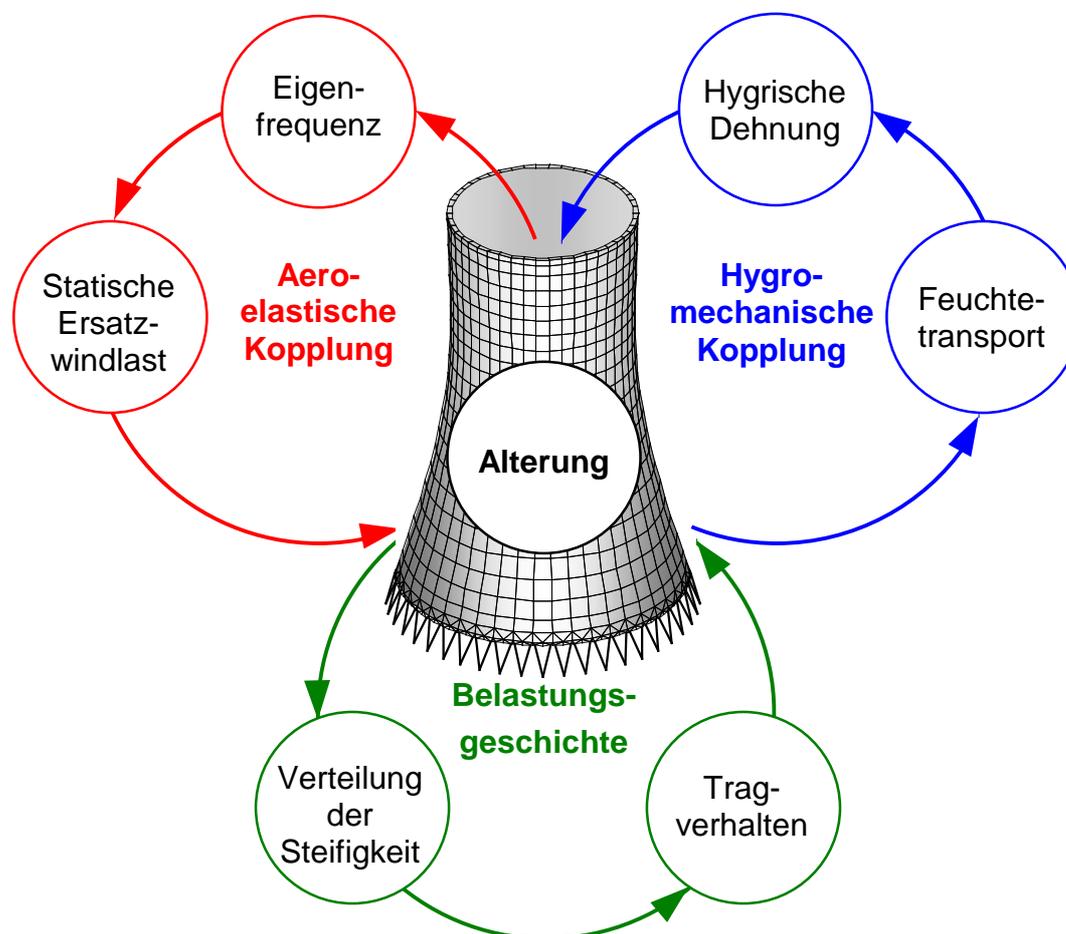


Heiko Rahm

**Modellierung und Berechnung  
von Alterungsprozessen bei  
Stahlbeton-Flächentragwerken**



vom Fachbereich Architektur / Raum- und Umweltplanung / Bauingenieurwesen der Universität Kaiserslautern  
zur Verleihung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation





**Herausgeber**

**Prof. Dr.-Ing. U. Wittek**

**Fachgebiet Baustatik**

Postfach 3049

67653 Kaiserslautern

Tel.: +49 631 205 2931

Fax: +49 631 205 3901

email: [wittek@rhrk.uni-kl.de](mailto:wittek@rhrk.uni-kl.de)

**© 2002 Dr.-Ing. Heiko Rahm**

Hauptstrasse 33/1

73773 Aichwald

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.  
Mit Genehmigung des Autors ist es gestattet, dieses Heft ganz oder teilweise auf  
fotomechanischem Wege (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

## **Zusammenfassung**

Stahlbeton-Kühlturmschalen unterliegen während ihrer Nutzungsdauer einer Vielzahl von Beanspruchungen, die im Tragwerk ein mit der Zeit zunehmendes Rissbild verursachen können. Hiermit verbundenen ist eine Veränderung der Steifigkeitsverteilung, die bei diesen hochgradig statisch unbestimmten Schalenträgwerken das Tragverhalten bestimmt.

Mit der vorgestellten nichtlinearen Vorgehensweise, die mögliche Ent- und Wiederbelastungen in Kombination mit Zwangbeanspruchungen und ungleichmäßiger Befeuchtung der Schalenoberfläche erfasst, gelingt es, die beobachteten Alterungserscheinungen bei Kühlturmschalen numerisch zu simulieren.

Hieraus lassen sich Modelle ableiten, die es erlauben, das Tragverhalten in den Nachweisen für die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit auch während der Nutzungsdauer des Bauwerkes zu berücksichtigen.

Die vorgestellte Vorgehensweise ist auch auf andere Tragwerke aus Stahlbeton anwendbar.

## **Summary**

In operation, RC cooling tower shells are subjected to a variety of different loadings which might lead to an increase of crack regions with time. For these highly statically indeterminate structures, this change of stiffness due to additional cracks yields a redistribution of internal forces.

Observed damage effects for RC cooling towers can be validated numerically by the proposed nonlinear strategy. Hereby, unloading and reloading, constraint forces and moisture gradients are taken into account.

Subsequently, models can be derived where the actual load bearing behavior is considered for the service limit state (SLS) and in the ultimate limit state (ULS), during the operation span of the structure.

The proposed concept can be applied to other RC structures.

## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Baustatik der Universität Kaiserslautern.

Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Wittek bin ich für seine Anregungen zu dieser Arbeit sowie für seine Unterstützung und Förderung zu besonderem Dank verpflichtet. Mein Dank gilt ebenfalls Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Ramm für die Übernahme des zweiten Berichtes.

Weiterhin danke ich allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Lehrstuhls für Baustatik für die kollegiale Zusammenarbeit und Unterstützung in den vergangenen Jahren.

Stuttgart, im Oktober 2002

Heiko Rahm

Tag der Einreichung: 05.06.2002

Tag der mündlichen Prüfung: 01.10.2002

Berichter: Prof. Dr.-Ing. U. Wittek  
Prof. Dr.-Ing. W. Ramm

# INHALTSVERZEICHNIS

## 1 Einleitung

1.1	Einführung in die Problemstellung.....	9
1.2	Begriffsdefinitionen.....	9
1.2.1	Schädigung	
1.2.2	Deterioration	
1.2.3	Alterung	
1.2.4	Dauerhaftigkeit	
1.2.5	Lebensdauer	
1.3	Motivation.....	12
1.3.1	Beobachtete Alterungserscheinungen	
1.3.2	Stand der Forschung	
1.3.3	Stand der Normung	
1.4	Zielsetzung.....	16
1.4.1	Allgemeines	
1.4.2	Entwurf und Dimensionierung	
1.4.3	Überwachung und Kontrolle	
1.4.4	Sanierung und Erhaltung	
1.5	Gliederung.....	19
1.6	Einführungsbeispiel: Zweifeldträger .....	21
1.7	Bezug zur Praxis .....	23

## 2 Grundgleichungen einer nichtlinearen Flächentragwerkstheorie

2.1	Allgemeines und Voraussetzungen.....	24
2.2	Geometrie des Flächentragwerks .....	24
2.3	Kinematik des Flächentragwerks .....	25
2.3.1	Der Verformungszustand	
2.3.2	Der Verzerrungszustand	
2.4	Schnittgrößen und konstitutive Beziehungen .....	28
2.5	Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen .....	29
2.6	Zusammenfassung.....	30

### **3 Werkstoffmodelle für Stahlbeton**

3.1	Übersicht.....	31
3.1.1	Allgemeines zu den konstitutiven Beziehungen	
3.1.2	Verwendete Schichtenmodelle	
3.1.3	Grundsätzliches zur Stahlbeton-Nachrissformulierung	
3.2	Phänomenologisches Verhalten, Experimente.....	37
3.2.1	Beton	
3.2.1.1	Beton unter einaxialer Beanspruchung	
3.2.1.2	Beton unter zweiaxialer Beanspruchung	
3.2.1.3	Weitere Deteriorations- und Schädigungserscheinungen bei Beton	
3.2.2	Bewehrungsstahl	
3.2.2.1	Bewehrungsstahl unter einaxialer Beanspruchung	
3.2.2.2	Weitere Deteriorations- und Schädigungserscheinungen bei Stahl	
3.2.3	Nachrissverhalten von Stahlbeton	
3.2.3.1	Ursache und Erscheinung	
3.2.3.2	Weitere Schädigungserscheinungen beim Nachrissverhalten	
3.3	Werkstoffmodelle für Beton.....	47
3.3.1	Einaxiales Werkstoffmodell für Beton	
3.3.1.1	Literaturüberblick	
3.3.1.2	Einaxiales elasto- plastisches Modell für Beton	
3.3.2	Zweiaxiales Werkstoffmodell für Beton	
3.3.2.1	Literaturüberblick	
3.3.2.2	Zweiaxiales elasto-plastisches Modell für Beton	
3.3.2.2.1	Versagenskurve und Spannungs-Dehnungsbeziehung nach Cedolin/Mulas	
3.3.2.2.2	Orthotrope elasto-plastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung	
3.3.2.2.3	Tangentiale Steifigkeitsbeziehung	
3.3.2.2.4	Einordnung und Einschränkungen des applizierten Modells	
3.4	Werkstoffmodell für Stahl.....	57
3.4.1	Literaturüberblick	
3.4.2	Einaxiales elasto-plastisches Modell für Stahl	
3.5	Werkstoffmodell für das Nachrissverhalten von Stahlbeton.....	59
3.5.1	Einaxiales Werkstoffmodell für das Nachrissverhalten	
3.5.1.1	Literaturüberblick	
3.5.1.2	Tension-Stiffening-Modell auf Betonseite	
3.5.1.3	Problematik der Mitwirkungszonenhöhe $h_{eff}$	
3.5.1.4	Untersuchungen zum Näherungscharakter der $h_{eff}$ -Ermittlung	
3.5.1.4.1	Berechnungsbeispiel und Handlösung	
3.5.1.4.2	Ursachen für die Abweichung von der Handlösung	

3.5.1.4.3	Diskussion möglicher Verbesserungsmaßnahmen	
3.5.1.5	Berechnung von Rissbreiten und Rissabständen	
3.5.2	Zweiaxiales Werkstoffmodell für das Nachrissverhalten	
3.5.2.1	Literaturüberblick	
3.5.2.2	Erfassung des TST im Rahmen des orthotropen Betonmodells	
3.5.2.3	Zweiaxiale Ermittlung der Mitwirkungszonenhöhe $h_{\text{eff}}$	
3.5.2.4	Zweiaxiale Berechnung von Rissbreiten und Rissabständen	
3.6	Demonstrationsbeispiel.....	77
3.7	Zusammenfassung.....	79
<b>4</b>	<b>Erfassung der hygrischen Effekte</b>	
4.1	Phänomenologische Beschreibung.....	80
4.1.1	Dehnungen infolge von Feuchtigkeitsänderung	
4.1.2	Verkrümmung infolge unterschiedlicher Umgebungsbedingungen	
4.2	Stand der Forschung.....	82
4.2.1	Einordnung in die Schwindterminologie	
4.2.2	Literaturüberblick	
4.2.3	Offene Fragen	
4.3	Beschreibung des applizierten Modells.....	85
4.3.1	Modellvorstellung und Vorgehensweise	
4.3.2	Annahmen und Einschränkungen	
4.4	Nichtlineare Diffusionstheorie.....	88
4.4.1	Differentialgleichungssystem	
4.4.2	Der Diffusionskoeffizient $D$	
4.4.3	Der Übergangskoeffizient $\lambda$	
4.4.4	Rand- und Grenzwerte	
4.4.5	Numerischer Lösungsalgorithmus	
4.5	Hygrische Dehnungen.....	94
4.5.1	Physikalische Vorstellung	
4.5.2	Ermittlung der hygrischen Dehnungen	
4.6	Verifikation des Modells .....	97
4.6.1	Gemessene Feuchteverteilung von Granger	
4.6.2	Versuch von Bazant/Sener/Kim	
4.6.3	Versuch von Fleischer	
4.7	Zusammenfassung.....	102

## **5 Numerische Realisierung in einem Finite Element-Konzept**

5.1	Die Elementfamilie ROSH.....	103
5.2	Wegabhängiger Berechnungsalgorithmus .....	104
	5.2.1 Grundgedanken und Mantelalgorithmus	
	5.2.2 Verwaltung der Dehnungszustände	
	5.2.3 Geometrisch und physikalisch nichtlineare Elementsteifigkeitsbeziehung	
	5.2.4 Problematik der Nachlaufberechnung	
5.3	Zusammenfassung.....	113

## **6 Nichtlineares Dimensionierungskonzept für Stahlbetontragwerke**

6.1	Grundzüge des semi-probabilistischen Sicherheitskonzeptes .....	114
6.2	Bemessungs- und Nachweisverfahren nach DIN1045-1.....	116
	6.2.1 Bemessungsverfahren nach DIN1045-1	
	6.2.2 Traglastnachweis nach DIN1045-1 ( $\gamma_R$ -Konzept)	
6.3	Aktives Verfahren zur nichtlinearen Bewehrungsermittlung .....	119
	6.3.1 Bemessungsstrategie unter Verwendung nichtlinearer Strukturanalysen	
	6.3.2 Festlegung des globalen Sicherheitsfaktors $\gamma_R$	
6.4	Anwendungsbeispiele .....	123
	6.4.1 Einseitig eingespannter Einfeldträger	
	6.4.2 Kreiszyinderschale	
6.5	Zusammenfassung.....	131

## **7 Beispiele für Schädigungseffekte bei Stabtragwerken**

7.1	Versuch von Elgehausen/Kreller/Langer .....	133
	7.1.1 System, Abmessungen und Beanspruchung	
	7.1.2 Vergleich des Verformungsverhaltens	
	7.1.3 Vergleich der Schnittgrößen	
7.2	Eigenfrequenzen eines geschädigten Einfeldträgers .....	137
	7.2.1 Einführung	
	7.2.1.1 Dynamische Testverfahren	
	7.2.1.2 Eigenfrequenzermittlung geschädigter Tragwerke	
	7.2.2 Nachrechnung eines Trägerversuches	
	7.2.2.1 Vergleich des statischen Verhaltens	
	7.2.2.2 Vergleich des dynamischen Verhaltens	

7.2.2.3	Ermittlung und Beurteilung des Schädigungsgrades	
7.3	Zusammenfassung.....	144
<b>8</b>	<b>Beispiele für Schädigungseffekte bei ebenen Flächentragwerken</b>	
8.1	Einfeldplatte .....	145
8.1.1	System und Abmessungen	
8.1.2.1	Last-Verformungs-Kurve	
8.1.2.2	Versagensmechanismus	
8.1.3	Berechnung des Rissbildes	
8.2	Zweifeldplatte mit nachgiebigem Unterzug .....	150
8.2.1	System, Abmessungen und Belastung	
8.2.2	Folgen einer kurzzeitig erhöhten Belastung auf das Tragverhalten	
8.2.3	Folgen einer kurzzeitig erhöhten Belastung auf die Bemessung	
8.2.4	Erkenntnisse für die Praxis	
8.3	Zusammenfassung.....	155
<b>9</b>	<b>Beispiele für Alterungseffekte bei Schalentragwerken</b>	
9.1	Vorbemerkungen.....	157
9.1.1	Hintergrund der Untersuchungen	
9.1.2	Ziel der Untersuchungen	
9.2	Vorüberlegungen zur hygri-schen Beanspruchung .....	160
9.2.1	Art der Dauer-Beanspruchung bei Naturzugkühltürmen	
9.2.2	Statisches Ersatzmodell	
9.2.3	Einfluss wechselnder klimatischer Umgebungsbedingungen	
9.2.4	Einfluss einer inneren Beschichtung	
9.2.5	Erkenntnisse aus den Voruntersuchungen	
9.3	Untersuchung einer einlagig bewehrten Kühlturmschale .....	168
9.3.1	Vorgehensweise und Annahmen	
9.3.2	Annahmen bezüglich der Lasthistorie	
9.3.3	Vergleich der numerischen Ergebnisse mit Beobachtungen	
9.3.4	Ursache der bleibenden Verformungen	
9.3.5	Auswirkungen auf die Tragwerkssicherheit	
9.3.6	Mögliche Sanierungsmaßnahmen	
9.4	Lebensdauerorientierte Bemessungsstrategie .....	178
9.5	Lebensdauerorientierte Bemessung einer Kühlturmschale.....	181

9.5.1	Ermittlung der Startbewehrung – lineare Bemessung	
9.5.2	Beschränkung der Rissbreiten während der Nutzungsdauer	
9.5.2.1	Entwicklung der Rissbreiten während der Nutzungsdauer	
9.5.2.2	Bestimmung einer optimalen Bewehrung zur Rissbreitenbeschränkung	
9.5.3	Entwicklung der Eigenfrequenzen	
9.5.4	Lebensdauerorientierte Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit	
9.6	Zusammenfassung.....	193
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	
10.1	Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse .....	194
10.2	Ausblick.....	195
<b>11</b>	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>196</b>
<b>12</b>	<b>Bezeichnungen.....</b>	<b>207</b>

## **1 Einleitung**

### **1.1 Einführung in die Problemstellung**

Bereits im Jahre 30 v.Chr. forderte Vitruv in seinen „Betrachtungen über die Architektur“ „firmitas, utilitas, venustas“ für sämtliche Bauwerke. Auch heute noch sind Sicherheit, Funktionsfähigkeit und Schönheit die wesentlichen Anforderungen des Ingenieurs an eine gelungene Baukonstruktion. Da die gewünschten Eigenschaften über die ganze Lebenszeit eines Tragwerks zu erfüllen sind, ergibt sich als vierte Forderung diejenige nach Dauerhaftigkeit der Konstruktion.

In der Vergangenheit stand häufig die Tragwerkssicherheit im Mittelpunkt des Interesses. Fragen nach der Dauerhaftigkeit waren auf Sonderfälle wie Eisenbahnbrücken und Bauwerke mit beweglichen Teilen und hohen nicht ruhenden Beanspruchungen beschränkt.

Unerwartet hohe Aufwendungen für Inspektions-, Wartungs- und Reparaturmaßnahmen an der vorhandenen Bausubstanz haben in den letzten Jahren den Blick wieder verstärkt auf die Dauerhaftigkeit der Baukonstruktionen gelenkt. Diese Entwicklung geht mit dem Wunsch einher, einerseits die Lebensdauer bereits bestehender Bauwerke zu verlängern und andererseits besonders robuste und wartungsarme Tragwerke neu zu errichten.

Die volkswirtschaftliche Dimension der anstehenden Aufgaben wird bei einem Vergleich der Neuinvestitionen mit den Kosten für Sanierungen deutlich. In der Bundesrepublik Deutschland fließen jährlich über 30 Mrd. Euro in Rohbau-Neuinvestitionen (hierbei wird eine mittlere Lebenserwartung von 50 Jahren für alle Konstruktionen des Konstruktiven Ingenieurbaus prognostiziert). Demgegenüber werden jährlich eine vergleichbare Summe in Schadenssanierungen und Nutzungsdauer-Verlängerungsmaßnahmen investiert [SFB\_95].

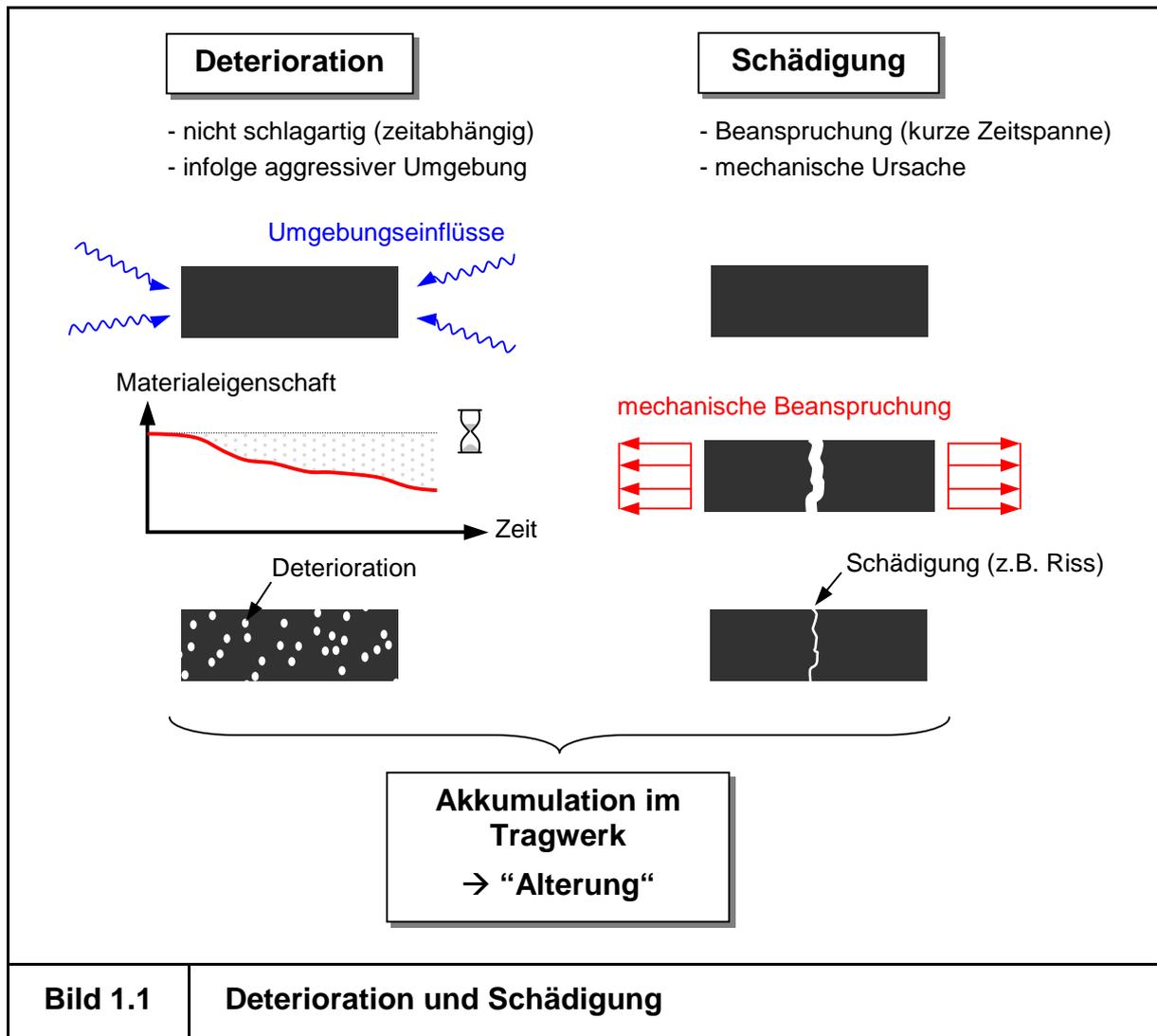
Die ökonomische Betrachtungsweise führt zu dem Bestreben, Strategien und Konzepte zu entwickeln, die es dem Ingenieur ermöglichen, in Zukunft Tragwerke dauerhafter zu entwerfen und gleichzeitig zuverlässige Prognosen zur Nutzungsdauer oder zur Restlebensdauer anzustellen.

### **1.2 Begriffsdefinitionen**

Nutzungsdauerbetrachtungen stellen im Bauwesen, im Gegensatz zu anderen Ingenieurdisziplinen, bisher nur Sonderfälle dar. Folglich existieren in diesem Themengebiet keine einheitlich definierten Begriffe. So würde ein Werkstoffmecha-

niker einen Riss in einer Stahlbetonkonstruktion als „Schädigung“ interpretieren, während ein Massivbauer im Zusammenhang mit dem „gerissenen“ Verbundbaustoff Stahlbeton hier eine Bezeichnung wählen würde, die weit weniger an das Wort „Schaden“ erinnert.

Zum besseren Verständnis werden daher die entsprechenden Begriffsdefinitionen der einschlägigen Literatur entnommen und nachfolgend zusammengestellt.



### 1.2.1 Schädigung

Schädigungen sind Steifigkeits- und Tragfähigkeitsänderungen im Materialpunkt, die durch eine kurzzeitige, mechanische oder thermische Beanspruchung des Materials hervorgerufen werden [Baz\_98] [Pöl\_00]. Hierzu zählen z.B. Risse, die infolge einer vorübergehenden Belastung entstanden sind und inhärent im Querschnitt zurückbleiben [Bild 1.1]. Ebenso können plastische Stauchungen des Materials und

eine durch dynamische Lastwechsel verursachte Abnahme der Ent- und Wiederbelastungssteifigkeit als Schädigung interpretiert werden.

### **1.2.2 Deterioration**

Unter Deteriorationen (lat: deterioare, verschlechtern) werden Materialveränderungen verstanden, die sich unabhängig von der mechanischen Belastung über einen längeren Zeitraum hinweg entwickeln [Har\_00] [Kön\_00]. Hierzu zählt beispielsweise die Carbonatisierung des Zementsteins genauso wie Korrosionserscheinungen der Bewehrung oder Volumenänderungen des Betons infolge von Feuchtigkeitsänderungen.

### **1.2.3 Alterung**

Schädigungen und Deteriorationen akkumulieren sich im Material und somit in einem Tragwerk und führen zu einer Veränderung der Steifigkeitsverteilungen und/oder der Materialfestigkeiten. Dieser Prozess, der auf Tragwerksebene eine Veränderung des aktuellen Tragverhaltens zu einem Zeitpunkt  $t$  im Vergleich zum Neuzustand ( $t = 0$ ) zur Folge hat, wird unter dem Begriff „Alterung“ zusammengefasst.

### **1.2.4 Dauerhaftigkeit**

Unter Dauerhaftigkeit wird der Widerstand eines Tragwerks verstanden, den es dem Alterungsprozess entgegensetzt. Somit weist eine dauerhaftere Struktur eine längere Lebensdauer auf.

Der Begriff Dauerhaftigkeit kann sowohl im Zusammenhang mit der Gebrauchstauglichkeit als auch mit der Tragwerkssicherheit verwendet werden.

### **1.2.5 Lebensdauer**

Die Definition der Lebensdauer ist dem Maschinenbau entnommen. Dort wurden bereits Anfang des 20. Jahrhunderts Modelle zur Lebensdauerabschätzung entwickelt. Für Bauwerke lässt sich dieser Begriff bezüglich technischer, funktionaler und ökonomischer Aspekte definieren [Kön\_00] [Mel\_91]:

### *Technische Lebensdauer*

Darunter wird diejenige Zeitspanne verstanden, während der eine akzeptable Funktionsfähigkeit des Bauwerks garantiert ist. Der Zeitraum wird zum Einen festgelegt durch die Sicherheit, die das Tragwerk gegenüber dem Versagenszustand besitzt (Grenztragfähigkeit), zum Anderen durch die Sicherheit gegenüber einer unzulässigen Einschränkung der Funktionalität (Gebrauchsfähigkeit). Schließlich muss das Aussehen des Gebäudes während dieser Zeit den vorher definierten ästhetischen Kriterien genügen.

### *Funktionale Lebensdauer*

Das ist derjenige Zeitraum, nach dessen Ende das Gebäude hinsichtlich seiner Funktion überflüssig wird. Die funktionale Lebensdauer eines Bauwerks wird von einer Vielzahl von Faktoren beeinflusst und kann oftmals zum Zeitpunkt des Entwurfs nicht definitiv festgelegt werden.

### *Ökonomische Lebensdauer*

Die Zeitspanne, nach der ein völliger Ersatz des Gebäudes ökonomisch günstiger wäre als seine Weiterverwendung unter Berücksichtigung der dabei anfallenden Kosten für Betrieb, Wartung und Reparatur, wird als ökonomische Lebensdauer bezeichnet.

Die technische Lebensdauer eines Tragwerks muss mindestens gleich der funktionalen und ökonomischen Lebensdauer sein. Die Lebensdauer einer Konstruktion ist demnach von der Struktur selbst (Material, Tragsystem), von der Art der Nutzung und den durchgeführten Wartungs- und Sanierungsarbeiten abhängig.

## **1.3 Motivation**

### **1.3.1 Beobachtete Alterungserscheinungen**

Kein Tragwerk verharrt im Zustand der „ewigen Jugend“. Durch eine Vielzahl unterschiedlichster Beanspruchungssituationen kann es während der Nutzungsdauer zu einer Veränderung der Steifigkeitsverteilung kommen, so dass sich das Tragverhalten statisch unbestimmter Systeme immer weiter von dem im Neuzustand entfernt.

Viele Bauwerke mussten in den letzten 20 Jahren kostspielig saniert werden. Diese Kosten waren zum Zeitpunkt ihrer Konstruktion nicht absehbar. An vielen Brücken wurden beispielsweise Reparaturmaßnahmen erforderlich, da der Einfluss der aggressiven Umgebung (Abgase, Streumittel) nicht hinreichend bei der Festlegung

der Betonüberdeckung der Armierung berücksichtigt wurde. Auch können bei Parkhäusern und Tiefgaragen immer wieder Schäden auftreten, da die Folgen der Lastgeschichte und der Materialdeteriorationen nicht genügend erfasst wurden.

In Bezug auf Naturzugkühltürme aus Stahlbeton kommt der Alterungsproblematik eine besondere Bedeutung zu. Nach dem unerwarteten Versagen der Kühlturmschalen in Ferrybridge [ICV\_67] am 1. November 1965 wurden viele Schalen untersucht. Hierbei wurde bei groß angelegten Inspektions- und Kontrollprogrammen [Coi\_90] ein typisches Schadensbild festgestellt. Die Kühltürme wiesen nach einigen Jahren des fehlerfreien Betriebs eine verstärkte Rissbildung auf. Diese Risse verlaufen in der Mehrzahl in meridionaler Richtung und nehmen mit den Jahren an Länge, Breite und Anzahl zu. Des Weiteren entwickeln viele Schalen mit der Zeit eine Wellenstruktur. Solche Wellen erinnern in ihrer Verteilung an Schwingungsformen und erreichen in einzelnen Fällen Amplituden, die die Größenordnung der Schalendicke bei Weitem überschreiten [Afl\_91] [Jul\_89]. Man konnte weiterhin feststellen, dass beidseitig bewehrte Schalen weniger Schäden aufwiesen als alte, einfach bewehrte Türme. Außerdem hatte eine unbeschichtete Innenlaibung einen negativen Einfluss [Krä\_98.2].

Bei den so gealterten Kühlturmschalen konnte bisher die Ursache für die Alterungserscheinungen nicht eindeutig geklärt werden. Hierdurch ist es ebenfalls noch nicht gelungen, die Folgen für die Gebrauchstauglichkeit und die Tragwerksicherheit abschließend zu beurteilen oder gar eine konstruktive Antwort auf den Alterungsprozess zu finden.

### **1.3.2 Stand der Forschung**

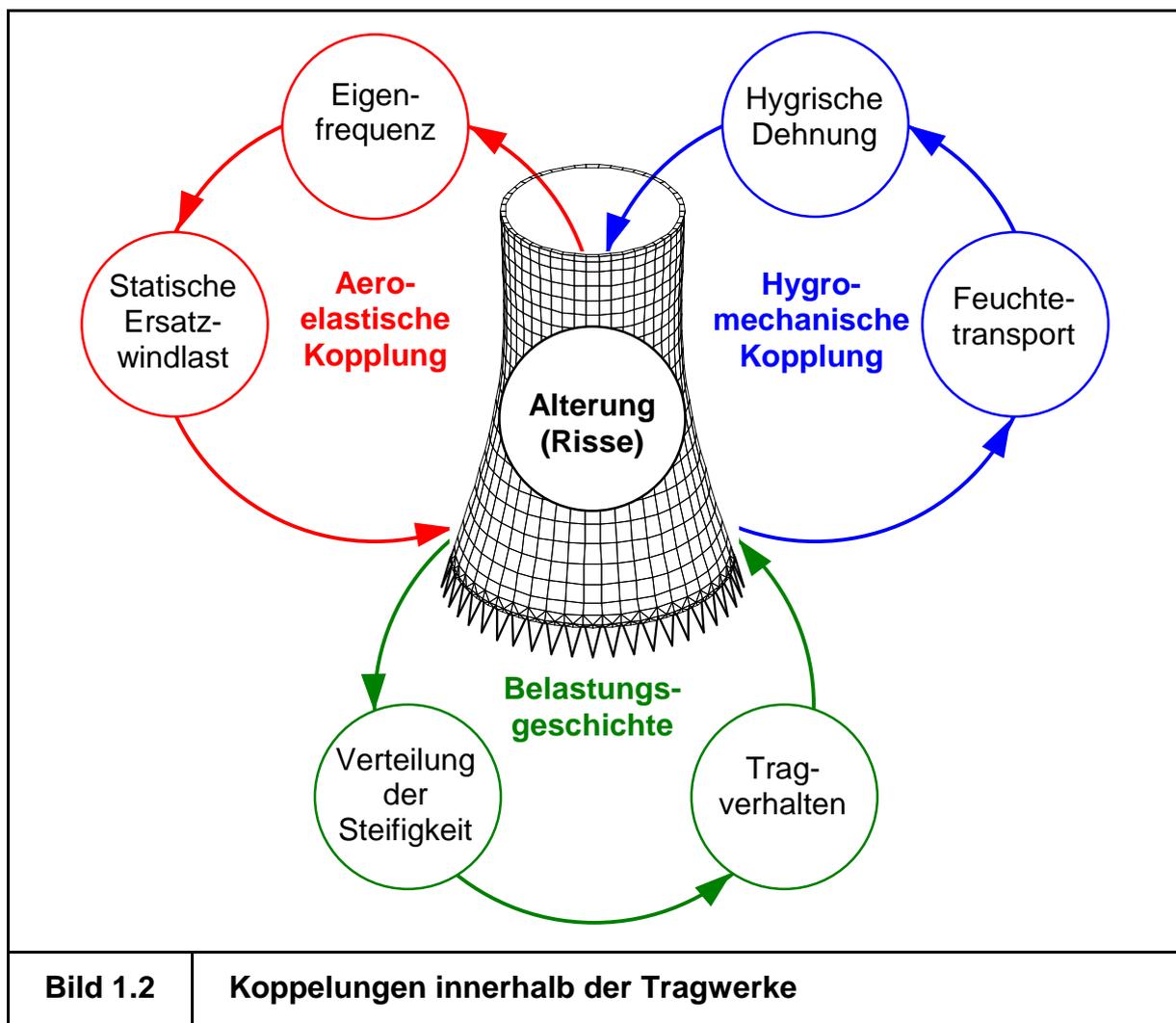
Die obigen Beispiele zeigen, dass Deteriorations- und Schädigungsprozesse in der Vergangenheit gar nicht oder nur unzureichend berücksichtigt wurden. Der Grund hierfür waren die unzureichenden Modelle zur Prognose von Alterungseffekten. Die vorhandenen Erkenntnisse waren meist empirischer Natur und entstammten verschiedenen Vergleichen zu ähnlichen Bauwerken. Hieraus versuchte man die zu erwartenden Schadensentwicklungen vorherzusagen, was zu sehr großen Ungenauigkeiten führte. Experimentelle Vorgehensweisen schieden aus Kosten- und Zeitgründen in der Vergangenheit aus.

Bisherige Modelle, vor allem aus dem Bereich des Brückenbaus, arbeiten zumeist mit einfachen linear-elastischen Annahmen [Tho\_96] [Wen\_99] und sind damit nicht zur Anwendung auf Stahlbetontragwerke geeignet. Im Bereich der Luft- und Raumfahrttechnik [Ada\_85] [Sin\_95] und dem Stahlbrückenbau [Kön\_94] [Sin\_98]

werden universell einsetzbare Modelle zur Simulation der Nutzungsdauer angestrebt. Diese behandeln vorrangig metallische Werkstoffe und eignen sich ebenfalls nicht zur Analyse von Stahlbetontragwerken.

Weiterhin existieren in Bezug auf Beton einige hochentwickelte Modelle, die das Schädigungsverhalten des Werkstoffs mathematisch sehr gut wiedergeben. Eine gute Übersicht hierzu ist in [Pöl\_00] enthalten. Es gibt Projekte, die sich intensiv mit einzelnen Deteriorationseffekten beschäftigen. Hier seien beispielsweise [Gra\_96] [Gra\_00] und [Ste\_00] aufgeführt. Diese Arbeiten beschränken sich nahezu vollständig auf kleine, akademische Anwendungsbeispiele.

Komplexe, für die praktische Anwendung relevante Tragwerke wurden bisher nur peripher behandelt. Hinsichtlich der oben dargestellten Alterungserscheinungen bei Kühlturmschalen bleibt festzuhalten, dass es bisher noch nicht gelang, diese numerisch nachzuvollziehen.



Es ist darüber hinaus nur schwer möglich, allgemeine Erkenntnisse über das Alterungsverhalten von Tragwerken aus der Literatur zu gewinnen. Dies liegt zum Einen an dem erheblichen numerischen Aufwand, der mit den Nutzungsdauersimulationen verbunden ist. Zum Andern müssen bei den Analysen vielfältige Wechselwirkungen und Kopplungen im Material und im Tragwerk selbst Berücksichtigung finden.

Diese Kopplungen sind bei den erwähnten Naturzugkühltürmen von besonders komplexer Natur. So hängt die Tragwerksantwort bezüglich einer Belastung von der Verteilung der Steifigkeiten ab (wie bei sämtlichen statisch unbestimmten Tragwerken). Durch das in der Schale entstehende Rissbild wird das Trocknungsverhalten der Schale tangiert. Der Prozess führt lokal zu Veränderungen der Steifigkeiten. Somit wird neben anderen Faktoren auch das Tragverhalten beeinflusst („hygro-mechanische Kopplung“).

Die Größe der Windbeanspruchung wiederum ergibt sich aus den Schwingungseigenschaften der Schale („aero-elastische Kopplung“). Je näher die erste Eigenfrequenz der Schale der Erregerfrequenz des Windes kommt, umso mehr Energie absorbiert die Schale aus der dynamischen Windbeanspruchung: ihre statische Ersatzwindlast nimmt zu. Mit der Alterung sinkt die Gesamtsteifigkeit der Schale, die statische Ersatzwindlast steigt, was wiederum zu neuen Rissen führen kann [Bild 1.2].

### **1.3.3 Stand der Normung**

Entsprechend den Bestimmungen der DIN1045-1 [DIN1045] gilt die Forderung nach einem angemessenen dauerhaften Tragwerk als erfüllt, wenn es während der vorgesehenen Nutzungsdauer seine Funktion hinsichtlich der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit ohne wesentlichen Verlust der Nutzungseigenschaften bei einem angemessenen Instandhaltungsaufwand erfüllt.

Um dieser Forderung gerecht zu werden, sieht die Norm eine Reihe von Nachweisen und konstruktiven Maßnahmen vor. Es wird davon ausgegangen, dass bei Einhaltung bestimmter Grenzwerte für Stahlspannung, Betondeckung, Betonqualität und Rissbreite die Dauerhaftigkeit einer Struktur ohne Zeitbegrenzung garantiert werden kann [Kön\_00]. Die Normung hat die grundsätzliche Problematik erkannt. Die Veränderung des Tragverhaltens der Strukturen infolge Schädigungs- und Deteriorationseffekten wird jedoch allenfalls näherungsweise berücksichtigt.

## 1.4 Zielsetzung

### 1.4.1 Allgemeines

Zur Nutzungsdauersimulation werden Modelle zur Untersuchung der Alterungseffekte erforderlich. Wegen der ausgesprochenen Komplexität der Zusammenhänge scheidet hierbei analytische Verfahren aus. Vielmehr wird angestrebt, durch numerische Verfahren die Schädigungs- und Deteriorationsvorgänge abzubilden und so vertiefte Erkenntnisse über die ursächlichen Zusammenhänge und Folgen auf Material-, Querschnitts- und Tragwerksebene zu sammeln.

Hierzu bietet sich die Finite Elemente-Methode an. Durch ihre universelle Anwendbarkeit auf beliebige Tragwerke erscheint diese sehr gut zur Algebraisierung der komplexen Problemstellung geeignet. Außerdem bietet der verwendete Rechenkern des FE-Programmsystems FEMAS (Finite Elemente Moduln Allgemeiner Strukturen) eine ideale Plattform für zukünftige Erweiterungen und Ergänzungen.

Die numerische Betrachtung alleine stellt nur den ersten Schritt dar. Vielmehr muss aus den numerischen Ergebnissen heraus nach allgemeingültigen Erkenntnissen geforscht werden. Sie können einerseits dazu beitragen, die Alterungsprozesse von Stahlbetontragwerken besser zu verstehen. Andererseits erfordern die Problemstellungen der Praxis auch wieder eine Rücktransformation der wissenschaftlichen Erkenntnisse in die Praxis. So kann es nicht Ziel der Untersuchung sein, zu empfehlen, dass in Zukunft jeder Ingenieur Nutzungsdaueranalysen zur Dimensionierung durchzuführen hat. Vielmehr ist anzustreben, dem planenden Ingenieur die Ergebnisse der Forschung verständlich darzustellen und ihm abgesicherte Dimensionierungs- und Konstruktionshilfen an die Hand zu geben.

Auf diese Weise wird der Ingenieur in die Lage versetzt, auch die Kosten eines Bauwerks umfassender zu ermitteln und zu optimieren. Unter volkswirtschaftlichen Aspekten muss das Ziel in der Minimierung der für Konstruktion, Erstellung, Unterhalt und Reparatur aufzuwendenden finanziellen Mittel eines Bauwerks liegen [MeL\_91]:

$$C_g = C_0 + \sum p_i \cdot C_i \rightarrow \min, \quad (1.1)$$

mit  $C_g$  = gesamte Kosten,

$C_0$  = Kosten der Erstellung des Bauwerks,

$C_i$  = Kosten für Reparaturmaßnahmen während der Lebenszeit des Bauwerks

$p_i$  = Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis, welches die Reparaturmaßnahme erfordert, während der Nutzungsdauer des Tragwerks eintritt.

Die Lebensdauer eines Tragwerks lässt sich in vier Phasen einteilen. Nach dem von [Mel\_91] aufgestellten „Law of Five“ vervielfachen sich die Kosten für notwendige Reparaturmaßnahmen, die jeweils das gleiche Ergebnis erzielen, mit jeder Lebensdauerphase [Bild 1.3].

Phase in der Lebensdauer eines Bauwerks	Relative Kosten einer Maßnahme, die immer zum gleichen Ergebnis führt
<b>A</b> Entwurf und Konstruktion	1
<b>B</b> Gebrauchsphase	5
<b>C</b> Spezielle Wartung kleinerer Schäden	25
<b>D</b> Grundlegende Reparaturen an der Struktur des Bauwerks	125

**Bild 1.3** „Law of Five“ nach [Mel\_91]

In der Tabelle kommt zum Ausdruck, dass der Königsweg sicherlich in der Berücksichtigung der Alterungsprozesse bereits im Entwurf liegt, um so bestimmte negative Erscheinungen a priori zu vermeiden (Kap 1.4.2). Diese Vorgehensweise kann jedoch bei bereits vorhandenen Tragwerken verständlicherweise nicht beschränkt werden. Hier muss es also die Aufgabe sein, durch geeignete Kontroll- und Inspektionsmaßnahmen kleine Schäden bereits frühzeitig zu erkennen und zu beseitigen (Kap 1.4.3). Wenn es schließlich zu einer größeren Sanierung kommt, so kann die Nutzungsdauersimulation zur Planung der Reparatur herangezogen werden (Kap 1.4.4).

### 1.4.2 Entwurf und Dimensionierung

Beim Neuentwurf lässt sich eine Nutzungsdauersimulation einsetzen, indem die Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit nicht, am neuen Tragwerk, sondern an einem gealterten Tragwerk geführt werden [Bild 9.2].

Hierzu sind zunächst einige Annahmen bezüglich der unterstellten Lastgeschichte erforderlich. Diese kann zusammen mit dem Bauherrn definiert und gegebenenfalls vertraglich vereinbart werden. Durch die Berücksichtigung des Alterungsprozesses erhält man so eine Konstruktion, die besser an die zu erwartenden Deteriorationen und Schädigungen angepasst ist und eine höhere Dauerhaftigkeit aufweist (lebensdauerorientiertes Bemessungskonzept).

Die normenkonforme Nachweisführung erfordert allerdings einige Zusatzüberlegungen. Sie ergeben sich aus der Tatsache, dass das hochgradig nichtlineare Vorgehen der Nutzungsdauersimulation in Einklang mit dem Sicherheitskonzept der Norm [DIN1045] zu bringen ist. Die so entwickelte Bemessungsstrategie kann anschließend natürlich auch auf Tragwerke im Neuzustand Anwendung finden, um nichtlineare Tragreserven statisch unbestimmter Systeme bei der Dimensionierung rechnerisch zu nutzen.

### **1.4.3 Überwachung und Kontrolle**

Zum Schutz der Bauinvestition können in definierten Zeitintervallen Überwachungs- und Kontrollmaßnahmen durchgeführt werden („Monitoring“). Hierzu werden ebenfalls die Ergebnisse der Nutzungsdauersimulation genutzt. So kann z.B. die Veränderung der Eigenfrequenzen eines Tragwerks während der Nutzungsdauer numerisch berechnet und mit gemessenen Werten verglichen werden. Somit lassen sich durch kostengünstige und zerstörungsfreie Prüfverfahren beliebige Tragwerke unter Betriebsbedingungen (bei Brücken sogar unter Verkehr) qualifiziert beurteilen. Weichen Rechnung und Messung stark ab, so kann eine genauere Inspektion des Systems vorgenommen werden. Die hierbei erhaltenen Erkenntnisse können wieder Berücksichtigung in zukünftigen Berechnungen finden.

### **1.4.4 Sanierung und Erhaltung**

Werden größere Schäden an einem Tragwerk erkannt, so trägt eine Nutzungsdaueranalyse zunächst zur Klärung der Ursachen bei. Es besteht hier die Option, verschiedene Lastgeschichten und Materialmodelle zu untersuchen, um Klarheit über die ursächlichen Zusammenhänge zu erlangen.

Anschließend kann mit Hilfe der nichtlinearen Vorgehensweise der Zustand des gealterten Tragwerks bezüglich Gebrauchstauglichkeit und Tragwerkssicherheit beurteilt und für die Zukunft prognostiziert werden.

Sollte man sich zu einer Sanierung entschließen, so können verschiedene Reparaturkonzepte numerisch verglichen und auf ihre Wirksamkeit hin beleuchtet werden.

## 1.5 Gliederung

Um Nutzungsdaueranalysen durchführen zu können, bedarf es hochentwickelter, numerischer Simulationsverfahren. Die vorhandene nichtlinear-elastische Vorgehensweise [Gro\_92] [Neu\_00] muss hierzu um Deteriorations- und Schädigungsaspekte erweitert und so an die Erfordernisse der lebensdauerorientierten Strategie angepasst werden.

Nach den allgemeinen Erläuterungen und Begriffsdefinitionen in Kapitel 1 erfolgt zunächst in Kapitel 2 eine kurze Zusammenstellung der Grundgleichungen einer nichtlinearen Flächentragwerkstheorie.

Gäbe es ein „perfektes“ Material, das weder Deteriorationen noch Schädigungen aufweist, so würden unsere Baukonstruktionen nicht altern. Da der hier betrachtete Verbundbaustoff Stahlbeton diese idealen Eigenschaften keineswegs aufweist, werden Stoffgesetze erforderlich, die die Veränderungen der Materialeigenschaften während der Nutzungsdauer umfassend beschreiben. Ausgehend von einer phänomenologischen Beschreibung des Werkstoffverhaltens werden in Kapitel 3 konstitutive Beziehungen aufgestellt, die sowohl das Be-, Ent- und Wiederbelastungsverhalten als auch die zeitabhängige Veränderung der Materialeigenschaften beinhalten. Hierbei wird ein besonderer Schwerpunkt auf die normengerechte Erfassung des Stahlbeton-Nachrissverhaltens gelegt, da dies bei physikalisch nichtlinearen Berechnungen nicht nur bei dünnen Flächentragwerken die dominierende Nichtlinearität darstellt. Die für die Nutzungsdauersimulation relevanten Materialeffekte können somit hinreichend genau erfasst und direkt im Rahmen einer normengerechten Dimensionierung verwendet werden.

Kapitel 4 behandelt hygrische Verformungen des Betons. Diese sind z.B. bei den oben angesprochenen Kühlturmschalen von großem Interesse. Durch die einseitige Befeuchtung der Schale entstehen im Querschnitt nichtlinear verteilte Feuchtigkeitsgradienten. Sie führen zu Zwangdehnungen und Rissen. In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zur Berechnung der Feuchteverhältnisse in ungerissenen und gerissenen Beton zusammengestellt und eine Möglichkeit aufgezeigt, diesen Effekt bei der Nutzungsdauersimulation von Kühlturmschalen zu berücksichtigen, um so tiefere Einblicke in den Alterungsprozess solcher schlanken Schalenträgerwerke zu gewinnen.

Um nun alle weg- und zeitabhängigen Materialeffekte im Rahmen eines Finite Elemente-Konzeptes zu erfassen, bedarf es programmtechnisch einiger Zusatzüberlegungen. Sie beziehen sich auf die berechnungsbegleitende Abspeicherung der Dehnungsgeschichte in den Materialpunkten und auf die Modellierung beliebiger

Lasthistorien. Kapitel 5 stellt hierzu die durchgeführten Erweiterungen des Elementkonzeptes dar.

Zur Anwendung der Nutzungsdaueranalysen auf praktische Problemstellungen wird in Kapitel 6 das Sicherheitskonzept dargestellt. Die DIN1045-1 sieht in ihrer aktuellen Fassung [DIN1045] den Nachweis einer vorhandenen Bewehrung mit Hilfe eines globalen Traglastnachweises vor. Aus diesem Nachweisverfahren wird eine Bemessungsstrategie zur aktiven, iterativen Bewehrungsermittlung entwickelt. Sie ist sowohl für Tragwerke im Neuzustand als auch für gealterte Strukturen anwendbar. Es wird die Problematik der unterschiedlichen Teilsicherheitsparameter von Stahl und Beton im Zusammenhang mit nichtlinearen Tragwerksanalysen diskutiert.

Letztlich dienen die Anwendungsbeispiele auf der einen Seite der numerischen Verifizierung der Modelle und sollen die Leistungsfähigkeit der Vorgehensweise demonstrieren. Auf der anderen Seite sollen hier bereits erste Ergebnisse an praktischen Beispielen erzielt werden, die dem entwerfenden Ingenieur einen Eindruck vom praktischen Nutzen der Modelle geben.

In Kapitel 7 wird die Anwendung der numerischen Werkzeuge auf Balkentragwerke anhand zweier Versuchsnachrechnungen demonstriert. Der erste behandelt die Schnittgrößenentwicklung eines Zweifeldträgers unter kombinierter Last/Zwangbeanspruchung mit und ohne Vorbelastung. Das zweite Beispiel behandelt die Entwicklung der Eigenfrequenzen eines sukzessiv vorgeschädigten Einfeldträgers. Hierbei wird die qualitative und quantitative Aussagekraft der numerisch berechneten Ergebnisse deutlich. Der praktische Nutzen ist vor dem Hintergrund zu sehen, dass die numerisch bestimmten Schwingungseigenschaften in Zukunft im Rahmen von Monitoring-Programmen zur Kontrolle und Überwachung vorgeschädigter Tragwerke effizient eingesetzt werden können.

Praktische Beispiele in Bezug auf ebene Flächentragwerke enthält Kapitel 8. Zunächst wird die normenkonforme Berechnung der Rissbreiten an einer Einfeldplatte auf ihre Wirklichkeitsnähe überprüft. An einem Plattensystem mit nachgiebigen Unterzügen wird der Einfluss einer Überbelastung auf das Tragverhalten und den Risszustand herausgearbeitet. Hierbei erfolgt die Ermittlung einer optimalen Bewehrung, die die Umlagerungen berücksichtigt, welche sich aus einer Betrachtung der Lastgeschichte ergeben.

In Kapitel 9 werden die Alterungserscheinungen von Naturzugkühltürmen anhand einer einfach bewehrten Schale untersucht und die ursächlichen Zusammenhänge dargestellt. Anschließend erfolgt eine Sicherheitsbeurteilung, und es werden mögliche Sanierungsvarianten untersucht. Bei einer modernen Schale werden eine

lebensdauer-orientierte Bemessung durchgeführt. Anhand der so gesammelten Erkenntnisse können letztlich Vorschläge für eine zukünftige, lebensdauerorientierte Dimensionierung gemacht werden.

## 1.6 Einführungsbeispiel: Zweifeldträger

In einem ersten Beispiel soll anhand eines einfachen Zweifeldträgers der prinzipielle Einfluss der Lastgeschichte auf das Tragverhalten eines statisch unbestimmten Tragwerks herausgearbeitet werden.

Das in Bild 1.5 dargestellte statische System sei durch eine ständige Last  $g$  und eine Verkehrslast  $p$  belastet. Bringt man auf den Balken im Neuzustand zusätzlich zum Eigengewicht den quasi-ständigen Anteil der Verkehrslast in einer angemessenen Höhe von  $0,7 \cdot p$  über die gesamte Länge auf, so entstehen Risse an der Mittelstütze (Lastschritt 1). Die Feldbereiche bleiben im Zustand I (ungerissen):

$$\text{Lastschritt 1: } g + 0,7 \cdot p. \quad (1.2)$$

Nach einer angenommenen Lastgeschichte in der Form, dass zunächst die Verkehrslast  $p$  allein im rechten Feld (Lastschritt 2) und anschließend allein im linken Feld (Lastschritt 3) steht, ergibt sich unter quasi-ständiger Belastung ein vollkommen anderes Riss- und Verformungsbild (Lastschritt 4):

$$\text{Lastschritt 4: } g (+0,7 \cdot p - 0,7 \cdot p + p_{\text{rechts}} - p_{\text{rechts}} + p_{\text{links}} - p_{\text{links}}) + 0,7 \cdot p. \quad (1.3)$$

Die Feldbereiche weisen nun ebenfalls Biegerisse auf, die Rissbreiten an der Mittelstütze haben sich von 0,07 mm auf 0,15 mm vergrößert und die maximale Durchbiegung ist um den Faktor 2,8 angewachsen.

Die ersten Ergebnisse belegen deutlich die angesprochenen Veränderungen im Tragverhalten als Folge des Alterungsprozesses, wobei in diesem Einführungsbeispiel lediglich die Folgen der Lastgeschichte betrachtet wurden (Deteriorationen wie z.B. Kriechen und Schwinden wurden bei der Berechnung nicht angesetzt).

Des Weiteren sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die Ergebnisse des Lastschrittes 4 nur unter Einsatz von Werkstoffgesetzen erzielt werden können, die das Ent- und Wiederbelastungsverhalten des Stahlbetons wirklichkeitsnah erfassen. Nichtlinear-elastische Verfahren oder gar lineare Verfahren sind hierzu unbrauchbar.

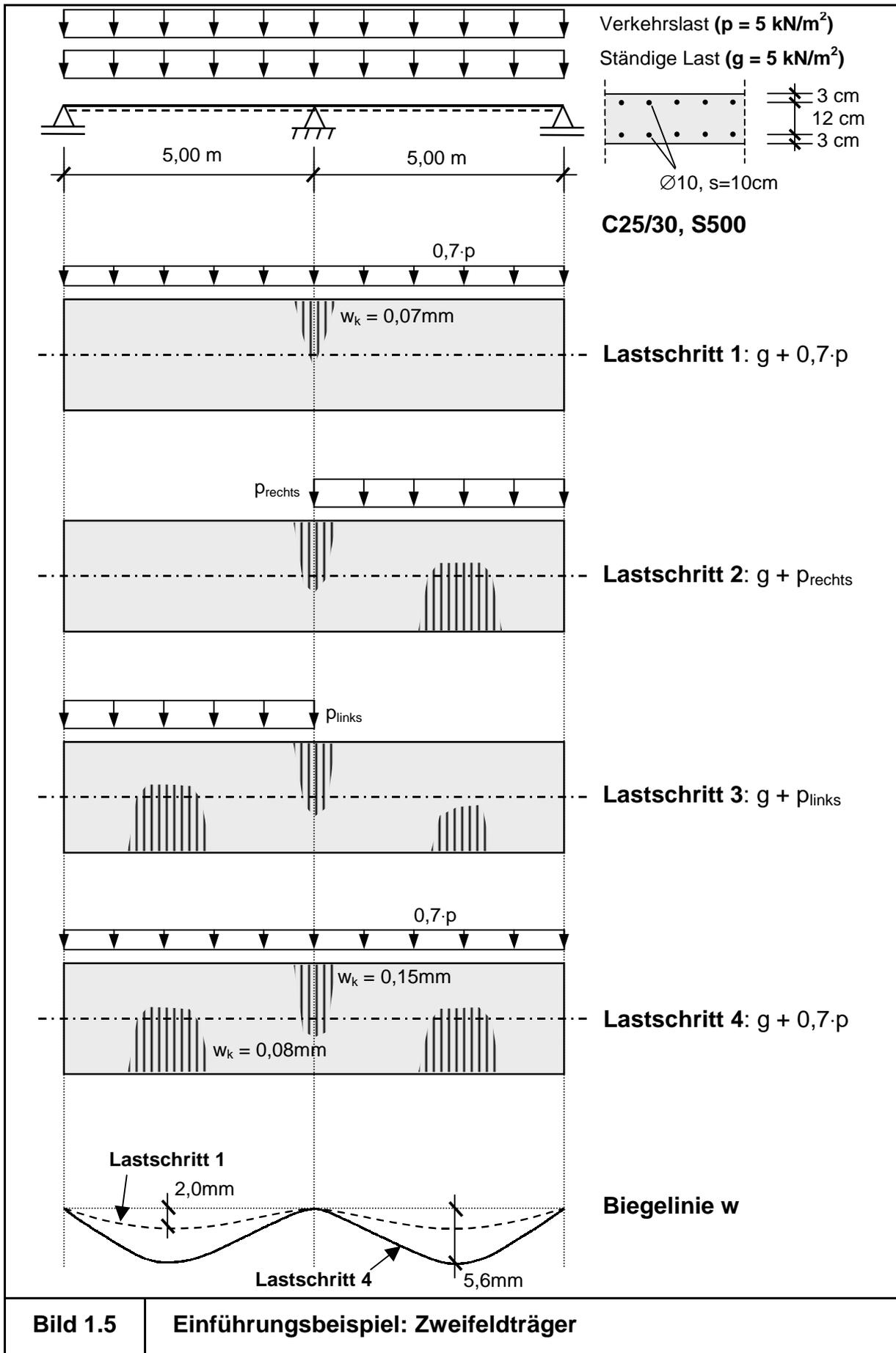


Bild 1.5

Einführungsbeispiel: Zweifeldträger

## 1.7 Bezug zur Praxis

Im Mittelpunkt der Bemühungen um die wirklichkeitsnahe und normkonforme Beschreibung von Deteriorations- und Schädigungseffekten im Rahmen einer Nutzungsdaueranalyse steht die Erhöhung der Dauerhaftigkeit realer Tragwerke.

Es soll ein Werkzeug geschaffen werden, das dem planenden Ingenieur erlaubt, die Lebensdauer beliebiger Tragwerke aus Stahlbeton zu simulieren. Hieraus können Erkenntnisse für die praktische Dimensionierung gewonnen werden:

- Klärung der ursächlichen Zusammenhänge von Alterungserscheinungen,
- Diagnose und Prognose von Alterungseffekten,
- Lebensdauerorientierte Bemessung, Variantendiskussion, u.s.w.

In diesem Zusammenhang sollte beachtet werden, dass in der Praxis kein Problem „exakt“ erfasst werden kann. Vielmehr ist vom Ingenieur eine Lösung anzustreben, die so „genau wie nötig“ die wesentlichen Phänomene beinhaltet und es dem planenden Ingenieur erlaubt, eine wirtschaftlich und technisch optimale „konstruktive Antwort“ auf vorhandene oder zu erwartende Alterungserscheinungen zu geben.

## 2 Grundgleichungen einer nichtlinearen Flächentragwerkstheorie

### 2.1 Allgemeines und Voraussetzungen

Im Hinblick auf eine spätere numerische Umsetzung und eine Überführung in ein Finite Elemente-Konzept, das auf inkrementellen Lösungsverfahren basiert, sollen in diesem Kapitel die Grundlagen einer nichtlinearen Flächentragwerkstheorie zusammengestellt werden. Dies erfolgt mit Hilfe einer tensoriellen Indexschreibweise, die sich auf die Formulierungen aus [IKIB\_73] und auf die Darstellungen nach Basar/Krätzig [Bas\_85] zurückführen lässt.

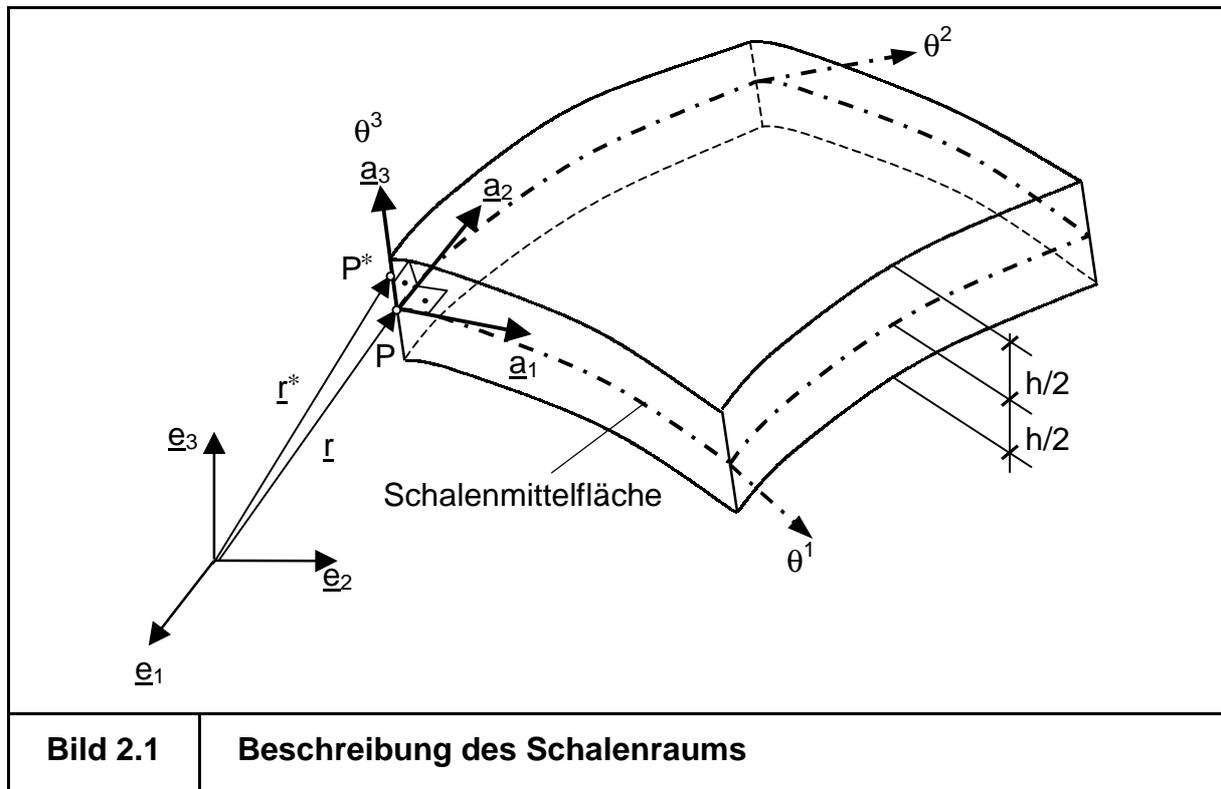
Die nachfolgend aufgeführten Annahmen werden bei der Herleitung der geometrisch und physikalisch nichtlinearen Schalentheorie getroffen:

- Es werden nur Flächentragwerke mit orthogonalen Basisvektoren betrachtet.
- Die Kirchhoff-Love-Hypothese [Lov\_44] ist gültig. Nach der Deformation steht der Schalendirektor weiterhin senkrecht auf der Schalenmittelfläche; Schubverzerrungen werden somit vernachlässigt.
- Die Abmessung der Schalwanddicke ist klein gegenüber den charakteristischen Abmessungen der Schale (Dünne-Hypothese).
- Es wird ein ebener Spannungszustand vorausgesetzt. Somit treten per Definition keine Spannungen in Dickenrichtung der Schale auf.
- Die Belastung ist statisch und konservativ (nicht von den Verformungen abhängig).
- Die Formulierungen der Schalentheorie sind von den später verwendeten Werkstoffgesetzen unabhängig.
- Es werden nur kleine Rotationen zugelassen. Nichtlineare Verzerrungsanteile befinden sich lediglich im Verzerrungstensor der Schalenmittelfläche.
- Die Änderung der Metrik bei der Verformung in Bezug auf die Schnittgrößen wird vernachlässigt, so dass die Unterscheidung zwischen Cauchy-Spannungen und Piola-Kirchhoff-Spannungen entfällt [Gro\_92] [Huf\_84].

### 2.2 Geometrie des Flächentragwerks

Bild 2.1 beinhaltet die Darstellung eines Schalenausschnittes in einer beliebigen Konfiguration. Die Geometrie des Schalentragwerks wird über seine Mittelfläche beschrieben, die durch die krummlinigen Kurven der Flächenkoordinaten  $\theta^\alpha$  aufgespannt wird. Ein Ortsvektor  $\underline{r}^*$  zu einem beliebigen Punkt  $P^*$  innerhalb des Schalenraums kann aus dem Ortsvektor  $\underline{r}$  der Schalenmittelfläche (SMF) und einem

Anteil senkrecht zur Schalenmittelfläche (bei Vernachlässigung der Schubverzerrungen) gemäß Gleichung (2.1) zusammengesetzt werden.



$$\underline{r}^* = \underline{r}(\theta^\alpha) + \theta^3 \cdot \underline{a}_3 \quad (2.1)$$

Aus der mathematischen Beschreibung der Schalenmittelfläche lassen sich differentialgeometrische Größen wie Basisvektoren ( $\underline{a}_i, \underline{a}^i$ ), Metrikgrößen ( $a_{\alpha\beta}, a^{\alpha\beta}$ ), Krümmungsgrößen ( $b_{\alpha\beta}, b_\beta^\alpha$ ) und Christoffelsymbole ( $\Gamma_{\alpha\beta}^1, \Gamma_{\alpha\beta}^2$ ) ableiten. Eine ausführliche Herleitung der entsprechenden Beziehungen findet sich in [Bas\_85].

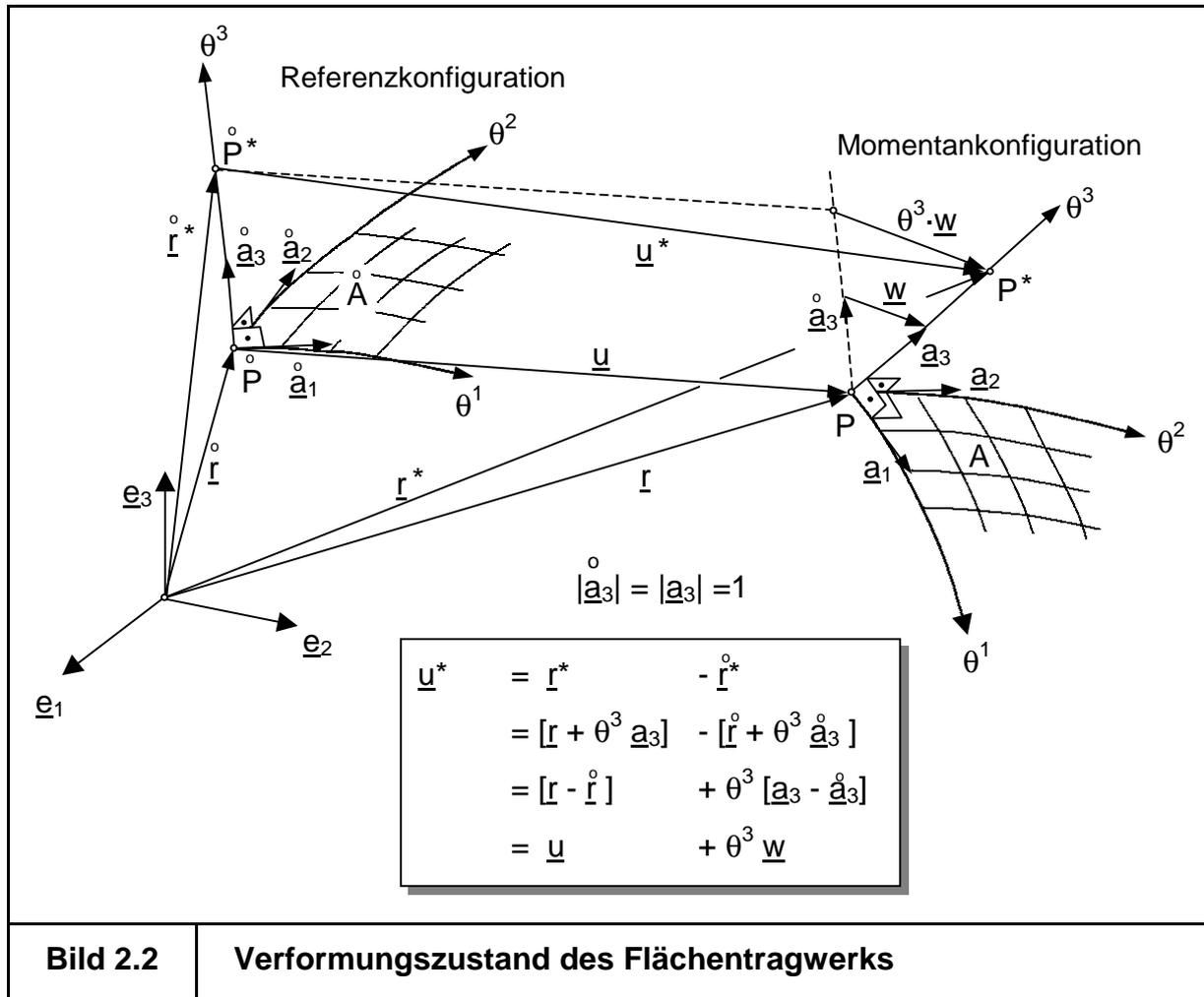
## 2.3 Kinematik des Flächentragwerks

### 2.3.1 Der Verformungszustand

Der Verschiebungsvektor  $\underline{u}^*$  eines beliebigen Punktes eines Flächentragwerks setzt sich nach Gleichung (2.2) zusammen aus dem Verschiebungsvektor  $\underline{u}$  der Schalenmittelfläche und einem Differenzvektor  $\underline{w}$  des Schalendirektors vor und nach der Deformation. Dies ist den geometrischen Beziehungen nach Bild 2.2 zu entnehmen.

$$\underline{u}^* = \underline{u} + \theta^3 \cdot \underline{w} \quad (2.2)$$

Durch partielle Ableitung der Komponenten des Verschiebungsvektors der Schalenmittelfläche nach den Flächenkoordinaten werden die beiden Deformationsgradienten  $\varphi_{\alpha\beta}$  und  $\varphi_{3\alpha}$  (2.3) gebildet. Analog ergeben sich die Deformationsgradienten  $\psi_{\alpha\beta}$  und  $\psi_{3\alpha}$  (2.4) aus der partiellen Ableitung der Komponenten des Differenzvektors der Schalendirektoren.



$$\underline{u}_{,\beta} = [u_{\alpha|\beta} - u_3 b_{\alpha\beta}] \cdot \underline{a}^\alpha + [u_{3,\beta} + u_\lambda b_\beta^\lambda] \cdot \underline{a}^3 = \varphi_{\alpha\beta} \cdot \underline{a}^\alpha + \varphi_{3\alpha} \cdot \underline{a}^3 \quad (2.3)$$

$$\underline{w}_{,\beta} = [w_{\alpha|\beta} - w_3 b_{\alpha\beta}] \cdot \underline{a}^\alpha + [w_{3,\beta} + w_\lambda b_\beta^\lambda] \cdot \underline{a}^3 = \psi_{\alpha\beta} \cdot \underline{a}^\alpha + \psi_{3\alpha} \cdot \underline{a}^3 \quad (2.4)$$

Unter der Voraussetzungen der Kirchhoff-Love-Hypothese verschwindet der Schubverzerrungsanteil  $\underline{\gamma}$ , so dass der Schalendirektor der Momentankonfiguration mit dem Normalenvektor  $\underline{a}_3$  zusammenfällt.

Zur physikalischen Interpretation der Verschiebungsvektoren werden diese auf Einheitsvektoren bezogen:

$$u_{\langle\alpha\rangle} = \sqrt{a^{\alpha\alpha}} \cdot u_{\alpha}, \quad u_{\langle 3\rangle} = u_3, \quad (2.5a)$$

$$w_{\langle\alpha\rangle} = \sqrt{a^{\alpha\alpha}} \cdot w_{\alpha}, \quad w_{\langle 3\rangle} = 0 \text{ (kleine Rotationen)}. \quad (2.5b)$$

### 2.3.2 Der Verzerrungszustand

Über die zuvor definierten Deformationsgradienten können die Verzerrungstensenoren ausgedrückt werden [Gro\_92]. Diese Darstellungsweise (2.6) enthält keine Einschränkung bezüglich der Größenordnung der Verschiebung der Mittelfläche  $\underline{u}$  sowie des Normalendrehvektors  $\underline{w}$ .

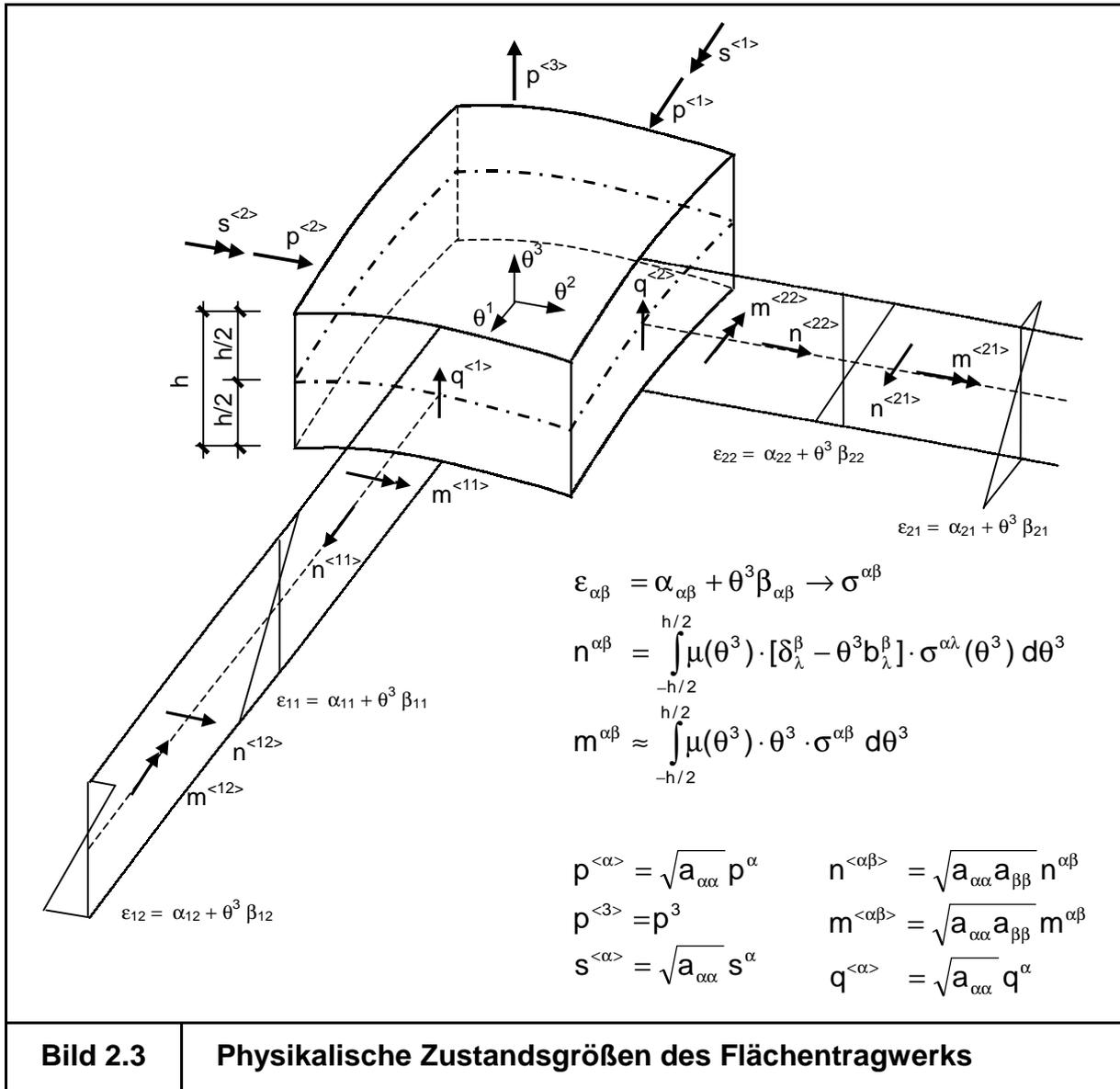
$$\alpha_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} [\varphi_{\alpha\beta} + \varphi_{\beta\alpha} + \varphi_{\alpha}^{\lambda} \varphi_{\lambda\beta} + \varphi_{3\alpha} \varphi_{3\beta}] \quad (2.6a)$$

$$\beta_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} [\psi_{\alpha\beta} + \psi_{\beta\alpha} - \varphi_{\lambda\alpha} b_{\beta}^{\lambda} - \varphi_{\lambda\beta} b_{\alpha}^{\lambda} + \varphi_{\alpha}^{\lambda} \psi_{\lambda\beta} + \varphi_{\beta}^{\lambda} \psi_{\lambda\alpha} + \varphi_{3\alpha} \psi_{3\beta} + \varphi_{3\beta} \psi_{3\alpha}] \quad (2.6b)$$

Durch Reihenentwicklung des Normalendrehvektors  $\underline{w}$ , der im Deformationsgradient  $\psi_{\alpha\beta}$  auftritt, und durch Abbruch nach bestimmten Reihengliedern lassen sich verschiedene Approximationsstufen ableiten, die auch von Eckstein [Eck\_83] aufzeigt und von Grote [Gro\_92] in übersichtlicher Form dargestellt wurden:

- Theorie endlich großer Rotationen (Abbruch von  $\underline{w}$  nach kubischen Anteilen)
- Theorie mäßig großer Rotationen (Abbruch von  $\underline{w}$  nach quadratischen Anteilen)
- Theorie kleiner Rotationen (Abbruch von  $\underline{w}$  nach linearen Anteilen)
- Lineare Theorie

Im Rahmen dieser Arbeit kommt vor allem der Donnell-Marguerre'sche Näherung Bedeutung zu. Hierbei handelt es sich um eine Theorie kleiner Rotationen, in der im ersten Verzerrungstensor lediglich die nichtlinearen Anteile  $(0,5 \cdot u_3|_{\alpha} \cdot u_3|_{\beta})$  enthalten sind. Diese Theorie stellt für die meisten baupraktischen Anwendungen im Vergleich zu höheren Theoriestufen eine ausreichende Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität dar, die somit auf den ersten Verzerrungstensor der Mittelfläche beschränkt bleibt [Bas\_85] [Eck\_83] [Har\_82] [Wit\_80].



**Bild 2.3**      **Physikalische Zustandsgrößen des Flächentragwerks**

## 2.4 Schnittgrößen und konstitutive Beziehungen

Über die konstitutiven Beziehungen oder Werkstoffgesetze wird die Verknüpfung zwischen den Verzerrungen und Schnittgrößen des Flächentragwerks hergestellt; sie sind dabei als Resultierende der Spannungsverteilung über den Querschnitt anzusehen. Bild 2.3 zeigt einen Ausschnitt aus einem Flächentragwerk mit den positiven Wirkungsrichtungen der Schnittgrößen. Die Vernachlässigung des Effekts der Veränderung der Metrik auf die Schnittgrößen führt dazu, dass im Folgenden nicht mehr zwischen wahren Cauchy-Spannungen und Piola-Kirchhoff-Spannungen unterschieden wird.

Die Schnittgrößen als Resultierende entstehen dabei durch eine Spannungsintegration über die Querschnittshöhe gemäß Gleichungen (2.8a) und (2.8b), welche

numerisch unter Verwendung eines Schichtenmodells ausgeführt wird [Mei\_89] [Gro\_92].

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \alpha_{\alpha\beta} + \theta^3 \cdot \beta_{\alpha\beta} \longrightarrow \sigma^{\alpha\beta} \quad (2.7)$$

$$n^{\alpha\beta} = \int_{-h/2}^{h/2} \mu(\theta^3) \cdot [\delta_{\lambda}^{\beta} - \theta^3 b_{\lambda}^{\beta}] \cdot \sigma^{\alpha\lambda}(\theta^3) d\theta^3 \quad (2.8a)$$

$$m^{\alpha\beta} = \int_{-h/2}^{h/2} \mu(\theta^3) \cdot [\delta_{\lambda}^{\beta} - \theta^3 b_{\lambda}^{\beta}] \cdot \theta^3 \cdot \sigma^{\alpha\lambda}(\theta^3) d\theta^3 \approx \int_{-h/2}^{h/2} \mu(\theta^3) \cdot \theta^3 \cdot \sigma^{\alpha\lambda}(\theta^3) d\theta^3 \quad (2.8b)$$

Diese Beziehungen sind allgemein gültig für beliebige Werkstoffgesetze. Auf eine gesonderte Betrachtung der Querkräfte wird verzichtet, da die korrespondierenden Verzerrungen im Rahmen der Normalentheorie zu Null gesetzt sind und sich die Querkräfte daher nur aus dem Gleichgewicht berechnen lassen.

Die Schnittgrößen  $n^{\alpha\beta}$  und  $m^{\alpha\beta}$  sind bei der Verwendung nichtlinearer Werkstoffgesetze über die konstitutiven Beziehungen gekoppelt. Die physikalischen Komponenten der Schnittgrößentensoren, die letztlich auch für Bemessungsfragen interessieren, sind in den Beziehungen (2.9a) und (2.9b) angegeben:

$$n^{<\alpha\beta>} = n^{\alpha\beta} \cdot \sqrt{a_{\alpha\alpha} \cdot a_{\beta\beta}}, \quad (2.9a)$$

$$m^{<\alpha\beta>} = m^{\alpha\beta} \cdot \sqrt{a_{\alpha\alpha} \cdot a_{\beta\beta}}. \quad (2.9b)$$

## 2.5 Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen

Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen beinhaltet implizit die Gleichgewichtsbeziehung in integraler (schwacher) Form:

Befindet sich ein System im Gleichgewicht, so verschwindet die Summe aus äußerer und innerer virtueller Arbeit, die bei Aufbringen eines virtuellen Verschiebungszustandes geleistet wird.

$$\delta A_a + \delta A_i = 0 \quad (2.10)$$

$$\iint_A (\underline{p} \cdot \delta \underline{u}) dA + \oint_C^0 (\underline{t} \cdot \delta \underline{r}) ds - \iint_A (\underline{\sigma} \cdot \delta \underline{\varepsilon}) dA = 0 \quad (2.11)$$

Flächen-            Rand-            Spannungs-  
lasten            kräfte            arbeit

Der Verformungszustand eines Systems wird also um einen gedachten, infinitesimal kleinen und mit den Randbedingungen verträglichen Verformungszustand geändert (variiert). Wenn dabei die geleistete Arbeit verschwindet, liegt ein Gleichgewichtszustand vor.

Darauf basierend lassen sich die Elementmatrizen im Rahmen der Finite Element-Methode für reine Weggrößenelemente herleiten. Sämtliche Nichtlinearitäten können dabei berücksichtigt werden.

## 2.6 Zusammenfassung

Zur analytischen Beschreibung allgemeiner Schalentragwerke kommt eine nichtlineare Flächentragwerkstheorie zum Einsatz, die sich einer tensoriellen Indexschreibweise bedient. Als wesentliche Annahmen im Hinblick auf den Verformungszustand und die Kinematik sind die Kirchhoff-Love-Hypothese und die Dünne-Hypothese Bestandteil der applizierten Theoriestufe. Praktisch führt es zu einer Formulierung, die keine Querschubverzerrungen erfasst. Dies stellt jedoch bei einer Anwendung auf Schalentragwerke keine große Einschränkung dar.

Weiterhin erfolgt in diesem Kapitel neben der Darstellung von Geometrie und Kinematik auch die Definition der Schnittgrößen. Das so gebildete Integral der inneren Arbeit führt letztlich im „Prinzip der virtuellen Verschiebungen“ zu einer Gleichgewichtsaussage, die im Rahmen eines Finite Element-Konzeptes verwendet werden kann.

### **3 Werkstoffmodelle für Stahlbeton**

Um die Veränderungen eines Tragwerks während seiner Nutzungsdauer numerisch zu simulieren, sind Werkstoffbeziehungen mit „Erinnerungsvermögen“ erforderlich. Diese müssen einerseits alle Effekte erfassen, die aus Be- und Entlastungsvorgängen im Material resultieren (Schädigung), wobei für den Stahlbeton-Nachrissbereich Zusatzüberlegungen erforderlich werden, auf die im Folgenden speziell eingegangen wird. Andererseits muss die zeitliche Veränderung des Werkstoffs Beton (Deterioration) bei der Nutzungsdauersimulation Berücksichtigung finden. Hierzu zählen Kriech- und Schwindeffekte genauso wie die Veränderung von Materialeigenschaften infolge mechanischer, chemischer und biologischer Angriffe.

#### **3.1 Übersicht**

##### **3.1.1 Allgemeines zu den konstitutiven Beziehungen**

Die allgemeinen Grundgleichungen zur Berechnung beliebiger Strukturen gliedern sich in drei Gruppen, von denen jede Gruppe nichtlineare Anteile enthalten kann. In diesem Zusammenhang werden die Nichtlinearitäten in der Kinematik und im Gleichgewicht der „geometrischen Nichtlinearität“ zugeordnet. Hingegen bezeichnet man die Nichtlinearitäten in den Werkstoffbeziehungen als „physikalische Nichtlinearität“.

Die Werkstoff- oder konstitutiven Beziehungen verknüpfen die inneren Weggrößen  $\underline{\epsilon}$  (Verzerrungen) mit den inneren Kraftgrößen  $\underline{s}$  (Schnittgrößen) [Bild 3.1].

Diese Verknüpfung kann auf verschiedene Arten erfolgen. Das einfachste Gesetz stellt die lineare Elastizität dar. Hierbei beschreibt das Hooke'sche Gesetz einen proportionalen Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung, wobei zur Beschreibung des Materials lediglich der Elastizitätsmodul  $E$  und die Querdehnzahl  $\nu$  erforderlich sind.

Weichen die Arbeitslinien des verwendeten Materials vom linearen Verhalten ab, so kann die lineare durch eine nichtlineare Elastizitätstheorie ersetzt werden. Sie berücksichtigt das nichtlineare Materialverhalten bei einer Erstbelastung.

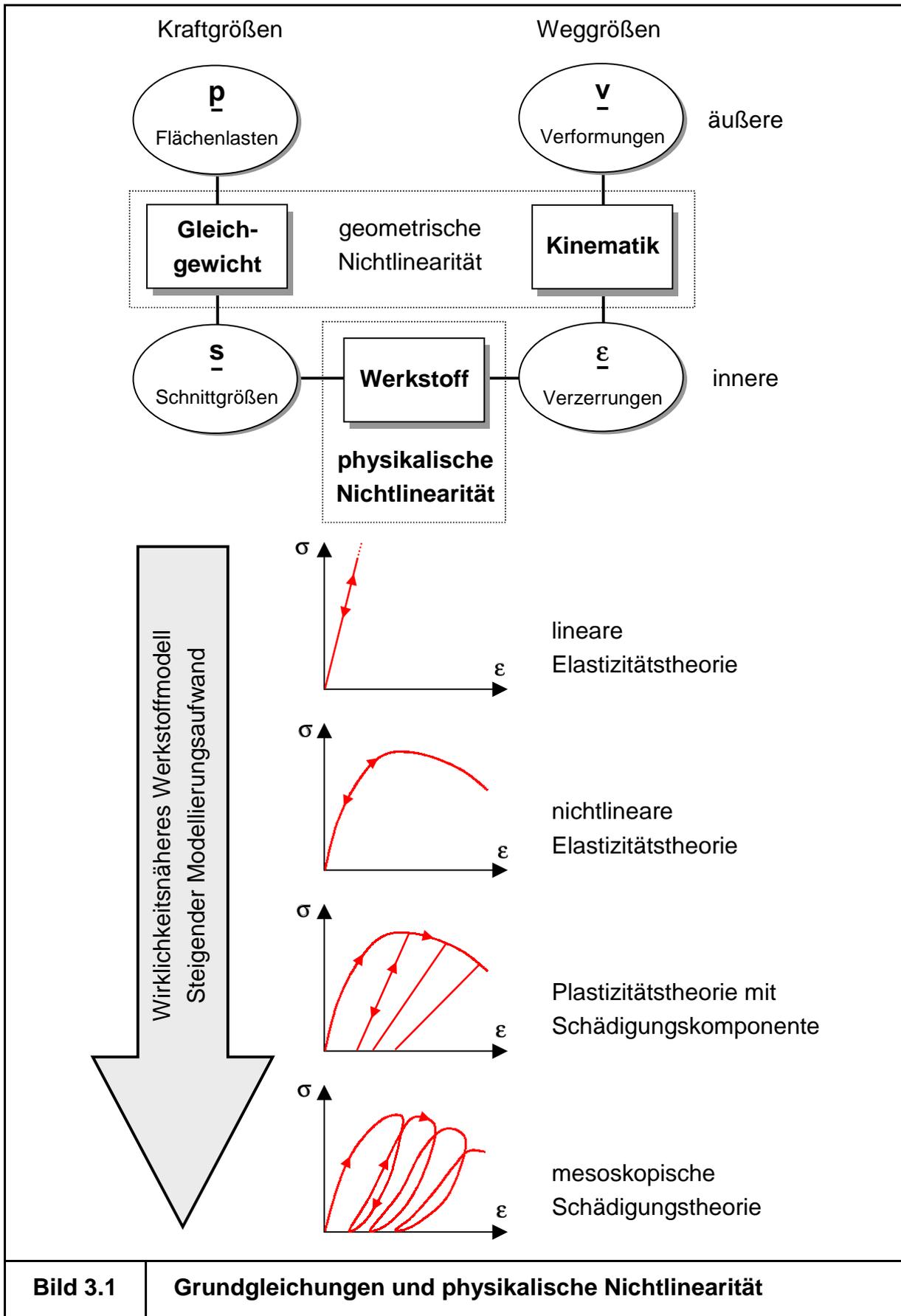


Bild 3.1

Grundgleichungen und physikalische Nichtlinearität

Ist diese Voraussetzung verletzt und erfährt der Materialpunkt Ent- und Wiederbelastungen, so muss die nichtlinear elastische Theorie um Entlastungsansätze erweitert werden. Dies erfordert beim Werkstoff Stahlbeton unter Druckbeanspruchungen eine plastische Formulierung und im Zug- bzw. Nachrissbereich eine Formulierung, die sich an der Bruchtheorie orientiert. So können makroskopisch auftretende Schädigungen (Rissbildung und plastische Stauchungen) bei Ent- und Wiederbelastung berücksichtigt werden.

Eine nächste Stufe der Materialformulierung wäre die kontinuumsmechanische Verknüpfung zwischen der Plastizitätstheorie mit Schädigungsmodellen auf Mesoebene. Diese theoretisch und numerisch sehr aufwändigen Modelle beinhalten neben den Makroschädigungen auch Schädigungen des Porenraums (Mesoebene) bis zu Veränderungen im Mikroaufbau des Materials, wodurch eine scheinbar „exakte“ Wiedergabe von experimentell ermittelten Arbeitslinien möglich wird. Der Nachteil der Modelle besteht in der Vielzahl von Materialparametern, die z.T. keine physikalische Bedeutung haben und nur durch aufwändiges „Fitting“ aus experimentellen Ergebnissen bestimmt werden können.

Die beiden erstgenannten Theoriestufen (lineare und nichtlineare Elastizitätstheorie) sind zur numerischen Simulation von zeitlich veränderlichen Effekten und Wechselbeanspruchungen, die sich im Laufe einer Nutzungsdauer einstellen, nicht geeignet. Vielmehr benötigt man ein Werkstoffgesetz, das makroskopische Schädigungen wirklichkeitsnah wiedergibt. Hiermit wird es möglich, bei einem Minimum an zusätzlich erforderlichen Materialparametern die Veränderungen von Strukturen während ihrer Nutzungsdauer zu untersuchen.

Eine Einbeziehung von meso- und mikroskopischen Materialeffekten in das Modell ist hierzu zunächst nicht erforderlich, da diese die statischen Werkstoffeigenschaften und somit das Tragverhalten des Systems nur wenig beeinflussen und gleichzeitig dem anwendenden Ingenieur eine Vielzahl neuer Werkstoffparameter abverlangen, deren Festlegung wiederum mit zusätzlichen Annahmen verbunden ist. Hierdurch ist es fraglich, ob solche hochentwickelten Modelle tatsächlich bei der Berechnung komplexer Strukturen genauere Ergebnisse liefern.

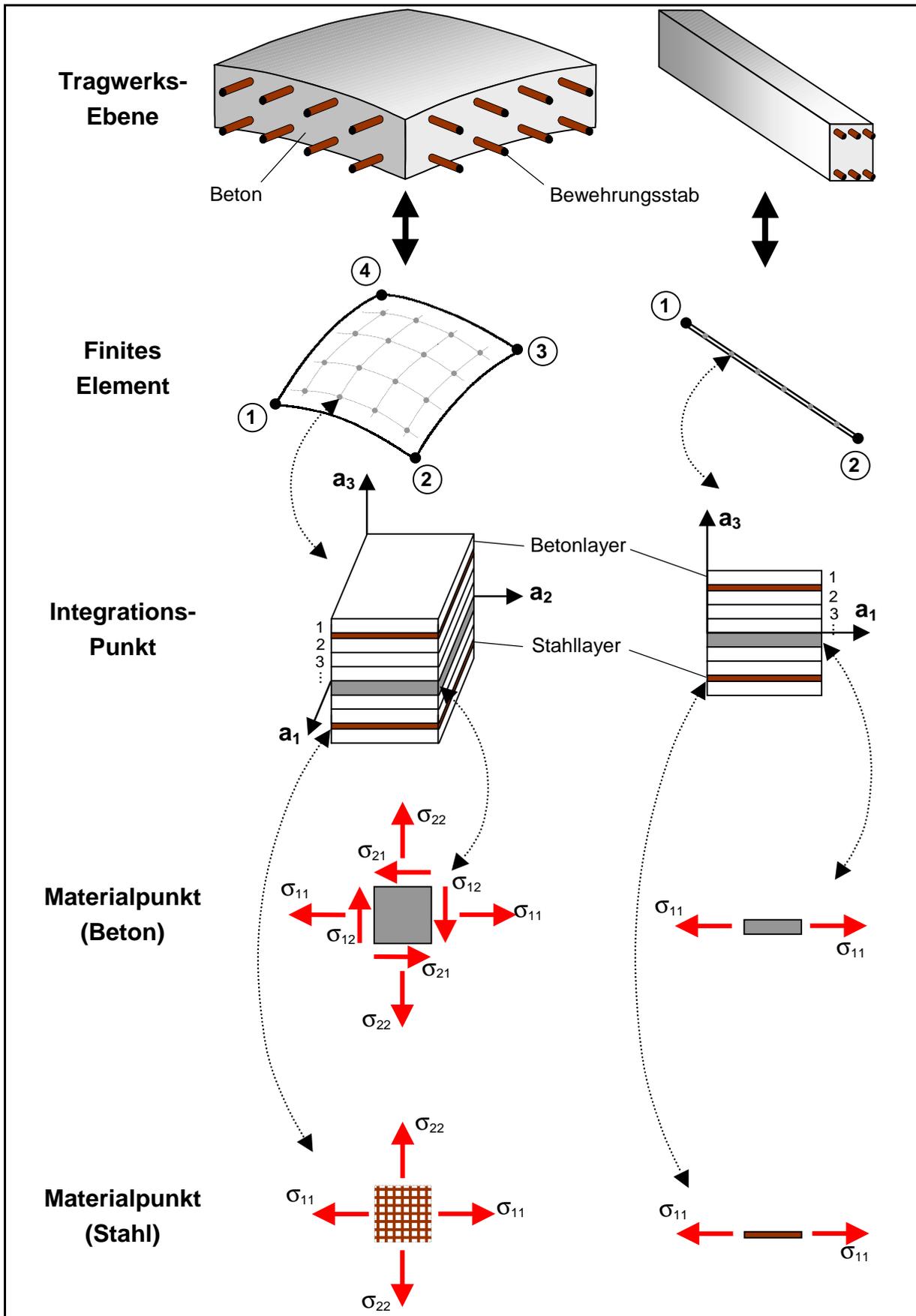


Bild 3.2

Schichtenmodellierung bei Stab- und Flächentragwerken

### **3.1.2 Verwendete Schichtenmodelle**

Zur numerischen Berechnung beliebig beanspruchter Tragwerke werden Layermodelle eingesetzt. Hierbei zerlegt man einen Stahlbetonquerschnitt in Stahlschichten entsprechend der Bewehrung und in eine bestimmte Anzahl an Betonschichten [Bild 3.2]. Im Falle eines Balkenelementes lässt sich die Dehnung je Schicht mit Hilfe einer Querschnittshypothese (z.B. Euler-Bernoulli-Hypothese) aus den Verzerrungen der Mittelfläche bestimmen. Unter Anwendung einaxialer Werkstoffgesetze für Stahl und Beton ergibt sich hieraus die Spannungsverteilung im Querschnitt. Die Spannungen werden im Anschluss numerisch zu Schnittgrößen aufintegriert.

Bei allgemeinen Schalentragwerken ergibt sich eine analoge Vorgehensweise. Hier benötigt man jedoch zur Bestimmung der Spannungen im Beton ein zweiaxiales Betongesetz, um aus dem ebenen Dehnungszustand Spannungen zu ermitteln. Da Stahlbeton in der Regel mit eindimensionalen Stahlstäben bewehrt wird, ist zur Modellierung der Stahlschichten auch nur ein eindimensionales Stahlgesetz erforderlich. Durch die Erfassung der Bewehrung in Richtung der eingelegten Stabachsen ergibt sich somit ein anisotropes Verhalten der Stahl-layer. Die Bestimmung der Schnittgrößen erfolgt analog der ebenen Balkenelemente.

Auf diese Art ermöglicht die beschriebene Querschnittsschichtung die Erfassung materieller Nichtlinearitäten bei der Berechnung allgemeiner Balken- und Schalentragwerke. Hierbei sei noch einmal darauf hingewiesen, dass zur Beschreibung des Materialverhaltens eines Stahlbeton-Schalentragwerks ein zweidimensionales Betongesetz und ein eindimensionales Stahlgesetz ausreicht. Dreidimensionale Werkstoffgesetze sind im Allgemeinen nur für spezielle Tragwerke erforderlich, die auf Grund ihrer Geometrie nicht mit Hilfe von Balken- oder Flächentragwerkstheorien beschrieben werden können und daher eine 3D-Modellierung erfordern (z.B. Stau-mauer, Fundamentkörper, ...).

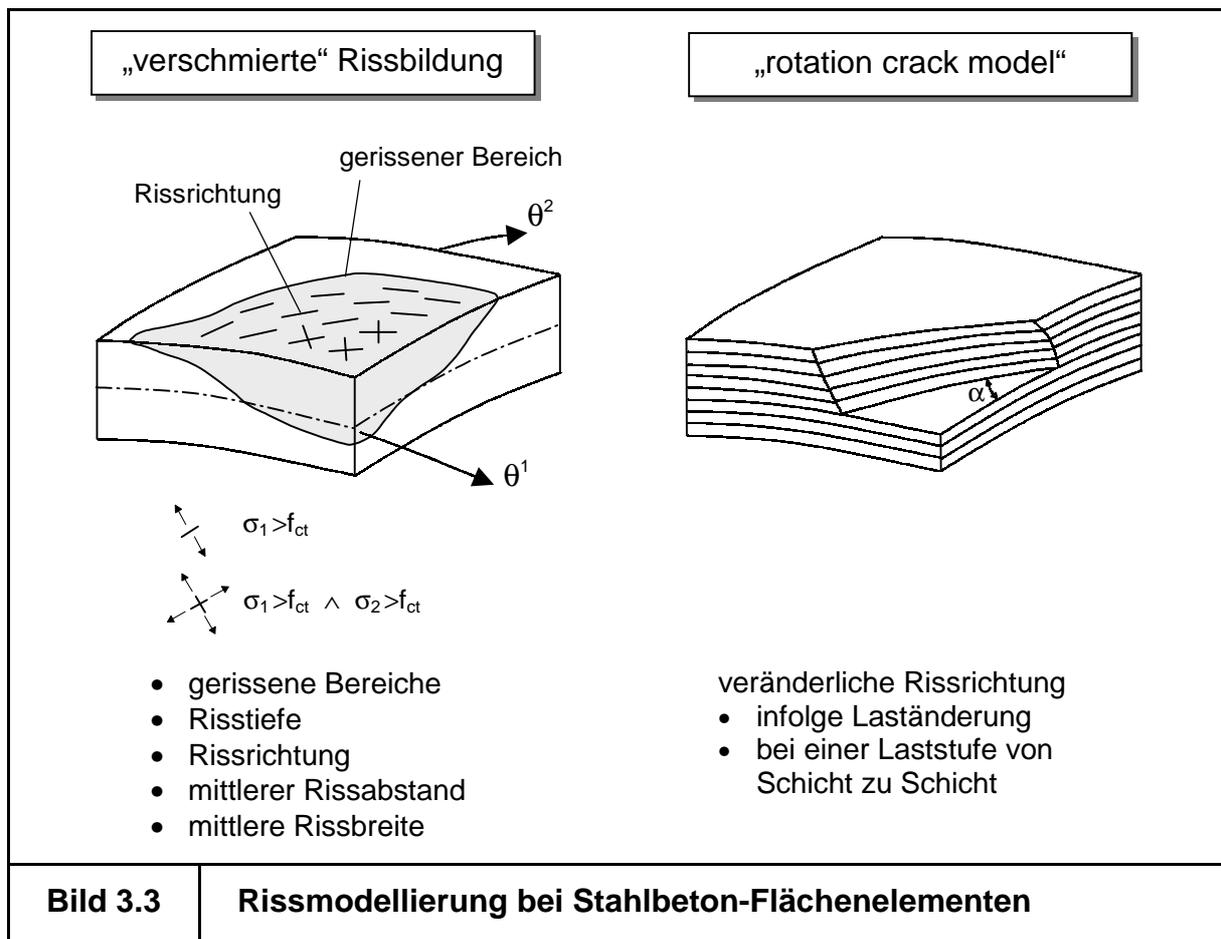
### **3.1.3 Grundsätzliches zur Stahlbeton-Nachrissformulierung**

Das Riss- und Nachrissverhalten bildet bei Tragwerken aus Stahlbeton neben den plastischen Dehnungen des Betons im Druckbereich die entscheidende physikalische Nichtlinearität. Bei Untersuchungen auf Gebrauchslastniveau treten die Effekte der Rissbildung verstärkt in den Mittelpunkt, da der Beton bereits bei einem sehr geringen Lastniveau seine Zugfestigkeit (Zugfestigkeit etwa 10% der Druckfestigkeit) erreicht und somit Risse entstehen. Dahingegen ist im Gebrauchslastbereich noch nicht mit nennenswerten plastischen Stauchungen zu rechnen. Aus diesem Grund

kommt der Modellierung des Riss- und Nachrissverhaltens im Hinblick auf Lebensdaueruntersuchungen eine besondere Bedeutung zu.

Erreicht die Spannung in einem Punkt des Tragwerks die Zugfestigkeit des Betons, so entsteht eine Diskontinuität in Form eines Risses. Streng genommen erfordert dies eine Anpassung der gewählten Diskretisierung an das so veränderte System. Eine solche Vorgehensweise wird in der Literatur als „diskrete Rissmodellierung“ bezeichnet. Sie bietet den Vorteil, dass jeder Riss in seiner wirklichen Lage und Ausdehnung in die Berechnung eingeht. Die Methode wird bei Berechnungen erfolgreich eingesetzt, bei denen ein einzelner oder einige wenige Risse das Tragverhalten einer Struktur bestimmen (z.B. Staumauer, Versuchskörper aus unbewehrtem Beton).

Kommt es in einem Tragwerk hingegen zu vielen Rissen, dann wächst der numerische Aufwand durch die Anpassung der Diskretisierung („remeshing“) bei dieser Methode stark an, da jeder Riss zu einer Erhöhung der Elementanzahl und somit der Freiheitsgrade führt. Deshalb ist die Simulation komplexer Tragstrukturen unter Anwendung diskreter Rissmodelle z.Zt. noch nicht möglich.



Um solche Tragwerke dennoch berechnen zu können, verzichtet man auf die Abbildung der Risse als Diskontinuitäten zugunsten einer integralen Betrachtung im gerissenen Element. Hierbei werden die Risse innerhalb eines Elementes „verschmiert“ und durch Anpassung des Werkstoffgesetzes die steifigkeitsmindernden Einflüsse der Rissbildung bei der Berechnung komplexer Strukturen berücksichtigt [Bild 3.3]. Hierdurch lassen sich in der Folge lediglich integrale Aussagen bezüglich der entstandenen Risse (mittlere Rissbreite und mittlerer Rissabstand) machen.

Bei Flächentragwerken werden bezüglich der Rissbildung noch einige Zusatzüberlegungen erforderlich. Erreicht die erste Hauptspannung in einem Betonlayer die Zugfestigkeit, so entsteht ein Riss senkrecht zur ersten Hauptrichtung. Infolge einer Laständerung kann sich diese Hauptrichtung verändern. Hierbei kann man die Annahme treffen, dass sich ein einmal entstandener Riss in Lage und Orientierung nicht verändert („fixed-crack-model“) oder dass ein Riss immer orthogonal zu den variablen Hauptrichtungen verläuft („rotating-crack-model“). Die unterstellte Veränderung der aktiven Rissrichtung konnte bei Scheibenversuchen experimentell beobachtet werden und deckt sich mit dem tatsächlichen Verhalten bewehrter Stahlbetonbauteile [Vec\_82]. Außerdem umgeht man durch die Anwendung dieses „rotating-crack-model“ die problematische Angabe eines Schubübertragungskoeffizienten, wie es bei Anwendung eines „fixed-crack-model“ erforderlich wird [Cri\_89] [Fee\_93.1] [Rot\_89].

In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, dass sich bei kombinierter Beanspruchung durch Biege- und Membranschnittgrößen die Hauptrichtungen auch innerhalb eines Querschnitts über die Querschnittshöhe ändern können [Bild 3.3]. Diese Beobachtung hängt jedoch ursächlich mit der Kinematik des Flächentragwerks und nicht mit dem verwendeten Rissmodell zusammen.

## **3.2 Phänomenologisches Verhalten, Experimente**

### **3.2.1 Beton**

#### **3.2.1.1 Beton unter einaxialer Beanspruchung**

Wegen der im Verhältnis zur Druckfestigkeit geringen Zugfestigkeit des Werkstoffs Beton ist bei der Modellierung zwischen Zug- und Druckbeanspruchung zu differenzieren.

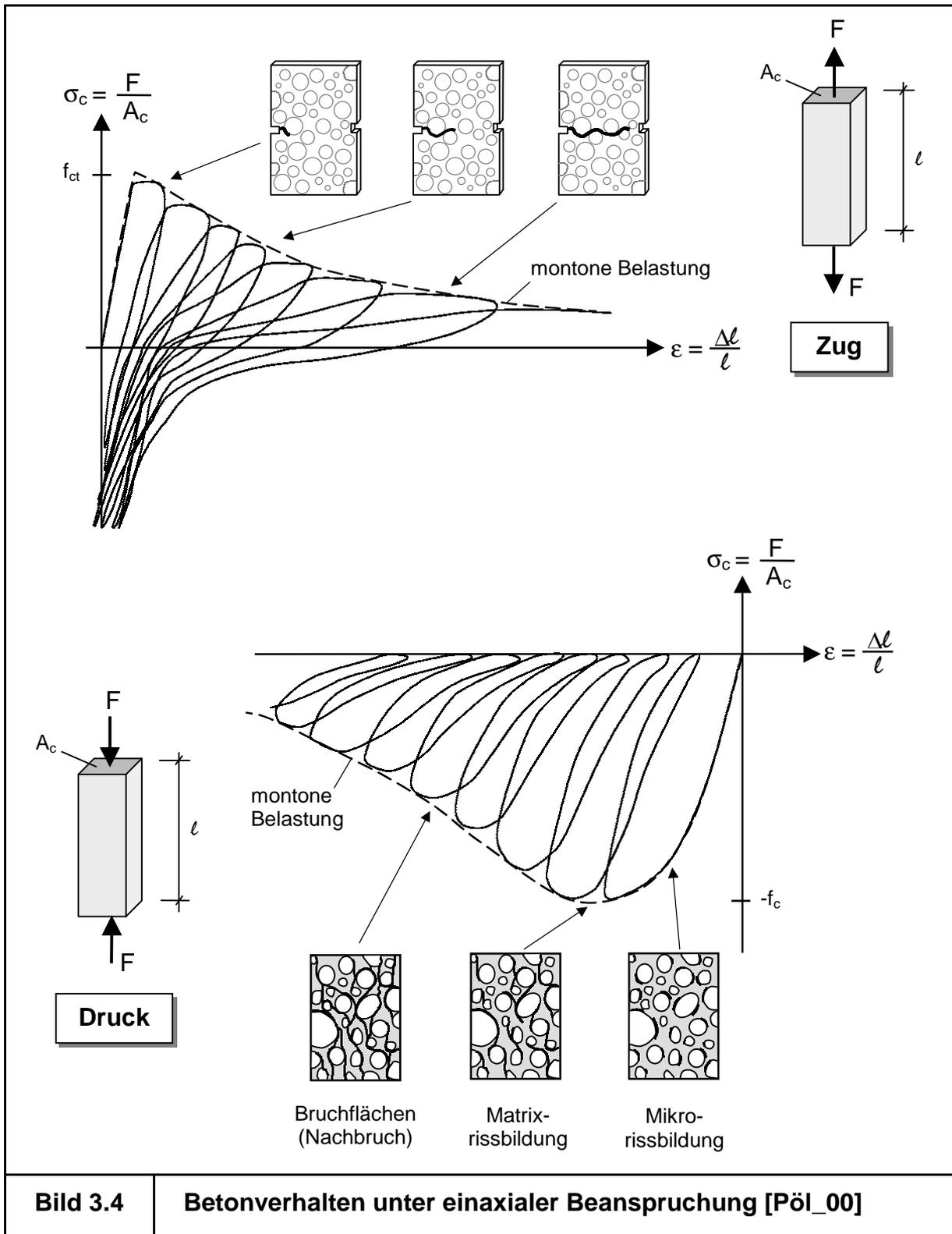


Bild 3.4

Betonverhalten unter einaxialer Beanspruchung [Pöl\_00]

### Beton unter einaxialer Zugbelastung

Wird ein Probekörper aus unbewehrtem Beton durch eine Zugkraft belastet, so weist dieser bis zum Erreichen seiner Zugfestigkeit ( $f_{ct}$ ) ein linear-elastisches Verhalten auf. Mit der Entstehung eines Zugrisses wäre in einem lastgesteuerten Experiment das Versagen des Versuchskörpers verbunden. Erst bei einem weggesteuerten

Versuch gelingt es, das für Beton charakteristische Nachrissverhalten zu beobachten.

Nach dem Erreichen der Zugfestigkeit entsteht ein Riss. Dieser bildet sich in der Regel am Rand des Zugkörpers in der Mörtelmatrix. Hierdurch wird die zur Spannungsübertragung zur Verfügung stehende Fläche verringert, weshalb die Kraft der Prüfmaschine reduziert werden muss. Der Vorgang (der auch als „strain-softening“ bezeichnet wird) endet, wenn der Riss durch den gesamten Körper hindurch reicht und somit die äußere Zugkraft auf Null abgefallen ist.

Wird die Belastung während dieses Experiments zyklisch variiert, die Probe also zwischenzeitlich ent- und wiederbelastet, so ist zu erkennen, dass sich der entstehende Riss wieder elastisch schließt. Da durch die Lastumkehr die vorhandene Ristiefe nicht verändert wird, erfolgt die Entlastung mit einer entsprechend kleineren Steifigkeit, die durch die an der Spannungsübertragung beteiligte Querschnittsfläche bestimmt wird [Bild 3.4].

Bei einem Vorzeichenwechsel der äußeren Belastung, d.h. wenn ein gerissener Probekörper durch Druck beansprucht wird, werden die Risse überdrückt und beeinflussen das Verformungsverhalten des Betons im Druckbereich nicht. Ein solcher überdrückter Riss wird als „passiver Riss“ bezeichnet. Erst bei einer erneuten Zugbelastung wird der steifigkeitsmindernde Einfluss des vorhandenen Risses wieder bemerkbar („aktiver Riss“).

### *Beton unter einaxialer Druckbelastung*

Die durch einaxiale Versuche ermittelte Druckfestigkeit  $f_c$  ist bei Beton ungefähr um den Faktor 10 größer als die Zugfestigkeit  $f_{ct}$ .

Wird ein Probekörper aus unbewehrtem Beton auf Druck belastet, so weist er bis zum Erreichen von etwa 40% seiner Druckfestigkeit ein nahezu linear-elastisches Verhalten auf. Wird die Belastung weiter gesteigert, so entstehen in den Verbindungsflächen zwischen Zementmatrix und Zuschlagkörner erste Mikrorisse. Diese Gefügeveränderung auf Mikro- und Mesoebene führt makroskopisch zu einem nichtlinearen Verformungsverhalten.

Bei Erreichen der Druckfestigkeit vereinigen sich die Mikrorisse zu Makrorissen und Bruchflächen. In einem weggesteuerten Versuch ist bei weiterer Verformungszunahme ein ausgeprägtes Softening-Verhalten zu beobachten, welches mit einer starken Gefügezerstörung des Betons einhergeht.

Im Grunde ist somit die Mikro- und Makrorissbildung im Beton für das nichtlineare Werkstoffverhalten im Druckbereich verantwortlich. Bei einer Ent- und Wiederbelastung machen sich diese Risse in Form von plastischen (bleibenden) Verformungen bemerkbar. Die Entlastungssteifigkeit entspricht hierbei in etwa der Ursprungssteifigkeit. Erst nach Überschreiten der Druckfestigkeit  $f_c$  zeigt sich bei zyklischer Beanspruchung eine deutliche Reduktion der Entlastungssteifigkeit [Bild 3.4].

Die beobachteten Hysteresen bei wechselnder Beanspruchung können physikalisch als Dämpfungskapazität des Materials interpretiert werden [Spo\_75]. Des Weiteren weist Beton unter zyklischer Druckbelastung ein sehr schwach ausgeprägtes Ermüdungsverhalten auf. Im Bereich vor dem Erreichen der Druckfestigkeit konnte keine signifikante Festigkeitsabnahme infolge wechselnder Belastung nachgewiesen werden.

### **3.2.1.2 Beton unter zweiaxialer Beanspruchung**

Die bekanntesten zweiaxialen Testversuche stammen von Kupfer, Hülsdorf und Rüschi und wurden erstmals in [Kup\_69] veröffentlicht. In diesen Experimenten gelang es erstmals, die Querdehnungsbehinderung bei der Lasteinleitung wirksam durch den Einsatz von Stahlbürsten zu verhindern und die gesamte Spannungsebene (nicht nur für Druckbeanspruchungen) experimentell abzufahren. Die hierbei ermittelte Versagenskurve sowie die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen sind in Bild 3.5 dargestellt.

#### *Beton unter zweiaxialer Zugbelastung*

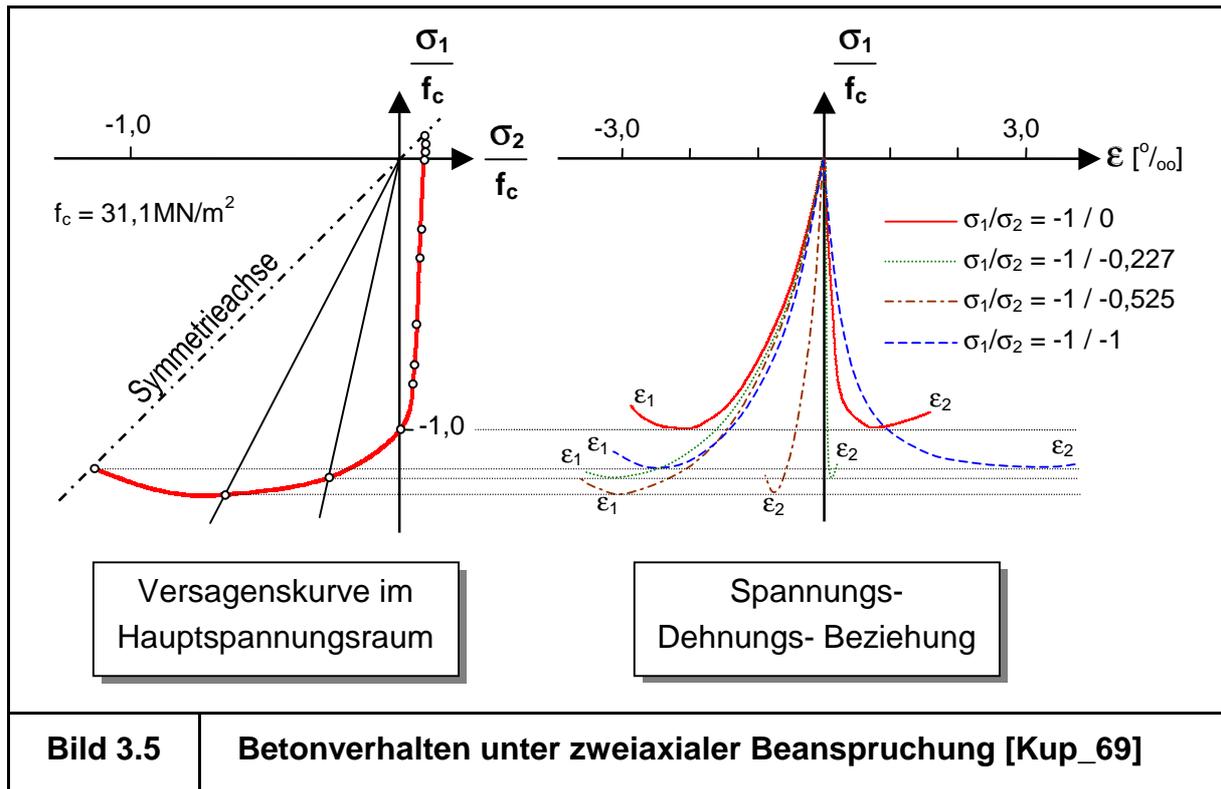
Das Verhalten von Beton unter biaxialer Zugbeanspruchung kommt dem einaxialen Verhalten sehr nahe. Die kleinere Zugspannung beeinflusst hierbei die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  kaum. Der erste Riss tritt immer senkrecht zur Spannungsrichtung der größeren Hauptspannung auf.

#### *Beton unter Zug-Druck-Belastung*

Besitzen die beiden Hauptspannungen unterschiedliche Vorzeichen, so erinnert das Betonverhalten an die einaxialen Gesetze. Bei kleinen Zugspannungen sind die Spannungs-Dehnungs-Linien und das Bruchverhalten dem einaxialen Druckversuch sehr ähnlich. Bei höheren Zugspannungen entsteht hingegen nur ein Riss senkrecht zur Hauptzugspannungsrichtung.

### Beton unter zweiachsender Druckbelastung

Die Spannungs-Stauchungslinien bei biaxialem Druck verlaufen prinzipiell sehr ähnlich denjenigen unter einaxialem Druck. Dabei wächst allerdings die Bruchspannung (Festigkeit) gegenüber der einaxialen Festigkeit an. Dieser Effekt lässt sich auf die Behinderung der Mikrorissbildung durch die vorhandene zweite Druckspannung zurückführen. Bei einem Verhältnis  $\sigma_1/\sigma_2 = 2$  beträgt die Bruchspannungszunahme etwa 20 bis 30%.



#### 3.2.1.3 Weitere Deteriorations- und Schädigungserscheinungen bei Beton

Neben den bereits beschriebenen Schädigungseffekten (aus mechanischer Ent- und Wiederbelastung) können beim Werkstoff Beton noch weitere Materialerscheinungen beobachtet und klassifiziert werden:

### *Ermüdungsverhalten (Schädigung)*

Ermüdungsbrüche, wie sie bei Stahl unter häufig wiederholter Beanspruchung auftreten können, treten bei Beton in dieser Form nicht auf.

### *Oberflächenverschleiß (Schädigung)*

Durch mechanische Beanspruchungen der Oberfläche kann es zu Verschleißerscheinungen kommen. Der damit verbundene Materialverlust hängt sehr stark mit der Art der Beanspruchung und der Nachbehandlung der Betonoberfläche zusammen. Die Erscheinung wird im Rahmen dieser Arbeit nicht berücksichtigt und sollte nach Auffassung des Autors durch geeignete Schutzmaßnahmen oder ausreichende Vorhaltemasse bei der Konstruktion berücksichtigt werden.

### *Nacherhärtung (Deterioration)*

Die Norm [DIN1045] geht bei der Auslegung von Betonkonstruktionen von den Materialeigenschaften nach 28 Tagen aus. Nach dieser Zeit ist jedoch die Festigkeitsentwicklung von Beton keinesfalls abgeschlossen. Vielmehr nehmen Festigkeit und E-Modul mit der Zeit zu, wodurch sich z.B. die einaxiale Druckfestigkeit eines Normalbetons nach einigen Jahren u.U. verdoppeln kann. Dieser Effekt wird hier im Sinne einer konservativen Beschreibung, die zur Auslegung von Tragwerken genutzt werden soll, vernachlässigt.

### *Kriechen und Schwinden (Deterioration)*

Das Schwinden von Beton ist eine lastunabhängige Volumenverminderung, die überwiegend auf die Diffusion von Kapillar- und Gelwasser aus dem von Poren durchsetzten Zementstein zurückzuführen ist. Eine zeitliche Zunahme der Dehnungen unter Belastung wird in diesem Zusammenhang als Kriechen bezeichnet.

Das so charakterisierte, viskoelastische Verhalten kann im Rahmen der verwendeten Flächentragwerkstheorie berücksichtigt werden [Neu\_00]. Für die spezielle Problematik des ungleichmäßig über den Querschnitt verteilten Schwindens sei auf Kapitel 4 (Modellierung hygrischer Beanspruchungen) verwiesen.

### *Veränderungen unter aggressivem Angriff (Deterioration)*

Dazu zählen die Veränderungen der Materialeigenschaften infolge von physikalischen (Strahlung), chemischen und biologischen Beanspruchungen des Zementsteins. Hierbei dringen die aggressiven Medien in der Regel über die Oberfläche in den Beton ein. Zur Modellierung solcher Erscheinungen ist eine detaillierte Betrachtung aller Transportmechanismen im Beton erforderlich, die von zahlreichen zusätzlichen Parametern wie z.B. Spannungszustand, Temperatur,

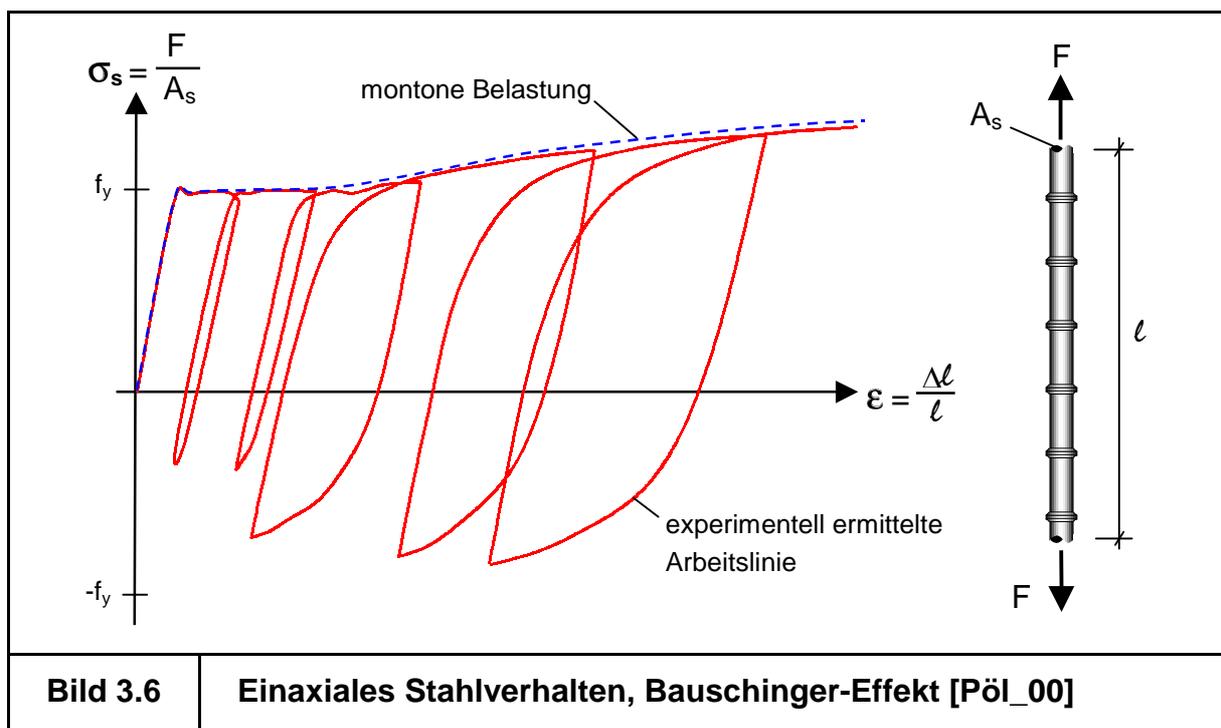
Feuchtesituation und Betonzusammensetzung beeinflusst werden. Im Vorfeld (in der Entwurfsphase) gestaltet sich eine solche Berechnung problematisch und erfordert nach Auffassung des Autors eine stochastische Modellierung, um Aussagen über die zu erwartenden, wahrscheinlichen Schäden zu erhalten. Im Rahmen dieser Arbeit wird auf eine solche aufwändige Modellbildung verzichtet.

### 3.2.2 Bewehrungsstahl

#### 3.2.2.1 Bewehrungsstahl unter einaxialer Beanspruchung

Die Bewehrung wird im Stahlbetonbau in der Regel einaxial beansprucht. Aus diesem Grund benötigt man zur Modellierung des Verhaltens von Bewehrung ein-axiale Spannungs-Dehnungsbeziehungen.

Im Gegensatz zum Werkstoff Beton weist Stahl im Zug- und Druckbereich ein annähernd gleiches Verhalten auf. Bis zum Erreichen der Fließgrenze  $f_y$  verhält sich der Stahl linear-elastisch mit einem Elastizitätsmodul von etwa  $2 \cdot 10^5 \text{ MN/m}^2$ . Nach Überschreiten dieser Grenze beginnt der Stahl zu „fließen“ und die Dehnungen nehmen überproportional zu. An diesen Fließbereich schließt sich ein Verfestigungsbereich an. Hier nehmen die Spannungen noch einmal leicht zu, bis schließlich bei einer Bruchdehnung von 5 bis 20% der Stahl seine Bruchspannung  $f_u$  erreicht und reißt.



Unter zyklischer Belastung [Bild 3.6] lässt sich beobachten, dass nach einer Verfestigung des Stahls bei einer Umkehrung der Belastungsrichtung die Fließgrenze gegenüber der ursprünglichen Fließgrenze betragsmäßig herabgesetzt ist („Bauschinger-Effekt“).

Bild 3.6 kann entnommen werden, dass analog zu den Beobachtungen beim Beton die Einhüllende des zyklischen Versuchs mit der Arbeitslinie bei monotoner Belastung übereinstimmt.

### **3.2.2.2 Weitere Deteriorations- und Schädigungserscheinungen bei Stahl**

Neben den bereits beschriebenen Schädigungseffekten (aus mechanischer Ent- und Wiederbelastung) können beim Werkstoff Stahl noch weitere Materialerscheinungen beobachtet und klassifiziert werden. Als wichtigste seien hier aufgeführt:

#### *Ermüdungsverhalten von Stahl (Schädigung)*

Stahl kann bei hoch-zyklischer Beanspruchung verspröden. Hierbei versagt er auf Spannungsniveaus, die u.U. weit unterhalb der statischen Bruchspannung liegen können. Die Problematik wird im Stahlbau durch sogenannte Betriebsfestigkeitsnachweise erfasst. Im Rahmen dieser Ausarbeitung bleiben Ermüdungseffekte unberücksichtigt, da es sich bei den durchzuführenden Analysen nicht um die angesprochenen hoch-zyklischen Beanspruchungen handelt.

#### *Korrosion (Deterioration)*

Bei Kontakt mit Wasser und Sauerstoff beginnt Stahl zu rosten. Solche Korrosionseffekte sind meist elektrochemische Vorgänge, die nur in leitenden Materialien auftreten. Hierbei gehen Eisen-Ionen in Lösung und reagieren mit Wasser und Sauerstoff zu Eisenoxydhydraten. Im Beton verlegte Bewehrung ist durch den hohen pH-Wert (12 bis 13) des Betons vor Korrosion geschützt. In dieser alkalischen Umgebung entsteht auf der Stahloberfläche eine Passivierungsschicht aus Eisenoxyd  $Fe_2O_3$ , die den Korrosionsstrom unterbricht. Sinkt nun durch äußere Einflüsse (eindringende saure Substanzen oder Salze) der pH-Wert des Betons unter 9 ab, so wird die Passivierung des Stahls aufgehoben. Die bei der folgenden Korrosion entstehenden Reaktionsprodukte haben ein größeres Volumen als die Ausgangsprodukte, so dass es zum Abplatzen der Betonüberdeckung kommen kann.

Unter Einhaltung geeigneter konstruktiver Maßnahmen ist der Stahl während der gesamten Nutzungsdauer ausreichend vor Korrosion geschützt. Zu diesen

Maßnahmen zählen besonders eine ausreichende Betonüberdeckung, eine geeignete Betonzusammensetzung und eine strenge Begrenzung der auftretenden Rissbreiten auf ausreichend kleine Werte (während der gesamten Nutzungsdauer).

### 3.2.3 Nachrissverhalten von Stahlbeton

#### 3.2.3.1 Ursache und Erscheinung

Betrachtet man eine Stahlbeton-Zugzone im ungerissenen Zustand (Zustand I), so haben Beton und Bewehrungsstahl die gleiche Dehnung ( $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ ).

Sobald die Zugfestigkeit  $f_{ct}$  des Betons an einer Stelle erreicht wird, entsteht ein Riss. Hierbei fällt im Riss die Zugspannung im Beton  $\sigma_c$  auf Null ab. Die dabei freigesetzte Zugkraft im Beton muss im Riss aus Gleichgewichtsgründen vom Stahl aufgenommen werden, was zu einem Sprung der Stahlspannungen von  $\sigma_{sr1}$  im Moment der Rissbildung auf  $\sigma_{sr2}$  führt:

$$\sigma_{sr1} = f_{ct} \cdot \frac{E_s}{E_c} \quad (\text{Zustand I}), \quad (3.1)$$

$$\sigma_{sr2} = \sigma_{sr1} + f_{ct} \cdot \frac{A_c}{A_s} \quad (\text{Zustand II, im Riss unter Risschnittgrößen}). \quad (3.2)$$

An der Rissstelle erreichen die Stahlspannungen ihren Höchstwert, während die Betonspannungen hier Null sind. Dies führt zu einer Dehnungsinkompatibilität. Die Unverträglichkeit bedingt eine Relativverschiebung (Schlupf) zwischen Beton und Bewehrung. Diese wiederum verursacht Verbundspannungen  $\tau$ , welche die Stahlspannung  $\sigma_{sr2}$  allmählich wieder auf  $\sigma_{sr1}$  reduzieren und hierbei erneut Zugspannungen in den Beton einleiten. Dieser Zusammenhang lässt sich deutlich in der schematischen Darstellung der Hauptspannungstrajektorien in Bild 3.7 erkennen.

Durch das Mitwirken des Betons auf Zug zwischen den Rissen werden die Spannungen im Stahl gegenüber einem "nackten" Bewehrungsstab reduziert. Das führt zu einer Versteifung des Verformungsverhaltens, hervorgerufen durch den Beton. Diesen Effekt bezeichnet man als „Zugversteifung“ oder „Tension-Stiffening“.

### 3.2.3.2 Weitere Schädigungserscheinungen beim Nachrissverhalten

Neben dem Schädigungseffekt der Rissbildung können die Verbundeigenschaften auch durch eine Dauerlast („Verbundkriechen“, siehe [Neu\_00]) oder eine hochzyklische Beanspruchung noch weiter verändert werden. Die hierzu erforderlichen Gesetzmäßigkeiten sind in DIN1045-1 genormt und können durch Anpassung des Parameters  $\beta_t$  Berücksichtigung finden [DIN1045].

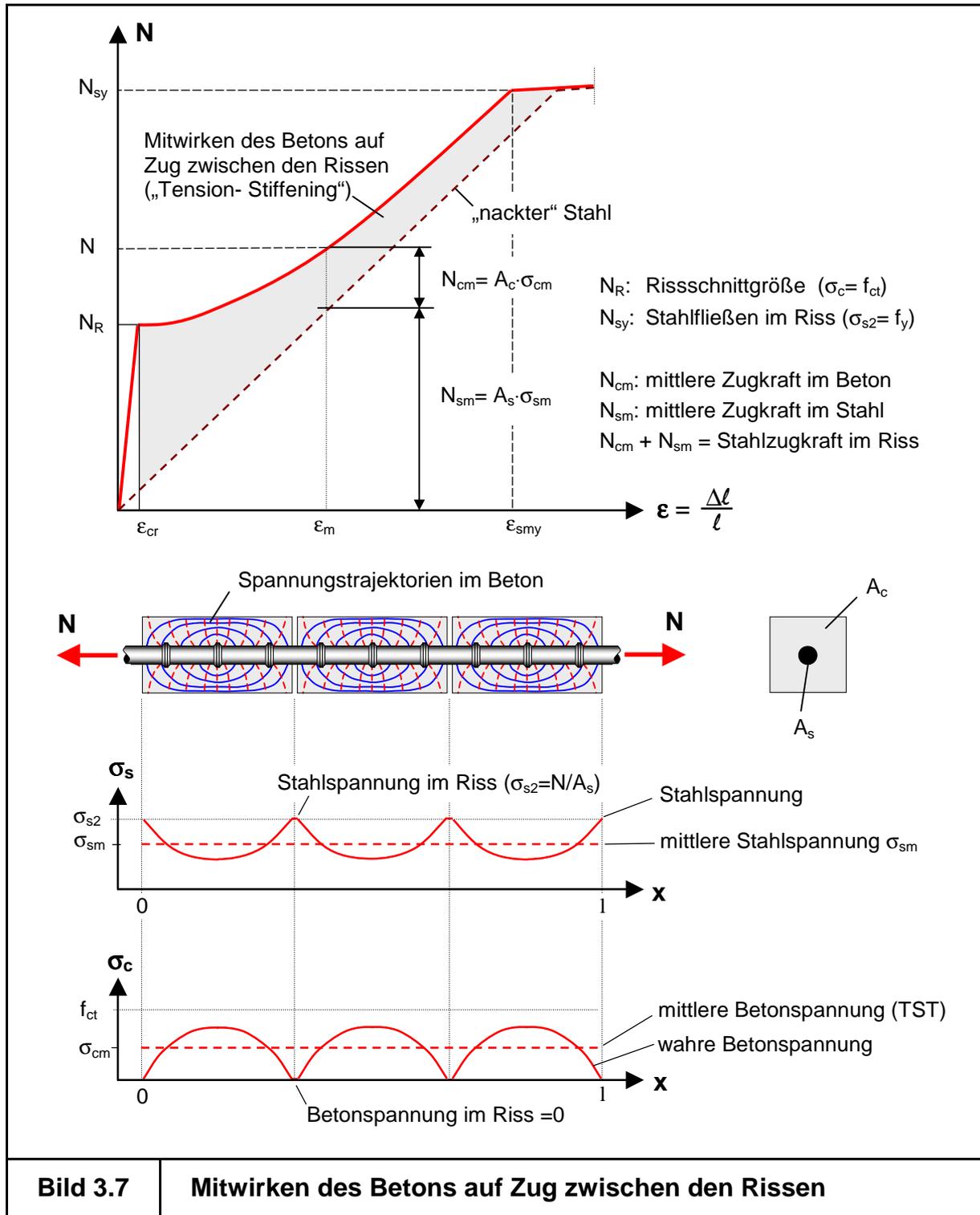


Bild 3.7

Mitwirken des Betons auf Zug zwischen den Rissen

### **3.3 Werkstoffmodelle für Beton**

Da es sich bei der vorliegenden Anwendung um Simulationen auf Gebrauchslastniveau handelt, können Sonderfälle a priori als unrelevant ausgeklammert werden:

- Die Verzerrungsgeschwindigkeiten werden bei der Formulierung der Stoffgesetze vernachlässigt, da keine Stoß- oder Explosionslasten zu erwarten sind.
- Die Anwendung der Stoffgesetze bleibt auf übliche Temperaturbereiche beschränkt, d.h. extreme Temperaturen, wie sie z.B. im Brandfall entstehen, sollen nicht berücksichtigt werden.
- Hoch-plastische Wechselbeanspruchungen in Verbindung mit Ermüdungseffekten („low-cycle-fatigue“), wie sie beispielsweise bei Erdbebenbeanspruchungen in plastischen Gelenken auftreten, sind nicht zu erwarten.

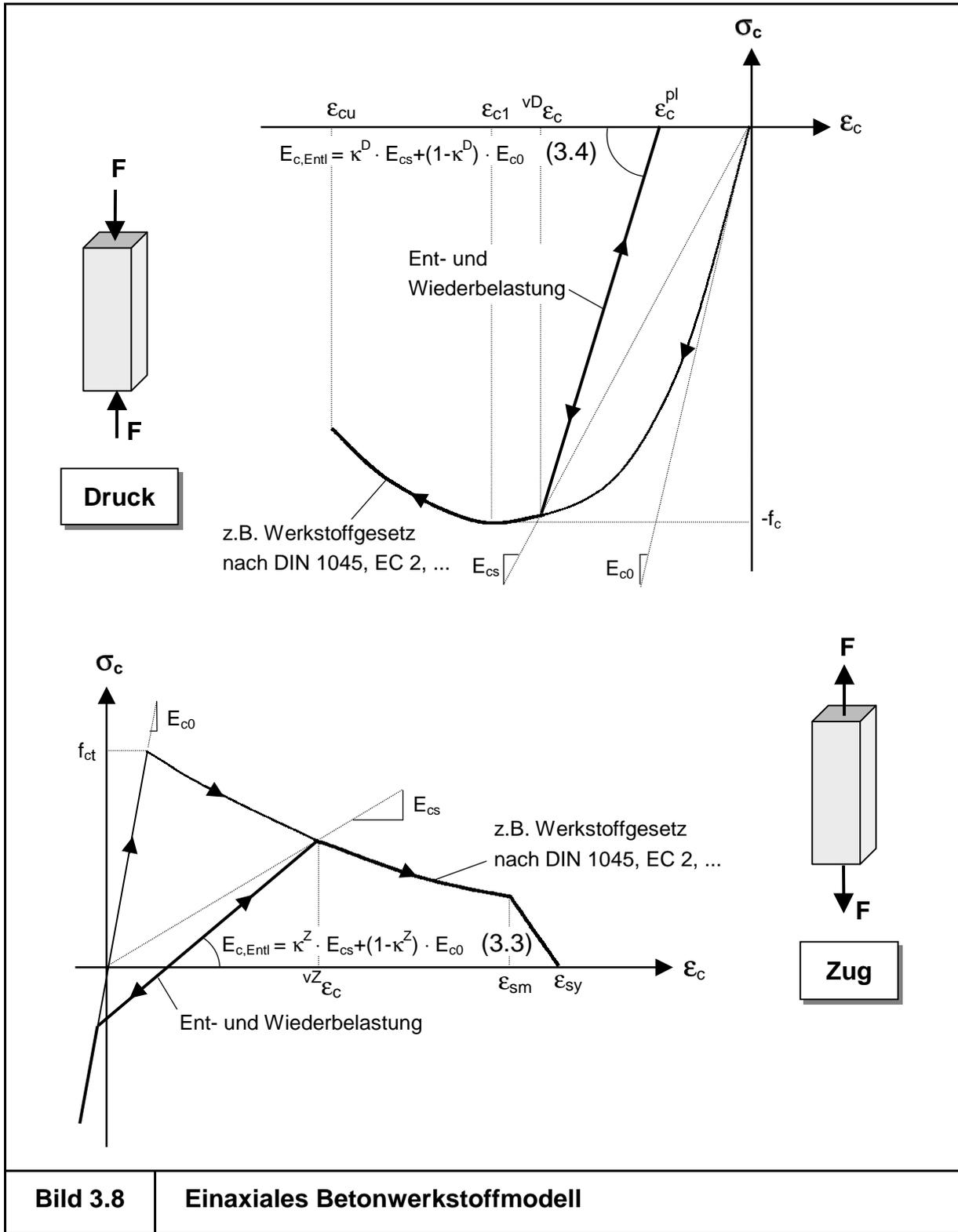
#### **3.3.1 Einaxiales Werkstoffmodell für Beton**

Zur Modellierung von Stabtragwerken (unter Vernachlässigung von Schubverformungen) sind einaxiale Werkstoffgesetze für den Beton erforderlich [vergleiche Bild 3.2]. Anhand dieser Modelle lässt sich die gewählte Vorgehensweise anschaulich darstellen, die im Folgenden die Grundlage für die zweiaxiale Modellierung bildet.

##### **3.3.1.1 Literaturüberblick**

Die Norm [DIN1045] [EC2] [CEB203] enthält Werkstoffbeziehungen zur einaxialen Modellierung des Werkstoffs Beton unter monotoner Belastung. Diese aus Versuchen ermittelten Funktionen verknüpfen die Dehnungen mit den Spannungen im Beton. Sie erfassen sowohl das Zug- als auch das Druckversagen und lassen sich über ebenfalls genormte Eingangswerte an unterschiedliche Betonqualitäten leicht anpassen.

Die Modellierung des Betonverhaltens unter wechselnden Beanspruchungen ist noch nicht normativ erfasst, da die Art und Weise der Beschreibung eng mit der jeweiligen Anwendung verknüpft ist [CEB210]. So erfordern sensible Versuchsnachrechnungen einen höheren Modellierungsaufwand als die hier angestrebten Berechnungen an komplexen Tragwerken [Hof\_95]. Daher wird in dieser Arbeit auf eine mikro- und mesoskopische Beschreibung der Materialschädigungen verzichtet und statt dessen Formulierungen verwendet, die das makroskopische Ent- und Wiederbelastungsverhalten von Beton wiedergeben [Key\_97] [EC4].



### 3.3.1.2 Einaxiales elasto-plastisches Modell für Beton

Zur Modellierung von Beton muss zunächst zwischen Druck- und Zugbereich unterschieden werden.

#### *Einaxiales Modell für Beton im Druckbereich*

Die Gesetze nach DIN1045 [DIN1045] beschreiben das Verhalten von Beton in Abhängigkeit von der einaxialen Druckfestigkeit  $f_c$  und der Bruchdehnung  $\varepsilon_{cu}$ .

Erfolgt nach Erreichen einer Dehnung  ${}^{vD}\varepsilon_c$  (Kopfzeiger  $vD$  steht für „vorbelastet im Druckbereich“) eine Umkehrung der Beanspruchung, so verhält sich der Beton elastisch mit der Entlastungssteifigkeit  $E_{c,Entl}$ , die sich als eine reduzierte Ursprungssteifigkeit ergibt [Bild 3.8]. Diese Reduktion der Steifigkeit (resultierend aus der zunehmenden Mikrorissbildung) erfolgt über den Parameter  $\kappa^D$ , der für Normalbeton zwischen 0 und 0,5 liegt. Im Rahmen der hier zu untersuchenden Gebrauchslast-situationen kann der Parameter zu Null angenommen werden, was einer ideal plastischen Entlastung mit der Ursprungssteifigkeit  $E_{c0}$  entspricht.

Somit ergibt sich die Spannung im Beton als Funktion der Dehnung  $\varepsilon_c$ , der Vorbelastungsdehnung  ${}^{vD}\varepsilon_c$  und des Entlastungsparameters  $\kappa^D$ , wodurch das Stoffgesetz wegabhängig wird, d.h. die Belastungsreihenfolge beeinflusst bei dieser elasto-plastischen Formulierung die Spannung  $\sigma_c$ :

$$\sigma_c = f(\varepsilon_c, {}^{vD}\varepsilon_c, \kappa^D). \quad (3.5)$$

Nach vollständiger Wegnahme der Druckbelastung bleibt eine Deformation des Werkstoffs zurück. Die damit verbundene plastische Stauchung  $\varepsilon_c^{pl}$  lässt sich aus der Dehnung  ${}^{vD}\varepsilon_c$  und der Entlastungssteifigkeit  $E_{c,Entl}$  bestimmen und gibt gleichzeitig die aktuelle Grenze des Druckbereichs an. Sollte im Folgenden die aufgebrachte Dehnung  $\varepsilon_c$  des Betons den Wert  $\varepsilon_c^{pl}$  überschreiten, so befindet sich der Beton im Zugbereich.

#### *Einaxiales Modell für Beton im Zugbereich*

Erfährt ein Beton Zugspannungen, die größer sind als seine Zugfestigkeit  $f_{ct}$ , so entsteht ein Riss, über den keine Spannungsübertragung mehr möglich ist. Durch das Einlegen von Bewehrungsstäben beteiligen sich der Beton wieder an der Abtragung von Zugspannungen (zwischen den Rissen). Die hierbei entstehenden

Betonzugspannungen ergeben sich auf der Grundlage der Tension-Stiffening-Formulierung.

Mechanisch lassen sich die fallende Betonzugspannung nach Überschreiten der Zugfestigkeit als verschmierte Risse im Beton deuten. Diese Tatsache führt bei einer Entlastung zum nahezu elastischen Schließen der vorhandenen Risse, so dass die Rissufer wieder in Kontakt kommen. Durch die Rauigkeit der Rissufer kommt es zu kleinen plastischen Dehnungen, die beim Wechsel in den Druckbereich wieder verschwinden.

Die Modellierung des Sachverhaltes im Rahmen des Beton-Werkstoffgesetzes erfolgt analog zum Druckbereich. Die Entlastungssteifigkeit  $E_{c,Entl}$  setzt sich erneut aus dem gewichteten Mittel aus  $E_{c0}$  und  $E_{cs}$  zusammen, wobei der Entlastungsparameter  $\kappa^Z$  für den Zugbereich zwischen 0,95 und 1,00 liegt. Es ergibt sich unter Annahme von  $\kappa^Z = 1,00$  das bekannte Entlastungsmodell nach Dougill [Che\_88] [Dou\_76], welches anschaulich einer Vernachlässigung der Rissverzahnung (glatte Rissufer) entspricht.

### **3.3.2 Zweiaxiales Werkstoffmodell für Beton**

#### **3.3.2.1 Literaturüberblick**

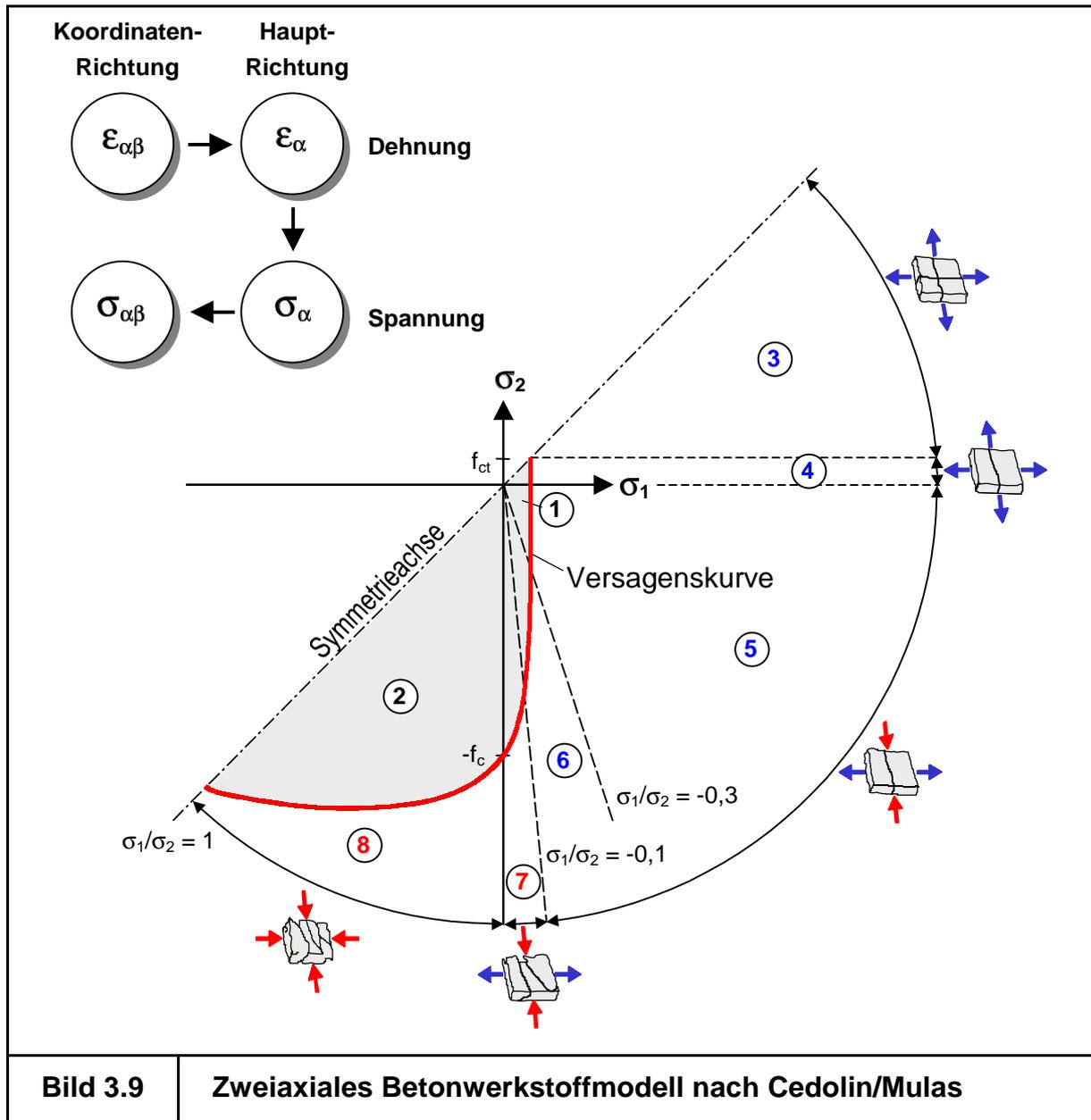
Die Behandlung von Flächentragwerken erfordert eine zweiaxiale Stahlbetonmodellierung, die sowohl die Versagensgrenzen als auch die Spannungs-Verzerrungs-Zusammenhänge wiedergibt. Hierzu existieren zur Zeit noch keine genormten Modelle. Gleichwohl stehen in der Literatur verschiedene Theorien mit unterschiedlichem Modellierungsumfang zur Verfügung [Eib\_83] [Meh\_89] [Sch\_83]. Eine gute Übersicht bieten dabei die Zusammenstellungen in [CEB210] [DeB\_87] [Fee\_93.2] [Hof\_95] [Pöl\_00].

Feenstra [Fee\_98] vertritt die Auffassung, dass gerade bei der Modellierung des Verbundbaustoffes Stahlbeton nicht zwangsläufig die theoretisch und mechanisch aufwändigste Formulierung das Verhalten des Stahlbetons am Besten beschreibt. Er gibt einfachen, empirisch begründeten Modellen in weiten Bereichen den Vorzug.

Diese Meinung wird ebenfalls von Vecchio und Collins [Vec\_93] [Vec\_00] geteilt. Die beiden Pioniere der zweiaxialen Betonmodellierung setzen seit Jahren auf einfach zu handhabende Modelle, die das Betonverhalten konsequent mittels einer orthotropen Werkstoffformulierung beschreiben. Zahlreiche Nachrechnungen an ausgeführten Scheibenversuchen bestätigen die Leistungsfähigkeit dieser Modelle [Vec\_92] [Vec\_01].

### 3.3.2.2 Zweiaxiales elasto-plastisches Modell für Beton

In Anlehnung an die zuvor zitierten Arbeiten erfolgt eine orthotrope Formulierung des Betonverhaltens. Hierzu bilden zunächst die isotrop und orthotrop aufbereiteten Gesetze nach Cedolin/Mulas [Ced\_84] die Grundlage. Die in diesem Modell enthaltenen Bruchkriterien entstammen einer mathematischen Formulierung der Versuchsergebnisse von Kupfer/Hilsdorf/Rüsch [Kup\_69], die anerkanntermaßen das zweiaxiale Betonverhalten sehr gut wiedergeben [Pöl\_00] (siehe Kapitel 3.3.2.2.1).



Zur Erfassung von Ent- und Wiederbelastungen wird anschließend dieses Werkstoffmodell [Gro\_92] um Entlastungsansätze erweitert (siehe Kapitel 3.3.2.2.2), so dass ein finites, elasto-plastisches Werkstoffgesetz entsteht, das in Kombination mit der

erläuterten verschmierten Risstheorie und dem applizierten „rotating-crack-model“ das Verhalten von Stahlbeton wirklichkeitsnah beschreibt.

### 3.3.2.2.1 Versagenskurve und Spannungs-Dehnungsbeziehung nach Cedolin/Mulas

In Bild 3.9 sind die Versagensgrenzen der Formulierung nach Cedolin/Mulas in der Hauptspannungsebene dargestellt.

Zur Spannungsermittlung werden die Eigenwerte  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  sowie die Eigenrichtung des Dehnungstensors, die durch den Winkel  $\varphi$  beschrieben wird, ermittelt. Über diese Hauptdehnungen werden die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  aus dem zwei axialen Stoffgesetz bestimmt, wobei das jeweilige Teilstoffgesetz des entsprechenden Bereiches Anwendung findet.

Innerhalb der Versagenskurve beschreiben die Bereiche 1 und 2 das Verhalten des ungeschädigten Betons mit Hilfe einer isotropen Spannungs-Dehnungs-Beziehung:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = \frac{E_{cs}}{1 - \nu_{cs}^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \nu_{cs} \\ \nu_{cs} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Dabei liefert das Stoffgesetz die beiden Werkstoffparameter  $E_{cs}$  und  $\nu_{cs}$  in Abhängigkeit vom Dehnungszustand und der einaxialen Druckfestigkeit  $f_c$ . Im Bereich 1 liegt der Sonderfall der linearen Elastizität vor. Hier entspricht der Sekantenmodul des Betons  $E_{cs}$  dem Ursprungsmodul  $E_{c0}$ . Die Querdehnzahl  $\nu_{cs}$  ist gleich der Ursprungsquerdehnzahl  $\nu_{c0}$ , die bei Beton mit 0,20 angenommen werden kann.

Liegt im Beton ein Zugversagen in einer (Bereiche 4 bis 6) oder in beiden Hauptrichtungen (Bereich 3) vor, so wird zur Beschreibung des Betonverhaltens im Nachrissbereich ein orthotropes Werkstoffmodell verwendet:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = \frac{E_{cs}}{1 - \nu_{cs}^2} \cdot \frac{E_{cs1} \cdot E_{cs2}}{E_{c0}^2} \cdot \begin{bmatrix} E_{cs1} & \nu_{c0} \cdot \frac{E_{cs1} \cdot E_{cs2}}{E_{c0}} \\ \nu_{c0} \cdot \frac{E_{cs1} \cdot E_{cs2}}{E_{c0}} & E_{cs2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Dabei sind  $E_{c0}$  und  $\nu_{c0}$  wieder die Ursprungsgrößen des Elastizitätsmoduls und der Querdehnzahl. Je Hauptspannungsrichtung werden nun einaxiale Stoffgesetze

(einaxiales Druckgesetz, Tension-Stiffening bzw. Tension-Softening) zur Ermittlung der Sekantenmoduli  $E_{cs1}$  und  $E_{cs2}$  herangezogen.

Schließlich ist in den Bereichen des Betondruckversagens (Bereiche 7 und 8) keine Spannungsübertragung mehr möglich, wodurch sich die Steifigkeitswerte zu Null ergeben.

Für eine ausführliche Beschreibung sei auf [Gro\_92] und [Mei\_98] verwiesen.

### 3.3.2.2.2 Orthotrope elasto-plastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung

Aufbauend auf das in Kapitel 3.3.2.2.1 beschriebene nichtlinear-elastisch formulierte Werkstoffgesetz nach Cedolin/Mulas, erfolgt eine Erweiterung des Modells um orthotrope Ent- und Wiederbelastungsbeziehungen. Die allgemeine Vorgehensweise ist hierzu in Bild 3.10 erläutert.

Zunächst ist es erforderlich festzustellen (analog zum einaxialen Fall), ob der betrachtete Materialpunkt bereits einmal eine Vorbelastung erfahren hat. Hierzu werden die abgespeicherten, extremalen Dehnungen  ${}^{vD}\varepsilon_{\alpha\beta}$  und  ${}^{vZ}\varepsilon_{\alpha\beta}$  des vorherigen Lastinkrements um den Winkel  $\varphi$  in die aktuelle Hauptrichtung gedreht.

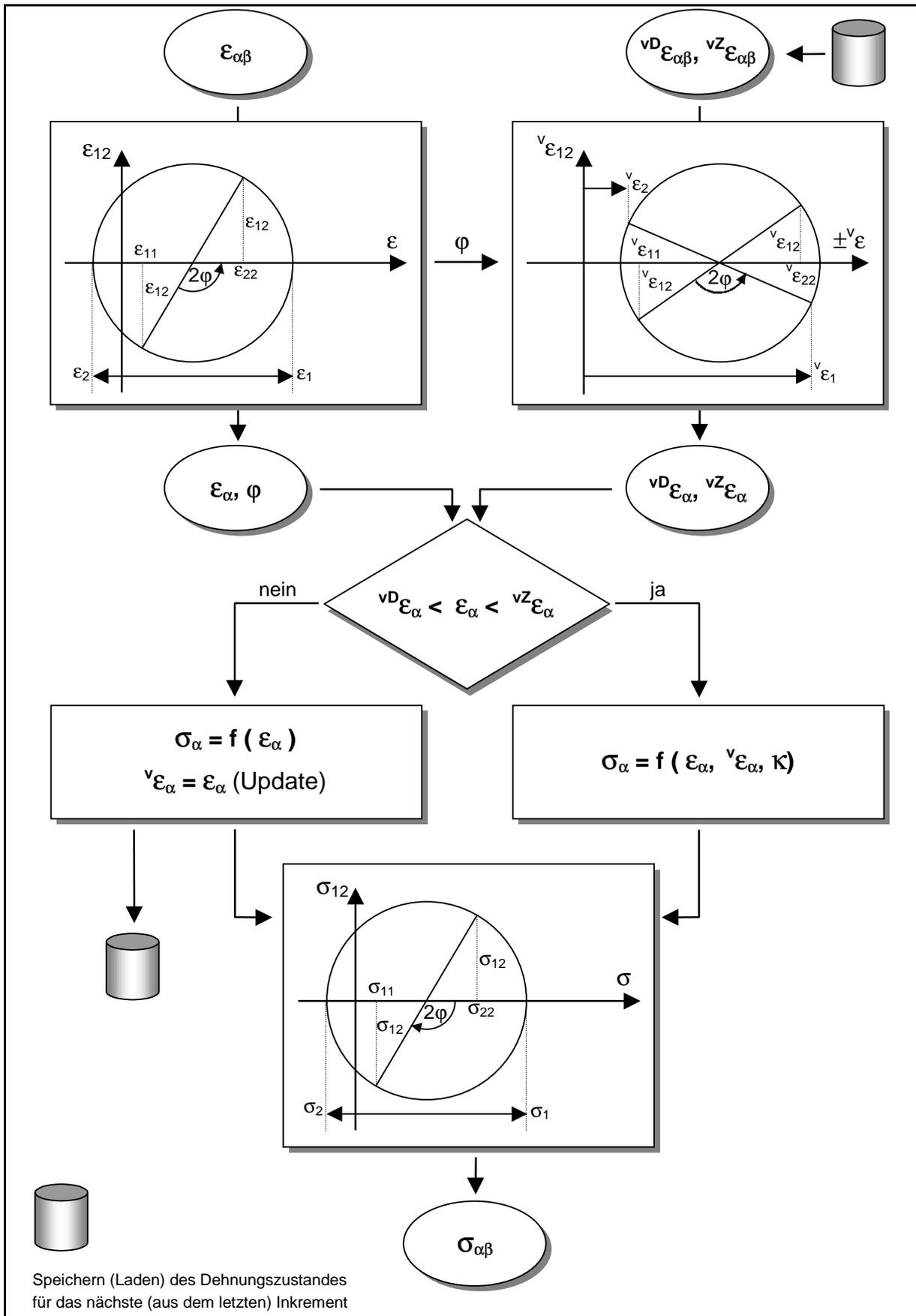
Nach Ermittlung der Grenzen des Entlastungsgesetzes erfolgt die Auswertung der Werkstoffbeziehungen in beide Hauptrichtungen getrennt, wobei für die Materialpunkte ohne Vorschädigung die Spannungsermittlung auf Basis des Ursprungsgesetzes geschieht:

$$\sigma_{\alpha} = f(\varepsilon_{\alpha}). \quad (3.8)$$

Da die aktuelle Dehnung  $\varepsilon_{\alpha}$  im Falle des ungeschädigten Materials zwangsläufig außerhalb des Intervalls  $[{}^{vD}\varepsilon_{\alpha}; {}^{vZ}\varepsilon_{\alpha}]$  der Vorbelastungsdehnungen liegt, müssen diese aktualisiert werden:

$$\varepsilon_{\alpha} < {}^{vD}\varepsilon_{\alpha} \quad \rightarrow \quad {}^{vD}\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha}, \quad (3.9a)$$

$$\varepsilon_{\alpha} > {}^{vZ}\varepsilon_{\alpha} \quad \rightarrow \quad {}^{vZ}\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha}. \quad (3.9b)$$



**Bild 3.10**

**Ablaufschema des zweiaxialen Betonwerkstoffmodells**

Nach Auswertung beider Hauptrichtungen werden die aktualisierten Vorbelastungsdehnungen wieder in Koordinatenrichtung transformiert und materialpunktbezogen zwischengespeichert („Update“). Auf diese Weise stehen sie beim nächsten Lastschritt wieder zur Verfügung.

Vorgeschiedigte Punkte verhalten sich entsprechend der aus den einaxialen Beziehungen bekannten Ent- und Wiederbelastungsbeziehungen:

$$\sigma_{\alpha} = f ( \varepsilon_{\alpha}, {}^{vD}\varepsilon_{\alpha}, \kappa^D ), \text{ bzw.} \quad (3.10a)$$

$$\sigma_{\alpha} = f ( \varepsilon_{\alpha}, {}^{vZ}\varepsilon_{\alpha}, \kappa^Z ). \quad (3.10b)$$

Aus den Spannungs- und Dehnungswerten ergeben sich direkt die Steifigkeiten in Hauptrichtung. Diese Sekantenmoduli  $E_{cs1}$  und  $E_{cs2}$  führen nach Einsetzen in Gl. 3.7 zur Sekantenformulierung des orthotropen Modells, wie sie bereits von [Lei\_86] für den allgemeinen Fall dargestellt wurde.

Durch Rücktransformation in die Koordinatenrichtung ergeben sich schließlich die Spannungen  $\sigma_{\alpha\beta}$  sowie die koordinatenbezogene Formulierung des orthotropen Modells:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \nu_1 \cdot \nu_2} \cdot \begin{bmatrix} E_{cs1} & 0 & \nu_2 \cdot E_{cs1} \\ 0 & 2 \cdot \frac{E_{cs1} \cdot (1 - \nu_1 \cdot \nu_2)}{1 + 2 \cdot \nu_1 + \nu_1 / \nu_2} & 0 \\ \nu_2 \cdot E_{cs1} & 0 & E_{cs2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

### 3.3.2.2.3 Tangentiale Steifigkeitsbeziehung

Für das inkrementell iterative Vorgehen zur Lösung nichtlinearer Problemstellungen ist die Kenntnis der tangentialen Steifigkeitswerte vorteilhaft. Im ungeschädigten Beton (Bereich 1 und 2) kann hierzu erneut auf das Gesetz von Cedolin/Mulas zurückgegriffen werden. Dort werden durch Differentiation der isotropen Spannungs-Dehnungs-Beziehung tangentielle Formulierungen abgeleitet [Gro\_92]. Die so ermittelte Beziehung weist auf die Hauptachsen bezogene, orthotrope Eigenschaften auf:

linearer Fall:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{12} \\ d\sigma_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\nu_{c0}^2} \cdot \begin{bmatrix} E_{c0} & 0 & \nu_{c0} \cdot E_{c0} \\ 0 & \alpha \cdot (1-\nu_{c0}) \cdot G_{ct} & 0 \\ \nu_{c0} \cdot E_{c0} & 0 & E_{c0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11} \\ d\varepsilon_{12} \\ d\varepsilon_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.12a)$$

orthotroper Fall:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{12} \\ d\sigma_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\nu_{c0}^2} \cdot \begin{bmatrix} E_{ct1} & 0 & \nu_{c0} \cdot \frac{E_{ct1} \cdot E_{ct2}}{E_{c0}} \\ 0 & \alpha \cdot (1-\nu_{c0}) \cdot G_{ct} & 0 \\ \nu_{c0} \cdot \frac{E_{ct1} \cdot E_{ct2}}{E_{c0}} & 0 & E_{ct2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11} \\ d\varepsilon_{12} \\ d\varepsilon_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.12b)$$

Hieraus ergibt sich nach dem Einsetzen der differenzierten Sekantensteifigkeiten der orthotropen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen in Hauptrichtung eine vollständige, tangentielle Beziehung auch für den Bereich der Ent- und Wiederbelastungsmodelle.

Der Unterschied zum nichtlinear elastischen Modell, welches in [Gro\_92] beschrieben ist, liegt lediglich in der Berücksichtigung der Vorschädigungen (Gl. 3.10a,b). Für weitere Erläuterungen zur Ermittlung der tangentialen Steifigkeitsbeziehungen wird somit auf [Gro\_92] verwiesen.

### 3.3.2.2.4 Einordnung und Einschränkungen des applizierten Modells

Die finite Formulierung des zweiaxialen Betonwerkstoffgesetzes bringt in Zusammenhang mit den verwendeten Rissmodellen einige Fragen mit sich, die im Folgenden kurz erläutert werden sollen:

#### *Zusammenführung mit dem „rotating-crack-model“*

Die Ermittlung der Grenzen der Entlastungsgesetze erfolgt durch die Drehung der abgespeicherten Dehnungen  $\nu^D \varepsilon_{\alpha\beta}$  und  $\nu^Z \varepsilon_{\alpha\beta}$  um den Winkel  $\varphi$  in die aktuelle Hauptrichtung. Durch diese Näherung (es werden lediglich Vorschädigungen in den aktuellen Hauptrichtungen beachtet) bleibt die Koaxialität zwischen Dehnungs- und Spannungstensor auch bei den Ent- und Wiederbelastungsbeziehungen gewährleistet und somit die grundlegende Annahme des „rotating-crack-models“

(Rissrichtungen orthogonal zu den Hauptrichtungen) erfüllt. Des Weiteren führt das so definierte, finite Stoffgesetz zu symmetrischen Steifigkeitsbeziehungen (und damit zu symmetrischen Elementsteifigkeitsmatrizen).

Eigene Vergleichsrechnungen an zweiachial beanspruchten, geschädigten Stahlbetonkörpern ergaben trotz des beschriebenen Näherungscharakters gute Übereinstimmungen mit experimentellen Ergebnissen.

### *Finite Formulierung der Werkstoffbeziehungen*

Durch die finite Formulierung der Werkstoffbeziehungen weist das applizierte Modell die bei neutralen Spannungsvariationen bekannten Schwächen auf [Sza\_60].

Diese „Fehler“ des Werkstoffmodells können nur durch eine aufwändige, infinite Formulierung der Beziehungen behoben werden. Solche Beschreibungen stellen sich für den Werkstoff Stahlbeton jedoch wegen des komplexen Verhaltens in den verschiedenen Bereichen (Zug-, Druck-, Bruch- und Nachrissbereich) als außerordentlich schwierig dar. Außerdem ist bei „normalen“ Anwendungen auf reale Tragwerke der Einfluss des durch die finite Formulierung eingetragenen Fehlers verschwindend gering [Fee\_98], da in der Regel nur sehr kleine Bereiche der Tragwerke überhaupt ein ausgeprägtes, zweiachiales, plastisches Verhalten im Druckbereich aufweisen (im Gegensatz etwa zu Flächentragwerken aus Stahl).

## **3.4 Werkstoffmodell für Stahl**

### **3.4.1 Literaturüberblick**

In der Literatur [Hof\_95] [Meh\_96.1] [Meh\_96.2] [Ram\_69] und der Normung [DIN1045] existieren experimentell und theoretisch abgesicherte Werkstoffformulierungen, die das einaxiale Verhalten von Stahl unter zyklischer Belastung wiedergeben. Hierbei können der Bauschinger-Effekt und die Formulierung von Ent- und Wiederbelastungsgesetzen leicht erfasst werden.

### **3.4.2 Einaxiales elasto-plastisches Modell für Stahl**

Grundlage der einaxialen Stahlmodellierung ist die klassische, spannungsbasierte Plastizitätstheorie.

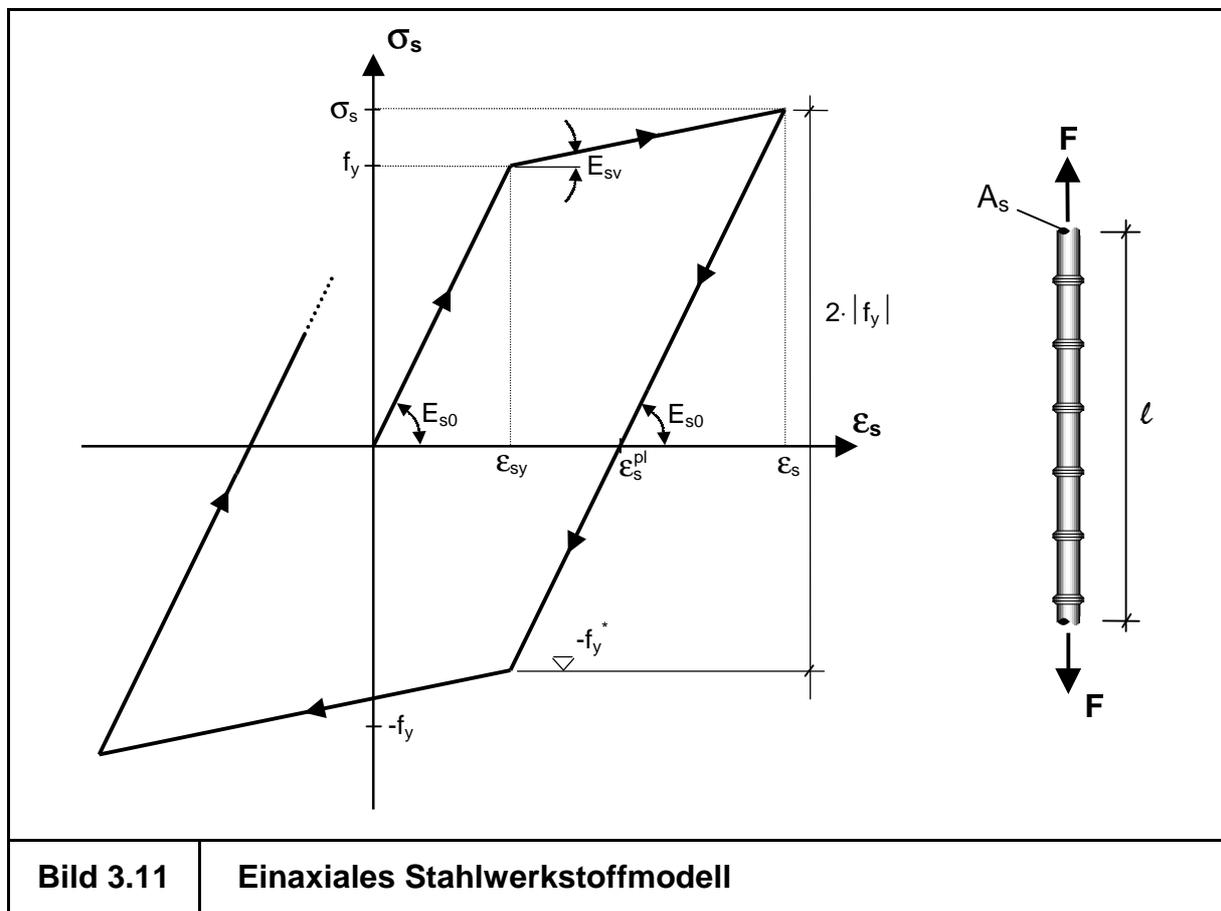
Ausgehend vom bilinearen Werkstoffgesetz nach DIN1045-1 für den Bewehrungsstahl lässt sich nach Überschreiten der Fließgrenze  $f_y$  die plastische Dehnung  $\varepsilon_s^{pl}$  unter Annahme einer ideal plastischen Entlastung (mit der Entlastungssteifigkeit  $E_{s0}$ ) wie folgt angeben:

$$\varepsilon_s^{pl} = \varepsilon_s - \sigma_s / E_{s0} . \quad (3.13)$$

Bei einer Entlastung mit anschließender gegensinniger Belastung wird die Fließspannung auf den Wert  $f_y^*$  reduziert (Bauschinger-Effekt):

$$f_y^* = \sigma_s - 2 \cdot |f_y| \cdot \text{sign}(\sigma_s) . \quad (3.14)$$

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass der Bauschinger-Effekt bei der Modellierung von Stahlbeton eine untergeordnete Rolle spielt, da der Bewehrungsstahl in der Regel keine gegensinnigen plastischen Belastungen erfährt. Des Weiteren werden Stahlbetontragwerke gegen die Streckgrenze bemessen, was zur Folge hat, dass die Stahlspannungen auf Gebrauchslastniveau einen ausreichenden Abstand zur Streckgrenze aufweisen und somit i.d.R. gar keine plastischen Dehnungen im Stahl entstehen.

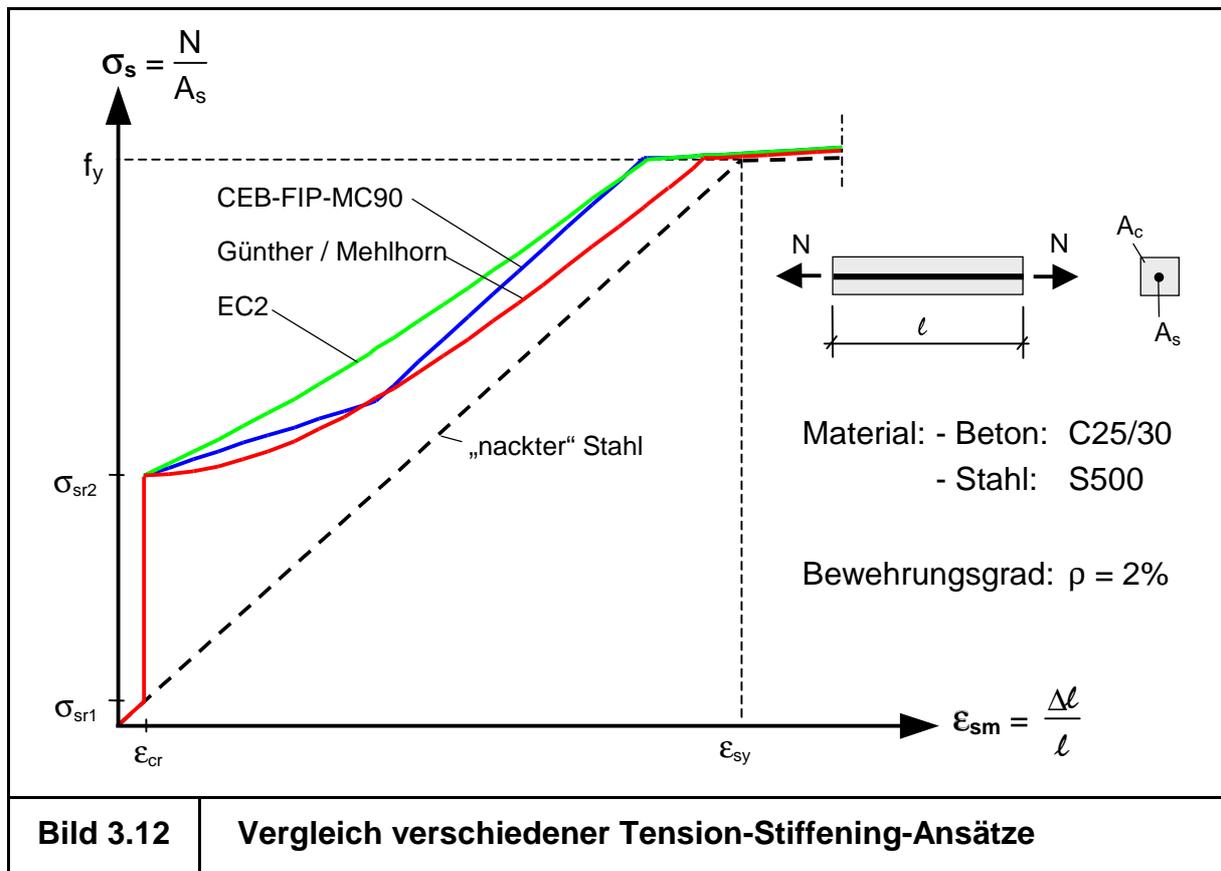


### 3.5 Werkstoffmodell für das Nachrissverhalten von Stahlbeton

#### 3.5.1 Einaxiales Werkstoffmodell für das Nachrissverhalten

##### 3.5.1.1 Literaturüberblick

Zur Erfassung des Mitwirkens des Betons auf Zug zwischen den Rissen (Tension-Stiffening) soll im Folgenden ein verschmiertes Rissmodell eingesetzt werden. Dazu werden Mittelwerte aus den variablen Stahl- und Betonspannungen über die Stabachse gebildet [Bild 3.7], die im Rahmen des Modells die Steifigkeitsänderungen infolge der Rissbildung abbilden.



In der Literatur existieren zahlreiche Ansätze zur Beschreibung des Tension-Stiffenings. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit seien hier die Arbeiten von Rao [Rao\_66], Günther/Mehlhorn [Gün\_91.1] [Gün\_91.2], Kreller [Kre\_90], Feenstra [Fee\_93.1] und Noakovski [Noa\_88] genannt. Des Weiteren enthalten Normen wie EC2 [EC2] und Richtlinien [CEB203] entsprechende Ansätze.

Die Mehrzahl der vorgenannten Projekte berücksichtigt das Mitwirken des Betons zwischen den Rissen im Werkstoffgesetz des Stahls. Eine vergleichende Betrachtung der z.T. einfachen Ansätze zeigt relativ geringe Unterschiede [Bild 3.12].

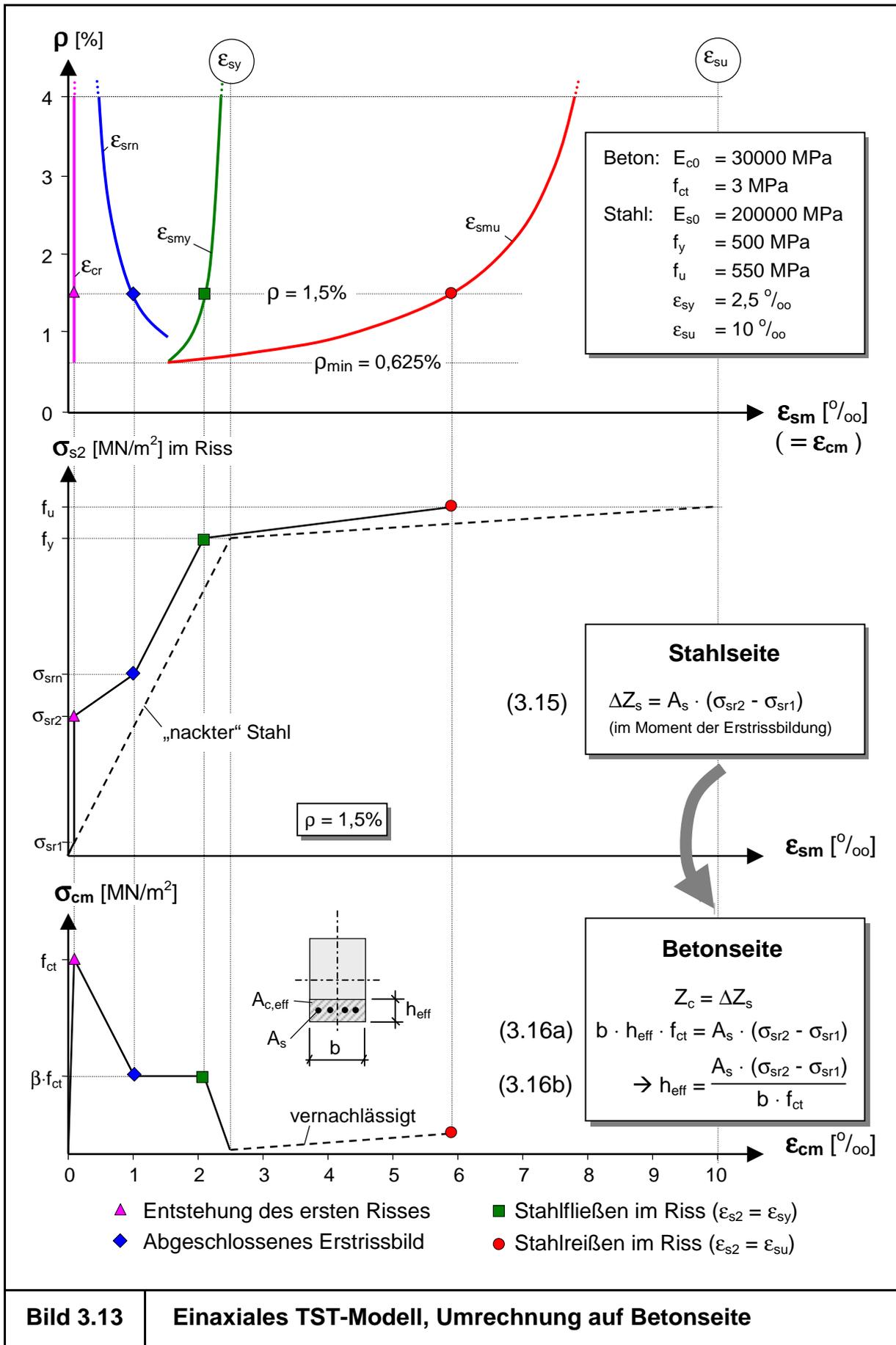


Bild 3.13

Einaxiales TST-Modell, Umrechnung auf Betonseite

Im Folgenden wird auf das Modell nach CEB-FIP Model Code [CEB203] zurückgegriffen, da dies die Grundlage für eine norm-konforme Berechnung von Verformungen und Rissbreiten nach DIN1045-1 [DIN1045] darstellt. Das Modell ermöglicht auch die einfache Erfassung der Grenzdehnungen des Stahls. Im oberen Diagramm in Bild 3.13 sind die vier markanten Grenzdehnungen ( $\epsilon_{cr}$ ,  $\epsilon_{srn}$ ,  $\epsilon_{smy}$  und  $\epsilon_{smu}$ ) des verwendeten TST-Modells in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad  $\rho$  dargestellt. Man erkennt, dass sich die mittlere Stahldehnung, bei der der im Verbund liegende Bewehrungsstahl seine Streckgrenze erreicht ( $\epsilon_{smy}$ ), mit abnehmendem Bewehrungsgrad immer mehr von der Streckgrenzendehnung des nackten Stahls ( $\epsilon_{sy}$ ) entfernt. Des Weiteren wird die starke Abhängigkeit der Bruchdehnung des im Verbund liegenden Stahls  $\epsilon_{smu}$  vom Bewehrungsgrad  $\rho$  deutlich. Erreicht ein Querschnitt diese Grenzdehnung  $\epsilon_{smu}$ , so reißt die Bewehrung im Rissquerschnitt ( $\epsilon_{s2} = \epsilon_{s(im\ Riss)} = \epsilon_{su}$ ) [Eli\_98].

Bei einem Bewehrungsgrad von  $\rho_{min}$  treffen die Kurven von  $\epsilon_{smy}$  und  $\epsilon_{smu}$  zusammen, womit  $\rho_{min}$  rein formal eine Anwendungsgrenze des Tension-Stiffening-Gesetzes darstellt. Anschaulich bedeutet dies, dass der Stahl direkt bei der Rissbildung ins Fließen kommt und im schlimmsten Fall direkt versagt. Die vorhandene Bewehrungsmenge reicht also in diesem Fall nicht aus, die bei der Rissbildung frei werdende Zugkraft aufzunehmen. Somit stellt  $\rho_{min}$  auch praktisch eine untere Schranke für den Werkstoff Stahlbeton dar, denn unterhalb der Mindestbewehrung (entspricht  $\rho_{min}$ ) ist die Bewehrung bei Lastbeanspruchung wirkungslos. In diesem Fall sollte man von unbewehrtem Beton sprechen.

Mit der Kenntnis dieser vier Grenzdehnungen lassen sich die TST-Modelle auf Stahl- und Betonseite direkt angeben. Für einen Bewehrungsgrad von  $\rho = 1,5\%$  sind die entsprechenden Beziehungen in Bild 3.13 exemplarisch angegeben.

Somit kann das Tension-Stiffening-Modell auf alle „sinnvoll“ bewehrten Stahlbetonquerschnitte angewendet werden. Dabei ist besonders bei geringen Bewehrungsgraden auch stets die Grenzdehnung des Stahls  $\epsilon_{smu}$  zu kontrollieren, um ein eventuell auftretendes Stahlreißen richtig zu erfassen.

### 3.5.1.2 Tension-Stiffening-Modell auf Betonseite

Zur numerischen Implementierung im Rahmen der vorgestellten Schichtenmodelle erfolgt eine Umrechnung des Tension-Stiffening-Effektes auf die Seite des Beton-Werkstoffgesetzes, was folgende Vorteile mit sich bringt [Mei\_99]:

- Mechanisch „richtige“ Erfassung des Mitwirkens von Beton auf Zug zwischen den Rissen als Zugspannung des Betons.
- Klare Trennung zwischen Stahl- und Nachriss-Werkstoffgesetzen.
- Verbesserung der Konvergenzeigenschaften bei iterativer Gleichgewichtsfindung.
- Elegante Definition der Modelle über die Mitwirkungszonenhöhe der Bewehrung  $h_{\text{eff}}$  (siehe 3.5.1.3).
- Physikalisch plausible Definition der Ent- und Wiederbelastungsgesetze auch in Zusammenhang mit der Berechnung von Rissbreiten und Rissabständen (siehe 3.5.1.4).
- Möglichkeit zur Übertragung der Formulierung für Flächentragwerke (siehe 3.5.2).

Wie in Bild 3.13 leicht zu erkennen ist, erfolgt die Übertragung auf Betonseite über eine einfache Äquivalenzbeziehung. Nach Umstellen der Gleichung (Gl. 3.16) ergibt sich die Mitwirkungszonenhöhe  $h_{\text{eff}}$ , in der das entsprechende Werkstoffmodell für den Beton im Zugbereich anzusetzen ist.

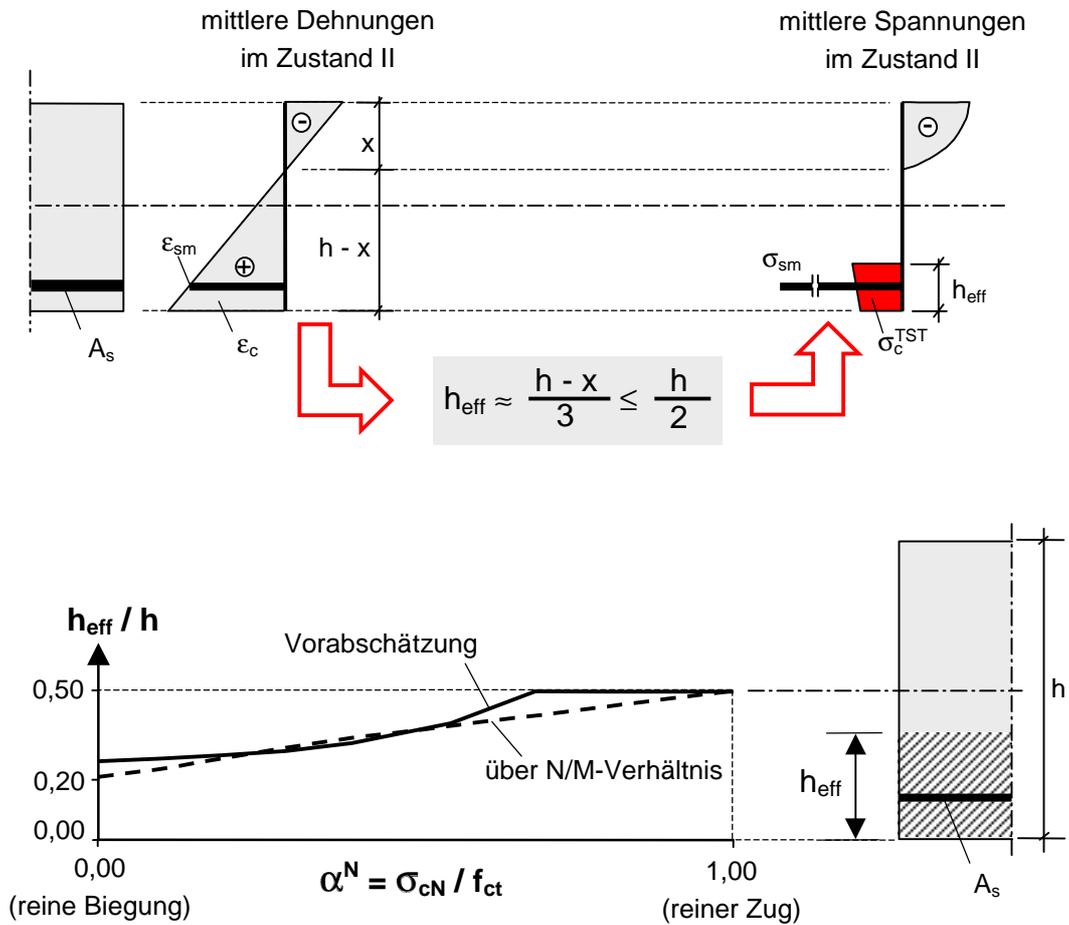
### 3.5.1.3 Problematik der Mitwirkungszonenhöhe $h_{\text{eff}}$

Zur Festlegung des Tension-Stiffening-Modells ist die Kenntnis der Erstrissspannung im Stahl ( $\sigma_{\text{sr}2}$ ) erforderlich.

Die beim Aufreißen eines Stahlbetonquerschnittes entstehende Erstrissspannung im Stahl ( $\sigma_{\text{sr}2}$ ) ist abhängig vom Beanspruchungszustand des jeweiligen Querschnitts. So reicht zum Beispiel bei einem Zugstab der gezogene Betonquerschnitt über die gesamte Höhe. Folglich ist bei der Rissbildung für einen definierten Querschnitt die freiwerdende Zugkraft bei einer reinen Normalkraftbeanspruchung größer als z.B. bei reiner Biegebeanspruchung. Hier erstreckt sich die Zugzone nur auf einen Teil des Querschnitts und die Erstrissspannung im Stahl ( $\sigma_{\text{sr}2}$ ) wird kleiner.

Der innere Beanspruchungszustand (Verhältnis Biegemoment zur Normalkraft) lässt sich jedoch nur in Sonderfällen (z.B. Einfeldträger, Zugstab) im Voraus angeben. Im Allgemeinen ist er bei statisch unbestimmten Tragwerken von der Belastungshöhe und der Verteilung der Steifigkeiten abhängig, wobei sich letztere infolge werkstofflicher Nichtlinearitäten (z.B. Rissbildung) verändern können. Des Weiteren ergeben sich die Schnittgrößen erst nach Integration der Spannungen über den Querschnitt und stehen zur Festlegung des Gesetzes noch nicht zur Verfügung. Somit ist eine schnittgrößen-basierte Definition des TST-Modells [CEB203] in Verbindung mit nichtlinearen Strukturanalysen nicht praktikabel.

### Vorabschätzung der Mitwirkungszonenhöhe $h_{eff}$



### Ermittlung von $h_{eff}$ bei bekanntem N/M-Verhältnis

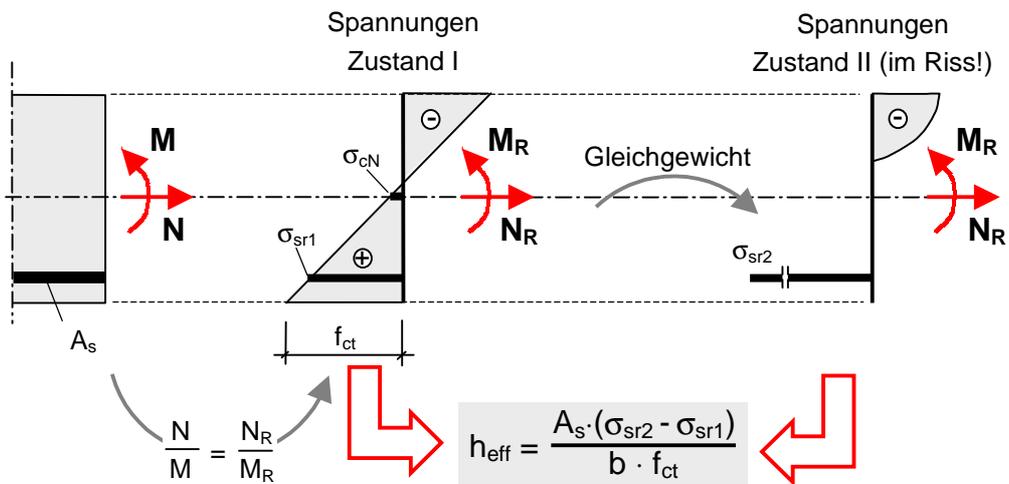


Bild 3.14

Vorabschätzung der Mitwirkungszonenhöhe  $h_{eff}$

Im Rahmen eines inkrementell-iterativen Vorgehens zur Gleichgewichtsfindung besteht jedoch die Möglichkeit, die effektive Mitwirkungszonenhöhe der Bewehrung  $h_{\text{eff}}$  ohne Kenntnis der Schnittgrößen aus dem aktuellen Verzerrungszustand des Querschnittes abzuschätzen [Bild 3.14]. Hieraus kann die Erstrissspannung  $\sigma_{\text{sr}2}$  bestimmt werden, indem man die freiwerdende Zugkraft aus dem Beton  $Z_c$  mit dem Zugkraftsprung im Stahl  $\Delta Z_s$  gleichgesetzt ( $h_{\text{eff}}$  im Vorfeld abgeschätzt):

$$\underbrace{Z_c}_{h_{\text{eff}} \cdot b \cdot f_{\text{ct}}} = \underbrace{\Delta Z_s}_{(\sigma_{\text{sr}2} - \sigma_{\text{sr}1}) \cdot A_s}, \quad (3.17a)$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{sr}2} \approx \frac{h-x}{3} \cdot \frac{b \cdot f_{\text{ct}}}{A_s} + \frac{f_{\text{ct}} \cdot E_s}{E_c}. \quad (3.17b)$$

Durch die Abschätzung der Mitwirkungszone  $h_{\text{eff}}$  ist das Tension-Stiffening-Modell eindeutig festgelegt [Her\_00].

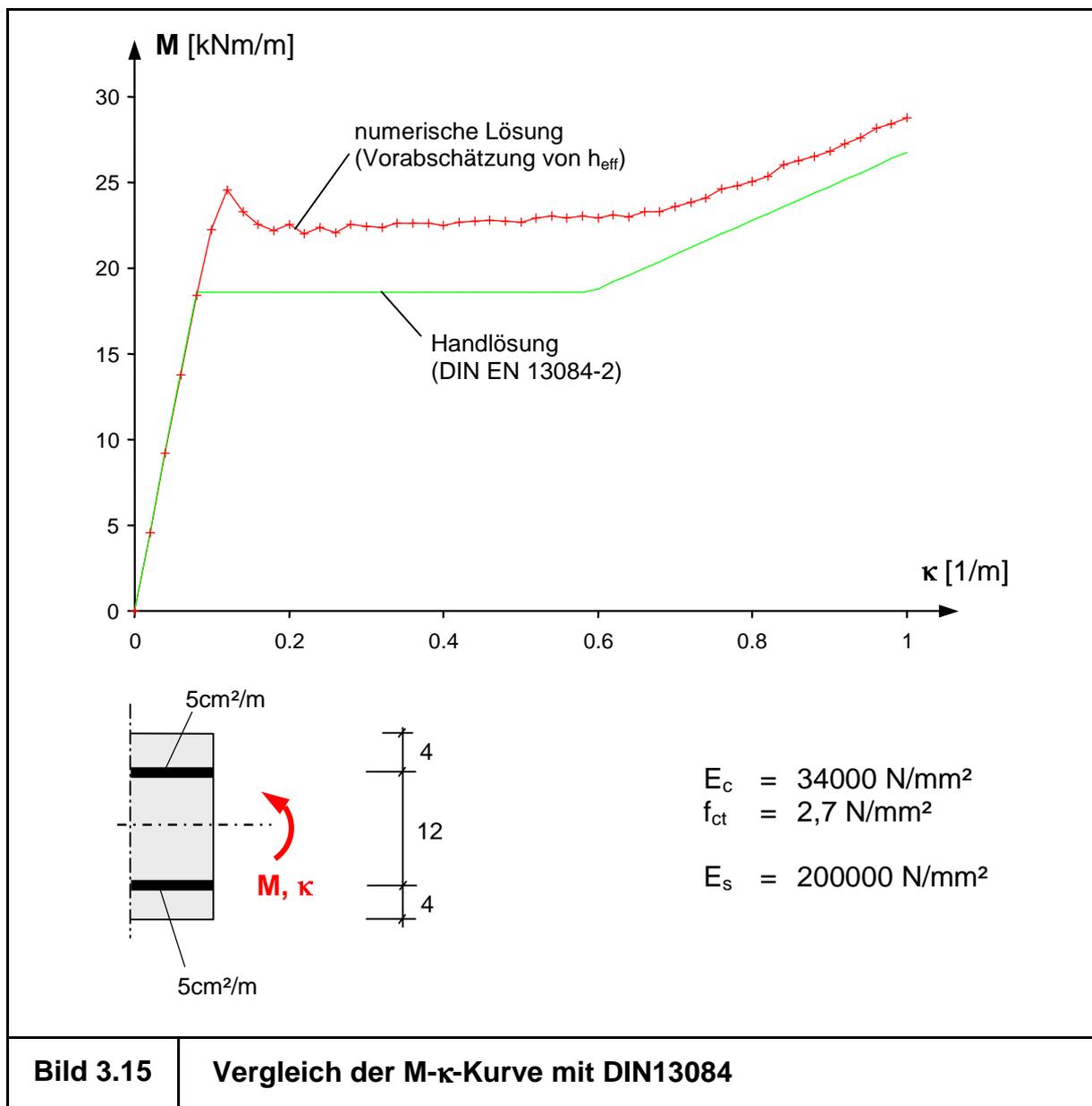
Um die Qualität der angewendeten Näherung zu beurteilen, werden in Bild 3.14 die Mitwirkungszonenhöhen  $h_{\text{eff}}$  nach der vorgestellten Näherung mit den exakt ermittelten Werten verglichen. Diese ergeben sich retrograd, indem für vorgegebene Schnittgrößenkombinationen (N/M) der Spannungssprung im Stahl bei der Rissbildung mit Hilfe einer Gleichgewichtsbetrachtung bestimmt wird. An dieser Stelle sei noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die exakte Ermittlung von  $h_{\text{eff}}$  keine alternative Berechnungsweise darstellt, da bei der Abschätzung im Rahmen einer nichtlinearen Berechnung die Schnittgrößen noch unbekannt sind und somit die exakte Ermittlung an dieser Stelle nicht möglich ist.

#### 3.5.1.4 Untersuchungen zum Näherungscharakter der $h_{\text{eff}}$ -Ermittlung

Um den Näherungscharakter der in Abschnitt 3.5.1.3 dargestellten Vorabschätzung der Mitwirkungszonenhöhe näher zu beleuchten, werden im Folgenden Vergleichsrechnungen an einem einfachen Biegequerschnitt durchgeführt. Die Ergebnisse dienen im Vergleich zu einer Handlösung, den Näherungscharakter der  $h_{\text{eff}}$ -Ermittlung an einem einfachen Beispiel aufzuzeigen. Die Ursachen für die „Ungenauigkeiten“ sowie Maßnahmen, die die Näherungseigenschaften der Vorabschätzung der Mitwirkungszonenhöhe verbessern, werden diskutiert.

### 3.5.1.4.1 Berechnungsbeispiel und Handlösung

Es wurde ein symmetrisch bewehrter Stahlbeton-Querschnitt [Bild 3.15] unter reiner Biegezugbeanspruchung untersucht, um deutlich den Näherungscharakter der in Abschnitt 3.5.1.3 dargestellten Vorabschätzung der Mitwirkungszonenhöhe herauszuarbeiten. Durch den geringen Bewehrungsgrad und die geringe statische Höhe (große Betondeckung) handelt es sich hierbei zwar nicht um einen typischen Biegequerschnitt, allerdings ähnelt die Geometrie den Querschnitten schlanker Stahlbeton-Flächentragwerke. Diese spielen einerseits eine zentrale Rolle in dieser Arbeit. Andererseits tritt durch die Geometriewahl hier der Näherungscharakter der  $h_{\text{eff}}$ -Ermittlung besonders deutlich in Erscheinung.



Numerisch wird der Biegequerschnitt als einachsig gespannter Kragträger modelliert. Dieser ist einseitig eingespannt und wird am freien Ende durch eine Verdrehung  $\varphi$  weggesteuert belastet. Da die Schwerachsendehnung des Trägers nicht behindert wird, entsteht durch die aufgebrachte Verdrehung keine Längskraft. Das Biegemoment  $M$  sowie die Krümmung  $\kappa$  stellen sich über die Stablänge konstant ein. Auf diese Weise kann numerisch eine Momenten-Krümmungs-Beziehung ermittelt werden [Bild 3.15].

Zum Vergleich ist in Bild 3.15 die von Hand errechnete  $M$ - $\kappa$ -Linie nach DIN 13084-2 [DIN13084] eingetragen. An dieser Stelle sei angemerkt, dass es sich bei der angegebenen Handlösung um eine Idealisierung der Wirklichkeit handelt. Versuchstechnisch wird es wegen der stark streuenden Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  sowie der Bildung diskreter Risse (und der damit verbundenen lokalen Entlastungsvorgänge des endlich langen Versuchskörpers) kaum gelingen ein ideal-horizontales Erstrissplateau unter Zwangbeanspruchung zu erreichen [Ram\_95.2]. Die eingetragene  $M$ - $\kappa$ -Linie nach DIN 13084-2 sollte somit als eine mögliche, von Hand ermittelte Referenzlösung betrachtet werden, die jedoch nicht den Anspruch einer „exakt richtigen“ Lösung erfüllen kann.

Das verwendete Tension-Stiffening-Modell mit der Vorabschätzung der Mitwirkungszonenhöhe erfasst die verschiedenen Zonen der Rissbildung. So gliedert sich die ermittelte  $M$ - $\kappa$ -Linie [Bild 3.15] in die Bereiche von Zustand I über Erstrissbildung bis hin zur Sukzessivrisbildung. Es kann jedoch festgestellt werden, dass das Biegemoment im Bereich der Erstrissbildung rund 20% über dem von Hand ermittelten Erstrissmoment liegt. Weiterhin wird auch im Bereich der Sukzessivrisbildung die Steifigkeit des Querschnitts und somit das Biegemoment überschätzt. Im Folgenden sollen nun die Ursachen für diese Unterschiede zwischen Handlösung und numerischem Ergebnis hinterfragt und kritisch beleuchtet werden.

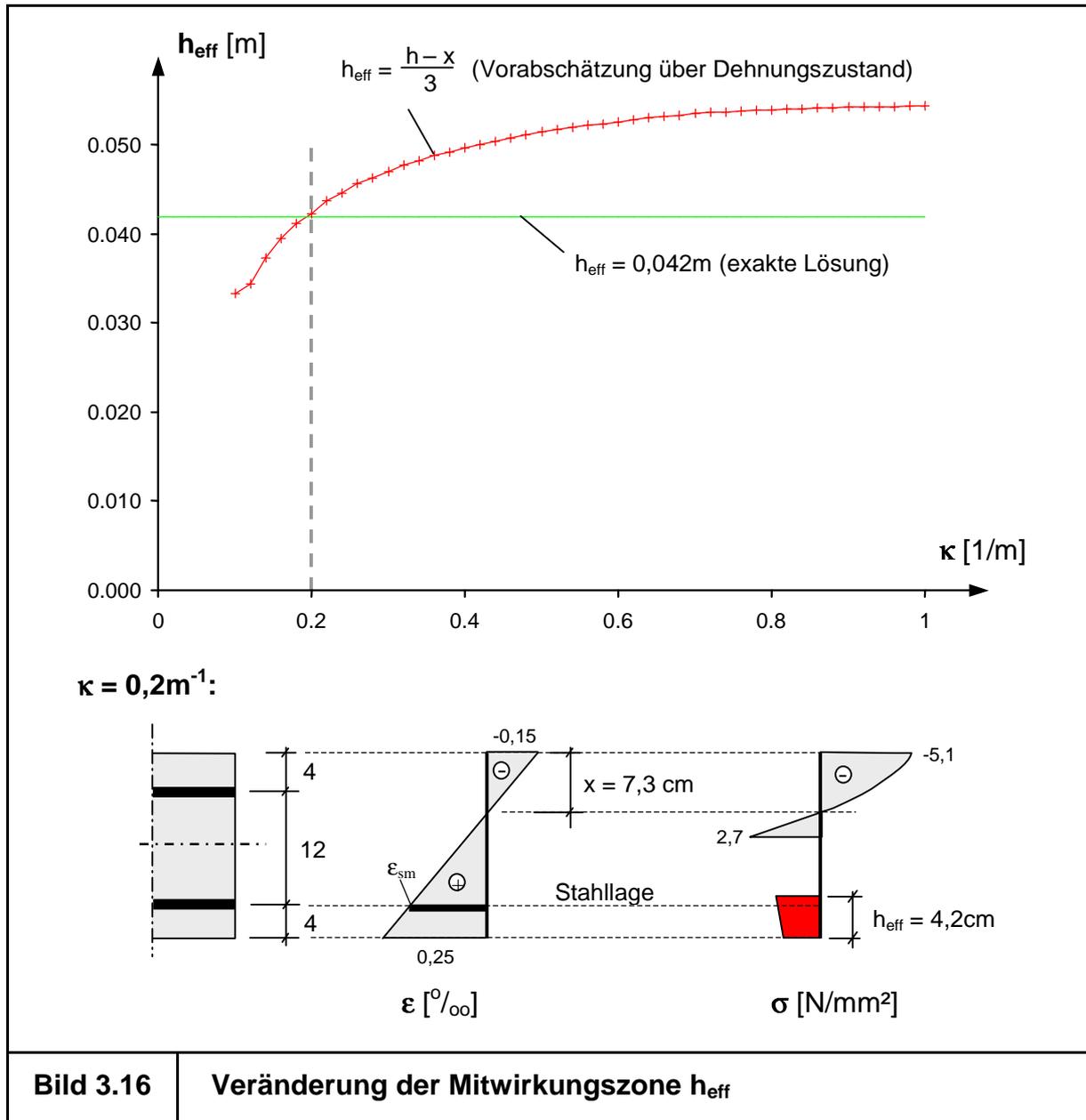
#### **3.5.1.4.2 Ursachen für die Abweichung von der Handlösung**

Es lassen sich insgesamt drei Gründe für die Abweichungen der numerischen Ergebnisse von der Handlösung [Bild 3.15] ausmachen:

##### a) Näherungscharakter der $h_{eff}$ -Ermittlung

Die Erstrissspannung  $\sigma_{sr2}$  kann für den hier betrachteten Fall zu  $245 \text{ N/mm}^2$  ermittelt werden. Die Mitwirkungszone  $h_{eff}$  ergibt sich hieraus nach Gleichung (3.17a) zu 42 mm.

Bei der in Abschnitt 3.5.1.3 dargestellten Vorabschätzung der Mitwirkungszonehöhe wird  $h_{\text{eff}}$  berechnungsbegleitend als ein Drittel der jeweils aktuellen Zugzonehöhe angenähert. Da die Zugzone während einer nichtlinearen Berechnung nicht konstant bleibt, wird  $h_{\text{eff}}$  in jedem Lastschritt neu ermittelt. Diese Veränderung von  $h_{\text{eff}}$  als Funktion der Krümmung ist für das betrachtete Beispiel in [Bild 3.16] dargestellt.



Es zeigt sich weiterhin, dass  $h_{\text{eff}}$  (und somit  $\sigma_{\text{sr}2}$ ) im vorliegenden Fall im Vergleich zur exakten Lösung überschätzt wird. Wie Bild 3.14 zu entnehmen ist, wird die Güte der Näherungslösung signifikant vom Schnittgrößenverhältnis (N/M-Verhältnis) beeinflusst. So liefert die Vorabschätzung im hier betrachteten Fall einer reinen Biegebeanspruchung eine etwas zu große Mitwirkungszonehöhe.

#### b) Innerer Hebelarm der resultierenden Betonzugkraft

Durch die Definition der Mitwirkungszone  $h_{\text{eff}}$  ausgehend vom Querschnittsrand fällt die Wirkungslinie der resultierenden Betonzugkraft (Integral der TST-Spannungen) nicht zwangsläufig mit der Schwerachse der Zugbewehrung zusammen. Der so entstehende Fehler beim inneren Hebelarm der resultierenden Betonzugkraft führt bei der hier betrachteten Querschnittsgeometrie (geringe statische Höhe und große Betondeckung) zu einer zusätzlichen Versteifung des Querschnitts.

#### c) Besonderheiten der Schichtenmodellierung

Die verwendeten TST-Ansätze wurden ursprünglich für Zugstäbe entwickelt. Analog DIN1045 kann die Mitwirkungszone der Bewehrung eines Biegeträgers als Ersatzzugstab betrachtet und berechnet werden. Bei der numerischen Umsetzung des TST-Modells auf Betonseite kommt es nun bei Biegebeanspruchungen zu unterschiedlichen Dehnungen in den einzelnen Fasern innerhalb der Mitwirkungszonehöhe. Hierdurch können beispielsweise Zustände eintreten, bei denen die Randfaser bereits ihre Zugfestigkeit überschritten hat und sich der Beton auf Höhe der Stahllage noch im ungerissenen Zustand befindet. Durch den starken Abfall der Betonspannungen im Bereich der Erstrissbildung [Bild 3.13 – unten] entstehen hierdurch Abweichung von der strengen DIN-konformen Vorgehensweise (TST auf Stahlseite).

Diese drei Ursachen führen in der Summe zu den beobachteten Abweichungen in der dargestellten  $M$ - $\kappa$ -Kurve [Bild 3.15].

#### **3.5.1.4.3 Diskussion möglicher Verbesserungsmaßnahmen**

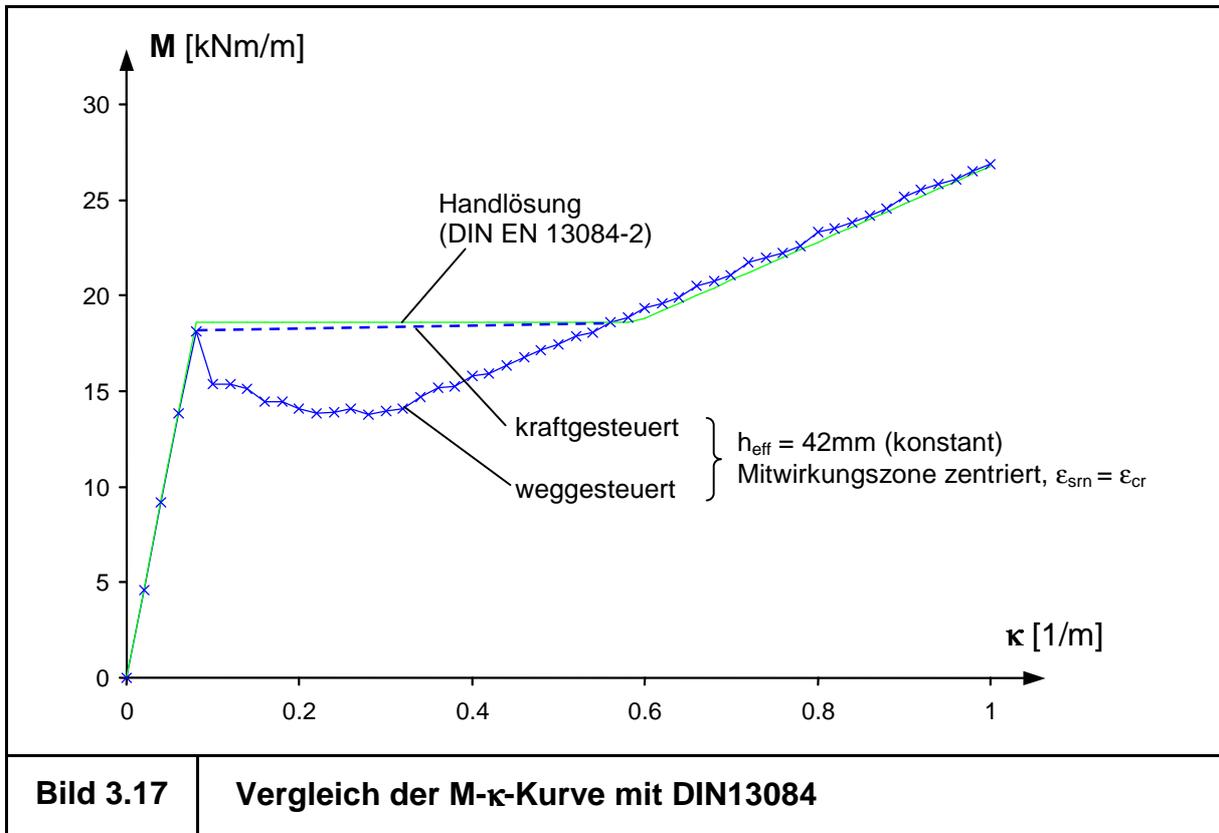
Wie bereits in Abschnitt 3.5.1.3 erläutert und aus Bild 3.13 ersichtlich, stellt die Vorabschätzung der Mitwirkungszonehöhe  $h_{\text{eff}}$  eine Möglichkeit dar, den TST-Effekt für beliebige Beanspruchungskombinationen ohne Kenntnis der aktuellen Schnittgrößenkombination ( $N/M$ -Verhältnis) zumindest in einer guten Näherung zu erfassen. In Fällen, in denen die Schnittgrößenkombination im Vorfeld abgeschätzt werden kann (Biegeträger ohne Längskraft, Zugstab, ...), ist eine Vorgabe der exakten Mitwirkungszonehöhe ratsam. In allen anderen Fällen (z.B. bei Flächentragwerken mit veränderlichen Schnittgrößenkombinationen) würde eine „starre“ Vorgabe von  $h_{\text{eff}}$  zu deutlich schlechteren Ergebnissen führen.

Es wäre denkbar, die aktuell noch etwas grobe Abschätzung der Mitwirkungszone als ein Drittel der Zugzonehöhe feiner zu fassen. Hierzu könnten durch systematische Parameterstudien Sensitivitätsmatrizen erarbeitet werden, die die verschiedenen

Eingangsgrößen (Dehnungszustand, Bewehrungsgrad, Querschnittsgeometrie) in Relation zum Näherungscharakter der  $h_{\text{eff}}$ -Ermittlung setzen.

Eine Zentrierung der Mitwirkungszone um die Stahllage würde eine weitere Verbesserung zur Folge haben, da hierdurch der Fehler im inneren Hebelarm der resultierenden Betonzugkraft beseitigt werden könnte.

Um letztlich die Schwierigkeiten, die mit der Modellierung des TST-Effekts auf Betonseite im Rahmen des Schichtenmodells verbunden sind, zu beseitigen, müsste in Zukunft der TST-Effekt auf Stahlseite erfasst werden. Dies stellt für einaxiale Tragwerke eine praktikable (wenn auch im Konvergenzverhalten des nichtlinearen Strukturgleichungssystems problematische) Alternative dar. Im zweiaxialen bei der Anwendung auf Flächentragwerke bringt ein TST-Modell auf Stahlseite zusätzliche Probleme mit sich, die in Abschnitt 3.5.2 noch angesprochen werden. Weiterhin würden die z.Zt. auf Betonseite implementierten Schädigungsmodelle bei einem TST auf Stahlseite gerade im Zweiaxialen ungleich aufwändiger werden. Hier müssten vorhandene Risszustände (in beliebigen Winkeln zu den Stahllagen) durch Schädigungsmodelle in den einzelnen Stahlstoffgesetzen erfasst werden.



In Bild 3.17 ist im Vergleich zum bisherigen Vorgehen die M- $\kappa$ -Kurve eingetragen, die sich ergibt, wenn:

- $h_{\text{eff}} = 42 \text{ mm}$  (fest vorgegeben),
- $\epsilon_{\text{sm}} = \epsilon_{\text{cr}}$  gesetzt und
- die Mitwirkungszone um Bewehrungslage zentriert wird.

Bei Zwangbeanspruchung ergeben sich erneut Unterschiede zur Handlösung, allerdings fallen diese etwas geringer aus. Die Abweichungen zur Handlösung liegen ausschließlich im Schichtenmodell begründet (Zugzone des Biegequerschnitts). Eine Modellierung des Tension-Stiffenings auf Stahlseite (hierbei wären sämtliche Zugkräfte im Beton der Bewehrung zuzuweisen, d.h.  $f_{\text{ct}}=0$ ) würde diese Differenzen weitestgehend beseitigen [Wei\_02].

Belastet man den Querschnitt hingegen mit einem Biegemoment (Lastbeanspruchung), so wird der Bereich der Erstrissbildung in einem Schritt übersprungen und die so ermittelte  $M$ - $\kappa$ -Kurve deckt sich nahezu mit der Handlösung.

Letztlich kann festgehalten werden, dass die in dieser Arbeit praktizierte Vorabschätzung der Mitwirkungszonenhöhe aus dem Dehnungszustand im Hinblick auf das Last-Verformungsverhalten und somit auf die Rissbreitenberechnung für die vorgesehene Anwendung brauchbare Ergebnisse liefert. Die „Genauigkeit“ der Resultate ist stets in Relation zu der in der Realität stark streuenden Betonzugfestigkeit zu sehen.

Die Leistungsfähigkeit der implementierten Algorithmen wird an weiteren Anwendungsbeispielen im Einaxialen (z.B. Abschnitt 7.2) sowie im Zweiaxialen (z.B. Abschnitt 8.1) dokumentiert.

### 3.5.1.5 Berechnung von Rissbreiten und Rissabständen

Üblicherweise werden Rissbreiten und -abstände bei Stahlbetontragwerken anhand des Schnittgrößenzustandes ermittelt. Hierbei ergibt sich zunächst die Stahlspannung im Riss  $\sigma_{s2}$  aus einer Gleichgewichtsbetrachtung im Zustand II. Daraus resultieren nach [DIN1045] die mittleren Dehnungen von Stahl ( $\epsilon_{\text{sm}}$ ) und Beton ( $\epsilon_{\text{cm}}$ ), die zur Berechnung der Rissbreite benötigt werden:

$$w_k = s_{r,\text{max}} \cdot (\epsilon_{\text{sm}} - \epsilon_{\text{cm}}), \quad (3.18a)$$

$$\text{mit } s_{r,\text{max}} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{\text{eff}}} \leq \frac{\sigma_{s2} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{\text{ct}}}, \quad (3.18b)$$

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{1}{E_s} \cdot \left( \sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff}) \right) \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}. \quad (3.18c)$$

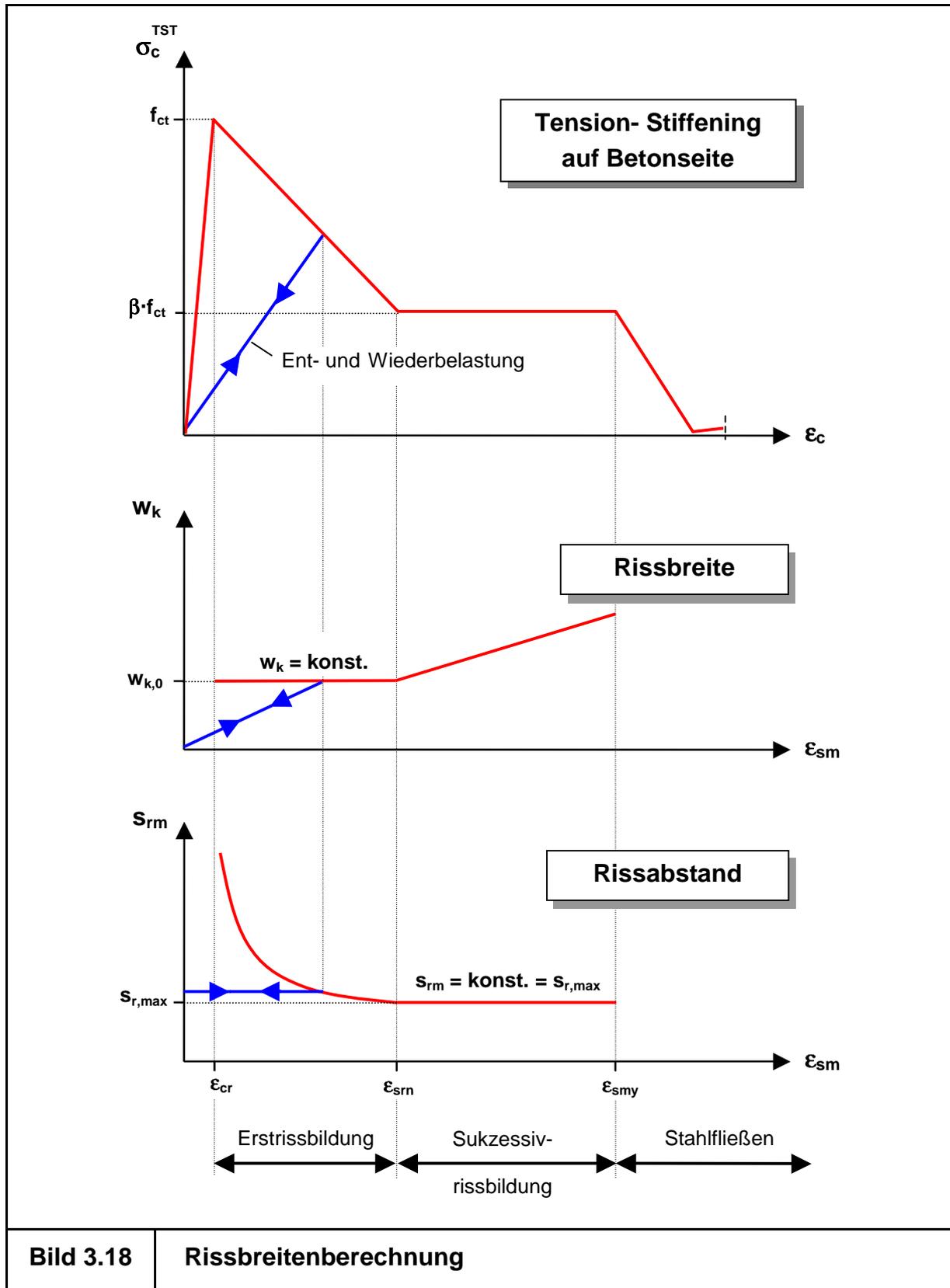


Bild 3.18

Rissbreitenberechnung

Diese Vorgehensweise ist allgemein auch im physikalisch Nichtlinearen zulässig und möglich. Auf Grund der DIN-konformen Berücksichtigung des Tension-Stiffening besteht allerdings auch die Möglichkeit, aus den nichtlinear ermittelten Verformungen und Dehnungen direkt auf Rissbreiten und -abstände zu schließen (ohne den "Umweg" über die Schnittgrößen zu nehmen).

Hierbei ergibt sich die Stahlspannung im Riss als Summe aus mittlerer Stahlspannung  $\sigma_{sm}$  und dem Zug-Anteil des Betons zwischen den Rissen (TST):

$$\sigma_{s2} = \sigma_{sm} + \frac{h_{eff} \cdot \sigma_{cm} \cdot b}{A_s} \quad (3.19)$$

Die Mitwirkungszonenhöhe  $h_{eff}$  ist hierbei im Nichtlinearen nach Bild 3.14 zu ermitteln. Der Parameter sollte nicht mit der Mitwirkungszone aus dem Rissbreitennachweis der [DIN1045] verwechselt werden. Die weitere Berechnung der Rissbreiten erfolgt analog zur oben erläuterten Vorgehensweise der Rissbreitenrechnung unter Verwendung der nichtlinear nach der FE-Methode ermittelten, mittleren Stahldehnung ( $\epsilon_{sm}^{FE}$ ) [Mar\_01]:

$$w_k = s_{rm} \cdot \epsilon_{sm}^{FE} \quad (3.20)$$

Lediglich im Bereich der Erstrissbildung ist zu beachten, dass hier Risse mit konstanten Rissbreiten entstehen. Nach DIN1045 [DIN1045] ergibt sich die Rissbreite hier zur Erstrissbreite  $w_{k,0}$ :

$$w_{k,0} = s_{r,max} \cdot \left[ 0,6 \cdot \frac{\sigma_{sr2}}{E_s} \right] \quad (3.21)$$

Um die Dehnungskompatibilität wieder herzustellen, wird hier eine Neuberechnung des mittleren Rissabstandes  $s_{rm}$  erforderlich:

$$s_{rm} = s_{r,max} \cdot \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_{sm}^{FE}} \quad (3.22)$$

Es wird modellhaft angenommen, dass nach Abschluss der Erstrissbildung keine neuen Risse entstehen. Die vorhandenen Risse werden breiter [Bild 3.18]. Die formale Feststellung, die aus dem Formelapparat der DIN1045-1 resultiert, korrespondiert sehr gut mit den Modellen der Rissmechanik [Ram\_95.2].

Die Vorteile der direkten Ermittlung der Rissgrößen liegen auf der Hand:

- Die ermittelten Rissbreiten können wegen der DIN-konformen Vorgehensweise direkt für den Nachweis verwendet werden.
- Dieses Vorgehen führt zu einer Rechen- und Zeitersparnis, da der „Umweg“ über die Schnittgrößen entfällt.
- Es eröffnet die Möglichkeit zur Kontrolle der erzielten Ergebnisse, da die berechneten Verformungen und das Rissbild mit dem gleichen Verzerrungszustand korrespondieren (konsistente Vorgehensweise).
- Der Erstrissbereich lässt sich im Vergleich zur Rissbreitenberechnung nach DIN besser erfassen. Dieser Aspekt ist besonders bei Zwangbeanspruchungen interessant, da hier oftmals die Tragwerke gar nicht den Bereich der Erstrissbildung verlassen.
- Die Entlastungsgesetze für den Beton im Zugbereich können analog auch auf die Rissbreitenberechnung angewendet werden.

Der zuletzt aufgeführte Punkt führt zu der recht plausiblen Modellvorstellung, dass sich ein Riss bei einer Ent- und Wiederbelastung elastisch schließt und öffnet [Bild 3.18]. Im geschädigten Querschnitt bleibt hierbei der Rissabstand erhalten. Unter Vernachlässigung der Rissverzahnung, was einem Entlastungskoeffizienten  $\kappa^Z$  von 1,00 entspricht (vergleiche 3.3.1.2), schließt sich ein Riss bei vollkommener Entlastung wieder vollständig. Diese Annahme stellt vor dem Hintergrund der angewendeten empirischen Risstheorie nach DIN eine praktikable Näherungsstufe dar.

### **3.5.2 Zweiaxiales Werkstoffmodell für das Nachrissverhalten**

#### **3.5.2.1 Literaturüberblick**

Durch das flächige Tragverhalten des Betons und auf Grund der Tatsache, dass Risse in beliebigen Winkeln zu den eingelegten Bewehrungsstäben entstehen können, reichen einaxiale Modelle zur Tension-Stiffening-Modellierung für allgemeine Flächentragwerke nicht aus.

Die gültigen Normen und Richtlinien verzichten völlig auf die Angabe eines zweiaxialen TST-Modells und auch in der Literatur finden sich nur wenig Hinweise auf eine zweiaxiale Modellierung.

Günther/Mehlhorn [Gün\_91.1] [Gün\_91.2] und Kollegger [Kol\_89] verwenden ein TST-Modell, welches auf den Dehnungen in Bewehrungsrichtung basiert. Hierbei

besteht eine Inkonsistenz beim Übergang vom ungerissenen in den gerissenen Zustand. So kann beim verwendeten Hauptspannungskriterium die erste Hauptspannung die Zugfestigkeit des Betons ( $f_{ct}$ ) erreichen und somit ein Riss entstehen, ohne dass eine orthogonal verlegte Bewehrung Längsdehnungen erfährt (Rissrichtung  $45^\circ$  zur Bewehrungsrichtung). Dieser Defekt erfordert Modifikationen am Betonstoffgesetz. Dadurch geht einerseits die klare Trennung von Beton- und Nachrisswerkstoffmodellen verloren und andererseits führt dies zu numerischen Schwierigkeiten [Gro\_92].

Andere Vorschläge beschränken sich auf die Modellierung des TST-Effektes für Scheiben [Fen\_93.1]. Hier wird besonders auf die Probleme hinsichtlich des „fixed-crack-models“ eingegangen. Die im Raum stehende Problematik der Schubübertragung über einen Riss in Abhängigkeit von der Rissöffnung stellt sich bei dem hier applizierten „rotating-crack-model“ nicht. Bei Scheiben entfällt auch die Schwierigkeit der effektiven Mitwirkungszonenhöhe (wie sie unter 3.5.1.3 behandelt wurde).

Eigene Berechnungen ergaben, dass bei allgemeinen Flächentragwerken die Frage der effektiven Mitwirkungszonenhöhe das Tragverhalten dominiert und dass sich die erzielten Ergebnisse bei einer TST-Modellierung in Hauptrichtung von denen in Bewehrungsrichtung nicht wesentlich unterscheiden.

### 3.5.2.2 Erfassung des TST im Rahmen des orthotropen Betonmodells

Im Folgenden wird eine Tension-Stiffening-Modellierung in Hauptrichtung verwendet, wobei die vorhandenen Bewehrungsquerschnitte (i.d.R. orthogonale Bewehrungsnetze in Koordinatenrichtung) in die aktuelle Hauptrichtung transformiert werden:

$$a_{s1} = a_{s11} \cdot \cos^2 \varphi_{11-1} + a_{s22} \cdot \sin^2 \varphi_{22-1}, \quad (3.24a)$$

$$a_{s2} = a_{s11} \cdot \cos^2 \varphi_{11-2} + a_{s22} \cdot \sin^2 \varphi_{22-2}, \quad (3.24b)$$

( $\varphi_{ii-j}$  ist der Winkel zwischen der Bewehrungsrichtung  $ii$  (= Koordinatenrichtung) und der aktuellen Hauptrichtung  $j$ ).

Vorbild dieser Transformation ist ein Vorschlag zur zweiachsen Rissbreitenberechnung nach [Par\_94].

Mit der Kenntnis dieser transformierten Bewehrungsquerschnitte lassen sich für die gerissenen Hauptrichtungen die einaxialen Beziehungen nach DIN1045-1 aufstellen

und unabhängig voneinander auswerten. So gelingt durch Einführen der Sekantensteifigkeiten  $E_{cs1}$  und  $E_{cs2}$  in das orthotrope Beton-Werkstoffmodell (Kap.3.3.2) die Erfassung gerissener Bereiche. Hierbei erhalten (analog zur einaxialen Modellierung) alle Layer innerhalb der Mitwirkungszone  $h_{eff}$  die bekannten Nachrissgesetze.

Die konsequente Übertragung der DIN-konformen, einaxialen TST-Werkstoffmodelle auf allgemeine Flächentragwerke unter beliebigen Beanspruchungen eröffnet die Möglichkeit, die Ergebnisse wiederum direkt zum Nachweis von Rissen und Verformungen zu verwenden. In diesem Zusammenhang sei auf die durchgeführte Plattenberechnung (Kap. 8.2) verwiesen, an der die Leistungsfähigkeit des verwendeten Modells zur Rissbreitenberechnung (auch bei von den Bewehrungsrichtung abweichenden Rissrichtungen) demonstriert wird.

### **3.5.2.3 Zweiaxiale Ermittlung der Mitwirkungszonenhöhe $h_{eff}$**

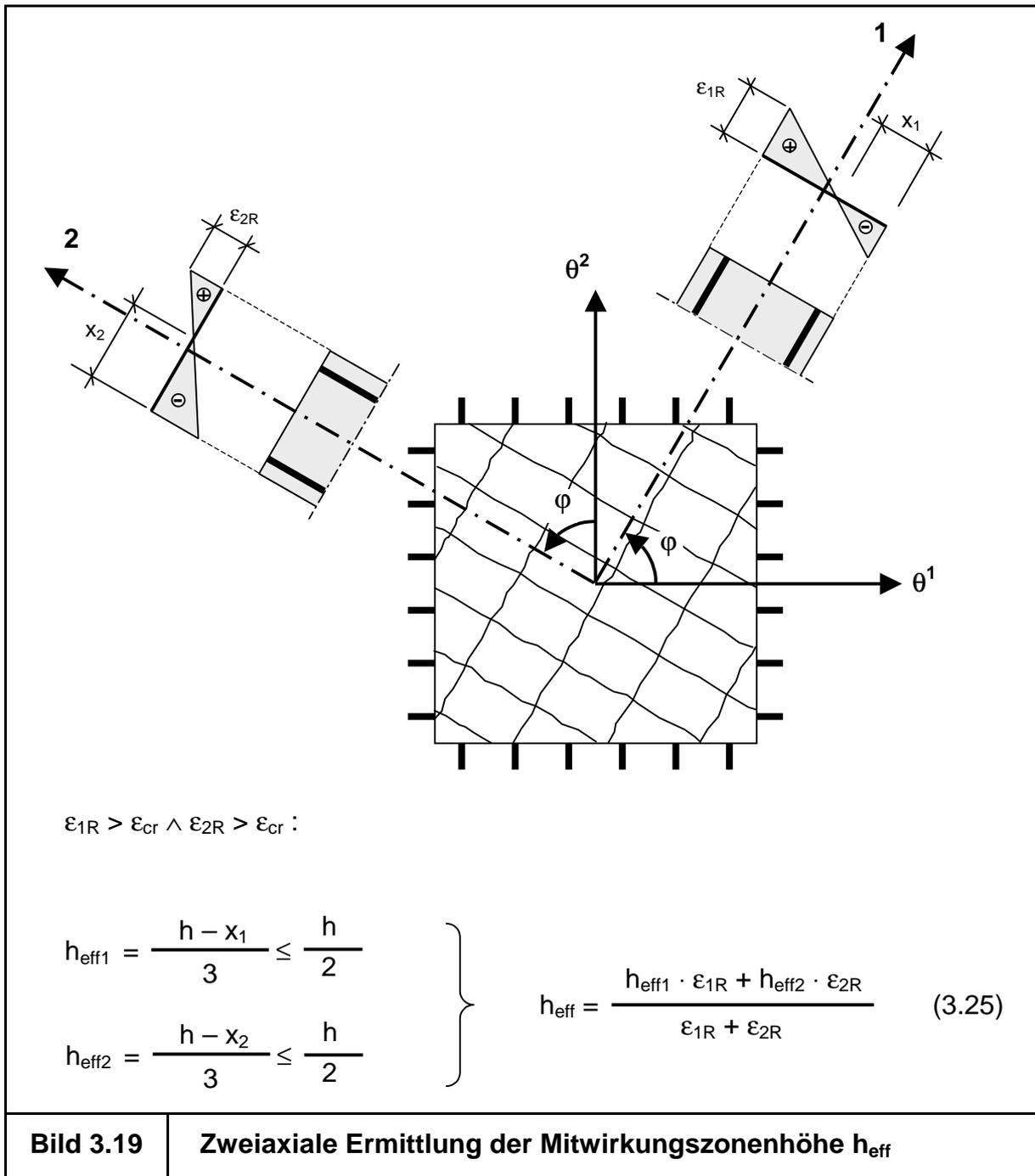
Die zweiaxiale Ermittlung der Mitwirkungszonenhöhe  $h_{eff}$  erfolgt analog zur einaxialen Vorgehensweise. Hierbei wird, korrespondierend zum verwendeten TST-Modell, auch die Mitwirkungszonenhöhe zunächst in Hauptrichtung ermittelt.

Die Hauptrichtungen auf der Querschnittsseite mit der größten Zugdehnung bestimmen die Schnittrichtung zur Ermittlung der Druckzonenhöhen  $x_{\alpha}$ . Die Berechnung der Mitwirkungszonenhöhen erfolgt jeweils für die beiden Hauptrichtungen getrennt. Die so erhaltenen Werte  $h_{eff1}$  und  $h_{eff2}$  werden anschließend zu der maßgebenden Mitwirkungszonenhöhe  $h_{eff}$  gemittelt [Bild 3.19]. Dies geschieht zum einen aus der Erkenntnis heraus, dass es sich bei der Ermittlung von  $h_{eff}$  aus dem Dehnungszustand um eine Näherung handelt und zum anderen, dass unterschiedliche Mitwirkungszonenhöhen eine erneute Transformation in die aktuelle Hauptrichtung erfordern würden („rotating-crack-model“). Diese Transformationen wiederum führen zu numerischen Schwierigkeiten bei der iterativen Gleichgewichtsfindung, ohne die Qualität der erzielten Ergebnisse zu verbessern.

### **3.5.2.4 Zweiaxiale Berechnung von Rissbreiten und Rissabständen**

In Anlehnung an den Vorschlag zur Rissbreitenberechnung bei Platten von Pardey [Par\_94] erfolgt die Bestimmung der Rissbreiten und Rissabstände auf Höhe der Bewehrungslagen in Hauptrichtung.

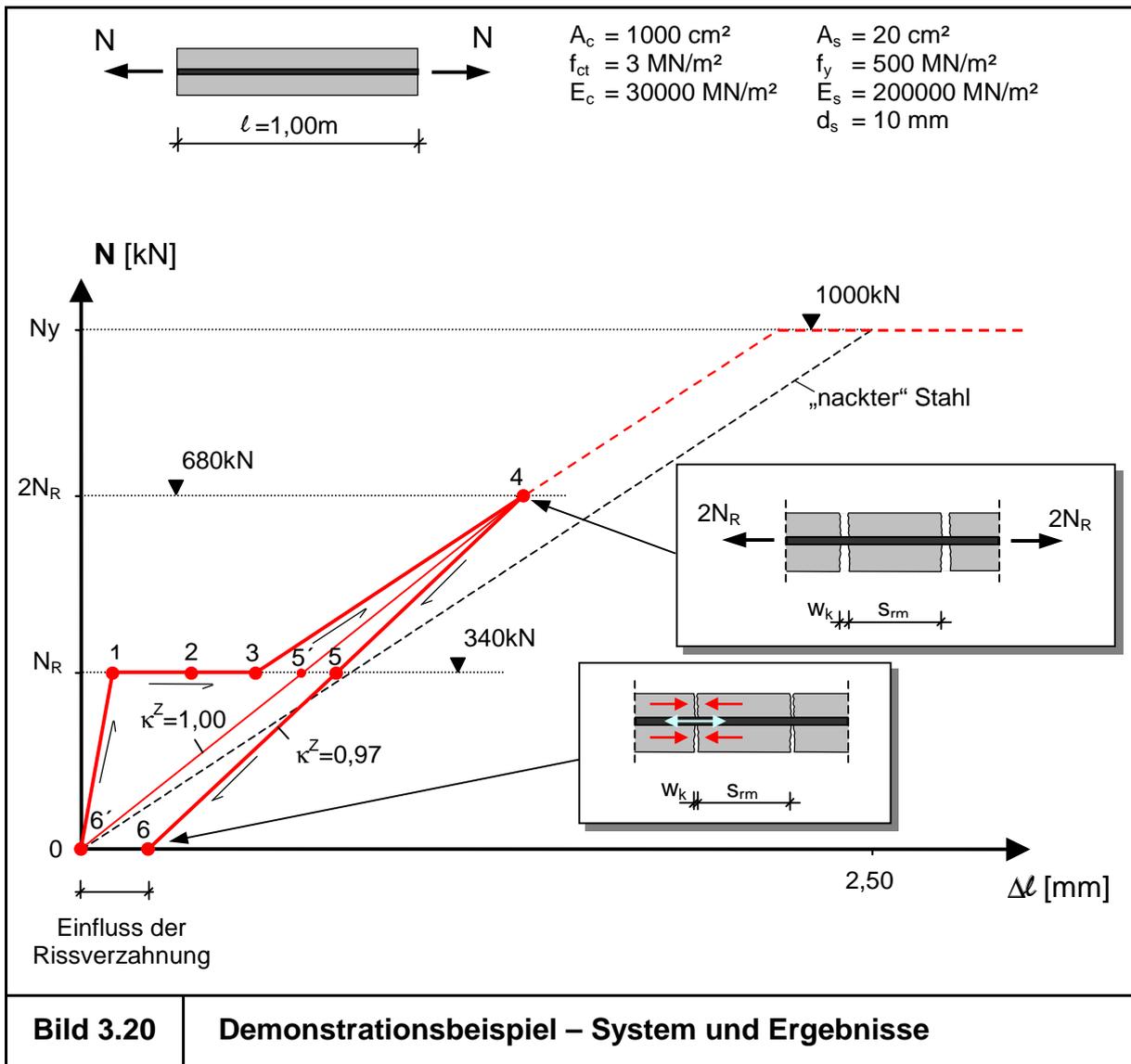
Der maßgebende Bewehrungsquerschnitt  $a_s$  wird entsprechend (Gl. 3.24) in die Hauptrichtungen transformiert. Bei der Höhenlage  $z_s$  der Bewehrung und des Stab-



durchmessers  $d_s$  werden die entsprechenden Werte über den Hauptspannungswinkel  $\varphi$  linear interpoliert. Die Ermittlung der Rissgrößen  $w_k$  und  $s_{rm}$  erfolgt anschließend für beide Hauptrichtungen getrennt und ist analog zum einaxialen Modell ebenfalls auf vorgeschädigte Querschnitte anwendbar.

### 3.6 Demonstrationsbeispiel

Als Demonstrationsbeispiel und zur Verifikation der Stahlbeton-Nachrissmodellierung dient ein Zugstab [Bild 3.20]. Er besitzt eine Betonfläche von  $1000 \text{ cm}^2$  und einen Bewehrungsgrad von  $\rho = 2 \%$ . Die äußere Belastung  $N$  wird zunächst auf eine Größe von  $680 \text{ kN}$  gesteigert und anschließend wieder vollständig entfernt (Entlastung). Das Last-Verformungsverhalten ist als  $N$ - $\Delta\ell$ -Diagramm dargestellt.



Bei einer äußeren Last  $N$  von  $340 \text{ kN}$  entstehen im Stab die ersten Risse. Die Zugkraft im Beton wird auf den Stahl umgelagert. Die Zone zwischen Punkt 1 und 3 bildet der Erstrissbereich. Das Rissverhalten ist hier durch das Entstehen neuer Risse mit konstanten Erstrissbreiten ( $w_{k0} = 0,076 \text{ mm}$ ) bestimmt [Bild 3.21]. In der Tabelle sind sowohl die „verschmierten“ als auch die „diskreten“ Größen des Rissgeschehens dargestellt. Es wird deutlich, dass bei der Anwendung einer

verschmierten Risstheorie zwischen der (fiktiven) verschmierten Stahlspannung  $\sigma_{sm}$  und der (diskreten) Stahlspannung im Riss  $\sigma_{s2}$  unterschieden werden muss. Zur Nachweisführung im Rahmen eines nichtlinearen Dimensionierungskonzeptes, wie es in Kapitel 6 dargestellt wird, benötigt man zwingend die Stahlspannungen  $\sigma_{s2}$ .

Bei weiterer Laststeigerung über  $N_R$  hinaus, bilden sich keine zusätzlichen Risse. Der Rissabstand bleibt hier (zwischen Punkt 3 und 4) konstant ( $s_{rm} = 0,139 \text{ m}$ ). Die vorhandenen Risse werden breiter.

Kommt es in dem gerissenen Querschnitt zu einer Entlastung, so schließen sich die Risse elastisch, wobei der Rissabstand erhalten bleibt ( $s_{rm} = 0,139 \text{ m}$ ). Der Querschnitt ist durch das zurückbleibende Rissbild dauerhaft in seiner Steifigkeit geschwächt und somit vorgeschädigt.

Die Entlastungssteifigkeit wird durch den Entlastungsparameter  $\kappa^Z$  bestimmt. Er gibt den Einfluss der Rissverzahnung an. Ein Entlastungsparameter  $\kappa^Z = 1$  entspricht einer Vernachlässigung der Rissverzahnung, d.h. ein Riss schließt sich nach vollständiger Entlastung ebenfalls vollständig (Entlastungsgerade 4 – 5' – 6'). Diese Näherung erweist sich bei der Anwendung auf Flächentragwerke als sinnvoll.

Unter Berücksichtigung einer Rissverzahnung ergibt sich ein etwas steiferes Entlastungsverhalten (Entlastungsgerade 4 – 5 – 6). Nach vollständiger Entlastung ( $N = 0$ ; Punkt 6) liegt im Querschnitt ein Eigenspannungszustand vor. Da die rauen Rissufer nicht mehr exakt aufeinander passen, erfährt der Beton eine bleibende Dehnung, wodurch eine Druckkraft im Beton entsteht. Sie steht mit einer gleich großen Zugkraft im Stahl im Gleichgewicht.

Bei einer Wiederbelastung macht sich das eingeprägte Rissbild in Form einer Steifigkeitsreduktion (im Vergleich zum Zustand I) bemerkbar.

Die erläuterten Zusammenhänge und Ergebnisse wurden numerisch unter Verwendung der Werkstoffgesetze des Kapitels 3 bestimmt. Auch die diskreten Werte wie die Stahlspannung im Riss  $\sigma_{s2}$ ,  $s_{rm}$  und  $w_k$  sind primäre Ergebnisse des Werkstoffmodells. In diesem Zusammenhang ist es wichtig,  $w_k$  und  $s_{rm}$  konsistent aus den primären mittleren Stahldehnungen  $\varepsilon_{sm}$  zu ermitteln. Eine Berechnung der Werte aus den Schnittgrößen würde in Kombination mit Entlastungsvorgängen zu keinen brauchbaren Ergebnissen führen.

			"verschmierte" Werte			"diskrete" Werte			
	N	$\Delta l$	$\epsilon_m$	$\sigma_{cm}$	$\sigma_{sm}$	$\epsilon_{s2}$	$\sigma_{s2}$	$s_{rm}$	$w_k$
	[kN]	[mm]	[o/oo]	[MN/m <sup>2</sup> ]	[MN/m <sup>2</sup> ]	[o/oo]	[MN/m <sup>2</sup> ]	[m]	[mm]
0	0	0,000	0,000	0,00	0,0	0,000	0,0	0,000	0,000
1	340	0,100	0,100	3,00	20,0	0,850	170,0	0,760	0,076
2	340	0,350	0,350	2,00	70,0	0,850	170,0	0,217	0,076
3	340	0,550	0,550	1,20	110,0	0,850	170,0	0,139	0,076
4	680	1,400	1,400	1,20	280,0	1,700	340,0	0,139	0,194
5	340	0,807	0,807	0,17	161,4	0,980	170,0	0,139	0,112
6	0	0,214	0,214	-0,86	42,8	0,260	42,8	0,139	0,030
5'	340	0,700	0,700	0,60	140,0	0,850	170,0	0,139	0,097
6'	0	0,000	0,000	0,00	0,0	0,000	0,0	0,139	0,000

**Bild 3.21**      **Demonstrationsbeispiel – Tabellarisch dargestellte Ergebnisse**

### 3.7 Zusammenfassung

Zur numerischen Simulation von Deteriorations- und Schädigungseffekten werden geeignete Werkstoffmodelle dargestellt und zur Implementierung in ein FE-Konzept aufbereitet. Hierbei werden parallel ein- und zweidimensionale Lösungen angestrebt, die eine universelle Anwendung auf Linien- und Flächentragwerke zulassen.

Ein besonderer Schwerpunkt bildet die Modellierung des Stahlbeton-Nachrissverhaltens, da dies bei Stahlbeton-Flächentragwerken eine entscheidende und zentrale Rolle spielt.

Das im Folgenden applizierte Werkstoffmodell zeichnet sich weiterhin durch eine „offene“ Struktur aus. So ist es leicht möglich, die erstellten Programm-Module zu erweitern (Erfassung weiterer Deteriorationseffekte) oder auf andere Materialien zu übertragen.

## 4 Erfassung der hygrischen Effekte

### 4.1 Phänomenologische Beschreibung

Ändert sich in einem porösen Material der Feuchtigkeitsgehalt, so hat dies häufig eine Volumenänderung zur Folge. Die Größe der Volumenänderung hängt hierbei von der Umgebungsfeuchtigkeit ab. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Volumenänderung entwickelt, wird hingegen von der Feuchteleitfähigkeit des Materials und der Bauteildicke bestimmt. Auf diese Weise stellt sich bei hoher Feuchteleitfähigkeit an einem dünnen Bauteil (z.B. bei einem Holzbrett) in relativ kurzer Zeit ein stationärer Endzustand ein. Dahingegen vergehen bei dicken Bauteilen aus Beton (z.B. bei einer Stauwand) oft Jahrzehnte, bis dieser Zustand erreicht wird.

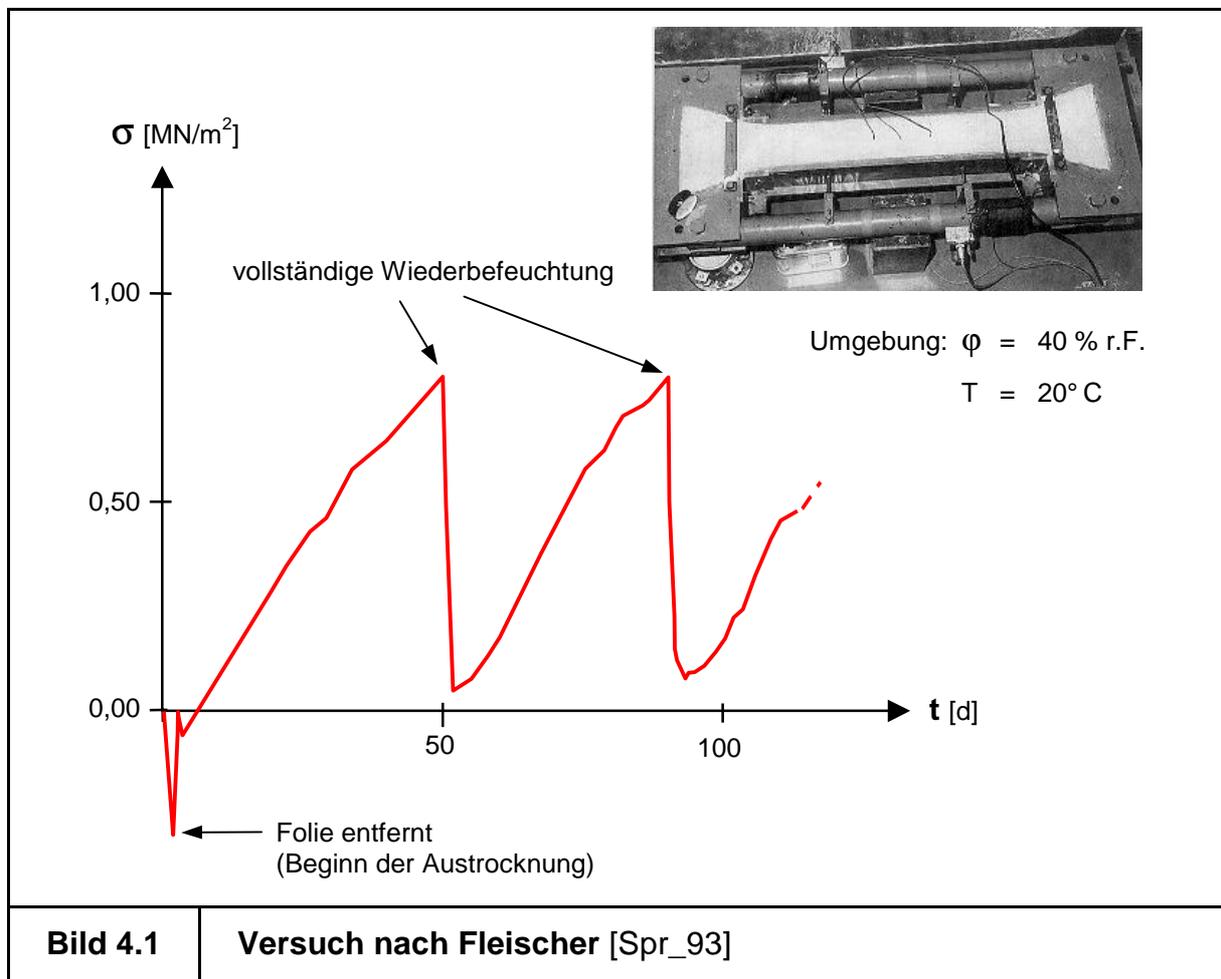


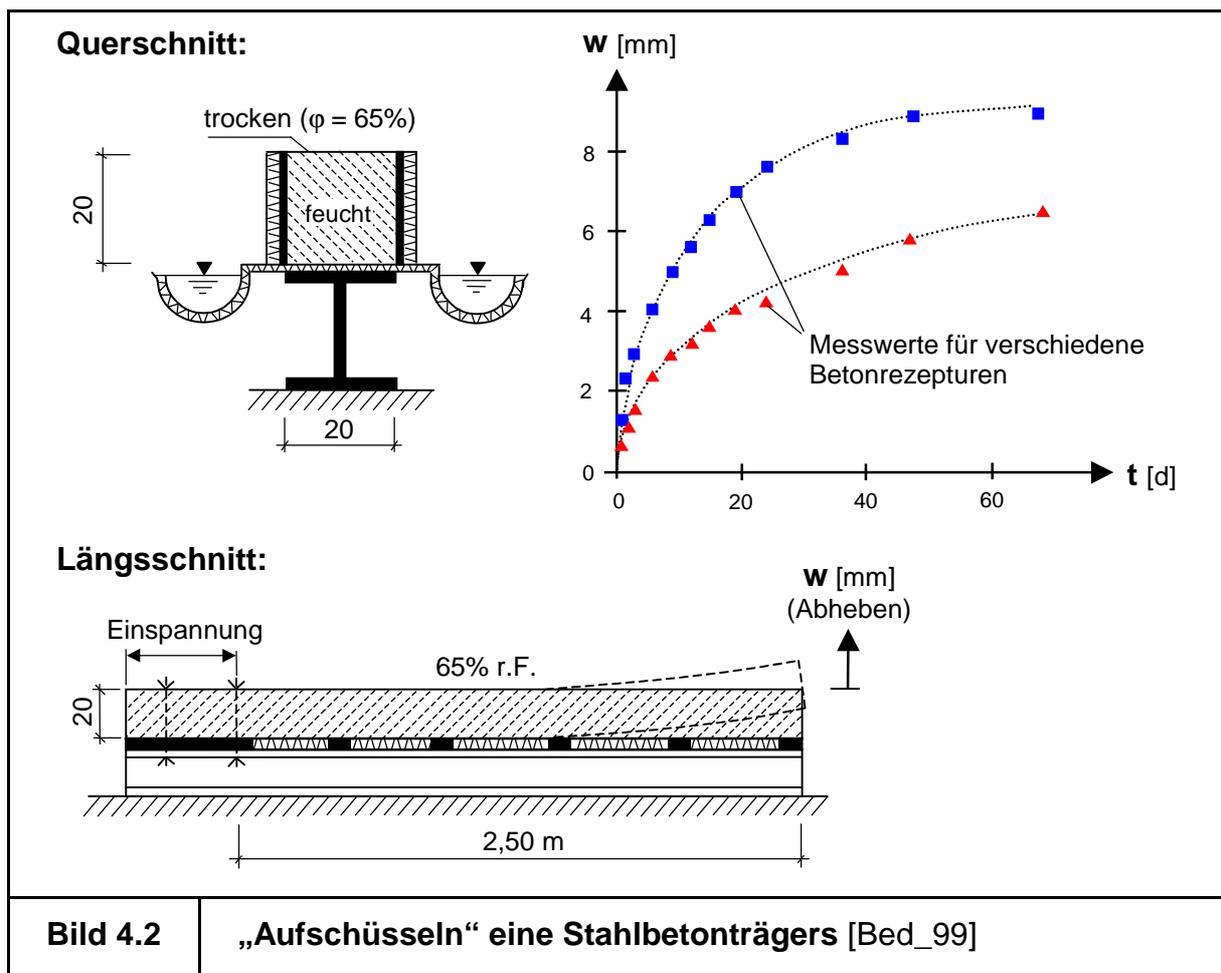
Bild 4.1

Versuch nach Fleischer [Spr\_93]

#### 4.1.1 Dehnungen infolge von Feuchtigkeitsänderung

Der in Bild 4.1 dargestellte Versuchsaufbau dient zur Messung der Schwindspannungen [Spr\_93]. Hierzu wird ein Probekörper aus Beton in einen Stahlrahmen eingespannt, so dass der Beton keine Längsverformungen erhalten kann. Wird anschließend der Beton einer trockenen Umgebung (20°C und 40% relative Luftfeuchte) ausgesetzt, so beginnt dieser unter Abgabe von Wasser zu schrumpfen. Hierdurch entstehen wegen der behinderten Längsverformung im Betonkörper Zugspannungen, die mit Hilfe einer Messeinrichtung aufgezeichnet werden. Befeuchtet man den Beton durch Zugabe von Wasser erneut, so gehen die Schwinddehnungen und somit die Längsspannungen auf Null zurück, um bei einem erneuten Austrocknen wieder anzusteigen.

Die entstehenden Zwangbeanspruchungen im Beton hängen demnach direkt mit der Materialfeuchtigkeit zusammen und sind im betrachteten Feuchtigkeitsbereich zwischen 40% und 100% relativer Materialfeuchte vollständig reversibel.



#### **4.1.2 Verkrümmung infolge unterschiedlicher Umgebungsbedingungen**

Beaufschlagt man einen 3 m langen, einseitig eingespannten Stahlbetonträger wie in Bild 4.2 dargestellt auf der Unterseite mit Wasser und setzt die Oberseite den normalen Laborbedingungen (65% relative Luftfeuchte) aus, so kann man mit der Zeit ein Abheben des freien Trägers beobachten [Bed\_99].

Diese experimentelle Beobachtung lässt sich ebenfalls mit den feuchtebedingten Dehnungen im Beton erklären. Auf der Unterseite nimmt der Beton Feuchtigkeit auf, wohingegen der Beton auf der Oberseite Feuchtigkeit an die Umgebung abgibt. Hierdurch kommt es im Querschnitt zu einer ungleichmäßigen Feuchtigkeitsverteilung über die Balkenhöhe.

Durch das Austrocknen der Oberseite entstehen dort Schwinddehnungen, während es auf der feuchten Unterseite zu einer Volumenzunahme des Betons kommt. Die aus dieser Dehnungsverteilung resultierende Verkrümmung des Balkens führt schließlich zum Abheben des freien Endes entgegen dessen Eigengewicht.

Dieses „Aufschüsseln“ führt bei Stahlbeton-Fahrbahnplatten und bei Fundamentplatten häufig zu Problemen. Die nicht unerheblichen Krümmungen verursachen Schäden (Risse, Probleme bei der Entwässerung), die Gegenstand aktueller Forschungsaktivitäten sind [Bed\_99] [Spr\_97] [Spr\_00].

### **4.2 Stand der Forschung**

#### **4.2.1 Einordnung in die Schwindterminologie**

Beton ist ein heterogenes, mit Kapillar- und Gelporen durchsetztes Gefüge aus Zuschlag und Zementstein. Während sich die Zuschlagskörner nahezu elastisch verhalten, weist der aus Zementleim durch Hydratation entstandene Zementstein ein ausgeprägtes, viskoelastisches Verhalten auf [Baz\_82] [Leo\_86] [Neu\_00]. Eine zeitabhängige Volumenabnahme eines unbelasteten Betons wird als „Schwinden“ bezeichnet; eine Volumenzunahme in diesem Sinne als „Quellen“.

Die makroskopisch beobachteten Schwindverformungen können entsprechend ihrer Ursachen in verschiedene Gruppen unterteilt werden [Bild 4.3]:

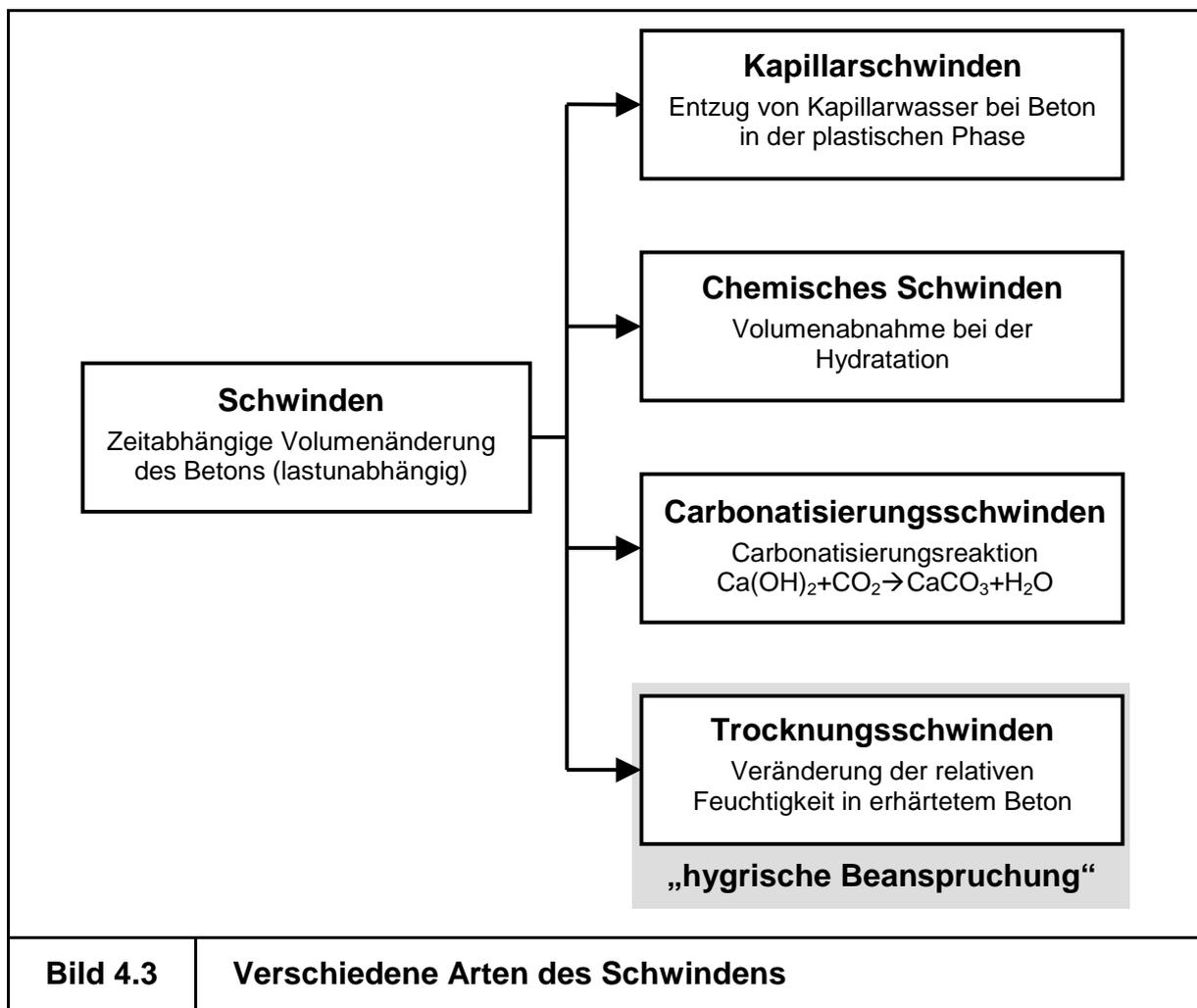
##### *Kapillarschwinden:*

Entzieht man einem Frischbeton einen Teil des Wassers, so verringert sich dessen Volumen. Diese Volumenverringerung bezeichnet man als Kapillarschwinden,

Frühschwinden oder plastisches Schwinden [Gru\_91]. Hierdurch entstehen an der Oberfläche Kapillarkräfte, die zu Zwangzugspannungen führen.

*Chemisches Schwinden:*

Da das Hydratwasser eine größere Dichte aufweist als das freie Wasser, ist die Summe der Ausgangsvolumina von Zement und Wasser größer als das Volumen der Hydrate. Demnach verliert der chemisch gebundene Teil des Anmachwassers technischer Zemente um rund  $6 \text{ cm}^3$  je 100 g Zement. Diesen Vorgang nennt man chemisches Schrumpfen.



*Carbonatisierungsschwinden:*

Durch Einwirkung von Kohlendioxyd ( $\text{CO}_2$ ) entstehen aus dem bei der Hydratation entstandenen Calciumhydroxid ( $\text{Ca(OH)}_2$ ) mit der Zeit Calciumcarbonat ( $\text{CaCO}_3$ ) und Wasser ( $\text{H}_2\text{O}$ ). Dieser Vorgang wird als Carbonatisierung des Zementsteins bezeichnet. Die hierdurch verursachte Freisetzung von zuvor molekular gebundenem Wasser führt zu einer Volumenminderung, dem sogenannten Carbonatisierungsschwinden.

### *Trocknungsschwinden:*

Eine Veränderung der Feuchtigkeitsverhältnisse führt im erhärteten Beton zu einer Volumenveränderung. Dieser als Trocknungsschwinden bezeichnete Vorgang hängt im baupraktisch relevanten Feuchtigkeitsbereich (zwischen 40% und 100% relativer Feuchte) zum größten Teil mit der Änderung des Spaltdrucks zwischen den Hydratationsprodukten zusammen.

Es bleibt festzustellen, dass das Trocknungsschwinden die dominierende Rolle bei den Schwindvorgängen im Festbeton spielt. Es hängt von der Geschwindigkeit des Austrocknens (Feuchteleitfähigkeit und Bauteilabmessungen), von den Umgebungsbedingungen und von der Betonzusammensetzung ab.

Die Zwangdehnungen, die infolge einer Feuchtigkeitsänderung des Betons entstehen (Trocknungsschwinden), werden im Folgenden als „hygrische“ Dehnungen bezeichnet.

### **4.2.2 Literaturüberblick**

Die feuchtigkeitsbedingten Volumenänderungen von Beton (Trocknungsschwinden) waren in der Vergangenheit und sind auch noch in der Gegenwart Gegenstand internationaler Forschungsaktivitäten. Die Schwerpunkte der vorhandenen Arbeiten lassen sich grob in zwei Gruppen gliedern:

Auf der einen Seite gibt es eine Reihe von Arbeiten, die sich mit den Ursachen und der Beschreibung des Schwindens auf Mikro- und Mesoebene beschäftigen [CEB199]. Hieraus ergeben sich wirklichkeitsnahe Modelle, die es ermöglichen, experimentell gewonnene Ergebnisse theoretisch und numerisch nachzuvollziehen. Diese Grundlagenforschung bringt zum Teil aufwändige Materialmodelle zur Beschreibung des Betonverhaltens hervor [Hof\_95]. Sie erfordern oftmals eine Vielzahl an Werkstoffparametern, was dem Einsatz solcher Modelle in der Praxis entgegensteht [Alv\_94].

Auf der anderen Seite steht das Bedürfnis der Praxis, die Folgen des Schwindens auf das Tragverhalten eines statischen Systems abzuschätzen. Die hierzu angewendeten, klassischen Ingenieurmodelle des Schwindens [Leo\_86] [Neu\_00] gehen von einem konstanten Verlauf der Schwinddehnungen über den Querschnitt aus. Diese sehr starke Vereinfachung der Wirklichkeit führt jedoch bei einer Vielzahl von Problemen zu keinen befriedigenden Lösungen. So können hiermit z.B. keinerlei Aussagen über Schwindeigenspannungen gemacht werden. Unterliegt ein Querschnitt keinen konstanten Umgebungsbedingungen, wie es z.B. bei einer

Bodenplatte der Fall ist (trockener Kellerraum oben, feuchter Boden unten), so versagen diese Modelle ebenfalls [Alv\_94].

### **4.2.3 Offene Fragen**

Tragwerke aus Stahlbeton unterliegen während ihrer Nutzungsdauer komplexen Beanspruchungen. Das Trocknungsschwinden als Teil dieser Beanspruchung ruft im Querschnitt Zwang- oder Eigenspannungen hervor, welche zu Rissen führen können. Die Risse beeinflussen das Tragverhalten des Systems bezüglich anderer, statischer und/oder dynamischer Lasten. Des Weiteren kann das Trocknungsschwinden nicht systemunabhängig betrachtet werden. Vorhandene Risse in einem Tragwerk beschleunigen das Austrocknen des Betons, wodurch wiederum das Trocknungsschwinden verstärkt wird [Gra\_00] [Ulm\_99].

Die hygrischen Prozesse in Wechselwirkung mit den anderen mechanischen Beanspruchungen sollen im Rahmen eines physikalisch und geometrisch nicht-linearen Finite Elemente-Konzepts zu einer universell einsetzbaren Formulierung aufbereitet werden. Diese kann in der Folge sowohl auf einfache Stabtragwerke als auch auf komplexe Schalenträgerwerke angewendet werden.

Durch die Absicherung des Modells anhand experimenteller Daten gelingt es hierbei, die hygrische Beanspruchung physikalisch fundiert mit dem aktuellen Risszustand eines Tragwerks zu koppeln [Baz\_87] und so die vielfältigen Wechselwirkungen der einzelnen Beanspruchungen und die Veränderung des Tragverhaltens der Struktur numerisch zu simulieren.

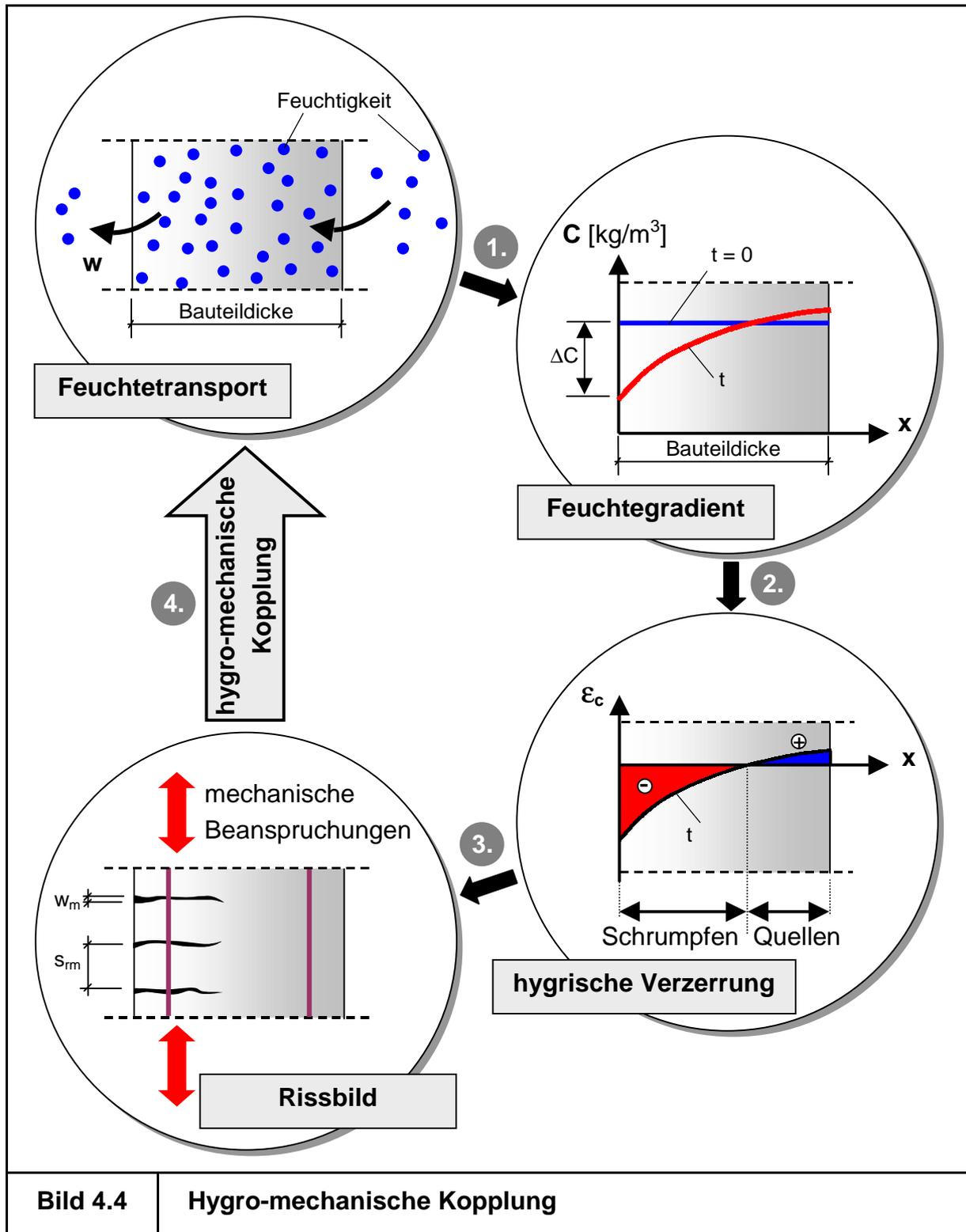
## **4.3 Beschreibung des applizierten Modells**

### **4.3.1 Modellvorstellung und Vorgehensweise**

Die Berechnung der hygrischen Beanspruchungen im Rahmen eines FE-Modells gliedert sich in vier Teilschritte [Bild 4.4]:

*1. Schritt: Berechnung der Feuchtigkeitsverteilung zum Zeitpunkt t: Feuchtegradient*

Der Feuchtetransport im Beton lässt sich mit Hilfe der nichtlinearen Diffusionstheorie bestimmen. Diese beschreibt den Wassertransport ( $w$  = Feuchtestrom) als integrale Größe und liefert bei Anwendung auf ein reales Bauteil die Feuchtigkeitsverteilung zu einem beliebigen Zeitpunkt  $t$  ( $C$  = Feuchtegehalt).



**Bild 4.4** | **Hygro-mechanische Kopplung**

## 2. Schritt: Ermittlung der hygrischen Verzerrungen

Durch vereinfachende Annahmen gelingt es, aus den Feuchtigkeitsgradienten Zwangdehnungen („hygrische Verzerrungen“) im Beton zu ermitteln. Diese können zu resultierenden Verzerrungen der Schwerachse (Längsdehnung  $\epsilon^N$ , Krümmung  $\kappa$ ) zusammengefasst und über äquivalente Temperaturbelastungen aufgebracht werden (die Eigenspannungsanteile werden vernachlässigt).

### 3. Schritt: Berechnung des Rissbildes

Kann der Querschnitt den entstehenden hygrischen Verzerrungen (z.B. Stauchungen im Schrumpfungsbereich) nicht zwangungsfrei folgen, so entstehen im Material Zwangspannungen, die sich mit den Spannungen im Werkstoff infolge anderer Belastungen überlagern.

Erreichen die Betonspannungen die Zugfestigkeit, so entstehen Risse. Dieses Rissbild ist durch den mittleren Rissabstand  $s_{rm}$  und die mittlere Rissbreite  $w_m$  charakterisiert.

### 4. Schritt: Hygro-mechanische Kopplung

Ein vorhandenes Rissbild, egal ob es infolge beliebiger mechanischer Lasten oder aus der hygrischen Beanspruchung selbst entstanden ist, beeinflusst das Trocknungsverhalten des Querschnittes. Folglich kann der eben beschriebene Trocknungsprozess nicht unabhängig vom Tragwerk und dessen Lasthistorie betrachtet werden.

In diesem Zusammenhang sind unter dem Begriff der Lasthistorie die örtlichen und zeitlichen Veränderungen des Lastkollektivs bezüglich Intensität und Richtung zu verstehen.

#### 4.3.2 Annahmen und Einschränkungen

Auf Grund des praktischen Anwendungsbezugs und zur Reduktion des numerischen Aufwands können im Vorfeld einige vereinfachende Annahmen getroffen werden:

- Wegen der Geometrie der zu untersuchenden Tragwerke (die Dicke ist im Vergleich zu den anderen Ausdehnungen gering) kann von einem eindimensionalen Feuchtigkeitstransport ausgegangen werden.
- Da Temperaturgradienten viel schneller als Feuchtegradienten stationäre Endzustände im Beton erreichen, werden die Temperaturfelder bei der Berechnung des Wassertransportes als stationär angenommen.
- Einen Einfluss des Spannungszustandes im Beton auf den Feuchtigkeitstransport wird nicht berücksichtigt, da er einerseits vernachlässigbar klein ist und es andererseits noch keine experimentell abgesicherten Erkenntnisse für beliebige Spannungszustände und Betonqualitäten gibt.

- Die Veränderung der Werkstoffeigenschaften durch die Feuchtigkeitsänderung, wie z.B. die Betondruckfestigkeit oder das E-Modul, bleibt ebenfalls unberücksichtigt.

Weiterhin bestehen noch Einschränkungen bezüglich der Qualität des verwendeten Betons (w/z-Wert) und der möglichen Umgebungsbedingungen (relative Luftfeuchte  $\varphi > 40\%$ ). Hierauf wird an späterer Stelle noch genauer eingegangen.

#### **4.4 Nichtlineare Diffusionstheorie**

Stehen Medien mit unterschiedlicher Feuchtigkeit miteinander in Kontakt, so führt dies zu einem thermodynamischen Ungleichgewicht. Um das thermodynamische Gleichgewicht wieder herzustellen, kommt es zu einem Feuchtetransport, der zum Ausgleich der Unterschiede führt.

Junger Beton besitzt herstellungsbedingt einen hohen Feuchtegehalt. Durch den Kontakt mit der Umgebung (Luft, Wasser, Boden, ...) kommt es zu den beschriebenen Transportvorgängen, die wegen der sehr geringen Feuchteleitfähigkeit des Betons erst nach Jahren zu einem thermodynamischen Gleichgewichtszustand führen [Gra\_00].

Im Sinne einer makroskopischen Betrachtungsweise werden alle denkbaren Transportmechanismen im Beton näherungsweise durch die nichtlineare Diffusionstheorie beschrieben. Sie berücksichtigt die Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten  $D$  von verschiedenen, veränderlichen Modellparametern, wie z.B. der aktuellen Feuchte, des Risszustandes und der Temperatur. Diese Vorgehensweise wurde bereits bei der diffusionstechnischen Untersuchung von Industriefußböden erfolgreich eingesetzt [Alv\_94].

##### **4.4.1 Differentialgleichungssystem**

Ein Feuchtigkeitsunterschied hat einen Feuchtfluss zur Folge. Die treibende Kraft ist der Gradient des verdunstungsfähigen Wassergehaltes  $C$  [Bild 4.5]. Hierbei gibt  $D$  den isotropen Diffusionskoeffizienten und  $w$  den Feuchtigkeitsfluss durch eine infinitesimale Fläche  $dA$  (senkrecht zum Normalenvektor  $n$ ) auf der Oberfläche des Körpers an (Gl 4.1 bis 4.3).

**3D-Kontinuum:**

innerhalb  $\Omega$

$$\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} = - \operatorname{div} \mathbf{w} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{w} = - D \cdot \operatorname{grad} \mathbf{C} \quad (4.2)$$

Übergang  $\Omega$ -Umgebung

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{n} = \lambda \cdot (C - C_{\infty}) \quad (4.3)$$

**eindimensionale Betrachtung:**

innerhalb  $\Omega$ :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \frac{\partial C}{\partial x} \left( w - \frac{\partial D}{\partial x} \right) \quad (4.4)$$

$$w = - D \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \quad (4.5)$$

Übergang  $\Omega$ -Umgebung:

$$w = \lambda \cdot (C - C_{\infty}) \quad (4.6)$$

t: Zeit in [s]  
 D: Isotroper Diffusionskoeffizient in [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]  
 C: Verdunstungsfähiger Wassergehalt im Beton in [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]  
 $C_{\infty}$ : Gleichgewichtsfeuchte zur Zeit  $t = \infty$  in [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]  
 w: Flüssigkeitsfluss pro Flächeneinheit in [ $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ]

**Bild 4.5**      **Nichtlineare Diffusionstheorie**

Durch die Einschränkung der Anwendung bei Stahlbeton-Flächentragwerken, können folgende Vereinbarungen getroffen werden:

- Der Transport der Feuchte erfolgt lediglich in Richtung der Schalennormalen.
- Die Transportvorgänge tangential zur Schalenmittelfläche werden vernachlässigt.

Hierdurch bietet sich die Möglichkeit, die Gleichungen für einen eindimensionalen Feuchtetransport zu vereinfachen. Anhand dieser Annahmen ergibt sich die Feldgleichung (Gl 4.1) zu (Gl 4.4). Die Rand- bzw. Übergangsbedingung (Gl 4.3), die den Bezug des Körpers  $\Omega$  mit der Umgebung herstellt, vereinfacht sich zu (Gl 4.6).

#### 4.4.2 Der isotrope Diffusionskoeffizient D

Die Nichtlinearität des betrachteten Gleichungssystems besteht in der Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten D in der Feldgleichung (Gl 4.3) und des Übergangskoeffizienten  $\lambda$  in den Randbedingungen (Gl 4.6) vom aktuellen Feuchtegehalt C. Außerdem existiert eine Kopplung des Diffusionskoeffizienten D mit den mechanischen Größen Rissbreite und Rissabstand.

Der isotrope Diffusionskoeffizient D lässt sich wie folgt angeben [Ulm\_99]:

$$D(C, T, w, s_r) = \left[ a_0 \cdot \frac{T}{T_0} \cdot e^{\left[ U \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right]} \right] \cdot \left( 1 + k_c \cdot \frac{w_m^3}{s_m} \right) \cdot e^{b \cdot C}, \quad (4.7)$$

mit den Konstanten [Ulm\_99]:

$T_0$  (absolute) Referenztemperatur in [K],

$$T_0 = 293\text{K},$$

U Proportionalitätsfaktor in [K],

$$U = 4700\text{K},$$

$k_c$  Proportionalitätsfaktor in [ $\text{mm}^{-2}$ ],

$$k_c = 10^5 \text{mm}^{-2},$$

b Exponentenkonstante in [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ],

$$b = 0,05 \text{m}^3/\text{kg}.$$

Als weitere Eingangsparameter werden folgende Werte benötigt:

T aktuelle Temperatur (absolut) in [K].

Diese kann während des simulierten Zeitraums, z.B. infolge jahreszeitlich bedingter Schwankungen, variieren und fließt in ihrer jeweils aktuellen Größe in die Berechnung ein.

C aktueller Feuchtigkeitsgehalt in [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ].

In verschiedenen Feuchtigkeitsregionen kommen beim Werkstoff Beton die einzelnen Transportmechanismen unterschiedlich stark zum Tragen. Das hat in

makroskopischer Hinsicht zur Folge, dass ein trockener Beton schlechter Feuchte transportiert als ein feuchter Beton. Um eine Aufspaltung des gesamten Wassertransportes zu umgehen, erfolgt im Rahmen der nichtlinearen Diffusionstheorie die Kopplung des isotropen Diffusionskoeffizienten  $D$  an die aktuelle Feuchte des Betons. Ohne diese grundlegende Annahme ist es nach Angaben aus der Literatur ([Baz\_87] [McD\_93]) nicht möglich, den Feuchtetransport in porösen Medien zufriedenstellend darzustellen.

$a_0$  betonabhängiger Referenz-Diffusionskoeffizient bei 20°C in [m<sup>2</sup>/s].

Dieser kann mit Hilfe von Indexversuchen an Betonproben ermittelt werden. In der Literatur ([Alv\_94] [Gra\_94] [Nya\_81]) finden sich experimentelle Untersuchungen, um im Vorfeld diese Größe hinreichend genau abzuschätzen:

$$a_0 \in [1; 5] \cdot 10^{-13} \text{ m}^2/\text{s} \quad \text{für} \quad \frac{w}{z} \in [0,4; 0,5].$$

Bei höheren Wasser-Zement-Werten steigt der Diffusionskoeffizient  $a_0$  wegen der dadurch höheren Porosität um eine Zehnerpotenz. Bei geringeren  $w/z$ -Werten und durch die Zugabe Microsilica hingegen kann der  $a_0$ -Wert um eine Zehnerpotenz reduziert werden.

$w_m$  mittlere Rissbreite in [mm].

$s_m$  mittlerer Rissabstand in [mm].

Bazant [Baz\_87] gibt Hinweise, wie der Einfluss der Rissbreite und des Rissabstandes bei der nichtlinearen Diffusionsberechnung berücksichtigt werden kann. Hierbei spielt die Rissbreite  $w_m$  im Vergleich zum Rissabstand  $s_m$  die dominierende Rolle. In diesem Zusammenhang sei auf Kap. 4.6.2 verwiesen.

#### 4.4.3 Der Übergangskoeffizient $\lambda$

Der Übergangskoeffizient  $\lambda$  wird entscheidend vom Verhältnis der Feuchtigkeit in der Randfaser des Körpers zur Umgebung bestimmt. Erreicht die Randfaser den Feuchtigkeitsgehalt  $C_\infty$ , so steht sie mit ihrer Umgebung im thermodynamischen Gleichgewicht. Damit kommt der Feuchtigkeitsaustausch mit der Umgebung zum Erliegen:

$$\lambda(C) = (1 - \varphi_{\text{ext}}) \cdot \lambda_0 \cdot \left[ 1 + \frac{C_s - C}{C_s - C_\infty} \right], \quad (4.8)$$

$\varphi_{\text{ext}}$  relative Feuchtigkeit der Umgebung in [-],

$\lambda_0$  Referenz-Übergangskoeffizient in [m/s],

$\lambda_0 \in [3; 4] \cdot 10^{-7}$  m/s für unbelüftete Oberflächen,

$\lambda_0 \in [5; 6] \cdot 10^{-7}$  m/s für belüftete Oberflächen,

C aktueller Feuchtigkeitsgehalt der Randfaser in [kg/m<sup>3</sup>],

$C_s$  Feuchtigkeitsgehalt des Betons bei Sättigung in [kg/m<sup>3</sup>] nach (Gl 4.11),

$C_\infty$  Feuchtigkeitsgehalt des Betons bei Erreichen des thermodynamischen Gleichgewichts in [kg/m<sup>3</sup>] nach (Gl 4.10).

#### 4.4.4 Rand- und Grenzwerte

Die Ausgangs- und Randbedingungen können je nach verwendetem Beton stark variieren. Granger [Gra\_96] und Ulm [Ulm\_99] geben in ihren Ausarbeitungen einfache Formeln an, mit deren Hilfe sich aus der Betonrezeptur die Ausgangs- und Grenzfeuchten berechnen lassen.

Der verdunstungsfähige Wassergehalt  $C_0$  ist zur Zeit  $t = 0$  die Differenz zwischen der gesamten, dem Frischbeton zugeführten Wassermenge und dem chemisch gebundenen Wasser (Gl 4.9):

$$C_0 = z \cdot \left( \frac{w}{z} - k \cdot \alpha_\infty \right), \quad (4.9)$$

z Zementgehalt pro m<sup>3</sup> Beton in [kg/m<sup>3</sup>],

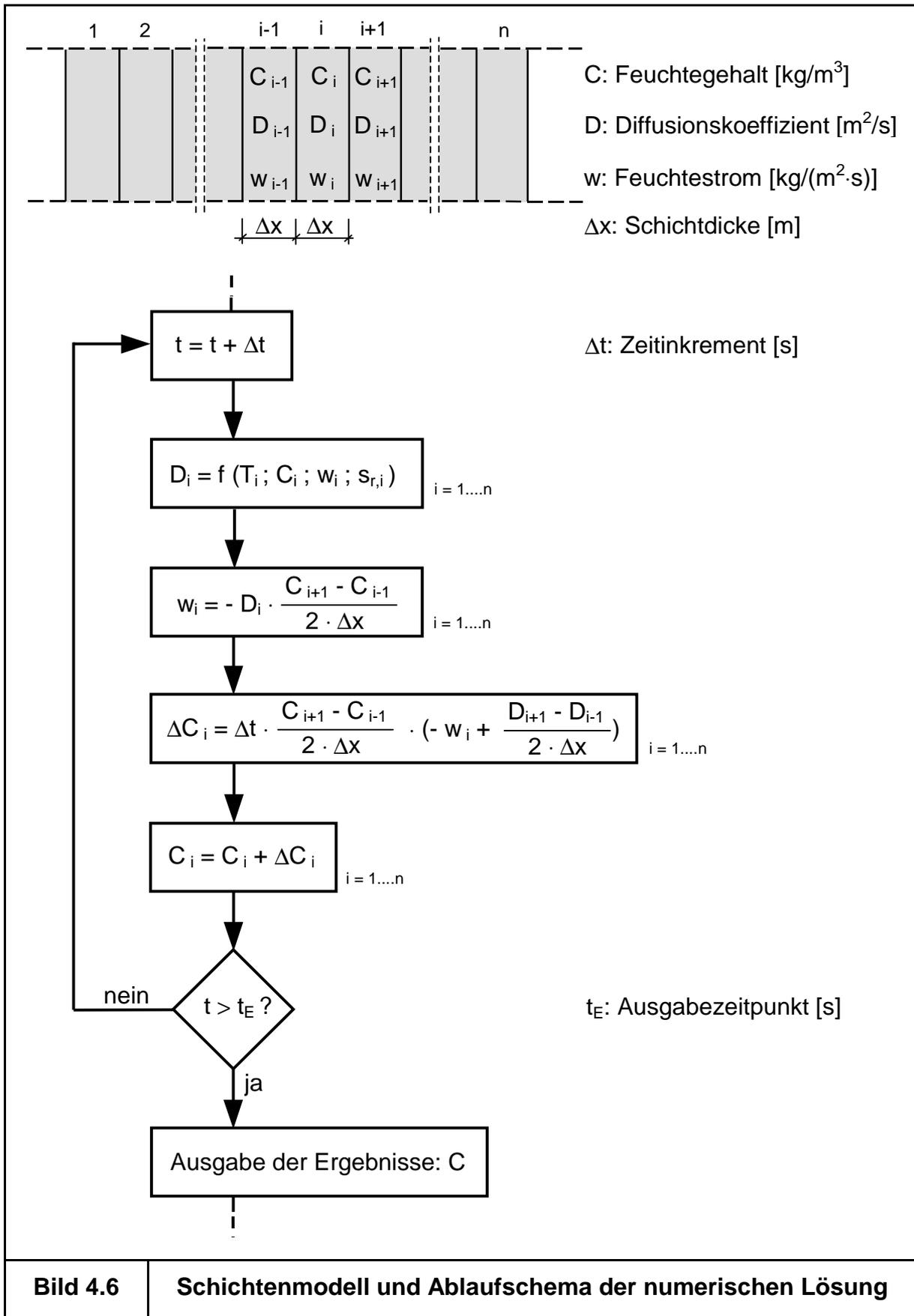
w/z Wasser-Zement-Wert [-],

k Bogue-Konstante – sie gibt den Hydratations-Wasserbedarf des Zementes an  
 $k \in [0,19; 0,23]$ ,

$\alpha_\infty$  Hydratationsgrad des Zements,

$\alpha_\infty \in [0,95; 1,0]$  für Normalbeton,

$\alpha_\infty \in [0,8; 0,9]$  für hochfesten Beton.



Ist eine Betonprobe einer konstanten Umgebungsfeuchte  $\varphi_{\text{ext}}$  ausgesetzt, so herrscht darin zur Zeit  $t = \infty$  die Gleichgewichtsfeuchte  $C_{\infty}$ . In diesem Zustand befindet sich der Beton im thermodynamischen Gleichgewicht:

$$C_{\infty} \approx C_s \cdot \left[ 1 - 1,2 \cdot \frac{W}{Z} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \varphi_{\text{ext}})} \right]. \quad (4.10)$$

Als obere Grenze dient hierbei die Sättigungsfeuchte  $C_s$ , welche unter Annahme einer vollständig gesättigten Umgebung (100% relative Feuchte) ermittelt wird (Gl 4.11):

$$C_s \approx C_0 \cdot \left[ 1,5 - \frac{W}{Z} \right] \geq C_0. \quad (4.11)$$

#### 4.4.5 Numerischer Lösungsalgorithmus

Durch die Unterteilung des Körpers  $\Omega$  in  $n$  diskrete Schichten der Länge  $\Delta x$  und die Einführung endlicher Zeitintervalle  $\Delta t$  lässt sich das Differentialgleichungssystem (Gl. 4.4 bis 4.6) algebraisieren. Hierzu werden die Ableitungen nach der Koordinaten  $x$  durch Differenzensterne ersetzt. Die Integration über die Zeit kann im Anschluss numerisch für hinreichend kleine Zeitinkremente  $\Delta t$  ( $\Delta t \in [1\text{h}; 1\text{d}]$ ) erfolgen [Bild 4.6].

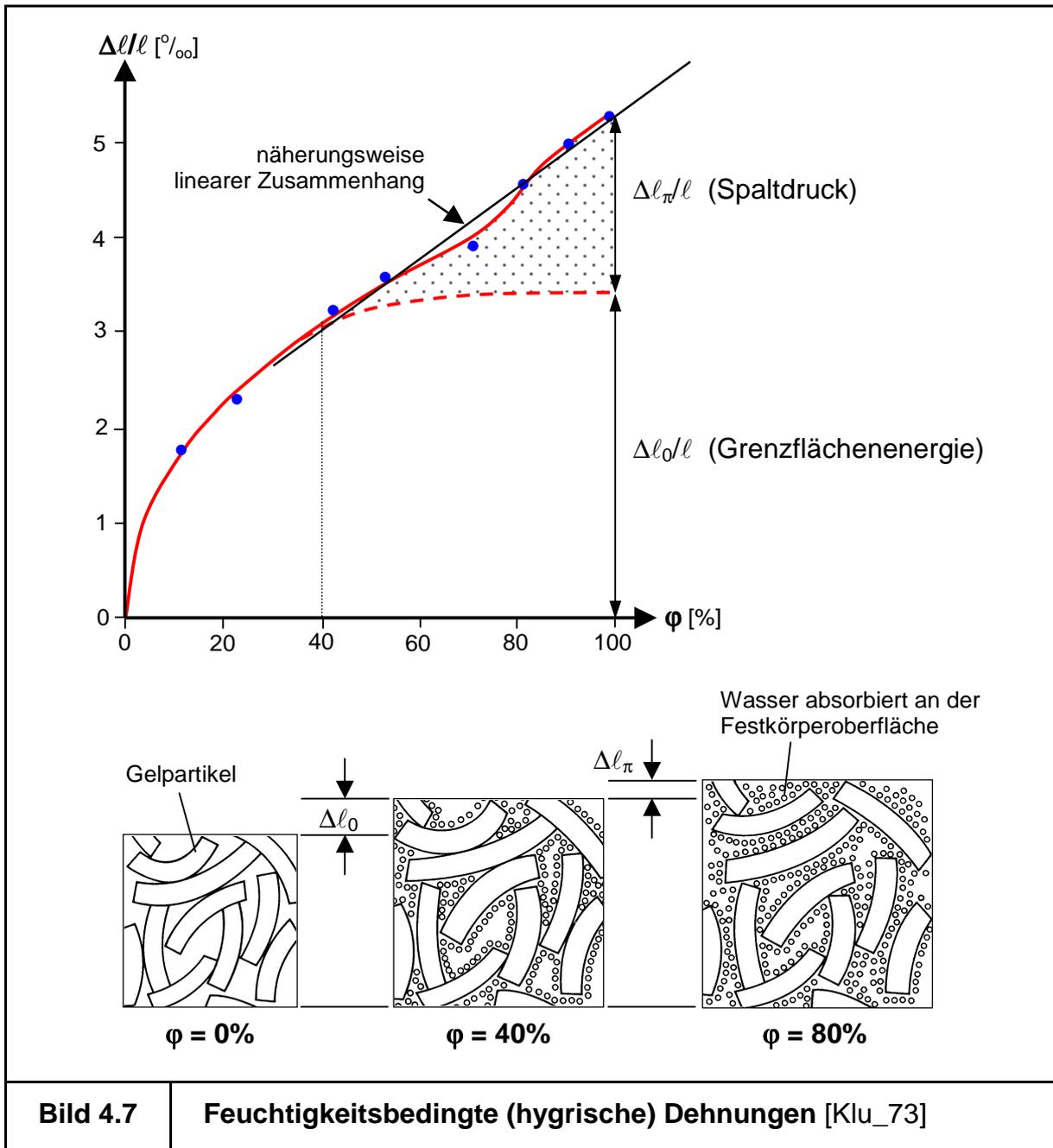
So lassen sich die Feuchteverteilungen innerhalb eines Betonquerschnitts zu beliebigen Zeitpunkten sowohl qualitativ als auch quantitativ bestimmen.

### 4.5 Hygrische Dehnungen

#### 4.5.1 Physikalische Vorstellung

Treten im erhärteten Beton Volumenänderungen auf, so werden diese in der Regel vom Zementstein verursacht [Fle\_92] [Wit\_77].

In wassergesättigtem Beton sind die (im Vergleich zu den Karpillarporen sehr feinen) Gelporen im Zementstein mit Feuchtigkeit gefüllt. Dieses Wasser ist in den Gelporen durch die Oberflächenkräfte je nach Abstand zur Oberfläche der Gelpartikel unterschiedlich stark gebunden.



Durch Wasserentzug bis etwa 40% relativer Materialfeuchte reduziert sich die Dicke des Wasserfilms zwischen den Gelpartikeln und der Spaltdruck des Oberflächenwassers sinkt. Dadurch rücken die Feststoffpartikel näher zusammen. In diesem Feuchtebereich (40% bis 100% relative Materialfeuchte) sind die hierdurch verursachten Volumenänderungen ( $\Delta l_\pi/l$ ) näherungsweise vollständig reversibel und proportional zur Änderung der relativen Materialfeuchtigkeit [Bild 4.7].

Wird die relative Materialfeuchte von 40% unterschritten, so wird die Änderung der Grenzflächenenergie (Van der Waals-Kräfte) für die Verformung maßgebend. Dabei nehmen die Van der Waals-Kräfte mit fortschreitendem Wasserentzug zu, was zu einem Schwinden ( $\Delta l_0/l$ ) des Betons führt. Weiterhin entstehen in diesem

Feuchtigkeitsbereich neue Kontaktstellen zwischen den Gelpartikeln. Die hieraus resultierenden Bindungen unter den Gelpartikeln können bei einer Wiederbe- feuchtung nicht mehr vollkommen aufgebrochen werden. Dies führt dazu, dass Schwinddehnungen bei einer Austrocknung unter 40% relativer Materialfeuchte nicht mehr vollständig reversibel sind.

In baupraktischen Fällen liegen die vorkommenden Umgebungsfeuchten in der Regel oberhalb von 40% relativer Feuchte. Deshalb kann man die feuchtebedingten Dehnungen des Betons in guter Näherung proportional zu der Feuchtigkeitsänderung approximieren [Bild 4.7].

#### 4.5.2 Ermittlung der hygrischen Dehnungen

Zur Abschätzung der hygrischen Dehnungen lässt sich auf die experimentell be- stätigte Proportionalität zwischen der Feuchtigkeitsänderung und der beobachteten Volumenänderung zurückgreifen:

$$\Delta\varepsilon \sim \Delta C. \quad (4.12a)$$

Im Bereich zwischen 40% und 100% relativer Materialfeuchte ist eine Verknüpfung der Dehnung  $\Delta\varepsilon$  durch einen konstanten Proportionalitätsfaktor  $\kappa_C$  mit der Feuchtig- keitsänderung  $\Delta C$  möglich:

$$\Delta\varepsilon = \kappa_C \cdot \Delta C. \quad (4.12b)$$

Diese Beziehung (Gl 4.12b) stellt sowohl für eine Feuchtigkeitszunahme als auch für eine -abnahme eine einfache Möglichkeit dar, hygrische Dehnungen in Beton- bauteilen zu approximieren.

Die Nachrechnung einiger experimenteller Untersuchungen bestätigen Angaben aus der Literatur, denen zufolge der Proportionalitätsfaktor  $\kappa_C$  sich innerhalb des betrachteten Anwendungsbereiches (von 40% bis 100% relative Materialfeuchte) näherungsweise zu einer Konstanten ergibt. Die Konstante (ähnlich der Temperatur- dehnzahl) streut in relativ engen Grenzen:

$$\kappa_C \in [1,2 ; 1,6] \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Es sei darauf hingewiesen, dass auch zukünftig noch umfangreiche Forschungen erforderlich sind, um die grundlegenden Zusammenhänge genauer quantitativ zu

ergründen. Hierbei liegt die Problematik vor allem in der experimentellen Bestimmung der Materialparameter. Diese können oft nicht direkt gemessen werden und müssen aufwändig mit Hilfe numerischer Simulationsverfahren aus den primären Versuchsergebnissen zurückgerechnet werden.

#### **4.6 Verifikation des Modells**

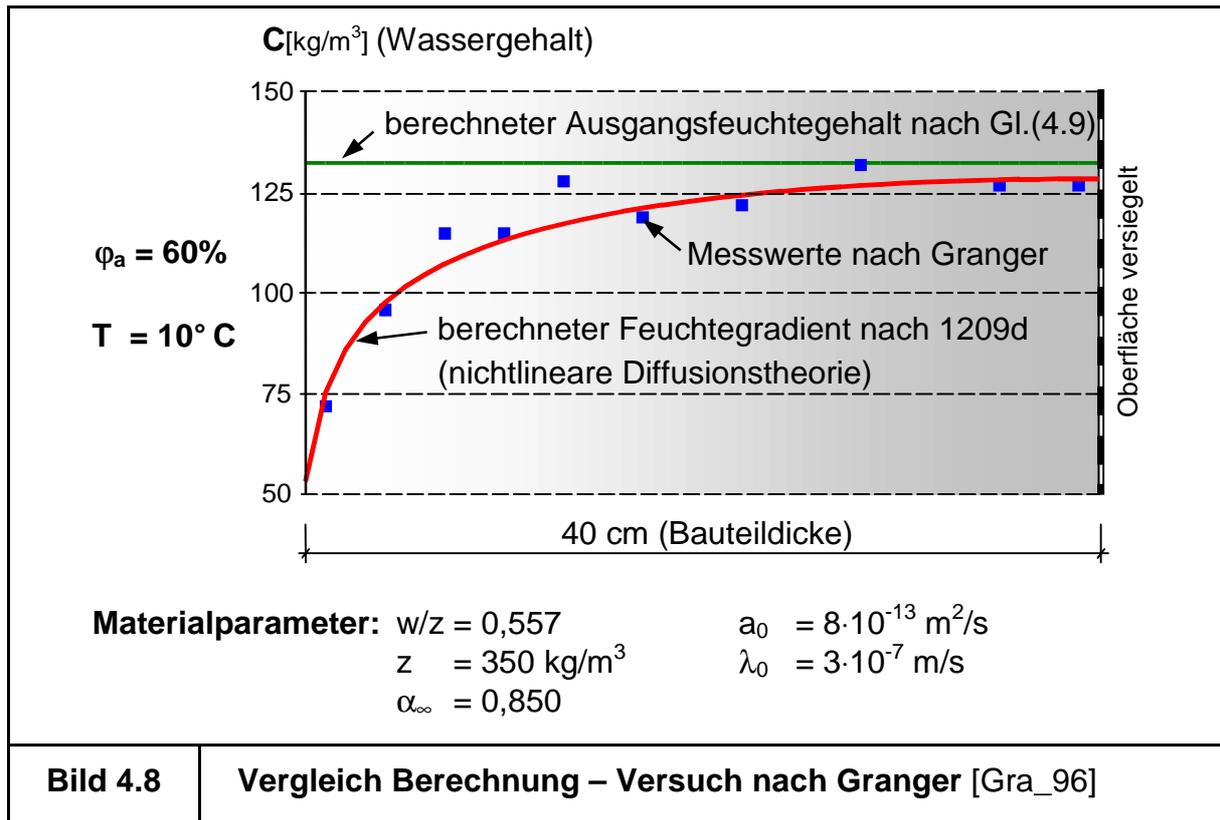
Um die Leistungsfähigkeit des eingesetzten Verfahrens zu demonstrieren, werden im Folgenden drei Versuche nachgerechnet. Sie sollen belegen, dass es mit dem beschriebenen Modell gelingt, hygri-sche Schwind- und Quellprozesse qualitativ und quantitativ richtig wiederzugeben [Gre\_01] [Rot\_01].

In einem ersten Versuch wird hierzu ein gemessener Feuchtigkeitsgradient in einem Betonbauteil nachgerechnet. Anschließend erfolgt bei einem zweiten Versuch die Verifikation der hygro-mechanischen Kopplung. Hier wurde experimentell das Trocknungsverhalten gerissener und ungerissener Stahlbetonkörper verglichen. Im dritten Versuch werden letztlich gemessene, hygri-sche Verformungen an Betonzy-lindern unter Verwendung der vorgestellten Vorgehensweise nachgerechnet.

##### **4.6.1 Gemessene Feuchteverteilung von Granger**

Im Auftrag des französischen Energie-Versorgungs-Unternehmens EdF („Electricité de France“) wurden viele französische Kernkraftwerke systematisch untersucht. Die Untersuchungen, die in den LCPC („Laboratoire Central des Ponts et Chaussées“) durchgeführt wurden, befassen sich mit dem Langzeit- und Feuchteverhalten des beim Bau der Kraftwerke eingesetzten Betons. Grund der Untersuchungen waren besorgniserregende Risse an Stahlbetonkuppeln in Kernkraftwerken [Gra\_96].

Vor diesem Hintergrund wurden verschiedene Betonarten vor Ort und in Laborversuchen feuchtetechnisch untersucht, wobei u.a. bei einem 40 cm dicken Betonkörper nach 1209 Tagen der Laborlagerung die Feuchtigkeitsverteilung gemessen wurde. Der Probekörper wurde aus dem Beton des Kraftwerkes „Civaux“ gegossen und unter Laborbedingungen bei etwa 60% relativer Luftfeuchte gelagert. Hierbei konnte der Beton lediglich über eine Seitenfläche Feuchtigkeit abgeben.



Zur Bestätigung des vorgestellten Rechenmodells wird der Versuch im Rahmen dieser Ausarbeitung nachgerechnet. Die verwendeten Eingangsgrößen und Materialparameter sind in Bild 4.8 angegeben.

Der Vergleich der berechneten und der gemessenen Feuchtigkeitsverteilung zeigt eine gute Übereinstimmung. Sowohl die absoluten Werte der Materialfeuchte  $C$  als auch die Verteilung über den Querschnitt können mit Hilfe der nichtlinearen Diffusionstheorie sehr gut abgebildet werden.

#### 4.6.2 Versuch von Bazant/Sener/Kim

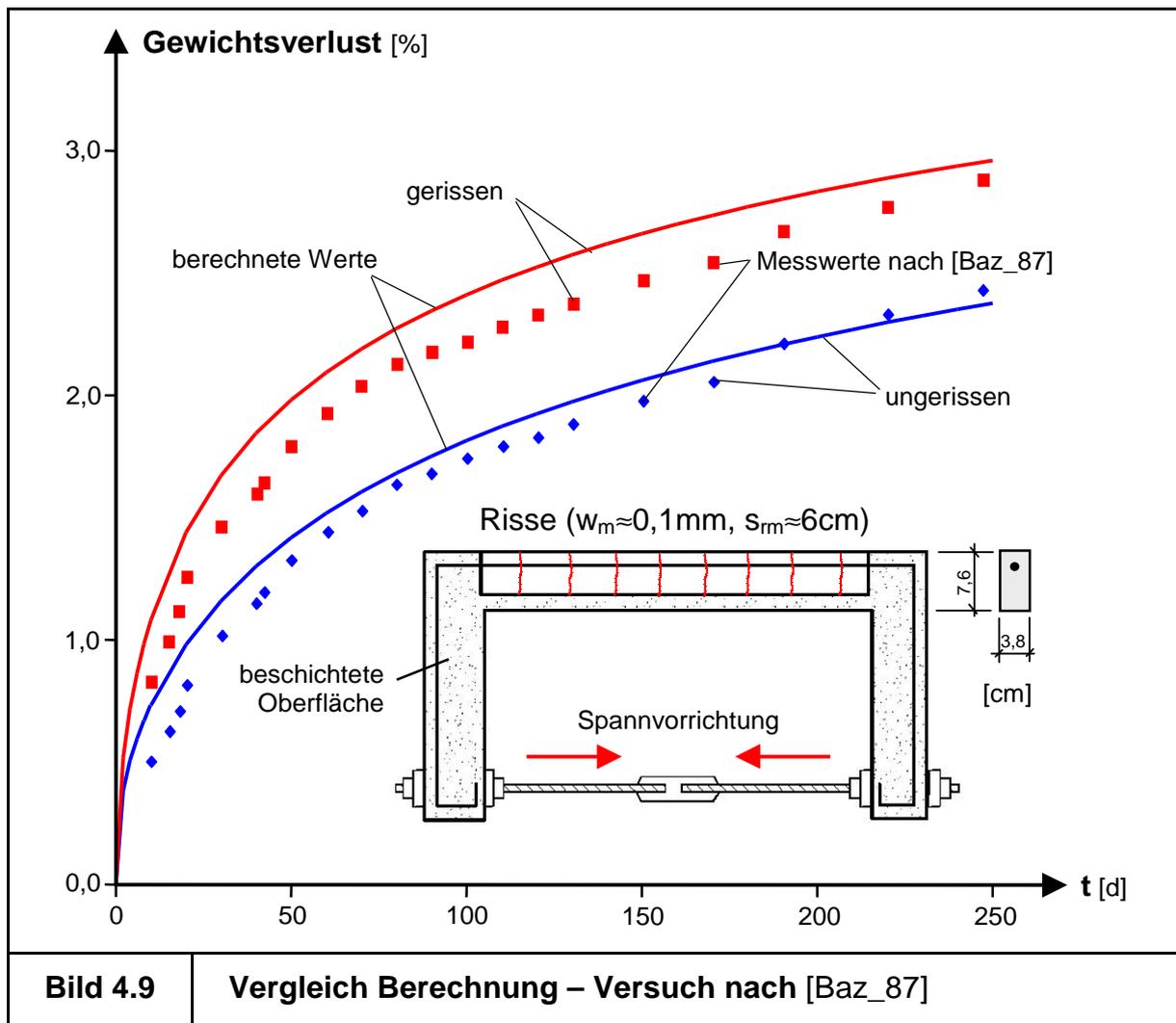
In diesem Versuch sollte der Einfluss des Rissbildes auf den Feuchtigkeitstransport im Beton untersucht werden [Bild 4.9]. Hierzu wurden U-förmige Probekörper hergestellt und der durch das Trocknen verursachte Gewichtsverlust mit Hilfe exakter Wägungen aufgezeichnet. Ein Großteil der Versuchskörperoberfläche wurde wasserdicht versiegelt, so dass sie lediglich über einen klar abgegrenzten Bereich äußeren Einflüssen ausgesetzt waren [Baz\_87].

Durch eine Spannvorrichtung wurde in einigen Körpern ein Rissbild im unbeschichteten Bereich erzeugt. Hierbei waren die Querschnitte und die

Bewehrungsmengen so gewählt, dass sich ein mittlerer Rissabstand von etwa 6 cm und eine mittlere Rissbreite von 0,1 mm einstellte. Um den Einfluss des Rissbildes auf das Trocknungsverhalten darzustellen, wurden im Versuch die Gewichtsreduktion der gerissenen und der ungerissenen Probekörper gegenüber gestellt.

Es zeigt sich deutlich die Verstärkung des Austrocknungsprozesses, was durch die vorhandenen Risse hervorgerufen wurde. Durch die Erhöhung des Diffusionskoeffizienten  $D$  verläuft der gesamte Feuchtigkeitstransport schneller. Dies äußert sich letztlich in einem größeren Gewichtsverlust.

Die gemessenen Ergebnisse wiederum lassen sich sehr gut unter Anwendung der nichtlinearen Diffusionstheorie nachvollziehen. Sowohl der errechnete qualitative Verlauf über die Zeit  $t$  als auch die quantitative Gewichtsreduktion decken sich mit den gemessenen Ergebnissen.



In diesem Versuch wird die Auswirkung der Rissbildung auf den Feuchtigkeitstransport im Beton deutlich. Hierbei spielt es keine Rolle, ob die Risse durch die

hygrische Beanspruchung selbst oder durch andere mechanische Lasten verursacht werden.

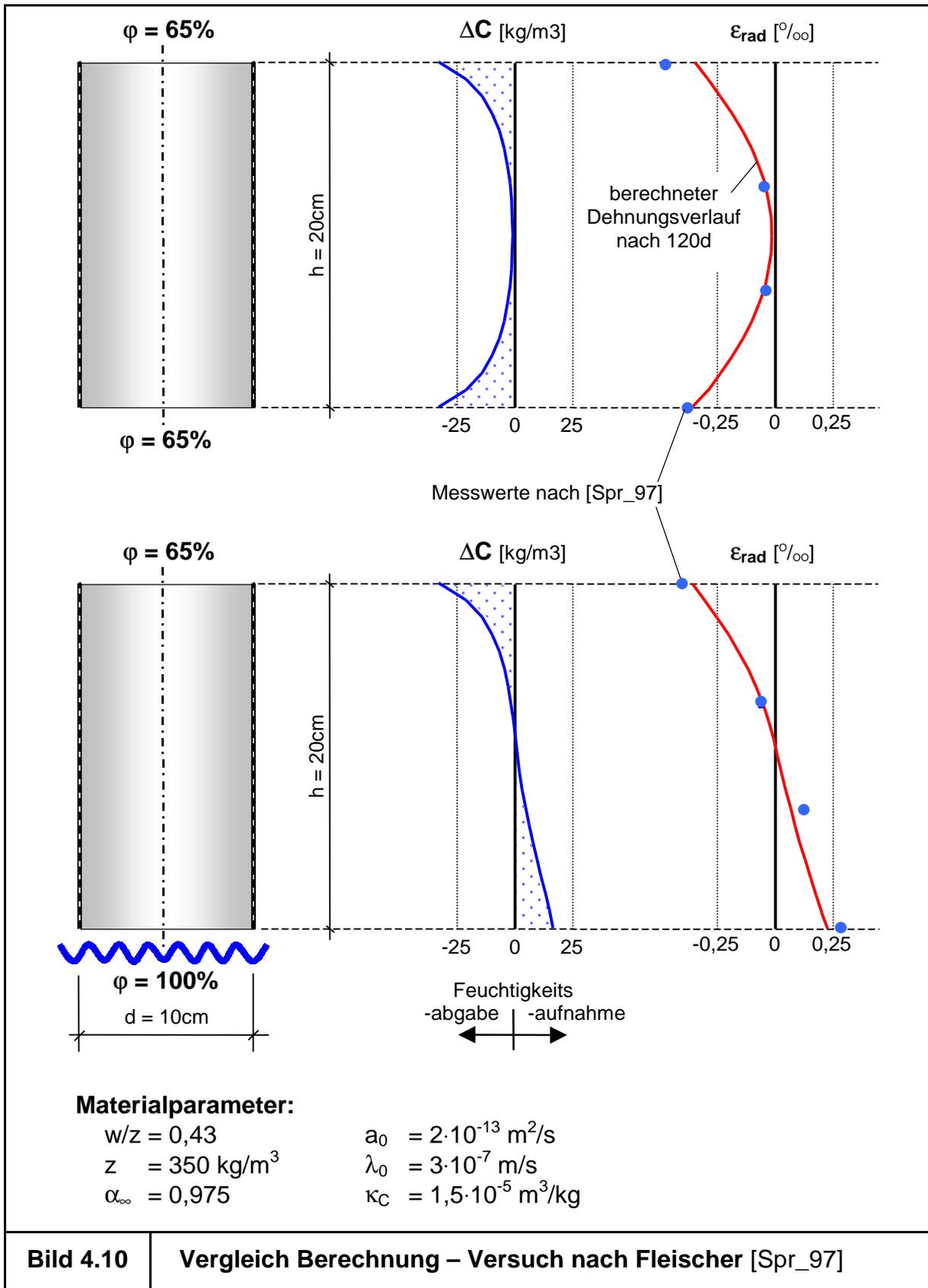
Hinsichtlich der Anwendung auf reale Tragwerke kann festgehalten werden, dass das Tragverhalten und somit das Rissbild den Trocknungsprozess beeinflusst. Das verstärkte Austrocknen gerissener Zonen führt zu größeren Feuchtedifferenzen, welche größere Zwangsdehnungen zur Folge haben. Auf diese Art werden gerissene Bereiche stärker beansprucht als ungerissene Bereiche. Hierdurch entstehen in diesen Zonen zusätzliche Risse und die bereits vorhandenen Risse werden vergrößert. Dieses Phänomen beeinflusst wiederum das Trocknungsverhalten, u.s.w. Durch die hygro-mechanische Kopplung erhalten die hygrischen Beanspruchungen nach dem Auftreten der ersten Risse eine Eigendynamik.

#### **4.6.3 Versuch von Fleischer**

Bei diesem Versuch handelt es sich um experimentelle Ergebnisse, die im Rahmen eines Forschungsprogramms des Bundesministeriums für Verkehr am Baustoffinstitut der TU München erzielt wurden. Hierbei wurde die Mantelfläche zweier Betonzylinder ( $H = 200 \text{ mm}$ ,  $D = 100 \text{ mm}$ ) abgedichtet, so dass sie lediglich über die beiden Stirnflächen äußeren Einflüssen ausgesetzt waren. Einer der beiden Zylinder wurde dem Laborklima ausgesetzt ( $T = 20 \text{ °C}$ ,  $\phi = 65 \%$ ) und konnte somit nach beiden Seiten hin austrocknen. Der zweite wurde mit seiner Unterseite auf eine feuchte Unterlage gestellt. Somit nahm dieser Probekörper auf der Unterseite Wasser auf. Die Oberseite war ebenfalls dem Laborklima ausgesetzt.

Während der Dauer des Versuches wurden an vier Stellen über die Zylinderhöhe (oben, unten und in den Drittelpunkten) die Veränderung des Zylinderdurchmessers aufgezeichnet. Hieraus ergeben sich aus dem Verhältnis mit der „Nullmessung“ ( $t = 0$ ) die radialen Dehnungen im Beton.

Die diffusionstechnische Berechnung ergab nach einer Zeit von 120 Tagen nichtlinear über die Zylinderhöhen verlaufende Feuchtegradienten. Der Zylinder im Wasserbad nahm dabei etwa bis in halber Höhe von unten Wasser auf.



Die aus diesem „Primärergebnis“ berechneten Dehnungsverteilungen über die Zylinderhöhe harmonieren sehr gut mit den Versuchsmessungen. Der Zylinder mit beidseitiger Luftlagerung erfährt in den Randbereichen größere Dehnungen als im

inneren Drittel. Dagegen stellt sich bei der einseitigen Wasserlagerung ein fast linearer Dehnungsverlauf über die Höhe ein. Der untere Bereich (Wasserbad) erfährt hierbei eine Volumenzunahme (Quellen) und der obere Bereich schwindet infolge der Austrocknung an der Luft. Hier kann deutlich die Relation zwischen der Veränderung des Feuchtegehaltes  $\Delta C$  und der hierdurch verursachten Verzerrung beobachtet werden.

#### **4.7 Zusammenfassung**

Bei Beton führt eine Änderung der Material-Feuchtigkeit zu einer Volumenänderung. Diese Volumenänderung ist näherungsweise proportional zur Feuchteänderung. Eine Austrocknung führt zu einer Volumenabnahme („Schrumpfen“); eine Befeuchtung zu einer Volumenzunahme („Quellen“). Im Folgenden werden diese Effekte als „hygrische“ Beanspruchungen bezeichnet.

Die Feuchtigkeitsverteilung innerhalb eines Stahlbetonquerschnitts ist mit Hilfe der nichtlinearen Diffusionstheorie berechenbar. Durch die Beschränkung auf eindimensionale Transportvorgänge und unter Ausschluss des Feuchtigkeitsbereiches unterhalb 40% relativer Materialfeuchte lassen sich die Zusammenhänge vereinfachen und somit numerisch berechnen.

Die Nichtlinearität des abgeleiteten Differentialgleichungssystems besteht in der Kopplung des Diffusionskoeffizienten  $D$  mit dem aktuellen Feuchtigkeitsgehalt und den mechanischen Größen Rissabstand und Rissbreite. Dies führt auf der einen Seite zu einer integralen, makroskopischen Beschreibung des Feuchtigkeitstransportes im Beton. Auf der anderen Seite trocknen gerissene Bereiche stärker aus als ungerissene, was zu einer stärkeren hygrischen Beanspruchung dieser Zonen führt. Durch diese hygro-mechanische Kopplung erfahren die hygrischen Beanspruchungen nach Entstehung des ersten Risses eine Eigendynamik.

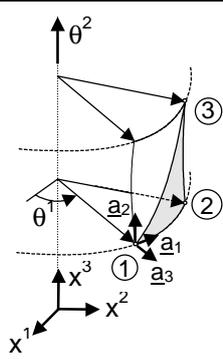
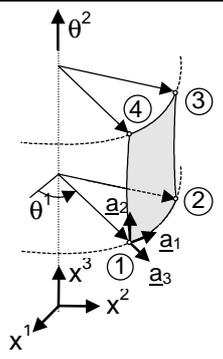
Die verwendete Modellierung des Trocknungsverhaltens und die Berechnung der daraus resultierenden hygrischen Dehnungen wurde anhand verschiedener, experimenteller Untersuchungen aus der Literatur verifiziert.

Durch die Einbettung in ein physikalisch und geometrisch nichtlineares FE-Modell eröffnet sich somit die Möglichkeit, beliebige Tragwerke unter hygrischer Beanspruchung (unter Erfassung möglicher Wechselwirkungen mit anderen mechanischen Lasten) geschlossen zu untersuchen.

## 5 Numerische Realisierung in einem Finite Element-Konzept

### 5.1 Die Elementfamilie ROSH

Bild 5.1 gibt eine Übersicht über die im FEMAS-Strukturprogramm STRGW3 [Wit\_01.1] [Wit\_01.2] enthaltene, physikalisch nichtlineare Schalenelementfamilie ROSH. Es handelt sich hierbei um reine Weggrößelemente.

					
<b>Elementname</b>	<b>ROSH 27</b>	<b>ROSH 36</b>	<b>ROSH 54</b>	<b>ROSH 48</b>	
<b>Polynome</b>	$u_\lambda$ $u_3$	kubisch quintisch	quintisch	kubisch	
<b>Freiheitsgrade je Element</b>	27	36	54	48	
<b>Flächenintegrationspunkte</b>	4 bis 25 Punkte			4 x 4 Punkte	
<b>Querschnittsintegration</b>	Schichtenmodell in jedem Integrationspunkt				
<b>nichtlineare Schalentheorien</b>	Donnell/Marguerre'sche Näherung Theorie mäßig großer/kleiner Rotationen				
<b>Bild 5.1</b>	<b>Schalenelementfamilie ROSH</b>				

Die Geschichte der ROSH-Elemente reicht bis zum Beginn der 80er Jahre zurück. Unter dem Namen NACS (Nonlinear Arbitrarily Curved Shell Elements) entwickelte Harte [Har\_82] finite Elemente, die in der Parameterebene formuliert waren und so beliebige Geometrien in Abhängigkeit konvektiver Koordinaten  $\theta^1$  und  $\theta^2$  exakt erfassen konnten. Dies wurde über eine differentialgeometrische Beschreibung der Mittelfläche erreicht. Durch die tensororientierte Vorgehensweise bei der Herleitung der Elementmatrizen gelang eine direkte numerische Übertragung aller

schalentheoretischer Erkenntnisse. Eckstein [Eck\_83] erweiterte die NACS-Elemente um geometrisch nichtlineare Anteile. Dabei verhinderten die exakte Geometrieerfassung und die tensororientierte Beschreibung der Elemente wirkungsvoll das Auftreten von imperfektionsähnlichen Effekten durch die Diskretisierung („Pseudoimperfektionen“). Schließlich erfolgte eine Erweiterung um werkstofflich nichtlineare Eigenschaften. Hierzu ergänzte Grote [Gro\_92] die numerische Integration in der Elementfläche (Gauß'sche Quadratur) durch eine Vorab-Integration in Dickenrichtung („Schichtenmodell“). Die so entstandene Elementfamilie ROSH (Rotation Shell Elements) beschränkt sich auf orthogonale Basisvektoren. Dies bedeutet, dass die gemischten Metriktherme zu Null werden. Deshalb wurde der Name der Elementfamilie auf ROSH geändert, da diese bei ebenen Flächentragwerken und rotationssymmetrischen Schalentragwerken eingesetzt werden können. In der Praxis stellt dies jedoch kaum eine Einschränkung dar. Den Elementen liegen nichtlinear elastische Stoffgesetze zugrunde. Weiterhin wird von einem Ebenbleiben der Querschnitte ausgegangen. Die Anteile des Querschubs an der Formänderungsenergie werden vernachlässigt.

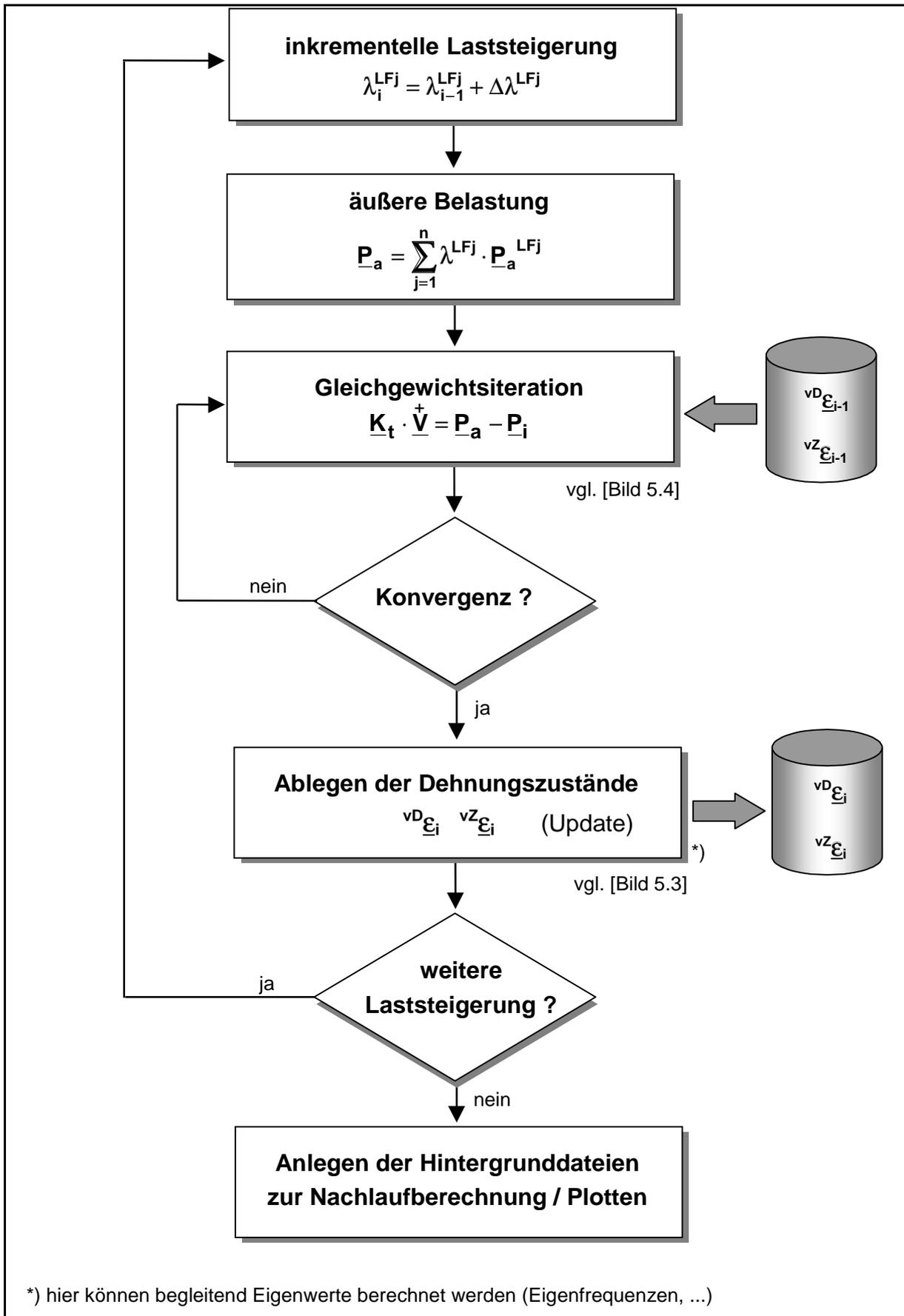
Nachfolgend wird die wesentlichen Erweiterung dieser Elemente, der Algorithmen und Werkstoffgesetze beschrieben. Die sich ergebenden Änderungen und Ergänzungen im Quellcode der FE-Programmsysteme FEMAS und ROSHE3 sind Bestandteil dieser Arbeit und wurden in den Benutzerhandbüchern dokumentiert [Wit\_01.1] [Wit\_01.2] [Wit\_01.3].

## **5.2 Wegabhängiger Berechnungsalgorithmus**

### **5.2.1 Grundgedanken und Mantelalgorithmus**

Bei der numerischen Realisierung plastischer oder viskoelastischer Stoffgesetze im Rahmen eines Finite Element-Konzepts ergeben sich zwei Hauptgesichtspunkte:

- Durch vielfältige Ent- und Wiederbelastungsvorgänge bei der Plastizität/Schädigung ist es unerlässlich, z.T. sehr viele Lastspiele numerisch zu modellieren. Im Extremfall können mehrere Tausend Lastwechsel erforderlich werden, wenn man z.B. Ermüdungsversuche (high- und low-cycle-fatigue) numerisch analysieren möchte. Auch bei der Viskoelastizität ist es erforderlich, bestimmte Lastzustände als „kriecherzeugend“ zu definieren und nachfolgend andere, davon unabhängige Lasten zu steigern.



\*) hier können begleitend Eigenwerte berechnet werden (Eigenfrequenzen, ...)

<b>Bild 5.2</b>	<b>Mantelalgorithmus des Mechanikmoduls</b>
-----------------	---

- Den viskoelastischen und den im Rahmen dieser Arbeit beschriebenen, schädigungsorientierten Stoffgesetzen ist gemeinsam, dass sie von der Belastungsreihenfolge abhängig sind. Diese Wegabhängigkeit äußert sich auf Werkstoffebene dadurch, dass sich die Spannungen im Werkstoff nicht mehr, wie bei der nichtlinear elastischen Formulierung, alleine aus den aktuellen Dehnungen ergeben. Vielmehr hängen die Spannungen von zuvor erreichten, maximalen Dehnungen (Vorschädigungsdehnungen) oder bei der Viskoelastizität von der Dehnung des kriecherzeugenden Lastfalls ab.

Um die Problematik der Laststeuerung zu lösen, wird die Möglichkeit geschaffen, unendlich viele Laststeigerungsfaktoren  $\lambda^{LF_j}$  zu berücksichtigen. Diese Laststeigerungsfaktoren  $\lambda^{LF_j}$  beziehen sich jeweils auf einen der  $j$  verschiedene Lastfälle  $LF_j$ , die im Rahmen der Berechnung unabhängig voneinander inkrementell gesteigert werden können. Die hierzu erforderlichen Lastinkremente werden in Bild 5.2 mit  $\Delta\lambda^{LF_j}$  bezeichnet. Auf diese Weise ist es möglich, die äußere Belastung  $\underline{P}_a$  bei der Berechnung beliebig zu steuern und beliebige Lashistorien zu realisieren.

Des Weiteren besteht die Option, einzelne Lastinkremente logarithmisch zu steigern. Hierbei wird der Laststeigerungsfaktor als Zeitpunkt betrachtet. Bei der Berechnung von Kriech- und Schwindprozessen wird beispielsweise eine numerisch günstigere Inkrementierung der Dehnungsraten erreicht [Neu\_00].

Die Dehnungen der vorhergehenden Lastschritte zur Modellierung des wegabhängigen Werkstoffverhaltens werden nach der Konvergenz jedes Lastschrittes abgespeichert bzw. aktualisiert („Update“) und stehen somit beim nächsten Lastschritt zur Verfügung. Die Vorgehensweise zur Verwaltung dieser Dehnungen wird in Kapitel 5.2.2 genauer erläutert; die Verarbeitung der Vorschädigungsdehnungen beim Aufbau der nichtlinearen Elementmatrizen behandelt Abschnitt 5.2.3.

## 5.2.2 Verwaltung der Dehnungszustände

Grundsätzlich wäre es zur Modellierung wegabhängiger Werkstoffgesetze erforderlich, in jedem Punkt eines Tragwerks die Dehnungsgeschichte zu kennen. Durch die Diskretisierung des Tragwerks mittels finiter Elemente gelingt eine Reduktion dieser zu betrachtenden Punkte auf eine endliche Anzahl, die wiederum von der Diskretisierung und von der Art der verwendeten finiten Elementen bestimmt wird.

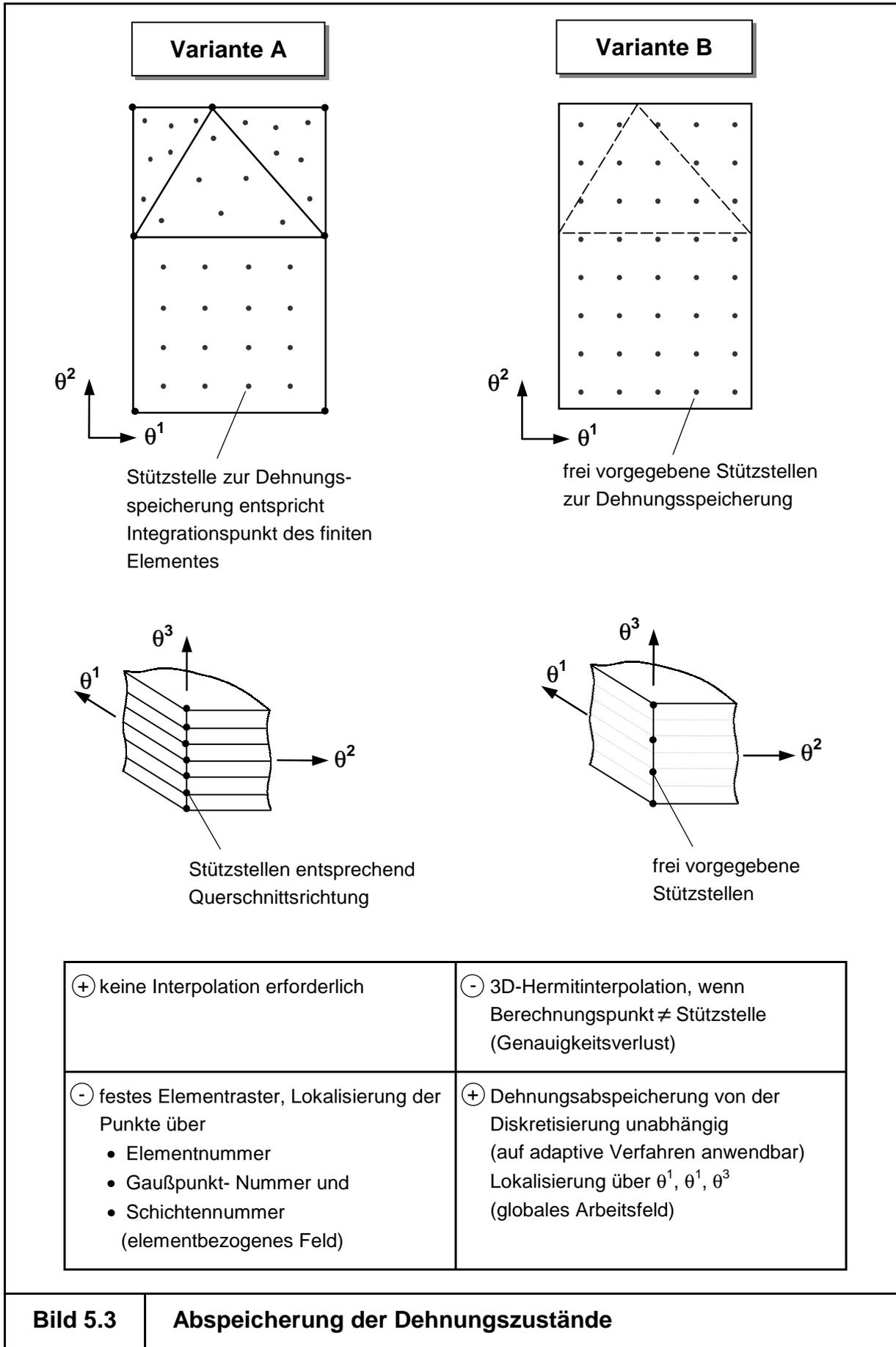
Demnach müssen bei den hier verwendeten doppelt gekrümmten finiten Schalenelementen die Dehnungszustände in jenen diskreten Berechnungspunkten abgespeichert werden, in denen eine Auswertung der Werkstoffbeziehungen erfolgt.

Hieraus entsteht ein numerischer Mehraufwand im Vergleich zur nichtlinear elastischen Vorgehensweise. So ergeben sich z.B. bei 25 Gaußpunkten in einem Element und 20 Schichten über die Querschnittshöhe insgesamt 500 Berechnungspunkte. Bei der Speicherung der Vorschädigungsdehnungen ( ${}^{vD}\varepsilon_{\alpha\beta}$  und  ${}^{vZ}\varepsilon_{\alpha\beta}$ ) führt dies zu insgesamt 3000 Zahlenwerten, die begleitend zu der Berechnung je Element zu speichern und nach jedem konvergierten Lastschritt zu aktualisieren sind.

Die Orientierung der Dehnungsspeicherung an den Berechnungspunkten (Version A, [Bild 5.3]) der finiten Elemente bietet eine maximale Genauigkeit bei der Auswertung der Stoffgesetze. Die abgelegten Dehnungswerte können hierbei auf elementbezogenen Feldern abgelegt und mit Hilfe einer einfachen Adressberechnung identifiziert werden (Elementnummer, Gaußpunktnummer, Schichtnummer, Richtung). Dieses Verfahren stellt im Rahmen der angestrebten Anwendung die optimale Lösung dar.

Ersetzt man die Berechnungspunkte durch ein frei definiertes Punktraster, so wird eine Verbindung der eingesetzten Algorithmen und wegabhängigen Werkstoffgesetze mit adaptiven Verfahren zur Netzverfeinerung möglich. In diesem Fall (Version B) würde man nicht die Werte direkt in den Berechnungspunkten speichern, sondern vielmehr zwischen den Berechnungspunkten und den Speicherpunkten interpolieren. Hiermit wäre die Dehnungsspeicherung von der Diskretisierung unabhängig. Vorschädigungen und viskoelastischen Dehnungen könnten dann auf einem globalen Feld abgelegt werden. Die Identifikation würde über globale Koordinaten  $\theta^1, \theta^2$  und  $\theta^3$  erfolgen.

Auf Grund des Genauigkeitsverlustes bei der Version B im Vergleich zur berechnungspunktorientierten Vorgehensweise wird im Rahmen dieser Arbeit der Version A der Vorzug gegeben.



### 5.2.3 Geometrisch und physikalisch nichtlineare Elementsteifigkeitsbeziehung

Nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen ist im Gleichgewichtszustand die Summe aus äußerer und innerer virtueller Arbeit gleich Null.

$$\delta^* A_a + \delta^* A_i = 0 \quad (5.1)$$

$$\iint_A (\underline{p} \cdot \delta \underline{u}) dA + \oint_C (\underline{t} \cdot \delta \underline{r}) ds - \iint_A (\underline{\sigma} \cdot \delta \underline{\varepsilon}) dA = 0 \quad (5.2)$$

Bei einer Theorie, die nichtlineares Werkstoffverhalten berücksichtigt, ist im Gegensatz zur linearen Problemstellung eine direkte Lösung des Gleichgewichtszustandes nicht mehr möglich. Um eine inkrementell-iterative Vorgehensweise zu realisieren, erfolgt zunächst die Inkrementierung des Verschiebungsfeldes, wobei die Kopfzeiger den imperfekten Zustand ( <sup>i</sup> ), den Grundzustand ( <sup>-</sup> ) und den inkrementellen Zustand ( <sup>+</sup> ) bezeichnen.

$$\underline{u} = \underline{u}^i + \underline{u}^- + \underline{u}^+ \quad (5.3)$$

Dies führt zu inkrementellen kinematischen und konstitutiven Beziehungen:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^{(-)} + \underline{\varepsilon}^{(+)} + \underline{\varepsilon}^{++} \quad (5.4)$$

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^{(-)} + \underline{\varepsilon}^{-} + \underline{\varepsilon}^{i-} \quad : \text{Keine inkrementellen Verschiebungen}$$

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^{(+)} + \underline{\varepsilon}^{i+} + \underline{\varepsilon}^{-+} \quad : \text{Die inkrementellen Verschiebungen sind linear enthalten}$$

$$\underline{\varepsilon}^{++} \quad : \text{Quadratische inkrementelle Verschiebungsprodukte}$$

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^{(-)} + \underline{\sigma}^{(+)} \quad (5.5)$$

$$\underline{\sigma} = \underline{E}_s^{(-)}(\underline{\varepsilon}^{(-)}) \cdot \underline{\varepsilon}^{(-)} \quad : \text{Finites Stoffgesetz, Sekantenformulierung}$$

$$\underline{\sigma} = \underline{E}_t^{(+)}(\underline{\varepsilon}^{(-)}) \cdot \underline{\varepsilon}^{(-)} \quad : \text{Inkrementelles Stoffgesetz, Tangentenformulierung}$$

Setzt man diese inkrementellen Beziehungen in den Ausdruck für die innere Arbeit ein, so folgen, unter Vernachlässigung höherer als quadratischer Anteile der inkrementellen Verschiebungen, die gesuchten Steifigkeitsanteile des inkrementellen Gleichungssystems:

$$\delta^* A_i = - \iint_A (\underline{\sigma}^{(-)} + \underline{\sigma}^{(+)}) \cdot (\delta \underline{\varepsilon}^{(-)} + \delta \underline{\varepsilon}^{(++)}) dA, \quad (5.6)$$

$$\delta^* A_i = - \iint_A (\underline{\sigma}^{(-)} + \delta \underline{\varepsilon}^{(+)}) dA : \text{Vektor der inneren Knotenkräfte } \underline{P}_i(\bar{\underline{E}}_s, \bar{\underline{V}}) \quad (5.7a)$$

$$- 2 \cdot \iint_A (\underline{\sigma}^{(-)} + \delta \underline{\varepsilon}^{(++)}) dA : \text{geometrische Steifigkeitsmatrix } \underline{K}_g(\bar{\underline{E}}_s, \bar{\underline{V}}) \quad (5.7b)$$

$$- \iint_A (\underline{\sigma}^{(+)} + \delta \underline{\varepsilon}^{(+)}) dA : \text{elastische Steifigkeitsmatrix } \underline{K}_{ev}(\bar{\underline{E}}_t, \bar{\underline{V}}). \quad (5.7c)$$

Zusammen mit dem von den nichtlinearen Beziehungen unabhängigen Anteil der äußeren virtuellen Arbeit lautet somit die vollständige, nichtlineare, inkrementelle Arbeitsgleichung:

$$\left[ \underline{K}_e(\bar{\underline{E}}_t, \bar{\underline{V}}) + \underline{K}_v(\bar{\underline{E}}_t, \bar{\underline{V}}) + \underline{K}_g(\bar{\underline{E}}_s, \bar{\underline{V}}) \right] \cdot \underline{\dot{V}} = \underline{P}_a - \underline{P}_i(\bar{\underline{E}}_s, \bar{\underline{V}}), \quad (5.8)$$

$$\underline{K}_t \cdot \underline{\dot{V}} = \underline{P}_a - \underline{P}_i(\bar{\underline{E}}_s, \bar{\underline{V}}). \quad (5.9)$$

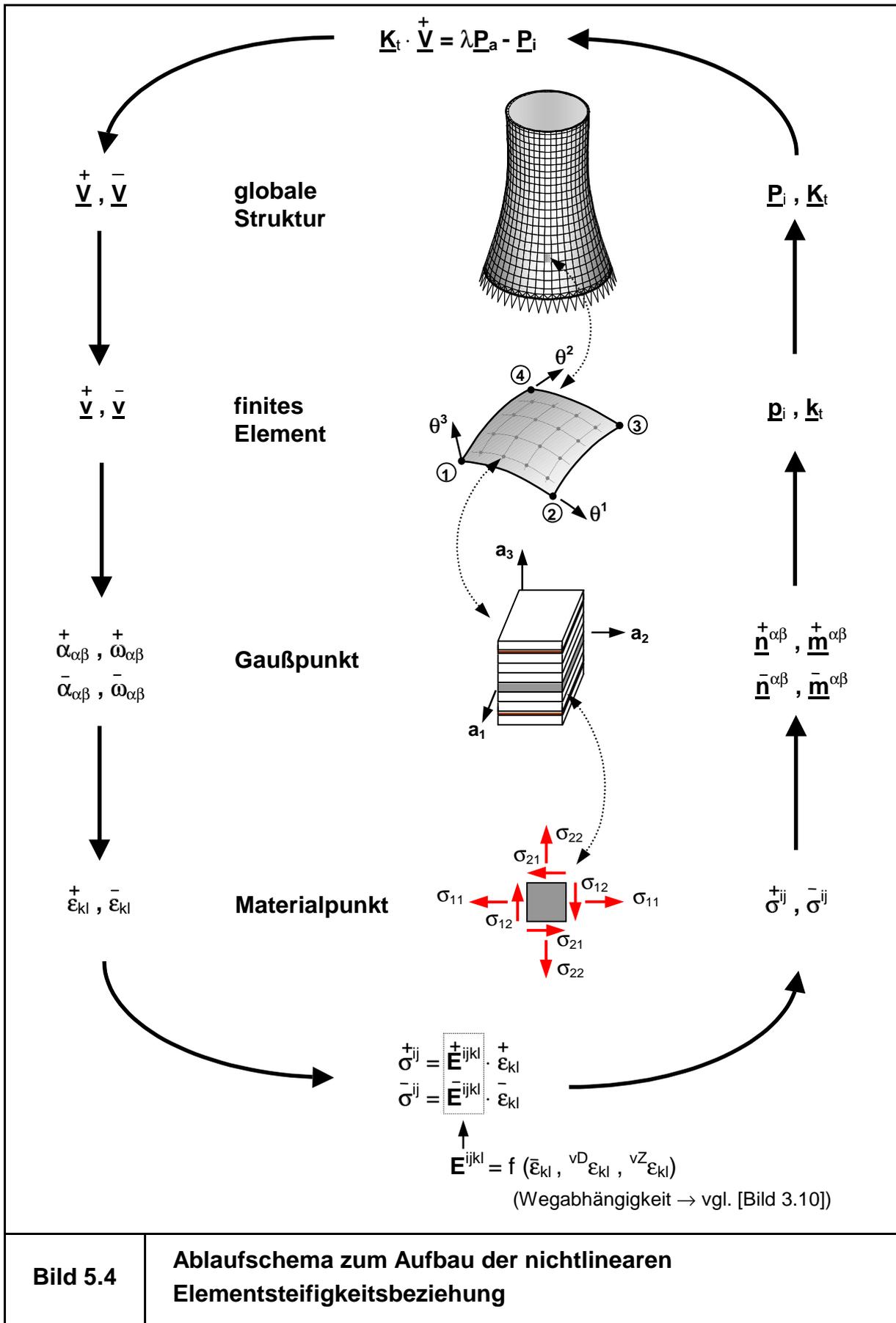
Die Lösung dieses Gleichungssystems erfolgt inkrementell-iterativ [Bild 5.4]. Hierzu werden zunächst, ausgehend vom Gesamtverformungsvektor  $\underline{V}$ , die Verzerrungen der Schalenmittelfläche  $\alpha_{\alpha\beta}$  und  $\omega_{\alpha\beta}$  ermittelt. Daraus ergeben sich die Dehnungen je Schicht (Ebenbleiben der Querschnitte).

Diese Dehnungen (korrespondierend zu den Gesamtverformungen  $\underline{V}$ ) in den Berechnungspunkten werden durch die konstitutiven Beziehungen (Werkstoffgesetz) mit den Spannungen verknüpft. Hierbei werden, wie bereits erläutert, die Dehnungen der vorherigen Lastschritte benötigt.

Die Schnittgrößen ergeben sich aus der Spannungsintegration in den einzelnen Gaußpunkten:

$$\underline{n}^{\alpha\beta} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma^{\alpha\beta} \cdot dz, \quad (5.10)$$

$$\underline{m}^{\alpha\beta} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma^{\alpha\beta} \cdot z \cdot dz. \quad (5.11)$$



Mit Hilfe der so ermittelten Schnittgrößen lässt sich Gleichung (5.7a-c) in folgende Form bringen:

$$\delta^* A_i = - \sum_{i=1}^{INT} i \left( n \delta \alpha_{\alpha\beta}^{+\alpha\beta} + m \delta \omega_{\alpha\beta}^{+\alpha\beta} \right), \quad : \underline{k}_{ev}(\underline{E}_t, \underline{V}) \quad (5.12a)$$

$$+ 2 \cdot \left( n \delta \alpha_{\alpha\beta}^{-\alpha\beta} + m \delta \omega_{\alpha\beta}^{-\alpha\beta} \right), \quad : \underline{k}_g(\underline{E}_s, \underline{V}) \quad (5.12b)$$

$$+ n \delta \alpha_{\alpha\beta}^{-\alpha\beta} + m \delta \omega_{\alpha\beta}^{-\alpha\beta} \cdot \sqrt{i} a \cdot W^i \cdot A', \quad : \underline{p}_i(\underline{E}_s, \underline{V}) \quad (5.12c)$$

mit  $j$  - aktueller Integrationspunkt

INT - Anzahl der Integrationspunkte (Gaußpunkte) im Element

$^j W$  - Wichtungsfaktor der Flächenintegration am Integrationspunkt  $j$

$^j a$  - Metrikdeterminante am Integrationspunkt  $j$

$A'$  - Fläche des Elements im  $\theta^\alpha$ -Koordinatensystem

Anschließend erfolgt erneut der Aufbau und das Lösen des Gesamtgleichungssystems (5.9). Diese Iteration wird so lange wiederholt, bis die Differenz zwischen äußerer Belastung  $\underline{P}_a$  und den inneren Knotenkräften  $\underline{P}_j$  verschwindet. Nach einem so gefundenen Gleichgewichtszustand kann die äußere Belastung inkrementell erhöht werden.

## 5.2.4 Problematik der Nachlaufberechnung

Bei der Nachlaufberechnung werden zur Ermittlung von Spannungen und Schnittgrößen bei Verwendung wegabhängiger Werkstoffgesetze ebenfalls die abgespeicherten Dehnungszustände benötigt. Sie werden im eingesetzten Algorithmus elementbezogen (Variante A) in einer Hintergrunddatei abgelegt und stehen so zur Verwendung in Plotprogrammen zur Verfügung.

Diese Vorgehensweise wurde gewählt, um bei der Nachlaufberechnung jedes gewünschte Ergebnis reproduzieren zu können. Alternativ ist es möglich, alle Ergebnisse, die später dargestellt werden sollen, bereits bei der Berechnung in einer Hintergrunddatei abzulegen. Dieses Strategie ist jedoch in der Praxis unbefriedigend, da man bereits vor der eigentlichen Berechnung angeben muss, welche Ergebnisse später graphisch dargestellt werden sollen.

### **5.3 Zusammenfassung**

Zur numerischen Realisierung wegabhängiger Werkstoffgesetze im Rahmen eines Finite Element-Konzeptes werden verschiedene Erweiterungen der vorliegenden, nichtlinear elastischen Schalenelementfamilie ROSH erforderlich. Die sich ergebenden Änderungen und Ergänzungen im Quellcode der FE-Programmsysteme FEMAS und ROSHE3 sind Bestandteil dieser Arbeit und wurden in den Benutzerhandbüchern dokumentiert [Wit\_01.1] [Wit\_01.2] [Wit\_01.3].

Die wesentlichen Erweiterungen beziehen sich zum einen auf die Laststeuerung. So wurde die Möglichkeit geschaffen, beliebig viele Lastfälle unabhängig voneinander inkrementell auf ein System aufzubringen. Zum anderen erfordern die erweiterten Stoffgesetze (Viskoelastizität, Plastizität, Schädigung) die Kenntnis zuvor erreichter Dehnungszustände. Diese Dehnungszustände wurden auf elementbezogenen Feldern für alle Berechnungspunkte abgelegt und stehen (in einer Hintergrunddatei) auch für Nachlaufberechnungen (Spannungsermittlung und Plotdarstellung) zur Verfügung.

## 6 Nichtlineares Dimensionierungskonzept für Stahlbetontragwerke

Die entwickelten, und im Rahmen eines FE-Konzeptes realisierten, Erweiterungen hinsichtlich des „Erinnerungsvermögens“ der Werkstoffe, der Erfassung hygrischer Beanspruchungen und der Laststeuerung sollen auf reale Tragwerke angewandt werden. Nichtlineare Analysen sollen einerseits dazu beitragen, das Wissen über das Tragverhalten von Stahlbetonstrukturen zu erweitern. Andererseits wird angestrebt, die Folgen von Deteriorations- und Schädigungseffekten auf die Dimensionierung allgemeiner Tragwerke aus Stahlbeton zu untersuchen.

Hierzu ist eine enge Bindung an die aktuelle Normung zwingend erforderlich, um normenkonform beispielsweise Verformungen und Rissbreiten (Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit) zu bestimmen und die Folgen der Alterung auf die Tragwerkssicherheit und auf die erforderliche Bewehrung (Grenzzustand der Tragfähigkeit) zu beurteilen. Aus diesen Gründen wird ein Dimensionierungskonzept in Anlehnung an [DIN1045] entwickelt, mit dessen Hilfe die nichtlinearen Analysen direkt zur Bemessung verwendet werden können.

### 6.1 Grundzüge des semi-probabilistischen Sicherheitskonzeptes

Die neuen Normen und Richtlinien sind auf einem semi-probabilistischen Sicherheitskonzept begründet, dessen Grundzüge im Folgenden kurz erläutert werden sollen [Sch\_96]:

Ausgehend von der Grenzzustandsfunktion  $Z$  wird die Versagensbedingung definiert:

$$Z = ( R - S ) \leq 0. \quad (6.1)$$

Hierin ist  $Z$  als Funktion der streuenden Variablen  $R$  (Tragwerkswiderstand) und  $S$  (Beanspruchung) ebenfalls eine Zufallsvariable. Kennt man diese Versagensbedingung, so lässt sich der Sicherheitsindex  $\beta$  wie folgt bestimmen:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}, \quad (6.2)$$

worin  $\mu_Z$  und  $\sigma_Z$  Mittelwert bzw. Standardabweichung der Variablen  $Z$  darstellen.

Aus dem Sicherheitsindex  $\beta$  kann man leicht auf die Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  zurückrechnen. Bei normalverteilten, unkorrelierten Variablen  $R$  und  $S$  gilt für  $p_f$  die folgende Beziehung:

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (6.3)$$

Genormte Angaben bezüglich der erforderlichen Versagenswahrscheinlichkeiten sind der DIN1055-100 [DIN1055] zu entnehmen.

Zur Umsetzung der Beziehungen in praktische Nachweisformate müssen Fraktilwerte, d.h. sogenannte charakteristische Werte, festgelegt werden. Sie ergeben sich aus den Prozentzahlen  $q$  und  $p$ , mit denen ein bestimmter Wert der Grundgesamtheit unter- bzw. überschritten wird:

$$R_p = \mu_R - \Phi^{-1}\left(\frac{p[\%]}{100}\right) \cdot \sigma_R, \quad (6.4a)$$

$$S_q = \mu_S + \Phi^{-1}\left(\frac{q[\%]}{100}\right) \cdot \sigma_S. \quad (6.4b)$$

Für die praktische Nachweisführung ergibt sich das folgende Format:

$$\frac{R_p}{\gamma_R} > \gamma_S \cdot S_q. \quad (6.5)$$

Die hierin enthalten Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_R$  und  $\gamma_S$  ergeben sich aus dem geforderten Sicherheitsindex  $\beta$  und der Streuung der Zufallsvariablen  $R$  und  $S$ . Somit kann in dem Nachweisformat der Bezug zur geforderten Versagenswahrscheinlichkeit hergestellt werden. Im Gegensatz hierzu gelingt dies im Rahmen des bisher in der Bemessungspraxis verwendeten, globalen Sicherheitskonzeptes nicht. Der globale Sicherheitsfaktor  $\gamma$  ergibt sich hier zu:

$$\gamma = \frac{R_{\min}}{S_{\max}}. \quad (6.6)$$

Dabei kann keine bestimmte Versagenswahrscheinlichkeit angegeben werden.

## 6.2 Bemessungs- und Nachweisverfahren nach DIN1045-1

### 6.2.1 Bemessungsverfahren nach DIN1045-1

Zur Bemessung von Stahlbetontragwerken sieht die DIN1045-1 [DIN1045] ein auf Teilsicherheiten basiertes Bemessungskonzept vor. Ausgehend von der Bemessungskombination der Einwirkungen ( $E_d$ ), werden die zugehörigen Schnittgrößen ( $S_d$ ) in einem Tragwerk ermittelt. Hierbei erlaubt die Norm verschiedene Verfahren zur Schnittgrößenermittlung von linear-elastischer Berechnung (ohne und mit Umlagerung) über Verfahren nach der Plastizitätstheorie bis zu allgemeinen nichtlinearen Verfahren:

$$E_d \xrightarrow{\text{Gleichgewicht}} S_d. \quad (6.7)$$

Den verschiedenen Verfahren zur Schnittgrößenermittlung ist gemeinsam, dass sie die Gleichgewichtsbedingungen erfüllen müssen. Des Weiteren fordert die Norm eine ausreichende Verformbarkeit des Tragwerks, damit sich der unterstellte Gleichgewichtszustand auch einstellen kann. Diese Forderung ist besonders bei der linear-elastischen Berechnung mit Umlagerung und bei den Verfahren nach der Plastizitätstheorie (Traglastverfahren) von Bedeutung. Dabei sind im Allgemeinen Tragwerksbereiche kritisch zu untersuchen, in denen die Bemessung sehr geringe oder sehr hohe Bewehrungsmengen ergibt. Bei geringen Bewehrungsgraden (unter der Mindestbewehrung) besteht die Gefahr des Reißens der Bewehrung bei Erstrissbildung; hohe Bewehrungsgrade dagegen können zu einem plötzlichen Versagen der Betondruckzone führen (Versagen ohne Vorankündigung).

Die nichtlinearen Verfahren zur Schnittgrößenermittlung beinhalten durch die Verwendung wirklichkeitsnaher Werkstoffgesetze den Nachweis ausreichender Verformbarkeit (Duktilität). Der Nachteil der Verfahren liegt allerdings darin, dass hier im Gegensatz zu linearen Verfahren eine Abhängigkeit des inneren Beanspruchungszustandes (Schnittgrößen) von der vorhandenen Bewehrung besteht. Das Bemessungsergebnis ( ${}^{erf}A_s$ ) beeinflusst hier die Eingangsgrößen ( $S_d$ ). Folglich erfordern nichtlineare Verfahren zur Schnittgrößenermittlung ein iteratives Vorgehen. Ein solches Vorgehen, das unter dem Begriff der „Schnittgrößeniteration“ bekannt ist, wird in [Mei\_98] beschrieben.

Die Bemessung erfolgt auf Querschnittsebene. Hierbei wird in jedem Querschnitt des Tragwerks sichergestellt, dass der Querschnitt die Schnittgrößen  $S_d$  sicher aufnehmen kann. Dabei gehen im Stahlbetonbau in die Ermittlung des Querschnittswiderstands  $R_d$  unterschiedliche Teilsicherheitsbeiwerte für Beton  $\gamma_c$  und Stahl  $\gamma_s$  ein:

$$S_d \leq R_d = f(\gamma_c, \gamma_s). \quad (6.8)$$

Mit anderen Worten: Die Norm geht von der Vorstellung aus, dass ein Tragwerk seinen Beanspruchungen  $E_d$  sicher widersteht, wenn es einen möglichen Gleichgewichtszustand gibt, für den in jedem Querschnitt der Tragwiderstand  $R_d$  größer ist, als die zu dem unterstellten Gleichgewichtszustand gehörige Schnittgröße  $S_d$ .

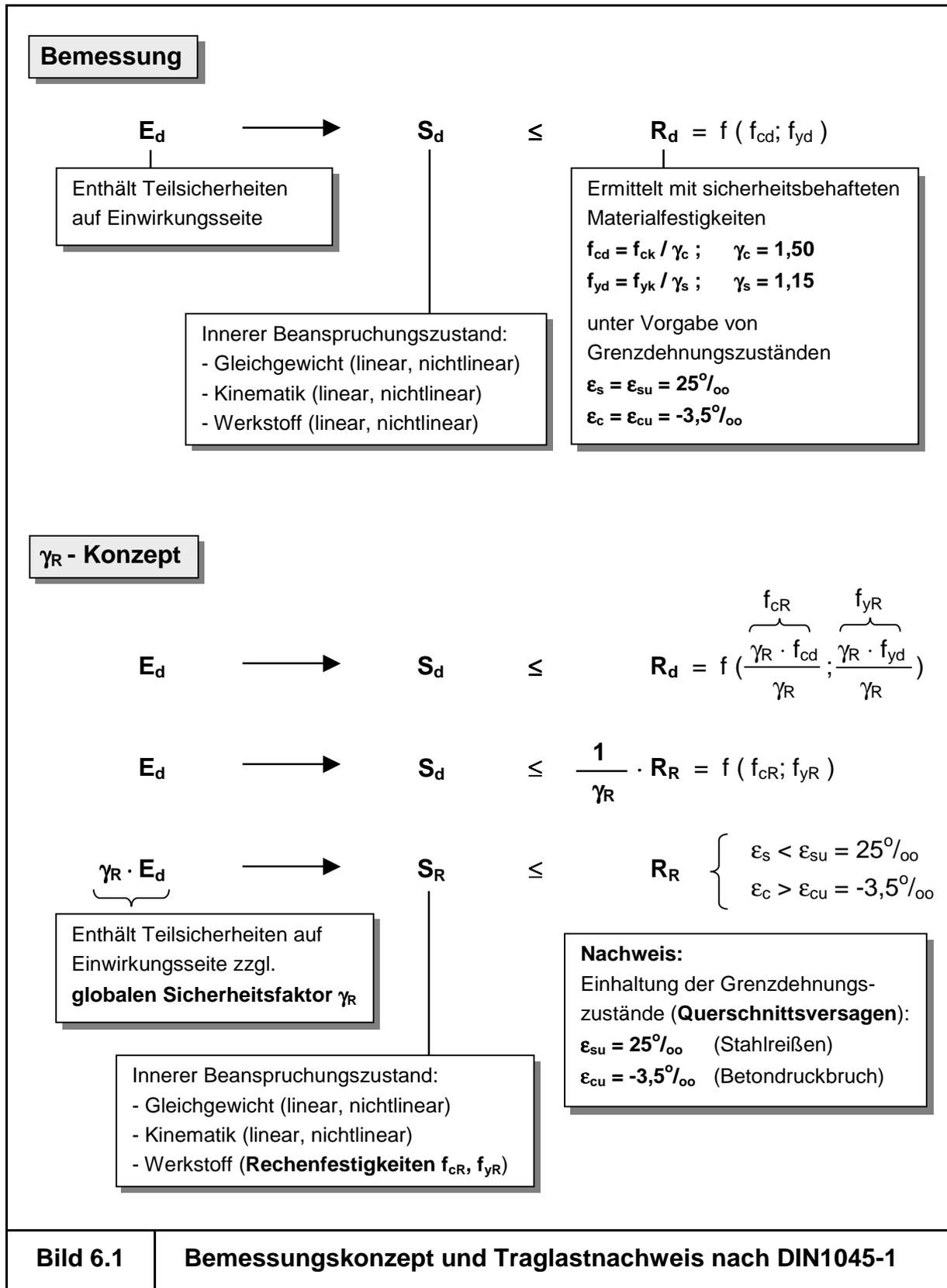
### 6.2.2 Traglastnachweis nach DIN1045-1 ( $\gamma_R$ -Konzept)

Unabhängig von der Bemessung mittels Schnittgrößen erlaubt die DIN1045-1 alternativ den Nachweis einer Bewehrung mit Hilfe einer nichtlinearen Traglastberechnung. Die grundlegende Problematik der unterschiedlichen Materialsicherheiten von Beton  $\gamma_c$  und Stahl  $\gamma_s$  macht allerdings einige Zusatzüberlegungen bei der Ermittlung des erforderlichen, globalen Sicherheitsfaktors  $\gamma_R$  notwendig. (Bei den nachfolgenden Erläuterungen wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit der Abminderungsbeiwert zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen  $\alpha$  [DIN1045] nicht dargestellt. Er ist für Normalbeton zwischen 0,85 und 1,00 anzunehmen und stellt im Rahmen des Dimensionierungskonzeptes eine Reduktion der versuchstechnisch bestimmten Betondruckfestigkeit dar. Die gewonnenen allgemeinen Erkenntnisse werden hierdurch nicht tangiert.):

Ersetzt man in der Bemessungsgleichung [Bild 6.1] die Designwerte der Werkstofffestigkeiten ( $f_{cd}$  und  $f_{yd}$ ) durch Rechenwerte ( $f_{cR}$  und  $f_{yR}$ ), so gelingt es, die unterschiedlichen Materialsicherheiten von Beton und Stahl zu einem globalen Sicherheitsfaktor  $\gamma_R$  zusammenzufassen. Der so entstandene Rechenwert des Widerstandes  $R_R$  wird analog zur Bemessung unter Vorgabe von Grenzdehnungszuständen ermittelt. Für die Werkstofffestigkeiten sind dabei Rechenwerte anzusetzen.

Bringt man nun den globalen Sicherheitsfaktor  $\gamma_R$  auf die Seite der Beanspruchungen und benutzt zur Bestimmung des inneren Beanspruchungszustandes die Rechenwerte der Materialfestigkeiten, so lässt sich der Nachweis des Tragwerks auf Querschnittsebene über die Einhaltung der kritischen Grenzdehnungen ( $\epsilon_{su}$ ,  $\epsilon_{cu}$ ) der Materialien führen.

Die Norm definiert, dass ein Tragwerk den Grenzzustand der Tragfähigkeit erreicht, sobald der erste Querschnitt versagt. Diese Forderung erscheint im ersten Moment sehr konservativ, da bei einem statisch unbestimmten Tragwerk ein Querschnittsversagen nicht unmittelbar zu einem Versagen des gesamten Tragwerks führt.



Allerdings zeigt sich in der Praxis, dass statisch unbestimmte Tragwerke vor dem ersten Querschnittsversagen einen Großteil ihrer nichtlinearen Tragreserven mobilisieren (Stahldehnungen werden bis 25‰ zugelassen) und erst unmittelbar vor dem Versagen des Gesamttragwerks der erste Querschnitt versagt.

Durch Anwendung dieses Traglastkonzeptes wird es nun möglich, nichtlineare Umlagerungen im Tragwerk zu erfassen, so dass es im Allgemeinen zu einer „Vergleichmäßigung“ der inneren Beanspruchungen kommt. Hoch beanspruchte Bereiche entziehen sich der Beanspruchung durch Rissbildung und Stahlfließen. Gering beanspruchte (redundante) Bereiche werden zum Lastabtrag herangezogen, was eine wirtschaftlichere Bemessung erlaubt. Weist ein Tragwerk keine Umlagerungskapazitäten auf (z.B. ein statisch bestimmter Einfeldträger), so wird auch eine Traglastberechnung keine positiven Effekte auf die Bemessung haben.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass das  $\gamma_R$ -Konzept der DIN1045-1 kein aktives Bemessungsverfahren zur Bewehrungsfindung darstellt. Es bietet lediglich die Möglichkeit, eine vorhandene Bewehrung im Rahmen des semi-probabilistischen Sicherheitskonzepts nachzuweisen.

### **6.3 Aktives Verfahren zur nichtlinearen Bewehrungsermittlung**

#### **6.3.1 Bemessungsstrategie unter Verwendung nichtlinearer Strukturanalysen**

Unter Verwendung einer normenkonformen Modellierung des Stahlbeton-Nachrissbereiches und in Bezug auf das nichtlineare Nachweisverfahren der DIN1045-1 ( $\gamma_R$ -Konzept) lässt sich eine aktive Bemessungsstrategie entwickeln. Sie optimiert die Bewehrung eines Tragwerks hinsichtlich der Nachweise in den Grenzzuständen von Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit unter Anwendung nichtlinearer Strukturanalysen [Bild 6.2]:

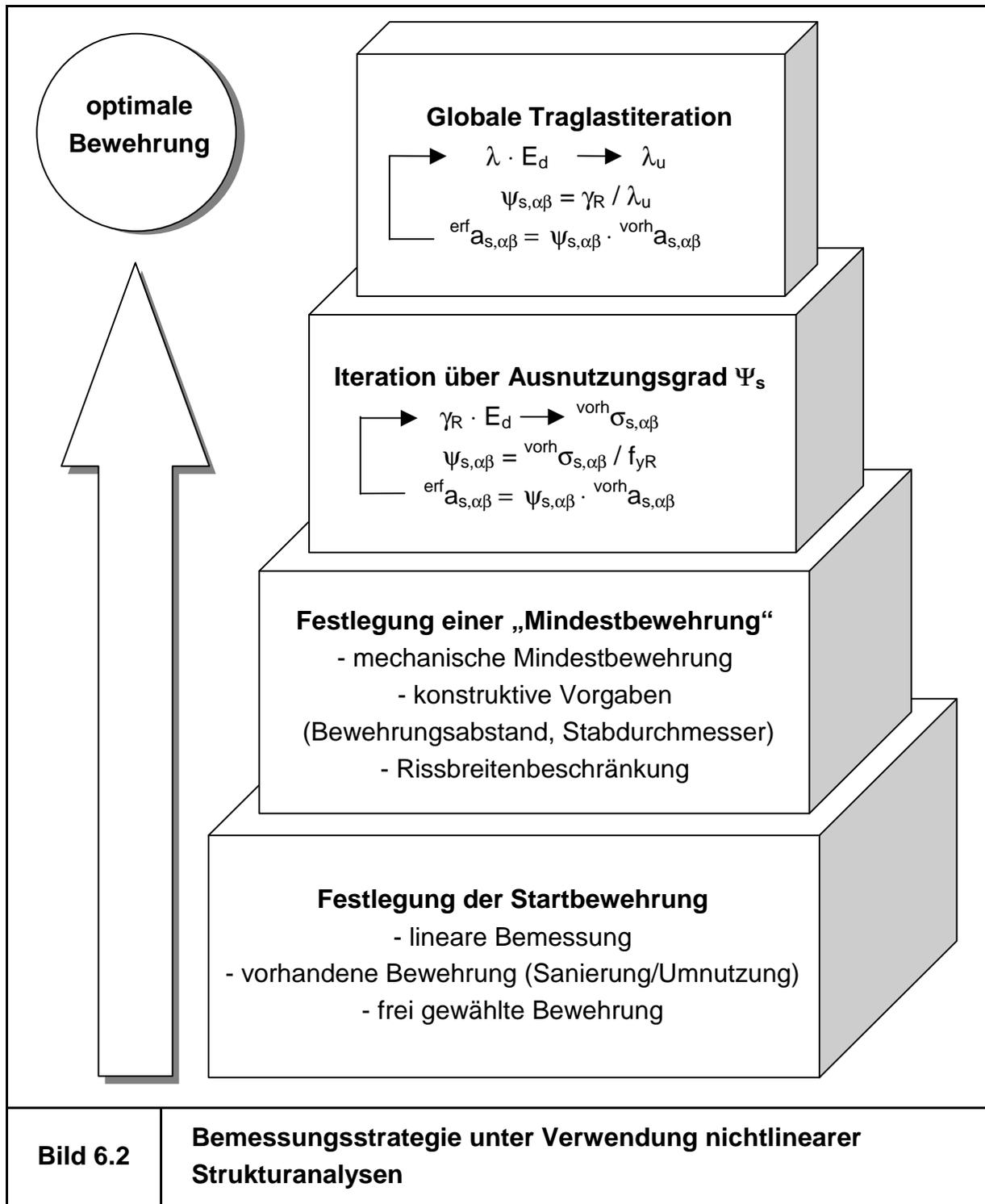
##### *1. Schritt: Festlegung einer Startbewehrung*

Sie kann beliebig vorgegeben werden. Als Anhaltswerte können hier z.B. eine linear ermittelte Bewehrung oder die vorhandene Bewehrung eines vergleichbaren Tragwerks dienen.

##### *2. Schritt: Festlegung einer „Mindestbewehrung“*

Darunter verbirgt sich die untere Schranke einer sinnvollen Bewehrung. Sie kann sich einerseits als mechanische Mindestbewehrung (Stahlmenge, die in der Lage ist, die freiwerdende Zugkraft aus dem Beton bei der Erstrissbildung aufzunehmen) oder andererseits aus konstruktiven Zwängen (maximale Stababstände, minimale Stabdurchmesser, ...) ergeben. Des Weiteren ist hierunter diejenige Bewehrung zu verstehen, die im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zur Einhaltung der zulässigen Rissbreiten erforderlich wird. Ein Unterschreiten der so bestimmten

„Mindestbewehrung“ ist also aus praktischer Sicht nicht sinnvoll. Somit bildet sie eine untere Schranke für die nächsten beiden iterativen Schritte.



### 3. Schritt: Iteration über Ausnutzungsgrad $\psi_s$

Dazu werden unter  $\gamma_R$ -fachen Lasten die Ausnutzungsgrade  $\psi_s$  der Bewehrung ermittelt, wobei unter  $\sigma_s^{\text{vorh}}$  die Stahlspannung im Riss zu verstehen ist:

$$\psi_s = \frac{\sigma_s^{\text{vorh}}}{f_{yR}}. \quad (6.9)$$

Mit Hilfe der Ausnutzungsgrade kann in den Bereichen, in denen der Stahl seine rechnerische Streckgrenze  $f_{yR}$  noch nicht erreicht hat, der Bewehrungsquerschnitt (getrennt für verschiedene Bewehrungsrichtungen) reduziert werden. Diese Reduktion erfolgt im Allgemeinen in iterativer Form, bis der Stahl in den betrachteten Querschnitten fließt ( $\psi_s = 1$ ). Die sich daraus ergebende Bewehrungsverteilung beinhaltet bereits die Beanspruchungsumlagerungen, die sich im Tragwerk bis zum Erreichen der Streckgrenze des Stahls einstellen.

### 4. Schritt: Globale Traglastiteration

Da ein Querschnitt mit dem Stahlfließen noch nicht den Grenzzustand der Tragfähigkeit erreicht hat, erfolgt im Anschluss eine Traglastberechnung. Der zur Traglast korrespondierende Lastfaktor  $\lambda_u$  ist als derjenige Faktor definiert, mit dem die Einwirkungen  $E_d$  multipliziert werden können, bis der erste Querschnitt versagt – also die Grenzdehnungen der Baustoffe ( $\varepsilon_{su}$  und  $\varepsilon_{cu}$ ) erreicht werden.

Liegt  $\lambda_u$  oberhalb des geforderten, globalen Sicherheitsfaktors  $\gamma_R$ , so kann die Bewehrung global um das Verhältnis  $\gamma_R/\lambda_u$  reduziert werden. In analoger Weise wird die Bewehrung erhöht, wenn  $\lambda_u$  den erforderlichen Wert  $\gamma_R$  nicht erreicht.

Auf diese Weise gelingt es, eine Bewehrung derart zu optimieren, dass einerseits das geforderte Sicherheitsniveau der Norm eingehalten und andererseits die nicht-linearen Umlagerungskapazitäten statisch unbestimmter Tragwerke wirtschaftlich genutzt werden.

Die Vorteile der nichtlinearen Vorgehensweise zur Bewehrungsermittlung können wie folgt zusammengefasst werden:

- Systemredundanzen (nichtlineare Umlagerungskapazitäten) können genutzt werden, wodurch das Sicherheitsniveau vergleichmässigt wird.
- Bei Zwangbeanspruchungen werden die Steifigkeiten auf Bemessungslastniveau (!) zu Grunde gelegt, was i.a. zu Bewehrungsersparnissen führen wird.

- Der Nachweis ausreichender Verformbarkeit (Duktilität) ist in der Berechnung durch die Verwendung wirklichkeitsnaher Werkstoffgesetze direkt enthalten. Hierbei sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die kritische Stahldehnung  $\varepsilon_{su}$  im Riss (!) zu kontrollieren ist ( $\varepsilon_{su}$  im Riss entspricht  $\varepsilon_{smu}$  als mittlere Bruchdehnung).
- Die Diskrepanzen der nichtlinearen Schnittgrößeniteration (Schnittgrößen mit Materialmittelwerten - Bemessung mit „Designwerten“) werden durch die Verwendung der Rechenfestigkeiten umgangen.
- Das Verfahren erfordert sehr wenig Iterationsschritte (vgl. hierzu die nachfolgenden Anwendungsbeispiele).

Es sei angemerkt, dass konventionelle Traglastberechnungen unter Zugrundelegung mittlerer Materialfestigkeiten nicht zur Dimensionierung herangezogen werden können, da hier kein Bezug zum Sicherheitskonzept der Norm besteht. Dies ist primär auf die unterschiedlichen Partialsicherheiten von Beton und Stahl zurückzuführen. Ein Traglastkonzept auf Basis von Materialmittelwerten würde auf Querschnittsebene weitere Überlegungen zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit erforderlich machen, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll.

### 6.3.2 Festlegung des globalen Sicherheitsfaktors $\gamma_R$

Wie aus Bild 6.1 ersichtlich ist, kann der globale Sicherheitsfaktor  $\gamma_R$  beliebig festgelegt werden. Die DIN1045-1 schlägt einen Wert  $\gamma_R$  von 1,30 vor. Hieraus ergeben sich die folgenden Rechenwerte der Materialfestigkeiten:

$$f_{cR} = \frac{\gamma_R}{\gamma_c} \cdot f_{ck} = \frac{1,30}{1,50} \cdot f_{ck} = 0,867 \cdot f_{ck} \approx 0,85 \cdot f_{ck}, \quad (6.10a)$$

$$f_{yR} = \frac{\gamma_R}{\gamma_s} \cdot f_{yk} = \frac{1,30}{1,15} \cdot f_{yk} = 1,130 \cdot f_{yk} \approx 1,10 \cdot f_{yk}. \quad (6.10b)$$

Betrachtet man das reale Tragverhalten einer Struktur, so kann man in vielen praktischen Fällen (Biegebalken, Flächentragwerke) feststellen, dass das Stahlbeton-Nachrissverhalten für das Verformungs- und somit auch das Tragverhalten die entscheidende Nichtlinearität darstellt. Durch die „künstliche“ Erhöhung der Streckgrenze des Stahls ( $f_{yR}$ ) um 10% wird nun das Nachrissverhalten eines gerissenen Querschnitts stark beeinflusst, so dass die angestrebte wirklichkeitsnahe Modellierung des Tragwerks und die Berücksichtigung der realistischen Umlagerungen der inneren Beanspruchungen verfälscht wird.

Daher ist anzustreben, den  $\gamma_R$ -Wert in Abhängigkeit des Tragwerks vorzugeben. So wäre bei Tragwerken, bei denen der Stahlbeton-Nachrissbereich (und nicht der Betondruckbereich) das Tragverhalten bestimmt, der  $\gamma_R$ -Wert auf 1,15 zu reduzieren, wodurch sich analog zum Vorgehen nach DIN1045-1 folgende Rechenfestigkeiten ergeben:

$$f_{cR} = \frac{\gamma_R}{\gamma_c} \cdot f_{ck} = \frac{1,15}{1,50} \cdot f_{ck} = 0,767 \cdot f_{ck} \approx 0,75 \cdot f_{ck}, \quad (6.11a)$$

$$f_{yR} = \frac{\gamma_R}{\gamma_s} \cdot f_{yk} = \frac{1,15}{1,15} \cdot f_{yk} = f_{yk}. \quad (6.11b)$$

Ohne den sicherheitstheoretischen Rahmen der Norm zu verlassen, kommt man dem Wunsch nach einem wirklichkeitsnahen Verformungsverhalten so deutlich näher als dies mit einem  $\gamma_R$  von 1,30 möglich wäre.

Bei der Untersuchung vorgeschädigter Tragwerke eröffnet sich durch den Wegfall des Umrechnungsfaktors auf der Stahlseite die Möglichkeit, vorhandene Vorschädigungen ebenfalls direkt bei der Dimensionierung zu berücksichtigen, da sich ein Rissbild ohne weiteres auf die Rechenwerte der Materialien übertragen lässt.

## 6.4 Anwendungsbeispiele

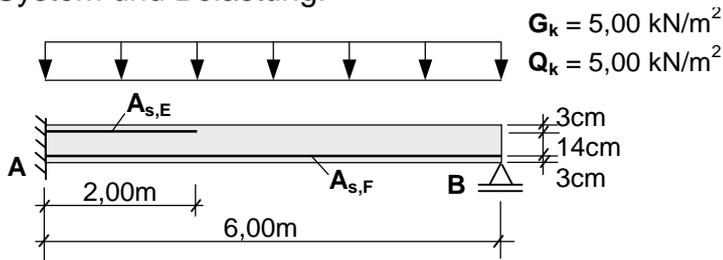
### 6.4.1 Einseitig eingespannter Einfeldträger

Zunächst soll der in Bild 6.3 dargestellte, statisch unbestimmte Biegeträger unter Gleichstreckenlast untersucht werden. Dabei wird lediglich der Grenzzustand der Tragfähigkeit beachtet. Der globale Sicherheitsfaktor  $\gamma_R$  wird auf 1,15 festgelegt.

Der ersten Berechnung (A) liegt eine linear-elastisch dimensionierte Bewehrung als Startbewehrung zugrunde. Der oberen Tabelle in Bild 6.3 ist zu entnehmen, dass unter  $\gamma_R$ -fachen Beanspruchungen sowohl der Stahl an der Einspannung ( $\sigma_{s,E}$ ) als auch im Feldbereich ( $\sigma_{s,F}$ ) fließt. Aus diesem Grund ergaben sich die Ausnutzungsgrade  $\psi_s$  der Bewehrung zu 1, so dass keine Reduktion der Bewehrung möglich ist.

Die anschließende Traglastberechnung (Iteration 1) bringt eine Traglast  $\lambda_u$  von 1,159. Der Wert entspricht etwa der geforderten, globalen Sicherheit  $\gamma_R$ . Die nicht-lineare Bewehrungsbestimmung kann somit beendet werden.

System und Belastung:



Werkstoffe:

Beton C25/30  
Betonstahl S500

$\gamma_R = 1,15$   
 $f_{cR} = 18,75 \text{ MN/m}^2$   
 $f_{yR} = 500 \text{ MN/m}^2$

Lastkombination:  $\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k$   
 $1,35 \cdot G_k + 1,50 \cdot Q_k$

$\gamma_R$ -Konzept:  $\lambda \cdot ( 1,35 \cdot G_k + 1,50 \cdot Q_k )$

(A) Startbewehrung aus linearer Bemessung:

Iteration	$A_{s,F} [\text{cm}^2/\text{m}]$	$\sigma_{s,F} [\text{MN/m}^2]$	$\lambda_u$	$\Psi_{s,F} [-]$	Anmerkungen
	$A_{s,E} [\text{cm}^2/\text{m}]$	$\sigma_{s,E} [\text{MN/m}^2]$		$\Psi_{s,E} [-]$	
0	5,14	500,0	-	1,000	
	9,53	500,0		1,000	
1	<b>5,14</b>	500,0	1,159	-	Iteration beendet
	<b>9,53</b>	500,0		-	

(B) Startbewehrung frei gewählt ( $A_{s,F} = A_{s,E}$ ):

Iteration	$A_{s,F} [\text{cm}^2/\text{m}]$	$\sigma_{s,F} [\text{MN/m}^2]$	$\lambda_u$	$\Psi_{s,F} [-]$	Anmerkungen
	$A_{s,E} [\text{cm}^2/\text{m}]$	$\sigma_{s,E} [\text{MN/m}^2]$		$\Psi_{s,E} [-]$	
0	15,00	183,0	-	0,366	
	15,00	324,6		0,649	
1	5,49	500,0	1,198	0,960	
	9,74	500,0		0,960	
2	<b>5,27</b>	500,0	1,157	-	Iteration beendet
	<b>9,35</b>	500,0		-	

Vergleich der nichtlinear ermittelten Bewehrungen:

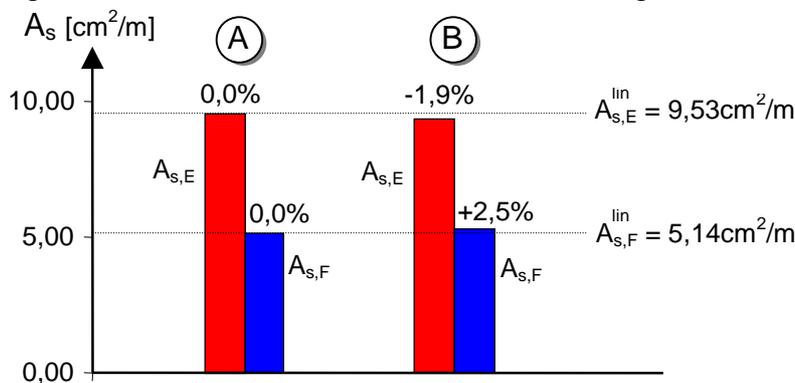
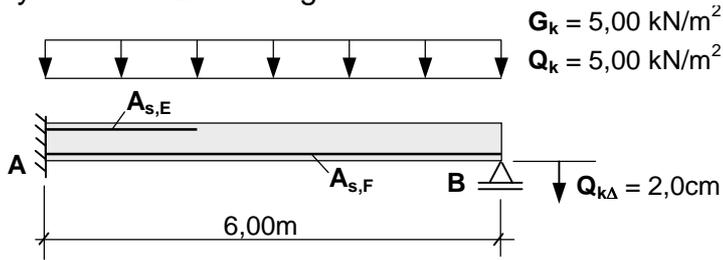


Bild 6.3

Statisch unbestimmter Einfeldträger – ohne Stützensenkung

System und Belastung:



Werkstoffe:

Beton C25/30  
Betonstahl S500

$\gamma_R = 1,15$   
 $f_{cR} = 18,75 \text{ MN/m}^2$   
 $f_{yR} = 500 \text{ MN/m}^2$

Lastkombination:  $\gamma_G \cdot G_k + \gamma_Q \cdot Q_k + \psi_0 \cdot \gamma_{Q\Delta} \cdot Q_{k\Delta}$   
 $1,35 \cdot G_k + 1,50 \cdot Q_k + 0,7 \cdot 1,0 \cdot Q_{k\Delta}$

$\gamma_R$ -Konzept:  $\lambda \cdot ( 1,35 \cdot G_k + 1,50 \cdot Q_k + 0,7 \cdot 1,5 \cdot Q_{k\Delta} )$

(A) Startbewehrung aus linearer Bemessung:

Iteration	$A_{s,F}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\sigma_{s,F}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\lambda_u$	$\psi_{s,F}$ [-]	Anmerkungen
	$A_{s,E}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\sigma_{s,E}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		$\psi_{s,E}$ [-]	
0	5,14	427,4	-	0,855	
	13,60	472,5		0,945	
1	<b>4,39</b>	500,0	1,154	-	Iteration beendet
	<b>12,85</b>	500,0		-	

(B) Startbewehrung frei gewählt ( $A_{s,F} = A_{s,E}$ ):

Iteration	$A_{s,F}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\sigma_{s,F}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\lambda_u$	$\psi_{s,F}$ [-]	Anmerkungen
	$A_{s,E}$ [cm <sup>2</sup> /m]	$\sigma_{s,E}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		$\psi_{s,E}$ [-]	
0	15,00	165,1	-	0,330	
	15,00	377,2		0,754	
1	<b>4,95</b>	500,0	1,154	-	Iteration beendet
	<b>11,32</b>	500,0		-	

Vergleich der nichtlinear ermittelten Bewehrungen:

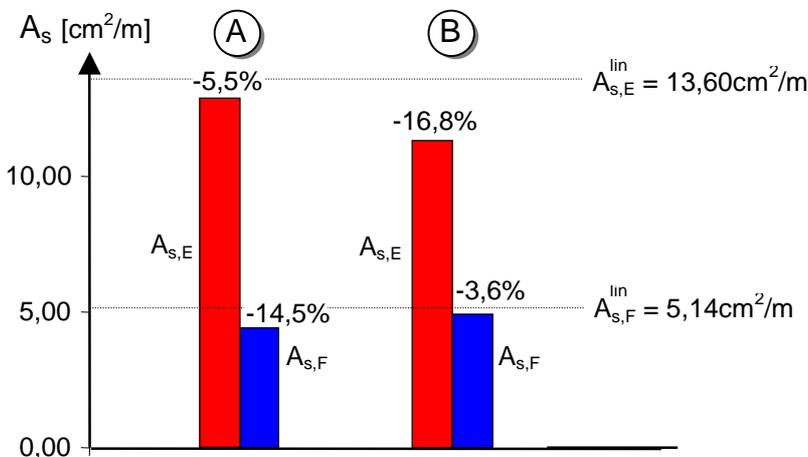


Bild 6.4

Statisch unbestimmter Einfeldträger – mit Stützensenkung

Eine „Umlagerung“ des Stützmomentes ins Feld (Zweifeldträger) konnte hier nicht beobachtet werden. Vielmehr wurde festgestellt, dass der statisch unbestimmte Träger im Grenzzustand der Tragfähigkeit keinerlei nichtlineare Umlagerungskapazitäten aufweist, da die Bemessung eine an die Beanspruchung angepasste Bewehrung liefert [Bild 6.1].

Zur Erklärung betrachtet man die zuvor durchgeführte, lineare Bemessung. Für die gegebene Beanspruchung  $E_d$  wird ein Gleichgewichtszustand bestimmt (hier mit linear-elastischem Material). Durch die Bemessung werden die zu diesem Gleichgewichtszustand gehörenden Schnittgrößen  $S_d$  durch Bewehrung abgedeckt (mit Teilsicherheiten auf Materialseite). Das heißt, dass das Tragwerk im Grenzzustand der Tragfähigkeit (hier unter  $\gamma_R \cdot E_d$ ) sowohl an der Einspannung als auch im Feld gerade seine Querschnittstragfähigkeit erreicht (eine Umlagerung ist nicht möglich, da an keiner Stelle die Schnittgrößen die Querschnittswiderstände überschreiten können). In diesem Punkt ist der Stahl sowohl im Feld als auch an der Einspannung optimal ausgenutzt ( $\psi_s = 1,0$ ). Somit liegen im Tragwerk zwei Fließbereiche vor und eine geringe Laststeigerung führt zum Tragwerksversagen (kinematische Kette).

Führt man die gleiche Berechnung mit einer beliebig gewählten Startbewehrung durch (Berechnung B), so erkennt man, dass die nichtlineare Bewehrungsiteration wieder näherungsweise das gleiche Ergebnis liefert wie die lineare Bemessung (lediglich Umlagerungen im Bereich der Rechenungenauigkeit bis 2,5%).

Hieran wird deutlich, dass die nichtlineare Bemessung nicht immer die gleiche Bewehrung liefert. Vielmehr ist die nichtlineare Bewehrung von der angenommenen Startbewehrung abhängig. Legt man z.B. gar keine Stützbewehrung in den oben behandelten Träger ein, so wird die Bemessung als Ergebnis (unter Ausblendung von Forderungen der Gebrauchstauglichkeit) nur eine Feldbewehrung liefern, die der Feldbewehrung eines, statisch bestimmten Einfeldträgers entspricht. Die Bewehrung wäre dann wiederum in der Lage, die Einwirkungen  $E_d$  sicher aufzunehmen.

Analog lassen sich so auch die linear-elastischen Verfahren mit teilweiser Momentenumlagerung erklären. Sie beruhen wiederum auf einem (beliebigen) Schnittgrößenverlauf, der durch Bewehrung (sicher) abgedeckt wird. In dem Zusammenhang ist allerdings zu garantieren, dass sich der unterstellte (beliebige) Momentenverlauf auch tatsächlich einstellen kann (Nachweis einer ausreichenden Duktilität in Form einer ausreichenden Rotationskapazität).

Betrachtet man den gleichen Einfeldträger mit einer zusätzlichen Zwangseinwirkung (Stützensenkung des Auflagers B), so können durch die nichtlineare Bemessung

größere Bewehrungseinsparungen erzielt werden [Bild 6.4]. Dies geht auf die Tatsache zurück, dass Zwangbeanspruchungen von der Steifigkeit des Tragwerks abhängen und somit im Grenzzustand der Tragfähigkeit stark reduziert werden. Die DIN1045-1 reduziert daher den Teilsicherheitsbeiwert für Zwang bei linearer Schnittgrößenermittlung mit Steifigkeiten des ungerissenen Querschnitts von  $\gamma_{Q\Delta} = 1,5$  auf  $\gamma_{Q\Delta} = 1,0$  (für nichtlineare Berechnungen muss natürlich  $\gamma_{Q\Delta} = 1,5$  angesetzt werden!).

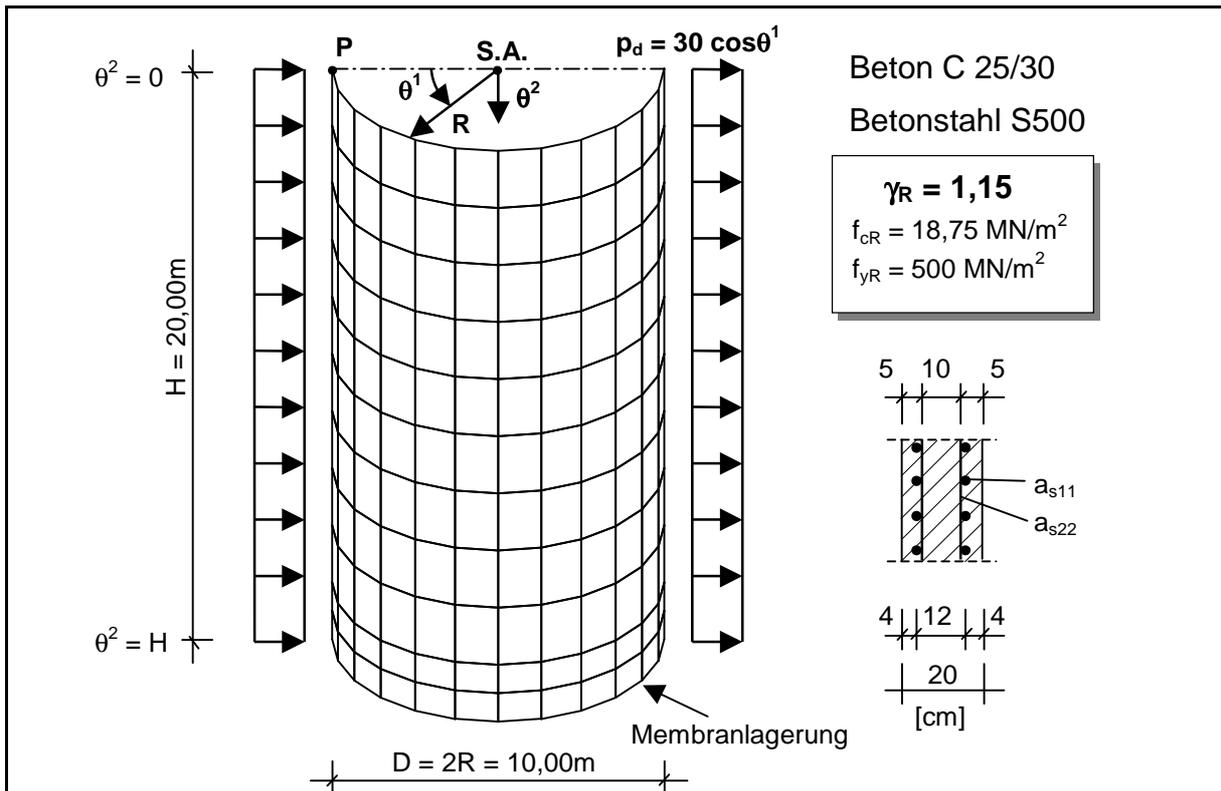
Trotz der Reduktion der Zwangbeanspruchungen um 33% bei der linearen Bemessung werden die Beanspruchungen aus dem Zwang noch überschätzt. Folglich gelingt es mit Hilfe der nichtlinearen Bewehrungsermittlung, die erforderliche Bewehrung (je nach Startbewehrung) um bis zu 16,8% zu reduzieren.

#### 6.4.2 Kreiszylinderschale

Als zweites Anwendungsbeispiel wird eine membrangelagerte Stahlbeton-Kreiszylinderschale [Bild 6.5] unter einer nichtrotationssymmetrischen Belastung  $p_3 = 20 \cdot \cos\theta^1$  untersucht. Die Schale wurde mit linear-elastischen Schnittgrößen dimensioniert. Die Meridian- und Ringbewehrung wird jeweils über die gesamte Schalenhöhe konstant eingelegt (keine Bewehrungsstaffelung). Es soll wiederum lediglich der Grenzzustand der Tragfähigkeit betrachtet werden.

Eine Berechnung der Stahlspannungen im Riss unter  $\gamma_R$ -facher Belastung ( $\gamma_R = 1,15$ ) ergab einen Ausnutzungsgrad der Meridianbewehrung von 0,946. Hierdurch konnte die Meridianbewehrung um diesen Faktor verringert werden. Die anschließende Traglastberechnung ergibt eine Traglast von  $\lambda_u = 1,535$ , was eine weitere Reduktion der Bewehrung möglich macht. Nach der Bewehrungsabminderung ergab sich eine Traglast von  $\lambda_u = 1,174$  ( $\approx 1,15 = \gamma_R$ ).

Insgesamt konnte durch die nichtlineare Bewehrungsermittlung die Bewehrung in Ringrichtung um 25,0% und in Meridianrichtung sogar um 29,1% reduziert werden (im Vergleich zur linear-elastischen Dimensionierung). Die Bewehrungersparnis ist auf die Ausnutzung der Systemredundanzen zurückzuführen, die die betrachtete Kreiszylinderschale bietet. In Bild 6.6 sind die Stahlspannungen im Riss in Meridianrichtung unter  $\gamma_R$ -facher Last graphisch dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Meridianbewehrung bei der Schale mit der linearen Bewehrung an keiner Stelle ins Fließen kommt ( $\sigma_{22}^{\max} = 461,3 \text{ MN/m}^2$ ). Im Gegensatz hierzu fließt bei der Schale mit der nichtlinear ermittelten Bewehrung der Stahl im Luv. Hierdurch entzieht er sich



Iteration	a <sub>s11</sub> [cm <sup>2</sup> /m]	σ <sub>s11</sub> [MN/m <sup>2</sup> ]	λ <sub>u</sub>	ψ <sub>s11</sub> [-]	Anmerkungen
	a <sub>s22</sub> [cm <sup>2</sup> /m]	σ <sub>s22</sub> [MN/m <sup>2</sup> ]		ψ <sub>s22</sub> [-]	
0	7,11	500,0	-	1,000	lineare Startbewehrung
	15,41	461,3		0,946	
1	7,11	500,0	1,535	0,749	
	14,57	500,0		0,749	
2	5,33	500,0	1,174	-	Iteration beendet
	10,92	500,0		-	

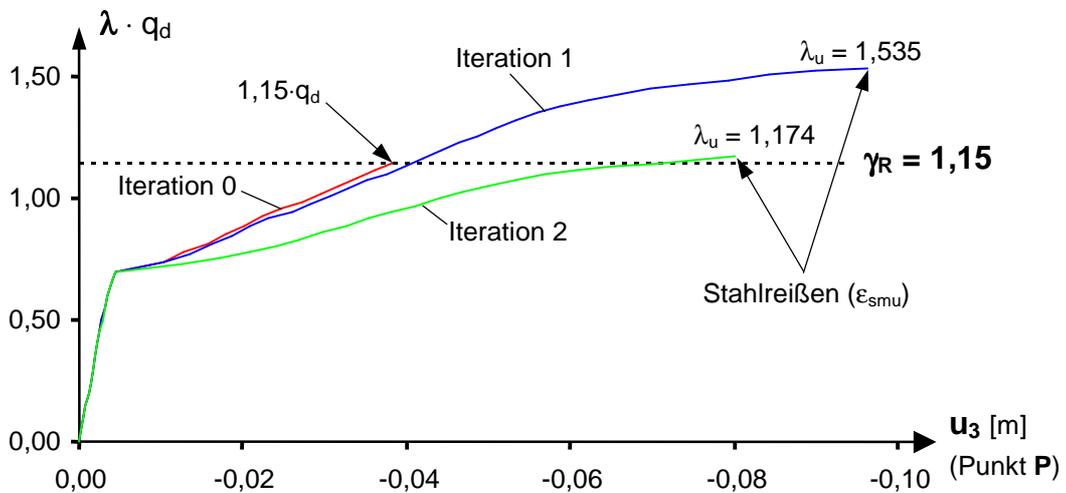
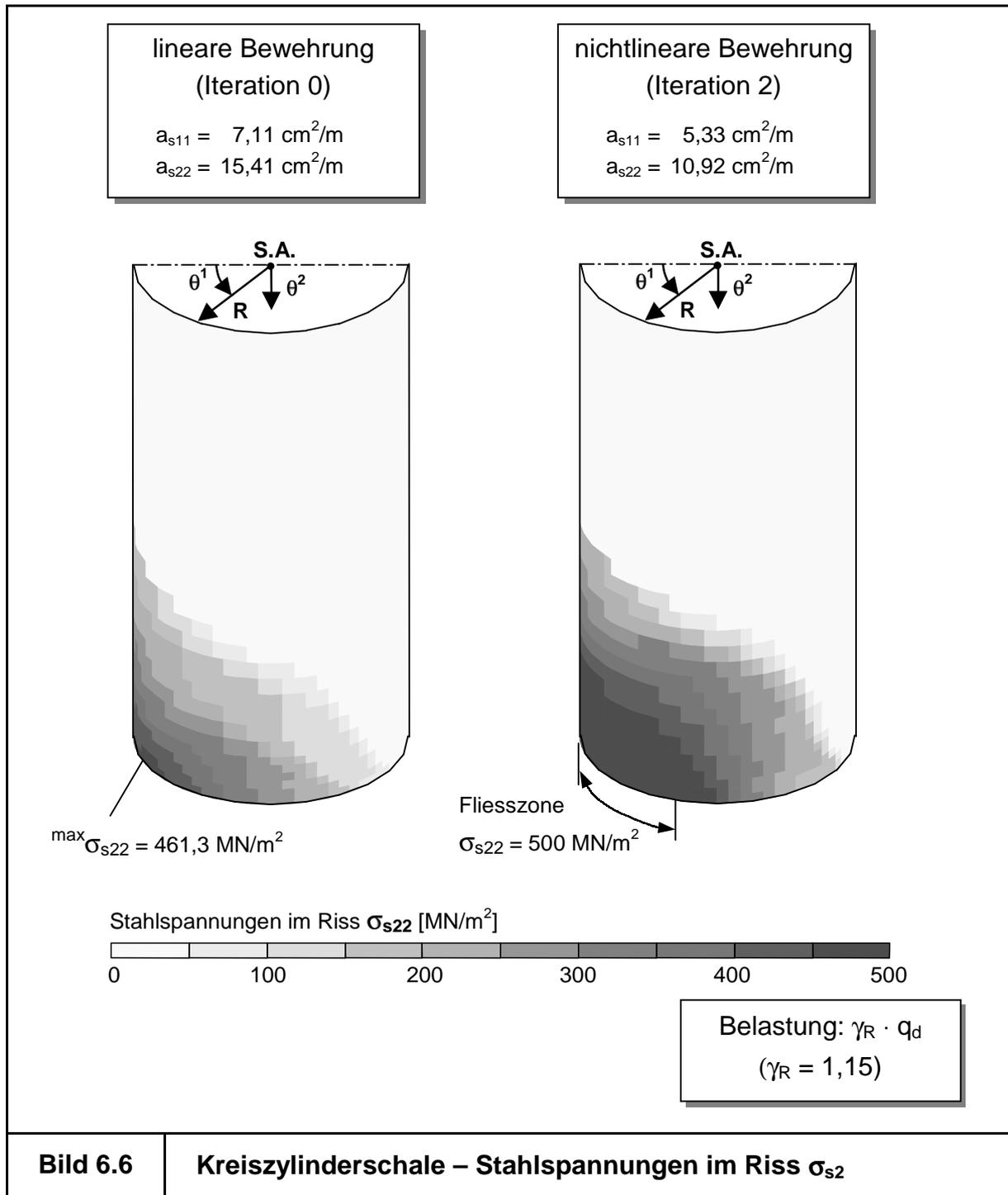
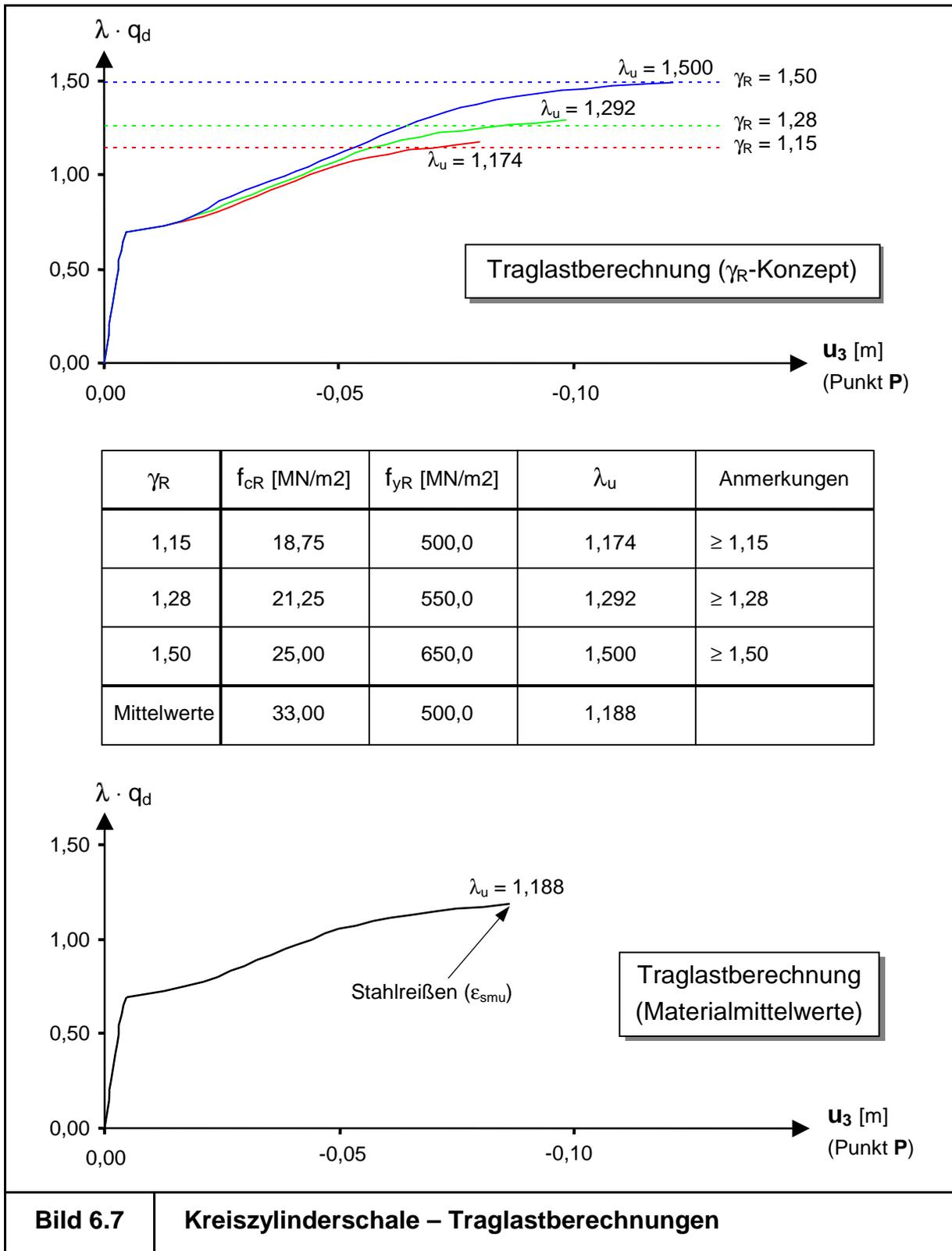


Bild 6.5

Kreiszyinderschale – System, Belastung, Bewehrungsiteration



einer weiteren Beanspruchung, so dass benachbarte Bereiche (redundante Bereiche) zum Lastabtrag herangezogen werden. Es bildet sich dadurch ein breiter FlieBbereich, in dem der Stahl voll ausgenutzt wird ( $\psi_s = 1,0$ ). Die bessere Ausnutzung der Bewehrung als Folge der Umlagerung der inneren Beanspruchungen fñhrt zu der angegebenen Bewehrungsersparnis und erhñht somit die Wirtschaftlichkeit der Bemessung.



Um die freie Wahl des globalen Sicherheitsfaktors  $\gamma_R$  noch einmal zu verdeutlichen, erfolgt im Anschluss der Nachweis der nichtlinear ermittelten Bewehrung (siehe Iteration 2, [Bild 6.5]) mit unterschiedlichen  $\gamma_R$ -Werten. Die bei den Nachweisen anzusetzenden Rechenfestigkeiten der Werkstoffe sind in der Tabelle in Bild 6.7

zusammengestellt. Aus den Rechenfestigkeiten der DIN1045-1 lässt sich somit auf den (ungerundeten) Wert von  $\gamma_R$  zurückrechnen:

$$\gamma_R = \frac{f_{cR}}{f_{cd}} = \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{f_{ck} / 1,50} = 1,275 \approx 1,28, \quad (6.12a)$$

$$\gamma_R = \frac{f_{yR}}{f_{yd}} = \frac{1,10 \cdot f_{yk}}{f_{yk} / 1,15} = 1,265 \approx 1,28. \quad (6.12b)$$

Die Traglastberechnungen ergeben, dass unabhängig vom gewählten  $\gamma_R$  die nichtlineare Bewehrung den Nachweis erfüllt ( $\lambda_u \geq \gamma_R$ ). Dies bestätigt die theoretische Überlegung, dass das Nachweisformat des  $\gamma_R$ -Konzeptes unabhängig von der Größe des (frei zu wählenden) globalen Sicherheitsfaktors  $\gamma_R$  anwendbar ist.

Eine vergleichende Berechnung des Tragwerks mit Materialmittelwerten zeigt, dass das Tragverhalten der Schale, das vor allem durch den Stahlbeton-Nachrissbereich charakterisiert wird, am besten durch ein  $\gamma_R$  von 1,15 beschrieben wird. Es ist demnach sinnvoll, die Größe des globalen Sicherheitsfaktors  $\gamma_R$  nicht, wie von der DIN1045-1 festgelegt, für alle Tragwerke mit 1,30 zu wählen, sondern vielmehr in Abhängigkeit vom tatsächlichen Tragverhaltens den Wert zwischen 1,15 ( $= \gamma_s$ ) und 1,50 ( $= \gamma_c$ ) frei zu bestimmen. Für Schalenträgerwerke bietet sich ein  $\gamma_R$  von 1,15 an.

## 6.5 Zusammenfassung

Die neue DIN1045-1 erlaubt in ihrer aktuellen Fassung den Nachweis einer Bewehrung mit Hilfe einer nichtlinearen Traglastberechnung. Die theoretischen Hintergründe des Konzeptes, welches von einem globalen Sicherheitsfaktor  $\gamma_R$  ausgeht, werden dargestellt und diskutiert. Eine aktives Bemessungsverfahren zur Bewehrungsermittlung unter Verwendung nichtlinearer Verfahren sieht die Norm nicht vor.

Aus dem Nachweisverfahren ( $\gamma_R$ -Konzept) der DIN wird ein solches aktives Dimensionierungsverfahren entwickelt, was es erlaubt, im sicherheitstheoretischen Rahmen der Norm Tragwerke aus Stahlbeton unter Berücksichtigung sämtlicher Nichtlinearitäten zu bemessen.

Der praktische Nutzen wird anhand zweier Einführungsbeispiele demonstriert. Hierbei zeigt besonders die berechnete Kreiszyinderschale ausgeprägte nichtlineare Tragreserven, die bei der nichtlinearen Vorgehensweise (im Vergleich zu einer

linearen Bemessung) zu deutlichen Bewehrungsersparnissen führen. Es wird deutlich, dass durch die nichtlineare Dimensionierung das Sicherheitsniveau der Tragwerke gleichmäßig wird.

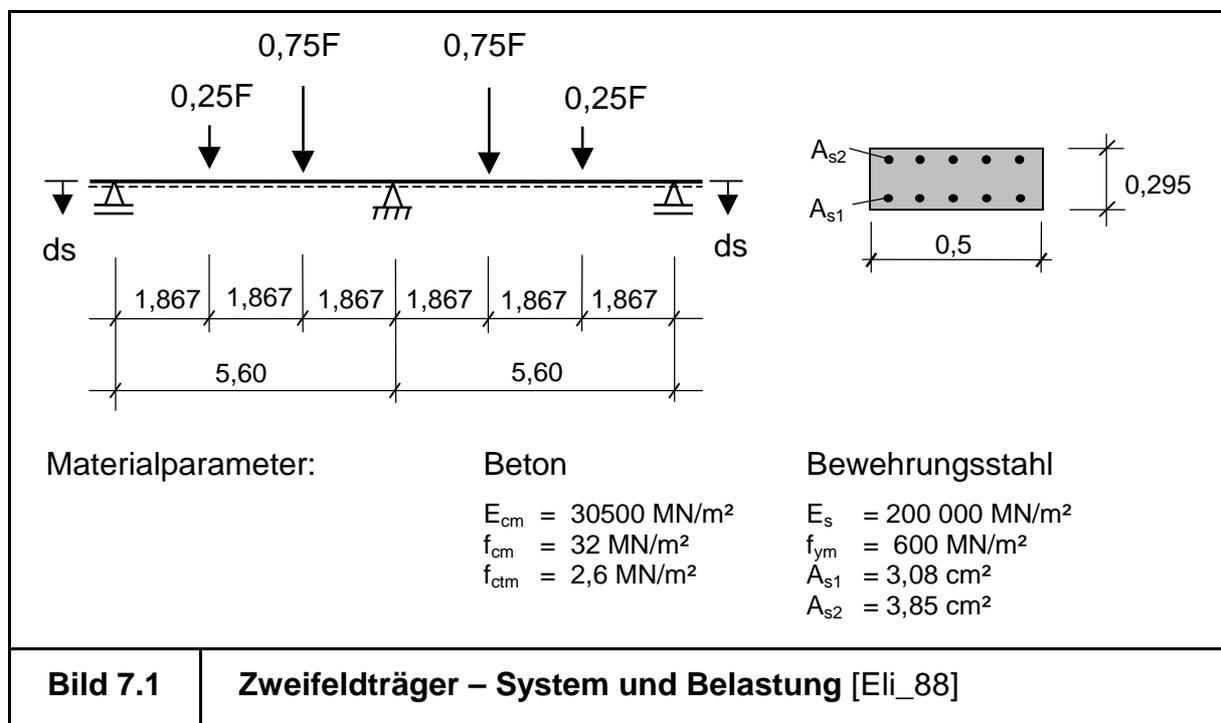
Die Anwendung des Verfahrens ist gleichwohl auf Tragwerke im Neuzustand als auch auf gealterte Tragwerke möglich. Hieraus kann im Folgenden eine „lebensdauerorientierte Bemessungsstrategie“ abgeleitet werden, die Schädigungen und Deteriorationen während der Nutzungsdauer bei der Dimensionierung eines Tragwerks berücksichtigt und es so gestattet, die Auswirkungen des Alterungsprozesses auf die erforderliche Bewehrung zu beleuchten. Lineare Berechnungen würden wegen der hochgradig nichtlinearen Zusammenhänge zu keinen befriedigenden Resultaten führen. Folglich ist in diesem Zusammenhang das nichtlineare Verfahren zur Bewehrungsfindung zwingend erforderlich.

## 7 Beispiele für Schädigungseffekte bei Stabtragwerken

### 7.1 Versuch von Elgehausen/Kreller/Langer

#### 7.1.1 System, Abmessungen und Beanspruchung

Elgehausen, Kreller und Langer [Eli\_88] untersuchten experimentell das Trag- und Verformungsverhalten von drei Zweifeldträgern mit planmäßiger Schnittgrößenumlagerung. Alle drei Träger wurden gleichartig für einen Momentendeckungsgrad von 75% im Stützbereich und einer Gebrauchslast von  $F_{\text{Gebrauch}} = 22 \text{ kN}$  bemessen [Eli\_88]. Die Abmessungen und die Werkstoffdaten können Bild 7.1 entnommen werden.



**Bild 7.1**

**Zweifeldträger – System und Belastung [Eli\_88]**

Um den Einfluss einer bei der Bemessung nicht berücksichtigten Zwangbeanspruchung zu erfassen, wurden die Träger 2 und 3 zusätzlich durch eine Absenkung  $ds$  der äußeren Auflager beansprucht. Während bei Versuch 2 die Absenkung der Auflager unter Gebrauchslasten stattfand, wurde bei Versuch 3 der Zwang bereits vor Belastungsbeginn unter Eigengewicht eingepreßt.

Durch Messung der Auflagerkräfte wurde der Schnittgrößenzustand in den Trägern zurückgerechnet. Bei der Auswertung der Versuche wurde festgestellt, dass sich bei Versuch 2 verglichen mit Versuch 1 ein um 18% größeres Stützmoment  $M_s$  unter Gebrauchslast und Zwang einstellte:

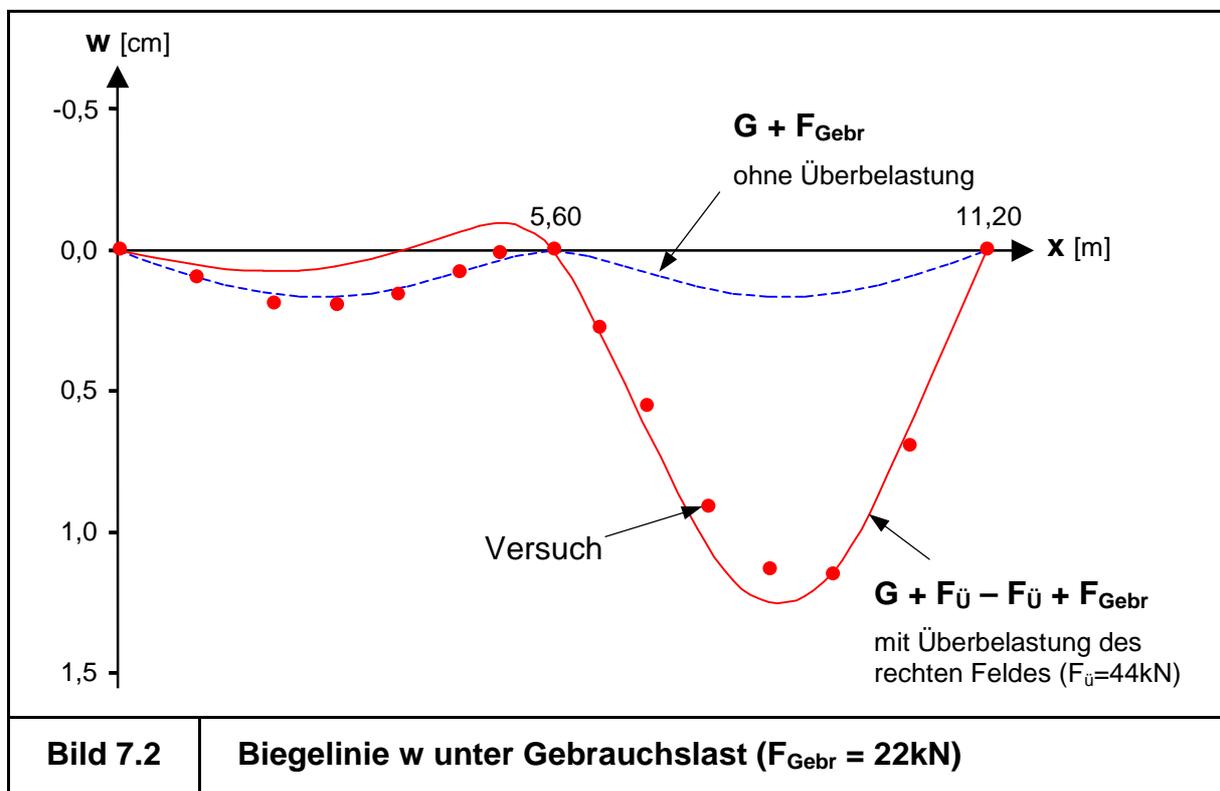
$$\text{Versuch 2: } G + F_{\ddot{U}} - F_{\ddot{U}} + F_{\text{Gebr}} + \Delta s \rightarrow M_S = 51,2 \text{ kNm}, \quad (7.1a)$$

$$\text{Versuch 3: } G + \Delta s + F_{\text{Gebr}} \rightarrow M_S = 43,5 \text{ kNm}. \quad (7.1b)$$

Die Ursache für die Unterschiede können wegen der gleichartigen Herstellung nur in der Belastungsgeschichte liegen. Dabei sind zwei verschiedene Gründe denkbar:

1. In Versuch 2 weist der Träger beim Aufbringen der Stützensenkung bereits Risse auf. Der Zwang wirkt also auf ein bereits gerissenes Tragwerk und führt so zu einer anderen Steifigkeitsverteilung als bei Versuch 3, wo der Zwang auf ein ungerissenes Tragwerk (nur unter Eigengewicht  $G$ ) einwirkt.
2. Bei Versuch 2 kam es zu einem Regelungsfehler, wodurch das rechte Feld vor Beginn des Versuchs durch eine unbekannte (nicht aufgezeichnete) Last  $F_{\ddot{U}}$  (Überbeanspruchung) kurzzeitig belastet wurde (Gl. 7.1a). Hierdurch entstand im rechten Feld ein ausgeprägtes Rissbild. Die mit dem Rissbild verbundenen Steifigkeitsunterschiede der beiden Felder kommen ebenfalls als Ursache für die Schnittgrößenunterschiede unter Gebrauchslast in Betracht.

Mit Hilfe einer nichtlinearen Nachrechnung des Experiments soll geklärt werden, ob die Unterschiede im Stützmoment auf die Lastfolge oder auf die Überbelastung (Vorschädigung) des rechten Feldes zurückzuführen sind.



### 7.1.2 Vergleich des Verformungsverhaltens

Da im Experiment die kurzzeitig wirkende Überbelastung  $F_{\ddot{U}}$  nicht gemessen wurde, muss die Größe der Überbelastung aus den Verformungen unter Gebrauchslasten  $F_{\text{Gebra}}$  zurückgerechnet werden. Hierzu werden verschiedene Überbelastungen  $F_{\ddot{U}}$  angenommen und die Durchbiegungen  $w$  nach Wegnahme der Überbelastung mit den Messwerten verglichen:

$$G + F_{\ddot{U}} - F_{\ddot{U}} + F_{\text{Gebra}} \rightarrow \text{Biegelinie.} \quad (7.2)$$

In Bild 7.2 ist die berechnete Biegelinie für eine Überbelastung  $F_{\ddot{U}} = 44 \text{ kN}$  im Vergleich zu den gemessenen Durchbiegungen dargestellt. Ohne eine Überbelastung des rechten Feldes würden sich auf diesem Lastniveau deutlich geringere Verformungen einstellen. Außerdem ist die Biegelinie des Zweifeldträgers unter Gebrauchslasten trotz symmetrischer Belastung nach der Überbelastung unsymmetrisch, was mit dem vorhandenen Rissbild im rechten Feld und den damit verbundenen Steifigkeitsunterschieden erklärt werden kann.

Frühere Untersuchungen des Trägers unter Verwendung von Momenten-Krümmungs-Beziehungen ergaben ebenfalls eine wahrscheinliche Vorbelastung in Höhe der doppelten Gebrauchslast [Key\_97].

### 7.1.3 Vergleich der Schnittgrößen

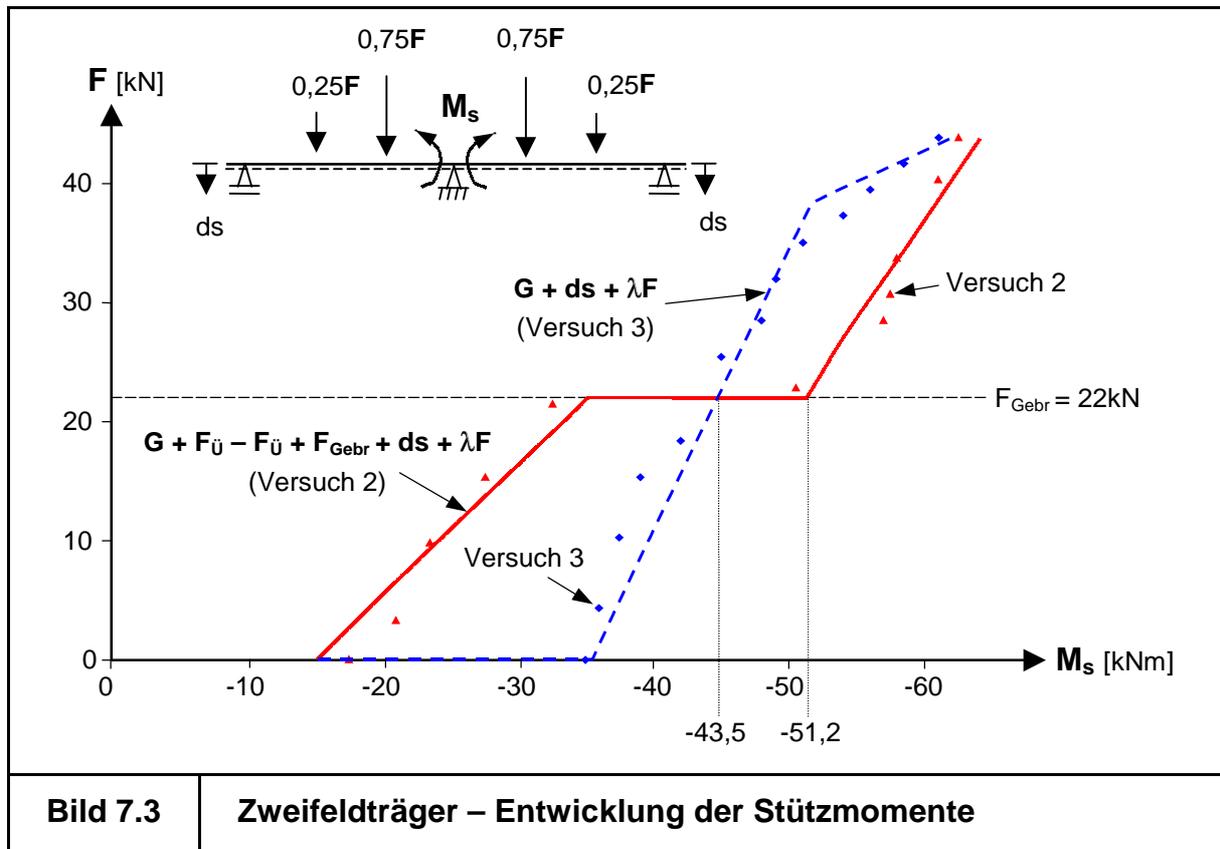
Nach der Bestimmung der Überbelastung können die Versuchsergebnisse numerisch nachvollzogen werden, wobei sowohl bei Versuch 2 als auch bei Versuch 3 eine gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Stützmomenten erzielt wird [Bild 7.3].

Um die Ursache für das etwa 18% größere Moment bei Versuch 2 unter Eigengewicht, Zwang und Gebrauchslast ( $F_{\text{Gebra}} = 22 \text{ kN}$ ) zu ergründen, wurde Versuch 2 ohne die Überbelastung berechnet:

$$\text{Versuch 2*}: G + \Delta s + F_{\text{Gebra}} \rightarrow M_S = 44,7 \text{ kNm.} \quad (7.3)$$

Dabei wird deutlich, dass die Reihenfolge der Belastung ( $F_{\text{Gebra}}$  und  $\Delta s$ ) nur einen sehr geringen Einfluss auf den Steifigkeits- und Schnittgrößenzustand ausüben. Bei dem behandelten Experiment sind die gemessenen Unterschiede in den Stützmomenten auf den Regelungsfehler und die damit verbundene Überbelastung des rechten Feldes zurückzuführen. Die hierdurch verursachten Steifigkeits-

unterschiede (durch die Rissbildung bedingt) bewirken die 18%ige Umlagerung der Schnittgrößen unter Gebrauchslasten.



Bei einer weiteren Steigerung der Last bis zum Versagen des Trägers (Traglastberechnung) würden die beobachteten Unterschiede im Tragverhalten wieder zurückgehen. Im Traglastgrenzzustand werden bei Versuch 2 und Versuch 3 keine Unterschiede in der Steifigkeitsverteilung oder im Tragverhalten mehr zu beobachten sein. Dies geht auf die Tatsache zurück, dass die Folgen der Überbelastung, die sich in Form von zurückbleibenden Rissen äußert, mit dem Erreichen der Fließspannung im Stahl bei ausreichender Verformbarkeit aus dem Tragwerk „herausplastizieren“.

Die gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen belegt die Wirklichkeitsnähe der verwendeten Stoffgesetzformulierung. An dem einfachen Beispiel lässt sich erkennen, dass die Berücksichtigung einer (gewollten oder ungewollten) Überbelastung zum Teil erhebliche Auswirkungen auf das Tragverhalten unter Gebrauchslasten hat. Im Sinne einer wirklichkeitsnahen Bemessung kann es somit bei sensiblen Systemen unter Umständen erforderlich werden, mögliche Schädigungen in den Nachweisen des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit zu berücksichtigen.

## **7.2 Eigenfrequenzen eines geschädigten Einfeldträgers**

### **7.2.1 Einführung**

#### **7.2.1.1 Dynamische Testverfahren**

In den letzten Jahren wurden verstärkt Verfahren entwickelt, um den Status-Quo verschiedener Tragwerke zu beurteilen. Dies ist vor dem Hintergrund zu sehen, dass zunehmend das Bauwerksmanagement in den Mittelpunkt des Interesses rückt. Die Bauwerksüberwachung, auch „Monitoring“ genannt, dient der Kontrolle der vorhandenen Bausubstanz. Die Inspektionsintervalle sollen in Abhängigkeit vom Schädigungsgrad wirtschaftlich festgelegt und die Bauinvestitionen somit wirkungsvoll geschützt werden.

Hierbei bilden dynamische Testverfahren einen wichtigen Baustein. Die Verfahren basieren auf der Überlegung, dass ein Tragwerk während seiner Nutzungsdauer vielfältige (irreversible) Schädigungen erfährt. Die Einzelschädigungen akkumulieren sich in der Struktur und verändern ihre Steifigkeitsverteilung. Sie wiederum beeinflusst die dynamischen Eigenschaften der Struktur. Es bietet sich die Möglichkeit, die Alterung eines Bauwerks während der Nutzung zu überwachen, indem man seine dynamischen Eigenschaften wie Eigenfrequenz, Schwingform oder Dämpfung misst und dokumentiert [Jah\_01].

Die Vorteile des Vorgehens liegen auf der Hand. Die dynamischen Messungen sind einfach durchzuführen, kostengünstig und können unter Betrieb erfolgen, d.h. bei der Messung einer Straßenbrücke z.B. muss das Bauwerk nicht für den Verkehr gesperrt werden. Des Weiteren kann das Verfahren bei unterschiedlichsten Strukturen und Baustoffen eingesetzt werden und ermöglicht so frühzeitig selbst versteckte Schäden in einem Bauwerk zu erkennen, um so gezielt Inspektions- und Sanierungsmaßnahmen zu veranlassen.

In diesem Zusammenhang sei erwähnt, dass in Österreich bereits seit Jahren im Rahmen eines staatlich geförderten Kontrollprogramms (BRIMOS, Bridge Monitoring System) ambiente Schwingungsmessungen an Stahlbrücken vorgenommen werden, die dazu dienen sollen, den Zustand der Bauwerke zu überwachen [Wen\_99]. Zur Erweiterung des Verfahrens auf Stahlbetontragwerke können die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten, schädigungsorientierten Stoffgesetzmodelle eingesetzt werden. Die hierzu erforderlichen Überlegungen sollen im Folgenden kurz umrissen werden.

### 7.2.1.2 Eigenfrequenzermittlung geschädigter Tragwerke

Mit Hilfe des angewendeten vollständig nichtlinearen Vorgehens zur statischen Berechnung allgemeiner Tragwerke aus Stahlbeton besteht die Möglichkeit, die Eigenfrequenzen und Eigenformen (Schwingformen) beliebiger Strukturen über eine begleitende Eigenfrequenzermittlung zu bestimmen [Fri\_99].

Zur numerischen Bestimmung der Eigenfrequenzen werden die Steifigkeitsinformationen des Gesamtsystems benötigt. Sie liegen in der linearisierten Gleichgewichtsbeziehung in inkrementeller Form vor. Nach einer Theorie, die nichtlineares Werkstoffverhalten berücksichtigt, ist die nichtlineare Steifigkeitsmatrix  $\underline{K}_e$  von den Elastizitätswerten  $\underline{E}$  abhängig. Sie wiederum sind Funktionen des bereits erreichten Verformungszustandes. Die geometrische Anfangs-Spannungsmatrix  $\underline{K}_g$  und die Anfangs-Verformungsmatrix  $\underline{K}_v$ , welche die Steifigkeitseigenschaften innerhalb der Lastinkremente infolge der bereits vorhandenen Spannungen und Verformungen beschreiben, sind darüber hinaus zusätzlich vom Verformungszustand  $\underline{V}$  abhängig. Ein Gleichgewichtszustand ist dann erreicht, wenn die Ungleichgewichtskräfte auf der rechten Seite verschwinden:

$$\left[ \underline{K}_e(\underline{E}_t, \underline{V}) + \underline{K}_v(\underline{E}_t, \underline{V}) + \underline{K}_g(\underline{E}_s, \underline{V}) \right] \cdot \underline{V}^+ = \lambda \cdot \underline{P}_a - \underline{P}_i(\underline{E}_s, \underline{V}). \quad (7.4)$$

Nach Erreichen eines solchen nichtlinearen Gleichgewichtszustandes wird die vollständige Systemsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}$  in das lineare Eigenwertproblem eingeführt:

$$\underline{K} = \underline{K}_e(\underline{E}_t, \underline{V}) + \underline{K}_v(\underline{E}_t, \underline{V}) + \underline{K}_g(\underline{E}_s, \underline{V}), \quad (7.5)$$

$$\left[ \underline{K} + \omega^2 \cdot \underline{M} \right] \cdot \underline{V}^e = 0. \quad (7.6)$$

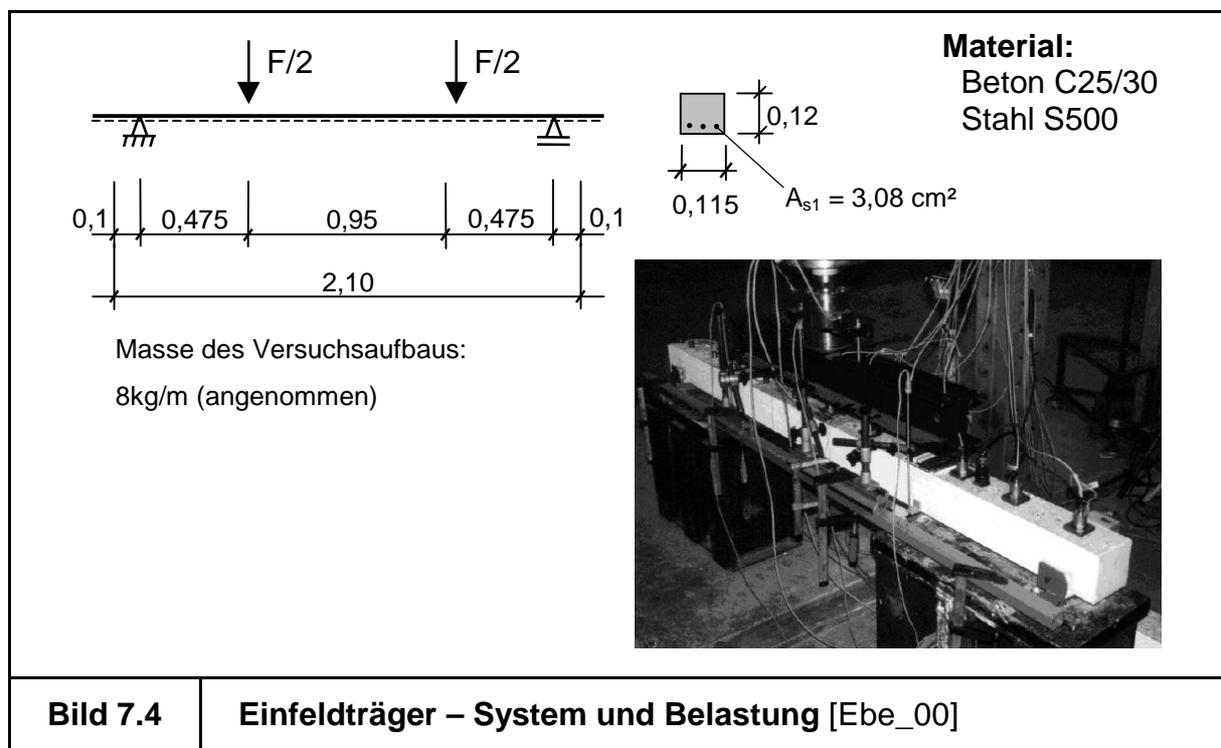
Hierbei steht  $\underline{M}$  für die konsistente Massenmatrix. Die gesuchten Eigenfrequenzen  $f$  ergeben sich nach Lösen des Eigenwertproblems direkt aus der Eigenkreisfrequenz:

$$f = \frac{\sqrt{\omega^2}}{2\pi}. \quad (7.7)$$

Auf diese Weise ist es möglich, dynamische Kennwerte von geschädigten Strukturen begleitend zur statischen Analyse zu bestimmen. Nachfolgend soll nun die dargestellte Vorgehensweise anhand experimenteller Ergebnisse einem qualitativen und quantitativen Test unterzogen werden.

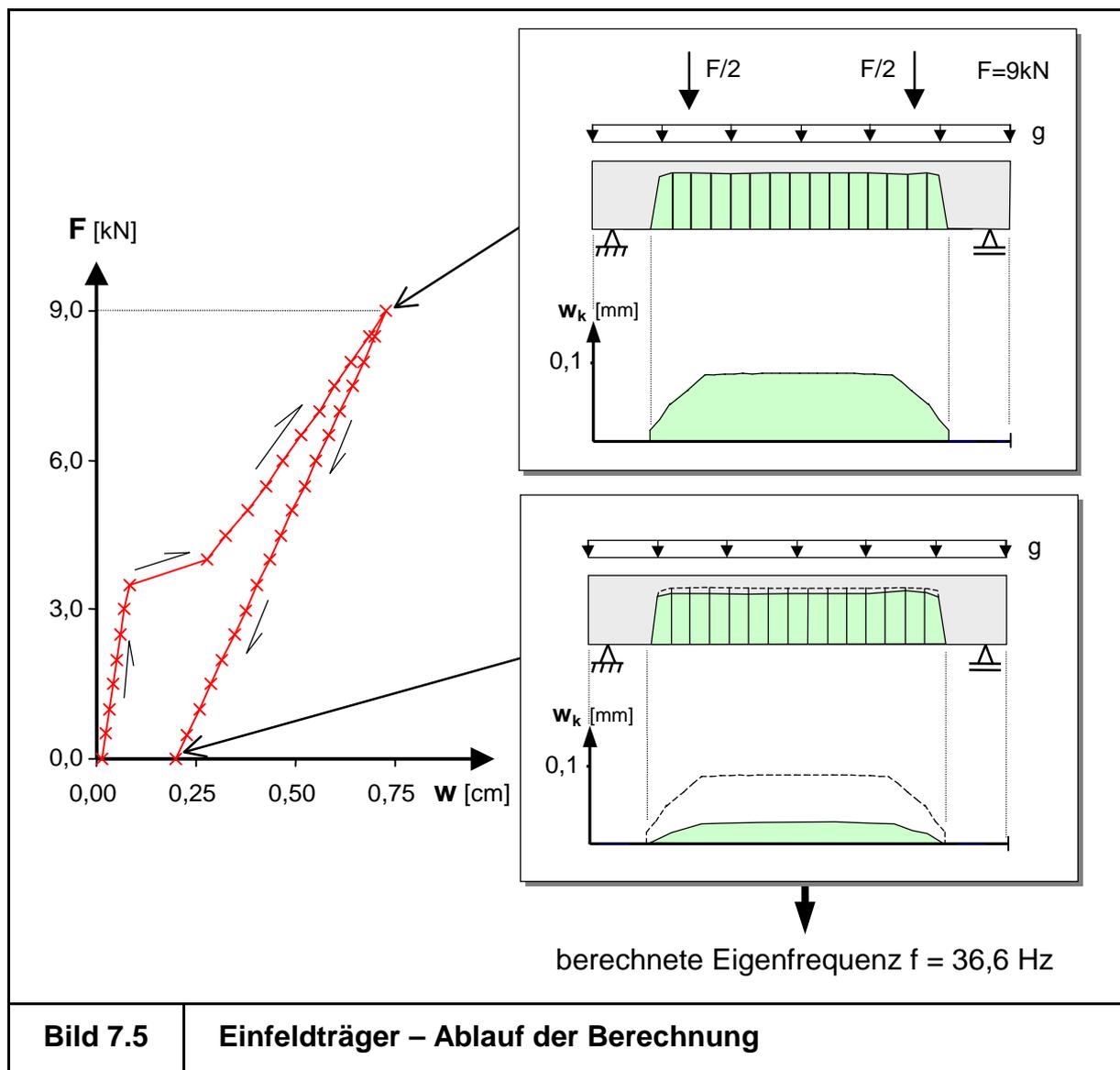
## 7.2.2 Nachrechnung eines Trägerversuches

In einem Versuch [Ebe\_00] wurde das Verhalten eines Stahlbetonträgers unter zunehmender Schädigung untersucht [Bild 7.4]. Hierzu wurde ein statisch bestimmter Einfeldträger durch sein Eigengewicht und eine Beanspruchung  $F_v$ , die aus zwei Einzellasten besteht, belastet [Bos\_01]. Im Träger entsteht dadurch ein Rissbild. Nach einer anschließenden Entlastung des Trägers und nach Entfernen der Lasteinleitungsstruktur wurde der Träger zu Schwingungen angeregt und seine Eigenfrequenz bestimmt. Die Messungen wurden für verschiedene Lasthöhen  $F_v$  durchgeführt, wobei sich mit zunehmender Last  $F_v$  ein immer stärker ausgeprägtes Rissbild einstellte. Durch die Entlastung bleiben die Risse in ihrer Lage und Anzahl erhalten. Die Rissbreiten werden jedoch durch die Wegnahme der Belastung  $F_v$  verringert. Das „elastische Zurückfedern“ der Rissbreiten bei der Entlastung kann nach dem Überschreiten der Streckgrenze im Stahl nicht mehr beobachtet werden. Die beim Fließen entstehenden plastischen Deformationen konzentrieren sich im Bereich der Risse, da dort wegen des Mitwirkens des Betons auf Zug zwischen den Rissen die Stahlspannung am Größten ist. Aus dem Grund können, nachdem der Stahl einmal seine Streckgrenze überschritten hat, die Rissbreiten nicht mehr begrenzt werden.



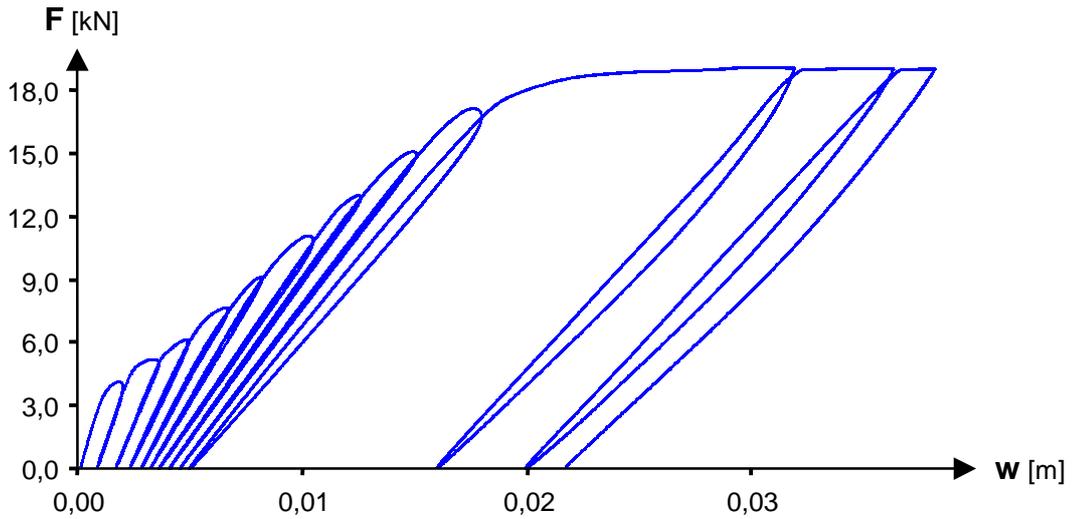
### 7.2.2.1 Vergleich des statischen Verhaltens

Das Be- und Entlastungsverhalten des Trägers ist exemplarisch in Bild 7.5 dargestellt. Bei Steigerung der Belastung  $F_v$  entstehen Biegerisse sobald die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  erreicht ist. Durch die kraftschlüssige Beanspruchung bildet sich sehr schnell ein abgeschlossenes Erstrissbild. Die Einzelrisse haben etwa einen Abstand von 7 cm und öffnen sich unter einer Belastung  $F_v$  von 9 kN auf Rissbreiten um 0,1 mm. Bei Entlastung durchläuft der Träger einen anderen Verformungspfad. Die vorhandenen Risse verbleiben im Material und schließen sich auf Werte um 0,02 mm.

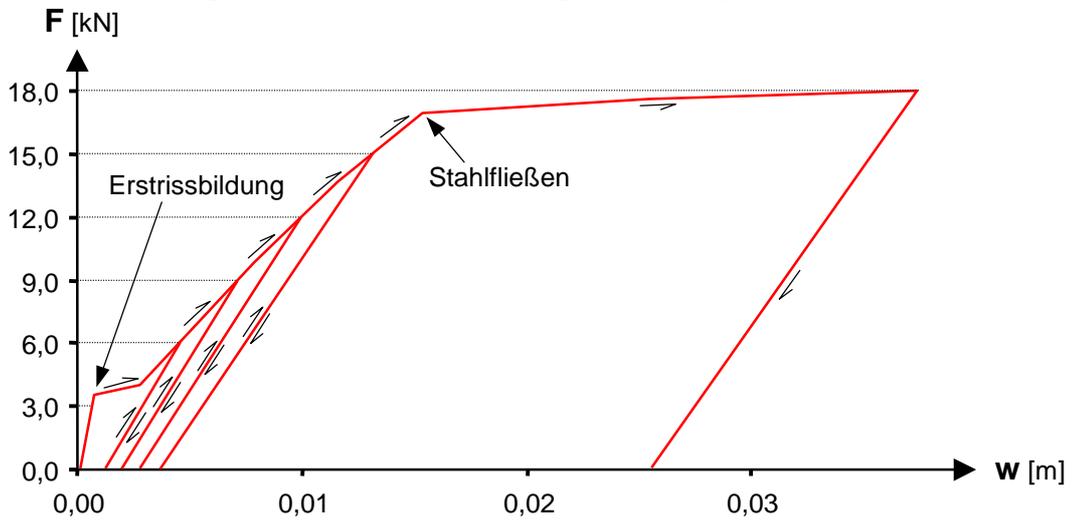


Trotz der geringen Rissbreiten stellen die Risse Fehlstellen im Material dar. Diese Schädigungen sind nicht reversibel, verbleiben dauerhaft im Tragwerk und verändern somit dessen Steifigkeitseigenschaften. Im Rahmen des beschriebenen Versuchs wurde der Träger nun mit verschiedenen Lasthöhen  $F_v$  vorgeschädigt.

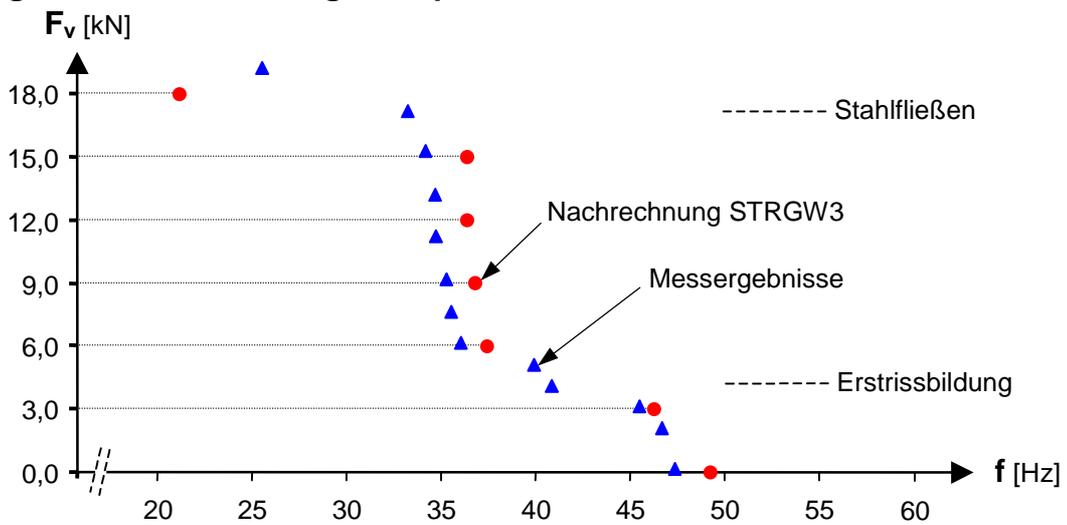
**Last-Verformungskurve (Versuch):**



**Last-Verformungskurve (Nachrechnung STRGW3):**



**Begleitend ermittelte Eigenfrequenzen:**



**Bild 7.6**

**Einfeldträger – Vergleich mit experimentellen Ergebnissen**

Die entsprechende Last-Verformungskurve ist für die aufgebrachten Lastzyklen in Bild 7.6 im Vergleich zur FE-Berechnung dargestellt.

Es bleibt festzuhalten, dass das Versuchsverhalten gut durch die Berechnung beschrieben wird. Die im Experiment schwach ausgeprägten Hysterese-Erscheinungen werden durch die Berechnung nicht erfasst, da die eingesetzten Werkstoffmodelle nicht zwischen Ent- und Wiederbelastungsgesetzen unterscheiden.

Bei der nichtlinearen Berechnung lässt sich die Erstrissbildung und der Fließbeginn des Stahls leicht lokalisieren. Nach Überschreiten der Streckgrenze erfährt die Bewehrung plastische Dehnungen, die zu einer Vervielfachung der bleibenden Durchbiegungen führt. So weist der Träger nach einer Vorbelastung von  $F_v = 15$  kN eine bleibende Durchbiegung unter Eigengewicht von etwa 4 mm auf. Die Durchbiegung wächst bei einer Vorbelastung von  $F_v = 18$  kN auf 25 mm an.

#### **7.2.2.2 Vergleich des dynamischen Verhaltens**

Die durch die Vorbelastungen  $F_v$  hervorgerufenen, im Balken zurückbleibenden Risse beeinflussen dessen Steifigkeitsverteilung und somit auch dessen Schwingungsverhalten. Die gemessenen Eigenfrequenzen sind in Bild 7.6 in Abhängigkeit von der Vorbelastung  $F_v$  dargestellt.

Die Werte der Eigenfrequenzen weisen einen charakteristischen Verlauf auf. Vor Erreichen der Betonzugfestigkeit entsprechen die Werte der ersten linearen Eigenfrequenz. Mit der Erstrissbildung fallen sie deutlich ab, um sich im Bereich der Sukzessivrisbildung nur wenig zu verändern. Erst bei einsetzendem Stahlfließen fallen die Werte erneut merklich ab. Der Verlauf kann durch die nichtlineare Berechnung sowohl qualitativ wie auch quantitativ sehr gut nachvollzogen werden.

Da die ermittelten Eigenfrequenzen stets nach einer Entlastung ermittelt wurden, stellt dieser Versuch einen Test für die implementierten Werkstoffgesetze dar. Hierbei zeigt sich, dass das verwendete Stahlbetonmodell sowohl das statische Last-Verformungs-Verhalten als auch das Eigenschwingungsverhalten von Stahlbetontragwerken wirklichkeitsnah erfasst.

Hier sei darauf hingewiesen, dass die begleitende Eigenfrequenzermittlung selbstverständlich nicht auf Balkentragwerke beschränkt ist. Vielmehr besteht im Rahmen der verwendeten Flächentragwerkstheorie die Möglichkeit, auch an ebenen oder gekrümmten Flächentragwerken in analoger Weise unter Berücksichtigung von Tragwerksschädigungen begleitend Eigenfrequenzen zu bestimmen.

### 7.2.2.3 Ermittlung und Beurteilung des Schädigungsgrades

Die gemessenen oder berechneten Eigenfrequenzen eines Systems können zur Bestimmung des Schädigungsgrades des Tragwerks herangezogen werden. Der Schädigungsgrad beschreibt die Veränderung eines Tragwerks im Vergleich zu dessen Neuzustand und gibt qualitativ Auskunft über dessen Status-Quo.

Unter Anwendung der folgenden Definition für den Schädigungsgrad  $D_f$  nach [Krä\_99] weist ein ungeschädigtes Tragwerk (Neuzustand) einen Wert von  $D_f = 0$  auf:

$$D_f = 1 - \frac{f}{f_0}, \quad (7.8)$$

mit  $f$  : aktuelle, begleitend ermittelte erste Eigenfrequenz,  
 $f_0$  : Eigenfrequenz des ungeschädigten Tragwerks (Neuzustand).

Mit zunehmender Schädigung fällt die integrale Steifigkeit des Tragwerks monoton. Somit nähert sich das Tragwerk dem Schädigungsgrad  $D_f = 1$ , welcher mit einem Systemversagen gleichzusetzen ist. Mit einem Tragwerk im Versagenszustand korrespondiert somit eine Eigenfrequenz der Größe Null.

Statisch betrachtet erreicht ein Tragwerk seinen Versagenszustand, wenn es entweder zu einem Querschnittsversagen (Materialversagen) oder zu einem globalen Gleichgewichtsverlust kommt (Stabilitätsversagen). Die beiden Versagensmechanismen sind bei geometrisch und physikalisch nichtlinearen Analysen nicht mehr eindeutig voneinander zu trennen. Beide Versagensarten enden im Systemversagen, das im Zuge der FE-Berechnung zu einer indefiniten Gesamtsteifigkeitsmatrix  $\underline{K}$  führt:

$$\det(\underline{K}) = 0. \quad (7.9)$$

Eine begleitende Eigenfrequenzberechnung würde somit im Moment des Systemversagens eine Eigenfrequenz von Null liefern.

Die Null-Eigenfrequenz kann somit bei einem Stabilitätsversagen als ein Ausweichen der Struktur in die benachbarte Gleichgewichtslage interpretiert werden. Das System weist dabei im Stabilitätspunkt (Durchschlags- oder Verzweigungspunkt) beim Ausweichen keine Veränderung in seiner Energiebilanz auf. Somit entstehen keine rückstellenden Kräfte. Eine Schwingung um die Gleichgewichtslage kommt zum Stehen und das Tragwerk weicht der Belastung aus [Was\_94].

In analoger Weise verliert das Tragwerk durch ein Querschnittsversagen ebenfalls rückstellende (innere) Energie. Im Kollapszustand wird somit erneut eine Schwingung um die Gleichgewichtslage unmöglich.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die so ermittelten Schädigungsgrade lediglich qualitative und vergleichende Aussagen über den Zustand eines Tragwerks erlauben. Hat sich z.B. der Schädigungsgrad eines Tragwerks in einem Beobachtungszeitraum von 0,2 auf 0,3 erhöht, so lässt sich lediglich eine fortschreitende Schädigung des Systems diagnostizieren. Erst durch den Vergleich mit Messungen und/oder Berechnungen an vergleichbaren Tragwerken gelingt es, quantitative Resultate zu erzielen und somit Rückschlüsse auf die Dauerhaftigkeit und/oder die Sicherheit der Konstruktion zu ziehen.

Die vorgestellte, begleitende Ermittlung von Eigenfrequenzen geschädigter Stahlbetontragwerke kann zur numerischen Unterstützung laufender Monitoring-Programme dienen. Die Numerik trägt dazu bei, Messergebnisse zu interpretieren und die Folgen der Alterung (Schädigung und Deterioration) auf bestimmte Tragwerkseigenschaften (Rissbild, Tragfähigkeit) zu simulieren.

### **7.3 Zusammenfassung**

Durch das numerische Nachrechnen zweier Trägerversuche konnte die Leistungsfähigkeit der verwendeten Werkstoffgesetze demonstriert werden. Hierbei wurden sehr gute Übereinstimmungen bei den Entlastungsvorgängen und bei der Berechnung von Rissbreiten unter Berücksichtigung von Vorschädigungen erzielt.

Die entwickelten Algorithmen eignen sich sowohl zur statischen Analyse beliebiger Lastgeschichten als auch zur begleitenden Ermittlung von Eigenfrequenzen. Sie können im Rahmen zukünftiger Forschungen zur Tragwerksüberwachung und Strukturbeurteilung („Monitoring“) einen Beitrag leisten.

## 8 Beispiele für Schädigungseffekte bei ebenen Flächentragwerken

### 8.1 Einfeldplatte

#### 8.1.1 System und Abmessungen

Die in Bild 8.1 dargestellte Einfeldplatte wurde von Pardey [Par\_94] im Rahmen einer Versuchsserie an der Universität Hannover experimentell und rechnerisch untersucht. Sie ist an den Rändern gelenkig gelagert. Als Bewehrung dient ein orthogonales Netz aus Stabstahl.

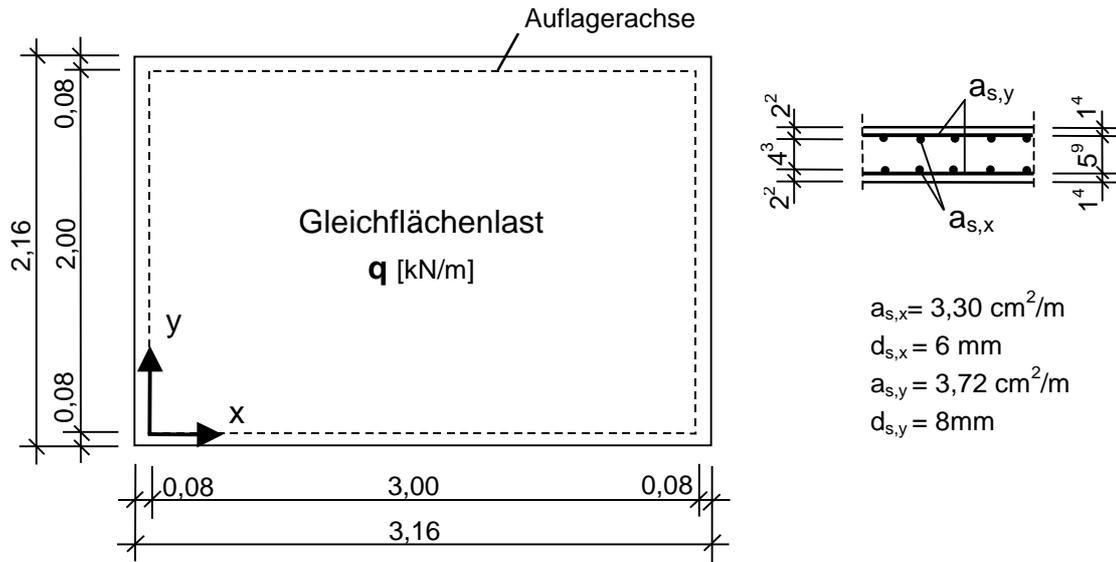
Die Belastung in Form einer gleichmäßig verteilten Flächenlast  $q$  wurde experimentell durch einen hydrostatischen Druck realisiert. Versuchsbegleitend maß man Verformungen und Rissbreiten und dokumentierte diese.

Die Abmessungen und Werkstoffdaten können Bild 8.1 entnommen werden. Der folgenden Berechnung liegen Materialmittelwerte zu Grunde. Es kommt ein Beton der Festigkeitsklasse C25/30 zum Einsatz. Die Grenzdehnung des Bewehrungsstahls  $\varepsilon_{su}$  wird in Anlehnung an DIN1045-1 [DIN1045] mit 25 ‰ angenommen, was einem hochduktilen Stabstahl entspricht.

Im Rahmen einer FE-Berechnung erfolgt unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften die Diskretisierung eines Plattenviertels. Die Gleichflächenlast  $q$  wird inkrementell bis zum Versagen der Platte gesteigert. Im Folgenden sollen einerseits das Last-Verformungs-Verhalten und andererseits die Entwicklung des Risszustandes numerisch nachvollzogen und mit den gemessenen Werten verglichen werden [Mar\_01].

Dabei liegt ein besonderer Schwerpunkt auf der Verifizierung des in Kapitel 3.5.2.4 beschriebenen Vorgehens zur zweiachsen Bestimmung der Rissbreiten und Rissabstände aus den primären Dehnungszuständen. Das Beispiel einer naviergelagerten Einfeldplatte stellt hierbei auch für das applizierte Tension-Stiffening-Gesetz einen geeigneten Test dar, da bekanntlich in den Plattenecken Beanspruchungen entstehen, deren Hauptachsen von der Bewehrungsrichtung abweichen (Tension-Stiffening-Formulierung in Hauptrichtung).

**System und Abmessungen:**



**Werkstoffe:**

Beton C25/30

$f_{cm} = 33,0 \text{ MN/m}^2$

$f_{ctm} = 2,2 \text{ MN/m}^2$

$E_{cm} = 30500 \text{ MN/m}^2$  \*)

$\epsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$

**Bewehrungsstahl**

$f_{yk} = 570,0 \text{ MN/m}^2$

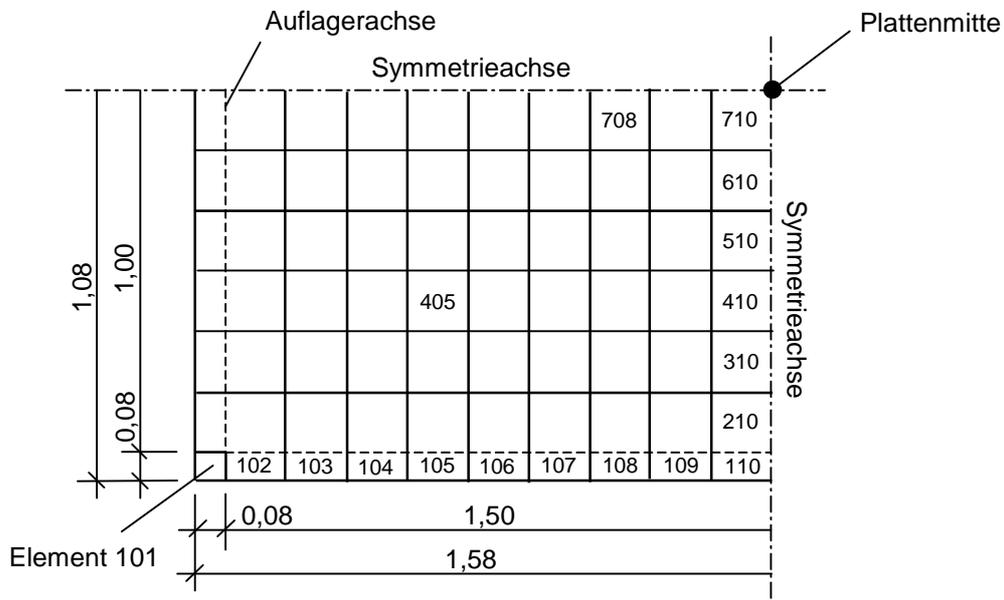
$f_{uk} = 620,0 \text{ MN/m}^2$

$E_{cm} = 200000 \text{ MN/m}^2$

$\epsilon_{su} = 25 \text{ ‰}$

\*) aus  $f_{cm}$  nach DIN1045-1 zurückgerechnet

**Diskretisierung:**

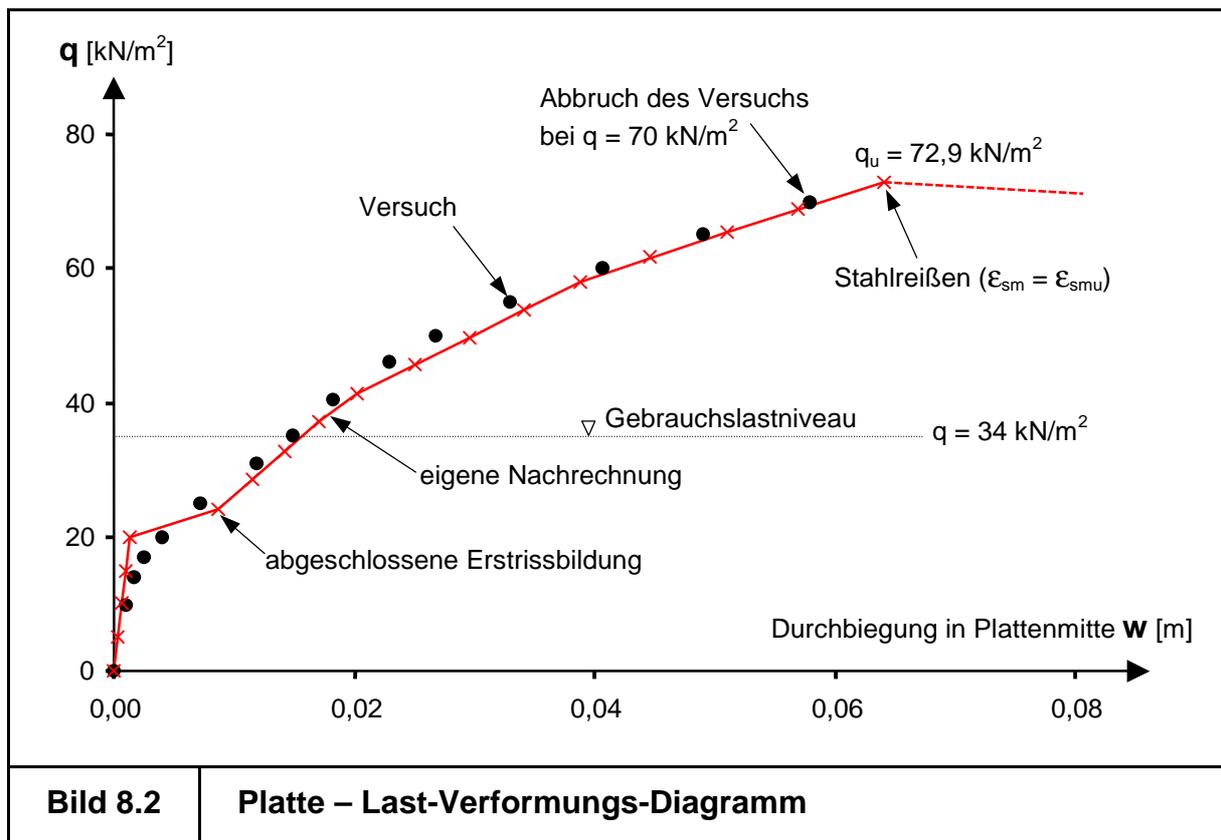


**Bild 8.1**

**Platte – System, Werkstoffe, Diskretisierung**

### 8.1.2.1 Last-Verformungs-Kurve

Ein Vergleich der berechneten Last-Verformungs-Kurve mit den experimentell ermittelten Mittendurchbiegungen der Platte zeigt eine sehr gute Übereinstimmung [Bild 8.2]. Bei einer Lasthöhe von  $20 \text{ kN/m}^2$  entstehen in Feldmitte die ersten Risse. Danach erreicht die Platte sehr schnell den Zustand der abgeschlossenen Erstrissbildung, was im Experiment durch die lastgesteuerte Versuchsdurchführung begünstigt wurde. Auf Gebrauchslastniveau ( $q = 34 \text{ kN/m}^2$ ) beträgt die Verformung etwa  $15 \text{ mm}$ .



### 8.1.2.2 Versagensmechanismus

Der Versuch wurde kurz vor dem Erreichen der Traglast bei  $q = 70 \text{ kN/m}^2$  aus Sicherheitsgründen abgebrochen. Die numerische Berechnung lässt es zu, die Last noch etwas zu steigern. Bei  $72,9 \text{ kN/m}^2$  kommt es in der Plattenmitte zum Versagen der Bewehrung in  $y$ -Richtung. Die Stahleinlagen erreichen ihre Grenzdehnung  $\epsilon_{smu}$ . Dieses erste Querschnittsversagen bildet gleichzeitig den Traglastgrenzzustand. Eine weitere Laststeigerung ist nicht mehr möglich.

Das hier numerisch beobachtete Verhalten entspricht dem experimentellen Ergebnis.

Dieser Effekt deckt sich auch exakt mit der Definition der Norm [DIN1045]. Sie legt ebenfalls das erste Querschnittsversagen als Traglastniveau fest (im Rahmen des  $\gamma_R$ -Konzeptes zum nichtlinearen Nachweis einer Bewehrung).

Hier sei noch einmal ausdrücklich auf die Bedeutung eines normen-konformen Tension-Stiffening-Modells hingewiesen. Ohne die Berücksichtigung der Grenzdehnung  $\varepsilon_{smu}$ , die vom Bewehrungsgrad und vom Beanspruchungszustand abhängt [Bild 3.13], würde man die Duktilität der Bewehrung überschätzen und eventuell unrealistisch hohe Schnittgrößenumlagerungen berechnen. Die so ermittelten „Systemtraglasten“ liegen dann u.U. deutlich über dem ersten Querschnittsversagen und stellen keine konservative Abschätzung der Traglast dar [Wit\_00].

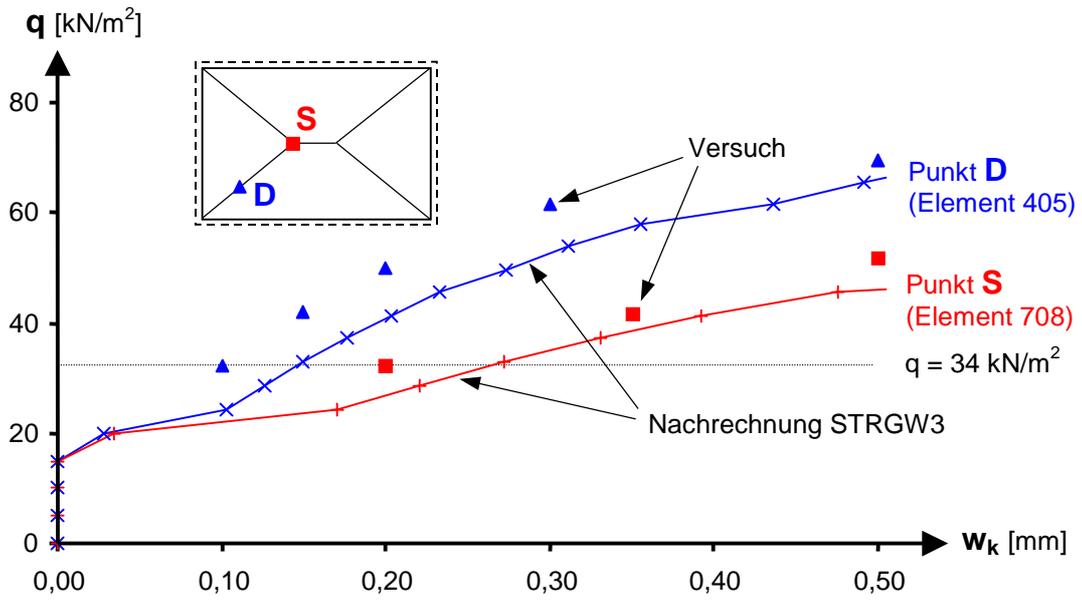
### **8.1.3 Berechnung des Rissbildes**

Die Berechnung der Rissbreiten erfolgt mit Hilfe des in Kapitel 3.5.2.4 erläuterten Vorgehensweise der DIN1045-1. Da sich die Rissbreiten konsistent aus den nichtlinearen Verzerrungszuständen ergeben, wurde eine sehr gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten erzielt.

In Bild 8.3 ist die Entwicklung der Rissbreiten in zwei charakteristischen Punkten der Platte aufgetragen. Es zeigt sich, dass sich die berechneten Werte sowohl im mittleren Bereich (Punkt S) als auch im Eckbereich (Punkt D) mit den Ergebnissen des Experimentes decken. Das Erscheinungsbild, hinsichtlich der Verteilung und der Richtungen der Risse, stimmt ebenfalls weitgehend mit dem aufgenommenen Rissbild überein.

Die dargestellten Ergebnisse belegen eindrucksvoll die Leistungsfähigkeit der eingesetzten Tension-Stiffening-Modellierung in Kombination mit der direkten Rissbreitenberechnung. Die applizierten Werkstoffmodelle bilden das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton-Flächentragwerken realitätsnah ab. Die berechneten Rissbreiten können im Rahmen eines Dimensionierungskonzeptes für die normen-konformen Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit direkt herangezogen werden.

Entwicklung der Rissbreiten  $w_k$ :



Rissbild bei  $q = 34 \text{ kN/m}^2$ :

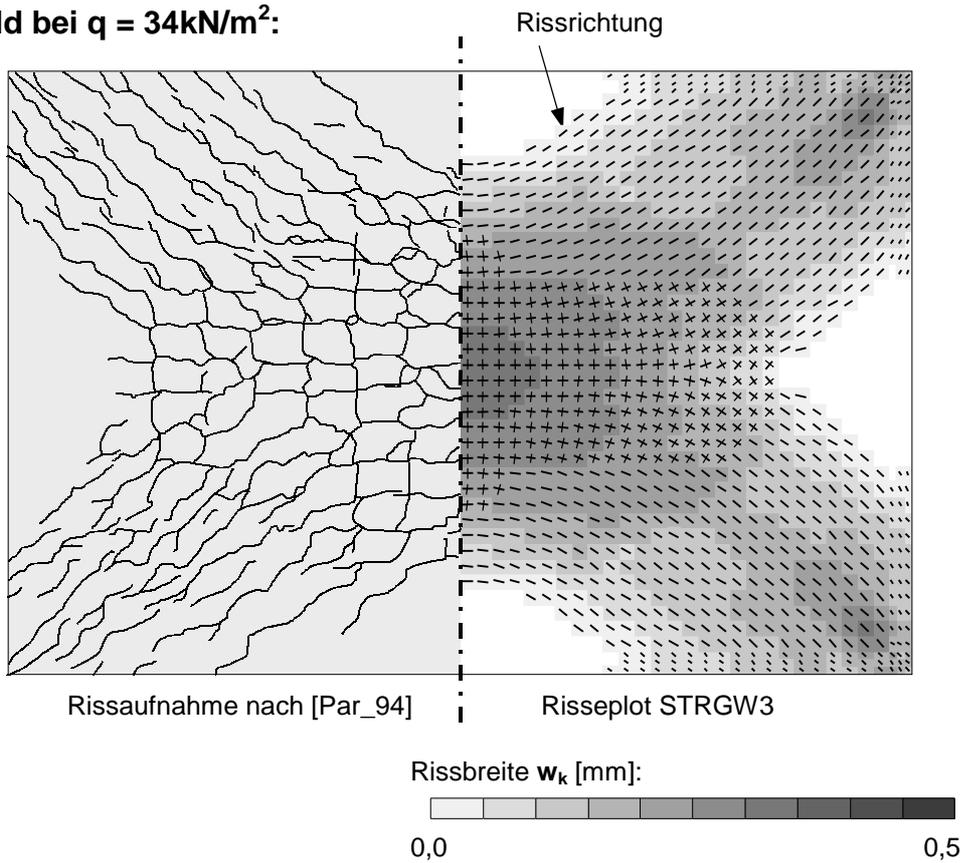


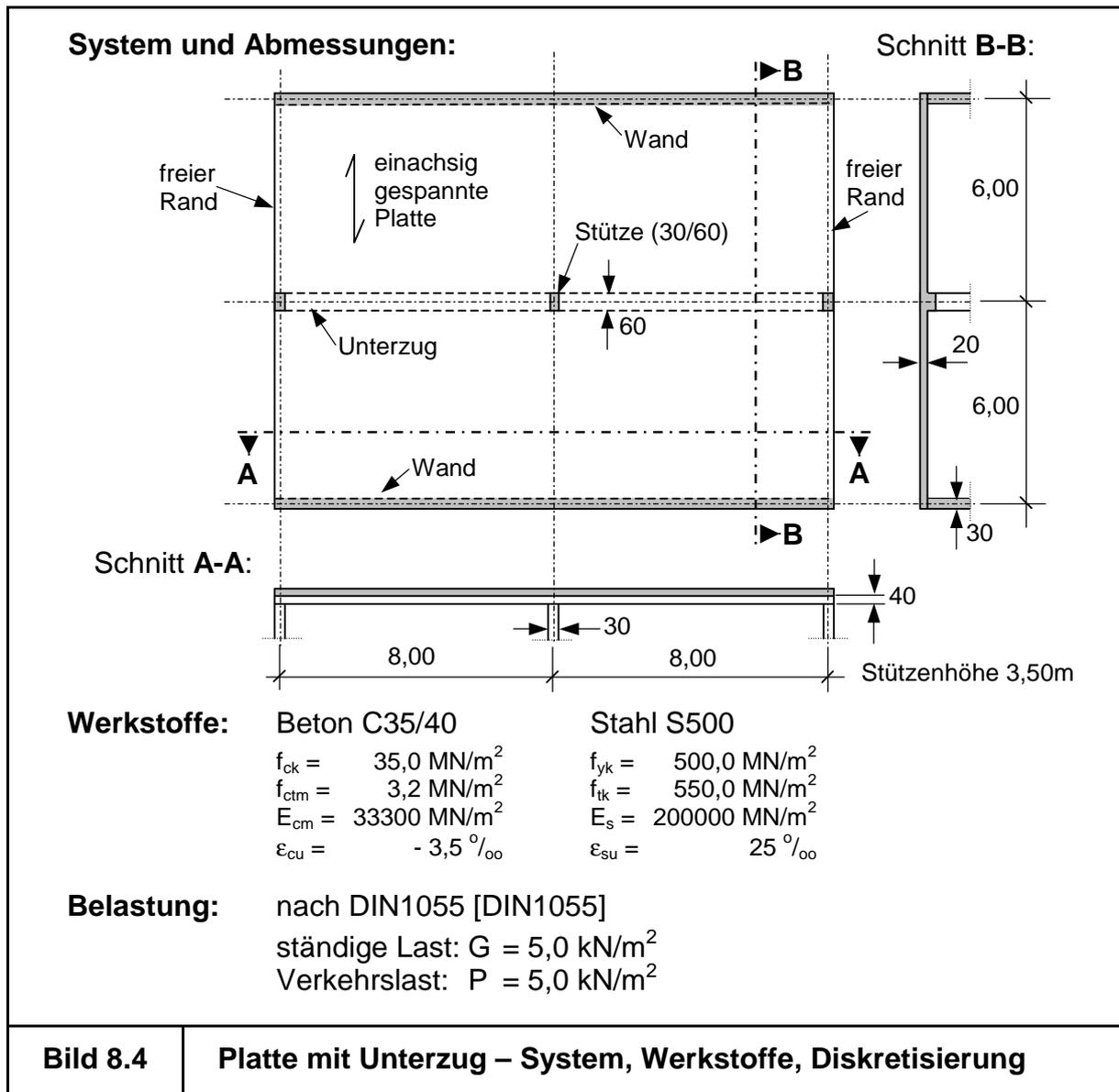
Bild 8.3

Platte – Entwicklung des Rissbildes

## 8.2 Zweifeldplatte mit nachgiebigem Unterzug

### 8.2.1 System, Abmessungen und Belastung

Als Anwendungsbeispiel dient das in Bild 8.4 dargestellte Plattensystem. Das mittlere Auflager der Platte bildet ein monolithisch hergestellter Unterzug, der auf drei Einzelstützen ruht [Mal\_01] [Wit\_02]. Als Belastungen werden das Eigengewicht  $G$  und eine gleichmäßig verteilte Flächenlast  $P$  (Verkehrslast) angesetzt.



Das Plattensystem wurde im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach DIN1045-1 unter Anwendung einer linearen Schnittgrößenermittlung für die Lastkombination Volllast (Gl. 8.1) bemessen, wobei die Nachgiebigkeit der unterstützenden Bauteile Berücksichtigung fand:

$$1,35 \cdot G + 1,50 \cdot P.$$

(8.1)

Der Nachweis der Rissbreiten erfolgte für die „quasi-ständige Lastkombination“ (Gl. 8.2) nach DIN1045-1. Die Rissbreiten  $w_k$  wurden auf Werte unter 0,30 mm beschränkt:

$$1,00 \cdot G + 0,60 \cdot P. \quad (8.2)$$

Die Bewehrungsverteilung der Platte und des Unterzuges, die sich aus der linearen Bemessung ergab, ist der nachfolgenden Berechnung zu Grunde gelegt. Die Stützbewehrung des Unterzugs wurde je zur Hälfte auf die obere und die untere Plattenseite verteilt.

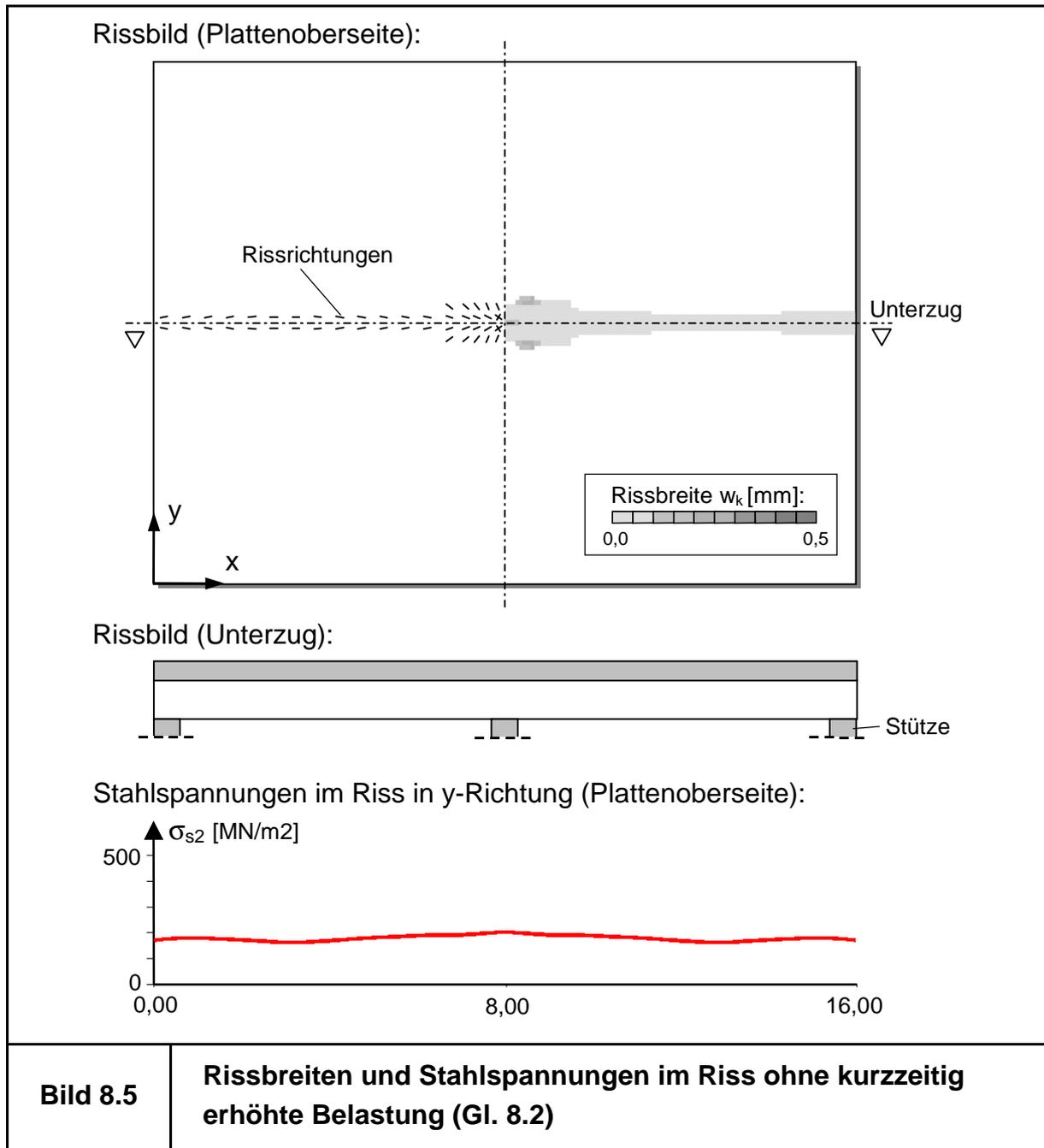
Zur Simulation der Nutzungsdauer wird in diesem Beispiel eine kurzzeitig erhöhte Belastung der Platte betrachtet. Hierzu wird die Verkehrslast kurz auf die selten wirkende Größe nach DIN1045-1 (  $1,00 \cdot G + 1,00 \cdot P$  ) erhöht und anschließend wieder auf die quasi-ständige Last (  $1,00 \cdot G + 0,60 \cdot P$  ) reduziert ( -  $0,40 \cdot P$  ):

$$( 1,00 \cdot G + 1,00 \cdot P ) - 0,40 \cdot P = 1,00 \cdot G + 0,60 \cdot P. \quad (8.3)$$

Die so simulierte Lasthistorie stellt eine modellhafte Vereinfachung des tatsächlich während der Nutzungsdauer zu erwartenden Lastkollektivs dar. Im Rahmen dieses Beispiels werden weiterhin keine Deteriorationen der Materialien berücksichtigt, um die auftretenden Effekte eindeutig der kurzzeitig erhöhten Belastung (Vorschädigung) zuordnen zu können.

### **8.2.2 Folgen einer kurzzeitig erhöhten Belastung auf das Tragverhalten**

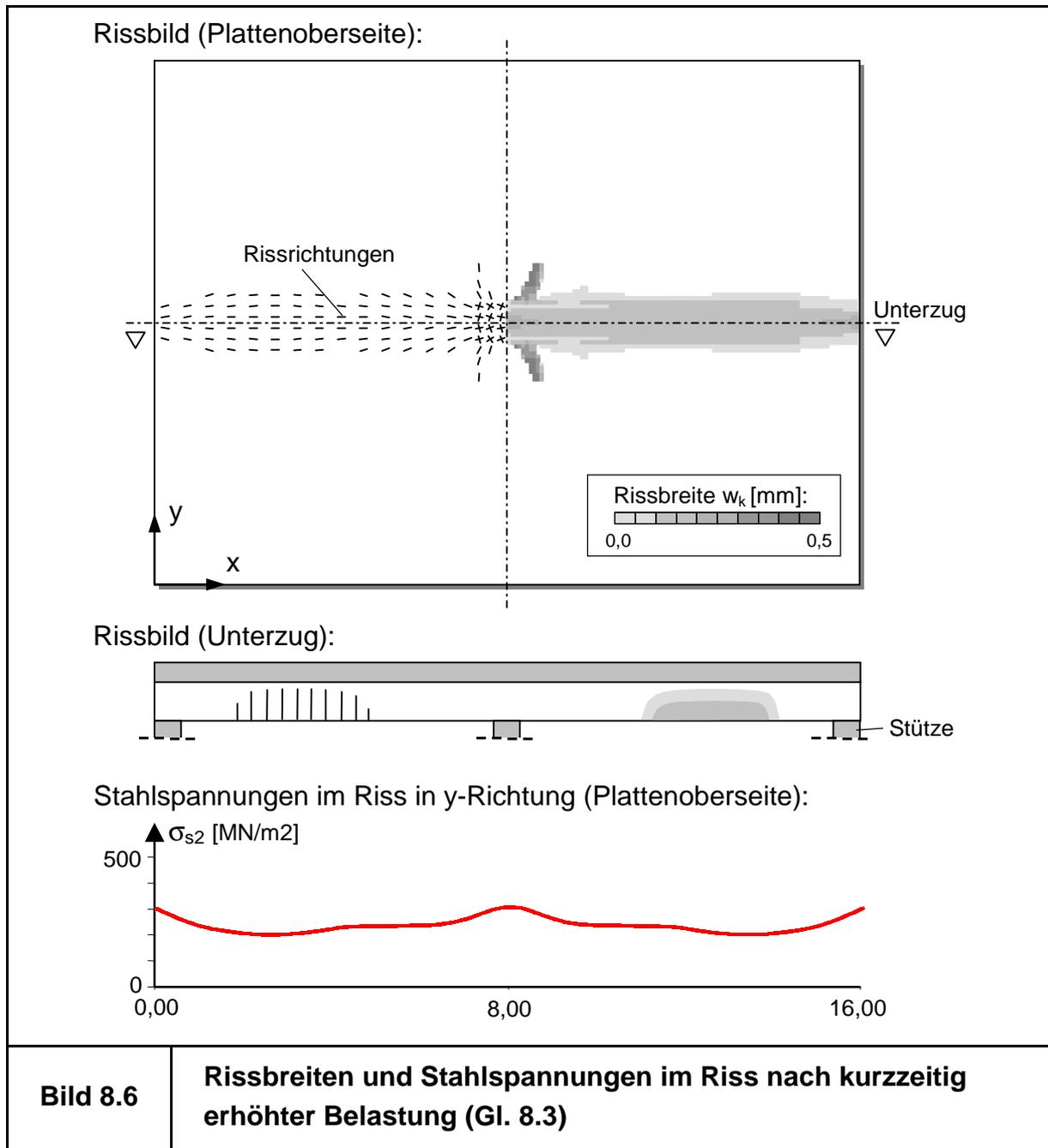
In Bild 8.5 sind das Rissbild und die Stahlspannungen dargestellt, die sich unter quasi-ständiger Belastung (Gl. 8.2) einstellen. Auf der Plattenoberseite entstehen am Mittelaufleger parallel zum Unterzug Biegerisse, deren Breite maximal 0,25 mm beträgt. Der Unterzug ist in den Feldbereichen noch ungerissen. An der gleichmäßigen Verteilung der aufgetragenen Stahlspannungen (obere Plattenbewehrung am Anschnitt des Unterzugs) lässt sich erkennen, dass die Platte ein nahezu einaxiales Tragverhalten aufweist.



Durch eine Laststeigerung auf das seltene Lastniveau (Gl. 8.3) entstehen in den Feldbereichen der Platte und des Unterzugs ein ausgeprägtes Rissbild. Es verbleibt auch nach Reduktion der Last auf das quasi-ständige Niveau im Tragwerk zurück [Bild 8.6]. Das so vorgeschädigte System weist eine deutlich veränderte Steifigkeitsverteilung auf, was das Tragverhalten im Vergleich zum Neuzustand verändert.

Durch die Vorschädigung und die damit verbundene Steifigkeitsreduktion der Plattenfeldbereiche kommt es im Vergleich zum Neuzustand zu einer Erhöhung der Stützmomente der Platte unter quasi-ständiger Last. Der Unterzug entzieht sich in

den Feldbereichen der Beanspruchung durch die Platte. Hierdurch werden die Beanspruchungen der Platte von den „weichen“ Feldbereichen der Unterzüge hin zu den „steifen“ Stützen umgelagert. Dieser Effekt lässt sich an der höheren Beanspruchung der oberen Plattenbewehrung im Bereich der Stützen ablesen.



Das zuvor näherungsweise einaxiale Tragverhalten der Platte geht in ein zweiachiales über, welches an eine punktgestützte Platte erinnert. Die Querbewehrung der Platte (in x-Richtung) erfährt hohe Beanspruchungen. In Folge dieses nichtlinearen Effektes bilden sich im Bereich der Mittelstütze Risse in der Platte mit Breiten bis 0,50 mm. Sie müssen mit elastischen Füllstoffen verpresst werden, um das Eindringen aggressiver Medien (Salze, Öle, Säuren, ...) zu verhindern. Wird dies unterlassen, so

droht die Gefahr von Bewehrungskorrosion, die neben der Gebrauchstauglichkeit auch die Sicherheit des Tragwerks negativ beeinflusst.

An diesem Beispiel lässt sich deutlich die Veränderung des Tragverhaltens als Folge einer kurzzeitig erhöhten Belastung und der daraus entstandenen Vorschädigungen (Risse und plastische Stahldehnungen) erkennen. Der innere Beanspruchungszustand des Systems nach der kurzzeitig erhöhten Belastung unterscheidet sich stark von demjenigen, welcher der linearen Dimensionierung zu Grunde gelegt wurde. Dies drückt sich in diesem Fall in einer unerwünscht starken Rissbildung aus, welche die Dauerhaftigkeit des Tragwerks nachhaltig gefährden kann.

### 8.2.3 Folgen einer kurzzeitig erhöhten Belastung auf die Bemessung

Im Vorfeld lässt sich die geschilderte Problematik durch eine geeignete Bewehrungsanordnung vermeiden. Dies kann einerseits durch eine Überdimensionierung der Platte erfolgen, indem eine entsprechend starke Bewehrung in Querrichtung eingebaut wird. Dieses Vorgehen ist jedoch aus ökonomischer Sicht unbefriedigend. Um eine wirtschaftlich sinnvolle Querbewehrung der Platte zu erhalten, kann die vorgestellte, nichtlineare Analyse direkt genutzt werden.

Nach DIN1045-1 besteht zwischen Rissbreite und Stahlspannung im Riss folgende Beziehung:

$$\sigma_{s2}^{\text{zul}} = \sqrt{\frac{6 \cdot w_k^{\text{zul}} \cdot f_{ct} \cdot E_s}{d_s}} \quad (8.4)$$

Dieser Zusammenhang kann im Rahmen der nichtlinearen Strategie zur Bewehrungsfindung herangezogen werden, da die Stahlspannungen im Riss  $\sigma_{s2}$  als primäres Ergebnis der Analyse vorliegen. Überschreitet die vorhandene Stahlspannung  $\sigma_{s2}^{\text{vorh}}$  unter quasi-ständiger Belastung nach der kurzzeitigen Überlastung (Gl. 8.3) die zulässige Stahlspannung  $\sigma_{s2}^{\text{zul}}$  nach (Gl. 8.4) so kann die Bewehrung iterativ angepasst werden:

$$a_s^{\text{erf}} = \frac{\sigma_{s2}^{\text{vorh}}}{\sigma_{s2}^{\text{zul}}} \cdot a_s^{\text{vorh}} \quad (8.5)$$

Somit ergibt sich eine erforderliche Querbewehrung der Platte im Bereich der Stützen von etwa  $5,20 \text{ cm}^2/\text{m}$  (bei einem Stabdurchmesser  $d_s = 12 \text{ mm}$ ), was einer Erhöhung der vorhandenen Stahlmenge um 24% entspricht.

Diese iterative Vorgehensweise zur Bewehrungsermittlung stellt exemplarisch eine Möglichkeit zur Berücksichtigung von Schädigungen bei der Dimensionierung dar, um dauerhaftere Tragwerke zu erhalten (lebensdauerorientierte Bemessung). Die erzielten Ergebnisse hängen von der unterstellten Lasthistorie ab und dienen hier lediglich Demonstrationszwecken.

#### **8.2.4 Erkenntnisse für die Praxis**

Bei Platten auf nachgiebigen Unterzügen entstehen in Folge der Lastgeschichte deutliche Veränderungen im Tragverhalten. Zusammen mit den Deteriorationen des Materials (was hier nicht dargestellt wurde) kann der innere Beanspruchungszustand eines gealterten Tragwerks mit Hilfe linearer Verfahren nicht oder nur unzureichend erfasst werden.

Die vorgestellten nichtlinearen Betrachtungsweisen, die sowohl das nichtlineare Werkstoffverhalten als auch das veränderte Materialverhalten bei Ent- und Wiederbelastung beinhalten, stellen eine Vorgehensweise dar, welche das reale Tragverhalten nicht nur im Neuzustand, sondern auch in Bezug auf das Altern des Bauwerks mit der Zeit berücksichtigen kann.

Hieraus lassen sich einerseits Strategien entwickeln, die es erlauben, bereits beim Neuentwurf derartige Alterungsprozesse bei den Nachweisen für die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit und auch der Tragfähigkeit zu berücksichtigen oder durch geeignete Bewehrungswahl zu beeinflussen. Bei möglichen Sanierungen oder zur Verlängerung vorgegebener Lebenszeiten erlauben es derartige Verfahren, als qualitative Hilfsmittel herangezogen zu werden.

### **8.3 Zusammenfassung**

Die zweiaxiale Modellierung des Stahlbeton-Nachrissverhaltens wurde anhand der Nachrechnung eines Plattenversuchs verifiziert. Hierbei konnten sehr gute Übereinstimmungen zwischen den experimentell gemessenen und den berechneten Werten erzielt werden. Selbst in den Eckbereichen Navier-gelagerter Platten deckten sich die konsistent aus den nichtlinearen Verzerrungszuständen berechneten Rissbreiten mit den tatsächlich beobachteten Größen.

Anschließend wurden an einem Platten-Untertug-System die Veränderungen im Tragverhalten numerisch simuliert, die sich aus einer kurzzeitigen Überbelastung ergeben. Hierbei ließ sich feststellen, dass der Alterungsprozess (der in diesem Beispiel auf Schädigungen beschränkt wurde) Risse verursachen kann, die die Werte aus dem linearen Nachweis deutlich überschreiten.

Solche Simulationen können einerseits bei zukünftigen Projekten direkt bei der Bemessung Berücksichtigung finden oder andererseits bei der Sanierung gealterter Strukturen dem planenden Ingenieur wertvolle Erkenntnisse liefern.

## 9 Beispiele für Alterungseffekte bei Schalenträgwerken

### 9.1 Vorbemerkungen

#### 9.1.1 Hintergrund der Untersuchungen

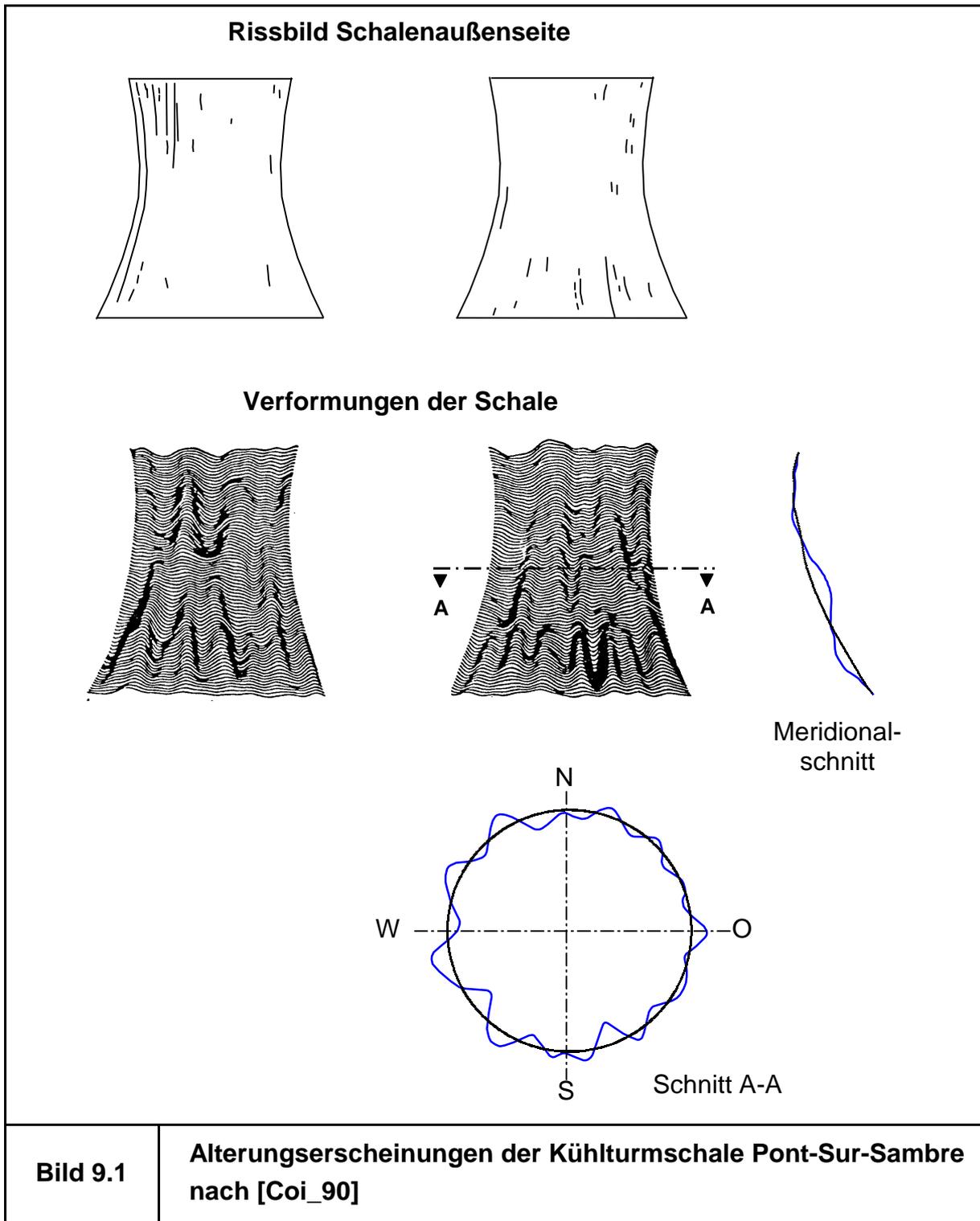
Nach dem Einsturz der Kühlturmschalen in Ferrybridge am 1. November 1965 [ICV\_67] wurden in Frankreich umfangreiche Inspektionen an vorhandenen Kühlturmschalen durchgeführt. Hierbei zeigte sich, dass viele der Schalen Risse auf der Schalenaußenseite aufwiesen, die sich nach einigen Jahren des Betriebs bildeten und dann mit den Jahren an Länge, Anzahl und Breite zunahm [Bild 9.1]. Diese Risse verlaufen in der überwiegenden Mehrzahl in meridionaler Richtung. Bei einfach mittig bewehrten Schalen entstehen mit der Zeit beträchtliche Rissbreiten, so dass es im Bereich der Risse zu Korrosion der Bewehrung kommt.

Weiterhin weisen viele vermessene Türme typische Verformungsmuster auf. Hierbei können die Abweichungen von der Sollgeometrie die Größenordnung der Schalenwandstärke deutlich überschreiten. In Bild 9.1 ist eine Photogrammetrie eines einfach bewehrten Kühlturms des Kraftwerks Pont-Sur-Sambre in Frankreich dargestellt [Coi\_90]. Die Verformungsamplituden bilden auf der Schalenoberfläche eine Art „Wellenmuster“. Es erstreckt sich auf den gesamten Schalenbereich und erinnert an harmonische Beul- oder Schwingungsformen.

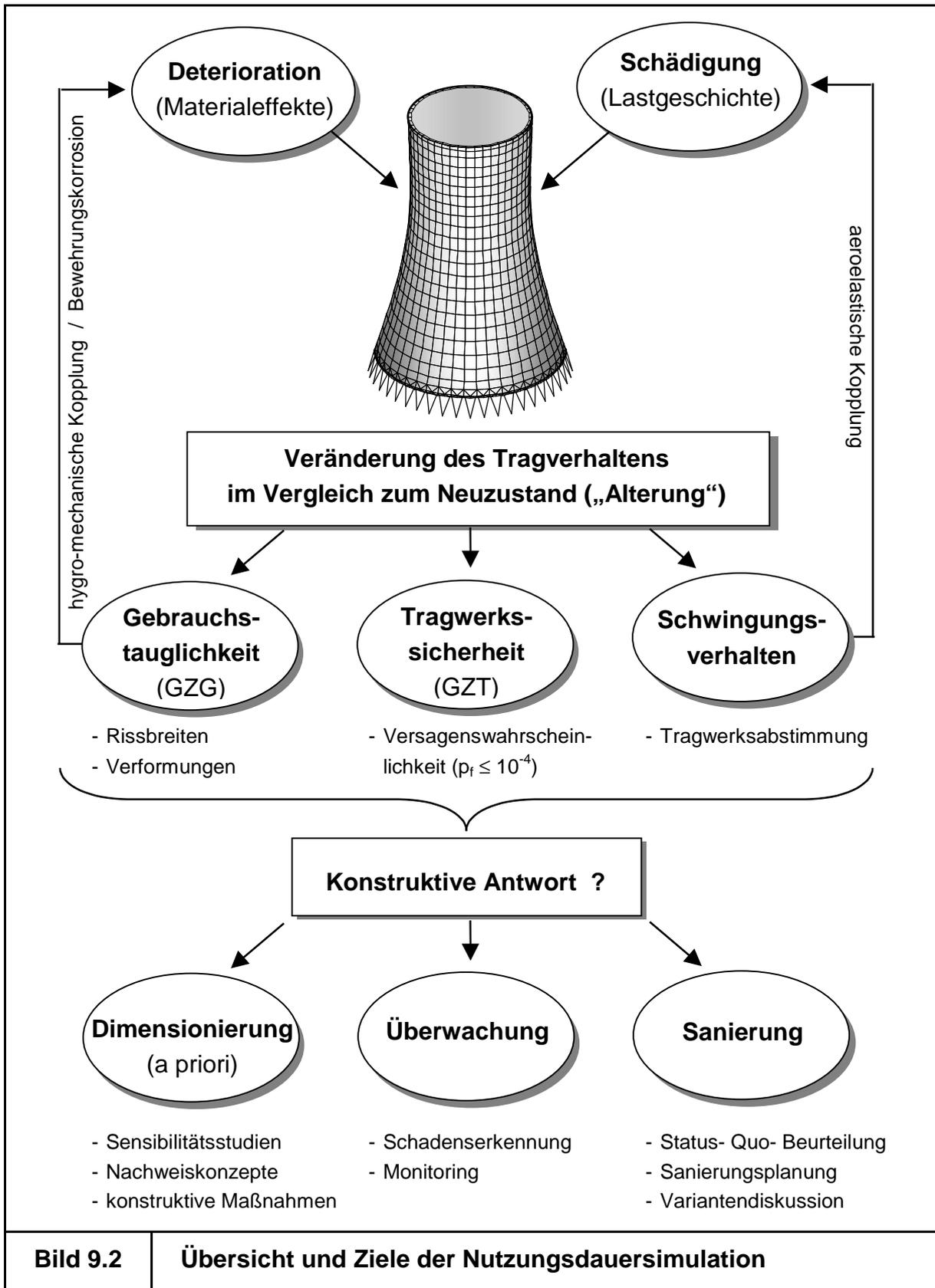
Über die Ursache der Erscheinungen wurde in der Vergangenheit viel spekuliert. So existieren Veröffentlichungen, die das Verformungsverhalten mit Schwingungsformen während des Bauprozesses in Verbindung bringen [Jul\_94]. Gegen die Theorie spricht jedoch die Tatsache, dass die Erscheinungen erst nach einigen Jahren des fehlerfreien Betriebs an sehr vielen Türmen auftreten und somit eine Ursache während der Bauphase äußerst unwahrscheinlich ist.

Darüber hinaus gibt es Ansätze, die die zeitliche Veränderung der Verformungen auf das Kriechen des Betons zurückführen [Bai\_96]. Damit ließe sich sicherlich erklären, warum sich die Verformungsamplituden der geschädigten Schalen mit der Zeit vergrößern. Allerdings gelingt es auf diese Weise nicht, das Entstehen der Wellenmuster an sich zu klären. Kriechen würde unter einer rotationssymmetrischen Dauerbelastung (Eigengewicht und Temperaturbeanspruchung) nie zu einer unsymmetrischen Deformation führen.

Auch können Windlastwechsel [Gru\_94] [Krä\_00] keine bleibenden Verformungen in der beobachteten Größenordnung verursachen. Durch den natürlichen Wind, entstehen lediglich im Bereich der Krone Meridionalrisse in den Sogflanken (etwa um 60° gegen den Luvmeridian versetzt). Als Ursache für das beobachtete Rissbild kann ein Sturmereignis alleine ausgeschlossen werden [Krä\_98.1].



Es bleibt festzuhalten, dass es bisher keine befriedigende Erklärung für die beobachteten Alterungserscheinungen gibt. Aus diesem Grund war es bisher auch nicht möglich, die Tragwerkssicherheit der geschädigten Türme zu beurteilen oder gar geeignete Gegenmaßnahmen zu planen.



**Bild 9.2**

**Übersicht und Ziele der Nutzungsdauersimulation**

### **9.1.2 Ziel der Untersuchungen**

Die Klärung der Alterungserscheinungen erfordert, im Gegensatz zu den oben aufgeführten Veröffentlichungen, eine ganzheitliche Betrachtungsweise. Die Kühltürme unterliegen während ihrer Nutzungsdauer unterschiedlichsten Schädigungs- und Deteriorationseinflüssen. Sie haben eine Alterung des gesamten Tragwerks zur Folge. Hierbei sind unter dem Begriff „Alterung“ diejenigen Effekte zusammengefasst, die die vorhandene Struktur von ihrem (idealen) Neuzustand unterscheidet. So weist eine gealterte Schale ein (im Vergleich zum Neuzustand) verändertes Tragverhalten auf. Dies macht sich sowohl unter Gebrauchsbeanspruchungen als auch im Grenzzustand der Tragfähigkeit bemerkbar [Bild 9.2].

Durch vorhandene Risse wird z.B. die Steifigkeitsverteilung und somit das Schwingungsverhalten der Schale beeinflusst. Eine gealterte Schale absorbiert mehr Energie aus der dynamischen Windlast als eine neue Schale, da sich ihre Eigenfrequenzen der Erregerfrequenz des Windes annähern („aero-elastische Kopplung“). Der Feuchtigkeitstransport im Beton hängt vom Rissbild ab. Die durch das Austrocknen des Betons hervorgerufenen hygrischen Dehnungen führen wiederum zu weiterer Rissbildung, u.s.w. („hygro-mechanische Kopplung“).

Durch die ganzheitliche Betrachtungsweise gelingt es, die Alterungserscheinungen der Kühlturmschalen numerisch zu simulieren. Eine Beurteilung der gealterten Strukturen bezüglich Sicherheit und Dauerhaftigkeit wird somit möglich. Des Weiteren lassen sich mit diesem Vorgehen alternative Sanierungsmaßnahmen vergleichen, um eventuell vorhandene Sicherheitsdefizite aufzufangen und somit die Lebensdauer geschädigter Strukturen zu verlängern.

Im Bezug auf den Entwurf und die Planung neuer Kühltürme besteht die Möglichkeit, geeignete Nachweiskonzepte und konstruktive Maßnahmen zu entwickeln, die dazu beitragen, bereits im Vorfeld die zu erwartenden Alterungserscheinungen zu reduzieren um somit robustere Konstruktionen zu erhalten.

### **9.2 Vorüberlegungen zur hygrischen Beanspruchung**

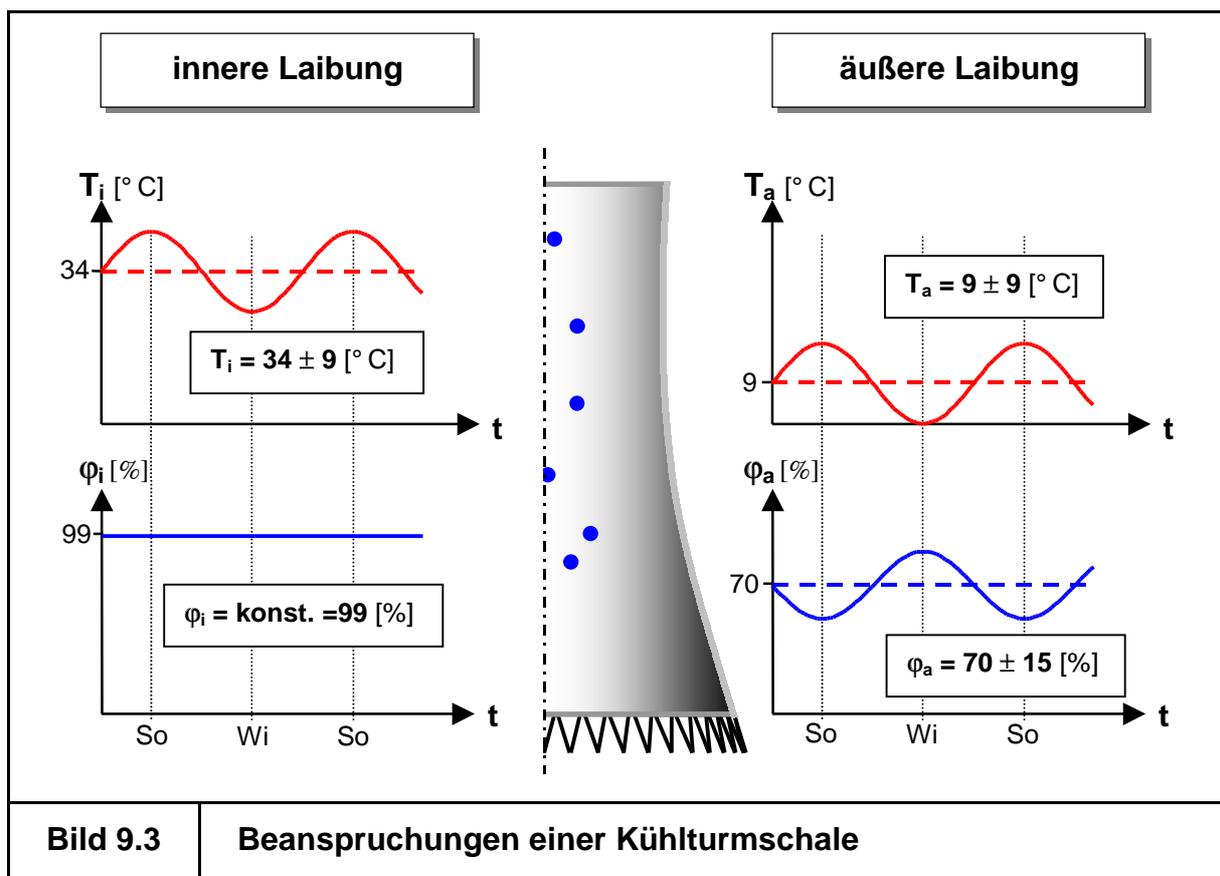
Die numerische Berücksichtigung hygrischer Beanspruchungen ist sehr aufwändig. Bei der Simulation einer komplexen Struktur muss in jedem Integrationspunkt die in Kapitel 4 beschriebene Zeitintegration durchgeführt werden.

Um das Trocknungsverhalten von Kühltürmen für sich zu studieren, werden an einem stark vereinfachten Ersatzsystem Voruntersuchungen durchgeführt. Dies bietet den

Vorteil, dass mit relativ geringem numerischen Aufwand verschiedene Eingangsparmeter untersucht werden können. Hierbei gilt es jedoch zu beachten, dass die erzielten Ergebnisse nur bedingt auf komplexe Naturzugkühltürme übertragen werden können. Durch die alleinige Beachtung von thermischen und hygri-schen Beanspruchungen und durch die Vernachlässigung der hygro-mechanischen Kopplung und des Tragverhaltens des Gesamtsystems können lediglich qualitative Aussagen und Rechenvereinfachungen abgeleitet werden. Aussagen über die Entwicklung und die Folgen des Alterungsprozesses der im Anschluss zu untersuchenden Schalenträgerwerke sind nur sehr bedingt möglich.

### 9.2.1 Art der Dauer-Beanspruchung bei Naturzugkühltürmen

Ein Naturzugkühlturm unterliegt ab dem Zeitpunkt seiner Inbetriebnahme hohen Temperatur- und Feuchtebelastungen. Auf Grund des Kühlprozesses entsteht im Innern ein feucht-warmes Klima, wohingegen die Außenlaibung der Witterung ausgesetzt ist.



Da Kühltürme als Teil von Grundlastkraftwerken häufig mehrere Jahre ohne Unterbrechung in Betrieb sind, wirken die Beanspruchungen ständig auf die dünne Stahlbetonschale ein.

Die Lufttemperatur im Innern  $T_i$  liegt im Mittel 25K über der Umgebungstemperatur  $T_a$ , welche sowohl im Tag-Nacht- als auch im Sommer-Winter-Rhythmus variiert. Unter Vernachlässigung kurzzeitiger Schwankungen ergibt sich die vereinfachte Temperatursituation nach Bild 9.3.

Die relative Feuchte der umgebenden Luft  $\varphi_a$  liegt im Bereich Mitteleuropas im Jahresverlauf zwischen 65 % und 90 % [Die\_77]. Im Innern kann wegen des feuchten Kühlturmschwadens über die gesamte Nutzungsdauer von einem nahezu wassergesättigten Zustand ( $\varphi_i = 99\%$ ) ausgegangen werden.

Bei fossil befeuerten Kraftwerken werden häufig die gereinigten Rauchgase aus der REA (Rauchgas-Entschwefelungs-Anlage) mit Hilfe großer Rohrleitungen ins Innere der Kühltürme eingeleitet. Auf Grund der Thermik steigen die warmen Gase zusammen mit dem Schwaden nach oben. Diese Methode, die Rauchgase in die Atmosphäre zu leiten, macht die ansonsten erforderlichen hohen Schornsteine überflüssig. Für die Kühlturmschale selbst bereitet diese Praxis jedoch einige Probleme. So können aggressive Substanzen in den Rauchgasen in Verbindung mit der Feuchtigkeit des Schwadens Säuren bilden, die dem Schalenbeton und vor allem der Bewehrung gefährlich werden. Zum Schutz der Konstruktion werden die Kühltürme mit Rauchgaseinleitung auf der Innenseite mit einer säureresistenten Beschichtung versehen. Die aufwändig herzustellende und somit sehr kostspielige Maßnahme schirmt die Innenlaibung vom feuchten Klima ab. Diesen Aspekt gilt es im Folgenden als Sonderfall bei der Feuchteberechnung zu beachten.

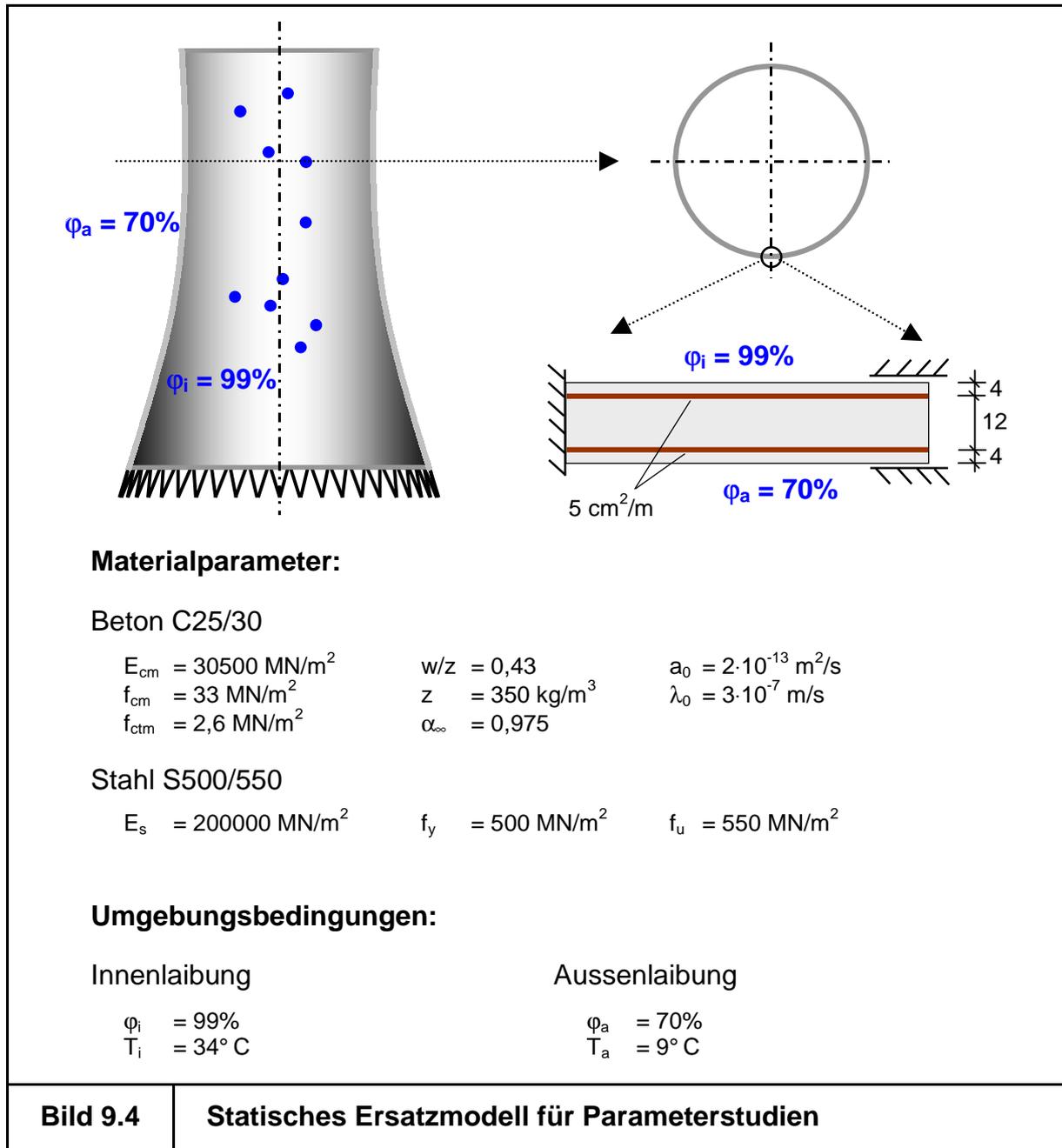
### 9.2.2 Statisches Ersatzmodell

Zur gezielten Untersuchung der Auswirkungen einzelner Eingangsparameter wird das einfache System eines beidseitig eingespannten Einfeldträgers gewählt. Dies geschieht vor dem Hintergrund, dass das Modell in guter Näherung die Spannungs- und Steifigkeitsverhältnisse einer Rotationsschale in Ringrichtung wiedergibt [Bild 9.4].

Wird eine Schale durch Eigengewicht und eine Zwangkrümmung beansprucht, so ergeben sich die Ringkräfte näherungsweise zu Null. Die entstehenden Ringbiegemomente sind bei einer rotationssymmetrischen Beanspruchung im Ring konstant.

Das beschriebene Ersatzmodell erlaubt es, die Folgen der hygrischen Prozesse in Abhängigkeit verschiedener Eingangswerte zu untersuchen. Hierzu werden die Balkenhöhe und die Bewehrungsmenge in Anlehnung an existierende Kühlturmschalen gewählt.

Eine Berechnung einer gesamten Kühlturmschale kann das einfache Modell wegen der fehlenden Interaktion der hygrischen Effekte mit den anderen mechanischen (risserzeugenden) Beanspruchungen (wie z.B. Wind) nicht ersetzen. Auf Grund der fehlenden hygro-mechanischen Kopplung lassen sich lediglich qualitative Resultate erzielen, die jedoch tendenziell das Verhalten einer Kühlturmschale widerspiegeln.



Im Einzelnen sollen die Auswirkungen folgender Parameter genauer untersucht und die Folgen für die Berechnung der gesamten Kühlturmschale abgeschätzt werden:

- Jahreszeitlich bedingte Feuchte- und Temperaturschwankungen,
- Berücksichtigung einer Sperrschicht auf einer Seite der Schale.

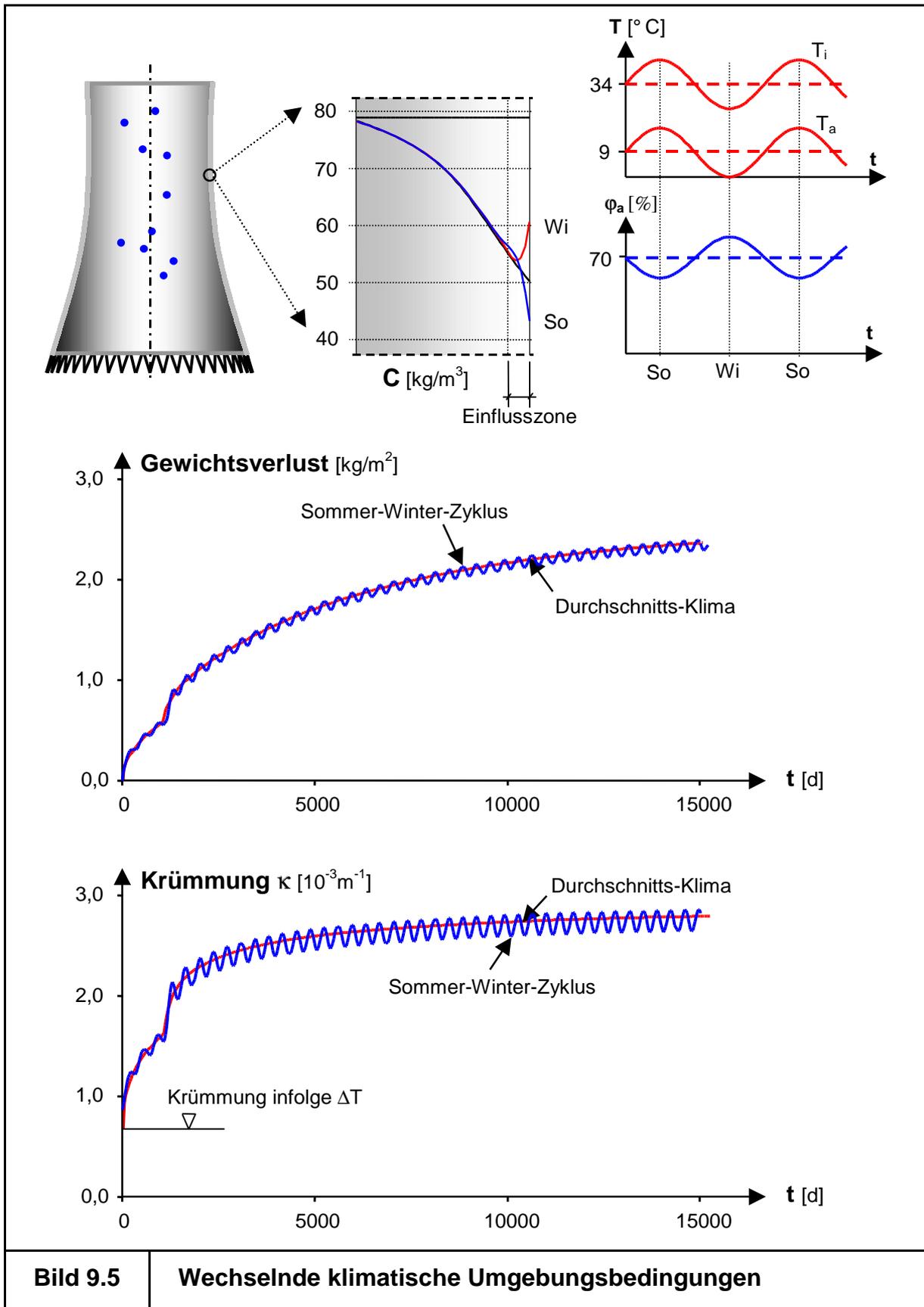


Bild 9.5

Wechselnde klimatische Umgebungsbedingungen

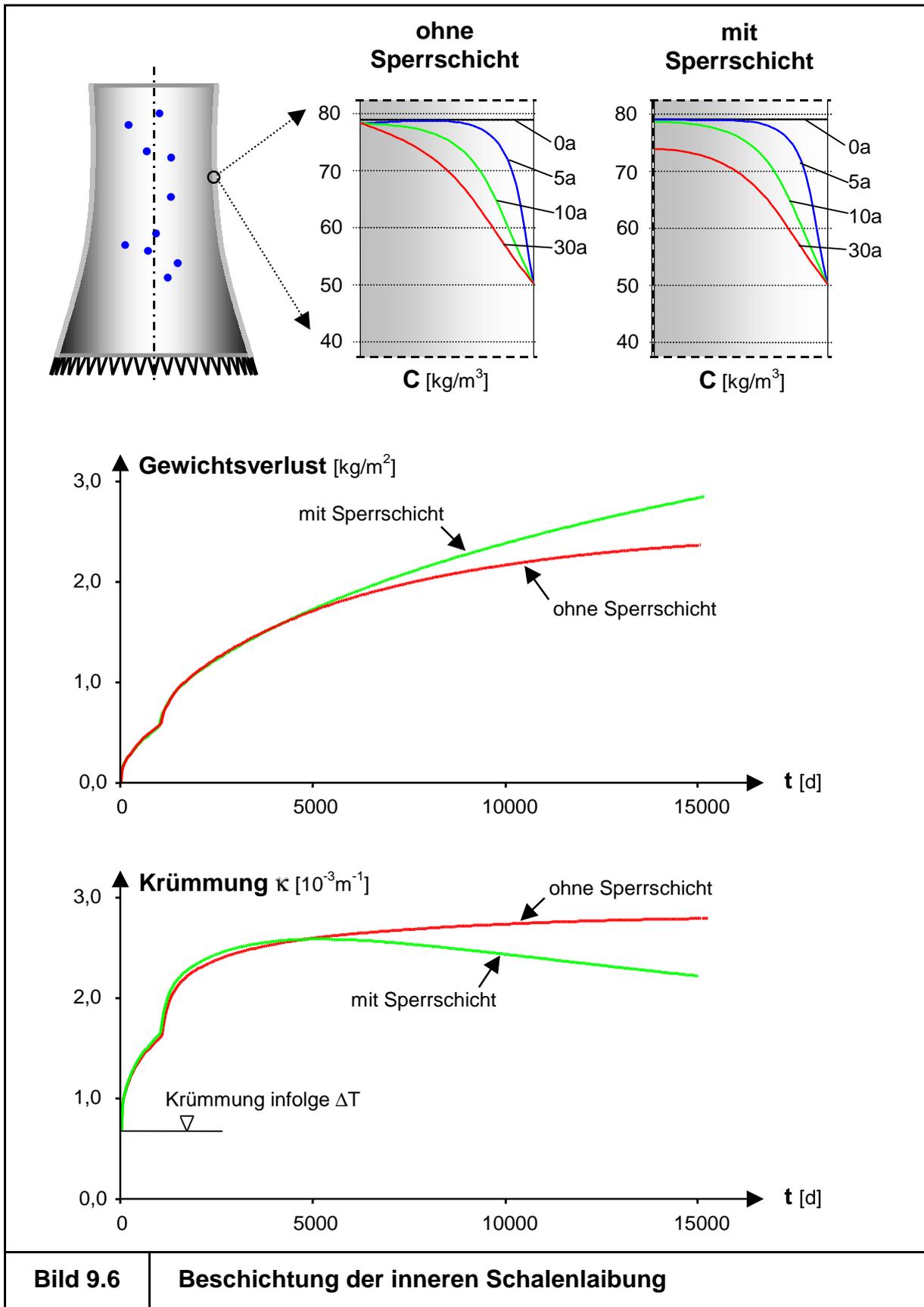


Bild 9.6

Beschichtung der inneren Schalenlaibung

### 9.2.3 Einfluss wechselnder klimatischer Umgebungsbedingungen

Während eines Jahres herrschen nicht immer die gleichen klimatischen Bedingungen. Sowohl Temperatur  $T_a$  als auch relative Luftfeuchte  $\varphi_a$  unterliegen einem jahreszeitlichen Wechsel (vgl. [Mül\_93] [Ste\_00]).

Im Rahmen der hier durchzuführenden Simulationen stellt sich die Frage, ob die Veränderlichkeit der Umgebungsbedingungen signifikante Auswirkungen haben. Hierbei wird der in 9.2.2 beschriebene Ersatzbalken zunächst konstanten Bedingungen in Form von langjährigen Mittelwerten ausgesetzt. Im Anschluss erfolgt die gleiche Berechnung unter Annahme der in Bild 9.3 angegebenen Temperatur- und Feuchteschwankungen, welche über das Jahr mit Hilfe harmonischer Funktionen approximiert werden [Bild 9.5].

Im Vergleich der beiden integralen Feuchtigkeitsabgaben miteinander deutet sich ein geringer Einfluss des jahreszeitlich bedingten Wechsels an. Sowohl beim Gewichtsverlust als auch bei den resultierenden Krümmungen alternieren die Kurven um die Berechnung mit den Mittelwerten. Quantitativ sind keine gravierenden Unterschiede auszumachen.

Bei der Gegenüberstellung der verschiedenen Feuchtegradienten über dem Querschnitt [Bild 9.5] lässt sich erkennen, dass sich die Sommer-Winter-Wechsel lediglich in einer 4 cm breiten Schicht nahe der Schalenaußenseite auswirken.

Aus der Berechnung lässt sich ableiten, dass die Simulation mit der Annahme mittlerer klimatischer Umgebungsbedingungen zur Berechnung der Beanspruchung einer Kühlturmschale ausreichend genaue Ergebnisse liefert.

### 9.2.4 Einfluss einer inneren Beschichtung

Werden in einen Naturzugkühlturm Rauchgase eingeleitet, wie es häufig bei fossil befeuerten Kraftwerken der Fall ist, so werden die betroffenen Schalen auf der Innenseite mit einer säureresistenten Beschichtung versehen. Sie soll den Konstruktionsbeton vor den aggressiven Verbindungen schützen, die beim Kontakt der Rauchgase mit der Feuchtigkeit des Kühlturmschwadens entstehen.

Eine solche Beschichtung schränkt die Feuchtigkeitsaufnahme des Betons weitgehend ein, so dass die Schale nur zur Außenseite hin austrocknet.

Es wird deutlich [Bild 9.6], dass bis zum Zeitpunkt von etwa 10 Jahren ( 3600 d ) die Entwicklung durch die Feuchtigkeitsabgabe der Schalenaußenseite geprägt ist. Erst danach macht sich der fehlende Zufluss von der Innenseite her bemerkbar. Der beschichtete Querschnitt trocknet sukzessiv über die gesamte Dicke aus.

In der Folge erhöht sich der integrale Feuchtigkeitsverlust im Vergleich zur unbeschichteten Schale. Gleichzeitig reduziert sich hierdurch der entstehende Gradient über den Querschnitt, was zu einer Reduktion der resultierenden Krümmungen führt. Somit ist bei einer innen beschichteten Schale nach etwa zehn Jahren mit abnehmenden Zwangsschnittgrößen und geringerer Rissbildung zu rechnen.

Insgesamt gesehen hat eine Beschichtung der Innenseite auf die Entstehung hygrischer Beanspruchungen nur einen geringen Einfluss. Unter Betrachtung der Kosten und der Lebenserwartung einer solchen Beschichtung ist sie sicherlich ein ungeeignetes Mittel zur Prävention eines Tragwerks dieser Größenordnung vor hygrisch bedingten Rissen.

Eine Beschichtung der Schalenaußenseite wäre effektiver. Durch das Vermeiden der Austrocknung der Oberfläche könnten hier die Zwangdehnungen auf einen Bruchteil reduziert werden. Allerdings wäre auch eine solche Maßnahme in Bezug auf den erforderlichen Aufwand kaum zu rechtfertigen.

Zur Untersuchung der gesamten Kühlturmschale wird im Folgenden die innere Beschichtung nicht in Ansatz gebracht. Dies geschieht auf der einen Seite, um konservative Ergebnisse zu erzielen. Auf der anderen Seite weist nur ein geringer Teil der Naturzugkühltürme die erwähnte Beschichtung auf.

### **9.2.5 Erkenntnisse aus den Voruntersuchungen**

Aus den Voruntersuchungen an dem stark vereinfachten Modell lassen sich nachstehende Folgerungen ableiten:

- Die im Jahreswechsel veränderlichen Klimabedingungen haben keinen entscheidenden Einfluss auf die Entwicklung der hygrischen Beanspruchungen. Aus diesem Grund können bei der Nutzungsdauermanalyse komplexer Tragwerke die klimatischen Bedingungen mit ihren langjährigen Mittelwerten angesetzt werden.
- Die Entwicklung der hygrischen Beanspruchung alleine ist nach etwa zehn Jahren zum größten Teil abgeschlossen. Das gilt jedoch nicht für die Wechselwirkung mit

anderen mechanischen Lasten, was im Rahmen der Voruntersuchungen nicht berücksichtigt wurde.

- Der Einfluss der inneren Beschichtung auf die Entwicklung der hygri-schen Beanspruchung ist gering, da die hygri-sche Dehnung vor allem aus dem Austrocknen der äußeren Schalenlaibung resultiert. Erst nach sehr langen Zeitspannen werden die Zwangdehnungen durch die Beschichtung beeinflusst. Hier ist die Lebensdauer der Beschichtung zu beachten, die in der Regel mehrmals während der Nutzungsdauer der Schale zu erneuern ist und somit keinen sicheren „Schutz“ vor hygri-schen Beanspruchungen bieten kann.

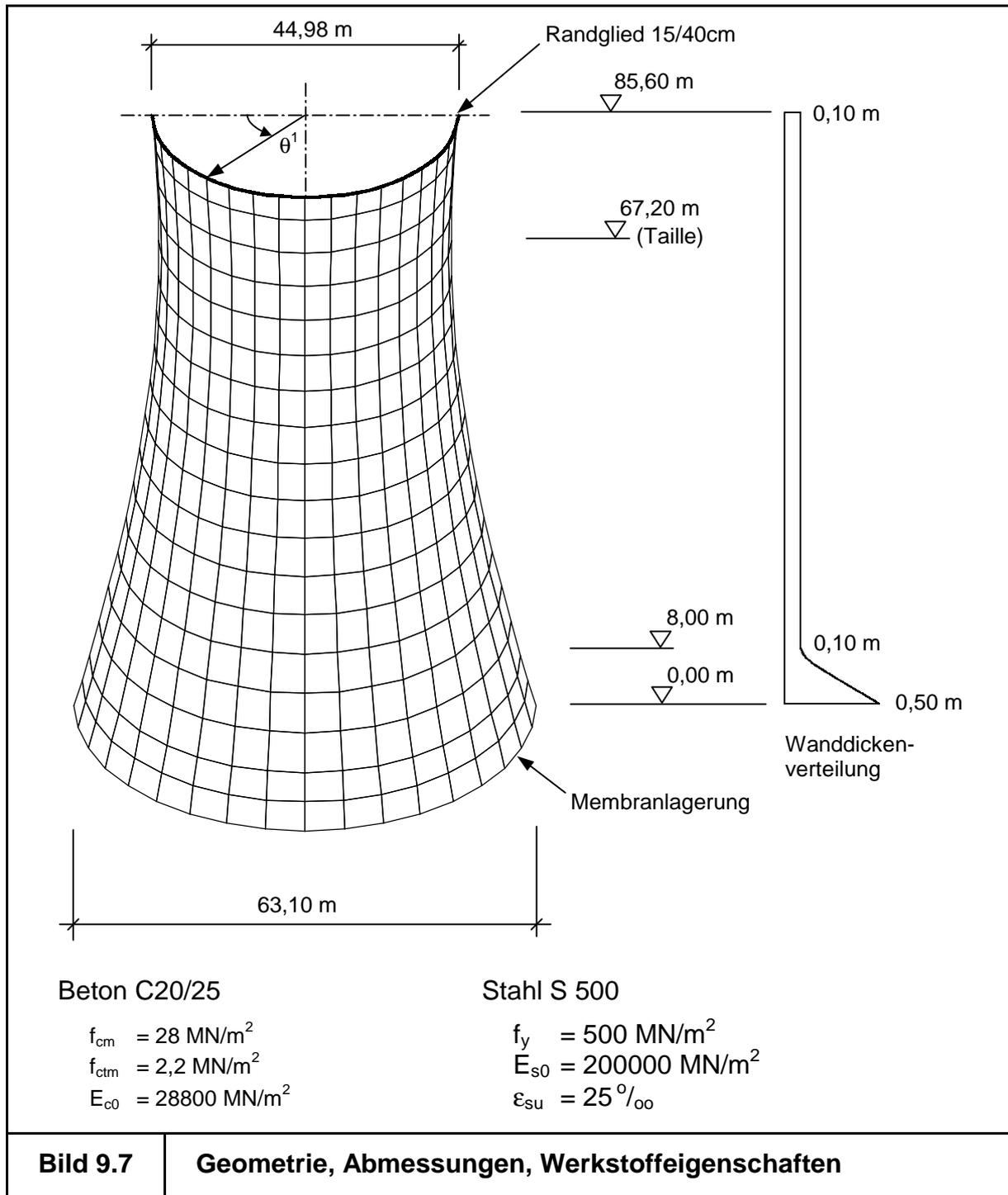
### **9.3 Untersuchung einer einfach bewehrten Kühlturmschale**

#### **9.3.1 Vorgehensweise und Annahmen**

Zunächst wird eine einfach bewehrte Kühlturmschale untersucht. Dies geschieht vor dem Hintergrund, dass die beobachteten Alterungserscheinungen mit den numerischen Ergebnissen verglichen werden können und so eine Verifizierung des gewählten Vorgehens erfolgen kann.

In Bild 9.7 ist die untersuchte Kühlturmschale dargestellt. Sie entspricht in ihren Hauptabmessungen der Schale des Kraftwerks Pont-Sur-Sambre [Jul\_94]. Sie ist einfach, zentrisch bewehrt und am oberen Schalenrand durch ein Randglied mit 40 cm Breite und 15 cm Höhe ausgesteift. Am unteren Rand wird eine Membranlagerung vorgesehen. Das Stützenfachwerk wird hier vernachlässigt, um zu verdeutlichen, dass die Alterungserscheinungen ihre Ursache in der Schale selbst haben.

Bezüglich des Materials und der Bewehrung wurde ein Beton C20/25 nach DIN1045 [DIN1045] und ein Betonstahl S500 angenommen. Hier sei darauf hingewiesen, dass die Analyse der einfach bewehrten Schale qualitativ zu Klärung der Alterungs-erscheinungen herangezogen werden soll. Zur quantitativen Nachrechnung und Beurteilung der Schale wären selbstverständlich weitergehende Informationen über den aktuellen Zustand des Tragwerks und der Werkstoffe erforderlich.



### 9.3.2 Annahmen bezüglich der Lasthistorie

Es ist weder technisch möglich, die gesamte Nutzungsdauer eines Tragwerks numerisch zu simulieren, noch würde dies im Resultat neue Erkenntnisse bringen. Vielmehr ist anzustreben, die wesentlichen Ereignisse, die während einer vorab definierten Zeitspanne auf ein System einwirken, mit einer ausreichenden Genauigkeit im Rahmen eines Rechenmodells zu erfassen. Hiermit lassen sich Rückschlüsse und grundlegende Erkenntnisse im Hinblick auf den Alterungsprozess und dessen Folgen ziehen.

Die Nutzungsdauer wird in diesem Sinne durch eine Abfolge weniger, jedoch für die Nutzungsdauer charakteristischer Beanspruchungssituationen simuliert [Bild 9.8]. Die Schale geht zwei Jahre nach ihrer Fertigstellung in Betrieb. Ab diesem Zeitpunkt wirkt neben der thermischen Belastung  $\Delta T_1$  noch eine unterschiedliche Befeuchtung auf die beiden Schalenlaibungen ein. Die zuletzt genannte, hygrische Beanspruchung  $\Delta H$  wird, wie in Kapitel 9.2 erläutert, mit ihrem langjährigen Mittelwert angesetzt und über äquivalente Temperaturbeanspruchungen auf die Schale aufgebracht. Nach einer Zeit von fünf Jahren soll einmal exemplarisch ein extremer Winterbetrieb vorliegen, in dem kurzzeitig die Temperaturdifferenz der Innen- zur Außenluft von  $\Delta T_1 = 25 \text{ K}$  auf  $\Delta T_2 = 45 \text{ K}$  erhöht wird.

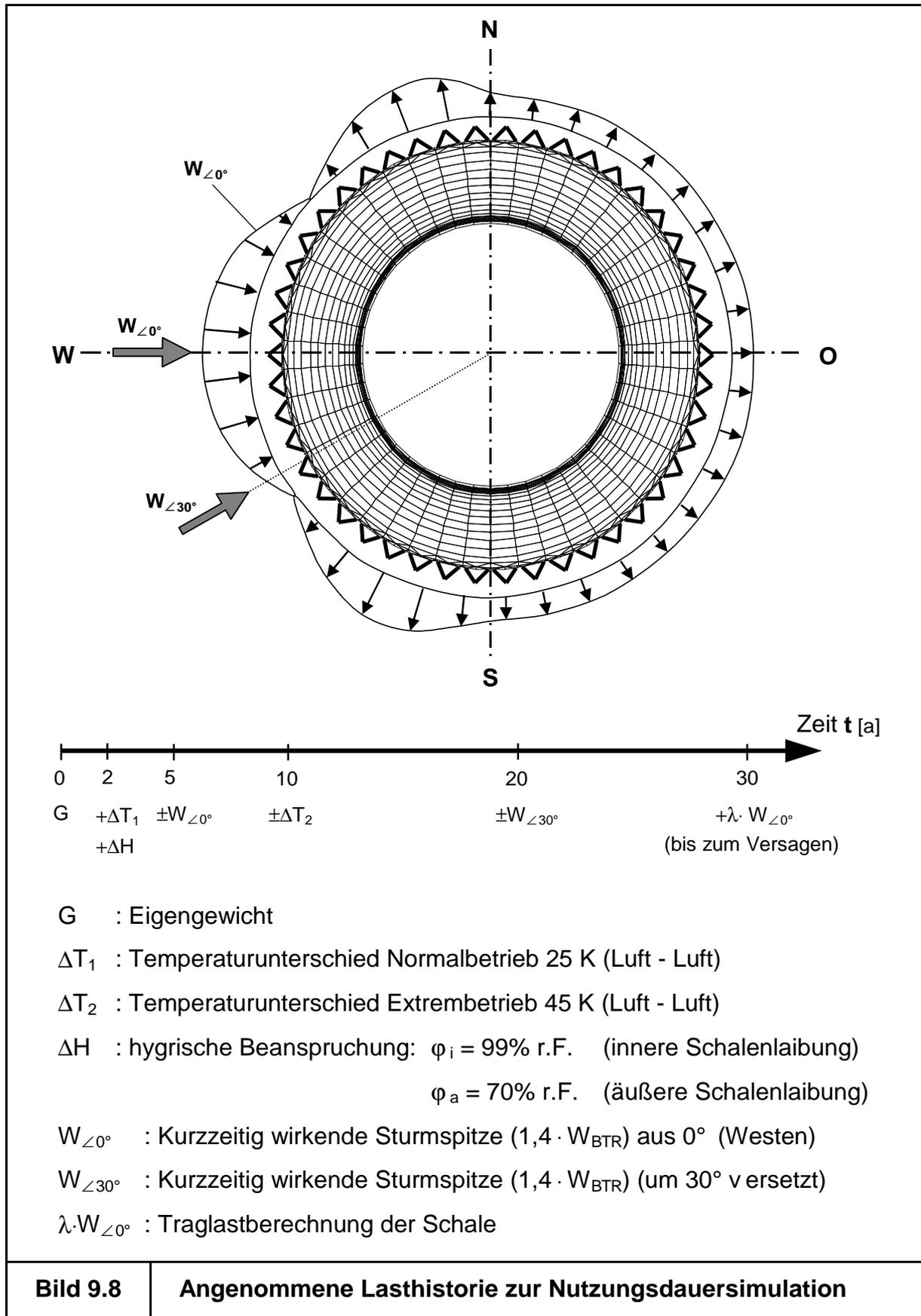
Nach zehn Jahren erfährt die Schale den ersten, hohen Sturm. Dabei wird vorübergehend die 1,4fache Windbelastung  $W_{\angle 0^\circ}$  nach BTR [BTR\_97] auf den Turm aufgebracht. Die gleiche Berechnung erfolgt nach 20 Jahren, jedoch wird hier die Windrichtung um  $30^\circ$  gedreht. In Mitteleuropa wirken hohe Winde in der Mehrzahl aus westlichen Richtungen auf den Turm ein.

Nach 30 Jahren sei die Nutzungsdauer des Kühlturms erreicht. Hier erfolgt eine Erhöhung der Windlast aus Westen bis zum Kollaps der Schale ( $\lambda \cdot W_{\angle 0^\circ}$ ). Die Berechnung dient zur Abschätzung der Sicherheit der gealterten Struktur.

### 9.3.3 Vergleich der numerischen Ergebnisse mit Beobachtungen

Die hygrischen Beanspruchungen erzeugen bereits nach fünf Jahren Spannungen im Beton, die die Zugfestigkeit überschreiten. Hierdurch entstehen auf der Schalenaußenseite Risse, die sich wegen des Eigengewichtes der Konstruktion in Meridianrichtung öffnen. Da die zentrische Bewehrung nicht in der Lage ist, die entstehenden Risse in ihrer Breite zu beschränken, entstehen direkt bei der Erstrissbildung klaffende Risse mit Breiten über einem Millimeter. Durch die

einsetzende Rissbildung verstärkt sich der Trocknungsprozess. Das Rissbild und die Verformungen entwickeln sich zunächst rotationssymmetrisch.



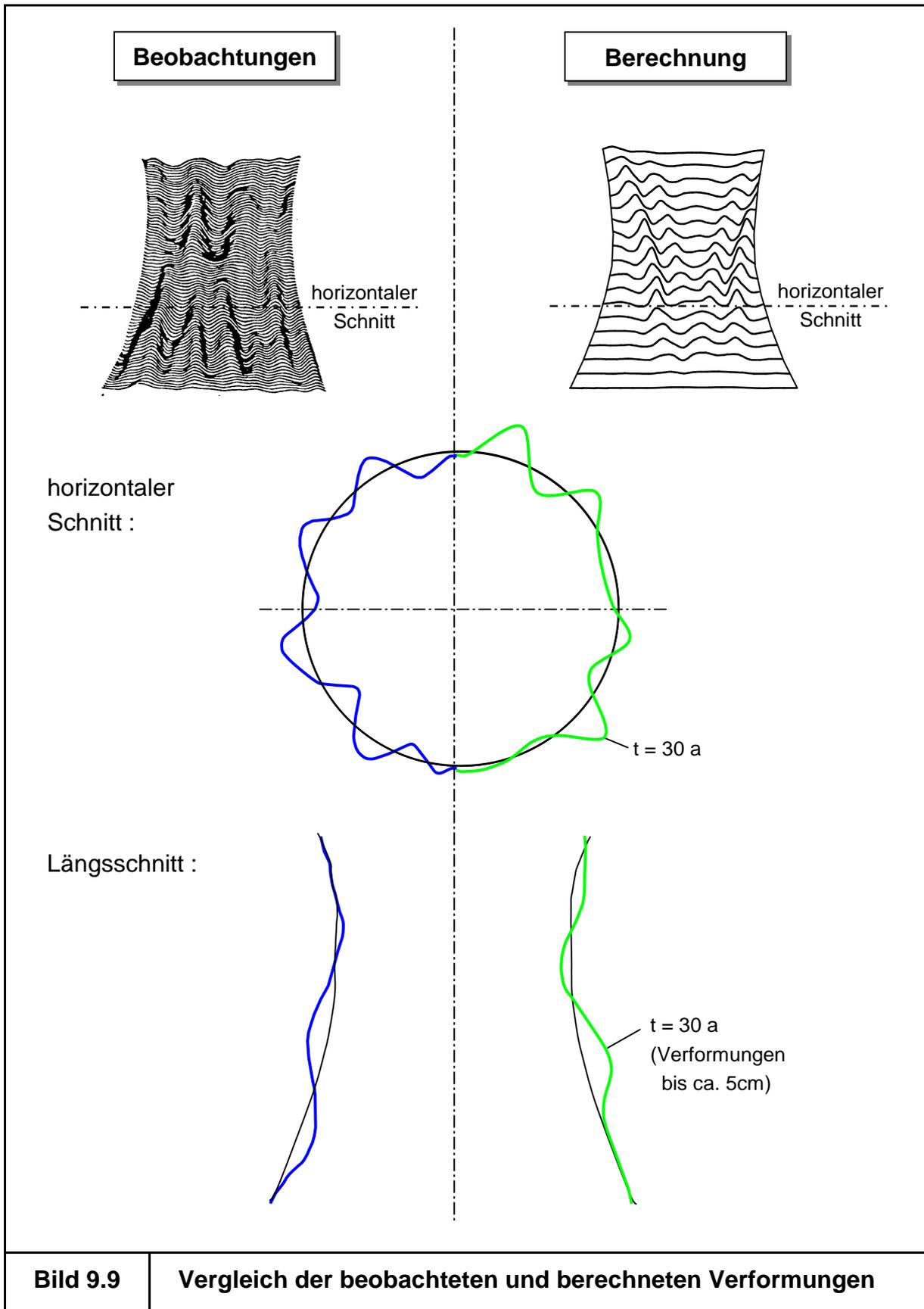


Bild 9.9

Vergleich der beobachteten und berechneten Verformungen

Nach der ersten kurzzeitigen Sturmbelastung (nach zehn Jahren) schlagen die rotationssymmetrischen Verformungen in ein unsymmetrisches Verformungsmuster um. Es bilden sich ausgeprägte Wellen in der Schale [Rah\_01].

Nach dem zweiten Sturm, der um 30° versetzt die Schale beansprucht, wird die Welligkeit weiter verstärkt. Am Ende der definierten Nutzungsdauer (nach 30 Jahren) liegt in der Schale ein großflächiges, wellenförmiges Deformationsmuster vor. Die Amplituden haben sich durch das erhöhte Austrocknen der gerissenen Bereiche noch weiter vergrößert und erreichen eine Größenordnung von etwa 5 cm [Bild 9.9].

Somit konnte gezeigt werden, dass die numerische Simulation die beobachteten Alterungserscheinungen qualitativ und sogar näherungsweise quantitativ abbilden kann.

An dieser Stelle sei noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen, dass in der Analyse keine viskoelastischen Werkstoffgesetzte Berücksichtigung fanden. Das Kriechen des Betons würde die entstehenden Deformationen noch einmal etwas verstärken. Allerdings ist bei Entstehung der Wellenstruktur das Kriechen des Betons bereits weitgehend abgeschlossen, weshalb es im Rahmen dieser Untersuchung gänzlich vernachlässigt wurde.

Eine eventuell auftretende Stahlkorrosion wurde nicht berücksichtigt. Grund dafür ist die Schwierigkeit, das Fortschreiten der Korrosion über die Nutzungsdauer vorauszusagen. Um den Zustand der Bewehrung zu beurteilen, wären Inspektionen der Schale vor Ort erforderlich. Die Berücksichtigung einer durch Rosten geschwächten Bewehrung stellt im Rahmen der durchgeführten Untersuchung keine Schwierigkeit dar. Auf eine pauschale Abschätzung des Korrosionsfortschrittes wird jedoch aus Ermangelung geeigneter Messwerte und Beobachtungsdaten im Gegensatz zu [Gru\_94] verzichtet.

#### **9.3.4 Ursache der bleibenden Verformungen**

Das Verformungsverhalten des numerischen Modells deckt sich, wie im Abschnitt 9.3.3 dargestellt, mit den Beobachtungen an alten Kühlturmschalen. Hier soll nun das komplexe numerische Modell analysiert werden, um die Ursache der auftretenden Wellen näher zu beleuchten [Fun\_01].

Betrachtet man einen Kreisring, der in seinem Durchmesser und seiner Wandstärke der untersuchten Kühlturmschale ähnelt [Bild 9.10], so weist er zunächst unter einer rotationssymmetrischen Zwangkrümmung  $\kappa_{zw}$  (beispielsweise aus ungleichmäßigem

Austrocknen entstandene hygri sche Dehnungen) eine rotationssymmetrische Verformung auf.

Durch die Windbelastungen entstehen in der Kühlturmschale Risse. Sie verlaufen im Bereich der Sogflanken in meridionaler Richtung und führen zu einer lokal begrenzten Steifigkeitsreduktion der Schale, die auch noch nach Wegnahme der Sturm spitze in der Schale vorliegt. Auf den Kreisring übertragen, erfährt er in einem begrenzten Bereich (zwischen  $\theta^1 = 30^\circ$  und  $60^\circ$ ) eine Steifigkeitsminderung von  $B^I$  auf  $B^{II}$ . Durch die rotationssymmetrische Beanspruchung der Schale durch die Zwangkrümmung  $\kappa_{zw}$  entstehen nun an den Übergangsstellen der Steifigkeiten Ungleichgewichtsmomente  $\Delta M$ . Sie rufen im Ring eine unsymmetrische Welligkeit hervor.

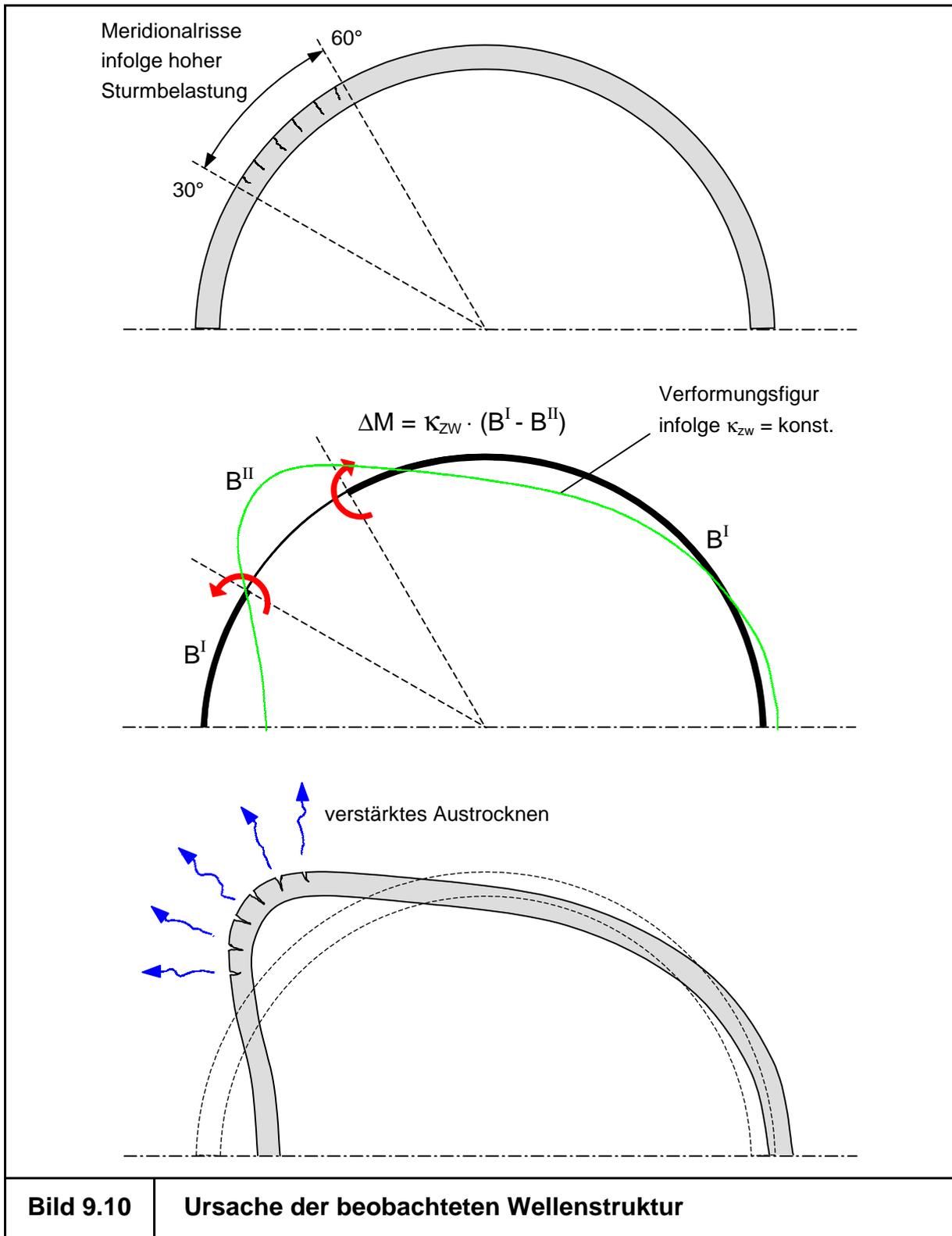
Die gerissenen Bereiche werden nach außen gedrückt und die vorhandenen Risse geöffnet. Hierdurch trocknen die gerissenen Bereiche verstärkt aus, was zur Verstärkung des Effektes führt.

Auf diese Weise entsteht in der Schale ein wellenartiges Deformationsmuster, das seine Ursache in der hygro-mechanischen Kopplung und in den unsymmetrischen Rissbildern hat, die während der Nutzungsdauer aus verschiedenen, hohen Einzelbeanspruchungen (Stürme) in der Schale eingetragen werden.

Es besteht daneben auch die Möglichkeit, dass die erwähnten, unsymmetrischen Rissbilder durch andere Beanspruchungen in der Schale entstehen. Zum Beispiel können ungleichmäßige Baugrundsetzungen oder Ausführungsfehler lokal Risse erzeugen. Es ist allerdings sehr unwahrscheinlich, dass an allen Kühltürmen, die die geschilderten Alterungserscheinungen aufweisen, die gleichen Setzungen oder die gleichen Fehler im Bauablauf gemacht wurden. Der Wind als auslösendes Moment hingegen wirkt auf jedes Tragwerk.

### **9.3.5 Auswirkungen auf die Tragwerkssicherheit**

Die auftretenden, umfangsharmonischen Verformungen der Schale wirken bei einer erneuten Windbeanspruchung als Imperfektionen. Sie können, bei werkstofflich nichtlinearen Berechnungen, die Traglast des Systems reduzieren [Roi\_83]. Hinzu kommt das ausgeprägte Rissbild in der Schale, das die Steifigkeit schwächt und so in Verbindung mit den Imperfektionen die Effekte nach Theorie II. Ordnung zusätzlich verstärkt.



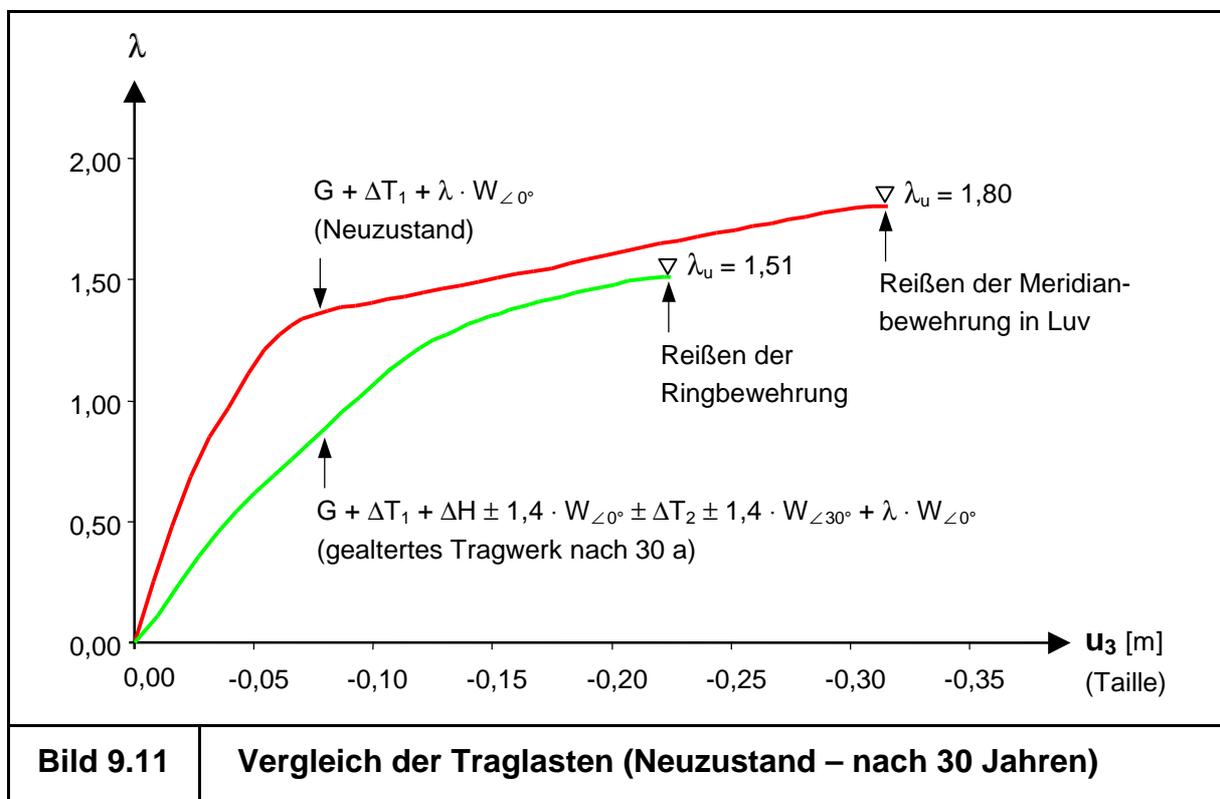
**Bild 9.10**

**Ursache der beobachteten Wellenstruktur**

Um diese Zusammenhänge näher zu beleuchten, wurde am Ende der Nutzungsdauer (nach 30 Jahren) die Windlast bis zum Versagen des Gesamtsystems gesteigert. Die Berechnung besitzt (im Gegensatz zum  $\gamma_R$ -Konzept) keinen Bezug zu einem Sicherheitskonzept. Allerdings stellt das Verhältnis der

beiden Traglastfaktoren  $\lambda_u$  der neuen und der gealterten Schale einen qualitativen Indikator für die Systemsicherheit dar.

In Bild 9.11 sind die Last-Verformungskurven des einfach bewehrten Turms im Neuzustand und nach 30 Jahren der Alterung dargestellt. Man erkennt deutlich das „weichere“ Verhalten des gealterten Turmes, das auf die vorhandenen Risse und Deformationen (Welligkeit) zurückzuführen ist. Das gealterte Tragwerk versagt hierbei durch Reißen der Ringbewehrung in halber Schalenhöhe. Nach dem Querschnittsversagen ist das Maximum der aufnehmbaren Windlast bei  $\lambda_u = 1,51$  erreicht. Der gleiche Turm im Neuzustand versagt hingegen erst bei einer um rund 16 % höheren Belastung durch Reißen der Meridianbewehrung in Luv.

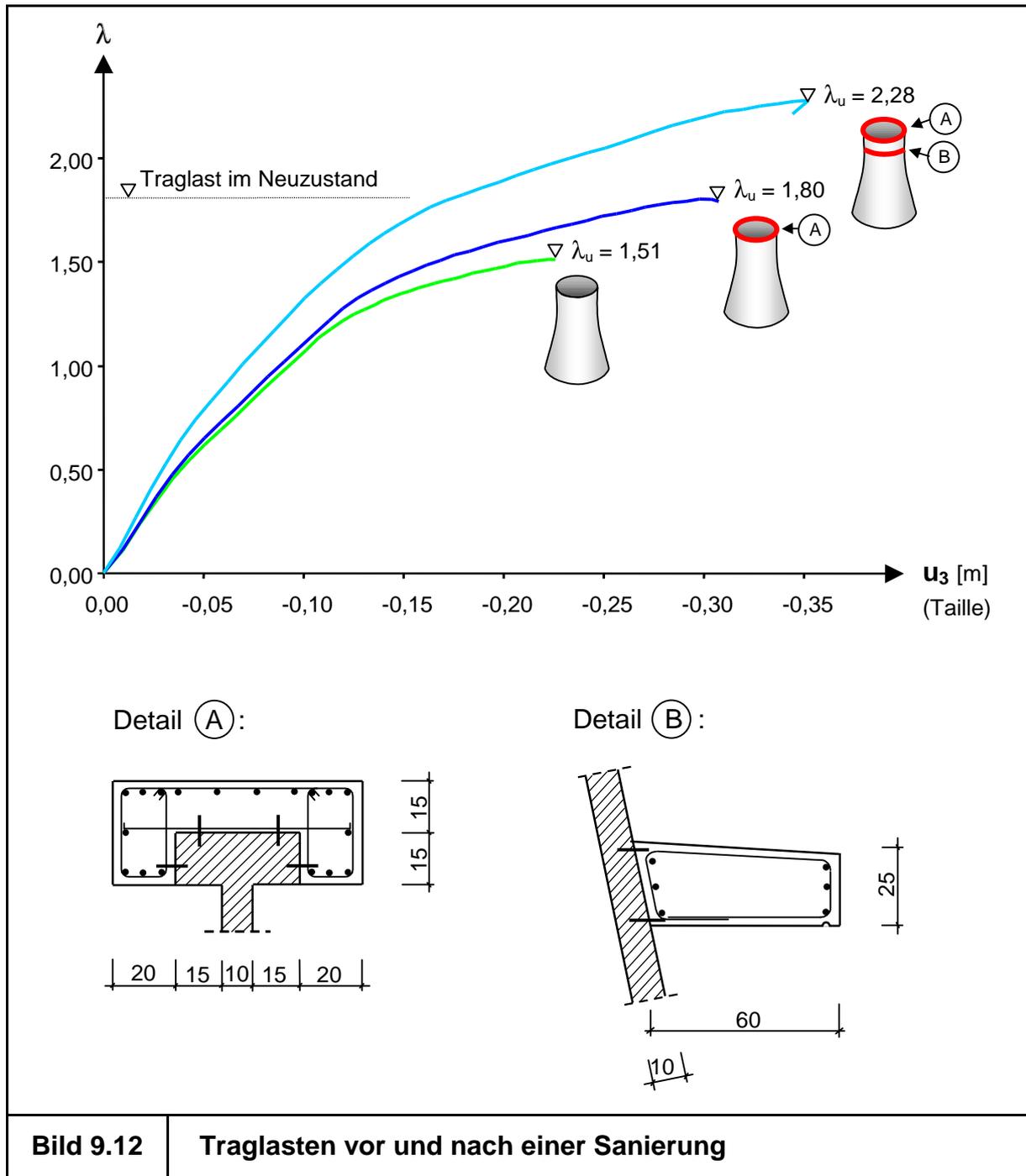


Somit lässt sich festhalten, dass die Alterung der Schale nicht nur tendenziell Auswirkungen auf die Gebrauchstauglichkeit des Tragwerks hat. Vielmehr sinkt auch die Tragwerkssicherheit mit den Jahren.

### 9.3.6 Mögliche Sanierungsmaßnahmen

Um das entstehende Sicherheitsdefizit im Rahmen einer Sanierungsmaßnahme zu beseitigen, bieten sich solche Maßnahmen an, die den Ursachen der Traglastminderung entgegenwirken. Im vorliegenden Fall wäre dies beispielsweise

eine Versteifung der Schale durch nachträglich aufgebrachte Stahlbetonringe auf der Schalenaußenseite. Die Ringe stabilisieren die Struktur und tragen somit zu einer Reduzierung der geometrisch nichtlinearen Effekte bei. Eine flächige Verstärkung der gesamten Schale stellt hingegen keine praktikable Lösung dar. Dennoch ist zu beachten, dass die vorhandene Bewehrung auch nach der Versteifungsmaßnahme ausreichend gegen Korrosion zu schützen ist. Dies erfordert ein Injizieren der vorhandenen klaffenden Risse mit elastischen Füllstoffen und eine eventuelle Beschichtung der Schalenoberfläche zum Schutz vor aggressiven Medien.



In Bild 9.12 sind die Last-Verformungskurven des Turmes vor und nach der Sanierung gegenübergestellt. Man erkennt, dass eine Versteifung des Kronenbereiches bereits zu einer Erhöhung der Traglast auf das Niveau der Schale im Neuzustand führt. Ein weiterer Ring im Bereich der maximalen Welligkeit bei etwa  $z = 60$  m bringt eine weitere, deutliche Steigerung der aufnehmbaren Windlast.

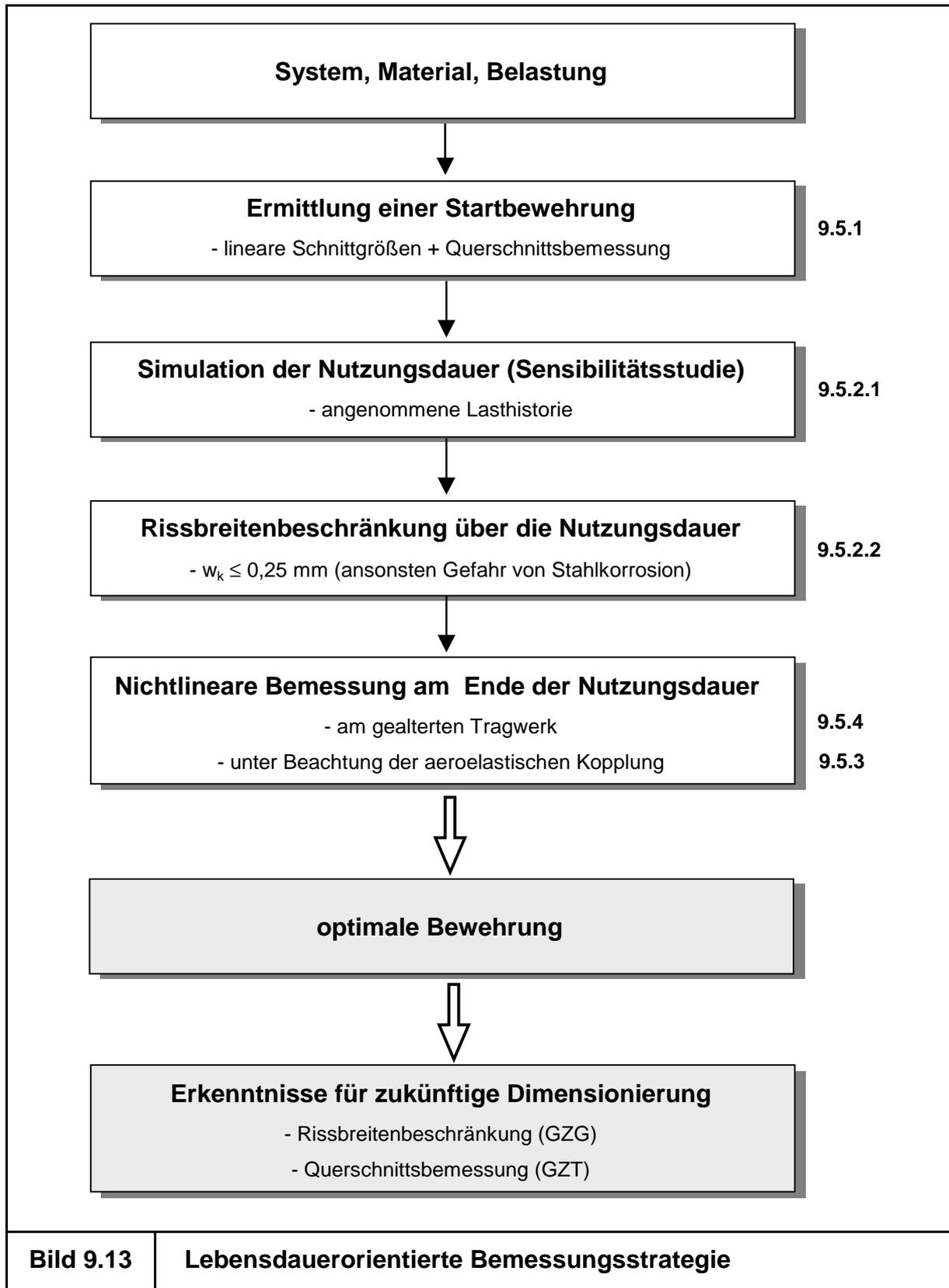
Hier sei angemerkt, dass die Ringe erst nach 30 Jahren in der Berechnung aktiviert wurden. Sie haben also den Alterungsprozess während der Nutzungsdauer nicht beeinflusst.

#### **9.4 Lebensdauerorientierte Bemessungsstrategie**

Neben der Frage der Sanierung gealterter Kühlturmschalen stellt sich natürlich die Frage, wie sich solche Alterungserscheinungen im Vorfeld beim Entwurf berücksichtigen lassen. Im Gegensatz zur üblichen Dimensionierung, die von einem Tragwerk im Neuzustand ausgeht, sollte eine lebensdauerorientierte Bemessungsstrategie sowohl Aspekte der Lasthistorie (Schädigung) als auch die Veränderlichkeit der Materialparameter über die Zeit (Deterioration) beinhalten.

Eine mögliche, speziell auf Kühlturmschalen zugeschnittene Strategie ist in Bild 9.13 dargestellt. Ausgehend von einem gegebenen statischen System wird auf Grundlage einer linear elastischen Querschnittsbemessung eine Startbewehrung festgelegt. Hier kann ebenso gut jede andere, frei gewählte Bewehrungsverteilung vorgegeben werden. Das Endergebnis, die optimale Bewehrung des Kühlturms, wird hierdurch nicht beeinflusst, allerdings die Konvergenz der iterativen, nichtlinearen Zwischenschritte.

Anhand des vorbemessenen Startsystems wird die Nutzungsdauer numerisch simuliert. Dies geschieht für eine angenommene Lasthistorie, wie sie z.B. in Bild 9.8 dargestellt ist. Sie kann in Abstimmung mit dem Bauherrn beliebig verändert und erweitert werden. Eine solche Untersuchung dient als Sensibilitätsstudie, d.h. hier soll herausgefunden werden, inwieweit das Tragwerk überhaupt sein Tragverhalten innerhalb der Nutzungsdauer verändert und welche Alterungserscheinungen zu erwarten sind. Bei hyperbolischen Naturzugkühltürmen, die in Geometrie und Belastung den hier behandelten Türmen ähneln, kann die Sensibilitätsstudie entfallen, da von einem analogen Verhalten auszugehen ist.



Im nächsten Schritt erfolgt die Veränderung der Bewehrung derart, dass die Schale über die gesamte Nutzungsdauer betrachtet die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit erfüllt. Hierzu wird die Bewehrung iterativ verändert, bis eine

vorgegebene Rissbreite (z.B.  $w_k = 0,25$  mm) an jeder Stelle des Tragwerks unterschritten wird. Die so ermittelte Rissbreiten-Bewehrung dient als untere Schranke für die nun folgende Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit.

Neben einem Nachweis der Bewehrung im Neuzustand kann mit dem in Kapitel 6 erläuterten  $\gamma_R$ -Konzept auch eine Bemessung am Ende der Nutzungsdauer am gealterten Tragwerk erfolgen. Hierzu ist eine Übertragung der entsprechenden Lastkombinationen nach BTR [BTR\_97] auf das partielle Sicherheitskonzept der neuen Normengeneration erforderlich.

In diesem Zusammenhang sei noch auf eine Besonderheit bei Kühlturmschalen hingewiesen. Das dünne Flächentragwerk steht mit der dynamischen Windbeanspruchung in einer Wechselwirkung, d.h. die Höhe der statischen Ersatzwindlast, die auf die Schale anzusetzen ist, hängt vom Verhältnis der Eigenfrequenz des Tragwerks und der Erregerfrequenz des Windes ab. Durch die Rissbildung während der Nutzungsdauer wird die Steifigkeit und somit die Eigenfrequenz der Schale reduziert. Hierdurch nähert sich das hoch abgestimmte Tragwerk der Resonanzfrequenz, was zu einer Erhöhung der aus dem Wind absorbierten Energie führt (aero-elastische Kopplung). Statisch wird dieser Effekt stark vereinfacht mit dem dynamischen Erhöhungsfaktor  $\phi$  berücksichtigt, der der entsprechenden Vorschrift entnommen werden kann [BTR\_97].

Als Endergebnis erhält man schließlich eine optimale Bewehrung der Kühlturmschale. Sie erfüllt die Nachweise sowohl in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit als auch der Tragfähigkeit nach Norm [DIN1045] über die gesamte Nutzungsdauer. Durch die exakte Erfassung der Steifigkeiten für sämtliche Zwangbeanspruchungen, wie Temperatur oder hygrische Beanspruchungen, vermeidet die Bewehrung gleichzeitig eine Überdimensionierung einzelner Querschnitte und stellt so auch ökonomisch eine bestmögliche Lösung dar.

Letztlich liefert der Vergleich der bisherigen Bemessungspraxis nach BTR mit der optimalen Bewehrung aus der lebensdauerorientierten Bemessungsstrategie wertvolle Hinweise für zukünftige Richtlinien und Normen, die auf der einen Seite dazu beitragen, diese schlanken Schalenträgerwerke dauerhafter zu entwerfen und auf der anderen Seite möglichst wirtschaftliche Bemessungsergebnisse zu erzielen.

## 9.5 Lebensdauerorientierte Bemessung einer Kühlturmschale

### 9.5.1 Ermittlung der Startbewehrung – lineare Bemessung

Der für die nachfolgenden Untersuchungen zu Grunde gelegte Kühlturm ist in seinen Hauptabmessungen in Bild 9.14 dargestellt. Die Schale ist 165,30 m hoch und auf 46 Stützenpaaren gelagert [Mei\_98].

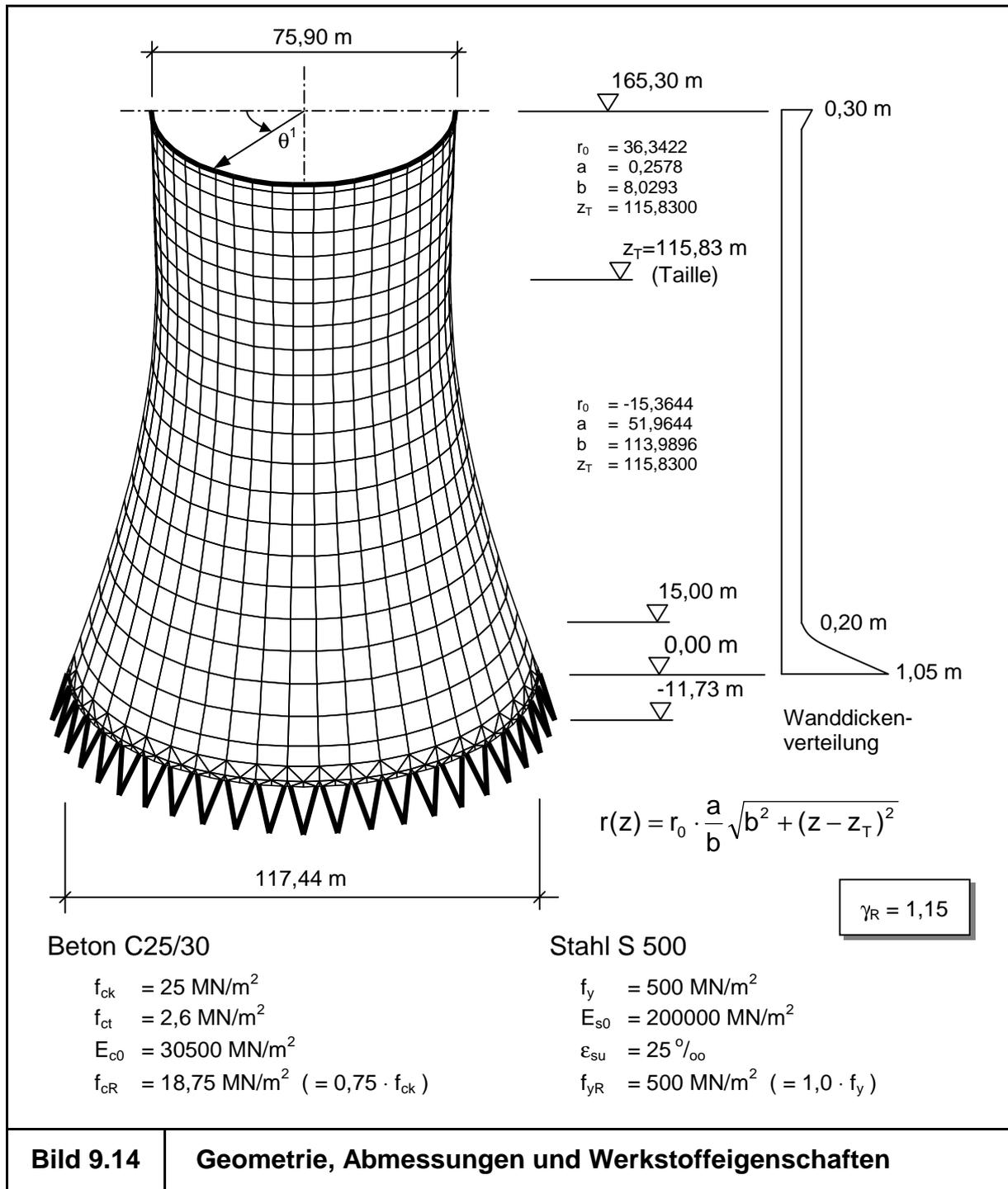


Bild 9.14

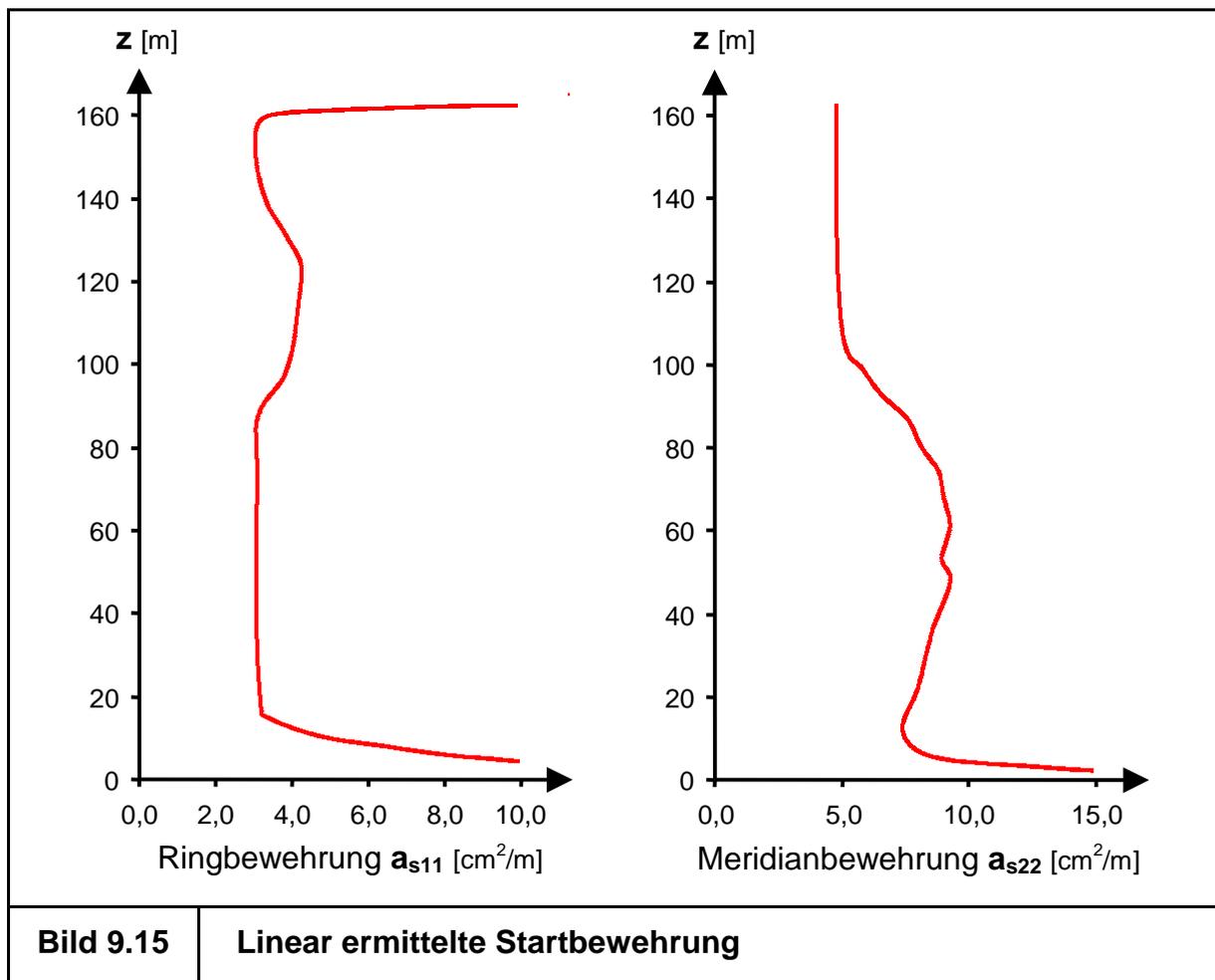
Geometrie, Abmessungen und Werkstoffeigenschaften

Belastet wird die Schale durch folgende Einwirkungen:

- Eigengewicht  $G$ ,
- nicht-rotationssymmetrische Windlast  $W$  (Windzone II, Kurve 1.0) nach [BTR\_97],
- Betriebstemperaturgradient  $\Delta T_1 = 25\text{K}$  (Normalbetrieb),  
Extremtemperaturgradient  $\Delta T_2 = 45\text{K}$  (Extremtemperatur),  
(rotationssymmetrische Temperaturdifferenz zwischen Innen- zur Außenluft),
- rotationssymmetrische Feuchtedifferenz  $\Delta H$  ( $\varphi_i = 99\%$ ;  $\varphi_a = 70\%$ )  
(entspricht dem langjährigen Mittel im Gebiet der Bundesrepublik Deutschland).

Zur Bestimmung einer Startbewehrung wird die Schale unter Verwendung linearer Schnittgrößen für die folgende Lastkombination nach DIN1045-1 [DIN1045] bemessen [Bild 9.15]:

$$1,00 \cdot G + 1,75 \cdot W. \quad (9.1)$$



Die Zwangbeanspruchungen aus der Temperatur- und der Feuchtedifferenz werden bei der Ermittlung der Startbewehrung nicht beachtet, da sie bei der nichtlinearen Simulation in Kapitel 9.5.2 noch genauer untersucht werden (Beschränkung der Rissbreiten über die gesamte Nutzungsdauer). An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die Wahl der Startbewehrung keinen Einfluss auf das Endergebnis hat. Aus diesem Grund ist die Bemessungs-Lastkombination nach Gl. (9.1) zur Festlegung der Startbewehrung beliebig wählbar.

Da am Ende der Nutzungsdauer (nach 30 Jahren) die Bewehrung mit dem  $\gamma_R$ -Konzept nachgewiesen wird, liegen allen folgenden Simulationen die Rechenwerte der Materialfestigkeiten zu Grunde, die sich aus einem globalen Sicherheitsfaktor  $\gamma_R = 1,15$  ergeben. Die Festlegung des Wertes auf 1,15 erfolgt aus der Kenntnis heraus, dass so das Verformungsverhalten der Schale möglichst realitätsnah abgebildet werden kann.

## **9.5.2 Beschränkung der Rissbreiten während der Nutzungsdauer**

### **9.5.2.1 Entwicklung der Rissbreiten während der Nutzungsdauer**

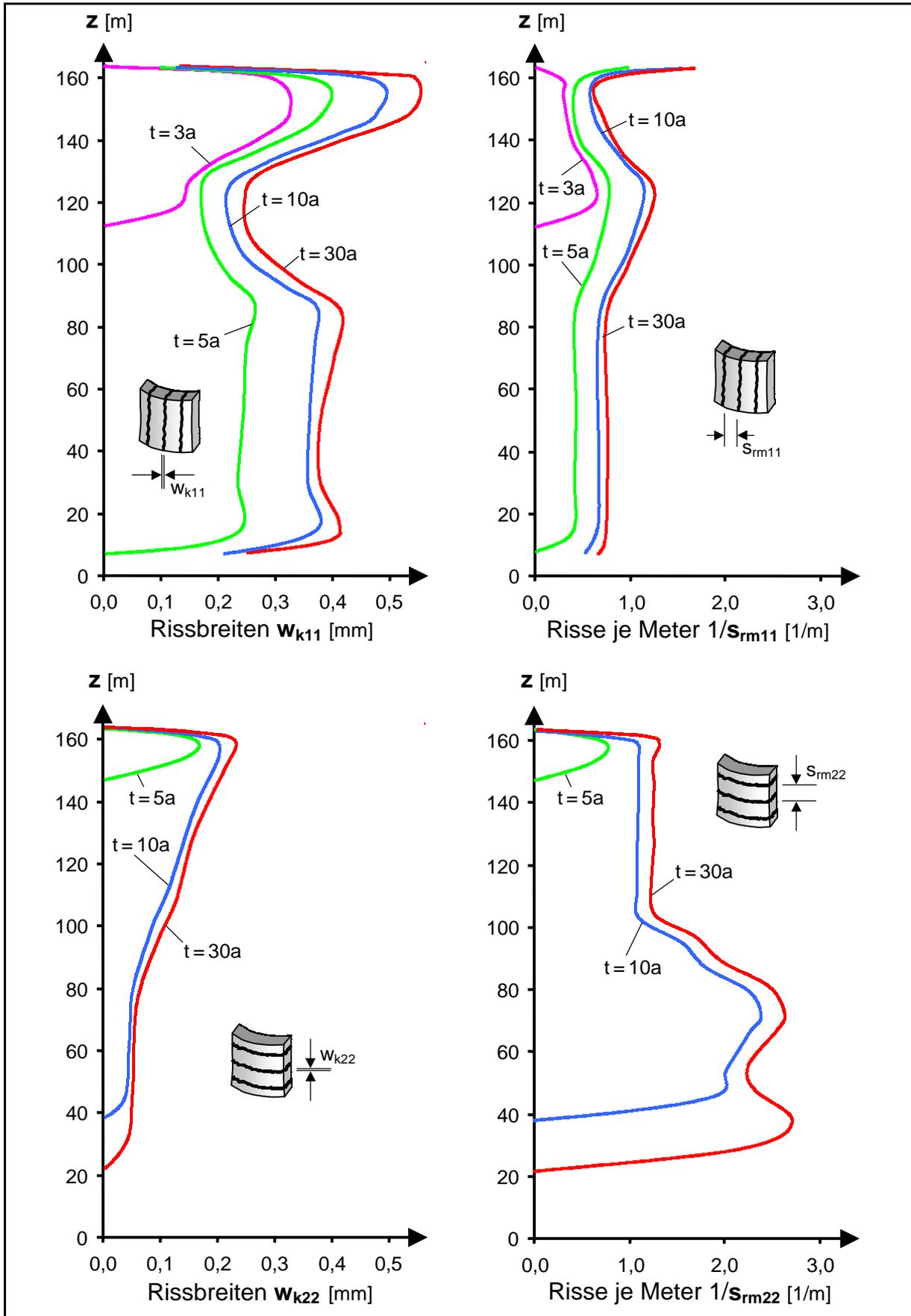
In Bild 9.16 ist die Entwicklung der Rissbreiten  $w_k$  und der mittleren Rissabstände  $s_{rm}$  während der Nutzungsdauer dargestellt. Hierbei beziehen sich die Darstellungen auf den jeweiligen Maximalwert im entsprechenden Höhenschnitt unter der quasi-ständigen Lastkombination:

$$1,00 \cdot G + \Delta T_1 + \Delta H + 0,70 \cdot W. \quad (9.2)$$

Die bei der Simulation enthaltenen kurzzeitig wirkenden Beanspruchungen sind in Bild 9.8 dargestellt.

Durch die mit den Jahren zunehmenden Zwangdehnungen aus der hygrischen Belastung werden die Zugbeanspruchungen auf der Schalenaußenseite weiter verstärkt [Rah\_02]. Erreichen diese Spannungen die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$ , so entstehen Risse, die sich wegen des Eigengewichtes der Schale zunächst nur in meridionaler Richtung (später auch horizontal) ausbilden [Bild 9.16]. Über die Nutzungsdauer betrachtet ergeben sich auf diese Art über die gesamte Schalenhöhe sukzessiv neue Risse, die an Breite zunehmen. Lediglich im Bereich der Taille werden die Risse durch die etwas höhere Ringbewehrung feiner verteilt.

Die hygrische Beanspruchung  $\Delta H$  ist hierbei mit dem Rissbild gekoppelt und führt zu einer verstärkten Austrocknung gerissener Bereiche (hygro-mechanische Kopplung).

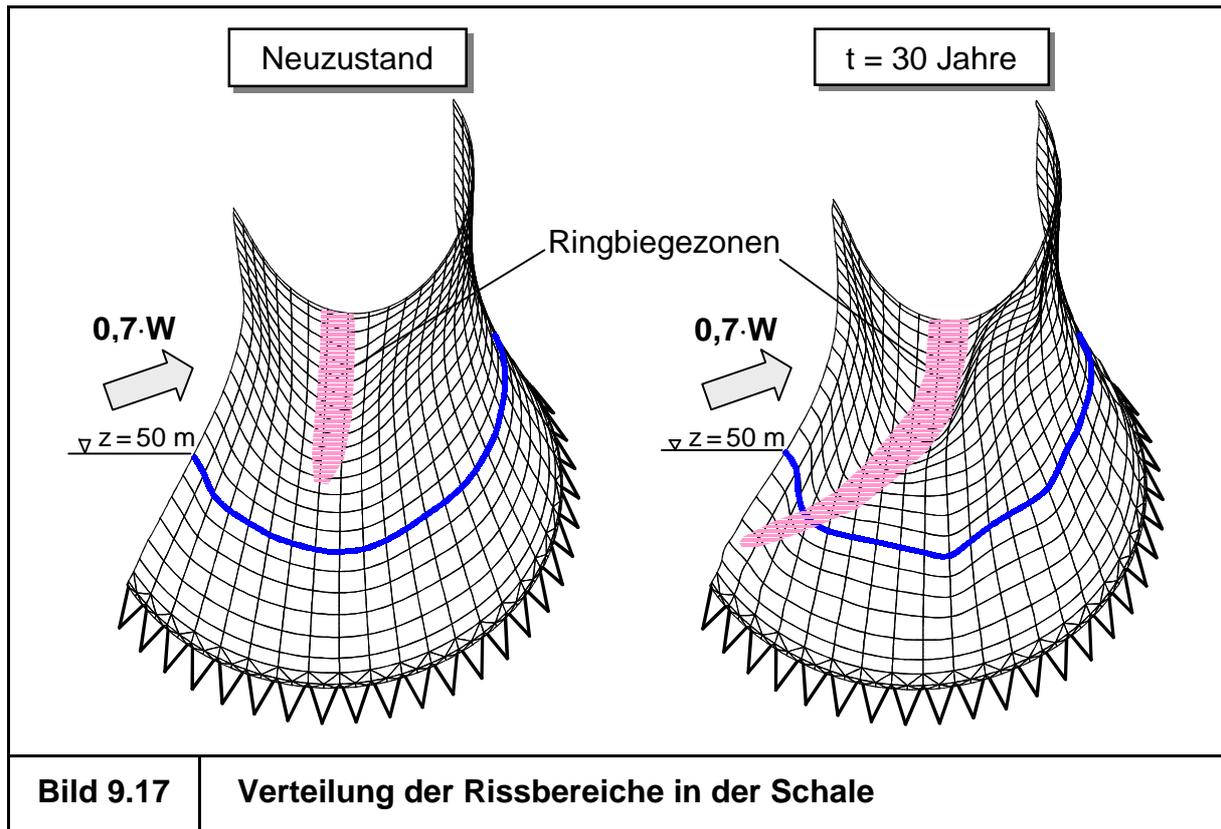


**Bild 9.16**

**Entwicklung der Rissbreiten über die Nutzungsdauer**

Durch die kurzzeitig wirkenden hohen Sturmbelastungen (nach 10 und 20 Jahren) werden die Rissbreiten in den Ringbiegezonen [Bild 9.17] lokal begrenzt vergrößert.

Im Hinblick auf das Verformungsverhalten ist zu beobachten, dass die beidseitig bewehrte Schale im Vergleich zu einer einfach (zentrisch) bewehrten deutlich unempfindlicher bezüglich der Lasthistorie reagiert. So können auch hier umfangsharmonische Verformungen (Wellenmuster) festgestellt werden [Bild 9.17]. Allerdings bewegen sich die maximalen Amplituden im Millimeterbereich.



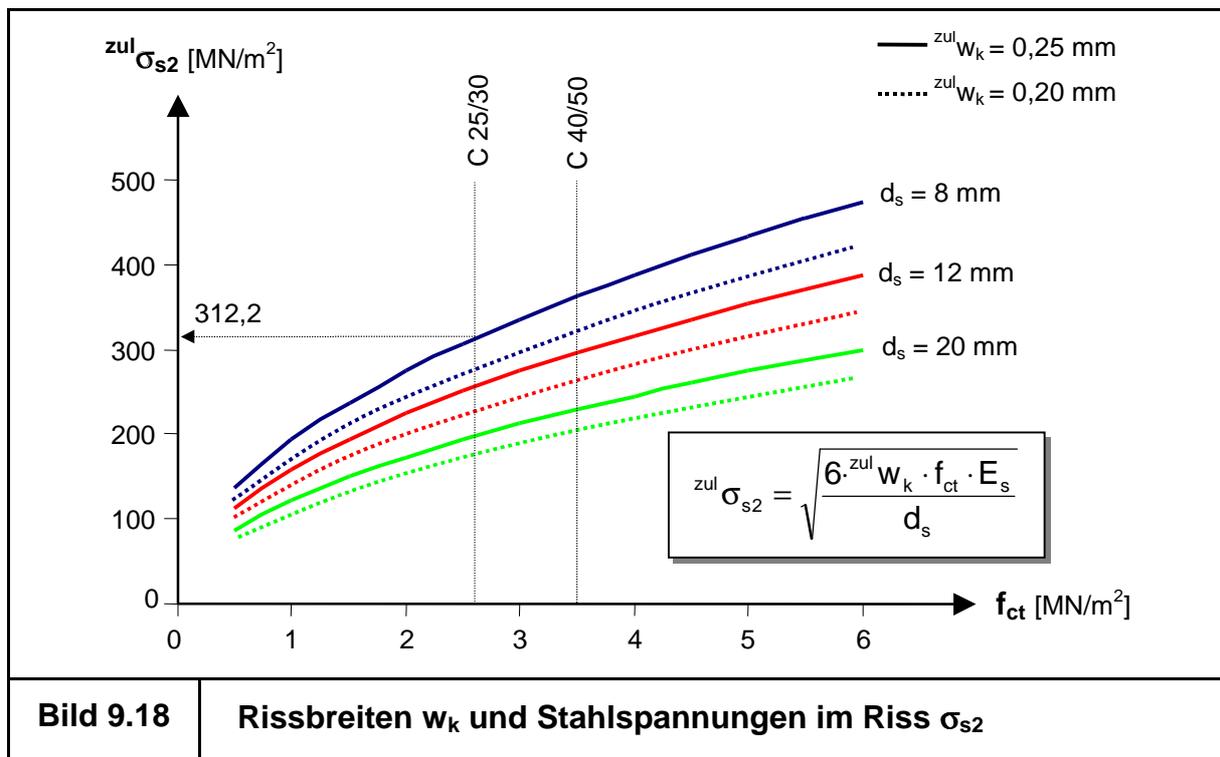
### 9.5.2.2 Bestimmung einer optimalen Bewehrung zur Rissbreitenbeschränkung

Der entscheidende Aspekt zur Sicherstellung der Dauerhaftigkeit liegt im Nachweis der Rissbreite. Es ist anzustreben, die auftretenden Risse über die gesamte Nutzungsdauer unter einem Grenzwert von 0,25 mm zu halten, da breitere Risse das Rosten der Bewehrung im Riss begünstigen. Umgekehrt bergen Risse unter 0,25 mm Breite kein zusätzliches Korrosionsrisiko [Ram\_95.1].

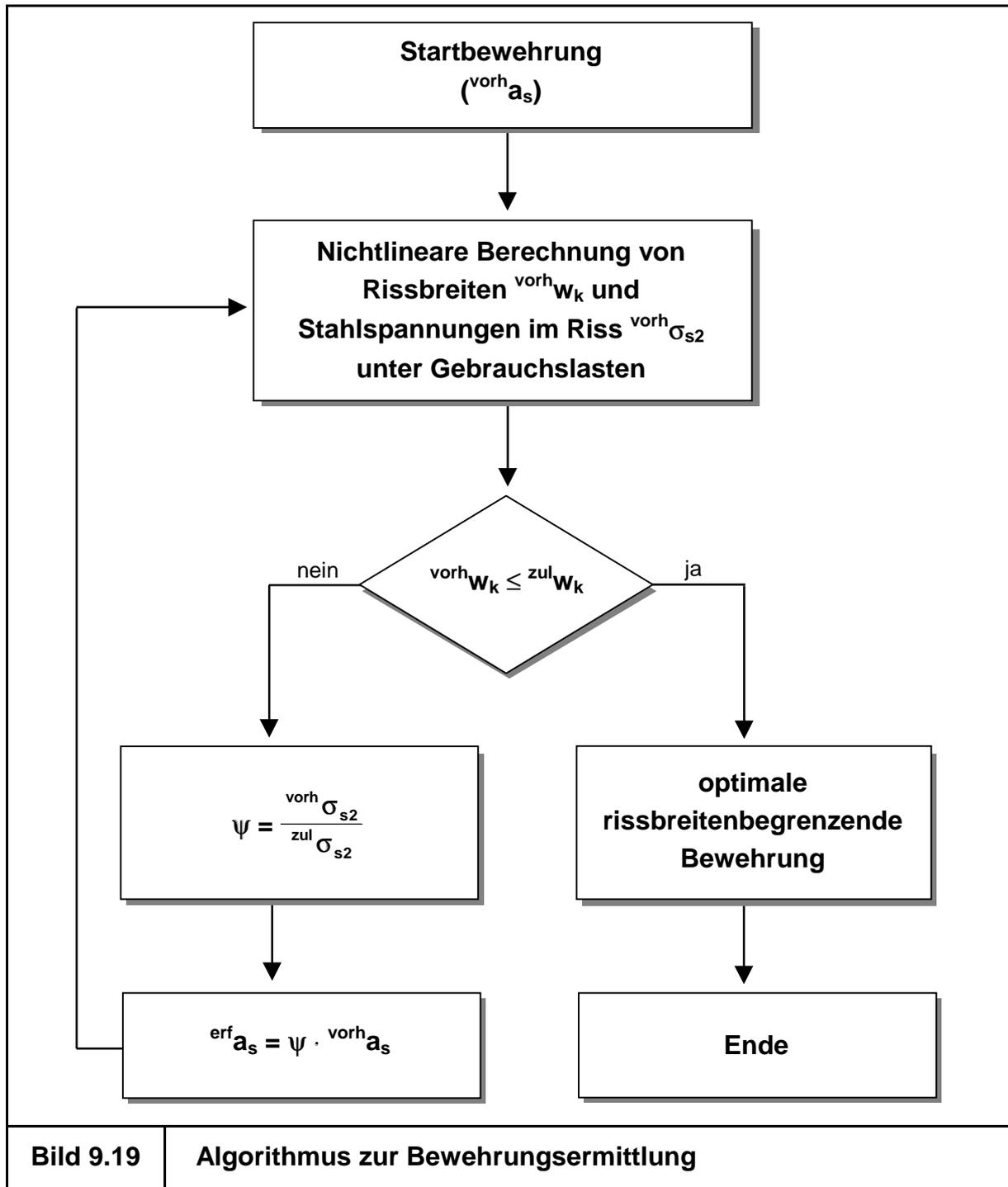
Werden die Rissbreiten während der gesamten Nutzungsdauer sicher beschränkt, so braucht das Phänomen der Bewehrungsdeterioration durch Korrosion in der Simulation nicht weiter berücksichtigt zu werden.

Die in Bild 9.16 dargestellten Rissbreiten sind in weiten Bereichen der Schale größer als die geforderten 0,25 mm, was mit den sehr geringen Bewehrungsmengen (linear ermittelte Startbewehrung ohne Berücksichtigung von Zwangbeanspruchungen [Bild 9.15]) in der Schale begründbar ist. Da bisher noch kein Nachweis einer Rissbreitenbeschränkung geführt wurde, überrascht das Ergebnis nicht.

Zur sicheren Vermeidung von Rissbreiten über 0,25 mm muss die Bewehrung verstärkt werden. Dies geschieht auf iterativem Wege, da die komplexen Alterungsprozesse, die das Rissbild verursacht haben, von der (der Simulation zu Grunde gelegten) Bewehrung selbst abhängen.



In Bild 9.18 ist für verschiedene Bewehrungsdurchmesser  $d_s$  die zulässige Stahlspannung im Riss  $zul_{\sigma_{s2}}$  aufgetragen, die sich nach DIN1045-1 für eine geforderte, maximale Rissbreite  $zul_{w_k}$  in Abhängigkeit von der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  ergibt. Der Zusammenhang ist von der Art der inneren Beanspruchung (Schnittgrößen) und der Phase der Rissbildung (Erstrissbildung oder Sukzessivrisbildung) unabhängig. Somit können die auf diese Art ermittelten zulässigen Stahlspannungen  $zul_{\sigma_{s2}}$  zur Bewehrungsfindung verwendet werden.



Ein Algorithmus, der die Bewehrung an die Erfordernisse der Rissbreitenbeschränkung anpasst, ist in Bild 9.19 dargestellt. Er bedient sich der oben beschriebenen, grundlegenden Zusammenhänge der Rissbreitenberechnung nach DIN1045 [DIN1045] und der Tatsache, dass die Stahlspannungen im Riss  $\text{vorh } \sigma_{s2}$  als primäres Ergebnis der hochgradig nichtlinearen Nutzungsdauersimulation vorliegen. Hier sei noch einmal darauf hingewiesen, dass das betrachtete Lastkollektiv nach Bild 9.8 die Ergebnisse beeinflusst und exemplarisch gewählt wurde. In der praktischen Anwendung sind entsprechende Annahmen mit dem Bauherrn abzustimmen.

Die vorhandene Bewehrungsmenge  $^{vorh}a_s$  wird so iterativ verändert, bis der Nachweis der Rissbreite am Ende der Nutzungsdauer (nach 30 Jahren) erfüllt ist:

$$\psi = \frac{^{vorh}\sigma_{s2}}{^{zul}\sigma_{s2}}, \quad (9.3)$$

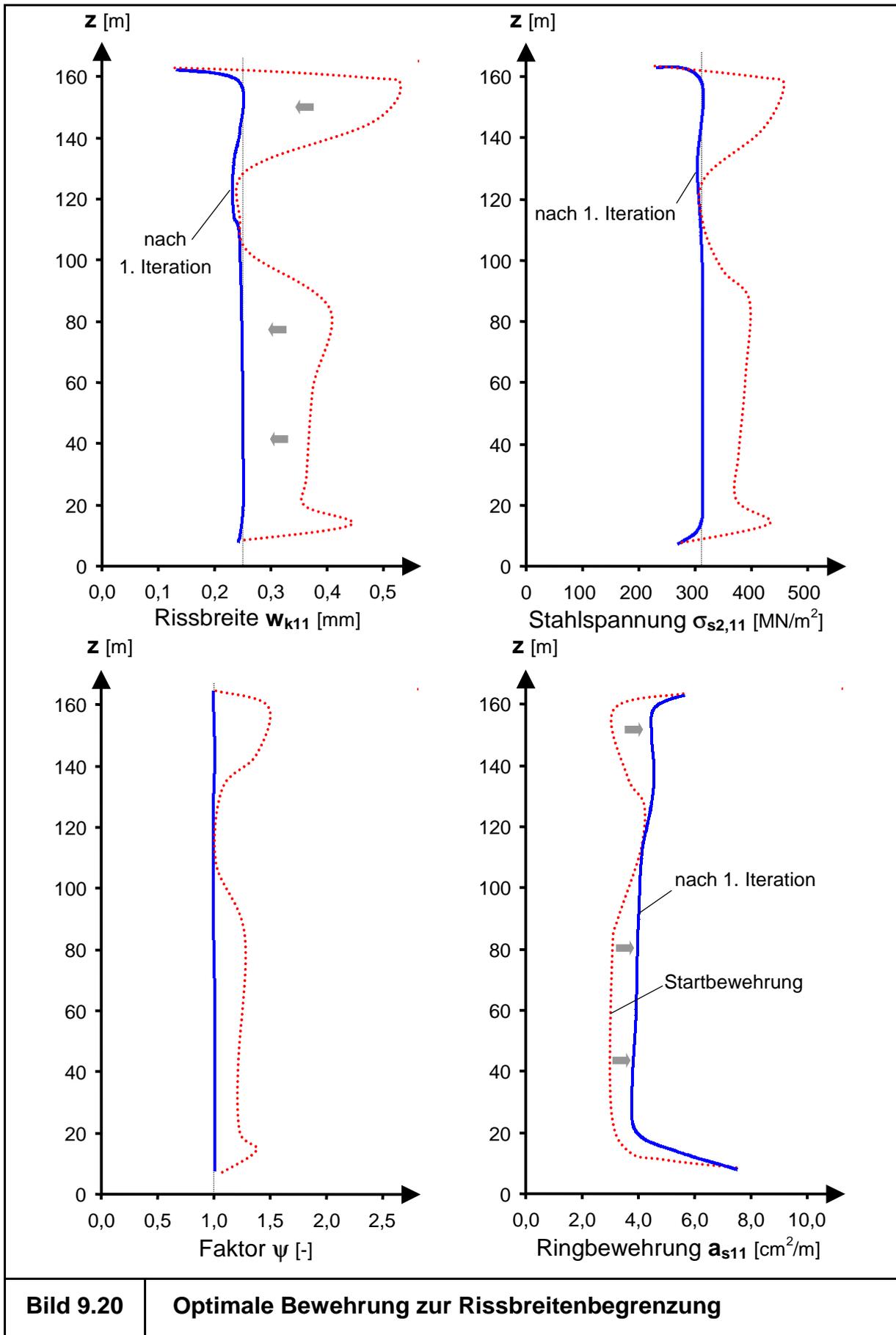
$$^{erf}a_s = \psi \cdot ^{vorh}a_s. \quad (9.4)$$

Durch die werkstofflich nichtlineare Vorgehensweise gehen hierbei die exakten Steifigkeitsverhältnisse direkt in die iterative Bewehrungsfindung ein, was eine größtmögliche Wirtschaftlichkeit der Strategie zur Folge hat.

Auf das betrachtete Kühlturmbeispiel angewendet zeigt sich, wie in Bild 9.20 dargestellt, eine deutliche Erhöhung der Ringbewehrung. Bei einem gewählten Stabdurchmesser von 8 mm und den gegebenen Betoneigenschaften ergibt sich eine zulässige Stahlspannung im Riss von  $312,2 \text{ MN/m}^2$  unter quasi-ständiger Belastung.

Da die Rissbreiten infolge der Meridianbeanspruchung während der gesamten Nutzungsdauer den Grenzwert von 0,25 mm nicht überschreiten [Bild 9.16], bleibt die Meridianbewehrung von der Berechnung unbeeinflusst und entspricht nach wie vor der linear ermittelten Startbewehrung [Bild 9.15].

Wegen der komplexen Zusammenhänge, insbesondere auch in Bezug auf die hygromechanische Kopplung und die Einflüsse der Lashistorie, muss die Ermittlung der Bewehrung iterativ erfolgen. Theoretisch wird bei jedem Iterationsschritt eine vollständige Simulation der Nutzungsdauer erforderlich. Praktisch kann die Iteration mit ausreichender Genauigkeit bereits nach dem ersten Schritt beendet werden [Bild 9.20]. Hier wirkt sich die Wahl der geringen Startbewehrung (Vernachlässigung der Zwangbeanspruchungen bei der linearen Bemessung) positiv auf die Konvergenzeigenschaften aus. Eine höhere Startbewehrung würde hier den numerischen Aufwand (unnötig) erhöhen.



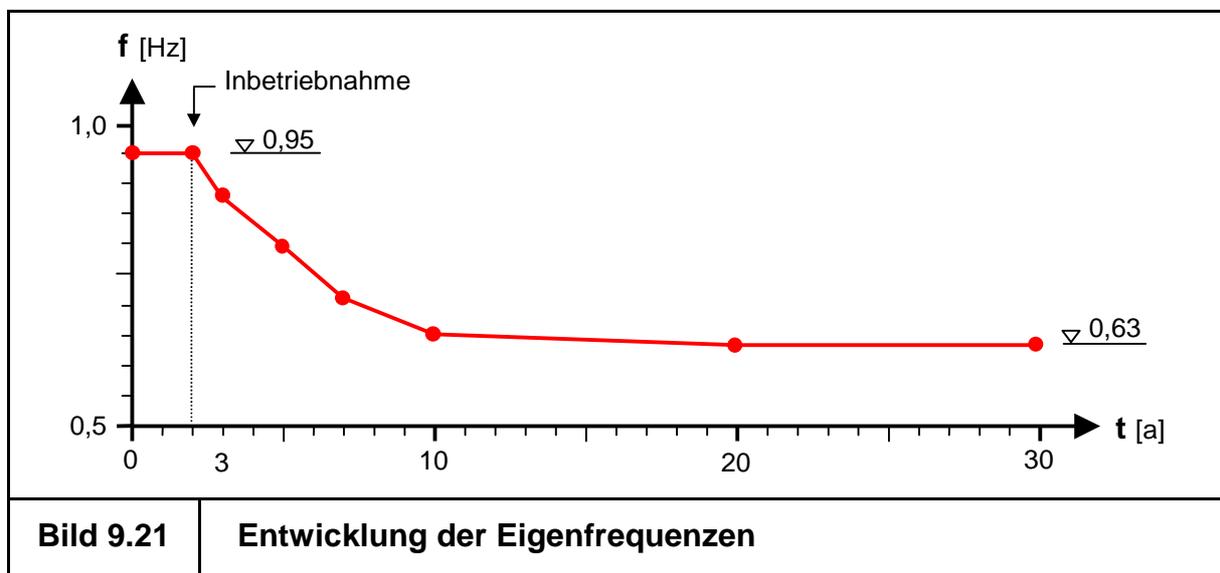
**Bild 9.20**

**Optimale Bewehrung zur Rissbreitenbegrenzung**

### 9.5.3 Entwicklung der Eigenfrequenzen

Wie bereits an anderer Stelle erläutert, ergibt sich der dynamische Erhöhungsfaktor der Windlast in Abhängigkeit von der Eigenfrequenz der Schale. Da die Gesamtsteifigkeit in Folge von Schädigung und Deterioration während der Nutzungsdauer stetig sinkt, reduzieren sich auch die Eigenfrequenzen. Somit absorbiert eine gealterte Schale mehr Energie aus der dynamischen Windbeanspruchung. Zur Quantifizierung des Phänomens werden begleitend zur Nutzungsdauersimulation die Eigenfrequenzen des Kühlturms ermittelt (vgl. Kapitel 7.2.1.2).

In Bild 9.21 ist die stetige Abnahme der ersten Eigenfrequenz während der Nutzungsdauer dargestellt. Durch die Reduktion der ersten Eigenfrequenz von 0,95 Hz auf 0,63 Hz erhöht sich der dynamische Erhöhungsfaktor der Windbeanspruchung  $\phi$  nach BTR [BTR\_97] um 5 %.



Berechnet man hieraus den Schädigungsgrad der Schale nach 30 Jahren, so ergibt sich nach (Gl. 7.8):

$$D_f = 1 - \frac{0,95}{0,63} = 0,66. \quad (9.5)$$

Diese Zahl kann nach dem momentanen Stand der Forschung nur zu vergleichenden Aussagen herangezogen werden. Quantitative Aussagen über Tragwerkssicherheit, Lebensdauer oder Dauerhaftigkeit sind auf Basis des Schädigungsgrades  $D_f$  nicht möglich.

#### 9.5.4 Lebensdauerorientierte Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Das in Kapitel 6 bereitgestellte Dimensionierungskonzept auf Basis nichtlinearer Strukturanalysen kann allgemein auch zur Dimensionierung gealterter Tragwerke verwendet werden. Hierbei spielt es keine Rolle, ob bereits umfangreiche Schädigungen und/oder Deteriorationen vorliegen. Der Nachweis der Gesamtstruktur erfolgt als Querschnittsnachweis. Die Lastkombinationen (Gl. 9.6a-b) sind dabei bis zum ersten Querschnittsversagen zu steigern. Der globale Sicherheitsfaktor wird mit  $\gamma_R = 1,15$  gewählt.

Zum Nachweis der Bewehrung im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden folgende Lastkombinationen betrachtet:

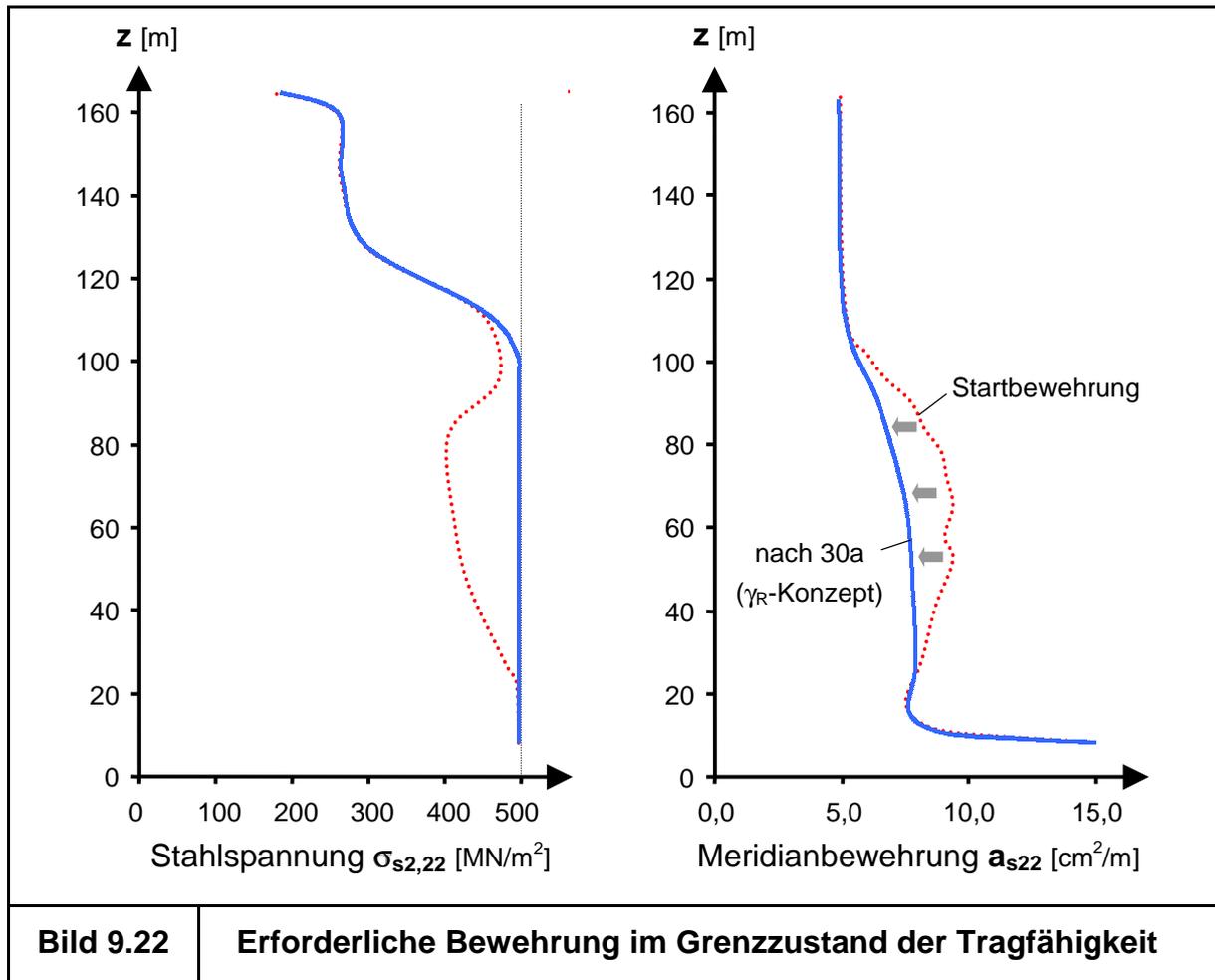
$$\text{LK1: } 1,00 \cdot G + 1,50 \cdot W + 0,60 \cdot 1,50 \cdot \Delta T_2, \quad (9.6a)$$

$$\text{LK2: } 1,00 \cdot G + 1,50 \cdot \Delta T_2 + 0,60 \cdot 1,50 \cdot W. \quad (9.6b)$$

Die Teilsicherheits- und Kombinationsbeiwerte für Eigengewicht  $G$ , Wind  $W$  und Betriebstemperatur  $\Delta T_2$  werden der aktuellen DIN1055 [DIN1055] entnommen. Im Gegensatz zur linearen Dimensionierung darf der Teilsicherheitsbeiwert für die Temperaturbelastung nicht auf 1,0 abgemindert werden. Die statische Ersatz-Windlast  $W$  wird wegen des Abfallens der Eigenfrequenzen (Kap. 9.5.3) während der Nutzungsdauer um 5 % erhöht ( dynamischen Erhöhungsbeiwert  $\varphi$  ).

Die nichtlineare Bemessung hat keine Veränderung der Bewehrung in Ringrichtung zur Folge, da die Bewehrung zur Beschränkung der Rissbreite nicht unterschritten werden soll. An den Stahlspannungen im Riss (hier nicht dargestellt) lässt sich erkennen, dass die Ringbewehrung im Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht ausgenutzt ist und diese sich somit ausschließlich aus den Erfordernissen der Gebrauchstauglichkeit ergibt.

Die Meridianbewehrung wird entsprechend des iterativen Vorgehens neu festgelegt. Die Iteration weist hier ebenfalls sehr gute Konvergenzeigenschaften auf [Bild 9.22]. Die letztlich gefundene Bewehrung führt zu einer maßgebenden, globalen Traglast  $\lambda_u$  von 1,152. Damit ist der Nachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit fast exakt erfüllt (  $\lambda_u \geq \gamma_R = 1,15$  ). Die nichtlinearen Umlagerungskapazitäten der Schale sind vollständig ausgeschöpft.



Mit der Ringbewehrung nach Bild 9.20 und der Meridianbewehrung nach Bild 9.22 liegen Bewehrungsanordnungen vor, die die Nachweise der Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit sowie der Tragfähigkeit über eine Nutzungsdauer von 30 Jahren erfüllen.

Die exemplarisch durchgeführte, lebensdauerorientierte Bemessung der Kühlturmschale zeigt auf, wie mit Hilfe der implementierten numerischen Werkzeuge praktisch relevante Aufgaben angegangen und gelöst werden können. Es bleibt anzumerken, dass in der Praxis weitere Überlegungen (Definition der Lastgeschichte, zeitabhängiges Betonverhalten, Bewehrungsstaffelung, ...) erforderlich werden, die im Rahmen dieses Anwendungsbeispiels aus Gründen der Übersichtlichkeit vernachlässigt wurden.

## **9.6 Zusammenfassung**

Die beobachteten Alterungserscheinungen in Form von Meridionalrissbildung und umfangsharmonischen Deformationen an einfach bewehrten Kühlturmschalen können unter Anwendung eines ganzheitlichen Simulationsverfahrens numerisch nachvollzogen werden. Dies erlaubt eine aussagekräftige Beurteilung geschädigter Schalen in Bezug auf ihre Sicherheit. Mit Hilfe der hochgradig nichtlinearen Analysen können Sanierungsmaßnahmen geplant und effektiv durchgeführt werden.

Auf Grund der gewonnen Erkenntnisse lässt sich eine lebensdauerorientierte Bemessungsstrategie entwickeln, die beim Neuentwurf von Kühlturmschalen bereits im Vorfeld die Folgen der Tragwerksalterung unter Vorgabe realitätsnaher Lastgeschichten bei der Bewehrungsfindung berücksichtigt. Die so iterativ ermittelten optimalen Bewehrungsverteilungen erfüllen höchste Anforderungen an die Wirtschaftlichkeit. Dabei verlassen sie nie den Rahmen der Norm und erfüllen die Nachweise der Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit. Vor diesem Hintergrund können in Zukunft weitere konstruktive Maßnahmen zur Steigerung der Dauerhaftigkeit im Rahmen der lebensdauerorientierte Bemessungsstrategie beurteilt und die entstehenden Kosten kalkuliert werden.

## **10 Zusammenfassung und Ausblick**

### **10.1 Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse**

In den am Lehrstuhl für Baustatik der Universität Kaiserslautern vorhandenen Programmsystemen FEMAS [Wit\_01.2] [Wit\_01.3] und ROSHE3 [Wit\_01.1] wurden umfangreiche Erweiterungen im Quellcode vorgenommen.

So wurde zunächst die Möglichkeit geschaffen, beliebige Lastfolgen numerisch zu simulieren. Dies erforderte einerseits eine Erweiterung der Mechanikmodule, andererseits mussten die vorhandenen, nichtlinear-elastischen Werkstoffmodelle für Stahlbeton um plastische Anteile ergänzt werden. In diesem Zusammenhang bildet die normenkonforme Beschreibung des Mitwirkens des Betons auf Zug zwischen den Rissen einen besonderen Schwerpunkt, da dieses sogenannte Tension-Stiffening in vielen Fällen das Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betontragwerke maßgeblich bestimmt.

In einem zweiten Schritt wurde das Trocknungsverhalten von erhärtetem Beton dargestellt und die Beanspruchungen („hygrische Verzerrungen“), die sich hieraus ergeben, werden im Rahmen des FE-Konzepts direkt bei der nichtlinearen Berechnung auf Querschnittsebene erfasst. Der Feuchtetransport wurde mit dem Risszustand (Rissbreite und –abstand) des jeweiligen Materialpunktes entsprechend den Forschungsergebnissen von Bazant/Sener/Kim [Baz\_87] verknüpft („hygro-mechanische Kopplung“). Diese Modellierung des Trocknungsverhaltens erfolgte wegen der Vermutung, dass diese hygrischen Effekte einen maßgeblichen Anteil an den Alterungserscheinungen haben, die an vielen alten, einfach zentrisch bewehrten Kühltürmen beobachtet wurden [Coi\_90] und für deren Ursache es bisher keine befriedigende Erklärung gab.

Auf Grund dieser Erweiterungen können nun beliebige Lasthistorien und Feuchteverhältnisse einzeln oder in Kombination analysiert und deren Auswirkungen auf das Tragverhalten allgemeiner Stahlbetonstrukturen (Linien-, ebene Flächen- und Schalentragwerke) studiert werden. So besteht die Möglichkeit, die Nutzungsdauer einer Konstruktion in der Art zu simulieren, dass das reale Tragverhalten auch in Bezug auf das Altern des Bauwerks untersucht werden kann. So wurde beispielsweise eine ingenieurmäßige Erklärung für die oben erwähnten Alterungserscheinungen bei einfach bewehrten Kühlturmschalen gefunden.

Auf der numerischen Basis können Strategien entwickelt werden, die es erlauben, gealterte Tragwerke qualifiziert zu beurteilen und geeignete Sanierungsmaßnahmen zu planen. Weiterhin können Dimensionierungskonzepte erarbeitet werden, die die Veränderungen im Tragverhalten als Folge des Alterungsprozesses beinhalten, und

so die Lebensdauer der neu entworfenen Bauwerke erhöhen. Ein solches Dimensionierungskonzept wurde exemplarisch für Naturzugkühltürme aufgezeigt.

Die vorgestellte Methodik ist keineswegs auf Schalenträgerwerke beschränkt und kann in analoger Weise auf andere Tragwerke aus Stahlbeton übertragen werden. Des Weiteren bietet der modulare Aufbau und die klar gegliederte Struktur der FE-Programmsysteme FEMAS und ROSHE3 eine ideale Basis für zukünftige Erweiterungen und Ergänzungen.

## **10.2 Ausblick**

Weiterführende Arbeiten sollten den Bereich der deterministischen Beschreibung der Einwirkungen und Zustandsgrößen verlassen und die Nutzungsdauersimulation um stochastische Modelle erweitern. So kann es in Zukunft gelingen, direkt aus der nichtlinearen Analyse Rückschlüsse auf die konkrete Versagenswahrscheinlichkeit einer gealterten Struktur zu ziehen. Darüber hinaus ließen sich somit die Schwierigkeiten beseitigen, die sich aus den unterschiedlichen Teilsicherheitsfaktoren von Stahl und Beton bei der nichtlinearen Dimensionierung ergeben.

Des Weiteren sollte eine Anbindung an Qualitätskontrollmechanismen angestrebt werden. Hierzu existieren bereits adaptive Verfahren zur Modellanpassung für physikalisch lineare Berechnungen. Eine Anpassung dieser Theorien auf nichtlineare Verfahren sollten keine grundlegende Schwierigkeit darstellen.

## 11 Literaturverzeichnis

- [Ada\_85] *Adams, F.D. und Engle, M. Jr.: A Damage Tolerant Approach for Structural Integrity of Aerospace Vehicles, Problems in Service Life Prediction of Building and Construction Materials, L. W. Masers (ed.), Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht-Boston, London, 1985*
- [Afl\_91] *Aflak, W., Jullien, J.F. und Bolvin, M.: The precritical deflections of cooling towers origin and influence, International Colloquium, Buckling of Shell Structures, on Land, on Sea and in the Air, Lyon, France, 1991*
- [Alv\_94] *Alvaredo, A.M.: Drying Shrinkage and Crack Formation, Dissertation, Aedificatio Pub., Freiburg, 1994*
- [Bai\_96] *Baillis, C., Limam, A., Jullien, J.F. und Duval, C.: A 2D modelling for cooling towers with geometrical imperfections and cracks, Natural Draught Cooling Towers, Wittek & Krätzig, 1996*
- [Bas\_85] *Basar, Y. und Krätzig, W.B.: Mechanik der Flächentragwerke, Verlag Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1985*
- [Baz\_82] *Bazant, Z.P. und Wittmann, F.H.: Creep and Shrinkage in Concrete Structures, Chichester, 1982*
- [Baz\_87] *Bazant, Z.P., Sener S. und Kim, J.-K.: Effect of Cracking on Drying Permeability and Diffusivity of Concrete, ACI Materials Journal 84, 1987*
- [Baz\_98] *Bazant, Z.P. und Planas, J.: Fracture and Size Effect in Concrete and other Quasibrittle Materials, New Directions in Civil Engineering, CRC Press, Boca Raton, 1998*
- [Bed\_99] *Beddoe, R.E. und Springenschmid, R.: Feuchtetransport durch Bauteile aus Beton, Ernst & Sohn, Beton- und Stahlbeton 94, Heft 4, 1999*
- [Bos\_01] *Bosbach, C.: Veränderung der dynamischen Eigenschaften bei fortschreitender Schädigung am Beispiel eines Stahlbetonbalkens, Seminar im Konstruktiven Ingenieurbau, Universität Kaiserslautern, 2001*
- [BTR\_97] *VGB-Fachausschuss Bautechnik bei Kühltürmen: Bautechnische Richtlinien (BTR), VGB-Verlag, Essen, Entwurf, 1997*

- [Bud\_99] *Budnik, J. und Starkmann, U.:* Der Naturzugkühlturm Niederaußem, beton, Heft 10, 1999
- [Bus\_99] *Busch, D., Haselwander, B., Hillemeier, B. und Strauß, J.:* Innovative Betontechnologie für den Kühlturmbau, beton 49, Heft 4, 1999
- [CEB199] *Comité Euro- International du Béton:* Evaluation of the time dependent behaviour of concrete, Bulletin d'Information, No. 199, Lausanne, 1990
- [CEB203] *Comité Euro- International du Béton:* CEB-FIP Model Code 1990, Bulletin d'Information, No. 203-205, Lausanne, 1991
- [CEB210] *Comité Euro- International du Béton:* RC Elements under Cyclic Loading, State of the art report, Bulletin d'Information, No. 210, Lausanne, 1996
- [Ced\_84] *Cedolin, L. und Mulas, M.G.:* Biaxial Stress-Strain Relation for Concrete, Journal of Engineering Mechanics Divisions, Vol. 110, No. 2, 1984
- [Che\_88] *Chen, W.F. und Han, D.J.:* Plasticity for Structural Engineers, Springer-Verlag, New York, 1988
- [Coi\_90] *Coic, Ph., Chauvel, D. und Rousselle, H.:* Technische Qualitätssicherung beim Bau und im Betrieb von Kühltürmen der EdF, Bautechnik in Wärmekraftwerken, 1990
- [Cri\_89] *Crisfield, M.A. und Wills, J.:* Analysis of R/C Panels Using Different Concrete Models, Journal of Engineering Mechanics, März 1989
- [DeB\_87] *De Borst, R.:* Smeared Cracking, Plasticity, Creep and Thermal Loading – A unified Approach , Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 62 (1987), North-Holland, 1987
- [Die\_77] *Diercke:* Weltatlas, Westermann, Braunschweig, 1977
- [DIN1045] *DIN 1045 (07/2001):* Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Bemessung und Konstruktion, DAfStb, Berlin, 2001
- [DIN1045a] *DIN 1045 (1988):* Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung, Beuth-Verlag GmbH, Berlin, 1988
- [DIN13084] *DIN EN 13084 – Teil 2 (04/2002):* Freistehende Schornsteine – Teil 2: Betonschornsteine, Berlin, 2001

- [DIN1055] *DIN 1055 – Teil 100 (03/2001):* Einwirkungen auf Tragwerke, Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Berlin, 2001
- [Dou\_76] *Dougill, J.W.:* On Stable Progressively Fracturing Solids, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik, 1976
- [Ebe\_00] *Ebert, M. und Bucher, C.:* SFE-Modelling of dynamic and static properties of R/C beams in progressive damage, Bauhaus-Universität Weimar, 2000
- [EC 2] *DIN ENV 1992 - Teil 1-1 (06/1992):* Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, DAfStb, Berlin, 1992
- [EC 4] *DIN ENV 1994 - Teil 2 (06/2000):* Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton, Teil 2: Verbundbrücken, DAfSt, Berlin 2000
- [Eck\_83] *Eckstein, U.:* Nichtlineare Stabilitätsberechnungen elastischer Schalen-tragwerke, IKIB-TWM 83-3, Ruhr-Universität Bochum, 1983
- [Eib\_83] *Eibl, J. et al.:* Concrete under Multiaxial States of Stress, Constitutive Equations for Practical Design, CEB No. 156, 1983
- [Eli\_88] *Eligehausen, R., Kreller, H. und Langer, P.:* Einfluß der Stahlkennlinie auf den möglichen Grad der Schnittkraftumlagerung bei Stahlbeton-tragwerken, Mitteilungen des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart, 1988
- [Eli\_98] *Eligehausen, R., Ozbolt, J. und Mayer, U.:* Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei nichtelastischen Stahldehnungen – Optimierung des Verbunds, Ernst & Sohn, Beton- und Stahlbeton 93, Heft 2, 1998
- [Fee\_93.1] *Feenstra, P.H. und De Borst, R.:* Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete, Heron, Vol.38, No. 4, 1993
- [Fee\_93.2] *Feenstra, P.H.:* Computational Aspects of Biaxial Stress in Plain and Reinforced Concrete, Habilitation, Technische Universität Delft, 1993
- [Fee\_98] *Feenstra, P.H. und Rots, J.G.:* A 3D constitutive model for concrete based on a co-rotational concept, Structural Engineering Word Wide, 1998

- [Fle\_92] *Fleischer, W.:* Einfluss des Zementsteins auf Schwinden und Quellen von Beton, Dissertation, Institut für Bauingenieurwesen II, TU München, 1992
- [Fri\_99] *Fritz, S.:* Aeroelastische Wechselwirkungen bei der physikalisch nichtlinearen Analyse eines Naturzugkühlturms, Diplomarbeit im Fachgebiet Baustatik, Universität Kaiserslautern, 1999
- [Fun\_01] *Funke, C.:* Berücksichtigung von Alterungsprozessen bei der Dimensionierung einer Stahlbeton-Kühlturmschale, Diplomarbeit im Fachgebiet Baustatik, Universität Kaiserslautern, 2001
- [Gra\_94] *Granger, L., Torrenti, J.-M. und Diruy, Maurice:* Simulation numérique du retrait du béton sous hygrométrie variable, Bull. LCPC, 190, März/April 1994
- [Gra\_96] *Granger, L.:* Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires – Analyse et modélisation, Laboratoire Cental des Ponts et Chaussées, Paris, 1996
- [Gra\_00] *Grasberger, S. und Meschke, G.:* A Hygro-Thermal-Poroplastic Damage Model for Durability Analyses of Concrete Structures, Proceedings of the European Congress on Computational Methods in Applied Science and Engineering, Barcelona, 2000
- [Gre\_01] *Gredel, M.:* Berechnung von Zwangsschnittgrößen infolge hygrischer Prozesse bei Stahlbetontragwerken, Seminar im Konstruktiven Ingenieurbau, Universität Kaiserslautern, 2001
- [Gro\_92] *Grote, K.:* Theorie und Anwendung geometrisch und physikalisch nichtlinearer Algorithmen auf Flächentragwerke aus Stahlbeton, Bericht 1992/1, Fachgebiet Baustatik, Universität Kaiserslautern, 1992
- [Gru\_91] *Grube, H.:* Ursachen des Schwindens von Beton und Auswirkungen auf Betonbauteile, Schriftenreihe der Zementindustrie, Heft 52/1991, Beton-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1991
- [Gru\_94] *Gruber, C.:* Nichtlineare Computersimulationen als Bestandteil eines Entwurfskonzeptes zur Steigerung der Sicherheit und Dauerhaftigkeit von Naturzugkühltürmen, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1994
- [Gün\_91.1] *Günther, G. und Mehlhorn, G.:* Zentrische Zugversuche an Stahlbetonkörpern zur Ermittlung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, Ernst & Sohn, Beton- und Stahlbeton 86, Heft 3, 1991

- [Gün\_91.2] *Günther, G. und Mehlhorn, G.:* Wirkungszone der Bewehrung sowie Rißabstände und Rißbreiten bei Stahlbetonbauteilen, Ernst & Sohn, Beton- und Stahlbeton 86, Heft 5, 1991
- [Har\_82] *Harte, R.:* Doppelt gekrümmte finite Dreieckselemente für die lineare und geometrisch nichtlineare Berechnung allgemeiner Flächentragwerke, IKIB-TWM 82-10, Ruhr-Universität Bochum, 1982
- [Har\_00] *Harte, R., Krätzig, W.B., Noh, S.Y. und Petryna, Y.S.:* On progressive damage phenomena of structures, Computational Mechanics 25, Springer-Verlag, 2000
- [Her\_00] *Herrmann, P.:* Veränderung des Stahlbeton-Nachrissverhaltens durch wiederholte Be- und Entlastungen am Beispiel einer Hyperboloidschale, Diplomarbeit im Fachgebiet Baustatik, Universität Kaiserslautern, 2000
- [Hof\_95] *Hofstetter, G. und Mang, H.A.:* Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1995
- [Huf\_84] *Hufendiek, H.W.:* Ein einheitlicher Algorithmus zur Berechnung geometrisch und physikalisch nichtlinearer ebener Stabtragwerke aus Stahl, Stahlbeton und Verbundwerkstoffen, IKIB-TWM 84-6, Ruhr-Universität Bochum, 1984
- [ICV\_67] *The Institution of Civil Engineering:* Natural Draught Cooling Towers, Ferrybridge and After, Proceedings of the Conference held June 12, 1967, London, 1967
- [IKIB\_73] *IKIB (Veranstalter):* Allgemeine Schalentheorien, Seminar an der Ruhr-Universität Bochum, 1973
- [Jah\_01] *Jahn, T., Krex, L. und Mehlhorn, G.:* Die Identifikation von Rißbreiten an Stahlbetonbalken und -platten mit Hilfe von Schwingungstestdaten, Ernst & Sohn, Bautechnik 78, Heft 4, 2001
- [Jul\_89] *Jullien, J.F. und Reynouard, J.M.:* Reflections on the origin of Deflections observe on the Cooling Towers of Pont sur Sambre and Ansereuilles, 3<sup>rd</sup> Int. Symp. on Natural Draught Cooling Towers, IASS, Paris, 1989
- [Jul\_94] *Jullien, J.F., Aflak, J. und L'Huby, Y.:* Cause of deformed shapes in cooling towers, Journal of Structural Engineering, Vol. 120, Nr. 5, Mai 1994

- [Key\_97] *Keysberg, J.:* Zur Auswirkung von Entlastungen auf den Gebrauchszustand biegebeanspruchter Stahlbetonstabtragwerke, Dissertation, TU Hamburg-Harburg, 1997
- [Klu\_73] *Klug, P.:* Kriechen, Relaxation und Schwinden von Zementstein, Dissertation TU München, 1973
- [Kön\_94] *Könke, C.:* Kopplung eines mikromechanischen Porenwachstumsmodells mit einem Makrorissmodell zur Beschreibung der Schädigung in duktilen Materialien, Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen, Nr.94-4, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1994
- [Kön\_00] *Könke, C.:* Schädigungssimulationsverfahren zur Lebensdauerabschätzung von Tragwerken, Mitteilungen des Lehrstuhls für Baustatik und Baudynamik 00/2, RWTH Aachen, 2000
- [Kol\_89] *Kolleger, J.:* Ein Materialmodell für die Berechnung von Stahlbetonflächentragwerken, Dissertation, Gesamthochschule Kassel, 1989
- [Krä\_98.1] *Krätzig, W.B. und Noh, S.Y.:* Über nichtlinear-progressive Schädigungsprozesse, Bauingenieur Bd. 73, Nr. 6, 1998
- [Krä\_98.2] *Krätzig, W.B.:* Die neue VGB-Richtlinie „Bautechnik bei Kühltürmen“ - Ein internationaler Standard-, Beilage zum VGB-Tagungsbericht VGB-TB 619, VGB-Baukonferenz, 1998
- [Krä\_99] *Krätzig, W.B.:* Structural damage simulation concepts for life-time estimation, ECCM '99, München, 1999
- [Krä\_00] *Krätzig, W.B. und Noh, S.Y.:* Crack-damage simulation of cooling tower shells, IASS-IACM 2000, Chania-Crete, Greece, 2000
- [Kre\_90] *Kreller, H.:* Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung, DAFStb-Heft 409, 1990
- [Kup\_69] *Kupfer, H., Hilsdorf H.K. und Rüsck, H.:* Behavior of concrete under biaxial stresses, ACI Journal, 1969
- [Lei\_86] *Leibengood, L., Darwin, D. und Doods, R.H.:* Parameters Affecting FE-Analysis of Concrete Structures, Journal of Structural Engineering, Vol. 112, No. 2, 1986

- [Leo\_86] *Leonhardt, F.:* Vorlesungen über Massivbau, Bände 1 bis 6, Springer-Verlag, Berlin, 1986
- [Lov\_44] *Love, A.E.H.:* A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Dover Publications, New York, 4. Auflage, 1944
- [Mal\_01] *Malz, S.:* Nichtlineare Dimensionierung eines Platten-Untertug-Systems aus Stahlbeton nach DIN1045-1 (07/2001) unter Berücksichtigung der Lastgeschichte, Diplomarbeit im Fachgebiet Baustatik, Universität Kaiserslautern, 2001
- [Mar\_01] *Martin, A.:* Rissbreitenberechnung nach DIN1045-1 unter Berücksichtigung der Lastgeschichte, Diplomarbeit im Fachgebiet Baustatik, Universität Kaiserslautern, 2001
- [McD\_93] *McDonald, D. und Roper, H.:* Prediction of Drying Shrinkage of Concrete from Internal Humidities and Finite Element Techniques, Proceedings of the Fifth International RILEM Symposium, Barcelona 1993, E&FN SPON, London, 1993
- [Meh\_89] *Mehlhorn, G.; Dinges, G.; Keuser, M. und Kolmar, W.:* Nichtlineare FE-Modellierung zur Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen, Nichtlineare Berechnungen im Konstruktiven Ingenieurbau, Berichte zum DFG-Abschlusskolloquium, Springer Verlag, Berlin 1989
- [Meh\_96.1] *Mehlhorn, G. (Hrsg.):* Der Ingenieurbau: Grundwissen in 9 Bänden, Band 4: Werkstoffe, Elastizitätstheorie, Ernst & Sohn, Berlin, 1996
- [Meh\_96.2] *Mehlhorn, G. (Hrsg.):* Der Ingenieurbau: Grundwissen in 9 Bänden, Band 6: Rechnerorientierte Baumechanik, Ernst & Sohn, Berlin, 1996
- [Mei\_89] *Meiswinkel, R.:* Anwendung der nichtlinearen Elastizitätstheorie zur geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnung zweidimensionaler Stahlbetonstrukturen, Bericht 1989/1, Fachgebiet Baustatik, Universität Kaiserslautern, 1989
- [Mei\_98] *Meiswinkel, R.:* Entwurf von Stahlbeton-Flächentragwerken unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Strukturanalysen, Habilitation, Bericht 1/98 des Lehrstuhls für Baustatik, Universität Kaiserslautern, 1998
- [Mei\_99] *Meiswinkel, R. und Rahm, H.:* Modelling Tension Stiffening in RC Structures Regarding Nonlinear Design Analyses, ECCM'99, München, 1999

- [Mel\_91] *Mele, M. und Siviero, E.:* On The Durability Of Reinforced And Prestressed Concrete Structures, Advanced problems in bridge construction, Creazza, G.; Mele, M. (eds.), Springer-Verlag, New York, 1991
- [Mül\_93] *Müller, H.S. und Prisl, M.:* Creep and Shrinkage of Concrete at variable ambient conditions, Proceedings of the Fifth Intern, RILEM Symposium Barcelona 1993, E&FN SPON, London, 1993
- [Neu\_00] *Neubauer, R.:* Auswirkungen viskoelastischen zeitabhängigen Betonverhaltens bei nichtlinearen Analysen von Stahlbetonflächentragwerken, Dissertation, Lehrstuhl für Baustatik, Universität Kaiserslautern, 2000
- [Noa\_88] *Noakowski, P.:* Kontinuierliche Theorie der Mitwirkung des Betons auf Zug, Rechenhilfen für die Praxis, DAfStb-Heft 394, 1988
- [Nya\_81] *Nyame, B.K. und Illston, J.M.:* Relationships between permeability and pore structure of hardened cement paste, Magazine of Concrete Research: Vol. 33, No. 116, September 1981
- [Par\_94] *Pardey, A.:* Physikalisch nichtlineare Berechnung von Stahlbetonplatten im Vergleich zur Bruchlinientheorie, DAfStb-Heft 441, 1994
- [Pöl\_00] *Pölling, R.:* Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen, Dissertation, Universität Bochum, 2000
- [Rah\_01] *Rahm, H.:* Schädigungsmodellierung von Stahlbeton: Auswirkungen auf Schalentragwerke, Veröffentlichung zum Forschungskolloquium der Statiklehrstühle, Bad Herrenalb, 2001
- [Rah\_02] *Rahm, H. und Wittek, U.:* Modellierung und Berechnung von Alterungsprozessen bei Kühlturmschalen aus Stahlbeton, Bauingenieur 77, Juni 2002
- [Ram\_69] *Ramm, W.:* Traglastberechnung von im Hinblick auf Querschnitt und Belastung einfach symmetrischen Stäben bei beliebigem Werkstoffgesetz (mit ausführlicher Anwendung auf Stäbe bei linear veränderlicher Normalkraft), Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, 1969
- [Ram\_95.1] *Ramm, W. und Biskoping, M.:* Selbstheilung und Bewehrungskorrosion bei mit schwach sauren Wässern durchströmten Trennrissen, 31. DAfStb-Forschungskolloquium, Universität Kaiserslautern, 1995

- [Ram\_95.2] *Ramm, W.:* Vorlesungsmitschrift zu den Lehrveranstaltungen Stahl- und Spannbetonbau I bis V, Universität Kaiserslautern, 1995
- [Rao\_66] *Rao, P. S.:* Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte, DAfStb-Heft 177, Ernst und Sohn, Berlin 1966
- [Roi\_83] *Roik, K.-H.:* Vorlesungen über Stahlbau, Verlag von Wilhelm Ernst&Sohn, Berlin-München, 1983
- [Rot\_89] *Rots, J.G. und Blaauwendraad, J.:* Crack Models for Concrete: Discrete or Smeared? Fixed, Multi-Directional or Rotating, Heron, Vol.34, No. 1, 1989
- [Rot\_01] *Rothfuß, M.:* Einfluss hygriischer Effekte auf die Rissbreiten einer Stahlbeton-Kühlturmschale, Diplomarbeit im Fachgebiet Baustatik, Universität Kaiserslautern, 2001
- [Sch\_83] *Schlaich, J. und Schäfer, K.:* Zur Druck-Querzug-Festigkeit des Stahlbetons, Beton- und Stahlbetonbau, 1983
- [SFB\_95] Antrag auf Einrichtung eines DFG- Sonderforschungsbereiches an der Ruhr-Universität Bochum „Lebensdauerorientierte Entwurfskonzepte unter Schädigungs- und Deteriorationsaspekten“, Ruhr-Universität Bochum, 1995
- [Sin\_95] *Singh, R.:* Computer Aided Life Management in Aerostructures, Indian Defence Review, Vol 10, No 3, 1995
- [Sin\_98] *Singh, R. und Könke, C.:* Simulation Framework for Risk Assessment of Damage Tolerant Structures, Computers & Structures, 1998
- [Spo\_75] *Spooner, D.C. und Dougill, J.W.:* A quantitative assessment of damage sustained in concrete during compressive loading, Magazine of Concrete Research 27 (92), September 1975
- [Spr\_93] *Springenschmid, R. und Fleischer, W.:* Über das Schwinden von Beton, Schwindmessungen und Schwindrisse, Beton- und Stahlbetonbau 88, Hefte 11 und 12, Berlin, 1993
- [Spr\_97] *Springenschmid, R., Sodeikat, Ch. und Fleischer, W.:* Untersuchungen von Beton mit Recycling-Zuschlag für einschichtige Betonfahrbahnen, Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 750, Bonn, 1997
- [Spr\_00] *Springenschmid, R.:* Baustoff-Forschung und Ingenieurpraxis im Wandel der Zeit, Bauingenieur 75, September 2000

- [Ste\_00] *Steffens, A.:* Modellierung von Karbonatisierung und Chloridbindung zur numerischen Analyse der Korrosionsgefährdung der Betonbewehrung, Dissertation, Institut für Statik, TU Braunschweig, Bericht Nr. 90-2000, Braunschweig, 2000
- [Sza\_60] *Szabó, I.:* Höhere Technische Mechanik, Springer-Verlag, Berlin, 1960
- [Tho\_96] *Thoft-Christensen, P.:* Bridge reliability in Denmark, Proceedings of the Workshop on Structural Reliability in Bridge Engineering, Frangopol, D.M., Heran, G. (eds.), University of Colorado at Boulder, 1996
- [Ulm\_99] *Ulm, F.-J., Rossi, P., Schaller, I. und Chauvel, D.:* Durability Scaling of Cracking in HPC Structures Subject to Hygromechanical Gradients, Journal of Structural Engineering, Juni 1999
- [Vec\_82] *Vecchio, F. und Collins, M.P.:* The Reponse of Reinforced Concrete to inplane Shear and Normal Stresses, Publication No. 82-03, University of Toronto, 1982
- [Vec\_92] *Vecchio, F.J.:* Finite Element Modeling of Concrete Expansion and Confinement, Journal of Structural Engineering, September 1992
- [Vec\_93] *Vecchio, F.J.:* Compression Reponse of Cracked Reinforced Concrete, Journal of Structural Engineering, September 1993
- [Vec\_00] *Vecchio, F.J.:* Disturbed Stress Field Model for Reinforced Concrete: Formulation, Journal of Structural Engineering, September 2000
- [Vec\_01] *Vecchio, F.J.:* Disturbed Stress Field Model for Reinforced Concrete: Implementation, Journal of Structural Engineering, Januar 2001
- [Was\_94] *Waszczyszyn, Z., Cichon, C. und Radwanska, M.:* Stability of Structures by Finite Element Methods, 1994
- [Wei\_02] *Weigl, J.:* Tension-Stiffening Modellierung im Erstrissbereich unter Last- und Zwangbeanspruchungen, Interner Bericht des Lehrstuhls für Baustatik, Universität Kaiserslautern, Az. F9.14, 2002
- [Wen\_99] *Wenzel, H., Pilcher, D. und Schnedler, R.:* Ambiente Schwingungsmessungen zur System- und Schadenserkennung an Tragwerken, 1999
- [Wit\_77] *Wittmann, F.H.:* Grundlagen eines Modells zur Beschreibung charakteristischer Eigenschaften des Betons, DAfStb-Heft 290, 1977

- [Wit\_80] *Wittek, U.:* Beitrag zum Tragverhalten der Strukturen bei endlichen Verformungen unter besonderer Beachtung des Nachbeulmechanismus dünner Flächentragwerke, IKIB-TWM 80-1, Ruhr-Universität Bochum, 1980
- [Wit\_00] *Wittek, U., Meiswinkel, R. und Lang, C.:* Beitrag zu nichtlinearen Dimensionierungskonzepten von Flächentragwerken aus Stahlbeton, Bericht 2000/2, Fachgebiet Baustatik, Universität Kaiserslautern, 2000
- [Wit\_02] *Wittek, U., Rahm, H.:* Schädigungsprozesse im Stahlbetonbau, Baustatik-Baupraxis 8, Braunschweig, 2002
- [Wit\_01.1] *Wittek, U., Meiswinkel, R., Rahm, H. und Lang, C.:* Handbücher zu dem FE-Programmsystem ROSHE3, Lehrstuhl für Baustatik, Universität Kaiserslautern 2001
- [Wit\_01.2] *Wittek, U., Meiswinkel, R. und Rahm, H.:* Handbücher zu dem FEMAS-Strukturprogramm STRGW3, Lehrstuhl für Baustatik, Universität Kaiserslautern 2001
- [Wit\_01.3] *Wittek, U., Lukas, I. und Rahm, H.:* Handbücher zu dem FEMAS-Strukturprogramm VTRGW2, Lehrstuhl für Baustatik, Universität Kaiserslautern 2001

## 12 Bezeichnungen

### Geometriegrößen

$x^i$	rechtwinkliges, rechtshändiges kartesisches Koordinatensystem
$i_i$	zu $x^i$ gehörige orthonormierte Vektorbasis
$\theta^i$	krummliniges, rechtshändiges Koordinatensystem
$\theta^3 = z$	Koordinate senkrecht zur Schalenmittelfläche
$\underline{a}_i$	zu $\theta^i$ gehörige orthogonale Vektorbasis
$a_{\langle i \rangle}$	orthonormierte Vektorbasis
$A$	Schalenmittelfläche
$r$	Ortsvektor eines Punktes $P$ bzw. $A$
$a_{\alpha\beta}, a^{\alpha\beta}$	Maßtensor von $A$
$b_{\alpha\beta}, b^\beta_\alpha, b^{\alpha\beta}$	Krümmungstensor von $A$
$\Gamma^\rho_{\alpha\beta}$	Christoffelsymbol

### Mathematische Symbole

$H$	Heavyside-Funktion
$\delta_k^i, \delta_{ij}$	Kronecker-Symbol
$\prime_\alpha$	partielle Ableitung nach $\theta^\alpha$
$\left _\alpha$	kovariante Ableitung nach $\theta^\alpha$ auf $A$

## Indizierung

$ij$	Komponenten eines Raumtensors
$\alpha\beta$	Komponenten eines Flächentensors
$\langle \rangle$	physikalische Komponenten

## Allgemeine Elastizitätsgrößen

$E$                     Elastizitätsmodul

$\nu$                     Querdehnzahl

$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$     Schubmodul

$K = \frac{E}{2 \cdot (1 - 2\nu)}$     Kompressionsmodul

$( )_0$                 Ursprungs-Größen

$( )_s$                 Sekanten-Größen

$( )_t$                 Tangenten-Größen

$\sigma_{ij}$               Spannungstensor

$\sigma_i$                 Hauptspannungen

$\varepsilon_{ij}$              Verzerrungstensor

$\varepsilon_i$                 Hauptdehnungen

## Mechanische Variablen der Flächentragwerkstheorie

$h$	Schalendicke
$n^{\alpha\beta}$	Normalkrafttensor
$q^\alpha$	Querkrafttensor
$m^{\alpha\beta}$	Momententensor
$v_i$	Verschiebungskomponenten der Mittelfläche
$\sigma^{\alpha\beta}$	tangentiale (ebene) Spannungskomponenten
$\varepsilon_{\alpha\beta}$	tangentiale (ebene) Verzerrungskomponenten
$\alpha_{\alpha\beta}$	1. Verzerrungstensor der Mittelfläche
$\beta_{\alpha\beta}$	2. Verzerrungstensor der Mittelfläche
$p^i$	Komponenten des Lastvektors der Mittelfläche
$s^\alpha$	Komponenten des Lastmomentenvektors der Mittelfläche
$T$	Temperaturfeld im Schalenkontinuum
$T_0^*$	Referenztemperatur
$T_0$	Gleichmäßige Temperaturveränderung
$\Delta T$	Temperaturdifferenz zwischen den Laibungen
$\alpha_T$	lineare Wärmedehnzahl

## Stahlbetongrößen

$( )_c$	Beton (concrete)
$( )_s$	Stahl (steel)
$f_c, f_{ck}$	einaxiale Betondruckfestigkeit
$f_{ct}$	einaxiale Betonzugfestigkeit
$f_y, f_{yk}$	Stahlfießspannung
$f_u$	Stahlzugfestigkeit
$\epsilon_{cm}$	mittlere Betondehnung
$\epsilon_{cr}$	Betonrissdehnung
$\epsilon_{cu}$	Betonruchdehnung
$\epsilon_{sm}$	mittlere Stahldehnung
$\epsilon_{sm}$	mittlere Stahldehnung bei abgeschlossener Erstrissbildung
$\epsilon_{smy}, \epsilon_{smu}$	mittlere Fließ-, bzw. Bruchdehnung des Bewehrungsstahls
$\rho$	Bewehrungsgrad
$h_{eff}$	variable Mitwirkungszone der Bewehrung im Tension-Stiffening-Modell (Achtung: Andere Definition von $h_{eff}$ als in DIN1045)
$N_R, M_R$	Schnittgrößen, die zum ersten Riss führen; Risschnittgrößen
$\sigma_{sr1}$	Stahlspannung unter Risschnittgrößen im Zustand I
$\sigma_{sr2}$	Stahlspannung unter Risschnittgrößen im „nachten“ Zustand II
$\sigma_{sm}$	Stahlspannung im Riss bei abgeschlossener Erstrissbildung
$\sigma_{sm}$	mittlere Stahlspannung

$\sigma_{s2}$	Stahlspannung im Riss
$\beta_t$	Beiwert für die Beanspruchungsdauer (Verbundkriechen)
$\sigma_{cm}, \sigma_c^{TST}$	mittlerer Betonspannung = Tension-Stiffening-Spannung
$d_s$	Stabdurchmesser der Bewehrung
$w_k, w_{k0}$	Rechenwert der Rissbreite, Erstrissbreite
$s_{rm}, s_{r,max}$	mittlerer Rissabstand, maximaler Rissabstand bei abgeschlossenem Rissbild
$v^D_\epsilon$	Vorschädigungsdehnung im Druckbereich (kleinste, während der Beanspruchungsgeschichte erreichte Dehnung im Materialpunkt)
$v^Z_\epsilon$	Vorschädigungsdehnung im Zugbereich (größte, während der Beanspruchungsgeschichte erreichte Dehnung im Materialpunkt)
$\kappa^D$	Entlastungsparameter im Druckbereich (siehe Bild 3.8)
$\kappa^Z$	Entlastungsparameter im Zugbereich (siehe Bild 3.8)

### Hygrische Effekte

$\varphi$	relative Feuchtigkeit [%]
T	Temperatur
C	Feuchtigkeitsgehalt
w	Feuchtigkeitsfluss
D	Isotroper Diffusionskoeffizient
$T_0, U, k_c, b, a_0$	Definition siehe Kapitel 4.4.2
$\lambda$	Feuchtigkeits-Übergangskoeffizient

$\varphi_{\text{ext}}, \lambda_0$	Definition siehe Kapitel 4.4.3
$C_s, C_\infty$	Definition siehe Kapitel 4.4.3
$z, w/z$	Definition siehe Kapitel 4.4.4
$k, \alpha_\infty$	Definition siehe Kapitel 4.4.4
$\Delta\varepsilon$	Dehnungsänderung
$\Delta C$	Änderung des Feuchtigkeitsgehaltes
$\kappa_c$	Proportionalitätsfaktor

### **Dimensionierungskonzept**

$( )_d$	„Design“-Werte
$( )_R$	„Rechen“-Werte
$E$	Einwirkungen
$S$	Beanspruchungen (Schnittgrößen)
$R$	Widerstand
$\gamma$	globaler Sicherheitsfaktor
$\gamma_c, \gamma_s$	Teilsicherheitsfaktoren auf Beton- bzw. Stahlseite
$\gamma_R$	Rechenwert des globalen Sicherheitsfaktors
$\lambda$	Laststeigerungsfaktor
$\lambda_u$	Laststeigerungsfaktor auf Traglastniveau (Grenzlastfaktor)
$\psi_s$	Ausnutzungsgrad der Bewehrung