildung 2.12b dargestellt. Der radiale Geschwindigkeitsanteil ist dagegen identisch null, was die Rotationsfreiheit des Strömungsfeldes zum Ausdruck bringt.

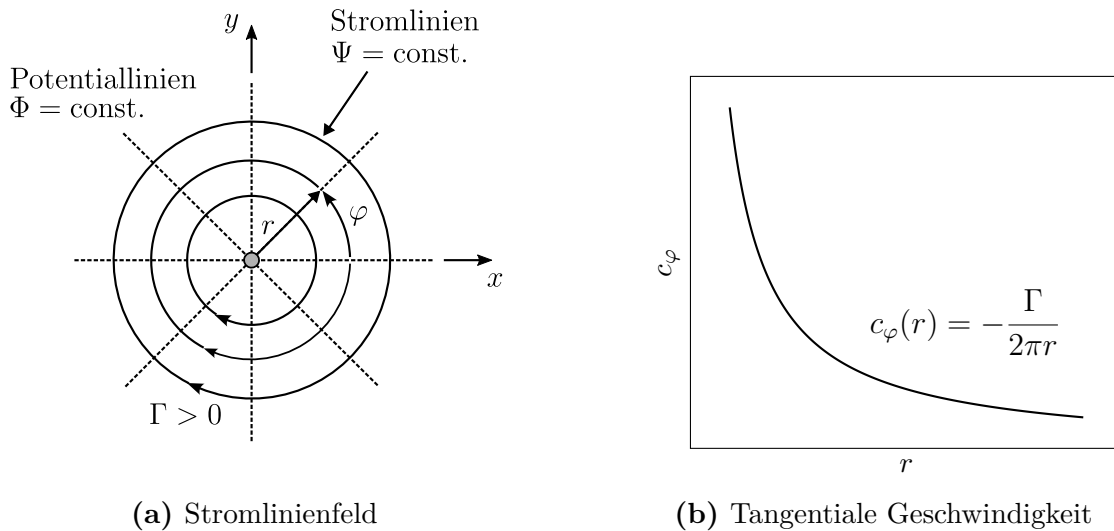


Abb. 2.12: Zweidimensionaler Potentialwirbel (x - y -Ebene), in Anlehnung an [96]

Analog zu den vorherigen Betrachtungen lässt sich das Potential eines Potentialwirbels, der sich im Punkt P_0 mit Ortsvektor $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0)^T$ befindet, in kartesischen Koordinaten (x, y) wie folgt formulieren:

$$\Phi_{\text{Potentialwirbel}}(x, y) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \operatorname{atan2}(y - y_0, x - x_0) \quad (2.61)$$

Der Übergang vom zweidimensionalen Potentialwirbel zur dreidimensionalen Betrachtung erfolgt über das Konzept der Wirbelröhre. Diese Wirbelröhren werden durch gekrümmte Wirbellinien begrenzt [47]. Die Charakteristik solcher Wirbelstrukturen lässt sich durch die HELMHOLTZ'schen Wirbelsätze erfassen, die für reibungsfreie und inkompressible Strömungen gelten. Die nachfolgende Darstellung orientiert sich an [50, 48, 47] und lautet:

1. Die Zirkulation entlang einer Wirbellinie oder Wirbelröhre bleibt unverändert, solange keine viskosen Einflüsse oder äußeren Kräfte auf das System wirken.
2. Wirbellinien werden von der Strömung mitgeführt, sodass Fluidelemente, die sich einmal auf einer Wirbellinie befinden, stets auf dieser verbleiben.
3. Wirbellinien enden nicht innerhalb des Fluids. Sie bilden entweder geschlossene Wirbelringe, verlaufen ins Unendliche oder enden auf der Oberfläche eines Festkörpers.

Darauf aufbauend lässt sich die von einem geradlinigen Wirbelfilament auf einen beliebigen Punkt P mit Ortsvektor \boldsymbol{x} im Strömungsfeld induzierte Geschwindigkeit durch das BIOT–SAVART-Gesetz beschreiben:

$$\boldsymbol{c}_{\text{ind}} = \frac{\Gamma}{4\pi} \int \frac{d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|^3} \quad (2.62)$$

Hierbei bezeichnet $d\boldsymbol{l}$ ein infinitesimales Linienelement eines Wirbelfilaments und \boldsymbol{r} den Abstandsvektor dieses Filamentelements zum Punkt P . Die Gleichung verdeutlicht, dass die Geschwindigkeit direkt proportional zur Zirkulation ist. Für ein geradliniges Wirbelstück zwischen den Punkten P_1 und P_2 werden die Abstandsvektoren von den Endpunkten des Filaments zum Beobachtungspunkt P mit $\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_1$ und $\boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_2$ bezeichnet. Die Integration von Gleichung (2.62) ergibt damit:

$$\Delta \boldsymbol{c}_{\text{ind}} = V_{\text{RS}} \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2|^2} (\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2) \cdot \left(\frac{\boldsymbol{r}_1}{|\boldsymbol{r}_1|} - \frac{\boldsymbol{r}_2}{|\boldsymbol{r}_2|} \right) \quad (2.63)$$

Dabei wird die Gleichung um den Regularisierungsfaktor V_{RS} ergänzt, um ein singuläres Verhalten bei kleinen Abständen zum Wirbelfilament zu vermeiden und so den unphysikalischen Anstieg der Geschwindigkeit zu glätten. Die Regularisierung erfolgt durch die Annahme eines endlichen Wirbelkerns, dessen innere Struktur verschiedene Modellansätze wie das Rankine-Wirbelmodell [79], das Lamb-Oseen-Wirbelmodell [53, 73] sowie das Vatisstas-Wirbelmodell [99] beschreiben. Die konkrete Formulierung der einzelnen Ansätze ist in Kapitel 3.1.7 näher erläutert.

Abbildung 2.13 zeigt schematisch die jeweils von einem geradlinigen Wirbelfilament auf einen zugeordneten Punkt P bzw. P^* induzierte Geschwindigkeit. Der orthogonale Abstand zwischen dem Filament und dem entsprechenden Punkt wird hierbei mit d bzw. d^* bezeichnet. Ergänzend ist in der Abbildung der Verlauf der tangentialen Geschwindigkeit als Funktion der radialen Koordinate r abgebildet. Zur Verdeutlichung der Unterschiede gegenüber dem nicht-regularisierten Verlauf ist darüber hinaus exemplarisch ein schematischer Vergleich mit den regularisierten Geschwindigkeitsprofilen aus den Wirbelmodellen veranschaulicht. Die Regularisierung tritt dabei innerhalb des viskosen Kerns mit Radius r_c auf. Der in der Abbildung dargestellte Wirbelring mit Zirkulationsstärke Γ erzeugt im Strömungsfeld zudem dieselbe induzierte Geschwindigkeit wie ein flächiger Dipol konstanter Stärke μ , sofern $\Gamma = \mu$ gilt [47]. Diese Äquivalenz ist insbesondere bei der späteren Betrachtung in der Panelmethode vorteilhaft, da sie eine Vereinfachung der Geschwindigkeitsanalyse ermöglicht.

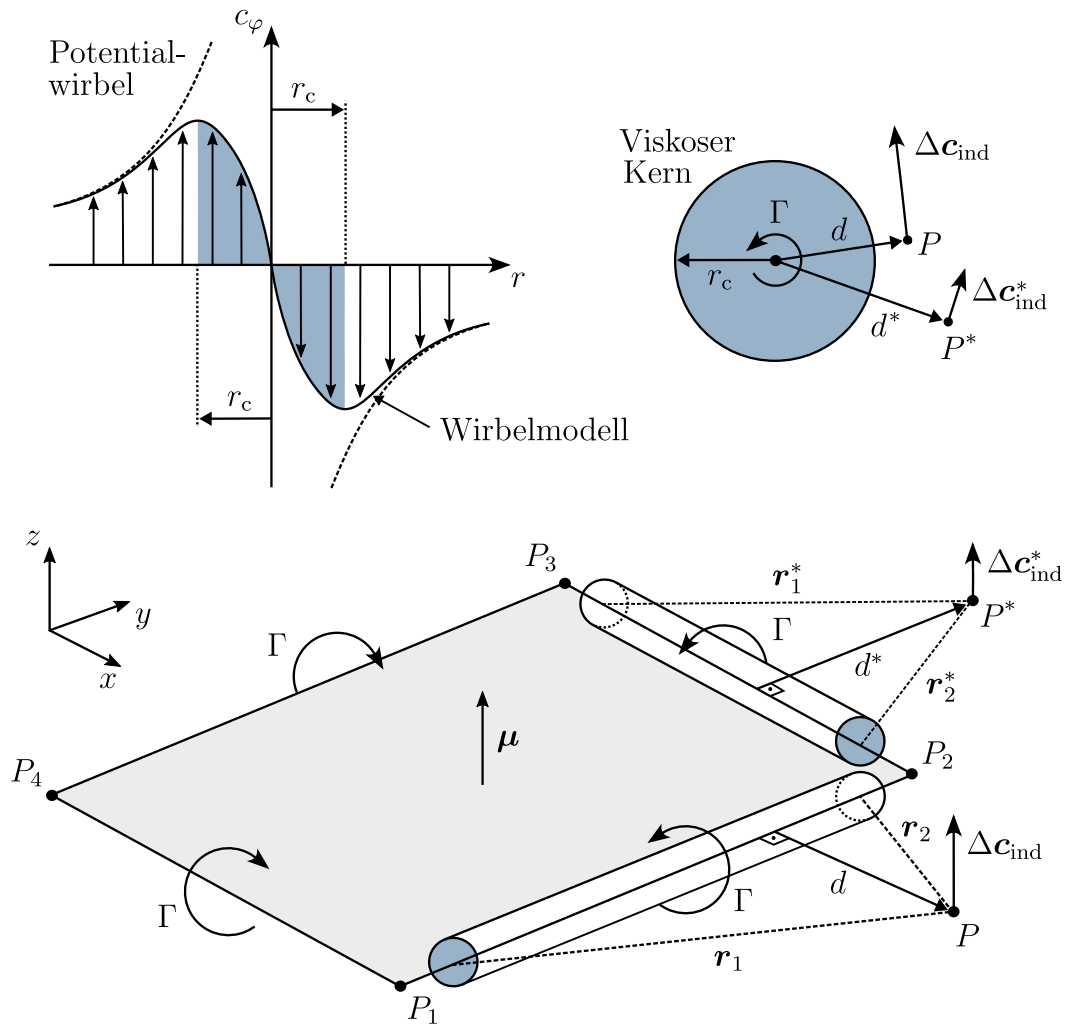


Abb. 2.13: Induzierte Geschwindigkeit eines geradlinigen Wirbelfilaments an einem Beobachtungspunkt

2.3.2 Randintegraldarstellung des Geschwindigkeitspotentials

Im weiteren Verlauf wird eine Randintegralform der Lösung der Laplace-Gleichung hergeleitet, wie sie im Rahmen der Panelmethode Anwendung findet. Die Herleitung basiert auf der Green'schen Identität und orientiert sich an der ausführlichen Darstellung von Katz und Plotkin [47], erfolgt hier jedoch in komprimierter Form.

Für die eindeutige Bestimmung des Geschwindigkeitspotentials sind zunächst geeignete physikalische Anforderungen festzulegen, welche die Eigenschaften der betrachteten Strömung vollständig beschreiben. Zwei Aspekte sind dabei von zentraler Bedeutung, wobei der erste das Verhalten der Strömung im Fernfeld betrifft. Diese Anforderung besagt, dass das Strömungsfeld in ausreichendem Abstand vom Körper keine durch diesen hervorgerufenen Störungen mehr aufweist und stetig in die ungestörte Anströmung übergeht. Entsprechend konvergiert der Gradient des Geschwindigkeitspotentials im Fernfeld gegen den

Geschwindigkeitsvektor der ungestörten Anströmung. Mathematisch lässt sich dies durch die folgende Gleichung beschreiben, in der \mathbf{x} den Ortsvektor des Beobachtungspunkts darstellt:

$$\lim_{|\mathbf{x}| \rightarrow \infty} (\nabla\Phi - \mathbf{c}_\infty) = \mathbf{0} \quad (2.64)$$

Die zweite fundamentale physikalische Anforderung betrifft die Komponente der Geschwindigkeit senkrecht zur Oberfläche des Körpers. Um ein Durchdringen der Oberfläche zu verhindern, darf die Strömung in Normalenrichtung demzufolge keine Geschwindigkeit aufweisen. Daraus ergibt sich:

$$\nabla\Phi \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.65)$$

Dies entspricht der NEUMANN-Randbedingung. In der vorliegenden Arbeit wird die kinematische Randbedingung jedoch nicht direkt in dieser Form formuliert, sondern im Rahmen einer indirekten DIRICHLET-Formulierung umgesetzt. Dabei wird das Potential im Inneren des Körpers als konstant angesetzt. Die auf der Körper- und Nachlauffläche definierten Quellen- und Dipolverteilungen werden anschließend so gewählt, dass die vorgegebene Randbedingung erfüllt ist.

Für die weitere Darstellung wird ein idealisierter dreidimensionaler Tragflügel betrachtet, dessen Profil- und Nachlaufoberfläche mit S_b bzw. S_w bezeichnet werden. Die zugehörige Geometrie ist schematisch in Abbildung 2.14 dargestellt und bildet zusammen mit den zuvor formulierten Anforderungen die Grundlage des betrachteten aerodynamischen Problems. Die Nachlauffläche modelliert dabei eine infinitesimal dünne Wirbelschicht, über die ein Potentialsprung zulässig ist. Damit wird die durch die abgelöste Zirkulation verursachte Diskontinuität des Potentials hinter dem Tragflügel beschrieben. Für die Herleitung erfolgt zudem die Annahme, dass sich sowohl die Tragflügeloberfläche als auch die Nachlaufoberfläche in einem unendlich ausgedehnten Volumen V befinden. Die äußere Begrenzung dieses Volumens ist durch die Fläche S_∞ gegeben. Die zugehörigen Normalenvektoren auf den Teiloberflächen S_b , S_w und S_∞ sind jeweils aus dem betrachteten Volumen heraus gerichtet. Die resultierende Oberfläche S setzt sich darauf aufbauend aus den einzelnen Teiloberflächen zusammen:

$$S = S_b + S_w + S_\infty \quad (2.66)$$

Zur Bestimmung des Geschwindigkeitspotentials an einem beliebigen Punkt P mit Ortsvektor $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ im Strömungsfeld (außerhalb der Randflächen) wird zunächst die zweite GREEN'sche Identität [15] herangezogen. Sie stellt eine Integrationsvorschrift dar, mit der sich ein Volumenintegral durch ein entsprechendes Oberflächenintegral ersetzen lässt. Das betrachtete Feld ergibt sich dabei aus einer geeigneten Kombination zweier

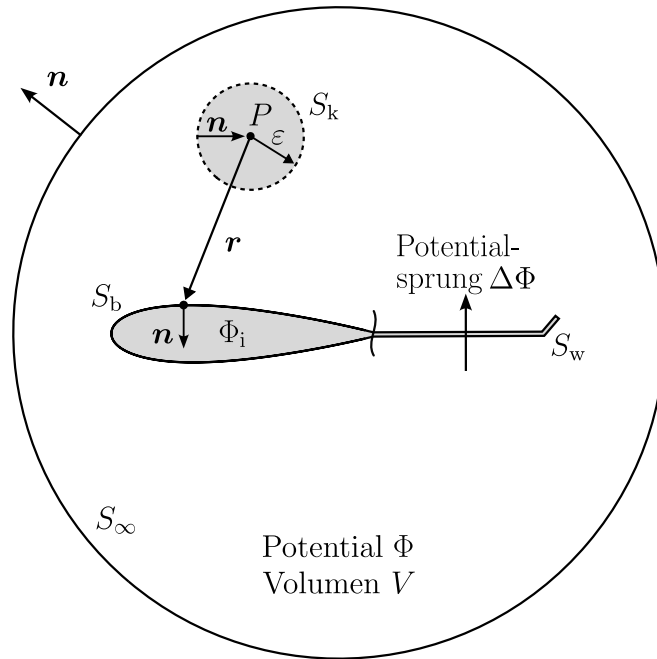


Abb. 2.14: Volumen zur Herleitung der integralen Form der Potentialgleichung, in Anlehnung an [47]

Potentialfunktionen Φ_1 und Φ_2 . Auf diese Weise lässt sich das aerodynamische Problem auf die Randflächen des Volumens V beschränken, sodass gilt:

$$\int_V \nabla \cdot (\Phi_1 \nabla \Phi_2 - \Phi_2 \nabla \Phi_1) dV = \int_{\partial V} (\Phi_1 \nabla \Phi_2 - \Phi_2 \nabla \Phi_1) \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.67)$$

Im weiteren Verlauf ist $\Phi_1 = \frac{1}{|\mathbf{r}|}$ als Potential einer dreidimensionalen Punktquelle zu verstehen, wobei $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0$ den Abstandsvektor zwischen Beobachtungspunkt und Integrationspunkt bezeichnet, während $\Phi_2 = \Phi$ das zu analysierende Strömungspotential im Volumen V bezeichnet. Um die Gültigkeit der Potentialgleichung im gesamten Volumen V zu gewährleisten, wird der in Abbildung 2.14 dargestellte Punkt P durch eine infinitesimale Kugel mit der Oberfläche S_k aus dem Integrationsgebiet ausgeschlossen. Diese Ausgrenzung verhindert eine Singularität im Integrationsgebiet und gewährleistet die eindeutige Definition der Potentialgleichung im verbleibenden Volumen. Daraus ergibt sich die folgende Umformung von Gleichung (2.67):

$$\int_{S+S_k} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \nabla \Phi - \Phi \nabla \frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \underbrace{\Delta \Phi}_{=0} - \Phi \underbrace{\Delta \frac{1}{|\mathbf{r}|}}_{=0} \right) dV = 0 \quad (2.68)$$

Dabei gilt $\Delta(1/|\mathbf{r}|) = 0$ für $|\mathbf{r}| \neq 0$, wobei die Singularität im Punkt P durch die ausgeschlossene Kugel berücksichtigt wird. Für die infinitesimale Kugeloberfläche mit Radius ε ($\varepsilon \rightarrow 0$) sei das Potential Φ im Punkt P glatt und stetig differenzierbar. Weiterhin sei der Gradient $\nabla\Phi$ in einer Umgebung von P beschränkt. Es existiert demnach eine Konstante $C > 0$ mit $|\nabla\Phi(\mathbf{x})| \leq C$ für alle $\mathbf{x} \in S_k$. Auf S_k gilt $|\mathbf{r}| = \varepsilon$, sodass für das Randintegral des ersten Terms über S_k folgende Abschätzung gilt:

$$\left| \int_{S_k} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \nabla\Phi \right) \cdot \mathbf{n} \, dS \right| \leq \frac{C}{\varepsilon} \int_{S_k} dS = \frac{C}{\varepsilon} (4\pi\varepsilon^2) = 4\pi C \varepsilon \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} 0 \quad (2.69)$$

Das Randintegral des ersten Terms verschwindet daher im Grenzübergang $\varepsilon \rightarrow 0$. Für den zweiten Term gilt mit $\nabla \frac{1}{|\mathbf{r}|} = -\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}$ und $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_r$ auf S_k , dass $\nabla \frac{1}{|\mathbf{r}|} \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{\varepsilon^2}$. Da Φ auf der infinitesimalen Kugel aufgrund seiner Stetigkeit in einer Umgebung von P durch $\Phi(P) + \mathcal{O}(\varepsilon)$ dargestellt werden kann, folgt:

$$\begin{aligned} \int_{S_k} \left(-\Phi \nabla \frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) \cdot \mathbf{n} \, dS &= -\frac{1}{\varepsilon^2} \int_{S_k} (\Phi(P) + \mathcal{O}(\varepsilon)) \, dS \\ &= -\frac{1}{\varepsilon^2} (4\pi\varepsilon^2\Phi(P) + \mathcal{O}(\varepsilon^3)) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} -4\pi\Phi(P) \end{aligned} \quad (2.70)$$

Daraus ergibt sich mit Gleichung (2.68) unter Berücksichtigung der Gleichungen (2.69) und (2.70) mit $P(x, y, z)$:

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \nabla\Phi - \Phi \nabla \frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) \cdot \mathbf{n} \, dS \quad (2.71)$$

Durch Ersetzen des Potentials Φ mit dem inneren Potential Φ_i lässt sich analog das Potential einer hypothetischen Strömung innerhalb von S_b formulieren. Da sich der betrachtete Punkt P außerhalb dieses inneren Strömungsgebiets befindet, ergibt sich kein Beitrag eines Singularitätsterms, sodass gilt:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{S_b} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \nabla\Phi_i - \Phi_i \nabla \frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) \cdot \mathbf{n} \, dS = 0 \quad (2.72)$$

Durch die Summation der Gleichungen (2.71) und (2.72) sowie die Zerlegung der Oberflächenintegrale über die einzelnen Oberflächen S_b , S_w und S_∞ lässt sich daraus der folgende Ausdruck ableiten:

$$\Phi(x, y, z) = \underbrace{\frac{1}{4\pi} \left[\int_{S_b+S_w} \mu \mathbf{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) dS - \int_{S_b} \sigma \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) dS \right]}_{\Phi'(x,y,z)} + \Phi_\infty(x, y, z) \quad (2.73)$$

Dabei beschreibt $\Phi'(x, y, z)$ das durch S_b und S_w hervorgerufene Störpotential. Die Differenz zwischen äußerem und innerem Potential definiert die Dipolstärke μ , während die Differenz der Normalenableitungen beider Potentiale die Quellenstärke σ charakterisiert:

$$-\mu = \Phi - \Phi_i \quad (2.74)$$

bzw.

$$-\sigma = \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} \quad (2.75)$$

Die Vorzeichenkonvention ergibt sich dabei aus der Orientierung des Normalenvektors. Auf der Nachlauffläche entspricht die Dipolstärke dem Potentialsprung zwischen den beiden Seiten der Wirbelschicht. Der Beitrag des Fernfeldrandintegrals über S_∞ kann in Gleichung (2.73) unter Anwendung der Fernfeldbedingung durch das Potential der ungestörten Strömung $\Phi_\infty(x, y, z)$ ersetzt werden. Dabei erfolgt die Annahme, dass S_∞ weit außerhalb von S_b und S_w liegt, während das Störpotential durch die beiden Teiloberflächen innerhalb des betrachteten Volumens erzeugt wird. Ferner wird angenommen, dass die Nachlaufströmung hinreichend dünn ist, sodass die Normalenkomponente der Geschwindigkeit über die Nachlaufoberfläche stetig ist, während ein Sprung in der tangentialen Geschwindigkeitskomponente zulässig bleibt [72]. Die Umsetzung der zuvor eingeführten Dirichlet-Randbedingung erfolgt schließlich durch die Vorgabe eines konstanten Gesamtpotentials auf der Innenseite der Körperoberfläche S_b , sodass gilt:

$$\Phi_i = (\Phi' + \Phi_\infty)_i = \text{const.} \quad (2.76)$$

Wird $\Phi_i = \Phi_\infty$ gesetzt und die Integraldarstellung für Punkte im Inneren von S_b ausgewertet, so ergibt sich folgende Randintegralgleichung:

$$\frac{1}{4\pi} \left[\int_{S_b+S_w} \mu \mathbf{n} \cdot \nabla \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) dS - \int_{S_b} \sigma \left(\frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) dS \right] = 0 \quad (2.77)$$

Zur Analyse der im weiteren Verlauf betrachteten Eigenschaften der Nachlaufstruktur wird zunächst das KUTTA-JOUKOWSKI-Auftriebtheorem herangezogen. Es beschreibt eine fundamentale Beziehung zwischen der Zirkulation um ein umströmtes Profil und der daraus resultierenden Auftriebskraft F'_A pro Längeneinheit der Spannweite im Rahmen einer zweidimensionalen inkompressiblen Potentialströmung [47, 85]. Daraus resultiert:

$$F'_A = \rho c_\infty \Gamma \quad (2.78)$$

Demnach ist für die Berechnung der Auftriebskraft eine eindeutig definierte Zirkulation um das Profil erforderlich. In der Potentialtheorie wird diese durch die sogenannte KUTTA-Bedingung festgelegt, welche die Zirkulation eindeutig bestimmt und gleichzeitig eine unphysikalische Geschwindigkeitssingularität an der Hinterkante verhindert [23, 47]. Im zweidimensionalen Fall wird die Kutta-Bedingung häufig durch die Forderung formuliert, dass die Strömung die (scharfe) Hinterkante mit endlicher Geschwindigkeit verlässt, was äquivalent dazu ist, dass die Wirbelstärke an der Hinterkante verschwindet:

$$\gamma_{\text{HK}} = 0 \quad (2.79)$$

Die Wirbelstärke pro Längeneinheit lässt sich zudem als Ableitung der Dipolstärke entlang der lokalen tangentialen Richtung s ausdrücken:

$$\gamma = -\frac{\partial\mu}{\partial s} \Rightarrow \left. \frac{\partial\mu}{\partial s} \right|_{\text{HK}} = 0 \quad (2.80)$$

Damit folgt, dass die tangentiale Ableitung der Dipolstärke an der Hinterkante verschwindet.

Bereits in der zweidimensionalen Theorie ist ein auftriebsbehaftetes Profil mit einer von der Hinterkante ausgehenden freien Wirbelschicht verknüpft, welche den tangentialen Geschwindigkeitssprung im Nachlauf trägt. In der dreidimensionalen Betrachtung tritt zusätzlich eine über die Spannweite veränderliche Zirkulationsverteilung $\Gamma(y)$ auf. Entsprechend ist auch der Nachlauf als räumlich ausgedehnte freie Wirbelschicht zu modellieren, welche die an der Hinterkante abgelöste und stromabwärts transportierte Zirkulation beschreibt [47]. Vor diesem Hintergrund ergibt sich für die Kutta-Bedingung entlang der Flügelhinterkante, dass der Potentialsprung $(\Delta\Phi)_{\text{w}}$ zwischen Ober- und Unterseite in den Nachlauf überführt wird. Dies ist in Abbildung 2.15 veranschaulicht. Mit den Dipolstärken μ_{o} und μ_{u} auf der Ober- bzw. Unterseite des Flügels sowie μ_{w} im Nachlauf ergibt sich für einen lokalen Flügelschnitt:

$$\mu_{\text{w}} + \mu_{\text{u}} - \mu_{\text{o}} = 0 \Rightarrow \mu_{\text{w}} = \mu_{\text{o}} - \mu_{\text{u}} \quad (2.81)$$

Analog ergibt sich für die in den Nachlauf übergehende lokale Zirkulation eines Flügelschnitts:

$$\Gamma_{\text{w}} = \Gamma_{\text{o}} - \Gamma_{\text{u}} = (\Delta\Phi)_{\text{w}} \quad (2.82)$$

Im Gegensatz zur festen Profilloberfläche bildet die freie Wirbelschicht des Nachlaufs keine materielle Grenzfläche aus. Daraus ergibt sich die Bedingung der Druckstetigkeit über der

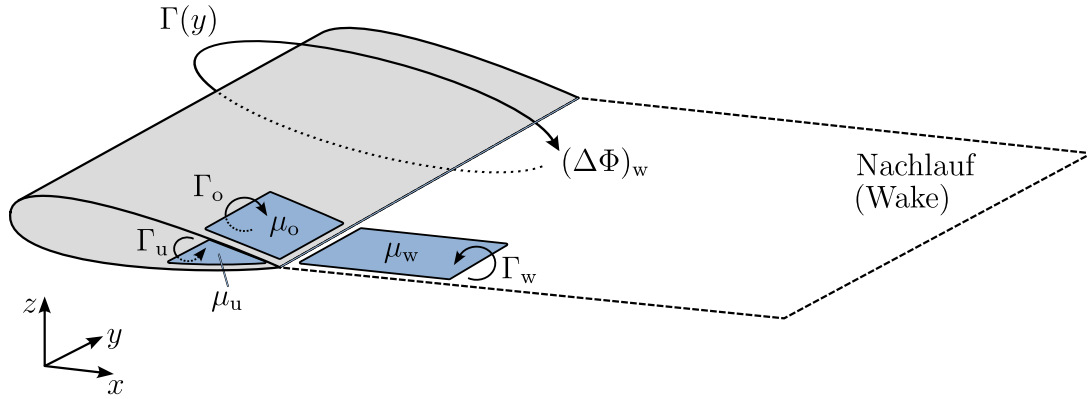


Abb. 2.15: Kutta-Bedingung an der Hinterkante eines dreidimensionalen Tragflügels, in Anlehnung an [47]

Wirbelschicht, sodass $\Delta p = p_o - p_u = 0$ gilt. Folglich werden über die Nachlaufschicht keine Druckkräfte übertragen. Unter dieser Voraussetzung resultiert für die Energiebilanz des kinetischen Anteils einer inkompressiblen Strömung:

$$\frac{\rho}{2} (c_o^2 - c_u^2) = 0 \quad (2.83)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \underbrace{(c_o + c_u)}_{c_m} (c_o - c_u) = 0 \quad (2.84)$$

Dabei bezeichnen c_o und c_u die Beträge der Geschwindigkeiten ober- bzw. unterhalb der Nachlaufschicht, während c_m den Betrag der mittleren Geschwindigkeit entlang der Nachlaufgrenze darstellt. Die Beziehung lässt sich unter Berücksichtigung von c_m in Vektorschreibweise wie folgt ausdrücken:

$$\mathbf{c}_m \cdot \nabla(\Delta\Phi)_w = 0 \quad (2.85)$$

Da der Geschwindigkeitsunterschied zwischen Ober- und Unterseite durch den Gradienten des Potentialsprungs beschrieben wird, folgt aus der Erhaltung der mittleren Geschwindigkeit entlang der Nachlaufgrenze, dass die Richtungsableitung des Potentialsprungs in Richtung der mittleren Strömung verschwindet. Damit bleibt der Potentialsprung – und somit auch die im Nachlauf mitgeführte Zirkulation – nach seiner Festlegung an der Hinterkante gemäß Gleichung (2.82) stromabwärts konstant. [23]

2.4 Widerstand in aerodynamischen Systemen

In aerodynamischen Systemen entstehen Verluste primär infolge des Strömungswiderstands, der mit einem Totaldruckverlust einhergeht und den Energiebedarf zur Aufrechterhaltung der Strömung signifikant erhöht [4]. Der Gesamtwiderstand eines umströmten Körpers setzt sich dabei aus verschiedenen Anteilen zusammen, wobei zu den Hauptkomponenten der Druckwiderstand $F_{W,D}$ – auch Formwiderstand genannt – sowie der Reibungswiderstand $F_{W,R}$ zählen. Während der Formwiderstand hauptsächlich aus Druckunterschieden entlang der Körperoberfläche resultiert, ist der Reibungswiderstand auf viskose Effekte in der Grenzschicht zurückzuführen.

Zur Analyse der zuvor eingeführten Widerstandskomponenten wird zunächst die reibungsfreie Umströmung eines zweidimensionalen Zylinders im Rahmen der Potentialtheorie herangezogen. Aufgrund des Superpositionsprinzips, das sich aus der Linearität der Laplace-Gleichung (2.46) ergibt, lässt sich die Zylinderumströmung als Überlagerung einer gleichförmigen Translationsströmung und einer symmetrischen Dipolströmung entgegengesetzter Orientierung modellieren [47, 110, 48]. Eine schematische Darstellung dieser Strömungskonfiguration ist in Abbildung 2.16 gegeben. Infolge der reibungsfreien Strömung stellt sich ein symmetrischer Umströmungsfall ein, bei dem sowohl auf der Vorder- als auch auf der Rückseite des Zylinders Staupunkte auftreten. Diese werden mit P_{S1} (vorderer Staupunkt) und P_{S2} (hinterer Staupunkt) bezeichnet. Vom vorderen Staupunkt ausgehend steigt die Strömungsgeschwindigkeit der Fluidteilchen zunächst kontinuierlich an und erreicht ein Maximum an der Zylinderoberfläche bei $P(0, y_{\max})$. Nach Überschreiten dieses Punkts nimmt die Strömungsgeschwindigkeit infolge der geometrisch bedingten Umströmung des Körpers erneut ab, wobei die Fluidteilchen ihre zuvor gewonnene kinetische Energie schrittweise in Druckenergie umwandeln. Aufgrund ihres hohen kinetischen Energieniveaus sind sie jedoch in der Lage, dem ansteigenden statischen Druck entgegenzuwirken und den hinteren Staupunkt zu erreichen, an dem ihre kinetische Energie vollständig in statischen Druck überführt wird. In der Konsequenz kompensieren sich die auf den Zylinder wirkenden Normal- und Tangentialkräfte vollständig, sodass weder eine resultierende Auftriebs- noch Widerstandskraft entsteht. Dieses Ergebnis steht jedoch im Widerspruch zur realen Strömungsphysik, in der selbst auftriebslose Körper einem endlichen Strömungswiderstand unterliegen – ein Phänomen, das als D’ALEMBERT’sches Paradoxon bekannt ist. [89]

Im Gegensatz dazu führt die Viskosität des Fluids in einer realen Strömung zu dissipativen Effekten innerhalb der Grenzschicht, die sich in Form tangential wirkender Schubspannungen und eines daraus resultierenden Reibungswiderstands äußern [85, 83]. Diese viskosen Effekte beeinflussen die Strömungsstruktur maßgeblich. Insbesondere wird die Strömung in der Grenzschicht derart verzögert, dass den Fluidteilchen in Wandnähe nicht mehr genügend kinetische Energie erhalten bleibt, um dem zunehmenden Druck in Richtung des hinteren Staupunkts entgegenzuwirken. In der Folge sinkt die Geschwindigkeit im

rückseitigen Bereich lokal auf null und kehrt sich stellenweise sogar um, was zur Ausbildung einer Rückströmung führt und die Ablösung der Grenzschicht von der Körperkontur bewirkt. An der Ablösestelle verschwinden dabei der Geschwindigkeitsgradient senkrecht zur Wand und die durch viskose Schubspannungen hervorgerufene Wandreibung. Aufgrund des entstehenden Totwassergebiets weist die resultierende Druckverteilung auf der Vorderseite des Körpers in der Konsequenz deutlich höhere Drücke auf als auf der Rückseite. Diese Asymmetrie führt zu einer Kraftkomponente entgegen der Anströmrichtung, die als Druckwiderstand (Formwiderstand) bezeichnet wird. [89, 86]

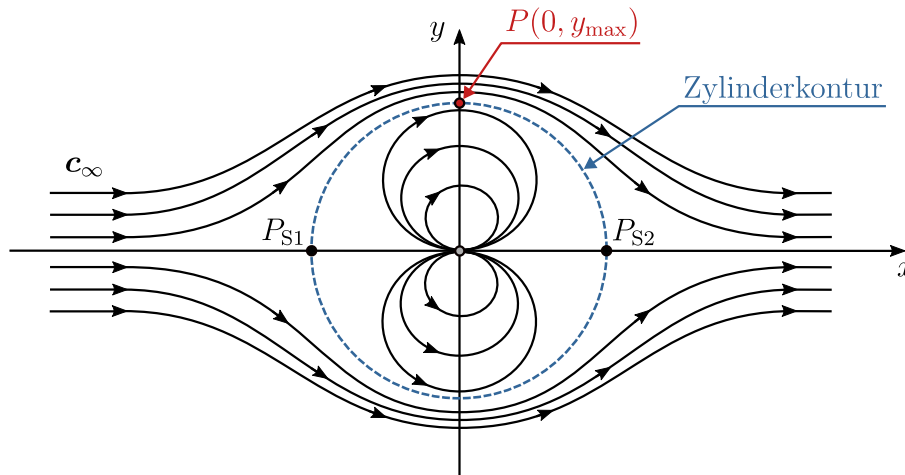


Abb. 2.16: Potentialströmung um einen Zylinder nach dem Superpositionsprinzip (Translation + Dipol), in Anlehnung an [110]

Die quantitativen Beiträge zum Form- und Reibungswiderstand ergeben sich durch Flächenintegration der auf der Körperoberfläche wirkenden Druck- und Schubspannungen. Dabei werden die jeweiligen Anteile der Oberflächenkräfte auf die Richtung der ungestörten Anströmung projiziert. Diese ist durch den Einheitsvektor $\mathbf{e} := \mathbf{c}_\infty / c_\infty$ definiert. Der Druckwiderstand ergibt sich in diesem Zusammenhang aus der Projektion der senkrecht zur Oberfläche wirkenden Druckkräfte und lässt sich in Integralform wie folgt darstellen:

$$F_{W,D} = - \int_A p(\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}) dA \quad (2.86)$$

wobei \mathbf{n} den nach außen vom Körper gerichteten Normalenvektor beschreibt. Analog folgt der Reibungswiderstand aus der Projektion der tangential zur Oberfläche wirkenden Schubspannung $\boldsymbol{\tau}_W$ auf die Anströmrichtung:

$$F_{W,R} = - \int_A (\boldsymbol{\tau}_W \cdot \mathbf{e}) dA \quad (2.87)$$

Eine Reduktion des Reibungswiderstands kann im Allgemeinen durch die Förderung einer laminaren Strömung innerhalb der Grenzschicht erreicht werden, während sich der Formwiderstand durch eine Verzögerung der Ablösung und die Verlagerung der Ablösestelle in Richtung der Körperhinterkante verringern lässt [110].

Neben den zuvor behandelten Widerstandskomponenten spielt der induzierte Widerstand $F_{W,ind}$ in dreidimensionalen aerodynamischen Systemen, insbesondere bei der Umströmung endlicher Tragflügel, eine zentrale Rolle. Im Gegensatz zum Form- und Reibungswiderstand ist er nicht an die viskosen Eigenschaften des Fluids gebunden, sondern tritt sowohl in realen als auch in idealisierten (reibungsfreien) Strömungen auf. Sein Auftreten ist auf die dreidimensionale Verteilung des Auftriebs entlang der Spannweite zurückzuführen, wie sie durch die PRANDTL'sche Traglinientheorie beschrieben wird. Diese Theorie basiert auf dem Kutta–Joukowski-Theorem und erlaubt die Bestimmung der Zirkulationsverteilung entlang der Spannweite. Eine ausführliche Darstellung findet sich in [4, 47, 84].

Bei endlichen Tragflügeln führt der Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite zu einem seitlichen Strömungsausgleich an den Flügelenden. Die Fluidteilchen strömen dabei von der Hochdruckseite (Unterseite) über die Flügelspitzen hinweg zur Niederdruckseite (Oberseite), was eine unmittelbare Umlenkung der Strömung zur Folge hat. Auf der Oberseite verlaufen die Stromlinien infolgedessen leicht nach innen, während sie auf der Unterseite nach außen abgelenkt werden. Dieser Effekt tritt besonders an der Flügelhinterkante hervor, da in diesem Bereich die entgegengesetzten Strömungen von Ober- und Unterseite zusammenlaufen. In Abbildung 2.17 ist dies exemplarisch anhand der oberen Stromlinie ① und der unteren Stromlinie ② dargestellt. Das Zusammenlaufen dieser entgegengesetzt gerichteten Strömungen führt im Bereich der Flügelhinterkante zur Ausbildung einer abgegrenzten Trennungsfläche, entlang derer ein deutlicher Geschwindigkeits- und Richtungsunterschied vorliegt. Daraus resultiert die Entstehung freier Wirbel an den Flügelenden, den sogenannten Randwirbeln (*Tip Vortices*), die eine endliche Zirkulation tragen und sich stromabwärts zu einer kohärenten Wirbelschleppe entwickeln. Gemeinsam mit dem entlang der Spannweite verlaufenden gebundenen Wirbel sowie dem im Unendlichen liegenden Anfahrwirbel bilden diese Randwirbel eine geschlossene Wirbelstruktur, wie sie im *Hufeisenwirbelmodell* idealisiert beschrieben wird (vgl. Abbildung 2.17). Die entstehende Wirbelstruktur induziert zudem eine Abwärtsgeschwindigkeit w_{ind} (*Downwash*), welche die effektive Anströmrichtung auf dem Tragflügel nach unten ablenkt. Infolge dieser Richtungsänderung wird der Auftriebsvektor \mathbf{F}_A um den induzierten Anstellwinkel α_{ind} nach hinten geneigt (\mathbf{F}_A^*), sodass eine Komponente in Strömungsrichtung entsteht. Dieses Phänomen resultiert in einem Impulsverlust in Strömungsrichtung und äußert sich aerodynamisch in Form des induzierten Widerstands. Die einzelnen Zusammenhänge sind in Abbildung 2.18 veranschaulicht. [47, 84, 4]

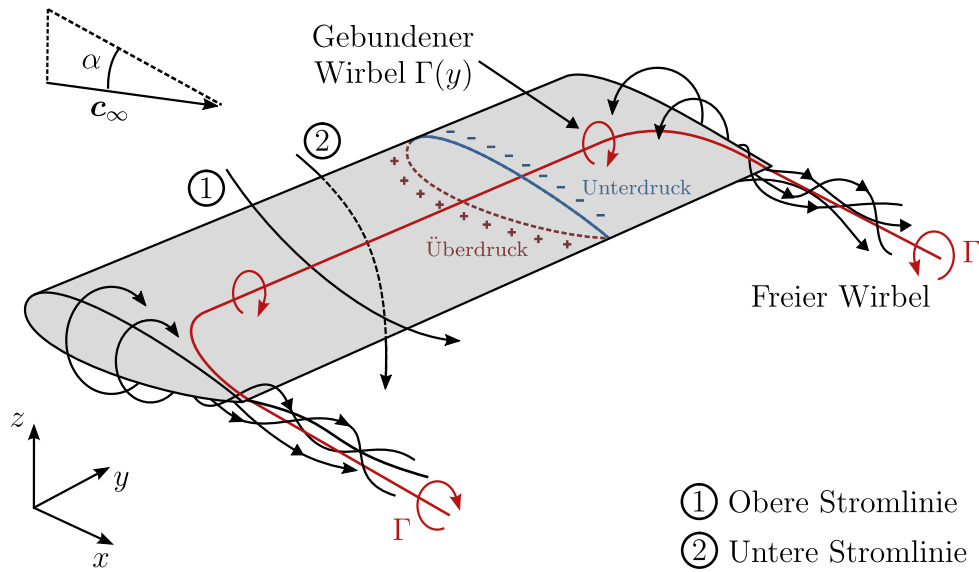


Abb. 2.17: Schematische Darstellung der Entstehung des Hufeisenwirbels am endlichen Tragflügel, in Anlehnung an [84]

Die durch die freien Wirbel hervorgerufene Abwärtsgeschwindigkeit ist im Allgemeinen wesentlich geringer als die ungestörte Anströmgeschwindigkeit. Unter dieser Annahme lässt sich der induzierte Anstellwinkel α_{ind} näherungsweise wie folgt ausdrücken:

$$\alpha_{\text{ind}} \approx \tan \alpha_{\text{ind}} = \frac{-w_{\text{ind}}}{c_\infty} \quad (2.88)$$

wobei w_{ind} den Betrag der induzierten Abwärtsgeschwindigkeit beschreibt. Daraus resultiert der effektive Anstellwinkel α_{eff} als Differenz zwischen dem geometrischen Anstellwinkel α_{geo} und dem induzierten Anteil:

$$\alpha_{\text{eff}} = \alpha_{\text{geo}} - \alpha_{\text{ind}} \quad (2.89)$$

In Übereinstimmung mit Abbildung 2.18 ergibt sich der Betrag des induzierten Widerstands durch die folgende Beziehung:

$$F_{W,\text{ind}} = F_A^* \cdot \sin(\alpha_{\text{ind}}) \approx F_A^* \cdot \alpha_{\text{ind}} \quad (2.90)$$

Basierend auf dem Kutta–Joukowski-Theorem kann diese Beziehung unter Einbeziehung von Gleichung (2.88) durch Integration der aus der Wirbelstruktur resultierenden Abwärts- geschwindigkeit über die Spannweite b verallgemeinert werden:

$$F_{W,\text{ind}} = \rho c_\infty \int_0^b \alpha_{\text{ind}}(y) \Gamma(y) dy = -\rho \int_0^b w_{\text{ind}}(y) \Gamma(y) dy \quad (2.91)$$

Dieser Zusammenhang bestätigt, dass die Größe des induzierten Widerstands maßgeblich durch die Zirkulationsverteilung entlang der Spannweite bestimmt wird. Das negative Vorzeichen stellt dabei sicher, dass die resultierende Kraftkomponente physikalisch korrekt entgegen der Anströmung wirkt.

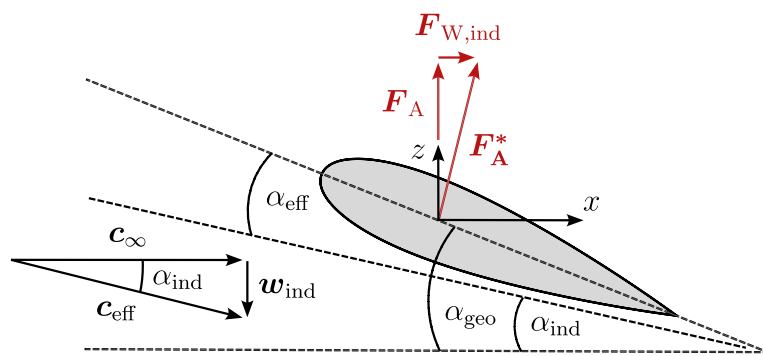


Abb. 2.18: Effektiver Anstellwinkel am endlichen Tragflügel infolge des induzierten Widerstands, in Anlehnung an [84].

Für aerodynamische Systeme lässt sich der Gesamtwiderstand somit als Summe der zuvor beschriebenen Widerstandskomponenten ableiten:

$$F_{W,\text{ges}} = F_{W,D} + F_{W,R} + F_{W,\text{ind}} \quad (2.92)$$

Die zuletzt zu erwähnende Widerstandskomponente ist der Interferenzwiderstand $F_{W,\text{int}}$. Er entsteht durch die gegenseitige Beeinflussung mehrerer Körper (zum Beispiel Flugzeugrumpf und Tragfläche) innerhalb eines Strömungsfeldes. Infolgedessen stimmt die Summe der einzeln ermittelten Teilwiderstände im Allgemeinen nicht mit dem tatsächlich auftretenden Gesamtwiderstand überein, denn die durch Wechselwirkungen zwischen den Komponenten veränderten Strömungsverhältnisse können sowohl eine Verringerung als auch eine Erhöhung des Gesamtwiderstands bewirken. Der Interferenzwiderstand ist in Gleichung (2.92) nicht enthalten, da er den genannten Widerstandskomponenten nicht eindeutig zugeordnet werden kann und stark von der spezifischen Konfiguration des Systems abhängt. [84]

2.4.1 Trefftz-Ebene

Bei numerischen Verfahren wie der Panelmethode oder CFD erfolgt die Bestimmung der Kräfte in der Regel durch Integration der auf die Körperoberfläche wirkenden Druck- und Schubspannungen. Eine präzisere Analyse ergibt sich jedoch häufig durch die Betrachtung der Strömung im ungestörten Fernfeld, da sich so Kompensationsfehler in der Druckverteilung, wie sie bei der Oberflächenintegration auftreten können, weitgehend vermeiden lassen [23]. Ein zentrales theoretisches Konzept zur Ermittlung aerodynamischer Kräfte stellt in diesem Zusammenhang die sogenannte Trefftz-Ebene dar, bei der es sich um eine gedachte Ebene handelt, die sich in ausreichendem Abstand stromab des Körpers befindet und in der insbesondere der induzierte Widerstand analysiert werden kann. Die Grundlage dieses Ansatzes besteht in der Annahme, dass die Zirkulation – und damit der mit ihr verknüpfte Potentialsprung – entlang der Nachlaufgrenze konstant bleibt, da innerhalb der freien Wirbelschicht keine weiteren aerodynamischen Kräfte auftreten (vgl. Kapitel 2.3.2). Der konstante Potentialsprung wird daher unverändert bis in die Trefftz-Ebene fortgeführt, wo er ausgewertet und zur Bestimmung des induzierten Widerstands herangezogen werden kann. Eine schematische Darstellung dieses Prinzips findet sich in Abbildung 2.19.

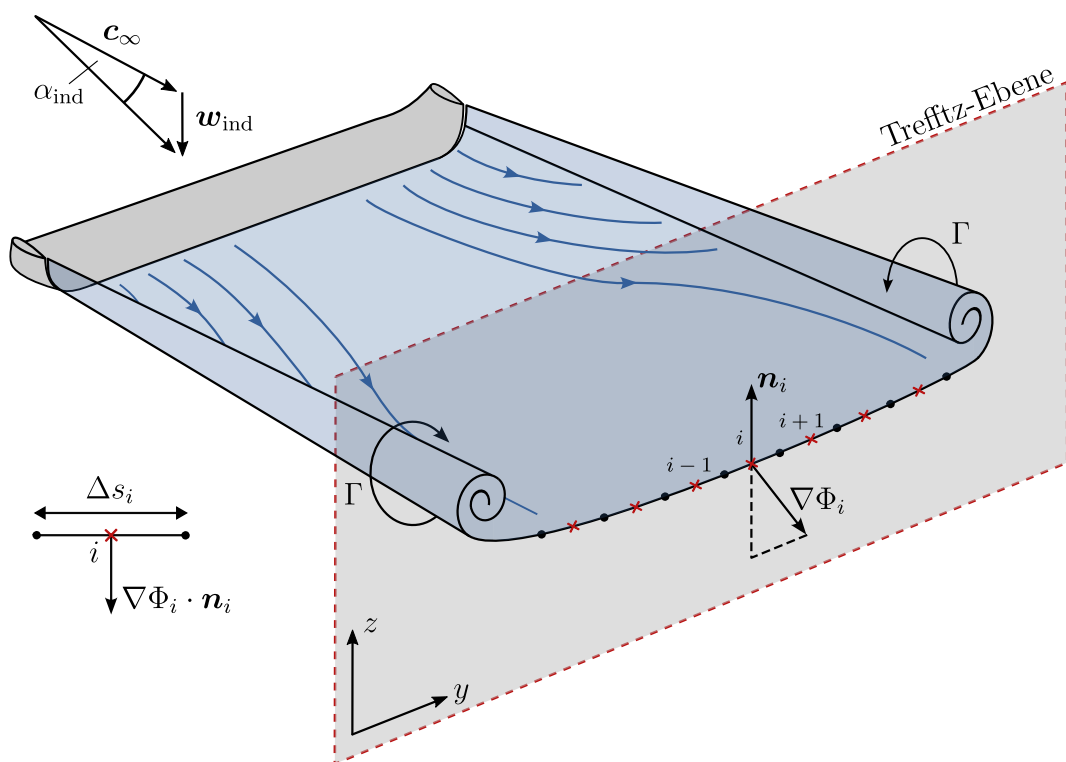


Abb. 2.19: Schematische Darstellung der Trefftz-Ebene zur Bestimmung aerodynamischer Kräfte im Fernfeld, in Anlehnung an [23]

Im Rahmen der Panelmethode wird der Nachlauf geometrisch in eine endliche Anzahl diskreter Nachlaufpanels unterteilt, die jeweils einen konstanten Potentialsprung tragen. Im Schnitt mit der Trefftz-Ebene wird jedes Panel zusätzlich durch die Länge des Schnittlinienstücks Δs charakterisiert. Auf dieser Grundlage erfolgt zur Berechnung des induzierten Widerstands in der Trefftz-Ebene eine numerische Integration entlang der Schnittkurve über alle Panels, sodass gilt:

$$F_{W,\text{ind}} = -\frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^N \Delta\Phi_i (\nabla\Phi_i \cdot \mathbf{n}_i) \Delta s_i \quad (2.93)$$

Dabei bezeichnet \mathbf{n}_i die lokale Normale der Schnittlinie in der Trefftz-Ebene, senkrecht zur Ausrichtung des jeweiligen Panels. Der Ausdruck $\nabla\Phi_i \cdot \mathbf{n}_i$ gibt die induzierte Geschwindigkeit in dieser Richtung an. Das negative Vorzeichen berücksichtigt zudem, dass der induzierte Widerstand als Kraft entgegen der Anströmrichtung wirkt.

2.4.2 Widerstandsreduktion durch Winglets

Eine bewährte Maßnahme zur Steigerung der aerodynamischen Effizienz ist der Einsatz von Winglets. Dabei handelt es sich um geometrische Modifikationen, die an den Enden von Tragflächen angebracht werden und vorrangig bei Flugzeugen sowie anderen auftriebswirksamen Systemen, bspw. Windkraftanlagen, zum Einsatz kommen. Ihr Wirkprinzip besteht dabei in der gezielten Beeinflussung der Druckausgleichsströmung an den Flügelenden, was die Ausbildung von Randwirbeln verringert und infolgedessen die Zirkulations- und Auftriebsverteilung im Außenbereich der Tragflächen modifiziert. In ihrer aerodynamischen Charakteristik erfüllen Winglets somit eine vergleichbare Funktion wie eine Vergrößerung der Spannweite, da beide Ansätze eine räumliche Ausdehnung der abgelösten Wirbelstrukturen bewirken. Dies führt zu einer Abschwächung der durch Wirbelinduktion verursachten Abwärtsgeschwindigkeiten im Bereich der Tragfläche und folglich zu einer Reduktion des induzierten Widerstands. In der Trefftz-Ebene äußert sich dieser Effekt in einer geglätteten Zirkulationsverteilung, wodurch sich die resultierende Auftriebsverteilung idealerweise der theoretisch optimalen elliptischen Form annähert. Auch wenn eine reine Spannweitenvergrößerung den induzierten Widerstand in diesem Zusammenhang aerodynamisch zumeist wirksamer reduziert, ist sie in der praktischen Umsetzung mit erheblichen strukturellen Nachteilen verbunden. Insbesondere treten höhere Biegemomente an der Flügelwurzel auf, verbunden mit einer signifikanten Zunahme des Gesamtgewichts. Vor diesem Hintergrund stellen Winglets eine effiziente Alternative dar, da sie die Wirbelstrukturen primär durch eine gezielte Umlenkung der Strömung im Bereich der Flügelenden beeinflussen und zugleich geringere strukturelle Anforderungen erfordern. Dennoch können sie je nach Auslegung zusätzliche Widerstandskomponenten

hervorrufen, unter anderem durch Interferenzeffekte, wodurch das Biegemoment an der Flügelwurzel nachteilig beeinflusst werden kann. Eine Bewertung ihrer Effizienz muss daher stets unter Berücksichtigung sowohl der aerodynamischen als auch der strukturellen Aspekte erfolgen. [23, 62, 101]

Die Geometrie von Winglets lässt sich durch eine Vielzahl charakteristischer Parameter beschreiben. Zu den zentralen Gestaltungsgrößen zählen:

- Neigungswinkel (*Cant-Angle*): Gibt den Winkel an, unter dem das Winglet relativ zur horizontalen Ebene des Hauptflügels geneigt ist.
- Verdrehungswinkel (*Twist-Angle*): Gibt den Winkel an, um den das Winglet entlang seiner Längsachse verdreht ist.
- Pfeilungswinkel (*Sweep-Angle*): Gibt den Winkel an, unter dem eine Bezugslinie des Winglets (z. B. Vorderkante, Hinterkante oder Profilsehne) relativ zur Längsachse des Hauptflügels verläuft.
- Orientierungswinkel (*Toe-Angle*): Gibt den Winkel an, unter dem das gesamte Winglet in der horizontalen Ebene relativ zur Querachse orientiert ist. Positive Toe-Winkel (*Toe-Out*) zeigen von der Flügelwurzel weg, negative (*Toe-In*) dagegen in Richtung der Flügelwurzel.

Ergänzend sind weitere geometrische Merkmale von Bedeutung, darunter die Länge des Winglets, der Übergangsradius im Anschlussbereich zur Tragfläche sowie die maximale Profildicke im Bereich der Flügelspitze. Die zuvor erläuterten Winkeldefinitionen sind in Abbildung 2.20 nochmals zusammengefasst. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird hierbei auf eine explizite Darstellung des Orientierungswinkels verzichtet.

Da Winglets zusätzliche strukturelle Lasten auf Tragflächen übertragen können, stellt ihr Einfluss auf die mechanische Beanspruchung einen wesentlichen Bestandteil der ganzheitlichen Bewertung ihrer aerodynamischen Effizienz dar. Von besonderer Bedeutung ist in diesem Zusammenhang das maximale Biegemoment, das zu den zentralen strukturellen Belastungen von Vertikalachsen-Windkraftanlagen zählt. Es tritt insbesondere im Bereich der Rotorblattwurzel auf, das heißt im Übergang zwischen Rotorblatt und Tragstrebe, da die angreifenden Kräfte infolge großer Hebelarme dort eine besonders hohe Momentenbeanspruchung erzeugen.

Für eine differenzierte Betrachtung der wirkenden Biegemomente wird in der Regel zwischen zwei Hauptkomponenten unterschieden: dem *Flapwise*-Biegemoment M_{flap} , das senkrecht zur Rotorebene wirkt und durch Normalkräfte verursacht wird, sowie dem *Edgewise*-Biegemoment M_{edge} , das innerhalb der Rotorebene liegt und aus Tangential-

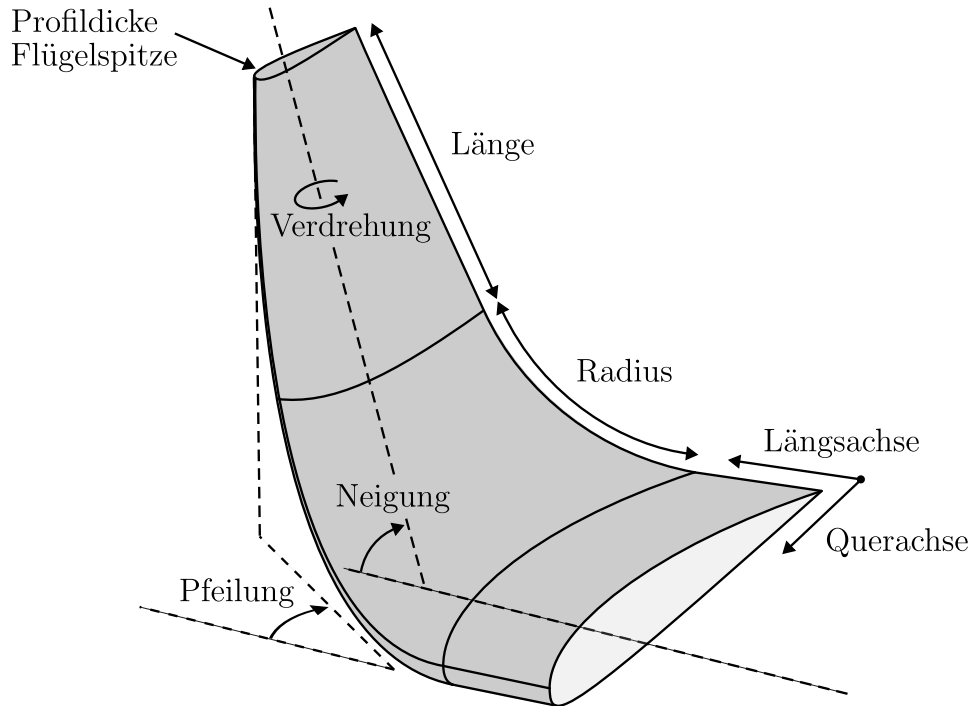


Abb. 2.20: Allgemeine Winkeldefinition am Winglet mit Pfeilung, Neigung und Verdrehung

kräften resultiert [36]. Für das Flapwise-Biegemoment an einer Position s_0 entlang der Rotorblattlängsachse ergibt sich:

$$M_{\text{flap}}(s_0) = \int_{s_0}^{s_1} (s - s_0) p_N(s) ds \quad (2.94)$$

Dabei bezeichnet $p_N(s)$ die Normalkraft pro Längeneinheit und s die lokale Position entlang der Blattlängsachse. Analog folgt das Edgewise-Biegemoment aus der Tangentialkraft pro Längeneinheit $p_T(s)$, die entlang der Rotorblattlängsachse wirkt. Es gilt:

$$M_{\text{edge}}(s_0) = \int_{s_0}^{s_1} (s - s_0) p_T(s) ds \quad (2.95)$$

Im Kontext von Vertikalachsen-Windkraftanlagen kommt der geometrischen Ausgestaltung von Winglets zudem eine besondere Bedeutung zu. Die Anströmung des Rotorblatts unterliegt aufgrund der kontinuierlichen Rotation um die vertikale Achse einer fortwährenden, zyklischen Variation. Diese beeinflusst maßgeblich die Entstehung und Struktur der Randwirbel und stellt infolgedessen spezifische Anforderungen an die aerodynamische Auslegung der Flügelendgeometrien. Vor diesem Hintergrund rückt die Untersuchung der Auswirkungen unterschiedlicher Winglet-Geometrien auf die aerodynamische Effizienz und die

strukturelle Belastung von VAWTs zunehmend in den Fokus aktueller Forschungsarbeiten, wie unter anderem die Studien von Zhang et al. [109] und Miao et al. [65] verdeutlichen.

3 Entwicklung und Implementierung der Panelmethode

In diesem Kapitel wird zunächst die allgemeine Entwicklung und Implementierung der Panelmethode erläutert, wobei der strukturelle Aufbau des Verfahrens sowie zentrale numerische Aspekte im Vordergrund stehen. Anschließend erfolgt die Validierung des Verfahrens anhand eines Vergleichs mit analytischen Lösungen, experimentellen Messdaten sowie CFD-Simulationen. Ziel ist es, in diesem Zusammenhang die Aussagekraft und Anwendbarkeit der Methode zu beurteilen. Der abschließende Abschnitt des Kapitels befasst sich mit der Anwendung der Panelmethode auf die instationäre Simulation von Vertikalachsen-Windkraftanlagen. Dabei wird aufgezeigt, wie sowohl die Starrkörperbewegung als auch die aerodynamische Wechselwirkung der Rotorblätter mit dem vom Nachlauf beeinflussten Strömungsfeld im Rahmen des numerischen Modells erfasst werden.

3.1 Allgemeine Entwicklung und Implementierung

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Programm für die Basisimplementierung der Panelmethode trägt den Namen OpenPAME (*Open Panel Method*). Die Entwicklung des Codes erfolgt in der Programmiersprache C++ unter Verwendung des zum Zeitpunkt der Implementierung aktuellen Standards C++23, wobei als Entwicklungsumgebung der plattformübergreifende Editor *Visual Studio Code* (Version 1.99) zum Einsatz kommt. Die Programmierung findet dabei unter *Arch Linux* statt, das auf Basis des *Windows Subsystem for Linux 2* (WSL 2) innerhalb einer Windows-Umgebung ausgeführt wird. Diese Konfiguration ermöglicht den direkten Zugriff auf zentrale Linux-Werkzeuge unter Windows sowie eine nahtlose Integration der Dateisysteme beider Betriebssysteme. Verwendet wird zudem die `bash`-Shell, die sowohl zur Initialisierung der Entwicklungsumgebung – etwa durch das Setzen von Umgebungsvariablen – als auch zur Ausführung von Build-Skripten im Kompilierungsprozess dient. Darüber hinaus ist der gesamte Code so konzipiert, dass er ohne wesentliche Anpassungen auch auf Hochleistungsrechnern kompiliert und ausgeführt werden kann, die in der Regel unter einem nativen Linux-System laufen.

Für die Kompilierung des entwickelten Software-Tools kommt die *GNU Compiler Collection* (GCC, Version 14.2) zum Einsatz. Der darauf aufbauende Build-Prozess wird über ein `make`-basiertes Skript gesteuert, das an die Struktur und Anforderungen des Frameworks angepasst ist. Im Zuge der Kompilierung werden dabei externe Bibliotheken eingebunden, die spezifische Funktionalitäten innerhalb der Programmstruktur bereitstellen. Deren Verwaltung erfolgt über einen projektspezifischen, in die Umgebung eingebundenen Paketmanager. Zur Steigerung der Rechenleistung dient ergänzend OpenMP (*Open Multi-Processing*) als etablierte Schnittstelle zur Parallelisierung auf Mehrkernsystemen. Die Umsetzung dieser Parallelisierung kann über gezielt eingesetzte Direktiven im Quellcode erfolgen, die die Ausführung rechenintensiver Programmabschnitte auf mehreren Threads gestatten. Dies stellt eine effiziente Nutzung der Hardware sicher und steigert insgesamt die Rechenleistung.

Die physikalischen und geometrischen Eingangsgrößen der Simulation sind über Konfigurationsdateien definiert, die in der Skriptsprache Lua verfasst sind. Mithilfe dieser Dateien lässt sich die Steuerung der verschiedenen Eingabewerte flexibel und übersichtlich gestalten, ohne direkte Änderungen am Quellcode vornehmen zu müssen. Zugleich ermöglicht die Verwendung von Lua einfache Programmierlogik innerhalb der Konfiguration, bspw. zur Durchführung mathematischer Operationen oder zur Definition abhängiger Parameter. Durch das Einbinden externer Lua-Dateien können einzelne Parameter zudem zentral verwaltet und konsistent an verschiedene Konfigurationsdateien übergeben werden. Tabelle 3.1 bietet einen Überblick über die allgemeinen sowie Postprocessing-spezifischen Lua-Konfigurationsdateien.

Die Verwaltung des Quellcodes wird über die Plattform *GitHub* unter Verwendung des Versionskontrollsystems `Git` realisiert. Dabei werden Anpassungen am Code in isolierten Entwicklungszweigen (*Branches*) vorgenommen, wodurch sich neue Funktionen und Erweiterungen unabhängig vom Hauptzweig entwickeln und testen lassen. Nach Abschluss der jeweiligen Arbeiten werden die Änderungen anschließend in den Hauptzweig integriert. Diese Vorgehensweise gewährleistet eine klare Projektstruktur und unterstützt sowohl die Nachvollziehbarkeit als auch die Identifikation potenzieller Fehlerquellen.

Tab. 3.1: Lua-Konfigurationsdateien zur Steuerung und Auswertung der Simulation in OpenPAME

Dateiname	Beschreibung
Allgemeine Simulationseinstellungen	
<code>cleanUpCase</code>	Simulation zurücksetzen und Daten bereinigen
<code>coMesh</code>	Zusätzliche Netze definieren (z. B. Nachlauf)
<code>coord</code>	Koordinatensystem festlegen
<code>createFields</code>	Anfangswerte physikalischer Felder setzen
<code>material</code>	Materialeigenschaften festlegen
<code>panelMethod</code>	Panelmethode konfigurieren
<code>parallel</code>	Parallelisierung einstellen
<code>runtime</code>	Zeitparameter und Ausgabeintervalle steuern
<code>schemes</code>	Interpolations- und Gradientenverfahren definieren
<code>solvers</code>	Numerischen Löser wählen und parametrieren
<code>wake</code>	Nachlauf modellieren
Postprocessing	
<code>spanDistribution</code>	Parameter für Spannweitenverteilung definieren
<code>meshCut</code>	Schnittebenen für Auswertung festlegen
<code>trefftz</code>	Trefftz-Ebenen-Parameter definieren
<code>results2CGNS</code>	CGNS-Export konfigurieren

3.1.1 Datenformat des Netzes

Das für die Panelmethode verwendete Netzformat umfasst sowohl die Beschreibung der Geometrie als auch die Zoneneinteilung des Netzes. Der Aufbau folgt hierbei einer klar definierten Syntax, bei der sämtliche Einträge durch festgelegte Schlüsselwörter eingeleitet werden. Zu diesen gehören unter anderem **nodes** (Knoten), **edges** (Kanten) und **faces** (Flächen). Ergänzend dazu lassen sich optionale Zonen definieren, über die sich einzelne Elemente gruppieren und funktional kennzeichnen lassen. Eine solche Zone besteht aus einem Namen, einer Angabe zur Anzahl der enthaltenen Elemente sowie einer ID-Liste, die

die zugehörigen Einträge eindeutig identifiziert. Die zentralen Bestandteile des Netzformats sind im Folgenden zusammengefasst:

- **nodes:** Enthält die Anzahl der Knoten sowie deren Koordinaten im dreidimensionalen kartesischen Raum (x, y, z) .

```
nodes <Anzahl>  
( ( <x y z> ) )
```

- **edges:** Listet Kanten, die benachbarte Knoten einer Fläche verbinden, als Paare von Knoten-IDs. In OpenPAME werden hierbei ausschließlich Kanten entlang der Hinterkante berücksichtigt.

```
edges <Anzahl>  
( ( <Knoten-ID1 Knoten-ID2> ) )
```

- **faces:** Definiert Flächen über eine geordnete Liste von vier Knoten-IDs, die gemeinsam den Rand der Fläche bilden.

```
faces <Anzahl>  
( <Anzahl der Eckpunkte> ( <Knoten-IDs> ) )
```

- **nodeZones:** Ordnet Knoten-IDs benannten Zonen zu. Jede `nodeZone` besteht aus einem Namen, der Anzahl der enthaltenen Knoten sowie deren IDs.

```
nodeZones <Anzahl der Zonen>  
( <Zonen-Name> <Anzahl> ( <Knoten-IDs> ) )
```

- **edgeZones:** Ordnet Kanten-IDs benannten Zonen zu. Jede `edgeZone` besteht aus einem Namen, der Anzahl der enthaltenen Kanten sowie deren IDs.

```
edgeZones <Anzahl der Zonen>  
( <Zonen-Name> <Anzahl> ( <Kanten-IDs> ) )
```

- **faceZones:** Ordnet Flächen-IDs benannten Zonen zu. Jede `faceZone` besteht aus einem Namen, der Anzahl der enthaltenen Flächen sowie deren IDs.

```
faceZones <Anzahl der Zonen>  
( <Zonen-Name> <Anzahl> ( <Flächen-IDs> ) )
```

Quelltext A.1 veranschaulicht das verwendete Netzformat anhand eines Einheitswürfels und demonstriert exemplarisch die Zuordnung einzelner Zonen.

Für Tragflügel der NACA-4- und NACA-5-Serie kann die Geometrie automatisiert innerhalb des Programmablaufs von OpenPAME erzeugt werden. Bei komplexeren Geometrien oder spezifischen Anforderungen muss die Netzerstellung hingegen durch externe Vernetzungswerkzeuge erfolgen. Die Überführung in das interne Netzformat von OpenPAME wird anschließend durch im Programm integrierte Konverter realisiert. Im Anschluss an die Konvertierung lässt sich optional die Qualität des Netzes überprüfen.

3.1.2 Formulierung des linearen algebraischen Gleichungssystems

Die Umsetzung der Panelmethode zur Lösung von Gleichung (2.77) erfolgt in einem ersten Schritt durch die räumliche Diskretisierung der Geometrieoberfläche in eine endliche Anzahl nicht überlappender, quadrilateraler Kontrollflächen. Diese Kontrollflächen werden im Folgenden als *Panels* bezeichnet. Ein Panel ist durch vier Eckpunkte, einen eindeutigen Mittelpunkt sowie einen zugehörigen Normalenvektor (Normalenrichtung) charakterisiert. Zusätzlich ist jedem Panel ein lokales kartesisches Koordinatensystem (x', y', z') zugeordnet. Zum Einbinden der Dirichlet-Randbedingung wird für jedes Panel zudem ein spezieller Auswertungspunkt definiert, der sogenannte Kollokationspunkt, welcher sich in unmittelbarer Nähe des Panelmittelpunkts befindet und als Ansatzpunkt der Randbedingung dient. In der Theorie liegt dieser Kollokationspunkt dabei fiktiv geringfügig innerhalb der Geometrie, um Singularitäten an der Oberfläche zu vermeiden und auf diese Weise die Erfüllung der Randbedingung numerisch zu stabilisieren, während in der praktischen Umsetzung in der Regel weiterhin der Mittelpunkt als charakteristischer Repräsentationspunkt des Panels dient [47].

Die in Gleichung (2.77) auftretenden Flächenintegrale über die Konturen S_b und S_w werden im Zuge der Diskretisierung durch Summen über die einzelnen Panels ersetzt. Daraus ergibt sich die gesamte Oberflächenbelegung in Form von Quellen- bzw. Dipolstärken als lineare Superposition der Einflussfelder aller Panels. Zur quantitativen Erfassung dieser Einflussfelder werden die aerodynamischen Einflusskoeffizienten A_{ij} (Dipolbelegung der Oberfläche), B_{ij} (Quellenbelegung der Oberfläche) sowie W_{ik} (Dipolbelegung des Nachlaufs) berechnet, die den Beitrag eines Panels j bzw. eines Nachlaufpanels k zum Strömungspotential am Kollokationspunkt von Panel i beschreiben. Eine schematische Darstellung dieser Panelwechselwirkungen zeigt Abbildung 3.1 am Beispiel eines endlichen Tragflügels. Von besonderer Bedeutung ist in diesem Zusammenhang die Selbstinduktion, die im Spezialfall $i = j$ vorliegt, bei dem ein Panel auf seinen eigenen Kollokationspunkt wirkt und dadurch ein singuläres Verhalten hervorruft.

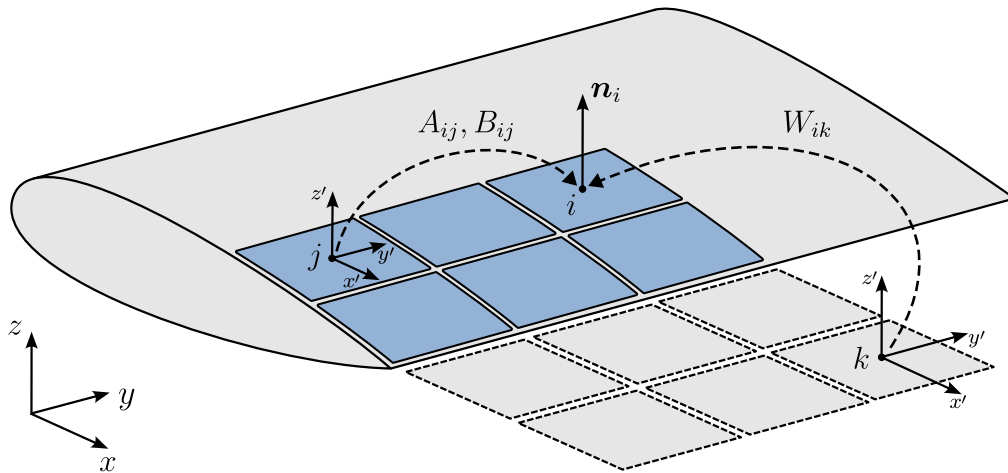


Abb. 3.1: Aerodynamische Einflusskoeffizienten von Oberflächenpanel j bzw. Nachlaufpanel k auf den Kollokationspunkt des Oberflächenpanels i

Die folgende Formulierung des linearen algebraischen Gleichungssystems orientiert sich an der ausführlichen Darstellung nach Katz und Plotkin [47] und fasst diese in kompakter Form zusammen. Für ein Panel j bzw. ein Nachlaufpanel k mit konstant verteilter Dipolstärke ergibt sich der Einfluss auf den Kollokationspunkt des Panels i wie folgt:

$$A_{ij} \equiv \frac{1}{4\pi} \int_{\text{Panel } j} \left(\mathbf{n}_i \cdot \nabla \frac{1}{|\mathbf{r}_{ij}|} \right) dS \quad (3.1a)$$

$$W_{ik} \equiv \frac{1}{4\pi} \int_{\text{Nachlaufpanel } k} \left(\mathbf{n}_i \cdot \nabla \frac{1}{|\mathbf{r}_{ik}|} \right) dS \quad (3.1b)$$

wobei \mathbf{r}_{ij} bzw. \mathbf{r}_{ik} den Abstandsvektor zwischen dem Kollokationspunkt des Panels i und einem laufenden Integrationspunkt (Kollokationspunkt) auf dem Panel j bzw. dem Nachlaufpanel k bezeichnet. Der Einflusskoeffizient eines Panels mit konstanter Quelle resultiert dagegen zu:

$$B_{ij} \equiv -\frac{1}{4\pi} \int_{\text{Panel } j} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}_{ij}|} \right) dS \quad (3.2)$$

Die eingeführten Einflusskoeffizienten werden in der vorliegenden Arbeit analytisch berechnet und basieren auf der von Hess und Smith [42] eingeführten Methodik. Die hierfür erforderlichen geschlossenen Ausdrücke für das von einem Panel mit konstant verteilter Quellen- bzw. Dipolstärke induzierte Potential werden der Darstellung bei Katz und Plotkin [47] entnommen. Aus der in Gleichung (2.51) angegebenen Potentialfunktion

einer Quelle ergibt sich für ein Panel mit den vier Eckpunkten $(x_l, y_l, 0)$ mit $l = 1, \dots, 4$ im lokalen Koordinatensystem somit folgender Ausdruck für das im Punkt $P(x, y, z)$ induzierte Potential:

$$\Phi_{\text{Quelle}}(x, y, z) = -\frac{\sigma}{4\pi} \left\{ \sum_{l=1}^4 \frac{(x - x_l)(y_{l+1} - y_l) - (y - y_l)(x_{l+1} - x_l)}{d_l} \ln \left(\frac{r_l + r_{l+1} + d_l}{r_l + r_{l+1} - d_l} \right) - |z| \sum_{l=1}^4 \left[\tan^{-1} \left(\frac{m_l e_l - h_l}{z r_l} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{m_l e_{l+1} - h_{l+1}}{z r_{l+1}} \right) \right] \right\} \quad (3.3)$$

Analog lässt sich aus der in Gleichung (2.57) angegebenen Potentialfunktion eines Dipols folgende Beziehung bestimmen:

$$\Phi_{\text{Dipol}}(x, y, z) = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{l=1}^4 \left[\tan^{-1} \left(\frac{m_l e_l - h_l}{z r_l} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{m_l e_{l+1} - h_{l+1}}{z r_{l+1}} \right) \right] \quad (3.4)$$

Zur Gewährleistung der zyklischen Indizierung in den Summenausdrücken wird hierbei $x_5 \equiv x_1$ sowie $y_5 \equiv y_1$ definiert. Zudem enthalten die Gleichungen (3.3) und (3.4) folgende Hilfsgrößen:

$$\begin{aligned} d_l &= \sqrt{(x_{l+1} - x_l)^2 + (y_{l+1} - y_l)^2}, & r_l &= \sqrt{(x - x_l)^2 + (y - y_l)^2 + z^2}, \\ m_l &= \frac{y_{l+1} - y_l}{x_{l+1} - x_l}, & e_l &= (x - x_l)^2 + z^2, \\ h_l &= (x - x_l)(y - y_l) \end{aligned}$$

Fällt der Beobachtungspunkt mit dem Kollokationspunkt des Panels zusammen ($i = j$), ergibt sich beim Potential des Dipols gemäß Gleichung (3.4) eine Singularität. Der damit verbundene Eigenbeitrag lässt sich dann ausschließlich durch eine symmetrische Grenzwertbetrachtung ober- und unterhalb der Panelfläche bestimmen und beträgt $A_{ij} = 0,5$. Das Potential der Quelle bleibt nach Gleichung (3.3) hingegen regulär und erfordert keine besondere Behandlung. Werden die Gleichungen (3.3) und (3.4) darüber hinaus im Fernfeld betrachtet, so lässt sich ein Panel mit der Fläche A bei hinreichend großem Abstand zum Beobachtungspunkt durch eine punktförmige Singularität im Punkt $P_0(x_0, y_0, 0)$ ersetzen. Infolgedessen entfallen die detaillierten geometrischen Beiträge und das Potential lässt sich in vereinfachter Form angeben. Für eine Quelle mit konstanter Stärke ist das Fernfeld-Potential gegeben durch:

$$\Phi_{\text{Quelle, Fernfeld}}(x, y, z) = \frac{-\sigma A}{4\pi [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2]^{1/2}} \quad (3.5)$$

Hierbei stellt der Ausdruck im Zähler die über das gesamte Panel integrierte Quellenstärke dar. Wird stattdessen ein Dipol mit konstanter Stärke angenommen, so resultiert für das Fernfeld-Potential folgender Ausdruck:

$$\Phi_{\text{Dipol,Fernfeld}}(x, y, z) = \frac{-\mu Az}{4\pi [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2]^{3/2}} \quad (3.6)$$

Aufbauend auf den obigen Betrachtungen ergibt sich unter Einbeziehung der aerodynamischen Einflusskoeffizienten für jeden Kollokationspunkt des Panels i die folgende diskrete Gleichung:

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} \mu_j + \sum_{k=1}^{N_w} W_{ik} \mu_k + \sum_{j=1}^N B_{ij} \sigma_j = 0 \quad (3.7)$$

wobei N die Anzahl der Oberflächenpanels beschreibt, während die Anzahl der Nachlaufpanels durch N_w bezeichnet wird.

Wird Gleichung (3.7) auf sämtliche Panels i angewendet, so ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, dessen eindeutige Lösbarkeit durch die Anwendung der Kutta-Bedingung sichergestellt wird, wie in Kapitel 2.3.2 erläutert. Sie gewährleistet, dass an der Hinterkante der Geometrie keine unphysikalische Zirkulationsdifferenz zwischen Saug- und Druckseite des Körpers entsteht und die Strömung glatt abströmen kann. Zur Umsetzung dieser Bedingung fließt der Einfluss der an die Hinterkante angrenzenden Nachlaufpanels in die zugehörigen aerodynamischen Einflusskoeffizienten der Panels auf der Oberfläche ein. Für jeden Kollokationspunkt i ergeben sich daraus die modifizierten Einflusskoeffizienten A_{ij}^* , welche die Überlagerung der eigentlichen Panelbeiträge mit den induzierten Wirkungen der Nachlaufpanels berücksichtigen. Die Definition dieser Koeffizienten erfolgt gemäß folgender Fallunterscheidung:

$$A_{ij}^* = \begin{cases} A_{ij} & \text{Panel } j \text{ nicht an der Hinterkante} \\ A_{ij} + W_{ik} & \text{Panel } j \text{ an der Hinterkante, Saugseite} \\ A_{ij} - W_{ik} & \text{Panel } j \text{ an der Hinterkante, Druckseite} \end{cases} \quad (3.8)$$

Ergänzend erfolgt die Umsetzung der kinematischen Randbedingung durch die Festlegung der Quellenstärken an den Kollokationspunkten, sodass eine Durchdringung der Oberfläche durch die ungestörte Anströmung verhindert wird. Hieraus lässt sich für jeden Kollokationspunkt des Panels i die folgende Beziehung zwischen der Quellenstärke und der ungestörten Strömungsgeschwindigkeit formulieren:

$$\sigma_i = \mathbf{c}_\infty \cdot \mathbf{n}_i \quad (3.9)$$

Damit sind die Quellenstärken in Gleichung (3.7) festgelegt und können gemeinsam mit den zugehörigen Einflusskoeffizienten auf die rechte Seite der Gleichung übertragen werden. Unter Berücksichtigung aller Einflussbeiträge ergibt sich für jeden Kollokationspunkt i daraus folgende Beziehung:

$$\sum_{j=1}^N A_{ij}^* \mu_j = - \sum_{j=1}^N B_{ij} \sigma_j \quad (3.10)$$

Das Gleichungssystem ist infolgedessen eindeutig bestimmt und ermöglicht die Berechnung der unbekanntenen Dipolstärken. In Matrix-Vektor-Form resultiert:

$$\mathbf{A}^* \boldsymbol{\mu} = -\mathbf{B} \boldsymbol{\sigma} \quad (3.11)$$

Zur Berechnung der lokalen Geschwindigkeit entlang der Panels wird der jeweilige Beitrag der Dipolverteilung über den Oberflächengradienten erfasst und mit dem tangentialen Anteil der ungestörten Anströmung überlagert. Allgemein gilt:

$$\mathbf{c} = -\nabla_s \mu + \mathbf{c}_\infty^t \quad (3.12)$$

wobei der tangentiale Anteil der ungestörten Anströmgeschwindigkeit durch Projektion auf die Tangentialebene des Panels bestimmt wird:

$$\mathbf{c}_\infty^t = \mathbf{c}_\infty - (\mathbf{c}_\infty \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (3.13)$$

Mithilfe der lokalen Geschwindigkeit des jeweiligen Panels kann anschließend auf Grundlage der instationären BERNOULLI-Gleichung der Druck bestimmt werden. Es gilt:

$$p_\infty + \frac{\rho}{2} c_\infty^2 + \frac{\partial \Phi_\infty}{\partial t} = p + \frac{\rho}{2} c^2 + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3.14)$$

Auf Basis dieser Gleichung lässt sich der dimensionslose Druckbeiwert C_p formulieren, wobei angenommen wird, dass die ungestörte Anströmung stationär ist und das zugehörige Geschwindigkeitspotential somit keine zeitliche Änderung aufweist. Daraus ergibt sich:

$$C_p = 1 - \frac{1}{c_\infty^2} \left(c^2 + 2 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \quad (3.15)$$

Darauf aufbauend leitet sich die vom Druckfeld induzierte Kraft \mathbf{F} wie folgt ab:

$$\mathbf{F} = \frac{\rho}{2} c_\infty^2 C_p A \mathbf{n} \quad (3.16)$$

Die zugehörige Gesamtkraft \mathbf{F}_{ges} ergibt sich durch Summation über alle N Panels:

$$\mathbf{F}_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i \quad (3.17)$$

Aus den resultierenden Kraftkomponenten $F_{A,\text{ges}}$ und $F_{W,\text{ges}}$, die der Projektion der Gesamtkraft auf die Auftriebs- bzw. Widerstandsrichtung entsprechen, lassen sich schließlich die dimensionslosen Beiwertgrößen bestimmen. Der Auftriebsbeiwert C_A und der Widerstandsbeiwert C_W lauten:

$$C_A = \frac{2 F_{A,\text{ges}}}{\rho c_\infty^2 A_{\text{proj}}} \quad (3.18)$$

bzw.

$$C_W = \frac{2 F_{W,\text{ges}}}{\rho c_\infty^2 A_{\text{proj}}} \quad (3.19)$$

Hierbei beschreibt A_{proj} die projizierte Fläche des Körpers.

3.1.3 Geometrische Spezifikation der Hinterkante

Für die Einbindung der Kutta-Bedingung ist eine eindeutige geometrische Definition der Hinterkante unerlässlich. Um aufwendige geometrische und topologische Verfahren zu vermeiden, kann bei einfachen Profilgeometrien mit spitz zulaufender Hinterkante hierfür eine automatisierte Identifikation direkt im Rahmen von OpenPAME erfolgen. Dies geschieht anhand eines geometriebasierten Kriteriums, das auf der Analyse benachbarter Panelnormalen beruht. Zentraler Parameter ist dabei der Winkel ζ_{geo} zwischen den Normalenvektoren \mathbf{n}_i und \mathbf{n}_{i+1} zweier benachbarter Panels, der wie folgt definiert wird:

$$\zeta_{\text{geo}} = \arccos \left(\frac{\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_{i+1}}{|\mathbf{n}_i| |\mathbf{n}_{i+1}|} \right) \quad (3.20)$$

Zur Identifikation der Hinterkante wird ein vom Nutzer definierter Schwellenwert $\zeta_{\text{geo,HK}}$ eingeführt. Wird entlang der Oberfläche das Kriterium $\zeta_{\text{geo}} > \zeta_{\text{geo,HK}}$ erfüllt, kann die Hinterkante auf diese Weise effizient und robust erkannt werden. Grundlage hierfür ist, dass der geometrische Winkel ζ_{geo} an Panelübergängen im Bereich der Hinterkante typischerweise deutlich höhere Werte aufweist als in den restlichen Bereichen, da die zugehörigen Normalenvektoren dort nahezu entgegengesetzt orientiert sind. Dieser Zusammenhang ist schematisch in Abbildung 3.2 dargestellt. Zur Veranschaulichung zeigt die Abbildung neben einem typischen Übergang im Bereich der Hinterkante auch einen Fall, bei dem

der Winkel zwischen zwei benachbarten Panelnormalen das Kriterium nicht erfüllt. Zu beachten ist jedoch, dass sich die Methode bei Geometrien mit stumpfer Hinterkante nicht anwenden lässt, da die dort anliegenden Normalenvektoren keinen hinreichenden Richtungswechsel zeigen.

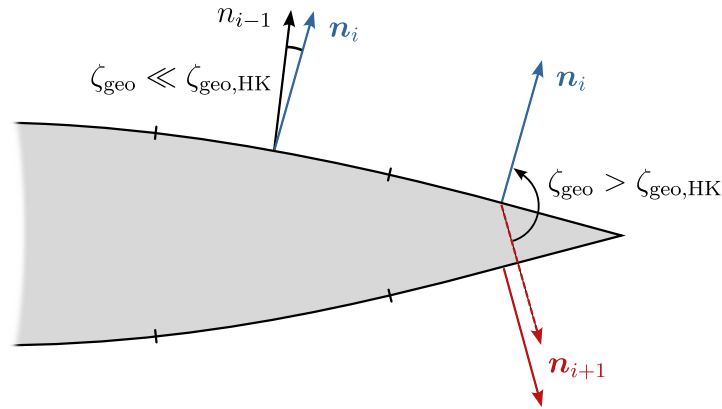


Abb. 3.2: Geometrische Spezifikation der Hinterkante durch die Analyse des Winkels zwischen den Normalenvektoren benachbarter Panels

3.1.4 Linearer Gleichungslöser (Solver)

Zur effizienten Lösung des in Gleichung (3.11) formulierten linearen Gleichungssystems der Form

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (3.21)$$

mit der Systemmatrix \mathbf{A} , dem Lösungsvektor \mathbf{x} und der rechten Seite \mathbf{b} wird in der vorliegenden Arbeit die Bibliothek *OpenBLAS* [71] eingesetzt. Diese stellt eine hochoptimierte Implementierung des von Lawson et al. [55] entwickelten BLAS-Standards dar und bietet effiziente Routinen für grundlegende Operationen der linearen Algebra, insbesondere für Matrixoperationen des sogenannten BLAS-Level 3. Die eigentliche Lösung des linearen Gleichungssystems erfolgt mittels Routinen aus dem *Linear Algebra Package (LAPACK)* [3], das weiterführende numerische Verfahren wie bspw. die LU-Zerlegung bereitstellt. LAPACK greift dabei auf BLAS-Routinen zurück, sodass in Kombination mit OpenBLAS eine effiziente Lösung des Gleichungssystems gewährleistet wird.

3.1.5 Gradientenberechnung

Die Berechnung des Gradienten des skalaren Dipolfelds auf der diskreten Oberfläche erfolgt numerisch nach dem *Green-Gauss-Node-Based-Verfahren (GGNB)*. Da in der implementierten Panelmethode die relevanten Strömungsgrößen – darunter auch das Dipolfeld μ – in den Mittelpunkten der Panels gespeichert werden, ist für die Gradientenberechnung

zunächst eine geeignete, gewichtete Interpolation der Strömungsgrößen auf die Knoten erforderlich. Es gilt:

$$\mu_{\text{Knoten}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_P} \mu_{\text{Panel},i} w_{\text{F},i}}{\sum_{i=1}^{N_P} w_{\text{F},i}} \quad (3.22)$$

wobei N_P die Anzahl der Panels bezeichnet, die mit dem jeweiligen Knoten verbunden sind. Der zugehörige Gewichtungsfaktor w_{F} ergibt sich aus dem inversen Abstand zwischen Panelmittelpunkt und Knoten:

$$w_{\text{F}} = \frac{1}{|\mathbf{x}_{\text{Mittelpunkt}} - \mathbf{x}_{\text{Knoten}}|} \quad (3.23)$$

Auf Grundlage der interpolierten Knotenwerte lässt sich anschließend der Beitrag jeder Panelkante zum Gradienten bestimmen. Für eine Kante, die durch zwei Knoten verbunden ist, lässt sich der Kantenbeitrag $\mathbf{g}_{\text{Kante}}$ wie folgt berechnen:

$$\mathbf{g}_{\text{Kante}} = \left(\frac{\mu_{\text{Knoten 1}} + \mu_{\text{Knoten 2}}}{2} \right) \mathbf{l}_{\text{Kante}} \quad (3.24)$$

Dabei bezeichnet $\mathbf{l}_{\text{Kante}}$ den in der Panel-Ebene liegenden, nach außen gerichteten Einheitsnormalenvektor der Kante multipliziert mit der Kantenlänge. Der Gradient auf dem Panel resultiert schließlich durch die Summe der Kantenbeiträge über alle $N_K = 4$ Kanten, wobei die Summe mit der Fläche des Panels A_{Panel} normiert wird:

$$\nabla \mu_{\text{Panel}} = \frac{1}{A_{\text{Panel}}} \sum_{i=1}^{N_K} \mathbf{g}_{\text{Kante},i} \quad (3.25)$$

3.1.6 Zeitabhängige Simulationen

Die Panelmethode eignet sich sowohl für stationäre als auch für instationäre Strömungssimulationen. In dieser Arbeit wird überwiegend der instationäre Lösungsansatz verfolgt, dessen Ablauf in Abbildung 3.3 schematisch dargestellt ist. Der gesamte Simulationsprozess gliedert sich hierbei in drei Hauptphasen: das Preprocessing, die Lösungsphase und das Postprocessing.

Zu Beginn der Simulation, d. h. zum Zeitpunkt $t = t_0$, wird die Geometrie zunächst entweder aus einer externen Datei eingelesen oder direkt innerhalb des Programmablaufs definiert (NACA-4- bzw. NACA-5-Tragflügel). Optional kann in diesem Schritt eine Überprüfung des Netzes erfolgen, um die Eignung der Oberflächendiskretisierung für die numerische Berechnung sicherzustellen. Hierfür werden verschiedene geometrische Qualitätsmerkmale

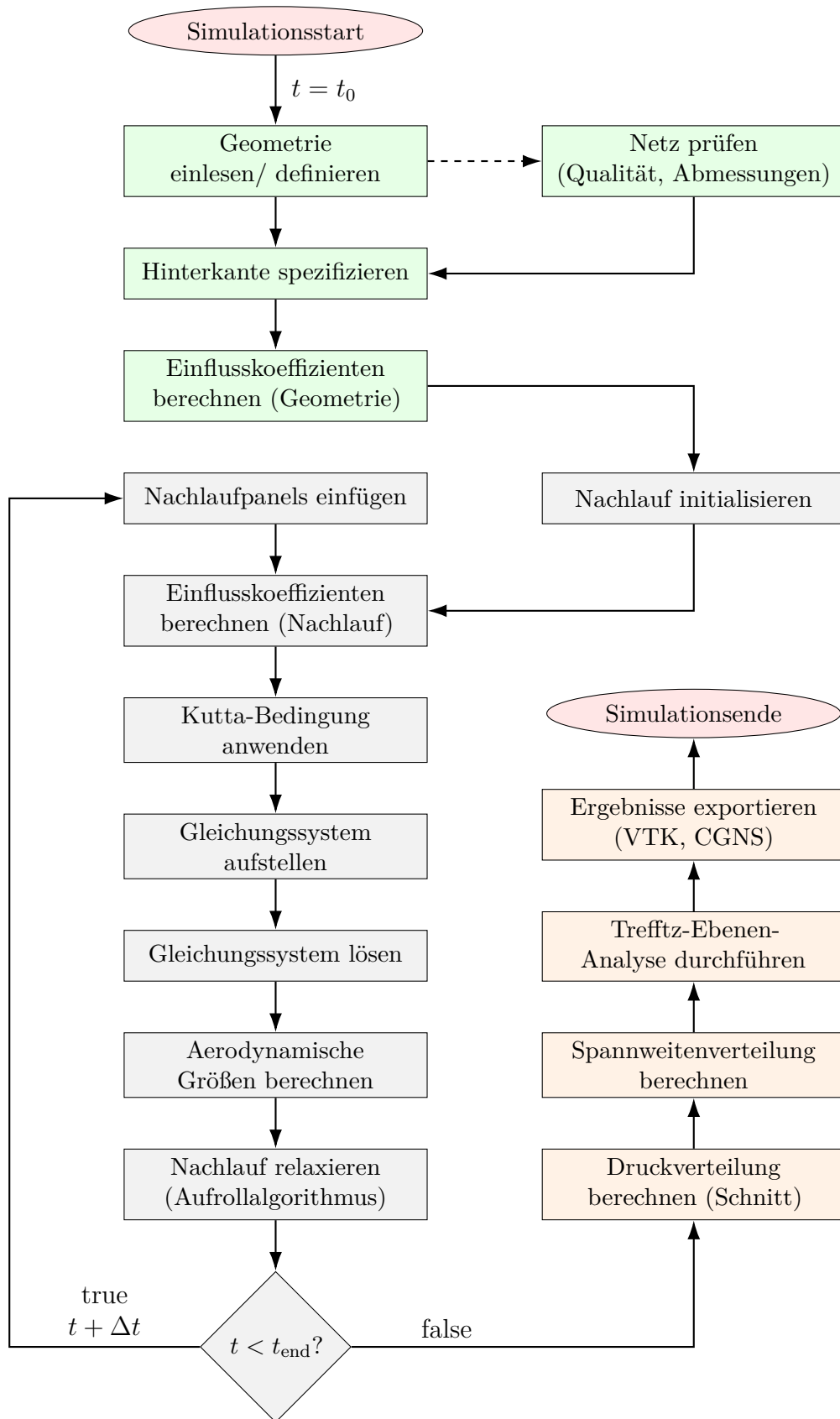


Abb. 3.3: Ablaufdiagramm OpenPAME mit Preprocessing (grün), Lösung (grau) und Postprocessing (orange)

ausgewertet, darunter die Orthogonalität, die Schiefe (*Skewness*) und das Seitenverhältnis (*Aspect Ratio*) der Panels. Ergänzend lässt sich bei der Netzprüfung die räumliche Ausdehnung der Geometrie, gemessen anhand der minimalen und maximalen Koordinaten in allen drei Raumrichtungen, bestimmen. Im Anschluss an die Geometriedefinition erfolgt die automatische Spezifikation der Hinterkante gemäß Kapitel 3.1.3, was insbesondere für die korrekte Anwendung der Kutta-Bedingung entscheidend ist. Abschließend umfasst das Preprocessing die Berechnung der aerodynamischen Einflusskoeffizienten auf der Geometrie. Da sich die vorliegende Arbeit ausschließlich mit starren Körpern befasst, bleibt die Geometrie über die gesamte Simulationszeit hinweg unverändert. Die Einflusskoeffizienten auf der Körperoberfläche können daher bereits im Vorfeld der zeitlichen Iteration einmalig bestimmt werden. Dies reduziert den numerischen Aufwand innerhalb der zeitlichen Iteration erheblich und trägt maßgeblich zur Effizienz der Gesamtsimulation bei.

Nach Abschluss des Preprocessings beginnt der instationäre Lösungsprozess der Panelmethode, deren zugrunde liegende Gleichung (2.77) jedoch keine explizite Zeitableitung enthält. Der instationäre Charakter der Simulation entsteht demzufolge ausschließlich durch zeitlich veränderliche kinematische Randbedingungen, insbesondere durch die Entwicklung des Nachlaufs, dessen Einflüsse das Geschwindigkeitspotential auf der Körperoberfläche verändern und so die zeitliche Dynamik des Systems maßgeblich prägen [47]. Aufbauend auf dieser Grundlage wird zu Beginn jedes Zeitschritts Δt – ausgehend vom initialen Zeitpunkt t_0 , an dem der Nachlauf erstmalig erzeugt wird – an der zuvor definierten Hinterkante eine neue Reihe von Nachlaufpanels angesetzt. Diese erweitern den Nachlauf und ermöglichen eine kontinuierliche Erfassung der zeitlichen Entwicklung der Zirkulation. Daran anschließend werden die aerodynamischen Einflusskoeffizienten berechnet, über die die Dipolbelegungen des Nachlaufs auf die Oberfläche des Körpers wirken. Die Einflüsse der zuletzt hinzugefügten Nachlaufreihe gehen dabei über die Anwendung der Kutta-Bedingung direkt in die Bestimmung der Einflusskoeffizienten der Oberflächendipole ein, während die Beiträge aus vorangegangenen Zeitschritten gemeinsam mit ihren zeitlich konstanten Dipolstärken (vgl. Kapitel 2.3.2) unmittelbar in die rechte Seite des Gleichungssystems überführt werden können. Dort fließen sie – zusammen mit der bekannten Quellenverteilung – in die Formulierung der kinematischen Randbedingung ein. Die Lösung des so aufgestellten Gleichungssystems liefert die Dipolverteilung auf der Körperoberfläche. Aus ihr resultieren die lokalen Strömungsgrößen und die aerodynamischen Kräfte auf das betrachtete System. Im Anschluss an die Berechnung der Kräfte folgt die Aktualisierung des Nachlaufs, indem die einzelnen Knoten der Nachlaufpanels entlang der jeweils lokal vorliegenden Strömungsverhältnisse verschoben werden. Grundlage bildet in diesem Kontext ein Aufrollalgorithmus, der die zeitliche Entwicklung der Nachlaufstruktur realitätsnah erfasst und somit die Dynamik des Nachlaufs physikalisch konsistent abbildet. Für die zeitliche Integration der Nachlaufpositionen kommt hierbei ein explizites Zeitschrittverfahren zum Einsatz, wobei

im Rahmen von OpenPAME standardmäßig auf das EULER-Verfahren zurückgegriffen wird, mit dem sich die Position \mathbf{x} eines Nachlaufknotens wie folgt berechnen lässt:

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{x}(t) + \mathbf{c}(\mathbf{x}, t) \Delta t + \mathcal{O}(\Delta t^2) \quad (3.26)$$

Hierbei bezeichnet $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ den lokalen Diskretisierungsfehler des Verfahrens pro Zeitschritt. Dieser akkumuliert sich im zeitlichen Verlauf zu einem Gesamtfehler $\mathcal{O}(\Delta t)$. Obwohl das Euler-Verfahren somit lediglich eine Genauigkeit erster Ordnung aufweist und in einem höheren Diskretisierungsfehler resultiert als Verfahren höherer Ordnung, überzeugt es vor allem durch einen äußerst geringen Rechenaufwand. Dieser Vorteil ist insbesondere im Rahmen der Panelmethode relevant, da diese vorrangig für den Einsatz in frühen Entwurfsphasen konzipiert ist, in denen kurze Rechenzeiten und eine robuste Implementierung im Vordergrund stehen. Alternativ stehen in OpenPAME jedoch auch explizite Zeitschrittverfahren höherer Ordnung zur Verfügung, bspw. das RUNGE-KUTTA-Verfahren zweiter (RK2) und vierter Ordnung (RK4). Diese finden in der vorliegenden Arbeit vorrangig bei komplexeren Simulationsszenarien Anwendung, etwa bei der instationären Strömungssimulation der Vertikalachsen-Windkraftanlage. Nach Vollendung der Positionsaktualisierung des Nachlaufs erfolgt für den Lösungsprozess abschließend die Prüfung des Kriteriums $t < t_{\text{end}}$. Sofern die Bedingung erfüllt ist, wird der Simulationsprozess um einen weiteren Zeitschritt fortgesetzt. Ist sie hingegen nicht erfüllt, gilt der Lösungsprozess als abgeschlossen.

Nach Durchführung des Lösungsprozesses folgt das Postprocessing, in dessen Rahmen die Simulationsergebnisse systematisch ausgewertet und für weiterführende Analysen aufbereitet werden. Hierfür wird zunächst die Druckverteilung in definierten Schnittebenen berechnet, um lokale Strömungsverhältnisse gezielt zu erfassen. Darauf aufbauend lässt sich die Spannweitenverteilung verschiedener aerodynamischer Kräfte bestimmen, die Rückschlüsse auf die Effizienz und strukturelle Belastung der Geometrie ermöglichen. Ergänzend dazu dient eine Trefftz-Ebenen-Analyse der Auswertung innerhalb des Fernfelds, um integrale Kenngrößen wie den induzierten Widerstand zu analysieren. Abschließend werden die relevanten Ergebnisdaten im VTK-Format (*Visualization Toolkit*) und CGNS-Format (*CFD General Notation System*) exportiert und für Visualisierungs- sowie weiterführende Auswertungszwecke bereitgestellt.

3.1.7 Zeitliche Entwicklung des Nachlaufs

Die zeitliche Entwicklung des Nachlaufs wird durch einen Aufrollalgorithmus erfasst, der eine realitätsnahe Darstellung der Entstehung und Ausbreitung der ablösenden Wirbelstrukturen ermöglicht. Zentraler Aspekt dieses Verfahrens ist die fortlaufende Verlagerung der Nachlaufknoten in Abhängigkeit von der jeweils lokal vorliegenden Strömungsgeschwindigkeit. Auf diese Weise passt sich der Nachlauf in jedem Zeitschritt dynamisch an

veränderte Strömungsverhältnisse an und bildet die Entwicklung der Wirbelstrukturen konsistent ab.

Der zugrunde liegende Berechnungsablauf, der zur Ermittlung der lokalen Geschwindigkeiten und zur anschließenden Aktualisierung der Knotenpositionen dient, ist schematisch in Abbildung 3.4 dargestellt. Die Ermittlung der durch die Singularitäten induzierten Störgeschwindigkeiten erfolgt dabei in einem dreistufigen Ansatz, bei dem zunächst die jeweiligen Einzelbeiträge separat berechnet werden: Dazu zählen die Beiträge der Quellenverteilung auf der Körperoberfläche, der oberflächengebundenen Dipole sowie der nachlaufgebundenen Dipole. Die von Quellen induzierte Störgeschwindigkeit wird in diesem Zusammenhang auf Grundlage der Formulierungen nach Hess und Smith [42] bzw. Katz und Plotkin [47] berechnet. Für den durch die Dipolverteilung verursachten Anteil kommt hingegen das Biot-Savart-Gesetz gemäß Gleichung (2.63) zur Anwendung, wobei die physikalische Ana-

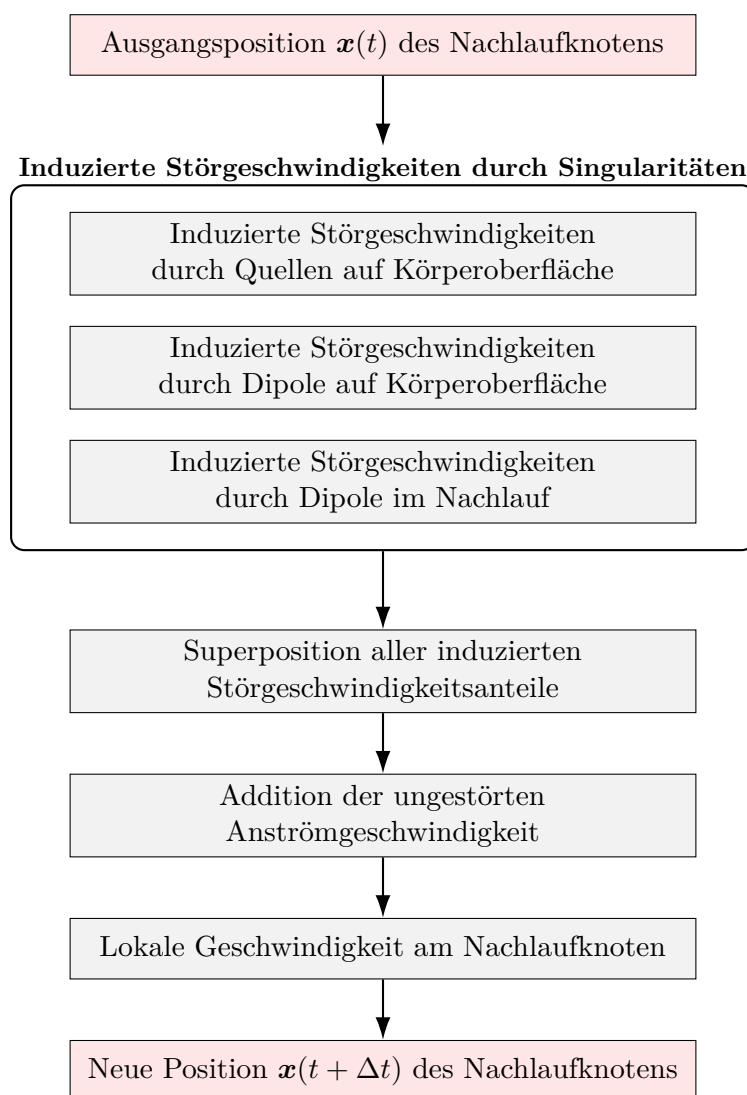


Abb. 3.4: Ablaufdiagramm zur Berechnung der lokalen Geschwindigkeit und Positionsaktualisierung eines Nachlaufknotens

logie zwischen einem flächig verteilten Dipol der Stärke μ und einem Wirbelring mit Zirkulationsstärke Γ ausgenutzt wird (vgl. Kapitel 2.3.1). Im Anschluss an die Einzelberechnungen werden die verschiedenen Anteile überlagert und gemeinsam mit der freien Anströmgeschwindigkeit zu einer effektiven lokalen Geschwindigkeit superponiert. Diese resultierende Geschwindigkeit dient als Eingangsgröße für die zeitliche Aktualisierung der Nachlaufknoten im Rahmen des Aufrollalgorithmus. Für die Integration in der Zeit kommen hierfür die zuvor genannten expliziten Verfahren erster Ordnung (Euler) sowie höherer Ordnung (Runge-Kutta-Verfahren zweiter bzw. vierter Ordnung) zum Einsatz. Zur Berechnung wirbelinduzierter Geschwindigkeiten im Nahfeld ist eine Regularisierung des Biot-Savart-Gesetzes erforderlich, da dieses bei idealisierten Wirbeln für kleine Abstände zwischen Beobachtungspunkt und Wirbelfilament ($|\mathbf{r}| \rightarrow 0$) gemäß Gleichung (2.62) ein singuläres Verhalten aufweist. In OpenPAME erfolgt diese Regularisierung mithilfe des in Gleichung (2.63) eingeführten Faktors V_{RS} , der auf den jeweiligen Wirbelmodellen basiert. Im Folgenden werden die implementierten Modelle vorgestellt und hinsichtlich ihrer spezifischen Regularisierungscharakteristik erläutert.

Rankine-Wirbelmodell

Das RANKINE-Wirbelmodell [79] beschreibt eine idealisierte Wirbelstruktur, bei der im Inneren ein viskoser Kern mit endlichem Radius r_c durch Festkörperrotation modelliert wird, während außerhalb dieses Kerns die Strömung der klassischen Beschreibung eines Potentialwirbels folgt [13, 105]. Durch die Kombination dieser beiden Bereiche entsteht ein physikalisch konsistentes Modell, welches das singuläre Verhalten des reinen Potentialwirbels gezielt vermeidet und dadurch ein überall stetiges Geschwindigkeitsfeld liefert. Im Unterschied zum klassischen Potentialwirbel (vgl. Gleichung (2.60)) ergibt sich für das Rankine-Modell auf diese Weise die folgende Darstellung der tangentialen Geschwindigkeit in Polarkoordinaten (r, φ) :

$$c_{\varphi, \text{Rankine}}(r) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \begin{cases} \frac{r}{r_c^2} & \text{für } 0 < r \leq r_c \\ \frac{1}{r} & \text{für } r > r_c \end{cases} \quad (3.27)$$

Im Rahmen der Regularisierung des Biot-Savart-Gesetzes wird dieses Modell in OpenPAME durch einen Wirbelkernradius $r_c = \text{const.}$ und den orthogonalen Abstand d vom Wirbelfilament zum Beobachtungspunkt definiert. Daraus lässt sich der dimensionslose Regularisierungsfaktor wie folgt beschreiben:

$$V_{RS, \text{Rankine}} = \begin{cases} \frac{d^2}{r_c^2} & \text{für } 0 < d \leq r_c \\ 1 & \text{für } d > r_c \end{cases} \quad (3.28)$$

Lamb-Oseen-Wirbelmodell

Aufbauend auf dem zuvor eingeführten Rankine-Wirbelmodell, dessen tangentielle Geschwindigkeit zwar stetig, jedoch für $r = r_c$ nicht stetig differenzierbar ist, beschreibt das LAMB-OSEEN-Wirbelmodell [53, 73] eine physikalisch konsistentere Wirbelstruktur mit glattem, zeitabhängigem Geschwindigkeitsverlauf. Es handelt sich dabei um eine exakte Lösung der inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen unter der Annahme einer rotationssymmetrischen, laminaren Strömung und unter Berücksichtigung eines eindimensionalen Geschwindigkeitsprofils [78, 13]. In Polarkoordinaten (r, φ) resultiert die tangentielle Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der radialen Koordinate und der Zeit zu:

$$c_{\varphi, \text{Lamb-Oseen}}(r, t) = -\frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \right] \quad (3.29)$$

Aus der Gleichung geht hervor, dass die tangentielle Geschwindigkeit im Nahbereich des Wirbelkerns mit zunehmender Zeit abnimmt. Diese Abschwächung ist auf die viskose Diffusion der Vortizität zurückzuführen, durch die sich die ursprünglich konzentrierte Wirbelstruktur radial ausbreitet [105]. Zur Charakterisierung dieser Ausbreitung kann insbesondere die zeitliche Entwicklung des Wirbelkerns herangezogen werden. Im laminarviskosen Fall folgt für den Radius des Wirbelkerns in Abhängigkeit von der Zeit:

$$r_c(t) = \sqrt{4\alpha_L \nu t} \quad (3.30)$$

Dabei bezeichnet $\alpha_L = 1,25643$ die Lamb-Konstante.

Für die Regularisierung des Biot-Savart-Gesetzes innerhalb von OpenPAME lässt sich auf dieser Grundlage folgender Regularisierungsfaktor formulieren:

$$V_{\text{RS, Lamb-Oseen}} = 1 - \exp\left(-\frac{\alpha_L d^2}{r_c^2}\right) \quad (3.31)$$

Eine Erweiterung des zeitabhängigen Wirbelkernwachstums zur Berücksichtigung turbulenter Diffusion wurde, aufbauend auf Squire [90], von Bhagwat und Leishman [13] vorgeschlagen. Hierfür wird eine zusätzliche turbulente Wirbelviskosität ν_t eingeführt, wodurch sich die effektive kinematische Viskosität zu $\nu_{\text{eff}} = \nu + \nu_t$ erweitert. Das modifizierte Wachstum des Wirbelkerns ergibt sich damit zu:

$$r_c(t) = \sqrt{r_{c,0}^2 + 4\alpha_L \nu_{\text{eff}} t} \quad (3.32)$$

wobei $r_{c,0}$ den initialen Wirbelkernradius definiert, der eine Singularität bei $t = 0$ verhindert. Die turbulente Wirbelviskosität kann dabei proportional zur Zirkulation formuliert werden, sodass gilt:

$$\nu_t = a\Gamma \quad (3.33)$$

Hierbei bezeichnet a einen Proportionalitätsfaktor und muss zusammen mit $r_{c,0}$ in der Regel experimentell ermittelt werden. Basierend auf umfangreichen Versuchsreihen zu Randwirbeln, die über ein breites Spektrum an Reynolds-Zahlen durchgeführt wurden, wird der Faktor a nach Bhagwat und Leishman [13] typischerweise in einem Wertebereich $5,0 \cdot 10^{-5} < a < 4,0 \cdot 10^{-4}$ angegeben.

Vatistas-Wirbelmodell

Das VATISTAS-Wirbelmodell [99] stellt eine alternative, approximative Beschreibung realer Wirbel dar und zeichnet sich insbesondere durch eine hohe Flexibilität im Hinblick auf unterschiedliche Strömungsbedingungen aus. Die erweiterte Flexibilität wird im Rahmen des Modells durch die Einführung eines variablen Regularisierungsexponenten k erreicht, der den Übergang zwischen der Kernregion und der äußeren Strömung kontrolliert steuert. Die zugehörige tangentielle Geschwindigkeit resultiert in Abhängigkeit von der radialen Koordinate in Polarkoordinaten (r, φ) zu:

$$c_{\varphi, \text{Vatistas}}(r) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \left[\frac{r}{(r_c^{2k} + r^{2k})^{1/k}} \right] \quad (3.34)$$

Je nach Wahl des Regularisierungsexponenten lassen sich verschiedene Grenzfälle betrachten: Für $k \rightarrow \infty$ entsteht ein nicht stetig differenzierbarer Verlauf mit einem sprunghaften Übergang an der Grenze des Wirbelkerns, wodurch das Modell dem Verhalten des Rankine-Wirbels entspricht. Für einen Wert von $k = 2$ geht die Geschwindigkeitsverteilung dagegen näherungsweise in die des Lamb-Oseen-Modells über, sodass diese einen glatten Verlauf aufweist. Die freie Wahl des Exponenten ermöglicht somit eine gezielte Anpassung an experimentelle Daten und erlaubt eine flexible Übertragbarkeit des Modells auf unterschiedliche Wirbeltypen.

In Analogie zu den zuvor beschriebenen Wirbelmodellen lässt sich auch im Fall des Vatistas-Modells ein Faktor zur Regularisierung der durch das Biot-Savart-Gesetz berechneten Geschwindigkeit angeben. In OpenPAME ist dieser wie folgt definiert:

$$V_{RS,Vatistas} = \frac{d^2}{(r_c^{2k} + d^{2k})^{1/k}} \quad (3.35)$$

Einen abschließenden Vergleich der einzelnen Wirbelmodelle bietet Abbildung 3.5, in der die Verläufe der tangentialen Geschwindigkeit innerhalb des Wirbelkerns für die zuvor beschriebenen Modelle einander gegenübergestellt sind.

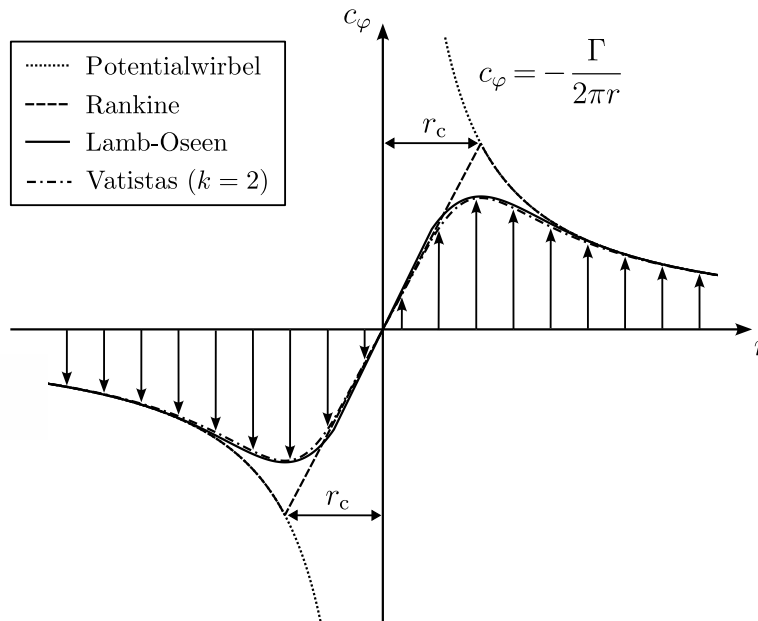


Abb. 3.5: Verlauf der tangentialen Geschwindigkeit innerhalb des Wirbelkerns für verschiedene Wirbelmodelle, in Anlehnung an [13]

3.2 Validierung der Panelmethode

Zur Validierung der in dieser Arbeit entwickelten Basisimplementierung der Panelmethode werden gezielt repräsentative Geometrien mit bekannter Strömungscharakteristik herangezogen, anhand derer ein systematischer Vergleich mit analytischen Lösungen, experimentellen Messdaten sowie CFD-Ergebnissen vorgenommen wird. Den Ausgangspunkt bilden dabei einfache Körperformen wie der Zylinder und die Kugel, für die im Rahmen der Potentialtheorie analytische Lösungen existieren. Im Fall des Zylinders wird der Vergleich zusätzlich um Literaturdaten ergänzt, um eine erweiterte Bewertung der Ergebnisse im Hinblick auf reale Strömungsverhältnisse zu ermöglichen. Anschließend wird ein zweidimensionales NACA-0012-Profil untersucht. Die mit der Panelmethode berechneten Ergebnisse werden in diesem Zusammenhang experimentellen Messungen sowie CFD-Simulationen gegenübergestellt, um die Übereinstimmung hinsichtlich druck- und kraftbezogener Kenngrößen systematisch zu analysieren. Den Abschluss der Validie-

rungsstudie bildet der Vergleich eines dreidimensionalen Tragflügels mit NACA-0012-Profil und trapezförmiger Randbogenform, anhand dessen insbesondere bewertet wird, inwieweit die Panelmethode dreidimensionale Strömungseffekte physikalisch konsistent abbilden kann. Für die Quantifizierung der Übereinstimmung mit den Referenzdaten werden für sämtliche Validierungsfälle die absolute Abweichung Δ sowie die relative Abweichung δ herangezogen. Die Definitionen dieser Abweichungsmaße sind im Anhang B erläutert.

3.2.1 Zylinderströmung

Die Umströmung eines Zylinders stellt in der einschlägigen Literatur ein klassisches Validierungsbeispiel für numerische Verfahren dar. Aufgrund der einfachen Geometrie sowie der Existenz analytischer Lösungen im Rahmen der Potentialtheorie bietet dieser Fall eine besonders geeignete Grundlage zur Validierung der mit OpenPAME erzielten numerischen Ergebnisse.

Im Folgenden wird die Strömung um einen ruhenden sowie einen rotierenden Zylinder untersucht. Der betrachtete Körper besitzt einen Radius von $R_{\text{Zylinder}} = 0,075$ m und ist mit seiner Achse in z -Richtung senkrecht zur Blattebene ausgerichtet. Die Anströmung erfolgt entlang der positiven x -Achse, wodurch die Strömung senkrecht zur Zylinderachse verläuft. Um dreidimensionale Randeffekte am Zylinder weitgehend zu minimieren und die numerischen Ergebnisse mit der zweidimensionalen theoretischen Lösung vergleichbar zu machen, wurde die Zylindertiefe im vorliegenden Fall gezielt so gewählt, dass sich im mittleren Bereich des Zylinders eine näherungsweise zweidimensionale Strömung einstellt. Auf dieser Grundlage wird zur Bewertung der numerischen Ergebnisse die Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts entlang der Zylinderoberfläche im Schnitt $z = 0$ herangezogen.

Für den ruhenden, zweidimensionalen Zylinder resultiert die Potentialfunktion in Polarkoordinaten (r, φ) zu:

$$\Phi_{\text{Zylinder}}(r, \varphi) = r \cos \varphi c_{\infty} \left(1 + \frac{R_{\text{Zylinder}}^2}{r^2} \right) \quad (3.36)$$

wobei φ den mathematisch positiv orientierten Azimutwinkel bezeichnet. Der Winkel $\varphi = 0^\circ$ liegt dabei in positiver x -Richtung, das heißt an der stromabwärts gelegenen Rückseite des Zylinders. Durch Auswertung des Gradienten der Potentialfunktion bei $r = R_{\text{Zylinder}}$ ergibt sich die zugehörige Geschwindigkeit auf der Zylinderoberfläche durch folgenden Ausdruck:

$$\mathbf{c}_{\text{Zylinder}}(\varphi) = \left(0, -2 c_{\infty} \sin \varphi \right)^{\text{T}} \quad (3.37)$$

Für den rotierenden, zweidimensionalen Zylinder lässt sich das Strömungspotential durch Überlagerung der Grundströmung mit einem Potentialwirbel konstanter Zirkulation darstellen. Die resultierende Geschwindigkeit auf der Zylinderoberfläche nimmt in diesem Fall folgende Form an:

$$\mathbf{c}_{\text{Zylinder}\Gamma}(\varphi) = \left(0, -2c_\infty \sin \varphi - \frac{\Gamma}{2\pi R_{\text{Zylinder}}} \right)^T \quad (3.38)$$

Aus den beiden Gleichungen (3.37) und (3.38) kann anschließend der für die Auswertung herangezogene dimensionslose Druckbeiwert gemäß Gleichung (3.15) berechnet werden:

$$C_{p,\text{Zylinder}}(\varphi) = 1 - 4 \sin^2 \varphi \quad (3.39)$$

bzw.

$$C_{p,\text{Zylinder}\Gamma}(\varphi) = 1 - \left(2 \sin \varphi + \frac{\Gamma}{2\pi R_{\text{Zylinder}} c_\infty} \right)^2 \quad (3.40)$$

Der Verlauf des dimensionslosen Druckbeiwerts entlang der Zylinderoberfläche ist für den ruhenden Zylinder in Abbildung 3.6a dargestellt. Hieraus ist ersichtlich, dass die analytische Lösung exakt mit den theoretischen Erwartungen übereinstimmt und eine vollständig symmetrische Verteilung entlang des Zylinderumfangs zeigt, wobei der maxi-

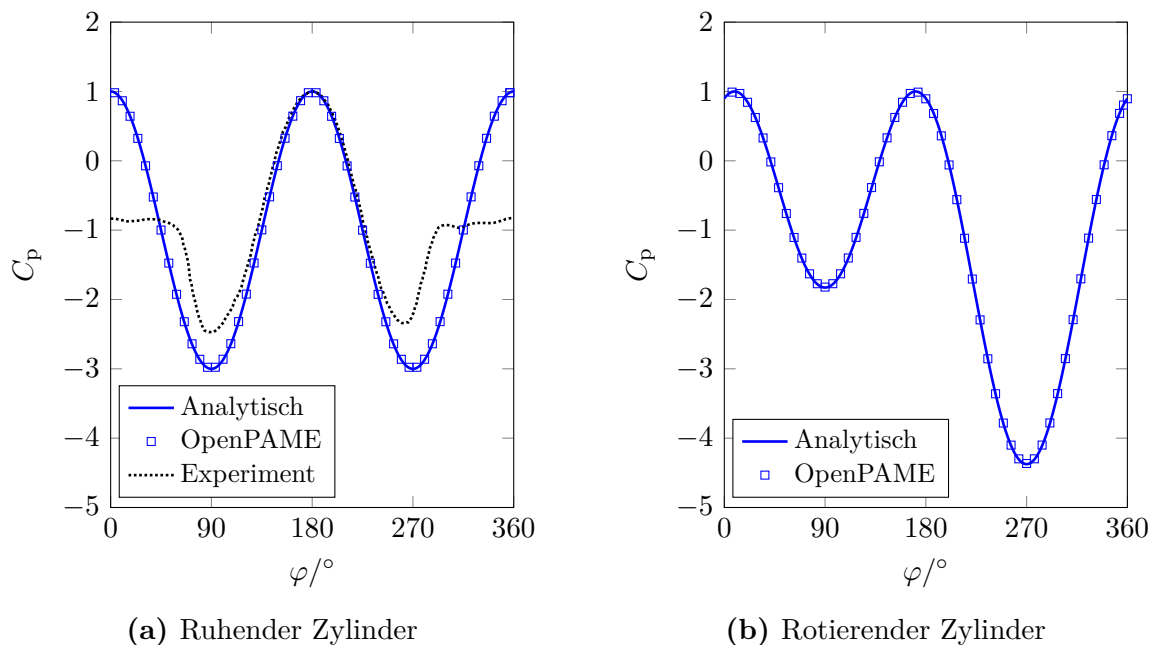


Abb. 3.6: Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts im Schnitt $z = 0$ (x - y -Ebene) für die Potentialströmung und die reale Umströmung eines Zylinders

male Druckbeiwert von $C_p^{\max} = 1$ an den Staupunkten bei $\varphi = 0^\circ$ (stromabwärts) und $\varphi = 180^\circ$ (stromaufwärts) auftritt. An den Stellen maximaler Strömungsgeschwindigkeit, das heißt bei $\varphi = 90^\circ$ und $\varphi = 270^\circ$, erreicht der Druckbeiwert hingegen ein Minimum mit $C_p^{\min} = -3$. Die mit OpenPAME durchgeführte Simulation bildet diese theoretische Verteilung mit hoher Übereinstimmung ab, was sich in einer mittleren relativen Abweichung von $\bar{\delta}_{C_p} = 0,324\%$ bzw. einer mittleren absoluten Abweichung von $\bar{\Delta}_{C_p} = 0,004$ widerspiegelt. Ergänzend enthält die Abbildung experimentelle Messdaten von Achenbach [2], der im Rahmen seiner Studie die Druckverteilung an einem feststehenden, quer angeströmten Zylinder bei unterschiedlichen Reynolds-Zahlen untersucht hat. Für den Vergleich wird an dieser Stelle exemplarisch der Fall mit $Re \approx 3,6 \cdot 10^6$ herangezogen. Es zeigt sich, dass die experimentellen Ergebnisse auf der Vorderseite des Zylinders ($90^\circ < \varphi \leq 270^\circ$) qualitativ gut mit der potentialtheoretischen Berechnung aus OpenPAME übereinstimmen. Besonders im Bereich des vorderen Staupunkts bei $\varphi = 180^\circ$ stimmen die Ergebnisse sehr gut überein, sodass die relative Abweichung dort lediglich $\delta_{C_p} = 0,3\%$ beträgt. Auf der Rückseite des Zylinders ($0^\circ < \varphi \leq 90^\circ$ bzw. $270^\circ < \varphi < 360^\circ$) weichen die experimentellen Daten hingegen deutlich von der idealisierten Lösung ab. Ursächlich hierfür sind Ablösephänomene, die im Rahmen der Potentialtheorie nicht erfasst werden können. Infolgedessen sinkt der experimentell ermittelte Druckbeiwert im Bereich des stromabwärts gelegenen Staupunkts bei $\varphi = 0^\circ$ auf $C_p \approx -0,8$. Diese Abweichung unterstreicht somit die Bedeutung viskoser Effekte und markiert zugleich eine zentrale Grenze von Potentialströmungen bei der Beschreibung realer Strömungsvorgänge (vgl. Kapitel 2.4).

In Abbildung 3.6b sind die Ergebnisse für den rotierenden Zylinder veranschaulicht, wobei für den dargestellten Fall exemplarisch eine Zirkulation von $\Gamma = -0,15 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ zugrunde gelegt wird, die einen linksdrehenden Wirbel erzeugt und das zuvor symmetrische Strömungsfeld der ruhenden Konfiguration systematisch verändert. Insbesondere auf der Oberseite des Zylinders ($0^\circ < \varphi \leq 180^\circ$) bewegt sich die Oberfläche aufgrund der vorliegenden Zirkulation entgegen der Anströmrichtung, wodurch die Strömungsgeschwindigkeit lokal sinkt und der statische Druck entsprechend ansteigt. Bei $\varphi = 90^\circ$ ergibt sich infolgedessen ein Druckbeiwert von $C_p \approx -1,8$, was einem deutlich höheren Druckniveau als im ruhenden Fall entspricht. Auf der Unterseite des Zylinders ($180^\circ < \varphi \leq 360^\circ$) verstärkt sich die Strömungsgeschwindigkeit hingegen, da sich die Oberfläche hier in Richtung der Anströmung bewegt. Dies führt zu einem lokalen Druckabfall, der bei $\varphi = 270^\circ$ in einem Druckbeiwert von $C_p^{\min} \approx -4,4$ resultiert. Die Druckverteilung entlang der Zylinderoberfläche verläuft demzufolge asymmetrisch, was eine senkrecht zur Anströmung wirkende Auftriebskraft zur Folge hat. Dieser Effekt ist als Magnus-Effekt bekannt und charakteristisch für rotierende Körper in Strömungsfeldern. Die mit OpenPAME simulierten Ergebnisse stimmen auch im Fall des rotierenden Zylinders sehr gut mit der analytischen

Berechnung überein, was in einer mittleren relativen Abweichung von $\bar{\delta}_{C_p} = 0,734\%$ bzw. einer mittleren absoluten Abweichung von $\bar{\Delta}_{C_p} = 0,0043$ zum Ausdruck kommt.

3.2.2 Kugelströmung

Die Geschwindigkeit der Potentialströmung auf der Oberfläche einer Kugel mit Radius R_{Kugel} lässt sich gemäß Anderson [4] in sphärischen Koordinaten (r, θ, φ) mit $r = R_{\text{Kugel}}$ analytisch durch die folgende Beziehung beschreiben:

$$\mathbf{c}_{\text{Kugel}}(\theta) = \left(0, \frac{3}{2}c_\infty \sin \theta, 0 \right)^T \quad (3.41)$$

Dabei bezeichnet θ den Polarwinkel, gemessen von der positiven z -Achse. Aufgrund der Rotationssymmetrie der Strömung um diese Achse entfällt eine direkte Abhängigkeit vom Azimutwinkel φ .

Aufbauend auf der resultierenden Geschwindigkeit entlang der Kugeloberfläche aus Gleichung (3.41) lässt sich mittels Gleichung (3.15) der dimensionslose Druckbeiwert berechnen. Es gilt:

$$C_{p,\text{Kugel}}(\theta) = 1 - \frac{9}{4} \sin^2 \theta \quad (3.42)$$

Abbildung 3.7 zeigt exemplarisch die Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts auf der Oberfläche einer Kugel mit Radius $R_{\text{Kugel}} = 1 \text{ m}$ bei einer Zuströmgeschwindigkeit von $c_\infty = 1 \text{ m s}^{-1}$. Die zugehörige analytische Lösung der Druckverteilung ist in Abbildung 3.7a dargestellt, während Abbildung 3.7b das entsprechende numerische Ergebnis aus OpenPAME zeigt. Der direkte Vergleich beider Verteilungen weist im vorliegenden Fall eine sehr hohe qualitative Übereinstimmung auf. Lediglich in den Übergangsbereichen zwischen unterschiedlich fein aufgelösten Diskretisierungszonen treten lokal begrenzte Abweichungen auf, die auf numerisch bedingte Effekte zurückzuführen sind. Diese qualitative Einschätzung wird durch die mittleren relativen Abweichungen zwischen beiden Methoden quantitativ bestätigt, die mit $\bar{\Delta}_{C_p} = 0,002$ bzw. $\bar{\delta}_{C_p} = 0,60\%$ gering ausfallen.

Ergänzend zur Darstellung auf der Kugeloberfläche veranschaulicht Abbildung 3.8 eine Schnittansicht der Druckverteilung in der z - y -Ebene bei $x = 0$. Charakteristisch für den zugrunde liegenden idealisierten Strömungsfall ist ein maximaler Druckbeiwert von $C_p^{\text{max}} = 1$ an den Staupunkten auf der Vorder- ($\theta = 0^\circ$) und Rückseite ($\theta = 180^\circ$), in Verbindung mit einem minimalen Druckbeiwert von $C_p^{\text{min}} \approx -1,25$, der im Bereich der höchsten Strömungsgeschwindigkeit bei $\theta = 90^\circ$ und $\theta = 270^\circ$ erreicht wird. Diese analytisch erwartete Verteilung wird auch numerisch sehr gut abgebildet, was sich in einer

geringen mittleren relativen Abweichung von $\bar{\delta}_{C_p} = 0,53\%$ widerspiegelt und die hohe Genauigkeit der Simulationsergebnisse unterstreicht.

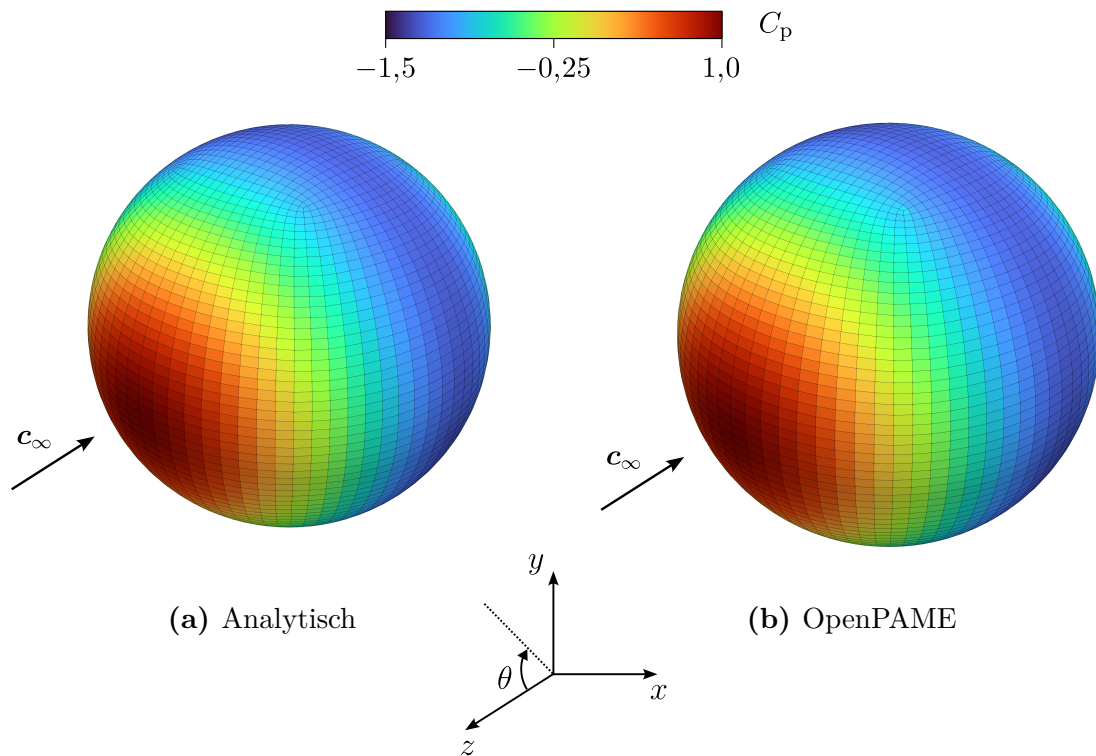


Abb. 3.7: Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts auf der Oberfläche einer Kugel in einer Potentialströmung

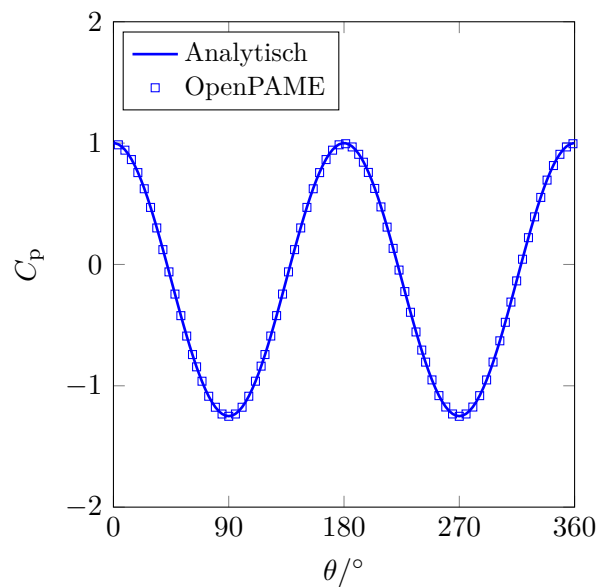


Abb. 3.8: Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts im Schnitt $x = 0$ (z - y -Ebene) für die Potentialströmung um eine Kugel

3.2.3 Tragflügelprofil NACA-0012

Zur weiterführenden Validierung wird das symmetrische Tragflügelprofil NACA-0012 herangezogen, da es aufgrund seiner weiten Verbreitung in der einschlägigen Literatur und der Verfügbarkeit umfangreicher experimenteller Vergleichsdaten eine geeignete Referenz darstellt. Zunächst wird hierzu der Begriff der Streckung Λ_s eingeführt, die sich als Verhältnis der Quadratspannweite b^2 zur projizierten Flügelfläche definiert:

$$\Lambda_s = \frac{b^2}{A_{\text{proj}}} \quad (3.43)$$

Gemäß der Prandtl'schen Traglinientheorie nähert sich der Auftriebsbeiwert eines Tragflügels endlicher Streckung mit zunehmender Streckung dem Auftriebsbeiwert eines Tragflügels unendlicher Streckung C_A^∞ und somit dem zweidimensionalen Strömungsfall an [84, 47]. Um diesen Zustand auch in der Simulation mit OpenPAME abzubilden und die dreidimensionalen Randeinflüsse zu minimieren, wurde für die nachfolgende Berechnung ein Tragflügel mit großer Streckung gewählt, wobei die Auswertung der Ergebnisse im Schnitt bei halber Spannweite realisiert wird. Die Validierung erfolgt dabei unter anderem durch einen Vergleich der Ergebnisse aus OpenPAME mit experimentellen Daten, die aus den Untersuchungen von Ladson [51] stammen und im *Langley Low-Turbulence Pressure Tunnel* durchgeführt wurden. In seiner Studie analysierte er das NACA-0012-Profil systematisch hinsichtlich der aerodynamischen Eigenschaften, wobei die Mach-Zahl und die Reynolds-Zahl unabhängig voneinander variiert wurden. Ziel der Untersuchungen war es, den Einfluss beider Parameter – insbesondere auf die Auftriebscharakteristik – im Detail zu erfassen. Die Messungen erfolgten hierzu sowohl unter freier als auch erzwungener Transition. Für letztere wurden definierte Rauheitsstreifen an der 5%-Position der Profilsehne angebracht, um die Transition dort gezielt auszulösen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden exemplarisch die experimentellen Daten bei Reynolds-Zahlen von $Re \approx 2,0 \cdot 10^6$ und $Re \approx 6,0 \cdot 10^6$ unter Berücksichtigung einer konstanten Mach-Zahl von $Ma = 0,15$ herangezogen. Die Auswertung beschränkt sich hierbei auf den Anstellwinkelbereich von $\alpha = -5^\circ$ bis $\alpha = +5^\circ$, wobei ausschließlich Messungen unter freier Transition berücksichtigt werden, da die Art der Umschlagsauslösung in diesem Winkelbereich keinen wesentlichen Einfluss auf das Strömungsverhalten ausübt. Neben dem Vergleich mit experimentellen Daten erfolgt zusätzlich eine Gegenüberstellung mit Ergebnissen aus zweidimensionalen, viskosen CFD-Simulationen. Diese wurden mit inkompressibler Luft bei einer Temperatur von $T = 15^\circ\text{C}$ ($\rho = 1,225 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 1,7894 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$) und einem Umgebungsdruck von $p_{\text{ref}} = 1 \text{ bar}$ unter Verwendung des *Realizable-k- ϵ* -Turbulenzmodells durchgeführt. Zur Minimierung diskretisierungsbedingter Einflüsse wurde im Vorfeld eine Netzunabhängigkeitsstudie sowohl für die Panelmethode als auch für die CFD durchgeführt, jedoch wird diese im Folgenden nicht näher ausgeführt.

In Abbildung 3.9 sind die Ergebnisse des Vergleichs für den Auftriebsbeiwert in Abhängigkeit vom Anstellwinkel dargestellt. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass die Panelmethode im linearen Bereich der Auftriebskennlinie ($-5^\circ \lesssim \alpha \lesssim 5^\circ$) eine qualitativ sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten sowie den CFD-Ergebnissen aufweist. Dieses Verhalten zeigt sich konsistent für beide untersuchten Reynolds-Zahlen und unterstreicht die Eignung der Panelmethode zur Berechnung des aerodynamischen Auftriebs bei kleinen Anstellwinkeln. Im betrachteten Bereich beträgt die mittlere absolute Abweichung zwischen OpenPAME und der CFD dabei $\overline{\Delta}_{C_A^\infty} \approx 0,02$, gegenüber dem Experiment ergibt sich ein Wert von $\overline{\Delta}_{C_A^\infty} \approx 0,032$. Damit wird die zuvor beschriebene qualitative Übereinstimmung auch quantitativ bestätigt. Außerhalb des linearen Bereichs treten hingegen signifikante Abweichungen zwischen den untersuchten Methoden auf. So zeigen sowohl die CFD-Ergebnisse als auch die experimentellen Daten bei $\alpha > 15^\circ$ für $Re \approx 2,0 \cdot 10^6$ bzw. bei $\alpha > 17^\circ$ für $Re \approx 6,0 \cdot 10^6$ den charakteristischen Abfall des Auftriebsbeiwerts infolge beginnender Strömungsablösung, wobei der Einbruch in den experimentellen Ergebnissen bei geringeren Anstellwinkeln eintritt als in den CFD-Simulationen. Die Panelmethode ist aufgrund ihres zugrunde liegenden reibungsfreien Strömungsmodells hingegen nicht in der Lage, diese Ablösephänomene physikalisch korrekt zu erfassen, sodass der damit einhergehende Auftriebsverlust in den Ergebnissen vollständig unberücksichtigt bleibt. Infolgedessen ergibt sich für das potentialtheoretische Verfahren ein nahezu linearer Anstieg

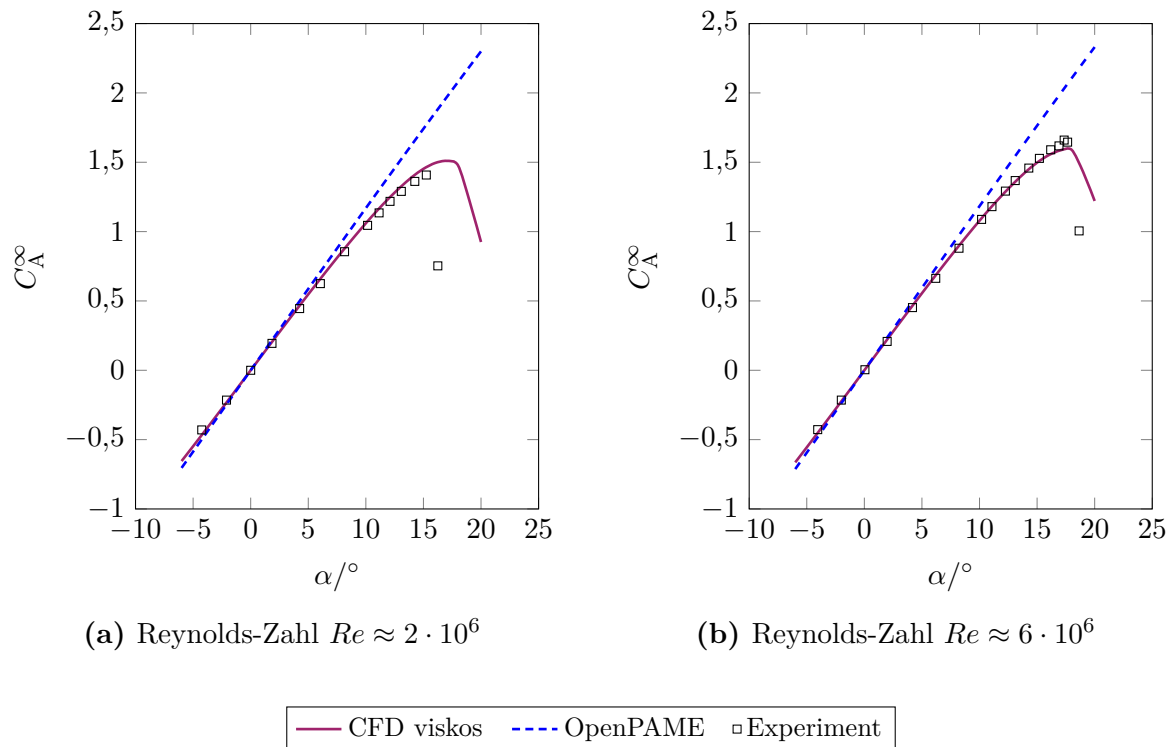


Abb. 3.9: Auftriebspolaren für ein NACA-0012-Profil für verschiedene Reynolds-Zahlen

der Kurve bis $\alpha = 20^\circ$. Ein Vergleich der beiden Diagramme verdeutlicht zudem den direkten Einfluss der Reynolds-Zahl auf die aerodynamische Performance des Profils, wobei mit höherer Reynolds-Zahl ein höherer maximaler Auftriebsbeiwert $C_{A,\max}^\infty$ erreicht wird und der Strömungsabriss bei größeren Anstellwinkeln auftritt. Dieses Verhalten entspricht den theoretischen Erwartungen, da mit zunehmender Reynolds-Zahl der laminar-turbulente Übergang in der Grenzschicht weiter stromauf, d. h. näher an der Vorderkante, einsetzt und infolge der erhöhten kinetischen Energie in wandnahen Strömungsregionen eine längere Anhaftung der Strömung an der Geometrieoberfläche begünstigt wird, wodurch die Ablösung verzögert und höhere Auftriebsbeiwerte erzielt werden können [4, 83].

Abbildung 3.10 zeigt aufbauend auf der vorherigen Betrachtung die Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts entlang der normierten Profilschne x/l des NACA-0012-Profiles für verschiedene Anstellwinkel. Die für den Vergleich zugrunde liegenden experimentellen Daten stammen aus der Arbeit von Gregory und O'Reilly [35] und wurden bei einer Reynolds-Zahl von $Re \approx 2,88 \cdot 10^6$ erhoben. Da diese jedoch ausschließlich die Saugseite des Profils erfassen, erfolgt zur Vervollständigung der Darstellung eine Ergänzung durch Ergebnisse aus viskosen CFD-Simulationen. Auf diese Weise wird ein konsistentes Gesamtbild der Druckverteilung ermöglicht. Für den Vergleich wurden gezielt zwei Anstellwinkel aus dem linearen Bereich der Auftriebspolare ($\alpha = 2^\circ$ und $\alpha = 4^\circ$) sowie zwei Anstellwinkel aus dem nichtlinearen Bereich ($\alpha = 8^\circ$ und $\alpha = 10^\circ$) herangezogen.

Die Ergebnisse verdeutlichen, dass mit zunehmendem Anstellwinkel eine deutlich stärkere Druckabsenkung auf der Saugseite – der Oberseite des Profils – auftritt. Vorrangig im Bereich der Vorderkante führt die durch die Profilgeometrie bedingte Umlenkung dabei zu einer Beschleunigung der Strömung, die in der Folge einen verstärkten Unterdruck und damit eine Auftriebserhöhung bewirkt. Für den kleinsten betrachteten Anstellwinkel $\alpha = 2^\circ$ zeigt sich, wie in Abbildung 3.10a dargestellt, eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen Daten, der CFD-Simulation und der Berechnung mittels OpenPAME. Die maximale Saugspitze an der Vorderkante wird dabei in allen drei Ansätzen mit $C_p^{\min} \approx -0,8$ nahezu identisch erfasst. Ein vergleichbares Bild liefert $\alpha = 4^\circ$, dessen Druckverteilung in Abbildung 3.10b dargestellt ist. Auch hier stimmen die Ergebnisse der verschiedenen Methoden im Wesentlichen gut überein. Besonders auf der Druckseite sowie im mittleren Bereich der Saugseite ergibt sich eine nahezu deckungsgleiche Verteilung des Druckbeiwerts, wobei die Saugspitze mit $C_p^{\min} \approx -1,4$ erwartungsgemäß ausgeprägter ausfällt als bei $\alpha = 2^\circ$. Signifikante Abweichungen zwischen den Methoden treten im vorliegenden Fall erst bei einem Anstellwinkel von $\alpha = 8^\circ$ auf, dessen Druckverteilung in Abbildung 3.10c dargestellt ist. Während die CFD-Simulation und das Experiment hier ein Druckminimum von $C_p^{\min} \approx -3,67$ auf der Saugseite aufweisen, resultiert in der Panelmethode mit $C_p^{\min} \approx -4,14$ ein deutlich stärkerer Unterdruck. Die Unterschiede konzentrieren sich dabei vor allem auf den Bereich der Profilverkante, wohingegen im

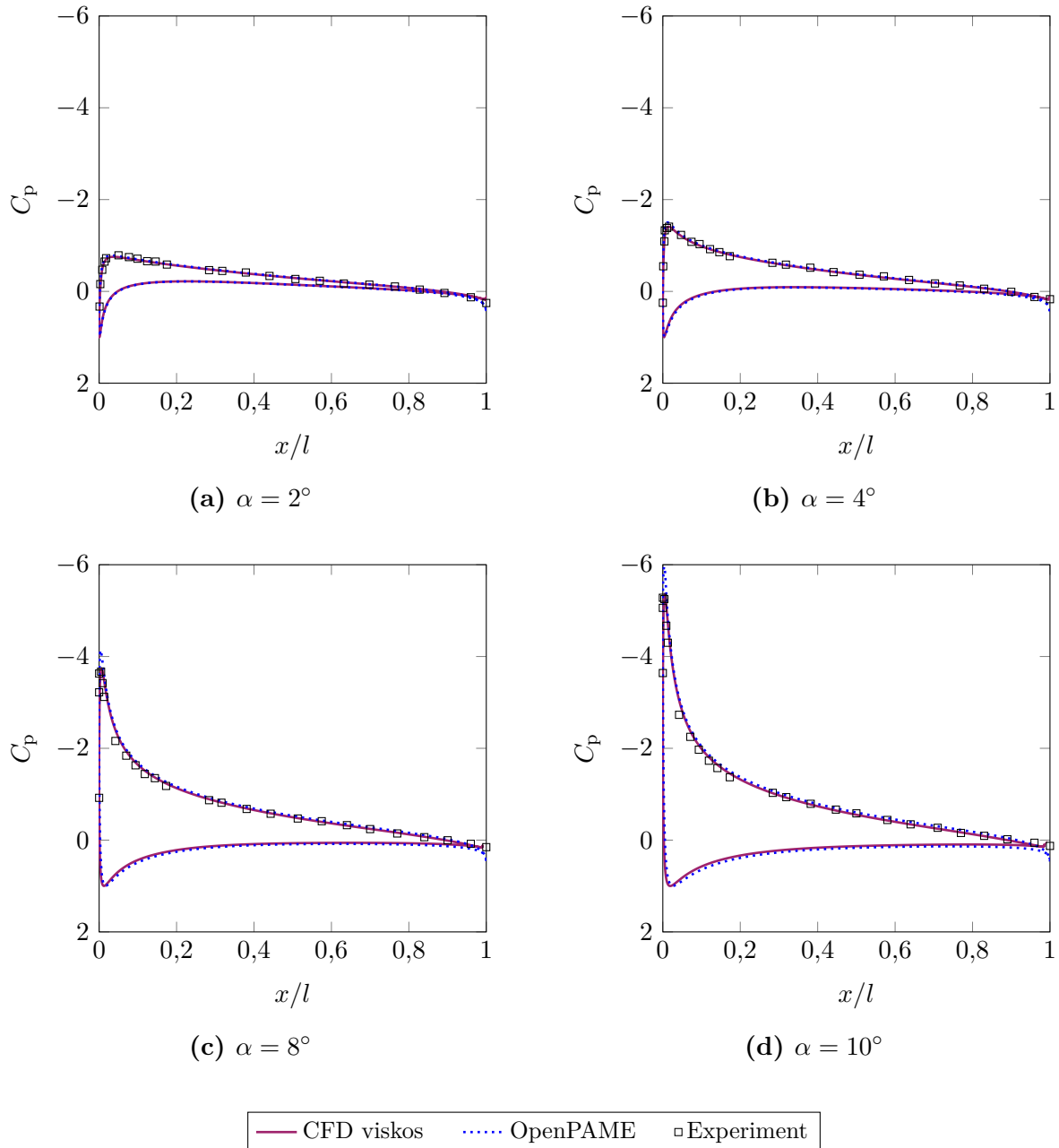


Abb. 3.10: Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts am NACA-0012-Profil für verschiedene Anstellwinkel bei $Re \approx 2,88 \cdot 10^6$

mittleren und hinteren Teil der Saug- bzw. Druckseite eine weitgehende Übereinstimmung besteht. Bei weiterer Erhöhung des Anstellwinkels auf $\alpha = 10^\circ$ (vgl. Abbildung 3.10d) verstärken sich diese Unterschiede zusätzlich. So erreichen CFD und Experiment ein Druckminimum von $C_p^{\min} \approx -5,25$, während die Panelmethode ein ausgeprägteres Minimum von $C_p^{\min} \approx -6,0$ vorhersagt. Auch in diesem Fall ist die Abweichung besonders in den Bereichen hoher Strömungsbeschleunigung nahe der Vorderkante am deutlichsten. Diese mit zunehmendem Anstellwinkel wachsende Diskrepanz zwischen den Methoden ist charak-

teristisch und lässt sich auf die zugrunde liegende Annahme einer reibungsfreien Strömung im Rahmen der Panelmethode zurückführen. Da viskose Effekte in diesem Modell nicht berücksichtigt werden, führt dies auf der Saugseite insbesondere in Bereichen mit starken Geschwindigkeitsgradienten zu einer systematischen Überschätzung des Unterdrucks. Auf der Druckseite bleiben die Ergebnisse hingegen auch bei hohen Anstellwinkeln weitgehend konsistent.

Zusätzliche Unterschiede manifestieren sich bei allen betrachteten Anstellwinkeln darüber hinaus im Bereich der Profilhinterkante. Die Abweichungen zwischen CFD und OpenPAME sind hierbei in erster Linie auf geometrische Unterschiede zurückzuführen: Während in der CFD ein Profil mit stumpfer Hinterkante zum Einsatz kommt, basiert OpenPAME auf einer idealisierten, spitz auslaufenden Geometrie. Darüber hinaus wirken sich Unterschiede in der Nachlaufmodellierung maßgeblich auf die Ergebnisse aus.

3.2.4 Tragflügel NACA-0012-TWT

Zum Abschluss der Validierung widmet sich die folgende Analyse der aerodynamischen Charakteristik eines endlichen Tragflügels mit trapezförmiger Randbogenform (TWT, *Trapezoidal Wingtip*) und einer Profilkontur nach dem symmetrischen NACA-0012-Profil. Abbildung 3.11 zeigt die Geometrie des betrachteten Tragflügels sowie die zur Auswertung des dimensionslosen Druckbeiwerts herangezogenen Schnittebenen. Die entsprechenden geometrischen Parameter des Tragflügels sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst.

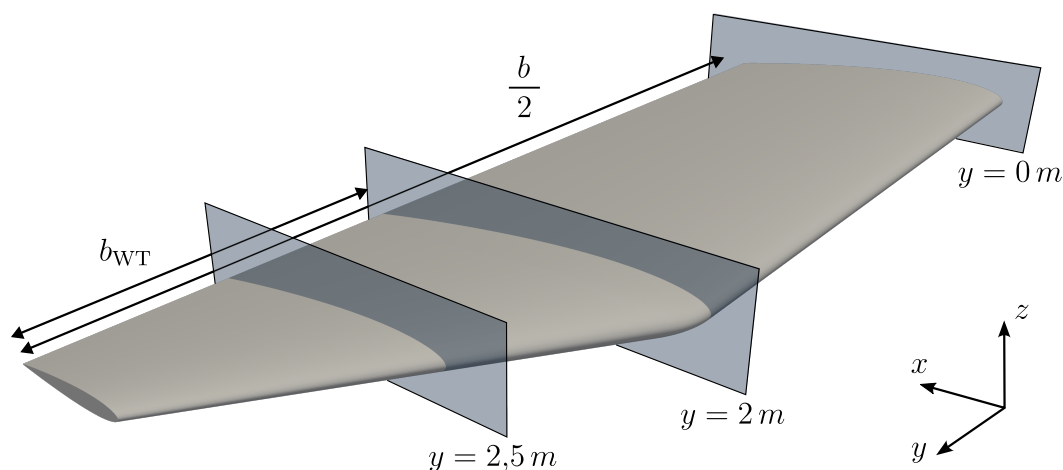


Abb. 3.11: Geometrie des untersuchten NACA-0012-TWT-Tragflügels mit Darstellung definierter Schnittebenen zur Auswertung des dimensionslosen Druckbeiwerts

Die numerische Untersuchung der Panelmethode und CFD erfolgte im Rahmen der Validierung bei variierenden Anstellwinkeln und einer konstanten Anströmgeschwindigkeit von $c_\infty = 50 \text{ m s}^{-1}$, was für die vorliegende Konfiguration in einer Reynolds-Zahl von

Tab. 3.2: Geometrische Eigenschaften des untersuchten NACA-0012-TWT-Tragflügels

Eigenschaft	Symbol	Wert	Einheit
Spannweite	b	6	m
Länge des Wingtips	b_{WT}	1	m
Sehnenlänge Hauptflügel	l	1	m
Sehnenlänge Flügelspitze	l_{tip}	0,35	m
Projizierte Fläche	A_{proj}	6	m ²

$Re \approx 3,4 \cdot 10^6$ resultiert. Als Arbeitsmedium diente Luft bei 15 °C, die als inkompressibles Fluid mit den Materialeigenschaften $\rho = 1,225 \text{ kg m}^{-3}$ und $\mu = 1,7894 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$ bei einem Umgebungsdruck von $p_{\text{ref}} = 1 \text{ bar}$ modelliert wurde. Zur Berücksichtigung der viskosen Effekte kam in den CFD-Simulationen das $k\text{-}\omega\text{-SST}$ -Turbulenzmodell (*Shear Stress Transport*) nach Menter [64] zur Anwendung. Eine hinreichende Auflösung der wandnahen Grenzschicht ließ sich hierbei durch einen dimensionslosen Wandabstand von $y^+ \approx 1$ sicherstellen. Um die Panelmethode unter vergleichbaren Strömungsbedingungen analysieren zu können, erfolgten ergänzend zu den viskosen CFD-Simulationen auch nicht-viskose CFD-Simulationen. Die zugrunde liegenden Randbedingungen sowie die Modellierung des umgebenden Fluidvolumens beider CFD-Ansätze sind detailliert in Abbildung C.1 dargestellt. Für die Panelmethode wurden in Anlehnung an die CFD zunächst stationäre Simulationen durchgeführt. Die daraus resultierenden Ergebnisse werden im Folgenden mit der jeweiligen CFD-Referenz hinsichtlich der Auftriebs- und Widerstandspolaren sowie der Druckverteilung im Profilschnitt verglichen. Aufbauend auf den stationären Berechnungen wurde der Analyseumfang der Panelmethode zudem um instationäre Simulationen erweitert, um die dynamische Entwicklung der Nachlaufstrukturen detaillierter analysieren zu können. Im Fokus der vorliegenden Analyse steht hierbei der Vergleich des Nachlaufs zwischen den stationären CFD-Ergebnissen und den quasi-stationären Ergebnissen aus OpenPAME.

Zur Sicherstellung der numerischen Konvergenz erfolgte sowohl für die CFD als auch für die Panelmethode im Vorfeld eine Netzunabhängigkeitsstudie. Die für die Simulationen verwendeten Netzauflösungen sind in Tabelle 3.3 zusammengefasst. Ergänzend enthält die Tabelle die durchschnittliche Rechenzeit pro Anstellwinkel. Dabei ist hervorzuheben, dass die CFD-Simulationen parallelisiert auf einem Hochleistungsrechner durchgeführt wurden, wohingegen für die Berechnungen mit OpenPAME ein lokaler Arbeitsplatzrechner zur Anwendung kam.

Tab. 3.3: Vergleich von Netzaufösung und Simulationsdauer pro Anstellwinkel für den NACA-0012-TWT-Tragflügel bei unterschiedlichen Simulationsverfahren

Method	Anzahl Zellen/Panels	Simulationszeit
CFD (viskos, stationär)	$\approx 12 \cdot 10^6$	1856 s ($\approx 0,5$ h)
OpenPAME (stationär)	4196	7 s
OpenPAME (instationär)	4196	367 s ($\approx 0,1$ h)

Abbildung 3.12 veranschaulicht den Vergleich der unterschiedlichen Simulationsmethoden anhand der Auftriebs- und Widerstandspolare im Anstellwinkelbereich von $\alpha = 0^\circ$ bis $\alpha = 12^\circ$. Im Fokus steht zunächst der Auftriebsbeiwert, dessen Verlauf in Abbildung 3.12a dargestellt ist. Ein direkter Vergleich der inviskosen CFD-Simulation mit den Ergebnissen aus OpenPAME zeigt dabei über den gesamten Anstellwinkelbereich hinweg eine nahezu deckungsgleiche Übereinstimmung, wobei der für idealisierte Strömungen charakteristische lineare Anstieg des Auftriebsbeiwerts von beiden Verfahren konsistent erfasst wird. Die mittlere relative Abweichung beträgt hier lediglich $\bar{\delta}_{C_A} \approx 0,22\%$, was die Eignung von OpenPAME zur effizienten Berechnung inviskoser auftriebsbehafteter Strömungen bestätigt. Deutlichere Unterschiede zeigen sich hingegen bei Berücksichtigung der viskosen CFD-Ergebnisse, insbesondere mit zunehmendem Anstellwinkel. Während im Bereich kleiner Anstellwinkel ($\alpha < 4^\circ$) mit einer mittleren absoluten Abweichung von $\bar{\Delta}_{C_A} \approx 0,01$ noch eine gute Übereinstimmung zwischen OpenPAME und der viskosen Referenz erzielt wird, vergrößert sich die Diskrepanz bei höheren Anstellwinkeln signifikant. Diese Abweichungen lassen sich vor allem durch auftretende viskose Effekte erklären, die in realen Strömungen infolge der Ausbildung einer Grenzschicht auftreten. Solche Phänomene beeinträchtigen den ansonsten linearen Verlauf des Auftriebsbeiwerts – wie er in inviskosen Berechnungen typischerweise vorliegt – erheblich. Wie zu erwarten, tritt die größte absolute Abweichung zwischen den beiden Methoden demzufolge beim höchsten betrachteten Anstellwinkel ($\alpha = 12^\circ$) auf und beträgt $\Delta_{C_A} \approx 0,068$. Über den gesamten Anstellwinkelbereich ergibt sich zwischen der viskosen CFD-Simulation und OpenPAME insgesamt eine mittlere relative Abweichung von $\bar{\delta}_{C_A} \approx 6,57\%$.

Die Ergebnisse für den Widerstandsbeiwert sind in Abbildung 3.12b dargestellt. Aus dem Vergleich geht hervor, dass sowohl OpenPAME als auch die inviskose CFD über den gesamten Anstellwinkelbereich einen nahezu deckungsgleichen Verlauf aufzeigen. Dies spiegelt sich in einer mittleren absoluten Abweichung von $\bar{\Delta}_{C_W} \approx 5,56 \cdot 10^{-4}$ wider. Im Gegensatz dazu weist die viskose CFD-Simulation erwartungsgemäß höhere Widerstandsbeiwerte auf als die inviskosen Berechnungen, was insbesondere im Bereich kleiner Anstellwinkel deutlich wird. So erreicht die relative Abweichung zwischen OpenPAME und der viskosen CFD-Referenz bei $\alpha = 0^\circ$ mit $\delta_{C_W} \approx 92,4\%$ ihren Maximalwert, da der gesamte Wi-

derstand in diesem Fall nahezu ausschließlich auf Reibungseffekte zurückzuführen ist – ein induzierter Widerstand tritt aufgrund des fehlenden Auftriebs nicht auf. Mit zunehmendem Anstellwinkel verringert sich die Diskrepanz zwischen beiden Methoden jedoch kontinuierlich, da der Anteil des induzierten Widerstands am Gesamtwiderstand an Bedeutung gewinnt. Da diese Widerstandskomponente auch im inviskosen Modell erfasst wird, nähern sich die Ergebnisse beider Verfahren zunehmend an. Beim höchsten untersuchten Anstellwinkel $\alpha = 12^\circ$ reduziert sich die relative Abweichung zwischen beiden Methoden daher auf $\delta_{C_W} \approx 9,59\%$. Es ist jedoch zu beachten, dass diese Annäherung nur unter der Voraussetzung einer anliegenden Strömung gilt. Treten zusätzlich Ablösungsphänomene auf, verliert die inviskose Methode ihre Aussagekraft, da die zugrundeliegenden Modellannahmen nicht länger erfüllt sind. Zur ergänzenden Bewertung des induzierten Anteils am Gesamtwiderstand wird außerdem die Trefftz-Ebenen-Analyse gemäß Kapitel 2.4.1 herangezogen. Im Vergleich zur direkten Oberflächenanalyse mit OpenPAME ergibt sich hierbei eine mittlere absolute Abweichung von $\overline{\Delta}_{C_W} \approx 6,0 \cdot 10^{-4}$, wobei diese mit zunehmendem Anstellwinkel ansteigt und bei $\alpha = 12^\circ$ einen Wert von $\Delta_{C_W} \approx 1,0 \cdot 10^{-3}$ erreicht. Insgesamt liegt der Verlauf der Trefftz-Auswertung leicht unterhalb der Ergebnisse aus der Oberflächenintegration und bildet den Anteil aus dem induzierten Widerstand im Vergleich genauer ab.

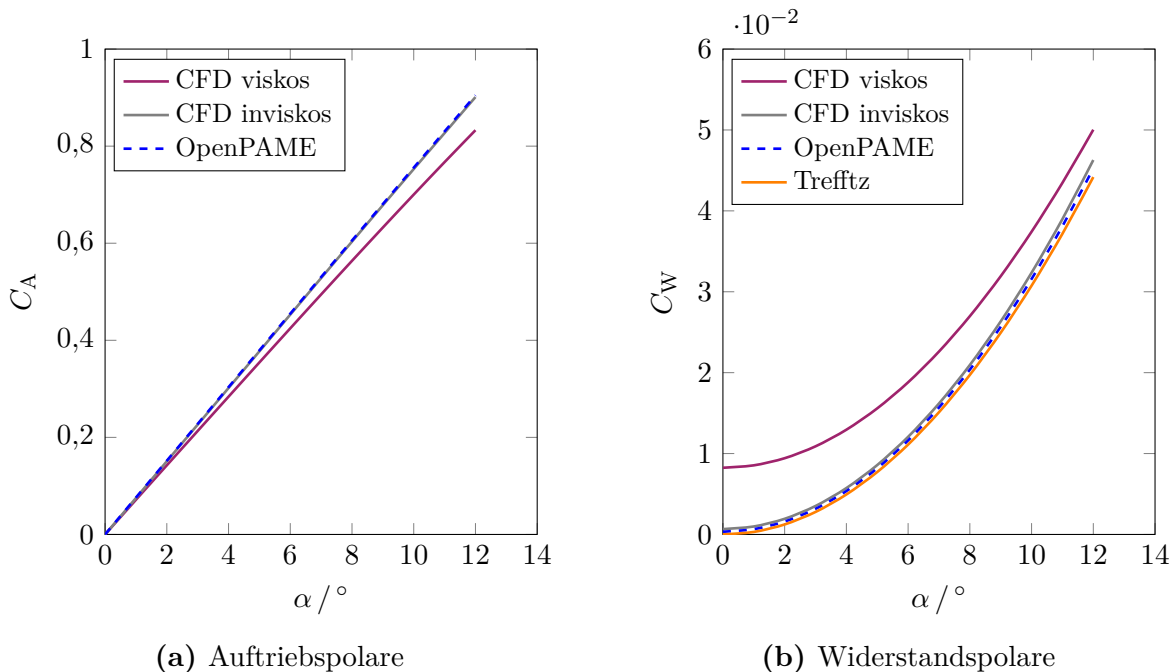


Abb. 3.12: Auftriebs- und Widerstandspolare des NACA-0012-TWT-Tragflügels für $Re \approx 3,4 \cdot 10^6$

Die Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts im Profilschnitt bei $y = \text{const.}$ ist aufbauend auf der vorangegangenen Betrachtung für verschiedene Anstellwinkel in Abbildung 3.13 dargestellt. Die Position x entlang der Profiltiefe ist dabei jeweils auf die lokale

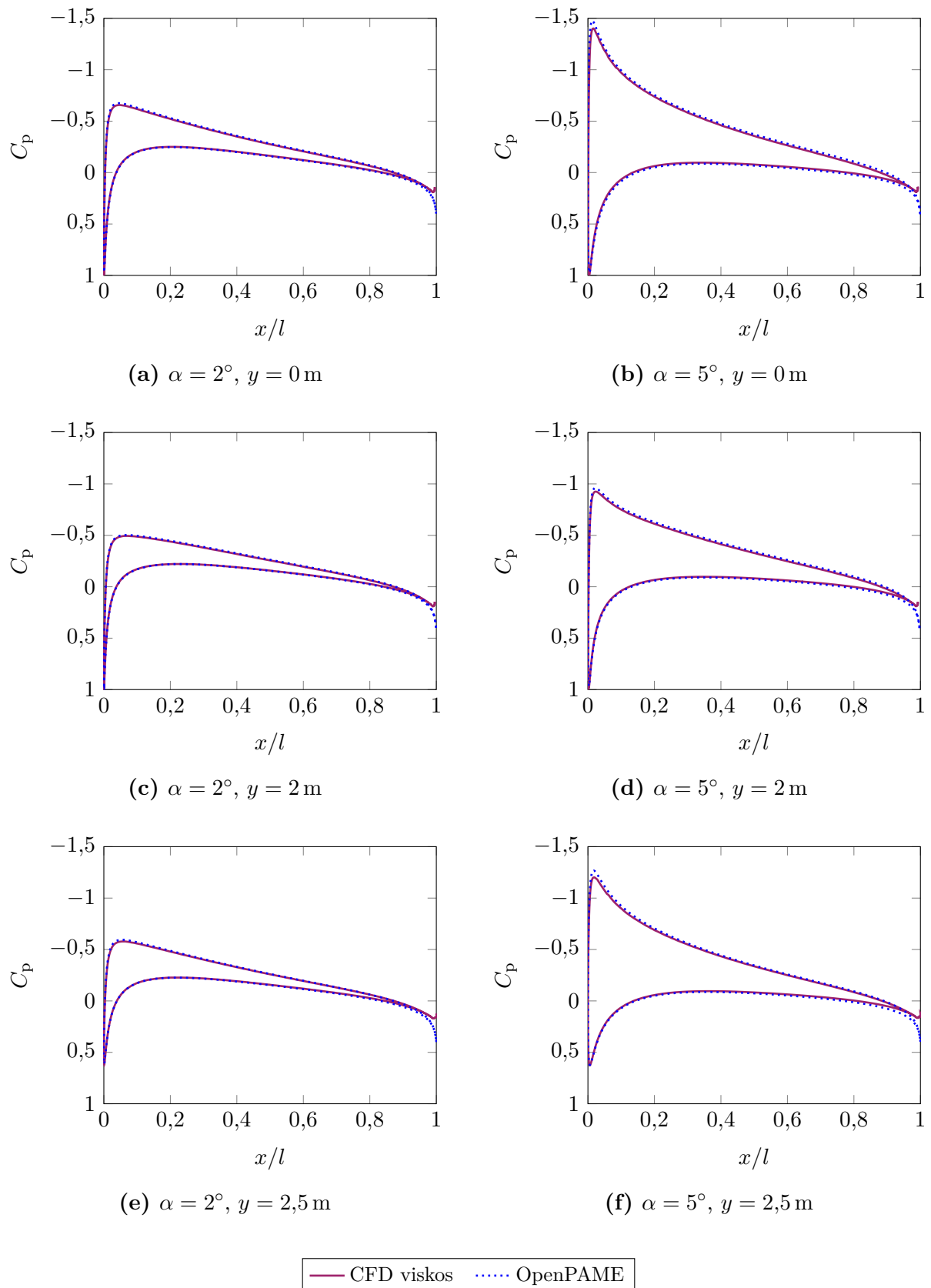


Abb. 3.13: Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts entlang des NACA-0012-TWT-Tragflügels im Schnitt $y = \text{const.}$ für verschiedene Anstellwinkel

Länge der Profilschne Normiert. Da die inviskosen CFD-Ergebnisse zudem nahezu identisch mit den Ergebnissen aus OpenPAME sind, wird aus Gründen der Übersichtlichkeit auf eine separate Darstellung verzichtet. Im Fokus steht folglich der direkte Vergleich zwischen OpenPAME und den viskosen CFD-Simulationen.

Bei einem Anstellwinkel von $\alpha = 2^\circ$ zeigt sich zunächst eine enge Übereinstimmung zwischen beiden Methoden. Die Druckverläufe sind für alle betrachteten Schnitte nahezu deckungsgleich, was darauf schließen lässt, dass viskose Effekte bei kleinen Anstellwinkeln nur einen untergeordneten Einfluss auf die Druckverteilung ausüben. Mit steigendem Anstellwinkel nehmen die Unterschiede jedoch erwartungsgemäß zu, sodass bei $\alpha = 5^\circ$ insbesondere im Bereich der Saugseite deutlichere Abweichungen auftreten. Die viskose CFD-Simulation weist hier an der Vorderkante eine abgeschwächte Unterdruckspitze im Vergleich zu OpenPAME auf. Besonders ausgeprägt ist dies in den Schnitten bei $y = 0$ m und $y = 2,5$ m zu sehen. Zusätzlich zeigen sich bei beiden Anstellwinkeln systematische Differenzen im Bereich der Hinterkante. Diese sind in erster Linie auf unterschiedliche Modellierungsansätze der Abströmungsbedingung zurückzuführen: Während in OpenPAME die Abströmung durch Anwendung der Kutta-Bedingung erzwungen wird, um auf diese Weise einen glatten Strömungsabfluss sicherzustellen, ergibt sie sich in der viskosen CFD direkt aus der Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen, wobei insbesondere das verwendete Turbulenzmodell einen wesentlichen Einfluss hat. Darüber hinaus unterscheidet sich in beiden Methoden die geometrische Darstellung der Hinterkante.

Die in Abbildung 3.14 bzw. Abbildung 3.15 gezeigten flächigen Verteilungen des dimensionslosen Druckbeiwerts erweitern darüber hinaus die Analyse. Sie bestätigen die zuvor beschriebenen Druckverläufe entlang der ausgewählten Profilschnitte und veranschaulichen die lokalen Unterschiede zwischen den Simulationsmethoden.

Zur weiterführenden Analyse zeigt die Abbildung 3.16 die spannweite Verteilung des dimensionslosen Auftriebsbeiwerts für die zuvor betrachteten Anstellwinkel $\alpha = 2^\circ$ und $\alpha = 5^\circ$, wobei sich die Darstellung jeweils auf die halbe Spannweite $b/2$ bezieht. Die Kurvenverläufe weisen, wie aus der Abbildung ersichtlich, eine typische Charakteristik auf: Ausgehend von einem Maximum in der Flügelmitte nimmt der Auftriebsbeiwert in Richtung der Flügelenden zunächst kontinuierlich ab. Diese Abnahme ist auf die Entwicklung der Randwirbel infolge der endlichen Flügelspannweite zurückzuführen, deren induzierte Abwärtsströmung lokal den effektiven Anstellwinkel reduziert und so einen Auftriebsabfall im Flügelendbereich verursacht. Durch die trapezförmige Ausführung des Flügelrandbogens lässt sich dieser Effekt gezielt abschwächen, sodass die verringerte Flügeltiefe am Flügelende den Druckausgleich fördert und folglich die Stärke des entstehenden Randwirbels reduziert. Dies wirkt dem Auftriebsverlust entgegen und führt zu einem Verlauf mit lokalem Maximum im äußeren Drittel der Spannweite. Entsprechend zeigt sich bei beiden Anstellwinkeln eine sichtbare Auftriebszunahme im Bereich von $y/(b/2) \gtrsim 0,7$, bevor der Auftriebsbeiwert in Richtung der Flügelspitze erneut abfällt.

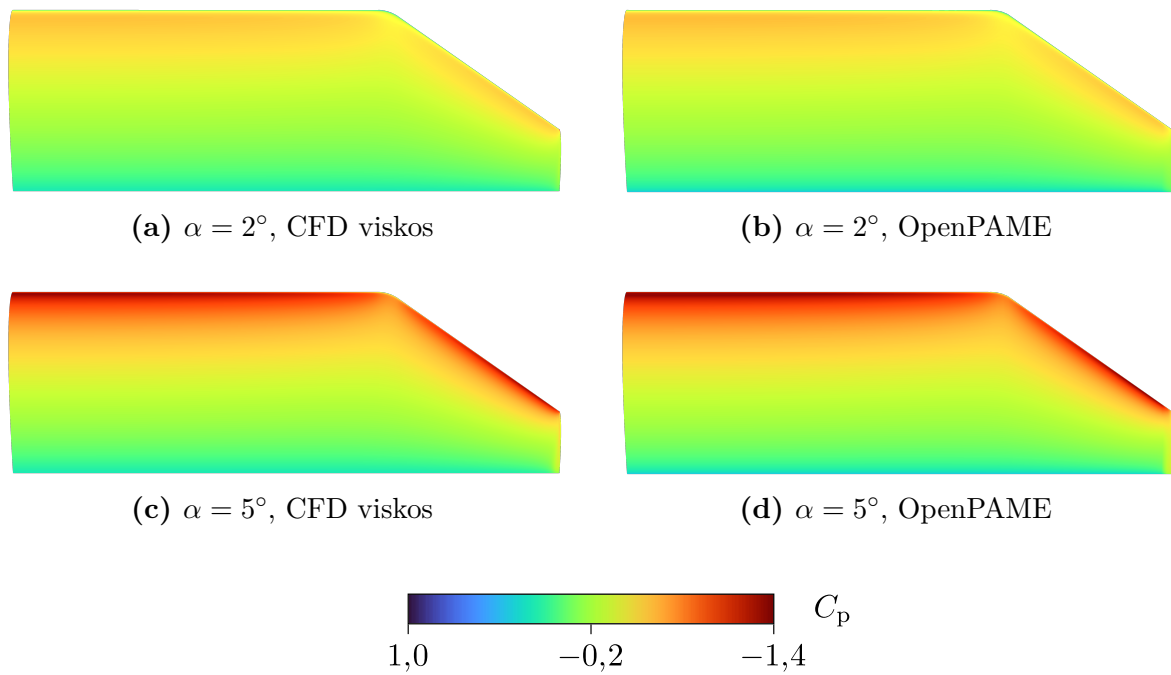


Abb. 3.14: Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts auf der Saugseite des NACA-0012-TWT-Tragflügels für verschiedene Anstellwinkel

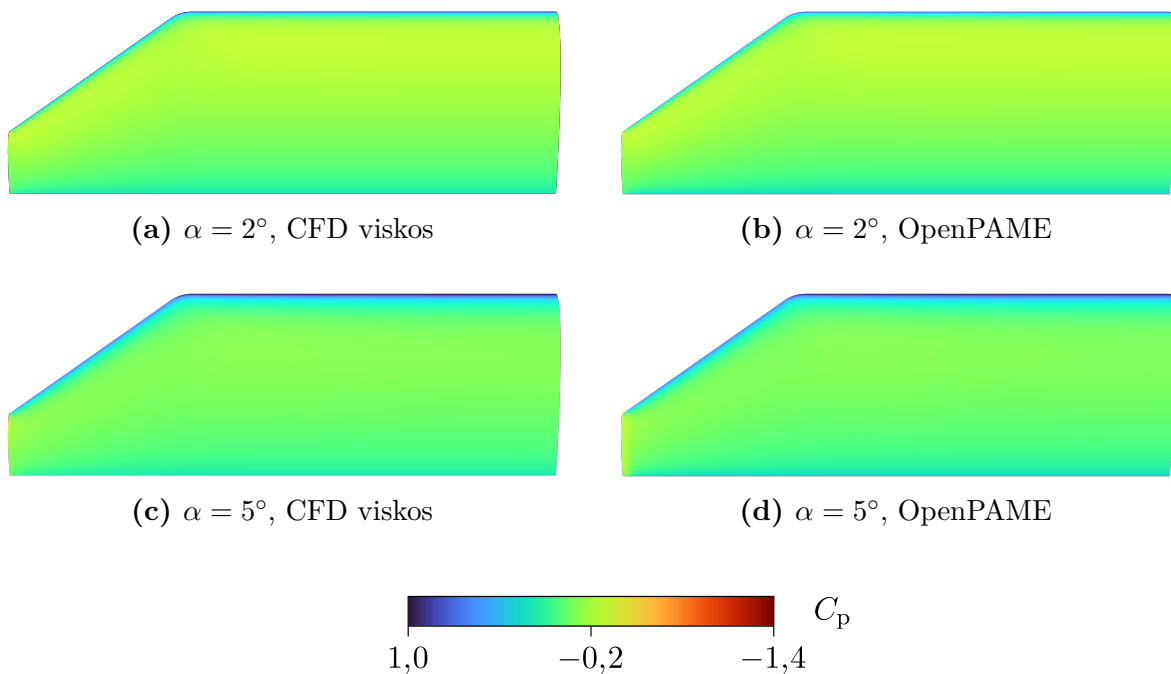


Abb. 3.15: Verteilung des dimensionslosen Druckbeiwerts auf der Druckseite des NACA-0012-TWT-Tragflügels für verschiedene Anstellwinkel

Für den Anstellwinkel $\alpha = 2^\circ$ ergibt der qualitative Vergleich zwischen OpenPAME, der viskosen CFD-Simulation und der inviskosen CFD-Berechnung über weite Bereiche der Spannweite hinweg eine insgesamt gute Übereinstimmung. Die viskose Simulation weist dabei im Vergleich zu den inviskosen Methoden ein weitgehend konstantes Offset auf. Auch quantitativ bestätigen sich die Übereinstimmungen, insbesondere beim Vergleich der inviskosen Ansätze: Die relative Abweichung des maximalen Auftriebsbeiwerts im Bereich der Flügelmitte beträgt zwischen OpenPAME und der inviskosen CFD lediglich $\delta_{C_A} \approx 0,46\%$, während der Unterschied zur viskosen CFD-Simulation mit $\delta_{C_A} \approx 5,58\%$ deutlich größer ausfällt. Ein vergleichbares Bild lässt sich auch bei einem höheren Anstellwinkel von $\alpha = 5^\circ$ erkennen, wobei die Abweichungen zwischen den viskosen und inviskosen Verfahren hier insgesamt ausgeprägter ausfallen – insbesondere im Bereich der Flügelspitze. Die relative Abweichung im maximalen Auftriebsbeiwert im Bereich der Flügelmitte steigt zwischen den beiden inviskosen Ansätzen in diesem Zusammenhang geringfügig auf $\delta_{C_A} \approx 0,52\%$, wohingegen zwischen OpenPAME und der viskosen CFD-Simulation eine relative Abweichung von $\delta_{C_A} \approx 5,83\%$ vorliegt. Für diesen Anstellwinkel nehmen die absoluten Unterschiede zwischen der viskosen Referenz und den nichtviskosen Ansätzen jedoch deutlich zu.

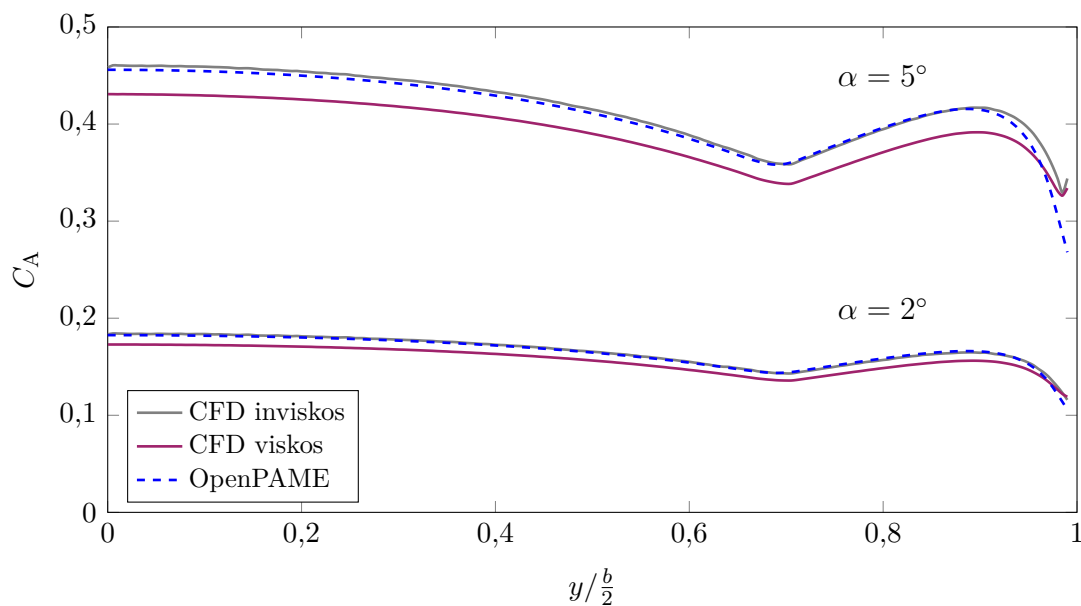


Abb. 3.16: Spannweiteige Verteilung des dimensionslosen Auftriebsbeiwerts des NACA-0012-TWT-Tragflügels für verschiedene Anstellwinkel

In Abbildung 3.17 ist abschließend die Entwicklung der Nachlaufstruktur hinter dem NACA-0012-TWT-Tragflügel dargestellt. Die Visualisierung kombiniert die Ergebnisse der viskosen CFD-Simulation in Form von Stromlinien mit der Nachlaufmodellierung aus OpenPAME. Zur besseren Erfassung der Strömungsverhältnisse sind die Stromlinien entsprechend der lokalen Geschwindigkeit eingefärbt, sodass sich die Geschwindigkeits-

verteilung auf dem Tragflügel und im Nachlauf anschaulich darstellen lässt. Für den Anstellwinkel $\alpha = 2^\circ$ zeigt sich im vorliegenden Fall dabei ein weitgehend geordneter Nachlauf. Die Strömung haftet über große Teile der Tragflügeloberfläche an und es tritt lediglich eine moderate Ablenkung der Strömung auf. Die Ergebnisse der CFD-Simulation und der Panelmethode stimmen in diesem Zusammenhang qualitativ gut überein, wobei die Panelmethode eine geglättete und weniger detailreiche Darstellung der Strömungsstruktur liefert. Die Ausbildung der Nachlaufstrukturen, insbesondere der Randwirbel, wird durch die Panelmethode jedoch trotz ihrer theoretischen Limitierungen angemessen abgebildet. Bei einem Anstellwinkel von $\alpha = 5^\circ$ entwickelt sich dagegen eine deutlich komplexere und dynamischere Nachlaufstruktur. Die Stromlinien der CFD-Simulation weisen hier

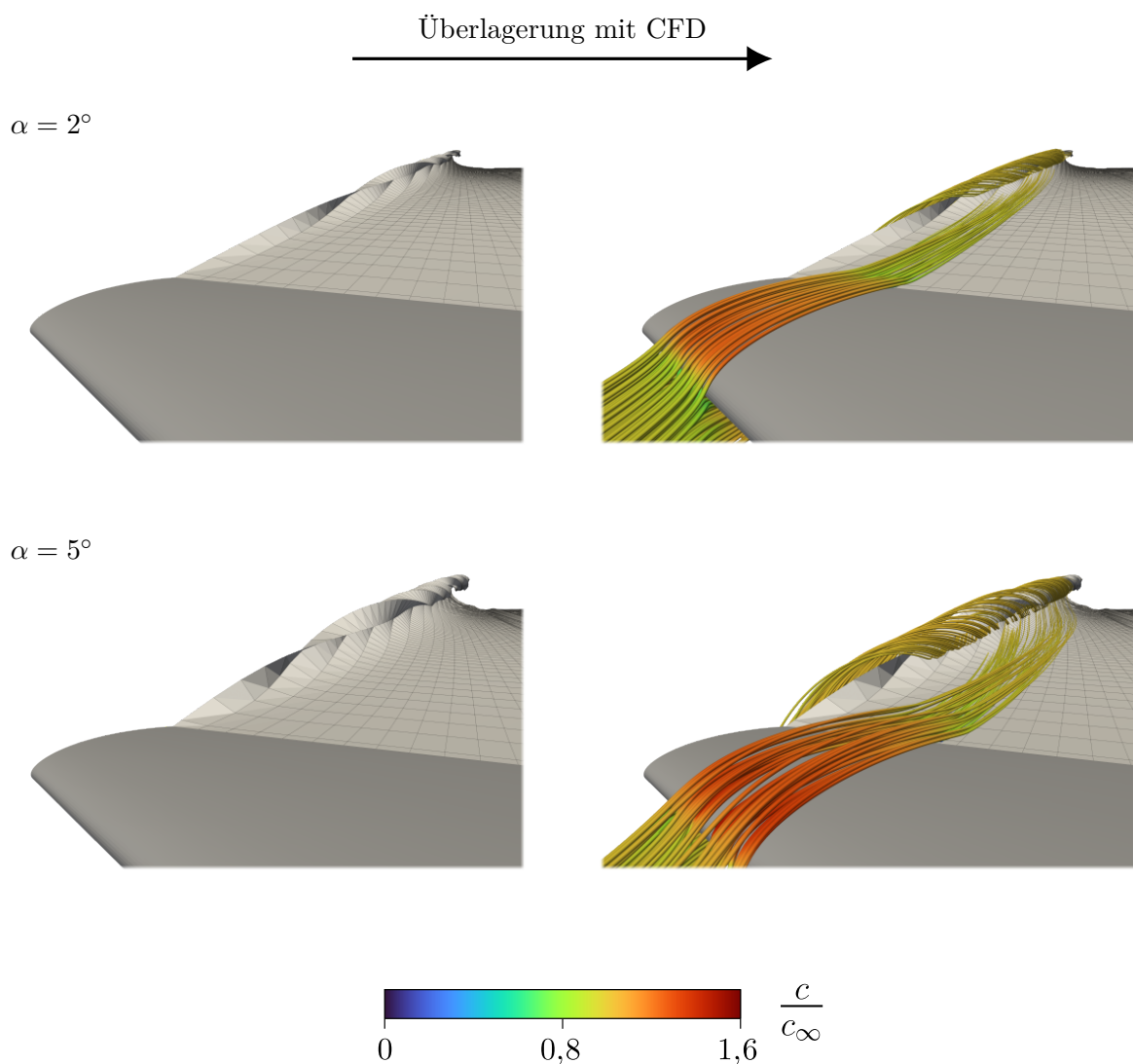


Abb. 3.17: Entwicklung der Nachlaufstruktur hinter dem NACA-0012-TWT-Tragflügel für verschiedene Anstellwinkel

eine verstärkte Umlenkung über dem Tragflügel auf, was zur Ausbildung ausgeprägterer dreidimensionaler Wirbelstrukturen führt. Der Nachlauf ist infolgedessen stärker aufgefächert und durch eine markante vertikale Auslenkung der Strömung gekennzeichnet. Diese Effekte werden von der CFD-Simulation vollständig erfasst, während die Panelmethode die zunehmende Strömungskomplexität infolge ihrer modelltheoretischen Vereinfachungen nur eingeschränkt abbilden kann. Ein wesentlicher Grund hierfür liegt in der Beschränkung der Zirkulation auf diskrete Nachlaufpanels, während sich diese in der CFD-Simulation als kontinuierlich verteilte Wirbelstärke im gesamten Strömungsfeld ausbildet. Dennoch zeigt sich auch in diesem Fall eine weitgehende qualitative Übereinstimmung in der Darstellung der Randwirbelstrukturen.

3.3 Anwendung auf Vertikalachsen-Windkraftanlagen

Aufbauend auf der in Kapitel 3.1 erläuterten Basisimplementierung der Panelmethode wird im Folgenden ihre spezifische Anwendung zur Simulation von Vertikalachsen-Windkraftanlagen systematisch beschrieben. Die hierfür entwickelte Erweiterung trägt den Namen OpenWIEN (*Open Wind Energy*) und stellt eine gezielte Adaption der zugrunde liegenden Basisimplementierung dar. Für die numerische Simulation sind hierbei – ergänzend zu den in Kapitel 3.1 eingeführten Konfigurationsdateien – zusätzliche Lua-Dateien erforderlich, in denen für die Simulation der VAWT spezifische Modellparameter sowie steuerungsrelevante Einstellungen definiert werden. Eine Übersicht der ergänzenden Konfigurationsdateien ist in Tabelle 3.4 zusammengefasst. Die Konfiguration der Rotorblätter in `blade` basiert dabei auf den Profilgeometrien der in Kapitel 2.1.2 eingeführten NACA-4-Serie.

Tab. 3.4: Ergänzende Lua-Konfigurationsdateien zur Steuerung der Simulation von Vertikalachsen-Windkraftanlagen in OpenWIEN

Dateiname	Beschreibung
<code>blade</code>	Rotorblatt inkl. Winglets definieren
<code>vawt</code>	Vertikalachsen-Windkraftanlage konfigurieren

Die Rotation des Rotors um die vertikale Achse der VAWT führt zu einer fortlaufenden Veränderung der Anströmverhältnisse an den einzelnen Rotorblättern. Diese ungleichförmige Anströmung resultiert aus der Überlagerung der ungestörten Anströmung mit der durch die Rotation der Rotorblätter verursachten Umfangsgeschwindigkeit. Die daraus entstehende Relativgeschwindigkeit, wie sie in Gleichung (2.4) eingeführt wurde, bildet die Grundlage für die Formulierung der kinematischen Randbedingung, sodass die Berechnung der Quellenverteilung aus Gleichung (3.9) für die Simulation der Vertikalachsen-Windkraftanlage

entsprechend angepasst werden muss. Die modifizierte Form berücksichtigt dabei explizit die rotatorische Bewegung der Rotorblätter relativ zum Anströmfeld und führt für jedes Panel i zu folgender Beziehung, wobei \mathbf{x}_i den Ortsvektor des Panels relativ zur im Ursprung liegenden Rotationsachse bezeichnet:

$$\sigma_i = \mathbf{c}_{\text{rel}} \cdot \mathbf{n}_i = (\mathbf{c}_{\infty} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{x}_i) \cdot \mathbf{n}_i \quad (3.44)$$

Neben der kinematischen Randbedingung ist darüber hinaus die Interaktion der Rotorblätter mit ihrem Nachlauf von zentraler Bedeutung für die numerische Simulation. Zur Beschreibung dieser Interaktion kommt in OpenWIEN ein hybrider Modellansatz zum Einsatz, der auf dem Konzept nach Dixon et al. [21] basiert. Auf Basis dieses Modellansatzes wird zwischen einem Nachlauf-Nahbereich, der die unmittelbare Umgebung der Rotorblätter beschreibt, und einem Nachlauf-Fernbereich, der die stromabwärts transportierten Nachlaufstrukturen erfasst, unterschieden. Diese konzeptionelle Trennung ist in Abbildung 3.18 veranschaulicht. Der Nahbereich des Nachlaufs bezeichnet dabei jenen Abschnitt, in dem keine unmittelbare Wechselwirkung zwischen den Rotorblättern und dem eigenen Nachlauf oder dem Nachlauf benachbarter Rotorblätter auftritt. Die Modellierung erfolgt in diesem Bereich daher auf Ebene des Geschwindigkeitspotentials durch eine freie Wirbelschicht in Form einer Dipolverteilung, die im klassischen Sinne direkt in das lineare Gleichungssystem eingebunden wird. Auf diese Weise lassen sich lokale strömungsphysikalische Zusammenhänge – insbesondere die Umsetzung der Kutta-Bedingung und die damit verbundene Übertragung der Zirkulation in den Nachlauf – konsistent erfassen. Mit fortschreitender Simulationszeit werden die Nachlaufpanels jedoch durch den Strömungstransport zunehmend in Bereiche verlagert, in denen eine unmittelbare Wechselwirkung mit den Rotorblättern auftritt. Infolgedessen induzieren die Nachlaufpanels bei geringem Abstand zu den jeweiligen Rotorblättern aufgrund ihres singulären Charakters formal unendlich hohe Geschwindigkeiten auf die Panels der Rotorblattoberfläche. Bleibt eine entsprechende Anpassung dieser Interaktion unberücksichtigt, führt dies zu numerischen Instabilitäten im Lösungsprozess. Um solchen Instabilitäten vorzubeugen, werden die betroffenen Nachlaufelemente daher schrittweise aus dem Nahbereich des Nachlaufs entfernt und in den Fernbereich überführt. In diesem erfolgt die Nachlaufmodellierung über eine kontinuierliche Geschwindigkeitsverteilung in Form einer Quellenverteilung, die als externe Störgeschwindigkeit direkt in die kinematische Randbedingung eingebunden wird. Hierdurch lässt sich die von den Nachlaufpanels induzierte Geschwindigkeit über geeignete Wirbelmodelle regularisieren und damit eine stabile Wechselwirkung mit den Rotorblättern gewährleisten (vgl. Kapitel 3.1.7). Unter Berücksichtigung der durch die Nachlaufpanels

induzierten Geschwindigkeit \mathbf{c}_w ergibt sich für jedes Panel i folgende zusätzliche Beziehung für die Quellenverteilung:

$$\sigma_{w,i} = \mathbf{c}_{w,i} \cdot \mathbf{n}_i \quad (3.45)$$

Das resultierende Gleichungssystem stellt sich unter Verwendung des hybriden Modells für jedes Panel i abschließend in folgender Form dar:

$$\sum_{j=1}^N A_{ij}^* \mu_j = - \sum_{j=1}^N B_{ij} (\sigma_j + \sigma_{w,j}) \quad (3.46)$$

Dabei enthält die Matrix A^* zusätzlich zu den aerodynamischen Einflusskoeffizienten der Oberfläche bereits die Beiträge aus der Nachlaufmodellierung (vgl. Kapitel 3.1.2).

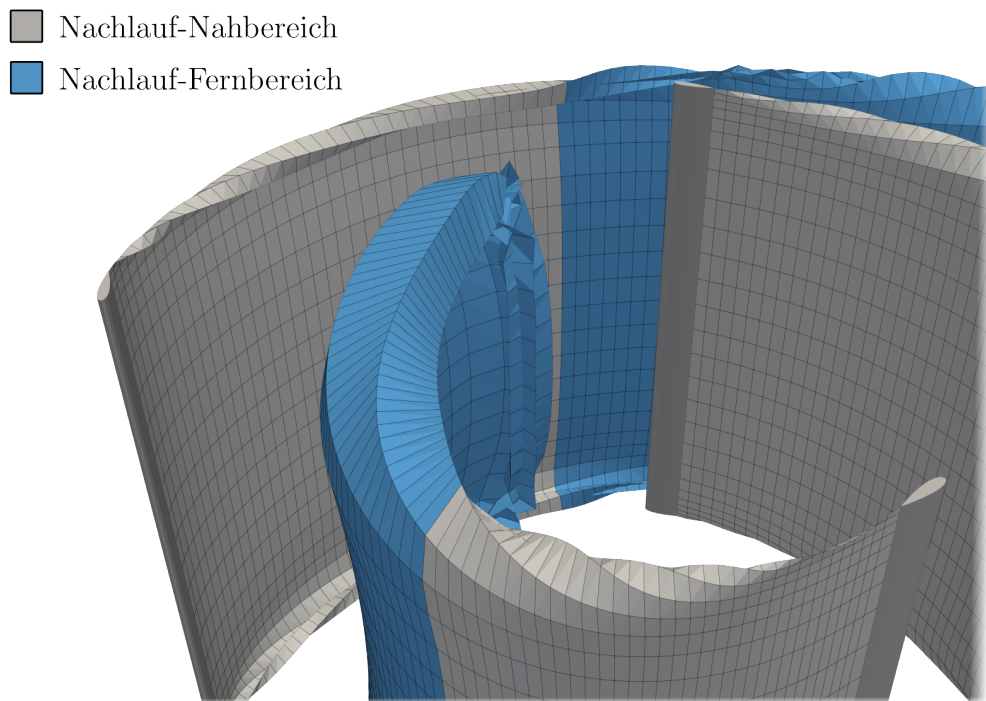


Abb. 3.18: Aufteilung des VAWT-Nachlaufs in Nah- und Fernbereich

Mit fortschreitender Simulationszeit nimmt die räumliche Ausdehnung des Nachlaufs kontinuierlich zu, wodurch auch der numerische Aufwand für die Simulation stetig ansteigt. Da jedoch zugleich der aerodynamische Einfluss zwischen zwei Panels mit zunehmendem Abstand der Panels signifikant abnimmt (vgl. Kapitel 3.1.2) und bei hinreichendem Abstand vernachlässigt werden kann, ermöglicht der Programmablauf in OpenWIEN zur Verbesserung der numerischen Effizienz eine gezielte Begrenzung der Nachlaufregion. Hierzu wird ein Schwellenwert d_{Limit} definiert, der den maximal zulässigen Abstand der Nachlaufelemente zur Rotorachse festlegt. Wird dieser Wert überschritten, erfolgt die

sukzessive Entfernung der betreffenden Elemente aus dem Nachlauf. Parallel dazu erfolgt eine kontinuierliche Aktualisierung der verbleibenden Elemente, um die Nachlaufentwicklung stromabwärts der Rotorblätter konsistent abzubilden. Auf diese Weise lässt sich ein unbegrenztes Anwachsen des Nachlaufs wirksam verhindern und der Rechenaufwand der Simulation gezielt begrenzen. Das zugrunde liegende Verfahren ist schematisch in Abbildung 3.19 dargestellt, während die Auswirkungen dieser Maßnahme auf die numerische Effizienz in Kapitel 4.3 im Detail erläutert werden.

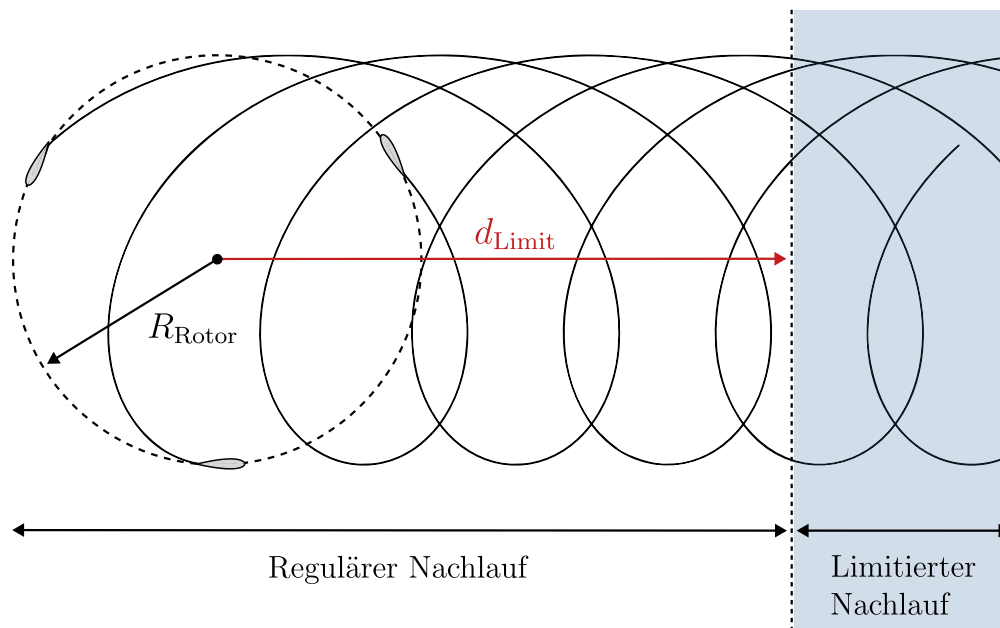


Abb. 3.19: Begrenzung des VAWT-Nachlaufs zur Steigerung der numerischen Effizienz

Aufbauend auf dem Ablaufdiagramm für OpenPAME (vgl. Abbildung 3.3) veranschaulicht Abbildung 3.20 den Simulationsablauf in OpenWIEN. Im Unterschied zur Basisimplementierung berücksichtigt dieser Ansatz dabei explizit die Starrkörperbewegung der Rotorblätter und ermöglicht die fortlaufende Anpassung der lokalen Anströmverhältnisse bei zeitlich variierendem Anströmwinkel. Zudem ist die Nachlaufbegrenzung integraler Bestandteil des Programmablaufs. Ergänzend zur Erweiterung des Lösungsprozesses umfasst das Post-processing darüber hinaus die Berechnung des am Rotorblatt angreifenden Biegemoments, das auf Basis der verteilten Kräfte entlang der Spannweite bestimmt wird.

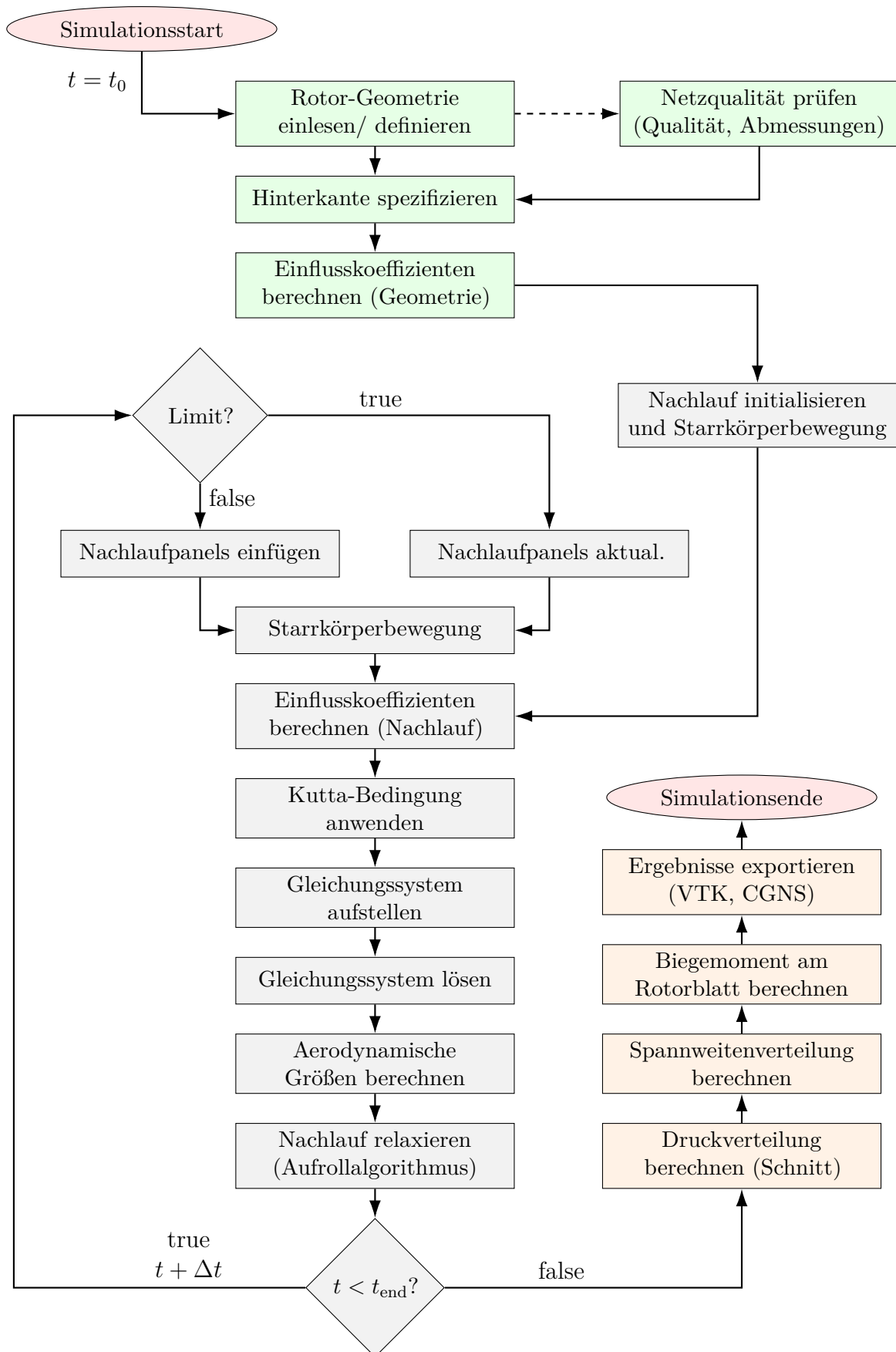


Abb. 3.20: Ablaufdiagramm OpenWIEN für die Simulation von VAWTs mit Preprocessing (grün), Lösung (grau) und Postprocessing (orange)

4 Numerische Untersuchung

Dieses Kapitel widmet sich der Beschreibung der numerischen Modelle zur Analyse der in dieser Arbeit untersuchten Vertikalachsen-Windkraftanlage. Ausgangspunkt bildet hierbei eine präzise Definition der Geometrie, in der sämtliche für die Simulation relevanten geometrischen Parameter spezifiziert werden. Darauf aufbauend werden sowohl das CFD-Modell als auch das Modell der Panelmethode im Detail erläutert. Ergänzend erfolgt für beide Ansätze eine Netzunabhängigkeitsstudie, die der Absicherung der Reproduzierbarkeit und Belastbarkeit der Simulationsergebnisse dient. Das Kapitel schließt mit der Definition der Winglet-Geometrien ab, die im weiteren Verlauf der Arbeit hinsichtlich ihrer aerodynamischen Effizienz analysiert werden.

4.1 Definition der Geometrie

Im Zentrum der Analyse steht eine vertikalachsige Windkraftanlage mit drei symmetrisch über den Umlauf angeordneten Rotorblättern. Die Wahl der Rotorblattanzahl stellt dabei einen zentralen aerodynamischen Entwurfsparameter dar, der maßgeblich die Leistungsfähigkeit und das Betriebsverhalten des Gesamtsystems beeinflusst [43, 57]. Im Bereich der Vertikalachsen-Windkraftanlagen hat sich in diesem Zusammenhang die Dreiblattkonfiguration als besonders vorteilhaft erwiesen. Sie kombiniert konstruktive Einfachheit mit hoher Systemstabilität und Effizienz. Zur geometrischen Umsetzung dieser Konfiguration kommt bei den hier betrachteten Rotorblättern das symmetrische NACA-0021-Profil aus der vierstelligen NACA-Serie zum Einsatz. Dieses bietet neben günstigen Ablöseeigenschaften auch einen angemessenen maximalen Auftriebsbeiwert C_A^{\max} [1]. Die zugehörigen geometrischen Eigenschaften des Profils sind der Tabelle 4.1 zu entnehmen.

Tab. 4.1: Geometrische Eigenschaften des symmetrischen NACA-0021-Profiles

Parameter	Symbol	Wert [%]
Maximale relative Wölbung	f_{\max}	0
Relative Position der maximalen Wölbung	f_{pos}	0
Maximale relative Profildicke	t_{\max}	21

Da die Panelmethode primär als Werkzeug für frühe Entwurfsphasen konzipiert ist, erfolgt in den Simulationsmodellen eine bewusste Vereinfachung der geometrischen Darstellung. Vor diesem Hintergrund bleiben konstruktive Details wie die Aufhängung der Rotorblätter, Tragstreben sowie die Rotorachse in der Modellierung unberücksichtigt. Die spezifischen geometrischen Hauptabmessungen des Rotors in der Basiskonfiguration, das heißt ohne Einbeziehung von Winglets, sind in Tabelle 4.2 aufgeführt.

Tab. 4.2: Geometrische Hauptabmessungen des VAWT-Rotors (Basiskonfiguration)

Parameter	Symbol	Einheit	Wert
Rotordurchmesser	D_{Rotor}	m	42
Rotorradius	R_{Rotor}	m	21
Projizierte Rotorfläche	A_{Rotor}	m ²	1449
Rotorsolidität	σ_s	–	0,179
Anzahl der Rotorblätter	Z	–	3
Spannweite des Rotorblatts	b_{Blatt}	m	34,5
Profiltiefe des Rotorblatts	l_{Blatt}	m	2,5
Aufhängungspos. des Rotorblatts	$l_{\text{A,Blatt}}$	m	0,983
Projizierte Fläche des Rotorblatts	A_{Blatt}	m ²	86,25
Streckung des Rotorblatts	Λ_s	–	13,8

4.2 Computational Fluid Dynamics (CFD)

Für die CFD-Untersuchung entsteht das Fluidvolumen mithilfe der CAD-Software *Siemens NX* (Version der 1980er-Serie, 2021). Daran anschließend erfolgen sowohl die physikalische Modellierung als auch der numerische Lösungsprozess in der Simulationsumgebung von *ANSYS Fluent* (Version 2023.2). Die anschließende Auswertung der Simulationsergebnisse wird mithilfe der Open-Source-Software *ParaView* (Version 5.13.2) vorgenommen. Während das Pre- und Postprocessing lokal auf eigener Hardware stattfindet, kommt für den rechenintensiven Lösungsvorgang der Hochleistungsrechner *Elwetritsch* der Allianz für Hochleistungsrechnen Rheinland-Pfalz (AHRP) zum Einsatz. Die Simulationen laufen dabei parallelisiert auf insgesamt fünf Rechenknoten, wobei pro Knoten 16 CPU-Threads verwendet werden. Somit stehen insgesamt $5 \times 16 = 80$ Threads zur Verfügung. Um eine hohe numerische Präzision sicherzustellen, werden sämtliche Berechnungen zudem in doppelter Genauigkeit (*double precision*) durchgeführt. Die spezifische Hardware-Ausstattung der einzelnen Knoten ist in Tabelle 4.3 aufgeführt.

Tab. 4.3: Hardware-Spezifikation pro Rechenknoten für die CFD-Simulation

Parameter	Spezifikation
Prozessortyp	AMD EPYC 7262
CPU-Kerne	8
CPU-Threads	16
Grundtaktung	3,2 GHz
Maximale Boost-Taktung	3,4 GHz
Arbeitsspeicher (RAM)	256 GB

4.2.1 Modellsetup

Die CFD-Analyse erfolgt in einer zweidimensionalen, inkompressiblen und instationären Formulierung. Dabei werden die Simulationen unter Standardatmosphärenbedingungen ($p_{\text{ref}} = 1 \text{ bar}$) bei einer Umgebungstemperatur von $T = 15 \text{ °C}$ ($\rho = 1,225 \text{ kg m}^{-3}$, $\mu = 1,7984 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$) durchgeführt. Das zugehörige Fluidvolumen ist in Abbildung 4.1 dargestellt und umfasst sowohl eine stationäre äußere Domäne als auch eine rotierende

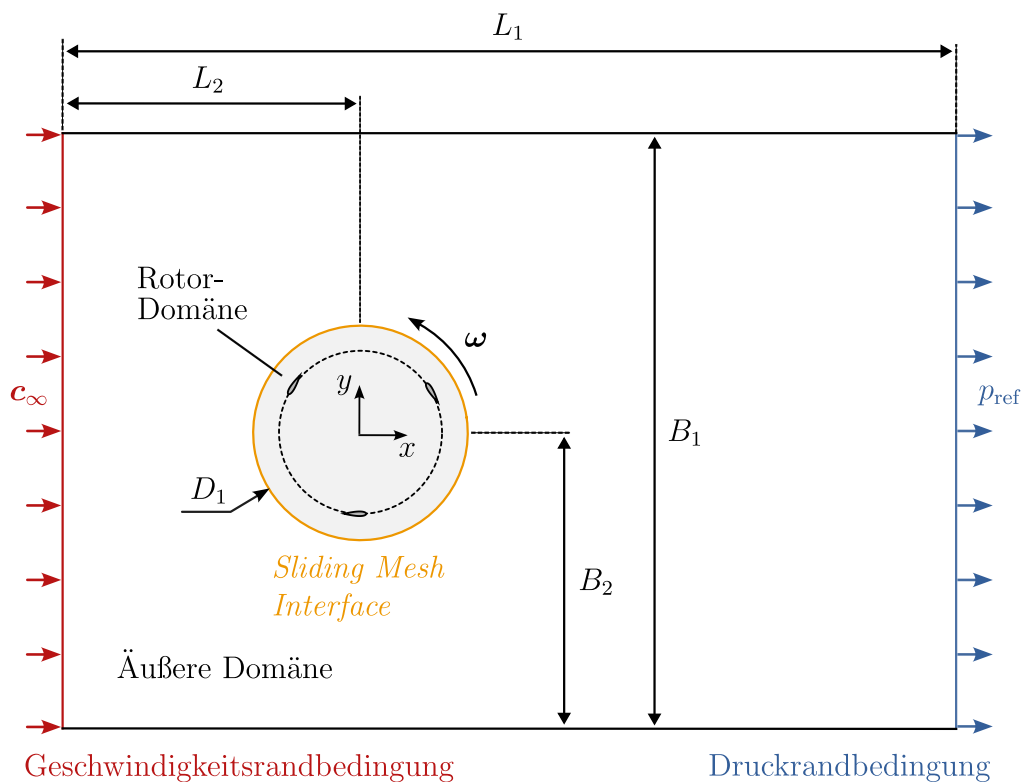


Abb. 4.1: Fluidvolumen und Randbedingungen der 2D-CFD-Simulation

innere Domäne (Rotor-Domäne). Beide Bereiche sind über eine Gleitschnittstelle (*Sliding Mesh Interface*) miteinander gekoppelt, wodurch eine zeitabhängige Berechnung des Strömungsfelds ermöglicht wird, bei der sich die Rotor-Domäne relativ zur äußeren Domäne bewegt.

Nach Balduzzi et al. [8], Rezaeiha et al. [80] und Mo et al. [66] hat die Größe des Berechnungsgebiets einen entscheidenden Einfluss auf die vollständige Ausbildung des Strömungsfelds um eine Vertikalachsen-Windkraftanlage. Um diesen Einfluss quantifizierbar zu machen, werden die Abmessungen im Folgenden in Vielfachen des Rotordurchmessers D_{Rotor} angegeben und jeweils relativ zur Rotorachse definiert. Besondere Aufmerksamkeit gilt laut der genannten Studien der Lage der Randbedingungen, insbesondere der Eintrittsposition und der oberen bzw. unteren Begrenzung des Fluidvolumens, da diese die Strömungsentwicklung um den Rotor signifikant beeinflussen. Um Rückwirkungen auf das innere Strömungsfeld zu vermeiden, sollten diese Abstände daher nicht kleiner als $10D_{\text{Rotor}}$ gewählt werden. Die Position der Austrittsrandbedingung hat dagegen einen vergleichsweise geringen Einfluss auf das Strömungsverhalten in unmittelbarer Rotornähe, dennoch ist auch hier ein ausreichender Abstand zur Rotorachse erforderlich, um numerisch bedingte Einflüsse zu vermeiden. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen wird in der vorliegenden Untersuchung die Gesamtlänge des Fluidvolumens auf $L_1 \approx 70D_{\text{Rotor}}$ festgelegt, während der Abstand zur Eintrittsrandbedingung $L_2 \approx 20D_{\text{Rotor}}$ beträgt. Das Rechengebiet weist darüber hinaus eine Gesamtbreite von $B_1 \approx 20D_{\text{Rotor}}$ auf, wobei die Rotor-Domäne zentral innerhalb des Fluidvolumens positioniert ist, sodass $B_2 \approx 10D_{\text{Rotor}}$ gilt. Der Durchmesser der Rotor-Domäne beträgt zudem $D_1 \approx 1,3D_{\text{Rotor}}$. Die Randbedingungen des numerischen Modells sind entsprechend der physikalischen Strömungsverhältnisse vorgegeben. Hierfür ist am Einlass eine Geschwindigkeitsrandbedingung definiert, die in Kombination mit der Drehzahl den jeweiligen Betriebspunkt der Windkraftanlage bestimmt. Am Auslass wird dagegen eine Druckrandbedingung mit einem relativen statischen Druck von $p_{\text{rel}} = 0$ Pa festgelegt. Des Weiteren sind sowohl die obere als auch die untere Begrenzung des Rechengebiets als reibungsfreie Wand ausgeführt, während für die Rotorblätter eine reibungsbehaftete Wand angenommen wird.

Zur vollständigen Erfassung des Einschwingvorgangs umfasst jede Simulation insgesamt $N_{\text{Rotor}} = 50$ Umdrehungen, wobei sich diese Anzahl aus vorangegangenen Untersuchungen ergibt. Darauf aufbauend stützt sich die visuelle Analyse auf die Zeitschritte der letzten Umdrehung. Die Performancekennwerte des Rotors werden ergänzend durch eine Mittelung über die letzten zwei Umdrehungen ermittelt. Zur präzisen zeitlichen Auflösung der instationären Rotorbewegung kommt ein konstantes Winkelinkrement von $\Delta\varphi = 1^\circ$ zum

Einsatz. Daraus ergibt sich eine betriebspunktabhängige Zeitschrittgröße, die sich wie folgt formulieren lässt:

$$\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{360^\circ n} \quad (4.1)$$

Der in der Simulation vorliegende Lösungsprozess basiert auf einem druckbasierten Ansatz, bei dem das *Coupled*-Schema zur Kopplung des Druck- und Geschwindigkeitsfelds zur Anwendung kommt. Die Modellierung der Turbulenz erfolgt gemäß Kapitel 2.2 mit dem *Realizable-k- ε* -Modell im Rahmen eines URANS-Ansatzes. Dieses Turbulenzmodell zeichnet sich insbesondere dadurch aus, dass es komplexe Strömungen sowie großskalige turbulente Wirbelstrukturen adäquat abbildet und sich für rotierende Systeme eignet, da es auch bei instationären Effekten eine numerisch stabile Lösung ermöglicht, wie in [87] beschrieben. Ein weiterer Vorteil des Modells besteht in der Verwendung standardisierter Wandfunktionen, wodurch die Notwendigkeit entfällt, die Grenzschicht bis zur Wand vollständig aufzulösen. Dies führt zu einer erheblichen Reduzierung des Rechenaufwands und steigert auf diese Weise die Effizienz der Simulation. Für die räumliche Diskretisierung wird hinsichtlich des Drucks die *Second-Order*-Methode eingesetzt, während für die Impuls- und Turbulenzgrößen die *Second-Order-Upwind*-Methode verwendet wird. Ergänzend erfolgt die zeitliche Diskretisierung mithilfe des *Second-Order-Implicit*-Schemas. Zur Sicherstellung der Konvergenzgenauigkeit werden pro simuliertem Zeitschritt außerdem zehn innere Iterationen durchgeführt.

4.2.2 Netzerstellung und Netzunabhängigkeitsanalyse

Die Vernetzung des Fluidvolumens erfolgt im Rahmen der CFD-Analyse unter Verwendung zweier unterschiedlicher Softwarepakete: Für die äußere Domäne wird *ANSYS ICEM* (Version 2023.2) verwendet, wobei ein blockstrukturiertes Netz aus quadrilateralen Elementen generiert wird. Die Rotor-Domäne wird hingegen in *Pointwise* (Version 2022.1.2) auf Basis einer quadrilateral-dominierten Struktur vernetzt. Beide Programme bieten eine hohe Flexibilität und Kontrolle bei der Vernetzung und ermöglichen eine gezielte Anpassung an die jeweiligen geometrischen und numerischen Anforderungen der Simulation.

Um die Unabhängigkeit der Simulationsergebnisse von der gewählten Netzauflösung sicherzustellen und die durch räumliche Diskretisierung bedingten Unsicherheiten zu quantifizieren, kommt in der vorliegenden Arbeit eine Netzunabhängigkeitsstudie gemäß der *Grid-Convergence-Index*-Methode (GCI-Methode) nach Celik et al. [19] zum Einsatz. Dieses Verfahren basiert auf der Richardson-Extrapolation und ermöglicht eine systematische Abschätzung des numerischen Diskretisierungsfehlers. Hierfür wird zunächst eine repräsen-

tative Gittergröße h für drei unterschiedlich feine Netze definiert. Im zweidimensionalen Fall gilt:

$$h = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i} \quad (4.2)$$

wobei N die Gesamtzahl der Elemente und A_i den Flächeninhalt des i -ten Elements bezeichnet. Die Diskretisierungen der Netze sind dabei so gewählt, dass die Bedingung $h_1 < h_2 < h_3$ erfüllt ist, wobei h_1 die Gittergröße des feinsten und h_3 die des größten Netzes darstellt. Auf dieser Grundlage lässt sich der Verfeinerungsfaktor r zwischen zwei aufeinanderfolgenden Netzstufen wie folgt berechnen:

$$r = \begin{cases} r_{21} = \frac{h_2}{h_1} \\ r_{32} = \frac{h_3}{h_2} \end{cases} \quad (4.3)$$

Für die Bewertung der Konvergenzeigenschaften wird anschließend eine geeignete Zielgröße Λ definiert, anhand derer sich die scheinbare Konvergenzordnung p iterativ nach den folgenden Beziehungen bestimmen lässt:

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left(\frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{21}} \right) + q(p) \right| \quad (4.4a)$$

$$q(p) = \ln \left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (4.4b)$$

$$s = \operatorname{sgn} \left(\frac{\epsilon_{32}}{\epsilon_{21}} \right) \quad (4.4c)$$

Dabei bezeichnen die Terme $\epsilon_{21} = \Lambda_2 - \Lambda_1$ und $\epsilon_{32} = \Lambda_3 - \Lambda_2$ die Differenzen der Zielgröße zwischen den jeweiligen Netzstufen. Darauf aufbauend ergibt sich der extrapolierte Wert der Zielgröße $\Lambda_{\text{ext}}^{21}$ zu:

$$\Lambda_{\text{ext}}^{21} = \frac{r_{21}^p \Lambda_1 - \Lambda_2}{r_{21}^p - 1} \approx \frac{r_{32}^p \Lambda_2 - \Lambda_3}{r_{32}^p - 1} \quad (4.5)$$

Ausgehend von den berechneten Werten lässt sich zudem der relative Fehler e^{21} ermitteln:

$$e^{21} = \left| \frac{\Lambda_1 - \Lambda_2}{\Lambda_1} \right| \quad (4.6)$$

Darüber hinaus ist der extrapolierte relative Fehler e_{ext}^{21} gegeben durch:

$$e_{\text{ext}}^{21} = \left| \frac{\Lambda_{\text{ext}}^{21} - \Lambda_1}{\Lambda_{\text{ext}}^{21}} \right| \quad (4.7)$$

Abschließend kann auf diese Weise der Grid Convergence Index GCI^{21} gemäß der folgenden Gleichung bestimmt werden:

$$\text{GCI}^{21} = \frac{1,25 e^{21}}{r_{21}^p - 1} \quad (4.8)$$

Die Gleichungen (4.6) bis (4.8) lassen sich analog für die gröbere Netzpaarung (h_3, h_2) anwenden, um die Konvergenz der Zielgröße auch in diesem Bereich zu überprüfen und die Netzunabhängigkeit der Simulation final zu belegen.

Da die räumliche Diskretisierung im Bereich der Rotorblattprofile einen maßgeblichen Einfluss auf die resultierenden Rotorkenngrößen hat, ist es für die Netzunabhängigkeitsstudie der Gesamtanlage essenziell, die Vernetzung zunächst in diesem Bereich gezielt zu analysieren. Hierzu werden im Rahmen einer Voruntersuchung verschiedene Kombinationen aus Anströmgeschwindigkeit und Anstellwinkel für das NACA-0021-Profil herangezogen. Die entsprechenden Parameterkombinationen sind in Tabelle 4.4 aufgeführt. Das zugrunde liegende Fluidvolumen ist zudem schematisch in Abbildung D.1 dargestellt. Aufbauend auf dieser Voruntersuchung wird der Bereich unmittelbar um das Tragflügelprofil (Innere Domäne* in Abbildung D.1) im Anschluss in die Rotor-Domäne überführt und bildet dort die Grundlage für die Netzunabhängigkeitsstudie der Gesamtanlage. Im Rahmen der Voruntersuchung liegt der Fokus der Netzunabhängigkeitsanalyse demnach ausschließlich auf der inneren Domäne des Fluidvolumens. Die Zellanzahl in der äußeren Domäne bleibt hingegen für alle drei betrachteten Netzkonfigurationen unverändert, da sie sich ohnehin in deutlichem Abstand zur Tragflügelgeometrie befindet, sodass potenzielle Einflüsse dieses Bereichs auf die Vergleichbarkeit der Ergebnisse vernachlässigt werden können. Zur konsistenten Auflösung der wandnahen Strömung ist zudem die Höhe der ersten Zelle an der Profilwand in allen drei Netzen identisch gewählt. Dabei wird sichergestellt, dass der dimensionslose Wandabstand innerhalb des Gültigkeitsbereichs des verwendeten Turbulenzmodells liegt. Eine Übersicht über die eingesetzten Netzkonfigurationen sowie

Tab. 4.4: Kombinationen aus Anströmgeschwindigkeit und Anstellwinkel für die Voruntersuchung am NACA-0021-Profil

Anströmgeschwindigkeit c_∞ [m s^{-1}]	20; 30; 50
Anstellwinkel α [$^\circ$]	2; 4; 6; 8; 10; 12

die zugehörigen Verfeinerungsfaktoren zwischen den Netzstufen ist in Tabelle 4.5 zusammengefasst.

Tabelle D.1 fasst die Ergebnisse der Voruntersuchung zusammen. Als Zielgröße zur Bewertung der Konvergenz dient dabei der Auftriebsbeiwert C_A . Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass für alle untersuchten Konfigurationen der relative Fehler der feineren Netzpaarung bei $e^{21} \leq 0,183\%$ liegt, während der zugehörige extrapolierte relative Fehler $e_{\text{ext}}^{21} \leq 0,044\%$ beträgt. Daraus resultiert ein Grid Convergence Index von $\text{GCI}^{21} \leq 0,054\%$, der auf eine hinreichende Diskretisierung der mittleren Netzstufe h_2 schließen lässt.

Tab. 4.5: Netzauflösungen der inneren Domäne im Rahmen der Voruntersuchung am NACA-0021-Profil

Netz	Knotenanzahl	Zellanzahl	Verfeinerungsfaktor
h_1	120 128	120 075	–
h_2	35 214	35 149	$r_{21} \approx 1,84$
h_3	10 134	10 322	$r_{32} \approx 1,84$

Für die im weiteren Verlauf verwendete grafische Darstellung des Diskretisierungsfehlers wird in Anlehnung an Mohr [68] und Baum [11] eine modifizierte Form des extrapolierten relativen Fehlers $e_{\text{ext},\Lambda}$ herangezogen. Diese Fehlerdarstellung ist wie folgt definiert:

$$e_{\text{ext},\Lambda} = \left| \frac{\Lambda_{\text{ext}}^{21} - \Lambda}{\Lambda_{\text{ext}}^{21}} \right| \quad (4.9)$$

Abbildung 4.2 veranschaulicht exemplarisch den Einfluss dieses extrapolierten Fehlers auf die Zielgröße C_A für die drei Anströmgeschwindigkeiten $c_\infty = 20 \text{ m s}^{-1}$, $c_\infty = 30 \text{ m s}^{-1}$ und $c_\infty = 50 \text{ m s}^{-1}$, jeweils in Kombination mit den Anstellwinkeln $\alpha = 4^\circ$, $\alpha = 8^\circ$ und $\alpha = 12^\circ$. Dabei zeigt sich über alle betrachteten Fälle hinweg, dass das mittlere Netz h_2 einen modifizierten relativen Fehler von $e_{\text{ext},\Lambda} < 0,25\%$ im Vergleich zum extrapolierten Wert aufweist. Demgegenüber überschreitet der modifizierte extrapolierte relative Fehler des groben Netzes h_3 beim größten Anstellwinkel $e_{\text{ext},\Lambda} > 1\%$. Insgesamt bestätigen die Ergebnisse somit, dass die Netzauflösung der mittleren Netzstufe h_2 als ausreichend einzustufen ist. Eine vollständige Übersicht der Ergebnisse ist in den Abbildungen D.2 bis D.4 aufgeführt. Diese zeigen denselben charakteristischen Verlauf wie die hier dargestellten Diagramme und verdeutlichen den Einfluss des Diskretisierungsfehlers unter verschiedenen Randbedingungen.

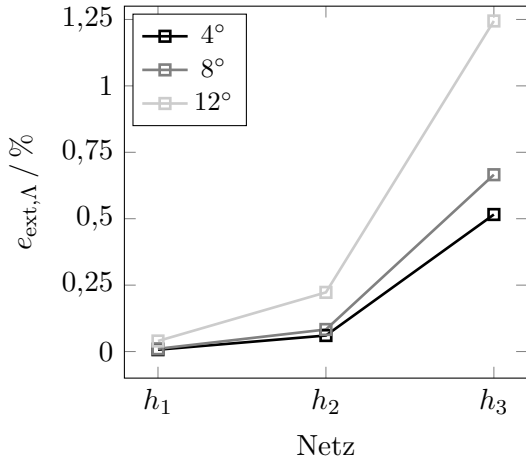
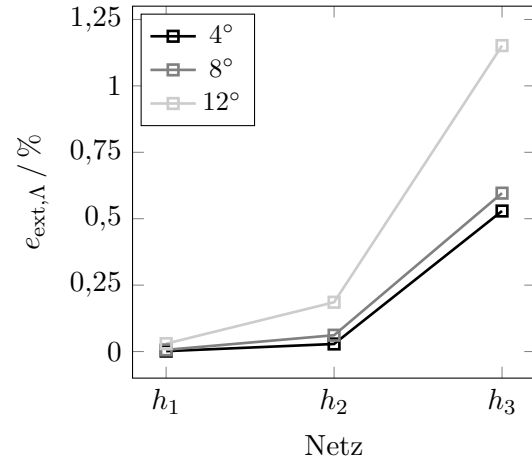
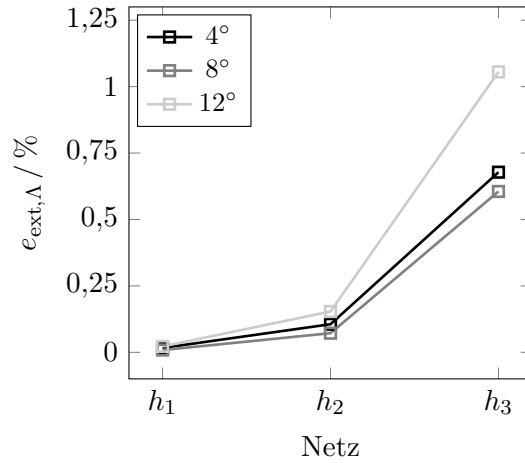
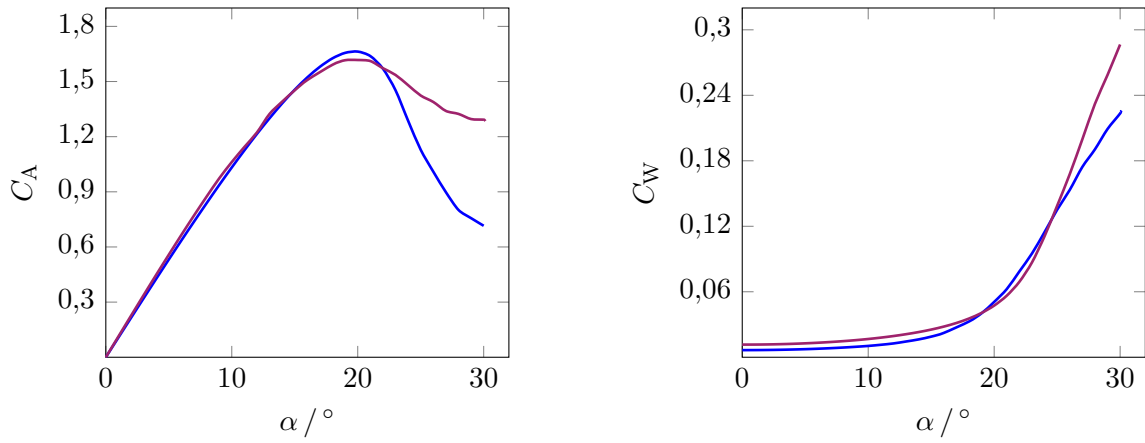
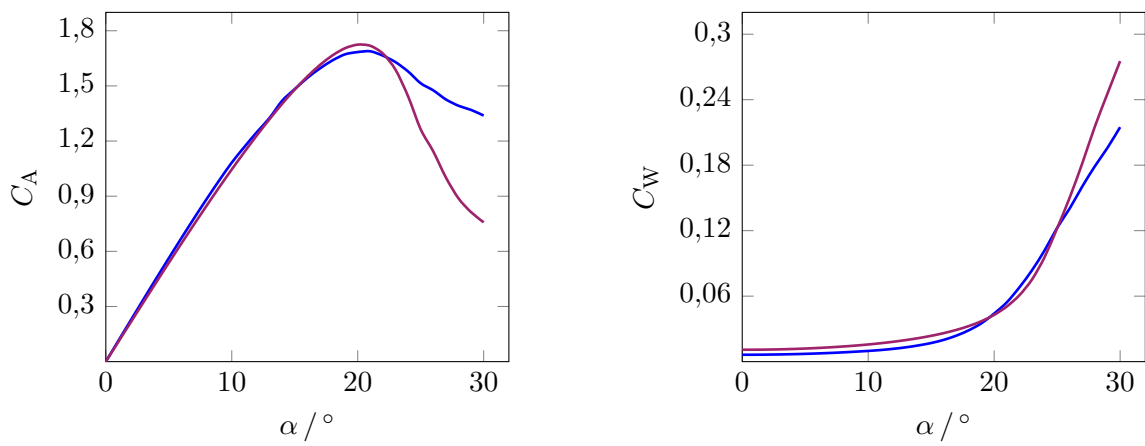
(a) Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 20 \text{ m s}^{-1}$ (b) Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 30 \text{ m s}^{-1}$ (c) Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 50 \text{ m s}^{-1}$

Abb. 4.2: Einfluss des modifizierten extrapolierten relativen Fehlers auf die Zielgröße C_A (exemplarisch)

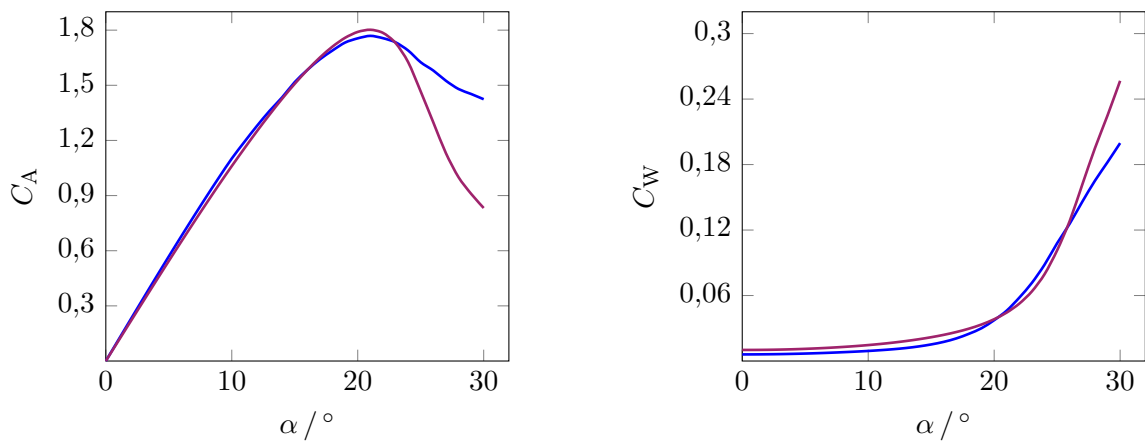
Zur vertiefenden Analyse der Aussagekraft der gewählten Netzaufösung h_2 erfolgt im weiteren Verlauf ein Vergleich mit Simulationsergebnissen aus XFOIL (Version 6.99) nach Drela [22]. XFOIL basiert auf einer zweidimensionalen Panelmethode, die zur Berücksichtigung viskoser Effekte um ein gekoppeltes Grenzschichtmodell erweitert wurde, und stellt somit eine geeignete Referenz zur ergänzenden Bewertung der CFD-Ergebnisse im Rahmen der Voruntersuchung dar. Abbildung 4.3 zeigt hierfür die resultierenden Auftriebs- und Widerstandspolaren des NACA-0021-Profiles im Anstellwinkelbereich von $\alpha = 0^\circ$ bis $\alpha = 30^\circ$ für alle drei untersuchten Anströmgeschwindigkeiten. Aufgrund der Profilsymmetrie beschränkt sich die Analyse dabei lediglich auf positive Anstellwinkel, der negative Bereich bleibt unberücksichtigt. Für den Auftriebsbeiwert zeigen sowohl die CFD-Simulation als auch XFOIL bis zu einem Anstellwinkel von $\alpha \approx 18^\circ$ eine adäquate Übereinstimmung.



(a) Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 20 \text{ m s}^{-1}$



(b) Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 30 \text{ m s}^{-1}$



(c) Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 50 \text{ m s}^{-1}$



Abb. 4.3: Vergleich der Auftriebs- und Widerstandspolaren des NACA-0021-Profiles bei verschiedenen Anströmgeschwindigkeiten

Oberhalb dieses Anstellwinkels treten deutliche Abweichungen auf, wobei XFOIL den Auftriebsabfall modellierungsbedingt weniger stark abbildet als die CFD-Simulation. Beim Widerstandsbeiwert sind signifikante Unterschiede zwischen den beiden Methoden dagegen erst ab einem Anstellwinkel von $\alpha \approx 25^\circ$ erkennbar. Auch hier sind die Abweichungen primär auf die unterschiedlichen Modellierungsansätze zurückzuführen, die sich insbesondere im Bereich großer Anstellwinkel auf den Widerstandsbeiwert auswirken. In XFOIL verläuft der Anstieg des Beiwerts dabei deutlich flacher. Insgesamt bestätigt der Vergleich jedoch, dass die mittlere Netzstufe h_2 der CFD die Profilpolaren des NACA-0021-Profiles mit Fokus auf die Auftriebspolare im Vergleich zu XFOIL sehr gut erfasst.

Die im Folgenden vorgestellte Netzunabhängigkeitsstudie der Gesamtanlage basiert auf drei Betriebspunkten im Bereich des Auslegungspunkts, die in Tabelle 4.6 aufgeführt sind. Die zugehörigen Schnelllaufzahlen liegen im Bereich $2 < \lambda < 3$ und repräsentieren typische Betriebszustände der untersuchten Konfiguration. Aufbauend auf der vorangegangenen Untersuchung wurde die räumliche Diskretisierung im unmittelbaren Bereich um die Rotorblattprofile bereits eindeutig festgelegt, sodass diese in der folgenden Analyse unverändert bleibt. Die Netzunabhängigkeitsanalyse beschränkt sich folglich auf eine systematische Variation der Vernetzung im übrigen Fluidvolumen. Tabelle 4.7 gibt einen Überblick über die hierfür verwendeten Netzauflösungen. Die in Klammern aufgeführten Werte beziehen sich dabei jeweils auf die Anzahl von Knoten und Zellen im vollständigen Fluidvolumen, einschließlich des zuvor festgelegten Bereichs um die Rotorblattprofile. Zwischen den betrachteten Netzstufen ergibt sich jeweils ein konstanter Verfeinerungsfaktor von $r_{21} = r_{32} \approx 1,96$, wodurch eine konsistente Grundlage für die nachfolgende Konvergenzstudie geschaffen wird.

Tab. 4.6: Betriebspunkte für die Netzunabhängigkeitsstudie der VAWT

Betriebspunkt	c_∞ [m s ⁻¹]	n [min ⁻¹]	λ [-]
BP 1	14	15	2,36
BP 2	14	16	2,51
BP 3	14	17	2,67

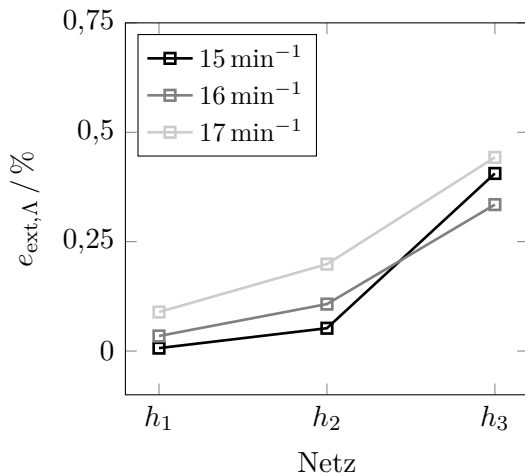
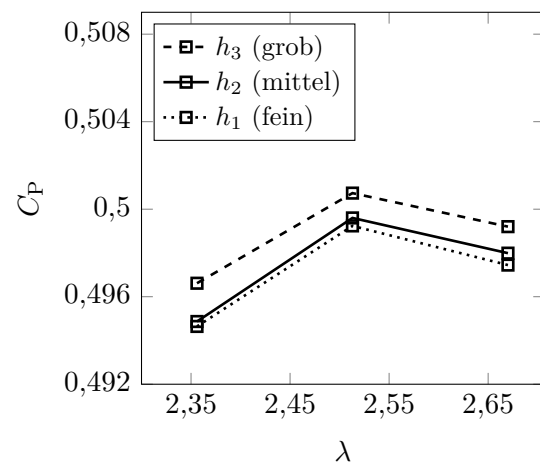
Die Ergebnisse der Netzunabhängigkeitsstudie sind in Abbildung 4.4 und Tabelle E.1 dargestellt. Als Zielgröße zur Bewertung der Konvergenz wird der über einen Umlauf gemittelte Rotorleistungsbeiwert C_P herangezogen. Aus der Tabelle geht hervor, dass für die feinere Netzpaarung (h_2, h_1) für alle untersuchten Betriebspunkte ein relativer Fehler von $e^{21} \leq 0,109\%$ bzw. ein extrapoliertes relatives Fehler von $e_{\text{ext}}^{21} \leq 0,089\%$ erzielt wird, woraus ein Grid Convergence Index von $GCI^{21} \leq 0,111\%$ resultiert. Die Analyse gemäß Abbildung 4.4a verdeutlicht zudem eine ausgeprägte Abnahme des modifizierten

Tab. 4.7: Netzauflösung des Fluidvolumens um die VAWT im Rahmen der CFD-Netzunabhängigkeitsstudie

Netz	Knotenanzahl	Zellanzahl	Verfeinerungsfaktor
h_1	824 924 (866 306)	822 462 (864 405)	–
h_2	214 763 (256 145)	213 572 (255 515)	$r_{21} \approx 1,96$
h_3	56 074 (97 456)	55 497 (97 440)	$r_{32} \approx 1,96$

extrapolierten relativen Fehlers mit zunehmender Netzauflösung von h_3 nach h_1 . Für die Drehzahlen $n = 15 \text{ min}^{-1}$ (BP 1) und $n = 16 \text{ min}^{-1}$ (BP 2) liegt dieser Fehler für das mittlere Netz h_2 bei $e_{\text{ext},\Lambda} < 0,11\%$ und zeigt bei weiterer Verfeinerung auf h_1 lediglich eine marginale Abnahme. Im Gegensatz dazu weist eine Drehzahl von $n = 17 \text{ min}^{-1}$ (BP 3) mit $e_{\text{ext},\Lambda} \approx 0,2\%$ einen höheren modifizierten extrapolierten relativen Fehler beim mittleren Netz h_2 auf. Für das grobe Netz h_3 überschreitet der betrachtete Fehler in allen hier dargestellten Betriebspunkten den Wert $e_{\text{ext},\Lambda} > 0,3\%$, wobei das größte Fehlermaß im Betriebspunkt mit der höchsten Drehzahl auftritt.

Die direkte Betrachtung des Rotorleistungsbeiwerts, dargestellt in Abbildung 4.4b, bestätigt die zuvor aus der Fehleranalyse abgeleitete Konvergenz. Bei einer Drehzahl von $n = 16 \text{ min}^{-1}$ (BP 2) zeigt sich hierbei für alle drei Netzstufen jeweils der höchste Leistungsbeiwert des Rotors, wobei im feinsten Netz h_1 ein Wert von $C_P = 0,497$ erreicht wird. Im mittleren Netz h_2 liegt der entsprechende Wert mit $C_P = 0,499$ nur geringfügig darüber. Erst das grobe Netz h_3 weicht systematisch ab und liefert tendenziell höhere Beiwerte, was sich in vergleichbarer Weise auch an den übrigen Betriebspunkten zeigt. Die enge

**(a)** Mod. extrapoliertes relatives Fehler $e_{\text{ext},\Lambda}$ **(b)** Rotorleistungsbeiwert C_P **Abb. 4.4:** Einfluss des räumlichen Diskretisierungsfehlers auf die CFD-Simulation der Vertikalachsen-Windkraftanlage

Übereinstimmung zwischen den Netzen h_1 und h_2 lässt somit auf eine ausreichende Unabhängigkeit der Lösung von der Netzauflösung schließen. Aus diesem Grund wird für die nachfolgende numerische Analyse das mittlere Netz h_2 verwendet. Die Netzeigenschaften der einzelnen Fluid-Domänen sind in Tabelle 4.8 zusammengefasst.

Tab. 4.8: Netzeigenschaften der einzelnen Fluid-Domänen für das Netz h_2

Domäne	Knotenanzahl	Zellanzahl
Äußere Domäne	172 648	171 696
Rotor-Domäne	83 497	83 819
Summe Σ	256 145	255 515

Zur Bewertung des Gültigkeitsbereichs des dimensionslosen Wandabstands im Kontext des verwendeten Turbulenzmodells wird nachfolgend der entlang der Profilkontur gemittelte Wert \bar{y}^+ über eine vollständige Umdrehung des Rotors bei verschiedenen Drehzahlen analysiert (vgl. Abbildung 4.5). Dabei zeigt sich eine ausgeprägte asymmetrische Variation des dimensionslosen Wandabstands über den Azimutwinkel (Umlaufwinkel), die auf die

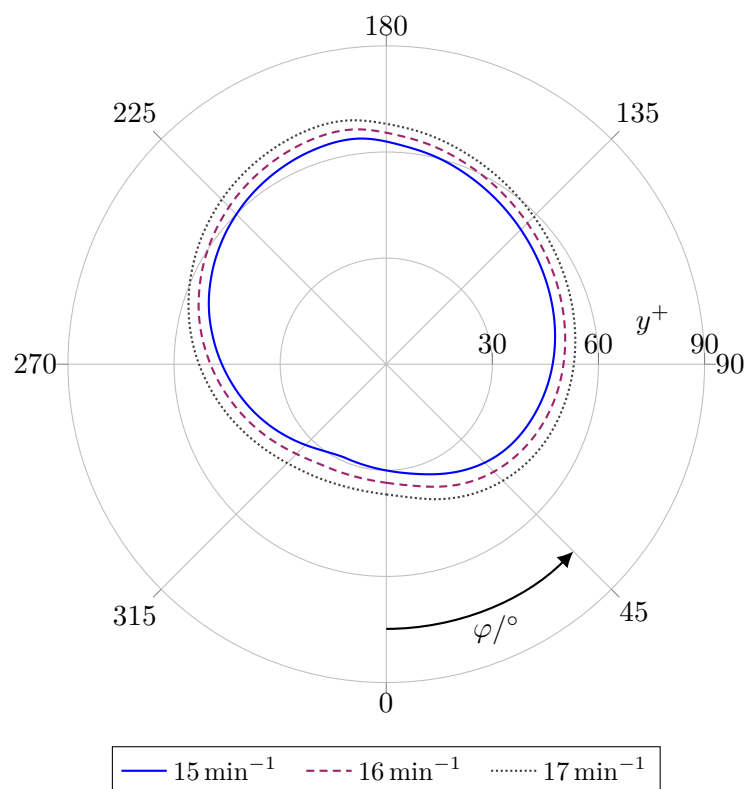


Abb. 4.5: Verteilung des entlang des Rotorblattprofils gemittelten dimensionslosen Wandabstands über eine vollständige Umdrehung des Rotors bei verschiedenen Drehzahlen

zyklisch wechselnden Anströmverhältnisse infolge der Rotorbewegung zurückzuführen ist. Mit steigender Drehzahl ist in diesem Zusammenhang ein moderater Anstieg der \bar{y}^+ -Werte festzustellen, der auf die erhöhte lokale Strömungsgeschwindigkeit und die damit einhergehende Intensivierung der Wandreibung zurückgeführt werden kann. Trotz dieser Unterschiede gilt für die verschiedenen Drehzahlen in nahezu allen Bereichen des Rotorumlaufts $\bar{y}^+ > 30$, sodass die Auflösung der Grenzschicht den Anforderungen des verwendeten Turbulenzmodells entspricht. Eine Ausnahme stellt der Bereich $315^\circ < \varphi < 360^\circ$ bei $n = 15 \text{ min}^{-1}$ (BP 1) dar. Die in diesem Abschnitt lokal auftretende Unterschreitung des Schwellenwerts ist aufgrund ihrer räumlich eng begrenzten Ausdehnung jedoch als vertretbar einzustufen.

4.3 Panelmethode

Die numerische Untersuchung auf Basis der Panelmethode erfolgt mit dem in Kapitel 3.3 vorgestellten Software-Tool OpenWIEN (Version 0.8.0). Analog zu den CFD-Simulationen werden auch diese Berechnungen auf dem Hochleistungsrechner *Elwetritsch* der AHRP durchgeführt. Im Unterschied zur CFD wird der gesamte Simulationsprozess – einschließlich der Netzgenerierung und sämtlicher Preprocessing-Abläufe – jedoch vollständig automatisiert auf den Rechenknoten des Clusters realisiert. Darüber hinaus werden ausgewählte Postprocessing-Schritte bereits während des Simulationsdurchlaufs ausgeführt, wodurch eine effiziente Integration von Berechnung und Analyse ermöglicht wird. Die technische Grundlage zur Durchführung der Simulationen bildet dabei die in Tabelle 4.9 dargestellte Hardware-Spezifikation, wobei die Berechnungen auf jeweils einem Rechenknoten mit insgesamt 24 CPU-Threads erfolgen. Für die anschließende Visualisierung der Ergebnisse kommt das Open-Source-Programm *ParaView* (Version 5.13.2) zum Einsatz.

Tab. 4.9: Hardware-Spezifikation pro Rechenknoten für die Simulation in OpenWIEN

Parameter	Spezifikation
Prozessortyp	Intel XEON SP 6126
CPU-Kerne	12
CPU-Threads	24
Grundtaktung	2,6 GHz
Maximale Boost-Taktung	3,7 GHz
Arbeitsspeicher (RAM)	96 GB

4.3.1 Modellsetup

Für die numerische Untersuchung kommt die Panelmethode in einem zeitabhängigen Ansatz zur Anwendung. Zur ressourcenschonenden Abbildung des Einschwingvorgangs wird in diesem Zusammenhang ein gestuftes Simulationskonzept mit zwei aufeinanderfolgenden Phasen eingesetzt. In der ersten Simulationsphase kommt dabei zunächst ein Winkelinkrement von $\Delta\varphi = 6^\circ$ zum Einsatz, wobei die Simulation über $N_{\text{Rotor}} = 8$ vollständige Umdrehungen erfolgt. Die sich anschließende zweite Simulationsphase wird über $N_{\text{Rotor}} = 2$ Umdrehungen mit einem verfeinerten Winkelinkrement von $\Delta\varphi = 2^\circ$ realisiert. Auf Basis dieses Konzepts lässt sich der Einschwingvorgang effizient simulieren und zugleich die Gesamtlaufzeit der Simulation reduzieren, ohne die Aussagekraft der Strömungsanalyse in der finalen Phase zu beeinträchtigen. Die konkrete Wahl der Anzahl der Umdrehungen und der jeweiligen Winkelinkremente geht hierbei auf Voruntersuchungen zurück, in deren Rahmen ein geeigneter Kompromiss zwischen Rechenaufwand und Auswertequalität identifiziert wurde. Die instationären Simulationen werden auf Grundlage dieses zweistufigen Berechnungskonzepts bei einer Umgebungstemperatur von $T = 15^\circ\text{C}$, einer Luftdichte von $\rho = 1,225 \text{ kg m}^{-3}$, einer dynamischen Viskosität von $\mu = 1,7984 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$ sowie einem Umgebungsdruck von $p_{\text{ref}} = 1 \text{ bar}$ durchgeführt. Der jeweils verwendete Zeitschritt ergibt sich in diesem Fall neben dem Betriebspunkt auch aus dem gewählten Winkelinkrement der jeweiligen Simulationsphase und wird analog zu Gleichung (4.1) berechnet.

Im Rahmen der Nachlaufmodellierung erfolgt die Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten auf Grundlage des regularisierten Biot-Savart-Gesetzes unter Verwendung des Vastias-Wirbelmodells mit einem Regularisierungsexponenten $k = 2$, wobei das zeitliche Wachstum des Wirbelkerns gemäß Gleichung (3.32) bestimmt wird. Darauf aufbauend kommt zur numerischen Integration in der Zeit das explizite Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung (RK2) zum Einsatz. Ergänzend dazu wird als Fernfeldfaktor ein Wert von $k_F = 5$ festgelegt, ab dem die Fernfeldbedingungen für das Potential Anwendung finden.

4.3.2 Netzerstellung und Netzunabhängigkeitsanalyse

Im Gegensatz zu klassischen CFD-Verfahren, bei denen das umgebende Strömungsfeld vollständig durch eine räumliche Diskretisierung des Fluidvolumens erfasst wird, beruht die Panelmethode methodisch auf einer ausschließlichen Diskretisierung der Körperoberflächen. Dies vereinfacht den Vernetzungsaufwand erheblich, vor allem bei geometrisch einfachen Strukturen wie den hier betrachteten Rotorblättern der Windkraftanlage. Aufbauend auf dieser Grundlage erfolgt die Erzeugung der für diese Arbeit verwendeten Oberflächennetze vollständig automatisiert im Preprocessing-Ablauf von OpenWIEN. Die Panelverteilung entlang der Profiltiefe lässt sich hierbei mithilfe der modifizierten Kosinusverteilung nach Gleichung (2.6) bestimmen, die insbesondere im Bereich der Vorderkante zu einer lokal

erhöhten Auflösung führt. Da die Nachlafelemente zudem direkt an die Panelstruktur der Rotorblätter angebunden sind, bestimmt deren Diskretisierung, zusammen mit dem Zeitschritt der Simulation, zugleich die Auflösung des modellierten Nachlaufs.

Zur Bewertung der Netzunabhängigkeit wird die nachfolgende Untersuchung in Anlehnung an die in Kapitel 4.2.2 beschriebene GCI-Methode durchgeführt. Analog zur CFD-Studie werden dabei die in Tabelle 4.6 aufgeführten Betriebspunkte berücksichtigt. Tabelle 4.10 liefert einen Überblick über die untersuchten Netzaufösungen sowie die jeweils verwendeten Verfeinerungsfaktoren. Die im Kontext der GCI-Analyse erzielten Ergebnisse sind darüber hinaus in Tabelle F.1 zusammengefasst. Daraus ist ersichtlich, dass für alle betrachteten Betriebspunkte der relative Fehler der feineren Netzpaarung $e^{21} \leq 1,629\%$ beträgt, während der extrapolierte relative Fehler bei $e_{\text{ext}}^{21} \leq 0,219\%$ liegt. Entsprechend ergibt sich ein GCI-Wert von $\text{GCI}^{21} \leq 0,274\%$.

Tab. 4.10: Netzauflösung des VAWT-Rotors im Rahmen der Netzunabhängigkeitsstudie mit OpenWIEN

Netz	Panelanzahl	Verfeinerungsfaktor
h_1	15 036	–
h_2	5 688	$r_{21} \approx 1,62$
h_3	2 148	$r_{32} \approx 1,62$

Abbildung 4.6a stellt in Anlehnung an die zuvor betrachtete Netzunabhängigkeitsstudie der CFD die Ergebnisse des modifizierten extrapolierten relativen Fehlers gemäß Gleichung (4.9) dar. In Übereinstimmung mit dem Vorgehen bei der CFD wird auch im Rahmen der Panelmethode der über eine Umdrehung gemittelte Rotorleistungsbeiwert als Zielgröße herangezogen. Wie aus der Abbildung ersichtlich, nimmt der betrachtete Fehler mit zunehmender Netzfeinheit konsistent ab, was auf eine konvergente Lösung bei steigender Panelanzahl schließen lässt. Gleichzeitig zeigt sich, dass das größte Netz h_3 für alle untersuchten Drehzahlen Werte von $e_{\text{ext},\Lambda} > 12,5\%$ aufweist und damit eine unzureichende Diskretisierung darstellt. Im Gegensatz dazu bleibt der modifizierte extrapolierte relative Fehler für das mittlere Netz h_2 deutlich geringer. Der maximale Wert tritt hier bei $n = 15 \text{ min}^{-1}$ auf und beträgt $e_{\text{ext},\Lambda} \approx 1,88\%$. Auch wenn diese Abweichung noch oberhalb des für die vorliegende Arbeit definierten Zielwerts von 1% liegt, ist zu berücksichtigen, dass die Panelmethode vorrangig im Kontext eines konzeptuellen Entwurfsprozesses zur Anwendung kommt. In diesem Zusammenhang spielt die Rechenzeit eine zentrale Rolle. Zwar liefert die feinste Netzstufe h_1 eine höhere Genauigkeit, geht jedoch mit einem im Vergleich zu h_2 rund 3,5-fach erhöhten Rechenaufwand einher. Vor diesem Hintergrund wurde ein Zielwert von 2% als akzeptable Abweichung festgelegt, um ein optimales Verhältnis zwischen numerischer Genauigkeit und Rechenaufwand sicherzustellen.

Die Auswirkungen der Netzwahl auf das Simulationsergebnis werden in Abbildung 4.6b veranschaulicht, welche den Einfluss der jeweiligen Netzstufe auf die Zielgröße C_P darstellt und die zuvor beschriebenen Ergebnisse aus der Fehleranalyse bestätigt. Die Abweichung zwischen den Netzstufen h_1 und h_2 fällt hierbei für alle betrachteten Drehzahlen vergleichsweise gering aus, was auf eine hinreichende Auflösung der mittleren Diskretisierungsstufe schließen lässt. Im Gegensatz dazu zeigt sich zwischen h_2 und h_3 eine deutlich stärkere Diskrepanz, die auf eine unzureichende Auflösung des größten Netzes hindeutet. Insgesamt erweist sich die mittlere Netzstufe h_2 somit als sinnvoller Kompromiss zwischen numerischem Aufwand und Ergebnisqualität.

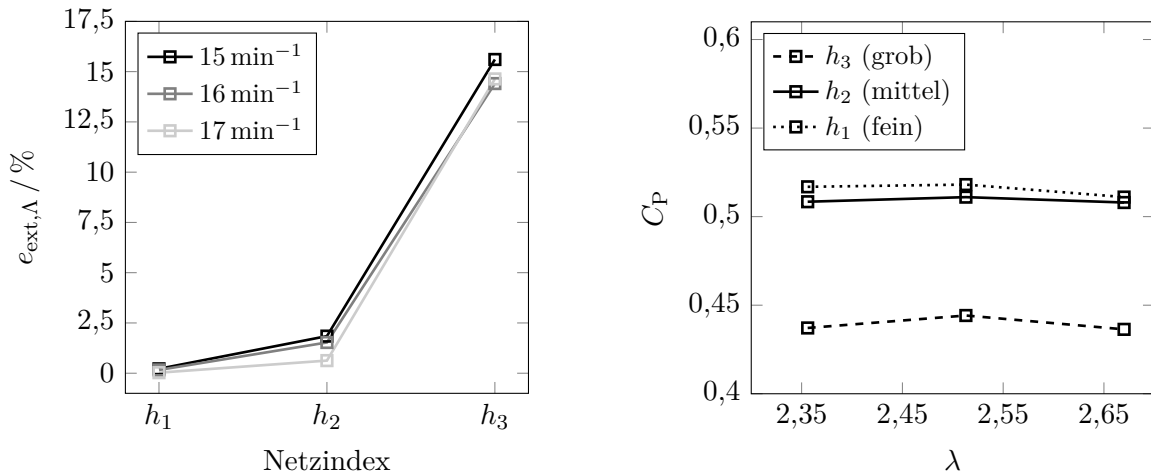
(a) Mod. extrapoliertes relativer Fehler $e_{\text{ext},\Delta}$ (b) Rotorleistungsbeiwert C_P

Abb. 4.6: Einfluss des räumlichen Diskretisierungsfehlers auf die Panelmethoden-Simulation der Vertikalachsen-Windkraftanlage

4.3.3 Nachlaufbegrenzung

Im instationären Ansatz der Panelmethode muss die zeitliche Entwicklung der Nachlaufstrukturen explizit berücksichtigt werden und es erfolgt eine dynamische Erweiterung der Nachlaufpanels mit jedem Zeitschritt. Zur Einsparung von Rechenressourcen wird der Nachlauf der Vertikalachsen-Windkraftanlage daher gemäß der in Kapitel 3.3 beschriebenen Methodik gezielt begrenzt. Im Folgenden wird der Einfluss dieser Limitierung auf den über einen Umlauf gemittelten Rotorleistungsbeiwert C_P sowie auf die Berechnungszeit t_{Wall} analysiert. Die Begrenzung des Nachlaufs d_{Limit} erfolgt dabei in Form eines Vielfachen des Rotorradius. Die Untersuchung bezieht sich auf den Betriebspunkt bei einer Anströmgeschwindigkeit von $c_\infty = 14 \text{ m s}^{-1}$ und einer Drehzahl von $n = 16 \text{ min}^{-1}$, was einer Schnelllaufzahl von $\lambda = 2,51$ entspricht. Simuliert wurden insgesamt $N_{\text{Rotor}} = 8$ vollständige Umdrehungen mit einem Winkelinkrement von $\Delta\varphi = 6^\circ$, entsprechend der ersten Simulationsphase des zuvor beschriebenen zweistufigen Konzepts.

Abbildung 4.7a zeigt zunächst den Verlauf des Rotorleistungsbeiwerts $C_P(\varphi)$ als Funktion des Azimutwinkels über eine halbe Umdrehung des Rotors für verschiedene Begrenzungen des Nachlaufs. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass die Wahl der Limitierung das Simulationsergebnis maßgeblich beeinflusst. Eine zu starke Begrenzung von $d_{\text{Limit}} = 2R_{\text{Rotor}}$ führt demnach zu ausgeprägten Schwankungen im Leistungsverlauf, was auf eine unzureichende Modellierung der Nachlaufdynamik hinweist. Mit zunehmender Ausdehnung des Nachlaufs glätten sich die Kurvenverläufe jedoch und der Verlauf wird kontinuierlicher. Insbesondere bei Limitierungen $d_{\text{Limit}} > 4R_{\text{Rotor}}$ konvergieren die Ergebnisse zunehmend gegen den Verlauf der unlimitierten Simulation $d_{\text{Limit}} = \infty R_{\text{Rotor}}$, was darauf schließen lässt, dass ab einer bestimmten Begrenzung eine physikalisch ausreichende Repräsentation der Nachlaufstrukturen erreicht wird. Die Darstellung in Abbildung 4.7b zeigt darüber hinaus die Berechnungszeit pro Zeitschritt $t_{\text{Wall},\Delta t}$ in Abhängigkeit vom zeitlichen Fortschritt der Simulation. Dabei ist zu erkennen, dass sich der Rechenaufwand pro Zeitschritt bei begrenztem Nachlauf nach Erreichen der jeweiligen Limitierung auf einem konstanten Niveau stabilisiert. Im Gegensatz dazu ist bei unlimitierter Nachlaufmodellierung ein kontinuierlicher Anstieg der Rechenzeit pro Zeitschritt bis zum Ende der Simulation festzustellen. Diese Entwicklung ist auf das fortschreitende Wachstum der Nachlaufstrukturen zurückzuführen, das mit zunehmender Simulationsdauer eine höhere numerische Komplexität verursacht. Die Wahl einer geeigneten Limitierung stellt somit insgesamt

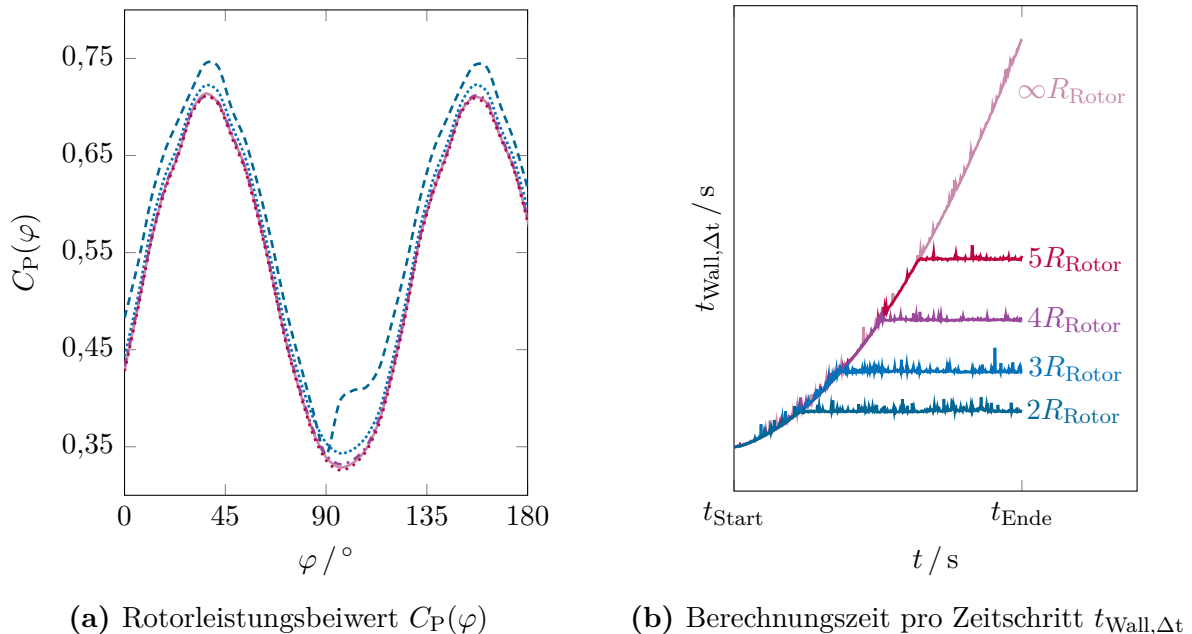


Abb. 4.7: Einfluss der Nachlaufbegrenzung auf den azimuthalen Verlauf des Rotorleistungsbeiwerts und die Berechnungszeit pro Zeitschritt

einen entscheidenden Abwägungsprozess zwischen numerischer Effizienz und physikalischer Aussagekraft dar.

Zur quantitativen Bewertung des Verhältnisses zwischen numerischer Effizienz und physikalischer Genauigkeit sind in Abbildung 4.8 die relativen Abweichungen des über eine Umdrehung gemittelten Rotorleistungsbeiwerts sowie der resultierenden Berechnungszeit im Vergleich zur unlimitierten Referenzsimulation dargestellt. Die zuvor dargestellte Analyse wird dabei durch die ausgewiesenen Zahlenwerte bestätigt, wobei eine zu starke Begrenzung von $d_{\text{Limit}} = 2R_{\text{Rotor}}$ zu einer relativen Abweichung von $\delta_{C_P} = 7,85\%$ führt und somit nicht mit den angestrebten Genauigkeitsanforderungen vereinbar ist. Mit zunehmender Limitierung reduziert sich diese Abweichung jedoch signifikant und unterschreitet bei $d_{\text{Limit}} = 5R_{\text{Rotor}}$ den im Rahmen dieser Arbeit definierten Zielwert von $\delta_{C_P} < 0,5\%$. Da bei dieser Begrenzung zugleich eine Rechenzeiteinsparung von $\delta_{t_{\text{Wall}}} = 24,39\%$ erzielt wird, stellt $d_{\text{Limit}} = 5R_{\text{Rotor}}$ einen besonders geeigneten Kompromiss dar und kommt in den nachfolgenden Simulationen zur Anwendung.

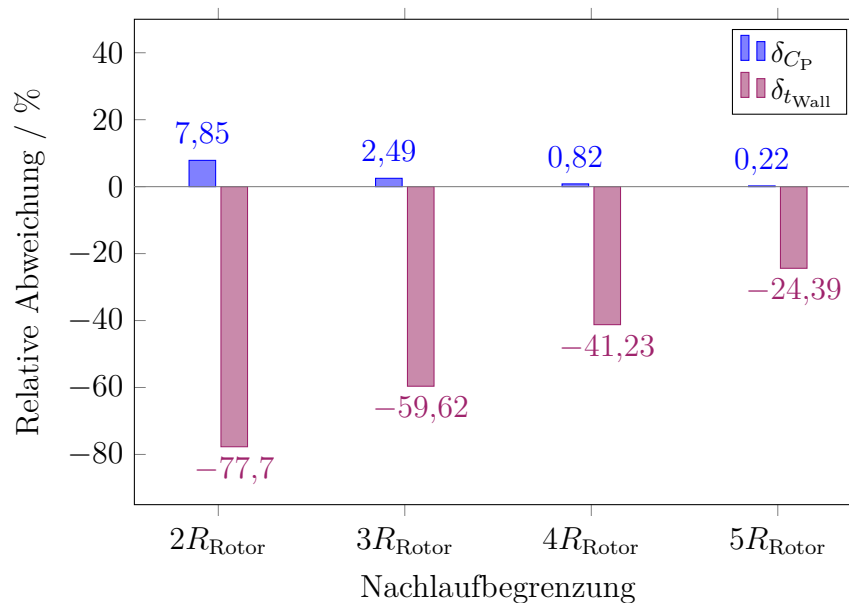


Abb. 4.8: Relative Abweichung des über den Umlauf gemittelten Rotorleistungsbeiwerts und der Berechnungszeit infolge der Nachlaufbegrenzung

4.4 Untersuchte Winglet-Varianten

Zur Vorbereitung der Winglet-Effizienzanalyse werden nachfolgend die untersuchten Winglet-Varianten mit Fokus auf ihre charakteristischen Winkelparameter vorgestellt. Durch die Anbringung der Winglets vergrößert sich die effektive Spannweite der Rotorblätter, wodurch sich die in Tabelle 4.11 dargestellten modifizierten Hauptabmessungen der Windkraftanlage ergeben. Abweichende Parameter gegenüber der Basiskonfiguration

aus Tabelle 4.2 sind hierbei mit (*) gekennzeichnet. Aufbauend auf der geometrischen Gestaltung der jeweiligen Flügelspitzen ergeben sich zudem lokal modifizierte Profiltiefen, deren konkrete Ausprägung maßgeblich von charakteristischen Merkmalen der jeweiligen Winglet-Ausführung abhängt, insbesondere von deren Pfeilung. Ungeachtet dessen wird die Rotorblattfläche in der Regel weiterhin auf Basis der Profiltiefe des Hauptflügels berechnet. Da auch die Solidität definitionsgemäß auf diese Profiltiefe bezogen wird und unabhängig von der Spannweite ist, bleibt sie im Vergleich zur Basiskonfiguration unverändert.

Der Fokus der sich ändernden geometrischen Parameter der Winglets liegt im Rahmen der Untersuchung auf dem Pfeilungswinkel der Vorderkante ϑ_{VK} (*Front-Sweep-Angle*), dem Pfeilungswinkel der Hinterkante ϑ_{HK} (*Back-Sweep-Angle*) sowie dem Neigungswinkel β_N (*Cant-Angle*). Die Definition dieser Winkelgrößen ist in Abbildung 4.9 dargestellt. Dabei ist der Pfeilungswinkel so definiert, dass positive Werte einer Rückpfeilung entlang der Rotorblattlängsachse entsprechen, während negative Werte eine Vorpfeilung darstellen. Im Gegensatz dazu werden beim Neigungswinkel ausschließlich positive Werte betrachtet, was einer radial nach innen gerichteten Orientierung der Winglets entspricht. Ergänzend wird die maximale relative Dicke an den Flügelspitzen t_{tip} für sämtliche untersuchten Varianten auf einen konstanten Wert von $t_{tip} = 12\%$ festgelegt. Abschließend sei angemerkt, dass im Rahmen dieser Arbeit auch solche Geometrievarianten als Winglets bezeichnet werden, bei denen ausschließlich der Pfeilungswinkel an den Flügelspitzen modifiziert wurde.

Tab. 4.11: Geometrische Hauptabmessungen des VAWT-Rotors (Winglet-Konfiguration)

Parameter	Symbol	Einheit	Wert
Rotordurchmesser	D_{Rotor}	m	42
Rotorradius	R_{Rotor}	m	21
Projizierte Rotorfläche	A_{Rotor}^*	m ²	1659
Rotorsolidität	σ_s	–	0,179
Anzahl der Rotorblätter	Z	–	3
Spannweite des Rotorblatts	b_{Blatt}^*	m	39,5
Länge des Winglets	b_{WL}	m	2,5
Profiltiefe des Rotorblatts	l_{Blatt}	m	2,5
Aufhängerpos. des Rotorblatts	$l_{\text{A,Blatt}}$	m	0,983
Projizierte Fläche des Rotorblatts	A_{Blatt}^*	m ²	98,75
Streckung des Rotorblatts	Λ_s^*	–	15,8

Die geometrischen Eigenschaften der untersuchten Winglet-Varianten, einschließlich der zugehörigen Pfeilungs- und Neigungswinkel, sind in Tabelle 4.12 sowie in den Abbildungen G.1 bis G.3 dargestellt. Insgesamt werden drei Variantengruppen mit jeweils neun Varianten

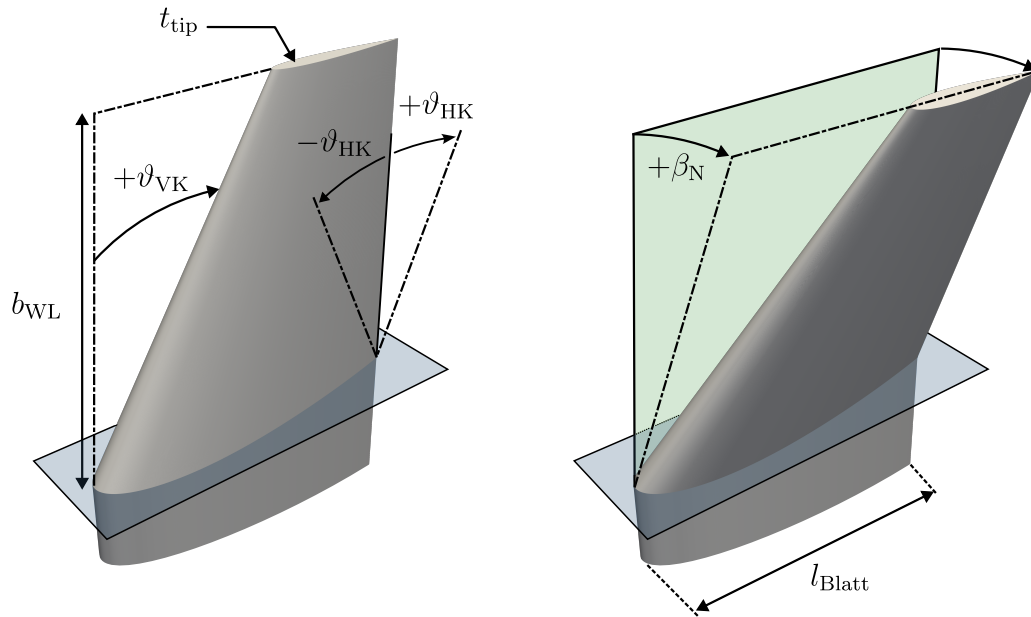


Abb. 4.9: Winkeldefinition am VAWT-Winglet mit Pfeilung und Neigung

Tab. 4.12: Geometrische Eigenschaften der untersuchten Winglet-Varianten

Variante	ϑ_{VK} [°]	ϑ_{HK} [°]	β_N [°]	Variante	ϑ_{VK} [°]	ϑ_{HK} [°]	β_N [°]
WL 1	10	-20	0	WL 19	10	-20	35
WL 2	10	-10	0	WL 20	10	-10	35
WL 3	10	0	0	WL 21	10	0	35
WL 4	20	-20	0	WL 22	20	-20	35
WL 5	20	-10	0	WL 23	20	-10	35
WL 6	20	0	0	WL 24	20	0	35
WL 7	40	0	0	WL 25	40	0	35
WL 8	40	10	0	WL 26	40	10	35
WL 9	40	20	0	WL 27	40	20	35
WL 10	10	-20	20				
WL 11	10	-10	20				
WL 12	10	0	20				
WL 13	20	-20	20				
WL 14	20	-10	20				
WL 15	20	0	20				
WL 16	40	0	20				
WL 17	40	10	20				
WL 18	40	20	20				

betrachtet, wobei sich die Gruppen durch unterschiedliche Neigungswinkel (β_N) voneinander unterscheiden. Innerhalb jeder Gruppe erfolgt dabei eine systematische Variation der Vorderkantenpfeilung (ϑ_{VK}) und Hinterkantenpfeilung (ϑ_{HK}).

5 Ergebnisse

Im Folgenden werden die Ergebnisse der numerischen Untersuchung der Vertikalachsen-Windkraftanlage vorgestellt. Die Auswertung gliedert sich dabei in zwei zentrale Schwerpunkte: Im ersten Teil der Untersuchung erfolgt ein direkter Methodenvergleich der in OpenWIEN implementierten Panelmethode mit zweidimensionalen CFD-Simulationen. Hierzu werden unter anderem die jeweiligen Performance-Kenngrößen der untersuchten VAWT gegenübergestellt, wobei der Fokus auf den optimalen Betriebspunkt der Anlage gelegt wird, um die Aussagekraft und die Zuverlässigkeit der Panelmethode in diesem Bereich zu evaluieren. Im zweiten Teil des Kapitels wird auf Basis der entwickelten Panelmethode das aerodynamische Verhalten verschiedener Winglet-Varianten im Rahmen eines frühen Entwurfsprozesses analysiert. Dabei sollen Varianten mit hoher Effizienz identifiziert und deren Auswirkung auf die Performance der Anlage systematisch bewertet werden.

Zur einheitlichen Darstellung der Ergebnisse beziehen sich sämtliche im Folgenden verwendeten aerodynamischen Größen, sofern nicht anders gekennzeichnet, auf den Mittelwert über N_{Rotor} vollständige Umdrehungen des Rotors. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird in den Diagrammen sowie der darauf aufbauenden Betrachtung auf die explizite Kennzeichnung durch einen Mittelungsstrich verzichtet. Mittelwertbildungen über Teilbereiche des Rotorumlaufs – insbesondere getrennt für Auf- und Abwindseite auf Ebene des einzelnen Rotorblatts – werden im jeweiligen Kontext erläutert und eindeutig dargestellt. Azimutal aufgelöste Verläufe werden hingegen durch ihre explizite Abhängigkeit vom Umlaufwinkel (Azimutwinkel) gekennzeichnet. Für die Darstellung relativer Abweichungen wird darüber hinaus allgemein die Notation δ verwendet (vgl. Anhang B). Ohne weiteren Zusatz bezeichnet δ stets die relative Abweichung bezogen auf den Mittelwert, entweder über den vollständigen Rotorumlauf oder innerhalb eines spezifischen Teilbereichs (Auf- bzw. Abwindseite). Durch ergänzende Kennzeichnungen kann die Notation δ auch auf spezifische Positionen innerhalb des azimutalen Verlaufs angewendet werden, an denen bspw. Maxima oder Minima auftreten. Der jeweilige Bezug ergibt sich dabei eindeutig aus dem Kontext.

5.1 Methodenvergleich: Panelmethode und CFD

Der methodische Vergleich der beiden numerischen Verfahren beginnt mit der Analyse der Performance-Kennlinien. Grundlage hierfür bilden die in Tabelle 5.1 aufgeführten Anströmgeschwindigkeiten, zu denen jeweils Simulationen mit variierender Rotordrehzahl durchgeführt wurden. Um dabei den Kennlinienverlauf insbesondere im Bereich des erwarteten Leistungsmaximums möglichst präzise erfassen zu können, erfolgte in diesem Abschnitt gezielt eine feinere Abstufung der Drehzahl. Auf diese Weise lässt sich der optimale Betriebspunkt der VAWT hochaufgelöst darstellen und mit hinreichender Genauigkeit identifizieren.

Tab. 5.1: Kombinationen aus Anströmgeschwindigkeit und Rotordrehzahl zur Ermittlung der Performance-Kennlinien der untersuchten VAWT

Anströmgeschwindigkeit c_∞ [m s ⁻¹]	14; 11,8; 9,6
Rotordrehzahl n [min ⁻¹]	3 – 30

Im Mittelpunkt der folgenden Betrachtung steht zunächst der azimutale Verlauf des Anströmwinkels über eine vollständige Umdrehung eines Rotorblatts. Die Auswertung dieses Verlaufs bietet eine erste Orientierung hinsichtlich der Einsatzgrenzen der verwendeten Panelmethode, deren Gültigkeit maßgeblich an das Vorliegen einer nicht ablösenden Strömung geknüpft ist. Die Darstellung erfolgt dabei unter der Annahme eines idealisierten Umlaufs, bei dem Wechselwirkungen mit dem Nachlauf vernachlässigt werden. Abbildung 5.1 zeigt exemplarisch die resultierenden Winkelverläufe für ausgewählte Schnelllaufzahlen. Die grau hinterlegte Fläche kennzeichnet in diesem Zusammenhang den näherungsweise strömungsstabilen Bereich (*Anti-Stall*-Bereich) des NACA-0021-Profiles, basierend auf den in Kapitel 4.2.2 beschriebenen CFD-Ergebnissen bei $c_\infty = 30 \text{ m s}^{-1}$ ($Re \approx 2 \cdot 10^6$). Wie aus der Abbildung hervorgeht, überschreitet der Anströmwinkel bei einer Schnelllaufzahl von $\lambda = 2$ über weite Teile des Rotorumlafs deutlich die Grenzen dieses Bereichs, sodass verstärkt ablösungsbedingte Strömungsphänomene zu erwarten sind. Mit zunehmender Schnelllaufzahl nehmen hingegen sowohl die Extremwerte des Anströmwinkels als auch dessen azimutale Schwankungsbreite signifikant ab. Für $\lambda \geq 3$ verbleibt der gesamte Verlauf innerhalb des näherungsweise stabilen Anströmungsbereichs, wodurch Ablöseerscheinungen nur noch eine untergeordnete Rolle spielen.

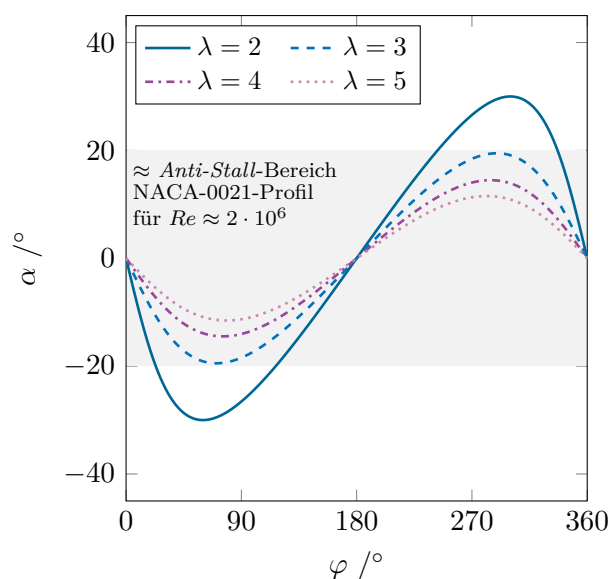


Abb. 5.1: Idealisierter azimuthaler Verlauf des Anströmwinkels am Rotorblatt über eine vollständige Umdrehung des VAWT-Rotors für ausgewählte Schnelllaufzahlen, in Anlehnung an [21]

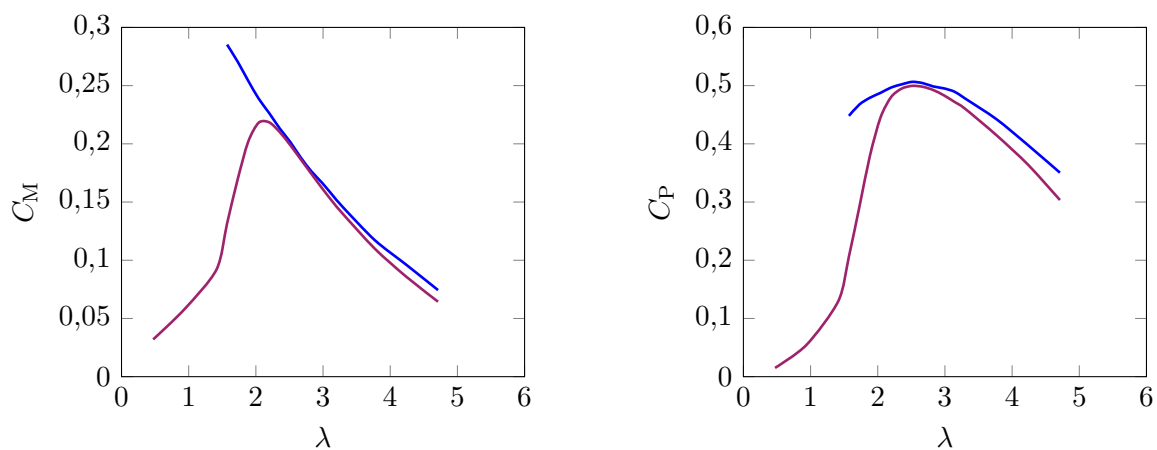
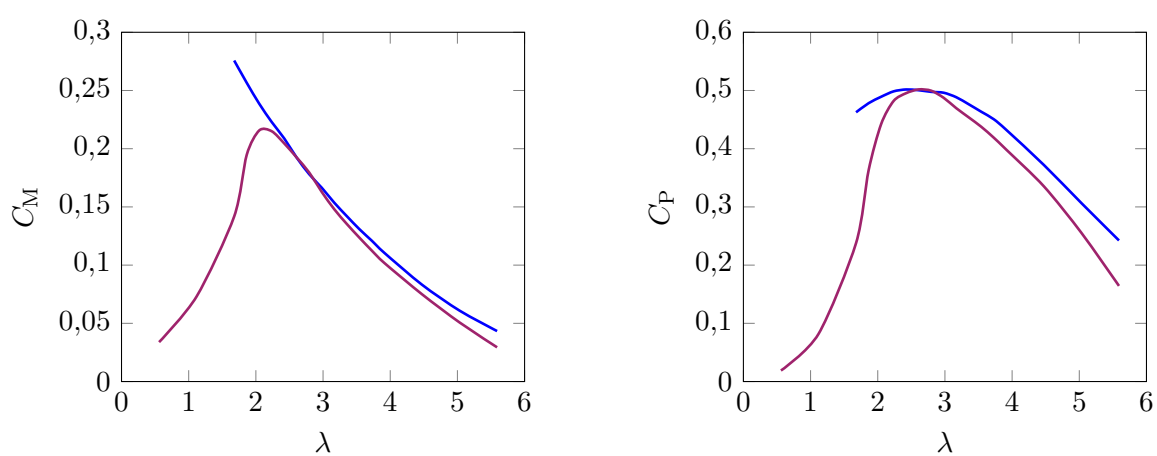
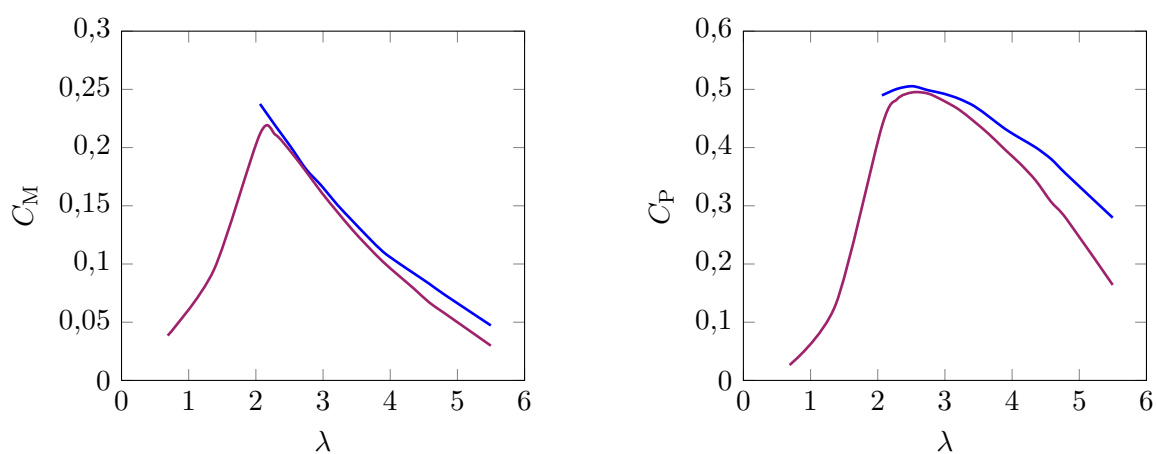
Performance-Kennlinien

Abbildung 5.2 zeigt die ermittelten Kennlinien des über den Rotorumfang resultierenden Rotordrehmoment- und Rotorleistungsbeiwerts in Abhängigkeit von der Schnelllaufzahl für die untersuchten Anströmgeschwindigkeiten. Die Kennlinien wurden für beide Verfahren einheitlich auf Basis einer Mittelung über $N_{\text{Rotor}} = 2$ Umdrehungen bestimmt und bilden die Grundlage für die im weiteren Verlauf betrachtete Gegenüberstellung der numerischen Verfahren im jeweiligen Betriebsoptimum.

Die aus den CFD-Simulationen resultierenden Verläufe weisen über alle betrachteten Anströmgeschwindigkeiten hinweg die typische Charakteristik eines *Darrieus-H*-Rotors in Abhängigkeit von λ auf und bestätigen damit die in der einschlägigen Literatur beschriebenen Zusammenhänge, vgl. bspw. [16, 37]. Im unteren Bereich der Kennlinie (Teillastbereich) ist hierbei zunächst ein deutlicher Anstieg der Beiwerte mit zunehmender Schnelllaufzahl zu erkennen. Diese Zunahme ist im Wesentlichen auf eine günstigere Verteilung der Anströmwinkel entlang der Rotorbahn sowie auf die verbesserte Energieumsetzung infolge höherer Umfangsgeschwindigkeiten zurückzuführen. Die Intensität des Anstiegs variiert dabei in Abhängigkeit von der Anströmgeschwindigkeit. So zeigt sich für $c_\infty = 14 \text{ m s}^{-1}$ bei $\lambda \approx 1,5$ ein markanter Knick im Kennlinienverlauf, der auf eine Veränderung der Strömungsverhältnisse in diesem Bereich hindeutet. Für den Rotordrehmomentbeiwert resultiert der Anstieg in einem deutlich ausgeprägten Maximum bei $\lambda \approx 2$, bevor im weiteren Verlauf bei höheren Schnelllaufzahlen ein signifikanter Rückgang infolge abnehmender aerodynamischer Effizienz der Rotorblätter vorliegt (Überlastbereich). Diese Abnahme lässt sich in erster Linie

auf die mit steigender Schnelllaufzahl reduzierten Anströmwinkel an den Rotorblättern zurückführen, wodurch die Auftriebserzeugung verringert wird und der Beitrag der Rotorblätter zum Gesamtdrehmoment entsprechend gemindert wird. Gleichzeitig nehmen in diesem Bereich der Kennlinie die Verluste infolge des Profilwiderstands zu, während auch Nachlaufeffekte die Strömungsverhältnisse zunehmend beeinflussen. Letztere manifestieren sich insbesondere darin, dass sich der Nachlauf bei hohen Schnelllaufzahlen verzögert stromabwärts ausbreitet und zunehmend mit der Rotorstruktur in Wechselwirkung tritt. Der Rotorleistungsbeiwert weist im Vergleich zum Rotordrehmomentbeiwert ein Maximum bei leicht höheren Schnelllaufzahlen im Bereich $\lambda \approx 2,5$ auf. Der anschließende Rückgang im Überlastbereich fällt gegenüber dem Rotordrehmomentbeiwert abgeschwächt aus, da die abnehmende Momentenwirkung zunächst durch die mit zunehmender Schnelllaufzahl steigende Umfangsgeschwindigkeit kompensiert wird. Erst bei höheren Schnelllaufzahlen dominieren die strömungsmechanischen Verluste, wodurch auch die Leistung deutlich abnimmt.

Die Performance-Kennlinien aus OpenWIEN zeigen für alle untersuchten Anströmgeschwindigkeiten eine hohe Übereinstimmung mit den CFD-Ergebnissen im Bereich des Leistungsoptimums bei $\lambda \approx 2,5$. Außerhalb dieses Bereichs treten hingegen deutliche Abweichungen auf, vorrangig bei niedrigen Schnelllaufzahlen ($\lambda < 2$, Teillast) und hohen Schnelllaufzahlen ($\lambda > 3$, Überlast). Diese Unterschiede sind primär auf die methodischen Grenzen der Panelmethode zurückzuführen. Als potentialtheoretisches Verfahren basiert sie auf der Annahme einer reibungs- und rotationsfreien Strömung. Viskose Effekte, darunter der Profilwiderstand und Strömungsablösungen, bleiben daher unberücksichtigt. Strömungsablösungen treten in diesem Zusammenhang vor allem bei hohen Anströmwinkeln auf, wie sie typischerweise im Teillastbereich bei niedrigen Schnelllaufzahlen vorliegen (vgl. Abbildung 5.1). In diesem Betriebsbereich kann die Panelmethode die relevanten physikalischen Effekte nur unzureichend abbilden. Auch bei hohen Schnelllaufzahlen (Überlastbereich) kommt es zu strömungsmechanischen Verlusten, die im Rahmen der Panelmethode nicht erfasst werden. Zwar führen die mit steigender Umfangsgeschwindigkeit abnehmenden Anströmwinkel grundsätzlich zu einer günstigeren Umströmung der Rotorblätter, jedoch gewinnt der Profilwiderstand infolge der reduzierten Auftriebserzeugung zunehmend an Bedeutung. Eine zuverlässige Bewertung des Rotordrehmoments und der Rotorleistung ist unter diesen Betriebsbedingungen daher nur eingeschränkt möglich. Im Leistungsoptimum sind hingegen sowohl Ablöseerscheinungen als auch Widerstandseffekte in geringerem Maße ausgeprägt, sodass die Panelmethode hier eine höhere Übereinstimmung mit den CFD-Ergebnissen liefert. Vor diesem Hintergrund wurden die Panelmethode-Simulationen gezielt auf einen eingeschränkten Drehzahlbereich ($9 \text{ min}^{-1} \leq n \leq 20 \text{ min}^{-1}$) begrenzt, da außerhalb dieses Intervalls keine zuverlässige Abbildung der Rotorcharakteristik zu erwarten ist.

(a) Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 14 \text{ m s}^{-1}$ (b) Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 11,8 \text{ m s}^{-1}$ (c) Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 9,6 \text{ m s}^{-1}$

— OpenWIEN — CFD

Abb. 5.2: Performance-Kennlinien der VAWT: Vergleich OpenWIEN und CFD

Für die Anströmgeschwindigkeit $c_\infty = 14 \text{ m s}^{-1}$ zeigt der Vergleich zwischen OpenWIEN und der CFD ein insgesamt konsistentes Verhalten der Rotorkennwerte im mittleren Bereich der Kennlinie ($2 < \lambda < 3$), wie in Abbildung 5.2a ersichtlich. Das Leistungsmaximum wird hier für beide numerische Verfahren bei $\lambda_{\text{opt}} = 2,51$ ($n = 16 \text{ min}^{-1}$) erreicht und liefert im Rahmen der Panelmethode einen über den Rotorumlauf gemittelten Rotorleistungsbeiwert von $C_P = 0,506$. Die relative Abweichung zur CFD beträgt in diesem Betriebspunkt lediglich $\delta_{C_P} = 1,2\%$. Der zugehörige Rotordrehmomentbeiwert beläuft sich in OpenWIEN auf $C_M = 0,202$, mit einer relativen Abweichung von $\delta_{C_M} = 1,5\%$ gegenüber der Referenz. Ein ähnliches Bild ergibt sich bei einer reduzierten Anströmgeschwindigkeit von $c_\infty = 11,8 \text{ m s}^{-1}$ (vgl. Abbildung 5.2b). Das Leistungsoptimum liegt hier bei $\lambda_{\text{opt}} = 2,61$ ($n = 14 \text{ min}^{-1}$) mit einem von OpenWIEN berechneten Rotorleistungsbeiwert von $C_P = 0,5$. Die relative Abweichung zur CFD beträgt $\delta_{C_P} = 0,4\%$ und fällt somit im Vergleich zur höheren Anströmgeschwindigkeit nochmals geringer aus. Der zugehörige Rotordrehmomentbeiwert von $C_M = 0,192$ weicht mit $\delta_{C_M} = 0,52\%$ ebenfalls nur geringfügig vom Referenzwert ab. Größere Unterschiede zeigen sich hingegen bei der niedrigsten untersuchten Anströmgeschwindigkeit von $c_\infty = 9,6 \text{ m s}^{-1}$, dargestellt in Abbildung 5.2c. Auch hier tritt das Leistungsmaximum in beiden numerischen Methoden bei gleicher Schnelllaufzahl ($\lambda_{\text{opt}} = 2,52$, $n = 11 \text{ min}^{-1}$) auf. Die Panelmethode berechnet für diesen Betriebspunkt einen über den Rotorumlauf gemittelten Rotorleistungsbeiwert von $C_P = 0,505$ sowie einen Rotordrehmomentbeiwert von $C_M = 0,2$, was in beiden Fällen einer relativen Abweichung von $\delta_{C_P} = \delta_{C_M} \approx 1,5\%$ gegenüber den CFD-Ergebnissen entspricht.

Aufbauend auf den zuvor gewonnenen Erkenntnissen aus der Kennlinienbetrachtung richtet sich der Fokus der weiterführenden Analyse auf den optimalen Leistungsbereich der VAWT in Abhängigkeit von der jeweiligen Anströmgeschwindigkeit. Zur detaillierten Untersuchung des instationären Leistungs- und Kraftverhaltens werden hierfür die azimuthal aufgelösten Verläufe der entsprechenden dimensionslosen Beiwerte über einen vollständigen Rotorumlauf ausgewertet, wobei zunächst die Betrachtung auf der Ebene eines einzelnen Rotorblatts im Mittelpunkt steht, bevor in einem weiteren Schritt die integralen Rotorgrößen analysiert werden. Für die Einzelblattanalyse wird der Rotorumlauf dabei – in Anlehnung an die in Kapitel 2.1.4 eingeführte Systematik – in zwei charakteristische Hauptbereiche unterteilt: Die Abwindseite erstreckt sich in diesem Zusammenhang über den Azimutbereich $0^\circ < \varphi \leq 180^\circ$, während die Aufwindseite dem Abschnitt $180^\circ < \varphi \leq 360^\circ$ zugeordnet ist. Die für die Auswertung betrachteten Betriebspunkte sind in Tabelle 5.2 nochmals zusammengefasst.

Tab. 5.2: Betriebspunkte im optimalen Leistungsbereich der untersuchten VAWT

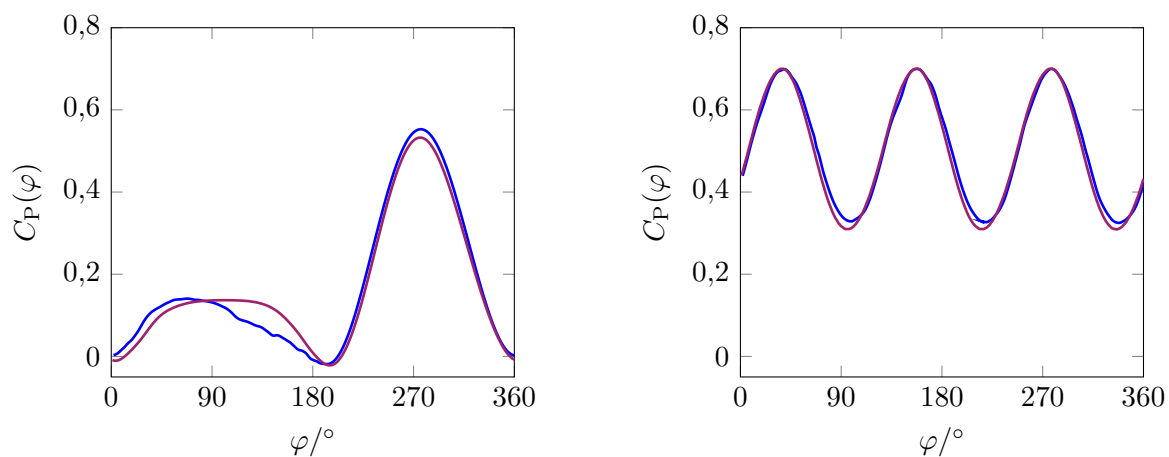
Betriebspunkt	c_∞ [m s ⁻¹]	n [min ⁻¹]	λ [-]
BP 1	14	16	2,51
BP 2	11,8	14	2,61
BP 3	9,6	11	2,52

Azimutaler Leistungsverlauf

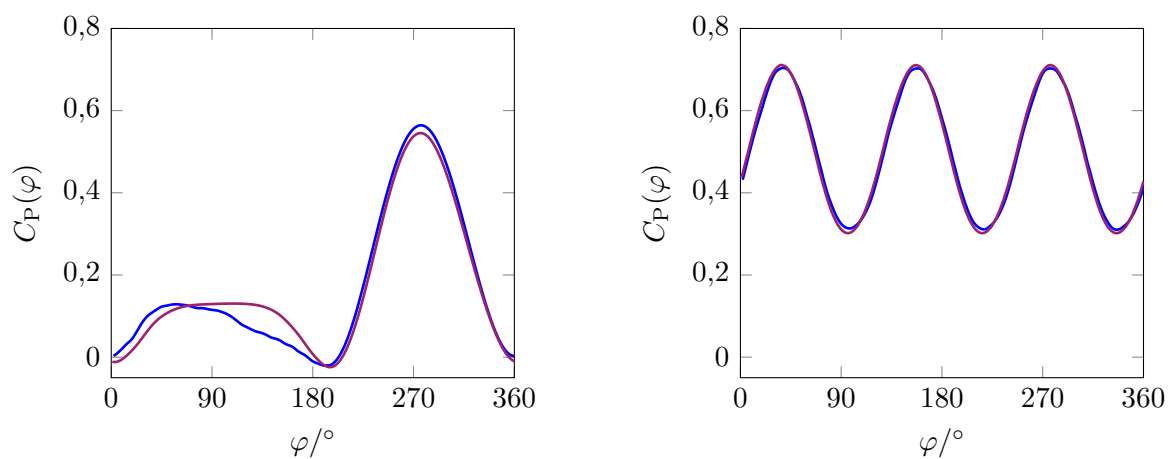
Die aus den Simulationen im jeweiligen Betriebsoptimum resultierenden azimutalen Verläufe des Leistungsbeiwerts $C_P(\varphi)$ sind in Abbildung 5.3 dargestellt. Unabhängig vom betrachteten Betriebspunkt zeigen die Verläufe des Einzelblatt-Leistungsbeiwerts (vgl. linke Spalte in Abbildung 5.3) in allen Fällen eine ähnliche qualitative Struktur mit asymmetrischer Verteilung. Auf der Abwindseite liegen die Beiwerte hierbei im Durchschnitt auf einem niedrigeren Niveau als auf der gegenüberliegenden Aufwindseite. In den CFD-Ergebnissen lässt sich auf der Abwindseite zudem ein annähernd konstantes Plateau erkennen. Demgegenüber zeigt der Verlauf der Panelmethode in diesem Bereich zunächst einen moderaten Anstieg des Beiwerts bis $\varphi \approx 70^\circ$, gefolgt von einem kontinuierlichen Abfall bis zum Übergang in die Aufwindphase bei $\varphi = 180^\circ$. Diese Abweichung in der Kurvencharakteristik weist im Wesentlichen auf Unterschiede im zugrunde liegenden physikalischen Modell hin. Dreidimensionale Effekte wie Blattspitzenwirbel fließen in der Panelmethode explizit ein und beeinflussen sowohl die Nachlaufdynamik als auch die Strömungsverhältnisse am Rotorblatt – in den zweidimensionalen CFD-Simulationen werden sie hingegen nicht abgebildet. Die Auswirkungen dieser Modellunterschiede spiegeln sich auch in den über die Abwindseite gemittelten Leistungsbeiwerten wider. Für den Betriebspunkt BP 1 ergibt sich in OpenWIEN ein Wert von $C_P^{\text{Abwind}} = 0,082$, die CFD liefert demgegenüber $C_P^{\text{Abwind}} = 0,094$ ($\delta_{C_P} = 12,77\%$). Eine vergleichbare relative Abweichung resultiert in BP 3 mit $\delta_{C_P} = 12,98\%$, während diese in BP 2 mit $\delta_{C_P} = 16,81\%$ über dem Niveau von BP 1 und BP 3 liegt. Die Aufwindseite ist in allen betrachteten Fällen durch insgesamt höhere Einzelblatt-Leistungsbeiwerte im Vergleich zur Abwindseite gekennzeichnet. Sowohl die Ergebnisse der CFD als auch jene der Panelmethode zeigen hier eine qualitativ übereinstimmende Entwicklung mit einem ausgeprägten Maximum, das dem aerodynamischen Optimum des Rotorblatts im jeweiligen Rotorumlauf entspricht. Die Maxima beider numerischer Methoden treten in diesem Zusammenhang bei gleicher Azimutposition auf ($\varphi = 276^\circ$), unterscheiden sich jedoch in ihrer absoluten Ausprägung. Im ersten Betriebspunkt ergibt sich für die Aufwindseite in der Panelmethode ein gemittelter Leistungsbeiwert von $C_P^{\text{Aufwind}} = 0,256$, wohingegen die CFD mit $C_P^{\text{Aufwind}} = 0,239$ einen etwas niedrigeren Wert liefert. Daraus resultiert eine relative Abweichung von $\delta_{C_P} = 7,11\%$.

Hinsichtlich des maximalen Leistungsbeiwerts ermittelt die Panelmethode einen Wert von $C_P(276^\circ) = 0,553$, gegenüber $C_P(276^\circ) = 0,532$ in der CFD. Die relative Abweichung beträgt in diesem Fall $\delta_{C_P(276^\circ)} = 3,95\%$. Im zweiten Betriebspunkt fällt der Unterschied in der gemittelten Aufwindphase mit $\delta_{C_P} = 6,62\%$ etwas geringer aus als in BP 1. Beim Maximum lässt sich mit $\delta_{C_P(276^\circ)} = 3,47\%$ hingegen eine ähnliche Größenordnung wie beim zuvor betrachteten Betriebspunkt erkennen. Ein abweichendes Bild zeigt sich demgegenüber bei BP 3. Hier steigt die relative Abweichung des über die Aufwindphase gemittelten Leistungsbeiwerts auf $\delta_{C_P} = 8,55\%$, die relative Differenz im zugehörigen Maximum liegt mit $\delta_{C_P(276^\circ)} = 4,73\%$ ebenfalls über den zuvor betrachteten Werten.

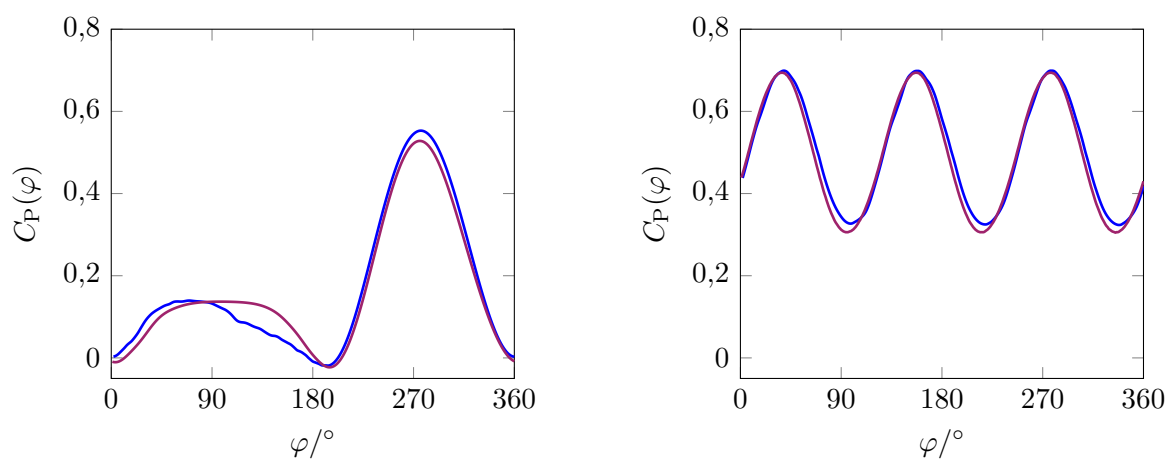
Aufbauend auf der zuvor dargestellten Einzelblattbetrachtung ist bei der Einordnung des Rotorleistungsbeiwerts (vgl. rechte Spalte in Abbildung 5.3) zu berücksichtigen, dass sich dieser aus den phasenverschobenen Beiträgen der einzelnen Rotorblätter zusammensetzt, die infolge der symmetrischen Rotoranordnung bei der vorliegenden Konfiguration im Azimutwinkel um jeweils $\Delta\varphi = 120^\circ$ versetzt zueinander wirken. Aufgrund dieser Symmetrie überlagern sich die Einzelblattbeiträge im Verlauf einer Rotorumdrehung periodisch, was in der Regel zu einer geglätteten Charakteristik im azimuthalen Verlauf führt. Pro Umdrehung zeigen sich dabei drei ausgeprägte Maxima bei $\varphi \approx 40^\circ$, 160° und 280° , entsprechend der Anzahl der Rotorblätter ($Z = 3$). Die zugehörigen Minima treten bei $\varphi \approx 100^\circ$, 220° und 340° auf. Im Vergleich zur Einzelblattbetrachtung fällt die resultierende azimuthale Schwankungsbreite hierbei deutlich geringer aus, was ebenfalls auf die phasenversetzte Überlagerung der einzelnen Rotorblätter zurückzuführen ist. Qualitativ zeigt sich über alle untersuchten Betriebspunkte hinweg eine sehr enge Übereinstimmung zwischen den mit OpenWIEN berechneten und den aus den CFD-Simulationen gewonnenen Ergebnissen. Die Kurven verlaufen über den gesamten Azimutbereich durchweg nahezu deckungsgleich, was auf eine konsistente Erfassung der zyklisch überlagerten Blattbeiträge in der Panelmethode hinweist. Lokale Abweichungen zwischen den Verfahren auf Ebene des einzelnen Rotorblatts, insbesondere auf der Abwindseite, wirken sich auf den azimuthalen Verlauf des Rotorleistungsbeiwerts nur geringfügig aus. Sowohl die Position der jeweiligen Maxima als auch deren Ausprägung stimmen in beiden Methoden weitgehend überein, während kleinere Abweichungen hauptsächlich in den Minima auftreten. Infolgedessen ergeben sich für den über den Rotorlauf gemittelten Rotorleistungsbeiwert geringe relative Abweichungen zwischen Panelmethode und CFD: Für den ersten Betriebspunkt beträgt der relative Unterschied $\delta_{C_P} = 1,41\%$, in BP 2 liegt er mit $\delta_{C_P} = 0,33\%$ noch niedriger, wohingegen BP 3 mit $\delta_{C_P} = 2,17\%$ die größte relative Differenz aufweist. Die in diesem Zusammenhang ermittelten Werte stimmen weitgehend mit den zuvor im Rahmen der Kennlinienanalyse identifizierten relativen Abweichungen überein. Zu beachten ist dabei jedoch, dass die Mittelung in diesem Fall lediglich über eine einzelne Rotorumdrehung erfolgt.



(a) Betriebspunkt BP 1: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



(b) Betriebspunkt BP 2: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



(c) Betriebspunkt BP 3: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)

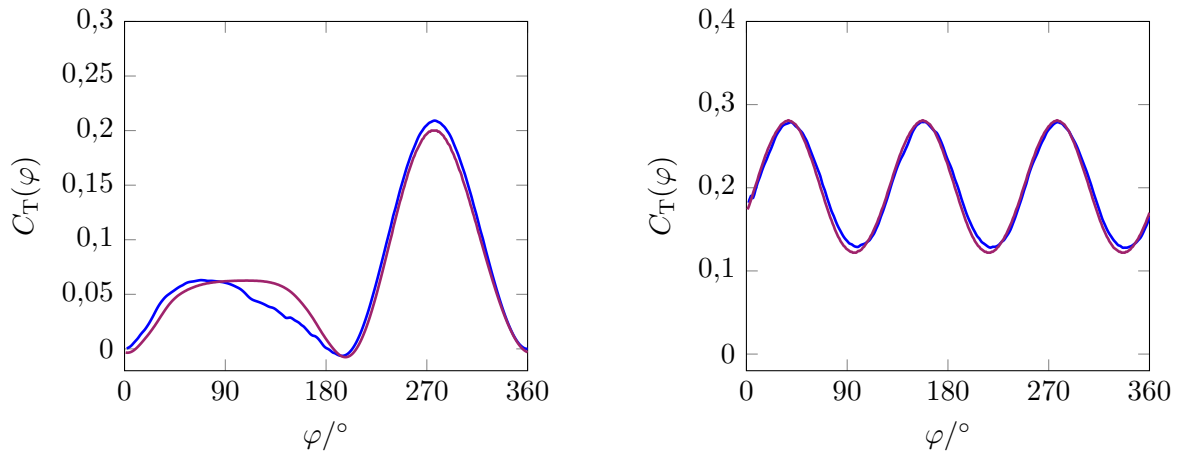
— OpenWIEN — CFD

Abb. 5.3: Azimutaler Verlauf des Leistungsbeiwerts: Vergleich OpenWIEN und CFD

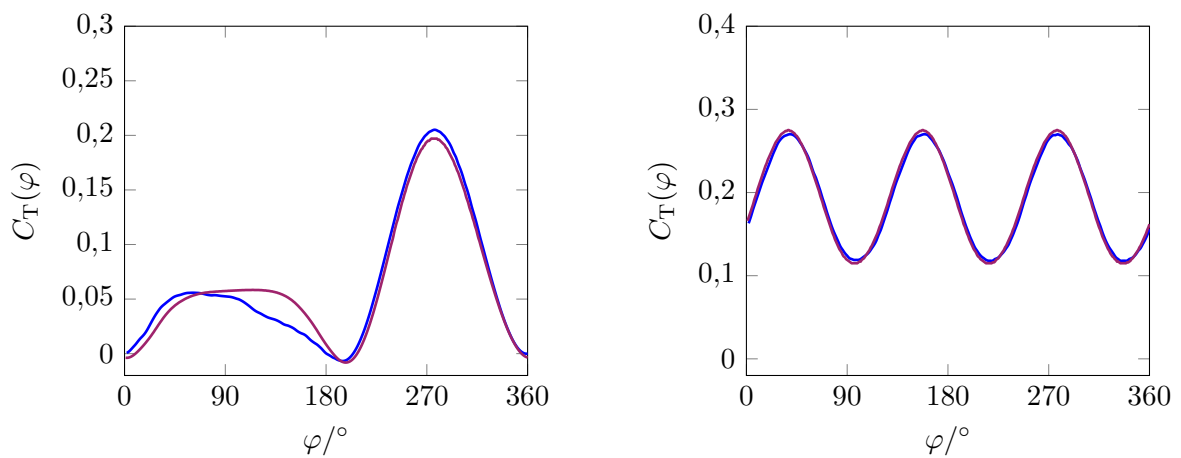
Azimutale Tangentialkraft- und Normalkraftverläufe

Zur Analyse der zugrunde liegenden aerodynamischen Kräfte werden im Folgenden die azimutalen Verläufe der dimensionslosen Kraftbeiwerte $C_T(\varphi)$ (Tangentialkraft) und $C_N(\varphi)$ (Normalkraft) betrachtet. In Abbildung 5.4 ist hierzu zunächst der Verlauf von $C_T(\varphi)$ über eine vollständige Rotorumdrehung dargestellt. Im Vergleich zum zuvor diskutierten azimutalen Verlauf des Leistungsbeiwerts zeigt sich dabei eine nahezu deckungsgleiche qualitative Charakteristik, sowohl auf Ebene des einzelnen Rotorblatts (vgl. linke Spalte in Abbildung 5.4) als auch auf Rotorebene (vgl. rechte Spalte in Abbildung 5.4). Auf eine ausführliche qualitative Beschreibung des Kraftverlaufs wird an dieser Stelle daher verzichtet. Die Übereinstimmung lässt sich physikalisch dadurch erklären, dass die Leistung aus dem Drehmoment resultiert, welches im Wesentlichen von Tangentialkräften bestimmt wird. Trotz der qualitativen Übereinstimmung erfolgt ergänzend ein quantitativer Vergleich der Kraftverläufe, um die Darstellung der aerodynamischen Analyse zu vervollständigen. Im Rahmen der Einzelblattbetrachtung ergibt sich für BP 1 auf der Abwindseite mit OpenWIEN ein gemittelter Tangentialkraftbeiwert von $C_T^{\text{Abwind}} = 0,039$, während die CFD einen leicht höheren Wert von $C_T^{\text{Abwind}} = 0,044$ liefert. Dies entspricht einer relativen Differenz von $\delta_{C_T} = 12,82\%$. In der anschließenden Aufwindphase berechnet die Panelmethode einen gemittelten Beiwert von $C_T^{\text{Aufwind}} = 0,095$, wobei die CFD mit $C_T^{\text{Aufwind}} = 0,089$ um $\delta_{C_T} = 6,74\%$ abweicht. Im lokalen Maximum der Aufwindphase bei $\varphi = 276^\circ$ zeigt sich demgegenüber eine engere Übereinstimmung: Die Panelmethode liefert hier $C_T(276^\circ) = 0,209$, was lediglich $\delta_{C_T(276^\circ)} = 4,5\%$ über dem CFD-Wert von $C_T(276^\circ) = 0,2$ liegt. Für den zweiten Betriebspunkt ergibt sich ein vergleichbares Muster. Die größten Unterschiede treten hier erneut auf der Abwindseite auf, mit einer relativen Abweichung von $\delta_{C_T} = 15,18\%$. Der relative Unterschied in der Aufwindphase liegt mit $\delta_{C_T} = 6,79\%$ hingegen nahezu auf demselben Niveau wie bei BP 1. Auch beim Kraftmaximum auf der Aufwindseite bleibt die relative Abweichung mit $\delta_{C_T(276^\circ)} = 3,79\%$ gering. In BP 3 setzen sich diese Tendenzen im Wesentlichen fort: Der relative Unterschied beträgt hier $\delta_{C_T} = 11,99\%$ in der Abwindphase und $\delta_{C_T} = 8,86\%$ in der Aufwindphase. Für das Maximum resultiert $\delta_{C_T(276^\circ)} = 5,10\%$ gegenüber der CFD.

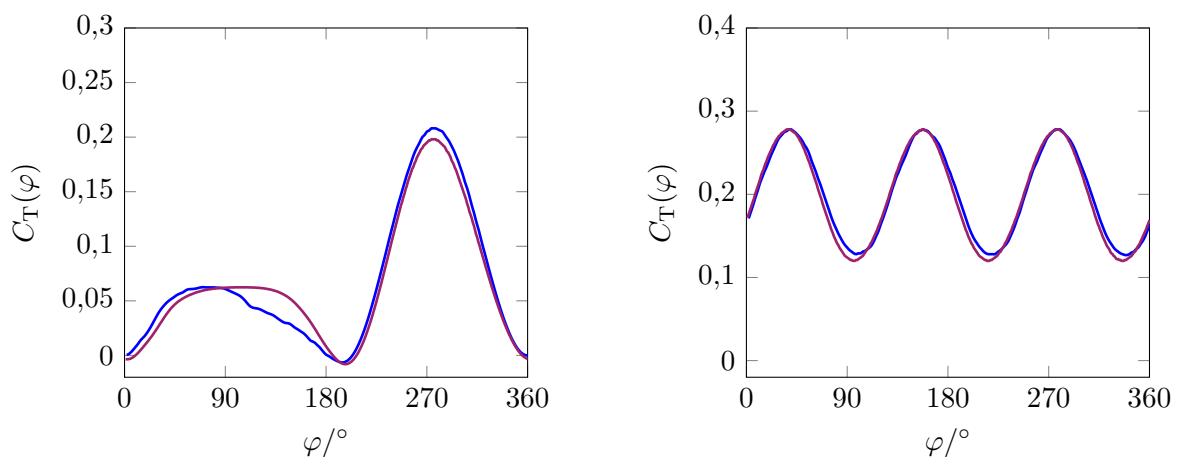
Auf Rotorebene liefert der erste Betriebspunkt einen über den Rotorumfang gemittelten Tangentialkraftbeiwert von $C_T = 0,201$ in der Panelmethode und $C_T = 0,199$ in der CFD, entsprechend einer relativen Abweichung von lediglich $\delta_{C_T} = 1,01\%$. Deutlich größere Unterschiede zeigen sich hingegen in der azimutalen Schwankungsbreite des periodischen Verlaufs: OpenWIEN berechnet hier $\Delta C_T = 0,151$, während die CFD einen Wert von $\Delta C_T = 0,159$ erreicht ($\delta_{\Delta C_T} = 5,03\%$). Für Betriebspunkt BP 2 ergeben sich ähnliche Resultate mit einer relativen Abweichung von $\delta_{C_T} = 0,543\%$ im Mittelwert sowie $\delta_{\Delta C_T} = 4,68\%$ in der azimutalen Schwankungsbreite. Im Fall von BP 3 fällt die relative Abweichung im Mittelwert mit $\delta_{C_T} = 1,6\%$ etwas größer aus, wohingegen sie in der azimutalen Schwan-



(a) Betriebspunkt BP 1: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



(b) Betriebspunkt BP 2: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



(c) Betriebspunkt BP 3: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)

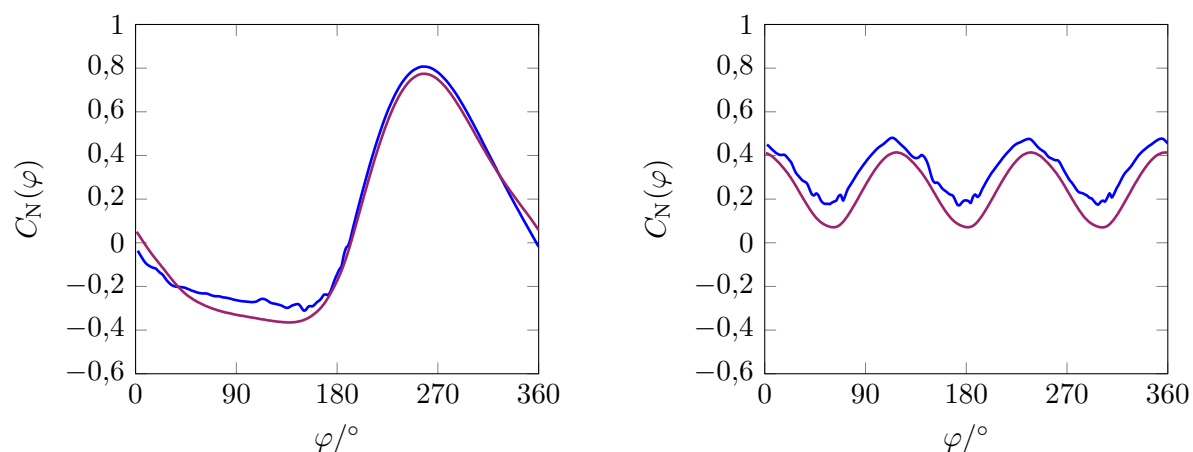
— OpenWIEN — CFD

Abb. 5.4: Azimutaler Verlauf des Tangentialkraftbeiwerts: Vergleich OpenWIEN und CFD

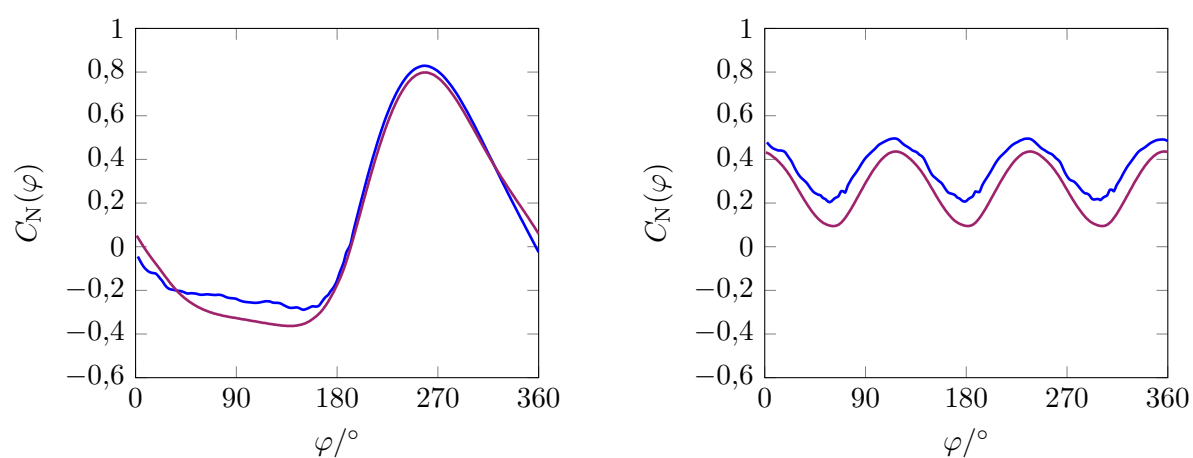
kungsbreite mit $\delta_{\Delta C_T} = 4,2\%$ leicht geringer ist. Die Tangentialkraftverläufe bestätigen somit die zuvor analysierten azimutalen Verläufe des Leistungsbeiwerts und stützen die physikalisch konsistente Interpretation des Rotorkonzepts: Die größten Tangentialkräfte und damit das größte auftretende Drehmoment des Rotorblatts treten in der ersten Hälfte der Aufwindphase auf, wie es für *Darrieus-H*-Rotoren mit symmetrischem Profil charakteristisch ist.

Für die Analyse des Normalkraftbeiwerts ist in Abbildung 5.5 der azimutale Verlauf von $C_N(\varphi)$ dargestellt. Die Normalkraft ist in der vorliegenden Arbeit dabei so definiert, dass positive Werte einer radial nach innen in Richtung der Rotorachse wirkenden Kraft entsprechen. In Anlehnung an die Darstellung von $C_P(\varphi)$ und $C_T(\varphi)$ erfolgt auch hier eine getrennte Analyse auf Einzelblattebene (vgl. linke Spalte in Abbildung 5.5) sowie auf Rotorebene, durch Überlagerung der einzelnen Rotorblätter (vgl. rechte Spalte in Abbildung 5.5).

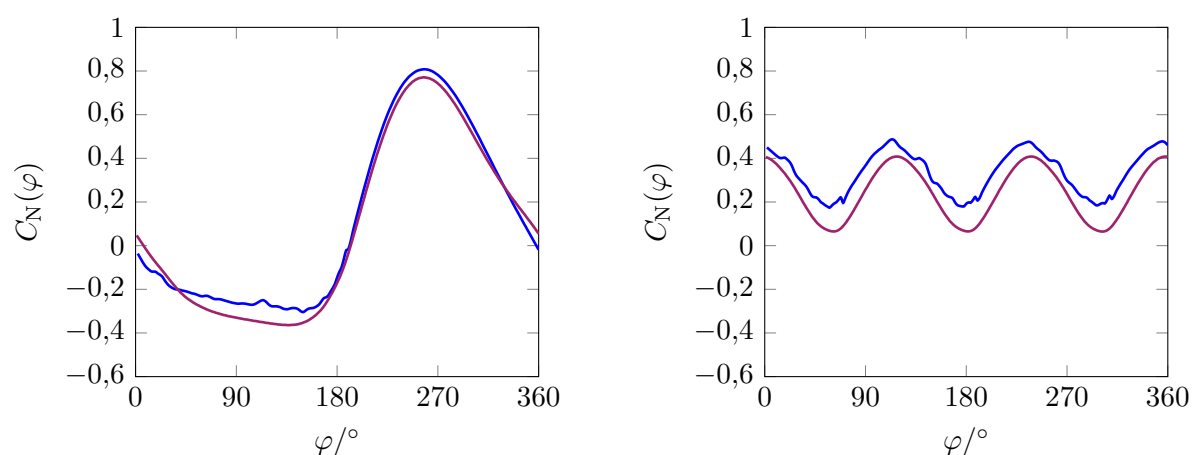
Der Verlauf des Normalkraftbeiwerts für das einzelne Rotorblatt weist – analog zu den zuvor betrachteten azimutalen Leistungs- und Tangentialkraftverläufen – eine ausgeprägte Asymmetrie zwischen Abwind- und Aufwindseite auf und verdeutlicht so die stark variierenden aerodynamischen Belastungen im Verlauf einer vollständigen Rotorumdrehung. In der Abwindphase treten in diesem Zusammenhang fast ausschließlich negative Werte auf, was gemäß der gewählten Konvention einer radial nach außen gerichteten Normalkraft entspricht. Auffällig ist hierbei, dass die maximale nach außen gerichtete Last in dieser Phase bei $\varphi \approx 150^\circ$ und damit unmittelbar vor dem Übergang zur Aufwindseite erreicht wird. Im direkten Vergleich der beiden numerischen Verfahren zeigen sich dabei deutliche Unterschiede, wobei OpenWIEN die nach außen wirkenden Kräfte gegenüber der CFD systematisch unterschätzt. Dies spiegelt sich exemplarisch im ersten Betriebspunkt wider: Hier liefert OpenWIEN auf der Abwindseite einen gemittelten Normalkraftbeiwert von $C_N^{\text{Abwind}} = -0,230$, während die CFD-Simulation mit $C_N^{\text{Abwind}} = -0,265$ einen deutlich niedrigeren Wert ergibt. Die daraus resultierende relative Abweichung beträgt $\delta_{C_N} = 13,21\%$. Im zweiten Betriebspunkt fällt dieser Unterschied mit $\delta_{C_N} = 16,60\%$ noch deutlicher aus, in BP 3 wird mit $\delta_{C_N} = 13,58\%$ hingegen annähernd das Niveau des ersten Betriebspunkts erreicht. Zu Beginn der darauffolgenden Aufwindphase kehrt sich das Vorzeichen des Normalkraftbeiwerts um und der Betrag nimmt deutlich zu. Das zugehörige Maximum liegt hier bei $\varphi \approx 260^\circ$. In diesem Bereich stimmen die Ergebnisse der Panelmethode und der CFD sowohl hinsichtlich der Lage des Maximums im Azimutverlauf als auch im Hinblick auf den qualitativen Verlauf gut überein, was darauf hindeutet, dass beide numerischen Methoden die Strömung in dieser Phase ähnlich abbilden. Die quantitative Auswertung bestätigt diese Beobachtung, sodass sich in beiden numerischen Verfahren für die gemittelte Aufwindseite ähnliche Werte des Normalkraftbeiwerts ergeben. Im ersten Betriebspunkt berechnet die Panelmethode dabei einen Beiwert von $C_N^{\text{Aufwind}} = 0,449$, die CFD liegt



(a) Betriebspunkt BP 1: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



(b) Betriebspunkt BP 2: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



(c) Betriebspunkt BP 3: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)

— OpenWIEN — CFD

Abb. 5.5: Azimutaler Verlauf des Normalkraftbeiwerts: Vergleich OpenWIEN und CFD

mit $C_N^{\text{Aufwind}} = 0,429$ geringfügig darunter. Die relative Differenz beträgt in diesem Fall $\delta_{C_N} = 4,66\%$. Auch in den weiteren Betriebspunkten bleibt sie mit $\delta_{C_N} = 3,46\%$ in BP 2 und $\delta_{C_N} = 5,75\%$ in BP 3 moderat. Hinsichtlich des maximalen Normalkraftbeiwerts in der Aufwindphase lässt sich ebenfalls eine vergleichbare Übereinstimmung erkennen. So wird für BP 1 bei $\varphi = 258^\circ$ mit der Panelmethode ein Beiwert von $C_N(258^\circ) = 0,807$ berechnet, während die CFD-Simulation mit $C_N(258^\circ) = 0,774$ einen etwas geringeren Beiwert liefert. Die daraus resultierende relative Abweichung beträgt $\delta_{C_N(258^\circ)} = 4,24\%$. Vergleichbare Unterschiede zeigen sich auch in den Betriebspunkten BP 2 und BP 3 mit $\delta_{C_N(258^\circ)} = 3,83\%$ bzw. $\delta_{C_N(258^\circ)} = 4,87\%$.

Neben der Betrachtung auf Einzelblattebene erlaubt die Zusammenfassung der Normalkraft über alle Rotorblätter hinweg eine weiterführende Beurteilung der resultierenden Rotorbelastung. In beiden numerischen Verfahren zeigt sich in diesem Fall ein qualitativ ähnlicher Verlauf, wobei die Positionen der Maxima und Minima phasengleich auftreten. Der Normalkraftbeiwert bleibt dabei über den gesamten Rotorumlauf hinweg durchgehend positiv. Bezogen auf die Mittelwerte über den Rotorumlauf sowie die azimutale Schwankungsbreite lassen sich zwischen den beiden numerischen Verfahren jedoch signifikante Unterschiede verzeichnen. Die Panelmethode prognostiziert in sämtlichen Betriebspunkten höhere mittlere Rotornormalkraftbeiwerte, was auf eine insgesamt stärkere Belastung des Rotors hindeutet. Für den ersten Betriebspunkt ergibt sich hierbei ein Mittelwert von $C_N = 0,331$, während die CFD-Simulation einen niedrigeren Wert von $C_N = 0,246$ liefert. Daraus resultiert eine relative Abweichung von $\delta_{C_N} = 34,55\%$. Auf einem vergleichbaren Niveau liegt der relative Unterschied des zweiten Betriebspunkts mit $\delta_{C_N} = 33,85\%$, wohingegen für BP 3 mit $\delta_{C_N} = 38,50\%$ eine deutlich höhere relative Abweichung im Vergleich zu den anderen Betriebspunkten vorliegt. Hinsichtlich der azimutalen Schwankungsbreite tritt für BP 1 in der CFD ein Wert von $\Delta C_N = 0,343$ auf. Die Panelmethode weicht mit $\Delta C_N = 0,309$ um $\delta_{\Delta C_N} = 9,91\%$ ab. Im Fall von BP 2 beträgt die relative Differenz $\delta_{\Delta C_N} = 9,07\%$, bei BP 3 fällt sie mit $\delta_{\Delta C_N} = 14,59\%$ deutlich höher aus. Insgesamt lässt sich aus der Gesamtbetrachtung somit ableiten, dass die Panelmethode im Vergleich zur CFD tendenziell eine stärkere mittlere Belastung bei gleichzeitig geringerer azimutaler Schwankung prognostiziert.

Azimutale Kraftverläufe in Strömungs- und Querströmungsrichtung

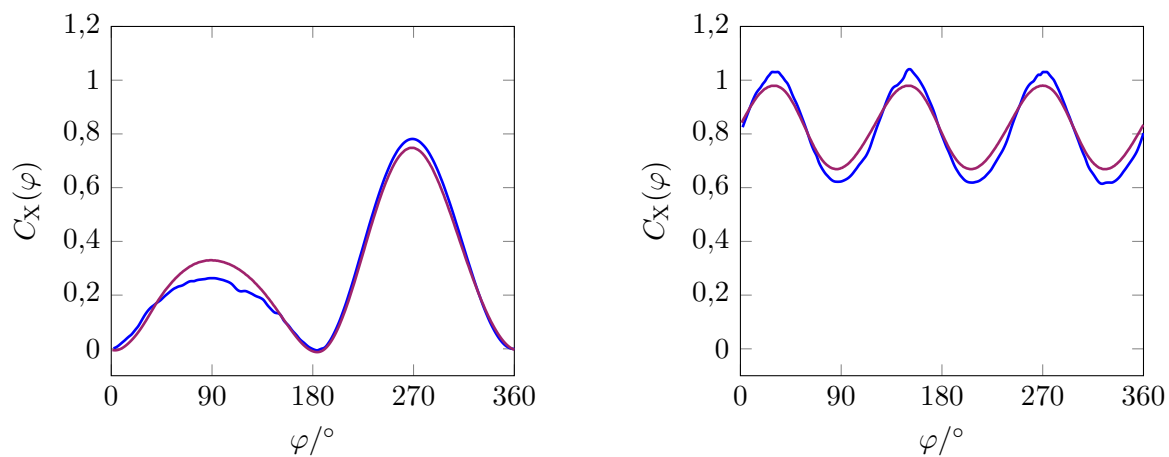
Im Anschluss an die Analyse der azimutalen Tangentialkraft- und Normalkraftverläufe folgt nun die Betrachtung der aerodynamischen Kraftanteile in Strömungsrichtung (x -Richtung) sowie quer dazu (y -Richtung). Beide Komponenten stellen relevante Belastungen für die Rotorstruktur dar und sind daher für die Auslegung einer Vertikalachsen-Windkraftanlage von entscheidender Bedeutung. Die azimutalen Verläufe des dimensionslosen Kraftbeiwerts in Strömungsrichtung $C_x(\varphi)$ sind in Abbildung 5.6 dargestellt. In Anlehnung an die zuvor

betrachteten Kraftkomponenten liegt der Fokus auch hier zunächst auf der Einzelblattanalyse (vgl. linke Spalte in Abbildung 5.6). Über alle drei Betriebspunkte hinweg zeigt sich dabei ein quasi-periodischer Verlauf mit zwei ausgeprägten Maxima pro Umdrehung. Diese treten konsistent bei einem Azimutwinkel von $\varphi \approx 90^\circ$ sowie $\varphi \approx 270^\circ$ auf und spiegeln die charakteristische zyklische Schwankung wider, die aus der stetigen Variation des Anström winkels entlang der Rotationsbahn resultiert. Im Hinblick auf die qualitative Struktur der Kraftverläufe stimmen die mit OpenWIEN berechneten Ergebnisse insgesamt gut mit der CFD-Referenz überein. Insbesondere die azimutale Position der Maxima sowie der Verlauf in den Hauptphasen zeigen eine hohe Übereinstimmung. Deutlichere Abweichungen treten hingegen in der Ausprägung der jeweiligen Maximalwerte innerhalb der Phasen auf: Auf der Abwindseite weichen die Ergebnisse der beiden numerischen Verfahren hierbei signifikant voneinander ab, während die Unterschiede auf der Aufwindseite vergleichsweise gering bleiben. Für den Betriebspunkt BP 1 weist OpenWIEN in der Abwindphase mit $C_X^{\text{Abwind}} = 0,160$ einen merklich niedrigeren Mittelwert auf als die CFD, bei der der Beiwert $C_X^{\text{Abwind}} = 0,185$ beträgt. Daraus ergibt sich eine relative Abweichung von $\delta_{C_X} = 13,51\%$. In BP 2 vergrößert sich diese Abweichung auf $\delta_{C_X} = 17,78\%$, während sie in BP 3 mit $\delta_{C_X} = 13,99\%$ auf einem ähnlichen Niveau verbleibt wie bei BP 1. Ein ähnliches Bild lässt sich beim Vergleich der maximalen Werte in dieser Zyklusphase bei einem Azimutwinkel von $\varphi = 89^\circ$ beobachten: Für BP 1 berechnet die Panelmethode hier einen Wert von $C_X(89^\circ) = 0,263$, was einer relativen Abweichung von $\delta_{C_X(89^\circ)} = 20,12\%$ gegenüber der CFD entspricht, die bei $C_X(89^\circ) = 0,219$ liegt. In den Betriebspunkten BP 2 und BP 3 betragen die relativen Abweichungen $\delta_{C_X(89^\circ)} = 25,36\%$ bzw. $\delta_{C_X(89^\circ)} = 19,70\%$. In der gegenüberliegenden Aufwindphase resultiert für BP 1 aus der Panelmethode ein Wert von $C_X^{\text{Aufwind}} = 0,382$, was in einer relativen Abweichung von $\delta_{C_X} = 5,05\%$ im Vergleich zur CFD ($C_X^{\text{Aufwind}} = 0,364$) resultiert. Die relativen Differenzen in BP 2 und BP 3 liegen bei $\delta_{C_X} = 4,02\%$ bzw. $\delta_{C_X} = 6,10\%$. Auch beim Vergleich der maximalen Kraftbeiwerte innerhalb des Rotorumlaufts (Aufwindseite) bleiben die Unterschiede geringer als bei dem lokalen Maximum auf der Abwindseite: Für BP 1 ergibt sich bei $\varphi = 268^\circ$ ein Wert von $C_X(268^\circ) = 0,781$, wodurch eine relative Abweichung von $\delta_{C_X(268^\circ)} = 4,35\%$ zur CFD mit $C_X(268^\circ) = 0,816$ vorliegt. In BP 2 und BP 3 beträgt diese $\delta_{C_X(268^\circ)} = 3,79\%$ bzw. $\delta_{C_X(268^\circ)} = 5,14\%$.

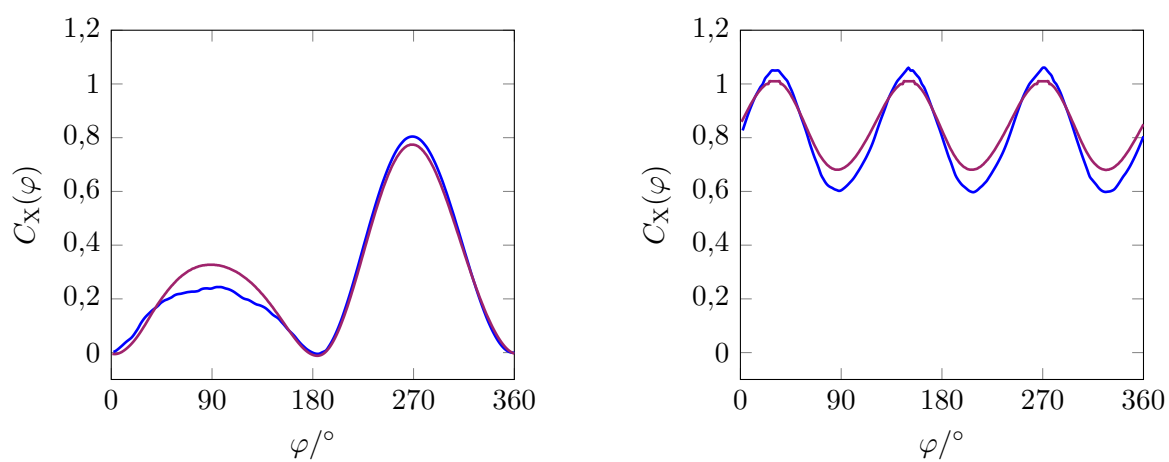
Die auf Einzelblattebene festgestellte qualitative Übereinstimmung setzt sich auch in der Rotorgesamtbetrachtung fort, sodass die Verläufe aus OpenWIEN in allen Betriebspunkten weitgehend mit der CFD-Referenz konsistent sind (vgl. rechte Spalte in Abbildung 5.6). Für den ersten Betriebspunkt lässt sich in der Panelmethode ein über den Rotorumlauft gemittelter Rotorkraftbeiwert von $C_X = 0,811$ verzeichnen, womit eine relative Abweichung von $\delta_{C_X} = 1,40\%$ gegenüber der CFD-Referenz mit $C_X = 0,800$ zu beobachten ist. In BP 2 und BP 3 liegt diese bei $\delta_{C_X} = 3,34\%$ bzw. $\delta_{C_X} = 0,96\%$, sodass auch hier insgesamt

eine enge Übereinstimmung vorliegt. Im Gegensatz zu den Mittelwerten zeigen sich bei der azimuthalen Schwankungsbreite jedoch deutlichere Unterschiede. Hier ergibt sich in BP 1 aus OpenWIEN ein Wert von $\Delta C_X = 0,422$, wodurch eine relative Abweichung von $\delta_{\Delta C_X} = 35,85\%$ gegenüber dem CFD-Referenzwert von $\Delta C_X = 0,311$ deutlich wird. In BP 2 und BP 3 verbleiben die Unterschiede mit $\delta_{\Delta C_X} = 38,61\%$ bzw. $\delta_{\Delta C_X} = 36,53\%$ auf vergleichbar hohem Niveau.

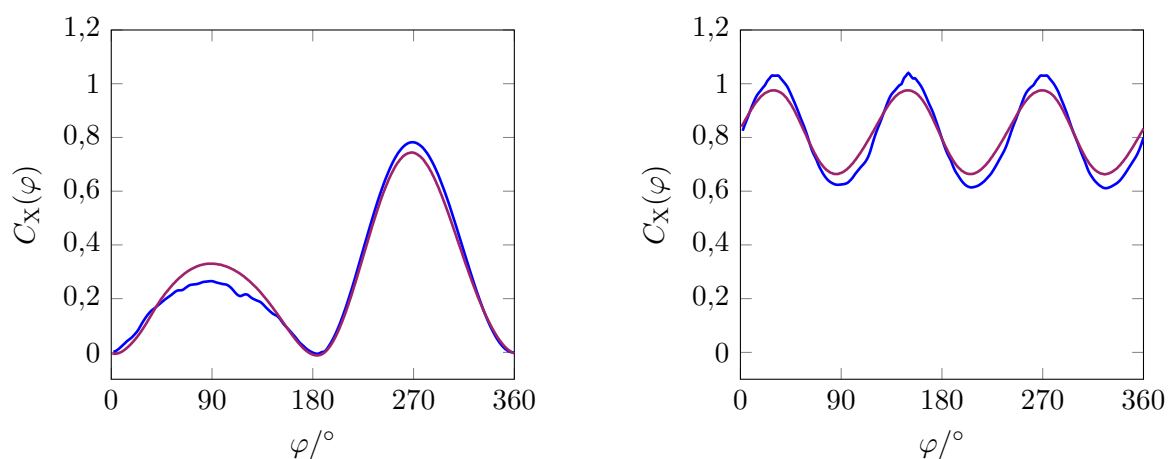
Der azimuthale Verlauf des Kraftbeiwerts quer zur Anströmrichtung $C_Y(\varphi)$ ist analog zu den vorherigen Betrachtungen in Abbildung 5.7 dargestellt. Das Einzelblatt zeigt über den gesamten Rotorumfang in allen drei Betriebspunkten hierbei einen charakteristischen Verlauf, der jeweils durch ein lokales Maximum und Minimum auf der Abwind- sowie auf der Aufwindseite geprägt ist (vgl. linke Spalte in Abbildung 5.7). Auf der Abwindseite sinkt der Querkräftebeiwert dabei zunächst leicht ab, bevor er ab $\varphi \approx 45^\circ$ kontinuierlich ansteigt und ein erstes lokales Maximum bei $\varphi \approx 160^\circ$ erreicht. Daran schließt sich der Übergang in die Aufwindphase an, der durch einen signifikanten Lastwechsel gekennzeichnet ist, bei dem die Richtung der Querbelastung umschlägt. Dieser Lastwechsel geht in ein ausgeprägtes Minimum bei $\varphi \approx 230^\circ$ über (maximale Querlast). Im weiteren Verlauf steigt der Beiwert erneut an und erreicht ein zweites lokales Maximum bei $\varphi \approx 320^\circ$. Der verbleibende Abschnitt bis zum Umlaufbeginn ist schließlich von einem erneuten Rückgang der Querkraft geprägt, womit sich der zyklische Verlauf schließt. Beim Vergleich der Panelmethode mit den CFD-Ergebnissen zeigt sich in diesem Fall eine insgesamt gute Übereinstimmung auf der Aufwindseite, wohingegen auf der Abwindseite systematische Abweichungen auftreten. In der ersten Hälfte des Umlaufs unterschätzt die Panelmethode sowohl die mittlere als auch die lokale maximale Querbelastung. Der Verlauf fällt dort deutlich flacher aus und das Maximum wird auf einem niedrigeren Niveau erreicht. Für den Betriebspunkt BP 1 ergibt sich in OpenWIEN ein gemittelter Querkräftebeiwert von $C_Y^{\text{Abwind}} = 0,064$. In der CFD liegt der entsprechende Wert bei $C_Y^{\text{Abwind}} = 0,090$, was einer relativen Abweichung von $\delta_{C_Y} = 28,89\%$ gegenüber der Panelmethode entspricht. In den weiteren Betriebspunkten steigt diese Abweichung auf $\delta_{C_Y} = 33,4\%$ (BP 2) bzw. $\delta_{C_Y} = 28,2\%$ (BP 3). Auch bei der Analyse der lokalen maximalen Querlast auf der Abwindseite bei $\varphi = 152^\circ$ zeigen sich deutliche Unterschiede: Für BP 1 ergibt sich in der Panelmethode ein Wert von $C_Y(152^\circ) = 0,284$, während die CFD mit $C_Y(152^\circ) = 0,332$ einen höheren Beiwert liefert. Die daraus resultierende relative Abweichung beträgt $\delta_{C_Y(152^\circ)} = 14,6\%$. In BP 2 und BP 3 fällt diese mit $\delta_{C_Y(152^\circ)} = 19,6\%$ bzw. $\delta_{C_Y(152^\circ)} = 16,3\%$ höher aus. Die Aufwindseite wird hingegen von beiden numerischen Verfahren qualitativ weitgehend übereinstimmend abgebildet. Sowohl der charakteristische Lastwechsel als auch der anschließende Verlauf bis zur maximalen Querbelastung des Rotorumfangs bei $\varphi = 230^\circ$ werden konsistent erfasst. Die Querlast zeigt sich dabei als Minimum, da die Kraft in diesem Bereich nach innen gerichtet ist. Für BP 1 ergibt sich in diesem Zusammenhang in der Panelmethode ein Wert



(a) Betriebspunkt BP 1: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



(b) Betriebspunkt BP 2: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



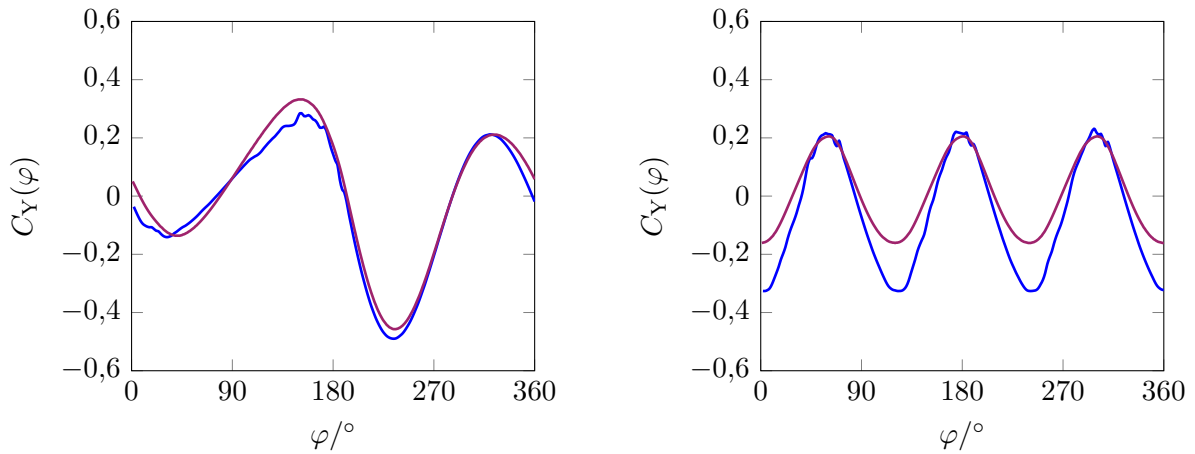
(c) Betriebspunkt BP 3: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)

— OpenWIEN — CFD

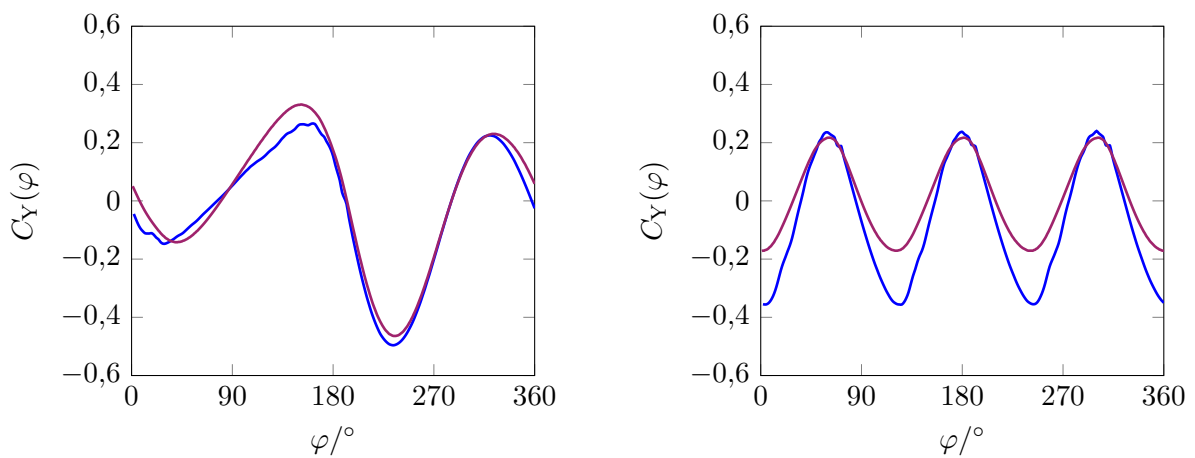
Abb. 5.6: Azimutaler Verlauf der Kraft in Strömungsrichtung: Vergleich von OpenWIEN und CFD

von $C_Y(230^\circ) = -0,490$, während die CFD mit $C_Y(230^\circ) = -0,457$ einen geringeren Betrag aufweist. Daraus lässt sich eine relative Abweichung von $\delta_{C_Y(230^\circ)} = 7,2\%$ verzeichnen. In BP 2 und BP 3 beträgt der relative Unterschied $\delta_{C_Y(230^\circ)} = 6,8\%$ bzw. $\delta_{C_Y(230^\circ)} = 7,5\%$. Besonders deutlich wird die Übereinstimmung schließlich im Bereich des zweiten lokalen Maximums bei $\varphi = 322^\circ$. Hier resultiert für BP 1 mit der Panelmethode ein Beiwert von $C_Y(322^\circ) = 0,212$, wohingegen die CFD mit $C_Y(322^\circ) = 0,210$ nahezu den gleichen Wert liefert. Die vorliegende relative Abweichung beträgt daher lediglich $\delta_{C_Y(322^\circ)} = 0,95\%$. Auch in BP 2 und BP 3 bleibt die relative Differenz mit $\delta_{C_Y(322^\circ)} = 2,3\%$ bzw. $\delta_{C_Y(322^\circ)} = 3,2\%$ auf einem niedrigen Niveau.

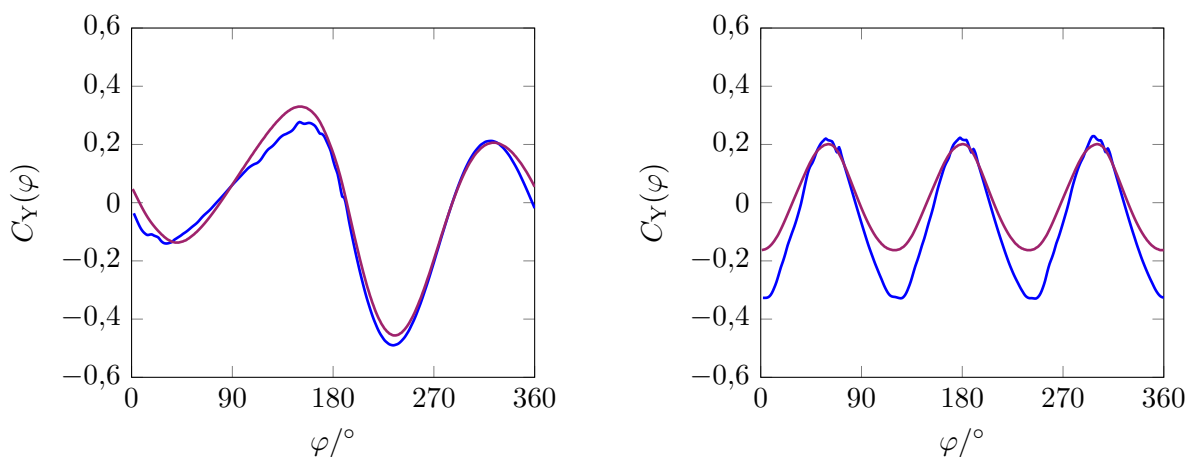
Die qualitativen und quantitativen Beobachtungen auf Einzelblattebene spiegeln sich – in Anlehnung an die zuvor betrachteten Kraftverläufe – auch in der Auswertung auf Rotorebene wider. In den zweidimensionalen CFD-Simulationen weist der Querkräftebeiwert des Rotors über eine vollständige Umdrehung hinweg hierbei einen Mittelwert nahe null auf. In der Panelmethode ergibt sich dagegen bei allen Betriebspunkten eine deutlich negative resultierende Belastung. Diese systematische Abweichung ist charakteristisch für die modellbedingte Erfassung dreidimensionaler Effekte innerhalb der Panelmethode und äußert sich in einer resultierenden Querbelastung mit negativer lateraler Richtungskomponente. Für alle Betriebspunkte gilt dabei, dass eine sinnvolle Angabe der relativen Abweichungen des über den Rotorumfang gemittelten Beiwerts nicht möglich ist, da der CFD-Referenzwert im Bereich von Null liegt und die resultierenden relativen Abweichungen somit extrem groß und nicht aussagekräftig sind. Ergänzend dazu zeigt sich in der Panelmethode eine ausgeprägtere azimutale Schwankung des Rotorquerkräftebeiwerts: Die berechnete azimutale Schwankungsbreite weicht in allen Fällen mit $\delta_{\Delta C_Y} > 50\%$ signifikant von den entsprechenden CFD-Werten ab. Dabei stimmen die in den Maxima auftretenden Werte in beiden numerischen Verfahren weitgehend überein, während die Werte in den Minima in der Panelmethode deutlich geringer ausfallen. Insgesamt verläuft der Querkräftebeiwert auf Rotorebene – analog zu den anderen betrachteten Beiwerten – deutlich symmetrischer als auf Einzelblattniveau. Auch hier ist dieses Verhalten auf die phasenversetzte Überlagerung der Einzelblattbeiträge zurückzuführen.



(a) Betriebspunkt BP 1: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



(b) Betriebspunkt BP 2: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)



(c) Betriebspunkt BP 3: Rotorblatt (links) und Rotor (rechts)

— OpenWIEN — CFD

Abb. 5.7: Azimutaler Verlauf der Kraft quer zur Strömungsrichtung: Vergleich von OpenWIEN und CFD

Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf

Zum abschließenden Vergleich der beiden numerischen Methoden wird die Geschwindigkeit in Strömungsrichtung u (x -Richtung) innerhalb einer definierten Ebene analysiert, wobei der Fokus gezielt auf den Nachlaufbereich gelegt wird. Die zugehörigen Ergebnisse sind für den Betriebspunkt BP 1 exemplarisch in den Abbildungen 5.8 bis 5.10 für verschiedene Azimutwinkel veranschaulicht. Die entsprechenden Darstellungen für die weiteren Betriebspunkte BP 2 und BP 3 finden sich in den Abbildungen H.1 bis H.6. Die ausgewählten Azimutpositionen erstrecken sich hierbei über einen Bereich von $\varphi = 0^\circ$ bis $\varphi = 120^\circ$ in Schritten von $\Delta\varphi = 10^\circ$. Auf diese Weise wird eine charakteristische Phase der Rotorumdrehung erfasst, beginnend mit der Startposition des ersten Rotorblatts bei $\varphi = 0^\circ$ bis zu jenem Zeitpunkt, an dem dieses die Anfangsposition des nachfolgenden Rotorblatts erreicht ($\varphi = 120^\circ$). Für die Auswertung der dreidimensionalen Panelmethode erfolgt die Analyse innerhalb einer horizontalen Schnittebene (x - y -Ebene), die in Höhe der halben Spannweite liegt, das heißt bei $z = 0$ m. Die Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung in dieser Ebene basiert auf dem in Kapitel 2.3.1 erläuterten Biot-Savart-Gesetz, wobei sämtliche durch die auf der Rotoroberfläche sowie im Nachlauf verteilten Singularitäten induzierten Geschwindigkeitsanteile berücksichtigt werden. Zur besseren Vergleichbarkeit der Strömungsfelder wird die Geschwindigkeitskomponente u für alle Betriebspunkte durch die jeweilige ungestörte Anströmgeschwindigkeit c_∞ normiert.

Sowohl die CFD als auch OpenWIEN bilden die großskaligen Strukturen des Geschwindigkeitsfelds innerhalb des Rotors sowie im Nachlauf über alle betrachteten Azimutpositionen hinweg konsistent ab. Insbesondere hinsichtlich der Lage und der räumlichen Ausdehnung der Hauptströmungszonen ergibt sich eine hohe Übereinstimmung zwischen den beiden numerischen Verfahren. Der zugrunde liegende physikalische Wirkmechanismus ist dabei identisch: Die zyklische Änderung der Zirkulation an den Rotorblättern führt zur Freisetzung freier Wirbel, die unmittelbar hinter den Rotorblättern in den Nachlauf übergehen. Dabei transportieren sie einen der Rotordrehung entgegengesetzten Impuls, wodurch der Hauptströmung lokal kinetische Energie entzogen und eine Strömungsverzögerung im Nachlauf erzeugt wird. Beide Simulationsansätze erfassen dieses Verhalten zuverlässig, dennoch tritt ein signifikanter Unterschied in der jeweiligen Ausprägung der genannten Verzögerung auf. Die von der Panelmethode prognostizierte stärkere Geschwindigkeitsreduktion im Nachlaufbereich ist in diesem Zusammenhang unter anderem auf die diskrete Nachlaufmodellierung mit begrenzter räumlicher Auflösung der Zirkulationsverteilung sowie auf die lokal überlagerten Wirbelelemente (Nachlaufpanels) zurückzuführen, wodurch sich die Strömungsverzögerung im unmittelbaren Rotorumfeld verstärkt konzentriert und ausgeprägter in Erscheinung tritt. Demgegenüber erfolgt die Nachlaufauflösung in der CFD-Simulation kontinuierlich über das gesamte diskretisierte Strömungsfeld hinweg. Aufgrund der berücksichtigten viskosen Effekte werden die freigesetzten Wirbel in der CFD

zudem diffundiert, wodurch sich die Nachlaufstrukturen gleichmäßiger verteilen und die Strömungsverzögerung insgesamt moderater ausfällt. Ungeachtet dieser Unterschiede zeigen beide numerischen Methoden jedoch die für den Nachlauf charakteristische Grenzphase sowie eine oszillierende Strömungsstruktur, die unmittelbar mit der zyklischen Bewegung der Rotorblätter und der damit verbundenen periodischen Änderung der Anströmung verknüpft ist. Ergänzend lässt sich stromauf des Rotors in beiden Verfahren ein Bereich identifizieren, in dem sich die Strömung infolge der Verdrängungswirkung des Rotors deutlich staut. Dieses Merkmal wird in beiden Modellansätzen konsistent erfasst und unterstreicht die Fähigkeit der Panelmethoden, die dominanten Strömungsphänomene realitätsnah abzubilden.

Auf Ebene der Rotorblätter zeigt sich, dass die Übereinstimmung zwischen CFD und OpenWIEN stark von der Azimutposition innerhalb des Rotorumlaufts abhängt. Auf der Abwindseite ($0^\circ < \varphi \leq 180^\circ$) treten demzufolge größere Abweichungen auf, da die Panelmethode die lokalen, durch Rotorblatt-Nachlauf-Interaktionen verursachten komplexen Strömungsphänomene nicht erfassen kann. Dadurch werden insbesondere Effekte in unmittelbarer Rotorblattnähe nicht adäquat abgebildet, was zu Einschränkungen in der Darstellung der Strömungsdynamik führt. Auf der Aufwindseite ($180^\circ < \varphi \leq 360^\circ$) ergibt sich zwischen den beiden numerischen Verfahren hingegen eine höhere Konsistenz der Ergebnisse. In diesem Azimutbereich lassen sich charakteristische Strömungsphänomene erkennen, wobei sowohl beschleunigte als auch verzögerte Regionen in unmittelbarer Nähe der Rotorblattoberfläche deutlich hervortreten. Eine Wechselwirkung zwischen dem Rotorblatt und dem ausgebildeten Nachlauf tritt in diesem Bereich nicht auf. Stattdessen wird das Rotorblatt im Wesentlichen von der Überlagerung der ungestörten Anströmung mit der durch die Rotorbewegung erzeugten Umfangsgeschwindigkeit beeinflusst. Dadurch treten Strömungsablösungen innerhalb des hier betrachteten Betriebspunkts lediglich in untergeordneter Weise auf. Es ist jedoch zu berücksichtigen, dass die räumliche Auflösung des Fluidvolumens in der CFD-Simulation – insbesondere im Bereich der Rotorblätter und innerhalb der Grenzschicht – deutlich höher ausfällt als in der im Rahmen der Panelmethode ausgewerteten Ebene. Im unmittelbaren Umfeld der Rotorblätter treten daher dennoch Unterschiede auf, nicht zuletzt infolge der in der CFD berücksichtigten viskosen Effekte.

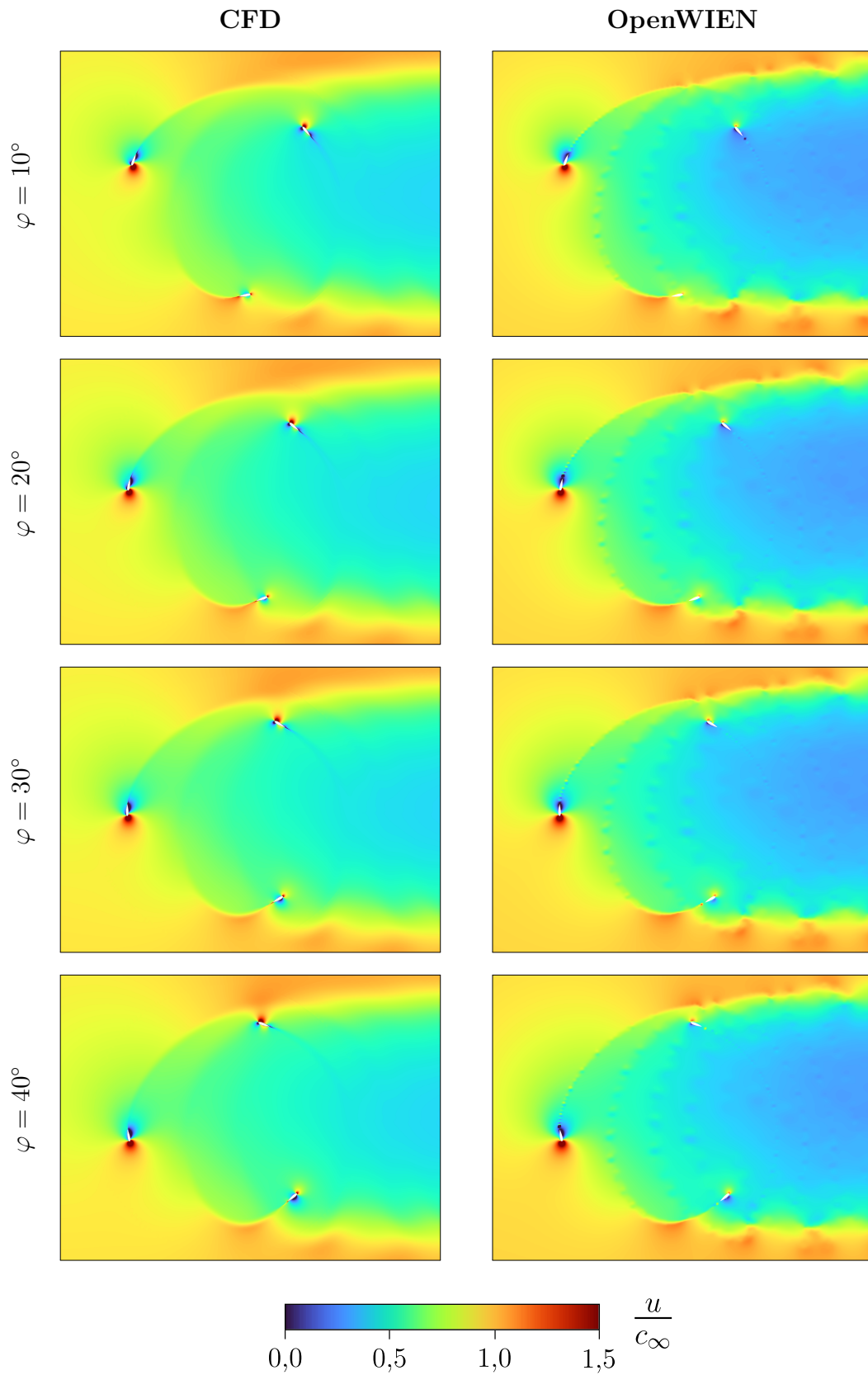


Abb. 5.8: Betriebspunkt BP 1: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 10^\circ$ bis $\varphi = 40^\circ$

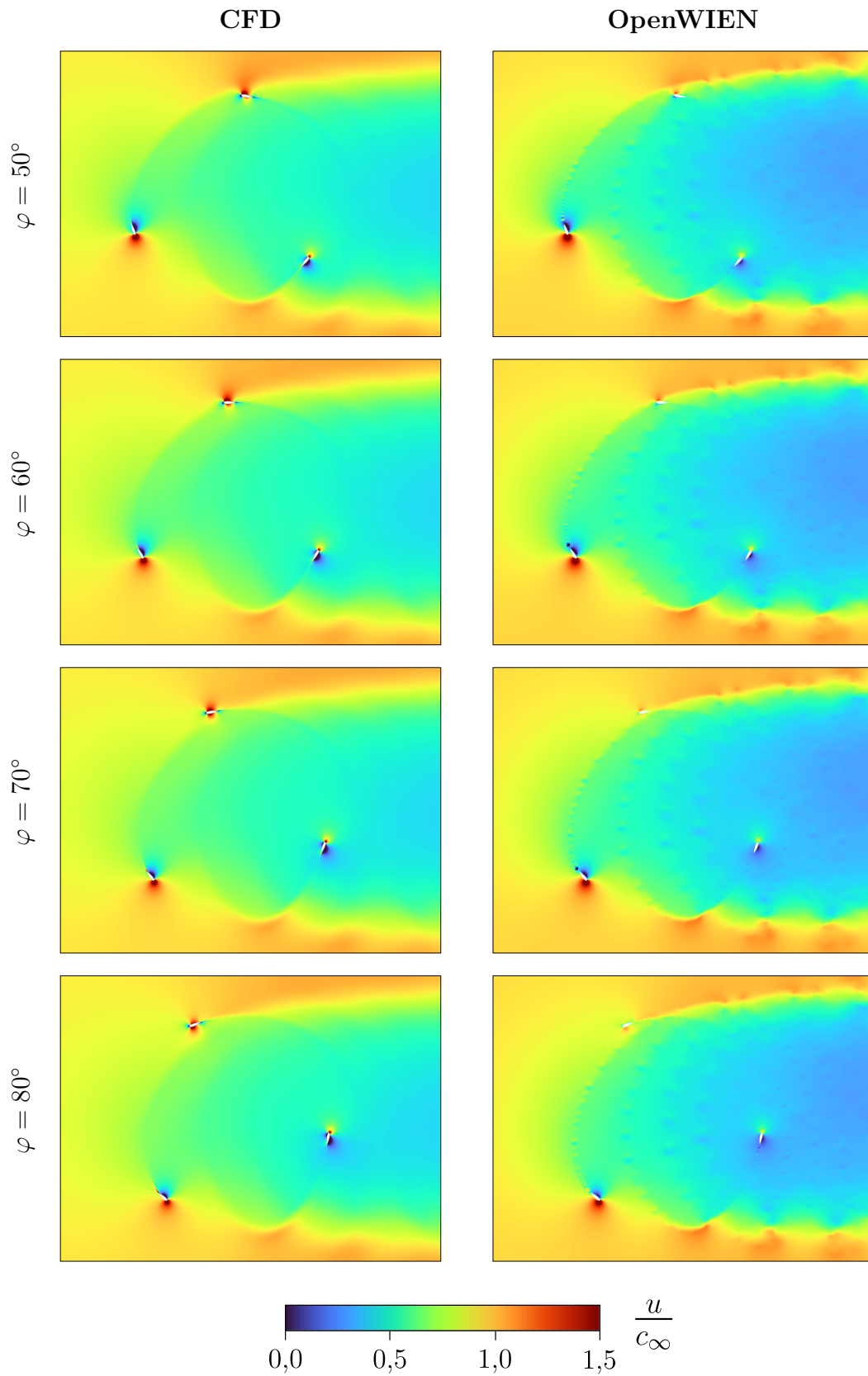


Abb. 5.9: Betriebspunkt BP 1: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 50^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$

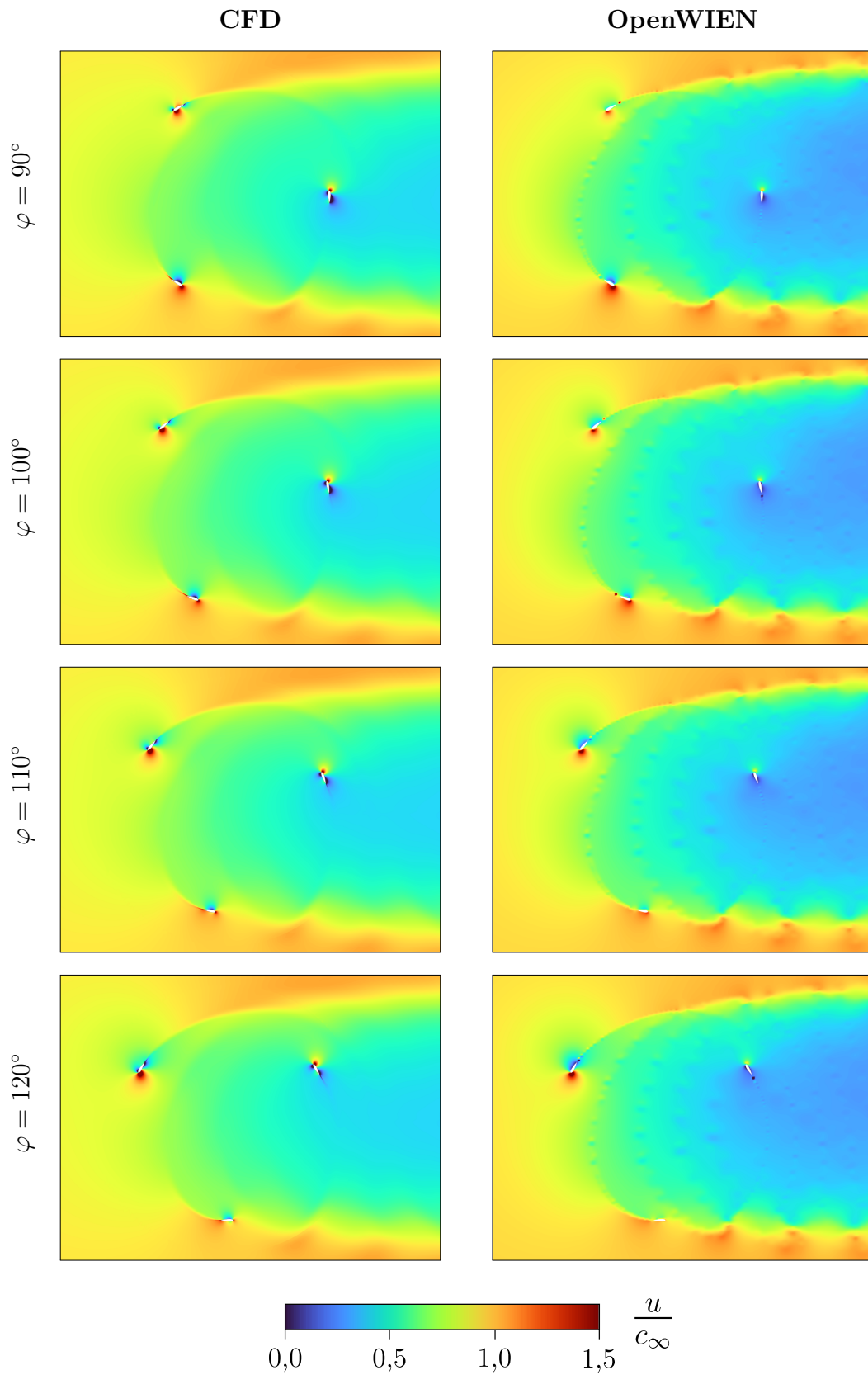


Abb. 5.10: Betriebspunkt BP 1: Geschwindigkeitsverteilung in der x - y -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 120^\circ$

5.2 Aerodynamische Effizienz der Winglet-Varianten

Der zweite thematische Schwerpunkt des Ergebnisteils liegt auf der Untersuchung der in Kapitel 4.4 eingeführten Winglet-Varianten. Im Vordergrund der Betrachtung stehen dabei sowohl deren aerodynamische Effizienz als auch ihr Einfluss auf das strukturelle Belastungsverhalten des Rotors. Die Analyse erfolgt exemplarisch für den Betriebspunkt BP 1 ($c_\infty = 14 \text{ m s}^{-1}$, $n = 16 \text{ min}^{-1}$, $\lambda = 2,51$), welcher dem optimalen Betriebspunkt der vorliegenden VAWT entspricht. Als Referenz dient die Geometrie der in Kapitel 4.4 vorgestellten Winglet-Konfiguration, jedoch ohne Modifikation an den Flügelenden, das heißt $\vartheta_{\text{VK}} = 0^\circ$, $\vartheta_{\text{HK}} = 0^\circ$ und $\beta_{\text{N}} = 0^\circ$.

Die nachfolgende Auswertung betrachtet zunächst die erste Variantengruppe mit Neigungswinkel $\beta_{\text{N}} = 0^\circ$ (Winglet-Varianten WL 1 bis WL 9, vgl. Abbildung G.1). Abbildung 5.11 zeigt die durch diese Varianten verursachte prozentuale Änderung der Rotorleistung im Vergleich zur vorliegenden Referenz. Gegenübergestellt werden hierbei drei Leistungskennwerte, jeweils als Mittelwert über eine Umdrehung des Rotors: der klassische Rotorleistungsbeiwert, der modifizierte Rotorleistungsbeiwert C_{P}^* sowie deren Verhältnis $C_{\text{P}}^*/|C_{\text{P}}|$. Dabei bezieht sich der klassische Rotorleistungsbeiwert, in Anlehnung an die in Kapitel 5.1 betrachtete Untersuchung, auf die projizierte Rotorfläche und erfasst somit die Änderung der absoluten Leistungsabgabe. Im Gegensatz dazu wird die projizierte Fläche des modifizierten Rotorleistungsbeiwerts auf die effektiv benetzte Rotorblattfläche, die der aerodynamisch wirksam umströmten Fläche der Rotorblätter entspricht, bezogen. Dadurch wird eine flächenspezifische Effizienzbewertung ermöglicht. Das Effizienzverhältnis dient ergänzend als Maß für die flächenspezifische Effizienzänderung im Vergleich zur absoluten Leistungsänderung – eine relevante Kenngröße bei Entwurfsentscheidungen unter Berücksichtigung von Materialeinsatz und Gewichtslimitierungen.

Aus Abbildung 5.11 ist ersichtlich, dass die Änderung des klassischen Rotorleistungsbeiwerts für sämtliche betrachteten Winglet-Varianten dieser Variantengruppe negativ ausfällt, was auf eine Verringerung der absoluten Leistungsabgabe im Vergleich zur Referenz hinweist. Verantwortlich hierfür ist die geometrische Pfeilung der Flügelspitzen, die lokal zwar aerodynamische Vorteile mit sich bringen kann – vorrangig durch eine Entlastung der Flügelenden und ggf. eine Reduktion des induzierten Widerstands – gleichzeitig jedoch die für die Energieumwandlung nutzbare Rotorblattfläche verkleinert. Da der klassische Rotorleistungsbeiwert auf die projizierte Fläche des Rotors bezogen wird, welche durch die Pfeilung der Rotorblätter unverändert bleibt, steht bei gleicher Bezugsfläche insgesamt weniger wirksame Rotorblattfläche zur Verfügung. Infolgedessen sinkt die absolute Leistungsabgabe, obwohl die Anströmverhältnisse an den Flügelenden durch die Pfeilung in der Regel verbessert werden. Die geringsten Leistungsverluste innerhalb der ersten Variantengruppe treten bei Winglets mit geringer Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{\text{VK}} = 10^\circ$) auf, wie sie bei WL 1 bis

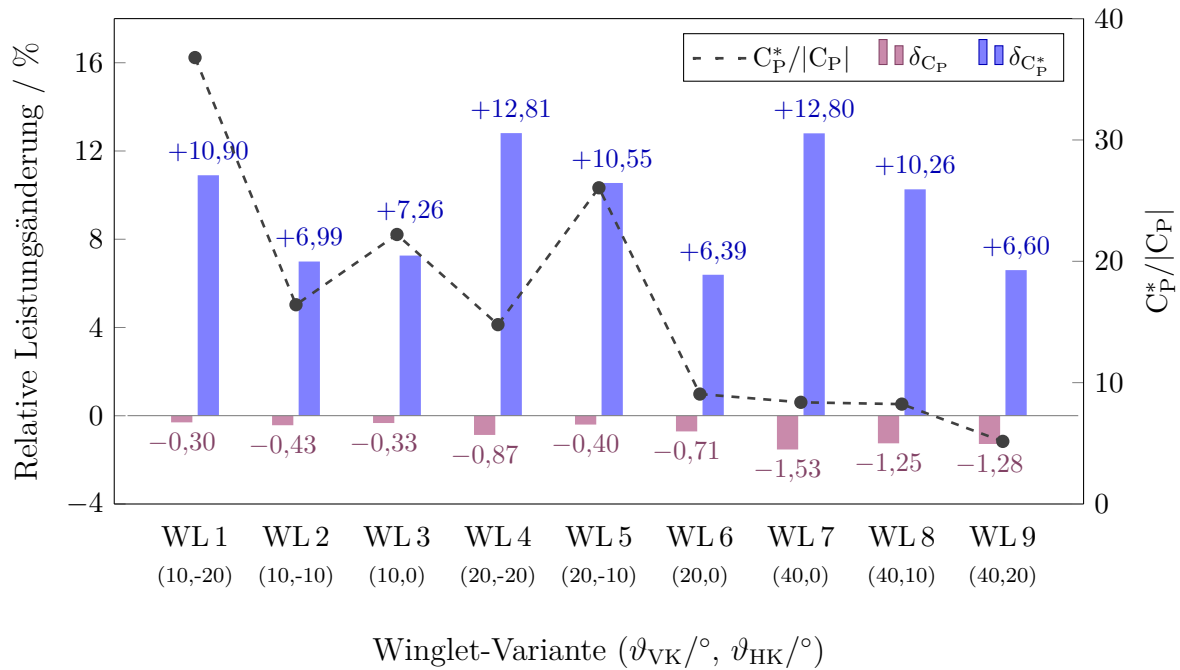


Abb. 5.11: Einfluss verschiedener Winglet-Varianten mit $\beta_N = 0^\circ$ auf die Rotorleistung, die flächenspezifische Rotorleistung sowie deren Verhältnis

WL 3 vorliegt. Insbesondere WL 1 verzeichnet mit einer Leistungsminderung von lediglich $\delta_{C_P} = -0,3\%$ die geringsten Verluste und somit die höchste Leistungsstabilität innerhalb dieser Gruppe. Im direkten Vergleich zeigt sich, dass sich die Verluste bei abgeschwächter Pfeilung des Hinterkantenbereichs (WL 2) erhöhen, während sie bei einer vollständig geraden Hinterkante (WL 3) ein ähnliches Niveau wie bei WL 1 erreichen. Etwas stärkere Leistungsabnahmen sind demgegenüber bei mittlerer Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{VK} = 20^\circ$) zu beobachten. Auch hier verdeutlicht sich der Einfluss der Geometrie am hinteren Flügelrand: So beträgt der Leistungsverlust bei Variante WL 4 $\delta_{C_P} = -0,87\%$, wohingegen er sich bei reduzierter Ausprägung der Hinterkantenpfeilung (WL 5) auf $\delta_{C_P} = -0,4\%$ verringert. Das Fehlen einer Hinterkantenpfeilung (WL 6) führt hingegen zu einem erneuten Anstieg der Verluste. Die größten Leistungseinbußen zeigen sich in diesem Fall jedoch bei den Winglets mit starker Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{VK} = 40^\circ$). Dabei tritt die deutlichste Reduktion des Rotorleistungsbeiwerts innerhalb der Variantengruppe bei WL 7 mit $\delta_{C_P} = -1,53\%$ auf. Eine positiv angewinkelte Ausführung des Flügelendes, wie sie bei WL 8 und WL 9 realisiert wurde, kann diese Reduktion abschwächen.

Im Gegensatz dazu zeigt der modifizierte Rotorleistungsbeiwert für alle Winglet-Varianten der ersten Variantengruppe eine Leistungssteigerung gegenüber der Referenzsimulation. Aufgrund der geometrischen Pfeilung der Flügelspitzen reduziert sich die benetzte Rotorblattfläche, sodass bei annähernd gleichbleibender Leistungsabgabe ein erhöhter flächenspezifischer Rotorleistungsbeiwert resultiert. Deutliche Effizienzsteigerungen treten in diesem Zusammenhang vor allem bei den stark gepfeilten Winglet-Varianten auf,

insbesondere bei WL 4 und WL 7, mit einer flächenspezifischen Leistungssteigerung von jeweils $\delta_{C_P^*} \approx +12,80\%$. Eine positive Pfeilung der Hinterkante, wie sie bei den Winglets WL 8 und WL 9 vorliegt, wirkt sich hingegen nachteilig auf die flächenspezifische Effizienz aus. Im Vergleich zu WL 7 ohne Hinterkantenpfeilung fällt der Zugewinn der Leistung bei diesen Varianten geringer aus, was auf die vergrößerte benetzte Oberfläche der Rotorblätter zurückzuführen ist. Ein ähnlicher Effekt zeigt sich beim Übergang von WL 4 zu den Varianten WL 5 und WL 6. Für die kleinste Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{VK} = 10^\circ$) erzielt WL 1 das beste Resultat mit $\delta_{C_P^*} = +10,9\%$, während WL 2 und WL 3 auf einem etwas niedrigeren Niveau liegen. Daraus ergibt sich insgesamt die Erkenntnis, dass trotz einer Reduktion der absoluten Leistungsabgabe bei allen Winglet-Varianten der ersten Variantengruppe die effektive Rotorblattfläche effizienter zur Energieumwandlung genutzt wird. Die Pfeilung kann dabei nicht nur zu einer Verbesserung der aerodynamischen Verhältnisse an den Flügelenden beitragen, sondern gezielt die Fläche jener Rotorblattbereiche reduzieren, die ohnehin einen geringeren Beitrag zur Gesamtleistung liefern. Dadurch erhöht sich die mittlere Leistungsdichte bezogen auf die verbleibende Fläche.

Ein ergänzender Bewertungsmaßstab ist das zuvor eingeführte Effizienzverhältnis. Diese Kennzahl gewinnt insbesondere unter materialbezogenen Einschränkungen oder strukturellen Vorgaben an Bedeutung, da sie eine differenzierte Bewertung des energetischen Nutzens pro eingesetzter Rotorblattfläche erlaubt. Die Auswertung zeigt, dass für die Winglet-Varianten mit geringer bis moderater Pfeilung besonders hohe Effizienzverhältnisse vorliegen. So erreicht WL 1 mit einem Leistungsverlust von $\delta_{C_P} = -0,3\%$ gleichzeitig eine Steigerung von $\delta_{C_P^*} = +10,9\%$ im modifizierten Rotorleistungsbeiwert, sodass ein Verhältnis von $C_P^*/|C_P| \approx 36,33$ resultiert. Auch WL 5 erzielt bei moderatem Leistungsverlust ein Verhältnis von $C_P^*/|C_P| \approx 26,38$. Demgegenüber verzeichnen die Winglet-Varianten mit starker Vorderkantenpfeilung (WL 7 bis WL 9) trotz eines hohen flächenspezifischen Effizienzgewinns – etwa bei WL 7 mit $\delta_{C_P^*} = +12,8\%$ – aufgrund gleichzeitig stark erhöhter Leistungsverluste ein insgesamt ungünstigeres Verhältnis. WL 7 liegt mit einem Verhältnis von lediglich $C_P^*/|C_P| \approx 8,37$ dabei deutlich unter den zuvor betrachteten Varianten. Winglets mit einem hohen Effizienzverhältnis erscheinen daher als besonders vielversprechender Kompromiss: Sie ermöglichen eine Steigerung der flächenspezifischen Leistung, ohne die absolute Gesamtleistung signifikant zu beeinträchtigen. Gerade in der frühen Entwurfsphase bieten sie somit eine fundierte Entscheidungsgrundlage für weiterführende aerodynamische und strukturelle Optimierungen – insbesondere im Hinblick auf Materialeffizienz, Fertigungsaufwand und Lastreduktion.

Im Anschluss an die Analyse der aerodynamischen Effizienz erfolgt nun eine Bewertung der strukturellen Beanspruchung der Winglets der ersten Variantengruppe, basierend auf den maximal auftretenden Flapwise- und Edgewise-Biegemomenten. Sie ergänzt die Effizienzanalyse um eine strukturelle Perspektive und ermöglicht eine integrierte Gesamt-

beurteilung der untersuchten Winglet-Varianten. Im Fokus steht dabei die Identifikation potenzieller Lastspitzen auf Grundlage der relativen Änderung gegenüber der Referenz. Die Biegemomentenberechnung erfolgt in diesem Zusammenhang jeweils an der Wurzel eines Rotorblatts, d. h. an dessen Aufhängungsposition an der Tragstrebe in einer Höhe von $z = 10,15$ m. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.12 veranschaulicht.

Zu den strukturell vorteilhaftesten Winglet-Varianten zählen WL 1, WL 4 und WL 5, die sich zum Teil bereits in der Leistungsanalyse durch ein günstiges Effizienzverhältnis ausgezeichnet haben. Bei WL 1 reduziert sich das maximale Flapwise-Biegemoment um $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -5,12\%$, das maximale Edgewise-Biegemoment sinkt zudem um $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = -1,53\%$. WL 4 erreicht mit einer Änderung von $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -6,83\%$ und $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = -1,12\%$ ebenfalls eine sichtbare strukturelle Entlastung. Ein vergleichbares Verhalten zeigt auch WL 5, mit einer Abnahme von $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -3,91\%$ für die maximale Querbiegung und einem moderaten Anstieg von $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +0,34\%$ für die maximale Längsbiegung. Im Gegensatz dazu weisen die Winglet-Varianten WL 7 bis WL 9 eine deutliche Erhöhung des maximalen Edgewise-Biegemoments auf. So steigt dieses bei WL 9 um $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +7,53\%$, was im Vergleich zur lediglich geringen Entlastung von $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -1,66\%$ zu einer strukturell unausgewogenen Belastung führt. Mit $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -7,21\%$ zeigt WL 7 darüber hinaus die stärkste Entlastung für die maximale Biegelast in Flapwise-Richtung innerhalb der Variantengruppe, allerdings zulasten einer auffallend erhöhten maximalen Edgewise-Biegelast. Als besonders vorteilhaft erweisen sich daher WL 1 und WL 5, die sowohl ein hohes Effizienzverhältnis als

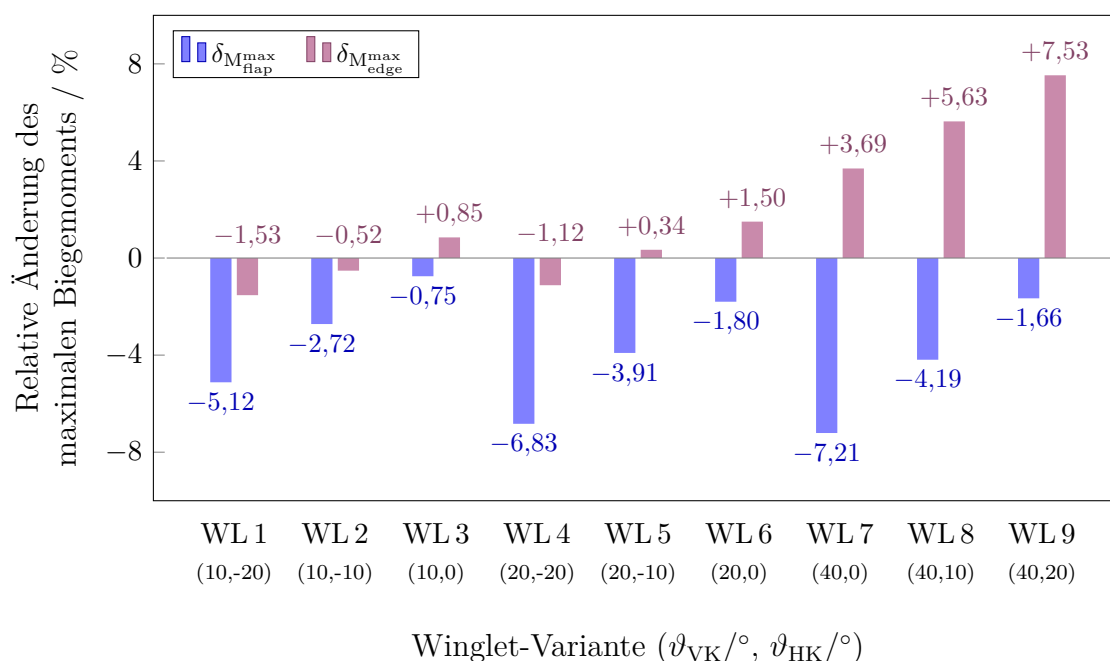


Abb. 5.12: Relative Änderung des maximalen Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für verschiedene Winglet-Varianten mit $\beta_{\text{N}} = 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz

auch eine vergleichsweise günstige strukturelle Biegemomentbelastung entlang der beiden Hauptrichtungen verzeichnen.

Zur ganzheitlichen Analyse der auftretenden Biegemomente werden im Folgenden die azimuthalen Verläufe an der Rotorblattwurzel über einen vollständigen Rotorumfang für die beiden effizientesten Winglet-Varianten WL 1 und WL 5 betrachtet. Diese sind gemeinsam mit den Verläufen der Referenz in Abbildung 5.13 dargestellt. Der qualitative Verlauf des Flapwise-Biegemoments $M_{\text{flap}}(\varphi)$ (vgl. Abbildung 5.13a) zeigt dabei den charakteristischen Lastwechsel zwischen Ab- und Aufwindseite. Auf der Abwindseite weist das Biegemoment negative Werte auf, was darauf hindeutet, dass das Rotorblatt radial nach außen aus der Rotorebene herausgedrückt wird. Auf der Aufwindseite ist das Biegemoment hingegen signifikant höher und positiv ausgeprägt – eine Folge der erhöhten aerodynamischen Lasten in diesem Bereich. Das Rotorblatt wird hier insbesondere im Abschnitt der Flügelenden radial nach innen, das heißt in Richtung der Rotorachse, gedrückt. Für die Referenz ohne Winglets ergibt sich auf der Abwindseite bei $\varphi = 94^\circ$ eine Lastspitze von $|M_{\text{flap}}(94^\circ)| = 64,1 \text{ kN m}$. Die Variante WL 1 weist an dieser Stelle im Vergleich eine Minderung von $\delta_{|M_{\text{flap}}(94^\circ)|} = -4,4 \%$ auf, gefolgt von WL 5 mit $\delta_{|M_{\text{flap}}(94^\circ)|} = -4,36 \%$. In der Aufwindphase erreicht das Flapwise-Biegemoment hingegen für alle Winglet-Varianten bei der Azimutposition $\varphi \approx 250^\circ$ die maximale Biegelast innerhalb des Rotorumfangs. Für die Referenzsimulation resultiert an dieser Stelle eine Lastspitze von $M_{\text{flap}}^{\text{max}} = 155,0 \text{ kN m}$. Die Winglet-Varianten WL 1 und WL 5 zeigen im Vergleich dazu sichtbar reduzierte Werte mit den in Abbildung 5.12 bereits dargestellten relativen Abweichungen von $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -5,12 \%$ bzw. $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -3,91 \%$. Dies bestätigt die signifikante Entlastung der Rotorblattwurzel in der strukturell besonders beanspruchten Aufwindphase.

Der qualitative Verlauf des Edgewise-Biegemoments $M_{\text{edge}}(\varphi)$, dargestellt in Abbildung 5.13b, unterscheidet sich erheblich vom zuvor betrachteten Flapwise-Biegemoment: Über nahezu den gesamten Rotorumfang bleibt das betrachtete Biegemoment in diesem Fall positiv und wirkt somit konstant in eine Richtung, was auf eine überwiegend einseitige Beanspruchung hinweist. Lediglich im Bereich der Übergänge zwischen Ab- und Aufwindseite kommt es infolge der sich ändernden Anströmverhältnisse und der damit verbundenen Umkehrung von Druck- und Saugseite zur kurzzeitigen Richtungsänderung. Auch hier sind, ähnlich wie beim Flapwise-Biegemoment, in der Abwindphase die zugehörigen Werte insgesamt auf niedrigerem Niveau als in der gegenüberliegenden Aufwindphase. Für die Referenz ergibt sich in diesem Bereich bei $\varphi = 82^\circ$ eine Lastspitze von $M_{\text{edge}}(82^\circ) = 15,92 \text{ kN m}$. Die Winglet-Varianten WL 1 und WL 5 verzeichnen hier reduzierte Biegemomente mit $\delta_{M_{\text{edge}}(82^\circ)} = -6,66 \%$ bzw. $\delta_{M_{\text{edge}}(82^\circ)} = -5,91 \%$. Auf der Aufwindseite resultiert die Referenzsimulation dagegen in einer maximalen Lastspitze von $M_{\text{edge}}^{\text{max}} = 36,72 \text{ kN m}$, wobei die Winglet-Varianten WL 1 und WL 5 die in Abbildung 5.12 bereits dargestellten relativen Abweichungen von $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = -1,53 \%$ bzw. $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +0,34 \%$ aufweisen. Im Gegensatz zum

Flapwise-Biegemoment zeigt sich für das Edgewise-Biegemoment auf der Aufwindseite demnach kein konsistenter Entlastungseffekt durch den Einsatz der betrachteten Winglets WL 1 und WL 5.

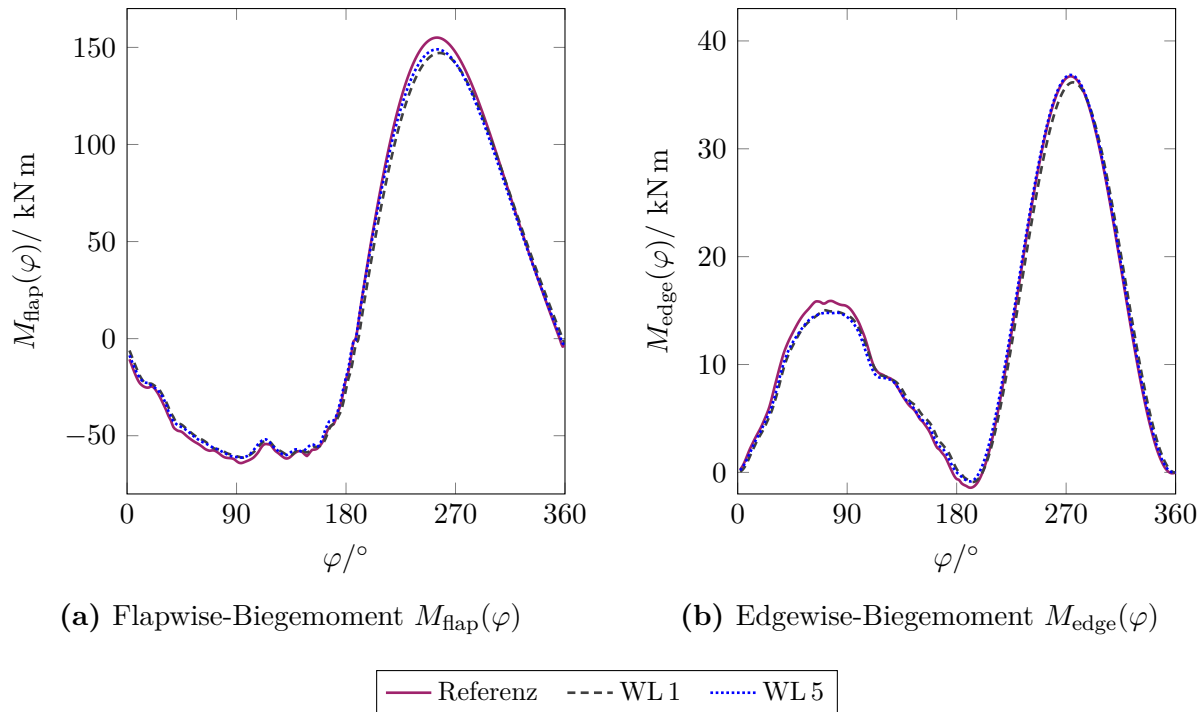


Abb. 5.13: Azimutaler Verlauf des Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N = 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz

Die Entwicklung der Nachlaufstruktur sowie die Geschwindigkeitsverteilung hinter dem Rotorblatt sind für die ausgewählten Winglet-Varianten WL 1 und WL 5 zusammen mit der Referenz in Abbildung 5.14 illustriert. Die Analyse erfolgt für ein Rotorblatt der VAWT bei einer Azimutposition von $\varphi = 240^\circ$. Die dargestellte Ebene liegt bei $\varphi = 230^\circ$ und besitzt eine Normalenrichtung, die tangential zur Rotorkreisbahn verläuft, sodass die Ebene senkrecht zur lokalen Umlaufrichtung des betrachteten Rotorblatts steht. Der Vergleich zwischen den einzelnen Winglet-Varianten verdeutlicht, dass die Hinterkantenpfeilung die Nachlaufstruktur im Bereich des Übergangs vom Hauptflügel zum Winglet signifikant beeinflusst. Bei WL 1 mit stark negativer Pfeilung zeigen sich hierbei ausgeprägte Störungen und Richtungsänderungen in der Stromlinienbahn, wohingegen diese bei WL 5 mit geringerer Pfeilung weniger ausgeprägt erscheinen und bei der Referenz nahezu vollständig verschwinden. Die lokalen Änderungen des Nachlaufs deuten somit darauf hin, dass eine stärkere Hinterkantenpfeilung die lokalen Strömungsverhältnisse im Übergangsbereich intensiviert. Ein weiterer Einflussfaktor auf die beobachtete Nachlaufentwicklung ergibt sich aus der lokalen Gitterdiskretisierung: Im Übergangsbereich zum Winglet wurde die

Entwicklung Nachlaufstruktur

Geschwindigkeitsverteilung

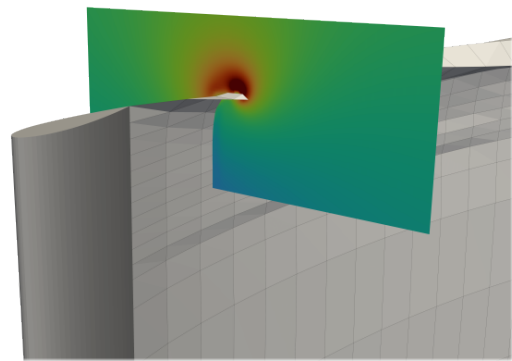
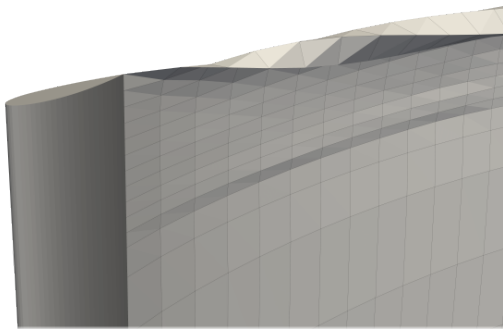
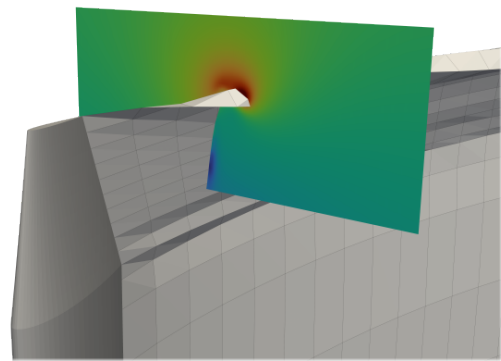
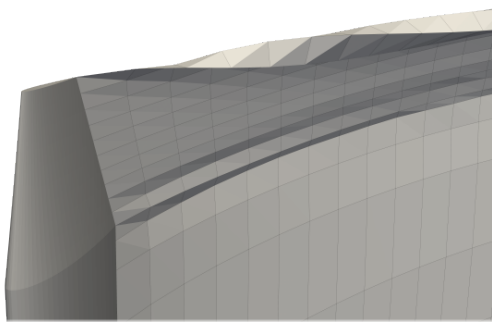
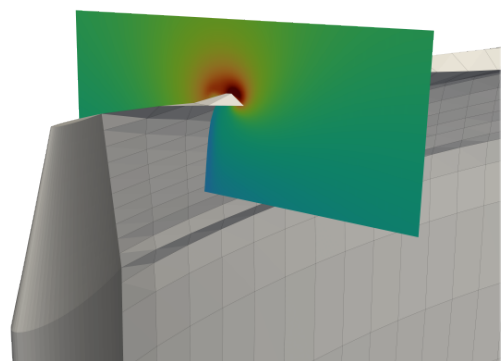
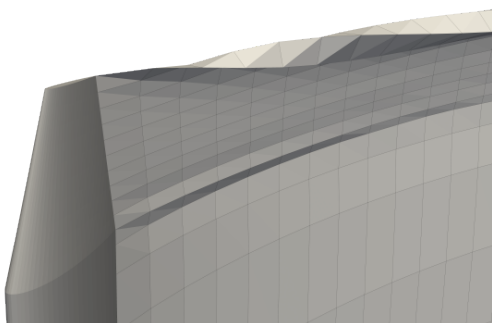
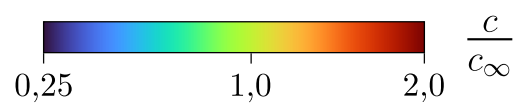
(a) Referenz ($\vartheta_{VK} = 0^\circ, \vartheta_{HK} = 0^\circ, \beta_N = 0^\circ$)(b) WL 1 ($\vartheta_{VK} = 10^\circ, \vartheta_{HK} = -20^\circ, \beta_N = 0^\circ$)(c) WL 5 ($\vartheta_{VK} = 20^\circ, \vartheta_{HK} = -10^\circ, \beta_N = 0^\circ$)

Abb. 5.14: Entwicklung der Nachlaufstruktur für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N = 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz

Panelgrößenverteilung nicht wie üblich mit einem schrittweisen Wachstum ausgeführt, sondern bewusst sprunghaft gestaltet, um die Gesamtanzahl der Panels zu reduzieren. Diese Unstetigkeit kann die numerische Auflösung lokaler Strömungsphänomene beeinträchtigen. Es ist daher möglich, dass sowohl geometrische als auch numerische Effekte zur beobachteten Verformung der Nachlaufstruktur in diesem Bereich beitragen. Die Geschwindigkeitsverteilung in der Ebene zeigt darüber hinaus deutliche Unterschiede nahe des Wirbelkerns zwischen den einzelnen Winglet-Varianten und der Referenz. Bei WL 1 mit stark negativer Hinterkantenpfeilung lässt sich ein kompakteres Wirbelzentrum mit einem kleineren Gebiet erhöhter Strömungsgeschwindigkeit erkennen. Dies deutet auf eine lokal reduzierte Zirkulation innerhalb des Randwirbels hin. Im Gegensatz dazu verzeichnet die Winglet-Variante WL 5 ein sichtbar ausgeprägteres Wirbelzentrum, während bei der Referenz sowohl die größte räumliche Ausdehnung des Wirbelkerns als auch die höchste kinetische Energie im Kernbereich festgestellt werden kann. Diese Beobachtungen weisen somit darauf hin, dass eine intensivere Pfeilung der Hinterkante, wie sie bei WL 1 vorliegt, die Intensität des induzierten Randwirbels signifikant beeinflussen kann. Außerhalb des Randwirbelbereichs stimmen die Geschwindigkeitsfelder der verschiedenen Winglet-Varianten und der Referenz jedoch weitgehend überein, was nahelegt, dass sich die Hauptunterschiede im Strömungsverhalten lokal auf den Bereich des Randwirbels beschränken.

Im weiteren Verlauf erfolgt die Untersuchung der beiden Variantengruppen mit Winglet-Neigungswinkel $\beta_N \neq 0^\circ$. Dazu gehört die Variantengruppe mit Neigungswinkel $\beta_N = 20^\circ$ (Winglet-Varianten WL 10 bis WL 18, vgl. Abbildung G.2) sowie die Variantengruppe mit Neigungswinkel $\beta_N = 35^\circ$ (Winglet-Varianten WL 19 bis WL 27, vgl. Abbildung G.3). Als Vergleichsgröße wird an dieser Stelle ausschließlich der klassische Rotorleistungsbeiwert herangezogen. Auf eine Darstellung des modifizierten Rotorleistungsbeiwerts sowie des Effizienzverhältnisses wird bewusst verzichtet, da bei diesen Varianten primär die absolute Leistungsänderung im Fokus steht. Die entsprechenden Ergebnisse sind zusammenfassend in Abbildung 5.15 dargestellt.

Für einen Neigungswinkel von $\beta_N = 20^\circ$ erweisen sich bei geringer Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{VK} = 10^\circ$) insbesondere Kombinationen mit einer leicht negativ gepfeilten oder ungepfeilten Hinterkante als vorteilhaft, wie sie bei WL 11 und WL 12 realisiert wurden. WL 12 erzielt hierbei den höchsten Effizienzgewinn, sodass die Kombination aus geringer Vorderkantenpfeilung und ungepfeilter Hinterkante zu einer Leistungssteigerung von $\delta_{C_p} = +2,08\%$ führt. Bei einer mittleren Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{VK} = 20^\circ$) zeigt sich dagegen, dass eine leicht negative Hinterkantenpfeilung gegenüber einer neutralen Ausführung der Hinterkante aerodynamisch günstiger ist. Dies wird durch die Variante WL 14 belegt, die mit $\delta_{C_p} = +1,8\%$ eine höhere Leistungszunahme erzielt als die ungepfeilte Variante WL 15. Eine ausgeprägtere negative Pfeilung der Hinterkante ($\vartheta_{HK} = -20^\circ$), wie

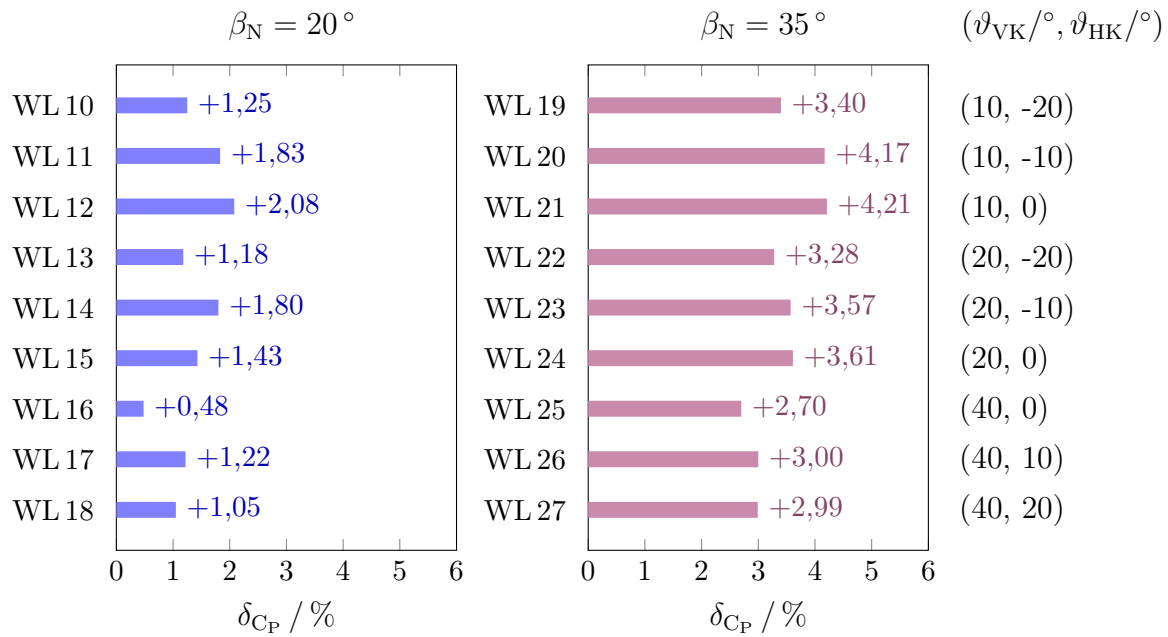


Abb. 5.15: Einfluss verschiedener Winglet-Varianten mit $\beta_N \neq 0^\circ$ auf die Rotorleistung

sie bei WL 13 vorliegt, wirkt sich bei diesem Vorderkantenwinkel mindernd auf die Leistungssteigerung aus. Winglets mit starker Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{VK} = 40^\circ$) erreichen im Durchschnitt insgesamt niedrigere Effizienzgewinne als die Winglet-Varianten mit geringer oder mittlerer Pfeilung der Vorderkante. Innerhalb dieser Teilgruppe erzielt WL 17 mit einem Leistungszuwachs von $\delta_{C_P} = +1,22\%$ das beste Ergebnis. Die Variante WL 16 mit neutraler Hinterkante bildet mit lediglich $\delta_{C_P} = +0,48\%$ hingegen das leistungsschwächste Winglet der gesamten Variantengruppe.

Für die Variantengruppe mit Neigungswinkel $\beta_N = 35^\circ$ zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie bei den Winglets mit $\beta_N = 20^\circ$. Auch hier führen die Geometrien mit geringer Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{VK} = 10^\circ$) zu den höchsten Leistungssteigerungen. WL 21 erzielt mit $\delta_{C_P} = +4,21\%$ hierbei das beste Ergebnis innerhalb der Gruppe, wobei auch WL 20 mit $\delta_{C_P} = +4,17\%$ auf einem vergleichbaren Niveau liegt. Bei mittlerer Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{VK} = 20^\circ$) fallen die Leistungserhöhungen insgesamt moderater aus. Die Variante WL 24 mit neutraler Hinterkante erzielt mit $\delta_{C_P} = +3,61\%$ dabei den höchsten Wert innerhalb dieser Teilgruppe. Im Vergleich dazu bleibt WL 22 mit ausgeprägt negativer Hinterkantenpfeilung ($\vartheta_{HK} = -20^\circ$) leicht zurück, was die Tendenz bestätigt, dass neutrale oder leicht negative Ausführungen der Hinterkante aerodynamisch günstiger sind, während eine stärkere negative Pfeilung die Effizienz mindert. Winglet-Varianten mit starker Vorderkantenpfeilung ($\vartheta_{VK} = 40^\circ$) schneiden im Vergleich zu den übrigen Winglets dieser Variantengruppe erneut schwächer ab. Die besten Resultate erzielen hierbei die Geometrien mit positiv gepfeilter Hinterkante (WL 26 und WL 27) mit einer Leistungssteigerung von

jeweils $\delta_{C_P} \approx +3,00\%$. Die Variante WL 25 mit neutralem Hinterkantenwinkel erreicht hingegen einen geringeren Zuwachs. Insgesamt bestätigt sich somit auch für $\beta_N = 35^\circ$, dass eine starke Vorderkantenpfeilung tendenziell mit geringeren Effizienzgewinnen einhergeht. Eine positive Hinterkantenpfeilung kann diesen Effekt zwar teilweise kompensieren, bleibt jedoch hinsichtlich des Leistungsniveaus hinter den Winglets mit geringer Vorderkantenpfeilung und neutraler bzw. leicht negativ gepfeilter Hinterkante zurück.

Zur Identifikation der effizientesten Winglet-Geometrien innerhalb der Variantengruppe mit Neigungswinkel $\beta_N \neq 0^\circ$ wird – in Anlehnung an die vorangegangene Analyse der Fälle mit $\beta_N = 0^\circ$ – ergänzend der Einfluss auf die strukturelle Belastung der Rotorblätter anhand der maximal auftretenden Biegemomente untersucht. Ziel ist es auch hier, Winglet-Varianten zu identifizieren, die eine signifikante Leistungssteigerung mit einer möglichst geringen strukturellen Beanspruchung vereinen und somit eine ausgewogene aerodynamisch-strukturelle Effizienz gewährleisten. Analog zur Betrachtung bei $\beta_N = 0^\circ$ wird hierfür das Biegemoment um die Rotorblattwurzel bei $z = 10,15\text{ m}$ bestimmt.

Abbildung 5.16 zeigt die prozentualen Änderungen der maximalen Biegemomente gegenüber der Referenz für die verschiedenen Winglet-Geometrien mit einem Neigungswinkel von $\beta_N = 20^\circ$. Für das maximale Flapwise-Biegemoment lässt sich hierbei ein sichtbarer Einfluss durch die Pfeilung der Vorder- und Hinterkante erkennen. Die größte Reduktion tritt in diesem Fall bei den Varianten WL 13 ($\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -4,03\%$) und WL 16 ($\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -3,85\%$) auf, die zugleich durch eine stark verringerte Profiltiefe im Bereich der Rotorblattspitze

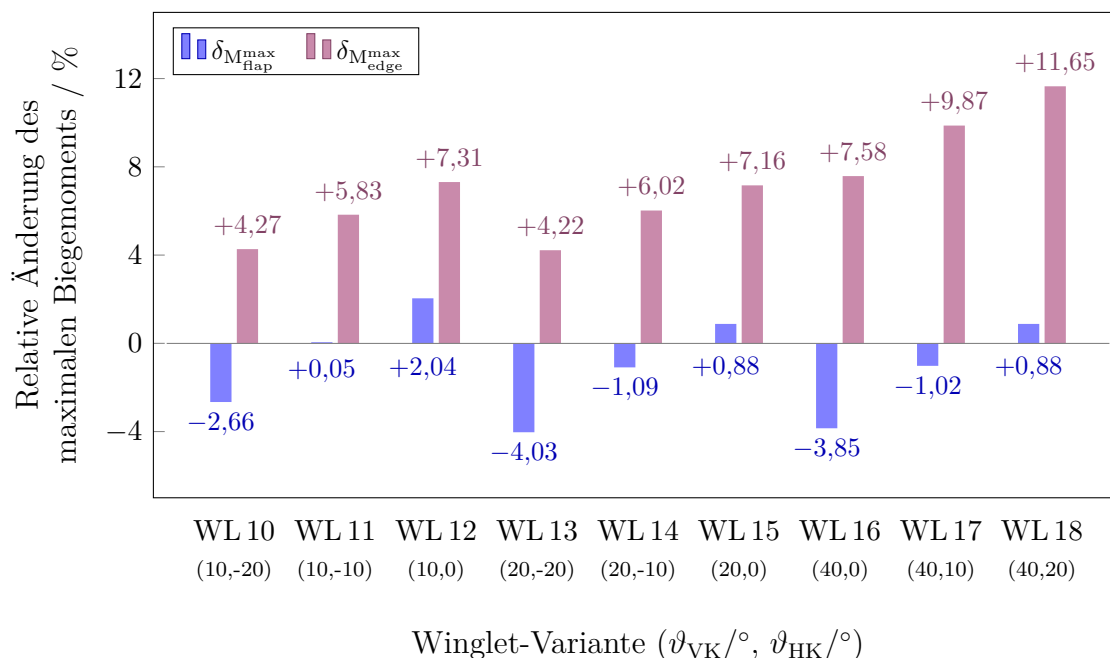


Abb. 5.16: Relative Änderung des maximalen Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für verschiedene Winglet-Varianten mit $\beta_N = 20^\circ$ im Vergleich zur Referenz

gekennzeichnet sind, was auf einen möglichen Zusammenhang mit der strukturellen Entlastung hindeutet. Dies kann durch die Betrachtung von WL 10 bestätigt werden. Eine deutliche Erhöhung der maximalen Flapwise-Biegelast zeigt sich hingegen bei der Variante WL 12, die mit $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = +2,04\%$ den größten Zuwachs innerhalb der Variantengruppe aufweist. Gleichzeitig verzeichnet dieses Winglet mit $\delta_{C_p} = +2,08\%$ jedoch auch den höchsten Leistungszuwachs, sodass der beobachtete Effizienzgewinn auf eine Verlagerung der aerodynamischen Lastverteilung in Richtung der Rotorblattspitzen hindeutet, wodurch eine erhöhte strukturelle Beanspruchung an den Rotorblattwurzeln entsteht. Im Gegensatz dazu zeigt das maximale Edgewise-Biegemoment bei sämtlichen Winglet-Varianten eine deutliche Zunahme im Vergleich zur Referenz. Besonders ausgeprägt fällt diese bei den Winglets mit starker Vorderkantenpfeilung in Kombination mit ebenfalls stark gepfeilter Hinterkante aus. So verzeichnet WL 18 mit $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +11,65\%$ die höchste Edgewise-Biegelast innerhalb der Variantengruppe. Die geringsten Steigerungen treten hingegen bei den Winglet-Varianten mit stark negativer Hinterkantenpfeilung auf, bspw. bei WL 13 ($\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +4,22\%$) und WL 10 ($\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +4,27\%$), was auf eine insgesamt günstigere aerodynamische Interaktion dieser Geometrien hindeutet.

Für die Winglet-Varianten mit einem Neigungswinkel von $\beta_N = 35^\circ$ sind die prozentualen Änderungen der maximalen Biegemomente in Abbildung 5.17 dargestellt. Im Vergleich zu den Geometrien mit $\beta_N = 20^\circ$ treten hierbei insgesamt sichtbar höhere Belastungen auf, sowohl für die maximale Flapwise- als auch für die maximale Edgewise-Biegebelastung. Diese Zunahme ist unter anderem auf die stärkere Auslenkung der Rotorblattspitze infolge des größeren Neigungswinkels zurückzuführen, wodurch sich der wirksame Hebelarm der angreifenden Kräfte relativ zur Rotorblattwurzel vergrößert und eine entsprechend veränderte strukturelle Beanspruchung des Rotorblatts entsteht. Das maximale Flapwise-Biegemoment liegt für die untersuchten Geometrien zwar insgesamt auf einem niedrigeren Niveau als das maximale Edgewise-Biegemoment, zeigt jedoch ausgeprägte Unterschiede zwischen den einzelnen Winglet-Varianten. Eine Reduktion gegenüber der Referenz ergibt sich in diesem Zusammenhang bei WL 22 mit $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -0,37\%$ sowie bei WL 25 mit $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -0,34\%$, wobei beide Winglets eine signifikante Verkleinerung der Profiltiefe an der Flügelspitze aufweisen, was – analog zur Auswertung bei $\beta_N = 20^\circ$ – auf eine entlastende Wirkung dieser Geometrien in diesem Bereich hindeutet. Die größten Steigerungen treten hingegen bei WL 21 mit $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = +5,06\%$ und WL 24 mit $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = +3,91\%$ auf, deren geometrische Auslegung durch eine geringe bis moderate Vorderkantenpfeilung bei gleichzeitig fehlender Hinterkantenpfeilung gekennzeichnet ist. Das Verhalten des maximalen Edgewise-Biegemoments unterscheidet sich demgegenüber erheblich, sodass für sämtliche Winglet-Varianten eine merkliche Erhöhung gegenüber der Referenz resultiert. Die auffälligsten Erhöhungen treten dabei bei Winglets mit starker Vorder- und Hinterkantenpfeilung auf. Besonders ausgeprägt zeigt sich dies bei WL 27 mit $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +17,28\%$.

Auch die übrigen Winglet-Varianten erreichen im Durchschnitt Werte von $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} > 12\%$, womit das Belastungsniveau insgesamt deutlich über dem der Geometrien mit geringerem Neigungswinkel ($\beta_N = 20^\circ$) liegt. Die geringste Erhöhung wird im Vergleich dazu bei WL 22 mit $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +10,82\%$ beobachtet. Dieses Winglet verzeichnet zugleich eine Reduktion des maximalen Flapwise-Biegemoments und stellt damit eine Ausnahme im ansonsten sehr einheitlichen Belastungsbild dar.

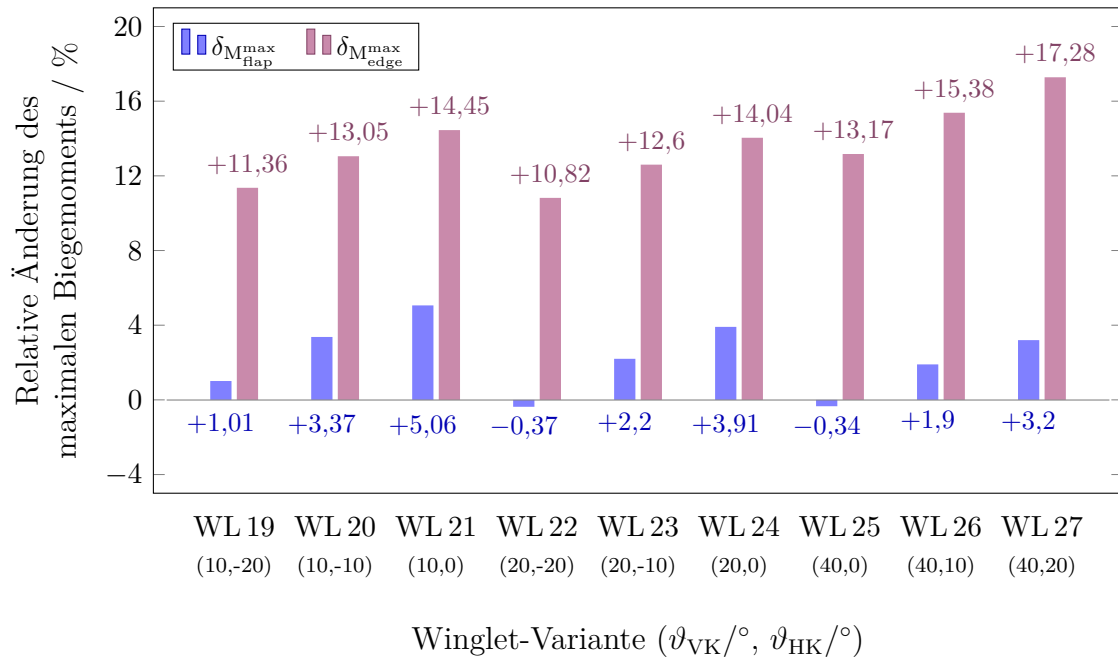


Abb. 5.17: Relative Änderung des maximalen Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für verschiedene Winglet-Varianten mit $\beta_N = 35^\circ$ im Vergleich zur Referenz

Die kombinierte Bewertung von Effizienzsteigerung und Biegelastverhalten bei den Winglet-Varianten mit $\beta_N = 20^\circ$ und $\beta_N = 35^\circ$ (Variantengruppe 2 und 3) ermöglicht schließlich die gezielte Identifikation von Geometrien mit hohem aerodynamischem Potenzial bei moderater Lastzunahme. Für $\beta_N = 20^\circ$ erweist sich die Variante WL 14 ($\vartheta_{\text{VK}} = 20^\circ, \vartheta_{\text{HK}} = -10^\circ, \beta_N = 20^\circ$) als besonders vorteilhaft. Sie vereint eine erkennbare Effizienzsteigerung mit einer gleichzeitigen Entlastung des maximalen Flapwise-Biegemoments, während die Zunahme der maximalen Edgewise-Biegebelastung noch als moderat einzustufen ist. Für den höheren Neigungswinkel $\beta_N = 35^\circ$ stellt die Variante WL 22 ($\vartheta_{\text{VK}} = 20^\circ, \vartheta_{\text{HK}} = -20^\circ, \beta_N = 35^\circ$) die überzeugendste Kompromisslösung dar. Sie weist eine Reduktion der maximalen Flapwise-Biegebelastung auf und erreicht zugleich die geringste Erhöhung des maximalen Edgewise-Biegemoments. Gleichzeitig wird eine substantielle Steigerung der aerodynamischen Effizienz erzielt. Auf Grundlage dieser Erkenntnisse werden die beiden Varianten WL 14 und WL 22 im weiteren Verlauf einer vertiefenden Analyse unterzogen,

mit besonderem Fokus auf die azimuthalen Verläufe der zuvor betrachteten Größen über eine vollständige Rotorumdrehung.

Abbildung 5.18 zeigt den azimuthalen Verlauf des Leistungsbeiwerts über einen vollständigen Rotorlauf für die ausgewählten Varianten WL 14 und WL 22 im direkten Vergleich mit der Referenz. Für die Einzelblattbetrachtung zeigt sich erwartungsgemäß der charakteristische Verlauf mit einem dominanten Maximum auf der Aufwindseite und einer abgeschwächten Ausprägung des Verlaufs auf der Abwindseite (vgl. Abbildung 5.18a). Die untersuchten Winglet-Varianten führen dabei zu einer sichtbaren Leistungssteigerung gegenüber der Referenz, wobei sich die Unterschiede insbesondere im Bereich des Maximums auf der Aufwindseite bei $\varphi = 276^\circ$ manifestieren. Für die Referenzsimulation ergibt sich hier ein maximaler Leistungsbeiwert von $C_P(276^\circ) = 0,583$. Die Varianten WL 14 und WL 22 zeigen an derselben Position Zunahmen von $\delta_{C_P} = +2,2\%$ bzw. $\delta_{C_P} = +4,3\%$. Auf der Abwindseite bleiben die qualitativen Verläufe zwischen der Referenz und den Winglet-Varianten hingegen nahezu unverändert, was auf einen lokal begrenzten Einfluss der Geometrien auf die Strömungsverhältnisse in diesem Bereich schließen lässt. Auf Ebene des Gesamtsystems (vgl. Abbildung 5.18b) zeigt sich aufbauend auf der Einzelblattbetrachtung ein konsistentes Bild: Die Minima des Rotorleistungsbeiwerts variieren zwischen den untersuchten Winglet-Varianten und der Referenz nur geringfügig und verbleiben auf einem nahezu konstanten Niveau. Die Unterschiede zwischen den Winglet-

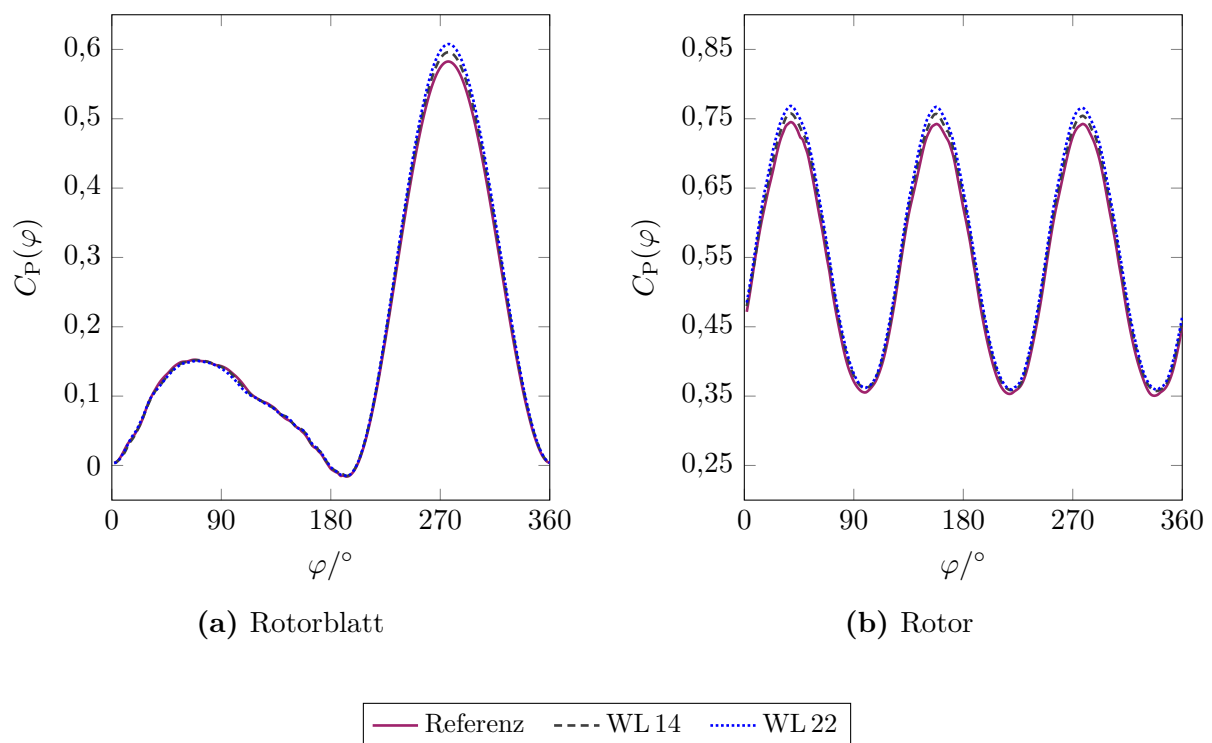


Abb. 5.18: Azimutaler Verlauf des Leistungsbeiwerts für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N \neq 0$ im Vergleich zur Referenz

Varianten und der Referenz zeigen sich demnach vor allem im Bereich der Maxima, die mit zunehmendem Neigungswinkel der Winglets im Vergleich zur Referenz deutlich ansteigen. Für die Referenzsimulation ergibt sich ein über den Rotorumfang gemittelter Rotorleistungsbeiwert von $C_P = 0,560$. Im Vergleich dazu erreicht die Variante WL 14 eine Leistungssteigerung von $\delta_{C_P} = +1,80\%$, während WL 22 mit $\delta_{C_P} = +3,28\%$ einen höheren Zuwachs verzeichnet. Diese Werte entsprechen den in Abbildung 5.15 bereits dargestellten Ergebnissen.

Der azimutale Verlauf der Biegemomente an der Rotorblattwurzel ist für die Winglet-Varianten WL 14 und WL 22 zusammen mit der Referenzsimulation in Abbildung 5.19 dargestellt. Die Verläufe beider Biegemomente zeigen hierbei eine enge qualitative Übereinstimmung mit den zuvor analysierten Verläufen beim Neigungswinkel von $\beta_N = 0^\circ$, wobei das Flapwise-Biegemoment die charakteristische Lastumkehr zwischen Ab- und Aufwindseite aufweist, wohingegen das Edgewise-Biegemoment über den gesamten Rotorumfang hinweg weitgehend richtungskonstant bleibt. Dieses Verhalten bestätigt auch hier die physikalischen Erwartungen, sodass sich die tangentialen Kräfte – im Gegensatz zu den normal zur Rotorblattebene wirkenden Komponenten – nicht umkehren, sondern lediglich in ihrer Intensität variieren.

Für das Flapwise-Biegemoment lassen sich die größten Unterschiede zwischen den Winglet-Varianten und der Referenz auf der Abwindseite erkennen. In diesem Bereich erreicht

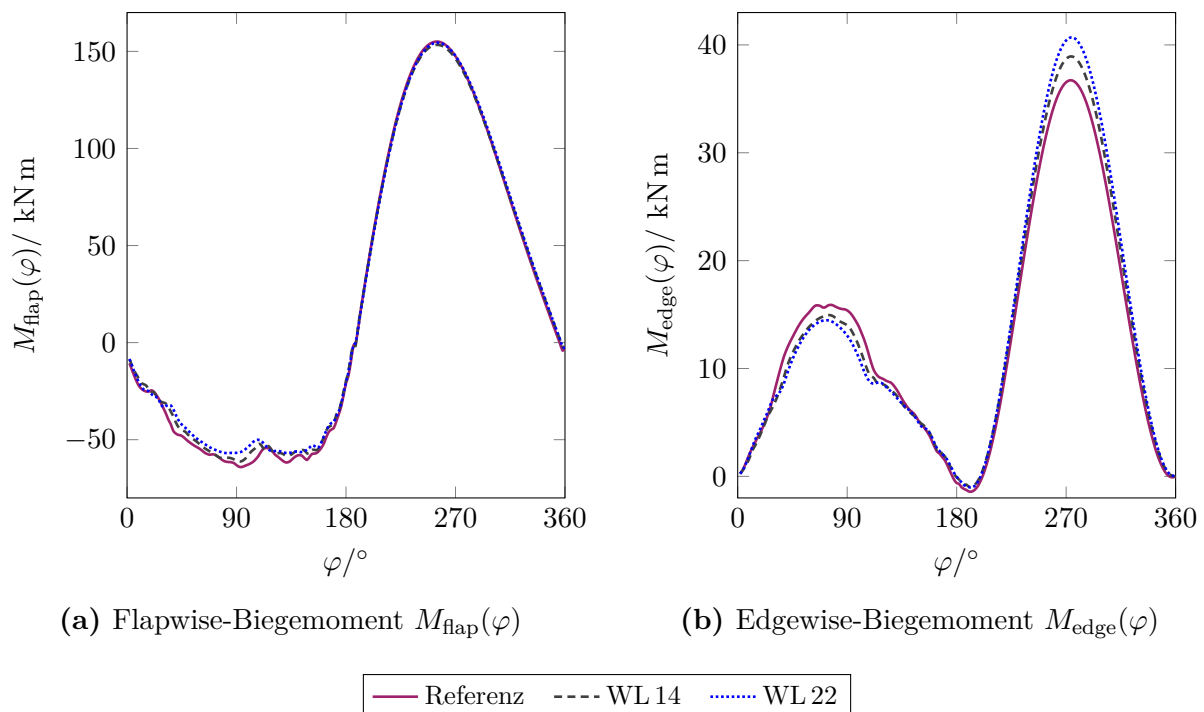


Abb. 5.19: Azimutaler Verlauf des Flapwise- und Edgewise-Biegemoments an der Rotorblattwurzel für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N \neq 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz

die Geometrie ohne Winglets ihre maximale Biegelast bei $\varphi = 94^\circ$ mit einer Lastspitze von $|M_{\text{flap}}(94^\circ)| = 64,96 \text{ kN m}$. WL 14 verzeichnet an dieser Stelle eine Reduktion um $\delta_{|M_{\text{flap}}(94^\circ)|} = -5,8 \%$, WL 22 hingegen eine Entlastung von $\delta_{|M_{\text{flap}}(94^\circ)|} = -8,5 \%$. Auf der Aufwindseite fallen die relativen Abweichungen dagegen deutlich geringer aus. Die maximale Biegelast der Referenz beträgt hier $M_{\text{flap}}^{\text{max}} = 155 \text{ kN m}$ und liegt bei $\varphi = 254^\circ$ vor. Für WL 14 reduziert sich dieser Wert um $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -1,09 \%$, während WL 22 mit $\delta_{M_{\text{flap}}^{\text{max}}} = -0,37 \%$ eine noch geringfügigere Entlastung aufweist.

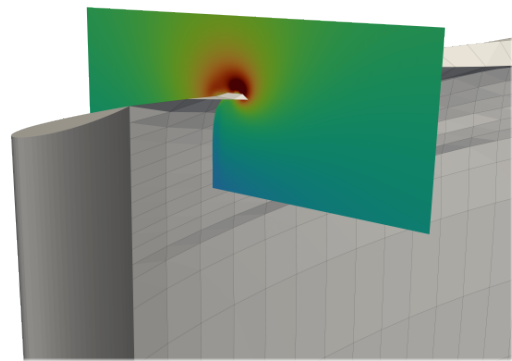
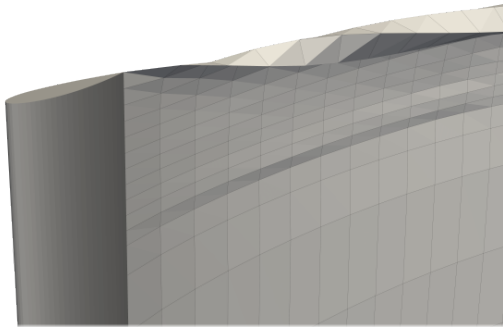
Für das Edgewise-Biegemoment zeigt sich auf der Abwindseite bei $\varphi = 76^\circ$ eine Lastspitze, die in der Referenzsimulation bei $M_{\text{edge}}(76^\circ) = 15,9 \text{ kN m}$ liegt. Sowohl WL 14 als auch WL 22 führen in diesem Bereich zu einer strukturellen Entlastung: Die zugehörige relative Abweichung beträgt $\delta_{M_{\text{edge}}(76^\circ)} = -5,92 \%$ für WL 14 bzw. $\delta_{M_{\text{edge}}(76^\circ)} = -8,99 \%$ für WL 22. Demgegenüber resultiert in der Aufwindphase durch den Einsatz der Winglets eine deutlich höhere strukturelle Beanspruchung. Die Referenz verzeichnet in diesem Bereich bei $\varphi = 274^\circ$ einen maximalen Wert von $M_{\text{edge}}^{\text{max}} = 36,72 \text{ kN m}$. Die Variante WL 14 führt zu einer Erhöhung um $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +6,02 \%$, wobei WL 22 mit $\delta_{M_{\text{edge}}^{\text{max}}} = +10,82 \%$ eine nochmals deutlich ausgeprägtere Spitzenbelastung aufweist.

Analog zur vorherigen Analyse wird abschließend die Entwicklung der Nachlaufstruktur sowie die Geschwindigkeitsverteilung hinter dem Rotorblatt untersucht. Die ausgewählten Winglet-Varianten mit Neigungswinkel $\beta_N \neq 0^\circ$ (WL 14 und WL 22) sind hierfür zusammen mit der Referenz in Abbildung 5.20 dargestellt. Das betrachtete Rotorblatt befindet sich – analog zur vorherigen Betrachtung bei $\beta_N = 0^\circ$ – bei einer Azimutposition von $\varphi = 240^\circ$, während die zugehörige Ebene zur Darstellung der Geschwindigkeitsverteilung bei $\varphi = 230^\circ$ liegt und die Normale dieser Ebene tangential zur Rotorkreisbahn ausgerichtet ist.

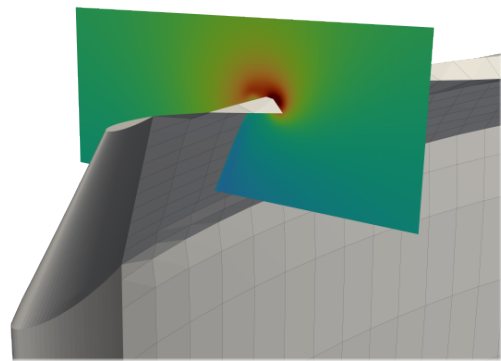
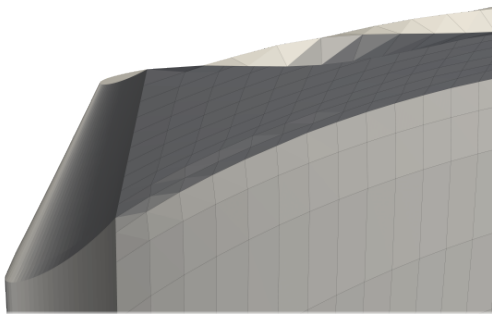
Der Vergleich verdeutlicht, dass sich mit zunehmendem Neigungswinkel des Winglets eine markante Veränderung der Nachlaufstruktur erkennen lässt. Besonders deutlich tritt dieser Effekt bei der Variante WL 22 mit $\beta_N = 35^\circ$ auf. Die Struktur des Nachlaufs im Übergangsbereich zum Winglet wird hierbei maßgeblich von der ausgeprägten Schrägstellung des Winglets bestimmt, wohingegen der Einfluss der Hinterkantenpfeilung – im Unterschied zu den Geometrien mit einem Neigungswinkel von $\beta_N = 0^\circ$ – in den Hintergrund tritt. Die beobachtete Einwärtsverlagerung des Randwirbels in Richtung der Rotorachse lässt zudem auf eine veränderte Abführung der Zirkulation im Bereich der Flügelspitze schließen. Durch die Neigung des Winglets wird die induzierte Nachlaufströmung infolgedessen verstärkt nach innen gelenkt, wodurch die Ausprägung des Randwirbels nicht mehr wie in der Referenz im Bereich der Rotorebene konzentriert ist. Ein weiterer Hinweis auf diese modifizierte Wirbelstruktur ergibt sich aus der Analyse der Geschwindigkeitsverteilung in der Ebene, wobei mit zunehmendem Neigungswinkel die kinetische Energie innerhalb des Wirbelkerns erkennbar abnimmt. Der Randwirbel wird dabei in den Spitzenbereich des Winglets verlagert und fällt dort schwächer aus.

Entwicklung Nachlaufstruktur

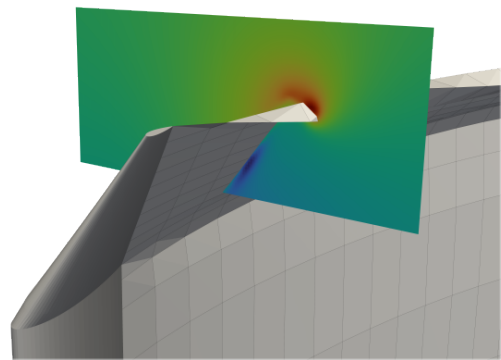
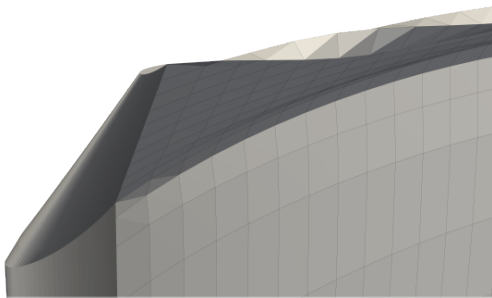
Geschwindigkeitsverteilung



(a) Referenz ($\vartheta_{VK} = 0^\circ, \vartheta_{HK} = 0^\circ, \beta_N = 0^\circ$)



(b) WL 14 ($\vartheta_{VK} = 20^\circ, \vartheta_{HK} = -10^\circ, \beta_N = 20^\circ$)



(c) WL 22 ($\vartheta_{VK} = 20^\circ, \vartheta_{HK} = -20^\circ, \beta_N = 35^\circ$)

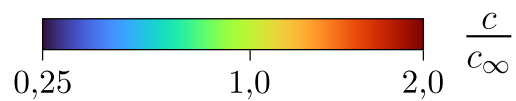


Abb. 5.20: Entwicklung der Nachlaufstruktur für ausgewählte Winglet-Varianten mit $\beta_N \neq 0^\circ$ im Vergleich zur Referenz

6 Diskussion

Zunächst liegt der Fokus der Diskussion auf dem in Kapitel 5.1 durchgeführten Methodenvergleich zwischen Panelmethode und CFD. Besonders die Analyse der Rotordrehmoment- und Rotorleistungskennlinien der untersuchten Vertikalachsen-Windkraftanlage verdeutlicht in diesem Zusammenhang eindeutig die Grenzen der Panelmethode als potentialtheoretisches Verfahren. Basierend auf dieser Analyse lässt sich im Leistungsoptimum eine ausgeprägte Übereinstimmung zwischen beiden numerischen Methoden feststellen. Diese hohe Übereinstimmung spiegelt sich auch in den quantitativen Vergleichsgrößen wider: Die relativen Abweichungen der über den Rotor gemittelten Beiwertgrößen liegen für alle untersuchten Anströmgeschwindigkeiten unterhalb von 2%. Sowohl die Position als auch die Ausprägung des Rotorleistungsmaximums werden durch die Panelmethode präzise erfasst; ebenso stimmen die Position und der Verlauf des Maximums des Rotordrehmomentbeiwerts gut mit den Referenzdaten überein. Diese hohe Übereinstimmung ist vor allem darauf zurückzuführen, dass viskose Effekte in diesem Betriebsbereich nur in geringem Maße auftreten. Dadurch wird trotz der idealisierten Modellannahmen der Panelmethode eine realitätsnahe Abbildung der Strömungsverhältnisse ermöglicht. Außerhalb dieses optimalen Arbeitsbereichs weichen die Ergebnisse hingegen zunehmend voneinander ab. Im Teillastbetrieb prognostiziert die Panelmethode systematisch zu hohe Rotorleistungsbeiwerte, was insbesondere auf die Vernachlässigung viskoser Effekte wie Strömungsablösungen bei hohen lokalen Anstellwinkeln zurückzuführen ist, die in diesem Betriebsbereich auftreten. Dadurch wird die aerodynamische Effizienz der VAWT überschätzt. Im Überlastbereich werden die strömungsmechanischen Verluste durch die Panelmethode hingegen tendenziell unterschätzt, da der zunehmende Einfluss des Profilwiderstands bei steigender Umfangsgeschwindigkeit nicht adäquat berücksichtigt werden kann. Ein weiterer zentraler Unterschied zwischen den beiden Ansätzen betrifft die räumliche Erfassung der Strömung. Die CFD-Simulationen basieren auf einem zweidimensionalen Modell, in dem die Strömung entlang der Rotorachse als invariant modelliert wird. Dreidimensionale Effekte wie variierende Auftriebsverteilungen über die Rotorblattspannweite, Auftriebsverluste an den Rotorblattspitzen oder induzierte Widerstände können in diesem Ansatz daher nicht abgebildet werden. Im Gegensatz dazu ermöglicht die eingesetzte dreidimensionale Panelmethode die explizite Berücksichtigung dieser Effekte, wodurch eine differenzierte Beschreibung der Nachlaufstruktur sowie der lokalen Strömungs- und Kraftverhältnisse ermöglicht wird.

Eine eindeutige Aussage darüber, welche der beiden Verfahren die realen Strömungsverhältnisse besser abbildet, ist jedoch nur eingeschränkt möglich. Vorrangig ist vielmehr die methodenspezifische Einordnung der Ergebnisse unter Berücksichtigung der jeweiligen Stärken und Limitationen.

Die über den Rotorumlauf aufgelösten azimutalen Verläufe der dimensionslosen Beiwerte von Leistung und Tangentialkraft zeigen, dass diese im Bereich des Leistungsoptimums der untersuchten Konfiguration für beide numerische Verfahren eine vergleichbare qualitative Struktur aufweisen. Dies gilt trotz der unterschiedlichen physikalischen Modellannahmen und der jeweiligen Berücksichtigung bzw. Vernachlässigung viskoser und dreidimensionaler Effekte. Der charakteristische asymmetrische Verlauf zwischen Abwind- und Aufwindseite auf Einzelblattebene verdeutlicht dabei die Fähigkeit der Panelmethode, instationäre Lastwechsel im Rotorumlauf realitätsnah zu erfassen. Auch die Entstehung der dominanten leistungswirksamen Beiträge in der ersten Hälfte der Aufwindphase, wie sie für Vertikalachsen-Windkraftanlagen mit *Darrieus-H*-Rotor charakteristisch ist, wird von dem potentialtheoretischen Verfahren konsistent abgebildet. Abweichungen zwischen den numerischen Verfahren treten hingegen vor allem auf der Abwindseite auf, wo die Ergebnisse der Panelmethode systematisch auf einem niedrigeren Niveau liegen. Diese Abweichungen sind dabei nicht ausschließlich auf die fehlende Modellierung viskoser Effekte zurückzuführen, sondern in besonderem Maße auf die explizite Erfassung dreidimensionaler Strömungsphänomene im Rahmen der Panelmethode, die in diesem Abschnitt des Rotorumlaufs durch die Wechselwirkung zwischen den Rotorblättern und ihrem Nachlauf verstärkt auftreten. Die dadurch beeinflussten Randwirbelstrukturen induzieren zusätzliche Geschwindigkeitsanteile, welche die effektive Anströmung der Rotorblätter lokal abschwächen und zu einem ausgeprägten Leistungsabfall führen. Dieser Leistungsabfall kann von dem zweidimensionalen CFD-Ansatz nicht berücksichtigt werden und es entsteht ein gleichmäßiger, idealisierter Verlauf (Plateau). Auf Ebene des Rotors gleichen sich die modellierungsbedingten Abweichungen für den Leistungs- und Tangentialkraftbeiwert aus, sodass im Gesamtverlauf eine nahezu deckungsgleiche Übereinstimmung zwischen den beiden numerischen Methoden vorliegt. Auch bei der Analyse der übrigen aerodynamischen Kräfte lassen sich die beobachteten Abweichungen, neben auftretenden viskosen Effekten, im Wesentlichen auf die dreidimensionale Modellierung im Rahmen der Panelmethode zurückführen. Besonders deutlich wird dies bei den Normalkräften, die in der Panelmethode insgesamt auf einem höheren Niveau liegen als im CFD-Ansatz. Für die Kräfte in Strömungsrichtung ergibt sich hingegen ein differenzierteres Bild: Während die über den Rotorumlauf gemittelten Kräfte auf Rotorebene zwischen beiden Methoden weitgehend übereinstimmen, zeigt die Panelmethode eine deutlich größere azimutale Schwankungsbreite. Hinsichtlich der Querbelastung lässt sich zusätzlich eine ausgeprägte negative resultierende Kraft erkennen, während sich im CFD-Verfahren über den gesamten Umlauf hinweg eine nahezu vollständige Aufhebung

der Kräfte ergibt. Insgesamt zeigt sich jedoch, dass die Panelmethode sowohl die dominierenden Kraftkomponenten als auch deren azimutale Verläufe physikalisch konsistent abbildet, insbesondere bei Kraftanteilen, die im Wesentlichen durch dreidimensionale Effekte geprägt sind.

Die erhobenen Ergebnisse stützen die zu Beginn der Arbeit formulierte Hypothese 1, wonach die entwickelte Panelmethode im optimalen Betriebsbereich einer VAWT eine zuverlässige und zugleich effiziente Prognose der aerodynamischen Charakteristik ermöglicht. Ein wesentlicher Vorteil der Methode liegt hierbei im deutlich geringeren Rechenaufwand. Im Vergleich zur zweidimensionalen CFD-Simulation ergeben sich für die vorliegende Untersuchung demnach Einsparungen von etwa 60 %; gegenüber vollaufgelösten 3D-CFD-Simulationen ist von einem noch deutlicheren Vorteil hinsichtlich des Rechenaufwands auszugehen. Zugleich ermöglicht die Panelmethode jedoch die explizite Erfassung dreidimensionaler Effekte, die für die Analyse aerodynamischer Optimierungen an den Rotorblattenden entscheidend sind.

Die Untersuchung der verschiedenen Winglet-Varianten mithilfe der entwickelten Panelmethode (vgl. Kapitel 5.2) zeigt, dass das Verfahren im frühen Entwurfsprozess grundsätzlich geeignet ist, aerodynamische und strukturelle Unterschiede zwischen einzelnen Geometrien systematisch zu erfassen. Zugleich wird ersichtlich, dass die aerodynamische Wirksamkeit der betrachteten Geometrien wesentlich von den gewählten Auslegungsparametern abhängt, wobei insbesondere Pfeilung und Neigung die Gesamteffizienz des Systems entscheidend beeinflussen.

Ein besonders charakteristisches Verhalten zeigen die Winglet-Varianten ohne ausgeprägten Neigungswinkel ($\beta_N = 0^\circ$). Bei diesen Varianten beeinflusst die Pfeilung der Vorder- und Hinterkante vor allem das strukturelle Belastungsverhalten der Rotorblätter, da sie die Profiltiefe an den Flügelspitzen verändert und somit die dort angreifenden Kräfte modifiziert. Da diese Kräfte in einem Bereich mit großem Hebelarm zur Rotorblattwurzel wirken, kann ihre Reduktion zu einer deutlichen Abnahme der maximalen Biegemomente führen und damit eine strukturelle Entlastung ermöglichen. Bestätigt wird dieses Verhalten durch die detaillierte Analyse der azimutalen Verläufe des Flapwise-Biegemoments für die effizientesten Winglet-Varianten WL 1 und WL 5 der ersten Variantengruppe. Dabei zeigt sich, dass die strukturelle Entlastung vor allem auf der Aufwindseite auftritt, während auf der Abwindseite keine signifikanten Veränderungen im azimutalen Verlauf zu erkennen sind. Aus strukturmechanischer Sicht ist die fehlende Entlastung in der Abwindphase jedoch vernachlässigbar, da die höchsten Lastspitzen in der Aufwindphase auftreten, sodass eine Reduktion in diesem Bereich besonders relevant erscheint. Neben dem dominierenden Flapwise-Biegemoment erweist sich in diesem Zusammenhang auch das Edgewise-Biegemoment als auslegungskritisch. Es reagiert sensibel auf geometrische Modifikationen und spielt damit eine zentrale Rolle in der strukturellen Bewertung. Besonders

ausgeprägt ist dessen Einfluss bei Konfigurationen mit stark positiv gepfeilter Hinterkante, bei denen die Flügelhinterkante aus der ursprünglichen Flügelebene nach hinten verlagert wird. In solchen Fällen lässt sich eine signifikante Zunahme des Edgewise-Biegemoments beobachten. Im Gegensatz dazu zeigen die effizientesten Winglet-Varianten WL 1 und WL 5 eine zyklusabhängige Entlastung der Edgewise-Belastung, mit einer geringfügigen Reduktion während der Aufwind- und einer moderaten Abnahme in der Abwindphase. Dies unterstreicht die komplexe Wechselwirkung zwischen geometrischer Gestaltung und dem daraus resultierenden Lastverlauf. Wird der Fokus dagegen auf die aerodynamische Leistungsfähigkeit gelenkt, so zeigt sich, dass die Winglet-Varianten mit $\beta_N = 0^\circ$ insgesamt einen negativen Einfluss auf das absolute Leistungsniveau des Gesamtsystems aufweisen. Dies ist auf die reduzierte Rotorblattfläche im äußeren Rotorbereich zurückzuführen, wodurch weniger wirksame Fläche zur Auftriebserzeugung und damit zur Bereitstellung des Rotordrehmoments zur Verfügung steht. Die daraus resultierenden Einbußen bleiben jedoch moderat und lassen sich durch eine gezielte geometrische Auslegung der Pfeilung zumindest teilweise kompensieren. Vor diesem Hintergrund bietet eine flächenspezifische Analyse auf Basis eines modifizierten Rotorleistungsbeiwerts eine geeignete Grundlage zur differenzierten Bewertung des aerodynamischen Potenzials dieser Varianten. Besonders vorteilhaft schneiden in diesem Kontext Geometrien mit geringer bis mittlerer Vorderkantenpfeilung in Kombination mit einer negativ gepfeilten Hinterkante ab. Diese Geometrien verbinden eine gesteigerte flächenspezifische Effizienz mit einer moderaten Abnahme der Gesamteffizienz und weisen damit ein hohes Effizienzverhältnis auf – ein entscheidendes Kriterium bei materialeffizienter Auslegung.

Im Gegensatz dazu lässt sich insbesondere bei den Winglet-Varianten mit $\beta_N \neq 0^\circ$ eine absolute Leistungssteigerung beobachten, die auf eine gezielte Verlagerung des Randwirbels in den Spitzenbereich des jeweiligen Winglets zurückzuführen ist. Hierdurch wird der induzierte Widerstand verringert, während gleichzeitig der störende Einfluss des Randwirbels auf die Auftriebsverteilung entlang des Hauptflügels abgeschwächt wird. Das Ausmaß dieser aerodynamischen Verbesserung hängt jedoch maßgeblich von der konkreten Neigung des Winglets sowie von der spezifischen Kombination aus Vorder- und Hinterkantenpfeilung ab. Insgesamt wirken sich diese Strömungseffekte direkt auf den Rotorwirkungsgrad aus. Besonders auf der Aufwindseite kommt es durch geneigte Winglet-Geometrien dabei zu einer signifikanten Steigerung der lokalen Effizienz, während die Abwindseite weitgehend unbeeinflusst bleibt. Daraus resultiert ein asymmetrischer Leistungsbeitrag, der die günstigen Strömungsverhältnisse während der Aufwindphase gezielt ausnutzt, ohne die aerodynamische Wirksamkeit in der gegenüberliegenden Zyklusphase zu beeinflussen. Der aerodynamischen Verbesserung stehen jedoch auch strukturelle Herausforderungen gegenüber. Besonders stark geneigte Winglet-Ausführungen führen demzufolge systematisch zu erhöhten strukturellen Belastungen, vornehmlich in Form

gesteigerter Edgewise-Biegemomente. Diese beobachtete Zunahme ist zum einen auf die durch die Neigung bewirkte Verlagerung der Flügelenen aus der Rotorblattebene zurückzuführen, wodurch sich der wirksame Hebelarm der angreifenden aerodynamischen Kräfte verändert. Zum anderen führen lokal veränderte Strömungsverhältnisse im äußeren Spannweitenbereich – insbesondere während der Aufwindphase – zu einer Modifikation der tangentialen Kraftanteile. Die Überlagerung beider Effekte verstärkt die strukturelle Beanspruchung in Edgewise-Richtung. Eine weiterführende Analyse der azimuthal aufgelösten Biegemomentenverläufe über einen vollständigen Rotorumlauf bestätigt dieses Verhalten. Sie zeigt, dass die effizientesten Winglets der Variantengruppen 2 und 3 (WL 14 und WL 22) die strukturellen Belastungen sowohl richtungs- als auch phasenabhängig beeinflussen. Bei beiden Biegemomenten lässt sich dabei auf der Abwindseite eine strukturelle Entlastung feststellen, die für das Edgewise-Biegemoment besonders deutlich ausfällt. Die Aufwindseite zeigt für die untersuchten Winglet-Varianten hingegen ein differenziertes Verhalten, abhängig von der spezifischen Winglet-Geometrie und der Richtung des Biegemoments. Zusammenfassend zeigt die Untersuchung somit, dass eine aerodynamisch optimierte Winglet-Auslegung stets im Kontext der strukturellen Lasten zu bewerten ist.

Die im Rahmen dieser Untersuchung als besonders effizient identifizierten Winglet-Varianten belegen, dass gezielte geometrische Anpassungen der Flügelenen die aerodynamischen Verhältnisse von Vertikalachsen-Windkraftanlagen im optimalen Betriebspunkt verbessern und somit zu einer Leistungssteigerung beitragen können, womit Hypothese 2 bestätigt werden kann. Für die frühe Entwurfsphase bieten die gewonnenen Erkenntnisse zudem eine belastbare Grundlage zur gezielten Vorauswahl geeigneter Winglet-Konfigurationen. Grundlage hierfür ist eine integrierte Bewertung aerodynamischer und struktureller Aspekte, wie sie durch die eingesetzte Panelmethode effizient ermöglicht wird. Diese erlaubt somit bereits in frühen Entwicklungsstadien eine fundierte Einschätzung relevanter Wirkzusammenhänge und trägt dazu bei, aufwändige dreidimensionale CFD-Simulationen gezielt und ressourcenschonend einzusetzen. Vor diesem Hintergrund lässt sich abschließend auch Hypothese 3 bestätigen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde mit OpenWIEN eine dreidimensionale Panelmethode zur instationären aerodynamischen Analyse von Vertikalachsen-Windkraftanlagen entwickelt. Ziel war es, ein numerisches Werkzeug bereitzustellen, das die aerodynamischen Effekte geometrischer Modifikationen im Bereich der Rotorblattspitzen zuverlässig erfasst und damit eine gezielte Vorauswahl aerodynamisch vorteilhafter Geometrien bereits in der frühen Entwurfsphase ermöglicht. Den Ausgangspunkt bildete zunächst eine Basisimplementierung der Methode zur instationären strömungsmechanischen Analyse einfacher Tragflügelkonfigurationen. Nach erfolgreicher Validierung an ausgewählten Testfällen wurde das Verfahren anschließend gezielt für die Simulation von Vertikalachsen-Windkraftanlagen weiterentwickelt. Hierfür wurde zunächst die Starrkörperbewegung der Rotorblätter berücksichtigt, um eine zeitlich aufgelöste Modellierung der Rotorumdrehung zu ermöglichen. Zur physikalisch konsistenten Erfassung der Nachlaufentwicklung wurde das Verfahren anschließend im Sinne eines hybriden Ansatzes erweitert, der die dynamische Ausbildung des Nachlaufs sowie dessen Interaktion mit den Rotorblättern explizit abbildet. Um zusätzlich den Rechenaufwand der Simulation zu begrenzen, wurden verschiedene numerische Optimierungen implementiert, darunter eine gezielte Limitierung des Nachlaufs sowie eine vereinfachte Fernfeldmodellierung. Insbesondere im Kontext früher Entwurfsphasen sind solche Maßnahmen essenziell, um eine große Anzahl an Varianten effizient analysieren zu können. Die Validierung der Panelmethode in ihrer für Vertikalachsen-Windkraftanlagen spezifisch erweiterten Ausprägung erfolgte im Anschluss auf Basis instationärer, zweidimensionaler CFD-Simulationen unter Berücksichtigung viskoser Effekte, wobei eine qualitative und quantitative Einordnung der Methode hinsichtlich ihrer Eignung zur Abbildung der Strömungsverhältnisse am Rotor im Mittelpunkt stand. Um den Einfluss der Netzauflösung auf die Ergebnisse zu minimieren, erfolgte in diesem Zusammenhang im Vorfeld für beide numerische Verfahren eine systematische Untersuchung der Netzunabhängigkeit. Dadurch ließ sich der Einfluss der räumlichen Diskretisierung auf die Simulationsergebnisse quantifizieren und die beobachteten Unterschiede zwischen den Methoden im Wesentlichen auf die jeweiligen physikalischen Modellannahmen zurückführen. Die zugrunde liegende Konfiguration für die numerische Untersuchung bestand aus einem dreiblättrigen *Darrieus-H*-Rotor mit NACA-0021-Profil. Der Vergleich mit den CFD-Simulationen zeigte, dass die Panelmethode insbesondere im Bereich des Leistungsoptimums der Windkraftanlage eine

enge Übereinstimmung mit den Referenzdaten erzielte. Außerhalb dieses Bereichs traten jedoch systematische Abweichungen auf, die sich in erster Linie auf viskose Effekte und dreidimensionale Strömungsphänomene zurückführen lassen. Im Rahmen einer systematischen Variantenanalyse wurden darauf aufbauend insgesamt 27 verschiedene Winglet-Geometrien mit variierenden Neigungswinkeln sowie Vorder- und Hinterkantenpfeilungen untersucht. Zur Unterstützung eines durchgängigen Arbeitsablaufs erfolgte hierfür die Integration eines Moduls zur direkten Geometrieerzeugung innerhalb von OpenWIEN. Dadurch entfiel die externe Modellierung und Vernetzung der Rotorblätter, was zu einer deutlichen Zeitersparnis im gesamten Analyseprozess führte. Die Auswertung der einzelnen Winglet-Varianten zeigte, dass gezielte geometrische Anpassungen der Pfeilung zu einer verbesserten flächenspezifischen Energiebereitstellung führen können. Insbesondere Winglets mit geringer Vorderkantenpfeilung in Kombination mit einer negativ gepfeilten Hinterkante erwiesen sich in der vorliegenden Untersuchung als besonders effizient. Eine deutliche Erhöhung der Gesamtleistung ließ sich hingegen bei Winglets mit positivem Neigungswinkel beobachten. Diese war jedoch mit einer Zunahme der strukturellen Belastung in Form von erhöhten Biegemomenten an den Rotorblattwurzeln verbunden.

Aufbauend auf den gewonnenen Erkenntnissen ergeben sich verschiedene Perspektiven für weiterführende Arbeiten. Eine zentrale Fragestellung besteht im Vergleich der Panelmethode mit URANS-3D-CFD-Simulationen. Auf entsprechende Simulationen wurde im Rahmen dieser Arbeit bewusst verzichtet, da der damit verbundene Rechenaufwand – insbesondere infolge des zeitintensiven Einschwingvorgangs – eine systematische Untersuchung über mehrere Betriebspunkte hinweg nur in eingeschränktem Maße ermöglicht hätte. Perspektivisch erscheint der gezielte Einsatz dreidimensionaler CFD-Ansätze jedoch sinnvoll, um einzelne Betriebspunkte vertiefend zu analysieren. Im Vordergrund steht dabei der Vergleich spezifischer physikalischer Effekte, vorrangig im Nachlaufbereich und an den Rotorblattspitzen. Auch experimentelle Untersuchungen bieten eine zentrale Möglichkeit, die Panelmethode unter realitätsnahen Bedingungen zu validieren. Für die in dieser Arbeit untersuchte, groß dimensionierte Konfiguration sind entsprechende Messungen im Originalmaßstab jedoch praktisch nicht realisierbar, da der messtechnische Aufwand die Grenzen gängiger Versuchseinrichtungen deutlich übersteigt. Modellversuche im verkleinerten Maßstab stellen allerdings eine realistische Alternative dar. Derartige experimentelle Untersuchungen erlauben sowohl die Bestimmung globaler aerodynamisch wirksamer Kräfte und Momente als auch eine detaillierte Analyse des Strömungsfeldes, bspw. mittels PIV-Messungen. Auf dieser Grundlage können berechnete Lastverteilungen validiert, die Nachlaufentwicklung untersucht und lokale Strömungseffekte systematisch eingeordnet werden. Neben den zuvor beschriebenen Weiterführungen bilden methodische Erweiterungen im Rahmen von OpenWIEN, etwa zur Reduktion des Rechenaufwands mittels numerischer Beschleunigungstechniken, eine weitere zentrale Perspektive dieser

Arbeit. Ein Beispiel hierfür ist der Einsatz der *Fast-Multipole*-Methode, durch den sich insbesondere die Berechnung induzierter Geschwindigkeiten in den großskaligen Nachlaufstrukturen erheblich beschleunigen lässt. Ein zusätzlicher Betrachtungsansatz liegt in der Integration der *Vortex-Particle*-Methode, bei der abgelöste Wirbelstrukturen als diskrete Partikel im Strömungsfeld modelliert werden. Im Vergleich zur panelbasierten Nachlaufdarstellung erlaubt diese partikelbasierte Modellierung eine gitterfreie und flexibel skalierbare Beschreibung der Nachlaufentwicklung bei gleichzeitig höherer numerischer Effizienz. Dadurch lässt sich die Partikeldichte gezielt erhöhen, um feine dreidimensionale Strukturen im Nachlauf detailliert abzubilden. Zur Erweiterung des physikalischen Modellierungsumfangs stellt zudem die Kopplung der implementierten Methode mit einem Grenzschichtverfahren eine konsequente Weiterentwicklung dar. Sie ermöglicht die Berücksichtigung viskoser Effekte und verbessert die Prognosequalität insbesondere in Bereichen außerhalb des Betriebsoptimums der Vertikalachsen-Windkraftanlage.

Literaturverzeichnis

- [1] ABBOTT, I. H. ; VON DOENHOFF, A. E.: *Theory of wing sections: including a summary of airfoil data*. Courier Corporation, 2012
- [2] ACHENBACH, E.: Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re = 5 \times 10^6$. In: *Journal of fluid Mechanics* 34 (1968), Nr. 4, S. 625–639
- [3] ANDERSON, E. ; BAI, Z. ; BISCHOF, C. ; BLACKFORD, S. ; DEMMEL, J. ; DONGARRA, J. ; CROZ, J. D. ; HAMMARLING, S. ; SORENSEN, D.: *LAPACK Users' Guide*. 3rd. Philadelphia, PA, USA : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999
- [4] ANDERSON, J. D.: *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill Education, 2010
- [5] ANSYS, Inc.: *ANSYS FLUENT Theory Guide, Release 2023 R2*. 2023
- [6] ASHBY, D. L.: Potential Flow Theory and Operation Guide for the Panel Code PMARC 14 / National Aeronautics and Space Administration (NASA), Ames Research Center, Moffett Field, California. 1999 (NASA/TM–1999-209582). – NASA Technical Memorandum
- [7] ASHBY, D. L. ; DUDLEY, M. ; IGUCHI, S. K.: Development and Validation of an Advanced Low-Order Panel Method / National Aeronautics and Space Administration (NASA), Ames Research Center, Moffett Field, California. 1988. – Forschungsbericht
- [8] BALDUZZI, F. ; BIANCHINI, A. ; MALECI, R. ; FERRARA, G. ; FERRARI, L.: Critical Issues in the CFD Simulation of Darrieus Wind Turbines. In: *Renewable Energy* 85 (2016), S. 419–435
- [9] BALDUZZI, F. ; DROFELNIK, J. ; BIANCHINI, A. ; FERRARA, G. ; FERRARI, L. ; CAMPOBASSO, M. S.: Darrieus Wind Turbine Blade Unsteady Aerodynamics: A Three-Dimensional Navier-Stokes CFD Assessment. In: *Energy* 128 (2017), S. 550–563

- [10] BASU, B. C. ; HANCOCK, G. J.: The Unsteady Motion of a Two-Dimensional Aerofoil in Incompressible Inviscid Flow. In: *Journal of Fluid Mechanics* 87 (1978), Nr. 1, S. 159–178
- [11] BAUM, A.: *Zum Einfluss der Leitradgestaltung auf die Kennlinieninstabilität einer radialen Kreiselpumpe*, Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern-Landau, Diss., 2024
- [12] BETZ, A.: *Wind-Energie und ihre Ausnutzung durch Windmühlen*. Bd. 2. Vandenhoeck & Ruprecht, 1926
- [13] BHAGWAT, M. J. ; LEISHMAN, J. G.: Generalized Viscous Vortex Model for Application to Free-Vortex Wake and Aeroacoustic Calculations. In: *Annual Forum Proceedings – American Helicopter Society* Bd. 58 American Helicopter Society, Inc., 2002, S. 2042–2057
- [14] BHUTTA, M. M. A. ; HAYAT, N. ; FAROOQ, A. U. ; ALI, Z. ; JAMIL, S. R. ; HUSSAIN, Z.: Vertical Axis Wind Turbine – A Review of Various Configurations and Design Techniques. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 16 (2012), Nr. 4, S. 1926–1939
- [15] BURG, K. ; HAF, H. ; WILLE, F. ; MEISTER, A.: *Vektoranalysis: Höhere Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker*. Springer-Verlag, 2012
- [16] BURTON, T. ; JENKINS, N. ; SHARPE, D. ; BOSSANYI, E.: *Wind Energy Handbook*. Wiley, 2011
- [17] CAI, X. ; ZHANG, Y. ; DING, W. ; BIAN, S.: The Aerodynamic Performance of H-Type Darrieus VAWT Rotor with and without Winglets: CFD Simulations. In: *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects* 46 (2024), Nr. 1, S. 2625–2636
- [18] CASTELLI, M. R. ; ENGLARO, A. ; BENINI, E.: The Darrieus Wind Turbine: Proposal for a New Performance Prediction Model Based on CFD. In: *Energy* 36 (2011), Nr. 8, S. 4919–4934
- [19] CELIK, I. B. ; GHIA, U. ; ROACHE, P. J. ; FREITAS, C. J.: Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. In: *Journal of Fluids Engineering – Transactions of the ASME* 130 (2008), Nr. 7
- [20] COOPERSMITH, R. M. ; YOUNGREN, H. H. ; BOUCHARD, E. E.: Quadrilateral Element Panel Method (QUADPAN). In: *Theoretical Report* 3 (1983)

-
- [21] DIXON, K. ; FERREIRA, C. S. ; HOFEMANN, C. ; VAN BUSSEL, G. ; VAN KUIK, G.: A 3D Unsteady Panel Method for Vertical Axis Wind Turbines. In: *European Wind Energy Conference and Exhibition (EWECC), Brussels, 2008*, S. 1–10
- [22] DRELA, M.: XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils. In: *Low Reynolds Number Aerodynamics: Proceedings of the Conference Notre Dame, Indiana, USA, 5–7 June 1989* Springer, 1989, S. 1–12
- [23] DRELA, M.: *Flight Vehicle Aerodynamics*. MIT Press, 2014
- [24] DURST, F.: *Grundlagen der Strömungsmechanik: Eine Einführung in die Theorie der Strömung von Fluiden*. Springer-Verlag, 2007
- [25] EL-SAMANOUDY, M. ; GHORAB, A. A. E. ; YOUSSEF, Sh. Z.: Effect of some design parameters on the performance of a Giromill vertical axis wind turbine. In: *Ain Shams Engineering Journal* 1 (2010), Nr. 1, S. 85–95
- [26] ERICKSON, L. L.: Panel Methods: An Introduction / NASA Ames Research Center. Moffett Field, California, 1990 (NASA Technical Paper 2995). – Forschungsbericht
- [27] FERREIRA, C. S.: The Near Wake of the VAWT. In: *TU Delft, The Netherlands PhD Thesis* (2009)
- [28] FERREIRA, C. S. ; BIJL, H. ; VAN BUSSEL, G. ; VAN KUIK, G.: Simulating Dynamic Stall in a 2D VAWT: Modeling Strategy, Verification and Validation with Particle Image Velocimetry Data. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 75 IOP Publishing, 2007, S. 012023
- [29] FERREIRA, C. S. ; HOFEMANN, C. ; DIXON, K. ; VAN KUIK, G. ; VAN BUSSEL, G.: 3-D Wake Dynamics of the VAWT: Experimental and Numerical Investigation. In: *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2010, S. 643
- [30] FERREIRA, C. S. ; VAN KUIK, G. ; VAN BUSSEL, G. ; SCARANO, F.: Visualization by PIV of Dynamic Stall on a Vertical Axis Wind Turbine. In: *Experiments in Fluids* 46 (2009), S. 97–108
- [31] FERZIGER, J. H. ; PERIC, M.: *Numerische Strömungsmechanik*. Springer Berlin Heidelberg, 2008
- [32] FORNASIER, L.: HISSS – A Higher-Order Subsonic/Supersonic Singularity Method for Calculating Linearized Potential Flow. In: *17th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics, and Lasers Conference*, 1984, S. 1646

- [33] GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL: *Global Wind Report*.
Webseite: <https://www.gwec.net/reports/globalwindreport>, 2025. – Zugriff: 08. Mai 2025
- [34] GOSSELIN, R. ; DUMAS, G. ; BOUDREAU, M.: Parametric Study of H-Darrieus Vertical-Axis Turbines Using CFD Simulations. In: *Journal of Renewable and Sustainable Energy* 8 (2016), Nr. 5
- [35] GREGORY, N. ; O'REILLY, C. L.: Low-Speed Aerodynamic Characteristics of NACA 0012 Aerofoil Section, Including the Effects of Upper-Surface Roughness Simulating Hoar Frost / Aeronautical Research Council, Ministry of Defence (Procurement Executive). 1970 (R. & M. No. 3726). – Forschungsbericht
- [36] HANSEN, M.: *Aerodynamics of Wind Turbines*. Routledge, 2015
- [37] HAU, E.: *Windkraftanlagen: Grundlagen, Technik, Einsatz, Wirtschaftlichkeit*. Springer Science & Business Media, 2008
- [38] HESS, J. L.: Calculation of Potential Flow About Arbitrary Three-Dimensional Lifting Bodies / Douglas Aircraft Co. Long Beach, Calif., October 1972 (MDC-J5679-01). – Technical Report
- [39] HESS, J. L.: Higher Order Numerical Solution of the Integral Equation for the Two-Dimensional Neumann Problem. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2 (1973), Nr. 1, S. 1–15
- [40] HESS, J. L.: The Problem of Three-Dimensional Lifting Potential Flow and Its Solution by Means of Surface Singularity Distribution. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 4 (1974), Nr. 3, S. 283–319
- [41] HESS, J. L.: Panel Methods in Computational Fluid Dynamics. In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 22 (1990), S. 255–274
- [42] HESS, J. L. ; SMITH, A. M. O.: Calculation of Potential Flow About Arbitrary Bodies. In: *Progress in Aeronautical Sciences* 8 (1967), S. 1–138
- [43] HOWELL, R. ; QIN, N. ; EDWARDS, J. ; DURRANI, N.: Wind Tunnel and Numerical Study of a Small Vertical Axis Wind Turbine. In: *Renewable Energy* 35 (2010), Nr. 2, S. 412–422
- [44] ISLAM, M. ; TING, D. S. K. ; FARTAJ, A.: Aerodynamic Models for Darrieus-Type Straight-Bladed Vertical Axis Wind Turbines. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 12 (2008), Nr. 4, S. 1087–1109

- [45] JACOBS, E. N. ; WARD, K. E. ; PINKERTON, R. M.: The characteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable-density wind tunnel. In: *NACA-report-460* (1933)
- [46] JIANG, Y. ; HE, C. ; ZHAO, P. ; SUN, T.: Investigation of Blade Tip Shape for Improving VAWT Performance. In: *Journal of Marine Science and Engineering* 8 (2020), Nr. 3, S. 225
- [47] KATZ, J. ; PLOTKIN, A.: *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge University Press, 2001 (Cambridge Aerospace Series)
- [48] KUHLMANN, H. C.: *Strömungsmechanik*. Pearson Studium, 2007 (Ing Maschinenbau)
- [49] KUMAR, P. M. ; KRISHNAMOORTHY, S. ; LIM, T.-C. ; RAMAKRISHNA, S. ; WEI, H.: Strategies for enhancing the low wind speed performance of H-Darrieus wind turbine—Part 1. In: *Clean Technologies* 1 (2019), Nr. 1, S. 185–204
- [50] KUNDU, P. K. ; COHEN, I. M. ; DOWLING, D. R.: *Fluid Mechanics*. Academic Press, 2015
- [51] LADSON, C. L.: *Effects of Independent Variation of Mach and Reynolds Numbers on the Low-Speed Aerodynamic Characteristics of the NACA 0012 Airfoil Section*. Bd. 4074. National Aeronautics and Space Administration, 1988
- [52] LADSON, C. L. ; BROOKS JR, C. W. ; HILL, A. S. ; SPROLES, D. W.: Computer Program To Obtain Ordinates for NACA Airfoils / NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia. 1996 (4741). – NASA Technical Memorandum
- [53] LAMB, H.: *Hydrodynamics*. 6. Cambridge : Cambridge University Press, 1932. – 592–593 S.
- [54] LAURIEN, E. ; OERTEL JR, H.: *Numerische Strömungsmechanik: Grundgleichungen und Modelle – Lösungsmethoden – Qualität und Genauigkeit*. Springer-Verlag, 2018
- [55] LAWSON, C. L. ; HANSON, R. J. ; KINCAID, D. R. ; KROGH, F. T.: Basic Linear Algebra Subprograms for Fortran Usage. In: *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)* 5 (1979), Nr. 3, S. 308–323
- [56] LI, Q. ; CAI, C. ; MAEDA, T. ; KAMADA, Y. ; SHIMIZU, K. ; DONG, Y. ; ZHANG, F. ; XU, J.: Visualization of Aerodynamic Forces and Flow Field on a Straight-Bladed Vertical Axis Wind Turbine by Wind Tunnel Experiments and Panel Method. In: *Energy* 225 (2021), S. 120274

- [57] LI, Q. ; MAEDA, T. ; KAMADA, Y. ; MURATA, J. ; FURUKAWA, K. ; YAMAMOTO, M.: Effect of Number of Blades on Aerodynamic Forces on a Straight-Bladed Vertical Axis Wind Turbine. In: *Energy* 90 (2015), S. 784–795
- [58] MADSEN, H. A.: *The Actuator Cylinder - A Flow Model for Vertical Axis Wind Turbines*. Aalborg, Denmark, Aalborg University Centre, Institute of Industrial Constructions and Energy Technology, Diss., 1982
- [59] MADSEN, H. A. ; LARSEN, T. ; VITA, L. ; PAULSEN, U.: Implementation of the Actuator Cylinder Flow Model in the HAWC2 Code for Aeroelastic Simulations on Vertical Axis Wind Turbines. In: *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2013, S. 913
- [60] MAÎTRE, T. ; AMET, E. ; PELLONE, C.: Modeling of the Flow in a Darrieus Water Turbine: Wall Grid Refinement Analysis and Comparison with Experiments. In: *Renewable Energy* 51 (2013), S. 497–512
- [61] MASKEW, B.: VSAERO: A Computer Program for Calculating the Non-Linear Aerodynamic Characteristics of Arbitrary Configurations: User's Manual / NASA Contractor Report 166476, Analytical Methods, Inc., Bellevue, Washington. 1982. – Forschungsbericht
- [62] MATTOS, B. ; MACEDO, A. ; SILVA FILHO, D.: Considerations about Winglet Design. In: *21st AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2003, S. 3502
- [63] MEDAN, R. T. ; MAGNUS, A. E. ; SIDWELL, K. W. ; EPTON, M. A.: PAN AIR: A Computer Program for Predicting Subsonic or Supersonic Linear Potential Flows About Arbitrary Configurations Using a Higher Order Panel Method. Volume 3: Case Manual (Version 1.0) / NASA. 1981. – Forschungsbericht
- [64] MENTER, F. R.: Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. In: *AIAA Journal* 32 (1994), Nr. 8, S. 1598–1605
- [65] MIAO, W. ; LIU, Q. ; XU, Z. ; YUE, M. ; LI, C. ; ZHANG, W.: A Comprehensive Analysis of Blade Tip for Vertical Axis Wind Turbine: Aerodynamics and the Tip Loss Effect. In: *Energy Conversion and Management* 253 (2022), S. 115140
- [66] MO, Q. ; GUAN, H. ; HE, S. ; LIU, Y. ; GUO, R.: Guidelines for the Computational Domain Size on an Urban-Scale VAWT. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 1820 IOP Publishing, 2021, S. 012177
- [67] MOHAMED, M. H.: Impacts of solidity and hybrid system in small wind turbines performance. In: *Energy* 57 (2013), S. 495–504

-
- [68] MOHR, M.: *A Design Procedure for Low and High Head Inducers*, Technische Universität Kaiserslautern, Diss., 2021
- [69] MORINO, L.: Steady, Oscillatory, and Unsteady Subsonic and Supersonic Aerodynamics, Production Version (SOUSSA-P 1.1). Volume 1: Theoretical Manual / NASA Langley Research Center. 1980. – Forschungsbericht
- [70] MORINO, L. ; KUO, C.-C.: Subsonic Potential Aerodynamics for Complex Configurations: A General Theory. In: *AIAA Journal* 12 (1974), Nr. 2, S. 191–197
- [71] OPENBLAS DEVELOPMENT TEAM: *OpenBLAS: An Optimized BLAS Library*. Webseite: <https://github.com/xianyi/OpenBLAS>, 2024. – Zugriff: 08 November 2024
- [72] ORTEGA, E. ; FLORES, R. ; OÑATE, E.: A 3D Low-Order Panel Method for Unsteady Aerodynamic Problems / International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE). Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, Spain, 2010 (CIMNE N^o-343). – Publication
- [73] OSEEN, C. W.: Über die Wirbelbewegung in einer reibenden Flüssigkeit. In: *Arkiv for Matematik, Astronomi och Fysik* 7 (1912)
- [74] PARASCHIVOIU, I.: Double-Multiple Streamtube Model for Darrieus in Turbines. In: *NASA. Lewis Research Center Wind Turbine Dynamics* (1981)
- [75] PARASCHIVOIU, I.: Double-Multiple Streamtube Model for Studying Vertical-Axis Wind Turbines. In: *Journal of Propulsion and Power* 4 (1988), Nr. 4, S. 370–377
- [76] PARASCHIVOIU, I. ; DELCLAUX, F.: Double Multiple Streamtube Model with Recent Improvements (for Predicting Aerodynamic Loads and Performance of Darrieus Vertical Axis Wind Turbines). In: *Journal of Energy* 7 (1983), Nr. 3, S. 250–255
- [77] PARASCHIVOIU, I. ; DELCLAUX, F. ; FRAUNIE, P. ; BEGUIER, C.: Aerodynamic Analysis of the Darrieus Rotor Including Secondary Effects. In: *Journal of Energy* 7 (1983), Nr. 5, S. 416–422
- [78] RAMASAMY, M. ; LEISHMAN, J. G.: A Reynolds Number-Based Blade Tip Vortex Model. In: *Journal of the American Helicopter Society* 52 (2007), Nr. 3, S. 214–223
- [79] RANKINE, W. J. M.: *Manual of Applied Mechanics*. London : Charles Griffin and Company, 1872
- [80] REZAEIHA, A. ; KALKMAN, I. ; BLOCKEN, B.: CFD Simulation of a Vertical Axis Wind Turbine Operating at a Moderate Tip Speed Ratio: Guidelines for Minimum Domain Size and Azimuthal Increment. In: *Renewable Energy* 107 (2017), S. 373–385

- [81] ROSSETTI, A. ; PAVESI, G.: Comparison of Different Numerical Approaches to the Study of the H-Darrieus Turbines Start-Up. In: *Renewable Energy* 50 (2013), S. 7–19
- [82] RUBBERT, P. ; SAARIS, G.: Review and Evaluation of a Three-Dimensional Lifting Potential Flow Computational Method for Arbitrary Configurations. In: *10th Aerospace Sciences Meeting*, 1972, S. 188
- [83] SCHLICHTING, H. ; KRAUSE, E. ; OERTEL, H. J. ; GERSTEN, K.: *Grenzschicht-Theorie*. Springer, 2006
- [84] SCHLICHTING, H. ; TRUCKENBRODT, E. A.: *Aerodynamik des Flugzeuges: Zweiter Band Aerodynamik des Tragflügels (Teil II), des Rumpfes, der Flügel-Rumpf-Anordnung und der Leitwerke*. Springer-Verlag, 2001
- [85] SCHLICHTING, H. ; TRUCKENBRODT, E. A.: *Aerodynamik des Flugzeuges: Erster Band Grundlagen aus der Strömungsmechanik Aerodynamik des Tragflügels (Teil I)*. Springer-Verlag, 2013
- [86] SCHÜTZ, T.: *Hucho-Aerodynamik des Automobils: Strömungsmechanik, Wärmetechnik, Fahrdynamik, Komfort*. Springer-Verlag, 2013
- [87] SHIH, T.-H. ; LIOU, W. W. ; SHABBIR, A. ; YANG, Z. ; ZHU, J.: A New k - ϵ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows. In: *Computers & Fluids* 24 (1995), Nr. 3, S. 227–238
- [88] SMITH, A. M. O. ; PIERCE, J.: *Exact Solution of the Neumann Problem: Calculation of Non-circulatory Plane and Axially Symmetric Flows About or Within Arbitrary Boundaries*. Douglas Aircraft Company, 1958
- [89] SPURK, J. ; AKSEL, N.: *Strömungslehre: Einführung in die Theorie der Strömungen*. Springer Berlin Heidelberg, 2019
- [90] SQUIRE, H. B.: The Growth of a Vortex in Turbulent Flow. In: *Aeronautical Quarterly* 16 (1965), Nr. 3, S. 302–306
- [91] STRICKLAND, J. H.: Darrieus Turbine: A Performance Prediction Model Using Multiple Streamtubes / Sandia Labs., Albuquerque, N. Mex. (USA). 1975. – Forschungsbericht
- [92] STRICKLAND, J. H. ; WEBSTER, B. T. ; NGUYEN, T.: A Vortex Model of the Darrieus Turbine: An Analytical and Experimental Study. In: *Journal of Fluids Engineering* 101 (1979), Nr. 4, S. 500–505

- [93] TEMPLIN, R. J.: Aerodynamic Performance Theory for the NRC Vertical-Axis Wind Turbine / National Aeronautical Establishment, Ottawa, Ontario (Canada). 1974. – Forschungsbericht
- [94] TJIU, W. ; MARNOTO, T. ; MAT, S. ; RUSLAN, M. H. ; SOPIAN, K.: Darrieus Vertical Axis Wind Turbine for Power Generation I: Assessment of Darrieus VAWT Configurations. In: *Renewable Energy* 75 (2015), S. 50–67
- [95] TRIVELLATO, F. ; CASTELLI, M. R.: On the Courant–Friedrichs–Lewy Criterion of Rotating Grids in 2D Vertical-Axis Wind Turbine Analysis. In: *Renewable Energy* 62 (2014), S. 53–62
- [96] TRUCKENBRODT, E.: *Lehrbuch der angewandten Fluidmechanik*. Springer-Verlag, 2013
- [97] UNTAROIU, A. ; WOOD, H. G. ; ALLAIRE, P. E. ; RIBANDO, R. J.: Investigation of Self-Starting Capability of Vertical Axis Wind Turbines Using a Computational Fluid Dynamics Approach. In: *Renewable Energy* 36 (2011), Nr. 1, S. 630–643
- [98] VAN BUSSEL, G. J. W. ; MERTENS, S. ; POLINDER, H. ; SIDLER, H. F. A.: TURBY®: Concept and Realisation of a Small VAWT for the Built Environment. In: *Proceedings of the EAWE/EWEA Special Topic Conference "The Science of Making Torque from Wind"*, Delft, The Netherlands, 2004
- [99] VATISTAS, G. H. ; KOZEL, V. ; MIH, W. C.: A Simpler Model for Concentrated Vortices. In: *Experiments in Fluids* 11 (1991), S. 73–76
- [100] WANG, Y. ; ABDEL-MAKSOU, M. ; SONG, B.: A Boundary Element-Vortex Particle Hybrid Method with Inviscid Shedding Scheme. In: *Computers & Fluids* 168 (2018), S. 73–86
- [101] WHITCOMB, R. T.: A Design Approach and Selected Wind-Tunnel Results at High Subsonic Speeds for Wing-Tip Mounted Winglets / NASA Langley Research Center. Hampton, Virginia, 1976 (NASA-TN-D-8260). – Forschungsbericht
- [102] WHITE, F. M.: *Fluid Mechanics*. McGraw Hill, 2011 (McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering)
- [103] WILLIS, D. J.: *An Unsteady, Accelerated, High Order Panel Method with Vortex Particle Wakes*, Massachusetts Institute of Technology, Diss., 2006
- [104] WILSON, R. E. ; LISSAMAN, P. B. S.: Applied Aerodynamics of Wind Power Machines / Oregon State University. Corvallis, OR, 1974 (NSF/RA/N-74-113). – Technical Report

- [105] WU, J. Z. ; MA, H. ; ZHOU, M. D.: *Vorticity and Vortex Dynamics*. Springer Berlin Heidelberg, 2006
- [106] XU, W. ; LI, G. ; WANG, F. ; LI, Y.: High-Resolution Numerical Investigation into the Effects of Winglet on the Aerodynamic Performance for a Three-Dimensional Vertical Axis Wind Turbine. In: *Energy Conversion and Management* 205 (2020), S. 112333
- [107] ZANON, A.: *A Vortex Panel Method for VAWT in Dynamic Stall*, Università degli Studi di Udine, Diss., 2011
- [108] ZHANG, L. X. ; LIANG, Y. B. ; LIU, X. H. ; JIAO, Q. F. ; GUO, J.: Aerodynamic Performance Prediction of Straight-Bladed Vertical Axis Wind Turbine Based on CFD. In: *Advances in Mechanical Engineering* 5 (2013), S. 905379
- [109] ZHANG, T. ; ELSAKKA, M. ; HUANG, W. ; WANG, Z. ; INGHAM, D. B. ; MA, L. ; POURKASHANIAN, M.: Winglet Design for Vertical Axis Wind Turbines Based on a Design of Experiment and CFD Approach. In: *Energy Conversion and Management* 195 (2019), S. 712–726
- [110] ZIEREP, J. ; BÜHLER, K.: *Grundzüge der Strömungslehre: Grundlagen, Statik und Dynamik der Fluide*. Springer, 2015

A Netzformat in OpenPAME/ OpenWIEN

Quelltext A.1: Gitter eines Einheitswürfels mit Kantenlänge 1 inklusive der exemplarischen Einteilung in Zonen

```
cubeMesh
(
  nodes 8
  (
    (0 0 0) //– Knoten 0
    (1 0 0) //– Knoten 1
    (1 1 0) //– Knoten 2
    (0 1 0) //– Knoten 3
    (0 0 1) //– Knoten 4
    (1 0 1) //– Knoten 5
    (1 1 1) //– Knoten 6
    (0 1 1) //– Knoten 7
  )
  edges 12
  (
    (0 1) //– Kante 0
    (1 2) //– Kante 1
    (2 3) //– Kante 2
    (3 0) //– Kante 3
    (4 5) //– Kante 4
    (5 6) //– Kante 5
    (6 7) //– Kante 6
    (7 4) //– Kante 7
    (0 4) //– Kante 8
    (1 5) //– Kante 9
```

```
(2 6) // - Kante 10
(3 7) // - Kante 11
)
faces 6
(
  4 (3 2 1 0) // - Unterseite
  4 (7 6 5 4) // - Oberseite
  4 (1 5 4 0) // - Vorderseite
  4 (2 6 5 1) // - Rechte Seite
  4 (3 7 6 2) // - Rückseite
  4 (0 4 7 3) // - Linke Seite
)
nodeZones 1
(
  bottomNodes 4
  (
    0
    1
    2
    3
  )
)
edgeZones 1
(
  verticalEdges 4
  (
    8
    9
    10
    11
  )
)
faceZones 2
(
  topFace 1
  (
    1
  )
)
```

```
frontFace 1  
(  
  2  
)  
)  
)
```


B Fehleranalyse

Zur quantitativen Bewertung der Abweichung zwischen numerischen Ergebnissen und den zugehörigen Referenzwerten werden in der vorliegenden Arbeit der absolute Fehler Δ_x sowie der relative Fehler δ_x herangezogen. Diese werden im Folgenden definiert.

Absoluter Fehler

Der absolute Fehler Δ_x beschreibt die Abweichung zwischen dem berechneten Wert x_{num} und dem zugehörigen Referenzwert x_{ref} , sodass gilt:

$$\Delta_x = |x_{\text{num}} - x_{\text{ref}}|$$

Relativer Fehler

Der relative Fehler δ_x beschreibt die prozentuale Abweichung des berechneten Werts x_{num} vom Referenzwert x_{ref} und wird wie folgt definiert:

$$\delta_x = \left| \frac{x_{\text{num}} - x_{\text{ref}}}{x_{\text{ref}}} \right| \cdot 100$$

C CFD-Simulation Tragflügel NACA-0012-TWT

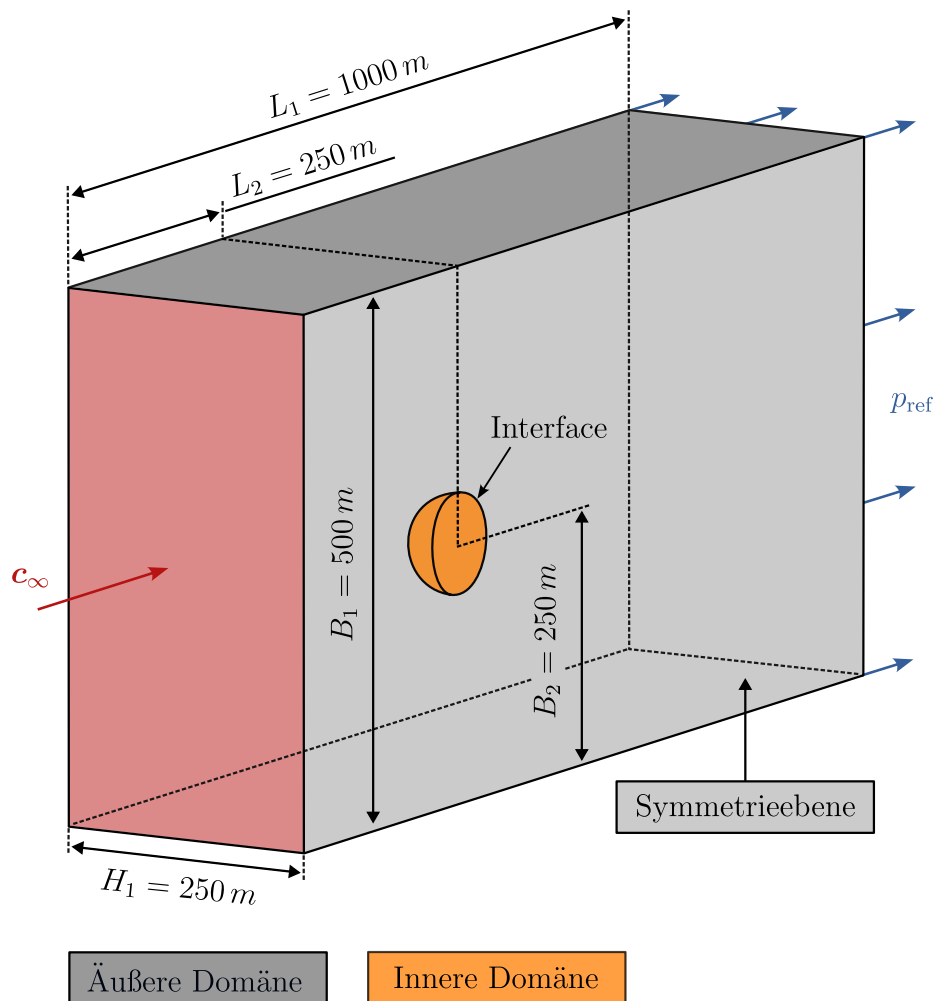


Abb. C.1: Fluidvolumen und Randbedingungen der CFD-Simulation

D Netzunabhängigkeitsstudie CFD: Voruntersuchung am Profil NACA-0021

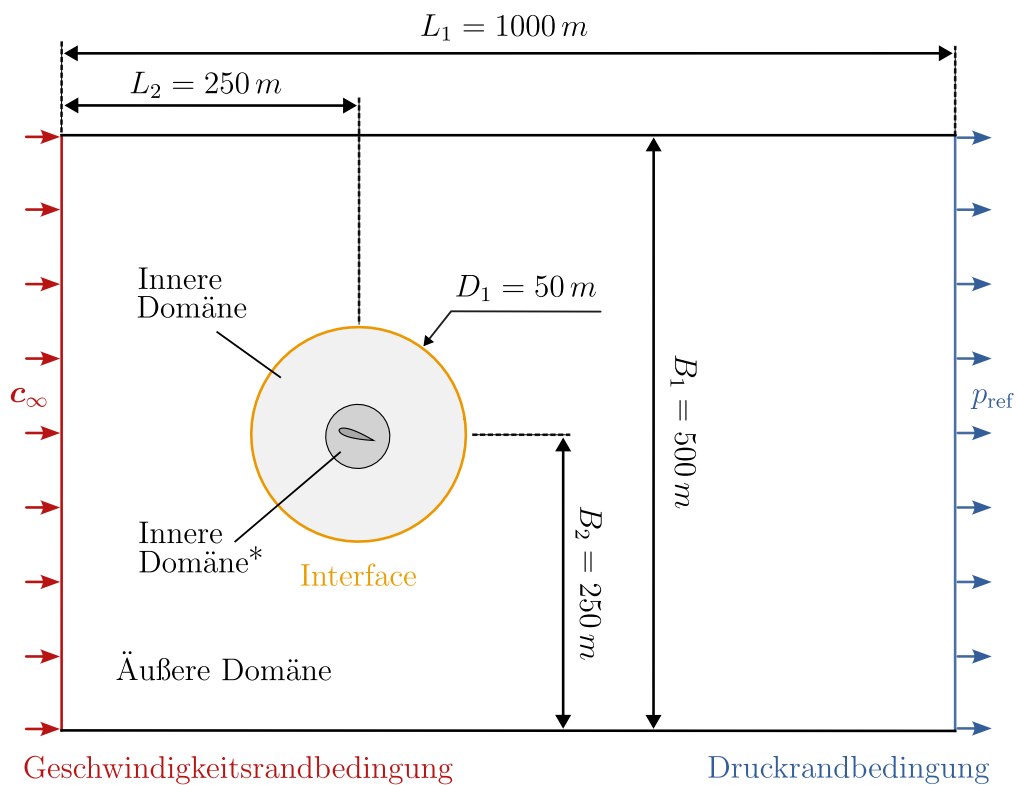


Abb. D.1: Fluidvolumen und Randbedingungen der CFD-Simulation

Tab. D.1: Ergebnisse der Netzunabhängigkeitsstudie mit der GCI-Methode

c_∞ [m s ⁻¹]	20	20	20	20	20	20	30	30	30
α [°]	2	4	6	8	10	12	2	4	6
p	2,152	3,502	2,394	3,397	3,211	2,808	3,869	4,768	2,946
$\Lambda_{\text{ext}}^{21}$	0,214	0,426	0,634	0,837	1,031	1,212	0,216	0,431	0,642
e^{21} [%]	0,095	0,053	0,146	0,073	0,124	0,183	0,040	0,027	0,100
e^{32} [%]	0,353	0,455	0,630	0,582	0,881	1,019	0,422	0,500	0,609
e_{ext}^{21} [%]	0,034	0,007	0,044	0,010	0,020	0,040	0,004	0,002	0,020
e_{ext}^{32} [%]	0,129	0,060	0,189	0,083	0,144	0,223	0,044	0,029	0,120
GCI ²¹ [%]	0,043	0,009	0,054	0,013	0,025	0,050	0,005	0,002	0,025
GCI ³² [%]	0,161	0,075	0,236	0,104	0,179	0,278	0,054	0,036	0,150
c_∞ [m s ⁻¹]	30	30	30	50	50	50	50	50	50
α [°]	8	10	12	2	4	6	8	10	12
p	3,708	3,382	2,979	3,988	3,034	3,356	3,476	3,025	3,146
$\Lambda_{\text{ext}}^{21}$	0,848	1,044	1,229	0,219	0,436	0,650	0,859	1,059	1,248
e^{21} [%]	0,055	0,107	0,156	0,045	0,089	0,074	0,063	0,129	0,131
e^{32} [%]	0,534	0,846	0,964	0,521	0,572	0,580	0,533	0,819	0,901
e_{ext}^{21} [%]	0,006	0,015	0,030	0,004	0,016	0,011	0,009	0,024	0,022
e_{ext}^{32} [%]	0,062	0,122	0,186	0,050	0,106	0,085	0,072	0,152	0,154
GCI ²¹ [%]	0,008	0,019	0,037	0,005	0,021	0,014	0,011	0,030	0,028
GCI ³² [%]	0,077	0,152	0,232	0,062	0,132	0,107	0,090	0,190	0,192

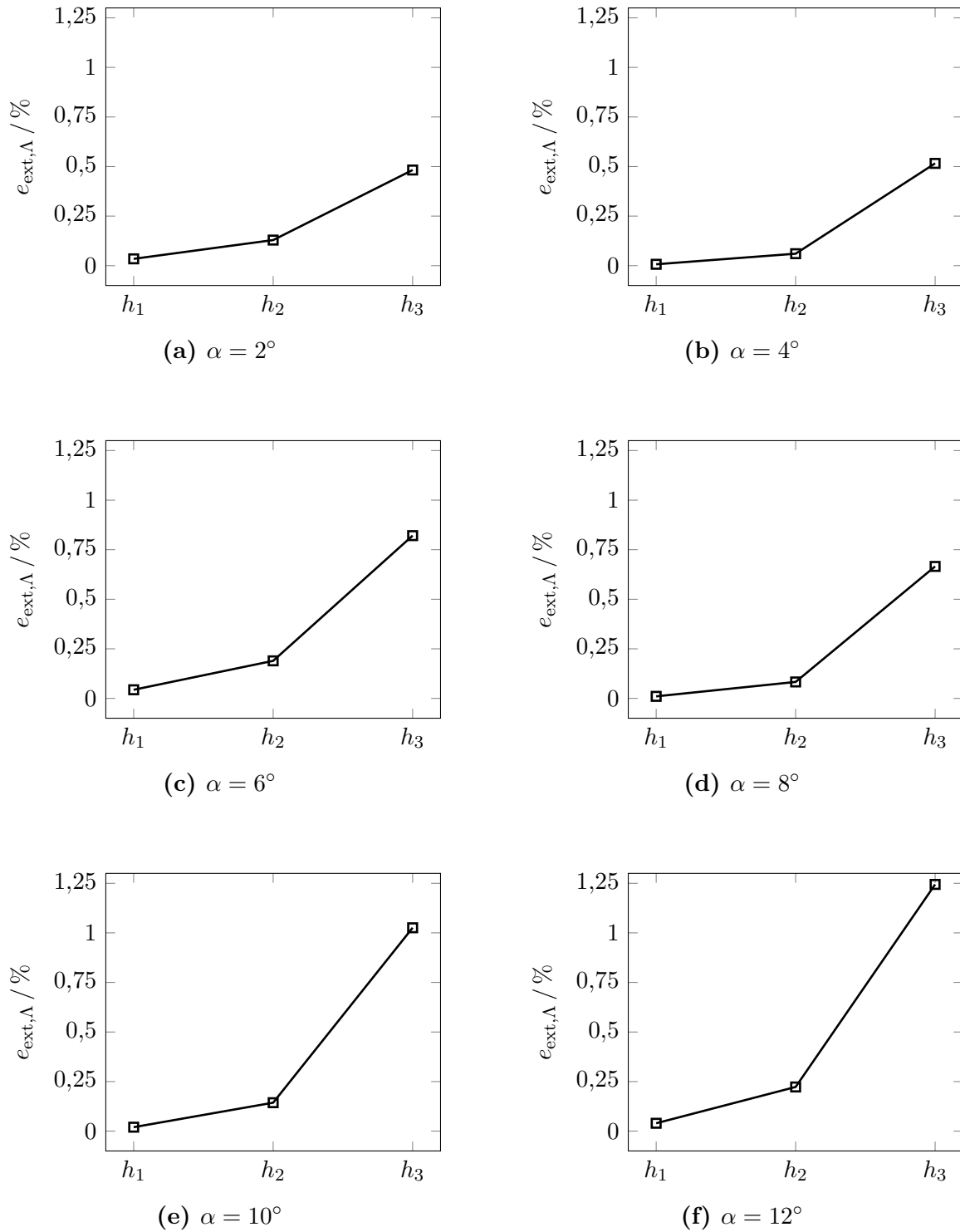


Abb. D.2: Einfluss des modifizierten relativen extrapolierten Fehlers auf die Zielgröße C_A für $c_\infty = 20 \text{ m s}^{-1}$

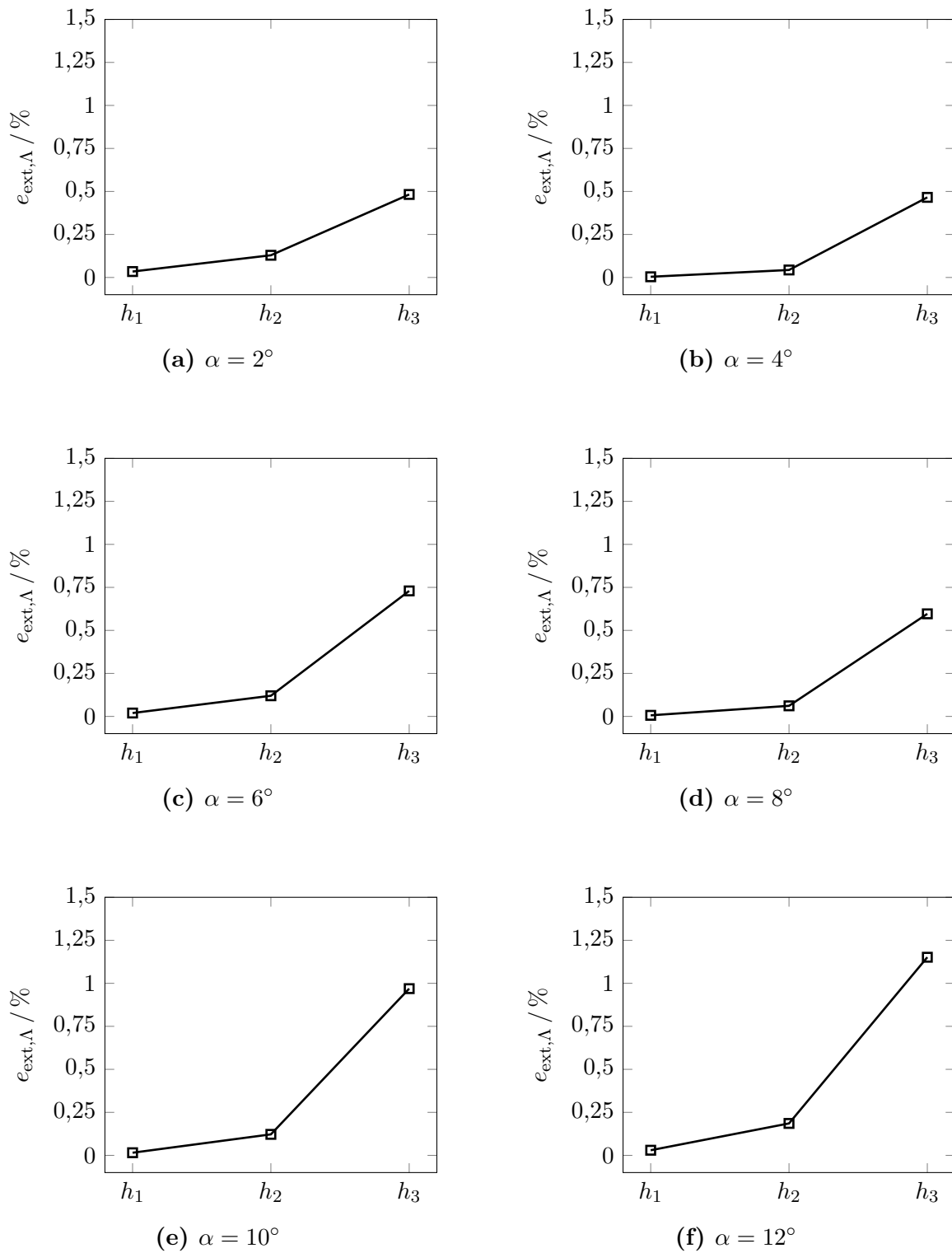


Abb. D.3: Einfluss des modifizierten relativen extrapolierten Fehlers auf die Zielgröße C_A für $c_\infty = 30 \text{ m s}^{-1}$

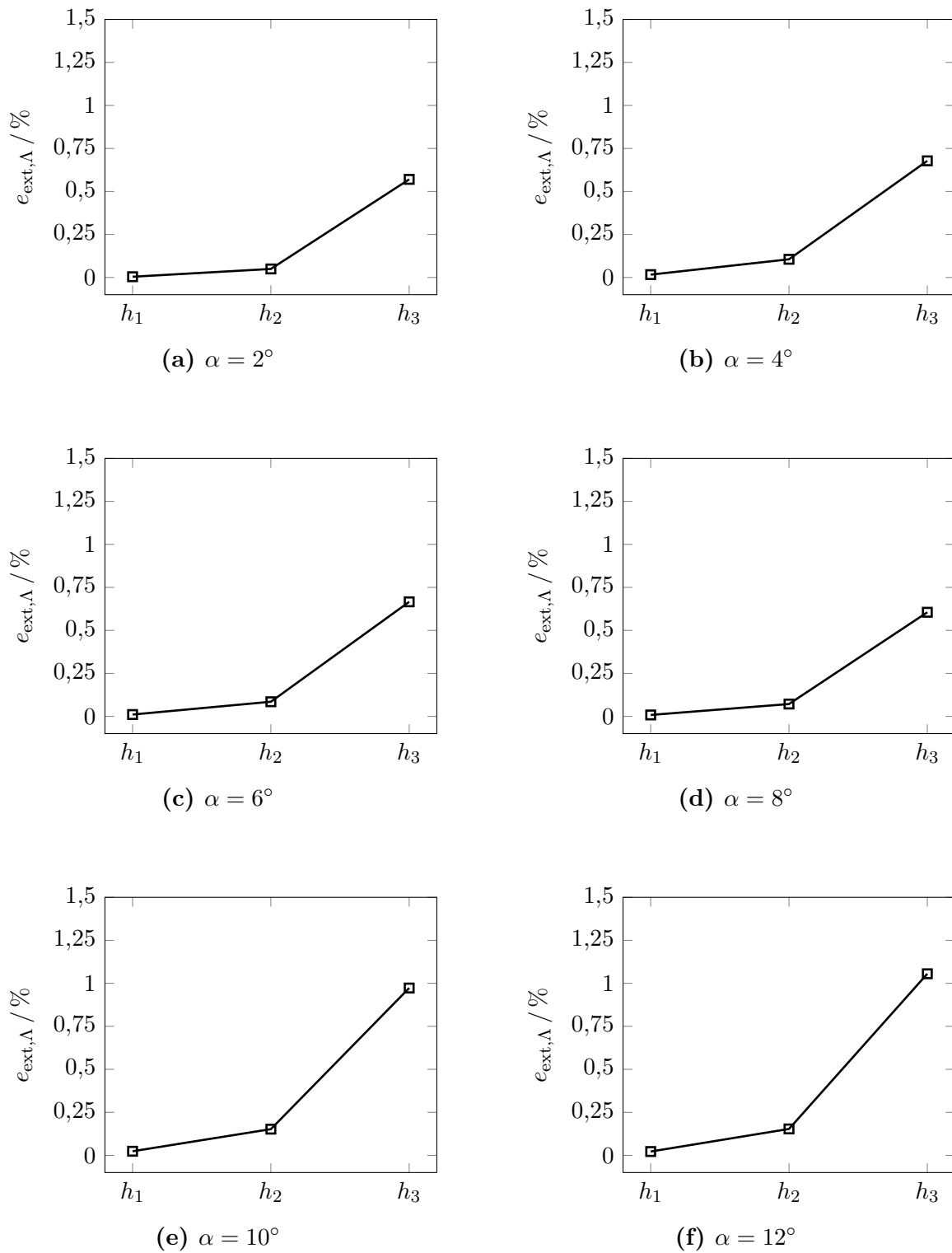


Abb. D.4: Einfluss des modifizierten relativen extrapolierten Fehlers auf die Zielgröße C_A für $c_\infty = 50 \text{ m s}^{-1}$

E Netzunabhängigkeitsstudie CFD: Vertikalachsen-Windkraftanlage

Tab. E.1: Ergebnisse der Netzunabhängigkeitsstudie mit der GCI-Methode

c_∞ [m/s]	14	14	14
n [min ⁻¹]	15	16	17
p	3,044	1,687	1,189
$\Lambda_{\text{ext}}^{21}$	0,495	0,499	0,497
e^{21} [%]	0,046	0,073	0,109
e^{32} [%]	0,354	0,227	0,243
e_{ext}^{21} [%]	0,007	0,034	0,089
e_{ext}^{32} [%]	0,052	0,107	0,199
GCI^{21} [%]	0,008	0,043	0,111
GCI^{32} [%]	0,065	0,134	0,248

F Netzunabhängigkeitsstudie

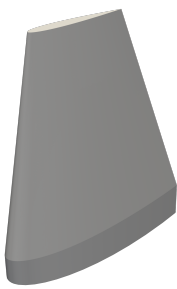
OpenWIEN:

Vertikalachsen-Windkraftanlage

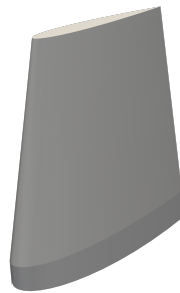
Tab. F.1: Ergebnisse der Netzunabhängigkeitsstudie mit der GCI-Methode

c_∞ [m/s]	14	14	14
n [min ⁻¹]	15	16	17
p	4,385	4,607	6,467
$\Lambda_{\text{ext}}^{21}$	0,518	0,519	0,511
e^{21} [%]	1,629	1,368	0,601
e^{32} [%]	14,018	13,078	14,097
e_{ext}^{21} [%]	0,219	0,163	0,027
e_{ext}^{32} [%]	1,845	1,529	0,628
GCI ²¹ [%]	0,274	0,204	0,034
GCI ³² [%]	2,349	1,941	0,790

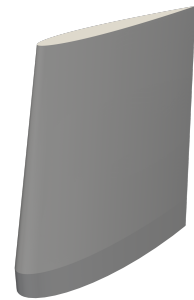
G Untersuchte Winglet-Varianten



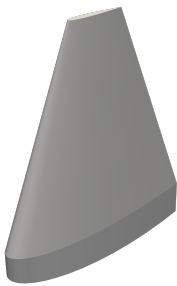
(a) WL 1 ($10^\circ, -20^\circ$)



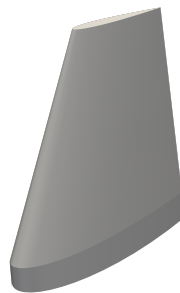
(b) WL 2 ($10^\circ, -10^\circ$)



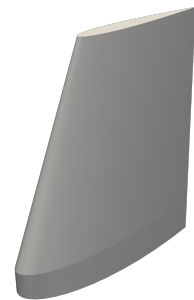
(c) WL 3 ($10^\circ, 0^\circ$)



(d) WL 4 ($20^\circ, -20^\circ$)



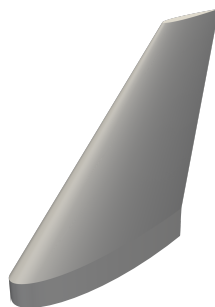
(e) WL 5 ($20^\circ, -10^\circ$)



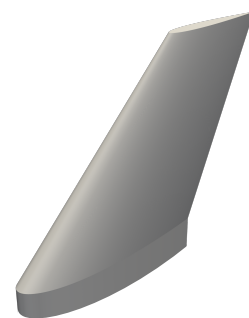
(f) WL 6 ($20^\circ, 0^\circ$)



(g) WL 7 ($40^\circ, 0^\circ$)



(h) WL 8 ($40^\circ, 10^\circ$)

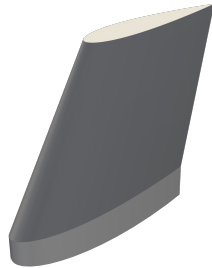


(i) WL 9 ($40^\circ, 20^\circ$)

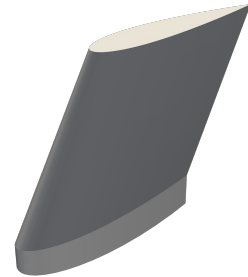
Abb. G.1: Untersuchte Winglet-Varianten ($\vartheta_{\text{VK}}, \vartheta_{\text{HK}}$) mit Neigungswinkel $\beta_{\text{N}} = 0^\circ$, Variantengruppe 1



(a) WL 10 ($10^\circ, -20^\circ$)



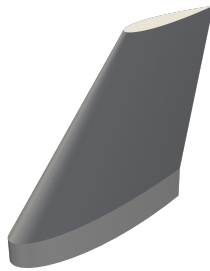
(b) WL 11 ($10^\circ, -10^\circ$)



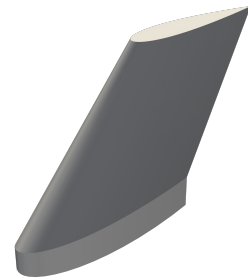
(c) WL 12 ($10^\circ, 0^\circ$)



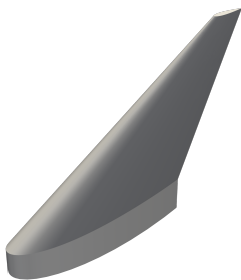
(d) WL 13 ($20^\circ, -20^\circ$)



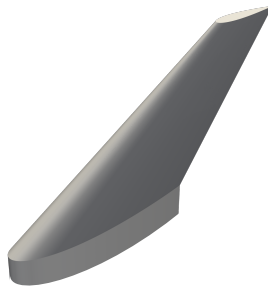
(e) WL 14 ($20^\circ, -10^\circ$)



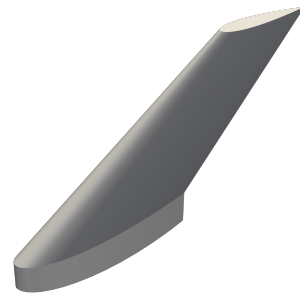
(f) WL 15 ($20^\circ, 0^\circ$)



(g) WL 16 ($40^\circ, 0^\circ$)

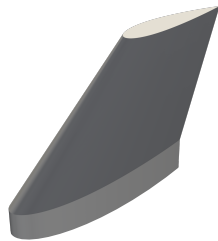


(h) WL 17 ($40^\circ, 10^\circ$)

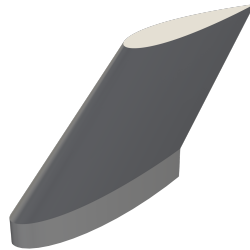


(i) WL 18 ($40^\circ, 20^\circ$)

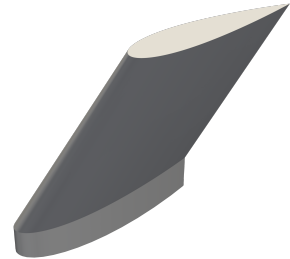
Abb. G.2: Untersuchte Winglet-Varianten ($\vartheta_{VK}, \vartheta_{HK}$) mit Neigungswinkel $\beta_N = 20^\circ$, Variantengruppe 2



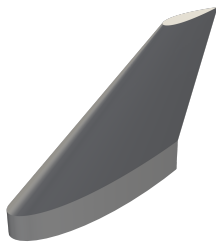
(a) WL 19 ($10^\circ, -20^\circ$)



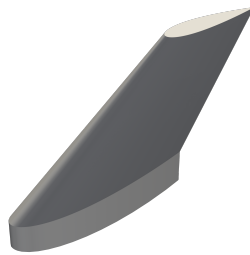
(b) WL 20 ($10^\circ, -10^\circ$)



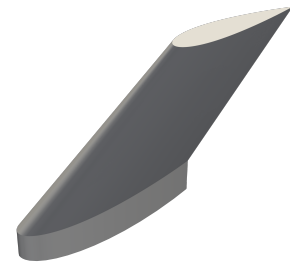
(c) WL 21 ($10^\circ, 0^\circ$)



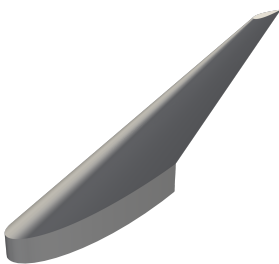
(d) WL 22 ($20^\circ, -20^\circ$)



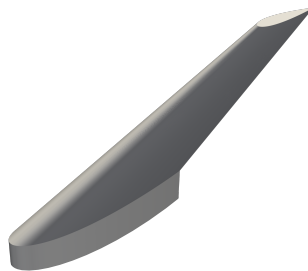
(e) WL 23 ($20^\circ, -10^\circ$)



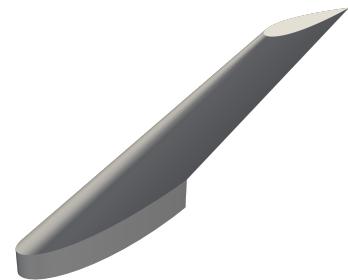
(f) WL 24 ($20^\circ, 0^\circ$)



(g) WL 25 ($40^\circ, 0^\circ$)



(h) WL 26 ($40^\circ, 10^\circ$)



(i) WL 27 ($40^\circ, 20^\circ$)

Abb. G.3: Untersuchte Winglet-Varianten ($\vartheta_{VK}, \vartheta_{HK}$) mit Neigungswinkel $\beta_N = 35^\circ$, Variantengruppe 3

H Geschwindigkeitsverteilung in der Ebene: Vergleich CFD und OpenWIEN

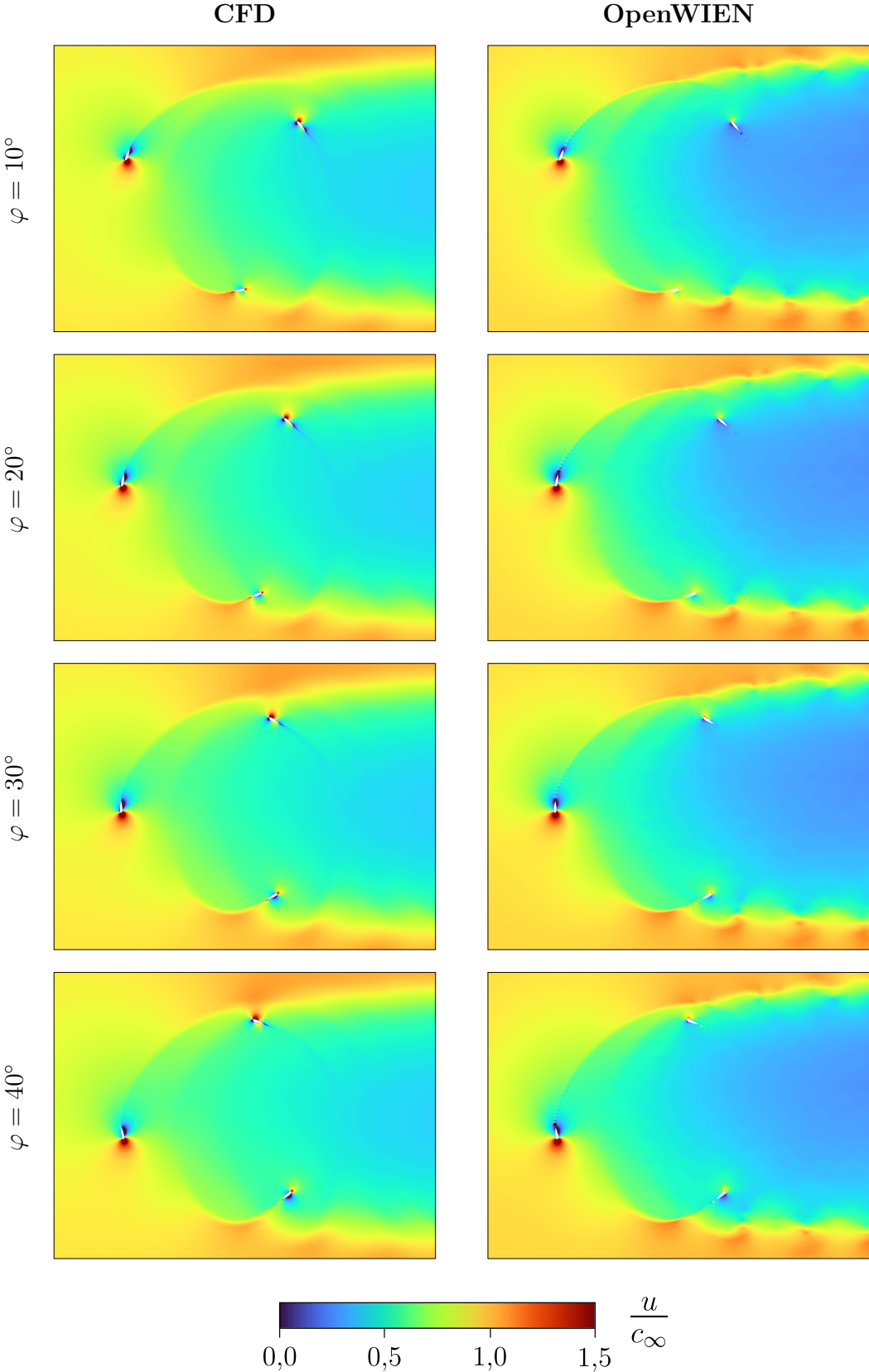


Abb. H.1: Betriebspunkt BP 2: Geschwindigkeitsverteilung in der $x-y$ -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 10^\circ$ bis $\varphi = 40^\circ$

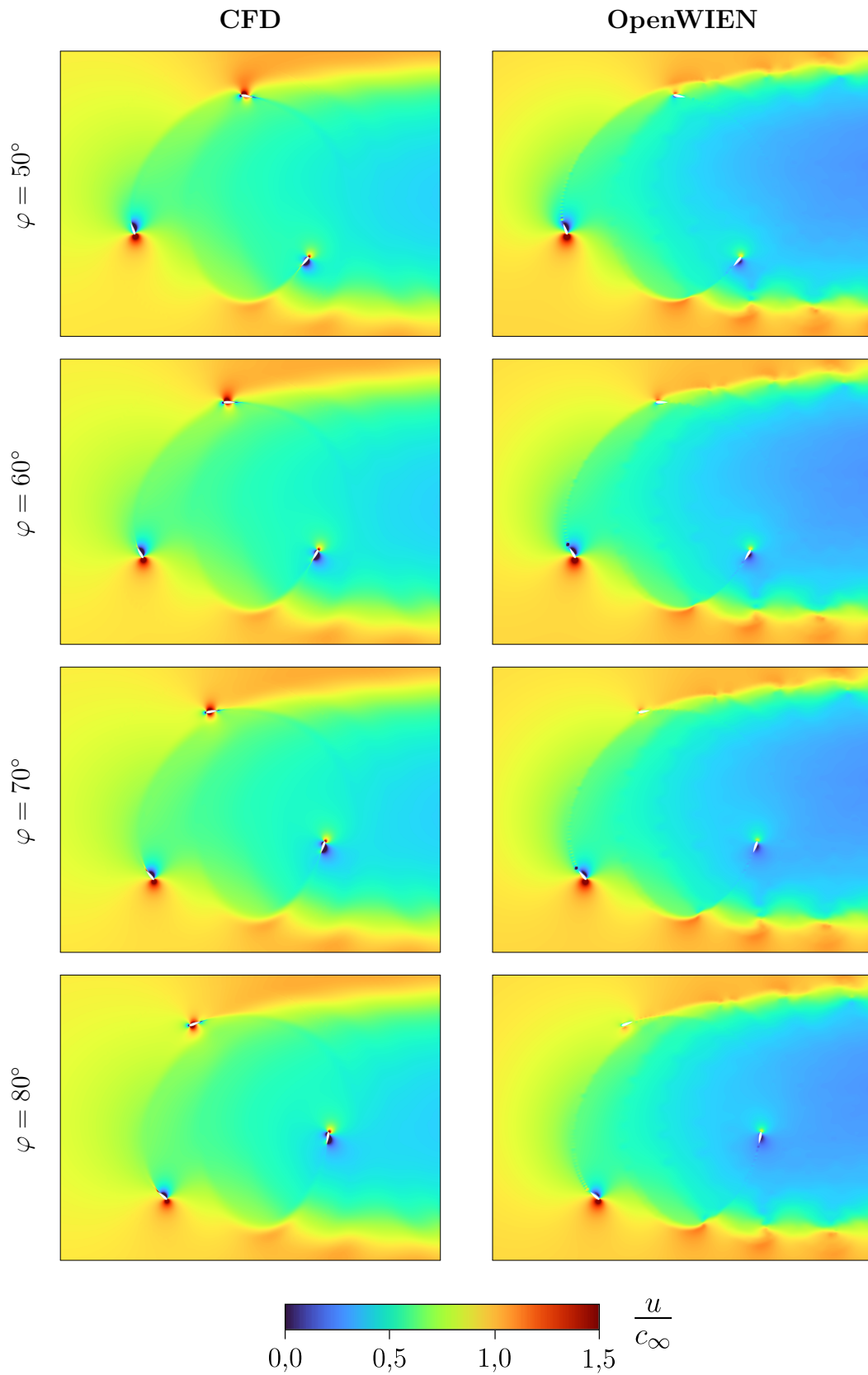


Abb. H.2: Betriebspunkt BP 2: Geschwindigkeitsverteilung in der $x-y$ -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 50^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$

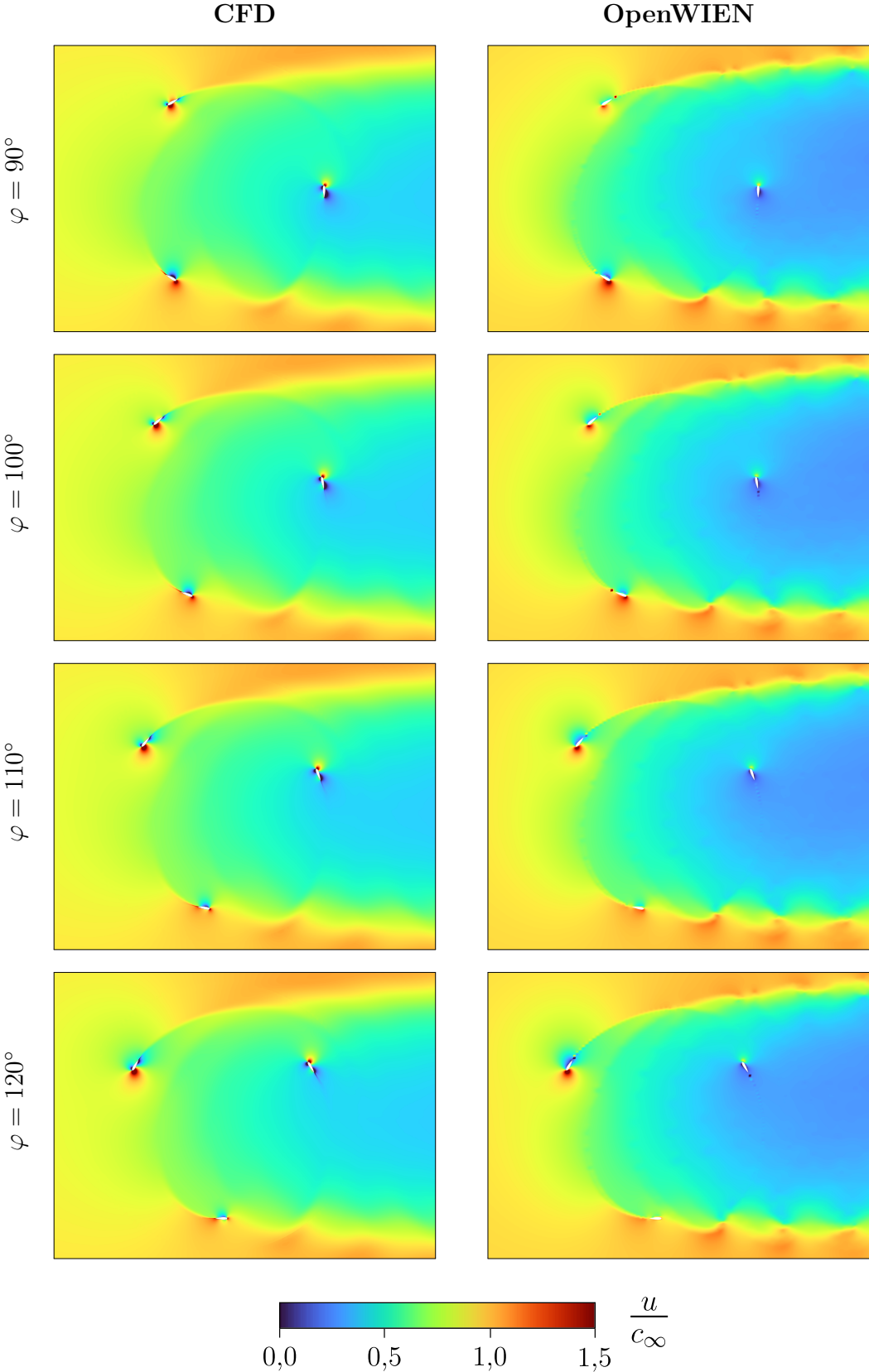


Abb. H.3: Betriebspunkt BP 2: Geschwindigkeitsverteilung in der $x-y$ -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 120^\circ$

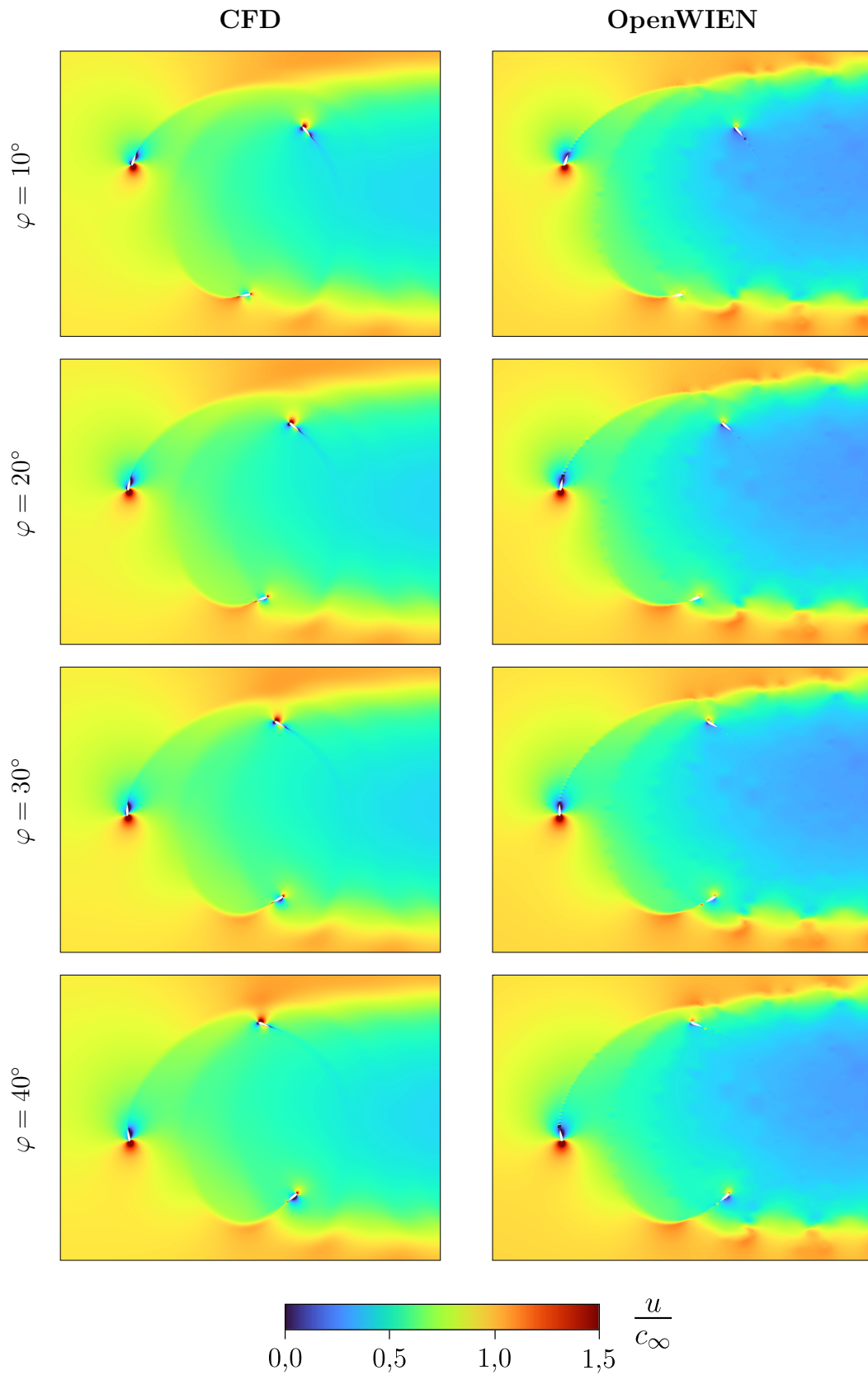


Abb. H.4: Betriebspunkt BP 3: Geschwindigkeitsverteilung in der $x-y$ -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 10^\circ$ bis $\varphi = 40^\circ$

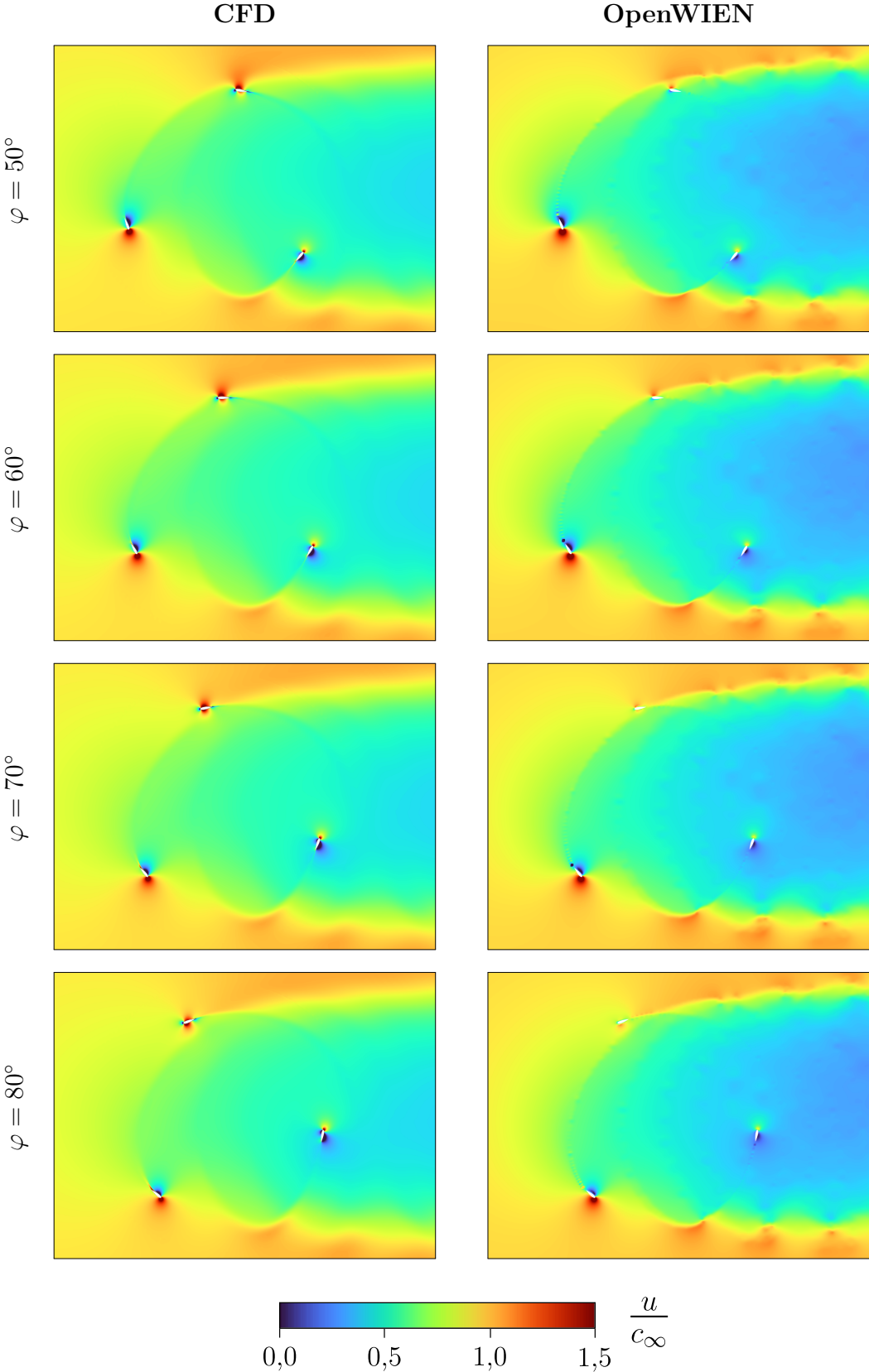


Abb. H.5: Betriebspunkt BP 3: Geschwindigkeitsverteilung in der $x-y$ -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 50^\circ$ bis $\varphi = 80^\circ$

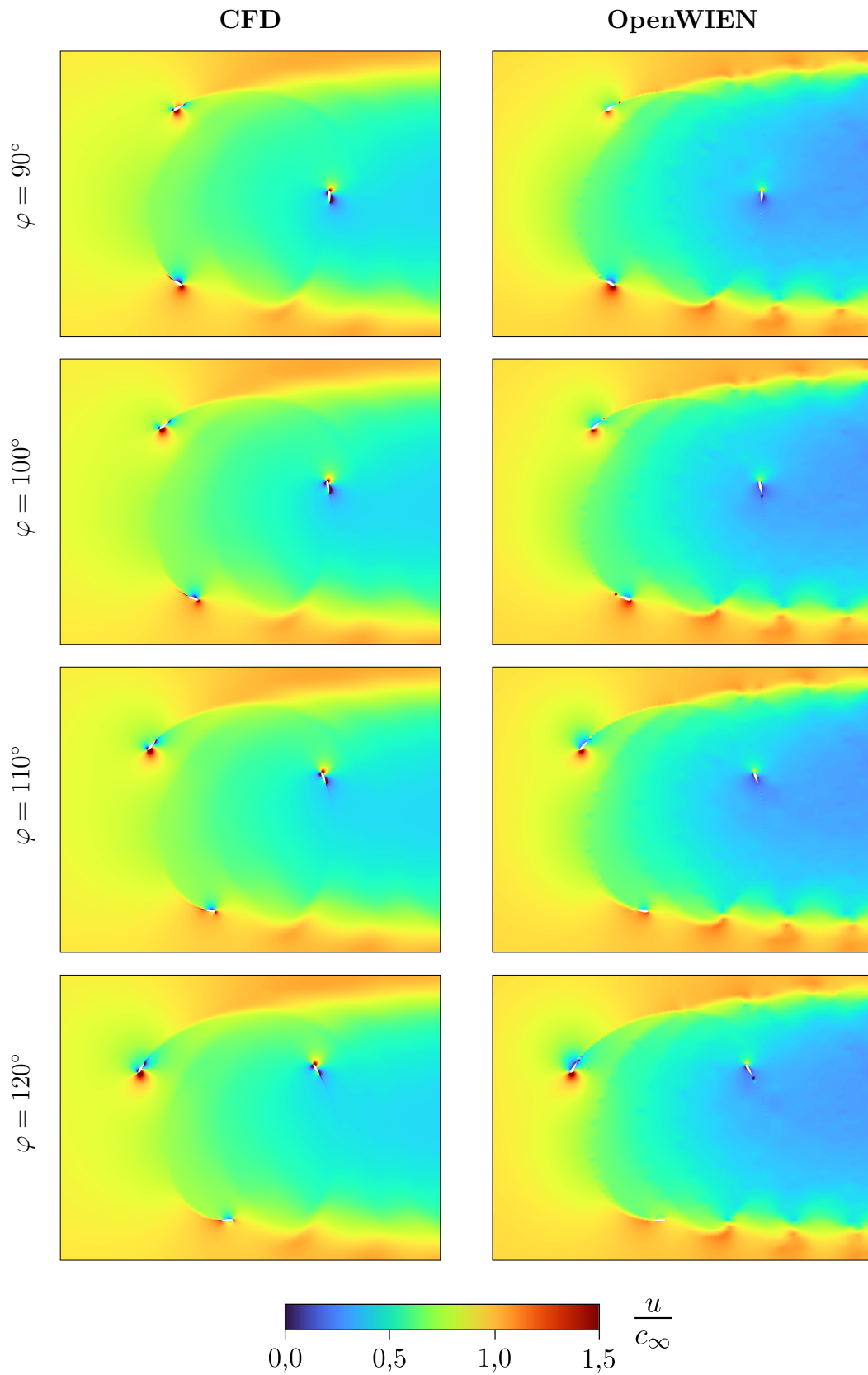


Abb. H.6: Betriebspunkt BP 3: Geschwindigkeitsverteilung in der $x-y$ -Ebene bei $z = 0$, $\varphi = 90^\circ$ bis $\varphi = 120^\circ$

Betreute Arbeiten

S. Bauer	Numerische und experimentelle Untersuchung von Stromlinienverläufen im rotierenden System	PA 2021
C. Krehbiel	Experimentelle Untersuchung des Nachlaufs eines NACA-2412-Tragflügelmodells zur Validierung einer numerischen 3D-Panelmethode	SA 2021
S. Bellaire	Experimentelle und numerische Validierung einer 3D-Panelmethode am Beispiel eines Flugzeugmodells	DA 2021
V. Haas	Programmierung einer Applikation zur Steuerung eines Gitterwindkanals in Matlab Guide	PA 2022
T. Jiang	Entwicklung eines Plug-Ins im Postprocessing-Programm Visit zur Visualisierung von Stromlinienbahnen mithilfe einer Rauch-Sonde	BA 2023
N. Porn	Numerische Untersuchung des Optimierungspotenzials im Radkastenbereich bei elektrisch angetriebenen Reisebussen	BA 2023
J. Hebenstreit	Numerische Untersuchung des Optimierungspotenzials im Bereich des Heckdiffusors bei elektrisch angetriebenen Reisebussen	BA 2023
F. Blach	Numerische Untersuchung des Optimierungspotenzials bei elektrisch angetriebenen Reisebussen durch den Einsatz einer MirrorCam	BA 2023
T. J. Hartung	Numerische Untersuchung einer Vertikalachsen-Windkraftanlage mittels 2D-CFD und Vergleich mit einer 3D-Panelmethode	BA 2024
J. Bauer	Weiterführende Untersuchung des Optimierungspotenzials im Unterboden- und Radkastenbereich bei elektrisch angetriebenen Reisebussen	MA 2024
N. Porn	Numerische Untersuchung einer Vertikalachsen-Windkraftanlage mittels 3D-CFD	PA 2024
F. Blach	Aerodynamische Untersuchung eines NACA-0012-Tragflügels mit trapezförmiger Randbogenform	PA 2025

Lebenslauf

Name: Yannick Martini (geb. Nicola)

Beruflicher Werdegang

- seit 09/2019 Wissenschaftlicher Mitarbeiter
Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen
Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau (RPTU)
- seit 04/2015 Assistent der Geschäftsführung
Tolacino Business GmbH, Saarbrücken
- 10/2016 – 12/2016 Studentische Hilfskraft
Lehrstuhl für Verbundwerkstoffe
Technische Universität Kaiserslautern
- 01/2016 – 05/2016 Industriepraktikum
Polycine GmbH, Schiffweiler
- 08/2015 – 09/2019 Studentische Hilfskraft
Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen
Technische Universität Kaiserslautern

Ausbildung

- 10/2017 – 09/2019 Masterstudium Maschinenbau
Schwerpunkt: Produktentwicklung im Maschinenbau
Abschluss: Master of Science
Technische Universität Kaiserslautern
- 12/2016 – 08/2017 Vertiefung der Sprachkenntnisse Englisch
Auslandsaufenthalt in Australien
- 10/2011 – 10/2016 Bachelorstudium Maschinenbau
Abschluss: Bachelor of Science
Technische Universität Kaiserslautern
- 09/2003 – 05/2011 Allgemeine Hochschulreife
Deutsch-Französisches Gymnasium, Saarbrücken