FACHBEREICH PHYSIK DER UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN

Physikalisches Praktikum

für

Maschinenbau- und Verfahrenstechnik

Teilnehmer:

Ausgabe: Frühjahr 2001

Herausgeber: Dr. Kurt Jung

Grafiken: Ingeborg Wollscheid
Gestaltung und Satz: Matthias Jung

Inhaltsverzeichnis

Anleitung zum Physikalischen Praktikum für Anfänger 4

W 2b Wärmeleitung in Metallen 9

W 3a Gasthermometer 13

W 3c c_p/c_v nach Rüchardt und Clément-Desormes 19

M 1a Freie und erzwungene Schwingungen 24

M 1b Schallgeschwindigkeit 33

M 2a Trägheitsmomente 42

M 5a Hookesches Gesetz und Torsionsmodul 50

O 1a Linsensysteme 55

O 2a Beugung am Spalt 62

E 3c Wechselstromkreise 67

Fehlerrechnung 75

Anleitung zum Physikalischen Praktikum für Anfänger

Allgemeines

1. Das Praktikum findet von 9.00 – 12.00 Uhr bzw. von 13.00 – 16.00 Uhr (oder 14.00 – 17.00 Uhr) statt (Festlegung in der Vorbesprechung).

2. Während der Praktikumszeit sind Betreuer anwesend, die den Praktikumsteilnehmern bei Problemen zur Versuchsvorbereitung und zur Versuchsdurchführung helfen.

3. Zu Beginn der Aufgabe prüft der Betreuer, ob sich die AP-Teilnehmer hinreichend vorbereitet haben. Ist dies nicht der Fall, darf die Aufgabe an diesem Tag nicht durchgeführt werden.

4. Nach Abschluss der Messungen ist das Protokollheft dem Betreuer zum Zwischentestat (Stempel mit Unterschrift) vorzulegen. Aufgaben ohne Zwischentestat sind ungültig und müssen wiederholt werden.

5. Anschließend sind die Protokollhefte möglichst schnell auszuarbeiten und beim Betreuer abzugeben. Dieser sieht die Hefte durch, prüft in einem Gespräch den Stoff der Aufgabe und erteilt das Haupttestat.

6. Versäumt eine Gruppe eine Aufgabe, so hat sich diese Gruppe bei dem entsprechenden Betreuer und im Einvernehmen mit Herrn Stabel um einen Ersatztermin zu bemühen.

Hinweise zur Versuchsvorbereitung

1. Durchlesen der Anleitung. Der Fragenkatalog in den Aufgabenanleitungen hilft, sich in die physikalische Problematik des Versuches einzuarbeiten.

2. Vertrautmachen mit den wichtigsten Begriffen, insbesondere mit den zu messenden Größen.

3. Feststellen, welche Messgeräte benötigt werden, Messprinzip verstehen.

4. Den Versuchsaufbau, soweit möglich, zuvor anschauen.

5. Vertieftes Verständnis des Versuchs und des Messprinzips. Was wird wie und womit gemessen, was wird wo und wie abgebildet etc. Hintergrundwissen erarbeiten, vertieftes Literaturstudium, Theorie.

6. Messprogramm entwickeln. Überlegung, wie oft und wie genau die vorkommenden Größen gemessen werden sollten (Fehlerfortpflanzung beachten).

7. Protokoll (Teil 1 – 5) vorbereiten.

Schema des Protokolls

1. *Name* und *Nr.* des Versuchs, *Datum* der Ausführung

2. *Aufgabenstellung:* Stichwortartig aus der Versuchsanleitung übernehmen.

3. *Theorie des Experiments:* Knappe Zusammenfassung der wichtigsten Definitionsgleichungen und der für die Durchführung und Auswertung des Experiments erforderlichen Formeln. Fehlerfortpflanzungsformeln für die zu messenden Größen (schriftliche Ausarbeitung im Protokollheft). Umfang 2 – 3 Seiten.

4. *Skizze* (schematisch) des Versuchsaufbaus mit stichwortartiger Beschreibung.

5. *Messprogramm* (was wird wie und womit gemessen?)

6. *Tabellen, Messwerte, graphische Darstellung* mit Dimensionsangaben, Bezeichnung und Typ der verwendeten Messgeräte und deren Genauigkeit.

7. *Auswertung*

8. *Fehlerbetrachtung*

9. Endergebnis mit Fehlerangabe (lt. Aufgabenstellung)

10. Kurze Diskussion der Ergebnisse und der erreichten Genauigkeit.

Arbeitsschritte 1 – 5 vor Beginn des Versuchs erledigen. Arbeitsschritt 6 am Versuchstag, danach Vortestat. Arbeitsschritte 7 – 10 können nach dem Praktikum erledigt werden, müssen jedoch vor dem Haupttestat abgeschlossen sein.

Weitere Angaben zur Protokollführung

Die Anfertigung eines Protokolls ist wesentlicher Bestandteil der Versuchsdurchführung. Die Qualität der Protokollführung geht in die Beurteilung mit ein.

1. Jeder Teilnehmer benötigt (mindestens) zwei Protokollhefte. Jeder Teilnehmer führt ein eigenes Versuchsprotokoll. Benutzen Sie nur gebundene karierte Hefte DIN A4 (keinerlei(!) fliegende Blätter).

2. Das Protokoll soll es jemandem mit ähnlicher Ausbildung ermöglichen, Ihren Versuchsablauf vollständig nachzuvollziehen. Der Text kann stichwortartig sein. Die Angaben müssen jedoch eindeutig und ohne Mühe lesbar sein. Inhaltliche Klarheit ist wichtiger als gutes Aussehen.

3. Bei umfangreichen Messdaten reicht es, diese einmal zu protokollieren. Der zweite Übungsteilnehmer kann z. B. eine Kopie in sein Protokollheft kleben. Dagegen ist auch bei gemeinsamer Ausarbeitung eine Kopie des gesamten Protokolls nicht statthaft.

4. Graphische Darstellung von Messergebnissen per Hand auf Millimeterpapier, ggf. auch log oder log-log Papier. Man sollte von der Möglichkeit Gebrauch machen, gewisse funktionale Zusammenhänge linear darzustellen. Man benutze möglichst einen solchen Maßstab, dass Geraden unter 45° laufen. Messpunkte werden als Kreuze (+) dargestellt (keine Pünktchen). Die Größe der Kreuze soll den Fehler andeuten. An den Koordinatenachsen ist anzugeben, welche Messgröße dargestellt wird und in welchen Einheiten. Eine Bildunterschrift gehört zur graphischen Darstellung.

5. Zu besorgen ist: Millimeterpapier DIN A4 (etwa 1/2 Block) und Halblog-Papier (3 – 4 Dekaden) (nur wenige Blätter). Nur Original Papier verwenden! Keine Kopie!

Hinweise zur Versuchsdurchführung

1. Mit Arbeitsplatz vertraut machen, Messung vorbereiten.

2. Eingangsgespräch mit Betreuer über Theorie und Messprogramm.

3. Bei elektrischen Geräten: Messbereiche prüfen. Nach Abnahme durch Betreuer Versuch einschalten.

4. Kontinuierlich Protokoll führen.

5. Stets genau überlegen, was das Ziel des nächsten Messschrittes ist.

6. Messen, verwendete Geräte, Messbereiche und Messgenauigkeit notieren.

7. Zwischenauswertung; graphische Darstellungen gleich anfertigen. Insbesondere bei längeren Messreihen empfiehlt sich eine kurze Probemessung.

8. Auswertung, Fehlerdiskussion. Die wichtigsten Formeln zur Fehlerdiskussion finden Sie z. B. in Kohlrausch, Praktische Physik, Bd. 1, Kap. 1 – 2 und Westphal, Physik, Praktikum, Kap. 1, B.

9. Die Studenten sind angehalten, die im Praktikum aushängenden Sicherheitsvorschriften zu beachten.

10. Essen, Trinken und Rauchen ist in den Praktikumsräumen nicht gestattet.

Literatur

Der größte Teil der im AP durchgeführten Versuche kann anhand der Standard-Bücher der Einführungsvorlesungen verstanden werden. Benötigen Sie spezielle Zahlenwerte (Naturkonstanten, Stoffkonstanten), so können Sie nachschauen in: Kohlrausch, Praktische Physik; Handbook of Chemistry and Physics. Bei einigen Aufgaben wird Spezialliteratur benötigt, die in der Aufgabenanleitung angegeben ist. Alle benötigten Bücher finden Sie im Handapparat des AP, Raum 387.

Benotung

Die Gesamtnote im Praktikum setzt sich zu gleichen Teilen zusammen aus der Beurteilung für Versuchsdurchführungen und Ausarbeitungen, die wesentlich durch die Betreuer erfolgt, und einer Note aus der Abschlußprüfung über die physikalischen Grundlagen der Versuche beim Kursleiter. Ein benoteter Schein über die erfolgreiche Teilnahme am Praktikum wird ausgestellt, wenn beide Teilnoten besser oder gleich 4.3 sind.

W 2b Wärmeleitung in Metallen

Aufgabenbeschreibung

Es ist die Wärmeleitfähigkeit eines festen Werkstoffes zu bestimmen.

Literatur

1. Bergmann-Schäfer: Bd. 1, Kap. X, Nr. 95, 96, 98
2. Alonso-Finn II: Kap. 24.3
3. Gerthsen-Kneser-Vogel: Physik, 16. Aufl., Kap. 5.4, 14.3.4
4. Kneubühl: Repetitorium der Physik, Kap. 8.3
5. Kittel: Einführung in die Festkörperphysik, Kap. 7
6. Kopitzki: Einführung in die Festkörperphysik, Kap. 3.1
7. Kohlrausch: Prakt. Physik I, Kap. 4.6.4; Prakt. Physik III, Tab. 67

Fragen zum Versuch

1. Definition von Wärmemenge und Temperatur
2. Wie kann man die Größen in 1) messen?
3. Welche Wärmetransportarten gibt es und wo treten diese auf?
4. Wie ist die Wärmeleitzahl definiert?
5. Durch welche Differentialgleichung wird die stationäre Wärmeströmung beschrieben, durch welche die nichtstationäre Wärmeströmung?
6. Wie ist die Temperaturleitzahl definiert?
7. Was sagt die Wiedemann-Franzsche Regel aus?
8. Welche Analogien bestehen zwischen der Wärmeleitung und der Leitung von elektrischen Strömen?
9. Erklären Sie den Aufbau und die Funktion der Messapparatur (siehe Abb. 1).

10. Erklären Sie die Wirkungsweise eines Thermoelementes.
11. Erläutern Sie das Kalibrierungsverfahren für das Thermoelement.

Versuchsdurchführung

1. Zunächst ist die Empfindlichkeit („Thermokraft“) des Thermoelements zu bestimmen, indem eine Messstelle in ein Eis-Wasser-Gemisch, die andere in Leitungswasser (ca. 15° C) eingetaucht wird. Da das in der Messung verwendete Thermoelement fest in das Kalorimeter eingebaut ist, wird hierfür ein zweites, baugleiches Thermoelement verwendet. Überlegen Sie, wie groß das zu erwartende Messsignal ist. Verwenden Sie zur Messung der Thermospannung zuerst das vorhandene Vielfachmessinstrument. Im Experiment muss die vom Thermoelement abgegebene Spannung zusätzlich verstärkt werden, da die auftretenden Temperaturdifferenzen von ca. 1 K mit dem vorhandenen Messgerät nicht hinreichend genau gemessen werden können. Führen Sie zur Bestimmung des Verstärkungsfaktors des beiliegenden batteriebetriebenen Verstärkers die gleiche Messung mit zwischengeschaltetem Verstärker nochmals durch. Beachten Sie, dass die Anzeige bei einer Temperaturdifferenz von 0 K im allgemeinen nicht mit der Nulllage des Vielfachmessinstruments zusammenfallen wird. Schließen Sie nach der Eichung des Verstärkers das im Kalorimeter eingebaute Thermoelement an.

2. Zur Bestimmung einzelner Größen in der stationären Wärmegleichung wird ein ganzer Messzyklus von ca. einer Stunde durchgeführt. Während dieser Messung sollen ständig Thermospannung und Wassertemperatur abgelesen und notiert werden. Stellen Sie die Messwerte sogleich als Funktion der Zeit graphisch dar. Denken Sie daran, wichtige Zeitpunkte im Diagramm kenntlich zu machen. Füllen Sie z. B. 400 g Leitungswasser in das Kalorimeter und beobachten Sie einige Minuten

lang Thermospannung und Wassertemperatur, dann schalten Sie den Kocher ein.

Achtung, der Kocher wird in Stellung 2 betrieben und muss unbedingt über den Vorschalttrafo (Einstellung 50 V) angeschlossen sein! Registrieren Sie Thermospannung und Wassertemperatur, bis sich eine stationäre Wärmeströmung durch das Probestück eingestellt hat (Woran erkennt man das?) und hiernach weitere ca. 10 Minuten.

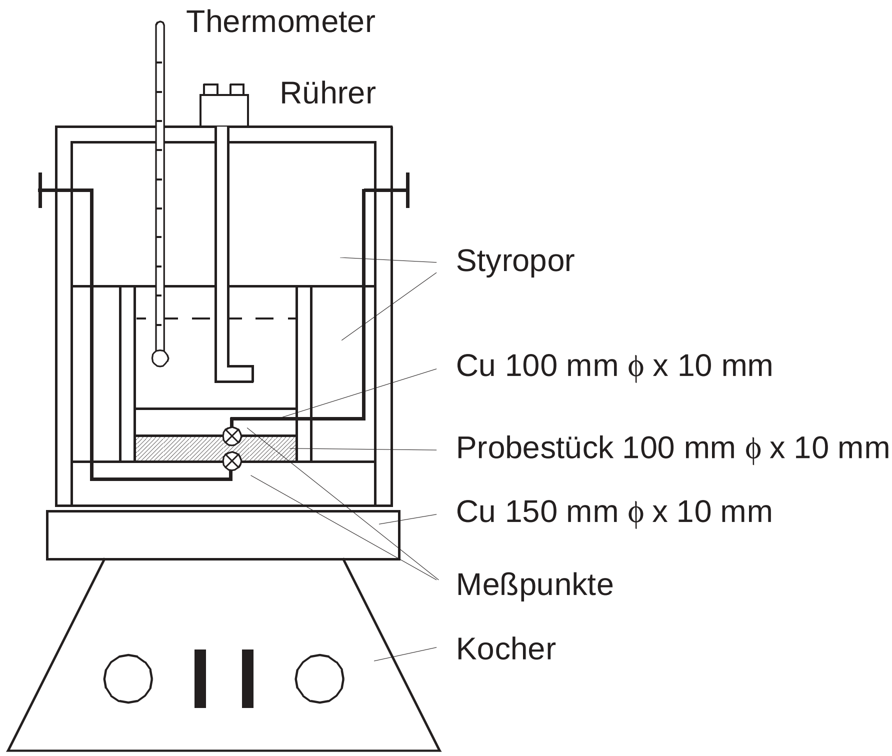


Abb. 1: Schematischer Versuchsaufbau

Es ist geschickt, jetzt die Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters gleich anzuschließen. Dazu wird der Kocher abgestellt (Warum?) und Temperaturausgleich abgewartet (Wovon?). Entnehmen Sie das warme Wasser und füllen Sie die gleiche Menge Leitungswasser nach. Wassertemperatur und Thermospannung werden weiter registriert wie zuvor.

Anmerkung zur Auswertung

Beachten Sie, dass nicht die gesamte Wärmekapazität des Kalorimeters in die Berechnung der Wärmeleitung eingeht, sondern dass (zumindest) die Wärmekapazität der unter dem Probestück liegenden Kupferplatte abzuziehen ist. Diese ist rechnerisch aus den Abmessungen zu ermitteln.

W 3a Gasthermometer

Aufgabenbeschreibung

Bei diesem Versuch sollen Temperaturen von Wasser in einem Bereich von $0^\circ - 100^\circ$ C gemessen werden und zwar einmal direkt mit einem Flüssigkeitsthermometer und einmal indirekt mit dem auf dem Gay-Lussacschen Gesetz beruhenden Gasthermometer.

Literatur

1. Gerthsen-Kneser-Vogel: Physik, 16. Aufl., Kap. 5.1, 5.2
2. Bergmann-Schäfer: Bd. 1, Kap. 10, Nr. 92, 94
3. Pohl: Einführung in die Physik I, § 161
4. Atkins: Physik, Kap. 11, 12
5. Alonso-Finn I: Kap. 9.13
6. Westphal; Praktikum der Physik, Kap. 15
7. Demtröder: Experimentalphysik 1, Kap. 11.1.3, 11.1.4

Fragen zum Versuch

1. Wie ist die Temperatur definiert und in welchen Einheiten wird sie gemessen?
2. Welche Arten der Temperaturmessung kennen Sie?
3. Was versteht man unter einer Zustandsänderung eines Gases und welche verschiedenen Arten von Zustandsänderungen unterscheidet man?
4. Welche Gasgesetze gelten für diese Zustandsänderung?
5. Wie sind der Spannungskoeffizient γ und wie der Ausdehnungskoeffizient α eines Gases definiert?

6. Überzeugen Sie sich davon, dass bei strenger Gültigkeit des Gay-Lussacschen und Boyle-Mariotteschen Gasgesetzes diese beiden Koeffizienten γ und α gleich sind.
7. Leiten Sie aus den speziellen Gasgesetzen die allgemeine Gasgleichung für ideale Gase her.
8. Leiten Sie umgekehrt aus der allgemeinen Gasgleichung die speziellen Gasgesetze idealer Gase her.
9. Was versteht man unter einem idealen Gas und worin bestehen die Unterschiede zu einem realen Gas?
10. Unter welchen Bedingungen verhält sich ein reales Gas annähernd wie ein ideales?
11. Was versteht man unter dem Begriff der kritischen Temperatur eines Gases?
12. In welcher Weise muss man die allgemeine Gasgleichung für ideale Gase abändern, so dass sie auch das Verhalten realer Gase beschreibt und wie heißt diese Gleichung?
13. Was versteht man unter den Begriffen „Binnendruck“ und „Kovolumen“ und wie hängen diese mit dem Eigenvolumen realer Gase zusammen?
14. Wie gut beschreibt die Van der Waalsche Zustandsgleichung das Verhalten realer Gase und wo treten immer noch Abweichungen auf?
15. Veranschaulichen Sie sich die Isothermen idealer und realer Gase in einem p-V-Diagramm.
16. Welche Unterschiede bestehen zwischen einem Gas und einem Dampf und was versteht man unter einen gesättigten Dampf?
17. Was versteht man unter dem Begriff „Dampfdruck“ und wie kann man seine Größe aus der Isothermen eines realen Gases entnehmen?
18. Auf welchem Gasgesetz beruht das in diesem Versuch verwendete Gasthermometer?
19. Welche Fehlerquellen treten bei dem Ihnen zur Verfügung stehenden Gasthermometer auf?
20. Was versteht man unter den Begriffen „schädliches Volumen“ und „Temperaturausgleich“ und welche Bedeutung haben sie für diesen Versuch?

21. Wie wirkt sich die Kapillarität des Quecksilbers auf die Genauigkeit der Höhenmessungen der Quecksilbersäule aus?
22. Bei diesem Versuchsaufbau verwenden Sie Luft als Füllgas des Gasthermometers. Welche Gase würden sich besser eignen als Luft, welches Gas wäre am geeignetsten und warum?

Versuchsdurchführung

Aufgabenstellung

1. **Temperaturmessung**
   Messen Sie mehrere Temperaturen von Wasser in einem Bereich von 0° – 100° C

   a) *direkt* mit einem Flüssigkeitsthermometer: t_d

   b) *indirekt* mit einem Gasthermometer nach Jolly: t_i

2. **Vergleich der gemessenen Temperaturen** t_d **und** t_i

   a) Tragen Sie bereits während des Versuches die mit dem Gasthermometer ermittelte unkorrigierte Temperatur gegen die mit dem Quecksilberthermometer ermittelten Werte t_d auf. Was würde sich ergeben, wenn beide Messungen übereinstimmen?

   b) Tragen Sie in dieses Diagramm die gemäß Formel 5 in Kapitel korrigierten Temperaturen t_i und ihre in einer Fehlerfortpflanzungsrechnung ermittelten Fehlerschranken Δt_i ein.

   c) Diskutieren Sie möglichst ausführlich alle denkbaren Fehlerquellen des Versuches.

Anleitung

Stellen Sie das leere Becherglas auf die Heizplatte (der Glaskolben des Gasthermometers soll in derselben Position wie in Abb. 1 sein!)

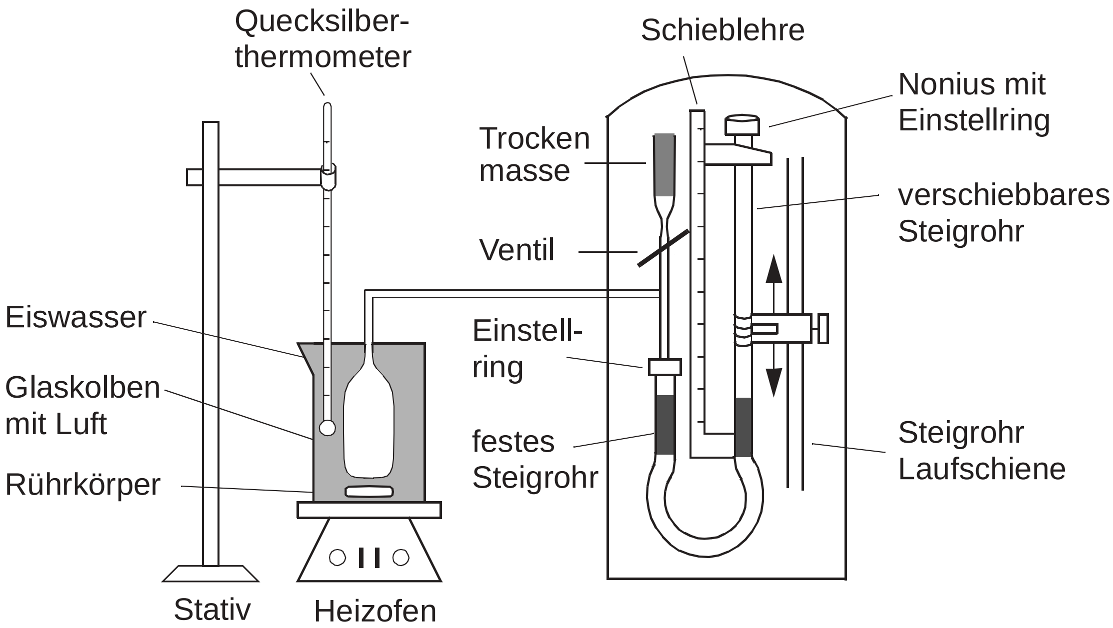


Abb. 1: Versuchsaufbauskizze

und füllen Sie zunächst möglichst fein zerstoßenes Eis um den Kolben herum bis zum Rande des Becherglases auf. Gießen Sie sodann kaltes Wasser zu, bis alle Zwischenräume zwischen den Eisstücken ausgefüllt sind. Kühlen Sie mit diesem Eis-Wassergemisch die Luft im Glaskolben, bei geöffnetem Ventil, auf 0° C ab, wobei Sie die Temperatur des Eis-Wassergemisches mit beiliegendem Quecksilberthermometer direkt messen. Hat sich im ganzen Becherglas eine Temperatur von 0° C eingestellt, stellen Sie den Messschieber auf Null und bewegen Sie das verschiebbare Steigrohr solange bis die Quecksilberkuppe mit dem Einstellring übereinstimmt. Der Einstellring am festen Rohr muss dann ebenfalls solange verschoben werden, bis er mit der Quecksilberkuppe übereinstimmt. Schließen Sie dann das Ventil und beginnen Sie das Eis-Wassergemisch mit mittlerer Heizleistung aufzutauen (linker roter Schalter und linker Drehknopf am Elektrokocher). Nehmen Sie nun auch den automatischen Rührer in Betrieb (rechter gelber Schalter und rechter Drehknopf am Elektrokocher).

Nachdem alles Eis geschmolzen ist, beginnt sich das Wasser und damit auch die Luft im Glaskolben zu erwärmen und auszudehnen. Von da an sollte man nur noch mit möglichst kleiner Heizleistung arbeiten. Warum?

Regeln Sie den Quecksilberspiegel durch Anheben des beweglichen Steigrohrs immer so nach, dass die eingeschlossene Luft immer dasselbe Volumen zur Verfügung hat, notieren Sie die direkt gemessenen Temperaturen $\mathrm{t_d}$ und die sich jeweils ergebende Höhe h(t) der Quecksilbersäule im verschiebbaren Steigrohr. Es ist dabei darauf zu achten, dass während der ganzen Meßzeit im Becherglas Temperaturausgleich herrscht.

Wie prüft man nach, wie gut diese Bedingung des Temperaturausgleichs erfüllt ist?

Drehen Sie nach Beendigung des Versuchs das verschiebbare Steigrohr wieder ganz herunter und öffnen Sie danach langsam das Ventil. Warum?

Bemerkungen zur Auswertung

Ein Gas, das in einem konstant gehaltenen Volumen erhitzt wird, ändert in charakteristischer Weise seinen Druck, und zwar lässt sich der Druck $p(t)$ bei der Temperatur t in $^\circ$ C darstellen als

$$p(t) = p_0 \cdot (1 + \gamma \cdot t) \tag{1}$$

wenn p_0 der Druck des Gases bei 0° C und γ der Spannungskoeffizient des Gases ist. Damit ist es möglich, eine Temperaturmessung auf eine Druckmessung und letztlich auf eine Längenmessung einer Quecksilbersäule zurückzuführen. Auflösen von 1 nach t ergibt

$$T = \frac{1}{\gamma} \frac{p(t) - p_0}{p_0} = \frac{1}{\gamma} \frac{\Delta p}{p_0} \tag{2}$$

Verwendet man in den Steigrohren des Gasthermometers Quecksilber, dann lässt sich die Druckdifferenz Δp durch die Messung der zugehörigen Höhendifferenz der Quecksilbersäulen ersetzen

$$\Delta p = (h(t) - h_0) \cdot \varrho_{\mathrm{Hg}} \cdot g. \tag{3}$$

ϱ_{Hg} ist die Dichte von Quecksilber, g die Erdbeschleunigung; h_0 ist die Höhe der Quecksilbersäule im verschiebbaren Steigrohr bei $t = 0°$ C, $h(t)$ die bei der Temperatur t.

Das bei diesem Versuch verwendete Gasthermometer unterscheidet sich von den i. a. in den Büchern beschriebenen dadurch, dass es durch Einbau eines Ventils auf der Glaskolbenseite möglich ist, zwischen Glaskolben und Außenraum Druckausgleich herzustellen. Wird dieser Druckausgleich bei $t = 0°$ C gemacht, so ist p_0 gleich dem äußeren Luftdruck b, der mit einem am Versuch aufgestellten Quecksilberbarometer gemessen wird. Damit ergibt sich mit $p_0 = b \cdot \varrho_{\mathrm{Hg}} \cdot g$ für die mit dem Gasthermometer gemessene Temperatur t_i:

$$t_i = \frac{1}{\gamma} \frac{h(t) - h_0}{b} \tag{4}$$

Anhand der Formel 4 soll nach Aufgabe 2b) eine Fehlerfortflanzungsrechnung durchgeführt werden. Überlegen Sie sich, welche Messfehler bei diesem Versuch auftreten und welche sie anhand von Formel 4 berücksichtigen können. Tragen Sie die ermittelten absoluten Fehler Δt_i in das in Aufgabe 2b) angefertigte Diagramm ein.

Berechnen Sie die Werte t_i nach der in Westphal, Praktikum für Physik, angegebenen Formel, die das schädliche Volumen und die Ausdehnung des Glaskolbens berücksichtigt. Nach Auflösung nach t_i ergibt sich dann:

$$t_i = \frac{h(t) - h_0}{\gamma b - [h(t) - h_0 + b] \cdot [\beta + V_S/(V \cdot T_z)]} \tag{5}$$

mit V, V_T [cm^3]: Volumen des Kolbens bzw. schädliches Volumen, β [K^{-1}]: Kubischer Ausdehnungskoeffizient des Glases, T_Z [K]: Zimmertemperatur, h, h_0 [mm]: Höhe der Quecksilbersäule im Steigrohr und b [mm]: äußerer Luftdruck in mm der Quecksilbersäule.

W 3c Bestimmung von c_p/c_v nach Rüchardt und nach Clément-Desormes

Aufgabenbeschreibung

Mit Hilfe der Methode von Rüchardt wird bei diesem Versuch der Adiabatenexponent c_p/c_v für Luft und Argon bestimmt. Ferner wird der Adiabatenexponent für Luft nach der Methode von Clémont und Desormes gemessen.

Literatur

1. Bergmann-Schäfer: Bd. I, Kap. 11, Nr. 101
2. Gerthsen-Kneser-Vogel: Physik, 16. Aufl., Kap. 5.2.4 – 5.2.6
3. Alonso-Finn III: Kap. 12.4 – 12.6
4. Grimsehl: Lehrbuch der Physik I
5. Orear: Physik, Kap. 13 (Thermodynamik)
6. Demtröder: Experimentalphysik 1, Kap. 11.1.5 – 11.1.9

Fragen zum Versuch

1. Was sind Zustandsgrößen eines Gases?
2. Was versteht man unter einer Zustandsänderung eines Gases?
3. Welche speziellen Zustandsänderungen kennen Sie?
4. Was sind polytrope Zustandsänderungen?
5. Wie sind die spezifischen Wärmen c_p und c_v eines Gases definiert?
6. Warum ist für alle Gase c_p größer als c_v? Zeigen Sie, dass die Differenz der molaren spezifischen Wärmen gleich der allgemeinen Gaskonstanten R ist (bei idealen Gasen).
7. Welche Werte ergeben sich für c_p/c_v nach der kinetischen Gastheorie für ein Edelgas und ein zweiatomiges Molekülgas?

8. Erläutern Sie die Methode von Rüchardt. Welche Zustandsänderungen werden vorgenommen?
9. Welche Vernachlässigung macht man bei der Herleitung der Differentialgleichung für die Schwingungen des Zylinders in dem Steigrohr?
10. Von welchen Messgrößen hängt c_p/c_v ab?
11. Erläutern Sie die Methode von Clément und Desormes. Welche Zustandsänderungen werden vorgenommen?
12. Welche Vernachlässigung macht man hier bei der Herleitung der Formel für c_p/c_v? Von welchen Messgrößen hängt c_p/c_v ab?

Versuchsdurchführung

Rüchardt

1. Füllen Sie das Gerät mit dem Messglas. Beachten Sie, dass vom Vorgänger noch ein anderen Gas im Gefäß sein kann.

2. Regulieren Sie mit dem Hahn unten am Gefäß die Gaszufuhr so, dass der Aluminiumzylinder „optimal“ schwingt.

3. Drücken Sie die RESET-Taste und starten Sie den Zählvorgang.

Messprogramm

Wiederholen Sie 3. mehrmals. Variieren Sie dabei auch ein wenig die Gaszufuhr (siehe 2.). Ergeben sich dabei systematische Änderungen? Führen Sie die Messungen mit Luft und Argon durch.

zu 1: Evakuieren Sie das Messgerät. Einige Minuten Auspumpen genügen, wenn der Hahn für Gaszufuhr unten am Gefäß offen ist. Die Absperrhähne für Luft und Argon sind geschlossen! Schließen Sie das Vakuumventil *und* das Gaszufuhrventil unten am Gefäß. Lassen Sie das Messgas ein und entfernen Sie vorsichtig den Gummistopfen. Bei Überdruck kann sonst der Aluminiumzylinder aus dem Rohr springen!

zu 2: Um die Messgenauigkeit zu erhöhen, wird die Schwingung durch eine periodisch modulierte Gaszufuhr entdämpft. Die Synchronisation erfolgt durch den auf und ab schwingenden Aluminiumzylinder, der durch eine Öffnung im Zylinder im richtigen Zeitpunkt etwas Gas herauslässt.

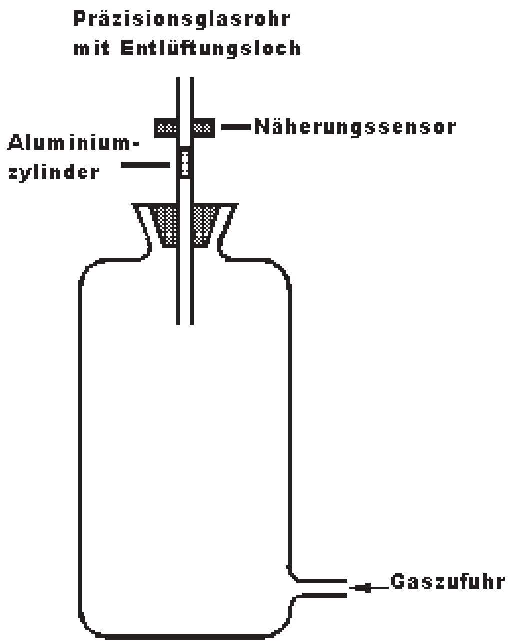


Abb. 1: Schematischer Versuchsaufbau nach Rüchardt

zu 3: Der Näherungsinitiator erzeugt bei jeder Annäherung des Aluminiumzylinders einen Puls, der vom elektrischen Zähler registriert wird. Der Zähler zählt automatisch 1 Minute lang die ankommenden Pulse. Wieviele werden pro Schwingung erzeugt?

Clément-Desormes

Dieser Teil des Versuches wird nur mit Luft durchgeführt. Kontrollieren Sie vor Beginn der Messung, ob im Gefäß Druckausgleich vorliegt und die Flüssigkeit im U-Rohr-Manometer bei Null steht. Was ist zu tun, wenn letzteres nicht der Fall ist?

Mit dem Dreiweghahn kann das Messvolumen mit dem Blasebalg und/oder der Atmosphäre verbunden oder ganz abgeschlossen werden. Der dunkle Halbkreis zeigt die jeweils verbundenen Leitungen an.

Führen Sie die Messung mehrmals durch. Woran erkennt man, ob der Temperaturausgleich schon beendet ist? Variieren Sie den Anfangsdruck. Gibt es eine systematische Abhängigkeit (siehe Frage 11)? Wie groß ist der Druck in Torr?

Was passiert, wenn durch den anfänglichen Druck die Flüssigkeit aus einem Schenkel des U-Rohr-Manometers vollständig herausgedrückt wird?

Wählen Sie die Öffnungszeit des Hauptventils sehr kurz ($< 1\,\mathrm{s}$). Hängt das Ergebnis von der Öffnungszeit ab? Falls noch genügend Zeit ist, führen Sie Kontrollversuche mit sehr langer Öffnungszeit ($> 10\,\mathrm{s}$) durch. Wie könnte man etwaige Änderungen erklären? Gibt es syste- matische Fehlerquellen?

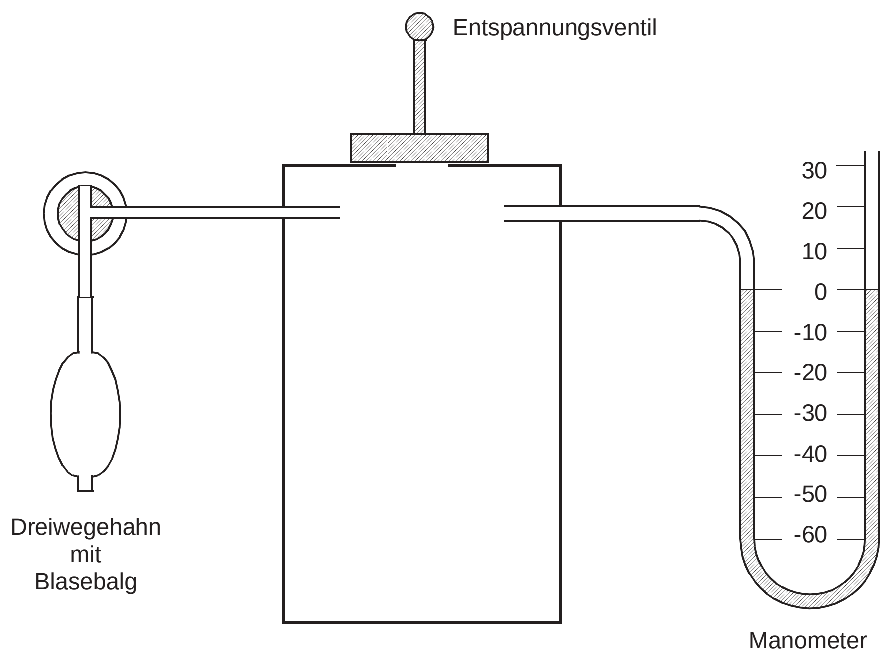


Abb. 2: Schematischer Versuchsaufbau nach Clément-Desormes

Bemerkungen zur Auswertung

Führen Sie zu beiden Messmethoden eine Fehlerabschätzung (Fehlerfortpflanzung) durch und vergleichen Sie diese mit den jeweiligen statistischen Fehlern.

M 1a Freie und erzwungene Schwingungen

Aufgabenbeschreibung

In dem Versuch sollen anhand von Drehschwingungen freie und erzwungene Schwingungen untersucht werden. Bei den freien Schwingungen sollen Begriffe wie Eigenfrequenz, Dämpfung, aperiodischer Grenzfall und Kriechfall veranschaulicht werden. Bei den erzwungenen Schwingungen soll die Schwingungsamplitude und die Phasenverschiebung in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz gemessen und die Resonanzkatastrophe beobachtet werden.

Für technische Anwendungen ist z. B. die Manipulation von Resonanzkurven durch die Dämpfung von Interesse. Auf diese Art werden u. a. die Durchlasscharakteristiken von elektrischen Schwingkreisen bzw. Filtern für Wechselströme verändert. Im Automobilbau müssen alle schwingungsfähigen Systeme, z. B. Karosserie oder Motorbefestigung gedämpft werden, um Resonanzen und daraus resultierende Ermüdungserscheinungen des Materials oder eine schlechte Straßenlage zu vermeiden. In der Atomphysik lässt sich die Absorption von Licht durch die Resonanzen des Atoms erklären.

Literatur

1. Bergmann-Schäfer: Bd. 1, Kap. IV, 38
2. Gerthsen-Kneser-Vogel: Physik, 16. Aufl., Kap. 4
3. Feynmann: Vorl. über Physik, Bd. I, Kap. 23, 24-2
4. Kuypers: Klass. Mechanik, § 2.4 (Schwingungen)
5. Schäfer, Päsler: Einführung in die theoretische Physik, Bd. 1, Nr. 27 ff
6. Sommerfeld: Vorl. über theor. Physik: Mechanik, Kap. IV

Fragen zum Versuch

1. Was sind Schwingungen? Beispiele für schwingungsfähige mechanische Systeme. Was charakterisiert einen Schwingungsvorgang? (Periodizität, Schwingungsdauer, Amplitude, Energieumwandlung)
2. Definition von Trägheitsmoment, Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung, Winkelrichtgröße (bzw. Direktionsmoment), elastische Energie einer Feder, Rotationsenergie.
3. Differentialgleichung für ungedämpfte Drehschwingung, Herleitung und Lösungen. Wie hängt die Eigenfrequenz von vorgegebenen Größen ab? Wie hängt die Lösung von den Anfangsbedingungen φ_0 und $\dot{\varphi}_0$ ab?
4. Energieerhaltung bei der Drehschwingung. Wie verhalten sich kinetische und potentielle bzw. elastische Energie während der Schwingung?
5. Wodurch zeichnet sich eine harmonische Schwingung aus? Wie hängt die Rückstellkraft bei einer harmonischen Schwingung von der Auslenkung ab?
6. Wie macht sich die Dämpfung des Pendels bemerkbar? Was kann dämpfen?
7. Wie wird die Reibung in der Differentialgleichung berücksichtigt?
8. Wie sieht die Lösung für die gedämpfte harmonische Schwingung aus? Verifizieren Sie die Lösung einschließlich der Anfangsbedingung durch Einsetzen. Ändert sich die Eigenfrequenz der Schwingung?
9. Was zeichnet aperiodischen Grenzfall und Kriechfall aus?
10. Wie kann die Dämpfungskonstante experimentell ermittelt werden?
11. Was ist eine erzwungene Schwingung? Was ändert sich in diesem Fall an der Differentialgleichung? Diskutieren Sie die Lösung.
12. Skizzieren Sie den Verlauf der Schwingungsamplitude in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz? Welchen Einfluss hat die Reibung? Was geschieht bei verschwindender und bei sehr großer Reibung?

13. Wie hängt die Phasenverschiebung von der Frequenz und der Reibung ab?
14. Wie funktioniert eine Wirbelstrombremse?

Theoretische Grundlagen

Die Differentialgleichung für die freie, ungedämpfte Schwingung des Drehpendels lautet:

$$\Theta\ddot{\varphi} + D\varphi = 0 \tag{1}$$

mit Θ = Trägheitsmoment, D = Direktionsmoment oder Winkelrichtgröße und φ = Drehwinkel.

Die Lösung lautet: $\varphi(t) = A \cdot \sin\omega_0 t + B \cdot \cos\omega_0 t$, wobei die Konstanten A, B durch die Vorgabe von Drehwinkel $\varphi(0)$ und Drehgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(0)$ zur Zeit $t = 0$ bestimmt werden. $\omega_0 = \sqrt{D/\Theta}$ ist die Resonanzfrequenz der ungedämpften Schwingung.

Im Fall des gedämpften Pendels wird Gleichung (1) ein geschwindigkeitsabhängiger Term hinzugefügt. Es ergibt sich die Differentialgleichung der freien, gedämpften Schwingung:

$$\Theta\ddot{\varphi} + r\dot{\varphi} + D\varphi = 0 \tag{2}$$

Der Proportionalitätsfaktor r wird Reibungskonstante genannt.

Die allgemeine Lösung dieser Gleichung lautet:

$$\varphi(t) = \mathrm{e}^{-\delta t}(A \cdot \mathrm{e}^{\beta t} + B \cdot \mathrm{e}^{-\beta t}) \tag{3}$$

Dabei ist $\delta = r/2\Theta$ und $\beta = \sqrt{\delta^2 - D/\Theta}$.

Man nennt δ die Dämpfungskonstante und den Kehrwert von δ die Dämpfungszeit $\tau = 1/\delta$. Nach der Zeit τ ist die Amplitude auf den e-ten Teil des Anfangswertes abgefallen. Bei der Lösung Gl. (3) unterscheidet man drei Fälle.

$$\begin{aligned} \beta^2 < 0 \quad &: \quad \text{Schwingfall}(\beta \text{ imaginär}) \\ \beta^2 = 0 \quad &: \quad \text{aperiodischerGrenzfall} \\ \beta^2 > 0 \quad &: \quad \text{Kriechfall} \end{aligned}$$

Schwingfall $\beta^2 < 0$

Wir setzen $\beta = \mathrm{i}\omega_R$ und erhalten: $\varphi(t) = \mathrm{e}^{-\delta t}(A \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_R t} + B \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_R t})$. ω_R ist die Kreisfrequenz der gedämpften Schwingung.

Da $\omega_0^2 = D/\Theta$ ist, erhält man $\omega_R^2 = D/\Theta - \delta^2$. Mit der Anfangsbedingung $\varphi(0) = \varphi_0, \dot{\varphi}(0) = 0$ erhält man (nachrechnen!):

$$\varphi(t) = \mathrm{e}^{-\delta t}\varphi_0 \cos\omega_R t + \frac{\delta}{\omega_R}\sin\omega_R t$$

Wenn $\delta \ll \omega_R$, also bei schwacher Dämpfung, wird $\frac{\delta}{\omega_R}$ sehr klein und man kann schreiben:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \mathrm{e}^{-\delta t}\cos\omega_R t$$

Wenn $T = 2\pi/\omega_R$ die Periodendauer der gedämpften Schwingung ist, so wird

$$\delta \cdot T$$

das logarithmische Dekrement genannt.

Aperiodischer Grenzfall $\beta^2 = 0$

Aus Gl. (3) folgt mit den gleichen Anfangsbedingungen:

$$\varphi(t) = \varphi_0(1 + \delta t)\mathrm{e}^{-\delta t}$$

Das Drehpendel geht also nach der Auslenkung sofort, ohne Schwingungen auszuführen, in die Nullage zurück. (Eine Anwendung findet man in Messgeräten, um unerwünschte Schwingungen des Zeigers zu unterdrücken.)

Kriechfall $\beta^2 > 0$

β ist reell und gemäß Gl. (3) nimmt der Ausschlag des Pendels nur exponentiell (nicht oszillierend) ab. Der Unterschied zwischen aperiodischem Grenzfall und Kriechfall liegt in der größeren Abklingzeit beim Kriechfall.

Erzwungene Schwingungen

Für die erzwungene gedämpfte Schwingung gilt:

$$\Theta\ddot{\varphi} + r\dot{\varphi} + D\varphi = D_0 \cos\omega t$$

D_0 ist ein Drehmoment und φ_0 ist jetzt die Amplitude des Erregers.

Es soll im folgenden nur der stationäre Endzustand betrachtet werden. Von Einschwingvorgängen wird abgesehen. (Bei kleiner Dämpfung des Drehpendels können im Versuch die Einschwingzeiten bis zu 6 Minuten betragen.) Die stationäre Lösung der obigen Gleichung ($t \to \infty$) lautet:

$$\varphi(t) = \frac{D \cdot \varphi_0}{[\Theta^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + r^2\omega^2]^{1/2}} \cdot \cos(\omega t - \psi)$$

ψ ist die Phasendifferenz zwischen dem erregenden Drehmoment und der Amplitude der erzwungenen Schwingung.

$$\tan\psi = \frac{\omega \cdot r}{\Theta(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

Der maximale Wert der Schwingung ($\cos(\omega t - \psi) = 1$) wird Amplitude genannt und ist abhängig von der erregenden Frequenz ω.

$$\frac{\varphi(\omega)}{\varphi_0} = \frac{D}{[\Theta^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + r^2\omega^2]^{1/2}}$$

Maximale Amplitude (Resonanz) tritt auf, wenn die Erregerfrequenz etwa gleich ω_0 ist. Genauer gilt bei Resonanz:

$$\omega_R^2 = \omega_0^2 - 2\delta^2$$

Maximale kinetische Energie dagegen tritt auf für

$$\omega^2 = \omega_0^2$$

(Nachprüfen!). Bei Abweichung von der Resonanzfrequenz nimmt die Amplitude schnell ab.

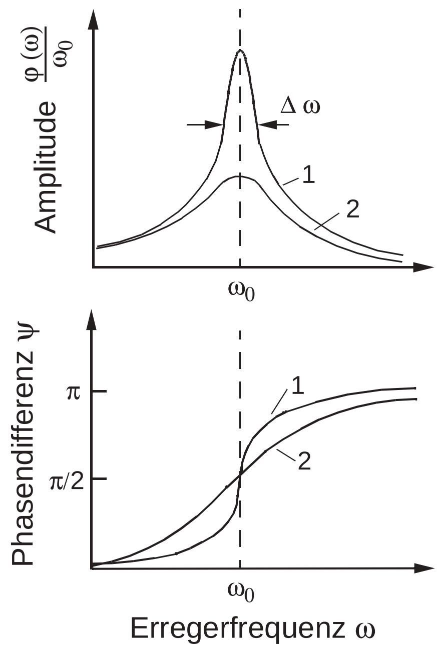


Abb. 1: Amplituden und Phasenlagen für erzwungene Schwingungen bei verschiedenen Dämpfungen

Ein Maß für die Schärfe des Maximums bei ω_R ist die so genannte Halbwertsbreite. Darunter versteht man den Abstand $\Delta\omega$ derjenigen Frequenzen ω_1 und ω_2, bei denen sich die Amplitude $\varphi(\omega)/\varphi_0$ gegenüber ihrem Maximalwert um einen Faktor $1/\sqrt{2}$ verringert hat. Die im System gespeicherte Energie ist proportional dem Quadrat der Amplitude und hat sich bei $\omega = \omega_{1,2}$ auf die Hälfte verringert. Bei schwacher Dämpfung gilt dann

$$\Delta\omega \simeq 2\delta = \frac{2}{\tau}$$

Halbwertsbreite und Dämpfungszeit τ sind einander umgekehrt proportional. Das Verhältnis von Maximalamplitude $\varphi(\omega_R)$ im Resonanzfall zur Amplitude φ_0 des Erregers wird Resonanzüberhöhung genannt. Es gilt bei kleiner Dämpfung (nachrechnen für $\omega_0 \simeq \omega_R$)

$$\frac{\varphi(\omega_0)}{\varphi_0} = \frac{D}{r\omega_0}$$

Die Resonanzüberhöhung wird auch Güte Q des Systems genannt. Es gilt

$$Q = \frac{D}{r\omega_0} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

Im Fall verschwindender Dämpfung ($r \to 0$) strebt die Amplitude gegen unendlich. Es kommt dann zu der Resonanzkatastrophe, die dem schwingenden System ein Ende setzt.

Beschreibung des Versuchsaufbaus

Die Potentiometer am Motor sind überbrückt. Dafür steht ein stromstabilisiertes Netzgerät zur Verfügung, mit dem die Feineinstellung der Drehzahl möglich ist. Zur Kontrolle von Spannung und Strom wird ein Vielfachmessgerät benutzt.

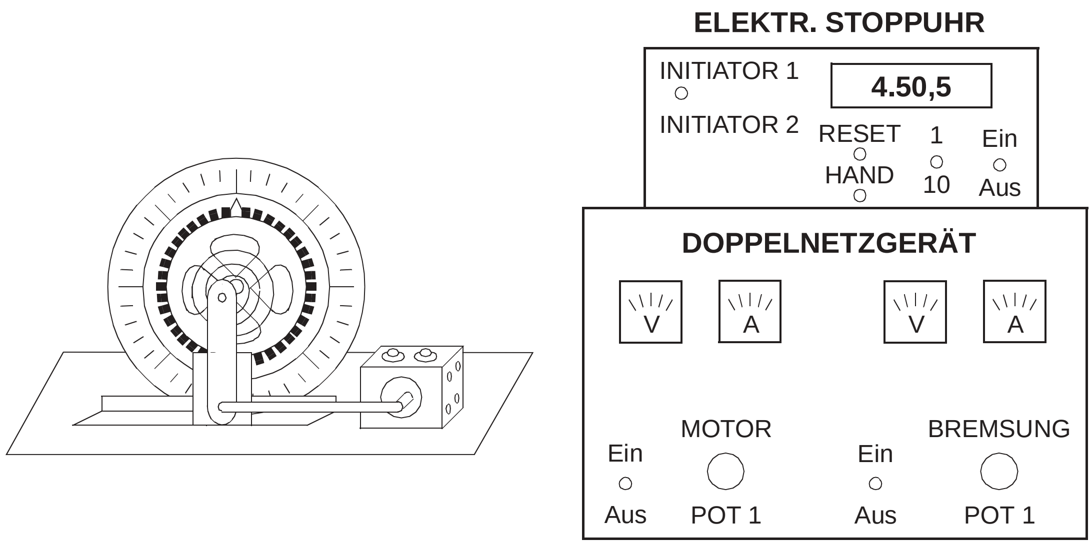


Abb. 2: Skizze des Versuchaufbaus

Mit einer elektronischen Stoppuhr wird sowohl die Eigenfrequenz des Oszillators als auch die Erregerfrequenz gemessen. Der Initiator I ist hinter dem Zeiger des Drehpendels befestigt, der Initiator II unter dem Exzenter.

Beachten Sie, dass die Initiatoren I und II sind auf gleiche Weise geschaltet sind.

Initiator I: Bei einer Schwingung kommt der Auslöser 2mal vorbei.
Initiator II: Bei einer Schwingung kommt der Auslöser 1mal vorbei.
Was folgt für die Anzahl der gemessenen Schwingungen?

Aufgabendurchführung

1. Bestimmen Sie die Eigenfrequenz $\omega_R \cong \omega_0$ der schwach gedämpften Schwingung (Spulenstrom J = 0).

2. Messen Sie für die Stromstärken 0.2 A und 0.4 A die Abklingzeit τ der freien Schwingung. Hierzu wird die Amplitude φ als Funktion der Zeit bestimmt. Die Abhängigkeit $\varphi(t)$ liefert in einer halblogarithmischen Darstellung eine Gerade, die Steigung der Geraden ist proportional zum Kehrwert der Dämpfungszeit.

3. Realisieren Sie den aperiodischen Grenzfall und den Kriechfall. Geben Sie die Dämpfungsstromstärke für den aperiodischen Grenzfall an.

   Bei der Bestimmung des aperiodischen Grenzfalles und des Kriechfalles darf die Dämpfungsspule nur kurzzeitig belastet werden.

4. Bestimmen Sie die resonanzkurven der erzwungenen gedämpften Schwingungen für die Dämpfungsstromstärken $J_1 = 0.2$ A, $J_2 = 0.4$ A. Hierbei ist $\varphi(\omega)/\varphi_0$ gegen die Erregerfrequenz aufzutragen. Geben Sie außerdem durch Beobachtung und Rechnung die Phasendifferenz ψ an für die Fälle

   - $\omega \ll \omega_0$ (Erregerfrequenz klein gegen Eigenfrequenz)
   - $\omega = \omega_0$ (Erregerfrequenz gleich Eigenfrequenz)
   - $\omega \gg \omega_0$ (Erregerfrequenz groß gegen Eigenfrequenz)

   Ermitteln Sie die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ der Resonanzkurven und zeigen Sie, dass $\Delta\omega \approx 2/\tau$ gilt.

Anmerkung zur Versuchsdurchführung

Zu 1: Messen Sie die Dauer von jeweils 10 Schwingungen. Wiederholen Sie die Messung mehrmals und mitteln Sie die Einzelmessungen

Zu 2: Lesen Sie den Ausschlag alle 2–6 Schwingungen ab (je nach Dämpfung) und nehmen Sie die Periodendauer $T = 2\pi/\omega_0$ als konstant an.

Zu 4: Lesen Sie jeweils den linken und rechten Ausschlag ab und bilden Sie den Mittelwert.

M 1b Schallgeschwindigkeit

Aufgabenbeschreibung

Dieser Versuch dient als Einführung in die Akustik. Nach der Überprüfung der Messvorrichtung werden die Schallgeschwindigkeiten in Luft und Metallstäben gemessen.

Literatur

1. Gerthsen-Kneser-Vogel: Physik, I, Kap. X
2. Bergmann-Schäfer: Lehrbuch der Experimentalphysik I, Kap. IX (bes. § 83)
3. Veit: Technische Akustik (aus der Reihe „Kurz und Bündig“)

Fragen zum Versuch

1. Erklären Sie grob die Funktionsweise der zum Versuch benötigten Geräte.
2. Befassen Sie sich mit den Begriffen Schwingung, laufende Welle, stehende Welle.
3. Welche Wellenarten kennt man bei Gasen, Flüssigkeiten und isotropen Festkörpern?
4. Was ist eine Schwebung?
5. Was ist der Unterschied zwischen Ton und Klang?
6. Wie sind die Orte größter Druckänderungen und größter Teilchenschwingungen relativ zueinander angeordnet?
7. Was ist der Unterschied zwischen Lautstärke und Schalldruckpegel?
8. Erläutern Sie andere wichtige Schallfeldgrößen, wie Schallschnelle, Schalldruck, Schallintensität, usw.
9. Was ist ein Phon?

10. Nennen Sie andere Methoden zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit.

Theoretische Grundlagen

Schallwellen

Zur Berechnung einer Schallwelle geht man gewöhnlich von der ebenen Welle aus, die durch die Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$$

bestimmt wird. Dabei bedeutet ξ die Verschiebung des Volumenelementes der deformierten Materie aus seiner Ruhelage, x ist die Ortskoordinate, t ist die Zeit und c die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Störung (Phasengeschwindigkeit!).

Die Wellengleichung lässt sich durch den Ansatz $\xi = f(x \pm ct)$ lösen, wobei f eine willkürliche, aber zweimal differenzierbare Funktion ist. Im Falle einer harmonischen Welle – wie hier im Versuch – lautet die Lösung der Wellengleichung

$$\xi = \xi_0 \sin \omega (t \pm \frac{x}{c})$$

wobei das negative Vorzeichen für die in positiver x-Richtung verlaufende Welle gilt und umgekehrt. Die Schallintensität J ist proportional dem Quadrat der Schallamplitude. Überlagern sich zwei gegeneinander laufende Schallwellen gleicher Amplitude

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \xi_0 \sin \omega (t + \frac{x}{c}) \\ \xi_2 &= \xi_0 \sin \omega (t - \frac{x}{c}) \end{aligned}$$

so folgt:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2\xi_0 \sin \omega t \cos \frac{\omega x}{c}$$

Es entsteht eine stehende Welle mit örtlich festen Nullstellen. Die Amplitude steigt auf den doppelten Wert, die Schallintensität also auf den vierfachen Wert der einzelnen laufenden Welle.

Aus der Herleitung der Wellengleichung für longitudinale Wellen in einem Stab ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit c

$$c = \sqrt{\frac{E}{\varrho}},$$

wobei E der schon vom Hookeschen Gesetz her bekannte Elastizitätsmodul und ϱ die mittlere Dichte des isotropen Festkörpers bedeuten.

Eine analoge Herleitung für Gase ergibt für die Schallgeschwindigkeit c:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varrho \cdot \chi}}$$

oder wegen der adiabatischen Zustandsänderungen während der Druck- und Entspannungsphase (Laplacesche Gleichung)

$$c = \sqrt{\frac{c_p}{c_V}\frac{p}{\varrho}}$$

Dabei bedeuten χ die Kompressibilität, p den Druck, c_p die spez. Wärme des Gases bei konstantem Druck und c_V die spez. Wärme des Gases bei konstantem Volumen.

Vorausgesetzt wurde bisher die Temperaturkonstanz. Die Schallgeschwindigkeit eines Gases wächst mit der Temperatur nach dem Gesetz

$$c_T = \sqrt{\frac{c_p}{c_V}\frac{p}{\varrho_0}(1+\alpha T)} \quad \alpha = \frac{1}{273.2^\circ\,\mathrm{C}} \quad \varrho_{0,\mathrm{Luft}} = 0.001293\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$$

(Temperatur T in Celsius).

Genauere Herleitungen finden Sie unter Literatur 1, I, § 82, 96. Es sei darauf hingewiesen, dass die in Literatur 1, I, § 97 definierte Schnelle $U_0 = 2\pi\nu\xi_0$ nicht üblich ist. Im allgemeinen bezeichnet man $U = \frac{\partial\xi}{\partial t}$ als Schallschnelle.

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit

In einem Plexiglasrohr kann eine stehende Schallwelle in der Luftsäule erzeugt werden. Das Rohr ist an einem Ende durch einen beweglichen Stempel verschlossen, am anderen Ende ist der Lautsprecher angebracht.

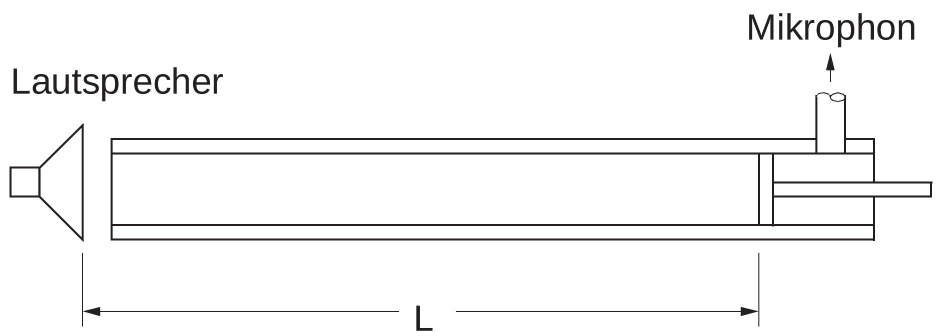


Abb. 1: Schematischer Versuchsaufbau zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit

Die vom Lautsprecher ausgehende Schallwelle wird am Stempel reflektiert und überlagert sich der einfallenden Welle. Dadurch entsteht eine stehende Welle (Da die Welle nicht vollständig, also nicht mit der gleichen Amplitude reflektiert wird, handelt es sich genau genommen um die Summe einer laufenden Welle und einer stehenden Welle). Wenn nach nochmaliger Reflexion der Welle in diesem Fall am Lautsprecher die abgestrahlte Welle und die zweimal reflektierte Welle mit gleicher Phase in gleicher Richtung laufen, entsteht eine Welle mit besonders großer Amplitude, vor allem, da die Beiträge mehrfacher, bzw. 2n-facher Reflexion dann ebenfalls phasenrichtig addiert werden. Die durch Überlagerung von hin- und rücklaufender Welle erzeugte stehende Welle erfährt durch diesen Effekt eine Resonanzüberhöhung. Man könnte auch sagen: Man beobachtet eine Resonanz, wenn die Schwingungsfrequenz der Lautsprechermembrane mit einer Eigenfrequenz der schwingenden Luftsäule übereinstimmt. Da bei der Reflexion der Schallwelle am Stempel (festes Ende) eine Phasenverschiebung von π auftritt, bei der Reflexion am Lautsprecher (offenes Ende) keine Phasenverschiebung auftritt, lautet die

Resonanzbedingung

$$L = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

mit der Rohrlänge L und der Wellenlänge λ des Schalls.

Aus der Rohrlänge L, bei der Resonanz auftritt, kann die Wellenlänge des Schalls bestimmt werden und hieraus bei bekannter Frequenz die Schallgeschwindigkeit c.

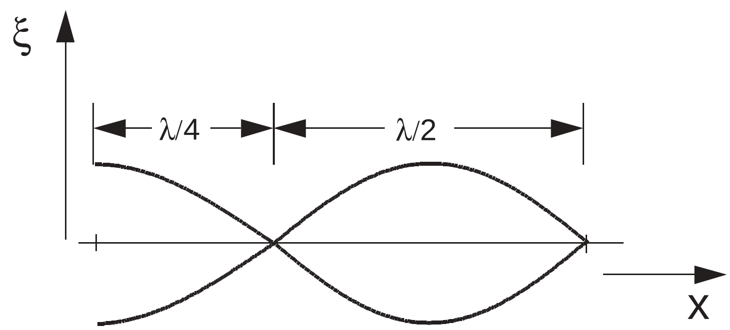


Abb. 2: Die stehende Welle in der Luftsäule (1. Oberwelle)

Bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeiten in Festkörpern muss beachtet werden, dass dort auch Transversalwellen (TW) vorkommen können. Die Formel für die Schallgeschwindigkeit in Stäben gilt genaugenommen nur für Festkörper, deren Längsabmessungen groß, die Querabmessungen jedoch klein gegenüber der Wellenlänge sind.

Zum Unterschied zu den Longitudinalwellen (LW) in unbegrenzten Medien (Abmessungen $\gg \lambda$) spricht man bei Stäben von Dehnwellen (DW). Es gilt

$$c_{\mathrm{LW}} > c_{\mathrm{DW}} > c_{\mathrm{TW}}.$$

Wird eine stehende Schallwelle in einem frei aufgehängten Metallstab angeregt, so lautet die Resonanzbedingung (zweimal offenes Ende):

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

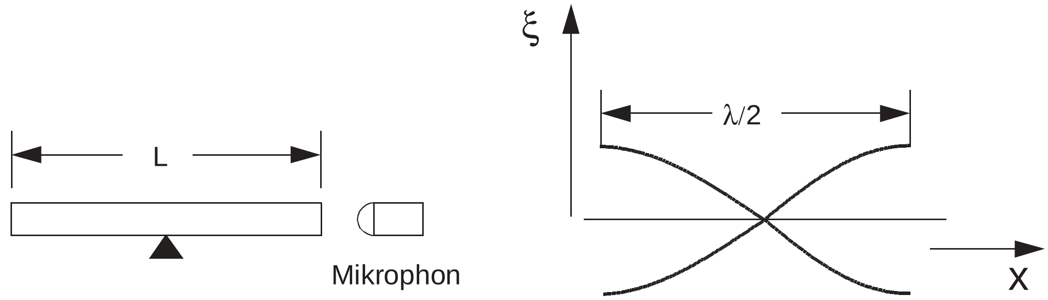


Abb. 3: Die stehende Schallwelle im Metallstab (Grundschwingung)

Versuchsdurchführung

Überprüfung der Frequenzzeichnung des Sinusgenerators

Dazu wird die Ausgangsspannung des Generators auf die X-Ablenkung des Oszilloskops gegeben (siehe Betriebsanleitung). Schließen Sie den Mikrophonausgang an die Y-Ablenkung an. (Zeitablenkung muss auf EXT. stehen!)

Wird die Stimmgabel in Schwingungen versetzt (440 Hz), so ergeben sich stehende „Lissajousfiguren“ auf dem Bildschirm des Oszilloskops, wenn die Frequenz der beiden Einzelschwingungen in einem rationalen Verhältnis zueinander stehen. Überprüfen Sie nun die Eichung des Generators für Frequenzverhältnisse, die durch kleine Zahlen bestimmt werden (z. B. 2:1, 1:1, 2:3, 1:2, usw., die im Versuch Generatorfrequenzen von 220, 440, 660 und 880 Hz entsprechen). Erstellen Sie eine Tabelle, in der die Abweichung des angezeigten Frequenzwertes vom wahren Wert ersichtlich ist.

Sehen Sie sich auf dem Schirm des Oszilloskops eine Schwebungsfigur an. Dazu wird der Lautsprecher an den Generator angeschlossen. Das Mikrophon, welches jetzt gleichzeitig das Lautsprechersignal (440 Hz) und die Stimmgabelschwingungen registriert, wird an die Y-Ablenkung des Oszilloskops angeschlossen (Zeitablenkung etwa 10 ms/cm). Variieren Sie die Generatorfrequenz ein wenig, um eine gut sichtbare Schwebungsfrequenz zu erhalten.

Bestimmung des Frequenzganges Lautsprecher-Mikrophon

Verwenden Sie hierzu die Schaltung nach Abb. 4. Zusätzlich wird die am Lautsprecher anliegende Spannung U_L auf den X-Eingang des Oszilloskops gelegt oder alternativ wie U_M an Y-Eingang gemessen. Zur Messung wird der Lautsprecher möglichst nahe an das Mikrophon gebracht, um Resonanzen des Messraumes weitgehend auszuschalten. Tragen Sie zur Auswertung U_M/U_L doppellogarithmisch gegen die Frequenz auf.

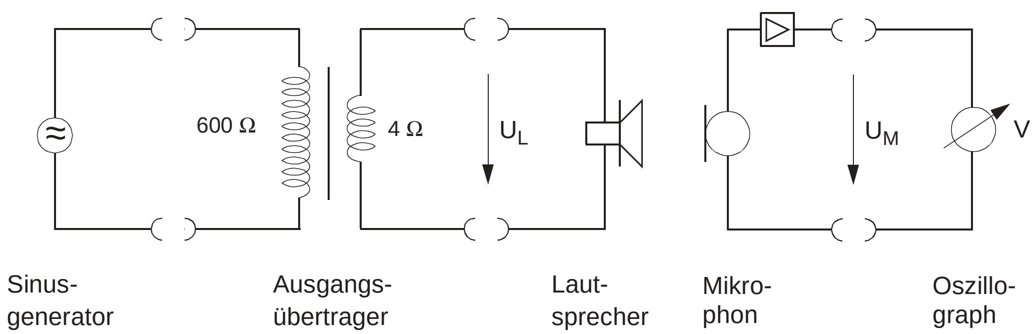


Abb. 4: Elektrische Schaltung zur Messung des Frequenzganges Lautsprecher-Mikrophon

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Luft

Regeln Sie dazu den Sinusgenerator auf 880 Hz ein (nach der vorher aufgenommenen Eichkurve und nach der Lissajourfigur). Das Mikrophon wird über den Schlauch als Schalleiter an das Plexiglasrohr angeschlossen. Das Ausgangssignal wird auf die Y-Ablenkung des Oszilloskops gegeben (Zeitablenkung ca. 1 ms/cm). Nehmen Sie das Ausgangssignal des Mikrophons als Funktion der Länge L auf, wobei L zwischen 0 und ca. 150 cm variiert wird. Dabei ist zu beachten, dass durch Reflexion des Schalls im Raum und an Personen die Schallamplitude verändert wird. Verhalten Sie sich deshalb während dieser Messung möglichst ruhig.

Anmerkung: Da die Reflexion am geschlossenen Ende des Rohres nicht vollständig ist, erhält man keine reine stehende Welle. Zur

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit sollen nur Abstände zwischen den Intensitätsminima verwendet werden (keine absoluten Abstände von der Lautsprechermembran!).

Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Metallstäben

Spannen Sie die vorhandenen Metallstäbe mittig in das Stativ ein und regen Sie sie zur Longitudinalschwingung an. Dabei sollte das Mikrophon möglichst nahe an einem Stabende stehen. Aus Stablänge und gemessener Frequenz können Sie die Schallgeschwindigkeit ermitteln.

Hinweis: Die Eigenfrequenz des Metallstabes erhalten Sie zunächst grob, indem Sie mit dem Hammer die gedämpften Eigenschwingungen (longitudinal!) anregen und über Mikrophon und Oszilloskop die Periodendauer ablesen. Zur genauen Bestimmung benutzt man vorteilhaft Lissajousfiguren. Legen Sie dazu die Spannung des Sinusgenerators an die X-Ablenkung des Oszilloskops, die Mikrophonspannung an die Y-Ablenkung und stimmen Sie die Generatorfrequenz auf die Schwingungsfrequenz des Stabes ab (stehende Ellipse).

Bestimmung der Reizschwelle des Ohres

Verwenden Sie die Schaltung nach Abb. 5. Regeln Sie nach Aufsetzen des Kopfhörers den Pegel des Generators so ein, dass Sie den Ton gerade noch hören können. Lesen Sie die angelegte Spannung am Oszilloskop ab. Führen Sie dieses Verfahren für mehrere sinnvoll ausgewählte Frequenzen durch. Tragen Sie dazu die Schallintensität J doppellogarithmisch gegen die Frequenz auf. Die Eichung von J kann an der Hörschwelle des Normalbürgers bei 1 kHz vorgenommen werden. Hier beträgt die Schallintensität $10^{-12}\,\mathrm{Wm}^{-2}$. Der Kopfhörer ist ein Schalldrucksender, d. h. die angelegte Spannung ist der Membrangeschwindigkeit proportional. Umgekehrt ist das menschliche

Ohr (bzw. das Mikrophon) ein Schalldruckempfänger. Daher gilt: $J = \text{const} \cdot U_L^2$

Der Proportionalitätsfaktor kann mit einer Messung bei 1 kHz ermittelt werden. Welche Druckamplitude hat an Ihrer Hörschwelle die Schallwelle der Frequenz 5 kHz?

Hinweis: $J = \Delta P_0 / 2\varrho c$ (ΔP_0 = Druckamplitude)

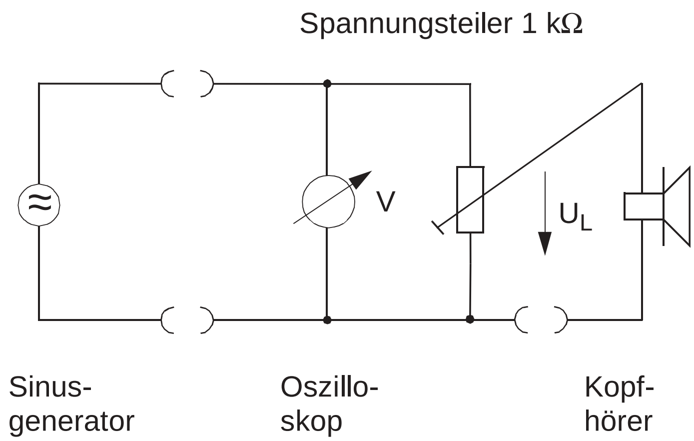


Abb. 5: Elektrische Schaltung zur Bestimmung der Reizschwelle des Ohres

M 2a Trägheitsmomente

Aufgabenbeschreibung

Die Trägheitsmomente verschiedener Körper sind zu ermitteln. Für einen Zylinder ist das Trägheitsellipsoid zu bestimmen. Bei dieser Aufgabe soll man sich mit der physikalischen Bedeutung des Tensor-Begriffes vertraut machen.

Literatur

1. Kneubühl: Repetitorium der Physik, Kap. 2.3
2. Alsonso-Finn I: Kap. 10 (insbes. 10.2, 10.3)
3. Joos: Lehrbuch der theoretischen Physik, Bd. 2, Kap. III, § 3
4. Kuypers: Klass. Mechanik, § 2.3.1 – 2.3.2
5. Scheck: Mechanik, Kap. 3
6. Demtröder: Experimentalphysik, Kap 5

Einführende Fragen

1. Allgemeine Definition des Trägheitsmomentes
2. Satz von Steiner
3. Ansatz für die Berechnung des Trägheitsmomentes einer Kugel
4. Erläuterung des Trägheitsmomentes am Hantelmodell
5. Drehimpuls
6. Rotationsenergie
7. Winkelgeschwindigkeit
8. Winkelrichtgröße
9. Drehschwingungen
10. Schwingungsgleichung (allgemein)
11. Wann führt ein mechanisches System harmonische Schwingungen aus?

12. Analogie zwischen Translations- und Rotationsbewegung
13. Was ist der Trägheitstensor?
14. Hauptträgheitsachsen, Trägheitsellipsoid
15. Welcher Bezug besteht zwischen der Symmetrie des Körpers und der Art des Trägheitsellipsoides?
16. Wie sieht das Trägheitsellipsoid von Kugel, Würfel, Säule, Quader aus?

Theoretische Grundlagen

Trägheitstensor

Der Grundgleichung der Translationsbewegung $\vec{F} = m \cdot \ddot{\vec{r}}$ entspricht bei der Rotationsbewegung die Gleichung

$$\vec{J} = \Theta \cdot \ddot{\vec{\varphi}} \tag{1}$$

J ist das am Körper angreifende Drehmoment, Θ der Trägheitstensor und $\ddot{\vec{\varphi}}$ der Vektor der Winkelbeschleunigung.

Während die Masse m ein Skalar ist, und deshalb die obige Vektorgleichung in Komponenten zerlegt wie folgt lautet:

$$F_x = m \cdot \ddot{x}; \quad F_y = m \cdot \ddot{y}; \quad F_z = m \cdot \ddot{z},$$

ist Θ ein Tensor. Das bedeutet, dass jede Komponente des Drehmomentes von allen drei Komponenten der Winkelbeschleunigung abhängt.

$$\begin{aligned} J_x &= \Theta_{xx} \cdot \ddot{\varphi}_x + \Theta_{xy} \cdot \ddot{\varphi}_y + \Theta_{xz} \cdot \ddot{\varphi}_z \\ J_y &= \Theta_{yx} \cdot \ddot{\varphi}_x + \Theta_{yy} \cdot \ddot{\varphi}_y + \Theta_{yz} \cdot \ddot{\varphi}_z \\ J_z &= \Theta_{zx} \cdot \ddot{\varphi}_x + \Theta_{zy} \cdot \ddot{\varphi}_y + \Theta_{zz} \cdot \ddot{\varphi}_z \end{aligned} \tag{2}$$

Der Tensor ordnet jeden Vektor linear einem anderen Vektor zu, wobei, im Gegensatz zu skalaren Zuordnung, die beiden Vektoren im allgemeinen nicht parallel sind.

Der Trägheitstensor lässt sich als 3×3 Matrix darstellen. Der Tensor ist symmetrisch, d. h. es gilt $\Theta_{xy} = \Theta_{yx}$ usw. Man bezeichnet die Größen Θ_{xx}, Θ_{yy}, Θ_{zz} als die Trägheitsmomente bezüglich der x-, y-, z-Achse, die Größen Θ_{xy}, Θ_{xz}, Θ_{yz} als die Deviationsmomente. Sie berechnen sich gemäß

$$\Theta_{xx} = \iiint (y^2 + z^2) \cdot \varrho \, dV \quad \Theta_{xy} = \iiint xy \cdot \varrho \, dV \quad \text{usw.} \tag{3}$$

wobei ϱ die Dichte und dV das Volumenelement sind.

In jedem starren Körper gibt es ein bevorzugtes Koodinatensystem durch den Schwerpunkt derart, dass die Deviationsmomente verschwinden. Der Trägheitstensor reduziert sich dann auf die drei Diagonalelemente Θ_x, Θ_y, Θ_z, die als Hauptträgheitsmomente bezeichnet werden. Der Trägheitstensor ist durch die Angabe der Hauptträgheitsmomente und der Lage des Hauptachsensystems vollständig bestimmt. Das Trägheitsmoment bezüglich einer beliebigen Achse kann hieraus berechnet werden. In der Matrixdarstellung lautet der Trägheitstensor (in Hauptachsendarstellung)

$$\Theta = \begin{pmatrix} \Theta_x & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_y & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_z \end{pmatrix} \tag{4}$$

Kugel	$\Theta_x = \Theta_y = \Theta_z = \Theta_r = \frac{2}{5} m r^2$
Zylinder	$\Theta_x = \Theta_y = \Theta_r = \frac{m}{12}(3r^2 + H^2)$; $\Theta_z = \frac{1}{2} m r^2$
Quader	$\Theta_x = \frac{m}{12}(b^2 + c^2)$; $\Theta_y = \frac{m}{12}(a^2 + c^2)$; $\Theta_z = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$

Drehschwingungen

Im folgenden werden Drehschwingungen eines starren Körpers um eine feste Achse betrachtet. Das Koordinationssystem x, y, z wird in die Hauptträgheitsachsen gelegt. Die Drehachse des Körpers wird durch den Einheitsvektor $\vec{n}$ gekennzeichnet, der die Winkel α, β mit den Hauptträgheitsachsen bildet. In Komponentenschreibweise hat der Vektor die Form:

$$\vec{n} = (\sin\alpha \cdot \cos\beta, \sin\alpha \cdot \sin\beta, \cos\alpha)$$

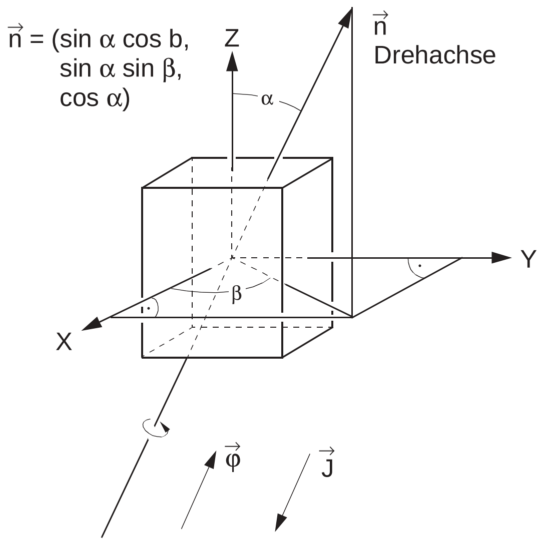


Abb. 1: Darstellung der geometrischen Verhältnisse bei einem drehschwingenden starren Körper

Das von der Rückstellfeder ausgeübte Drehmoment ist proportional der Auslenkung

$$\vec{J} = -D \cdot \vec{\varphi} \tag{5}$$

D ist eine Materialkonstante der Feder und wird Winkelrichtgröße genannt. Aus Gl. (1) und (4) folgt die Bewegungsgleichung der Rotation ohne Dämpfung

$$-D \cdot \vec{\varphi} = \Theta \cdot \ddot{\vec{\varphi}}$$

Eine Lösung lautet

$$\vec{\varphi} = \varphi_0 \cdot \vec{n} \cdot \mathrm{e}^{i\omega t}$$

was für ω (die Kreisfrequenz der Schwingung) zu der Bestimmungsgleichung

$$\vec{n} \cdot D = \Theta \cdot \vec{n} \cdot \omega^2 \tag{6}$$

führt.

Man beachte, dass Θ ein Tensor ist und $\Theta \cdot \vec{n}$ ein Vektor. Somit kann nicht durch $\Theta \cdot \vec{n}$ dividiert werden. Man kann jedoch die

Gleichung von links mit $\vec{n}$ multiplizieren. Wegen $\langle \vec{n} \cdot \vec{n} \rangle = 1$ folgt

$$\omega^2 = \frac{D}{\langle \vec{n},\, \Theta \cdot \vec{n} \rangle} \tag{7}$$

Man bezeichnet den Nenner als Trägheitsmoment Θ_n bezüglich einer beliebigen Drehachse $\vec{n}$

$$\Theta_n = \langle \vec{n},\, \Theta \cdot \vec{n} \rangle \tag{8}$$

und die Kreisfrequenz der Drehschwingung ergibt sich damit zu

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{\Theta_n}} \tag{9}$$

Liegt Θ in Hauptachsendarstellung vor, so lässt sich Θ_n mit den Gl. (3) und (4) leicht berechnen zu

$$\Theta_n = \Theta_x \sin^2\alpha \cos^2\beta + \Theta_y \sin^2\alpha \sin^2\beta + \Theta_z \cos^2\alpha \tag{10}$$

Bei einer Kugel sind die Hauptträgheitsmomente gleich und für jede Achse durch den Schwerpunkt gilt (siehe Tabelle):

$$\Theta_n = \Theta_x = \Theta_y = \Theta_z = \Theta_r$$

Beim Zylinder dagegen treten zwei verschiedene Hauptträgheitsmomente auf (siehe Tabelle) und aus Gl. 10 folgt

$$\Theta_n = \Theta_r \sin^2\alpha + \Theta_z \cos^2\alpha \tag{11}$$

Trägheitsellipsoid

Die Richtungsabhängigkeit des Trägheitsmomentes Θ_n kann graphisch dargestellt werden. Dazu zeichnet man vom Ursprung aus einen Radiusvektor $\vec{R}$, der in Richtung $\vec{n}$ zeigt und dessen Länge

$$|\vec{R}| = \frac{1}{\sqrt{\Theta_n}}$$

beträgt. Der Einheitsvektor $\vec{n}$ lässt sich dann darstellen als

$$\vec{n} = \frac{1}{|\vec{R}|} \cdot (R_x, R_y, R_z)$$

und aus Θ_n aus Gl. (8)/(4) folgt

$$\Theta_n = \Theta_x \cdot R_x^2 \cdot \Theta_n + \Theta_y \cdot R_y^2 \cdot \Theta_n + \Theta_z \cdot R_z^2 \cdot \Theta_n$$

bzw.

$$R_x^2 \cdot \Theta_x + R_y^2 \cdot \Theta_y + R_z^2 \cdot \Theta_z = 1 \tag{12}$$

Die Endpunkte des Vektors $\vec{R}$ liegen auf einer Fläche zweiten Grades. Da Θ_x, Θ_y, Θ_z stets positiv und größer null sind, handelt es sich um ein Rotationsellipsoid. Es wird als Trägheitsellipsoid bezeichnet. Die Symmetrie des Drehkörpers macht sich beim Trägheitsellipsoid entsprechend bemerkbar. Man diskutiere Kugel, Würfel, Zylinder!

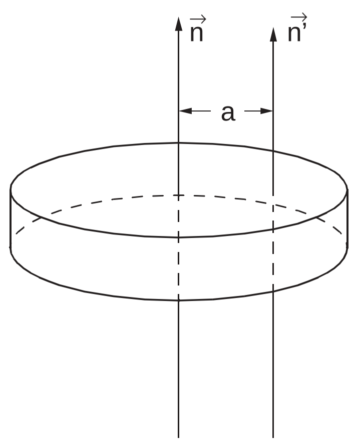


Abb. 2: Skizze zum Steinerschen Satz

Steinerscher Satz

Das Trägheitsmoment um eine beliebige durch den Schwerpunkt gehende Drehachse $\vec{n}$ sei Θ_n. Dann gilt für das Trägheitsmoment um eine zu $\vec{n}$ parallele Achse $\vec{n}'$ im Abstand a

$$\Theta_{n'} = \Theta_n + ma^2 \tag{13}$$

wobei m die Masse des Körpers ist. Zum Beweis siehe Lit. 3. Für einen Zylinder, der um die Achse $\vec{n}'$ rotiert, gilt somit

$$\Theta_{n'} = m \cdot (a^2 + \frac{r^2}{2})$$

Versuchsdurchführung

1. Bestimmen Sie mit Hilfe der Holzkugel, deren Trägheitsmoment Sie aus Masse und Radius der Kugel berechnen können, die Winkelrichtgröße D der Feder. Messen Sie dazu mehrmals jeweils die Zeit für 10 Schwingungen und bilden Sie den Mittelwert.

2. Bestimmen Sie mit dem jetzt bekannten Wert von D das Trägheitsmoment Θ_z der flachen Holzscheibe und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem theoretischen Wert.

3. Prüfen Sie den Steinerschen Satz nach. Dazu wird der Bügel mit dem Trägheitsmoment Θ_B auf die Achse gesetzt, die Zusatzgewichte mit dem Trägheitsmoment Θ_M und der Masse m_M an dem Bügel befestigt und die Schwingungsdauer T als Funktion des Abstandes a (Schwerpunkt Messinggewicht-Drehachse) bestimmt. Es gilt

   $$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta_B + \Theta_M + m_M a^2}{D}}$$

   Bestimmen Sie $T(a)$ für etwa 10 Werte von a. Es ist zweckmäßig die Größe $\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$ über $m_M a^2$ aufzutragen. Es ergibt sich dann eine Gerade, deren Steigung die Winkelrichtgröße D liefert und deren Schnittpunkt mit der $m_M a^2$-Achse gleich dem Trägheitsmoment des Bügels mit dem Zusatzgewicht auf der Achse ist. Um die Lagerreibung zu vermindern, ist es zweckmäßig, mit zwei symmetrisch angebrachten Zusatzgewichten zu arbeiten.

4. Bestimmen Sie aus der Schwingungsdauer T das Trägheitsmoment des Messingquaders bezüglich der drei Hauptachsen und für die Raumdiagonale. Vergleichen Sie das Trägheitsmoment bezüglich der Raumdiagonale mit dem Wert, der sich aus den Hauptträgheitsmomenten für diese Richtung der Drehachse berechnen läßt.

5. Bestimmen Sie das Trägheitsmoment $\Theta_n(\alpha)$ für den Zylinder in Abhängigkeit von α (dem Winkel zwischen Rotationsachse und Symmetrieachse). Stellen Sie $\Theta_n(\alpha)$ und $1/\sqrt{\Theta_n(\alpha)}$ in Polarkoordinaten dar. Vergleichen Sie mit den entsprechenden theoretischen Werten.

M 5a Hookesches Gesetz und Torsionsmodul

Aufgabenbeschreibung

Untersuchung des elastischen Verhaltens von deformierbaren festen Körpern.

Literatur

1. Gerthsen-Kneser-Vogel: Physik, Abschnitte 3.5, 4.1
2. Bergmann-Schäfer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. I, Kap. V, §§ 42–46
3. Walcher W., Praktikum der Physik, 2.4, 2.7
4. Martin J.W., Strong Materials Kap. I
5. Kleber W., Angewandte Gitterphysik
6. Kittel C., Einführung in die Festkörperphysik, Kap. 3, 4

Fragen zum Versuch

Verhalten eines Körpers innerhalb des Gültigkeitsbereiches des Hookeschen Gesetzes

1. Was sagt das Hookesche Gesetz aus?
2. Verschaffen Sie sich Klarheit über die Begriffe Volumenelastizität und Gestaltungselastizität.
3. Was versteht man unter den Begriffen Elastizitätsmodul, Kompressionsmodul und Torsionsmodul?
4. Wie viele unabhängige Konstanten genügen, um das elastische Verhalten eines (isotropen) Körpers zu beschreiben?

Verhalten eines Körpers außerhalb des Gültigkeitsbereiches des Hookeschen Gesetzes

1. Diskutieren Sie das Spannungs-Dehnungs-Diagramm.
2. Erklärung der Begriffe: Fließgrenze, Zerreißspannung, elastische Nachwirkung.
3. Welche Kräfte halten den Festkörper zusammen?

Schwingungen

1. Wie sieht die Differentialgleichung einer schwingenden Feder aus?
2. Wie ist der Zusammenhang zwischen Schwingungsdauer und Federkonstante?
3. Was bewirkt eine Dämpfung der Schwingung?

Drehbewegung

1. Verschaffen Sie sich Klarheit über die Begriffe Drehmoment, Trägheitsmoment und Steinerschen Satz.
2. Wie lautet die Bewegungsgleichung eines Drehpendels?
3. Wie ist der Zusammenhang zwischen Schwingungsdauer und Torsionsmodul des Drahtes?
4. Wie kann man mit dünnen Drähten sehr gut kleine Drehmomente messen?

Versuchsdurchführung

Aufgabenstellung

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Federkonstanten verschiedener Federn

1. durch Anhängen von Gewichten (statische Methode).

2. durch Messung der Schwingungsdauer (dynamische Methode).

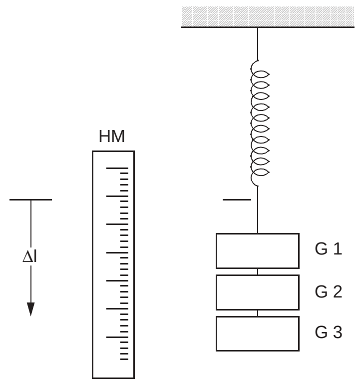


Abb. 1: Versuchsanordnung zur Bestimmung von Federkonstanten. G_1, G_2, ... verschiedene Gewichte, HM: Höhenmaßstab zur Messung der Auslenkung Δl

Aufgabe 2:

1. Bestimmen Sie den Torsionsmodul eines Drahtes mit Hilfe der Drehschwingung.

2. Verifizieren Sie die Gesetzmäßigkeit: Richtmoment $D \approx R^4$.

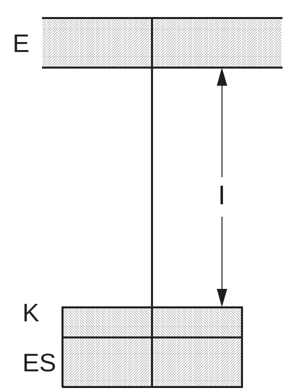


Abb. 2: Versuchsanordnung zu Untersuchungen über das Torsionsmodul und zur Messung von Trägheitsmomenten vorgegebener Körper. D: Draht (Länge l, Radius R), E: Einspannung, K: Körper mit unbekannten Trägheitsmoment, ES: Metallscheibe mit bekanntem Trägheitsmoment

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie das Trägheitsmoment eines gegebenen Körpers mit Hilfe der Drehschwingung.

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Zu Aufgabe 1

1. Die Federn werden mit Gewichten belastet und jeweils die Auslenkung aus der Ruhelage gemessen.

2. Die Federn werden mit angehängten Massen zum Schwingen gebracht und die Schwingungsdauer mit einer Stoppuhr gemessen.

Bei dieser Messung geht auch die Federmasse in die Schwingungsdauer mit ein (Warum?)

Zu Aufgabe 2

1. Eine an einem Draht befestigte Metallscheibe wird in eine Drehschwingung versetzt. Gemessen wird die Schwingungsdauer der Anordnung. Machen Sie eine Messreihe, wobei jeweils etwa 20–30 Schwingungen ausgezählt werden sollen.

2. Die in 2.1 benutzte Kreisscheibe wird an mehreren Drähten mit verschiedenem Durchmesser befestigt. Es genügt, jeweils eine Messung zu machen mit etwa 20–30 Schwingungen.

Zu Aufgabe 3

Benutzen Sie einen Draht mit bekanntem Torsionsmodul.

Hinweise zur Versuchsauswertung

Zu Aufgabe 1

1.1 Die am Federende angreifende Kraft ist graphisch gegen die Auslenkung aufzutragen.

1.2 Entsprechend soll T^2 gegen die Masse m aufgetragen werden.

Zu Aufgabe 2

2.2 Das Ergebnis ist so in einem Diagramm aufzutragen, dass alle Punkte theoretisch auf einer Geraden liegen.

O 1a Linsensysteme

Aufgabenstellung

Es sind die Abbildungseigenschaften und Abbildungsfehler einer Linse zu untersuchen. Außerdem soll ein Fernrohr aufgebaut und dessen Vergrößerung bestimmt werden.

Literatur

1. Alonso-Finn II: Kap. 21.4–21.5,21.8
2. Bergmann-Schäfer: Bd. III, Kap. 1.9, 1.10, 1.12
3. Born: Optik, Kap. 2 (Geometrische Optik)
4. Kohlrausch: Praktische Physik II, Kap. 5.1
5. Gerthsen-Kneser-Vogel: Physik, 16. Aufl, Kap. 9.1–9.3
6. Demtröder: Experimentalphysik 2, Kap. 9.5, 9.6

Fragen zum Versuch

Geometrische Optik

1. Was versteht man unter der geometrischen Optik und welche Erscheinungen des Lichtes kann man mit ihrer Hilfe beschreiben, welche nicht?
2. Beschreiben Sie phänomenologisch die Erscheinungen Brechung, Reflexion und Totalreflexion.
3. Durch welches Grundprinzip der geometrischen Optik lassen sich die gradlinige Ausbreitung des Lichtes sowie das Reflexions- und Brechungsgesetz theoretisch begründen?

Linsen

1. Beschreiben Sie qualitativ die Wirkung einer Linse. Was versteht man unter der Brennweite einer Linse, und wovon hängt die Brennweite ab?
2. Wie konstruiert man sich das Bild, das eine dünne Konvex- bzw. eine dünne Konkavlinse von einem Gegenstand entwirft?
3. Welche Bilder werden von einer Konvexlinse entworfen, wenn der Gegenstand sich

   a) zwischen Linse und Brennebene
   b) in der Brennebene
   c) zwischen einfacher und doppelter Brennweite
   d) im Abstand doppelter Brennweite und mehr

   befindet? Was für Bilder entwirft eine Konkavlinse?
4. Was ist der Unterschied zwischen einem reellen und einem virtuellen Bild?
5. Wie beschreibt man geometrisch die Abbildung durch dicke Linsen?
6. Was ist eine Fresnelsche Linse?

Brennweitenbestimmung einer Linse

1. Was versteht man unter dem Begriff Dioptrie einer Linse und wie hängt diese mit der Brennweite der Linse zusammen?
2. Mit welchen Verfahren lässt sich die Brennweite einer konvexen Linse bestimmen?
3. Wie kann man die Brennweite einer konkaven Linse bestimmen?
4. Informieren Sie sich über das Verfahren von Bessel zur Brennweitenbestimmung. Leiten Sie die Brennweitenformel her. Für welche Abstände zwischen Gegenstand und Schirm sind reelle Bilder zu erwarten?

Abbildungsfehler

1. Diskutieren Sie folgende Abbildungsfehler einer Linse: sphärische Aberration, chromatische Aberration und Astigmatismus.
2. Wie kann man den Einfluss dieser Abbildungsfehler möglichst gering halten?
3. Kennen Sie noch weitere Linsenfehler?
4. Wovon hängt der Brennpunktsdurchmesser eines fokussierten, parallelen Strahls bei einer idealen Linse ab?

Optische Instrumente

1. Wie ist die Winkelvergrößerung eines optischen Systems definiert?
2. Diskutieren Sie den Strahlengang und die Vergrößerung einer Lupe.
3. Skizzieren Sie den Strahlengang des astronomischen (Keplerschen), des holländischen (Galileischen) und des terrestrischen Fernrohres.
4. Informieren Sie sich über Bau und Wirkungsweise eines Huygensschen Okulars. Welche Vorteile besitzt dieses Okular?
5. Leiten Sie die Vergrößerung für ein Fernrohr her.

Versuchsdurchführung

Aufgabenstellung

1. **Brennweitenbestimmung einer bikonvexen Linse**
   Messen Sie die Brennweite einer Linse (f $\approx$ 250 mm) für grünes Licht

   a) durch Aufsuchen des Brennpunktes eines parallel einfallenden Lichtbündes,

   b) nach dem Besselschen Verfahren.

2. **Untersuchungen der Linsenfehler**

a) Bestimmen Sie die chromatische Aberration der bikonvexen Linse durch Aufsuchen der Brennpunkte für parallel einfallendes rotes und blaues Licht.

b) Bestimmen Sie die spärische Aberration durch Aufsuchen der Brennpunkte für achsennahe und achsenferne Strahlenbündel bei parallel einfallendem Licht.

c) Untersuchen Sie qualitativ den Astigmatismus schief einfallender Lichtbündel.

3. **Bau eines Fernrohres**

a) Bauen Sie sich aus zwei Linsen verschiedene Fernrohre.

- ein astronomisches (Keplersches Fernrohr), (eine kurz- und eine langbrennweitige Sammellinse).
- ein holländisches (Galileisches Fernrohr), (eine kurzbrennweitige Zerstreuungslinse und eine langbrennweitige Sammellinse).

b) Bestimmen Sie deren Vergrößerung und vergleichen Sie die experimentell ermittelten Werte mit den aus den angegebenen Brennweiten theoretisch berechneten.

Versuchsaufbau

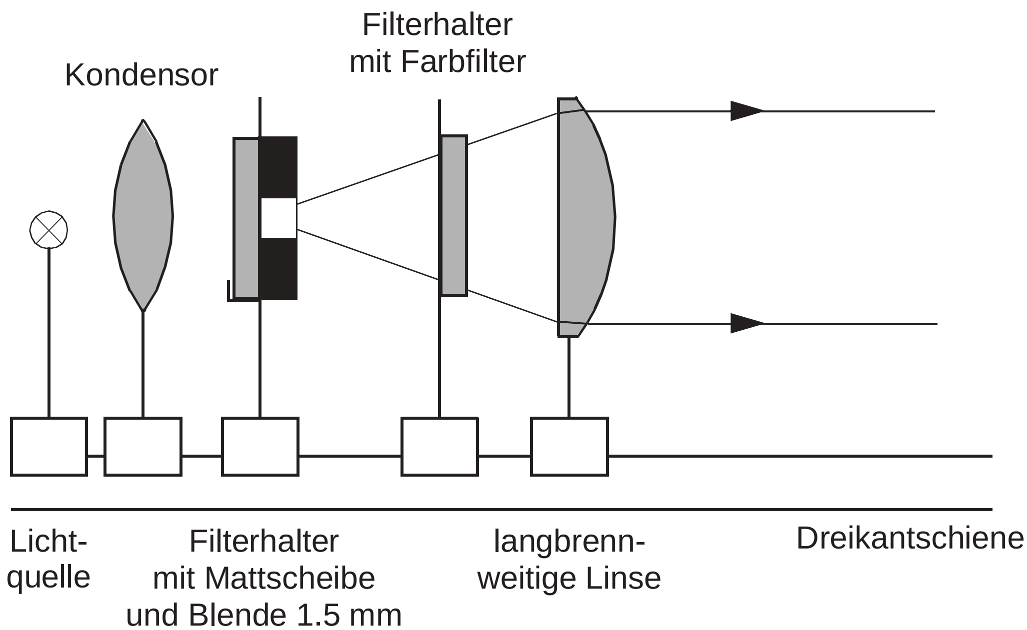


Abb. 1: Versuchsaufbauskizze

Anleitung zu den einzelnen Aufgaben

zu 1a)

Bringen Sie mittels des Verfahrens der Autokollimation alle Linsen auf eine optische Achse.

- Wodurch ist bei der gegebenen Versuchsanordnung die optische Achse definiert?

Erzeugen Sie sich mittels einer nahezu punktförmigen Lichtquelle und einer bikonvexen Linse ein paralleles Lichtbündel.

- Wie bauen Sie sich eine annähernd punktförmige Lichtquelle?
- Wie prüfen Sie nach, ob Ihr Lichtbündel nach der Linse tatsächlich parallel ist?

- Was für eine Linse muss man hierzu nehmen, um Linsenfehler möglichst klein zu halten?

Beachten Sie, dass die Linsenmitte i. a. keineswegs über der Ablesemarke des Stativs liegt und überlegen Sie sich, ob und wie dies bei den verschiedenen Messungen von Bedeutung ist.

zu 1b)

Nehmen Sie als abzubildendes Objekt die beleuchtete Lochblende.

- Wie groß muss der Abstand zwischen dem Gegenstand (Lochblende) und dem Bildschirm mindestens sein, damit auf dem Bildschirm für zwei Stellungen der abbildenden Linse ein scharfes Bild der Lochblende entsteht?
- Aus welchen Messgrößen lässt sich beim Besselschen Verfahren die Brennweite der untersuchten Linse bestimmen?
- Beim Besselverfahren ist die Messung mehrfach zu wiederholen und das Ergebnis durch Mittelwertbildung zu ermitteln.

zu 2a)

Benutzen Sie als abbildende Linse eine kurzbrennweitige Linse (f = 50 mm). Warum? Bei der Messung der chromatischen Abberation soll die sphärische Abberation ausgeschaltet werden.

zu 2b)

Bei der Messung der sphärischen Abberation soll die chromatische Abberation ausgeschaltet werden. Als abbildende Linse soll wieder die kurzbrennweitige Linse mit f = 50 mm benutzt werden. Wählen Sie für die Bestimmung des Brennpunkes für achsennahe Strahlen die Blendenöffnung nicht zu klein (8 – 10 mm). Warum?

zu 3b)

Benutzen Sie zur experimentellen Bestimmung der Vergrößerung einen Strahlteiler, der zwischen Auge und Okularlinse gesetzt wird.

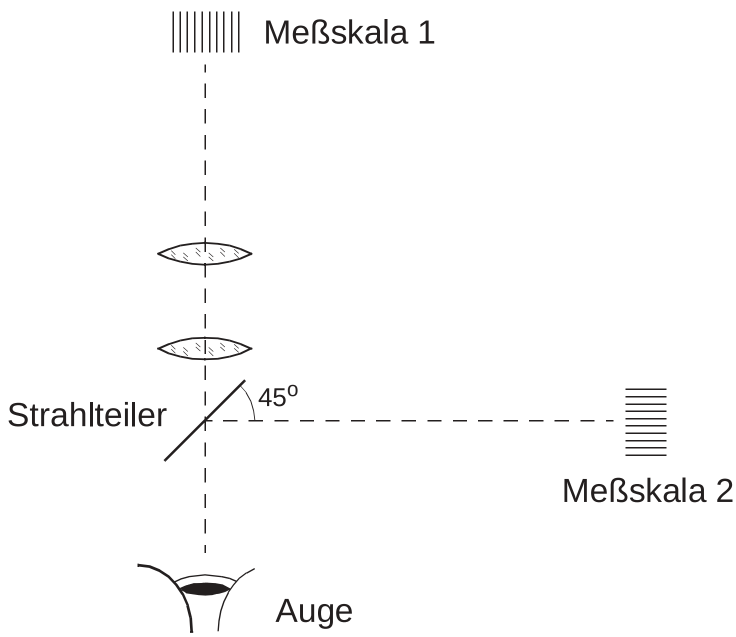


Abb. 2: Versuchsaufbauskizze zu Aufgabe 3b)

Da die Messskala 1 doppelt soweit wie Messskala 2 vom Fernrohr entfernt ist, sind die Abstände der Striche in Messskala 2 halb so groß.

Benutzen Sie für diese Art der Bestimmung der Vergrößerung v als langbrennweitige Linse nur eine Linse mit f = 250 mm.

Für langbrennweitige Systeme muss zur Bestimmung der Vergrößerung der Abstand zwischen Fernrohr und Objekt (Messskala 1) wesentlich vergrößert werden. Da dann keine Vergleichsskala zur Verfügung steht, kann die Vergrößerung dadurch bestimmt werden, dass man die Messskala 1 mit einem Auge durch das Fernrohr und mit dem anderen Auge am Fernrohr vorbei betrachtet und beide Bilder vergleicht.

O 2a Beugung am Spalt

Aufgabenbeschreibung

Die Beugung an verschiedenen Einzelspalten wird in einer Fraunhoferschen Beugungsanordnung beobachtet. Aus dem Beugungsbild eines Spalts bekannter Breite soll die Wellenlänge des benutzten Laserlichtes bestimmt werden.

Literatur

1. Alonso-Finn II: Kap. 23
2. Bergmann-Schäfer: Bd. III, Kap. 38
3. Born: Optik, Kap. 4, § 48
4. Gerthsen-Kneser-Vogel: Physik, 16. Aufl., Kap. 10.1
5. Kneubühl: Repetitorium der Physik, § 6.15.1–3
6. Tietze-Schenk: Halbleiterschaltungstechnik, Kap. 22.2

Fragen zum Versuch

Natur des Lichtes

1. Welche verschiedenen Vorstellungen von der Natur des Lichtes hat man sich im Laufe der Zeit gemacht?
2. Welche Erscheinungen sprechen für die Wellennatur des Lichtes?
3. Was versteht man unter monochromatischem, was unter kohärentem Licht?

Wellenoptik

1. Welches sind die wichtigsten Prinzipien der Wellenoptik?

2. Was sagt das Huygenssche Wellenprinzip aus? Ist seine Anwendung auf Lichtwellen begrenzt?
3. Was versteht man unter dem Begriff Interferenz von Wellen?
4. Welche Eigenschaften muss Licht haben, damit man stehende Interferenzerscheinungen beobachten kann?
5. Was versteht man unter dem Begriff Beugung von Licht? Ist das Phänomen Beugung auf Lichtwellen beschränkt?
6. Welche Bedingungen müssen zwischen der Wellenlänge der gebeugten Welle und der Ausdehnung des Beugungshindernisses (z. B. der Breite eines Spaltes) erfüllt sein, damit man Beugungserscheinungen beobachten kann?
7. Wie unterscheiden sich die Fraunhofersche von der Fresnelschen Beugungsanordnung, und welche der beiden findet bei diesem Versuchsaufbau Anwendung?

Beugung am Einzelspalt

1. Wie sieht die Intensitätsverteilung des Beugungsbildes eines Einzelspaltes aus?
2. Wie kann man die Lage der Intensitätsminima und -maxima mit Hilfe geometrischer Überlegungen anschaulich erklären?
3. Was versteht man unter Zweistrahl-, was unter Vielstrahl-Interferenz?
4. Leiten Sie die Intensitätsverteilung des Beugungsbildes eines Einzelspaltes durch Vielstrahl-Interferenz her.
5. Diskutieren Sie anhand dieser Gleichung die Lage der Intensitätsextrema und vergleichen Sie die Ergebnisse mit den geometrisch ermittelten Lagen.

Beugung am Doppelspalt

1. Wie ändert sich die Intensitätsverteilung des Beugungsbildes, wenn man statt eines Einzelspaltes der Breite b einen Doppelspalt mit Einzelspaltbreiten b und Mittenabstand 2b benutzt?
2. Erklären Sie mittels geometrischer Überlegungen die Lage und Zahl der zusätzlich auftretenden Intensitäts-Nebenminima in den einzelnen Beugungsordnungen.

3. Was versteht man hierbei unter Hauptmaximum und Hauptminimum, was unter Nebenmaximum und Nebenminimum?

Messtechnische Anwendungen von Beugungserscheinungen

1. Machen Sie sich klar, wie bei der Fraunhoferschen Beugungsanordnung aus dem Beugungsbild eines Einzelspaltes oder eines Doppelspaltes die Wellenlänge des gebeugten Lichtes bestimmt werden kann.
2. Wie lässt sich mittels Beugung die Spaltbreite eines unbekannten Spaltes bestimmen?
3. Welche weiteren Anwendungen von Beugungserscheinungen kennen Sie?
4. Welche Bedeutung hat die Beugung bei der Abbildung durch optische Geräte, z. B. Linse, Fernrohr, Mikroskop?

Apparativer Aufbau

1. Wodurch zeichnet sich bei Beugungsexperimenten Laserlicht besonders aus?
2. Machen Sie sich den Strahlengang der zur Verfügung stehenden Versuchsanordnung klar (diese Anleitung).
3. Welche Möglichkeiten kennen Sie, einen parallelen Laserstrahl aufzuweiten?
4. Informieren Sie sich über die Funktionsweise eines Photomultipliers.

Theoretische Grundlagen

Die für das Verständnis des Versuches benötigten theoretischen Kenntnisse können sich mit den im Abschnitt „Literatur“ angegebenen Büchern angeeignet werden.

Versuchsdurchführung

Vorsicht, blicken Sie auf keinen Fall in den Laserstrahl und vermeiden Sie auch mit spiegelnden Gegenständen (z. B. Armbanduhr) im Strahlengang zu hantieren, da diese einen beträchtlichen Teil der Laserintensität ins Auge lenken können. Beachten Sie die aushängenden Laserschutzbestimmungen.

Aufgabenstellung

1. Bauen Sie ein Teleskop (Fernrohr), mit dem der Laserstrahl so aufgeweitet wird, dass er wieder parallel wird. Bei der Justierung des Systems gehen Sie so vor: Justieren Sie zunächst den Laser so, dass der Strahl horizontal über der Mitte der optischen Bank verläuft. Markieren Sie den Auftreffpunkt auf einen Schirm. Setzen Sie die Linsen nacheinander in den Strahlengang und schieben Sie so zurecht, dass die Mitte des Strahls möglichst nahe an der markierten Stelle bleibt. Da die Justiermöglichkeiten der Linse quer zur optischen Bank sehr beschränkt sind, erreichen Sie möglicherweise nur die richtige Höhe des aufgeweiteten Strahls. Korrigieren Sie die Abweichung durch geringfügiges Drehen des Lasers.

   Überzeugen Sie sich, dass der aufgeweitete Laserstrahl parallel ist.

   Überprüfen Sie die Linearität des Fototransistors und des zugehörigen Verstärkers durch Einbringen von Graufiltern in den Strahlengang. Zeichnen Sie eine Eichkurve.

   Stellen Sie nun den festen Spalt (0.15 mm) in den Strahl und betrachten Sie das Beugungsbild in der Ebene des Photodetektors. (Bei dem z. Z. verwendeten Detektor handelt es sich um eine Photozelle, deren Ausgangsspannung von einem Operationsverstärker verstärkt wird). Hiernach verbessern Sie das Bild mit Hilfe der langbrennweitigen Linse ($f = 1000$ mm).

2. Die Beugungsfigur ist auf beiden Seiten des Hauptmaximums auszumessen. Die Messwerte sind sobald als möglich graphisch

darzustellen. Zeichnen Sie im selben Bild die Kurve im Bereich kleiner Messwerte zusätzlich noch einmal mit 10-facher Vergrößerung.

3. Variieren Sie die Breite des einstellbaren Einzelspaltes von 0.1 bis 0.3 mm und kontrollieren Sie die eingestellte Breite mit der Fühllehre. **Achtung, verändern Sie auf keinen Fall den 0.15 mm Spalt.** Er wird noch von Ihren Nachfolgern gebraucht! Tragen Sie den Abstand benachbarter Minima als Funktion des Kehrwerts der Spaltbreite so auf, dass sich für die theoretischen Werte eine Gerade ergeben würde.

4. Berechnen Sie gemäß den Antworten auf Frage 3 den Abstand der Minima gleicher Ordnung voneinander und entnehmen Sie andererseits diese Abstände Ihrer Messkurve aus Aufgabe 2. Durch Vergleich erhalten Sie die Wellenlänge des Lasers. Werten Sie auf jeden Fall die 1. und 2., möglichst auch die 3. Minima aus.

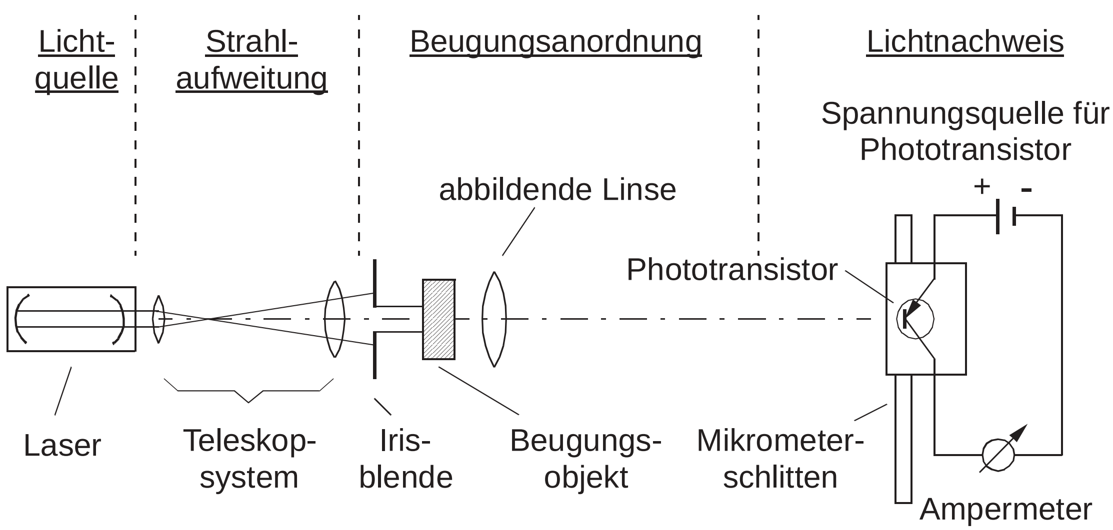


Abb. 1: Versuchsaufbauskizze

E 3c Wechselstromkreise

Aufgabenbeschreibung

Untersuchung des Wechselstromverhaltens von einfachen linearen Netzwerken aus Ohmschen Widerständen, Kondensatoren und Spulen.

1. Messung des Stroms durch verschiedene Kondensatoren bekannter Kapazität und Bestimmung zweier unbekannter Kapazitäten.

2. Messung des Frequenzgangs

   a) eines Hochpasses aus Ohmschem Widerstand und Kapazität

   b) eines Tiefpasses aus Ohmschem Widerstand und Induktivität

   c) eines Tiefpasses aus Ohmschem Widerstand und Kapazität

   d) eines Bandpasses aus Ohmschen Widerstand, Kapazität und Induktivität

3. Bei dem Hochpaß und einem Tiefpaß ist die Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangsspannung zu beobachten.

Literatur

1. Bergmann-Schäfer: Bd. II, Kap. 5, Nr. 45
2. Gerthsen-Kneser-Vogel: Physik, 16. Aufl., Kap. 7.5.1–7.5.5
3. Schilling: Techn. Elektrizitätslehre, Kap. 2.2–2.5
4. Leonhard: Wechselströme und Netzwerke

5. Meinke: Die kompl. Berechnung von Wechselstromsch.
6. Kerkhofs: Einführung in die Gleich- und Wechselstromtechnik
7. Demtröder: Experimentalphysik 2, Kap. 5.4, 5.5

Fragen zum Versuch

1. Wie sind die Begriffe Strom, Spannung und Widerstand definiert?
   Wie sind deren Einheiten festgelegt?
2. Was sagt das Ohmsche Gesetz aus?
   Was besagen die Kirchhoffschen Regeln?
3. Was versteht man unter Wechselstrom?
   Wie kann man ihn erzeugen?
   Was versteht man unter den Begriffen Amplitude, Phase, Frequenz, Effektivwert der Spannung oder des Stroms?
   Wie kann man Wechselstromspannungen oder -ströme mathematisch darstellen?
4. Wie stellt man eine Wechselspannung der Frequenz ω_0 in der komplexen Ebene dar?
   Wie stellt man in der komplexen Ebene zwei Wechselspannungen der gleichen Frequenz ω_0 dar, wenn zwischen beiden eine Phasendifferenz ϕ besteht?
5. Wie sind die Begriffe Induktivität und Kapazität definiert?
   Was sind Blindwiderstände?
   Was versteht man unter dem Verlustwinkel einer realen Spule oder eines realen Kondensators?
6. Wie sind Wirk-, Blind- und Scheinwiderstand eines Wechselstromkreises definiert?
   Was bedeutet es, wenn ein Wechselstromgenerator mit einem reinen Blindwiderstand, einem reinen Wirkwiderstand oder einer Kombination aus beiden belastet wird?
   Wie sehen die entsprechenden Leistungen aus?
7. Was ist ein Hochpaß, Tiefpaß, Bandpaß? Wozu benutzt man solche Filter?
   Was versteht man unter dem Frequenzgang eines Filters?

8. Wie kann man mit einem Oszilloskop die Phasenverschiebung zweier Wechselstromgrößen messen?
9. Wie groß ist die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung in den beiden Schaltungen in Abb. 1?

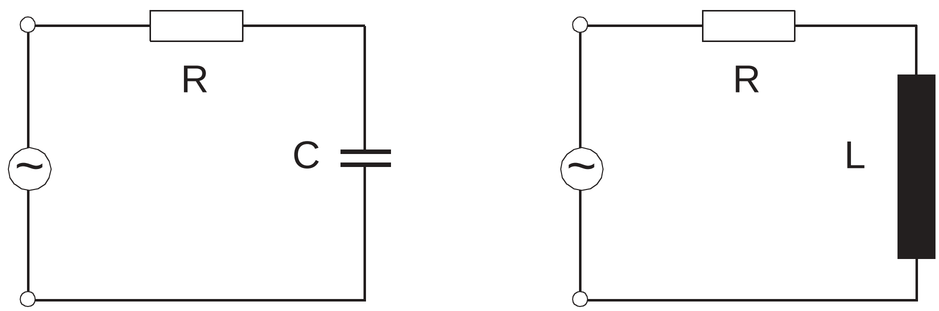


Abb. 1: Schaltungsskizzen zu Frage 9

Theoretische Grundlagen

Kondensatoren sind für Wechselstrom (im Gegensatz zu Gleichstrom) durchlässig. Ihr Widerstand hängt von der Frequenz ab:

$$R_C = \frac{1}{\omega C}$$

Bei Induktivitäten ist der (wechselstrommäßige) Widerstand:

$$R_L = \omega L$$

Hat man z. B. einen ohmschen Widerstand und einen Kondensator in Reihe geschaltet, so ist die Spannung $\mathrm{U_C}$ (siehe Abb. 2) am Kondensator (im zeitl. Verlauf) gegenüber der Spannung am ohmschen Widerstand $\mathrm{U_R}$ um 90° phasenverschoben; sie „hinkt nach“.

Analog gilt dies bei Spule und ohmschem Widerstand, die Spannung an der Spule $\mathrm{U_L}$ eilt dort der Spannung am ohmschen Widerstand um 90° voraus.

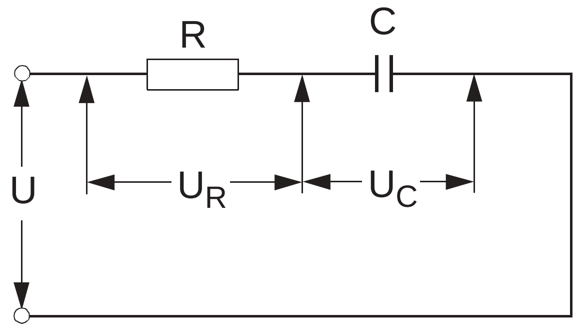


Abb. 2: Spannungen in einem RC-Kreis

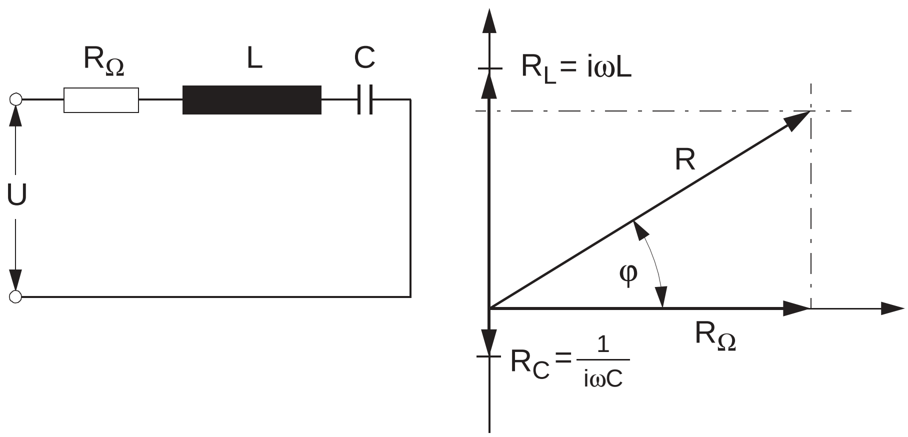


Abb. 3: RLC-Kreis mit Zeigerdiagramm

Diese Phasenbeziehungen lassen sich gut in der komplexen Zahlenebene veranschaulichen („Zeigerdiagramm"; Abb. 3).

Bei einer Serienschaltung von R_Ω, R_L und R_C ist der sich ergebende Gesamtwiderstand (Impedanz) $\mathcal{R}$ komplex. Die Länge des Vektors veranschaulicht den Betrag, die Richtung gibt die Phasenverschiebung der an diesem Widerstand abfallenden Spannung gegenüber der eingespeisten Spannung an. Der Betrag der Impedanz (Scheinwiderstand) ist:

$$|\mathcal{R}| = \sqrt{R_\omega^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Die Phasenverschiebung ergibt sich aus:

$$\tan\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_\Omega}$$

Versuchsdurchführung

Zu Aufgabe 1

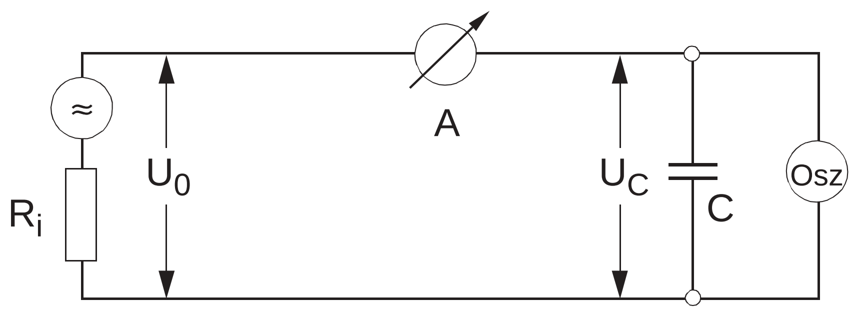


Abb. 4: Schaltungsskizze zu Aufgabe 1

In dem in Abb. 4 dargestellten Wechselstromkreis ist die Stromstärke I als Funktion der Kapazität C eines Kondensators (Kapazitätensatz benutzen) zu messen und zeichnerisch darzustellen. Die Spannung sei konstant. Bestimmen Sie anhand der aufgenommenen Kurve die Kapazität der unbekannten Kondensatoren C_X und C_Y. Die Spannung am Kondensator ist konstant zu halten. Die Frequenz ist geeignet zu wählen.

Zu Aufgabe 2a

Bestimmen Sie die Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung der Schaltung („Hochpaß“) in Abb. 5. Die Spannung U_0 wird dazu auf die Y-Ablenkung, die Spannung U_R auf die X-Ablenkung des Oszilloskops gegeben. Bestimmen Sie φ in Abhängigkeit von der Frequenz und zeichnen Sie den Verlauf der Funktion.

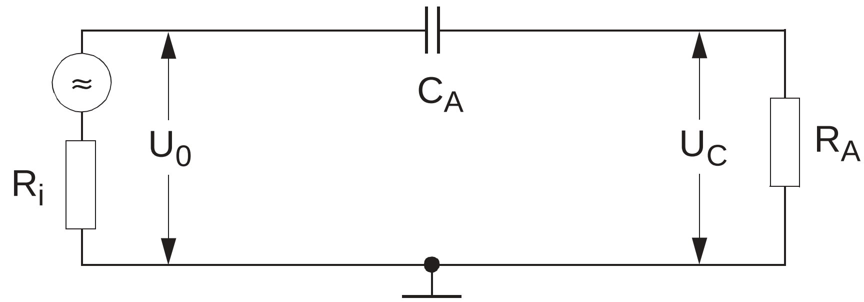


Abb. 5: Schaltungsskizze zu Aufgabe 2a), mit $C_A = 1.5\mu\mathrm{F}$, $R_A = 333\,\Omega$

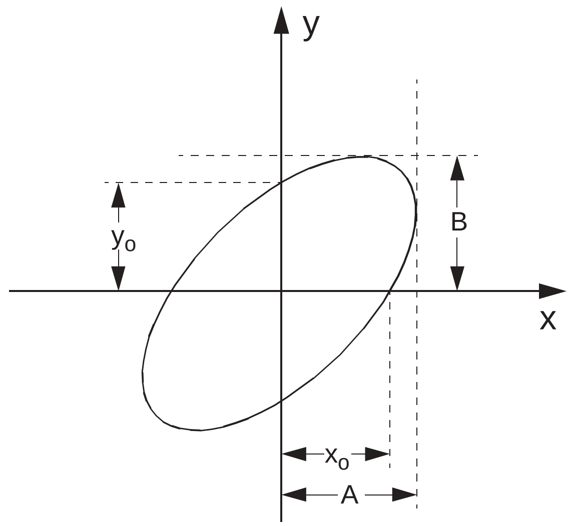


Abb. 6: Schematische Darstellung der Lissajous-Figur

Hinweise:

- Schwarze Buchse am Oszilloskop ist Erdung, ebenfalls Umhüllung des Koaxialkabels.
- Benutzen Sie halblogarithmisches Papier. Um gleichmäßige Abstände der Meßpunkte zu erzielen, messen Sie zweckmäßigerweise z. B. bei 18, 32, 56, 100, 180, 320, 560, 1000 Hz, usw.
- Benutzen Sie zur Bestimmung der Phasenverschiebung die

Lissajous-Figur (siehe Abb. 6) und die Ellipsengleichung:

$$\left[\frac{X}{A}\right]^2 - 2\frac{X}{A}\frac{Y}{B}\cos\varphi + \left[\frac{Y}{B}\right]^2 = \sin^2\varphi$$

Mit $X = 0 \Rightarrow \sin\varphi = \frac{Y_0}{B}$

Zu den Aufgaben 2b und 2c

Bestimmen Sie die Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung der Schaltung („Tiefpaß") in Abb.7. Die Spannung U_0 wird dazu auf die Y-Ablenkung, die Spannung U_C auf die X-Ablenkung des Oszilloskops gegeben. Eine analoge Messung ist mit der Induktivität durchzuführen, indem C durch L ersetzt wird ($R = 300 - 1000\,\Omega$).

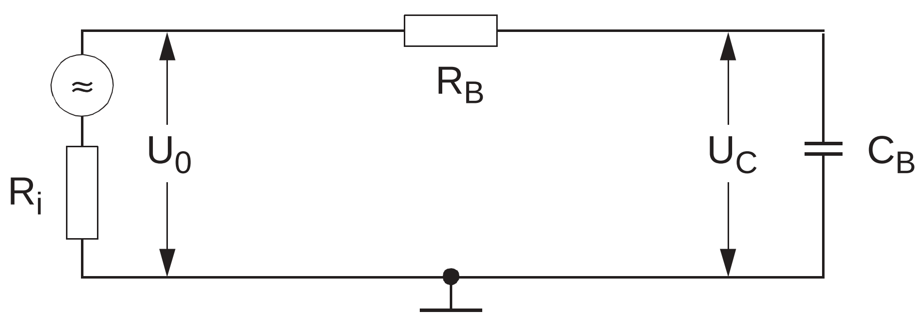


Abb. 7: Schaltungsskizze zu Aufgabe 2b) + (2c)), mit $C_B = 33\,\mathrm{nF}$, $R_B = 1\,\mathrm{k}\Omega$

Zu Aufgabe 2d

Nehmen Sie den Frequenzgang eines Bandpasses auf (siehe Abb.8 mit $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$, $C = 1.45\,\mu\mathrm{F}$, $L = 11\,\mathrm{mH}$). Messen Sie dazu das Verhältnis U_{out}/U_{in} in Abhängigkeit von der Frequenz und tragen Sie diese Transmissionsfunktion auf, wobei Sie die Frequenzskala logarithmisch wählen sollten.

Eingangs- und Ausgangsspannung werden jedesmal mit dem Oszilloskop gemessen. Dazu wird das Oszilloskop mittels des Umschalters abwechselnd an den Eingang bzw. Ausgang des „Vierpols“ gelegt.

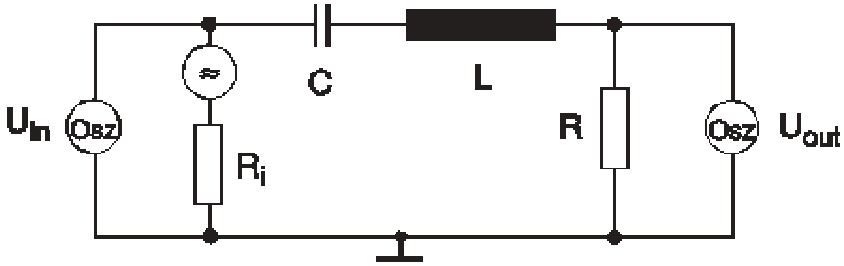


Abb. 8: Schaltungsskizze zu Aufgabe 2d)

Zu Aufgabe 3

Berechnen Sie für Aufgabe 2a und 2b das Übertragungsverhalten und die Phasenverschiebung als Funktion der Frequenz und vergleichen Sie die theoretischen mit den experimentellen Abhängigkeiten. Welche Werte haben das Übertragungsverhältnis für $\varphi = 45°$ und die „Übergangsfrequenz“ des Hoch- und des Tiefpasses, d. h. die Frequenz, bei der die Phasenverschiebung zwischen U_{out} und U_{in} gerade $\varphi = 45°$ beträgt. Dort ist

$$\left|\frac{U_{out}}{U_{in}}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{2} \qquad \text{(Wieso?)}$$

(Man sagt auch: Bei der Übergangsfrequenz „öffnet“ der Hochpaß bzw. „schließt“ der Tiefpaß).

Fehlerrechnung

Systematische Fehler

Auch wenn ein Messwert reproduzierbar ist, kann er vom wahren Wert erheblich abweichen. Solche systematischen Fehler können durch das angewendete Messverfahren hervorgerufen werden (z. B. Vernachlässigung des Auftriebs bei einer Wägung, Vernachlässigung des Temperaturkoeffizienten bei der Messung von elektrischen Widerständen, die sich aufgrund der bei der Messung anfallenden Jouleschen Wärme aufheizen). Zur Begrenzung solcher systematischer Fehler ist eine kritische Analyse des Messverfahrens notwendig. Systematische Fehler können auch darauf beruhen, daß das Messinstrument nicht richtig kalibriert („geeicht") oder gar defekt ist (z. B. falscher Nullpunkt, falsche Betriebsspannung/Batterie „leer ").

Deshalb sollten einfach durchzuführende Tests (Nullpunkt, Spannung u. ä.) immer wieder einmal durchgeführt werden. Bei Unstimmigkeiten ist das Messgerät umfangreicheren Kontrollen zu unterziehen. Bei vielen Messgeräten ist angegeben, innerhalb welcher Grenzen sie zuverlässig sind (z. B. Güteklassen elektrischer Messinstrumente). In jedem Fall ist zu überlegen, wie groß ein systematischer Fehler sein könnte. Das Messergebnis ist in der Form $x \pm \Delta x$ anzugeben. Systematische Fehler sind möglichst realistisch anzusetzen. Es ist nicht angebracht, sie „vorsichtshalber" maßlos zu überschätzen, da dadurch das Messergebnis entwertet wird.

Zufällige oder statistische Fehler

Auch bei Ausschaltung systematischer Fehler liefert die mehrmalige Messung einer Größe nicht genau übereinstimmende Ergebnisse: die Messwerte x_i sind statistischen Schwankungen unterworfen, d. h. sie sind um einen „wahren" Wert x_0 zufällig verteilt. Oft liegt eine sog. *Gauß-Verteilung* (Glockenkurve) vor. Die Aufgabe besteht darin, aus den Stichprobenwerten den besten Schätzwert für den wahren Wert x_0 und ein Maß für die Unsicherheit dieser Schätzung anzugeben. Für eine Stichprobe (Messreihe) von n Messwerten x_i kommt der *arithmetische Mittelwert*

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

dem „wahren" Wert x_0 am nächsten. Das Maß für die Streuung der Messwerte (Breite der Glockenkurve) ist die so genannte *Standardabweichung*

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}$$

Für großes n beträgt die Wahrscheinlichkeit P, einen Einzelwert x_i zu messen, der innerhalb des Intervalls $\overline{x} \pm \sigma$ liegt, $P = 68.3\%$ ($\overline{x} \pm 2\sigma : P = 95.5\%$; $\overline{x} \pm 3\sigma : P = 99,7\%$).

Die Unsicherheit der Mittelwerte ist geringer als die Streuung der Einzelmessungen. Die *Standardabweichung des Mittelwerts* beträgt

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Da σ nicht von der Anzahl der Messungen abhängt, ist die Unsicherheit des Mittelwerts σ_m proportional zu $1/\sqrt{n}$.

Bei zufällig schwankenden Messwerten ist also folgendermaßen vorzugehen:

1. Messreihe mit hinreichend vielen Messwerten x_i ($i = 1, \ldots, n$) durchführen

2. Mittelwert $\overline{x}$ und Standardabweichung σ berechnen

3. Angabe eines Konfidenzintervalls $\overline{x} \pm \Delta x$ ($\Delta x = \sigma, 2\sigma, 3\sigma$) unter Berücksichtigung des systematischen Fehlers

Fehlerfortpflanzung

Die meisten physikalischen Experimente betreffen abgeleitete Größen A, zu deren Bestimmung mehrere direkt gemessene Teilgrößen $x,\ y,\ z,\ \ldots$ erforderlich sind:

$$A = \overline{r}(x, y, z, \ldots).$$

Sind die Teilgrößen voneinander unabhängig und sind ihre Konfidenzintervalle $\overline{x}\pm\Delta x,\ \overline{y}\pm\Delta y,\ \overline{z}\pm\Delta z,\ \ldots$, dann liefert das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz den *mittleren quadratischen Fehler*

$$\Delta A = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2_{x=\overline{x}} \cdot \Delta x^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)^2_{y=\overline{y}} \cdot \Delta y^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial z}\right)^2_{z=\overline{z}} \cdot \Delta z^2 + \cdots}$$

bzw. den *absoluten Größtfehler*

$$\Delta A_{\max} = \left|\frac{\partial A}{\partial x}\right|_{x=\overline{x}} \cdot \Delta x + \left|\frac{\partial A}{\partial y}\right|_{y=\overline{y}} \cdot \Delta y + \left|\frac{\partial A}{\partial z}\right|_{z=\overline{z}} \cdot \Delta z + \cdots,$$

dabei sind die partiellen Ableitungen $\frac{\partial A}{\partial x},\ \frac{\partial A}{\partial y},\ \frac{\partial A}{\partial z},\ \ldots$ an den Stellen $x = \overline{x},\ y = \overline{y},\ z = \overline{z},\ \ldots$ zu berechnen.

Sei A die Summe oder die Differenz von Messgrößen $x,\ y,\ z,\ \ldots$

$$A = \pm x \pm y \pm z \pm\ \cdots,$$

dann haben die partiellen Ableitungen den Wert ± 1 und es gilt

$$\begin{aligned} \Delta A &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 + \cdots}, \text{ bzw.} \\ \Delta A_{\max} &= \Delta x + \Delta y + \Delta z + \cdots \end{aligned}$$

Sei A das Produkt oder der Quotient von Messgrößen $x,\ y,\ z,\ \ldots$

$$A = c \cdot x^k \cdot y^l \cdot z^m \cdot\ \cdots$$

($k,\ l,\ m$ positiv oder negativ), dann gilt für den *relativen Fehler*

$$\frac{\Delta A}{\overline{A}} = \sqrt{k^2 \left(\frac{\Delta x}{\overline{x}}\right)^2 + l^2 \left(\frac{\Delta y}{\overline{y}}\right)^2 + m^2 \left(\frac{\Delta z}{\overline{z}}\right)^2 + \cdots}$$

bzw.

$$\frac{\Delta A_{\max}}{\overline{A}} = k \cdot \frac{\Delta x}{\overline{x}} + l \cdot \frac{\Delta y}{\overline{y}} + m \cdot \frac{\Delta z}{\overline{z}} + \cdots$$

Zählstatistik ($\sqrt{N}$-Fehler)

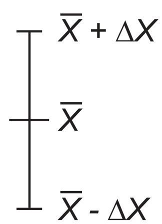
Statistisch eintretende Ereignisse (z. B. radioaktiver Zerfall, Streuung von Röntgenquanten) sind mit dem so genannten $\sqrt{N}$-Fehler behaftet, d. h. bei N gezählten Ergebnissen beträgt der Fehler $\Delta N = \sqrt{N}$, also ist das Konfidenzintervall $N \pm \sqrt{N}$.

Für die Differenz zweier Zählraten $D = N_2 - N_1$ (z. B. totale Zählrate mit radioaktivem Präparat minus Nullrate) gilt nach den Regeln der Fehlerfortpflanzung

$$\Delta D = \sqrt{N_2 + N_1} \quad !$$

Fehlerbalken

Bei graphischer Darstellung von Messergebnissen werden die Messwerte (Mittelwerte) $\overline{x}$ durch ein (kleines) Symbol (z. B. $+$, $\times$, $\circ$, Δ) dargestellt. Das Konfidenzintervall wird (maßstabsgetreu) als so genannter „Fehlerbalken“ eingezeichnet, z. B.:



Versuch	**Physikalische Fragestellung**	**Raum**	**Seite**
	Anleitung zum Praktikum		4
W 2b	Wärmeleitung in Metallen	379	9
W 3a	Gasthermometer	379	13
W 3c	c_P/c_V nach Rüchardt und Clément-Desormes	379	19
M 1a	Freie und erzwungene Schwingungen	379	24
M 1b	Schallgeschwindigkeit	381, 382	33
M 2a	Trägheitsmomente	384	42
M 5a	Hookesches Gesetz und Torsionsmodul	379	50
O 1a	Linsensysteme	389, 390	55
O 2a	Beugung am Spalt	369, 373	62
E 3c	Wechselstromkreise	379	67
	Fehlerrechnung		75