Das Verhalten ausgewählter technischer Indikatoren bei simulierten Finanzzeitreihen

Diplomarbeit
Wirtschaftsmathematik

von
Carsten Zimmer

Prof. Dr. Jürgen Franke
Fachbereich Mathematik
Universität Kaiserslautern

Dank

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. Jürgen Franke für die Vergabe des interessanten Themas.

Des Weiteren danke ich Herrn Thillemanns und seinen Kollegen in der Dresdner Bank für die Bereitstellung von Finanzdaten und allen, die mir durch interessante Gespräche Impulse für meine Arbeit gegeben haben.

ZEICHENERKLÄRUNG **6**

MOTIVATION **7**

VORWORT **8**

BEGRIFFSERKLÄRUNGEN **9**
Long / Longposition 9
Short / Shortposition 9
Pyramidenstrategie 9
Trendmarkt 9
Sägezahnmarkt 9
Glattstellen 9
Underlying 9

1 INDIKATOREN **10**

1.1 Indikatorgruppen **10**
1.1.1 Trendfolger 10
1.1.2 Oszillatoren 11
1.1.3 Trendintensitätsindikatoren 11
1.1.4 Umsatzindikatoren 11
1.1.5 Volatilitätsindikatoren 11

1.2 Meist verwendete Indikatoren **12**
1.2.1 Moving Averages 12
1.2.2 Moving Average Convergence Divergence System 16
1.2.3 Bollinger Bänder 18
1.2.4 Momentum 19

1.3 Weitere oft verwendete Indikatoren **20**
1.3.1 Commodity Channel Index 20
1.3.2 Time Series Forecast 21
1.3.3 Trendbestätigungsindikator 23

2 MODELLE **24**

2.1 Definitionen **24**
2.1.1 stochastischer Prozess 24
2.1.2 stationär 24
2.1.3 weißes Rauschen 24
2.1.4 Lag Operator 24
2.1.5 Autokovarianz 25
2.1.6 Autokorrelation 25

2.2 Autoregressiver Prozess **25**
2.2.1 Definition: kausal 26
2.2.2 Definition: Erzeugendes Polynom 26
2.2.3 Partielle Autokorrelation 26
2.2.4 Stationaritätsbedingung für AR(p) Prozesse 26
2.2.5 Lineare Prognose eines kausalen stationären AR(p) Prozesses 27
2.2.6 Yule Walker Schätzer 27
2.2.7 Bestimmung der Parameteranzahl eines AR(p) Prozesses 27
2.2.8 Kleinste Quadrate Schätzer 27
2.2.9 Maximum Likelihood Schätzer 28
2.2.10 Quasi – Maximum – Likelihood Schätzer 28

2.3 Moving Average Prozess **28**
2.3.1 Bestimmung der Parameter eines MA(q) Prozesses 29
2.3.2 Invertierbar 29

2.4 Autoregressiver Moving Average Prozess **29**
2.4.1 Definition: kausaler ARMA(p,q) Prozess 29
2.4.2 Definition: invertierbarer ARMA(p,q) Prozess 30
2.4.3 Bestimmung der Parameter eines ARMA Prozesses 30

2.5 Autoregressive Integrated Moving Average Prozess **30**

2.6 Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average Prozess **31**
2.6.1 Auswahl und Anpassung der Parameter eines SARIMA Modells 31

2.7 Autoregressiver Conditional Heteroskedastischer Prozess **32**
2.7.1 Bestimmung der Parameter eines ARCH(q) Prozesses 33

2.8 General Autoregressiv Conditional Heterokedastic Prozess **33**
2.8.1 Schätzung der Parameter eines GARCH(1,1) Prozesses 34

2.9 GARCH – M **34**

2.10 ARMA – GARCH **34**

3 MODELLAUSWAHLVERFAHREN **35**

3.1 Final Prediction Error **35**

3.2 Akaike's Informations Kriterium **36**

3.3 Bayesian Informations Kriterium **37**

4 ANALYSE DER INNOVATIONEN ... 38

4.1 Kolmogorov – Smirnov – Test ... 39

4.2 Visuelles Verfahren zur Überprüfung des Verhaltens empirisch bestimmter Innovationen ... 40

5 ANWENDUNG DER INDIKATOREN AUF EINE ECHTE FINANZZEITREIHE ... 41

5.1 Die zu untersuchende echte Finanzzeitreihe ... 41

5.2 Qualitative Bewertung der Indikatoren / Handelsstrategien ... 42

5.2.1 Profit der Strategie ... 42

5.3 Anwendung der Indikatoren auf die Daten ... 43

5.3.1 Simple Moving Average ... 44
5.3.2 Exponential Moving Average ... 46
5.3.3 Weighted Moving Average ... 48
5.3.4 Triangular Moving Average ... 50
5.3.5 MACD ... 52
5.3.6 Momentum ... 54
5.3.7 Time Series Forecast ... 56
5.3.8 Trendbestätigungsindikator ... 57
5.3.9 Auswertungsfazit ... 59

6 AUSWAHLVERFAHREN ... 60

6.1 Kombinationen der verschiedenen Handelsstrategien ... 60

6.1.1 Beste Prognosequalität in den letzten Handelstagen ... 60
6.1.2 Beste Performance in den letzten Handelstagen ... 61
6.1.3 Gemeinsames Auswerten ausgewählter Indikatoren ... 62

7 SIMULATION VON FINANZZEITREIHEN ... 63

7.1 Modell I ... 63
7.1.1 Analyse der Innovationen des Modells ... 65

7.2 Simulation einer Zeitreihe und Auswertung der Indikatoren für diese Zeitreihe 65
7.2.1 Simple Moving Average ... 66
7.2.2 Exponential Moving Average ... 67
7.2.3 Weighted Moving Average ... 68
7.2.4 Triangular Moving Average ... 69
7.2.5 MACD ... 70
7.2.6 Momentum ... 71
7.2.7 Time Series Forecast ... 72
7.2.8 Trendbestätigungsindikator ... 73
7.2.9 Beste Prognosequalität in den letzten Handelstagen ... 74
7.2.10 Beste Performance in den letzten Handelstagen ... 74
7.2.11 Gemeinsames Auswerten der Indikatoren ... 75
7.2.12 Auswertungsfazit ... 75

7.3 Zeitreihen zur Modellierung eines Modells für die DAX – Zeitreihe ... 76
7.3.1 DAX Future ... 76
7.3.2 Dow Jones ... 77
7.3.3 Bund Future ... 77
7.3.4 USD/EUR ... 78

7.4 Modell II ... 78

7.5 Anwendung der Indikatoren auf die simulierte Finanzzeitreihe ... 78
7.5.1 Simple Moving Average ... 79
7.5.2 Exponential Moving Average ... 80
7.5.3 Weighted Moving Average ... 82
7.5.4 Triangular Moving Average ... 83
7.5.5 MACD ... 84
7.5.6 Momentum ... 85
7.5.7 Time Series Forecast ... 86
7.5.8 Trendbestätigungsindikator ... 87
7.5.9 Beste Prognosequalität in den letzten Handelstagen ... 88
7.5.10 Beste Performance in den letzten Handelstagen ... 88
7.5.11 Gemeinsames Auswerten der Indikatoren ... 89
7.5.12 Auswertungsfazit ... 89

8 ANHANG ... 90

8.1 Auswertung der verschiedenen Modelle für die DAX – Zeitreihe ... 90

9 LITERATURVERZEICHNIS ... 95

Zeichenerklärung

X_t	Kurs zum Zeitpunkt t
H_t	Höchstkurs zum Zeitpunkt t
L_t	Tiefstkurs zum Zeitpunkt t
C_t	Schlusskurs zum Zeitpunkt t
MA	Moving Average
MA_x	Moving Average unter Betrachtung eines Zeitraumes der Länge x
WMA	Weighted Moving Average
EMA	Exponential Moving Average
TMA	Triangular Moving Average
MACD	Moving Average Convergence Divergence
Trigger	Exponential Moving Average des MACD
ROC	Rate of Change
CCI	Commodity Channel Index
TSF	Time Series Forecast Indikator
TBI	Trendbestätigungsindikator
ρ_t	Autokorrelation
π_t	partielle Autokorrelation
ε_t	weißes Rauschen

Motivation

Indikatoren liefern dem Anleger Informationen über die aktuelle Marktlage und implizieren Handelsstrategien auf mathematischer Basis.

In der Arbeit sollen ausgewählte technische Indikatoren und deren Handelsstrategien hinsichtlich ihres Verhaltens bzw. ihrer Profitabilität in verschiedenen Marktphasen untersucht werden. Um das Argument, dass die Indikatoren selbst erfüllend sind, zu entkräften, werden Finanzzeitreihen simuliert und die Indikatoren auf diese angewendet und ausgewertet. Zu diesem Zweck wird zu gegebenen echten Kursdaten ein finanzzeitreihenanalytisches Modell angepasst. Dieses wird zur Simulation von Finanzzeitreihen und damit zur Auswertung der Indikatoren verwendet werden.

Durch geeignete Auswahlverfahren sollen verschiedene Handelsstrategien zu Strategien kombiniert werden, um ein besseres Ertrag/Risikoverhältnis zu erreichen als dies bei einzelnen Strategien der Fall wäre.

Vorwort

Eines der größten Probleme war die Beschaffung und Auswahl der geeigneten Daten.

Einige Indikatoren basieren auf Eröffnungs-, Höchst- oder Tiefstkursen und Angaben über das Handelsvolumen, welche ich zu Beginn kurz beschreiben aber mangels Daten bei der weiteren Untersuchung nicht behandeln werde.

In meiner Arbeit werde ich nur Indikatoren untersuchen, die auf Schlusskursen basieren.

Begriffserklärungen

Long / Longposition

Als Longposition wird im klassischen Sinne ein positiver Bestand des Underlyings im Depot verstanden.

Short / Shortposition

Als Shortposition wird im klassischen Sinne ein negativer Bestand des Underlyings im Depot verstanden.

Pyramidenstrategie

Bei der Pyramidenstrategie wird eine Position solange vergrößert bis die Handelsstrategie einen Positionswechsel empfiehlt. In diesem Fall wird die gesamte Position glatt gestellt (gekauft bzw. verkauft) und eine entgegengesetzte Position aufgebaut.

Trendmarkt

Als Trendmarkt wird ein Markt bezeichnet, dessen Kurse sich in einem klar erkennbaren Auf- oder Abwärtstrend bewegen, im Gegensatz zum „Sägezahnmarkt“ bzw. Seitwärtstrend.

Sägezahnmarkt

Als „Sägezahnmarkt“ wird ein Seitwärtstrend bezeichnet. Die Kurse schwanken zwischen zwei annähernd horizontalen Schranken.

Glattstellen

Man spricht vom glattstellen einer Position, wenn der Bestand in diesem Wert auf Null zurück geführt wird.

Underlying

Mit Underlying wird der zu Grunde liegende Wertgegenstand bezeichnet.

1 Indikatoren

Indikatoren haben die Aufgabe, die aktuelle Marktlage zu erkennen und dem Anleger Hilfen bei seinen Anlageentscheidungen zu geben. Es gibt verschiedene Gruppen von Indikatoren, die jeweils in unterschiedlichen Marktlagen bestimmte Anlagestrategien implizieren.
Die Grenzen zwischen den einzelnen Indikatorgruppen sind nicht immer klar und eindeutig. Es gibt Indikatoren, die mehreren der folgenden Indikatorgruppen zugeordnet werden können.

Bei vielen Indikatoren kann es sinnvoll sein, Filter einzuführen um Fehlsignale zu vermeiden. Diese Filter sind prozentuale Auf-/ Abschläge auf den Kursverlauf bzw. den aktuellen Indikatorwert. Hierbei muss der Indikator eine Zone um den aktuellen Wert über- / unterschreiten, um ein Handelssignal zu generieren.

1.1 Indikatorgruppen

1.1.1 Trendfolger

Trendfolger versuchen in dem Kursverlauf einen Trend zu erkennen. Da die Kurse sich nicht linear entwickeln, beinhaltet der Begriff „Trend“ eine Folge von ansteigenden bzw. abfallenden Hoch- / Tiefpunkten.

Trendfolger folgen dem „Trend“, d.h. sie reagieren „relativ“ spät auf einen Trendwechsel. Ein neuer Trend wird erst dann angezeigt, wenn dieser sich bereits etabliert hat. Sie sind in Phasen einsetzbar, in denen ein klarer Trend zu erkennen ist. In Phasen eines Seitwärtstrends, (Sägezahnmarkt) liefern diese Indikatoren viele Fehlsignale und sind daher in dieser Situation ungeeignet.

Übertreibungen des Kurses in die eine oder andere Richtung sind mit Hilfe der zu dieser Gruppe gehörenden Indikatoren nicht zu erkennen.

1.1.2 Oszillatoren

Der Begriff Oszillator stammt aus der Physik bzw. der Elektrotechnik, in denen regelmäßige Schwingungen untersucht werden. Ziel dieser Indikatoren ist es, hinter den Kursen eine möglichst regelmäßige Schwingung zu finden, um auf diese Weise Informationen über den weiteren Verlauf des Kurses zu gewinnen.

Oszillatoren schwanken um eine horizontale Linie. Fast alle Oszillatoren sind so skaliert, dass sie in einem Wertebereich von 0 bis 100 um den Wert 50 oszillieren. Bei den meisten Oszillatoren werden die oberen / unteren 15% oder 20% des Wertebereichs als Extremzonen definiert. Befindet sich der Oszillator in einer der Extremzonen wird dies als eine Übertreibung innerhalb des aktuellen Trends interpretiert und es wird mit einer Bewegung des Kurses zur entgegengesetzten Begrenzung gerechnet. Demzufolge werden solche Indikatoren auch als „Überkauft / Überverkauft“ - Indikatoren bezeichnet. Handelssignale werden durch das Schneiden von bestimmten horizontalen Linien erzeugt. Dies kann zum Beispiel der Eintritt in eine Extremzone, das Verlassen einer Extremzone, der Trendwechsel des Indikators oder das Schneiden der Mittellinie sein.

Eine Divergenz zwischen dem Oszillator und dem Kurs wird als Zeichen für ein bevorstehendes Ende des Trends betrachtet.

Oszillatoren liefern gute Handelssignale, vor allem in Seitwärtsbewegungen des Marktes.

1.1.3 Trendintensitätsindikatoren

Trendintensitätsindikatoren werden zur Erkennung und Quantifizierung von Trends verwendet. Handelssignale können aus ihnen nicht gewonnen werden. Sie legen lediglich nahe, welche Art von Indikatoren man zur Erzeugung von Handelssignalen verwenden sollte.

1.1.4 Umsatzindikatoren

Die Aufgabe der Umsatzindikatoren ist es, Volumentrends bzw. Volumentrendwechsel festzustellen. Es wird auf Konvergenz und Divergenz zwischen Volumentrends und Kursverlauf geachtet, um Handelssignale zu generieren.

1.1.5 Volatilitätsindikatoren

Als Volatilität wird die aktuelle empirische Standardabweichung unter Berücksichtigung der letzen n Werte bezeichnet. Volatilitätsindikatoren qualifizieren und quantifizieren die Volatilität der Kurse und den Trend der Standardabweichung.

1.2 Meist verwendete Indikatoren

<u>Bemerkung:</u>

Die Beispielgrafiken sind rein qualitativ zur Veranschaulichung des Indikators.

1.2.1 Moving Averages

Die verschiedenen Versionen des "Moving Average" (Gleitender Durchschnitt) gehören zu den Trendfolgern und werden von vielen anderen Indikatoren als Berechnungsgrundlage herangezogen. Sie können jedoch auch Grundlage einer eigenen technischen Analyse sein.

Moving Averages eines kürzeren Zeitraums reagieren schneller auf aktuelle Marktbewegungen als längerfristig ausgelegte Moving Averages.

In den einzelnen Versionen des Moving Average wird den neueren Kursen zuweilen höheres Gewicht beigemessen, um so schnellere Reaktionen des Indikators auf aktuelle Marktbewegungen zu erreichen.

<u>Interpretation:</u>

Ein ansteigender Moving Average zeigt einen Aufwärtstrend an, während ein abfallender Moving Average einen Abwärtstrend anzeigt. In einer Börsenphase, die von kurzen Trends geprägt ist, sollte man Moving Averages mit einem kurzen Berechnungszeitraum verwenden, dagegen bei Börsenphasen in denen längere Trends das Marktgeschehen bestimmen, längerfristige Moving Averages.

<u>Handelssignale:</u>

Schneidet der Kurs den gleitenden Durchschnitt von unten, wird dies als Kaufsignal interpretiert. Analog wird ein Schneiden des Kurses von oben nach unten als ein Verkaufssignal interpretiert.

Formeln:

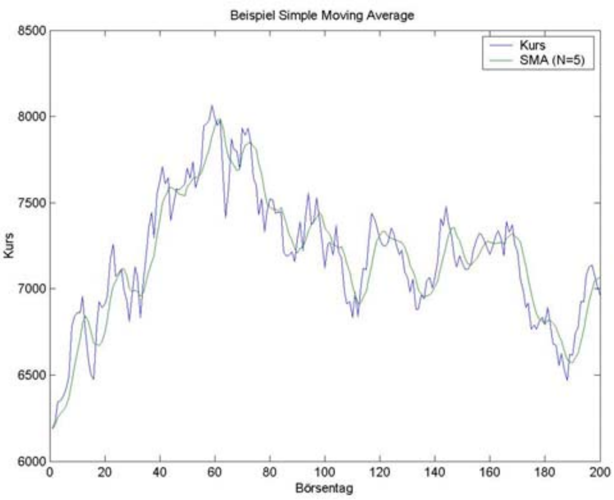
Simple Moving Average

$$MA_{Nt} = \tfrac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X_{t-i}$$

mit X_t : Kurs zum Zeitpunkt t
N: Parameter der die Anzahl der zurückliegenden Kurse angibt

Standardmäßige Berechnung des Moving Average; alle Kurse werden zu gleichen Teilen gewichtet.

Beispiel:

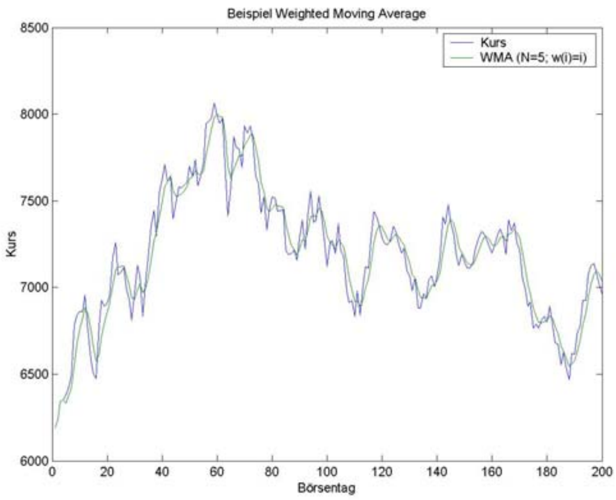


Weighted Moving Average

$$WMA_{Nt} = \frac{\sum_{i=1}^{N} w_i X_{t+1-i}}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

w_i = Gewichtsfaktoren

Beispiel:



Exponential Moving Average

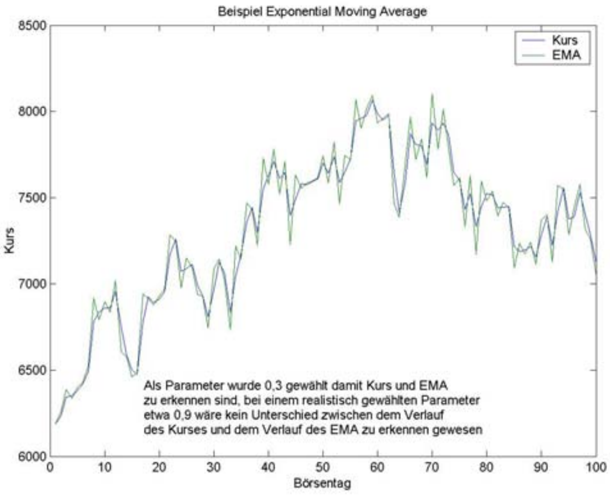
$$EMA_t = \lambda X_t + (1-\lambda)EMA_{t-1} = \frac{1}{1-\lambda}\sum_{k=1}^{\infty} \lambda^{k-1} X_{t-k}$$

mit EMA_t = aktuelle Wert des Exponential Moving Average

λ = Skalierungsfaktor mit $\lambda \in (0,1)$ $\lambda \approx 1$

Der EMA verhält sich sehr ähnlich wie der WMA, da mit größer werdendem t die ersten Kurse immer weniger Gewicht haben; also sich der EMA fast nur aus den letzten k Kursen mit den Gewichten $w_1, \ldots, w_k$ berechnet.

Beispiel:



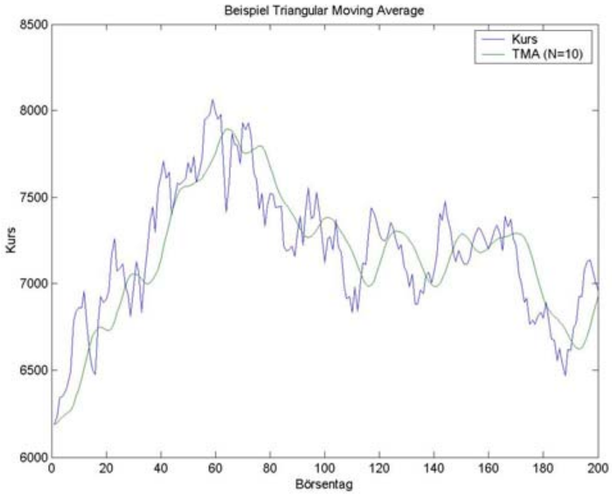
Triangular Moving Average

Bei dem Triangular Moving Average wird ein Moving Average eines Moving Averages gebildet und dieser zur Generierung von Handelssignalen verwendet.

$$TMA_t = \tfrac{1}{n}\sum_{k=0}^{N+1} MA_{t-k}^{n} \quad \text{mit } n = \left\lfloor \frac{N+1}{2} \right\rfloor$$

mit N = Anzahl der betrachteten zurückliegenden Kurse.
MA_{t-k}^{n} = Moving Average der Länge n

Beispiel:



1.2.2 Moving Average Convergence Divergence System

Der Moving Average Convergence Divergence (MACD) ist sowohl als Trendfolger als auch als Oszillator einsetzbar und somit in jeder Art von Markt in der Lage, Handelssignale zu generieren. Der MACD stellt den Abstand zwischen zwei Moving Averages unterschiedlicher Berechnungszeiträume dar. Berechnet man die beiden Moving Averages auf exponentialer Basis mit unterschiedlichen „Abklingparametern“, so oszilliert der MACD immer um die Nulllinie. Ist der MACD größer Null, bedeutet dies, dass der kürzere Moving Average größer als der längere Moving Average ist. Bei einer Divergenzanalyse wird der Abstand des MACD von der Nulllinie betrachtet. Zur Generierung von Handelssignalen wird ein Moving Average, der in diesem Zusammenhang auch Trigger genannt wird, des MACD berechnet.

Interpretation:

Nähern sich Moving Average und Trigger einander an, d.h. sie befinden sich in einer Konvergenzphase, so schwächt sich der Trend in dem zugrunde liegenden Wert ab. Analog entspricht eine Divergenz zwischen den beiden Moving Averages einer Intensivierung des Trends.

Handelsstrategie:

Schneidet der MACD den Trigger von unten, wird dies als Kaufsignal verstanden. Ein Schnitt von oben nach unten wird als Verkaufssignal interpretiert.

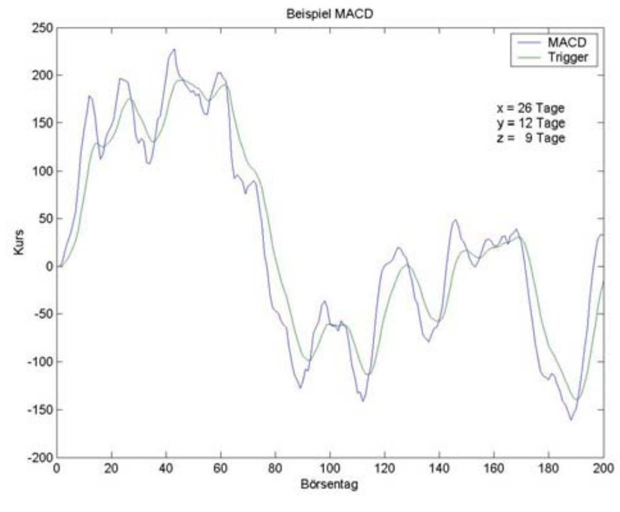
Der MACD kann auch als Trendanzeiger verwendet werden, sobald der MACD einen Tiefpunkt gebildet hat, ist dies ein Kaufsignal. Analog ist ein Hochpunkt des MACD ein Verkaufssignal.

Formel:

$$MACD_t = EMA1_t - EMA2_t$$
$$EMA1_t = EMA_x(X_t) = \lambda_x X_t + (1-\lambda_x)EMA_{t-1}$$
$$EMA2_t = EMA_y(X_t) = \lambda_y X_t + (1-\lambda_y)EMA_{t-1}$$
$$Trigger_t = EMA_z(MACD_t) = \lambda_z(EMA1_t - EMA2_t) + (1-\lambda_z)EMA_{t-1}(MACD)$$

$\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z \in$, $_+$

Beispiel:



1.2.3 Bollinger Bänder

Der Trendfolger „Bollinger Bänder“, auch alpha – beta Bänder genannt, basiert auf einem Moving Average, der um ein k-faches der aktuellen Standardabweichung nach oben bzw. unten verschoben wird.

Interpretation:

Kernüberlegung der Bollinger Bänder ist, dass Kurse um ihren Erwartungswert herum pendeln, so dass die meisten Kurse in der Regel zwischen den beiden Bändern liegen werden, wobei der Erwartungswert durch einen Moving Average angenähert wird. Bollinger nimmt an, dass sich der Kurs immer von einem Band zum anderen bewegt. Dies ist hilfreich bei der Bestimmung von Kurszielen.

Handelssignale:

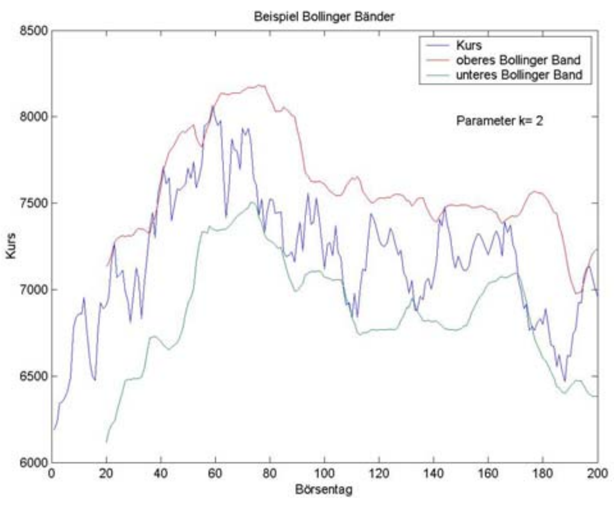
Erreicht der Kurs das obere bzw. untere Band bzw. eine Region um dieses Band, so ist mit einer Gegenbewegung des Kurses zu rechnen. Wenn sich die beiden Bänder dem Moving Average annähern, ist mit einer stärkeren Kursbewegung zu rechnen. Besteht eine Divergenz zwischen Kursverlauf und Indikator, so kann nach Bollinger davon ausgegangen werden, dass sich der Kurs wieder in Richtung des anderen Bandes bewegt. Durchbricht der Kurs jedoch eines der Bänder so kann beobachtet werden, dass sich der Kurs weiter sehr stark in diese Richtung entwickelt.

In Anbetracht der Tatsache, dass die Handelsstrategien basierend auf diesem Indikator keine präzisen Handelszeitpunkte und Richtungen haben, werde ich diesen Indikator bei den weiteren Betrachtungen nicht untersuchen.

Formel:

Oberes Band = MA + k * σ_t
Unteres Band = MA – k * σ_t
mit σ_t = Standardabweichung der letzten n Kurse $k \in \{1, 2\}$

Beispiel:



1.2.4 Momentum

Das Momentum ist der am häufigsten verwendete Indikator aus der Gruppe der Oszillatoren. Es wird versucht, die Kraft bzw. die Dynamisierung einer Kursbewegung zu messen, indem eine fortlaufende Quantifizierung des im Kurs enthaltenen Impulses berechnet wird.

Das Momentum gehört zu den wenigen Indikatoren die einen Trendwechsel prognostizieren können. Dem zufolge sind Divergenzanalysen zwischen Kurs und Indikator Erfolg versprechende Anwendungen. Einige Anwender verwenden auch einen Moving Average des Indikators für ihre Analysen. Die Einführung von Extremzonen ist ebenfalls möglich. Das Momentum kann auch zur Analyse der Aussagekraft anderer Indikatoren eingesetzt werden.

Eine leicht abgewandelte Variante ist der „Rate of Change“ Indikator, der jedoch die gleiche Handelsstrategie impliziert.

Interpretation:

Ist das Momentum größer bzw. kleiner als 0, so befindet sich der Kurs in einer Aufwärts- bzw. Abwärtsbewegung. Wird der Absolutbetrag des Momentums kleiner, so ist mit einem Trendwechsel zu rechnen.

Handelsstrategie:

Als ein „klassisches“ Kaufsignal wird das kreuzen der Nulllinie von unten nach oben interpretiert. Analog werden Verkaufssignale beim Durchbrechen von oben nach unten erzeugt.

Werden, um Fehlsignale zu vermeiden, Filter definiert, es ergeben sich verschiedene Interpretationsmöglichkeiten:

i) kaufe bzw. verkaufe, wenn der Indikator die neutrale Zone verlässt
ii) kaufe bzw. verkaufe, wenn der Indikator in die neutrale Zone eintritt.

Werden Extremzonen zur Signalgenerierung verwendet, so wird das Momentum als Kontra – Indikator interpretiert. Man rechnet mit einem Trendwechsel, wenn sich der Indikator in einer Extremzone befindet.

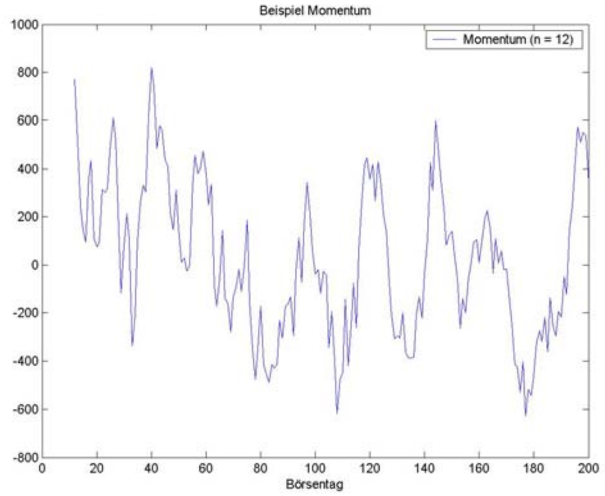
Wird ein Moving Average des Momentums verwendet, so werden die entsprechenden Handelssignale beim Kreuzen von Momentum und Moving Average ausgelöst. Die Wahl des gleitenden Durchschnitts kann zur Feinabstimmung zwischen eventuell auftretenden Fehlsignalen und verspäteten Signalen verwendet werden.

Formel:

$$Momentum = C_t - C_{t-n+1}$$

$$ROC = \frac{C_t - C_{t-n+1}}{C_{t-n+1}} * 100$$

Beispiel:



1.3 Weitere oft verwendete Indikatoren

1.3.1 Commodity Channel Index

Der Commodity Channel Index (CCI) wurde ursprünglich entwickelt, um den Anfang und das Ende von Preiszyklen im Rohstoffhandel zu erkennen; dies erklärt seinen Namen. Jedoch ist der CCI auch bei anderen, nicht Rohstoff basierenden Zeitreihen, als Trendintensitätsindikator einsetzbar.
Der Indikator erkennt einen neuen Trend, wenn der Abstand zwischen Kurs und Moving Average einen bestimmten Wert überschreitet. Ansonsten spricht man von einem trendlosen Markt oder auch „Sägezahnmarkt".

Interpretation:

Der CCI kann die Richtung und die Intensität eines Trends quantifizieren. Ab einem Wert von 100 wird von einem Aufwärtstrend gesprochen und von einem Abwärtstrend ab einem Wert kleiner -100.
Steile Anstiege bzw. Rückgänge im Indikator sind ein Zeichen für eine große Stärke des aktuellen Trends. Analog ist ein langsames Ansteigen / Abfallen des Indikators ein Zeichen für die Abschwächung des aktuellen Trends des Basiswertes.

Handelssignale

Steigt der CCI über 100, so ist dies ein Kaufsignal. Diese Position sollte geschlossen werden, wenn der CCI unter 100 fällt.
Fällt der CCI unter -100, so ist dies ein Verkaufssignal. Analog sollte diese Short – Position so lange gehalten werden, bis der CCI wieder über -100 steigt.

Formel:

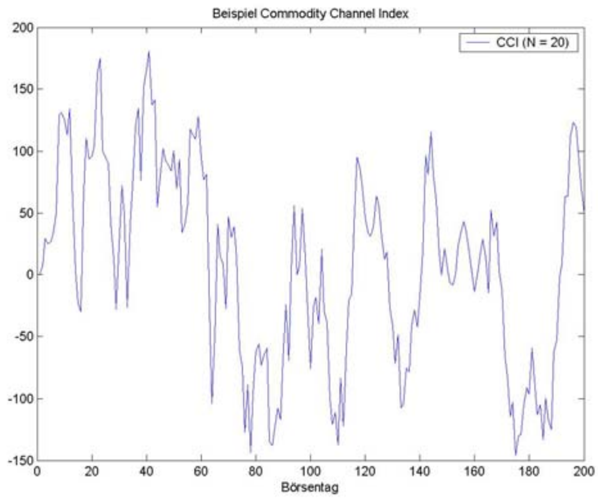
$$\overline{Y}_{Nt} = \tfrac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} Y_{t-i}$$

$Y_t = (H_t + L_t + C_t) / 3$

$$CCI = \frac{Y_t - \overline{Y}_{Nt}}{0{,}015 * \sigma_{Y_t}}$$

mit σ_{Y_t} Standardabweichung von Y_t

Beispiel:



1.3.2 Time Series Forecast

Der Time Series Forecast Indikator (TSF) gehört zu den Trendfolgern. Die Idee dieses Indikators ist es, den vorherrschenden Trend mit Hilfe einer linearen Regression zu erkennen. Oft wird auch ein Moving Average des TSF bzw. der TSF mit seinem Moving Average zusammen betrachtet.
Ein Vorteil des TSF ist die äußerst sensible Wirkung von Kursveränderungen auf den Indikator. Dies ist jedoch auch gleichzeitig sein Nachteil, da der TSF Indikator oft über sein Ziel hinaus schießt.

Interpretation:

Man geht davon aus, dass sich der aktuelle Trend nicht ändert und versucht so eine Aussage über den nächsten Kurswert zu treffen.

Handelsstrategie:

Kaufsignale werden durch ein Schneiden des Kurses von unten nach oben bzw. des Moving Averages durch den TSF erzeugt. Verkaufssignale werden bei entgegengesetztem Verlauf erzeugt.

Formel:

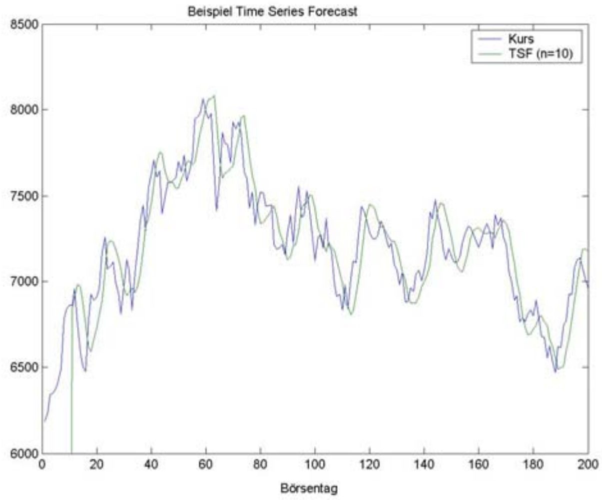
1. Berechnung einer linearen Regressionsgerade ("R") über die letzten n Perioden R von C_{t-n} bis C_t

2. Der letzte Punkt dieser Regressionsgeraden stellt den aktuellen "TSF"-Wert dar: $TSF_t = R_t$

3. Die Aneinanderreihung der fortlaufend ermittelten "TSF"-Werte ergibt den "Time Series Forecast" Indikator.

Dieser Indikator kann auch als AR – Forecast bezeichnet werden, indem ein AR(n) Modell zu den Daten angepasst wird und dieses zur Prognose verwendet wird. (vergleiche Kapitel 2.2.5)

Beispiel:



1.3.3 Trendbestätigungsindikator

Der Trendbestätigungsindikator (TBI) basiert auf zwei Moving Averages unterschiedlicher Längen und ist somit ebenfalls ein Trendfolger. In einigen Fällen wird auch ein Moving Average des Indikators zur Analyse verwendet.

Interpretation:

Es wird versucht, einen mit Hilfe eines Moving Average erkannten Trend, durch einen weiteren Moving Average zu bestätigen.

Handelsstrategie:

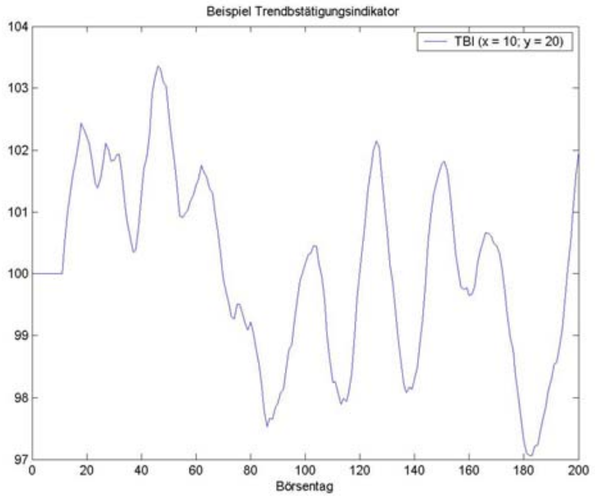
Übersteigt der TBI die Mittelpunktslinie, so löst dies ein Kaufsignal aus, unterschreitet er diese, so löst dies ein Verkaufssignal aus. Wird ein Moving Average des Indikators verwendet, so generieren die Schnittpunkte zwischen Moving Average und TBI entsprechend der Moving Average Strategie Handelssignale.

Formel:

$$TBI_t = \frac{MA_x}{MA_y} * 100$$

MA_x = Moving Average kürzerer Zeitraum
MA_y = Moving Average längerer Zeitraum

Beispiel:



2 Modelle

In diesem Abschnitt werden einige Modelle von (Finanz-) Zeitreihen sowie einige Verfahren zur Schätzung der Modellparameter an Hand von realen Daten beschrieben.

2.1 *Definitionen*

2.1.1 stochastischer Prozess

Ein *stochastischer Prozess* X_t, $t \in Z$ ist eine Familie von Zufallsvariablen definiert auf einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, F, P). Zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist X_t eine Zufallsvariable mit einer bestimmten Verteilungsfunktion und für ein bestimmtes $\omega \in \Omega$ ist $X(\omega) = \{X_t(\omega): t \in -\}$ eine Realisierung oder ein Pfad des Prozesses.

2.1.2 stationär

Eine reellwertige Zeitreihe $\{X_t : t \in -\}$ heißt *strikt stationär,* wenn
$L(X_{t+t_1},...,X_{t+t_N}) = L(X_1,...,X_N)\ \ \forall\ N \geq 1,\ \ t, t_1, ..., t_N \in -$.
Sie heißt *(schwach) stationär* wenn

- $E(X_t) = \mu < \infty \quad \forall\ t \in -$
- $Var(X_t) = \sigma_\varepsilon^2 < \infty \quad \forall\ t \in -$
- $Cov(X_s, X_{t+s}) = r_t \quad \forall\ s,t \in -$

2.1.3 weißes Rauschen

Eine Folge $\{\varepsilon_t : t \in -\}$ mit ε_t u.i.v. , $E(\varepsilon_t) = 0$, $var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 < \infty$ heißt *striktes weißes Rauschen*.
Eine Folge $\{\varepsilon_t : t \in -\}$ mit ε_t unkorreliert, $E(\varepsilon_t) = 0$, $var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 < \infty$ heißt *weißes Rauschen*.

2.1.4 Lag Operator

Der *Lag Operator* L verschiebt den Prozess X_t um eine Zeiteinheit, d.h.
$LX_t = X_{t-1}$ und $L^kX_t = X_{t-k}$.
Der *Differenzenoperator* $\Delta = 1 - L$, d.h. $\Delta^k = (1 - L)^k$.

2.1.5 Autokovarianz

$r_t = \mathrm{cov}(X_s, X_{t+s})$ heißt *Autokovarianzfunktion* und
$R_N = (r_{t-s})$ wird als *Autokovarianzmatrix* bezeichnet.

Um die Autokorrelation von realen Daten zu schätzen, schätzt man zuerst die Autokovarianzfunktion an Hand dieser Daten wie folgt:

$$\hat{r}_\tau = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N-\tau}(X_k - \overline{X}_N)(X_{\tau+k} - \overline{X}_N) \qquad \text{für } 0 \le \tau \le N-1$$

2.1.6 Autokorrelation

Die Funktion $\rho_t = \frac{r_t}{r_o}$ $t \in$ - heißt *Autokorrelationsfunktion* eines stationären Prozesses.

Es gelten folgende Eigenschaften:

1. $r_0 \ge 0$
2. $|r_t| \le r_0$
3. $r_t = r_{-t}$

Um die Autokorrelation an Hand von realen Daten X_t zu schätzen, verwendet man folgende Formel:

$$\hat{\rho}_t = \frac{\hat{r}_\tau}{\hat{r}_0} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N-\tau}(X_k - \overline{X}_N)(X_{\tau+k} - \overline{X}_N)}{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(X_k - \overline{X}_N)(X_k - \overline{X}_N)} = \frac{\sum_{k=1}^{N-\tau}(X_k - \overline{X}_N)(X_{\tau+k} - \overline{X}_N)}{\sum_{k=1}^{N}(X_k - \overline{X}_N)^2}$$

2.2 Autoregressiver Prozess

Ein stochastischer Prozess X_t heißt *Autoregressiver Prozess* (AR) der Ordnung p (≥ 1) wenn,

$$AR(p): X_t = \upsilon + \sum_{k=1}^{p}\alpha_k X_{t-k} + \varepsilon_t, \quad -\infty < t < \infty \quad \alpha_p \neq 0, \quad \upsilon = Konst.$$

mit $\{\varepsilon_t\}$ weißes Rauschen.

Eigenschaften eines AR – Prozesses:

- Im Allgemeinen sind Maximum Likelihood Schätzer (MLE), Kleinster Quadrate Schätzer (LSE) und Yule Walker Schätzer (YWE) annähernd gleich für einen kausalen AR(p) Prozess.

2.2.1 Definition: kausal

Ein AR(p) Prozess heißt ***kausal***, wenn eine Folge von Konstanten $\{\psi_j\}$ existiert, so dass gilt
$\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$ und $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j}$ t = 0, ± 1,... ,$\{\varepsilon_t\}$ weißes Rauschen.

Für AR(p) – Prozesse gilt: kausal $\Rightarrow$ stationär.

2.2.2 Definition: Erzeugendes Polynom

$A(z) = 1 - \alpha_1 z - \dots \alpha_p z^p$

Für $z \in$ heißt A(z) das ***erzeugende Polynom*** oder ***z-Transponierte***.

Daher können wir einen AR(p) – Prozess schreiben als:

$$A(U^{-1})X_t = \varepsilon_t$$

2.2.3 Partielle Autokorrelation

Die ***partielle Autokorrelation*** eines stochastischen Prozesses X_t ist definiert als
$\pi_t := \text{corr}(X_t - P(X_t|X_{t-1}, \dots , X_1), X_0 - P(X_0 \mid X_{t-1}, \dots , X_1))$ $t \in$ –
mit P (W | Z) lineare Projektion von W auf Z.

Für einen kausalen stationären AR(p) Prozess mit den Koeffizienten $\alpha_1, ..., \alpha_p$ gilt dann
$\pi_t = 0 \;\forall\; t > p$ und $\pi_p = \alpha_p$

Um die partielle Autokorrelation aus realen Daten zu schätzen geht man wie folgt vor:
$\hat{\pi}_p = \hat{\alpha}_p(p)$ mit $\hat{\alpha}(p) = \hat{R}_p^{-1}\hat{r}(p)$ mit $\hat{R}_p$ geschätzte Autokovarianzmatrix für p Parameter.

2.2.4 Stationaritätsbedingung für AR(p) Prozesse

Für $p \geq 1$ existiert genau dann eine stationäre kausale Lösung von $A(U^{-1})X_t = \varepsilon_t$, wenn A(z) keine Nullstelle in $\{z \in \; : |z| \leq 1\}$ hat.

2.2.5 Lineare Prognose eines kausalen stationären AR(p) Prozesses

Für einen gegebenen kausalen stationären AR(p) Prozess der Form $X_t = \upsilon + \sum_{k=1}^{p} \alpha_k X_{t-k} + \varepsilon_t$ und gegebenen $X_1, ..., X_N$ mit $N \geq p$ kann man folgende Prognose $\hat{X}^*_{N+i}$ angeben.

$$\hat{X}^*_{N+i} = \sum_{k=1}^{i-1} \alpha_k \hat{X}^*_{N+i-k} + \sum_{k=i}^{p} \alpha_k X_{N+i-k} \qquad \forall\ i \leq p$$

$$\hat{X}^*_{N+i} = \sum_{k=1}^{p} \alpha_k \hat{X}^*_{N+i-k} \qquad \forall\ i > p$$

2.2.6 Yule Walker Schätzer

Seien $X_1, ..., X_N$ Stichproben eines kausalen AR(p) und seinen $\hat{r}_0, ..., \hat{r}_{N-1}$ die Stichprobenkovarianzen, dann heißen $\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ ... \\ \hat{\alpha}_p \end{pmatrix} = \hat{R}_p^{-1} \hat{r}(p)$ mit $\hat{r}(p) = \begin{pmatrix} \hat{r}_1 \\ ... \\ \hat{r}_p \end{pmatrix}$ und $\sigma^2_\varepsilon = \hat{r}_0 - \hat{\alpha}^T \hat{r}(p)$ die *<u>Yule Walker Schätzer</u>* für $(\alpha_1, ..., \alpha_p)^T$ und σ^2_ε.

2.2.7 Bestimmung der Parameteranzahl eines AR(p) Prozesses

Die Ordnung eines kausalen stationären AR(p) Prozesses schätzt man mit Hilfe des partiellen Korrellogramms. Für einen solchen Prozess gilt $\pi_t = 0\ \forall\ t > p$ und $\pi_p = \alpha_p$.
Die einzelnen Parameter α_i werden mit Hilfe der Yule Walker Gleichungen geschätzt.

2.2.8 Kleinste Quadrate Schätzer

Der *<u>Kleinste Quadrate Schätzer</u>* (LSE) kann zur Schätzung der Parameter eines AR(p) Prozesses verwendet werden.

$$\tilde{\alpha} = (\tilde{\alpha}_1, ..., \tilde{\alpha}_p)^T = \arg\min_{\alpha} Q(\alpha) \text{ mit } Q(\alpha) = \sum_{t=p+1}^{N} (X_t - \sum_{k=1}^{p} \alpha_k X_{t-k})^2$$

Für AR(p) Modelle sind LSE und Yule Walker Schätzer asymptotisch äquivalent.

2.2.9 Maximum Likelihood Schätzer

Die Likelihood – Funktion ist ein Plausibilitätsmaß für alternative Werte des Parametervektors Θ für einen gegebenen Wert x des Stichprobenvektors X. Der Maximum Likelihood Schätzer ist der Schätzer, der bei realisierter Stichprobe x für Θ den plausibelsten Wert $\hat{\Theta}_n$ wählt. Dies ist der Wert der die Likelihood – Funktion bzw. die Log – Likelihood – Funktion maximiert.

$$L(\Theta \mid x) := \left\{ \begin{array}{ll} \prod_{i=1}^{n} f(x_i \mid \Theta) & X \text{ stetig} \\ \prod_{i=1}^{n} P(X = x_i \mid \Theta) & X \text{ disktret} \end{array} \right\} \text{ heißt } \underline{\textit{Likelihood – Funktion}}$$

$l(\Theta \mid x) := \log L(\Theta \mid x)$ heißt *Log – Likelihood – Funktion*

Ist die (Log-) Likelihood – Funktion partiell differenzierbar nach allen m Parametern in Θ, so bestimmt man die Maximum Likelihood Schätzer durch Null setzen, der m partiellen Ableitungen.

2.2.10 Quasi – Maximum – Likelihood Schätzer

Bestimmt man die Maximum Likelihood Schätzer $\hat{\varpi}$, $\hat{\alpha}$ auch wenn $\{\varepsilon_t\}$ nicht normalverteilt sind, so nennt man $\hat{\varpi}$ und $\hat{\alpha}$ *Quasi Maximum Likelihood Schätzer*.

2.3 Moving Average Prozess

Ein stochastischer Prozess X_t heißt *Moving Average Prozess (MA)* der Ordnung q (≥ 1) (MA(q)) wenn,

$MA(q): \quad X_t = \sum_{j=0}^{q} \beta_j \varepsilon_{t-j}$, $-\infty < t < \infty$, typische Parameter sind $\beta_0 = 1$ und $\beta_q \neq 0$,

mit $\{\varepsilon_t\}$ weißes Rauschen.

Alternative Schreibweise:
$X_t = \beta(L)\varepsilon_t$
Mit $\beta(L) = 1 + \beta_1 L + ... + \beta_q L^q$

Eigenschaften eines MA – Prozesses:

- Ein MA(q) Prozess ist immer stationär, da er aus stationären Prozessen zusammengesetzt wird und es gilt für die Autokorrelation $r_t = 0 \quad \forall\, t > q$ ($\Leftrightarrow \rho_t = 0 \;\forall\, t > q$)

2.3.1 Bestimmung der Parameter eines MA(q) Prozesses

Um die Ordnung eines MA(q) Prozesses und damit den Parameter q zu schätzen, verwendet man die oben genannte Eigenschaft $r_t = 0 \; \forall \; t > q$ ($\Leftrightarrow \rho_t = 0 \; \forall \; t > q$).

Die Parameter $\beta_1, ..., \beta_q$ und σ_{ϵ}^2 werden durch Lösen folgender Gleichungen geschätzt:
$\hat{r}_i = \mathrm{cov}(X_t, X_{t+i})$ für i = 0, ..., q-1

2.3.2 Invertierbar

Ein MA(q) Prozess X_t heißt ***invertierbar***, wenn $\exists \; \{\pi_j\}$ s. d. $\sum_{j=0}^{\infty} |\pi_j| < \infty$ und $\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j X_{t-j}$

2.4 Autoregressiver Moving Average Prozess

Ein stochastischer Prozess X_t heißt *Autoregressiv Moving Average* Prozess (ARMA) der Ordnung (p,q), wenn er folgende Form besitzt

$$ARMA(p,q): \quad X_t = \nu + \sum_{k=1}^{p} \alpha_k X_{t-k} + \sum_{j=0}^{q} \beta_j \varepsilon_{t-j} \qquad \text{mit } \{\varepsilon_t\} \text{ weißes Rauschen}$$

2.4.1 Definition: kausaler ARMA(p,q) Prozess

Ein ARMA(p,q) Prozess definiert durch $\Phi(B)X_t = \Theta(B)\varepsilon_t$ heißt *kausal*, oder genauer eine *kausale Funktion* von $\{\varepsilon_t\}$, wenn eine Folge von Konstanten $\{\psi_j\}$ existiert, s.d. $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j| < \infty$

und $X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j}$ t = 0, ±1, …

Kausalität ist in diesem Zusammenhang keine Eigenschaft von X_t alleine, sondern viel mehr eine Beziehung zwischen den beiden Prozessen $\{X_t\}$ und $\{\varepsilon_t\}$.

2.4.2 Definition: invertierbarer ARMA(p,q) Prozess

Ein ARMA(p,q) Prozess definiert durch $\Phi(B)X_t = \Theta(B)\varepsilon_t$ heißt *invertierbar*, wenn eine Folge von Konstanten $\{\pi_j\}$ existiert, so dass gilt $\sum_{j=0}^{\infty}|\pi_j| < \infty$ und $\varepsilon_t = \sum_{j=0}^{\infty}\pi_j X_{t-j}$ t = 0, ±1, ...

Wie Kausalität ist auch Invertierbarkeit in diesem Zusammenhang keine Eigenschaft des Prozesses $\{X_t\}$ alleine sondern eine Beziehung zwischen den beiden Prozessen $\{X_t\}$ und $\{\varepsilon_t\}$.

2.4.3 Bestimmung der Parameter eines ARMA Prozesses

Die Parameter des ARMA Prozesses können mit dem kleinste Quadrate Schätzer geschätzt werden, der für normalverteilte ε_t (und damit X_t) dem Maximum – Likelihood – Schätzer entspricht.

2.5 Autoregressive Integrated Moving Average Prozess

Ein stochastischer Prozess $\{X_t\}$ heißt *Autoregressiv Integrated Moving Average* (ARIMA) der Ordnung (p,d,q), wenn $Y_t := (1 - U^{-1})^d X_t$ ein kausaler stationärer ARMA(p,q) Prozess ist.

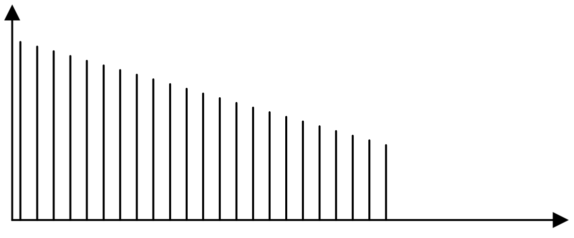
mit $d \geq 1$ und $(1 - U^{-1})^d X_t = \nabla^d X_t$

Diese Definition bedeutet, dass $\{X_t\}$ folgende Gleichung erfüllt,

$\Phi^*(B)X_t \equiv \Phi(B)(1-B)^d X_t = \Theta(B)\varepsilon_t$ mit $\{\varepsilon_t\}$ ~ weißes Rauschen (0, σ_ε^2)

ARIMA – Modelle werden zur Modellierung von nicht stationären, zeitabhängige Trends enthaltende Zeitreihen, verwendet.

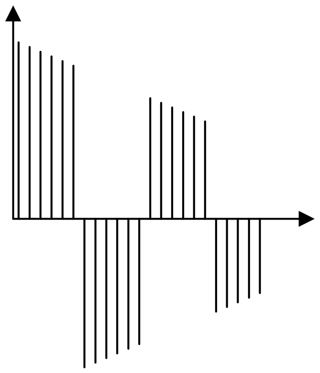
Eine typische Eigenschaft von ARIMA Prozessen mit $d \geq 1$ ist eine positive, langsam fallende Autokorellationsfunktion wie unten veranschaulicht.



2.6 Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average Prozess

Ein stochastischer Prozess $\{X_t\}$ heißt ein *Seaonal Autoregressiv Integrated Moving Average* (SARIMA) der Ordnung $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$, wenn der Differenzprozess $Y_t{:=}(1 - U^{-1})^d(1 - U^{-s})^D X_t$ ein stationärer kausaler ARMA – Prozess ist.
mit $p,d,q,P,D,Q \geq 1$

SARIMA – Prozesse sind Prozesse, die sowohl eine saisonale Komponente als auch einen zeitabhängigen Trend innerhalb dieser saisonalbedingten Phasen enthalten.
Es handelt sich um ARIMA – Prozesse der Länge s die aneinander gereiht sind, d.h. nach jeweils s Zeiteinheiten folgt eine Realisierung des gleichen ARIMA – Prozesses.
Ein SARIMA Prozess hat eine Autokorrellationsfunktion, die wie folgt aussieht.



2.6.1 Auswahl und Anpassung der Parameter eines SARIMA Modells

Da ein ARMA Modell ein Spezialfall eines ARIMA Modells ist, und ein ARIMA Modell ein Spezialfall eines SARIMA Modells, ist folgende Vorgehensweise für alle drei Modelle anwendbar.

1. Erkenne Trends,
   saisonale Effekte
   Ausreißer
   Trends und saisonale Effekte werden durch entsprechendes Differenzieren, also Anwendung des Lag Operators entfernt
2. Entferne eventuell vorhandene Heteroskedastik (Schwankungen der Varianz) der Daten durch logarithmieren der Daten
3. Betrachte das Sample Korrellogramm der Daten
4. Wähle s,d,D so dass $(1 - U^{-1})^d(1 - U^{-s})^D X_t = Y_t$ stationär ist.
5. Betrachte Korrellogramm und partielles Korrellogramm
6. Bestimme die Yule Walker Schätzer
7. Bestimme mit Hilfe eines objektiven Informationskriterium (AIC, FPE,...) $\hat{p}$, $\hat{q}$
8. Modelliere ein Modell mit Hilfe des MLE
9. Betrachte die Teststatistik und versuche das Modell zu vereinfachen
10. Überprüfe die Innovationen auf Normalität

2.7 Autoregressiver Conditional Heteroskedastischer Prozess

Ein stochastischer Prozess $\{X_t\}$ heißt *Autoregressiver Conditional Heteroskedastischer* Prozess der Ordnung p (ARCH(p)), wenn

a) $E(X_t|F_{t-1}) = 0$

$$\text{mit } \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i + X_{t-i}^2, \quad \omega > 0, \; \alpha_1, ..., \alpha_p \geq 0$$

und

b) $Var(X_t|F_{t-1}) = \sigma_\varepsilon^2$ und $\varepsilon_t = \frac{X_t}{\sigma_t}$ u.i.v. (starkes ARCH),

c) $Var(X_t|F_{t-1}) = \sigma_\varepsilon^2$ (semi – starkes ARCH) oder

d) $P(\varepsilon_t^2 \,|\, 1, \varepsilon_{t-1,} \varepsilon_{t-2,} ..., \varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, ...) = \sigma_\varepsilon^2$ (schwaches ARCH)

Eigenschaften eines ARCH(q) Prozesses

- Problematisch ist die teilweise anwendungsbedingte hohe Ordnung der zu verwendenden Modelle, da sehr viele Parameter unter Nebenbedingungen zu schätzen sind. Effiziente Schätzmethoden sind bei einer hohen Parameteranzahl numerisch sehr aufwendig.
- ARCH Prozesse können die Asymmetrie der Volatilität, basierend auf dem Vorzeichen eines in der Vergangenheit liegenden Schocks, d.h. auf extreme Kursverluste reagieren die Anleger anders als auf extreme Kursgewinne, nicht modellieren.

2.7.1 Bestimmung der Parameter eines ARCH(q) Prozesses

Für ein allgemeines ARCH(q) Modell lässt sich folgende bedingte log – Likelihood – Funktion aufstellen:

$X_t = \sigma_t * \varepsilon_t$ mit $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^{q} \alpha_k X_{t-k}^2$

$\varepsilon_t = \frac{X_t}{\sigma_t}$ ist $N(0,1)$ – verteilt, wobei ε_t erst berechenbar ist für $t \geq q+1$

Daher bedingt man die Berechnung auf $X_1, \ldots, X_q$, (da die Formel für die Dichte von X_t nicht bekannt ist).

bedingte Likelihood: $\prod_{t=q+1}^{n} \varphi\left(\frac{X_t}{\sigma_t}\right)$ mit φ Dichte von $N(0,1)$ - Verteilung

bedingte log –Likelihood $l^b(\Theta) = -\frac{n-q}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=q+1}^{n}\frac{X_t^2}{\sigma_t^2}$

mit $\Theta = (\omega, \alpha_1, \ldots, \alpha_p)^T$

Der Maximum Likelihood Schätzer liefert die Parameterwerte.

2.8 General Autoregressiv Conditional Heterokedastic Prozess

Ein stochastischer Prozess $\{X_t\}$ heißt *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic* Prozess der Ordnung (q, p) (GARCH(p,q)), wenn

a) $E(X_t|F_{t-1}) = 0$ mit $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^{p} \alpha_k X_{t-k}^2 + \sum_{k=1}^{q} \beta_k \sigma_{t-k}^2$

und

b) $Var(X_t|F_{t-1}) = \sigma_t^2$ $\varepsilon_t = \frac{X_t}{\sigma_t}$ u.i.v. (starkes GARCH),

c) $Var(X_t|F_{t-1}) = \sigma_\epsilon^2$ (semi – starkes GARCH) oder

d) $P(\varepsilon_t^2 \,|\, 1, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \ldots, \varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \ldots) = \sigma_\varepsilon^2$ (schwaches GARCH)

Für einen GARCH(1,1) Prozess gilt $X_t = \sigma_t \varepsilon_t$ mit $\sigma_t^2 = \omega + \alpha X_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$

Eigenschaften eines GARCH(p,q)

- Durch diese Generalisierung des ARCH ist es möglich, sowohl eine geringere Parameteranzahl als auch eine flexiblere Lagstruktur zu ermöglichen.
- GARCH Prozesse können die Asymmetrie der Volatilität basierend auf dem Vorzeichen eines in der Vergangenheit liegenden Schocks nicht modellieren.

2.8.1 Schätzung der Parameter eines GARCH(1,1) Prozesses

Um die Parameter eines GARCH (1,1) Prozesses zu bestimmen, startet man mit den auf Yule Walker basierenden Parametern eines ARMA Modells für X_t. Ausgehend von diesen Parametern bestimmen wir die Quasi – Maximum – Likelihood Schätzer der Parameter und erhalten die Parameter eines GARCH(1,1) Prozesses.

2.9 GARCH – M

Ein *GARCH – M Prozess* hat folgende Form:

$$Y_t = \mu + \sum_{k=1}^{m} a_k Y_{t-k} + \sum_{t=0}^{m} b_k X_{t-k} + \delta\sigma_t^l + \eta_t - \sum_{j=1}^{r} \Theta_j \eta_{t-j}$$

wobei X_t äußere Faktoren darstellen.

Mit $\eta_t = \sigma_t \varepsilon_t$, ε_t u.i.v $N(0, 1)$

$$\sigma_t^2 = \varpi + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \eta_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{m} \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \gamma\xi_t$$

ξ_t äußere Variable

Y_t ARMAX(m, n, r) + δ σ_t^l l = 1, 2

2.10 ARMA – GARCH

Ein stochastischer Prozess $\{X_t\}$ heißt *ARMA – GARCH* der Ordnungen $(p_1,q_1) – (p_2,q_2)$, wenn folgendes gilt:

(1) $ARMA - GARCH(p_1, q_1)(p_2, q_2): \quad X_t = \nu + \sum_{k=1}^{p_1} \alpha_k X_{t-k} + \sum_{j=0}^{q_1} \beta_j \varepsilon_{t-j}$

(2) mit $\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^{p_2} \alpha_k X_{t-k}^2 + \sum_{k=1}^{q_2} \beta_k \sigma_{t-k}^2$ und

(3) $Var(X_t|F_{t-1}) = \sigma_t^2 \quad \varepsilon_t = \frac{X_t}{\sigma_t}$ u.i.v. (starkes GARCH),

(4) $Var(X_t|F_{t-1}) = \sigma_\epsilon^2$ (semi – starkes GARCH) oder

(5) $P(\varepsilon_t^2 \mid 1, \varepsilon_{t-1,} \varepsilon_{t-2,} ..., \varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, ...) = \sigma_\varepsilon^2$ (schwaches GARCH)

Analog zum Abschnitt über ARMA Prozesse entspricht ein ARMA-GARCH $(p_1,0) – (p_2,q_2)$ einem AR-GARCH $(p_1) – (p_2,q_2)$.

3 Modellauswahlverfahren

In diesem Abschnitt werden verschiedene statistische Verfahren vorgestellt, die zur Auswahl von Modellen bzw. der Modellparameteranzahl verwendet werden können.

Die allgemeine Idee hinter solchen Verfahren ist, eine Funktion zu maximieren bzw. zu minimieren, die die Güte der Modellierung misst und mit einem Strafterm für eine hohe Variablenanzahl kombiniert.

Für AR(p) und MA(q) Modelle gilt, wie bereits oben beschrieben:
AR(p) Modell: $\pi_t = 0 \quad \forall\, t > p$
MA(q) Modell: $\rho_t = 0 \ \forall\, t > q$

Es kann jedoch sinnvoll sein, einen AR(p) Prozess als Modell mit weniger als p Parametern zu modellieren, wenn es Parameter gibt, die einen vernachlässigbar kleinen Beitrag zum Gesamtprozess leisten. Analog gilt dies auch für MA(q) Prozesse. Aus diesem Grund gibt es die folgenden Funktionen, die zur Modellordnungswahl verwendet werden.

3.1 Final Prediction Error

Der *Final Prediction Error* (FPE) ist eine Ein-Schritt-Schätzung der zur Schätzung, der Ordnung von AR(p) Prozessen anwendbar ist.

$$FPE(p) := \frac{N+p}{N-p}\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}(p)$$

$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}$ wird mit Hilfe der Yule – Walker Gleichungen bestimmt.
$\hat{p}$ = arg min FPE(p)
N = Anzahl der Beobachtungen

3.2 Akaike's Informations Kriterium

Das *Akaike's Informations Kriterium* (AIC) ist ein allgemeines Kriterium, um ein Modell für einen kausalen AR(p) Prozess auszuwählen. Es gibt auch eine Variante des AIC zur Schätzung der Ordnungen eines ARMA(p,q) Prozesses.

AIC(p):= -2 log(MLE) + 2 p

$\rightarrow \ \hat{p} = \arg\min_{p} AIC(p)$

AIC(p,q): = -2 log (MLE) + 2 (p+q+1)

$\rightarrow \ (\hat{p}, \hat{q}) = \arg\min_{p,q} AIC(p,q)$

Vorteil: Wenn X_t ein AR(∞) – Prozess ist und kein AR(p) – Prozess für alle endlichen p, dann liefert AIC optimale Ordnungswahlverfahren für

i. Ein-Schritt-Vorhersagen sind im quadratischen Mittel asymptotisch so nahe wie möglich X_{N+1}

ii. Die autoregressive Spektralschätzung ist asymptotisch die beste Approximation der Sprektraldichte.

iii. AIC ist asymptotische effizient, d.h. wenn $\hat{p}$ mit AIC gewählt wurde, dann gilt für $\tilde{p}$, das mit einem anderen Kriterium gewählt wurde:

$$\lim_{N \to \infty} \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2(\tilde{p})}{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2(\hat{p})} \geq 1$$

Nachteil: Das AIC tendiert dazu, die Ordnung eines Modells zu überschätzen

3.3 Bayesian Informations Kriterium

Das <u>*Bayesian's Informations Kriterium*</u> (BIC) ist, wie der FPE und der AIC, ein Kriterium, um die Ordnung eines Modells zu schätzen. Im Vergleich zum AIC tendiert das BIC jedoch nicht dazu, die Ordnung des Modells zu überschätzen. Für einen kausalen invertierbaren ARMA(p,q) ist das BIC wie folgt definiert:

$$BIC(p,q) = (N-p-q) * \ln\left[\frac{N\hat{\sigma}^2}{(N-p-q)}\right] + N(1+\ln\sqrt{2\pi}) + (p+q)\ln\left[\frac{\left(\sum_{i=1}^{N} X_i^2 - N\hat{\sigma}^2\right)}{p+q}\right]$$

$$\rightarrow (\hat{p},\hat{q}) = \arg\min_{p,q} BIC(p,q)$$

wobei $\hat{\sigma}^2$ der Maximum Likelihood Schätzer der Varianz des weißen Rauschens ist.

Der BIC ist eine konsistente Ordnungswahlprozedur in dem Sinne, wenn die Daten $\{X_1, \ldots, X_N\}$ reelle Beobachtungen eines ARMA(p,q) Prozesses sind und wenn $\hat{p}$ und $\hat{q}$ die geschätzten Ordnungen, die durch Minimierung des BIC erreicht wurden. Dann gilt $\hat{p} \rightarrow p$ und $\hat{q} \rightarrow q$ mit Wahrscheinlichkeit 1 für $N \rightarrow \infty$. Dies unterscheidet den BIC von AIC und FPE. Im Gegensatz zu den beiden anderen ist der BIC nicht asymptotisch effizient.

Für die Wahl der entsprechenden Modelle werde ich im Folgenden das AIC – Kriterium verwenden.

4 Analyse der Innovationen

Die oben beschriebenen Modelle gehen alle davon aus, dass die realen Daten sich von den berechneten Werten nur um eine Realisierung des Prozesses $\{\varepsilon_t\}$ (weißes Rauschen) unterscheiden. Deshalb ist es wichtig zu überprüfen, ob die Innovationen, d.h. die Differenz zwischen Modell und realen Daten, normalverteilt sind. Ist dies nicht der Fall, so muss ein anderes Modell gewählt werden oder der Quasi – Maximum – Likelihood Schätzer verwendet werden.

Angenommen $\{X_t\}$ ist ein ARMA(p,q) Prozess, dann erfüllen die wahren Innovationen ε_t folgende Gleichung:

$$\varepsilon_t(p,q) = X_t - \sum_{k=1}^{p} \alpha_k X_{t-k} - \sum_{k=0}^{q} \Theta_k e_{t-k} \qquad \text{mit } e_t = \text{beobachtete Innovationen}$$

Im Vergleich dazu müssen die empirisch bestimmten Innovationen, also die Innovationen des Modells, folgende Gleichung erfüllen:

$$e_t(p,q) = X_t - \sum_{k=1}^{p} \hat{\alpha}_k X_{t-k} - \sum_{k=0}^{q} \hat{\Theta}_k e_{t-k}(p,q) \quad t = 1, ..., N$$

wobei $X_t = e_t = 0$ für $t \le 0$

Im Gegensatz zu den ε_t’s sind die e_t’s kein weißes Rauschen. Sie sollen sich jedoch asymptotisch entsprechend verhalten.

4.1 Kolmogorov – Smirnov – Test

Mit dem Kolmogorov – Smirnov – Test wird überprüft, ob eine Stichprobe aus einer unterstellten theoretischen Verteilung stammt, d.h. durch ein bestimmtes Verteilungsmodell angepasst werden kann.

Hypotheses: $H_0: F_X(x) = F_0(x)$ $H_1: F_X(x) \neq F_0(x)$

Mit: $F_0(x)$ die vollspezifizierte Verteilung einer stetigen Zufallsvariable.

Wendet man den Test auf eine diskrete und / oder teilspezifizierte Verteilung unter H_0 an, so ist der Test konservativ, d.h. das Signifikanzniveau ist kleiner als α.

Der Test umfasst die folgenden Schritte:

1. Man ordnet die Werte der Stichprobenrealisation x_i, i= 1, ..., n entsprechend ihrer Größe $x_{<1>} \leq x_{<2>} \leq ... \leq x_{<n>}$

2. Man bestimmt die empirische Verteilungsfunktion $F_n(x)$:
$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < x_{<1>} \\ i/n & \text{für } x_{<i>} \leq x < x_{<i+1>};\ i = 1,2,...,n-1 \\ 1 & \text{für } x \geq x_{<n>} \end{cases}$$

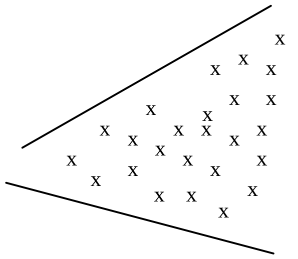
3. Die Prüfgröße des Tests ist
$$D_n := \max_{i=1,\dots,n} \left\{ \left| F_n(x_{<i>}) - F_0(x_{<i>}) \right|; \quad \left| F_n(x_{<i-1>}) - F_0(x_{<i-1>}) \right| \right\}$$
mit $F_n(x_{<0>}) := 0$

4. Man lehnt H_0 auf dem Signifikanzniveau α ab, wenn
$$D_n > \Delta_{n;1-\alpha/2}$$

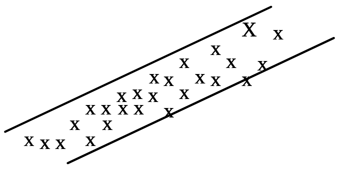
4.2 Visuelles Verfahren zur Überprüfung des Verhaltens empirisch bestimmter Innovationen

Trägt man die $e_t(p,q)$'s gegen die Zeit ab, so sollten sie unkorreliert mit Erwartungswert 0 und Varianz σ^2 sein. Sehen sie nicht so aus, kann man an Hand der Struktur der e_t's auf die Veränderungen im Modell schließen. Die unten aufgeführten Strukturen legen folgende Modelländerungen nahe:

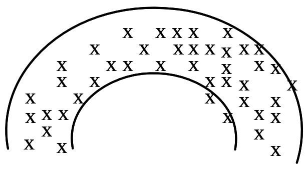
- Enthalten die Daten eine zeitabhängige Varianz, sollte diese entfernt werden und ein Modell zu den veränderten Daten modelliert werden. Ein solcher Schritt wird durch folgende Struktur der Innovationen impliziert:



- Enthalten die Daten einen Trend, so muss dieser in einem neuen Modell integriert werden. Auf einen Trend kann man durch folgendes Verhalten der Innovationen schließen:



- Ein quadratischer Term muss in das Modell implementiert werden, wenn die Innovationen folgende Form aufweisen:



5 Anwendung der Indikatoren auf eine echte Finanzzeitreihe

<u>Bemerkung:</u>

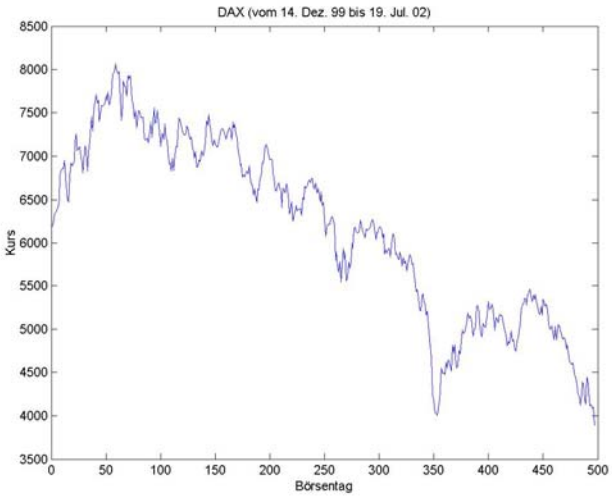
Dem Modell, und allen Modellen im Anhang liegen folgende Formeln zu Grunde:

$$y_t = C + \sum_{i=1}^{p_1} \alpha_i X_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^{q_1} \beta_j \varepsilon_{t-j} + \sum_{k=1}^{Nx} \gamma_k M(t,k)$$

$$\sigma_t^2 = K + \sum_{i=1}^{p_2} \tilde{\beta}_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q_2} \tilde{\alpha}_j \varepsilon_{t-j}^2$$

5.1 *Die zu untersuchende echte Finanzzeitreihe*

Ich werde im Folgenden die unten abgebildete DAX Zeitreihe vom 14. Dez. 1999 bis zum 19. Juli 2002 untersuchen.



(Quelle: Dresdner Bank AG)

Nach dem AIC Kriterium wird ein ARMA - GARCH Modell (2,2) – (1,1) mit folgenden Parametern gewählt:

$$X_t = -3{,}0728 * 10^{-5} + 1{,}4123 * X_{t-1} - 0{,}4378 * X_{t-2} - 1{,}4635 * \varepsilon_{t-1} + 0{,}4637 * \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

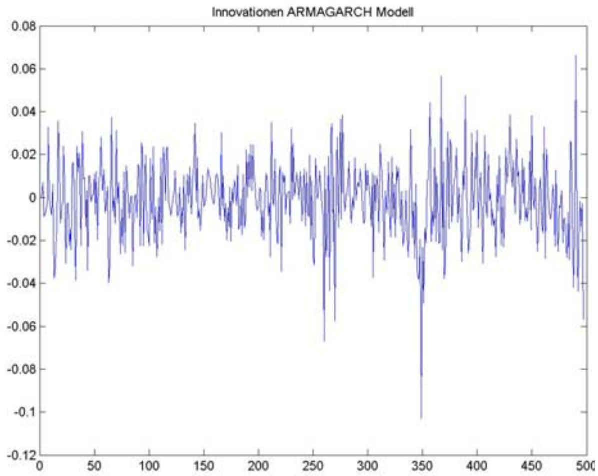
mit $\sigma_t^2 = 2{,}1576 * 10^{-5} + 0{,}8432 * \sigma_{t-1}^2 + 0{,}0958 * \varepsilon_{t-1}$

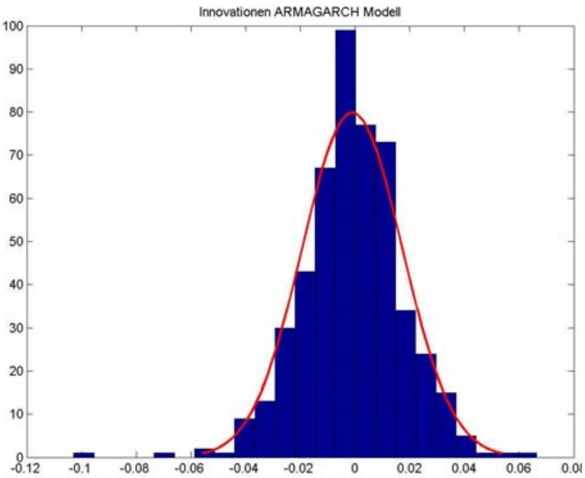
Folgende Werte für die Modellauswahl wurden für dieses Modell bestimmt:
AIC = $6{,}0666 * 10^3$
FPE = 110,0772

Die Modellparameter wurden mit dem Quasi – Maximum – Likelihood Schätzer bestimmt.

Die Auswertungen der anderen Modelltypen befinden sich im Anhang.

Zur Analyse der Innovationen dieses Modells werden folgende Grafiken herangezogen:





Wie aus dem Histogramm ersichtlich ist, sind die Innovationen dieses Modells nicht normalverteilt. Dies muss bei der anschließenden Simulation berücksichtigt werden. Ziel der Simulation muss es sein, eine Zeitreihe zu simulieren, deren Innovationen ebenso verteilt sind wie die der Originalzeitreihe.

5.2 Qualitative Bewertung der Indikatoren / Handelsstrategien

Im Folgenden werden verschiedene Ansätze zur Bewertung von Indikatoren bzw. der ihnen zugrunde liegenden Handelsstrategien erörtert:

Dazu werden die einzelnen Indikatoren in den verschiedenen Marktphasen hinsichtlich des Gewinns und des Risikos der Handelsstrategie untersucht.

Basierend auf den Kursdaten und den einzelnen Handelsstrategien werden jeweils Gewinn-/Verlustprozesse errechnet und zur Risikoanalyse der Strategie verwendet.

5.2.1 Profit der Strategie

Als *Profit* einer Strategie wird der Gewinn / Verlust dieser Handelsstrategie über einen bestimmten Zeitraum τ bezeichnet.

$$P_{t\tau} = W_t - W_{t-\tau}$$

Mit W_t: Wert eines Portfolios zum Zeitpunkt t.

Die Folge der kumulierten Gewinne / Verluste wird als *P&L – Prozess* bezeichnet.

5.3 Anwendung der Indikatoren auf die Daten

Im Folgenden sind die verschiedenen Indikatoren für die DAX – Zeitreihe berechnet. Des Weiteren wurden die durch die Indikatoren generierten Handelssignale entsprechend der Handelsstrategien in einen P&L – Prozess umgesetzt.

Die verwendeten Indikatorparameter sind die in der Literatur empfohlenen Einstellungen.

<u>Bemerkung zu den verschiedenen P&L Prozessen:</u>

Zu Beginn der Zeitreihe ist mit vermehrten Fehlsignalen zu rechnen, da den einzelnen Indikatoren keine ausreichend lange Datenhistorie zur Verfügung steht.

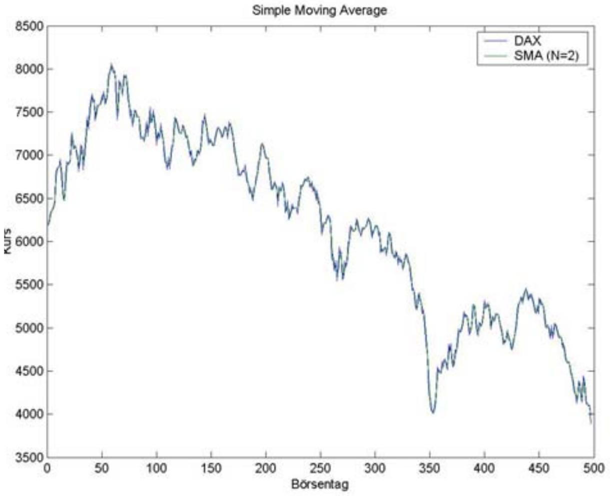
Trades_*name*
: gibt jeweils die Anzahl der Positionsänderungen im Laufe der take – out Strategie (siehe unten) an.

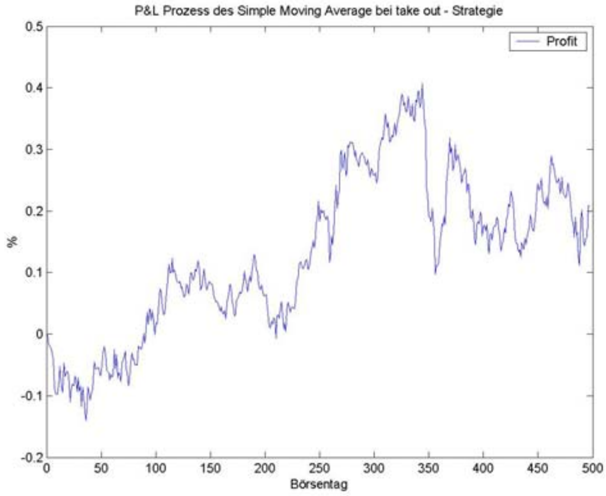
Mean_MeanVar_*name*
: gibt das Verhältnis E(Veränderung des P&L Prozesses)/Varianz der Veränderungen des P&L Prozesses an.

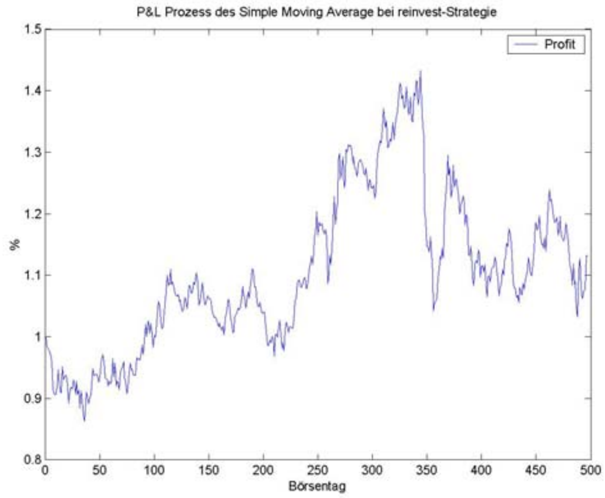
Die verwendeten Filter wurden jeweils auf Null gesetzt.

Die P&L_take_out Strategie führt die täglichen Gewinne und Verluste der Position ab und kumuliert sie auf einem separaten unverzinsten Konto, dies stellt den P&L Prozess da. Im Gegensatz dazu stellt die P&L_reinvest_Strategie die aktuellen schwebenden Gewinne in der Position dar. Gewinne und Verluste werden nicht abgeführt sondern sofort wieder reinvestiert.

5.3.1 Simple Moving Average

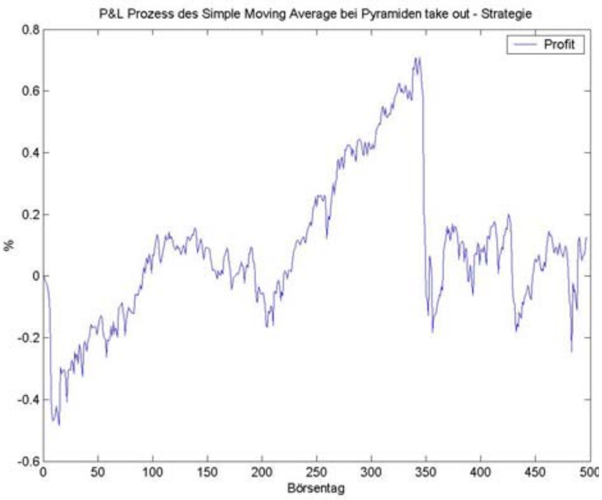


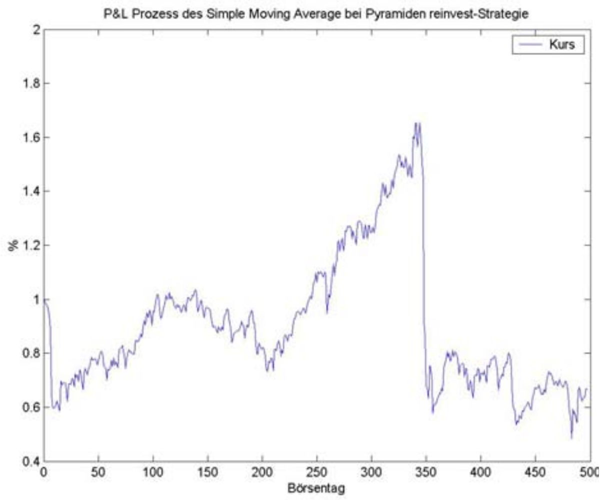




Auswertung take out Strategie:

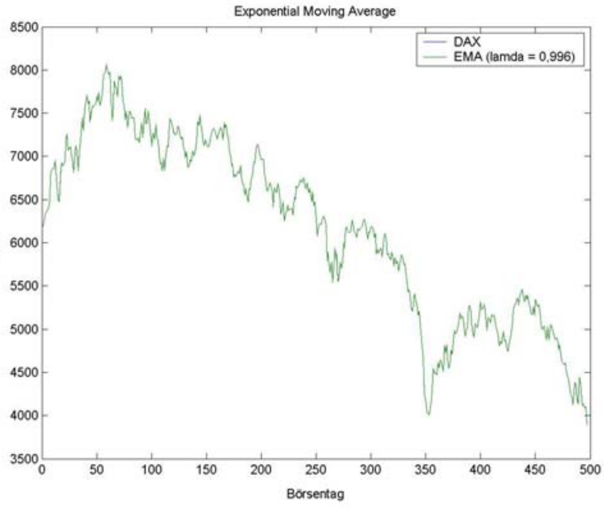
Trades_sma = 254   Mean_MeanVar_sma = 0,3710

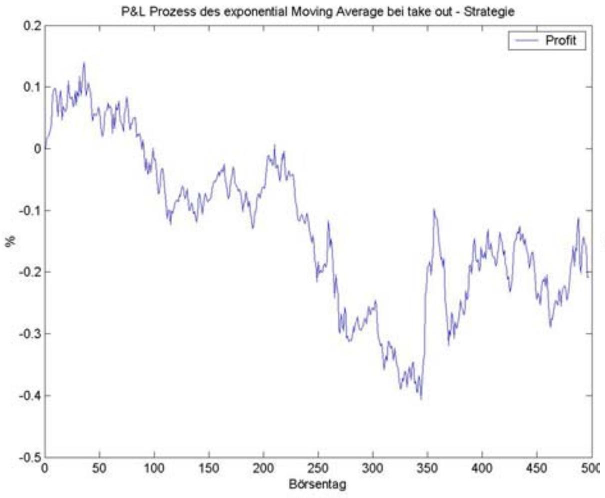


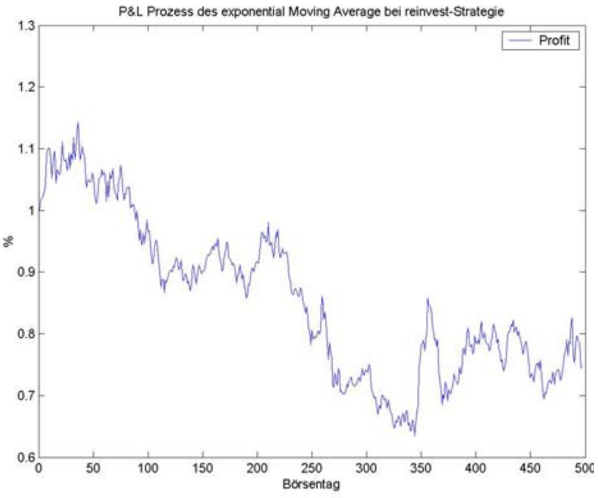


Die beobachtete, auf dem Simple Moving Average basierende Handelsstrategie zeigt, das sie nach einigen Anlaufschwierigkeiten in der Lage ist, in dem zugrunde liegenden Trendmarkt Profite zu erzielen. In einer Seitwärtsbewegung, wie sie zwischen den Datenpunkten ca.75 – ca.160 gegeben ist, werden von diesem Indikator sehr viele Fehlsignale geliefert, so dass der P&L Prozess ebenfalls eine Seitwärtsbewegung vollzieht.

5.3.2 Exponential Moving Average

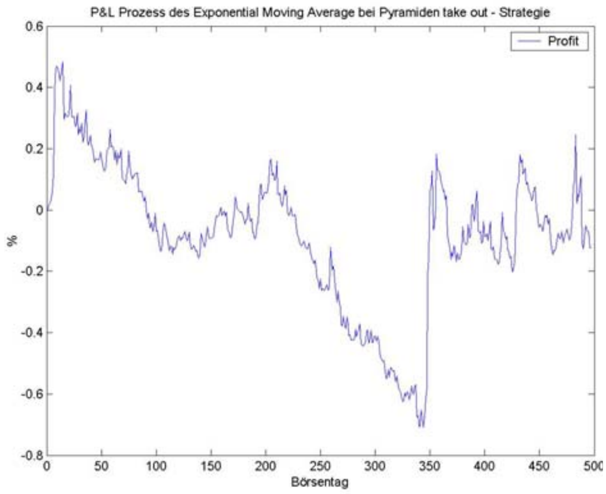


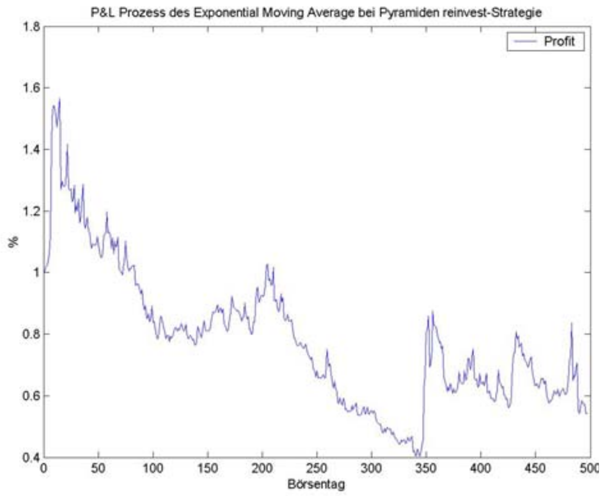




Auswertung take out Strategie:

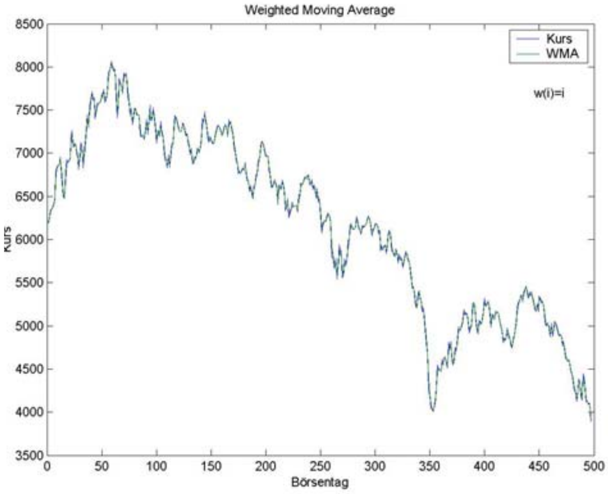
Trades_ema = 468   Mean_MeanVar_ema = 0,2426

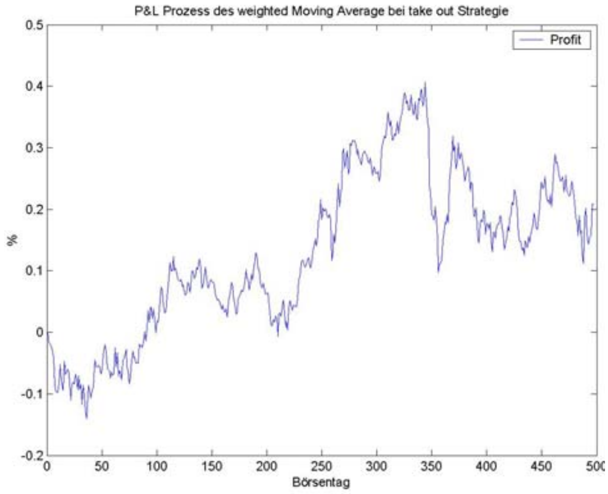


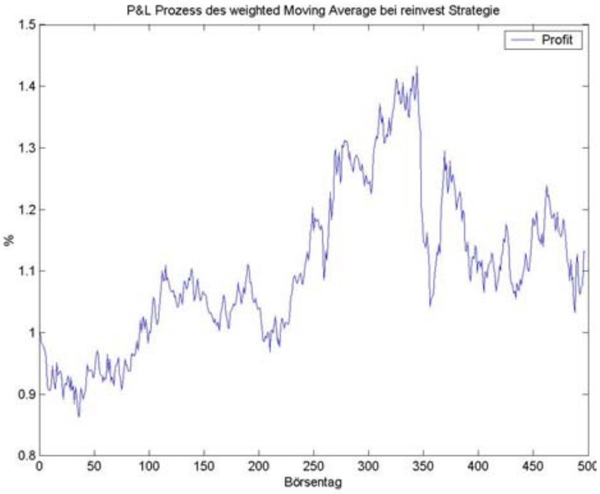


Die auf dem Exponential Moving Average basierende Handelsstrategie ist für die zugrunde liegende Zeitreihe nicht sehr Erfolg versprechend. Trotz klarer Trends werden Verluste produziert. Dies gilt sowohl für die take – out Strategie als auch für die Pyramidenstrategie.

5.3.3 Weighted Moving Average

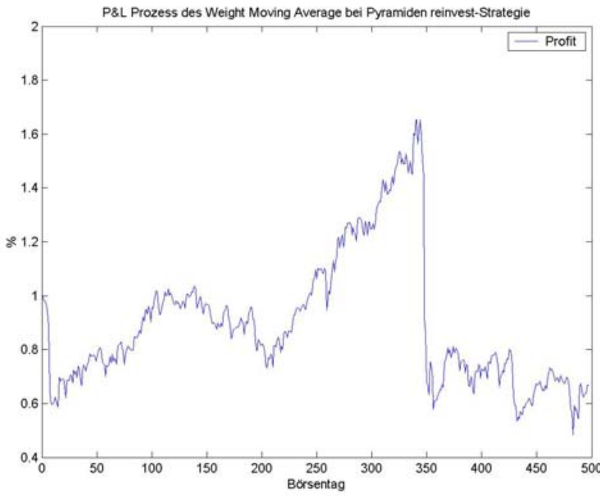


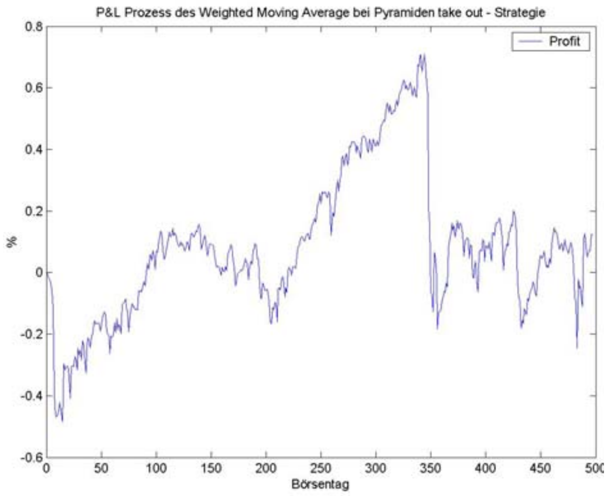




Auswertung take out Strategie:

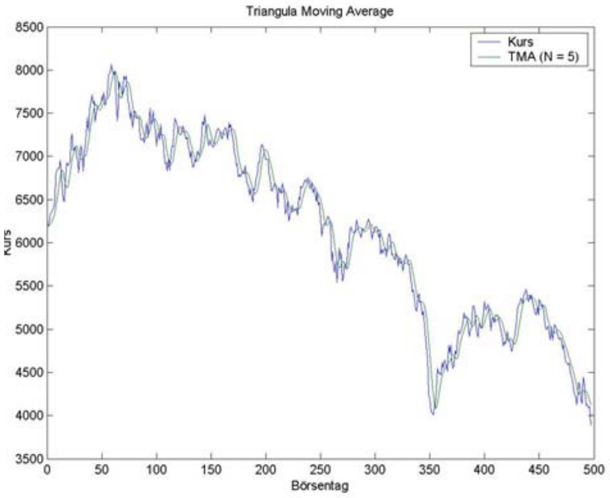
Trades_wma = 254   Mean_MeanVar_wma = 0,3710

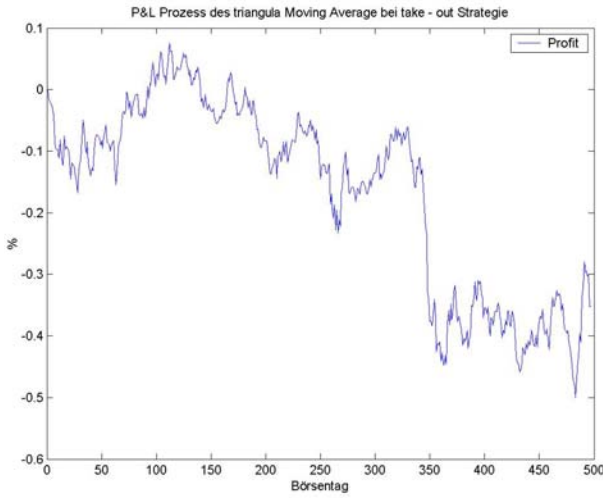


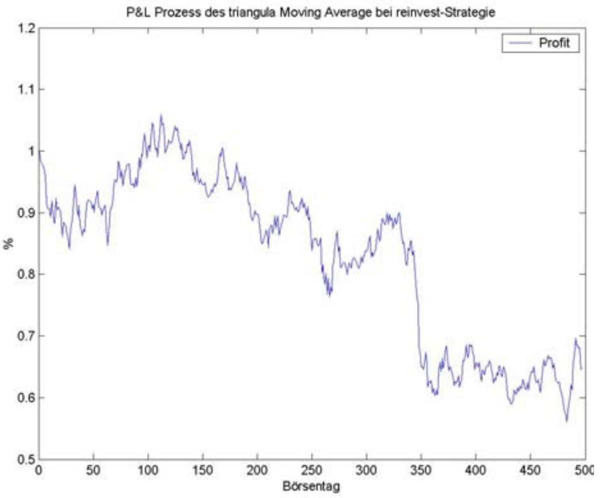


Die auf dem Weighted Moving Average basierende Handelsstrategie ist in der Lage den vorherrschenden Trend zu nutzen und Gewinne zu erwirtschaften. In den kurzen Seitwärtsbewegungen des Marktes werden von diesem Indikator viele Fehlsignale produziert. Wie zu erwarten, verhalten sich die take – out Strategie und die Pyramidenstrategie ähnlich, wobei die Pyramidenstrategie konsequenter Weise stärkere Ausschläge zeigt.

5.3.4 Triangular Moving Average

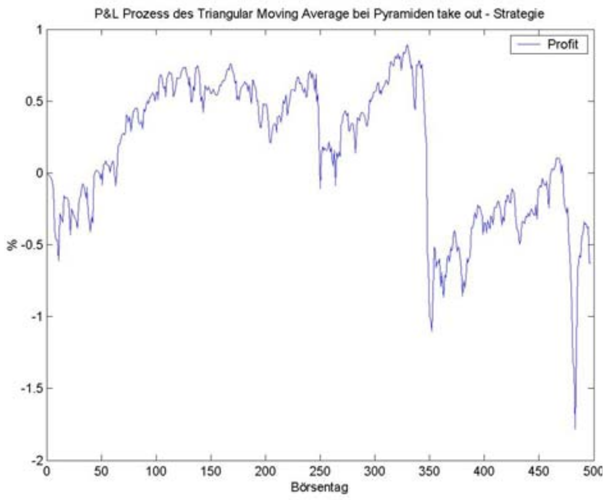


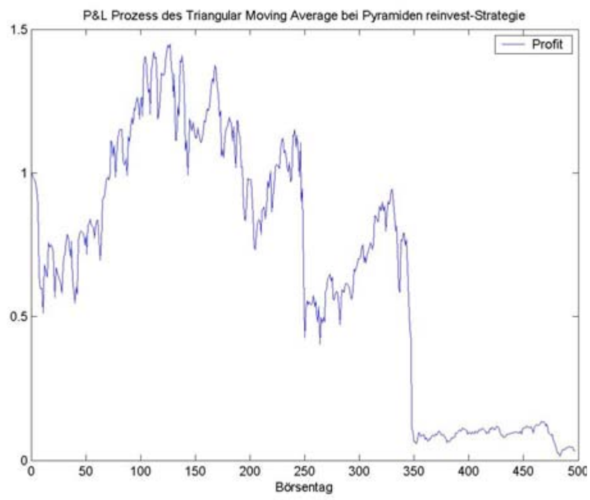




Auswertung take out Strategie:

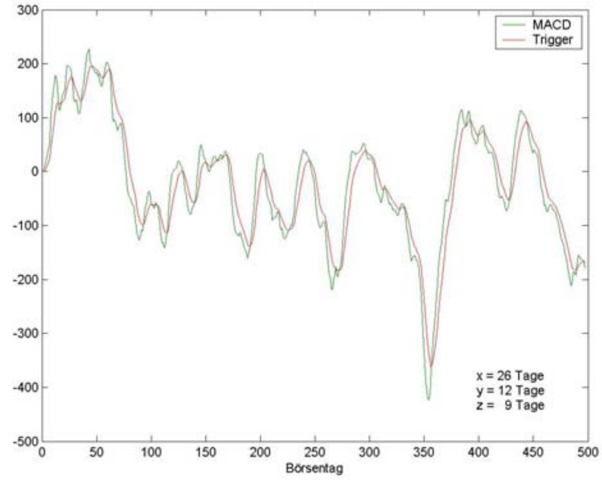
Trades_tma = 106   Mean_MeanVar_tma = -0,5963

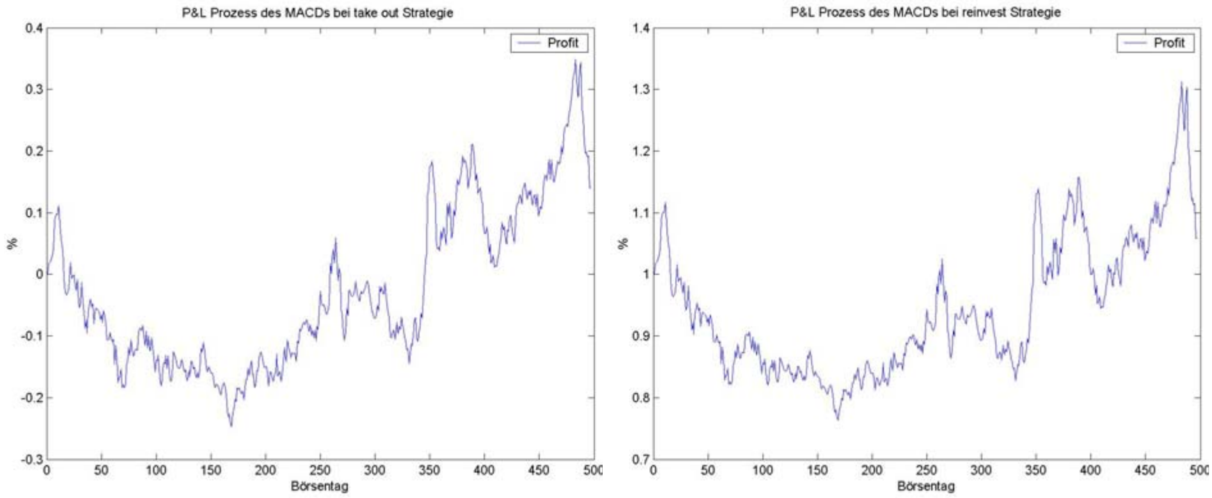




Die auf dem Triangular Moving Average basierenden Handelsstrategien sind nicht in der Lage die vorherrschenden Trends in Gewinne umzusetzen, sondern produzieren einen P&L Prozess, der in einer Treppenbewegung abwärts verläuft.

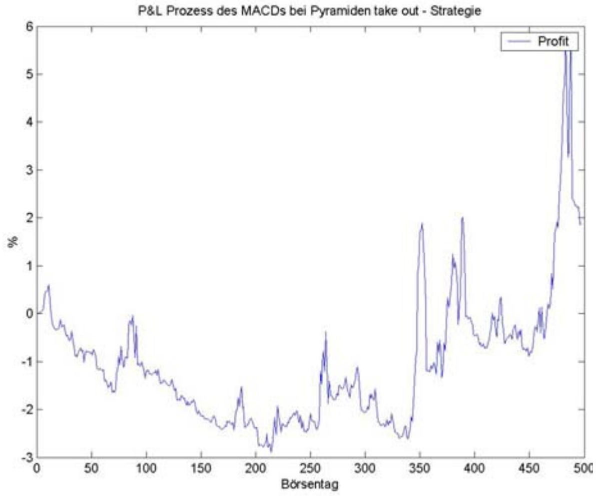
5.3.5 MACD

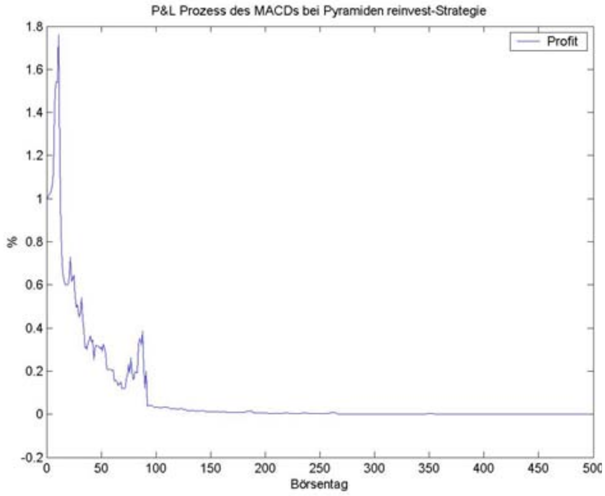




Auswertung take out Strategie:

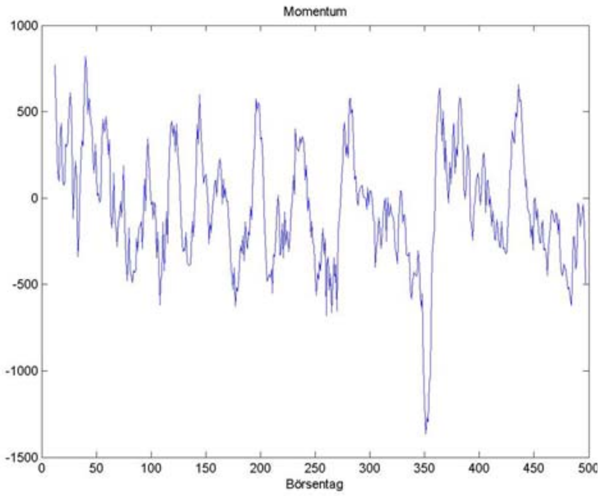
Trades_macd = 40   Mean_MeanVar_macd = 0,361

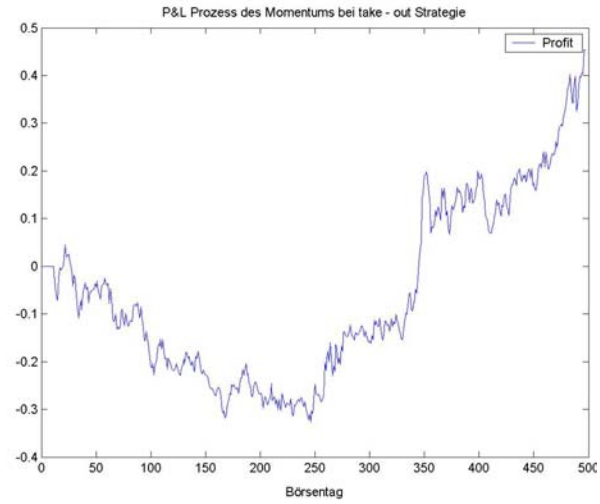


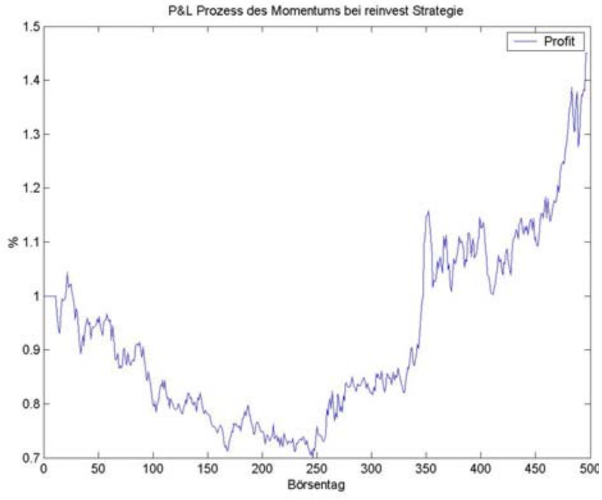


Eine auf dem MACD basierende Handelsstrategie ist nicht in der Lage die vorherrschenden Trends permanent in Gewinne umzuwandeln. Erst mit einer Verstärkung des Abwärtstrends ist der Indikator in der Lage, einen Aufwärtstrend in dem P&L Prozess zu beginnen. Auffällig sind die extremen Schwankungen in den P&L Prozessen der take – out Strategie und der Pyramidenstrategie.

5.3.6 Momentum

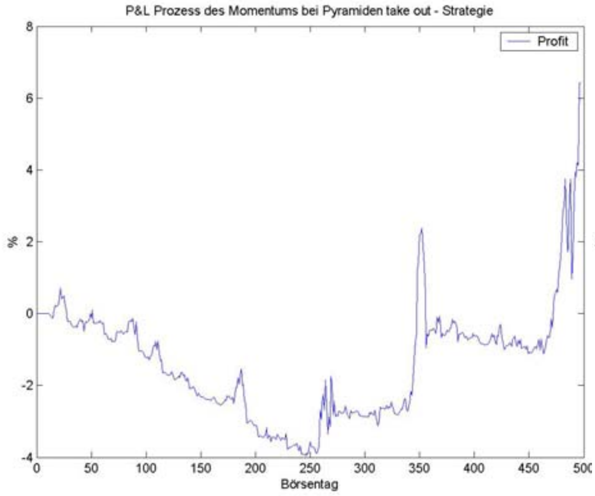


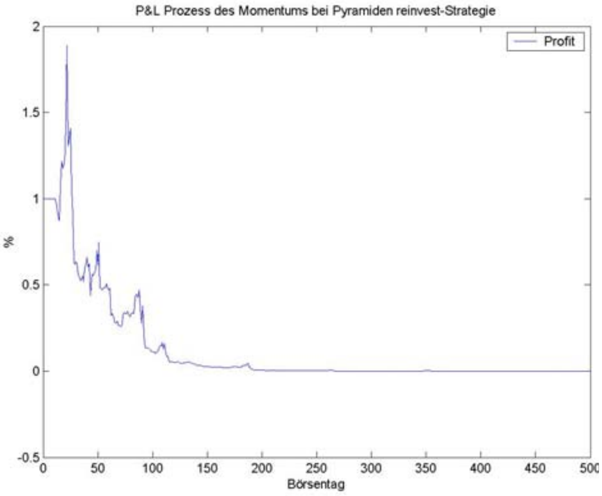




Auswertung take out Strategie:

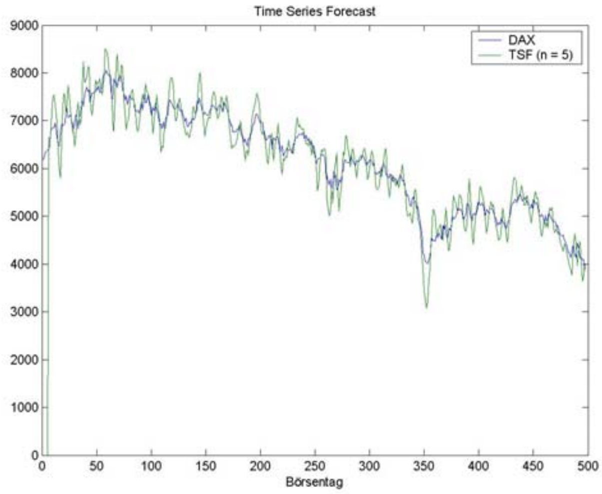
Trades_momentum = 62   Mean_MeanVar_momentum = 0.8796

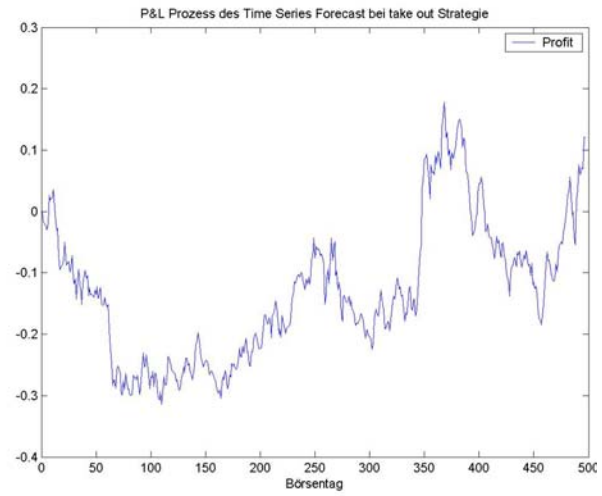


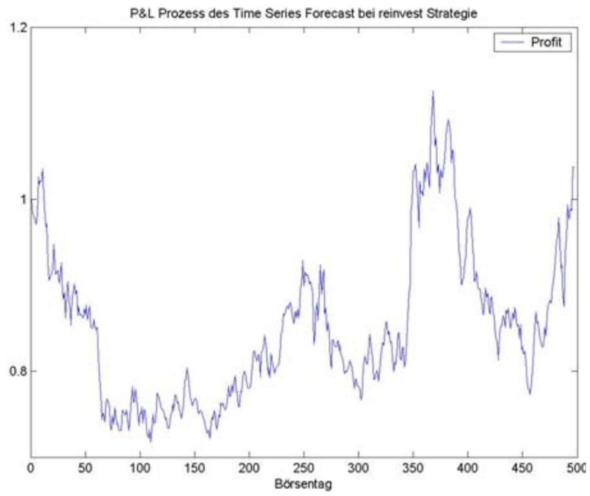


Der Momentum Indikator ist ähnlich wie der MACD erst in der Lage kontinuierlich Gewinne zu produzieren, nachdem sich der Abwärtstrend in der Zeitreihe verstärkt hat. Vorher werden vorwiegend Verluste produziert. Dies ist bemerkenswert, da das Momentum eigentlich vor allem in Seitwärtsbewegungen verwertbare Handelssignale generieren sollte.

5.3.7 Time Series Forecast

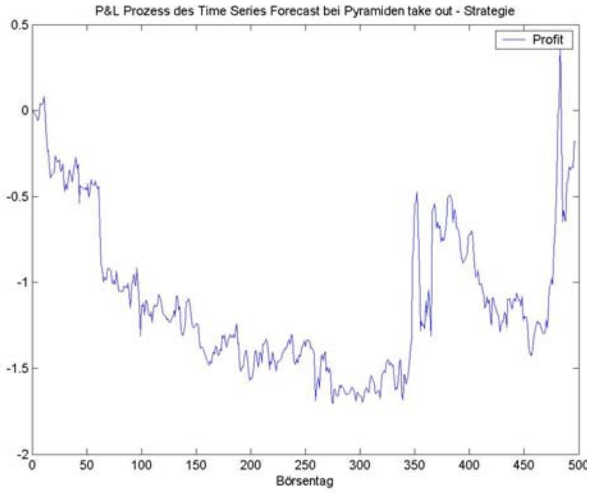


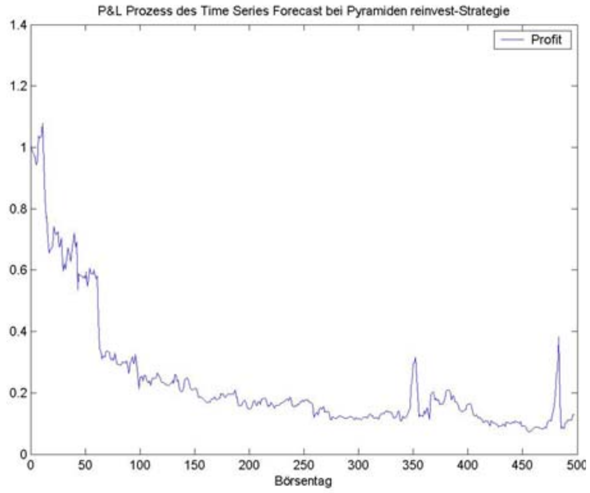




Auswertung take out Strategie:

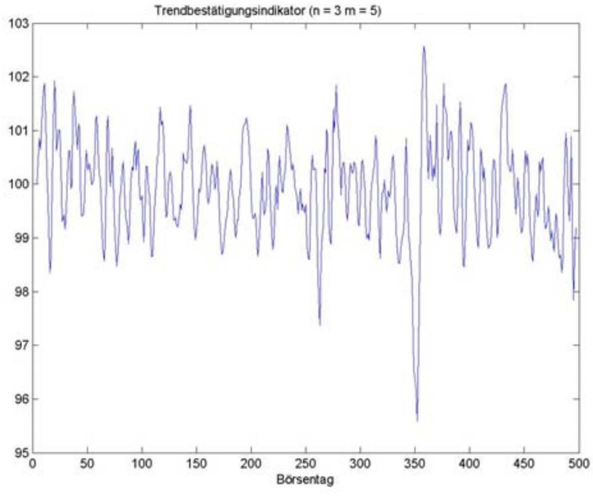
Trades_tsf = 64   Mean_MeanVar_tsf = -1,0050

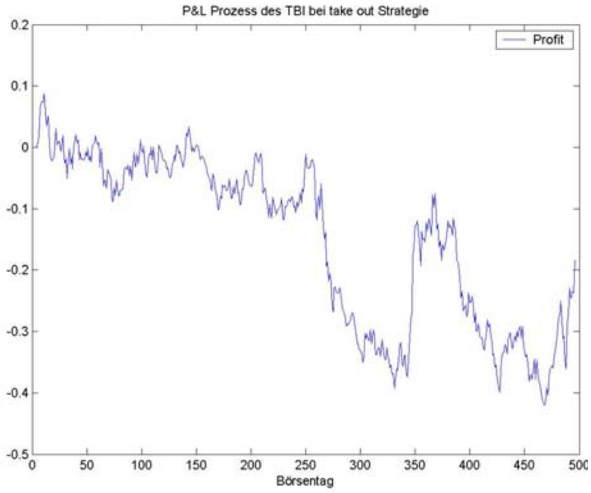


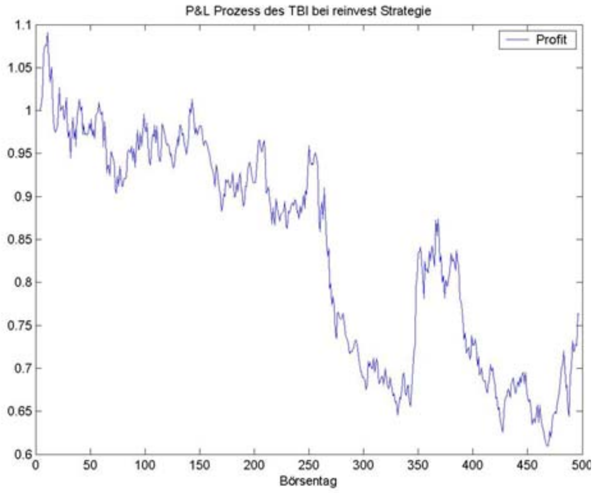


Eine auf dem Time Series Forecast basierende Handelsstrategie ist für sich alleine auf der zugrunde liegenden Zeitreihe betrachtet, ebenfalls keine empfehlenswerte. Da es mehrere Phasen mit,. Teilweise erheblichen Verlusten im Verlaufe dieser Zeitreihe gibt.

5.3.8 Trendbestätigungsindikator

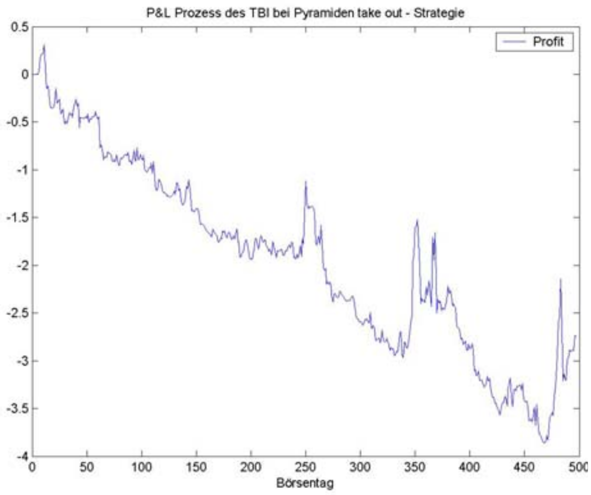


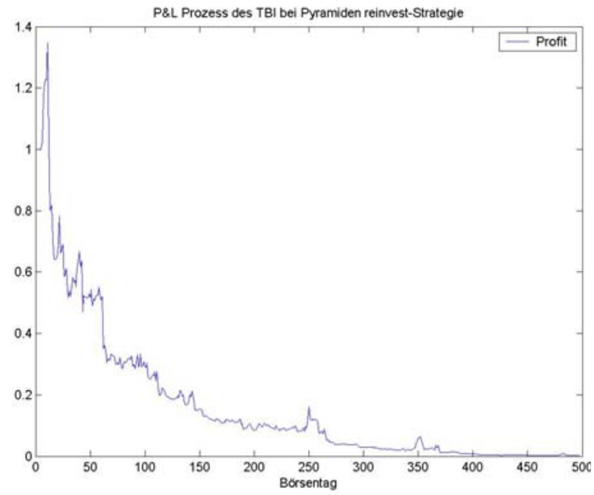




Auswertung take out Strategie:

Trades_tsf = 90   Mean_MeanVar_tsf = -0,3464





Der TBI ist nicht in der Lage dauerhaft sinnvolle Handelssignale zu generieren. Der P&L Prozess bewegt sich in einer Treppenbewegung nach unten.

5.3.9 Auswertungsfazit

Allgemein lässt sich zu allen Indikatoren sagen, dass eine Reinvestment – Strategie nur bis zu einem gewissen Grad empfehlenswert ist, da die Verluste, wenn sie denn auftreten, nach einiger Zeit sehr groß werden. Dies entspricht auch den Erfahrungen der Händler denen ich Teile meiner Arbeit vorgestellt habe.

Die Pyramidenstrategie ist ebenfalls kritisch zu betrachten. Folgen von Fehlsignalen wirken sich eben so wie Folgen von richtigen Signalen extrem auf den P&L – Prozess aus. Eine objektive Bewertung mit Hilfe des eingesetzten Kapitals ist nur schwer möglich, da die Menge des eingesetzten Kapitals sehr starken Schwankungen unterliegt.

Die meisten Indikatoren sind, zumindest für die zugrunde liegende Zeitreihe, nicht in der Lage, dauerhaft gewinnbringende Handelssignale zu generieren. Da einige Indikatoren jedoch in der Lage waren in bestimmten Abschnitten der Zeitreihe sinnvolle Handelssignale zu generieren, stellt sich die Frage, ob es nicht möglich ist, die verschiedenen Indikatoren derart zu kombinieren, dass Phasen mit sinnvollen Handelssignalen erkannt werden und Phasen mit Fehlsignalen ignoriert werden?

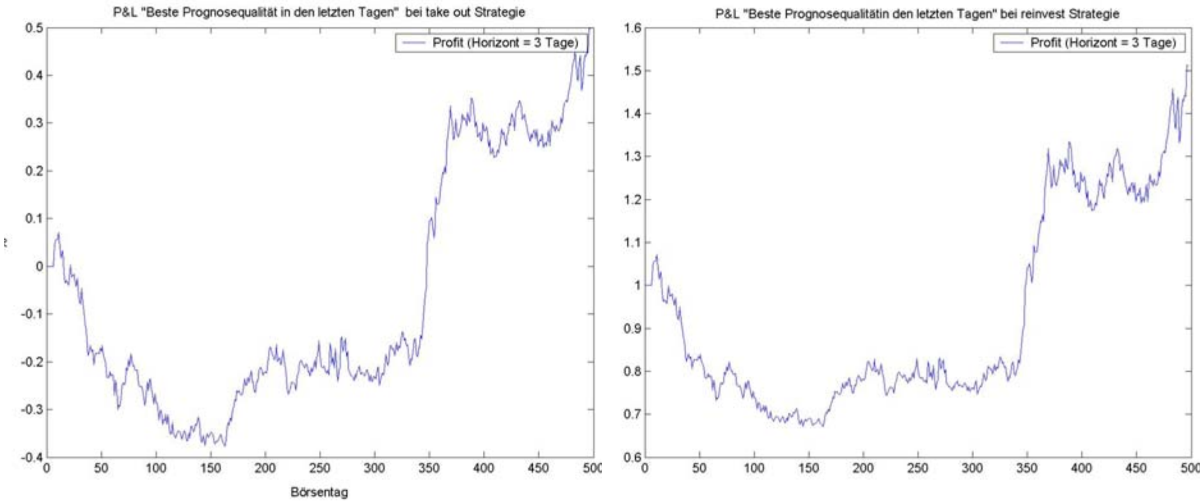
6 Auswahlverfahren

6.1 Kombinationen der verschiedenen Handelsstrategien

6.1.1 Beste Prognosequalität in den letzten Handelstagen

Ziel ist es, für den nächsten Handelstag die Position einzugehen, welche durch die Handelsstrategie, die in den letzten x Handelstagen (Horizont) die meisten richtigen Richtungsvorhersagen geliefert hat, propagiert wird.

Wird dieses Auswahlverfahren angewendet, erhält man eine Strategie, die folgenden P&L Prozess liefert (Kursdatenbasis: DAX – Zeitreihe von oben).

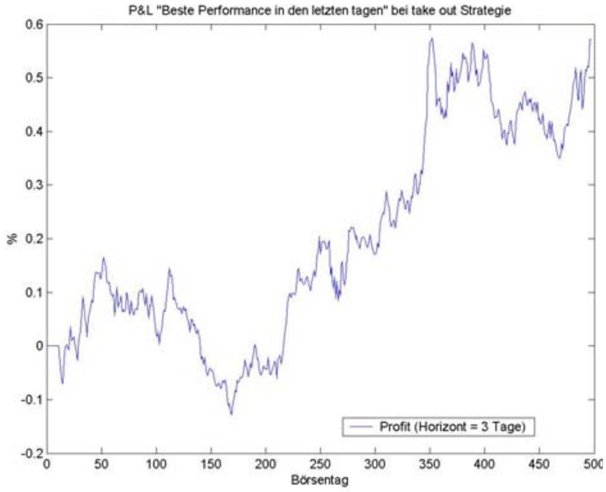


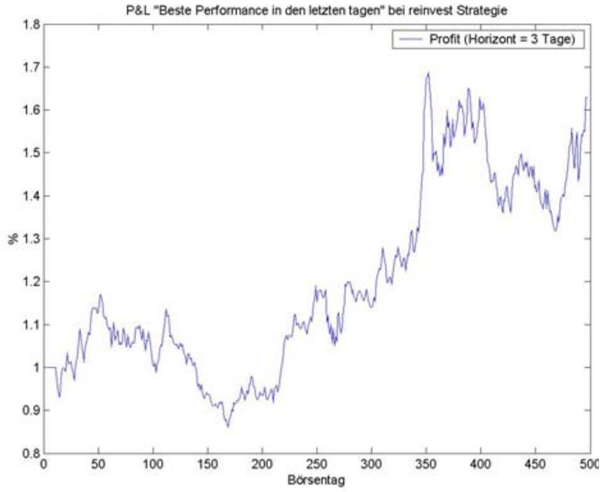
Optimiert wurde hierbei über die Anzahl der betrachteten historischen Daten.
Als optimaler Look – back – Zeitraum hat sich in diesem Fall ein Betrachtungszeitraum von 3 Tagen ergeben. Als Optimierungskriterium wurde der Wert des P&L Prozesses am Ende des Beobachtungszeitraums gewählt.

Dieses Verfahren benötigt eine sehr lange Einlaufzeit bevor sich ein Aufwärtstrend im P&L Prozess etabliert.

6.1.2 Beste Performance in den letzten Handelstagen

Ziel ist es, für den nächsten Handelstag die Position einzugehen, welche durch die Handelsstrategie, die in den letzten x Handelstagen (Horizont) am profitabelsten gewesen ist, propagiert wird.
Wird dieses Auswahlverfahren angewendet erhält man eine Strategie die folgenden P&L Prozess generiert. (Kursdatenbasis: DAX – Zeitreihe von oben)



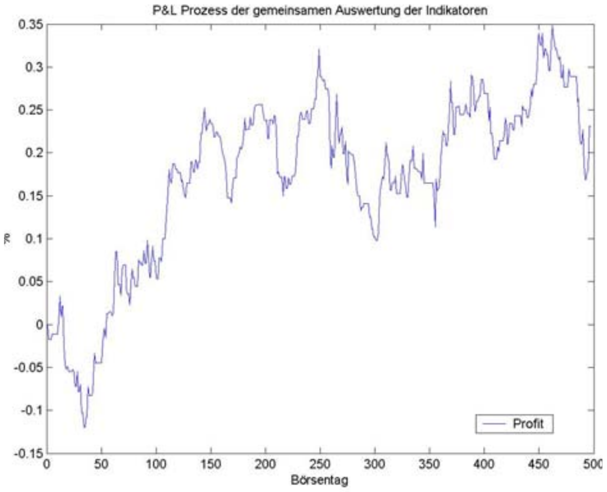


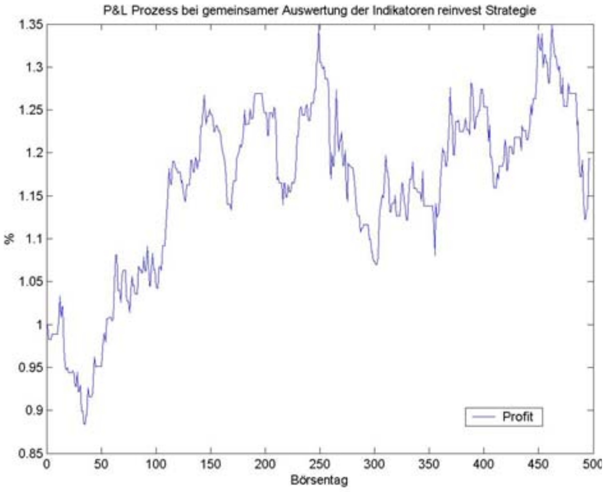
Optimiert wurde hierbei über die Anzahl der betrachteten historischen Daten.
Als optimaler Look-Back – Zeitraum hat sich in diesem Fall ein Betrachtungszeitraum von 3 Tagen ergeben. Als Optimierungskriterium wurde der Wert des P&L – Prozesses am Ende des Betrachtungszeitraums gewählt.

Dieses Verfahren kann deutlich früher als das vorher beschriebene Verfahren einen Aufwärtstrend im P&L Prozess etablieren.

6.1.3 Gemeinsames Auswerten ausgewählter Indikatoren

Ziel ist es, eine Position immer dann einzugehen, wenn eine bestimmte Anzahl von Indikatoren das gleiche Handelssignal geben. Es werden alle Indikatoren, die oben bereits einzeln bezüglich ihrer Profitabilität betrachtet wurden, herangezogen. Wird dies angewendet so erhält man folgenden P&L – Prozess. (Kursdatenbasis: DAX – Zeitreihe von oben)



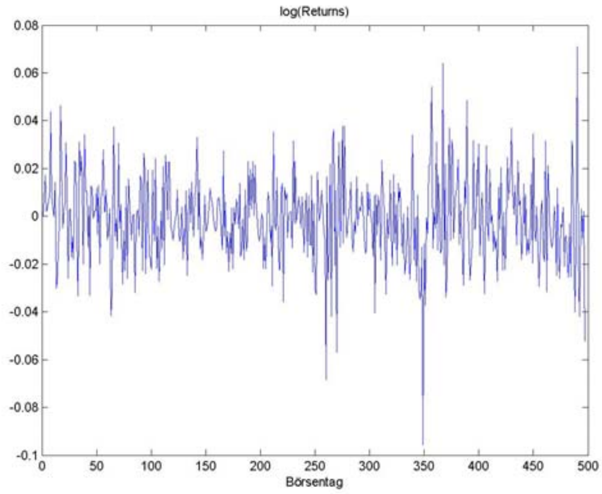


Dieser Ansatz verkürzt die Einlaufphase, wie sie bereits bei den beiden vorangegangenen Ansätzen zu beobachten war, weiter. Auffällig sind jedoch ebenfalls die sehr starken Ausschläge im P&L - Prozess.

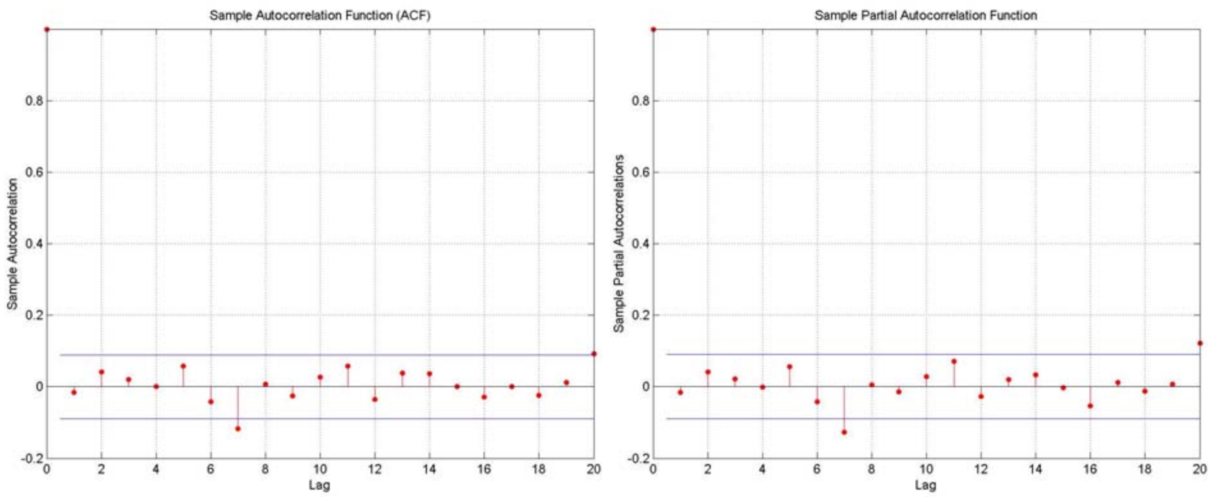
7 Simulation von Finanzzeitreihen

7.1 Modell I

Im folgenden Abschnitt wird ein Modell für die log(Returns) der DAX-Zeitreihe modelliert. Als Auswahlkriterium wird AIC verwendet.



Für die Autocorrelation Funktion und die partial Autocorrelation ergeben sich für diese Returns folgende Diagramme.



Man erhält als Modell mit minimalem AIC ein ARMA(2,2) – GARCH(1,1) Modell mit folgenden Parametern.

$$X_t = -3{,}0728 * 10^{-5} + 1{,}4123 * X_{t-1} - 0{,}4378 * X_{t-2} - 1{,}4635 * \varepsilon_{t-1} + 0{,}4637 * \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

mit $\sigma_t^2 = 2{,}1576 * 10^{-5} + 0{,}8432 * \sigma_{t-1}^2 + 0{,}0958 * \varepsilon_{t-1}$

Die Modellparameter wurden mit dem Quasi – Maximum – Likelihood Schätzer bestimmt.

Bemerkung:

Das Korrelogramm hätte auch auf ein GARCH(1,1) schließen lassen, möglicherweise wurde hierbei durch das AIC die Ordnung des Modells überschätzt. Im Folgenden werde ich jedoch weiter von einem ARMA(2,2) – GARCH(1,1) Modell ausgehen.

Überprüfung der Stationaritätsbedingung:

Behauptung: Der AR – Anteil des ARMA-GARCH Prozess ist stationär.

zu zeigen: $A(z) = 1 - \alpha_1 z - \alpha_2 z^2 = 0$, mit $|z| \leq 1$
mit $\alpha_1 = 1{,}4123$ und $\alpha_2 = -0{,}4378$

$$z_{1;2} = \frac{1{,}4123}{2 * 0{,}4378} \pm \sqrt{\left(\frac{1{,}4123}{2 * 0{,}4378}\right)^2 - \frac{1}{0{,}4378}}$$

$$z_1 = 2{,}18$$

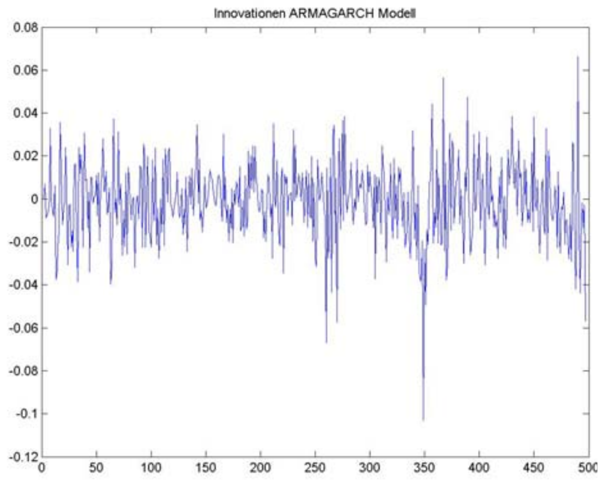
$$z_2 = 1{,}05$$

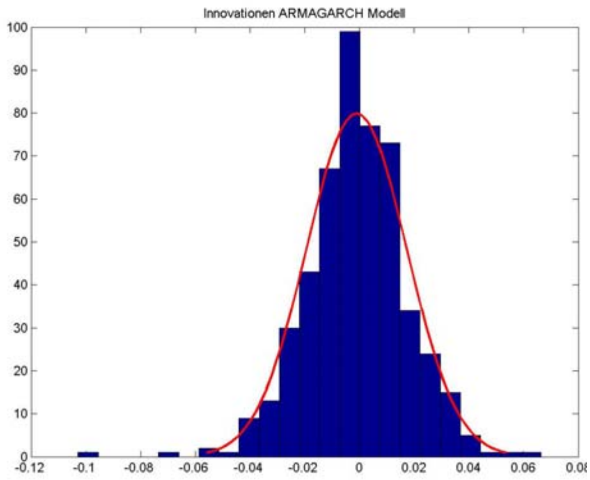
Damit ist die Behauptung widerlegt.

Die minimalen Modellparameter der anderen Modelltypen sind im Anhang zu finden.

7.1.1 Analyse der Innovationen des Modells

Für die Residuen dieses Modells ergeben sich folgende Graphen:





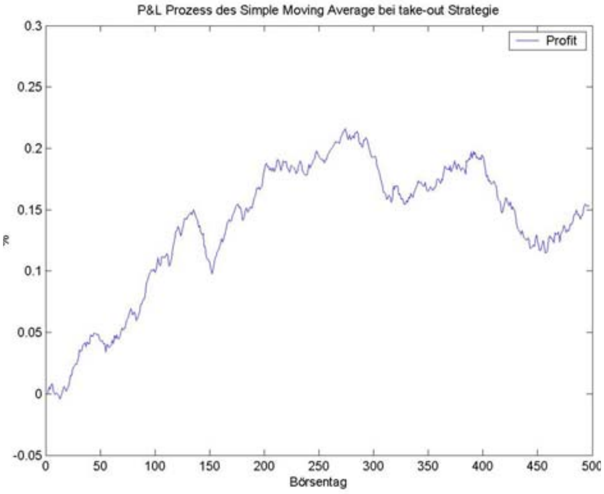
Wie aus dem Histogramm zu erkennen ist, sind die Innovationen dieses Modells nicht normalverteilt. Dies muss bei der anschließenden Simulation berücksichtigt werden. Ziel der Simulation muss es sein, eine Zeitreihe zu simulieren, deren Innovationen genauso verteilt sind wie die der Originalzeitreihe. Dies wird durch Ziehen mit Zurücklegen aus der Menge der beobachteten Innovationen umgesetzt.

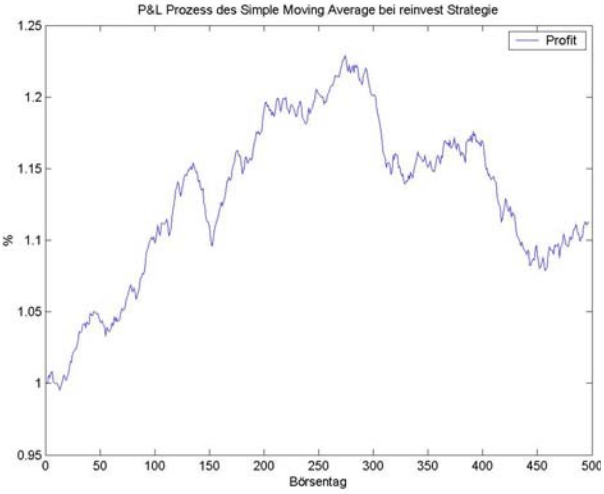
7.2 Simulation einer Zeitreihe und Auswertung der Indikatoren für diese Zeitreihe

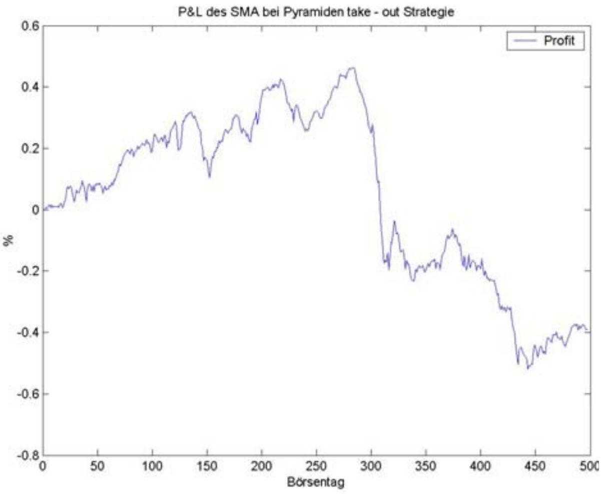
Es wurden 30 Zeitreihen der gleichen Länge (wie die oben beschriebene DAX – Zeitreihe) mit Hilfe des an diese Zeitreihe angepassten ARMA (2,2) – GARCH (1,1) Modells simuliert. Die Indikatoren wurden für jede dieser Zeitreihen ausgewertet und die aus diesen Indikatoren resultierenden Gewinn- und Verlustprozesse gemittelt. Im Folgenden sind die Ergebnisse für die einzelnen Indikatoren und die Handelsstrategien aufgezeigt.

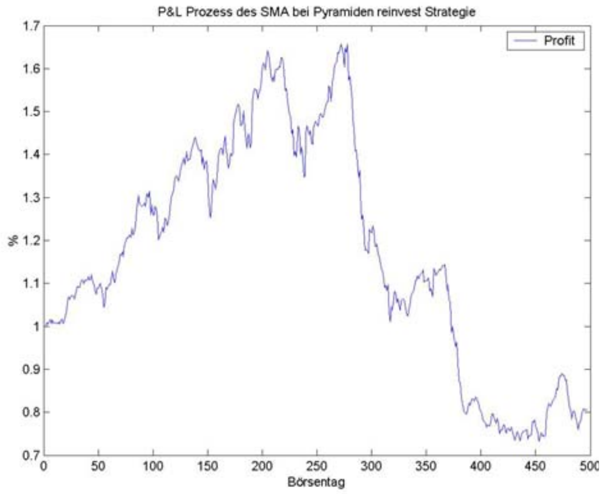
Für alle Indikatoren wurden die gleichen Parameter- und Filtereinstellungen wie oben, Filter = 0, verwendet.

7.2.1 Simple Moving Average







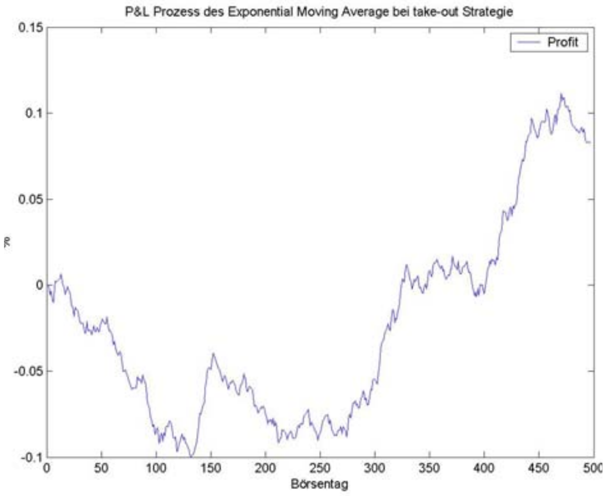


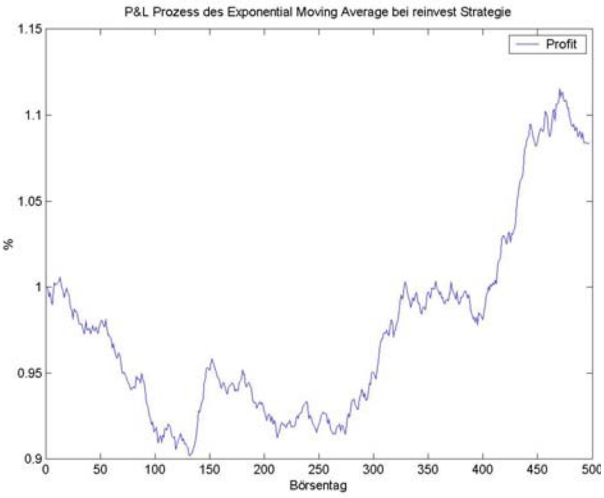
Basierend auf 30 simulierten Finanzzeitreihen kann der Simple Moving Average als sinnvoller Indikator bezeichnet werden. Um die Seitwärtstrends im P&L – Prozess des Simple Moving Average zu vermeiden, erscheint es sinnvoll diesen Indikator in bestimmten Marktphasen mit einem oder mehreren anderen Indikatoren zu kombinieren.

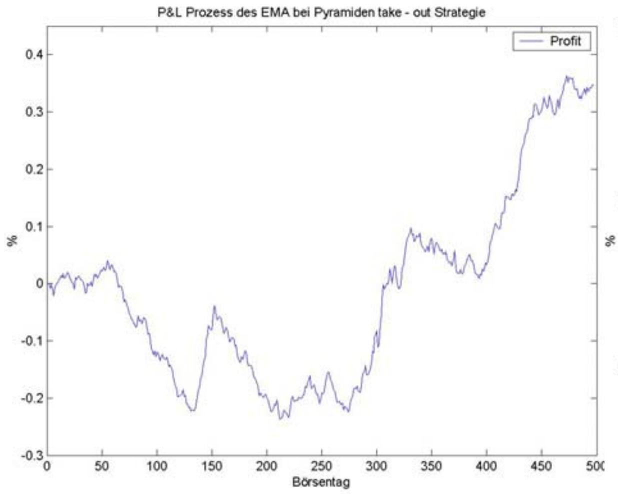
Wie erwartet sind die Ausschläge in der Pyramidenstrategie wesentlich stärker. Die Pyramidenstrategie erscheint hier wenig brauchbar zu sein.

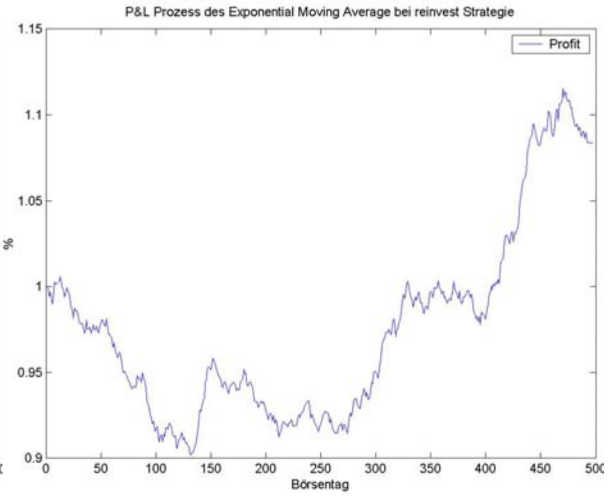
7.2.2 Exponential Moving Average

Wie bereits in den vorangegangenen Kapiteln, wurde als Parameter für den Exponential Moving Average $\lambda = 0{,}996$ gewählt.







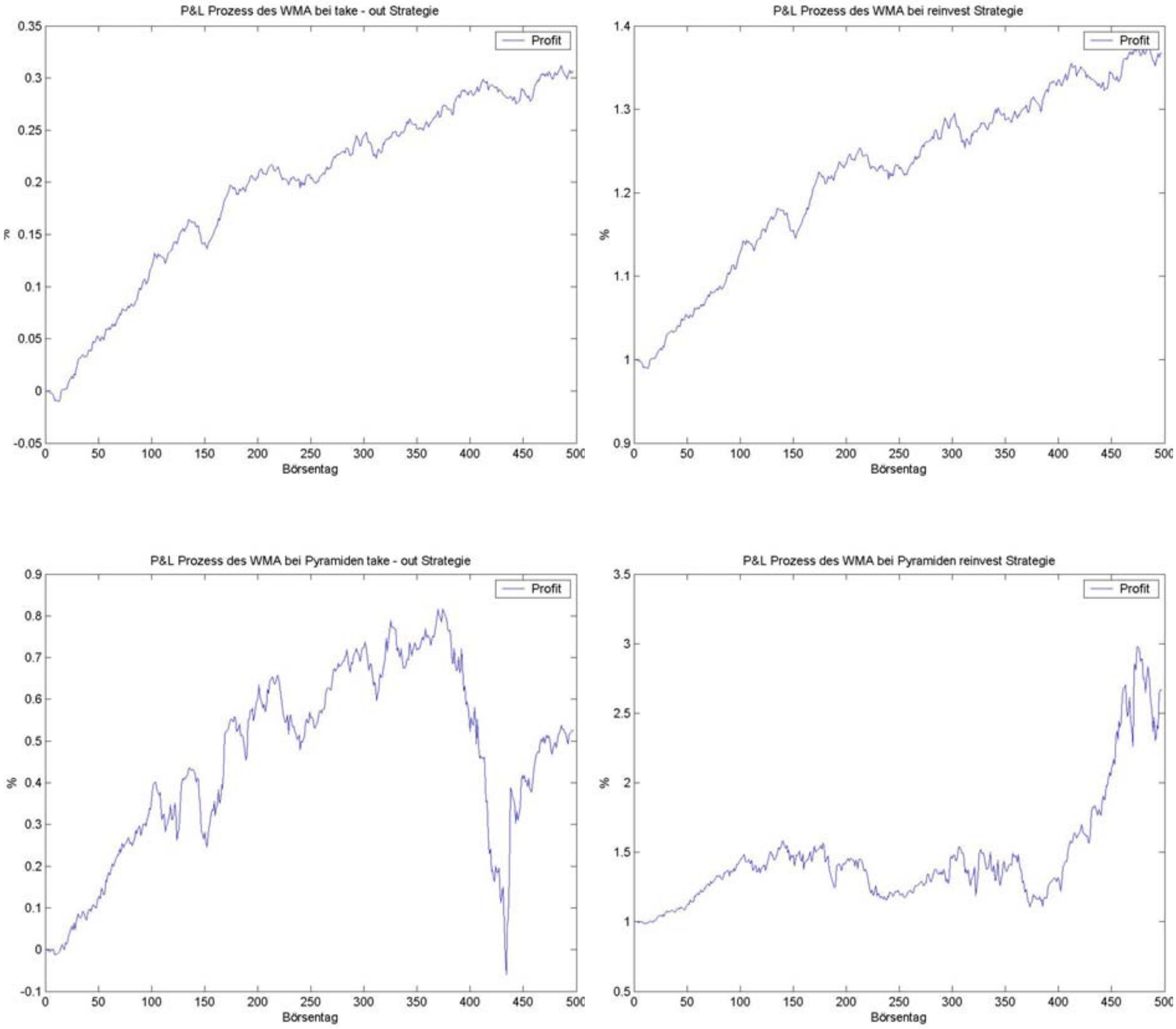


Der Exponential Moving Average ist in bestimmten Marktlagen als ein sinnvoller Indikator zu betrachten. Er sollte jedoch nicht dauerhaft als alleiniger Indikator angewendet werden.

Eine Kombination mit dem oben beschriebenen Simple Moving Average erscheint sinnvoll, da der Simple Moving Average etwa bis zum 300. Handelstag Gewinne und der Exponential Moving Average ab dem 300. Handelstag Gewinne liefert. Die Entscheidung, von einem Indikator auf einen anderen umzusteigen, kann z.B. mit einem der Auswahlverfahren aus Kapitel 6 getroffen werden.

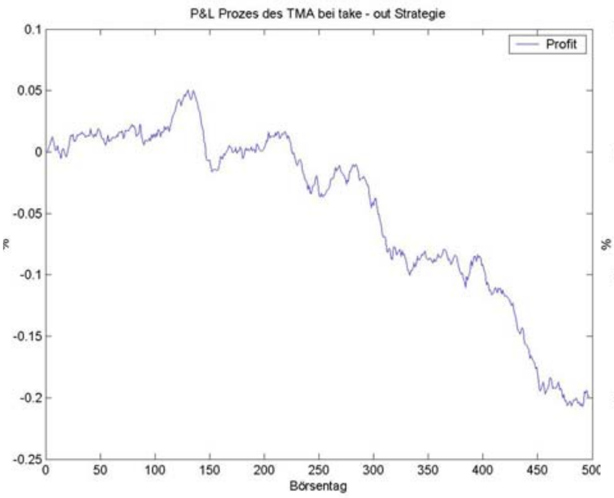
7.2.3 Weighted Moving Average

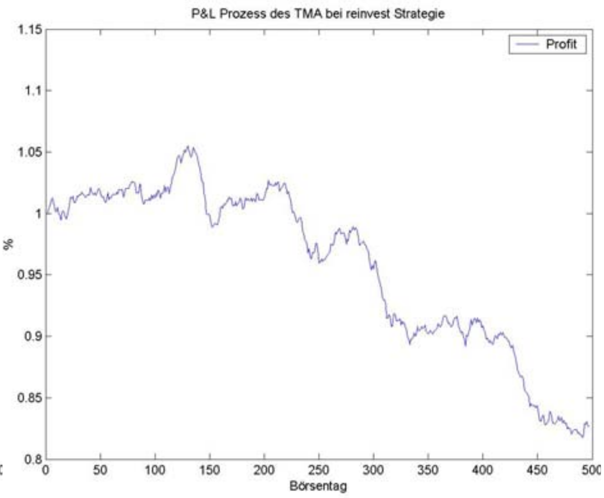
Wie bereits in den vorangegangen Kapiteln wurde als Gewichtungsparameter w(i) = i gewählt. Es wurde N = 2 gewählt.

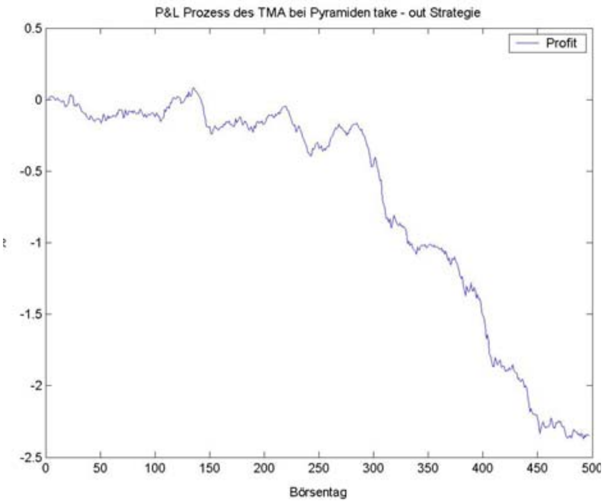


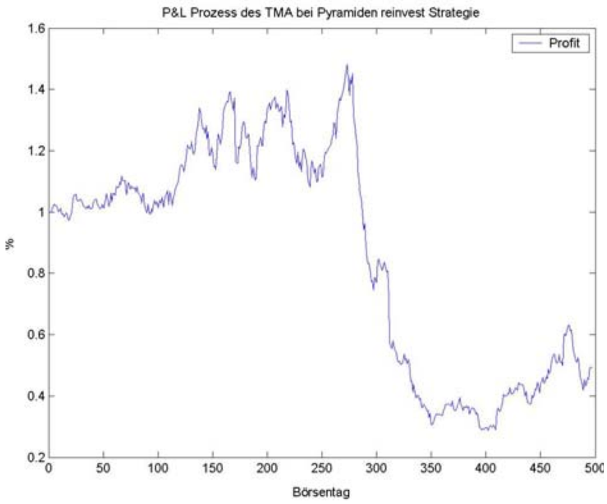
Der Weighted Moving Average produziert im Mittel über die 30 Zeitreihen sehr viele sinnvolle Handelssignale. Die Pyramidenstrategie erscheint nicht ratsam.

7.2.4 Triangular Moving Average



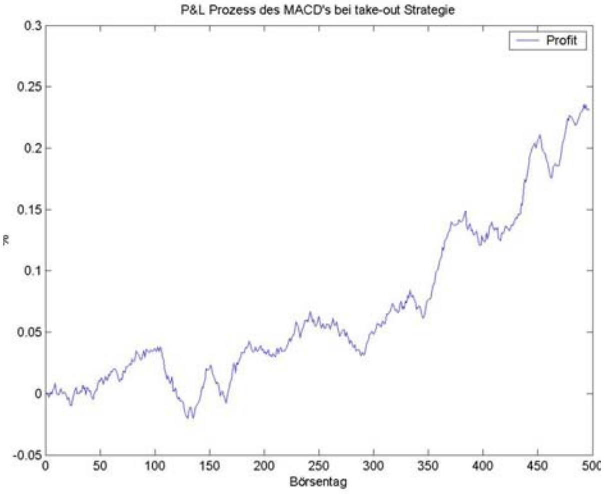


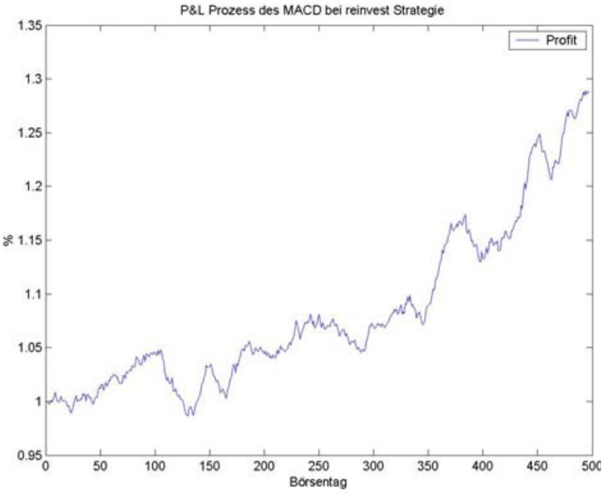


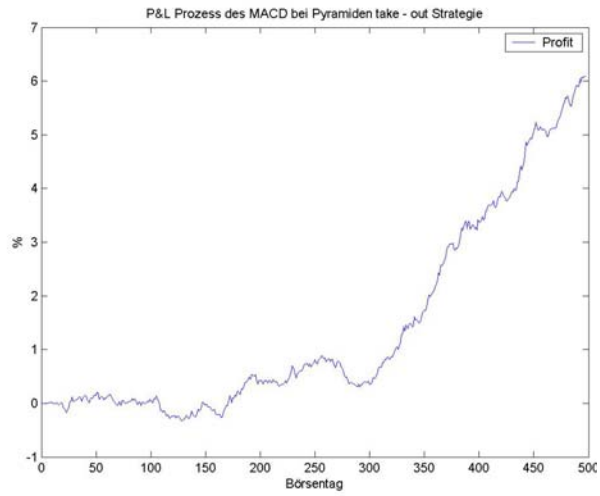


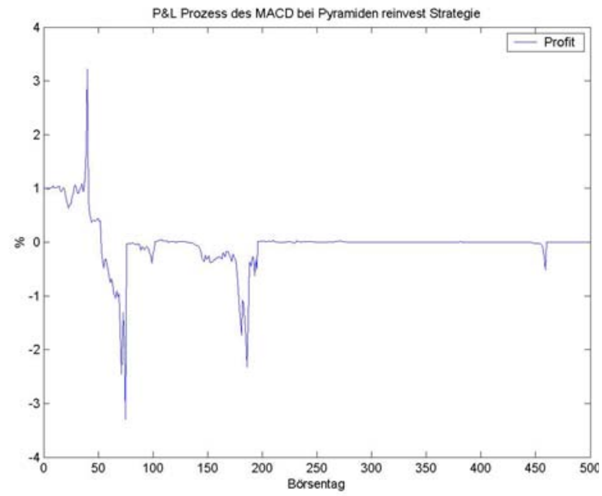
Der Trinangular Moving Average produziert im Mittel über die 30 simulierten Finanzzeitreihen wenige profitable Handelssignale. Dies bestätigt die Beobachtung die bereits bei der realen DAX - Zeitreihe in Kapitel 5 gemacht wurde.

7.2.5 MACD



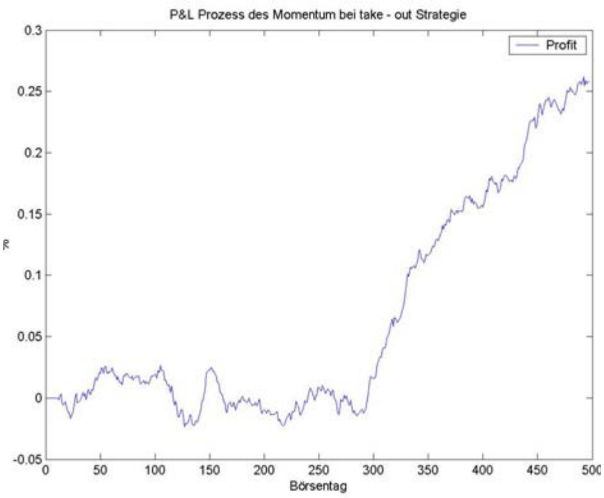


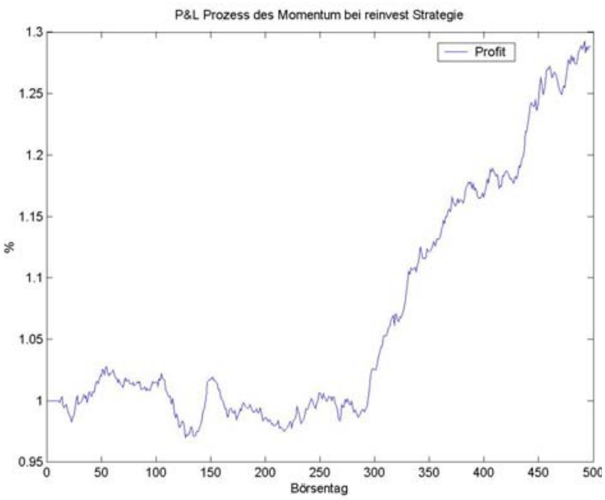


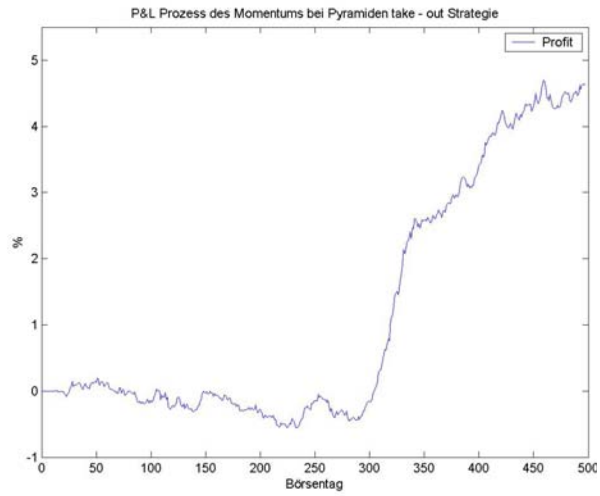


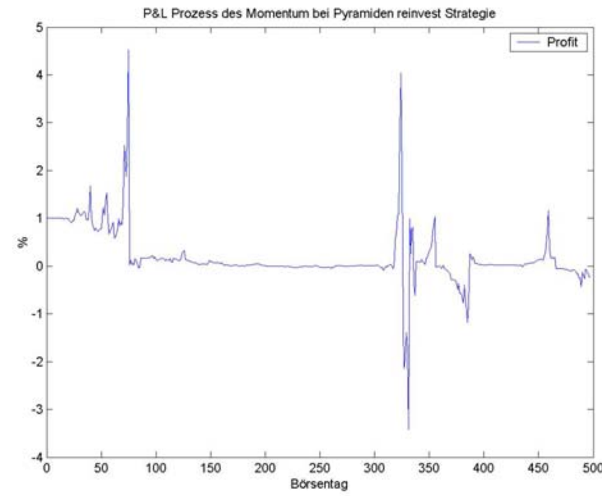
Im Mittel, über die 30 simulierten Finanzzeitreihen, ist der MACD in der Lage, viele sinnvolle Handelssignale zu generieren.

7.2.6 Momentum



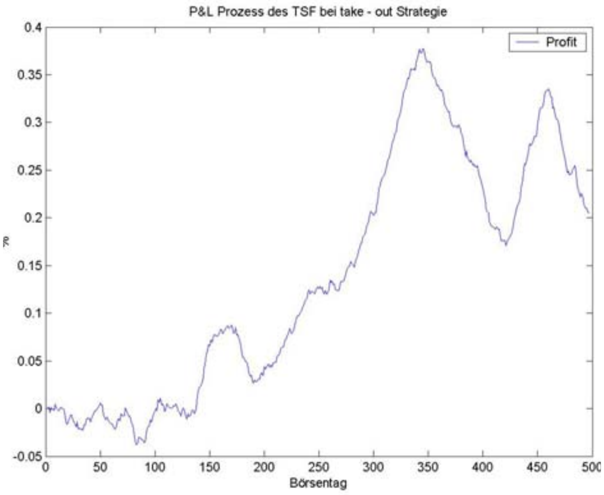


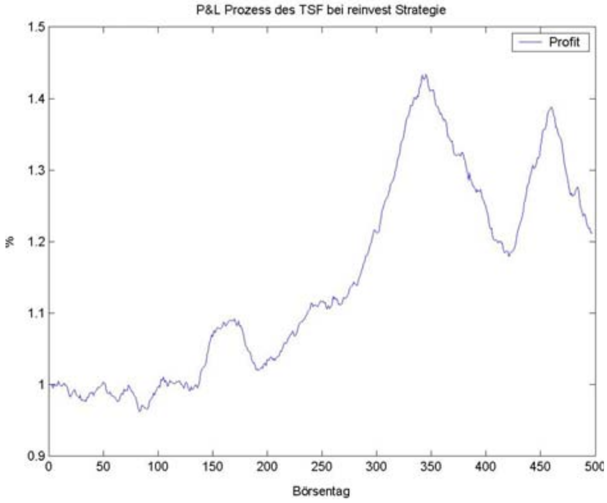


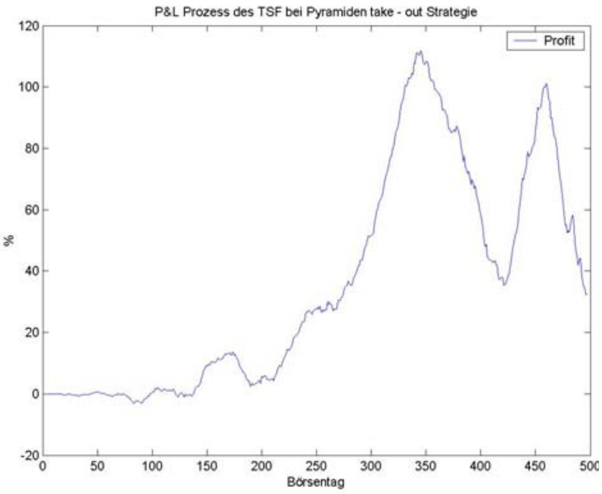


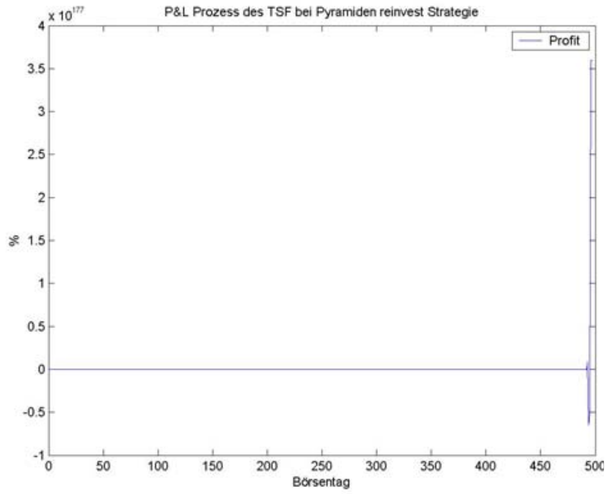
Der Momentum Indikator ist, nach einer längeren Einlaufphase als der MACD, in der Lage, profitable Handelssignale zu generieren.

7.2.7 Time Series Forecast



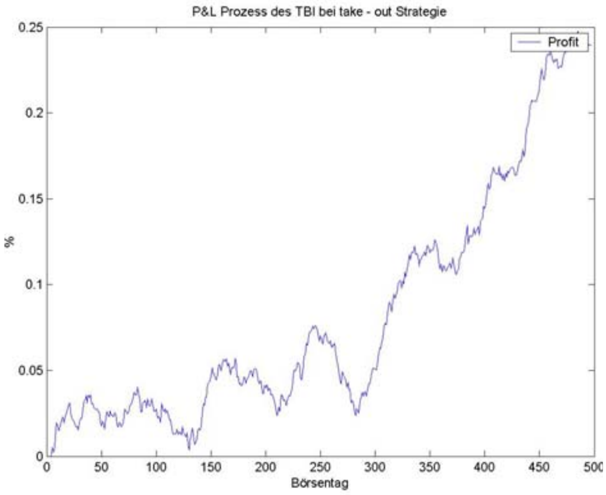


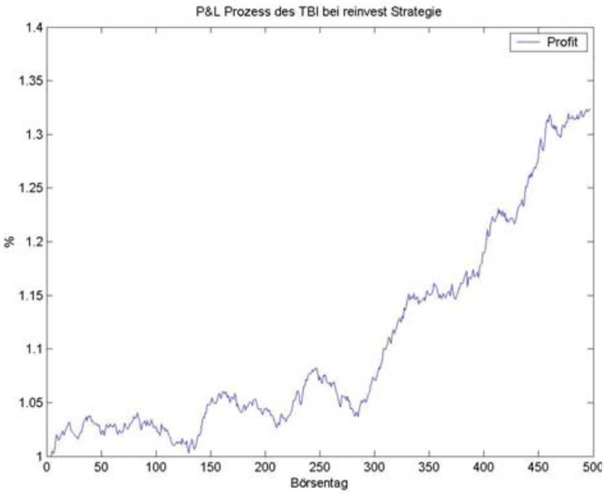


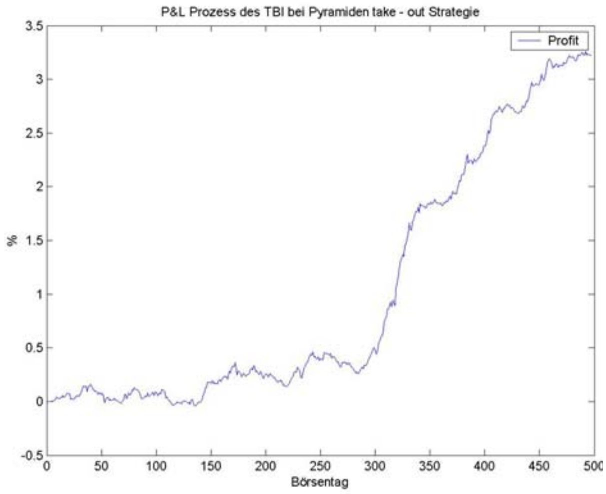


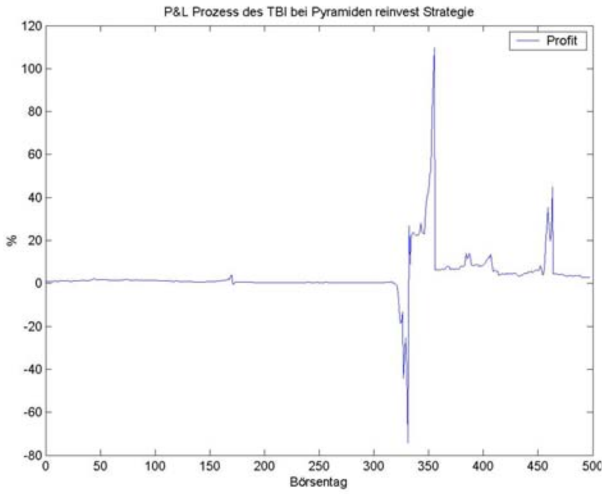
Der TSF – Indikator ist ein sehr interessanter Indikator, da er in der Lage ist, eine ganze Serie von Handelssignalen mit gleicher Qualität zu erzeugen. In Kombination mit einem weiteren Indikator könnte der TSF sehr gute Ergebnisse liefern.

7.2.8 Trendbestätigungsindikator



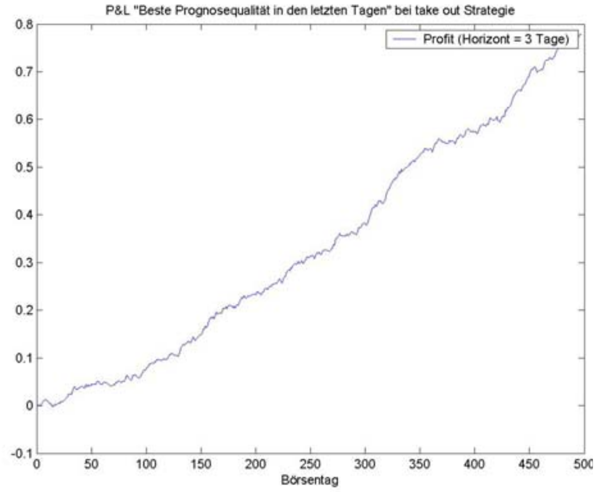


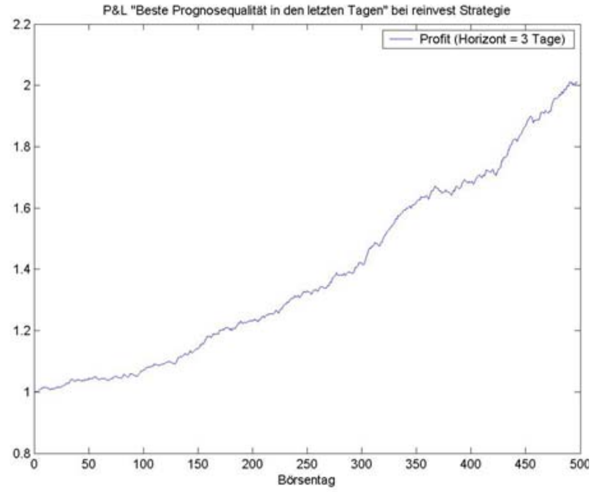




Der TBI ist in vielen Marktphasen in der Lage, profitable Handelssignale zu generieren. Jedoch treten auch lange Phasen mit einer Seitwärtsbewegung in dem P&L Prozess auf.

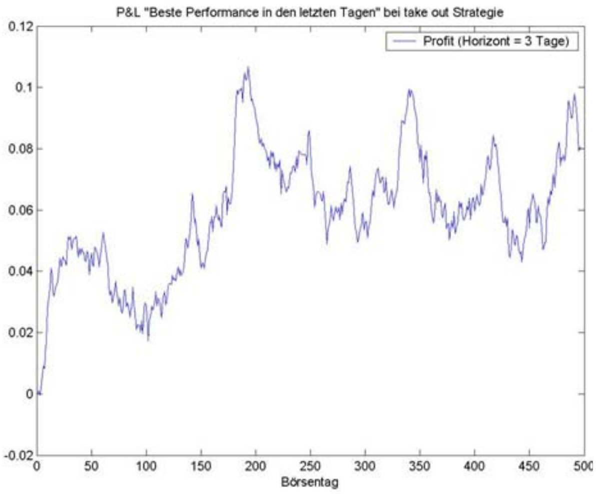
7.2.9 Beste Prognosequalität in den letzten Handelstagen

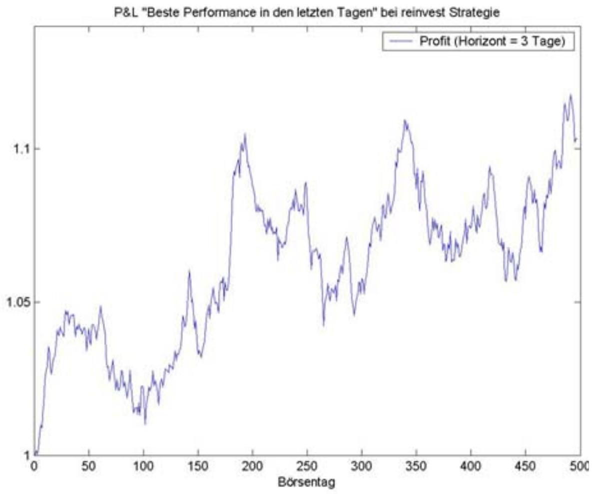




Dieser Ansatz zur Bestimmung der nächsten einzugehenden Position erscheint im Mittel über die 30 simulierten ARMA(2,2) – GARCH(1,1) Zeitreihen sehr Erfolg versprechend.

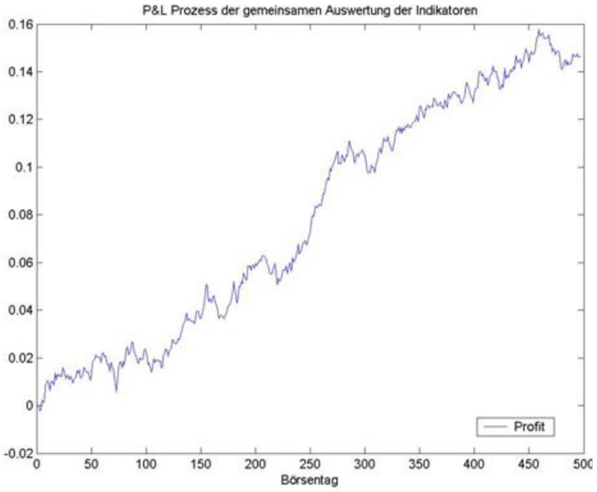
7.2.10 Beste Performance in den letzten Handelstagen

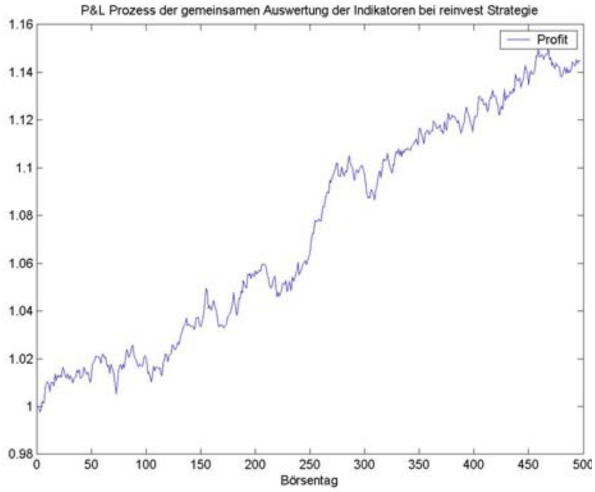




Im Vergleich zum vorangegangenen Auswahlverfahren erscheint dieser Ansatz weniger Erfolg versprechend, obgleich dieser Ansatz zum Teil bessere Ergebnisse liefert als einige andere Indikatoren.

7.2.11 Gemeinsames Auswerten der Indikatoren





Die gemeinsame Auswertung der Indikatoren erscheint im Mittel über die 30 simulierten Finanzzeitreihen ebenfalls sehr interessant. Dieser Ansatz ist in der Lage einen kontinuierlichen Aufwärtstrend in dem P&L Prozess zu generieren.

Anzumerken ist an dieser Stelle, dass bei diesem Ansatz nur die Indikatoren, mit den Einstellungen verwendet wurden, die bereits in den vorangegangen Teilen dieser Arbeit beschrieben wurden. Möglicherweise sollten auch anderen Indikatoren bzw. Einstellung für bestimmte Indikatoren ebenfalls in diese Betrachtung integriert werden. Da die vorliegenden Datensätze dies nicht zulassen bzw. der Rahmen dieser Arbeit dadurch gesprengt hätten wurde dieser Ansatz nicht weiter bearbeitet.

7.2.12 Auswertungsfazit

Der erste Eindruck der Qualität der einzelnen Indikatoren basierend auf der analysierten DAX – Zeitreihe, hat sich durch diese Simulation teilweise nicht bestätigt. Einige Indikatoren, z.B. der Trendbestätigungsindikator, lassen im Mittel eine sehr viel höhere Prognosequalität erwarten als sich dies durch die P&L Prozesse der DAX – Zeitreihe abzeichnete.

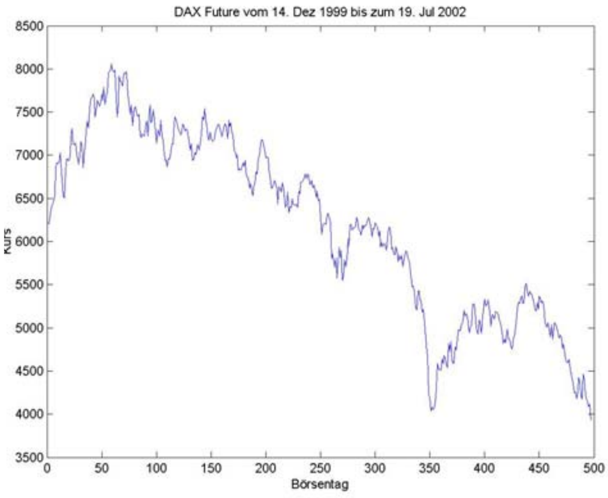
Die verschiedenen Auswahlverfahren liefern zum Teil sehr viel versprechende Ergebnisse im Mittel über die 30 Zeitreihen.

7.3 Zeitreihen zur Modellierung eines Modells für die DAX – Zeitreihe

Ziel dieses Abschnittes ist es, ein Modell für die DAX – Zeitreihe zu finden, in der auch äußere Einflüsse auf den DAX berücksichtigt werden (vergleiche Abschnitt 2.9). An Hand dieses Modells soll dann ebenfalls die Qualität der Indikatoren überprüft werden.

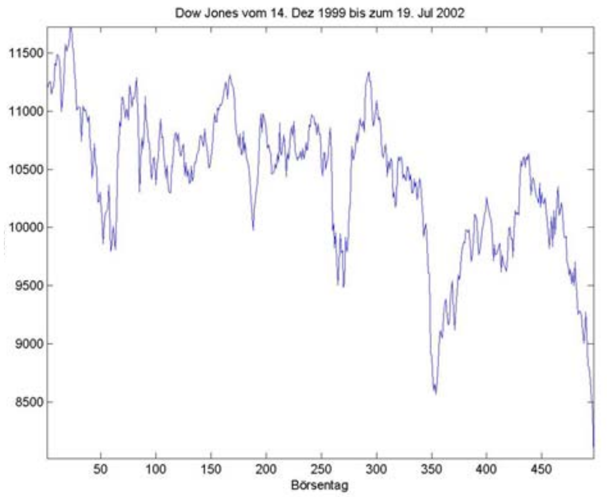
Als äußere Einflussfaktoren wurden die Zeitreihen gewählt, die nach Auskunft verschiedener Marktteilnehmern einen hohen Einfluss auf den DAX haben.

7.3.1 DAX Future



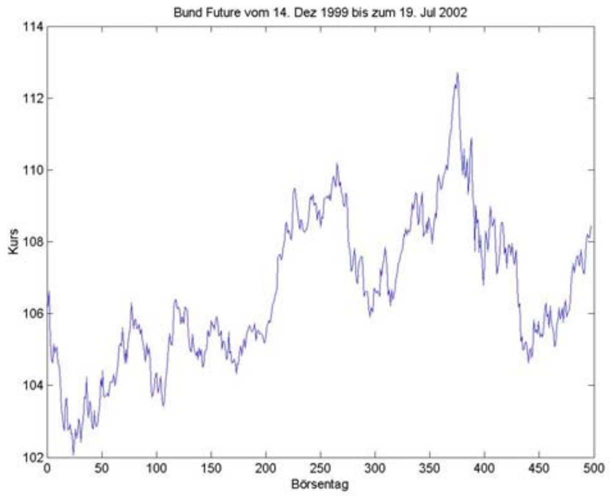
(Quelle: Dresdner Bank AG)

7.3.2 Dow Jones



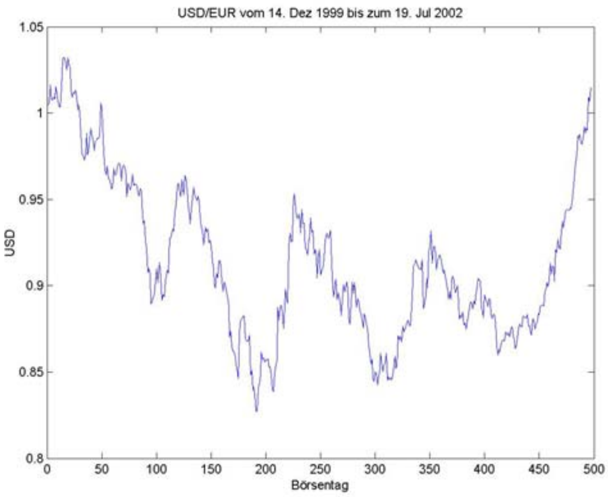
(Quelle: Dresdner Bank AG)

7.3.3 Bund Future



(Quelle: Dresdner Bank AG)

7.3.4 USD/EUR



(Quelle: Dresdner Bank AG)

7.4 Modell II

Werden die oben genannten Zeitreihen zur Modellierung von Modellen verwendet und wird dann das Modell mit dem minimalen AIC-Wert ausgewählt, so erhält man folgendes ARMAX(1,1,4) – GARCH(1,1) Modell.

$$X_t = 7{,}2934 * 10^{-5} + 0{,}0175 * X_{t-1} - 0{,}7382 * \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t + \\ 0{,}9707 * DAXFuture_{t-1} + 0{,}0227 * DowJones_{t-1} - 0{,}053 * BundFuture_{t-1} - 0{,}0162 * USDEUR_{t-1}$$

mit

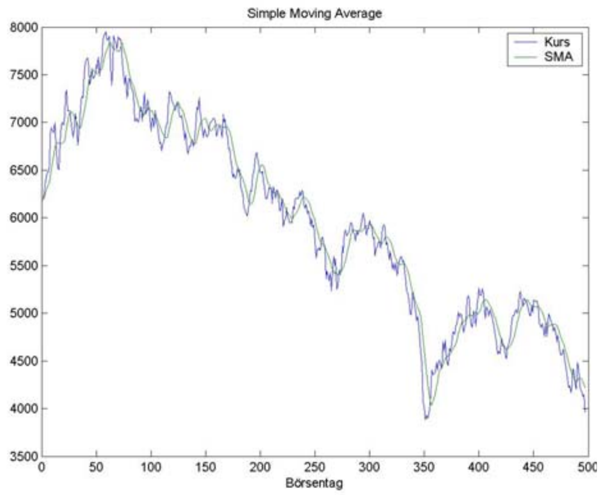
$$\sigma_t^2 = 5{,}9717 * 10^{-6} + 0{,}3 * X_{t-1}^2 + 0{,}2645 * \sigma_{t-1}^2$$

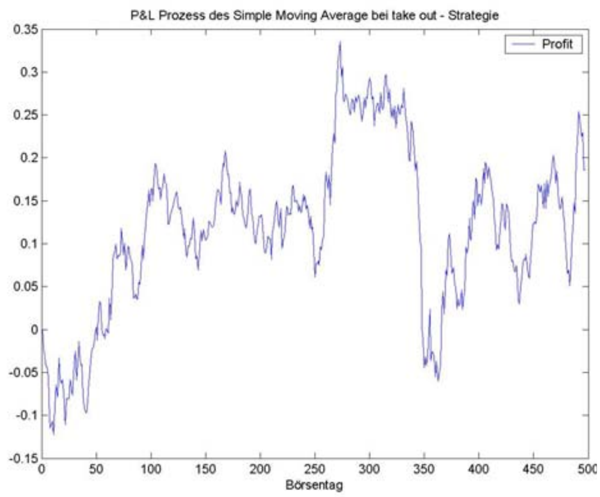
Die Modellparameter wurden mit dem Quasi – Maximum – Likelihood Schätzer bestimmt.

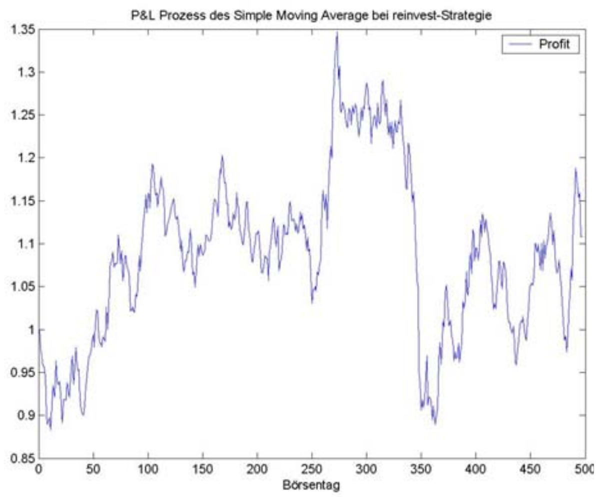
7.5 Anwendung der Indikatoren auf die simulierte Finanzzeitreihe

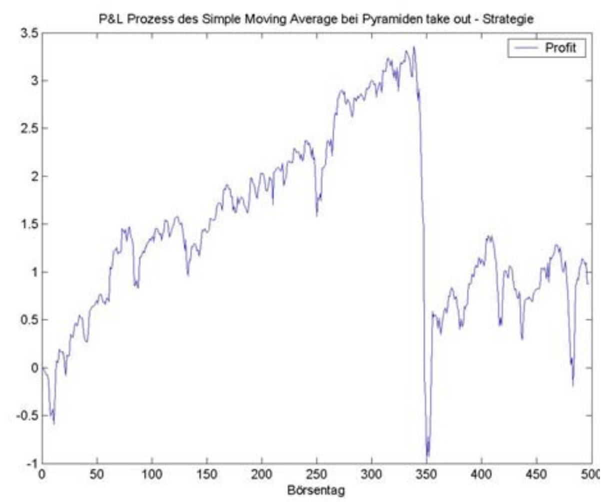
Für alle Indikatoren wurden die gleichen Parameter- und Filtereinstellungen wie oben, Filter = 0, verwendet. Für diese Untersuchung wurde eine einzige Zeitreihe an Hand des oben beschriebenen Modells simuliert und ausgewertet. Mit folgenden Ergebnissen:

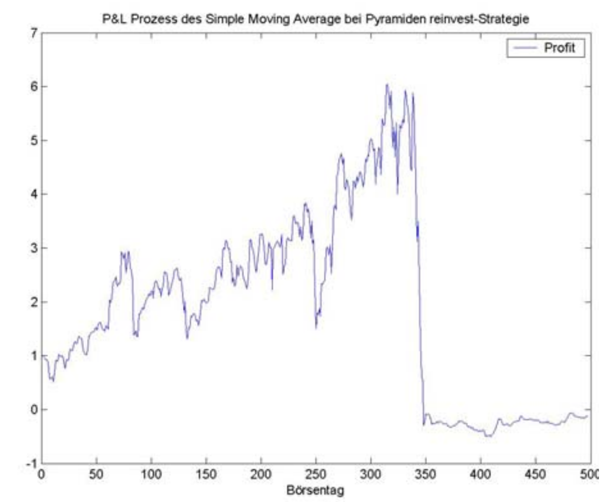
7.5.1 Simple Moving Average





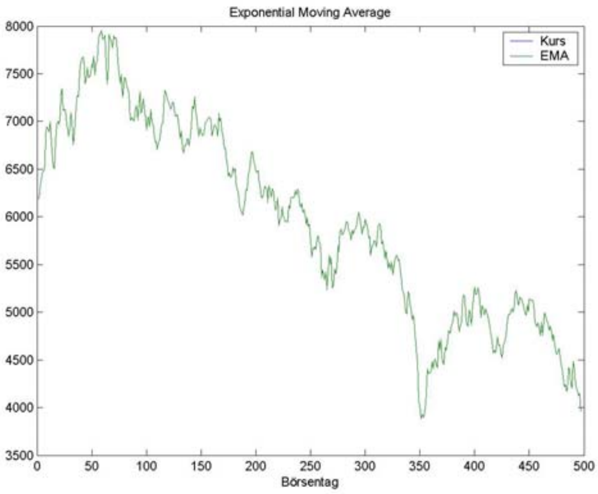


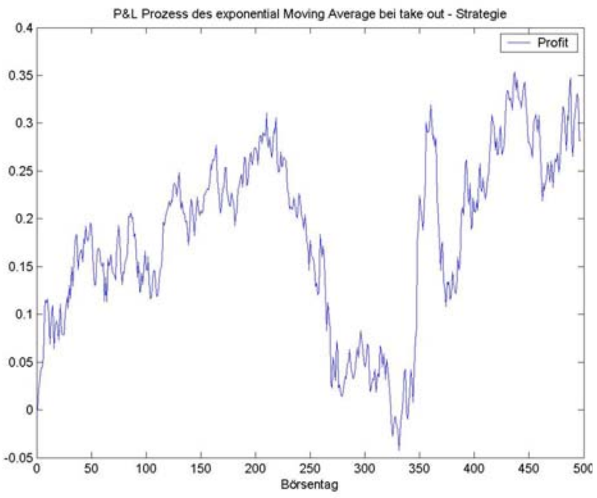


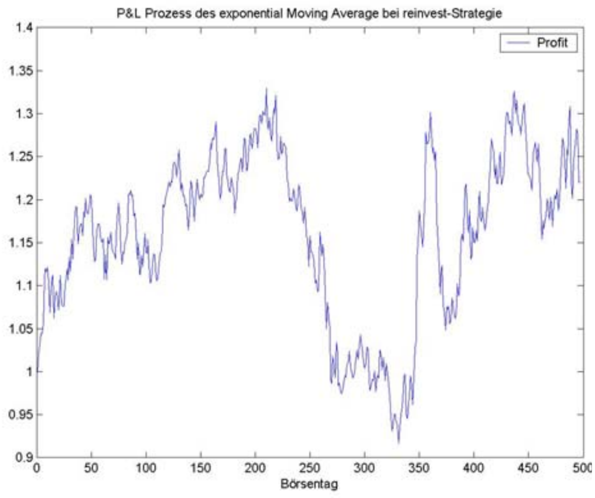


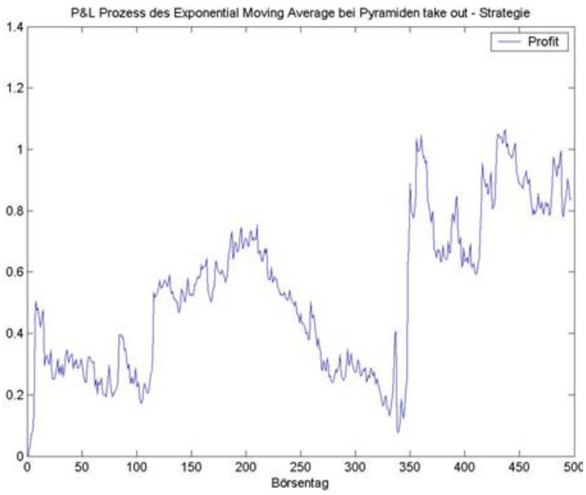
In diesem ARMAX Modell erscheint der Simple Moving Average als profitabler Indikator, wenn auch sehr große Schwankungen im P&L Prozess auftreten. Interessant erscheint hier die Pyramiden take-out Strategie, die fortlaufend Gewinne produziert, wenn man von dem extremen Schock absieht. Bei diesem Schock handelt es sich in den Originaldaten um den 11. September 2001 (Attentat auf das World Trade Center in New York).

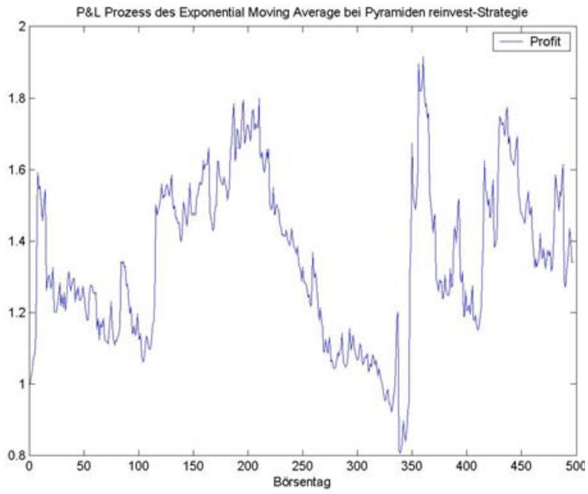
7.5.2 Exponential Moving Average





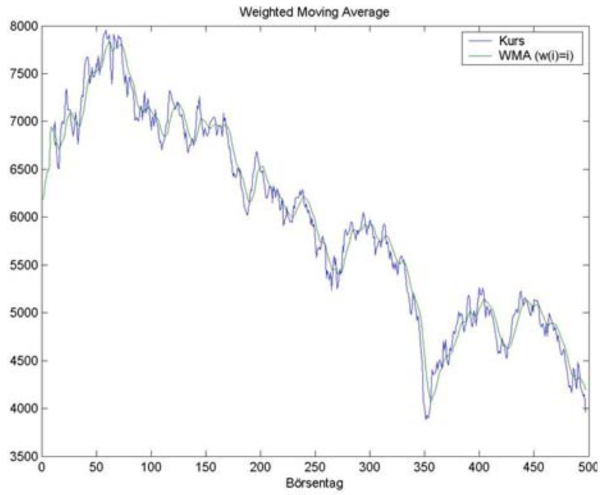


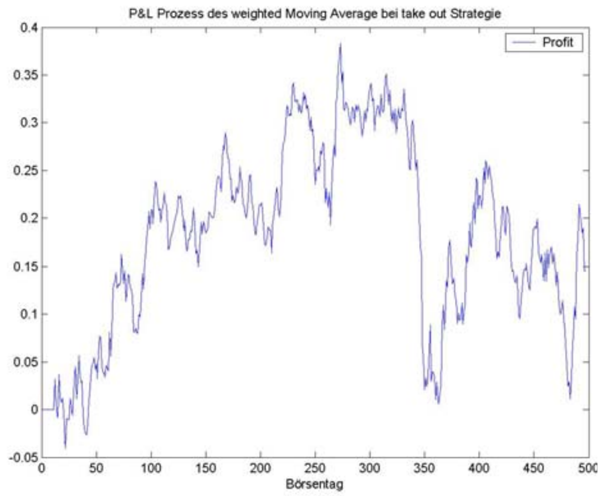


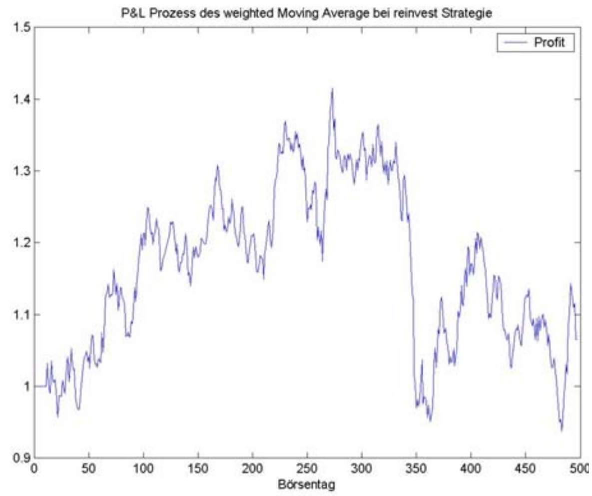


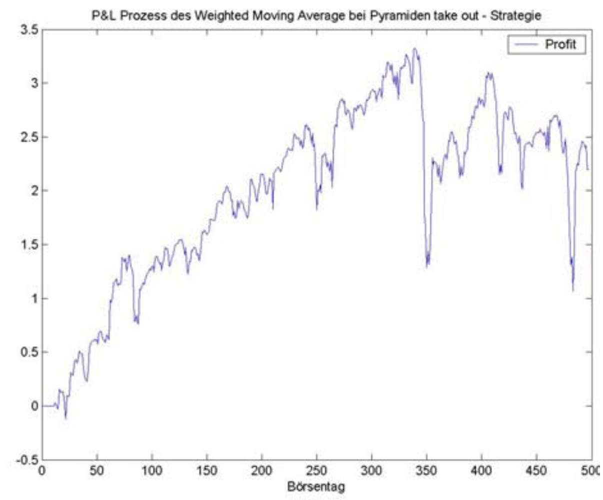
Der Exponential Moving Average kann auch in diesem Modell als ein sinnvoller Indikator in bestimmten Marktphasen betrachtet werden. Eine Kombination mit einem anderen Indikator erscheint auch hier als ratsam.

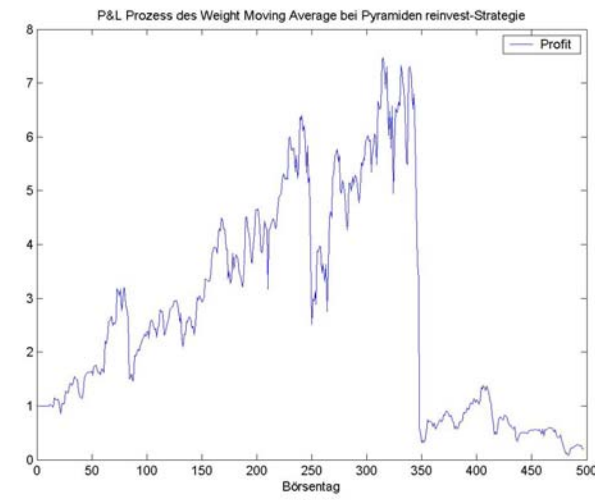
7.5.3 Weighted Moving Average





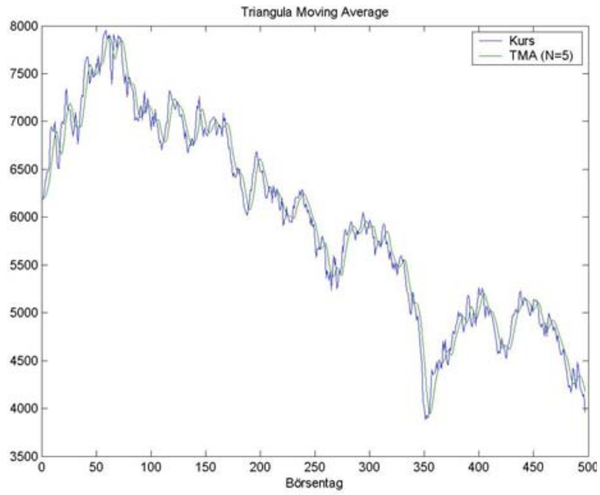


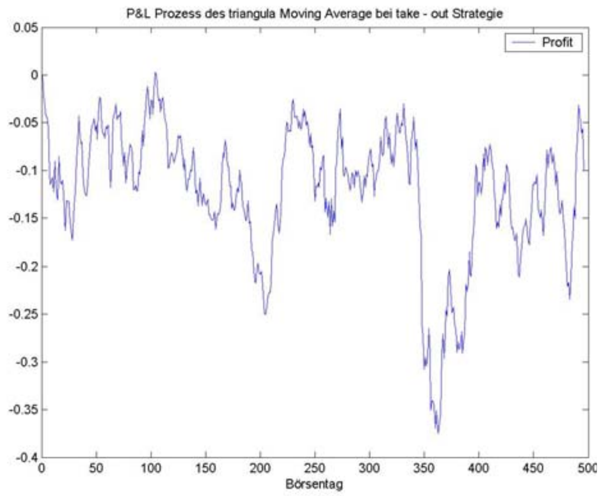


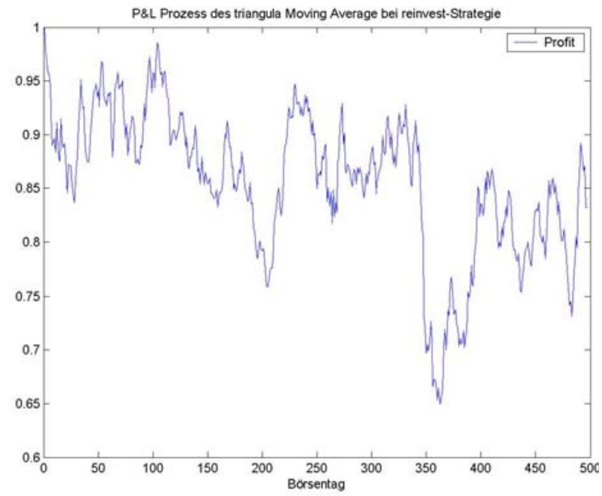


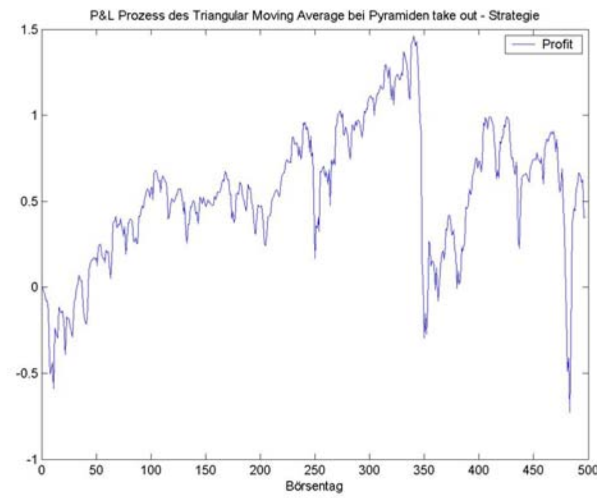
Der Weighted Moving Average erscheint, wie der Simple Moving Average, als ein sehr interessanter Indikator, insbesondere wenn man die Pyramiden take – out – Strategie betrachtet.

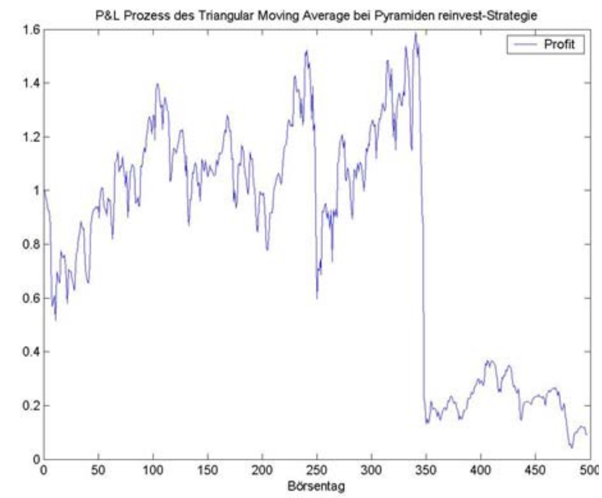
7.5.4 Triangular Moving Average





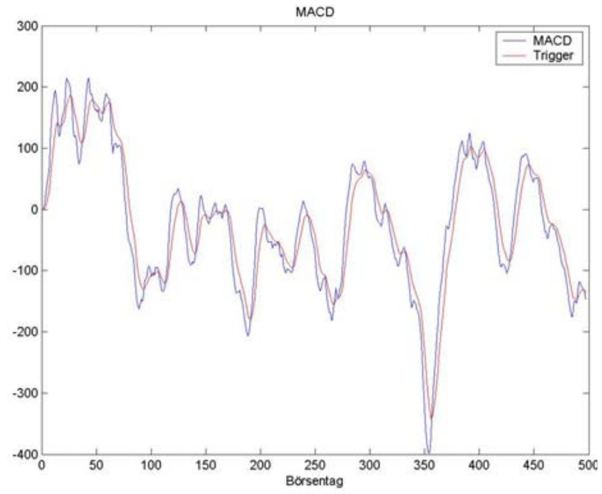


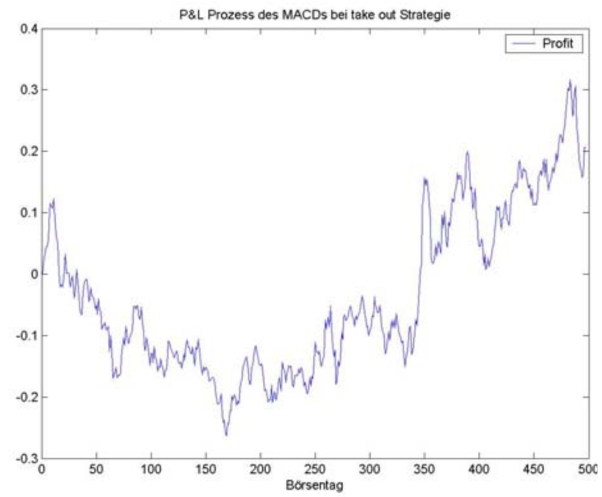


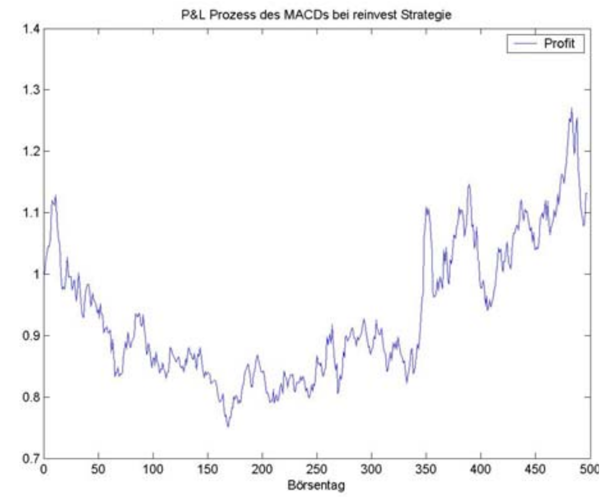


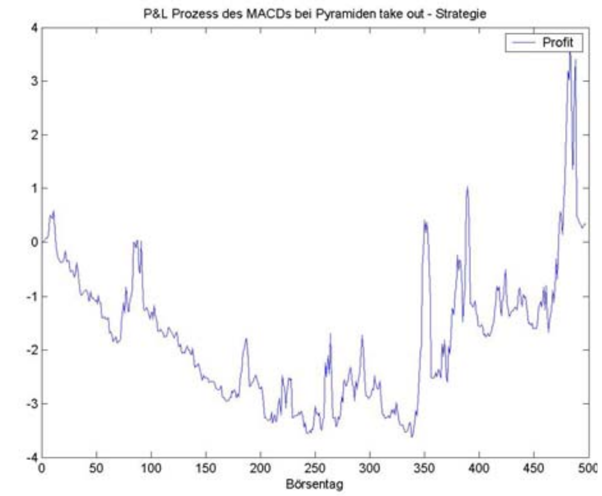
Der Triangular Moving Average erscheint in diesem ARMAX – GARCH Modell als schlechter Indikator. Die Pyramiden take out Strategie dieses Indikators könnte in bestimmten Marktphasen in Kombination mit anderen Indikatoren eine interessante Rolle spielen.

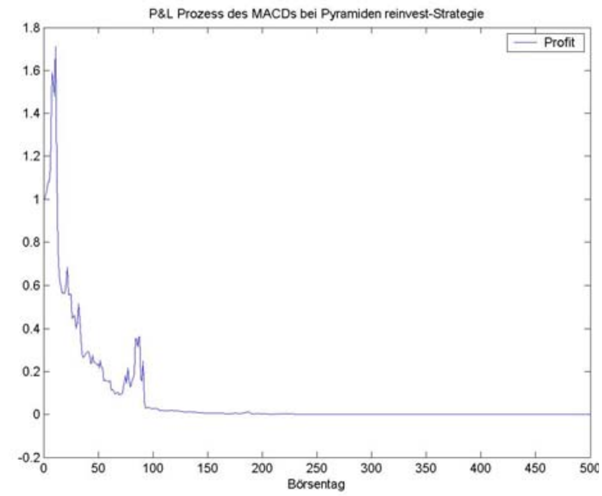
7.5.5 MACD





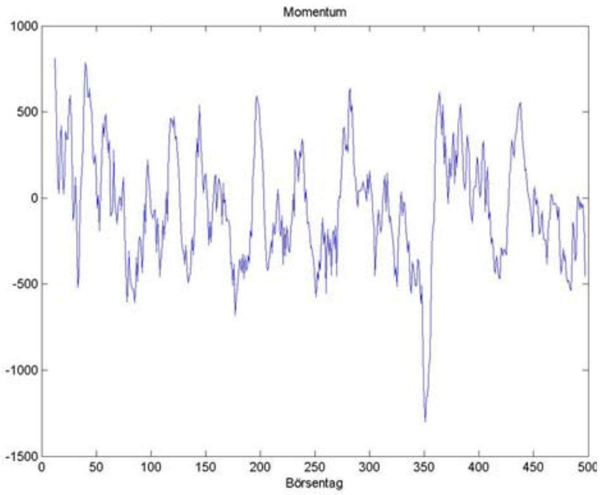


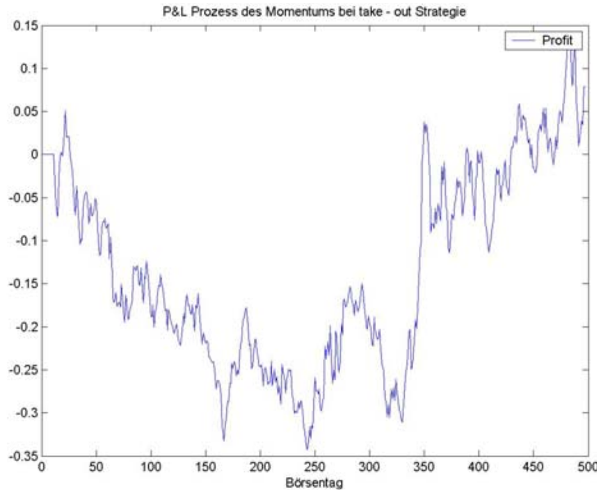


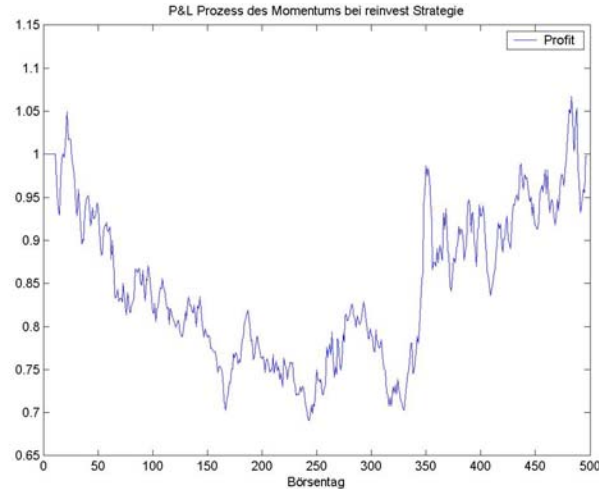


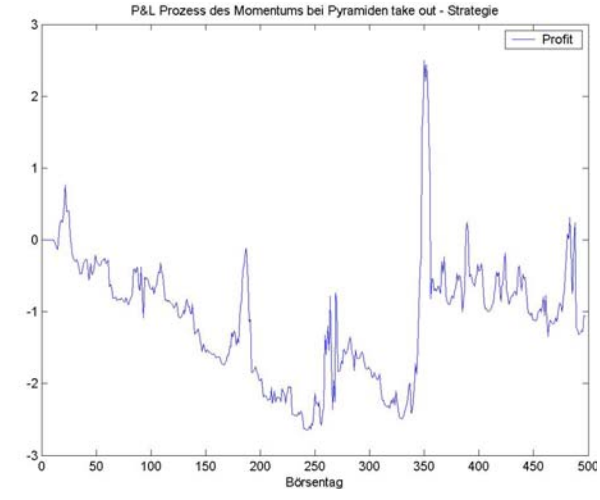
Der MACD stellt sich hier als ein in bestimmten Marktphasen interessanter Indikator dar. Auf die Pyramidenstrategie sollte bei der Anwendung des MACD jedoch verzichtet werden.

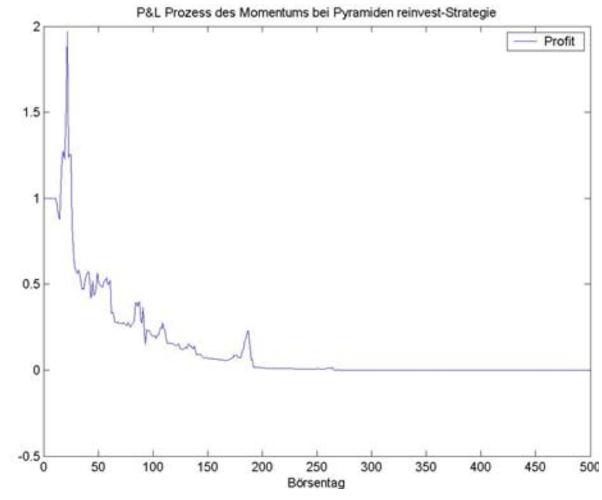
7.5.6 Momentum





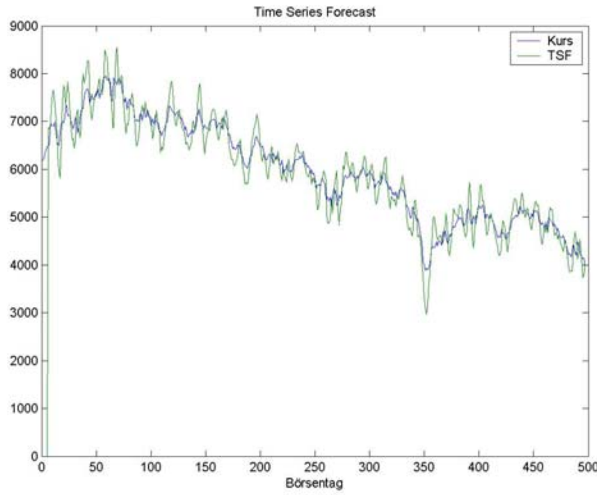


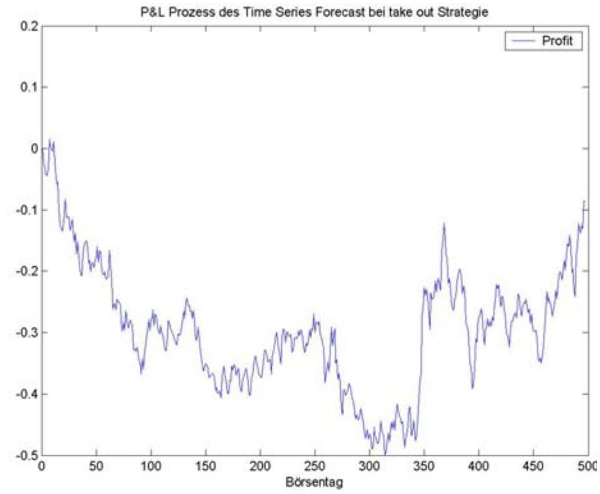


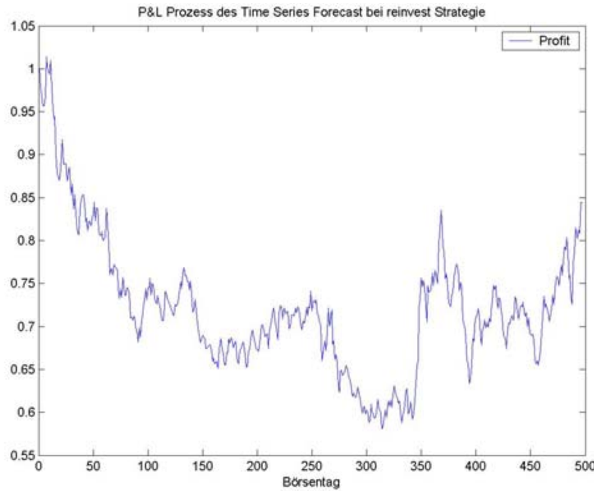


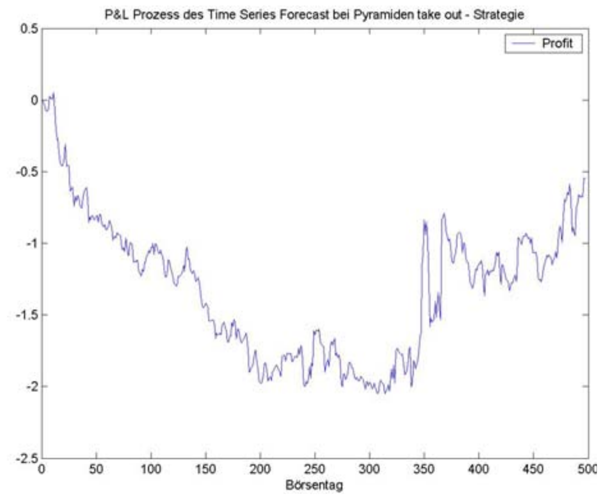
Das Momentum ist bei diesem ARMAX – GARCH Modell, wie auch der MACD, in bestimmten Marktphasen in der Lage profitable Handelssignale zu generieren. Genau wie beim MACD ist auch hier eine Pyramidenstrategie nicht empfehlenswert.

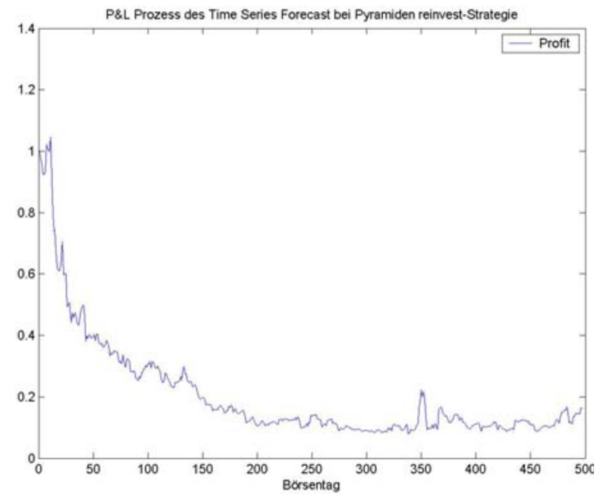
7.5.7 Time Series Forecast





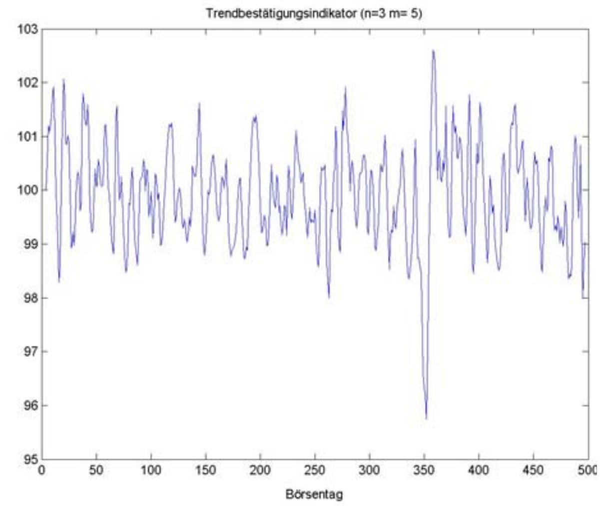


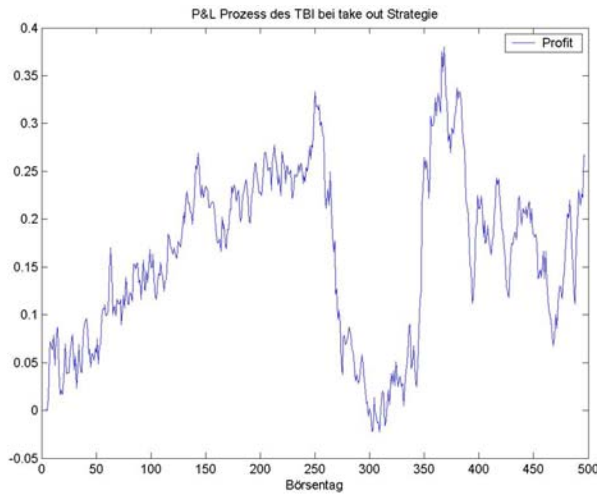


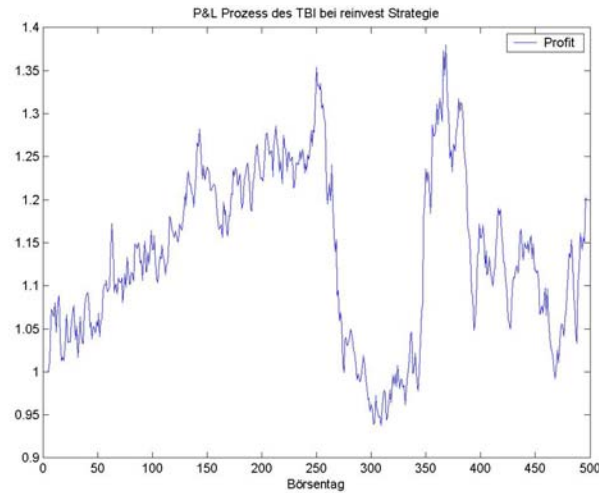


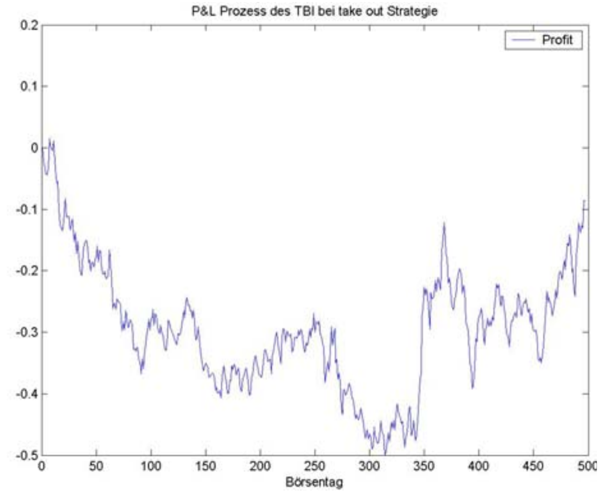
Der Time Series Forecast ist ein in einigen Marktphasen brauchbarer Indikator. Es erscheint ratsam, den Time Series Forecast nur in Verbindung mit einem oder mehreren anderen Indikatoren zu verwenden.

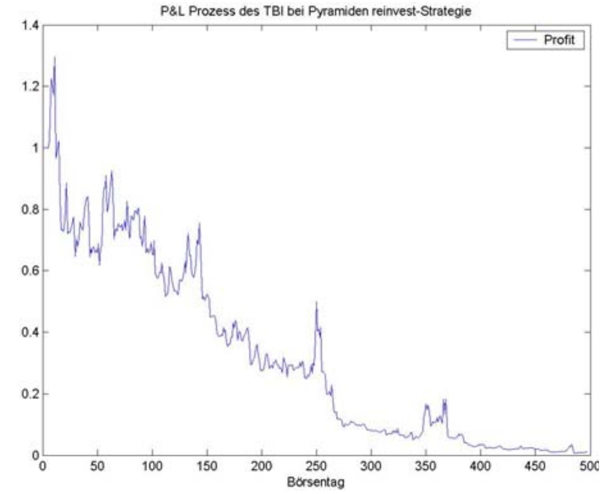
7.5.8 Trendbestätigungsindikator





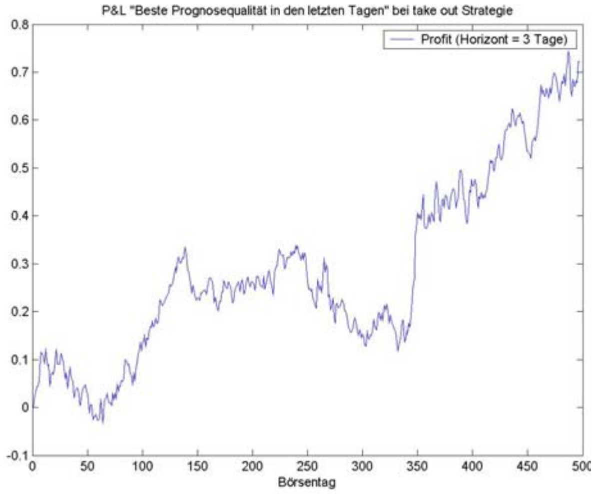


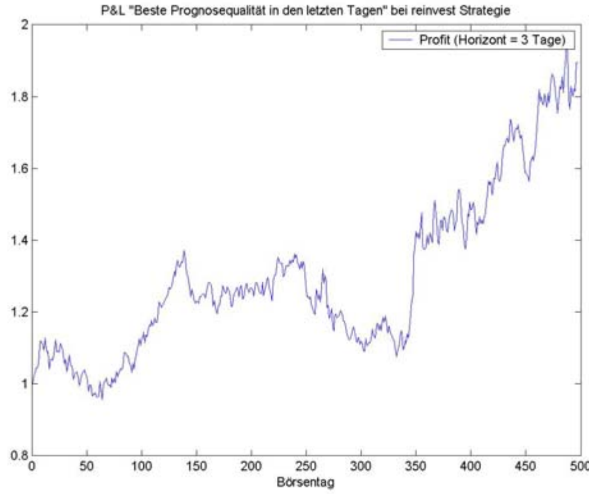




Der TBI ist in vielen Marktphasen in der Lage profitable Handelssignale zu generieren. Auffällig sind jedoch einige sehr große Schwankungen.

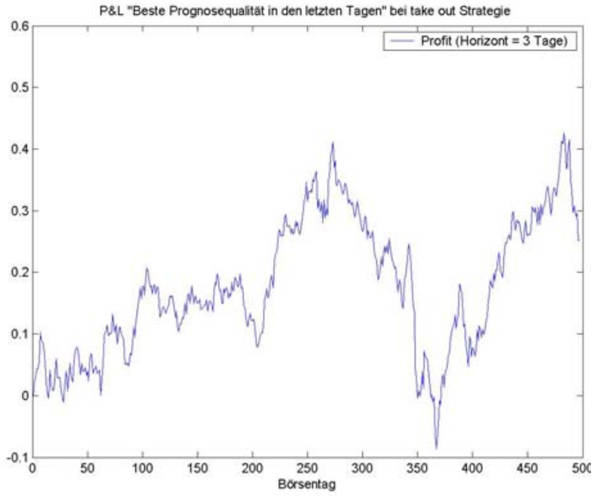
7.5.9 Beste Prognosequalität in den letzten Handelstagen

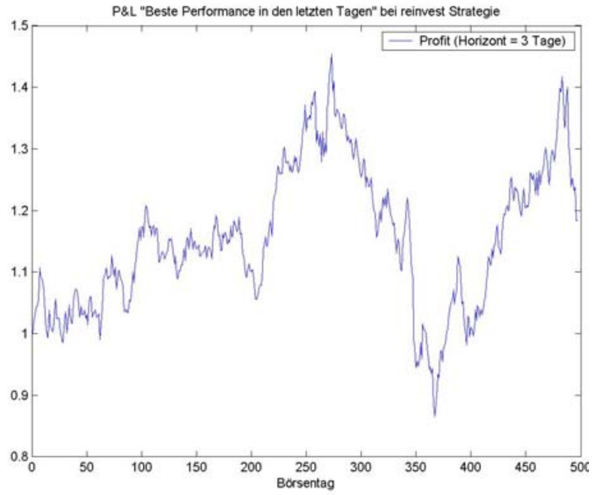




Dieser Ansatz erscheint als sinnvoll, da er in der Lage ist einen relativ kontinuierlichen Aufwärtstrend in dem P&L Prozess zu etablieren, der nur von kleineren Abwärtsbewegungen und einem größeren Seitwärtstrend unterbrochen wird.

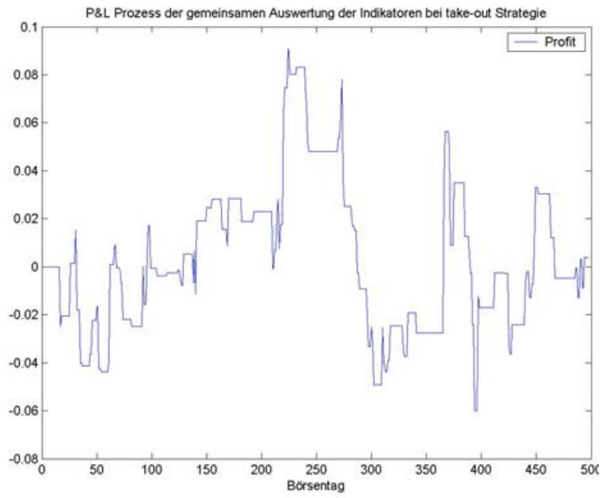
7.5.10 Beste Performance in den letzten Handelstagen

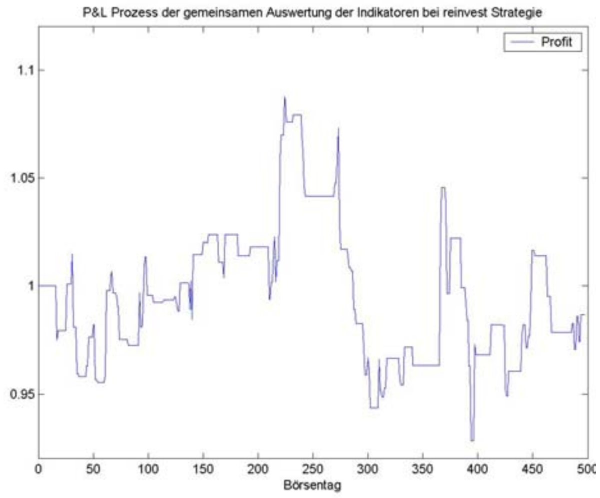




Mit Hilfe dieses Ansatzes wir ein Aufwärtstrend im P&L Prozess etabliert der jedoch durch eine extreme Schwankung zwischenzeitlich unterbrochen wird.

7.5.11 Gemeinsames Auswerten der Indikatoren





Die gemeinsame Auswertung der Indikatoren erscheint hier als ein wenig Erfolg versprechender Ansatz.

7.5.12 Auswertungsfazit

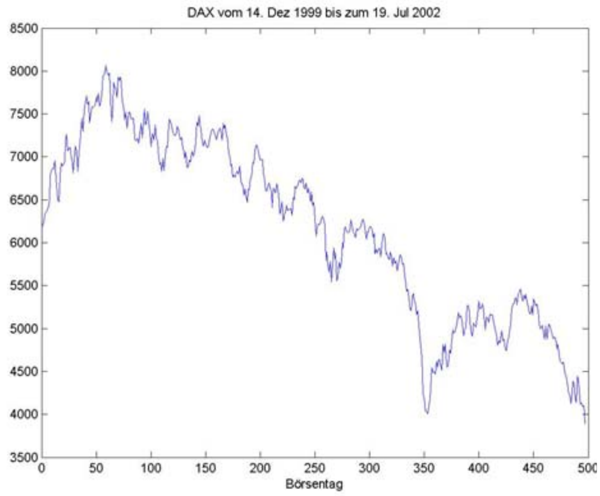
Die Indikatoren haben weitgehend ähnliche Ergebnisse gebracht wie bereits in den beiden vorangegangenen Untersuchungen.

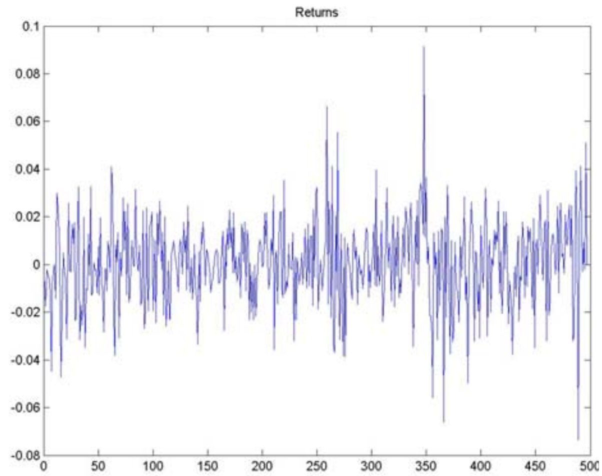
Überraschend sind die teilweise sehr guten Ergebnisse die durch die verschiedenen Auswahlverfahren erreicht wurden.

8 Anhang

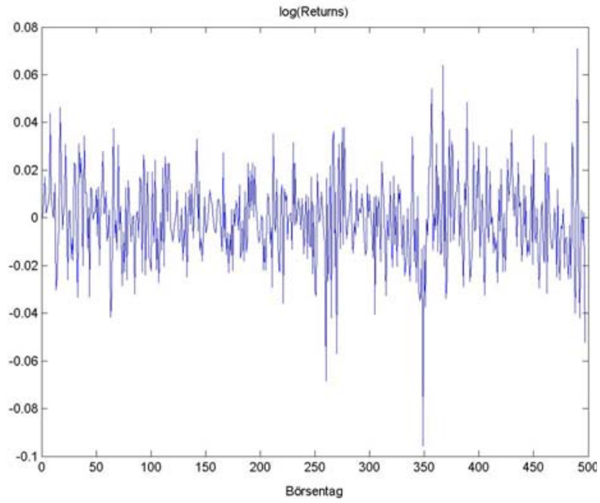
8.1 Auswertung der verschiedenen Modelle für die DAX – Zeitreihe

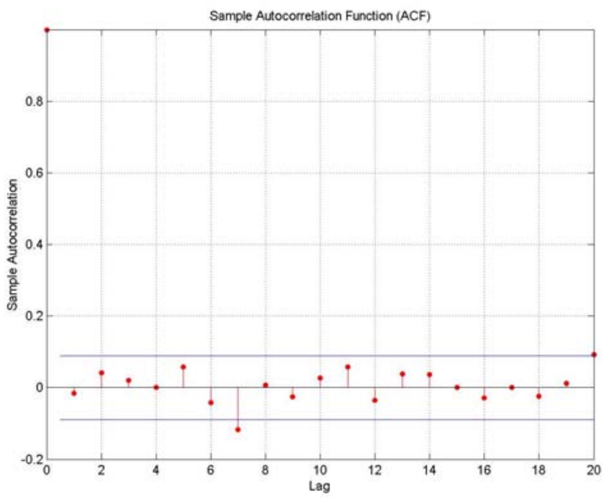
Die untersuchte Zeitreihe 14. Dez 1999 – 19.- Jul 2002

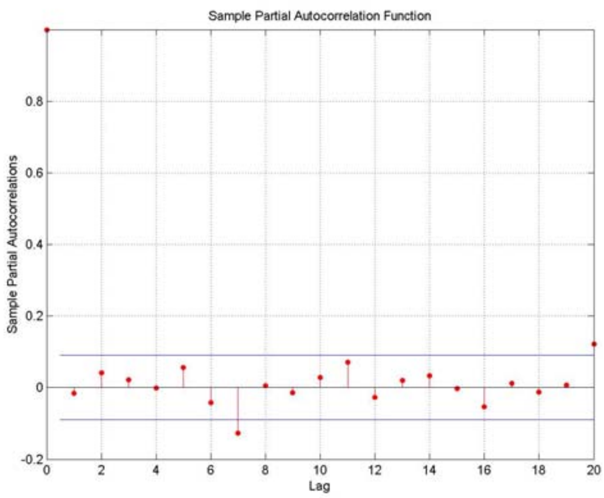




Zur weiteren Analyse werden der Logarithmen der Returns, der Zeitreihe betrachtet.

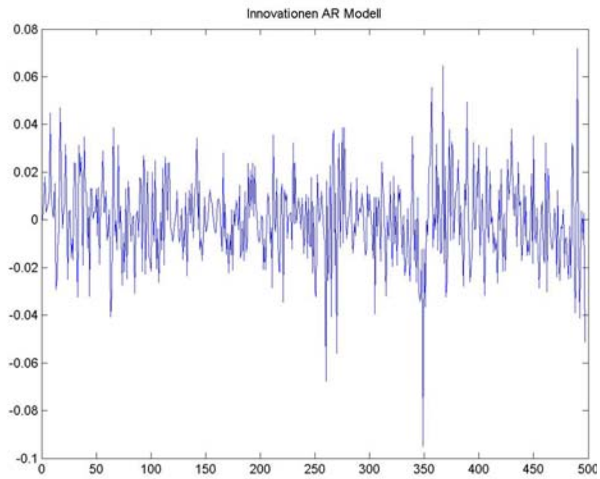


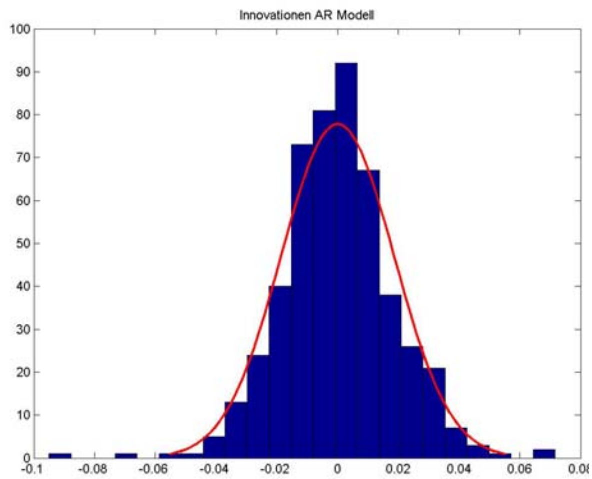




AR Modell Komponenten

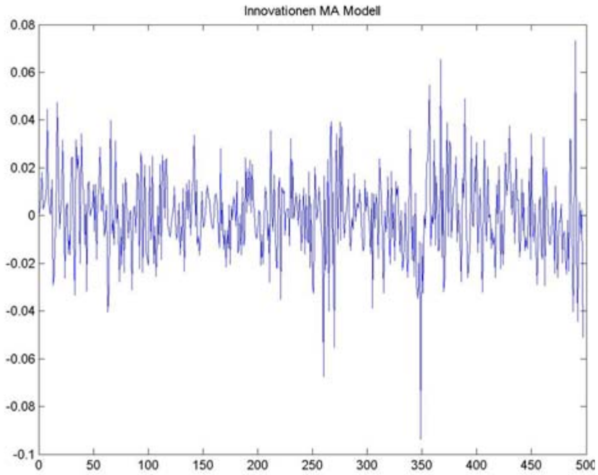
ARMAX(1,0,0); Variance: GARCH(0,0)
C = -9,4799*10^{-4} K = 3,4055*10^{-4}
α = -0,0158
AIC = 6,0709*10^{3} FPE = 108,916

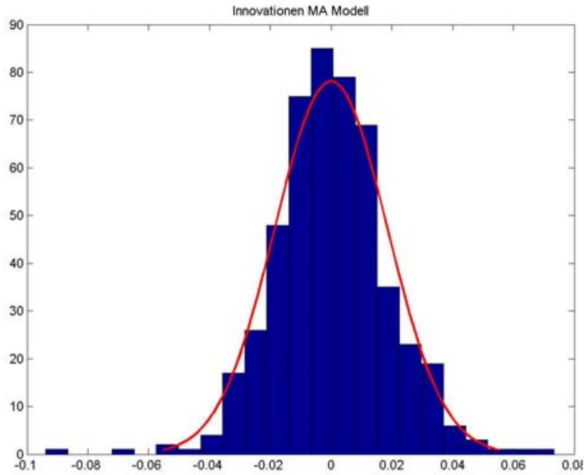




MA Modell Komponenten

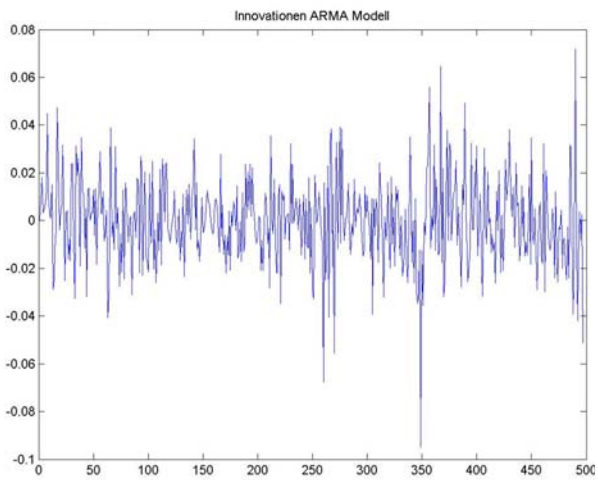
Mean: ARMAX(0,2,0); Variance: GARCH(0,0)
C = $-9{,}3470 \cdot 10^{-4}$ K = $3{,}3928 \cdot 10^{-4}$
β = -0,0165 0,0416
AIC = $-2{,}6412 \cdot 10^{4}$ FPE = 56,0125

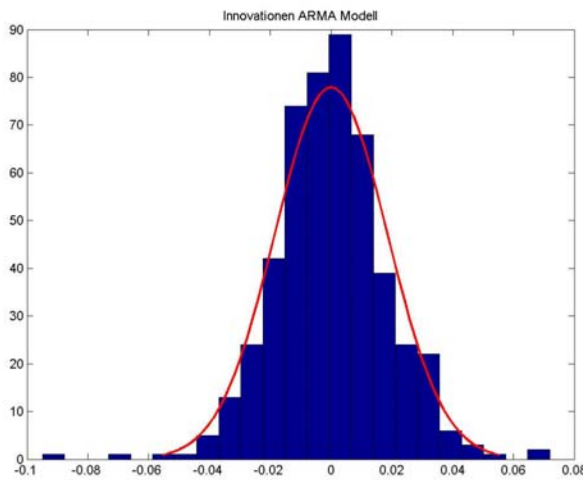




ARMA Modell

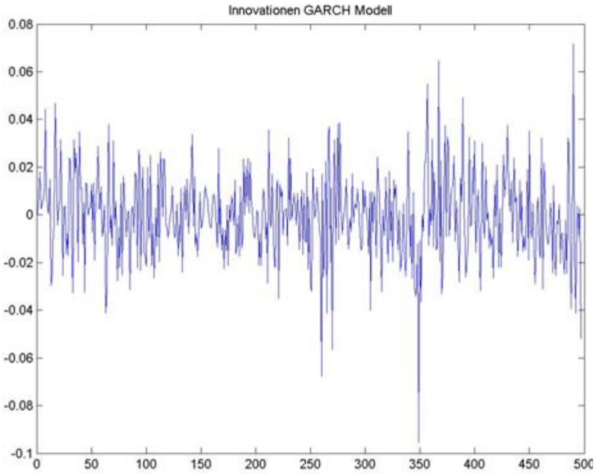
Mean: ARMAX(1,1,0); Variance: GARCH(0,0)
C = -0,0013 K = $3{,}4042 \cdot 10^{-4}$
α = -0,4232 β = 0,4003
AIC = $6{,}0725 \cdot 10^{3}$ FPE = 104,3051

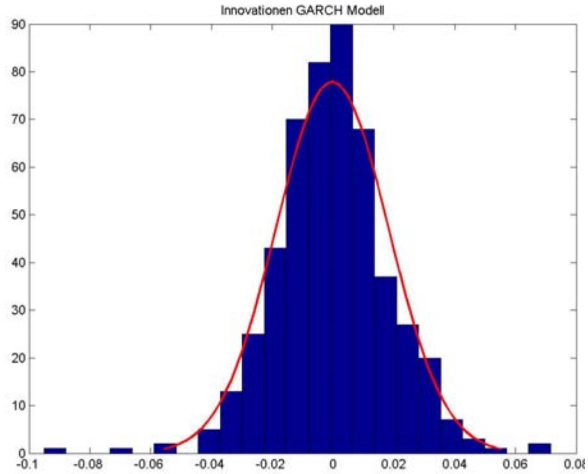




GARCH Modell

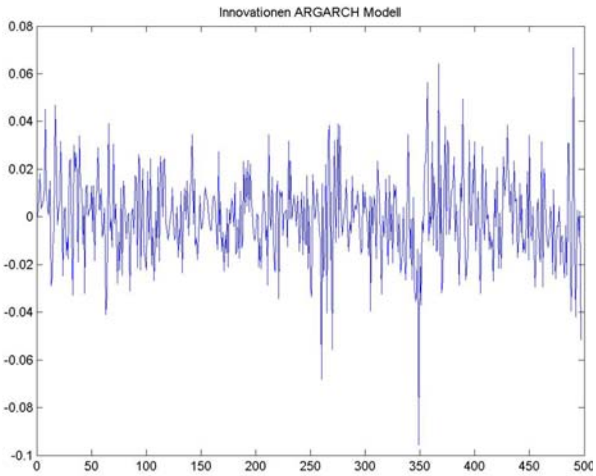
Mean: ARMAX(0,0,0); Variance: GARCH(1,1)
C = $-6{,}5343*10^{-4}$ K = $1{,}7948*10^{-5}$
$\tilde{\beta}$ = 0,8697 $\tilde{\alpha}$ = 0,0809
AIC = $8{,}0037*10^{3}$ FPE = $1{,}1308*10^{3}$

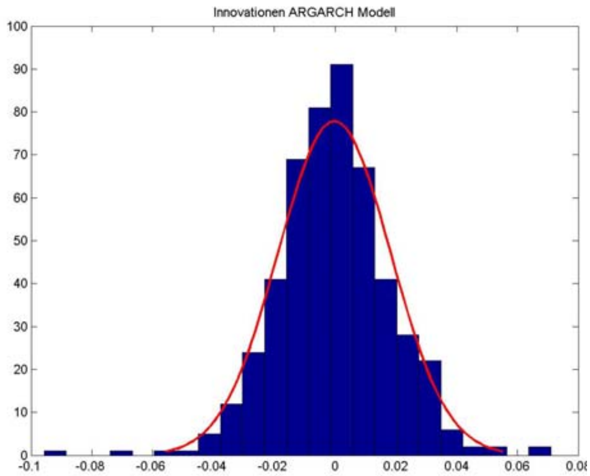




ARGARCH Modell

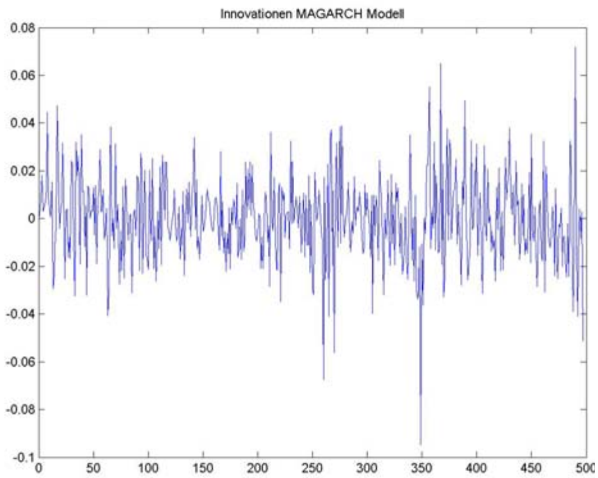
Mean: ARMAX(1,0,0); Variance: GARCH(1,1)
C = $-7{,}2289*10^{-4}$ K = $1{,}7468*10^{-5}$
α = -0,0478
$\tilde{\beta}$ = 0,8693 $\tilde{\alpha}$ = 0,0828
AIC = $6{,}0745*10^{3}$ FPE = 110,0063

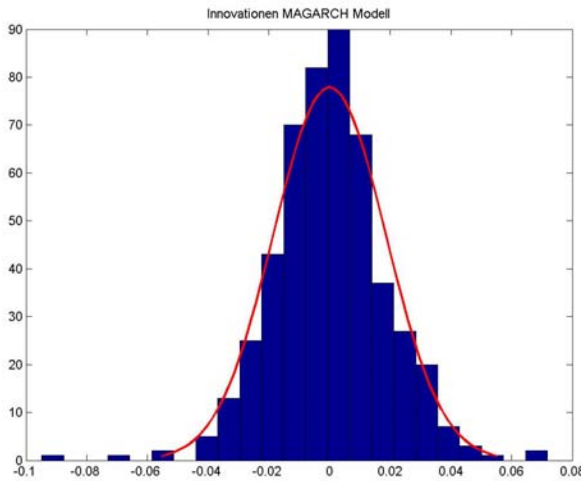




MAGARCH Modell

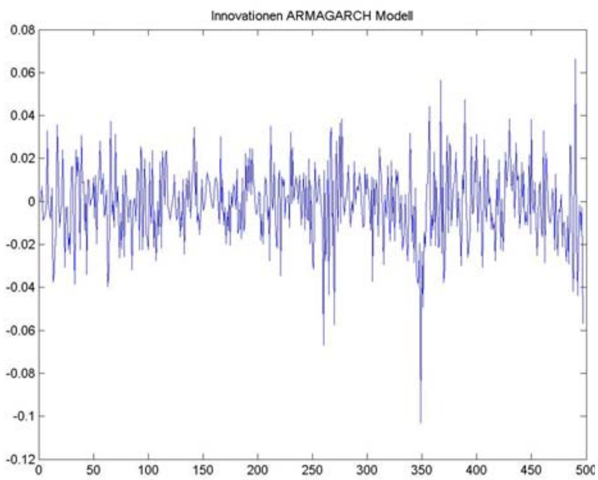
Mean: ARMAX(0,2,0); Variance: GARCH(1,1)
$C = -6{,}5667*10^{-4}$ $K = 1{,}7136*10^{-5}$
$\beta = -0{,}0447 \quad 0{,}0620$
$\tilde{\beta} = 0{,}8671$ $\tilde{\alpha} = 0{,}0866$
$AIC = 7{,}1746*10^{3}$ $FPE = 435{,}7396$

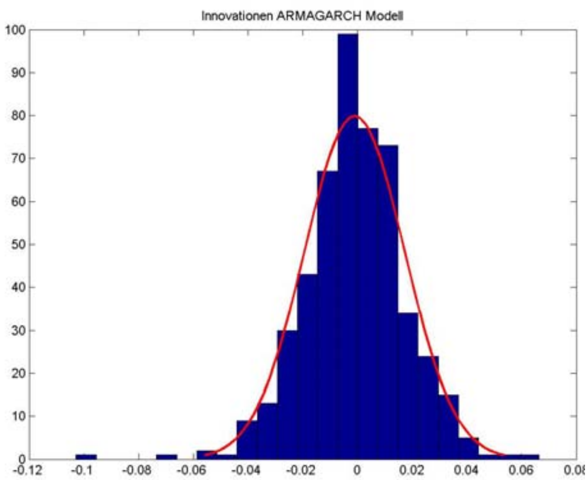




ARMA - GARCH Modell

Mean: ARMAX(2,2,0); Variance: GARCH(1,1)
$C = -3{,}0728*10^{-5}$ $K = 2{,}1576*10^{-5}$
$\alpha = 1{,}4123 \quad -0{,}4378$
$\beta = -1{,}4635 \quad 0{,}4637$
$\tilde{\beta} = 0{,}8432$ $\tilde{\alpha} = 0{,}0958$
$AIC = 6{,}0666*10^{3}$ $FPE = 110{,}0772$





9 Literaturverzeichnis

Müller, Nietzer. *Das Große Buch der technischen Indikatoren*, Börsenverlag 2000

Franke, Härdle, Hafner. *Einführung in die Statistik der Finanzmärkte*, Springer Verlag 2001

Brockwell, Davis. *Time Series: Theory and Methods*, Springer Verlag 1996

Korn, Korn. *Optionsbewertung und Portfoliooptimierung*, Vieweg Verlag 1999

Franke. *Einführung in die Zeitreihenanalyse*, Skript Universität Kaiserslautern 1999

Franke. *Grundlagen der Statistik*, Skript Universität Kaiserslautern 1991

Rinne. *Taschenbuch der Statistik*, Verlag Harri Deutsch 1997

Härdle. *Applied Nonparametric Regression*, Campridge Press 1993

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende
Arbeit ohne fremde Hilfe angefertigt und mich keiner
anderen als der angegebenen Hilfsmittel bedient habe.

. . . .