Körperschallübertragung gerader und gebogener biegeschlaffer Schlauchleitungen im Fahrzeugbau

Dem Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik

der Technischen Universität Kaiserslautern

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte

Dissertation

von

Herrn

Dipl.-Ing. (FH) Stefan Sentpali

aus Pfaffenhofen

Kaiserslautern, 2008

D 386

Körperschallübertragung gerader und gebogener biegeschlaffer Schlauchleitungen im Fahrzeugbau

Dem Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik
der Technischen Universität Kaiserslautern
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)
genehmigte
Dissertation

von Herrn
Dipl.-Ing. (FH) Stefan Sentpali
aus Pfaffenhofen

Kaiserslautern, 2008
D 386

Tag der mündlichen Prüfung:	05. November 2008
Dekan:	Prof. Dr.-Ing. S. Ripperger
Vorsitzender der Promotionskommission:	Prof. Dr.-Ing. R. Flierl
Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. habil F. Ebert
	Prof. Dr.-Ing. D. H. Hellmann

VORWORT

Die vorliegende Arbeit entstand neben meiner beruflichen Tätigkeit im Forschungs- und Innovationszentrum der BMW AG in Zusammenarbeit mit dem Lehrstuhl für Mechanische Verfahrenstechnik & Strömungsmechanik und dem Lehrstuhl für Strömungsmaschinen & Strömungsmechanik am Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik der Technischen Universität Kaiserslautern.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. F. Ebert, ehemaliger Inhaber des Lehrstuhls für Mechanische Verfahrenstechnik & Strömungsmechanik für die engagierte Betreuung dieser Arbeit sowie für die kritische wissenschaftliche Begutachtung und alle wertvollen Hinweise.

Ebenso möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. D. H. Hellmann, ehemaliger Inhaber des Lehrstuhls für Strömungsmaschinen & Strömungsmechanik für die bereitwillige Übernahme des Korreferates bedanken. Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Flierl sei gedankt für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Herr Dr.-Ing. M. Fallen, Leiter der Arbeitsgemeinschaft Akustik am Lehrstuhl für Strömungsmaschinen & Strömungsmechanik, hat das Projekt über mehrere Jahre hervorragend begleitet und mich bei der Beschaffung der Fachliteratur unterstützt. Sein Buch „Ingenieurakustik“ /16/ hat meine berufliche Ausrichtung schon als Student mitbestimmt. Ihm möchte ich besonders danken.

Weiterhin gilt mein Dank allen Lehrstuhlmitarbeitern, Studenten und Diplomanden. Besonders wertvoll war hier die Unterstützung von Herrn Dipl.-Ing. Kai Pies bei der Durchführung der Versuchsreihen und in organisatorischen Fragen.

Herren Dipl.-Phys. T. Fütterer und Dipl.-Phys. G. Uhrig danke ich für die bereitwillige Hilfestellung innerhalb der Promotionseignungsprüfungen zur Fachvertiefung der Höheren Mathematik und Technischen Thermodynamik.

Den Herren W. Muth und H.-J. Konitzer danke ich für ihre wohlwollende Förderung des Projektes von Seiten der BMW AG.

Schließlich gilt mein herzlicher Dank meiner Ehefrau Dipl.-Pflegewirtin (FH) A. Meussling-Sentpali für ihre Geduld und Zuwendung in schwierigen Phasen.
Ihr möchte ich diese Arbeit widmen.

INHALTSVERZEICHNIS

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

VERWENDETE FORMELZEICHEN (in Anlehnung an DIN 1304)

Formelzeichen	Einheit	Bezeichnung
a		Dehnwellengeschwindigkeitskoeffizient bei Schlauchbiegung
$A, A_S, A_{Öl}$	m^2	Ringquerschnittsfläche gesamt, Schlauch, Öl
$\underline{A}_n$	m/(Ns)	komplexe Admittanz n-tes Element
b	m	Kreisbogen
β		Flechtswinkel, Koppelfunktion
c	m/s	Schallgeschwindigkeit
c_{DW}	m/s	Dehnwellengeschwindigkeit
c_{DW_0}	m/s	Dehnwellengeschwindigkeit bei geradem Schlauch
$c_{eff,ql}$	m/s	effektive Dehnwellengeschwindigkeit
$\underline{c}_{ql}$	m/s	komplexe quasilongitudinale Wellengeschwindigkeit, (Dehnwellengeschwindigkeit)
d	Ns/m, kg/s	Dämpfungskonstante, Dämpfungsimpedanz
d_a	m	Außendurchmesser
d_i	m	Innendurchmesser
E	N/m^2	Elastizitätsmodul, E-Modul
$\underline{E}_{eff}$	N/m^2	komplexes effektives E-Modul
E_{kin}, E_{stat}	N/m^2	E-Modul kinematisch, statisch
E_S	N/m^2	E-Modul Schlauch
E_{Sl}	N/m^2	E-Modul Schlauch in Longitudinalrichtung
$E_{Sr,t}$	N/m^2	E-Modul Schlauch in Radial- und Tangentialrichtung
$\underline{E}_Z$	N/m^2	komplexes E-Modul der Impedanz
e		eulersche Zahl $e = \lim_{n\to\infty}(1+1/n)^n = 2{,}718281...$
ε		Dehnung
η	%	Verlustfaktor
η_{eff}		effektiver Systemdämpfungskoeffizient

F_0	N	Erregerkraft
F_F	N	Fundament bzw. Fußpunktkraft
f, f_0	Hz	Frequenz, Eigenfrequenz
f_n	Hz	Resonanzfrequenz n-ter Ordnung
γ	°, Rad	Biegewinkel
h	m, mm	Wandstärke
I_b	Nm^2	Flächenmoment 2-ter Ordnung bei Biegung
I_d	Nm^2	Flächenmoment 2-ter Ordnung bei Torsion (Drill)
$i = \sqrt{-1}$		Imaginäre Zahl
k		Dehnwellengeschwindigkeitsexponent bei Schlauchbiegung
χ^2		Kohärenzfunktion
$K_{iso,Öl}$	Pa	Kompressionsmodul von Öl mit Luftanteil
$K_{Öl}$	Pa	Kompressionsmodul von Öl
$K_{red,Öl}$	Pa	reduziertes Kompressionsmodul von Öl
$k_L, \underline{k_n}$		Wellenzahl longitudinal, komplex für n-tes Element
l_0, L	m	Ausgangslänge
l, l_S	m	Länge, Schlauchlänge
$t_{a,b}$		Matrixelement a-te Reihe, b-te Spalte
λ	m	Wellenlänge
$L_{p,a,...}$	dB	Pegel
M	Nm	Moment
m	kg	Masse
m_{eff}	kg	effektive Masse
m_{red}	kg	reduzierte Masse
MW		Ergebnismatrix der Messwerte
μ		Querkontraktionszahl
N^*		Menge der natürlichen Zahlen ohne die Null

ω, ω_0	1/s	Kreisfrequenz, Eigenkreisfrequenz
p	bar, Pa, N/m^2	Druck
φ_{kin}	-	Kinematikfaktor
ϕ		Isotropenfaktor
φ	Rad,°	Phasenwinkel
π		Kreiszahl, Verhältnis $U/d \approx 3{,}14$
$\underline{\psi}_n$		komplexe Durchgangsdämmungsfunktion n-tes Element
Ψ	%	Luftvolumenanteil
r		Reflexionsgrad
R	m	Biegeradius
ρ, ρ_{eff}	kg/m^3	Dichte, effektive Dichte
$\rho_{Öl}$	kg/m^3	Öldichte
ρ_S	kg/m^3	Schlauchmaterialdichte
s	N/m	Federsteifigkeit
σ	N/m^2	mechanische Normalspannung
T_{ges}		Gesamttransfer(ketten)matrix
T	°C, K	Temperatur
t	s	Zeit
T_n		Transfer(Ketten)matrix n-tes Element
U	W	Formänderungsarbeit
U	m	Kreisumfang
ΔV_i	%	Volumenzunahmen, innen
W_V	W	Verlustarbeit, dissipative Arbeit
X_{rel}	%	relative Parameteränderungen
$\ddot{x}$	m/s^2	Schwingbeschleunigung
$\dot{x}$	m/s	Schwinggeschwindigkeit
x, ξ	m	Schwingweg
$\Delta x, \Delta\dot{x}, \Delta\ddot{x}$	m, m/s, m/s^2	Relativgrößen /-koordinaten

ξ		Schlankheitsgrad
Y_{ges}		Gesamtadmittanzmatrix
Z	Ns/m	mechanische Impedanz
$\underline{Z}_e$	Ns/m, kg/s	komplexe Welleneingangsimpedanz
Z_{eff}	Ns/m, kg/s	effektive Eingangsimpedanz

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

Abkürzung	Bezeichnung
CAD	Computer Aided Design
CR	Gummimaterial Baypren®, Neoprene®, Polymer: Chloropren-Kautschuk
CSM	Gummimaterial Haypalon®, Polymer: Chlorsulfonisiertes Polyethylen
DBV	Druckbegrenzungsventil
DD	Dynamik Drive, Dehndruckleitung
DLG	Differenzialgleichung
HNBR	Gummimaterial HNBR, Polymer: Hydrierter Acrylnitrilbutadien-Kautschuk
KS	Klimaanlage, Saugleitung
LD	Lenkhilfe Dehndruckleitung
LR	Lenkhilfe Rücklaufleitung
NBR	Gummimaterial Perbunan®, Chemicalgum N®, Polymer: Acrylnitril-Butadien
NR	Gummimaterial Natsyn®, Polymer Naturkautschuk
SR	Fahrzeughydraulik Stahlrohr
UV	Ultra-Violette Strahlung
WR	CO2 Klimaanlage Prinzip Wellrohr

Summary

Luxury vehicles are equipped with diverse "mechatronic" systems with a great variety of actuators. These systems include the hydraulic active-roll-system and power steering, the pneumatic level control system, the electro hydraulic brake system, the high pressure injection of the fuel system or the multiplicity of the electrical actuators, e.g. in the window lifter, in steering column or seat adjustments, etc. The electrical power and media supply by power cables, air ducts, fuel tubing and fuel hose lines also represent solid-born noise flanking paths due to their connection between the aggregates and the body. As a consequence, not only the solid-born noise entry of the combustion engine but also the function noises of the auxiliary aggregates are transferred into the interior of the vehicle.

This paper aims at proving a functional dependence of the solid-born noise transmission of structural designs by elastic hose lines. First, the missing kinematical characteristics of the hose lines which are mounted in the vehicle body had to be determined in order to make the calculation. For the determination of the kinematical characteristics an acoustic hose test rig was designed and built. It is important to take the vehicle boundary conditions into account, such as outside loads in form of an operating characteristic diagram. The operating characteristic diagram consisting of the fluid pressure and the material temperature is supplemented by the substantial geometrical parameter of the bending radius of the hose routing.

Due to kinematical hardening of viscoelastic materials the system characteristics must be determined by measuring the dynamic force, bending and torsion moment and oscillations in term of accelerations. The amplitude behaviour that usually prevails in the operating point allows to take the damping factor into account by applying the linear Kelvin Voigt model. A simplification of the mathematical formulations of the system and material properties provides the permissible restriction on pure harmonious oscillations and the consideration of the damping by the introduction of the complex stiffness and the complex Young’s module of elasticity. The experimental tests focus on the material behaviour in the operating characteristic diagram. By carrying out accurate measurements of the natural frequency and the modal shape it is possible to determine the complex kinematical Young’s module of elasticity of the hose as a system variable. In addition to the kinematic factor, which describes the relation between the static and the kinematical material stiffening, the isotropic factor is introduced for the description of the directionality of the elastic module. All dominant influences and acoustic relations of the material properties and their geometrical sizes are functionally described and the effects on the sound transmission are discussed.

The mounting of curved hose lines is associated with a change of the wave velocity relative to straight samples as well as a coupling of extension wave with bending wave. These kinematical

effects are described by the bending radius, hose length and cross-sectional area, material stiffness and linking mathematically with the extension force. For applying the kinematical description of hose samples an approximation relating to the acoustic characteristic data is carried out in a standard test. The factors and exponents resulting from defined standard tests provide the opportunity to consider the dependency of the impact sound transmission on pressure load, material temperature and hose bending radius by using equations. Using the component acoustic hose test rig and the methods of calculations described in this paper it is now possible to determine, independent of the vehicle, the impact sound transmission characteristics of the viscoelastic hose materials in the operating characteristic diagram.

A further potential for acoustic improvement of the insulation lost of hoses opens up due to ascertainable kinematical parameters. Finally, this now allows a selection of the hose material according to acoustic criteria and the correspondingly defined bending transfer.

1 Einleitung und Aufgabenstellung

In den letzten Jahren hat die „Technische Akustik“ innerhalb der Fahrzeugentwicklung zunehmend an Bedeutung gewonnen und einen deutlichen Fortschritt erlebt. An Klangbild und Lautstärke von Geräuschen im Automobil werden die unterschiedlichsten Anforderungen gestellt und in Folge dessen verschiedenste Problemlösungen schon während der Fahrzeugentwicklung erarbeitet. So sollen als unangenehm empfundene Geräusche möglichst leise sein, Warngeräusche hingegen laut genug, um bestimmte Sicherheitskriterien zu erfüllen. Zusätzlich werden besonders in der automobilen Mittel- und Oberklasse Geräusche so „designed“, dass sie den Kundenerwartungen entsprechen, da das Erleben der akustischen Wertigkeit in zunehmendem Maße Kaufentscheidungen beeinflusst.

Eine immer größere Bedeutung gewinnen in dem Zusammenhang die Geräusche von Fahrzeugnebenaggregaten, da aufgrund des technischen Fortschritts in der sog. „Lärmarmen Konstruktion“ von Karosserie und Aggregatlagerung die Schallabstrahlung der Antriebseinheit (des Motors) kontinuierlich reduziert werden konnte. Außerdem erfolgt über die durch Schlauchleitungen und Elektrokabel gebildeten Schallnebenwege ein nicht unerheblicher Geräuscheintrag in den Fahrzeuginnenraum, welcher die „klassischen“ Körperschallhauptpfade der Aggregatlagerung sogar übertreffen kann. Hierbei ist die Lautstärke nur eines von mehreren, die Akzeptanz beeinflussenden, Kriterien. In gleichem Maße beeinflussen Klangfarbe und das willentliche bzw. unwillentliche Hervorrufen des Geräusches die Wahrnehmung durch den Fahrer. So werden bspw. Geräusche von bewusst durch den Fahrer eingeschalteten Aggregaten eher toleriert, als Geräusche, deren Herkunft dem Fahrer zunächst nicht bewusst ist, bzw. die automatisch durch die Fahrzeugsteuerung in Gang gesetzt werden.

In modernen Fahrzeugen erfolgt ein wesentlicher Beitrag des Geräuscheintrages in den Fahrzeuginnenraum dadurch, dass die biegeschlaffen Bauteile der Nebenaggregate den Körperschall übertragen. Je nach Fahrzeugkonzept erfolgt dies durch die hydraulischen Schlauchleitungen der Lenkhilfe, Kühlmittelleitungen der Klimaanlage oder durch Strom führende Elektrokabel. Besonders kritisch sind hierbei immer die Verbindungsleitungen zwischen den Karosserieaggregaten und den mit dem Verbrennungsmotor verbundenen Hilfsaggregaten. Diese Leitungen übertragen den Körperschall der Funktionsgeräusche der Aggregate ebenso wie auch die dominanten Ordnungen des Motorgeräusches. Eine ausgewogene Innenraumakustik ist deshalb nur möglich, wenn man schon in der Konzeptphase der Fahrzeugentwicklung diese Schallnebenwege entsprechend berücksichtigt.

Die Abstimmung der Schallnebenwege erfolgt allerdings heute überwiegend im Akustikversuch in der relativ späten Integrationsphase der Produktentwicklung. Hierbei werden verschiedene Schlauchmaterialien, die Verlegung der Leitungen und die Befestigungsart der Rohrhalterungen

getestet. Gravierende geometrische Änderungen sind aufgrund des bestehenden Fahrzeugbauraumes mit sehr hohen Änderungskosten verbunden oder nicht mehr möglich. Um trotzdem noch den Schalleintrag zu optimieren, greift man bei der akustischen Abstimmung hauptsächlich auf Erfahrungswerte aus dem Fahrzeugversuch zurück und versucht, den Geräuscheintrag über die Schallnebenwege zu beeinflussen. Bisher fehlte eine Systematik, welche die für den Fahrzeugbauraum relevanten Einflussgrößen bei der Schlauchleitungsverlegung aufzeigt und es ermöglicht, die Körperschallübertragung durch diese biegeschlaffen Bauteile mit relativ hoher Genauigkeit auch zu berechnen.

Durch diese Arbeit sollen neue Methoden aufgezeigt werden, um fahrzeugunabhängig die Körperschallübertragungseigenschaften von biegeschlaffen Bauteilen im Betriebskennfeld zu ermitteln. Die das Betriebskennfeld beeinflussenden Hauptparameter Fluiddruck und Materialtemperatur werden ergänzt durch den wesentlichen geometrischen Parameter der Biegeverlegung. Um diese „äußeren Lasten“ entsprechend berücksichtigen zu können, ohne jedoch aufwändige Versuchsaufbauten zu benötigen, wird in dieser Arbeit eine theoretische Herleitung zur Berechnung der o.g. Einflüsse beschrieben.

Die Veränderungen der Kenngrößen wie dynamische Steifigkeit und Elastizitätsmodul sowie der Wellengeschwindigkeit werden in Abhängigkeit von Temperatur, Fluiddruck und Biegeradius der Schlauchverlegung funktional beschrieben, die Auswirkungen auf die Körperschallübertragungsfunktion diskutiert und Simulationsmodelle durch die Versuchsergebnisse verifiziert. Hierfür werden die kinematischen Material- und Bauteilgrößen auf einem in dieser Arbeit entwickelten Akustik-Schlauchprüfstand gewonnen und können dann als Berechnungsgrundlage der Finite – Elemente – Simulationen zu Verfügung gestellt werden. Die kinematischen Kenndaten von Schlauchproben werden in einem Standardversuch ermittelt und dienen der akustischen Probenbeschreibung als Kennzahl. Die Betrachtungsweise der gebogenen Schlauchleitungen als Körperschallpfad und die hier aufgezeigten akustischen Zusammenhänge stellen eine Erweiterung des technischen Standes dar.

2 Stand der Technik

2.1 Vorangegangene Untersuchungen

Die Schallentstehung und Schallausbreitung in Hydraulikanlagen wurde aufgrund der hohen Schallemission von Pumpen, Ventilen, Rohr- und Schlauchleitungen in verschiedenartigen industriellen Anwendungsfällen schon intensiv untersucht. Dies gilt insbesondere für die Druckstoßausbreitung in Rohrleitungen /13, 18, 45, 56/. Hydrauliköle haben im Vergleich zu Luft eine um den Faktor 2400 höhere Kennimpedanz. Aufgrund dieses höheren Kennimpedanzverhältnisses ist die Schallschnelle bei vergleichbarem Schalldruck in gleichem Maße in Flüssigkeiten geringer als in Gasen. Die Schallenergieausbreitung in Fluiden erfolgt in Form von Druckpulsationen. Die Verwendung von Absorptionsdämpfern in Fahrzeughydrauliksystemen ist in den für den Fahrzeugbau zur Verfügung stehenden Abmessungen nicht möglich. Da die Schallübertragung hauptsächlich durch Druckschwingungen erfolgt, ist die Umwandlung der kinetischen Energie in Wärme durch Absorbermaterialien aufgrund der geringen Teilchenschnelle in der Hydraulik untergeordnet. Die Druckpulsreduktion erfolgt hier viel mehr vorwiegend durch Resonatoren, welche destruktiv interferierende Wellen erzeugen und somit eine frequenzselektive Schallauslöschung ermöglichen.

Die konstruktiven und methodischen Möglichkeiten zur Druckpulsreduktion wurden in verschiedenen Arbeiten von Esser /6/, Gerwig /8/, Hirschmann /17/ und Wacker /56/ detailliert beschrieben. Während Hoffmann /18/ vorwiegend die Wirksamkeit von Leitungslängen, Querschnittssprüngen und Volumenzunahmen durch Dehnschlauchleitungen oder Speicher beschreibt, stellt Esser /6/ einen Druckpulsationsdämpfer vor, welcher eine hohe Dämpfung aufweist, ohne den Nachteil von großer Volumenzunahme bei Druckschwankungen zu haben. Aktive Systeme, basierend auf Gegenschall im Fluid (ANC: Active Noise Control), haben häufig den Nachteil einer konstruktiv aufwändigen Druckkompensation. Eine Schallerzeugung mittels Piezokeramik als Aktuator liefert oft zu geringe Amplituden. Um eine ausreichende Volumenstromschwankung zu erzeugen, müssen einzelne Piezoquarzplättchen gestapelt werden. Dies führt zu langen und relativ schweren Aktuatoren. Quarze als Biegebalken in Konstruktionen zu verwenden, ist zwar grundsätzlich möglich, allerdings haben sie unter den im Fahrzeugbau üblichen Belastungsfällen keine ausreichende Betriebsfestigkeit. Einen weiteren Nachteil stellt die Aktivierung der Quarze durch Hochspannungsverstärker dar, welche aufgrund der hohen elektromagnetischen Störungen im Fahrzeugbau aufwändig abgeschirmt werden müssen. Aktuelle Arbeiten mit aktiven Systemen in der hydraulischen Wankstabilisierung von Fahrwerken stellen Goenechea und Sentpali /9, 10, 49/ vor. Hier wird ein System beschrieben, in dem als Aktuator ein piezoquarzgesteuertes Bypass-Ventil Verwendung findet. Die dem Fördervolumenstrom überlagerte, störende Volumenstromschwankung der Radialkolbenpumpe wird hier vor der Weiterleitung zum Ventilblock in den Ausgleichsbehälter abge-

zweigt. Weiterhin wird als Alternative zum piezoquarzgesteuerten Ventil eine mit der Pumpenwelle rotierende Lochscheibe als Drehschieber vorgeschlagen. Die Öffnung und Schließung des Bypasses zum Ausgleichsbehälter erfolgt phasengenau mit der Drehzahl. Durch Parallelschaltung von mehreren Lochscheiben mit unterschiedlichen Lochteilungen können auch harmonisch Vielfache der Pulsation erfasst werden.

Die Beeinflussung der Fluidschallgeschwindigkeit durch elastische Rohrleitungen hat eine besondere Bedeutung bei Kraftstoffeinspritzsystemen. Berechnungsmethoden der Druckwellenausbreitung in Brennstoffeinspritzsystemen und hydraulischen Ventilsteuerungen sind in den Veröffentlichungen von Hadlatsch /13/ und Kahn /23/ zu finden.

Eine Vielzahl von Arbeiten behandelt die Geräuschminderung an hydraulischen Lenksystemen und hydraulischen Wankstabilisierungen. Als Beispiel seien hier die aktuelleren Veröffentlichungen von Goenechea /9/, Kashani /24/, Long /32/, Sentpali /50, 52/ und Yu /58/ genannt. In Rohren mit elastischer Wandung, wie sie z.B. Dehnschlauchleitungen haben, kann die Druckwellenausbreitungsgeschwindigkeit im Vergleich zur freien dreidimensionalen Schallausbreitung in Flüssigkeiten stark abfallen. Der Zusammenhang zwischen der elastischen Rohrwand und der Kompressibilität des Öls wird in der Korteweg-Gleichung beschrieben und findet Anwendung in der Arbeit von Rosenberg /45/ und im Fachbuch von Ziegler /59/. Bei eindimensionaler Wellenausbreitung innerhalb „akustisch enger“ Rohre gibt es keine Querverteilung des Wellenfeldes. Die Schallausbreitung erfolgt über ebene Wellen und kann mit dem „Vierpolverfahren“ /6,/ durch so genannte Transfer-, bzw. Kettenmatrizen gut beschrieben werden.

Für die Körperschallübertragung von Rohren oder Balken gilt dies ebenfalls. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass sich im Körperschall unterschiedliche Wellenformen mit verschieden großen Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten ausbilden können und oft eine Überlagerung verschiedener Wellenformen vorhanden ist. Einen Sonderfall stellt die Biegewelle aufgrund ihrer frequenzabhängigen Biegewellengeschwindigkeit und des daraus resultierenden Dispersionsverhaltens bei Impulsanregung dar. Weiterhin treten neben Kraft und Schnelle noch Moment und Winkelgeschwindigkeit als Feldgröße auf, wodurch die Berechnungen mittels des „Achtpolverfahrens“ zwar komplizierter, aber weiterhin prinzipiell anwendbar sind. Detaillierte theoretische Beschreibungen der Körperschallübertragung und -dämpfung sind durch Cremer und Heckel /3/ und Hubert /4/ erarbeitet worden,. Jo /21/ gibt einen Überblick über die unterschiedlichen Zylinderbewegungsgleichungen und beschreibt besonders den Sonderfall der Rohrleitung. Außerdem vergleicht er verschiedene Zylinderbewegungsgleichungen hinsichtlich der notwendigen Genauigkeit für technische Anwendungen.

Die akustische Beschreibung der Materialeigenschaften von hydraulischen Dehnschlauchleitungen beschränkt sich bis heute auf den Lastfall der Druckpulsübertragung, wobei als Schallquelle überwiegend die Volumenstromschwankung von Pumpen betrachtet wird. Ehmann /5/ zeigt im Detail die Zusammenhänge von Druckstoßübertragung und Dehnleitungskonstruktion auf. Hierbei wird ein Messverfahren zur Erfassung kinematischer Durchmesseränderungen vorgestellt. Die Auswirkung von Betriebsdruck, Öltemperatur, Gummimischung und Geflechtwinkel auf die Fluidschallgeschwindigkeit werden diskutiert und Vorschläge für die Konstruktion von hydraulischen Hochdruckschläuchen mit verbesserten akustischen Fluidschalleigenschaften gemacht.

Die Entwicklung von Finite-Elemente-Berechnungsmodellen zur Simulation der Körperschall- und Fluidschallwellenübertragung von Dehnschlauchleitungen bei Fluid-Strukturkopplung werden in mehreren Forschungsarbeiten von Horn /19/ und Stryczek /54/ dargestellt. Sensitivitätsbetrachtungen, abgeleitet aus FE Berechnungen der Schlauchwandkonstruktionen, stellen die unabhängigen Konstruktionsparameter den abhängigen Resonanzeigenschaften gegenüber. So zeigt der Geflechtswinkel neben dem E-Modul ebenfalls eine deutliche Auswirkung auf die kinematische Elastizität und damit auf die Körper- und Fluidschallgeschwindigkeit. Prüfstandskonzepte zur Ermittlung der für die Simulation notwendigen Materialkenngrößen im Betriebskennfeld sind analog zu der Arbeit von Ehmann /5/ ergänzend für den Lastfall Körperschall durch Pies /42/ und Sentpali /51/ aufgezeigt worden. Hierzu wurden Versuchseinrichtungen zum Aufprägen von Fluiddruck und Umgebungstemperaturtemperatur bei gleichzeitig definierter Biegeverlegung der Schlauchproben entwickelt.

2.2 Schlauchleitungen als biegeschlaffe Bauteile

2.2.1 Anwendungen im Fahrzeugbau

Unter biegeschlaffen Schlauchleitungen werden in dieser Arbeit Schläuche verstanden, die im Fahrzeugbau zum Transport von Hydrauliköl, Kraftstoff oder Kältemittel verwendet werden. Hierbei ergeben sich konstruktiv Längen l von 100 mm bis 1000 mm bei Außendurchmessern d_a von 10 mm bis 50 mm. Durch die Beschreibung des Schlankheitsgrades ξ mit

$$\xi = \frac{l}{d_a} \qquad \textbf{2.1}$$

ergeben sich Schlankheitsgrade von 10 bis 100. Häufig werden Kompositmaterialien aus viskoelastischen Gummimischungen, zur Druckaufnahme verstärkt mit geflochtenen oder gewebten Fäden aus Stahl oder Polyamid, verwendet. Eine Ausnahme stellen hierbei Edelstahlwellrohre dar. Aufgrund ihrer Verwendung bei CO_2-Kälteanlagen und der geringen Molekülgröße von CO_2 werden an sie sehr hohe Anforderungen an die Dichtigkeit gestellt.

Eine Zusammenstellung typischer Schlauchleitungen zeigt Tab. 2.1.

Verwendung	ξ	Materialbezeichnung [internationales Kurzzeichen]	Druck [bar]	Temperatur [°C]
Dehnschlauch	30	HNBR, CR, CSM	200	-40 bis 120
Hochdruckschlauch	60	HNBR, CR, NBR	250	-40 bis 120
Niederdruck	20	CSM, CM	30	-40 bis 120
Kältemittelleitungen	10	CSM, CM	25 bis 120	-40 bis 120

Tab. 2.1: Typische Schlauchleitungen im Fahrzeugbau

Abb. 2.1 zeigt einen Bauraumauszug aus einem CAD-Gesamtfahrzeugmodell und soll einen Überblick über die verwendeten Leitungskonstruktionen und deren Vielzahl geben. Dargestellt sind alle innerhalb der äußeren Hülloberfläche eines Fahrzeuges verbauten biegeschlaffen Leitungen. Im Einzelnen sind dies Konstruktionen für:

- hydraulische Dehn-, Rücklauf- und Hochdruckschlauchleitungen

- Klimadruck- und Klimasaugschlauchleitungen
- Elektrische Spannungsversorgung durch den Kabelbaum
- Kühl- und Heizwasserschläuche
- Leitungen der Kraftstoffversorgung
- Lüftungskanäle

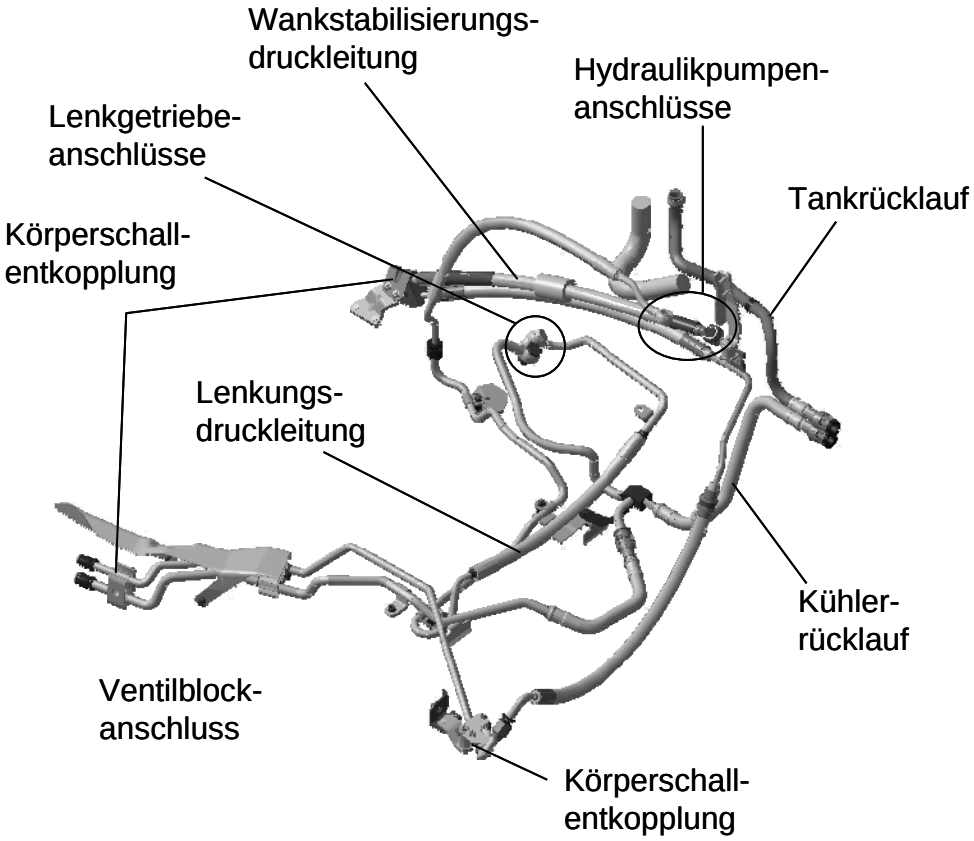


Abb. 2.1: Bauraumauszug biegeschlaffer Leitungen im Fahrzeugbau

2.2.2 Aufbau von typischen Schlauchleitungen

Schlauchleitungen für den Einsatz in der Ölhydraulik müssen neben den druckpulsationsmindernden Eigenschaften auch eine ausreichende Schwingungsisolierung haben sowie die Relativbewegungen zwischen der am Verbrennungsmotor befestigten Pumpe und dem meist karosseriefesten Ventilblock aufnehmen. Hierzu muss der Schlauch als flexibles Verbindungselement konstruiert sein und gleichzeitig hohe Innendrücke, hervorgerufen durch das zu transportierende Hydrauliköl, aufnehmen können. Dehnschlauchleitungen haben die zusätzliche Eigenschaft der Druckpulsati-

onsminderung. Dies wird durch eine definierte Innenvolumenzunahme in Abhängigkeit vom Öldruck sichergestellt. Die konstruktive Ausführung der Wandung erfolgt häufig durch drei Schalen, wie in Abb. 2.2 gezeigt.

- Die Schlauchseele bildet die Innenwand und steht in direktem Kontakt mit dem Hydrauliköl. Die Seele dichtet den Schlauch nach außen hin ab und muss resistent gegenüber dem Hydrauliköl sein. Hierzu werden meist folgende Polymere verwendet: Acrylnitril-Butadien (NBR), Chloropren-Kautschuk (CR) oder Chlorsulfonisiertes Polyäthylen (CSM).
- Das Geflecht als Druckträger besteht aus einem Garn mit hoher Zugfestigkeit. Für Hochdruckschlauchleitungen werden zwei Geflechtlagen, getrennt durch eine elastische Zwischenschicht, aufgeflochten. Stahldraht als Flechtgarn wird zunehmend abgelöst durch Garne aus synthetischen Chemiefasern wie: Polyamid, Polyacrylnitril und Polyaramid.
- Die Schlauchdecke schützt den Druckträger vor äußeren Einwirkungen wie mechanischen Stößen, Abrieben an Kontaktstellen, UV-Strahlung, Feuchte durch Witterung sowie vor chemischen Reaktionen durch Lösungsmittel. Eingesetzt werden vorwiegend die Materialien Chloropren-Kautschuk (CR) und Chlorsulfonisiertes Polyäthylen (CSM).

Durch Armierungen an den Schlauchenden werden die Verbindungsmöglichkeiten zu Rohrleitungen hergestellt. Die Befestigung der Armaturen erfolgt durch Pressverbindungen. Der Gummiwerkstoff der Schlauchseele und –decke darf hierbei weder fließen noch reißen.

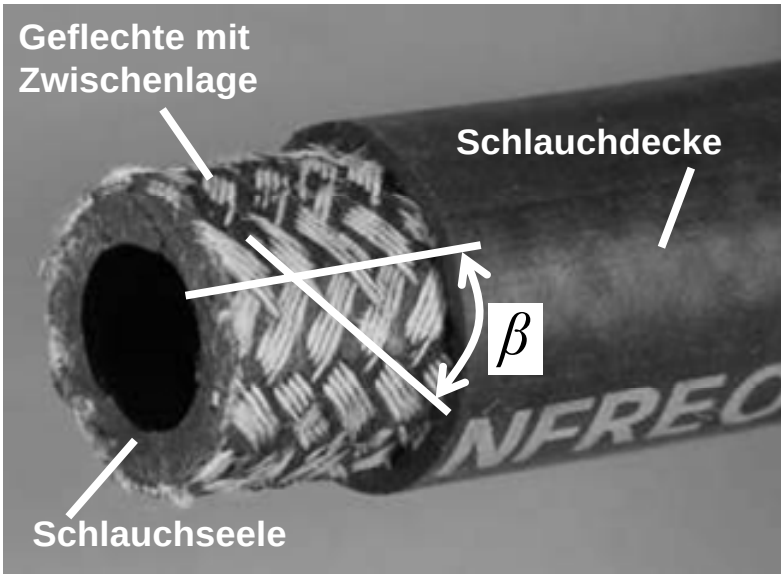


Abb. 2.2: Lenkhilfedehnschlauch mit Geflechteinlage

Hersteller	EATON	MANULI	TECHNO CHEMIE
Herstellerbezeichnung	GH385	GFB1B	Typ 8 HNBR/CR
Bezeichnung	LD1	KS1	LD2
Abmessungen Schlauchseele:			
Innenradius [mm]	4,5	6,3	5,0
Außenradius [mm]	7,0	9,3	6,3
Abmessungen Schlauchdecke:			
Innenradius [mm]	10,5	10,3	8,0
Außenradius [mm]	12,0	12,3	9,0
Fahrzeugbauübliche Längen [mm]	100 bis 800	300 bis 600	300 bis 900
Geflecht:			
Fadenwinkel [°]	50	50	50
Fadendurchmesser [mm]	0,7	0,5	0,5
Anzahl Fäden	4	4	4
Bandweite [mm]	3	2	2,5
Bandlücke [mm]	0	1	0
Anzahl Lagen	2	1	2
Materialeigenschaft Schlauchseele:			
Härte [Shore-A]	68	88	75
Dichte [kg/m^3]	1200	1200	1200
Materialeigenschaft Geflecht:			
E-Modul [N/m^2]	2 x 10^9	2 x 10^9	2 x 10^9
Dichte [kg/m^3]	1100	1100	1100
Materialeigenschaft Schlauchdecke:			
Härte [Shore-A]	73	88	70
Dichte [kg/m^3]	1200	1200	1200

Tab. 2.2: Abmaße und Materialeigenschaften von Dehnschlauchleitungen (Quelle /19/)

Neben der Elastizität des verwendeten Gummiwerkstoffes sind die Durchmesserdimensionen und der Geflechtwinkel dominante akustische Konstruktionsgrößen. So ergibt sich die Innenvolumenzunahme durch Überlagerung von Längs- und Radialdehnung. Die Aufteilung von Längs- zu Radi-

aldehnung wird durch die Geflechtsanordnung und die Größe des Flechtwinkels β bestimmt. Konstruktives Ziel ist eine hohe Volumenzunahme bei minimaler Längsdehnung. Die Radialdehnung wird durch den Berstdruck und die Betriebsfestigkeit der Anbindung der Schlauchenden an die Presshülsen beschränkt. In Tab. 2.2 sind die wichtigsten Abmaße und Materialeigenschaften drei verschiedener Schläuche unterschiedlicher Hersteller tabellarisch aufgeführt.

2.2.3 Geräuschbeitrag durch Schlauchleitungen

Als Hauptschallübertragungspfade im Fahrzeug gelten die Aggregatelagerungen von Motor und Getriebe sowie die Luftschalldämmung der Karosserie. Alle weiteren Schallpfade werden als Schallnebenwege bezeichnet und überwiegend durch Schlauchleitungen gebildet. Schlauchleitungen fungieren im akustischen Sinne als Körper- und Fluidschallüberträger. Durch gezielte konstruktive Gestaltung werden Einfügedämmungen von bis zu 40 dB erreicht. Bei Fahrzeugen der Mittel- und Oberklasse ist der Schalleintrag in den Fahrzeuginnenraum über die Schallnebenwege dominant. Ursache hierfür sind die kontinuierliche Antriebsgeräuschreduzierung, die steigende Anzahl von Nebenaggregaten und der gestiegene Anspruch des Kunden an die Fahrzeuginnenraumakustik.

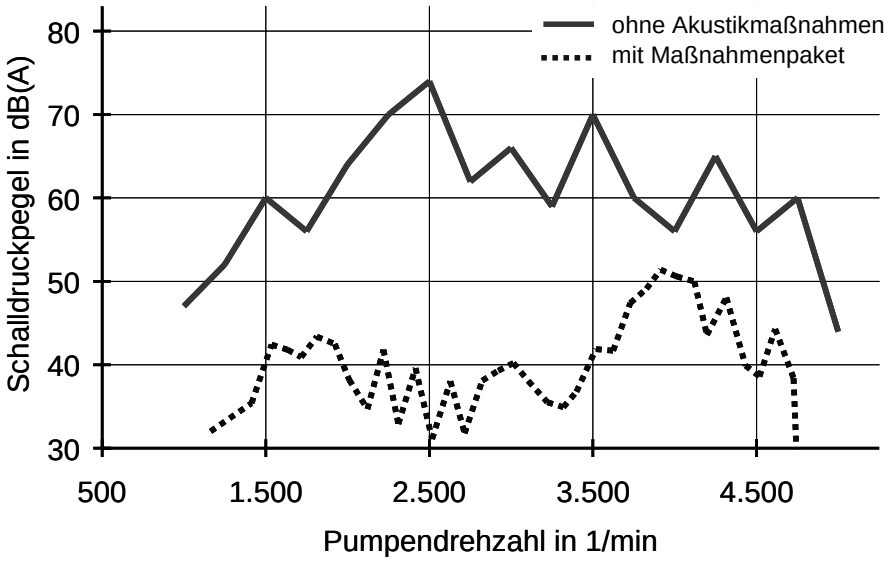


Abb. 2.3: Wirkung von Dehnschlauchleitungen auf das Fahrzeuginnengeräusch

Abb. 2.3 zeigt den Einfluss einer Schall emittierenden Radialkolbenpumpe der hydraulischen

Wankstabilisierung auf das Fahrzeuginnengeräusch. Dargestellt ist jeweils das Geräusch vor und nach akustischer Optimierung der Schallnebenwegsübertragung durch Hydraulikleitungen und Rohre.

Während der Entwicklung von Fahrzeugmechatroniksystemen wird der überwiegende Anteil akustischer Bauteilauslegungen durch Versuche gestaltet. Aufgrund verkürzter Entwicklungszeiten ist eine Erprobung am Fahrzeugprototyp nur noch bedingt möglich. So werden für die akustische Abstimmung von Resonatoren in Dehnschlauchleitungen der hydraulischen Lenkhilfe Komponentenprüfstände benutzt. Untersuchungsschwerpunkte sind hierbei die Auswirkung der Drosselpositionen und Innenresonatorlängen auf die Fluidschallemission der Pumpe sowie die Fluidschallübertragung zum Lenkgetriebe. Eine gute Übereinstimmung von Versuchs- mit Simulationsergebnissen der Fluidschallübertragung wird mit dem Abbilden der Dehnleitung als akustischer Vierpol erreicht. Die hydraulischen Anschlussimpedanzen von Pumpe und Lenkgetriebe werden messtechnisch ermittelt und können durch Umwandlung in Transfermatrizen und durch Multiplikation mit dem Vierpol der Dehnleitung aneinander „gekettet“ werden. Aufgrund dieser Kopplungseigenschaft wird die Transfermatrix auch als Kettenmatrix bezeichnet.

3 Akustische Grundlagen

Zum Verständnis des Übertragungsverhaltens biegeschlaffer Bauteile ist es notwendig, die Schwingungsvorgänge und damit das akustische Verhalten dieser Bauteile zu betrachten. Dazu werden in den folgenden Abschnitten relevante akustische und schwingungstechnische Grundlagen näher erläutert, die auch die wissenschaftliche Basis für die durchzuführenden Messungen bilden.

3.1 Differentialgleichung des gedämpften Einmassenschwingers

Das einfachste denkbare schwingende System ist der Einmassenschwinger. Bei diesem sind eine Masse m mit einer Feder (Federsteife s) und einem viskosen Dämpfer (Dämpfungskonstante d) mechanisch parallel verschaltet. Abb. 3.1 (a) zeigt die gebräuchliche Darstellung des Einmassenschwingers.

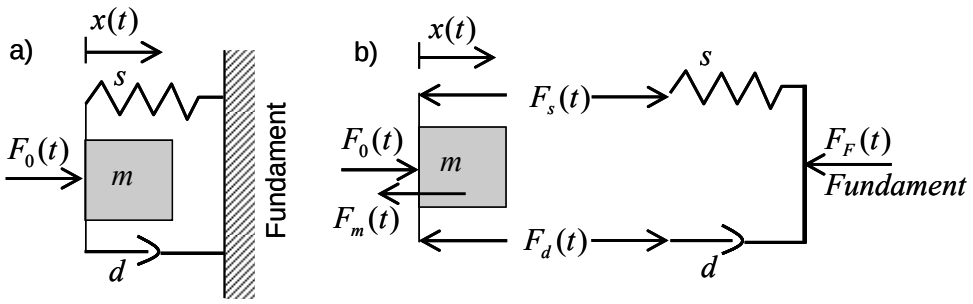


Abb. 3.1: Darstellung des gedämpften Einmassenschwingers (a) und der Schnittkräfte (b)

Auf die Masse wirkt eine von der Zeit t abhängige Erregerkraft $F_0(t)$. Durch mechanisches Freischneiden, siehe Abb. 3.1 (b), und Kräftegleichgewichtsbildung, ergibt sich die DGL des Einmassenschwingers

$$\overbrace{\frac{d^2x(t)}{dt^2}\cdot m}^{Fm(t)} + \underbrace{\overbrace{\frac{dx(t)}{dt}\cdot d}^{Fd(t)} + \overbrace{x(t)\cdot s}^{Fs(t)}}_{\text{Kräfte linear in x bzw. x'}} = \overbrace{F_0(t)}^{Anregungskraft} \qquad 3.1$$

Für harmonische Schwingungen („reine“ Töne) lautet die Erregerkraft $F_0(t) = \hat{F}_0 \cdot e^{i\omega t}$ mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$. Die Systemantwort ergibt sich aus dem harmonischen Ansatz des Schwingungsweges mit

$$\underline{x}(t) = \hat{x} \cdot e^{i\omega \cdot t} \qquad \textbf{3.2}$$

Durch Differentiation folgt die Schwinggeschwindigkeit

$$\underline{\dot{x}}(t) = \frac{dx(t)}{dt} = i\omega \cdot \hat{x} \cdot e^{i\omega \cdot t} = i\omega \cdot \underline{x}(t) \qquad \textbf{3.3}$$

und bei nochmaligem Differenzieren die Schwingbeschleunigung

$$\underline{\ddot{x}}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = (i\omega)^2 \cdot \hat{x} \cdot e^{i\omega \cdot t} = i\omega \cdot \underline{\dot{x}}(t) = -\omega^2 \cdot \underline{x}(t) \qquad \textbf{3.4}$$

Der Schwingwiderstand, den der Einmassenschwinger der anregenden Kraft entgegensetzt, wird als Eingangsimpedanz $\underline{Z_e}$ bezeichnet und ist definiert als komplexe Größe zu

$$\underline{Z_e}(\omega) = \mathrm{Re}\{\underline{Z}\} + \mathrm{Im}\{\underline{Z}\} = \frac{\underline{F}(\omega)}{\underline{\dot{x}}(\omega)} \qquad \textbf{3.5}$$

Setzt man Gleichung (3.2), (3.3) und (3.4) in Gleichung (3.1) ein und beachtet, dass der Imaginärteil der Eingangsimpedanz des ungedämpften Schwingers bei Resonanz mit der Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$ Null wird, folgt daraus

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{s}{m}} \qquad \textbf{3.6}$$

Der Ausschlag der Masse des Einmassenschwingers ergibt sich dann bei konstanter Kraftanregung zu

$$\hat{x} = \frac{\hat{F}_0}{m \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega \cdot d} \qquad \textbf{3.7}$$

Die auf das Fundament übertragene Kraft ergibt sich nach dem Freischneiden in Abb. 3.1 zu

$$F_F(t) = \frac{dx(t)}{dt} \cdot d + s \cdot x(t) \qquad \textbf{3.8}$$

Mit den Gleichungen (3.2) und (3.3) folgt

$$(i\omega \cdot d + s) \cdot \hat{x} = \hat{F}_F \qquad \textbf{3.9}$$

Die Kraftübertragungsfunktion vom Fundament bezogen auf die Anregung folgt aus Gleichung (3.7) und (3.9) zu

$$\frac{\hat{F}_F}{\hat{F}_0} = \frac{i\omega \cdot d + s}{m \cdot (\omega_0^2 - \omega^2) + i\omega \cdot d} \qquad \textbf{3.10}$$

3.2 Differentialgleichung des gedämpften Zweimassenschwingers

Für die Ermittlung der dynamischen Materialgrößen und die Beschreibung der Schwingungsverhältnisse von biegeschlaffen Schlauchleitungen eignet sich das Modell des Zweimassenschwingers. Dieses Modell entspricht einen einfachen Versuchsaufbau, bei dem die elastische Schlauchleitung als Federsteife und Dämpfer betrachtet wird und Massen an den beiden Enden befestigt werden. Insbesondere kann damit aus den gewonnenen Messergebnissen der Systemeigenfrequenzen f_0 die Steife s und der Dämpfungskonstante d der Schlauchprobe bestimmt werden.

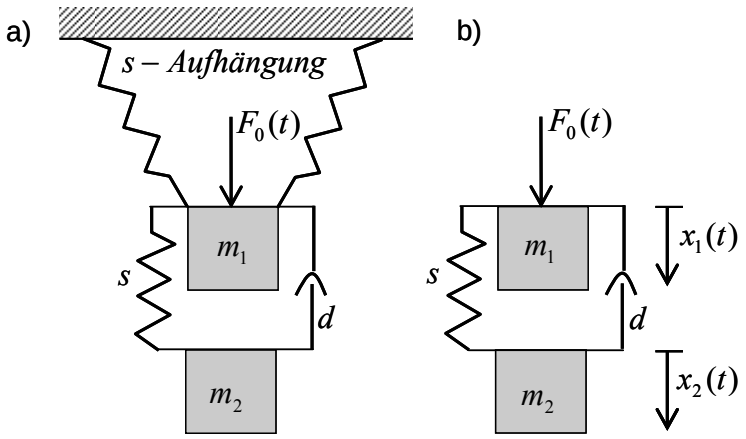


Abb. 3.2: Zweimassenschwinger (a) und Vereinfachung bei weicher Aufhängung (b)

Abb. 3.2 (a) zeigt eine Prinzipdarstellung des Zweimassenschwingers in Anlehnung an den Versuchsaufbau wie er in Kapitel 5.1 beschrieben wird. Bei einer sehr weichen Aufhängung des Versuchsaufbaus relativ zur Federsteife zwischen den zwei Massen kann die Steifigkeit der Aufhängung vernachlässigt und der Zweimassenschwinger auf seine Systemschwingung reduziert werden (b). Analog Kapitel 3.1 ergibt sich für den Zweimassenschwinger das gekoppelte inhomogene Dif-

ferenzialgleichungssystem

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + d \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + s \cdot (x_1 - x_2) = F_0 \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 + d \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + s \cdot (x_2 - x_1) = 0 \end{aligned} \qquad \textbf{3.11}$$

3.2.1 Bestimmung von Steifigkeit, Verlustfaktor und Dämpfungskonstante

Die Ermittlung der kinematischen Kenngrößen von Elastizitätsmodul und Schallgeschwindigkeit (Wellengeschwindigkeit) von Schlauchleitungen ergibt sich durch Bestimmung der Systemsteifigkeit und -dämpfung. Bei Vernachlässigung der Dämpfung ($d = 0$) in einem Ausschwingversuch, d.h. nach „abgeschalteter“ Kraftanregung ($F_0 = 0$), stellt sich beim Zweimassenschwinger sein Eigenmode bei der Eigenfrequenz f_0 ein. Das inhomogene Differentialgleichungssystem (3.11) vereinfacht sich zu einem rein homogenen Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \ddot{x}_1 + s \cdot (x_1 - x_2) = 0 \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 + s \cdot (x_2 - x_1) = 0 \end{aligned} \qquad \textbf{3.12}$$

Führt man die Relativkoordinaten als Differenzbewegung der Massen ein,

$$\begin{aligned} x_{rel} &= x_1 - x_2 \\ \dot{x}_{rel} &= \dot{x}_1 - \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_{rel} &= \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 \end{aligned} \qquad \textbf{3.13}$$

folgt nach Einsetzen in (3.12) die harmonische Differentialgleichung des Zweimassenschwingers ohne Dämpfung in Relativkoordinaten

$$\left(\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \right) \cdot \ddot{x}_{rel} + s \cdot x_{rel} = 0 \qquad \textbf{3.14}$$

Hierbei ist der Massenterm

$$\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} = m_{red} \qquad \textbf{3.15}$$

die reduzierte Masse. Mit m_{red} stellt sich die DGL des Zweimassenschwingers (3.14) analog der DGL des Einmassenschwingers dar

$$\ddot{x}_{rel} + x_{rel} \cdot \frac{s}{m_{red}} = 0 \qquad \textbf{3.16}$$

und es gilt für die Eigenfrequenz der Relativbewegung

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{s}{m_{red}}} \qquad \textbf{3.17}$$

Aus (3.17) folgt durch Umstellung der Gleichung für die Steifigkeit s

$$s = (2\pi \cdot f_0)^2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \qquad \textbf{3.18}$$

Aus dem messtechnisch im Frequenzbereich ermittelten Quotienten von Beschleunigung $\underline{\ddot{x}_2}$ der Abschlussmasse m_2 und Kraftanregung $\underline{F_0}$ der Eingangsmasse m_1, folgt die spektrale Übertragungsacceleranz $\underline{H_{02}}(f)$ als Kehrwert der dynamischen Masse m_{dyn}.

$$\underline{H_{02}}(f) = \frac{1}{\underline{m_{dyn}}} \qquad \textbf{3.19}$$

$$\underline{m_{dyn}}(f) = \left| \frac{\underline{F}(f)}{\underline{\ddot{x}}(f)} \right| \qquad \textbf{3.20}$$

In Pegelschreibweise ergibt sich dann per Definition

$$L_{H_{02}}(f) = 20 \cdot \lg \left| \frac{1}{\underline{m_{dyn}}(f) / m_0} \right| = 20 \cdot \lg \left| \frac{\underline{\ddot{x}}(f) / \ddot{x}_0}{\underline{F(f)} / F_0} \right| \qquad \textbf{3.21}$$

mit

$m_0 = 1\,\text{kg}, \ddot{x}_0 = 1\,\text{m/s}^2, F_0 = 1\,\text{N}$

Bestimmt man aus dem spektralen Verlauf der Acceleranz die obere Grenzfrequenz f_{oben} und die untere Grenzfrequenz f_{unten} durch 3dB Pegelabfall vom Maximum des Resonanzgipfels bei der Resonanzfrequenz f_0, entspricht dies der Reduktion der Amplitudenquadrate, also auch der Energie, um den halben Wert. Die Dämpfungsermittlung erfolgt nun mittels Bestimmung der definierten Halbwertsbreite

$$\Delta f = f_{oben} - f_{unten} \qquad \textbf{3.22}$$

des Frequenzverlaufs im Bereich der Resonanzfrequenz $f_0 = (f_u + f_o)/2$ wie beispielhaft in Abb. 3.3 dargestellt wurde.

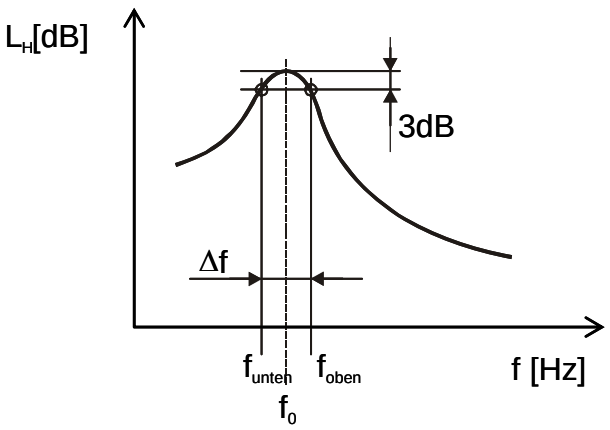


Abb. 3.3: Bestimmung der Dämpfung aus der Übertragungsfunktion

Für die Halbwertsbreite /3, 4/ gilt die Beziehung

$$\Delta f = \frac{d}{2\pi \cdot m_{red}} \qquad \textbf{3.23}$$

Der Verlustfaktor η zur Beschreibung der Dämpfung und des komplexen Elastizitätsmoduls (siehe auch Kapitel 3.2.2) ergibt sich nach Substitution der Dämpfungskonstante d nach Gleichung (3.33) zu

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_0} \qquad \textbf{3.24}$$

Mit f_0 aus Gleichung (3.17) und η aus Gleichung (3.24) ergibt sich die Dämpfungskonstante d zu

$$d = 2\pi \cdot f_0 \cdot m_{red} \cdot \eta = \eta \cdot \sqrt{s \cdot m_{red}} \qquad \textbf{3.25}$$

3.2.2 Dämpfungsmodell nach Kelvin-Voigt, komplexe Steife und Elastizitätsmodul

Für die Simulation der Körperschallübertragung werden Dämpfungsmodelle benötigt. Einen ausreichenden Nutzen für den in dieser Arbeit beschriebenen Fall der Körperschallübertragung bietet das lineare Kelvin-Voigt-Modell aus der Kontinuumsmechanik. Dieses Dämpfungsmodell wurde

schon in Kapitel 3.1 vorausgesetzt und ist in Abb. 3.4 dargestellte. Es besteht aus der mechanisch parallelen Verschaltung einer elastischen Feder (hookesches Element) mit einem viskosen Dämpfer (newtonsches Element).

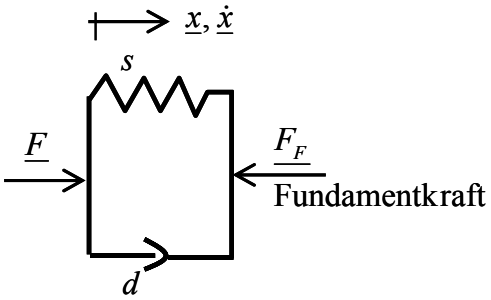


Abb. 3.4: Kelvin-Voigt Modell

Für den eindimensionalen Fall der Schallausbreitung und bei Beaufschlagung mit harmonischen Schwingungen analog (3.2) und (3.3) folgt nach Aufstellen des Kräftegleichgewichts am Kelvin-Voigt Modell für die komplexe Gesamtkraft $\underline{F}$

$$\underline{F} = s\underline{x} + d\underline{\dot{x}} = (s + id\omega)\hat{x} \cdot e^{i\omega \cdot t} = (s + id\omega)\underline{x} \qquad \textbf{3.26}$$

Der Klammerwert vor dem komplexen Ausschlag $\underline{x}$ entspricht der komplexen Steife $\underline{s}$

$$\underline{s} = (s + id\omega) \qquad \textbf{3.27}$$

Die dissipative Verlustarbeit W_V über eine komplette Schwingungsperiode $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ergibt sich aus den Realteilen der Dämpferkraft und der Schnelle zu

$$W_V = \int_0^{T=\frac{2\pi}{\omega}} F_d(t) \cdot \dot{x}(t) dt \qquad \textbf{3.28}$$

Die Realteile der Dämpferkraft und der Schnelle sind

$$\begin{aligned} F_d(t) &= \mathrm{Re}\{\underline{F_d}\} = -d \cdot \hat{x} \cdot \sin(\omega t) \\ \dot{x}(t) &= \mathrm{Re}\{\underline{\dot{x}}\} = -\omega \cdot \hat{x} \cdot \sin(\omega t) \end{aligned} \qquad \textbf{3.29}$$

Hieraus folgt für W_V

$$W_V = d \cdot \hat{x}^2 \cdot \omega^2 \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin^2(\omega t) dt \qquad \textbf{3.30}$$

Durch Substitution mit $z = \omega t$ und der Integrallösung $\int \sin(z) dz = 1/2(z - \sin(z) \cdot \cos(z))$ ergibt sich die dissipative Verlustarbeit des Dämpfers zu

$$W_V = d \cdot \omega \cdot \pi \cdot \hat{x}^2 \qquad \textbf{3.31}$$

Die Formänderungsarbeit U erhält man aus der Federkraft

$$U = \frac{1}{2} \cdot s \cdot \hat{x}^2 \qquad \textbf{3.32}$$

Für den Verlustfaktor wird definiert /3, 28/

$$\eta = \frac{W_V}{2\pi \cdot U} \qquad \textbf{3.33}$$

Durch Einsetzen von (3.31) und (3.32) in (3.33) folgt eine weitere Bestimmungsgleichung für den Verlustfaktor für das Kelvin-Voigt Modell

$$\eta = \frac{d \cdot \omega}{s} \qquad \textbf{3.34}$$

Somit ergibt sich für die komplexe Steife auch

$$\underline{s} = s + i\eta s = s(1 + i\eta) \qquad \textbf{3.35}$$

Das Kelvin-Voigt Modell lässt sich auf einen Dehnstab mit konstantem Querschnitt A übertragen. Bezieht man die komplexe Gesamtkraft nach (3.26) auf den Querschnitt, so ergibt sich die komplexe Normalspannung $\underline{\sigma}$

$$\underline{\sigma} = \frac{\underline{F}}{A} = \frac{s}{A} \cdot \underline{x} + \frac{d}{A} \cdot \underline{\dot{x}} \qquad \textbf{3.36}$$

Die Dehnsteifigkeit s_L beim Zugstab ist allgemein gegeben durch

$$s_L = \frac{E \cdot A}{L} \qquad \textbf{3.37}$$

Durch Einsetzen von (3.37) in (3.36) folgt

$$\underline{\sigma} = \frac{\underline{x}}{L} \cdot E + \frac{d}{A} \cdot \underline{\dot{x}} = \frac{\underline{x}}{L} \cdot E + \frac{\underline{\dot{x}}}{L} \cdot \frac{d}{s_L} \cdot E \qquad \textbf{3.38}$$

Für die komplexe Dehnung $\underline{\varepsilon}$ und die komplexe Dehnungsschnelle $\underline{\dot{\varepsilon}}$ gelten

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon} &= \frac{\underline{x}}{L} \\ \underline{\dot{\varepsilon}} &= \frac{\underline{\dot{x}}}{L} \end{aligned} \qquad \textbf{3.39}$$

Durch Umstellung von (3.34) auf den Quotienten $d/s_L = \eta/\omega$ und Einsetzen in (3.38), sowie Substitution mittels (3.39), folgt für die komplexe Normalspannung $\underline{\sigma}$ bei harmonischer Schwingungsanregung

$$\underline{\sigma} = E \cdot \underline{\varepsilon} + \frac{\eta}{\omega} E \cdot \underline{\dot{\varepsilon}} \qquad \textbf{3.40}$$

Die komplexe Dehnungsschnelle kann durch

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = i\omega \cdot \underline{\varepsilon} \qquad \textbf{3.41}$$

substituiert werden und es folgt analog der komplexen Steife

$$\underline{\sigma} = E(1 + i\eta)\underline{\varepsilon} \qquad \textbf{3.42}$$

Der Klammerwert vor $\underline{\varepsilon}$ stellt das komplexe E-Modul $\underline{E}$ dar, für welches gilt

$$\underline{E} = E(1 + i\eta) \qquad \textbf{3.43}$$

Das Kelvin-Voigt Modell ist ein lineares Dämpfungsmodell. Alle Dämpfungsmodelle sind phänomenologischer Natur, d.h. ihre Parameter müssen aus Versuchen ermittelt werden. Durch zusätzliches Verschalten mit einem Reibelement (coulombisches Element) gelangt man zu nichtlinearem Verhalten. Für den stationären Fall und die in dieser Arbeit behandelten Schlauchproben kann dies unberücksichtigt bleiben /29, 44/.

3.2.3 Bestimmung der komplexen Steife aus der Übertragungsfunktion

Die Berücksichtigung der Dämpfung für viskoelastische Materialien erfolgt durch die komplexe Steife $\underline{s}$ nach (3.35). Hierdurch vereinfachen sich die harmonischen Schwingungsgleichungen, da nur die imaginären „Scheinwiderstände“ Masse und Steife berücksichtig werden müssen. Für den

Verlustfaktor η gilt dann allgemein

$$\eta = \frac{\mathrm{Im}\{\underline{s}\}}{\mathrm{Re}\{\underline{s}\}} \qquad \textbf{3.44}$$

Die Steife s ergibt sich nun aus dem gemessenen Realteil der Übertragungsfunktion gebildet aus Anregekraft $\underline{F_0}$ bezogen auf den Ausschlag $\underline{x_2}$ der Masse m_2 zu

$$s(\omega) = \mathrm{Re}\{\underline{s}\} = \mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{F_0}}{\underline{x_2}}\right\} \qquad \textbf{3.45}$$

Setzt man harmonische Schwingungen voraus, so ergeben sich die Schnellen der Massen aus Integration der Beschleunigungen durch einfache Division mit $i\omega$ und die Differentiation mittels Multiplikation nach

$$\underline{\dot{x}} = \frac{\underline{\ddot{x}}}{i\omega} = i\omega \cdot \underline{x} \qquad \textbf{3.46}$$

Analog zu Gleichung (3.11) ergibt sich mit der komplexen Steife $\underline{s}$ sowie durch Anwendung von (3.46) das folgende inhomogene Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} i\omega \cdot m_1 \cdot \underline{\dot{x}_1} + \frac{\underline{s}}{i\omega} \cdot (\underline{\dot{x}_1} - \underline{\dot{x}_2}) &= \underline{F_0} \\ i\omega \cdot m_2 \cdot \underline{\dot{x}_2} + \frac{\underline{s}}{i\omega} \cdot (\underline{\dot{x}_2} - \underline{\dot{x}_1}) &= 0 \end{aligned} \qquad \textbf{3.47}$$

Nach Separierung der Schnellen $\underline{\dot{x}_1}$ und $\underline{\dot{x}_2}$ folgen

$$\begin{aligned} \underline{\dot{x}_1} &= \underline{F_0} \cdot \frac{i\omega \cdot m_2 + \frac{\underline{s}}{i\omega}}{\underline{s} \cdot (m_1 + m_2) - \omega^2 \cdot m_1 \cdot m_2} \\ \underline{\dot{x}_2} &= \underline{F_0} \cdot \frac{\frac{\underline{s}}{i\omega}}{\underline{s} \cdot (m_1 + m_2) - \omega^2 \cdot m_1 \cdot m_2} \end{aligned} \qquad \textbf{3.48}$$

In der Regel lassen sich die Beschleunigungen $\underline{\ddot{x}_1}$ und $\underline{\ddot{x}_2}$ messtechnisch direkt erfassen. Die komplexe Steife ergibt sich dann aus der Durchgangsdämmungsfunktion der Beschleunigungen $\underline{\ddot{x}_1}/\underline{\ddot{x}_2}$. Nach Differenziation des zweiten Teils der Gleichung (3.48) durch Multiplikation mit $i\omega$ folgt

$$\underline{s} = \omega^2 m_2 \frac{1}{1 - \underline{\dot{x}_1} / \underline{\dot{x}_2}} = \omega^2 \cdot m_2 \cdot \frac{1}{1 - \underline{\ddot{x}_1} / \underline{\ddot{x}_2}} \qquad \textbf{3.49}$$

Wird hingegen die Beschleunigung $\underline{\ddot{x}_1}$ und die anregende Kraft $\underline{F_0}$ gemessen, errechnet sich die komplexe Steife aus

$$\underline{s} = \omega^2 \cdot m_2 \cdot \frac{1 - m_1 \cdot \underline{\ddot{x}_1} / \underline{F_0}}{1 - (m_1 + m_2) \cdot \underline{\ddot{x}_1} / F_0} \qquad \textbf{3.50}$$

Bei Messung der anregenden Kraft F_0 und der Beschleunigung $\ddot{x}_2$ gilt für die komplexe Steife

$$\underline{s} = -\omega^2 \cdot m_2 \cdot \frac{m_1 \cdot \underline{\ddot{x}_2} / \underline{F_0}}{1 - (m_1 + m_2) \cdot \underline{\ddot{x}_2} / \underline{F_0}} \qquad \textbf{3.51}$$

3.2.4 Bestimmung der komplexen Steife aus der Kontinuumsschwingung

Eine weitere Möglichkeit, die komplexe Steife zu bestimmen, besteht in der Betrachtung der wirksamen Feder als Wellenleiter. Dies ist möglich, da die Feder in der Realität massebehaftet ist, so dass sich „stehende Wellen“ ausbilden. Zur Veranschaulichung dient als Feder ein Stab, an dem zunächst die Longitudinalwellengleichung hergeleitet wird. Aus der Lösung der eindimensionalen Wellengleichung folgen die Eingangsimpedanz des halbunendlichen Stabes und die Beschreibung des Phänomens der stehenden Wellen. Hieraus abgeleitet folgen bei bekannter Resonanzfrequenz und Schwingmode die kinematische Steifigkeit, die longitudinale Wellengeschwindigkeit und weitere Materialgrößen. Die Kenngrößen von Torsion- und Biegewelle werden nur genannt.

Betrachtet man das „freigeschnittene“ Volumenelement eines Stabes wie in Abb. 3.5 und trägt die Schnittkräfte F in Richtung der Flächennormalen und die longitudinale Auslenkung ξ ein, folgt nach Anwendung des zweiten Axioms von Newton für die Beschleunigung der Auslenkung

$$\rho \cdot S \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial F}{\partial x} \qquad \textbf{3.52}$$

Für die Kraft gilt nach dem Spannungs-Dehnungsgesetz von Hooke

$$F = -E \cdot S \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \qquad \textbf{3.53}$$

Durch Differentiation nach dem Weg von (3.53) und Einsetzen in (3.52), folgt die eindimensionale

Longitudinalwellengleichung

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c_L^2 \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \qquad \textbf{3.54}$$

Hierbei ist $c_L = \sqrt{E/\rho}$ die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwelle. Die Lösung dieser partiellen DGL erfolgt durch den Produktansatz nach Bernoulli und Separation durch $-\omega^2$. Unter Annahme harmonischer Schwingungen („reiner Töne“) folgt aus der Lösung der DGL für den Ausschlag

$$\underline{\xi}(t,x) = \xi_0 e^{i\varpi t} e^{\pm i k_l x} \qquad \textbf{3.55}$$

Die wichtige Größe $k_L = \frac{\omega}{c_L}$ ist die Longitudinalwellenzahl. Für einen „halbunendlichen“ Stab, der einen Stabanfang aber kein Stabende besitzt, ergibt sich die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_{e,\infty}$ am Stabanfang der Stelle $x = 0$ aus der komplexen induzierten Welle $\underline{\xi_i}(0)$ und der Anregekraft $\underline{F_i}(0)$ zu

$$\underline{Z}_{e,\infty}(0) = \frac{E \cdot S}{\underline{c_L}} = \rho \cdot S \cdot \underline{c_L} \qquad \textbf{3.56}$$

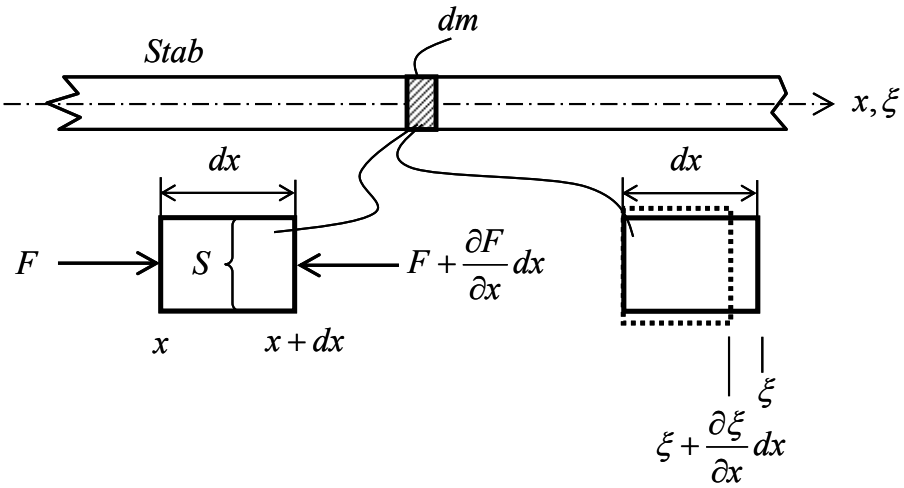


Abb. 3.5: Volumenelement zur Herleitung der Longitudinalwellengleichung

Von besonderem Interesse ist der endliche Stab (Abb. 3.6) mit der Länge L. Aufgrund der beiden Enden an den Stellen $x = 0$ und $x = L$ und der durch die Randbedingungen vorherrschenden Impedanzsprünge, werden die Wellen reflektiert und überlagern sich zur sog. „stehenden“ Welle.

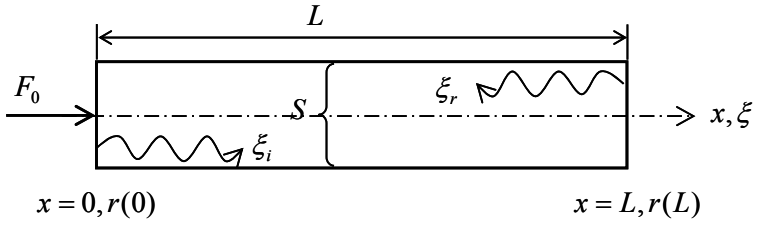


Abb. 3.6: Endlicher Stab mit Wellenreflexion

Maßgebend für stehende Wellen sind die Reflexionsbedingungen sowie die komplexe Wellengeschwindigkeit. Die Reflexionsbedingungen sind durch den Reflexionsfaktor r gegeben. Dieser wird durch die Randeinspannungen bzw. durch das Verhältnis der Impedanzen am Eingangs des Wellenleiters bzw. dem Verhältnis der Impedanzen am Ende definiert (Für die Definition der mechanischen Impedanz siehe (3.5)). An einer Reflexionsstelle (Abb. 3.7) gilt für den komplexen Reflexionsfaktor

$$\underline{r} = \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1} = \frac{1 - \underline{Z}_1 / \underline{Z}_2}{1 + \underline{Z}_1 / \underline{Z}_2} \qquad \textbf{3.57}$$

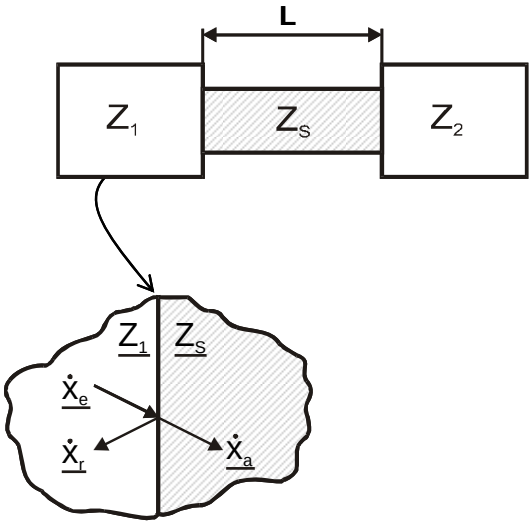


Abb. 3.7: Reflexionsbedingung durch Impedanzunterschiede an den Rändern

Bei vollständiger Reflexion erhält man für $|r| = 1$. Dies bedeutet, dass der Grenzwert des Reflexionsfaktors den Wert 1 annimmt für einen unendlich großen bzw. keinen Impedanzunterschied.

Somit gilt

$$\lim_{|\underline{Z}_1-\underline{Z}_2|\to\infty} |\underline{r}| = \lim_{|\underline{Z}_1-\underline{Z}_2|\to 0} |\underline{r}| = 1 \qquad \textbf{3.58}$$

Bei zwei „freien“ Enden oder Impedanzunterschieden größer Faktor 100 erreicht man beidseitig in der Praxis annähernd vollständige Reflexion.

Der Zweimassenschwinger mit Stabfeder als Wellenleiter ist in Abb. 3.7 dargestellt. Hierbei sind die Impedanzen $\underline{Z}_1 = i\omega \cdot m_1$ und $\underline{Z}_2 = i\omega \cdot m_2$ aufgrund Massen vorgegeben und durch die Impedanz $\underline{Z}_S$ der Stabfeder als Schlauchprobe miteinander verbunden. Vollständige Reflexion $|r| = 1$ liegt vor, wenn $\underline{Z}_1 >> \underline{Z}_S$ am Eingang und $\underline{Z}_2 >> \underline{Z}_S$ am Abschluss vorhanden ist. Die Longitudinalwellengeschwindigkeit c_L ist durch Wellenlänge λ_L und Frequenz f gegeben nach

$$c_L = \lambda_L \cdot f \qquad \textbf{3.59}$$

Die induzierte Welle von links $\underline{\xi}_i$ überlagert sich mit der reflektierten Welle von rechts $\underline{\xi}_r$ nach dem Laufstreckenunterschied von $x = 2 \cdot L$

$$\begin{aligned} \underline{\xi}_i &= \underline{\xi}_0 \cdot e^{-ik_L \cdot x} \\ \underline{\xi}_r &= r \cdot \underline{\xi}_0 \cdot e^{+ik_L \cdot x} \end{aligned} \qquad \textbf{3.60}$$

Da es sich hierbei wieder um harmonische Schwingungen handelt wurde der besseren Anschaulichkeit wegen der Term $e^{-i\omega \cdot t}$ weggelassen und stattdessen der komplexe Zeiger $\underline{\xi}_0$ eingeführt. Für die Kräfte an den Enden gilt nach (3.53) dann

$$\begin{aligned} \underline{F}_i &= E \cdot S \cdot i \cdot k_L \cdot \underline{\xi}_0 \cdot e^{-ik_L \cdot x} \\ \underline{F}_r &= -E \cdot S \cdot i \cdot k_L \cdot r \cdot \underline{\xi}_0 \cdot e^{+ik_L \cdot x} \end{aligned} \qquad \textbf{3.61}$$

Abgeleitet aus (3.56) folgt für die komplexe Schnelle

$$\frac{\partial \underline{\xi}(x,t)}{\partial t} = \underline{F}_0 \cdot \frac{\underline{c}_L}{E \cdot S} \cdot e^{-ik_L \cdot x} = \underline{F}_0 \cdot \frac{1}{\rho \cdot \underline{c}_L \cdot S} \cdot e^{-ik_L \cdot x} \qquad \textbf{3.62}$$

Der komplexe Ausschlag der „Erst-Welle“ ergibt sich bei harmonischen Schwingungen durch Division von (3.62) mit $i\omega$ zu

$$\underline{\xi}(x,t) = \underline{F}_0 \cdot \frac{1}{i\omega \cdot \rho \cdot \underline{c_L} \cdot S} \cdot e^{-ik_L \cdot x} \qquad \textbf{3.63}$$

Nach der ersten Reflexion ist

$$\underline{\xi}(x,t) = \underline{F}_0 \cdot \frac{1}{i\omega \cdot \rho \cdot \underline{c_L} \cdot S} \cdot \left[e^{-ik_L \cdot x} + r_L \cdot e^{-ik_L(2L-x)} \right] \qquad \textbf{3.64}$$

Nach vielen Reflexionen gilt dann

$$\begin{aligned} \underline{\xi}(x,t) &= \frac{\underline{F}_0}{i\omega \cdot \rho \cdot \underline{c_L} \cdot S} \cdot \\ &\cdot \left[e^{-ik_L \cdot x} + r_L \cdot e^{-ik_L(2L-x)} + r_0 r_L \cdot e^{-ik_L(2L+x)} + r_0 r_L^2 \cdot e^{-ik_L(4L-x)} + \cdots \right] \end{aligned} \qquad \textbf{3.65}$$

Durch Umformen der eckigen Klammer aus (3.65) folgt

$$\begin{aligned} \underline{\xi}(x,t) &= \frac{\underline{F}_0}{i\omega \cdot \rho \cdot \underline{c_L} \cdot S} e^{-ik_L \cdot x} \left[1 + r_0 r_L e^{-ik_L 2L} + (r_0 r_L)^2 e^{-ik_L 4L} + (r_0 r_L)^3 e^{-ik_L 6L} + \cdots \right] \\ &+ \frac{\underline{F}_0}{i\omega \cdot \rho \cdot c_L \cdot S} r_L e^{-ik_L(2L-x)} \left[1 + r_0 r_L e^{-ik_L 2L} + (r_0 r_L)^2 e^{-ik_L 4L} + (r_0 r_L)^3 e^{-k_L 6L} + \cdots \right] \end{aligned} \qquad \textbf{3.66}$$

Die eckigen Klammern stehen nun in Form einer geometrischen Reihe analog $(1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n) = 1/(1-x)$. Die Lösung mittels der Reihenentwicklung ergibt für den Ausschlag dann

$$\underline{\xi}(x,t) = \frac{\underline{F}_0}{i\omega \cdot \rho \cdot S \cdot \underline{c_L}} \cdot \frac{e^{-ik_L} + r_L \cdot e^{-ik_L \cdot (2 \cdot L - x)}}{1 - r_0 \cdot r_L \cdot e^{-i \cdot 2k_L \cdot L}} \qquad \textbf{3.67}$$

Für die Sonderfälle des akustischen Kurzschlusses $\underline{Z_{1,2}} >> \underline{Z_S}$ und des akustischen Leerlaufs $\underline{Z_{1,2}} << \underline{Z_S}$ ist $r_0 = r_L = 1$.

(3.67) vereinfacht sich damit zu

$$\underline{\xi}(x,t) = \frac{-\underline{F}_0}{\omega \cdot \rho \cdot S \cdot \underline{c_L}} \cdot \frac{\cos(k_L(L-x))}{\sin(k_L \cdot L)} \qquad \textbf{3.68}$$

Resonanz liegt vor, wenn der Nenner verschwindet bzw. sehr klein wird. Da die Sinusfunktion $\pi - periodisch$ ist, erfüllt sich diese Bedingung bei $\frac{\omega_{\mathrm{Res}}}{c_L} = \frac{n \cdot \pi}{L}$. Hierbei gilt für die Modezahl

$n \in N^*$. Für die Resonanzfrequenzen der einzelnen Mode der Longitudinalwelle gilt dann

$$f_n = n \cdot \frac{c_L}{2 \cdot L} \qquad \textbf{3.69}$$

Die Knoten der einzelnen Mode der stehenden Wellen treten an den Stellen $k_L(L-x) = (n+0{,}5)\pi$ auf. Es ergeben sich Schwingungsverläufe wie in Abb. 3.8 .

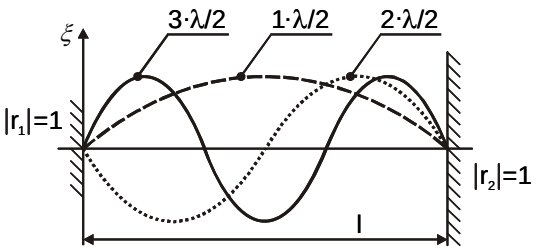


Abb. 3.8: Stehende Wellen bei Resonanzfrequenz f_n, mit n=1,2 ,3, …

Bei bekannter Länge L, messtechnisch ermittelter Resonanzfrequenz f_n und Schwingmode, ergibt sich die Wellengeschwindigkeit c_L aus Gleichung (3.59). Für die mit Querkontraktion behaftete quasilongitudinale Schallausbreitung der Dehnwelle gilt

$$c_D = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad \textbf{3.70}$$

Die <u>longitudinale Steife</u> der Dehnwelle ergibt sich aus der $\lambda/2 - Mode$ mit dem Elastizitätsmodul E und der beliebigen Querschnittsfläche A zu

$$s_{L,\frac{\lambda}{2}} = \left(2 \cdot f_{\frac{\lambda}{2}}\right)^2 \cdot \rho \cdot A \cdot L \qquad \textbf{3.71}$$

Analog gilt für die Torsionswellengeschwindigkeit c_T mit dem Schubmodul G, dem Flächenmoment 2-ter Ordnung bei Torsion I_d und dem Massenträgheitsmoment Θ

$$c_T = \sqrt{\frac{G \cdot I_d \cdot L}{\Theta}} \qquad \textbf{3.72}$$

Für die Torsionssteife folgt

$$s_{T,\frac{\lambda}{2}} = G \cdot I_d = \left(2 \cdot f_{\frac{\lambda}{2}}\right)^2 \cdot \Theta \cdot L \qquad \textbf{3.73}$$

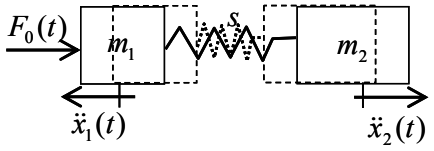
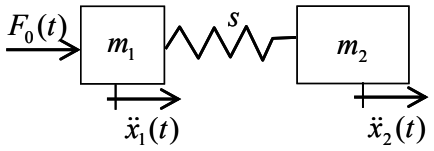
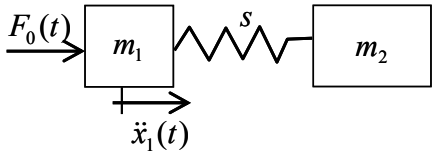
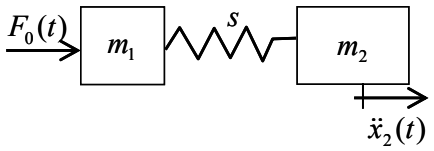
Bei der Biegewelle mit dem Flächenmoment 2-ter Ordnung für Biegung I_b und der längenbezogenen Masse $m' = \frac{m}{L} = A \cdot \rho$, sowie mit der frequenzabhängigen Biegewellengeschwindigkeit nach

$$c_B = \sqrt{2\pi \cdot f} \cdot \sqrt[4]{\frac{E \cdot I_b}{m'}} \qquad \textbf{3.74}$$

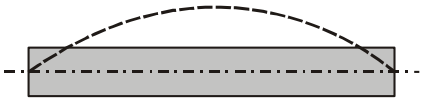
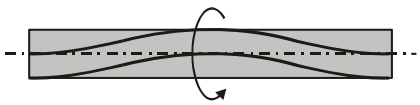
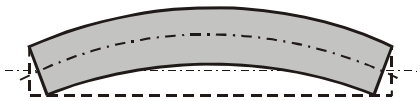
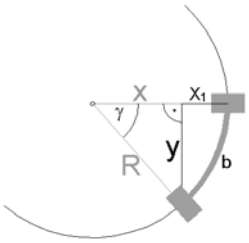
gilt für die Biegesteife

$$s_{B,\frac{\lambda}{2}} = E \cdot I_b = \left(\frac{2 \cdot f_{\frac{\lambda}{2}}}{\pi}\right)^2 \cdot m \cdot L^3 \qquad \textbf{3.75}$$

Tab. 3.1 stellt die verschiedenen Modelle und die hieraus resultierenden Gleichungen zur Berechnung der Steife im Überblick zusammen. Die Steife versteht sich als kinematische Steife, da diese aus der Schwingbewegung in der Resonanzfrequenz oder aus Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich gebildet wird. Für hochdämpfende viskoelastische Materialien ist der Unterschied zwischen gedämpfter und ungedämpfter Resonanzfrequenz zu hoch und die gemessene gedämpfte Resonanzfrequenz muss korrigiert werden. Eine weitere Korrektur ist notwendig, wenn die Impedanzmassen an Eingang und Ausgang beim Ausbilden der stehenden Welle nennenswert mitschwingen. Dies kann analog zur Mündungskorrekturbestimmung, wie bei Luftschallresonatoren oder Rohrpfeifen üblich, durch Korrektur der Länge zur wirksamen Schlauchlänge oder mittels eines Korrekturfaktors für die gemessene Resonanzfrequenz erfolgen. Für Massenverhältnisse von eingespannter Schlauchfedermasse zu Abschlussmasse kleiner 10% und Dämpfungsgrade kleiner 10% kann dies unberücksichtigt bleiben /8/. Es gilt also in guter Näherung $f_{\mathrm{Re}sonanz} \approx f_{gemessen}$ für $\frac{m_{Feder}}{m_{Enden}} < 10\%$ und $\eta < 10\%$.

Modell	**Steife**
Zweimassenschwinger  	$s = (2\pi \cdot f_0)^2 \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ mit f_0 – Eigenfrequenz
Durchgangsdämmungsfunktion der Beschleunigung  	$\underline{s} = (2\pi \cdot f)^2 \cdot m_2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{\underline{\ddot{x}_1}}{\underline{\ddot{x}_2}}}$ mit f – Frequenz
Übertragungsfunktion Beschleunigung 1 - anregende Kraft  	$\underline{s} = (2\pi \cdot f)^2 \cdot m_2 \cdot \frac{1 - m_1 \cdot \frac{\underline{\ddot{x}_1}}{\underline{F_0}}}{1 - (m_1 + m_2) \cdot \frac{\underline{\ddot{x}_1}}{\underline{F_0}}}$
Übertragungsfunktion Beschleunigung 2 - anregende Kraft  	$\underline{s} = (2\pi \cdot f)^2 \cdot m_2 \cdot \frac{-m_1 \cdot \frac{\underline{\ddot{x}_2}}{\underline{F_0}}}{1 - (m_1 + m_2) \cdot \frac{\underline{\ddot{x}_2}}{\underline{F_0}}}$

Tab. 3.1: Kinematische Steifebestimmung aus der Systemschwingung

Modell	**Steife**
Stehende $\lambda/2$ Dehnwelle 	$s_{L,\frac{\lambda}{2}} = \frac{E \cdot A}{L} = \left(2 \cdot f_{\frac{\lambda}{2}}\right)^2 \cdot \rho \cdot A \cdot L$ mit E – Elastizitätsmodul ρ – Materialdichte L – Länge A – Querschnitt
Stehende $\lambda/2$ Torsionswelle 	$s_{T,\frac{\lambda}{2}} = G \cdot I_d = \left(2 \cdot f_{\frac{\lambda}{2}}\right)^2 \cdot \Theta \cdot L$ mit G – Schubmodul I_d – polares Flächenträgheitsmoment Θ – Trägheitsmoment, Drehmasse
Stehende $\lambda/2$ Biegewelle 	$s_{B,\frac{\lambda}{2}} = E \cdot I_b = \left(\frac{2 \cdot f_{\frac{\lambda}{2}}}{\pi}\right)^2 \cdot m \cdot L^3$ mit I_b – axiales Flächenträgheitsmoment
Stehende $\lambda/2$ Dehnwelle bei gebogenen Schläuchen 	$s_L(R) = \left(\left(\frac{a \cdot c_{DW,0}}{\left(\frac{R}{R_0}\right)^k \cdot L}\right)^2 + \left(2 \cdot f_{\frac{\lambda}{2},\infty}\right)^2\right) \cdot A \cdot \rho \cdot L$ mit $f_{\frac{\lambda}{2},\infty} = \lim_{R \to \infty} f_{\frac{\lambda}{2}}, b = L, R_0 = 1m, c_{DW,0} = 1m/s$ und a, k siehe 5.2.2.7

Tab. 3.2: Kinematische Steifebestimmung aus der Kontinuumsschwingung

4 Theoretische Untersuchungen

4.1 Modell der Schallübertragung im Betriebskennfeld

Das Innengeräusch im Fahrgastraum bei Fahrzeugen der Mittel- und Oberklasse wird durch Körperschallübertragung über Schlauchleitungen stark beeinflusst. Als Schallquellen dienen der Verbrennungsmotor und alle an ihm angeschlossenen Nebenaggregate mit Verbindung zur Karosserie. Besonders dominante Körperschallpfade stellen die Schlauchleitung der hydraulischen Lenkhilfe und Klimaanlage wie folgt dar:

- Der Schallübertragungpfad der hydraulischen Lenkhilfe verläuft über die Verbindung mittels der Hochdruckschlauchleitung zwischen der motorbefestigten Hydraulikpumpe und mit dem karosserieseitig am Vorderachsträger verschraubten Lenkgetriebe.
- Der Schallübertragungpfad der Klimaanlage verläuft überwiegend durch die Klimasaugschlauchleitung als Verbindungsglied zwischen motorbefestigtem Kompressor und der sich im Innenraum befindenden Verdampfereinheit aber auch durch die Druckschlauchleitung als Verbindung zum karosserieseitig gefestigten Kältemittelkühler.

Das Betriebskennfeld beeinflusst die Schallübertragungseigenschaften der Schlauchleitungen. Es wird aufgespannt durch den Fluiddruck, die Mediums- und Umgebungstemperatur sowie die elastisch gebogene Verlegung der Schläuche.

4.1.1 Einfluss der Elastizitäten von Schlauchwandung und Öl

Wie in Abb. 4.1 gezeigt, wird zwischen den Impedanzen nach (3.5) der Eingangsmasse $\underline{Z_1} = i\omega \cdot m_1$ und Abschlussmasse $\underline{Z_3} = i\omega \cdot m_3$ die Schlauchprobe $\underline{Z_2}$ mechanisch beidseitig fest eingespannt, wodurch sich stehende Kontinuumswellen der Schlauchfeder ausbilden. Damit wird ein so genannter „Tonpilz“ aufgespannt. Die Schlauchprobe wird als viskoelastisches Rohr angesehen und für eine spätere Auswertung der Auslenkungsverteilung über der Schlauchlänge (Schwingmode) in mehrere diskrete Schlauchlängenabschnitte mit der Impedanz $\underline{Z_n}$ zerlegt. Zur Berücksichtigung der Dämpfung kann für den viskoelastischen „Kelvin-Voigt“ Körper die longitudinale Steifigkeit durch den komplexen Elastizitätsmodul $\underline{E_n}$ beschrieben werden /3, 28, 40/ (siehe auch Kapitel 3.2.2).

$$\underline{E_n} = E_n\left(1 + i\eta_n\right) \qquad n = 1,2,3\cdots \tag{4.1}$$

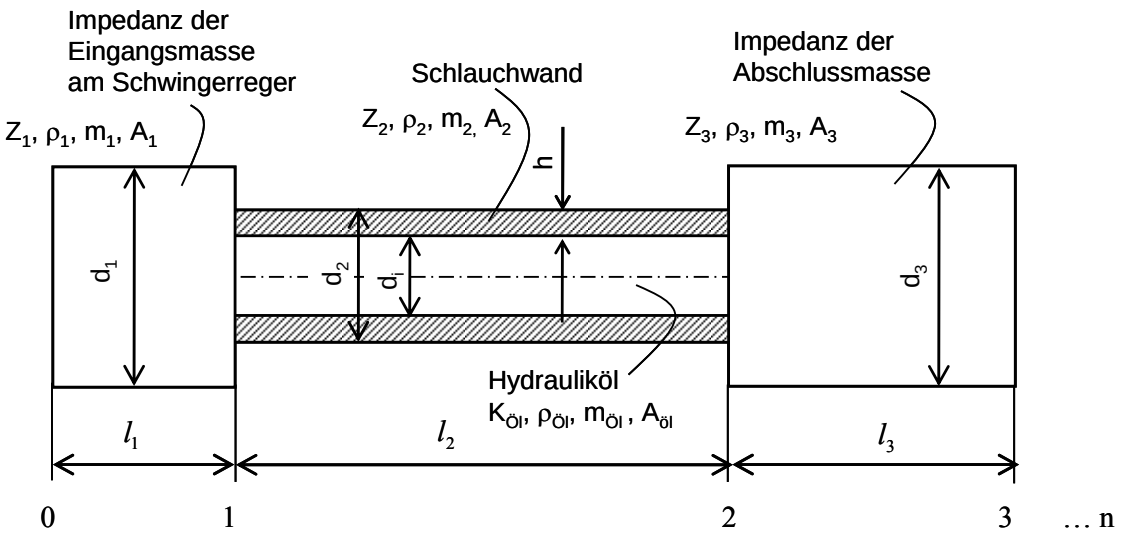


Abb. 4.1: Tonpilzanordnung der Schlauchprobe und Größenbeschreibung

Für die komplexe Wellenausbreitungsgeschwindigkeit $\underline{c_{ql}}$ der quasilongitudinalen Körperschall-dehnwelle folgt mit (4.1)

$$\underline{c_{ql_n}} = \sqrt{\frac{\underline{\underline{E_n}}}{\rho_n}} \qquad \textbf{4.2}$$

Die Querschnittsfläche A ergibt sich aus der Summe der Einzelringflächen mit m-Schalen, bzw. der Ringfläche des Schlauches A_S und Kreisfläche des Öls $A_{Öl}$ zu

$$A = A_S + A_{Öl} = \frac{\pi}{4}\sum_{(m)}(d_{m+1}^2 - d_m^2) \qquad \textbf{4.3}$$

Für die mechanische Eingangsimpedanz der quasilongitudinalen Körperschallwelle (Dichtewelle mit Querkontraktion, auch Dehnwelle genannt) für den einseitig unendlichen Stab /3, 16/ folgt analog (3.56)

$$\underline{Z_{e,\infty}} = \rho \cdot \underline{c_{ql}} \cdot A \qquad \textbf{4.4}$$

Die Massen ergeben sich aus der Dichte ρ und der Länge l zu

$$m = A \cdot l \cdot \rho \qquad \textbf{4.5}$$

Der Kompressionsmodul von Hydrauliköl $K_{Öl}$ kann aus Datenblättern /36/ entnommen werden

und wird zur Berücksichtigung der Dämpfung analog (4.1) definiert als

$$\underline{K_{Öl}} = K_{Öl}\left(1 + i\,\eta_{Öl}\right) \qquad \textbf{4.6}$$

Aufgrund der elastischen Schlauchwand und der sich im Öl befindenden Luftbläschen ergibt sich ein reduzierter Kompressionsmodul $K_{red,Öl}$ des Öles. Nach /6, 34/ ist der Einfluss ungelöster Luftanteile in Öl stark druckabhängig und verliert sich bei technischen Anwendungen ab statischen Druckbelastungen größer 30 bar mit einem Luftanteil $\Psi = V_{Luft} / V_{Öl}$ von 1 bis 3%. Die Druckabhängigkeit des Kompressionsmoduls von Öl mit ungelöster Luft bei isothermer Zustandsänderung $K_{iso,Öl}$ kann durch

$$\underline{K_{iso,Öl}} = \underline{K_{Öl}} \frac{1 + \Psi}{1 + \Psi \dfrac{p_0 \cdot \underline{K_{Öl}}}{p^2}} \qquad \textbf{4.7}$$

beschrieben werden. Der reduzierte Kompressionsmodul des Öls $\underline{K_{red,Öl}}$ ergibt sich dann mit dem Einfluss des Moduls der Wandelastizität des Schlauches $\underline{E_S}$, der Wandstärke h und dem Innendurchmesser d_i nach der „Korteweg-Gleichung“ /5, 6, 34, 45, 59/ zu

$$\underline{K_{red,Öl}} = \frac{\underline{K_{iso,Öl}}}{1 + \dfrac{\underline{K_{iso,Öl}}}{\underline{E_S}} \cdot \dfrac{d_i}{h}} \qquad \textbf{4.8}$$

Der komplexe effektive Elastizitätsmodul der Dehnwelle $\underline{E_{eff,ql}}$ für dieses gekoppelte Öl-Schlauchsystem ergibt sich aufgrund der mechanischen Parallelschaltung der longitudinalen Steifen von Ölsäule und Schlauch zu

$$\underline{E_{eff,ql}} = \frac{\underline{E_S} A_S + \underline{K_{red,Öl}} A_{Öl}}{A} \qquad \textbf{4.9}$$

Der effektive Verlustfaktor des Systems ist dann

$$\eta_{eff} = \frac{\mathrm{Im}\left\{\underline{E_{eff,ql}}\right\}}{\mathrm{Re}\left\{\underline{E_{eff,ql}}\right\}} \qquad \textbf{4.10}$$

Die an der Schwingbewegung beteiligte effektive Masse m_{eff} ergibt sich unter Berücksichtigung

von Schlauchlänge l_s, Öldichte $\rho_{Öl}$ und Schlauchdichte ρ_S zu

$$m_{eff} = (A_S \rho_S + A_{Öl} \rho_{Öl}) l_S \qquad \textbf{4.11}$$

Wird die Schlauchprobe mit Öldruck vorgespannt, ist zu beachten, dass die Schlauchmasse konstant bleibt, während sich die Ölmasse durch das „Aufpumpen“ erhöht. Die effektive Dichte ρ_{eff} ergibt sich dann zu

$$\rho_{eff} = \frac{m_{eff}}{A \cdot l_S} \qquad \textbf{4.12}$$

Analog ergeben sich die kinematischen effektiven Größen der Dehnwellengeschwindigkeit $\underline{c_{eff,ql}}$ zu

$$\underline{c_{eff,ql}} = \sqrt{\frac{\underline{\underline{E_{eff,ql}}}}{\rho_{eff}}} \qquad \textbf{4.13}$$

und entsprechend folgt für die effektive Eingangsimpedanz $\underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}}$ der Dehnwelle des halbunendlichen Schlauchsystems

$$\underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}} = \rho_{eff}\, \underline{c_{eff,ql}} \cdot A \qquad \textbf{4.14}$$

4.1.2 Aufstellen der Transfermatrix als Wellenleiter

Nach /3/ besteht das ebene Wellenfeld auf einem Stab bei eindimensionaler Wellenausbreitung aus hin- $\underline{\dot{x}}_+$ und zurücklaufenden $\underline{\dot{x}}_-$ Wellen. An der Stelle x ergibt sich aus der Überlagerung für die Schnelle

$$\underline{\dot{x}}(x) = \underline{\dot{x}}_+ \cdot e^{-ik_L \cdot x} + \underline{\dot{x}}_- \cdot e^{+ik_L \cdot x} \qquad \textbf{4.15}$$

Die im Stab wirkenden Kräfte ergeben sich mittels des Quotienten aus Kraft und Schnelle nach (3.5) und der effektiven Eingangsimpedanz für den halbunendlichen Stab $\underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}}$ nach (4.14) zu

$$\underline{F}(x) = \underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}} \cdot \underline{\dot{x}}_+ \cdot e^{-ik_L \cdot x} - Z_{e,\infty\,eff,ql} \cdot \underline{\dot{x}}_- \cdot e^{+ik_L \cdot x} \qquad \textbf{4.16}$$

Hierbei ist zu beachten, dass sich die zurücklaufende Welle entgegengesetzt der hinlaufenden Wel-

le bewegt und damit die Kraft der zurücklaufenden Welle ein negatives Vorzeichen erhält. An der Stelle $x = 0$ folgen aus (4.15) und (4.16) für die Schnelle $\underline{\dot{x}_0}$ und die Kraft $\underline{F_0}$

$$\underline{\dot{x}_0} = \underline{\dot{x}_+} + \underline{\dot{x}_-}$$
und
$$\underline{F_0} = \underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}} \cdot \left(\underline{\dot{x}_+} - \underline{\dot{x}_-}\right) \qquad \textbf{4.17}$$

Durch Umstellungen folgen aus (4.17) die Werte für $\underline{\dot{x}_+}$ und $\underline{\dot{x}_-}$.

$$\underline{\dot{x}_+} = \frac{1}{2}\left(\underline{\dot{x}_0} + \frac{\underline{F_0}}{\underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}}}\right)$$
$$\underline{\dot{x}_-} = \frac{1}{2}\left(\underline{\dot{x}_0} - \frac{\underline{F_0}}{\underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}}}\right) \qquad \textbf{4.18}$$

Nach Einsetzen in (4.15) und (4.16) erhält man an der Stelle $x = l_S$, die <u>Vierpolgleichung</u> des Stabes für die Dehnwelle (Es gilt zu beachten, dass $\sin\alpha = -0{,}5i\left(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}\right)$ und $\cos\alpha = 0{,}5\left(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}\right)$ sind).

$$\underline{\dot{x}_{l_S}} = \underline{\dot{x}_0} \cdot \cos(k_L l_S) - i\frac{\underline{F_0}}{\underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}}}\sin(k_L l_S)$$
$$\underline{F_{l_S}} = -i \cdot \underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}} \cdot \underline{\dot{x}_0} \cdot \sin(k_L l_S) + \underline{F_0}\cos(k_L l_S) \qquad \textbf{4.19}$$

Die Umkehrung ergibt

$$\underline{\dot{x}_0} = \underline{\dot{x}_{l_S}} \cdot \cos(k_L l_S) + i\frac{\underline{F_{l_S}}}{\underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}}}\sin(k_L l_S)$$
$$\underline{F_0} = i \cdot \underline{Z_{e,\infty\,eff,ql}} \cdot \underline{\dot{x}_{l_S}} \cdot \sin(k_L l_S) + \underline{F_{l_S}}\cos(k_L l_S) \qquad \textbf{4.20}$$

Durch die Vierpolgleichung werden die Schnelle und die Kraft am Stabanfang (Eingang) mit den entsprechenden Größen am Stabende (Ausgang) verknüpft.

Die Vierpolgleichung ist auch für die Tonpilzanordnung nach Abb. 4.1 gültig. Hierbei werden die Massen und die Schlauchprobe als Stabelemente mit unterschiedlichen Eingangsimpedanzen und Wellengeschwindigkeiten betrachtet. Für die Darstellung der Schwingmode ist die Auslenkungsverteilung notwendig. Hierzu wird die Schlauchprobe in einzelne gleichlange Elemente l_n unter-

teilt. Die Anzahl der Unterteilungen richtet sich nach der Anzahl der maximal erforderlichen Schwingmode ($n-ten$ Oberwelle) des Kontinuums. So sind für die Mode $\frac{n \cdot \lambda}{2}$ mindestens $n+1$ Elemente erforderlich. Die Ein- und Ausgänge der Elemente werden durchnummeriert, wobei die Seite des Eingangs an der Schwingungsanregung mit dem Index 0 startet und das Ende des letzten Elementes als Ausgang mit n bezeichnet wird (siehe Abb. 4.1). Die Größen der Kraft und Schnelle werden nachfolgend entsprechend indiziert. Die Gleichung (4.20) kann auch in Matrizenform geschrieben werden.

$$\begin{pmatrix} \underline{F_0} \\ \underline{\dot{x}_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{F_n} \\ \underline{\dot{x}_n} \end{pmatrix} \qquad \textbf{4.21}$$

Die Matrix mit den Elementen $t_{a,b}$ wird Transfermatrix $\underline{T_n}$ oder auch Kettenmatrix genannt. Für die Transfermatrix T_n eines $n-ten$ Leitungselementes gilt

$$\underline{T_n} = \begin{pmatrix} t_{n,11} & t_{n,12} \\ t_{n,21} & t_{n,22} \end{pmatrix} \qquad \textbf{4.22}$$

Die Matrixelemente $t_{n,a,b}$ der $a-ten$ Reihe und $b-ten$ Spalte folgen aus den Koeffizienten der Schnellen und der Kräfte aus (4.20)

$$\begin{aligned} t_{n,11} &= \cos(\underline{k_n} l_n) \\ t_{n,12} &= i \cdot \underline{Z_{e,\infty\,eff,ql,n}} \sin(\underline{k_n} l_n) \\ t_{n,21} &= \frac{i}{\underline{Z_{e,\infty\,eff,ql,n}}} \sin(\underline{k_n} l_n) \\ t_{n,22} &= \cos(\underline{k_n} l_n) \end{aligned} \qquad \textbf{4.23}$$

Hierbei ist $\underline{k_n}$ die komplexe Wellenzahl und ergibt sich mit der Kreisfrequenz ω zu

$$\underline{k_n} = \frac{\omega}{\underline{c_{eff,ql,n}}} \qquad \textbf{4.24}$$

Die Kopplung der einzelnen Elemente erfolgt durch Verketten der Transfermatrizen durch das Matrixprodukt zur Gesamttransfermatrix $\underline{T_{ges}}$ des Tonpilzes

$$\underline{T_{ges}} = \underline{T_1} \cdot \underline{T_2} \cdot \ldots \cdot \underline{T_n}$$
$$n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{4.25}$$

Die Gesamttransfermatrix ergibt bei Vorgabe des unabhängigen Vektors der Kraft $\underline{F_n}$ und Schnelle $\underline{\dot{x}_n}$ am Abschluss die abhängigen Größen der Kraft $\underline{F_0}$ und Schnelle $\underline{\dot{x}_0}$ des Eingangs der Schalleinleitung. Dies ist bei „wegerregten“ Systemen sinnvoll, da die Schnellen bekannt sind.

$$\begin{pmatrix} \underline{F_0} \\ \underline{\dot{x}_0} \end{pmatrix} = \left(\underline{T_{ges}}\right) \cdot \begin{pmatrix} \underline{F_n} \\ \underline{\dot{x}_n} \end{pmatrix} \qquad \textbf{4.26}$$

Bei „krafterregten“ Systemen, z.B. durch Krafteinprägung mittels eines Shakers, sind die Kräfte bekannt. Die Eingangskraft $\underline{F_0}$ und die Abschlusskraft $\underline{F_n}$ werden messtechnisch erfasst, bzw. ergeben sich als „offener“ Abschluss durch die Tonpilzanordnung $\underline{F_n} = 0$. Die zu ermittelnden Schnellen lassen sich bei bekannten Kräften aus der Admittanz bestimmen. Für die mechanische Admittanz, als Kehrwert der Impedanz, gilt

$$\underline{Y_e}(\omega) = \mathrm{Re}\{\underline{Y}\} + \mathrm{Im}\{\underline{Y}\} = \frac{1}{\underline{Z}(\omega)} = \frac{\dot{x}(\omega)}{\underline{F}(\omega)} \qquad \textbf{4.27}$$

Die Beaufschlagung eines Vierpols mit den Vektoren der Kräfte als Eingangsgrößen und Vektoren der Schnellen als Ausgangsgrößen ergeben allgemein die Gleichung

$$\begin{pmatrix} \underline{\dot{x}_0} \\ \underline{\dot{x}_n} \end{pmatrix} = \left(\underline{\mathrm{Y}_{ges}}\right) \cdot \begin{pmatrix} \underline{F_0} \\ \underline{F_n} \end{pmatrix} \qquad \textbf{4.28}$$

Verallgemeinert gilt für das Gleichungssystem aus (4.20)

$$\underline{F_0} = t_{n,11} \cdot \underline{F_n} + t_{n,12} \cdot \underline{\dot{x}_n} \qquad \textbf{4.29}$$
$$\underline{\dot{x}_0} = t_{n,21} \cdot \underline{F_n} + t_{n,22} \cdot \underline{\dot{x}_n}$$

Durch Umformung folgt das entsprechende Gleichungssystem für (4.28)

$$\underline{\dot{x}_0} = \left(\frac{t_{n,22}}{t_{n,12}}\right) \cdot \underline{F_0} + \underbrace{\left(t_{n,21} - \frac{t_{n,11} \cdot t_{n,22}}{t_{n,12}}\right)}_{\frac{\det(\underline{T_{ges}})}{t_{n,12}}} \cdot \underline{F_n}$$

$$\underline{\dot{x}_n} = \left(\frac{1}{t_{n,12}}\right) \cdot \underline{F_0} + \left(\frac{-t_{n,11}}{t_{n,12}}\right) \cdot \underline{F_n} \qquad \textbf{4.30}$$

Durch Koeffizientenvergleich ergeben sich aus (4.30) die Elemente der Admittanzmatrix $\underline{\mathrm{Y}_{ges}}$

$$\underline{\mathrm{Y}_{ges}} = \begin{pmatrix} \frac{t_{n,22}}{t_{n,12}} & \frac{\det(\underline{T_{ges}})}{t_{n,12}} \\ \frac{1}{t_{n,12}} & \frac{-t_{n,11}}{t_{n,12}} \end{pmatrix} \qquad \textbf{4.31}$$

Durch die Vierpoldarstellung mittels Transfer- und Admittanzmatrix lassen sich am Gesamtsystem bei zwei bekannten Größen immer die restlichen zwei unbekannten Größen ermitteln. Dies setzt jedoch bestimmbare Matrixelemente $t_{a,b}$ voraus. Es kann sowohl einseitig wie auch beidseitig (als aktives Ende) eine Weg- oder Kraftaufprägung in der Form

$$\begin{aligned} \underline{F_n}(\omega) &= \hat{F}_n \cdot [\cos(\varphi_n(\omega)) + i \cdot \sin(\varphi_n(\omega))] \\ \underline{x_n}(\omega) &= \hat{x}_n \cdot [\cos(\varphi_n(\omega)) + i \cdot \sin(\varphi_n(\omega))] \end{aligned} \qquad \textbf{4.32}$$

erfolgen. Der Phasenwinkel φ_n gibt die Lage des komplexen Zeigers als Funktion der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$ an und bestimmt damit die Aufteilung der Kraft in Real- und Imaginärteil. Es gilt

$$\varphi_n = \arctan \frac{\mathrm{Im}\{\underline{F_n}\}}{\mathrm{Re}\{\underline{F_n}\}}$$

$$\hat{F}_n = \left|\underline{F_n}\right| = \sqrt{\mathrm{Re}\{\underline{F_n}\}^2 + \mathrm{Im}\{\underline{F_n}\}^2} \qquad \textbf{4.33}$$

Hierbei kann der aktive Abschluss auch vollkommen linear unabhängig (inkohärent) zum aktiven Eingang sein, wodurch er eine eigenständige zweite Schallquelle darstellt. Ein Maß für die Verknüpfung zwischen den Größen am Eingang ist die Kohärenzfunktion χ^2.

$$\chi^2 = \frac{\left|\underline{F_0^*}(\omega)\cdot\underline{F_n}(\omega)\right|^2}{\underline{F_0^2}\cdot\underline{F_n^2}} \qquad \textbf{4.34}$$

$$0 \le \chi^2 \le 1$$

Hierbei ist $\underline{F_0^*}$ der komplex konjugierte Anteil von $\underline{F_0}$. Der Wert von χ^2 kann zwischen 1 und 0 liegen, wobei der Wert 1 angibt, dass der Ausgang für eine bestimmte Frequenz mit dem Eingang vollständig verknüpft ist, während der Wert 0 sich bei vollkommener linearer Unabhängigkeit ergibt.

Zur Simulation der modalen Bewegungsgrößen und Ermittlung der Einzelimpedanzen $\underline{Z_n}$ müssen die nominellen Schnittgrößen der Kraft und Schnelle bekannt sein. Diese lassen sich stufenweise rückrechnen aus den Ergebnissen der Systemvektoren des Abschlusses unter Verwendung der Einzeltransfermatrizen. Allgemein gilt für die nominellen Schnittgrößen im Umfeld der n-ten Impedanz $\underline{Z_n}$

$$\begin{pmatrix} \underline{F_{n-1}} \\ \underline{\dot{x}_{n-1}} \end{pmatrix} = \left(\underline{T_n}\right)\cdot\begin{pmatrix} \underline{F_n} \\ \underline{\dot{x}_n} \end{pmatrix} \qquad \textbf{4.35}$$

Die modale Schwingform (frequenzspezifische örtliche Auslenkung) folgt aus der Integration der Schnelle und der Abbildung des Realteils der zeitgleichen (sich in Phase befindenden) Auslenkungen der örtlich verteilten Impedanzen.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \mathrm{Re}\left\{\begin{pmatrix} \underline{\dot{x}_1} \\ \vdots \\ \underline{\dot{x}_n} \end{pmatrix}\cdot\frac{1}{i\omega}\right\} \qquad \textbf{4.36}$$

Es ist sinnvoll, die Schallübertragung durch Übertragungsfunktionen, gebildet als Quotient aus der kinematischen Größe der <u>Wirkung</u> und der anregenden <u>Ursache</u>, darzustellen. Systemresonanzen lassen sich dadurch als Maxima im Betrag der Übertragungsfunktion erkennen. So ist z.B. die Relativbewegung des Zweimassenschwingers bei gleichen aber entgegen gesetzten Auslenkungen der Massen nicht nur in der Phasenlage erkennbar, sondern auch im Amplitudenverlauf der Übertragungsfunktion. Für die Admittanz $\underline{\mathrm{A}_{n,0}}$ ergibt sich somit aus dem Quotienten der Schwingschnelle und der Kraftanregung zu

$$\begin{pmatrix} \underline{\mathrm{A}_1} \\ \vdots \\ \underline{\mathrm{A}_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\dot{x}_1} \\ \vdots \\ \underline{\dot{x}_n} \end{pmatrix} \cdot \left(\underline{F_0}\right)^{-1} \qquad \textbf{4.37}$$

Die Durchgangsdämmungsfunktionen $\underline{\psi_{n,0}}$ der Schnelle der Impedanzen ergibt sich analog zu

$$\begin{pmatrix} \underline{\psi_1} \\ \vdots \\ \underline{\psi_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\dot{x}_1} \\ \vdots \\ \underline{\dot{x}_n} \end{pmatrix} \cdot \left(\underline{\dot{x}_0}\right)^{-1} \qquad \textbf{4.38}$$

Durch Vorgabe der aus den Messungen nach Kapitel 5.2.2.4 ermittelten kinematischen Kenndaten kann das Körperschallübertragungsverhalten simuliert werden. Die Simulation der Prüfstandsversuche wird als Verifikation der gemessenen Übertragungsfunktionen und zur Bestimmung der Isotropie des Schlauchmaterials benötigt.

5 Experimentelle Untersuchungen

5.1 Beschreibung Prüfstand

5.1.1 Prinzip der Tonpilzanordnung mittels Impedanzmesskopf

Zur Realisierung der Tonpilzanordnung werden die Enden der Schlauchproben mit den Massen fest verschraubt (siehe Abb. 5.1). Die Massen sind als Impedanzmessköpfe konstruiert und mit dynamischen Kraft-, Moment- und Beschleunigungssensoren ausgestattet. Sie bilden also nicht nur die für eine stehende $\lambda/2$-Körperschallwelle notwendigen Randbedingungen, sondern sind auch Aufnahmekörper der zur Impedanzmessung notwendigen Sensoren.

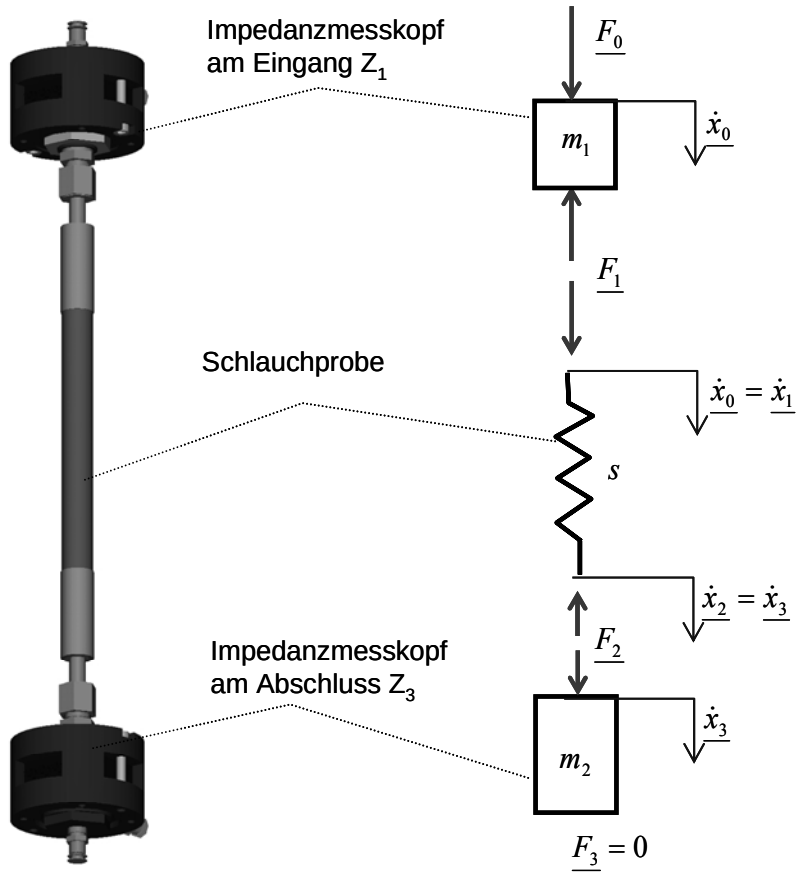


Abb. 5.1: Versuchsanordnung „Tonpilz“ und mechanisches Ersatzmodell

In Abb. 5.2 ist der Sensorkopf im Schnitt dargestellt. Die Sensoranordnung ist konstruktiv so gewählt, dass die nominellen Schnittgrößen Kraft und Schnelle an den Schlauchprobenenden gemessen werden können. Erkennbar sind die Sensoraufnahmen mit Stutzen, sowie die Ölversorgungs- und Schlauchprobenanschlüsse. Zur eindeutigen Bestimmung der Schnittkräfte muss der Kraftfluss

durch den Kraftsensor verlaufen. Dies setzt auch bei höheren Frequenzen Massecharakter des Impedanzmesskopfes voraus. Die Befestigung der Schlauchproben erfolgt durch Hydraulikstandardeinschraubadapter. Der Stutzen des Impedanzmesskopfes gewährleistet die druckdichte Ölversorgung und Vorspannkraft der dynamischen Moment- und Kraftsensoren. Die Korrelation der Sensorsignale mit den Momenten und Kräften kann nur erfolgen, wenn sich die Dehnung des Stutzens im elastischen Bereich befindet. Dies war bei der Konstruktion des Impedanzmesskopfes ein entscheidendes Auslegekriterium.

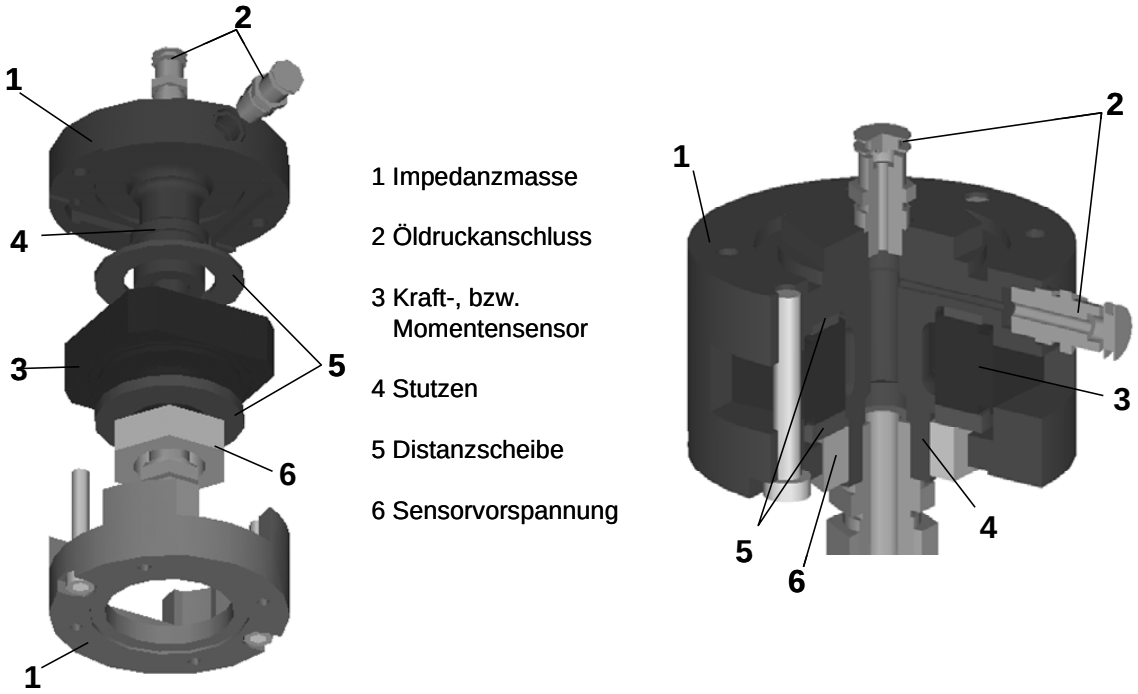


Abb. 5.2: Konstruktiver Aufbau des Impedanzmesskopfes

Der Nachweis des Masseverhaltens erfolgt stationär durch Kraftanregung am Stutzen des Impedanzmesskopfes mittels eines elektrodynamischen Schwingerregers (Shaker). Die Anregung erfolgt mittels harmonischer Schwingungen für alle Frequenzen im Bereich 10 Hz bis 10 kHz. Gleichzeitig werden die Anregekraft und die Beschleunigung des Impedanzmesskopfes gemessen. Die Zeitsignale dieser Messgrößen werden diskretisiert und mit Hilfe der FFT-Analyse (Fast-Fourier-Transformation) vom Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert. Das Bilden der Übertragungsfunktion zwischen der Kraftanregung und der Beschleunigungsantwort ergibt die Massenwirkung, die so genannte dynamische Masse m_{dyn} des Impedanzmesskopfes.

$$m_{dyn}(f) = \left| \frac{\underline{F}(f)}{\underline{\ddot{x}}(f)} \right| = \left| \frac{\underline{Z}(f)}{i \cdot 2\pi f} \right| \qquad \textbf{5.1}$$

Die Ziele bei der konstruktiven Auslegung der Impedanzmessköpfe waren:

- Eine konstante Massenwirkung im Frequenzbereich 100 bis 1000 Hz, sowie eine einstellbare Masse von 2 bis 5 kg,
- Aufnahme der dynamischen Sensoren für Kraft, Moment und Beschleunigung und statischen Sensoren für Öltemperatur und Öldruck,
- Rotationssymmetrische Form bezüglich der Schlauchanschlussachse und Anschlüsse für die elastische Prüfstandsaufnahmen,
- Schwerpunktslage mittig am Stutzen und vom Schlauchprobenanschluss aus gesehen hinter dem Kraft-, Momentensensor.

Abb. 5.3 zeigt die gemessene dynamische Masse des Impedanzkopfes als Funktion der Frequenz. Der Messkopf weist im nutzbaren Frequenzbereich von 30 Hz bis 2000 Hz einen Massecharakter mit einem Wert von 2,17 kg auf.

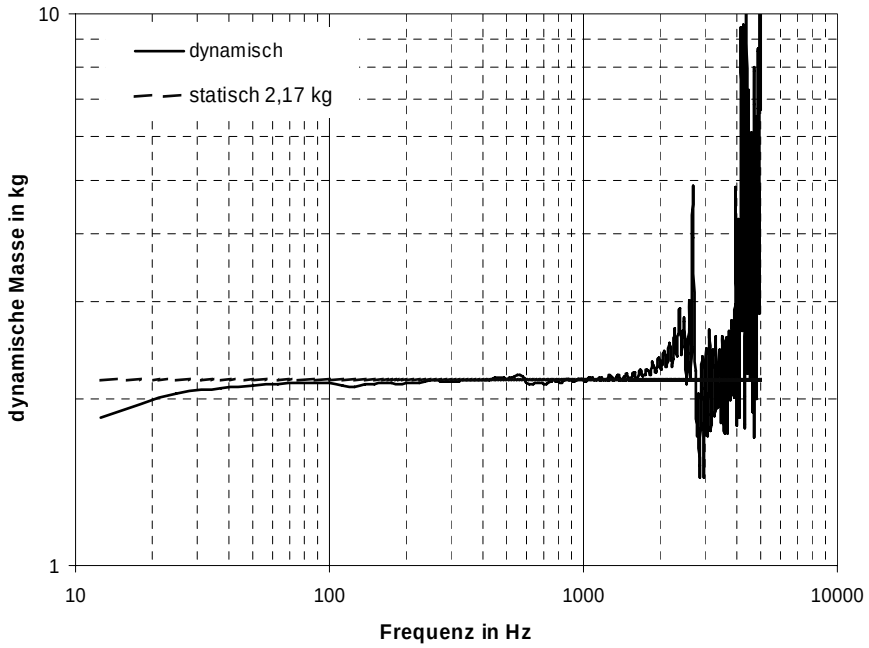


Abb. 5.3: Dynamische Masse am Impedanzmesskopf longitudinal

5.1.2 Einstellvorrichtungen für Druck, Temperatur und Biegeverlegung

Mittels Hydrauliköl „Pentosin“ /36/ oder „ATF“ werden die definierten Druckbelastungen der Schlauchproben eingestellt. Eine Ölheizung regelt die Temperatur des Öls auf ein Grad Celsius genau. Zur Fluidkühlung wird Kühlwasser durch einen Wärmetauscher im Ölbad gefördert. Die Hydraulikeinheit besteht aus einer Handpumpe **3** mit einem Öltank, einer elektrischen Förderpumpe, verschiedenen Ventilen und einer Druckanzeige (Abb. 5.4). Mit Hilfe der elektrischen Förderpumpe kann Hydrauliköl im Umlauf zur Probenerwärmung und Systementlüftung gefördert werden.

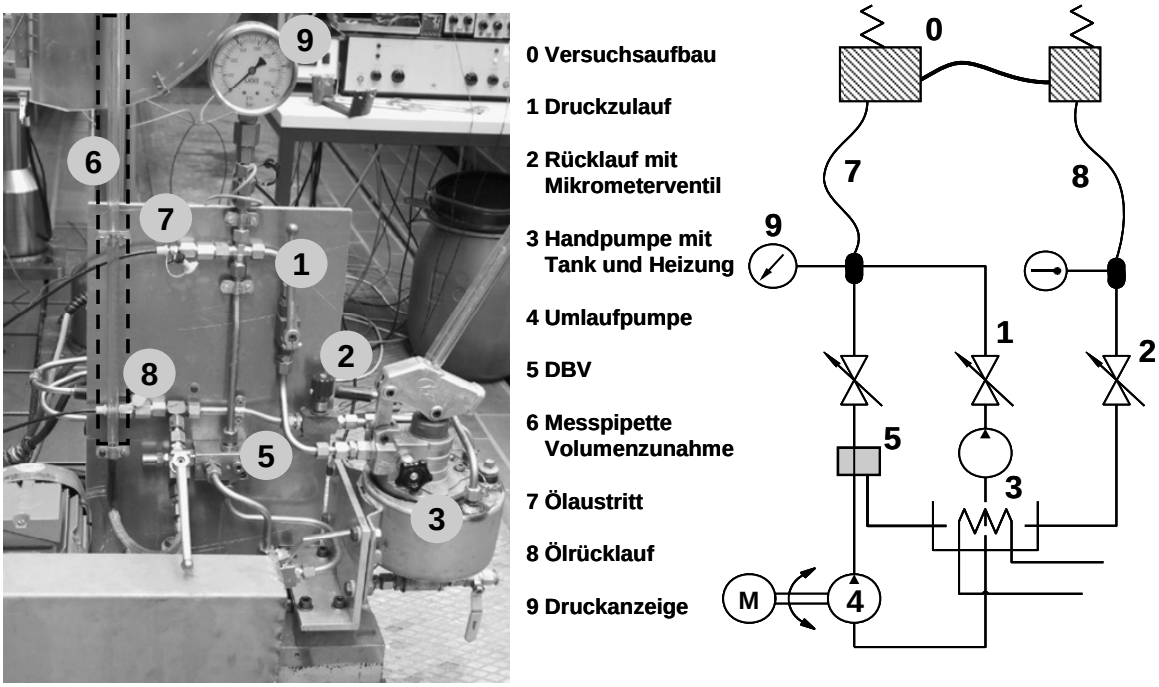


Abb. 5.4: Hydraulikeinheit zum Einstellen von Öldruckbelastung und Öltemperatur

Die Handpumpe dient zum Aufbringen eines definierten statischen Innendrucks in den Schläuchen und Leitungen. Durch langsames Öffnen des Mikrometerventils **2** kann eine Feinjustierung erfolgen. Zur Sicherheit ist in der Hydraulikeinheit das Druckbegrenzungsventil (DBV) **5** eingebaut, welches einen maximalen Systemdruck von 130 bar zulässt.

Die Biegeverlegung der Schläuche erfolgt durch die Einrichtung eines definierten, über die gesamte Schlauchlänge l konstanten Biegeradius R. Dies geschieht in einem durchsichtigen Wärmeschrank, bei dem die Impedanzmessköpfe in einzelnen Magazinen körperschallentkoppelt gehalten werden. Die Positionen der Magazinöffnungen sind so am Umfang angeordnet, dass Biegewinkel von 0° (gerade) bis 180° (Halbkreisbogen) bei konstanten Biegeradien der Schlauchproben einge-

stellt werden können. Die Umgebungstemperatur wird durch ein Heizgebläse mit Luftleitblechen bis 100 °C eingestellt. Für eine homogene Schlauchprobenerwärmung auf 100 °C wird eine Beharrungszeit von ca. 30 Minuten benötigt. Abb. 5.5 zeigt den Wärmeschrank als Konzeptskizze und in konstruktiver Umsetzung.

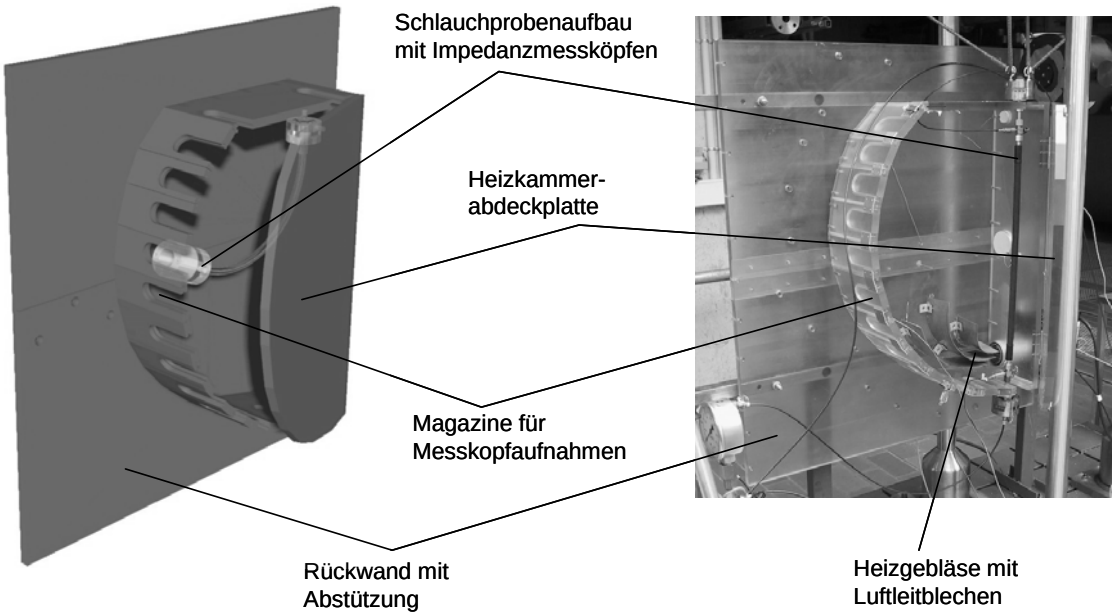


Abb. 5.5: Wärmeschrank als Konzeptskizze (li.) und konstruktive Umsetzung (re.)

Die Positionen der Magazine am Umfang des Wärmeschrankes definieren sich aus der Biegelinie der Schlauchproben. Bei einer Probenlänge von $l = b = 0{,}5\,\mathrm{m}$ lassen sich die in Abb. 5.6 definierten Größen in Abhängigkeit vom Verlauf des Schlauches bestimmen:

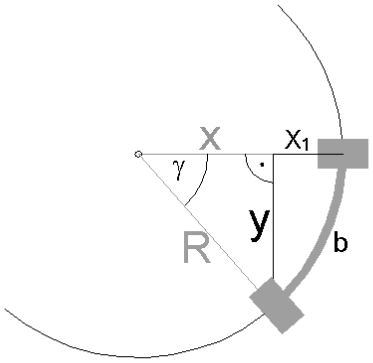


Abb. 5.6: Geometrische Abmessungen am gebogenen Schlauch

Mit Hilfe der Formel für den Kreisbogen $b = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\gamma}{360°}$ lässt sich der Biegeradius R in Abhängigkeit vom Biegewinkel γ und Kreisbogen b darstellen zu

$$R = \frac{b \cdot 360°}{2 \cdot \pi \cdot \gamma} \qquad \textbf{5.2}$$

Hieraus ergeben sich mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen für rechtwinklige Dreiecke die Zusammenhänge für

$$x = R\cos(\gamma)$$

$$x_1 = R - x \qquad \textbf{5.3}$$

$$y = R\sin(\gamma)$$

Durch Auftragen der Koordinaten x und y in Abhängigkeit des Biegewinkels γ ergibt sich die Zykloide wie in Abb. 5.7 dargestellt.

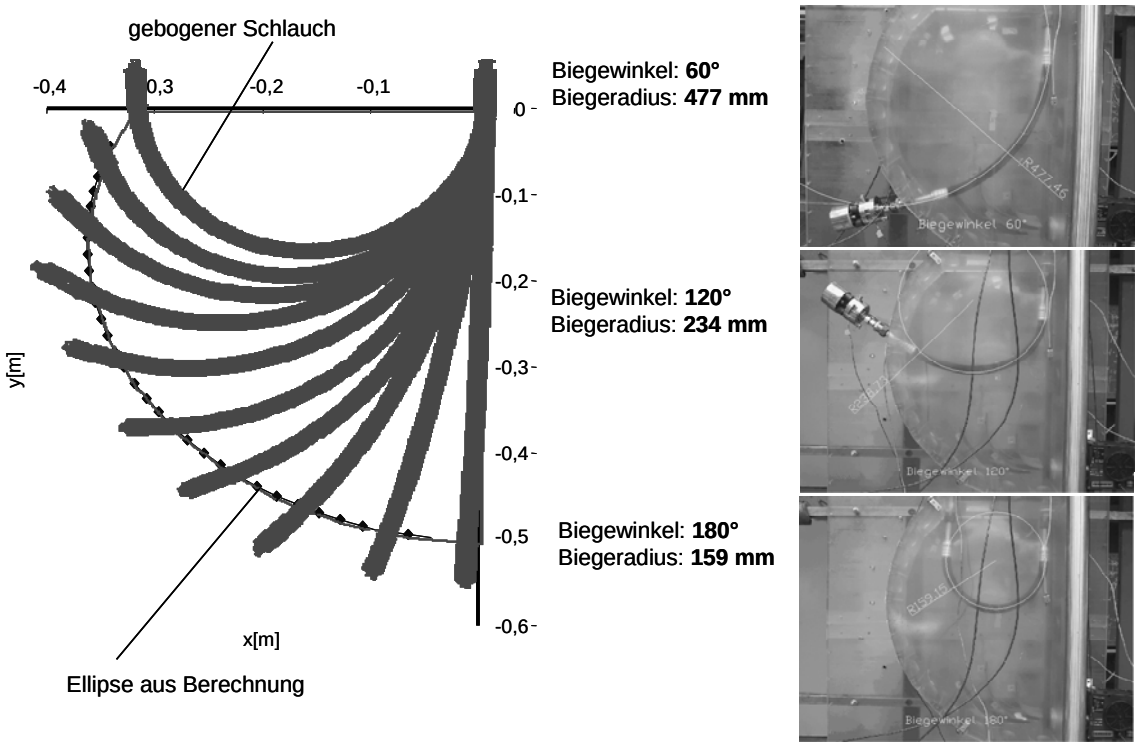


Abb. 5.7: Zykloide des Schlauchendes bei Biegewinkeln zwischen 0° und 180°

5.1.3 Aufspannvorrichtung zur Dehn-, Torsion- und Biegewellenanregung

Grundträger des Prüfstandes ist ein Gestell, mit dem ein elektrodynamischer Schwingerreger (Shaker) zur Probenanregung vertikal, horizontal und in den einzelnen Drehachsen positioniert werden kann. Die Probenaufhängung erfolgt mittels Spanngummis, wodurch sich das notwendige Tiefpassverhalten mit der Grenzfrequenz von 15 Hz für die Störgrößenentkopplung des Prüfstandes einstellt. Abb. 5.8 zeigt den kompletten Versuchsaufbau und skizziert die Shakerpositionen mit den einzelnen Freiheitsgraden.

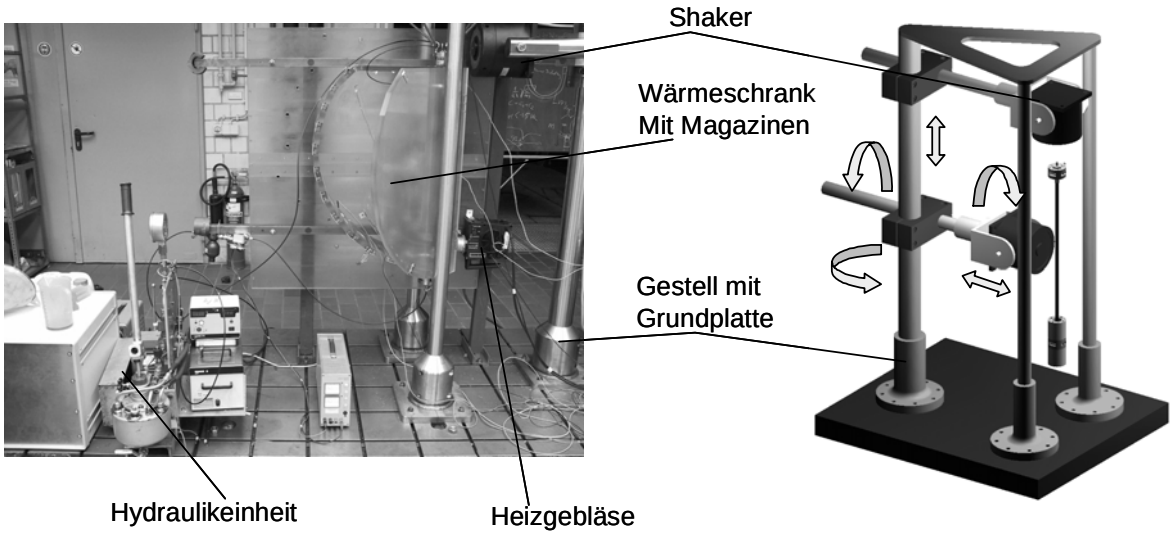


Abb. 5.8: Versuchsaufbau mit Shakerpositionen

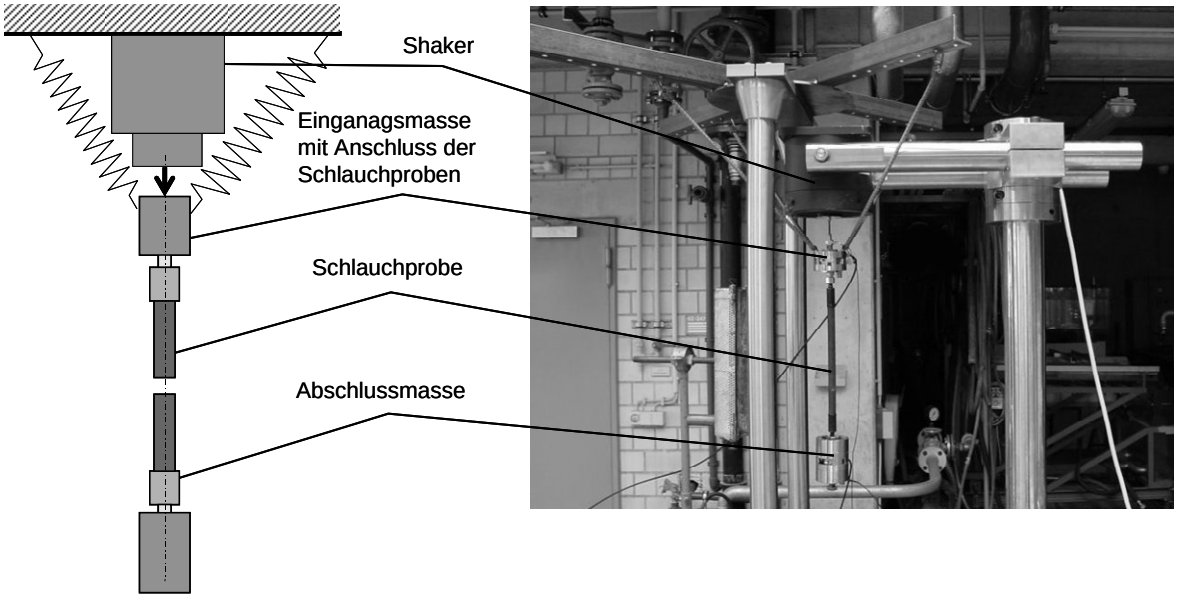


Abb. 5.9: Longitudinale Dehnwellenanregung

Die Bestimmung der kinematischen Materialgrößen erfolgt selektiv für Dehn-, Torsion- und Biegewelle. Hierzu wird der Shaker an den oberen Impedanzmesskopf gefahren. Mittels „Rauschanregung“ oder „Sinussweep“ wird dann eine konstante Kraft in die Anschlussmasse eingeleitet. Die Dehnwellenanregung erfolgt longitudinal von oben bei hängender Probe. Die Vorspannkraft kann durch Abstützen des unteren Messkopfes eingestellt werden (siehe Abb. 5.9).

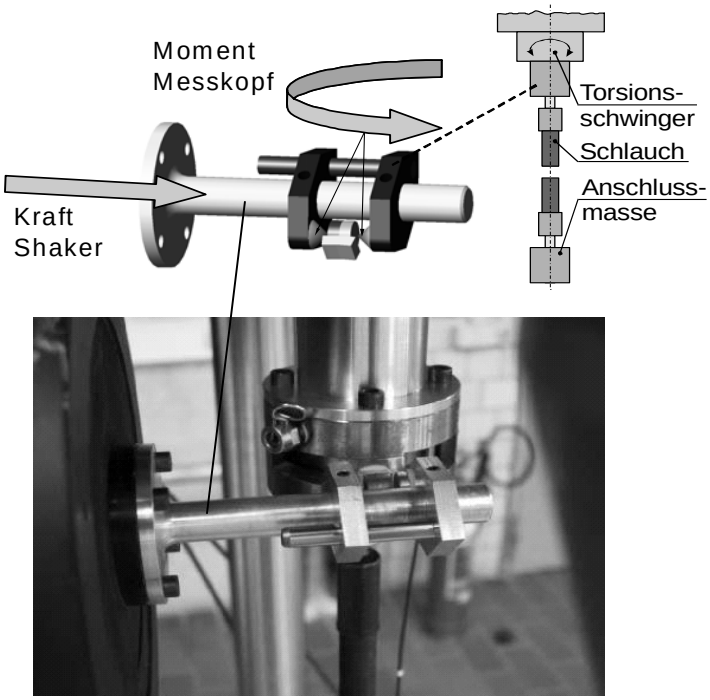


Abb. 5.10: Torsionswellenanregung mittels Gestängeübersetzung

Bei der Torsionswellenanregung muss die longitudinale Kraftwirkrichtung des Shakers in eine tangentiale umgewandelt werden, um ein wechselndes Drehmoment zu erhalten. Dies geschieht durch eine drehgelagerte Messkopfaufnahme und eine Gestängeübersetzung wie in Abb. 5.10 gezeigt

Die Biegewellenanregung erfolgt durch eine Querkrafteinleitung am oberen Rand des Messkopfes, wie in Abb. 5.11 gezeigt. Bei direkter Schlauchanregung, z.B. in der Schlauchmitte um $\lambda/2$-Wellen anzuregen, erfolgt neben der Biegewellen-, auch eine Dehnwellenanregung. Aufgrund der Massenträgheit der Impedanzmessköpfe und der seitlichen Auslenkung durch den Shaker, erfährt die Schlauchprobe eine Längung und führt damit eine sog. „Saitenschwingung“ aus /4/. Die Abgrenzung von Biegewelle zur „Saitenschwingung“ ist durch eine Schwingformanalyse in der Praxis

nicht möglich. Unterscheidbar sind diese Mode nur durch eine Zuordnung der unterschiedlichen Resonanzfrequenzen, ermittelt aus der Dehnwellenanregung.

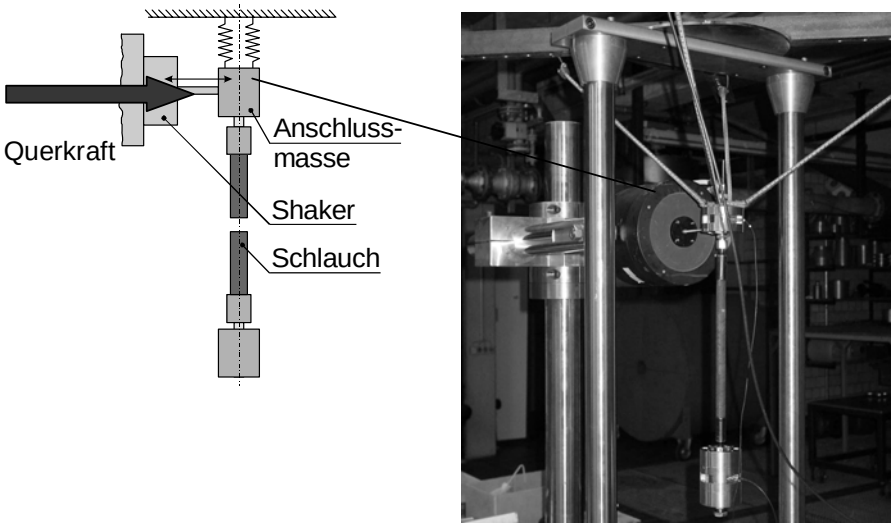


Abb. 5.11: Biegewellenanregung am oberen Messkopf durch Querkraft

5.2 Elastizität der Schlauchwandung

Die kinematisch wirkende Steifigkeit der Schlauchwandung bestimmt maßgeblich die Körperschallwellengeschwindigkeit und die Dämpfung. Neben der konstruktiven Gestaltung in Form von Abmessungen und Biegeverlegung, ist der komplexe Elastizitätsmodul (E-Modul) $\underline{E}(\omega)$ nach (3.43) eine wichtige akustische Systemkenngröße. Für die eindimensionale Schallausbreitung und bei stationärer Körperschallanregung mit harmonischen Schwingungen wird als Dämpfungsmodell das lineare Kelvin-Voigt Modell benutzt. Der komplexe E-Modul ist nicht im klassischen Sinne nach Hooke als Stoffwert zu verstehen, sondern stellt eine frequenzabhängige Systemkenngröße dar (siehe Kapitel 3.2.2). Unter statischer Belastung ist der E-Modul als Verhältnis von mechanischer Normalspannung σ zur Dehnung ε definiert. Bei kinematischer Belastung mit harmonischen Schwingungen kommt es zu einer Phasenverschiebung zwischen Spannung (Kraft) und Dehnung (Auslenkung). Dies kann am einfachsten durch Darstellung des E-Moduls als komplexer Zeiger berücksichtigt werden. Der Imaginärteil des komplexen Moduls wird als „Verlustmodul“, der Realteil als „kinematischer Elastizitätsmodul“, bezeichnet. Der Quotient aus beiden ist gleich dem Tangens des Phasenwinkels δ und wird Verlustfaktor η genannt. Somit gilt neben den Definitionen in (3.24), (3.33) und (3.34) auch

$$\eta = \frac{\mathrm{Im}\{E\}}{\mathrm{Re}\{E\}} = \tan\delta \qquad \textbf{5.4}$$

Ziel der Versuche ist die Bestimmung des kinematischen E-Moduls $\underline{E}_{kin} = fkt(p,T)$ der Schlauchwandung in Abhängigkeit von der Druckbelastung des Hydrauliköls und der Materialtemperatur. Hierbei wird davon ausgegangen, dass der wirkende kinematische E-Modul der Schlauchwandung aus dem Kompositaufbau und der Ankopplung vom Gummimaterial an die Matrix des Trägergeflechtes herrührt. Im Gegensatz zur statischen bzw. quasistatischen Elastizität, ermittelt aus dem Zugversuch mit Wegänderungen bei Elastomeren < 20 mm/min, ist für die akustische Beschreibung im hörbaren Frequenzbereich zwischen Infra- und Ultraschall (20 Hz bis 20 kHz) die kinematische Elastizität entscheidend. Analog zur dynamischen Masse versteht man bei der kinematischen Elastizität die Wirkung dieser bei sinusförmiger Wechselanregung mit unterschiedlichen Frequenzen. Üblich ist eine Verhärtung bei kinematischer Anregung, was durch den Kinematikfaktor φ_{kin} (Dynamikfaktor) mit dem Quotienten aus kinematischem zu statischem E-Modul beschrieben wird. Der Kinematikfaktor bei Gummimaterialien liegt meist zwischen 1 und 4 und muss messtechnisch ermittelt werden.

$$\varphi_{kin} = \frac{\left|\underline{E}_{kin}\right|}{E_{stat}} \qquad \textbf{5.5}$$

5.2.1 Versuchsplanung

Es werden mehrere Schlauchproben verschiedener Fahrzeuglieferanten aus dem Klimatisierungs- und Hydraulikbereich nach Abb. 5.12 mit freien Schlauchlängen von 0,25 m oder 0,5 m angefertigt. Hierbei ist auf eine feste Verpressung der Stahlrohre durch Presshülsen auf beiden Seiten des Schlauches zu achten. Die Verschraubungen an den Impedanzmessköpfen erfolgen durch Schneidringe mit der selbstdichtenden Gewindesteigung M12x1.

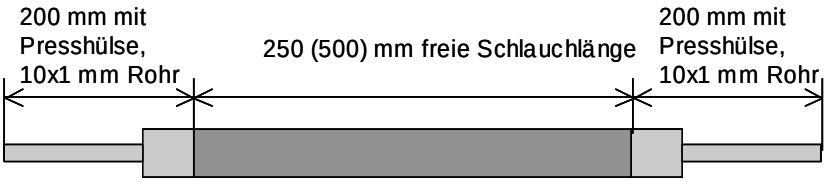
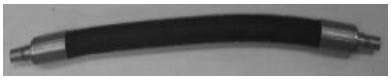
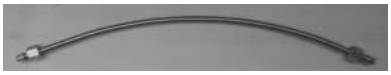


Abb. 5.12: Geometrische Abmaße der Schlauchproben

Tabelle 5.1 zeigt eine Aufstellung der Abgrenzungsmerkmale einiger untersuchter Proben. Der Einsatzbereich von Druck p und Temperatur T versteht sich als freigabefähiger Dauerbetrieb im Fahrzeug unter entsprechenden Lastkollektiven von Druck und Temperaturwechsel sowie Schwingbelastung.

Bezeich-nung	Einsatz	Hersteller	p [bar]	T [°C]	Bild
LD1 LD2	Lenkhilfe Dehn-druckleitung	Eaton (GH385) TCH (Typ 8)	135	-40 +120	
LR1 LR2	Lenkhilfe, Rücklaufleitung	Aeroquip (1H103) TCH (OLNP)	30	-40 +120	
DD	Dynamik Drive, Dehndruckleitung	Eaton (GH397)	200	-40 +120	
KS	Klimaanlage, Saugleitung	Manuli (GFB 1B)	10	-40 +120	
SR	Fahrzeughydrau-lik, Stahlrohr		800	-40 +120	
WR	CO2 Klimaanla-ge, Prinzip Well-rohr	Witzen-mann	150	-40 +120	

Tab. 5.1: Schlauchproben und Abgrenzungsmerkmale

Die Schlauchproben werden mit den Impedanzmessköpfen verschraubt und an den Prüfstand angeschlossen (siehe Kapitel 5.1.1). Zur Erfassung der Körperschallresonanzlagen der $\lambda/2$-Mode im Betriebskennfeld werden die Betriebspunkte Druck und Temperatur im Beharrungszustand lt. Tab. 5.2 eingestellt. Der Beharrungszustand ist bei homogener Durchwärmung der Schlauchprobe und Entlüftung des Hydrauliköles erreicht. Die Kontrolle erfolgt mit Hilfe von Temperaturfühlern, Sichtglas im Ölrücklauf und Stabilität des Öldruckes. Das Einstellen eines Betriebspunktes kann bis zu 30 Minuten dauern. Als besonders zeitaufwändig zeigt sich das Entlüften des Hydrauliköls. In Fahrzeughydraulikanlagen gelingt dies oft nur bedingt mit einem volumetrischen Restluftanteil von 1 bis 3%, was bei der Auswertung durch Rückrechnung auf den E-Modul der Schlauchprobe berücksichtigt werden muss.

Druckstufe in bar	1	5	15	30	50	80	100
Temperatur in °C	25	40	50	70	100		

Tab. 5.2: Stationäre Betriebspunkte des Kennfeldes

An den beiden Impedanzmessköpfen werden in den Raumrichtungen (x, y, z) die kinematischen Messgrößen der Körperschallbeschleunigungen $\underline{\ddot{x}_{1,2}}$, die Anregekraft des Shakers $\underline{F_0}$ und die am Schlauchprobenanfang herrschenden nominellen Schnittkräfte $\underline{F_{1,2}}$ oder bei Torsionsanregung die Schnittmomente $\underline{M_{1,2}}$ gemessen. Weiterhin können die Druckpulsationen $\underline{p_{1,2}}$, sowie der statische Innendruck und die Öltemperatur erfasst werden. Ziel ist eine zu allen Reaktionsgrößen am „Eingang“ und „Abschluss“ des Schlauches ausreichende kohärente Kraftanregung durch den Schwingungsshaker. Die Abschlüsse des Schlauches werden durch die beiden Messköpfe (siehe Abb. 5.1 und Abb. 5.13) gebildet. Je nach modaler Anregung werden im Versuch ausreichende Werte der Kohärenzfunktion χ^2 nach (4.34) von > 0,8 bis zu einer Frequenz von 2 kHz erreicht. Die hierfür notwendige Schwinganregungsleistung wird durch eine sich stetig erhöhende Tonlagenanregung erreicht. Dieser „Sinussweep“ erfolgt gesteuert innerhalb eines Zeitfensters des FFT Analysators bei sich ständig verändernden Phasenlagen.

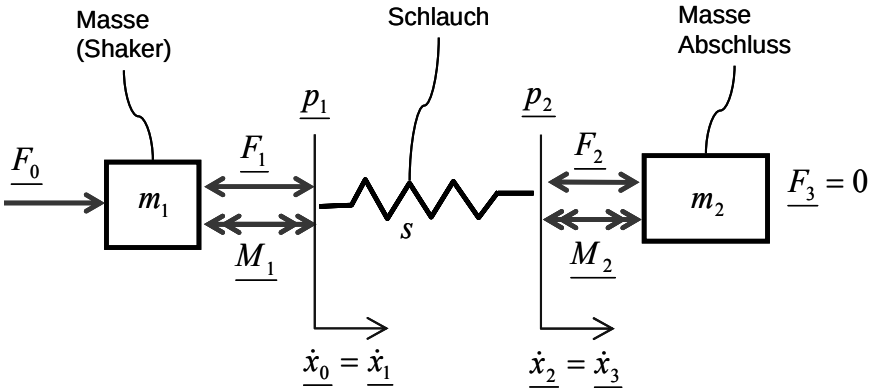


Abb. 5.13: Erfasste kinematische Messgrößen an der Schlauchprobe

5.2.2 Versuchsdurchführung

5.2.2.1 Statisches Verhalten des Schlauches

Durch die statische Aufprägung von Druck p und Temperatur T mittels Ölzugabe und Heißluft kommt es zu Maßänderungen X_n der Schlauchprobe. Die Außen- und Innendurchmesser d_a und d_i vergrößern sich. Aufgrund des Schlauchaufbaus durch mehrere Elastomerschichten und die Geflechteinlage sind die Durchmesser- und Längenänderungen unter Druck unterschiedlich ausgeprägt. Bei Dehnschläuchen mit definierter Volumenzunahme ΔV_i ist die Innendurchmesseränderung um Faktor 2 bis 10 höher als die Außendurchmesseränderung. Um Schlauchbewegungen bei Druckänderungen zu vermeiden, muss die Längenänderung sehr gering bleiben. Die Probe LD zeigt eine Längenverkürzung unter Druck von 5% bezogen auf die drucklose Ausgangslänge l_0. In Abb. 5.14 sind die relativen Parameteränderung X_{rel}

$$X_{rel} = \frac{\Delta X_{n,0}}{X_0} = \frac{X_n - X_0}{X_0} \quad [\%]$$

mit den möglichen Parametern

$$X_n = V_i(p,T), d_a(p,T), d_i(p,T), l(p,T) \qquad \textbf{5.6}$$

$$X_0 = V_{i,0}(p_0,T_0), d_{a,0}(p_0,T_0), d_{i,0}(p_0,T_0), l_0(p_0,T_0)$$

mit $p_0 = 1bar$ und $T_0 = 25°C$

bezogen auf den drucklosen Zustand bei konstanter Probentemperatur von 35 °C der Probe LD1

aufgezeigt.

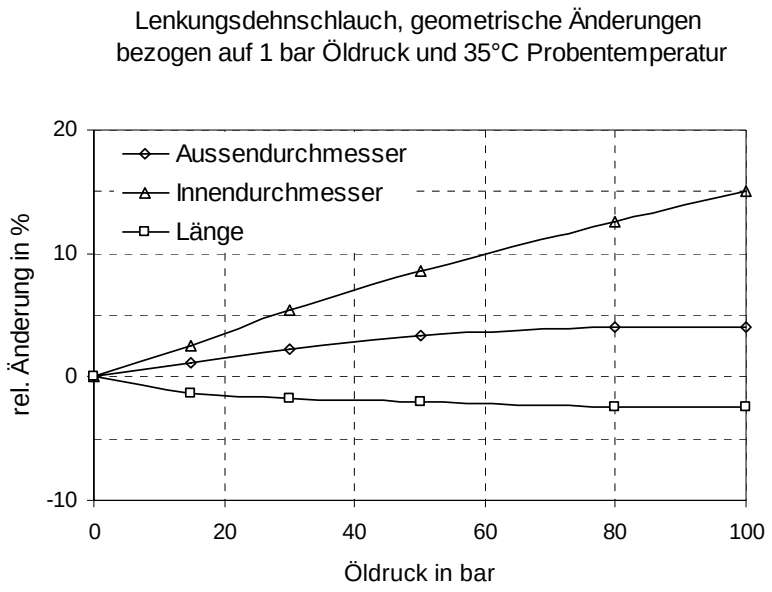


Abb. 5.14: Relative Parameteränderung unter Druck der Probe LD1

Längen- und Innendurchmesseränderung ergeben nach (5.6) die für Dehnschläuche wichtige Kenngröße der relativen Ölvolumenzunahme $V_{i,rel}$ unter Vernachlässigung der Ölkompression. Die gemessene relative Ölvolumenzunahme von LD1 im Betriebskennfeld (1 bis 100 bar Öldruck, 25 bis 100 °C Probentemperatur) steigt bei Öldruck- und Temperaturerhöhung auf maximal 40%. In Abb. 5.15 ist die relative Ölvolumenzunahmen bei verschiedenen Temperaturen über Druck und das errechnete Schlauchinnenvolumen V_i als Isochoren im Betriebskennfeld (Abb. 5.16) aufgetragen. Die Volumenzunahme im unterem Temperaturbereich < 50°C ist bei Druckaufprägung deutlich geringer als bei höheren Temperaturen. Mit ausreichender Näherung kann die Volumenzunahme ab einer Druckbelastung > 10 bar und Temperaturen > 40°C mit einem linearen Druckgradienten $\left.\frac{\Delta V_i(p,T)}{\Delta p}\right|_{T=konst.}$ beschrieben werden.

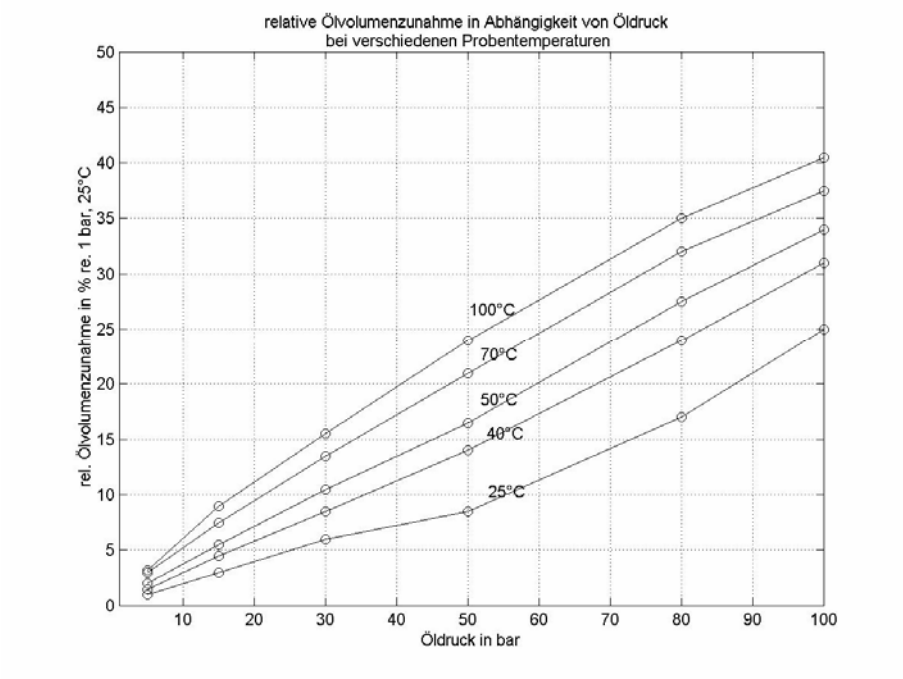


Abb. 5.15: Gemessene relative Ölvolumenzunahme von Probe LD1

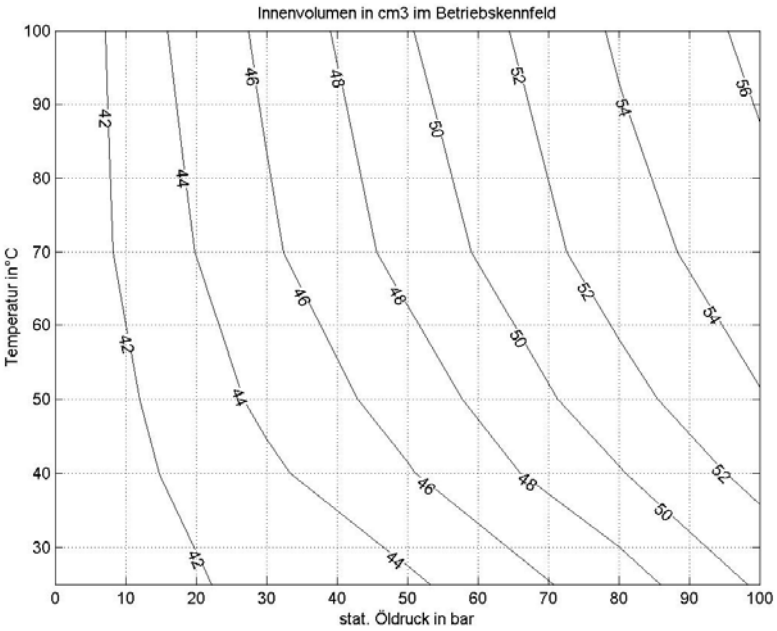


Abb. 5.16: Gemessenes Innenvolumen von Probe LD1

Die Gradienten der Längenänderungen zeigen sich konstant bei Temperaturerhöhung mit einer

Verlängerung $\left.\frac{\Delta l_i(p,T)}{\Delta T}\right|_{p=konst.} = 0{,}07 mm/°C$ und bei Druckerhöhung mit der Verkürzung $\left.\frac{\Delta l_i(p,T)}{\Delta p}\right|_{T=konst.} = -0{,}2 mm/bar$. Der Verlauf der Innenvolumenzunahme ist hauptsächlich mit der Innendurchmesseränderung zu begründen. Der Innendurchmesser d_i kann nicht gemessen werden und wird rechnerisch aus den Messwerten der relativen Ölvolumenzunahme $V_{rel} = \Delta V / V_0$ und der Längenänderung ermittelt durch

$$d_i(p,T) = \sqrt{\frac{4 \cdot \left(V_{rel}(p,T)+1\right) \cdot V_0}{\pi \cdot l_S(p,T)}} \qquad \textbf{5.7}$$

In Abb. 5.17 sind die Schlauchlänge und in Abb. 5.18 der Innendurchmesser im Betriebskennfeld dargestellt.

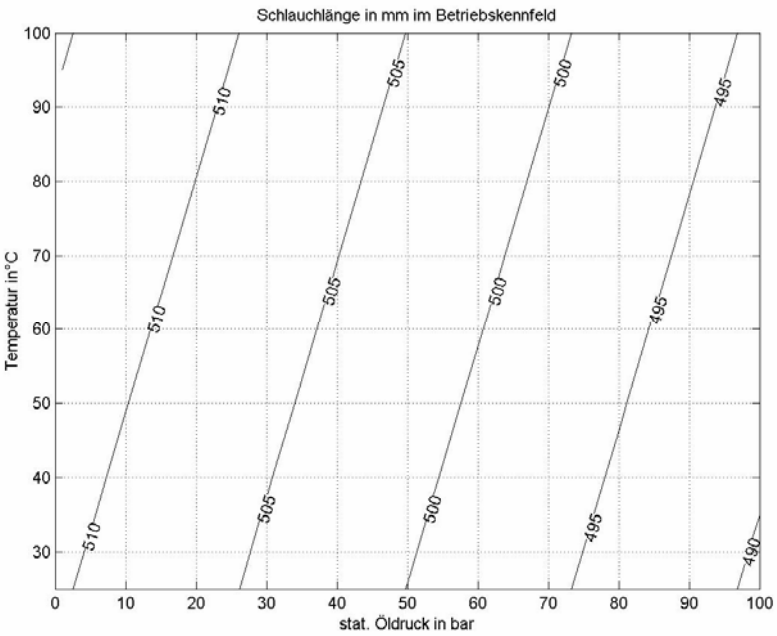


Abb. 5.17 Länge der Probe LD1 im Betriebskennfeld

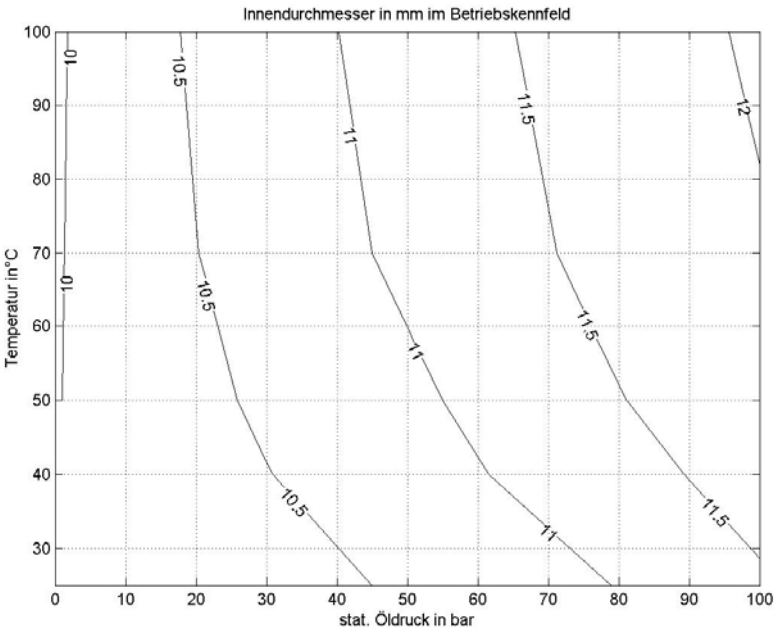


Abb. 5.18: Innendurchmesser der Probe LD1 im Betriebskennfeld

Nach dem Hooke`schen Spannungs-Dehnungsgesetz ist die Deformation unabhängig vom E-Modul, was lineares Verhalten voraussetzt. Die nichtlineare Änderung des Innendurchmessers rührt bei annähernd konstanter Länge von der nichtlinearen Volumenänderung her. Die radiale Umfangsdehnung und damit auch die Durchmesseränderung sind offensichtlich bei Druckänderung nichtlinear. Die Ursache des gemessenen nichtlinearen Verhaltens liegt in der Elastizität des Kompositaufbaues aus Elastomer und Geflechteinlage der Schlauchwandung. Dieses Elastizitätsverhalten des Systems kann funktional mit Hilfe eines reduzierten E-Moduls beschrieben werden /19/. Begründet ist dies durch die relativen Abmaßänderungen und der daraus folgenden Kopplung vom „weichen“ Gummi an das „steife“ Geflecht durch Kompression. Erkennbar ist dies durch die Dichteänderung der Schlauchwandung. Analog zum Innenvolumenverhalten ergibt sich bei konstanter Schlauchmasse m_s von 0,110 kg bei der Probe LD1 das Dichteverhalten der Schlauchwandung ρ_s (siehe Abb. 5.19).

$$\rho_s(p,T) = \frac{m_s}{V_s(p,T)} \qquad \textbf{5.8}$$

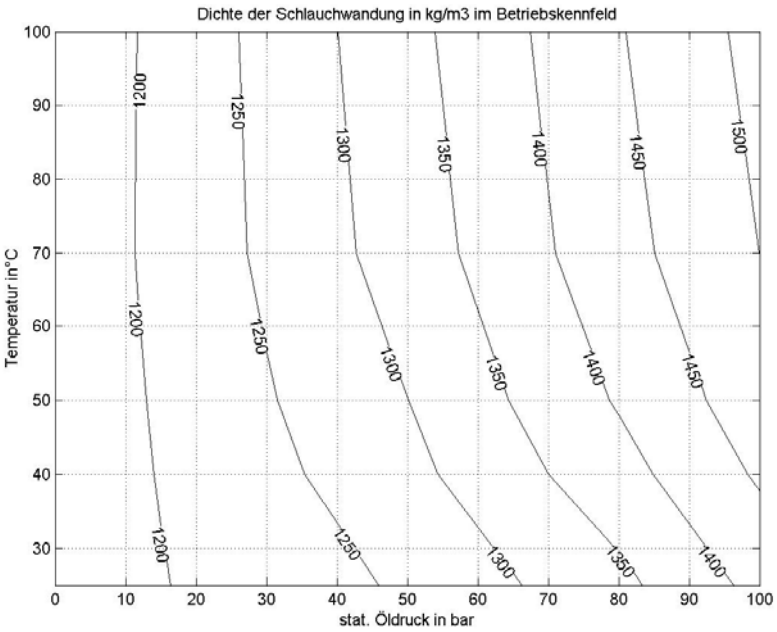


Abb. 5.19: Dichte der Schlauchwandung der Probe LD1 im Betriebskennfeld

5.2.2.2 Ermittlung der statischen und kinematischen Kenndaten des Öls

In Fahrzeughydrauliksystemen häufig verwendete Öle sind ATF (Automatic Transmission Fluid) und das auf dem Prüfstand benutzte Pentosin CHF 11S. Aufgrund seiner günstigeren Druckverlust- und Kaltstarteigenschaften wird Pentosin beim Fahrzeugeinsatz in so genannten „Kaltländern“, besonders bei Lenksystemen mit Volumenströmen > 10 ltr/min, verwendet. Ein Auszug aus dem Datenblatt der wichtigsten Kenndaten ist in Tab. 5.3 gelistet. Hierbei sind die „reinen“ Öldaten ohne Luftanteil und die Fluidschallgeschwindigkeit unter Freifeldbedingungen aufgeführt. Die wirkende Fluidschallgeschwindigkeit in akustisch engen Leitungssystemen ist funktional abhängig von der Wandelastizität. Sie ist damit keine reine Stoffeigenschaft mehr, sondern analog zum wirkenden reduzierten E-Modul des Schlauchsystems eine Systemeigenschaft (siehe auch Kapitel 4.1.1). Sie wirkt als zusätzliche in Reihe geschaltete Steife zur Ölsäulensteife. Bei Hydraulikschlauchleitungen kann die wirkende Fluidschallgeschwindigkeit um mehr als 50% gegenüber der Freifeldschallausbreitung abfallen.

Temperatur T in °C	Überdruck p in bar	Dichte $\rho_{Öl}$ in kg/m3	Schallgeschw. $c_{Öl}$ in m/s	Kompressionsmodul $K_{Öl}$ in MPa
40	0	816	1247	1268
40	50	819	1273	1326
40	100	821	1298	1384
80	0	791	1130	1009
80	50	794	1159	1067
80	100	798	1188	1125
100	0	778	1063	880
100	50	782	1095	938
100	100	786	1125	996

Tab. 5.3: Kennwerte Hydrauliköl Pentosin CHF 11S (Quelle Fa. PENTOSIN)

Durch Approximation an die Messwerte in Tab. 5.3 ist die Öldichte im Betriebskennfeld ausreichend linear beschreibbar nach

$$\rho_{Öl}(p,T) = \left(\frac{\Delta\rho_{Öl}(p)}{\Delta p}\right)_{T=konst.} \cdot p + \left(\frac{\Delta\rho_{Öl}(T)}{\Delta T}\right)_{p=konst.} \cdot T + \rho_{Öl,0}(p_0, T_0) \qquad \textbf{5.9}$$

Für die so ermitteltet Funktion $\rho_{Öl}(p,T)$ lassen sich die Druck- und Temperaturgradienten, sowie die Konstante bei $p_0 = 1\text{bar}$ und $T_0 = 25°\text{C}$ ermitteln. Sie betragen für das relevante Betriebskennfeld $\left.\frac{\Delta\rho_{Öl}}{\Delta p}\right|_{T=konst.} = 0{,}08 kg/(m^3 bar)$ und $\left.\frac{\Delta\rho_{Öl}}{\Delta T}\right|_{p=konst.} = -0{,}6 kg/(m^3 °C)$ und für $\rho_{Öl,0} = 838 kg/m^3$. Wie erwartet und in Abb. 5.20 gezeigt, nimmt die Öldichte bei Druckerhöhung zu und bei Temperaturerhöhung aufgrund der Volumendehnung ab.

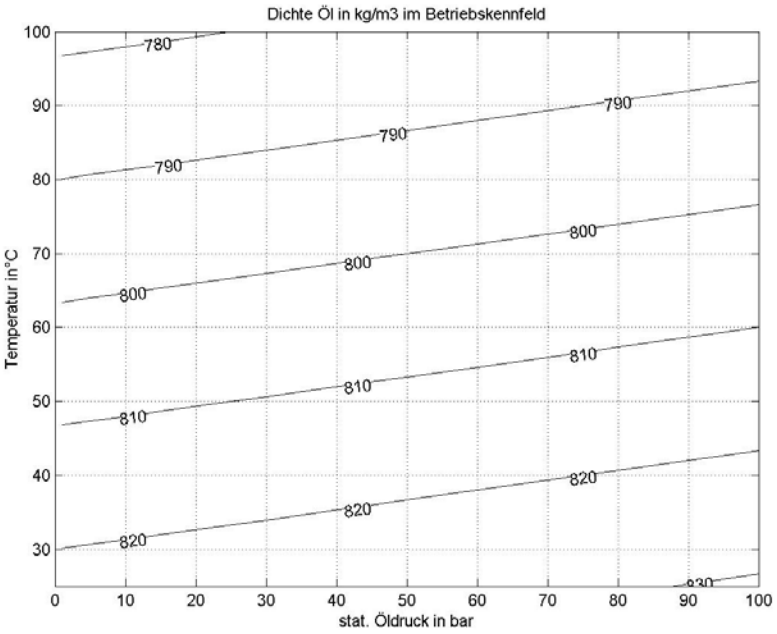


Abb. 5.20: Dichte des Hydrauliköls Pentosin im Betriebskennfeld nach (5.6)

Eine weitere Beschreibung unter Berücksichtigung von thermischen und druckabhängigen Volumendehnungskoeffizienten versucht Esser /6/. Hiernach lässt sich die Öldichte berechnen nach

$$\rho_{Öl} = \frac{1 + a \cdot p_{Öl} - b \cdot p_{Öl}^2}{1 - \alpha_v (T_{Öl} - T_{Öl,0})} \qquad \textbf{5.10}$$

Für das Hydrauliköl Renolin MR-15 gelten der thermische Volumendehnungskoeffizient $\alpha_v = 6{,}1 \cdot 10^{-4} / K$ und die Druckkoeffizienten $a = (0{,}596 \cdot 10^{-4} \cdots 0{,}666 \cdot 10^{-4}) / bar$ und $b = (0{,}130 \cdot 10^{-7} \cdots 0{,}09 \cdot 10^{-7}) / bar^2$.

Die Fluidelastizität wird durch den Kompressionsmodul $K_{Öl}$ beschrieben. Da Fluide überwiegend nur druckelastisch sind, wird hier zur Unterscheidung vom Elastizitätsmodul der Begriff Kompressionsmodul K verwendet. Analog zur Dichte gilt

$$K_{Öl}(p,T) = \left(\frac{\Delta K_{Öl}(p)}{\Delta p} \right)_T p + \left(\frac{\Delta K_{Öl}(T)}{\Delta T} \right)_p T + K_{Öl,0}(p_0, T_0) \qquad \textbf{5.11}$$

Wieder ergeben sich mit den Werten aus Tab.5.3 die Gradienten $\left. \frac{\Delta K_{Öl}}{\Delta p} \right|_{T=konst.} = 1{,}16 MPa / bar$

und $\left.\frac{\Delta K_{Öl}}{\Delta T}\right|_{p=konst.} = -6{,}45 MPa/°C$ bei $K_{Öl,0} = 1525 MPa$. Aufgrund der leichten Komprimierbarkeit von Gasen ist der Kompressionsmodul des Öls hinsichtlich des Anteils der Luftbläschen besonders bei niedrigen Drücken stark nichtlinear. Bei Drücken < 50 bar ist die Ölelastizität hauptsächlich durch die Volumenanteile der ungelösten Luft gegeben. In Abb. 5.21 ist der Kompressionsmodul vom Hydrauliköl Pentosin im Betriebskennfeld aufgetragen. Die gestrichelten Linien berücksichtigen einen Luftvolumenanteil $\Psi = V_{Luft} / V_{Öl}$ von 1% gerechnet nach /34/ mit Gleichung (4.7). Der Einfluss der ungelösten Luft im Öl verliert sich bei steigendem Druck. Da die Gaslöslichkeit von Öl unter Druck und Temperatur steigt, kann dies zur Entlüftung von Hydrauliksystemen genutzt werden. Zunächst wird hierbei durch Lastaufprägung mit Hilfe eines hydraulischen Verbrauchers die Luft im Öl gebunden. Anschließend erfolgt das Entlüften durch Abkühlung im drucklosen Öltank. Durch Unterdruck am Öltank wird dieser Vorgang beschleunigt.

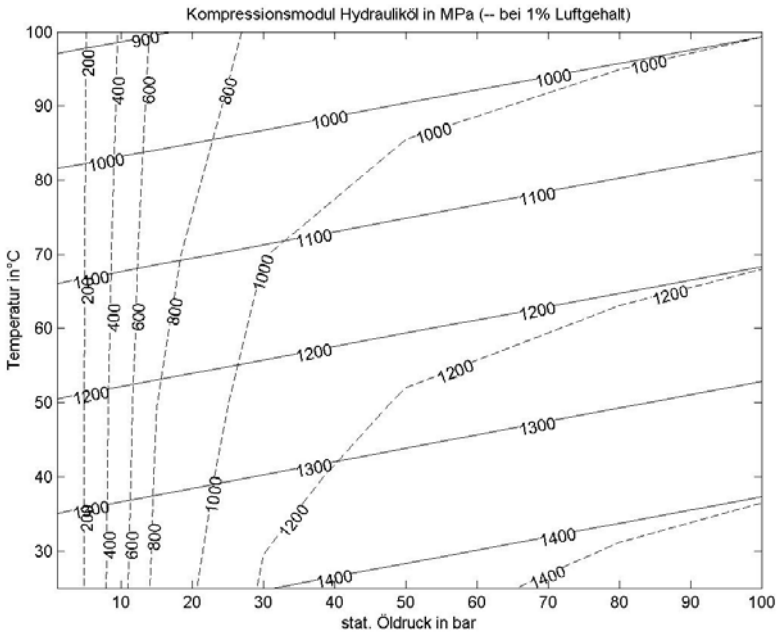
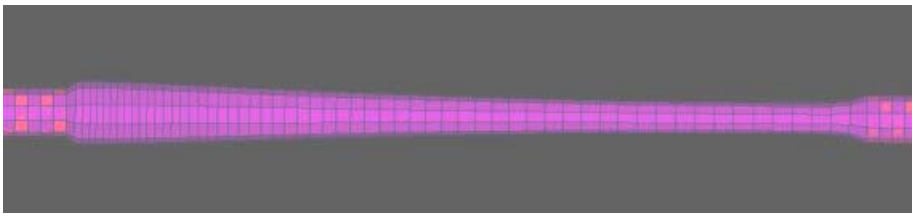
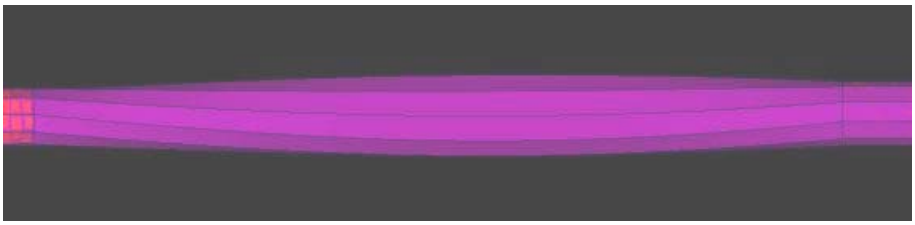
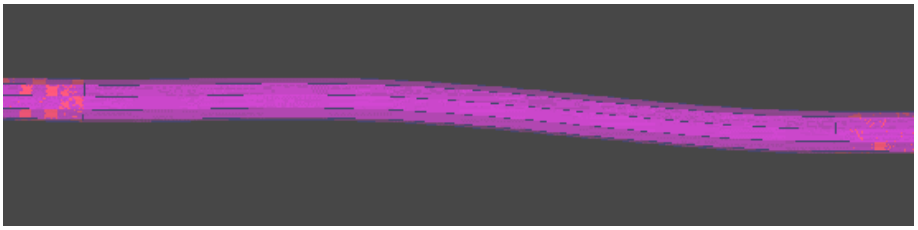


Abb. 5.21: Kompressionsmodul des Öls Pentosin ohne und mit (gestrichelt) 1% Luftanteil

5.2.2.3 Ermittlung des Resonanzfeldes der Schlauchproben

Die akustische Kenngröße in Form des effektiven kinematischen E-Moduls des Systems Schlauchwandung und Hydrauliköl kann aus der Wellengeschwindigkeit bestimmt werden (siehe Kapitel

3.2.4). Hierzu wird die Beschleunigungs- bzw. Kraftübertragungsfunktion aus den Signalen der Impedanzmessköpfe gebildet. Die Maxima des Magnitudenverlaufs $\underline{\ddot{x}}_2 / \underline{\ddot{x}}_1$ über die Frequenz stehen für die System- und Kontinuumseigenschwingungen. Sie beschreiben die modale Bewegung der Messköpfe, welche über den elastischen Schlauch gekoppelt sind, sowie die stehenden Kontinuumswellen des massebehafteten Schlauches. Die Systemeigenfrequenz zeigt sich im ersten Maximum der Beschleunigungsübertragungsfunktion und in der durch den Modewechsel erzwungenen Phasenlage bei 90°. Modal wird durch den Versuchsaufbau eine „Schwingungstilgerbewegung“ realisiert. Hierbei übernimmt die Eingangsmasse auf der Shakerseite die Fußpunktanregung. Die Abschlussmasse mit der kompletten Schlauchfederlänge führt die harmonische Schwingung eines Einmassenschwingers in Resonanz aus und reduziert die Bewegung des Fußpunktes auf sein Minimum. Für die höherfrequenten Resonanzlagen können als Ursache Kontinuumsschwingungen der Schlauchwandung genannt werden. Durch die Befestigung des Schlauches an den Messköpfen und durch den hieraus resultierenden Impedanzsprung schwingen sich stehende Körperschallwellen der halben Wellenlänge $\lambda/2$ und Oberwellen ein. Mit Ausnahme der Biegewelle sind dies ganzzahlige Vielfache der harmonischen Grundschwingung. Da die Biegewellengeschwindigkeit /3,16/ frequenzabhängig ist, besitzen die Oberwellen sich unterscheidende höhere Biegewellengeschwindigkeiten (Phasengeschwindigkeiten). Bei Impulsanregung „verzerrt“ sich bei der Biegewellenübertragung notwendigerweise die Auslenkung, da sie aus der Überlagerung der Grundharmonischen und aller Oberwellenformen gebildet ist. Dies führt zu einer Dispersion des Impulses, da sich die höheren Frequenzbestandteile mit anderer (in diesem Falle größerer) Phasengeschwindigkeit ausbreiten als die tieferen. Nach /2/ gelten für Biegeoberwellen von Balken oder Stäben die Koeffizienten laut Tab. 5.4. Hier sind die Frequenzzusammenhänge von Oberwelle zur Grundharmonischen für die momentenfeste Einspannung von Dehn-, Torsion- und Biegewelle aufgelistet.

	Wellengeschwindigkeit $c_{D,T,B}$	Grundharmonische $f_{\lambda/2}$	Oberwellen f_n
Dehnwelle	$\sqrt{\frac{E}{\rho}}$	$\sqrt{\frac{E}{\rho}}\frac{1}{2l_s}$	$(n-1)\cdot f_{\lambda/2}$ mit $n=1,2,3\ldots$
$\lambda/2$ Mode			
Torsionswelle	$\sqrt{\frac{G}{\rho}}$, mit $G=\frac{E}{2(1+\mu)}$	$\sqrt{\frac{E}{2(1+\mu)}}\frac{1}{2l_s}$	$(n-1)\cdot f_{\lambda/2}$ mit $n=1,2,3\ldots$
$\lambda/2$ Mode			
Biegewelle	$\sqrt[4]{\frac{B}{m'}}\sqrt[2]{\omega}$ mit $m'=\frac{m}{l_s}=\rho S$ und $B=E\cdot I_b$	$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{B}{m'}}\frac{1}{l_s^2}$	$k_n\cdot f_{\lambda/2}$ mit $k_1=1$, $k_2=2{,}76$, $k_3=5{,}4$, $k_4=8{,}92$, $k_5=13{,}3$
$\lambda/2$ Mode			

Tab. 5.4: Zusammenhang Grundschwingung und Oberwellen des Kontinuums Schlauch

In Abb. 5.22 bis Abb. 5.24 sind die Relativbewegungen der Messköpfe als Beschleunigungsübertragungsfunktion bei quasi Longitudinal- (Dehnwelle), Torsion- und Biegewellenanregung als Magnituden und Phasenverlauf über die Frequenz dargestellt. Markiert ist die Eigenfrequenz der Systemschwingung und der stehenden $\lambda/2$-Welle bei konstant 50 bar Öldruck und 35°C Probentemperatur für die Probe LD1. Im Versuch hat sich gezeigt, dass der Phasendurchgang bei 90° eine höhere Genauigkeit zur Bestimmung der Eigenfrequenzen zulässt. Eine Korrektur zur Bestimmung der Systemeigenfrequenz aus der gemessenen gedämpften Eigenfrequenz ist aufgrund der relativ schwachen Dämpfung und der relativ hohen Impedanz der Messköpfe nicht notwendig /8/.

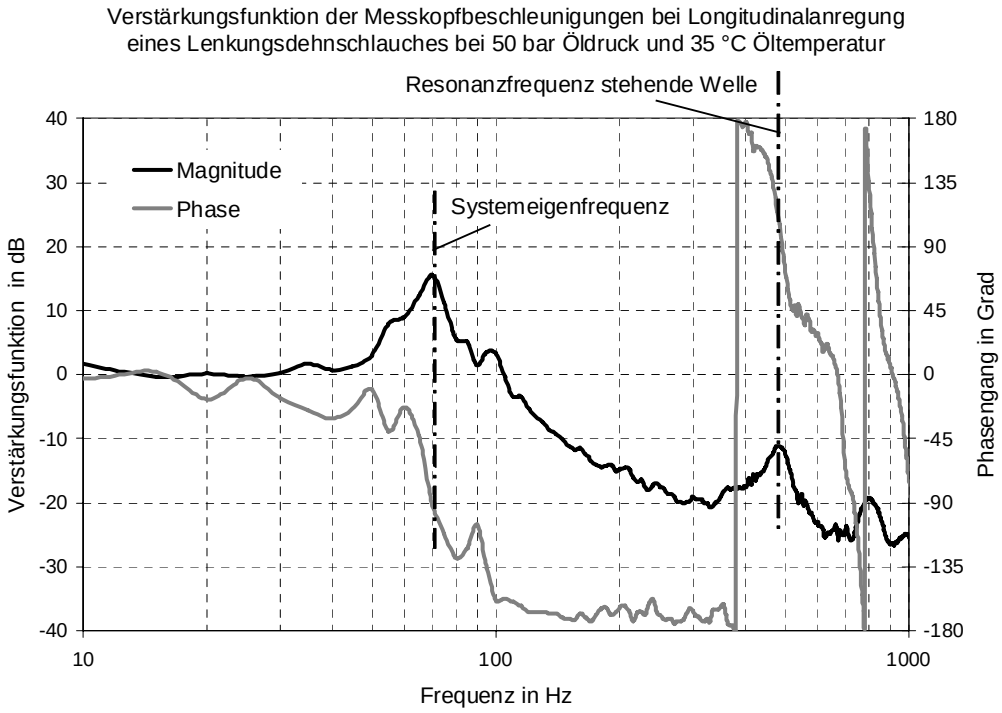


Abb. 5.22: Beschleunigungsübertragung der Messköpfe für Dehnwellenanregung

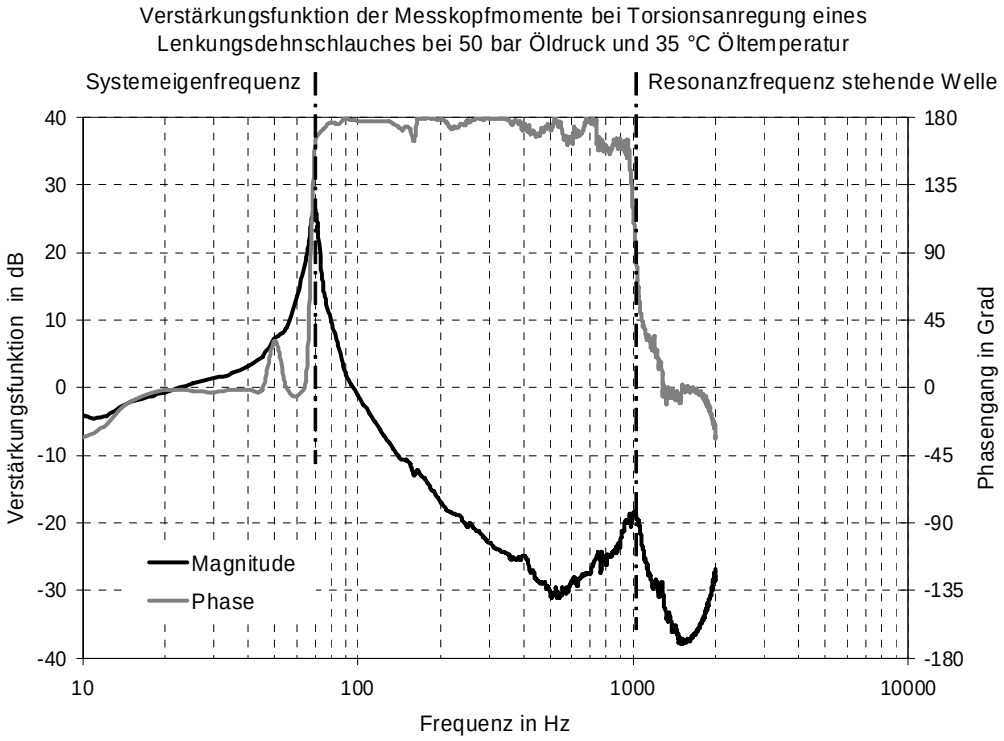


Abb. 5.23: Beschleunigungsübertragung der Messköpfe für Torsionswellenanregung

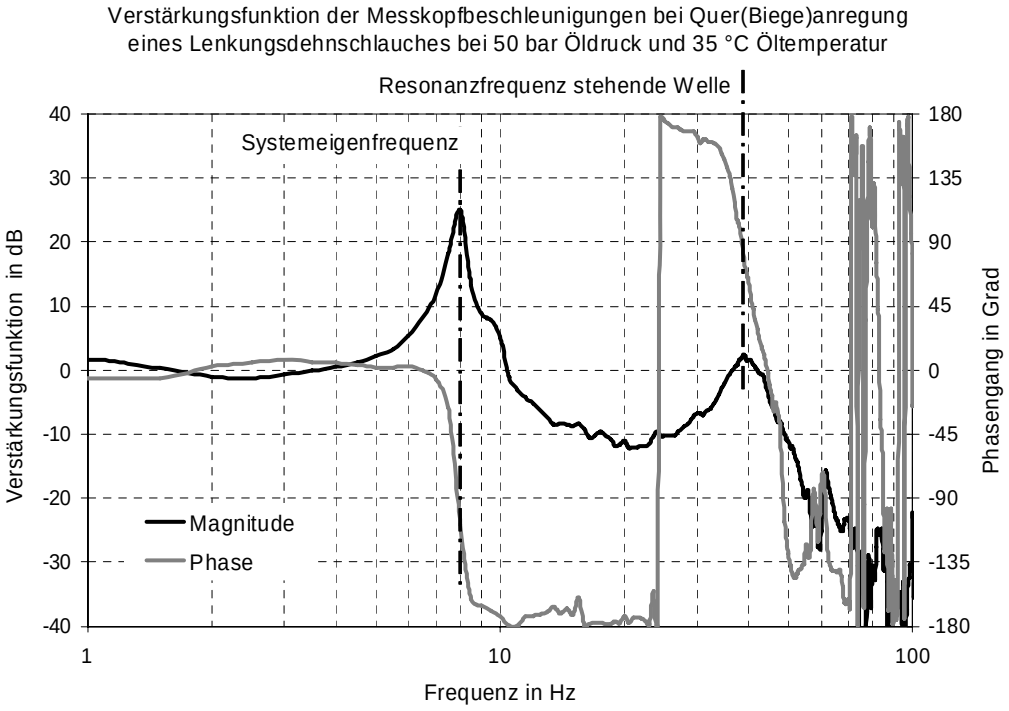


Abb. 5.24: Beschleunigungsübertragung der Messköpfe für Biegewellenanregung

Mit Hilfe der Frequenz der stehenden $\lambda/2$ Welle $f_{\lambda/2}$ und der Schlauchprobenlänge l_s kann nach

$$c_{D,T,B} = 2 \cdot l_s \cdot f_{\lambda/2} \qquad \textbf{5.12}$$

die Systemwellengeschwindigkeit $c_{D,T,B}$ bestimmt werden. Abb. 5.25 zeigt die Resonanzlagen in Abhängigkeit vom Öldruck bei einer Probentemperatur von 35°C. Erkennbar ist eine „leicht“ nicht-lineare Frequenzerhöhung bei steigendem Druck.

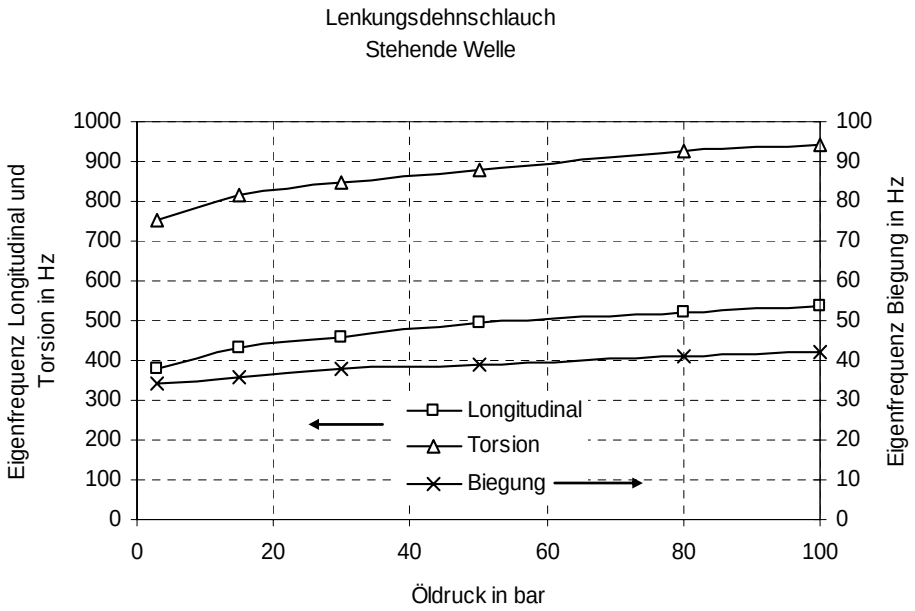


Abb. 5.25: Eigenfrequenzverlauf der $\lambda/2$ Körperschallwellen über Öldruck

Die Biegewelle bildet sich bei tiefen Tonlagen < 50 Hz aus, Dehn- und Torsionswelle liegen 3 bis 4 Oktaven (Faktor 8 bis 16) höher.

Analog hierzu stellen sich die einzelnen Wellengeschwindigkeiten in Abb. 5.26 dar.

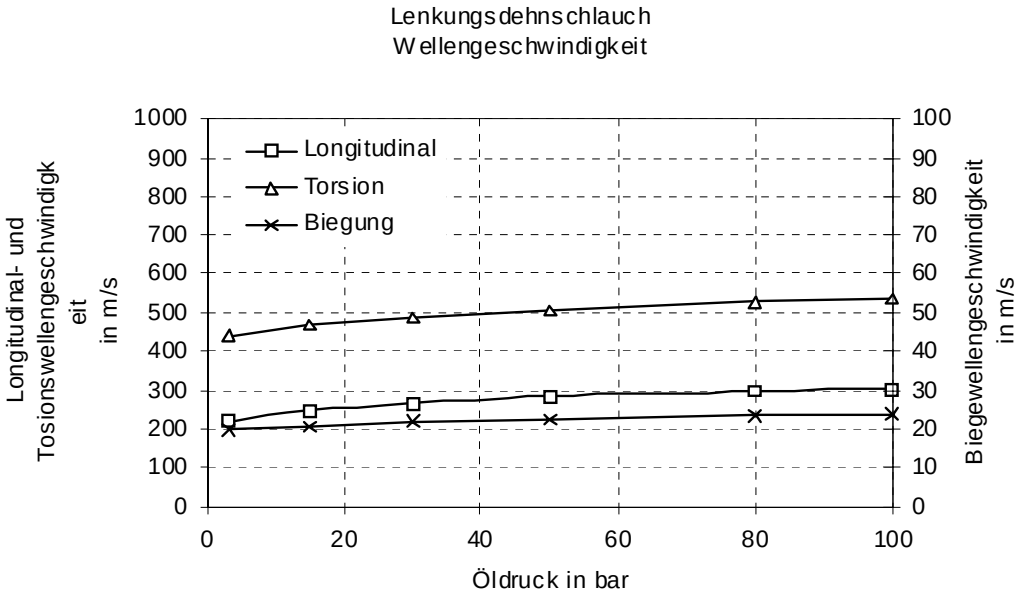


Abb. 5.26: Wellengeschwindigkeitsverlauf über Öldruck

Berücksichtig man auch die Oberwellenverläufe der einzelnen Mode, so zeigt sich ein für die Schlauchprobe typisches spezifisches Resonanzfeld. Der Resonanzverlauf $f_n(p)$ über den Druck p ist proportional zum Logarithmus des Druckes, $f_n(p) \sim \lg p$. In erster Näherung kann man den Druckverlauf errechnen

$$f_n(p) = (A_n \cdot \lg p + K_n) \cdot k_n$$

$$n = 1,2,3,\cdots$$

$$\begin{aligned} &\textit{Dehn-,Torsionswelle} \\ &k_n = 1,2,3,\cdots \\ &\textit{Biegewelle} \\ &k_1 = 1 \\ &k_2 = 2{,}76 \\ &k_3 = 5{,}4 \\ &k_4 = 8{,}92 \\ &k_5 = 13{,}3 \end{aligned} \qquad \textbf{5.13}$$

$$A_n = \frac{f(p_2) - f(p_1)}{\lg p_2 - \lg p_1}$$

$$p_2 > p_1 > 0$$

$$K_n = f(p_1) - \frac{\lg p_1}{\lg p_2 - \lg p_1}[f(p_2) - f(p_1)]$$

Abb. 5.27 zeigt eine Gegenüberstellung der über Druck errechneten Resonanzfrequenzen und der Anregungsfrequenzen des Gesamtfahrzeugs. Die Resonanzanregung der Schlauchleitungen erfolgt vorwiegend durch die Betriebsgeräusche von Lenkhilfepumpe oder Klimakompressor sowie bei unterkritischer Aggregateanbindungsresonanz durch Motorordnungen. Die Biegewellen werden vorwiegend durch die Motorordnungen angeregt, während die Körperschallabstrahlung der Pumpe und die durch Druckpulsation erregten Körperschallschwingungen der Schlauchwandung (Rohrschall) die höheren Mode von Dehn- und Torsionswelle trifft. Bei „weicheren“ Klimasaugleitungen können Torsionswellen auch durch den Motor angeregt werden.

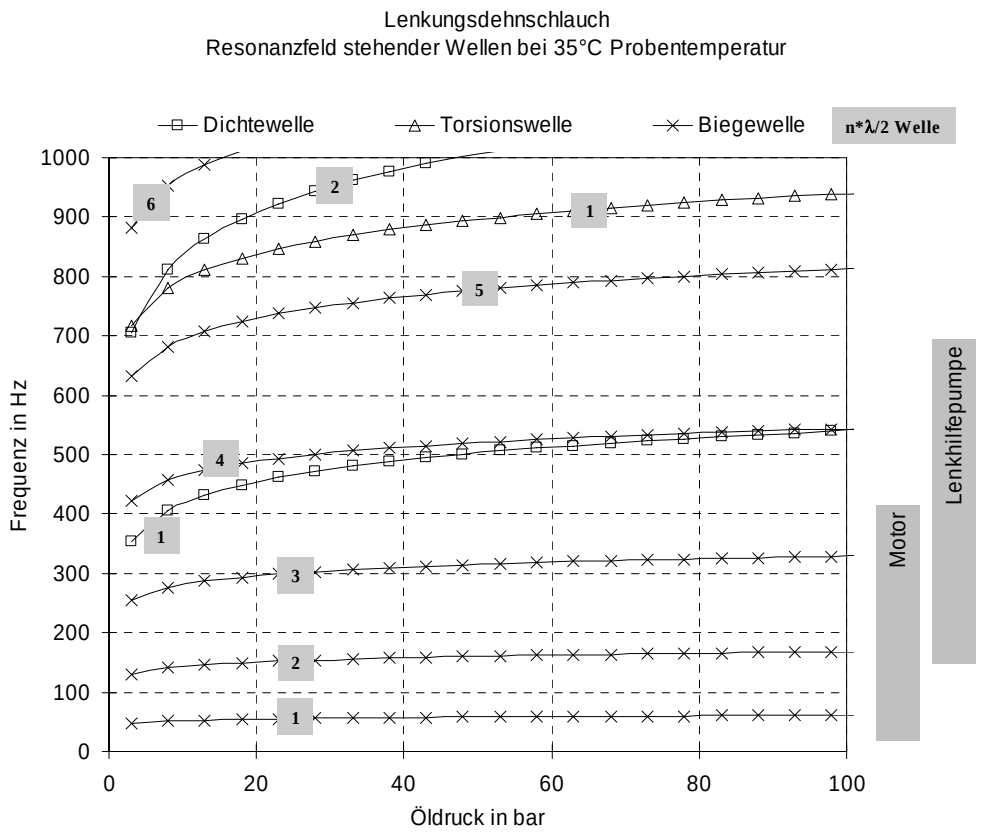


Abb. 5.27: Resonanzfeld Probe LD1 bei 500mm Schlauchlänge und 35°C Probentemperatur

5.2.2.4 Ermittlung des kinematischen E-Moduls der Schlauchwandung

Die Bestimmung des kinematischen E-Moduls der Schlauchwandung erfolgt in mehreren Schritten. Zunächst werden die Kontinuumeigenfrequenzen der stehenden Dehnwelle bei mehreren Probentemperaturen und Druckstufen nach Tab. 5.2 ermittelt und die Ergebnismatrix der Messwerte MW aufgestellt. Sie enthält als Zeilenvektor in der ersten Zeile die Druck- p_b und als Spaltenvektor in der ersten Spalte die Temperaturstufen T_a. Die zugehörigen Eigenfrequenzen $f_{a,b}$ sind tabellarisch eingeordnet.

$$MW = \begin{pmatrix} 0 & p_1 & \cdots & p_b \\ T_1 & f_{1,1} & \cdots & f_{1,b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ T_a & f_{a,1} & \cdots & f_{a,b} \end{pmatrix} \qquad \textbf{5.14}$$

Abb. 5.28 zeigt die Eigenfrequenzen der Probe LD1 im Betriebskennfeld über Druck und Temperatur.

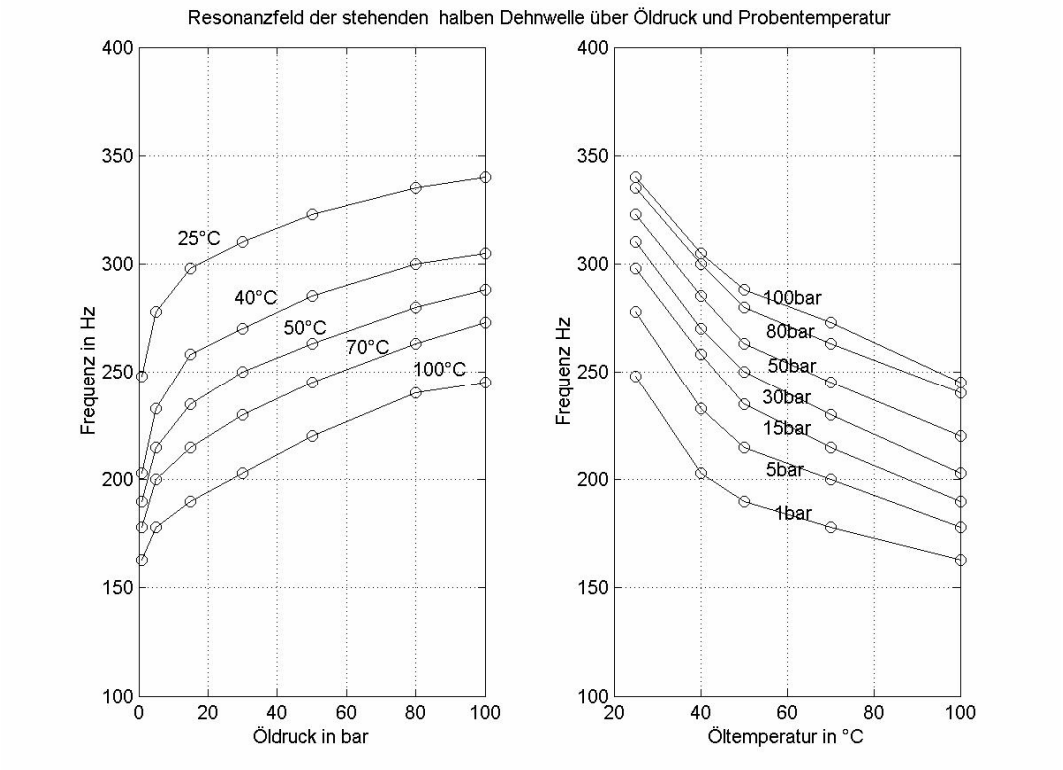


Abb. 5.28: Eigenfrequenzen der Körperschalldehnwelle im Betriebskennfeld von Probe LD1

Analog zu (5.12) ergibt sich die Matrix der effektiven Dehnwellengeschwindigkeit $c_{eff\,D}$ im Betriebskennfeld des gekoppelten Systems Schlauchwandung mit Hydrauliköl aus

$$c_{eff\,D} = f_{a,b} \cdot 2 \cdot l_{s\,a,b} \qquad \textbf{5.15}$$

Hierbei ist $l_{s\,a,b}$ die Matrix der Probenlängen, ermittelt im Betriebskennfeld. In Abb. 5.29 ist das Kennfeld der effektiven Dehnwellengeschwindigkeit für LD1 dargestellt. Die Körperschalldehnwellengeschwindigkeit nimmt mit steigendem Druck und fallender Temperatur proportional zum Eigenfrequenzverlauf zu und erreicht Werte von 180 m/s bis 320 m/s (für Probe LD1). Aus ihr ergibt sich mit (5.12) und (4.13) der longitudinal wirksame effektive E-Modul des Systems E_{eff} zu

$$E_{eff} = (2 \cdot l_{s\,a,b} \cdot f_{a,b})^2 \rho_{eff} \qquad \textbf{5.16}$$

Die effektive Dichte folgt aus (4.12). Ergänzend zu Gleichung (4.9) wird der radial und tangential wirkende E-Modul der Schlauchwandung bei Öldruckbelastung von innen definiert als $E_{S\,r,t}$. Zur Abgrenzung gegenüber dem wirkenden E-Modul durch die aufgeprägte longitudinale Kraft von außen wird $E_{S\,l}$ eingeführt. Durch diese Unterscheidung kann ein anisotrophes Verhalten der beiden Lastfälle für die unterschiedlichen Schlauchaufbauten und Geflechteinlagen von biegeweichen Schlauchleitungen diskutiert werden.

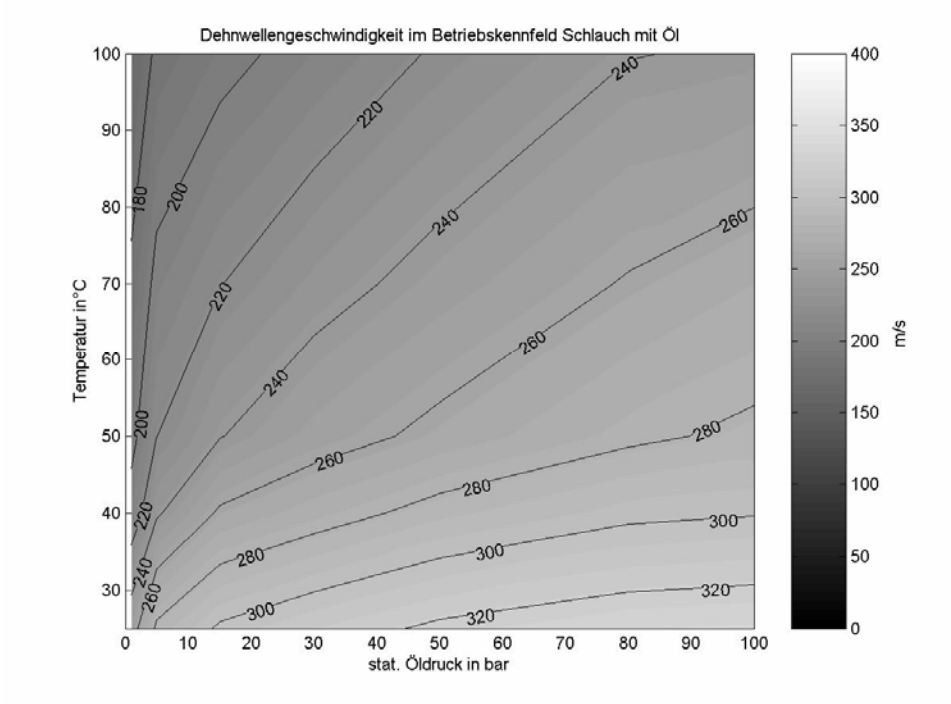


Abb. 5.29: Dehnwellengeschwindigkeit im Betriebskennfeld der Probe LD1

Der wirkende reduzierte K-Modul bei innerer Druckpulsanregung ergibt sich dann analog zu (4.8) wie folgt

$$K_{red,Öl} = \frac{K_{iso,Öl}}{1 + \frac{K_{iso,Öl}}{E_{Sr,t}} \cdot \frac{d_i}{h}} \qquad \textbf{5.17}$$

Weiterhin gilt aus (4.9) nach Einführung des rein longitudinal wirkenden E-Moduls der Schlauchwandung E_{Sl} und durch Umstellung nach $K_{red,Öl}$ auch

$$K_{red,Öl} = \frac{E_{eff} A - E_{Sl} A_s}{A_{Öl}} \qquad \textbf{5.18}$$

Abb. 5.30 zeigt grafisch die geometrischen Zusammenhänge in der statischen Gleichgewichtslage (Index 0) und bei longitudinaler Auslenkung (Index 1) sowie das Ersatzmodell der verschalteten Federn mit der Ölsteife, der radial/tangentialen Schlauchwandsteife und der longitudinalen Schlauchwandsteife.

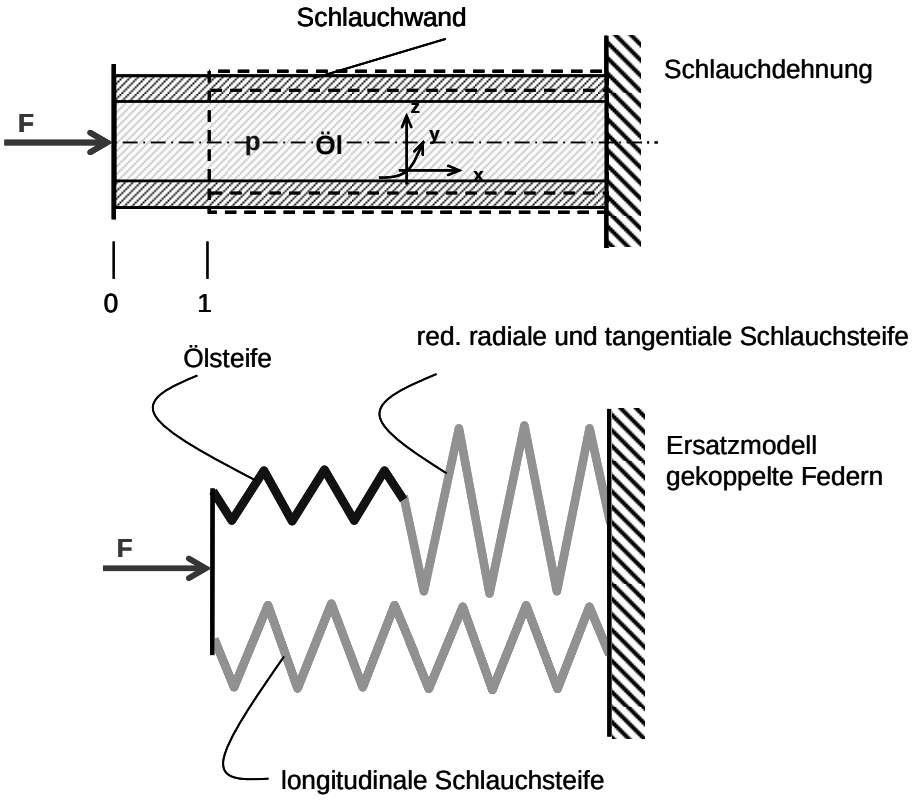


Abb. 5.30: Elastizitätsmodell bei longitudinaler Auslenkung der Schlauchprobe

Durch Gleichsetzen von (5.17) mit (5.18) folgt

$$\frac{E_{eff} A - E_{Sl} A_s}{A_{Öl}} = \frac{K_{iso,Öl}}{1 + \frac{K_{iso,Öl}}{E_{Sr.t}} \cdot \frac{d_{i,0}}{h}} \qquad \textbf{5.19}$$

Zur allgemeinen anisotropen Betrachtung des effektiven E-Moduls von biegeweichen Schlauchleitungen wird in dieser Arbeit ein Isotropenfaktor ϕ

$$\phi = \frac{E_{Sr,t}}{E_{Sl}} \qquad \textbf{5.20}$$

eingeführt. Die Tangentenmodule in radialer und tangentialer Richtung werden ausschließlich für die Dehnwelle über das Öl angekoppelt. Nach Untersuchungen von Horn /19/ besitzen Hydraulikdehnschlauchleitungen für Lenksysteme im Druckbereich 3 bis 100 bar einen annähernd isotropen effektiven E-Modul der Schlauchwandung (siehe Tab. 5.5). In diesem Druckbereich $100\,\text{bar} \geq p \geq 3\,\text{bar}$ zeigt sich $0{,}94 \leq \phi \leq 1$. Erst bei höheren Drücken $p \geq 130\,\text{bar}$ wird eine leichte Anisotropie mit $\phi \leq 0{,}92$ sichtbar. Als Hauptursache wird die Verspannung des Elastomers durch das mit 50° Flechtswinkel angeordnete Geflecht benannt.

p in bar	3	10	30	100	130
ϕ	1	1	0,98	0,94	0,92

Tab. 5.5: Isotropenfaktor des effektiven E-Moduls (Quelle /19/)

Zur weiteren Entwicklung des effektiven E-Moduls in longitudinaler Richtung wird (5.20) umgestellt nach $E_{Sr,t}$ und in (5.19) durch $\phi \cdot E_{Sl}$ substituiert. Zur Auflösung nach E_{Sl} erhält man eine quadratische Gleichung. Für den E-Modul der Schlauchwandung ohne Öl für die quasilongitudinale Dehnwellen gilt

$$E_{Sl} = \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4 \cdot A_S \cdot K_{iso,Öl} \frac{d_i}{h} E_{eff} \cdot A \cdot \phi}}{2 \cdot A_S \cdot \phi} \qquad \textbf{5.21}$$

$$B = (K_{iso,Öl} \cdot A_{Öl} - E_{eff} \cdot A)\phi + K_{iso,Öl} \frac{d_i}{h} A_S$$

Mit steigendem Druck nimmt die Schallgeschwindigkeit der Dehnwelle des Systems bei gleichzeitiger Verringerung der Tangentenmodule zu. Dies bedeutet, dass die longitudinale Steife zunehmen muss, was in diesem Fall zur Erhöhung von E_{Sl} führt. Im Nachfolgenden wird der Rechenweg zur Bestimmung von E_{Sl} aufgezeigt.

Rechenbeispiel

Gesucht:

Longitudinaler E-Modul E_{Sl} der Schlauchwandung für die Probe LD1 (Eaton, GH385), Betriebspunkt $p = 100\,\text{bar}, T = 50\,°\text{C}$.

Gegeben:

$$\begin{aligned}
&Betriebspunkt(a - Zeile, b - Spalte): 3{,}7\\
&Aussendurchmesser: d_a = d_{a3,7} = 0{,}018m\\
&Innendurchmesser_15°C, drucklos: d_{i,0} = 0{,}01m\\
&Schlauchlänge_15°C, drucklos: l_{S,0} = 0{,}512m\\
&Schlauchmasse: m_S = 0{,}105kg\\
&Schlauchlänge: l_{S3,7} = 0{,}491m\\
&Luftdichte: \rho_L = 1{,}2kg/m^3\\
&Luftbläschenanteil; \Psi = 0{,}01\\
&realtive_Volumenzunahmen; V_{rel3,7} = 34\%\\
&Isotropenfaktot: \phi = 0{,}94\\
&\lambda/2 - Frequenz; f_{3,7} = 288Hz
\end{aligned}$$

Es lassen sich folgende Kenngrößen aus den gegebenen Daten berechnen (siehe Kapitel 4 und 5.2). Die Querschnittsfläche des Ölkanals und das Innenvolumen des Schlauches (Ölvolumen) im Ausgangszustand $p_0 = 1\text{bar}, T_0 = 15\,°\text{C}$ ergibt sich zu

$$A_{Öl,0} = \frac{\pi}{4} d_{i,0}^2 = \frac{\pi}{4}(0{,}01m)^2 = 78{,}5 \cdot 10^{-6} m^2$$

$$V_{i,0} = A_{Öl,0} \cdot l_{S,0} = 78{,}5 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 0{,}512m = 40{,}2 \cdot 10^{-6} m^3$$

Der Innendurchmesser ergibt sich aus der relativen Volumenzunahmen bezogen auf das Innenvolumen im Ausgangszustand $V_{i,0}$ und der sich im Betriebspunkt einstellenden Schlauchlänge zu

$$d_{i3,7} = \sqrt{\frac{4 \cdot (V_{rel3,7} + 1) \cdot V_{i,0}}{\pi \cdot l_{S3,7}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot (0{,}34 + 1) \cdot 40{,}2 \cdot 10^{-6} m^3}{\pi \cdot 0{,}491 m}} = 0{,}0118 m$$

Die Wandstärke im Betriebskennfeld erfolgt aus den Durchmesserdifferenzen

$$h_{3,7} = \frac{d_{a3,7} - d_{i3,7}}{2} = \frac{0{,}018m - 0{,}0118m}{2} = 0{,}0031m$$

Die Schlauchquerschnitte und -volumen ergeben sich aus den geometrischen Daten

$$A_{3,7} = \frac{\pi}{4} d_{a3,7}^2 = \frac{\pi}{4}(0{,}018m)^2 = 254{,}47 \cdot 10^{-6} m^2$$

$$A_{Öl3,7} = \frac{\pi}{4} d_{i3,7}^2 = \frac{\pi}{4}(0{,}0118m)^2 = 109{,}7 \cdot 10^{-6} m^2$$

$$A_{S3,7} = A_{3,7} - A_{Öl3,7} = (254 - 109) \cdot 10^{-6} m^2 = 144{,}7 \cdot 10^{-6} m^2$$

Die Dichte und der Kompressionsmodul des Hydrauliköls folgen durch Approximation an die Tabellenwerte des Pentosin Datenblattes

$$\rho_{Öl3,7} = \left(\frac{\Delta\rho_{Öl}(p)}{\Delta p}\right)_T p + \left(\frac{\Delta\rho_{Öl}(T)}{\Delta T}\right)_p T + \rho_{Öl,0}(p_0, T_0)$$
$$= 0{,}08 kg/(m^3 bar) \cdot 100 bar - 0{,}6 kg/(m^3 °C) \cdot 50°C + 838 kg/m^3 = 816 kg/m^3$$

$$K_{Öl3,7} = \left(\frac{\Delta K_{Öl}(p)}{\Delta p}\right)_T p + \left(\frac{\Delta K_{Öl}(T)}{\Delta T}\right)_p T + K_{Öl,0}(p_0, T_0)$$
$$= 1{,}16 MPa/bar \cdot 100 bar - 6{,}45 MPa/°C \cdot 50°C + 1525 MPa = 1318{,}5 MPa$$

Die Schlauchdichte folgt aus dem Schlauchvolumen und der gewogenen Schlauchmasse

$$V_{S3,7} = A_{S3,7} \cdot l_{S3,4} = 144{,}7 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 0491 m = 71047 \cdot 10^{-9} m^3$$

$$\rho_{S3,7} = \frac{m_s}{V_{S3,7}} = \frac{0{,}105 kg}{71047 \cdot 10^{-9} m^3} = 1477 kg/m^3$$

Die effektive Dichte und Masse des Öl-Schlauchsystems berechnet sich aus

$$m_{eff} = (A_{S3,7}\rho_{S3,7} + A_{Öl3,7}\rho_{Öl3,4}) \cdot l_{S3,7}$$
$$= (144{,}7 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 1477 kg/m^3 + 109{,}7 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 816 kg/m^3) \cdot 0{,}491 m = 0{,}149 kg$$

$$\rho_{eff} = \frac{m_{eff}}{A_{3,7} \cdot l_{S3,7}} = \frac{0{,}149 kg}{254{,}47 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 0{,}491 m} = 1192 kg/m^3$$

Mit der gemessenen Eigenfrequenz der 1-ten stehenden $\lambda/2 - Welle$ folgt der effektive E-Modul des Systems

$$E_{eff} = (2 \cdot l_{S3,7} \cdot f_{3,7})^2 \rho_{eff} = (2 \cdot 0{,}491 m \cdot 288 Hz)^2 \cdot 1192 kg/m^3 = 95{,}37 MPa$$

Der Kompressionsmodul folgt aus der Approximation an die Tabellenwerte des Pentosin Datenblattes und dem Anteil der Luftbläschen im Öl zu

$$K_{iso,Öl} = K_{Öl3,7} \frac{1+\Psi}{1+\Psi \frac{p_0 K_{Öl}}{p^2}} = 1318{,}5 Mpa \frac{1+0{,}01}{1+0{,}01 \frac{0{,}1 MPa \cdot 1318{,}5 MPa}{(10 MPa)^2}} = 1314 MPa$$

Die Bestimmung des E-Moduls der Schlauchwand bei longitudinaler Anregung ergibt dann mit

$$B_{3,7} = (K_{iso,Öl} \cdot A_{Öl3,7} - E_{eff} \cdot A_{3,7}) \cdot \phi + K_{iso,Öl} \frac{d_{i3,7}}{h_{3,7}} A_{S3,7}$$
$$= (1314 MPa \cdot 109{,}7 \cdot 10^{-6} m^2 - 95{,}37 MPa \cdot 254{,}47 \cdot 10^{-6} m^2) \cdot 0{,}94$$
$$+ 1314 MPa \frac{0{,}0118 m}{0{,}0031 m} 144{,}7 \cdot 10^{-6} m^2$$
$$= 0{,}84055 MPa \cdot m^2$$

$$E_{Sl} = \frac{-B_{3,7} + \sqrt{B_{3,7}{}^2 + 4 \cdot A_{S3,7} \cdot K_{iso,Öl} \frac{d_i}{3,7} E_{eff} \cdot A_{3,7} \cdot \phi}}{2 \cdot A_{S3,7} \cdot \phi}$$

$$= \frac{-0{,}84055\, MPa \cdot m^2 + \sqrt{\begin{array}{l}(0{,}84055\, MPa \cdot m^2)^2 + 4 \cdot 144{,}7 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 1314\, MPa \frac{0{,}0118\, m}{0{,}0031\, m} \\ \cdot 95{,}37\, MPa \cdot 254{,}47 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 0{,}94\end{array}}}{2 \cdot 144{,}7 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 0{,}94}$$
$$= 141{,}92 MPa$$

<u>Ergebnis</u>: $\underline{\underline{E_{Sl} = 141{,}92 MPa}}$

Die Auswirkung von $0{,}95 \leq \phi \leq 1{,}05$ in Abhängigkeit des Öldruckes zeigt Abb. 5.31. Die Abweichungen vom isotropen E-Modul betragen $\pm 1\%$. Mit hinreichender Genauigkeit können Dehnschlauchleitungen als isotrop (mit $\phi \approx 1$ und $E_{S_l} \approx E_{S_{r,t}} \approx E_S$) angesehen werden.

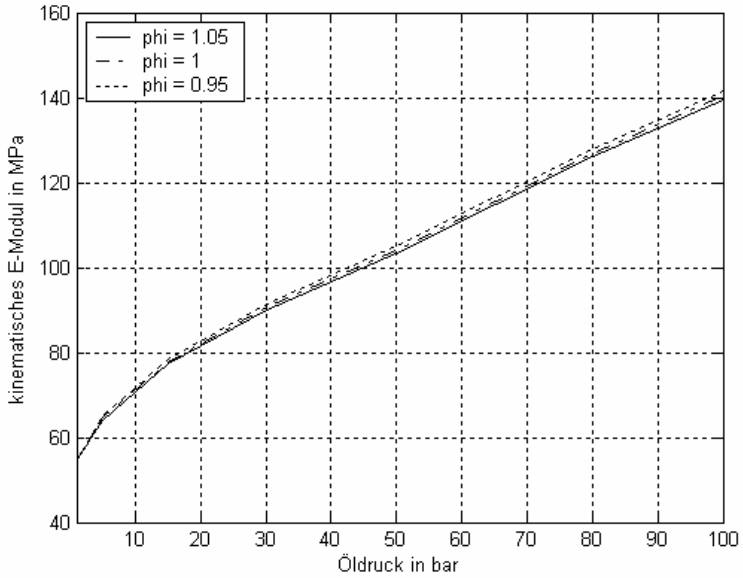


Abb. 5.31: Longitudinaler E-Modul der Schlauchwandung der Probe LD1 bei 50°C

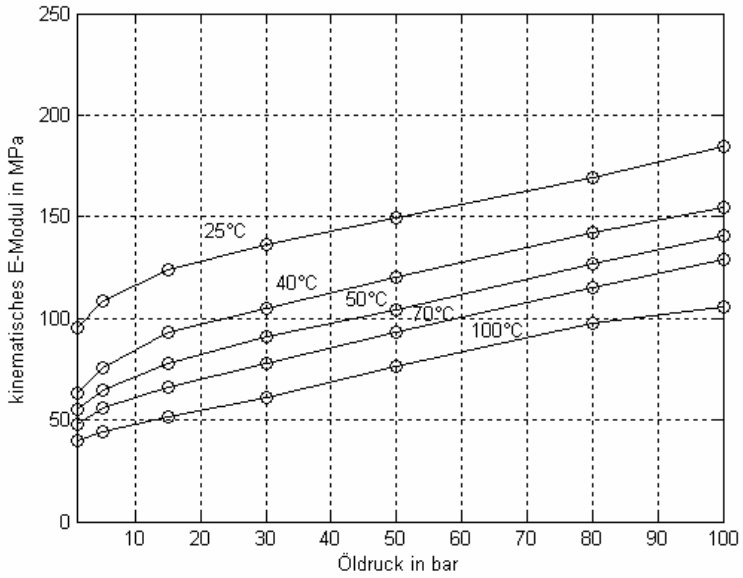


Abb. 5.32: E-Modul der Schlauchwandung von Probe LD1

Abb. 5.32 zeigt für die Probe LD1 den logarithmischen Verlauf des kinematischen E-Moduls der

Schlauchwandung über Druck bei den verschiedenen Temperaturstufen des Betriebskennfeldes. Mit steigendem Innendruck von 0 bar bis 100 bar Überdruck und sinkender Probentemperatur von 100°C bis 25°C (Raumtemperatur) erhöht sich der E-Modul des Schlauchwandmaterials um ca. 75 MPa.

5.2.2.5 Ermittlung des Kinematikfaktors

Zur Bestimmung des Kinematikfaktors φ_{kin} nach (5.5) wird der statische E-Modul aus der Innenvolumenzunahme bestimmt. Der funktionale Zusammenhang zur statischen Volumenzunahme begründet sich aus der Druckbelastung und der hierdurch erzwungenen Umfangsdehnung der Schlauchwandung. Durch „Freischneiden“ längs des Schlauches und Aufstellung des tangentialen Kräftegleichgewichts (siehe Abb. 5.33) folgt

$$F_{S,t} = \frac{p \cdot d_i \cdot l_S}{2} \qquad \textbf{5.22}$$

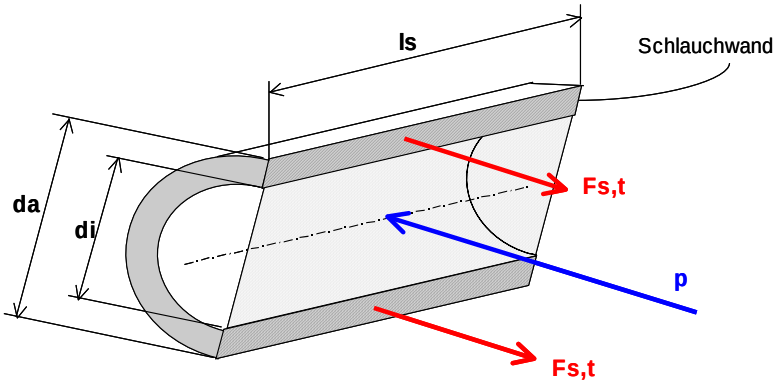


Abb. 5.33: Tangentiale Kräfte im Längsschnitt der Schlauchprobe

Die Zugspannung in Umfangsrichtung ergibt sich aus

$$\sigma_{S,t} = \frac{p \cdot d_i}{d_a - d_i} \cdot \frac{l_S}{l_S} \qquad \textbf{5.23}$$

und die relative Dehnung ε_S des Umfangs U unter Druck ergibt sich zu

$$\varepsilon_S(p) = \frac{U(p) - U(p_0)}{U(p_0)} = \frac{d_i(p)}{d_i(p_0)} - 1 \qquad \textbf{5.24}$$

$p > p_0$

Mit Hilfe des Hooke`schen Spannungs-Dehnungsansatzes

$$E_{S,statisch} = \frac{\sigma_{S,t}}{\varepsilon_s} \qquad \textbf{5.25}$$

folgt durch Einsetzen von (5.23) und (5.24) in (5.25) bei bekanntem Innendurchmesser $d_i(p,T)$ im Betriebskennfeld

$$E_{S,statisch}(p,T) = p \cdot \left((d_a(p,T) - d_i(p,T)) \cdot \left(\frac{1}{d_i(p_0,T_0)} - \frac{1}{d_i(p,T)} \right) \right)^{-1} \qquad \textbf{5.26}$$

Mit Verwendung von (5.7) folgt

$$E_{S,statisch} = p \cdot \left(\left(d_a(p,T) - \sqrt{\frac{4 \cdot (V_{rel}(p,T)+1) \cdot V_0}{\pi \cdot l_S(p,T)}} \right) \cdot \left(\frac{1}{d_i(p_0,T_0)} - \frac{1}{\sqrt{\frac{4 \cdot (V_{rel}(p,T)+1) \cdot V_0}{\pi \cdot l_S(p,T)}}} \right) \right)^{-1}$$

5.27

Ein Vergleich des statischen E-Moduls, ermittelt aus der Volumenzunahme, mit dem kinematischen E-Modul, errechnet aus den Resonanzfrequenzen, gelingt mit dem Kinematikfaktor φ_{kin}. Er liegt bei der Probe LD1 zwischen 1,1 und 1,4. Die Erhöhung des Kinematikfaktors bei 3 bar ist auf Ungenauigkeiten bei der Ermittlung der Systemeigenfrequenz zurückzuführen.

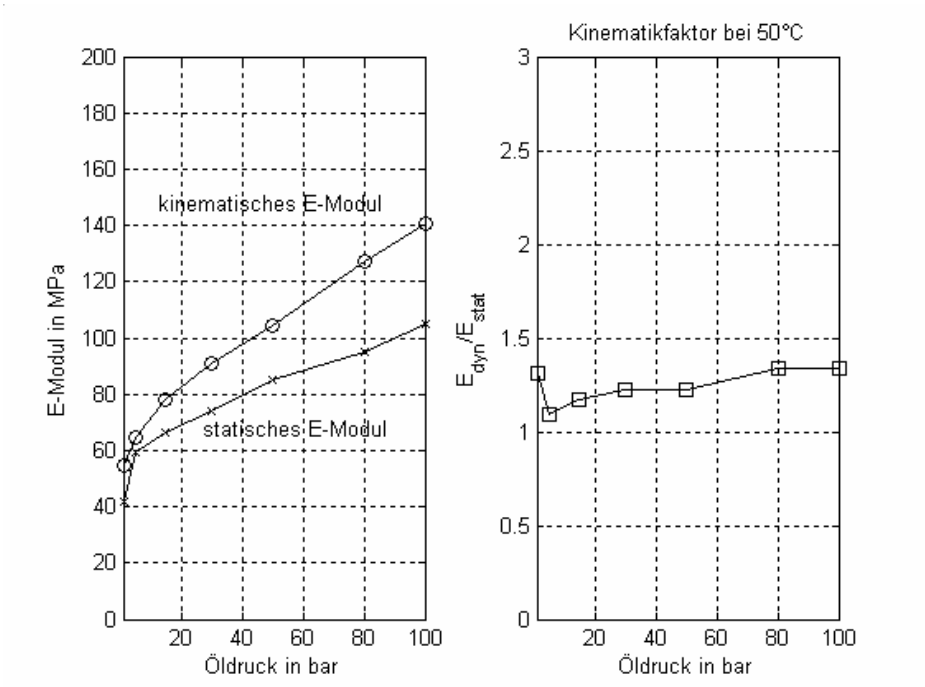


Abb. 5.34: statischer u. kinematischer E-Modul, sowie Kinematikfaktor Probe LD1 bei 50°C

Abb. 5.34 zeigt den E-Modulverlauf über Druck bei 50°C Probentemperatur und den entsprechenden Kinematikfaktor.

Da bei der Körperschallübertragung im relevanten Frequenzbereich zwischen 100Hz bis 1000 Hz immer der kinematische komplexe E-Modul wirkt, ist die Methode der Resonanzmessung wesentlich genauer als die Bestimmung durch die Ganzkörperschwingungen der Impedanzmessköpfe im tieferen Frequenzbereich < 100 Hz oder die Bestimmung aus dem Produkt von statischem E-Modul und Kinematikfaktor (zumal der Kinematikfaktor im Voraus nicht bekannt ist). Für rein viskoelastische Materialien ist diese Versteifung relativ gering. So können Gummipuffer, mit Materialverhalten analog dem linearen Kelvin-Voigt-Modell, eine kinematische Verhärtung von $1 < \varphi_{kin} < 4$ haben.

5.2.2.6 Fluideinfluss auf den kinematischen E-Modul und die Eigenfrequenzen

Im Versuch zeigen sich die Eigenfrequenzen der stehenden Dehnwellen im Kontinuum des „leeren“ Schlauches (ohne Öl) um bis zu 20% höher als bei Ölfüllung und 1 bar Umgebungsdruck. Da die Druckaufprägung mittels des Hydrauliköles geschieht, lässt sich dieses Phänomen für höhere Druckstufen nur bedingt messtechnisch untersuchen. Aus den Kennfeldmessungen kann eine Ge-

genüberstellung des effektiven E-Moduls des Schlauch-Öl Systems E_{eff} mit dem E-Modul der Schlauchwandung $E_{Sl} \approx E_S$ gemacht werden. So ergibt sich folgende prozentuale E-Modulzunahme

$$\Delta E_{rel} = \frac{E_S - E_{eff}}{E_{eff}} \cdot 100\% \qquad \textbf{5.28}$$

Abb. 5.35 zeigt im Betriebskennfeld die prozentuale kinematische E-Modulzunahme aufgrund der Kopplung der radialen Dehnsteife durch das Öl. Sie steigt mit dem Betriebsdruck und der Probentemperatur. Es werden Werte von bis zu 50% Erhöhung erreicht. Weiterhin ist zu beobachten, dass die Ölmasse bei Druckaufprägung zunimmt, da der Schlauch „aufgepumpt“ wird. Ebenso verringert sich die Ölmasse bei Druckabfall (siehe Abb. 5.36).

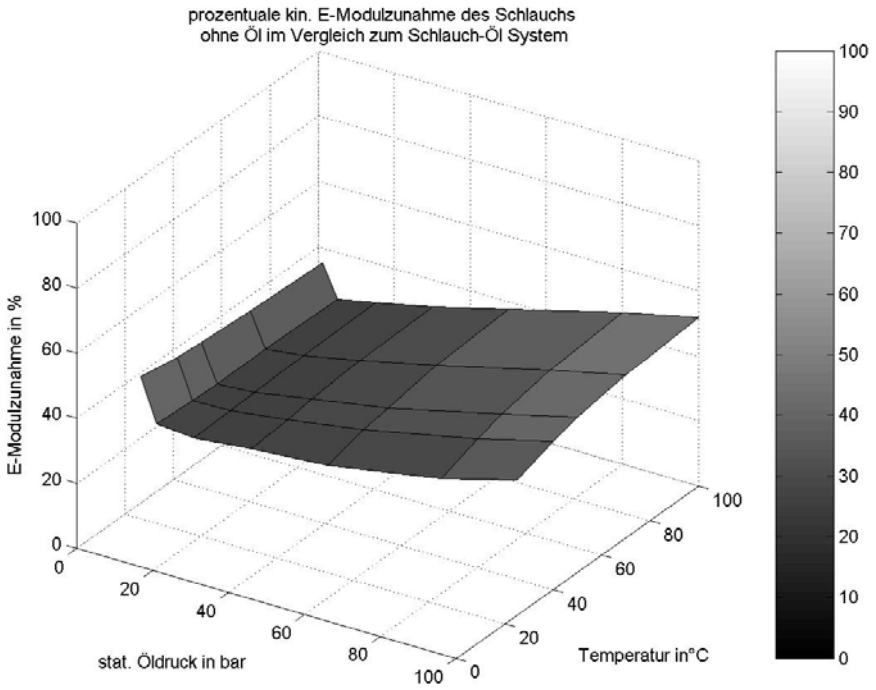


Abb. 5.35: Prozentuale kinematische E-Modulzunahme des Schlauches aufgrund der Kopplung der radialen Dehnsteife durch das Öl

Zur weiteren Analyse wird der Öleinfluss auf den wirkenden E-Modul simuliert. Berechnungsbasis sind die messtechnisch ermittelten dynamischen Kenngrößen und die nach Kapitel 5.2.2 sich ergebenen kinematischen Kennfelddaten. Als Berechnungsmodell dienen die in Kapitel 4.1.2 beschriebenen Transfermatrizen. Die Kalibrierung des Berechnungsmodells erfolgt anhand der gemessenen

Körperschallübertragungsfunktionen durch Anpassen des Dämpfungskoeffizienten η nach (3.24) und des Isotropenfaktors ϕ nach (5.20).

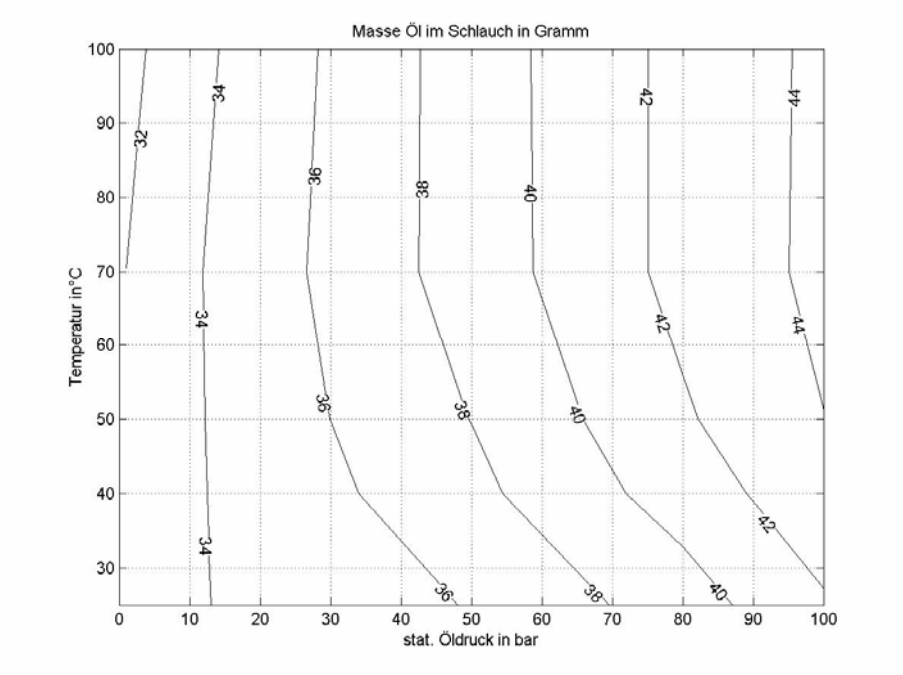


Abb. 5.36: Ölmasse der Probe LD1 im Betriebskennfeld

In Abb. 5.37 ist eine Gegenüberstellung der Ergebnisse des kalibrierten Simulationsmodells mit der messtechnisch ermittelten Durchgangsdämmung der Prüfstandsversuche der Probe LD1 bei 50 bar und 50 °C dargestellt. Berechnet und gemessen wurde eine gerade Schlauchverlegung bei Längsanregung durch eine Kraftquelle. Als Durchgangsdämmung wurde der Körperschallschnellepegel der Abschlussmasse vom Pegel der Eingangsmasse abgezogen.

Durch diesen Abgleich kann auch rückwirkend der Dämpfungskoeffizient η, bzw. iterativ mit (5.20) und (5.21) der Isotropenfaktor ϕ, bestimmt werden. Die Auswirkung auf die Resonanzfrequenz und damit auch auf den effektiven kinematischen E-Modul erfolgt mit dem kalibrierten Berechnungsmodell für höhere Druckstufen mit einem simulierten Fluid als Öl. Hierbei kann nun durch Fluiddichteänderung und Fluidkompressionsmoduländerung ein „virtuelles“ Öl mit beliebiger Masse oder Steife simuliert werden. Abb. 5.38 zeigt die Übereinstimmung des Berechnungsmodells mit den Messwerten des Resonanzverlaufes unter Druck. Hierbei entspricht 0 bar der Messung und Berechnung ohne Öl (vergrößertes Diagramm rechte Seite). Im Vergleich zum ölbefüllten Schlauch ist eine Eigenfrequenzerhöhung von 15 Hz erkennbar. Der funktionale Einfluss von Öl auf die Resonanzverschiebung rührt von der Massen- und Steifigkeitseigenschaft des Öles her. Weiterhin wirkt das Öl als Kopplungsglied zu der Ringdehnsteifigkeit des Schlauches.

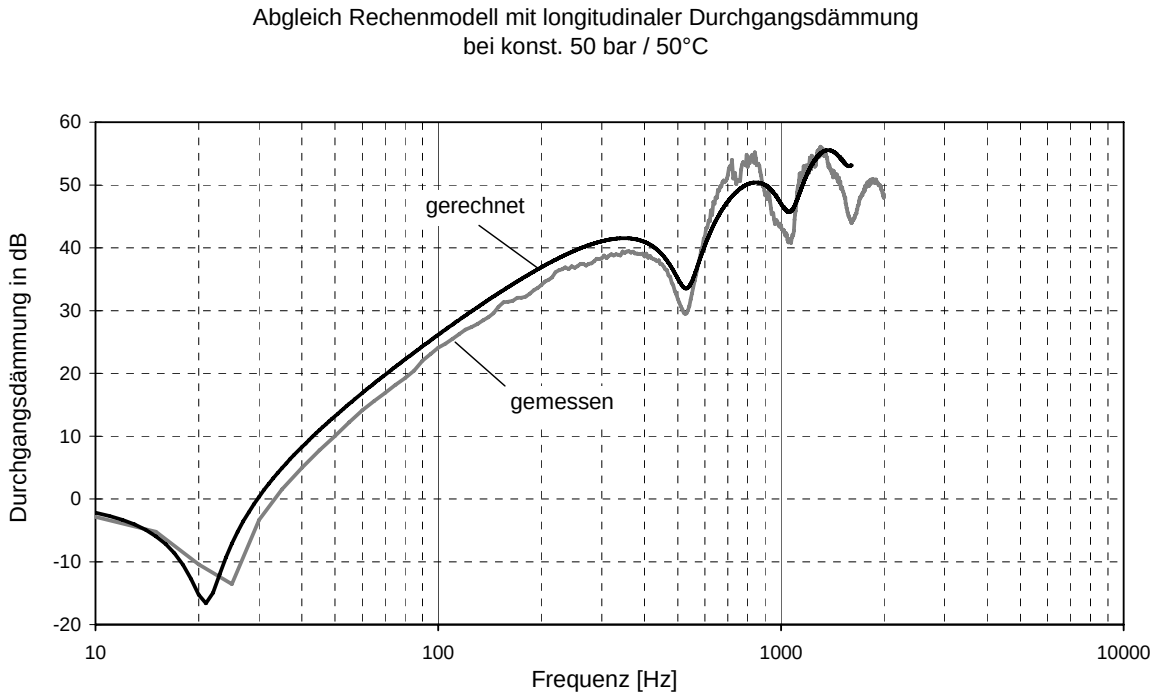


Abb. 5.37: Vergleich gerechneter mit gemessener Dehnwellendurchgangsdämmung

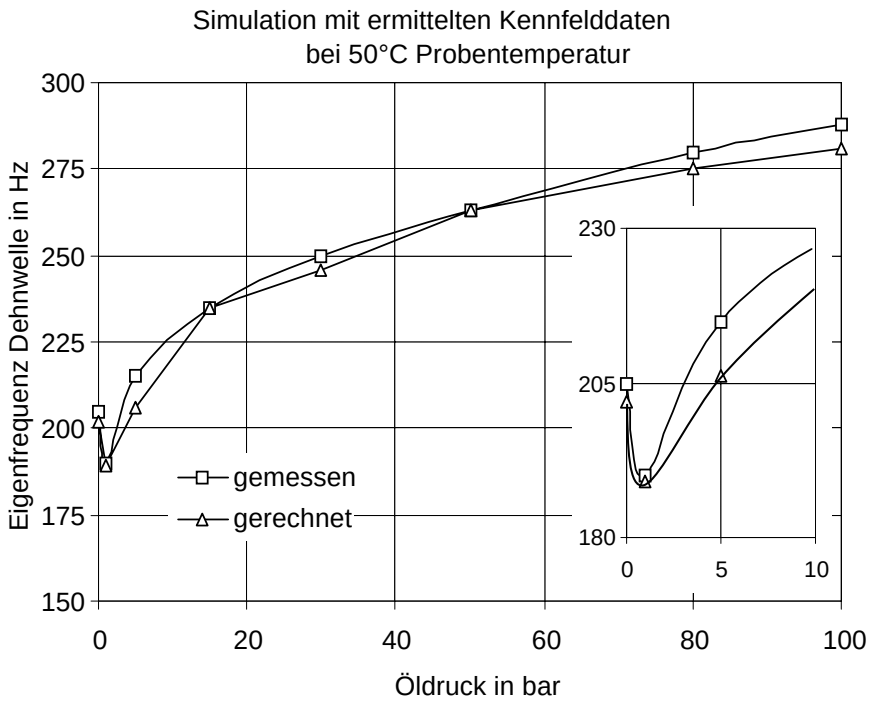


Abb. 5.38: Simulierter und gemessener Resonanzverlauf der Dehnwelle über Druck

Das Simulationsergebnis eines virtuellen Öls mit einem Kompressionsmodul von 15 MPa und 0 MPa bei stetig abnehmender Ölmasse zeigt Abb. 5.39.

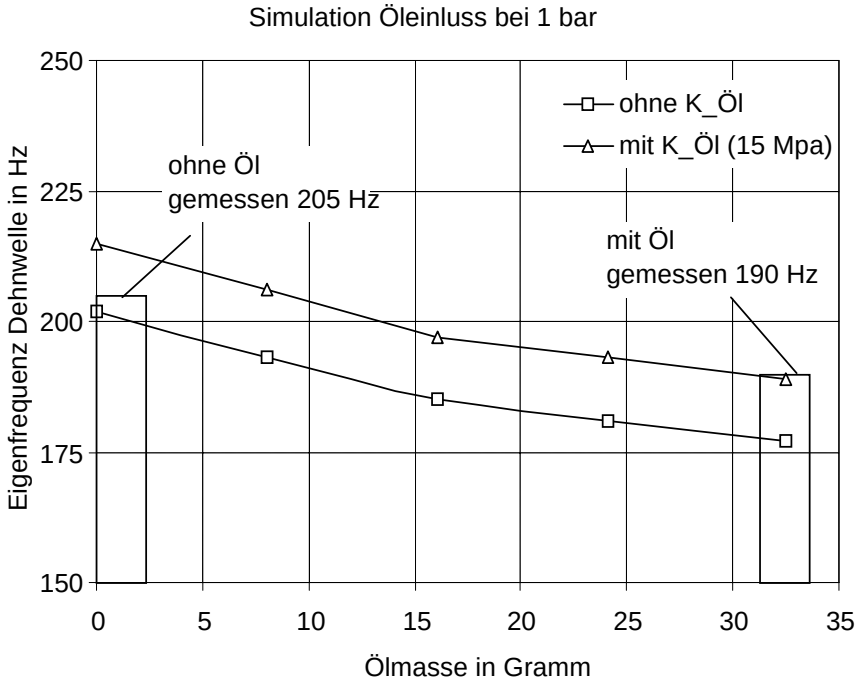


Abb. 5.39: Simulation des Masse- und Steifigkeitseinflusses von Öl auf die Resonanzfrequenz der $\lambda/2$ -Körperschalldehnwelle der Probe LD1 mit 500 mm Länge

Die gemessene 190 Hz Resonanz mit Öl wird ausreichend genau berechnet. Ohne Öl werden 205 Hz messtechnisch ermittelt. Durch virtuelle Absenkung der Ölmasse werden zu hohe Eigenfrequenzen erreicht. Nur durch Wegnahme der Steifigkeitseigenschaften des Öles sinkt die Eigenfrequenz auf den berechneten Wert ab.

5.2.2.7 Einfluss der Schlauchbiegeverlegung und Kopplungsverhalten

Schlauchleitungen werden in der Regel auch genutzt, um Winkelversatz, Höhenunterschiede oder Motorbewegungen zwischen zwei Aggregaten auszugleichen. Bei Niederdruckanwendungen können Formschlauchleitungen eingesetzt werden, bei denen der Biegeradius während des Vulkanisationsprozesses bleibend eingestellt wird. Bei Hochdruckdehnleitungen werden die Schläuche über die momentensteifen Anschlüsse biegeverlegt. Hierbei stellen sich am äußeren Umfang der neutra-

len Faser Zug- und am inneren Umfang Druckspannungen ein. Bei trielastischem Verhalten des Systems wird hierdurch die Gesamtdehnung beeinflusst.

Abb. 5.40 zeigt die Ergebnisse einer FEM Rechnung des Spannungsbereichs bei gebogenem Dehnschlauchstück. Es bilden sich die eingefärbten Bereiche der Materialkompression, Materialdehnung und des Übergangsbereiches an der Kontur ab /54/. Zur Abgrenzung der Spannungsfelder wird der Übergangsbereich auf $|\varepsilon| = 2\%$ der Dehnung infolge der Verlegung festgelegt.

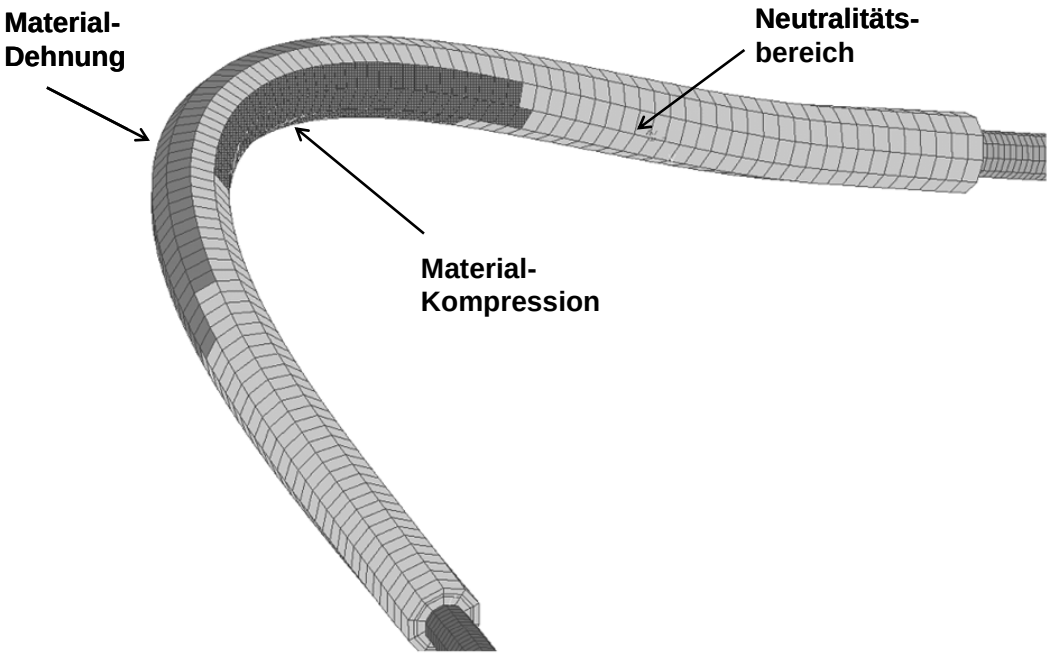


Abb. 5.40: Spannungsfelder bei Biegeverlegung eines Dehnschlauches

Beim Versuch im Wärmeschrank werden Schlauchproben bei verschiedenen Biegewinkeln gebogen und die Schallgeschwindigkeit durch Resonanzmessungen bei longitudinaler Anregung bestimmt. Die Abschlussimpedanz folgt hierbei bei konstantem Biegeradius einem zykloiden Kurvenverlauf nach (5.3) (siehe Abb. 5.41 und Abb. 5.42).

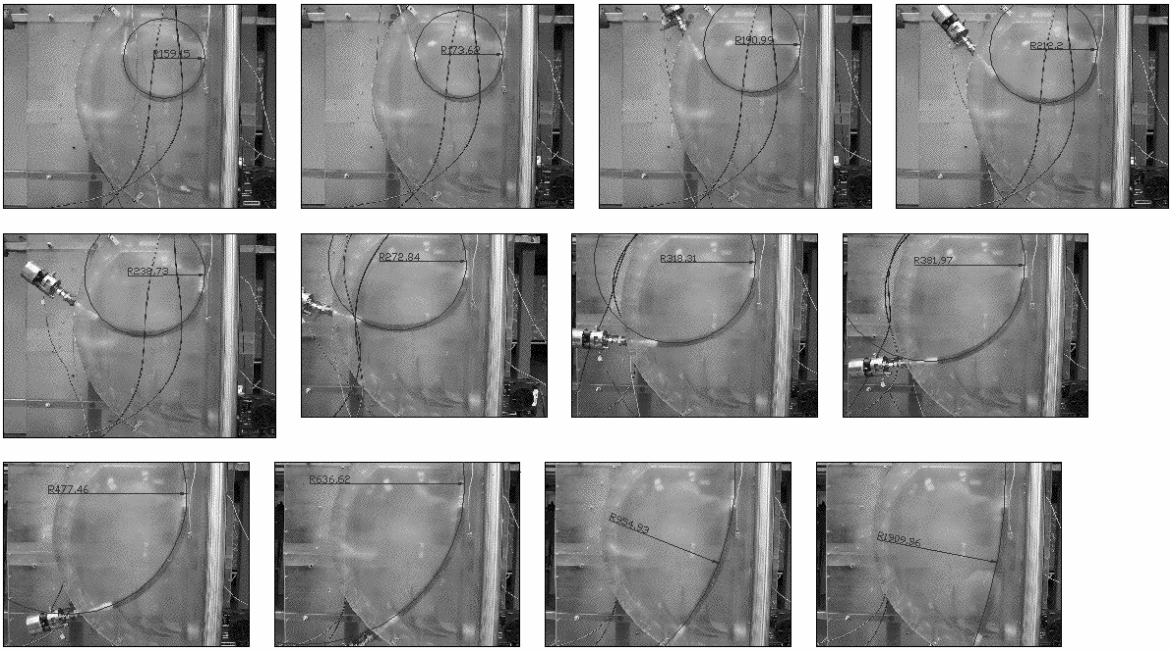


Abb. 5.41: Biegeverlegung der Schlauchproben im Prüfstand bei konstantem Biegeradius über die gesamte Schlauchlänge

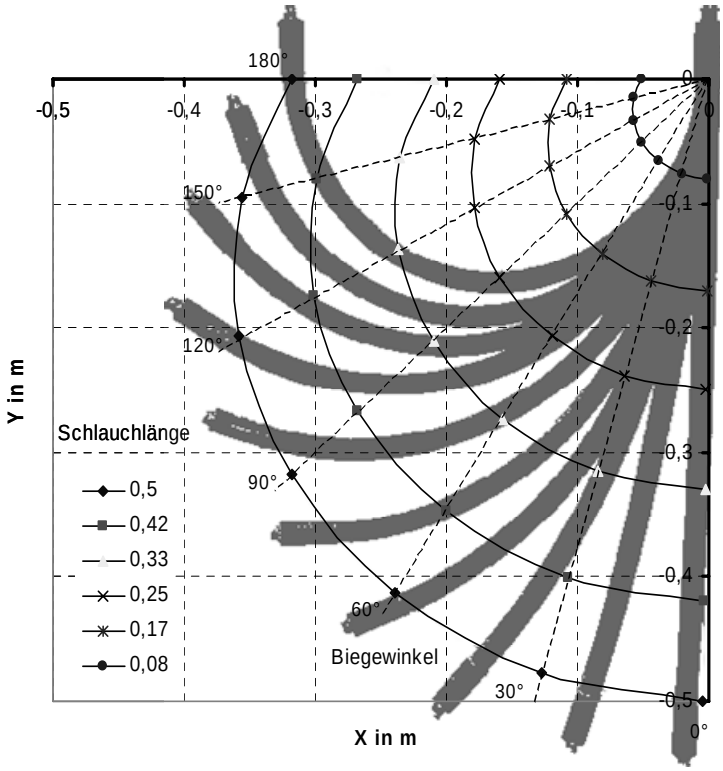


Abb. 5.42: Zykloider Kurvenverlauf der Abschlussimpedanz in Abhängigkeit der Schlauchlänge und Biegewinkel für konstante Biegeradien

Die Verzerrung des Schlauches führt zu einer erhöhten Ankopplung an die steife Geflechteinlage und damit auch zu einer Vorspannung. In Summe zeigt sich eine Erhöhung des reduzierten Gesamtelastizitätsmoduls der Schlauchwandung, während sich die lokalen Dichteänderungen durch Kompression und Dehnung annähernd ausgleichen. Die Folge ist eine leicht erhöhte Dehnwellengeschwindigkeit. Wellenlängenproportional erhöhen sich auch die Resonanzfrequenzen der stehenden Dehnwellen. Mit zunehmendem Biegeradius R wird aufgrund des Biegewinkels γ die Querkraft F_{q_i} in der Schlauchprobe wirksam, während sich die longitudinal wirkende Kraft in der Schlauchlängsrichtung F_{l_i}.verringert Der Querkraftverlauf entlang der Biegelinie des Schlauchbogens b initiiert den kinematischen Biegemomentenverlauf M_{zi}, wodurch es zu einer Anregung von Biegewellen kommt.

Abb. 5.43 zeigt die geometrischen Verhältnisse und äußeren Kräfte und Momente am Schnitt (i) der gebogenen Schlauchprobe am Prüfstand im ebenen Fall $z = 0$.

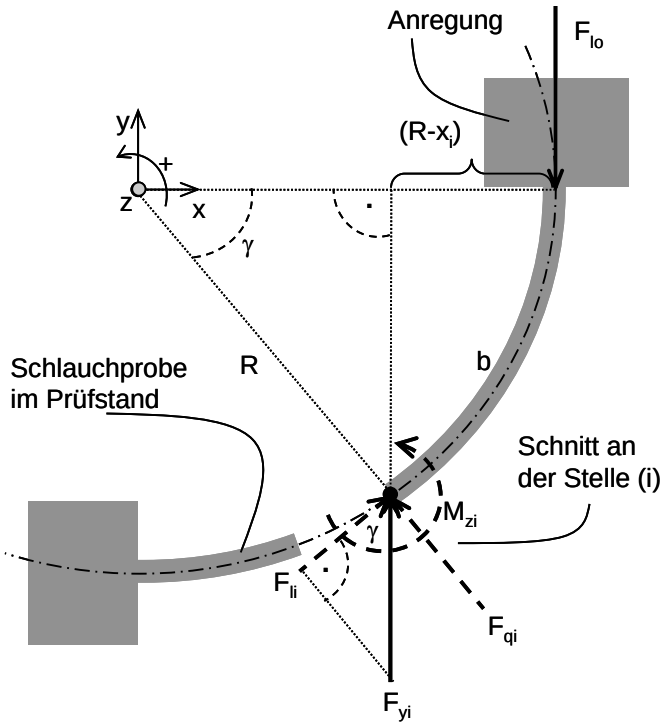


Abb. 5.43: Schnittgrößen und geometrische Beziehungen am gebogenem Schlauch

Durch „Freischneiden“ und Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen für die Schnittkräfte

$\sum F_y = 0$ und Schnittmomente $\sum M_z = 0$ folgen

$$\begin{aligned} F_{li} &= F_{l0} \cdot \sin(\gamma) \\ F_{q_i} &= F_{l0} \cdot \cos(\gamma) \\ M_{zi} &= F_{l0} \cdot (R - x_i) \end{aligned} \qquad \textbf{5.29}$$

Das resultierende induzierte Moment zur Biegewellenanregung ergibt sich aus dem Gleichgewicht am Abschluss für den Punkt (i) an der Stelle (e) mit $(x_i = 0, y = -R, \gamma = \pi/2)$ zu

$$\begin{aligned} F_{le} &= 0 \\ F_{qe} &= F_{l0} \\ M_{ze} &= F_{l0} \cdot R \end{aligned} \qquad \textbf{5.30}$$

Bei kontinuierlicher Schlauchbiegung wird der Biegeradius kleiner. Damit verringert sich (am Schnittpunkt (i)) entlang des Schlauchbogens die Longitudinalkraft und auch die Anregungsstärke der Dehnwelle. Ebenfalls erhöht sich mit größer werdendem Hebelarm $R - x_i$ das Biegemoment M_{zi} und damit auch die Biegewellenanregung. Unter Verwendung der geometrischen Beziehung $\gamma = b/R$ ergibt sich die folgende Beziehung:

$$\begin{pmatrix} F_{l_i} \\ F_{qi} \\ M_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{b}{R}\right) \\ \sin\left(\frac{b}{R}\right) \\ R\left(1 - \cos\left(\frac{b}{R}\right)\right) \end{pmatrix} \cdot F_{l_o} \qquad \textbf{5.31}$$

Die Kopplung von Dehnwelle und Biegewelle über die Anregekraft der Schallquelle zeigt sich an der Impedanzmasse am Schlauchende (Stelle (e)) im gemessenen Frequenzspektrum der kinematischen Beschleunigung. Für die Zuweisung der Resonanz zu den einzelnen Wellenformen muss die Schwingmode bekannt sein. Am einfachsten und auch ausreichend ist die Bestimmung der Schwingbewegung aus der Modalanalyse. Abb. 5.44 zeigt die Ergebnisse der Schwingformanalyse einer Dehnschlauchprobe mit 500 mm Länge bei „gerader“ und „180°“ Biegeverlegung. Dargestellt ist der Beschleunigungsverlauf der Abschlussmasse über die Frequenz und die jeweiligen Schwingformen bei maximaler Auslenkung. Erkennbar ist bei der Biegeverlegung das Auftreten der $3/2\,\lambda$-Biegewelle im Frequenzumfeld der stehenden $\lambda/2$-Dehnwelle.

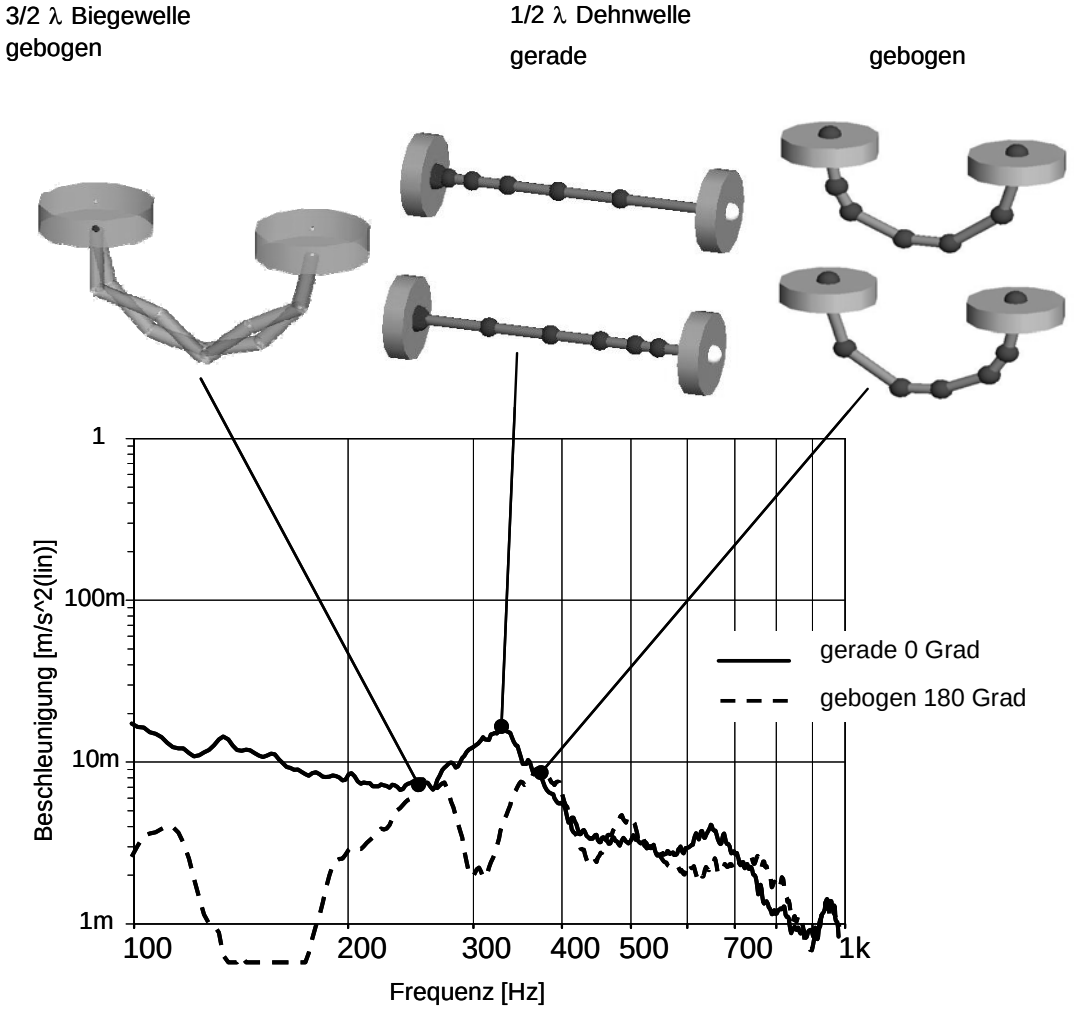


Abb. 5.44: Modale Betrachtung bei Biegeverlegung eines Dehnschlauches

Den Resonanzverlauf der stehenden Dehnwelle, ermittelt aus der Beschleunigungsübertragung bei kontinuierlicher Biegung der Schlauchprobe bei 35°C ohne Öl, zeigt Abb. 5.45. Deutlich erkennbar ist die Verschiebung der kraftangeregten Dehnwelle zu höheren Frequenzen hin. Besonders ausgeprägt ist die angekoppelte Biegewelle bei Biegewinkeln > 90°. Auch hier zeigt sich eine vorhandene Frequenzverschiebung mit zunehmender Biegung.

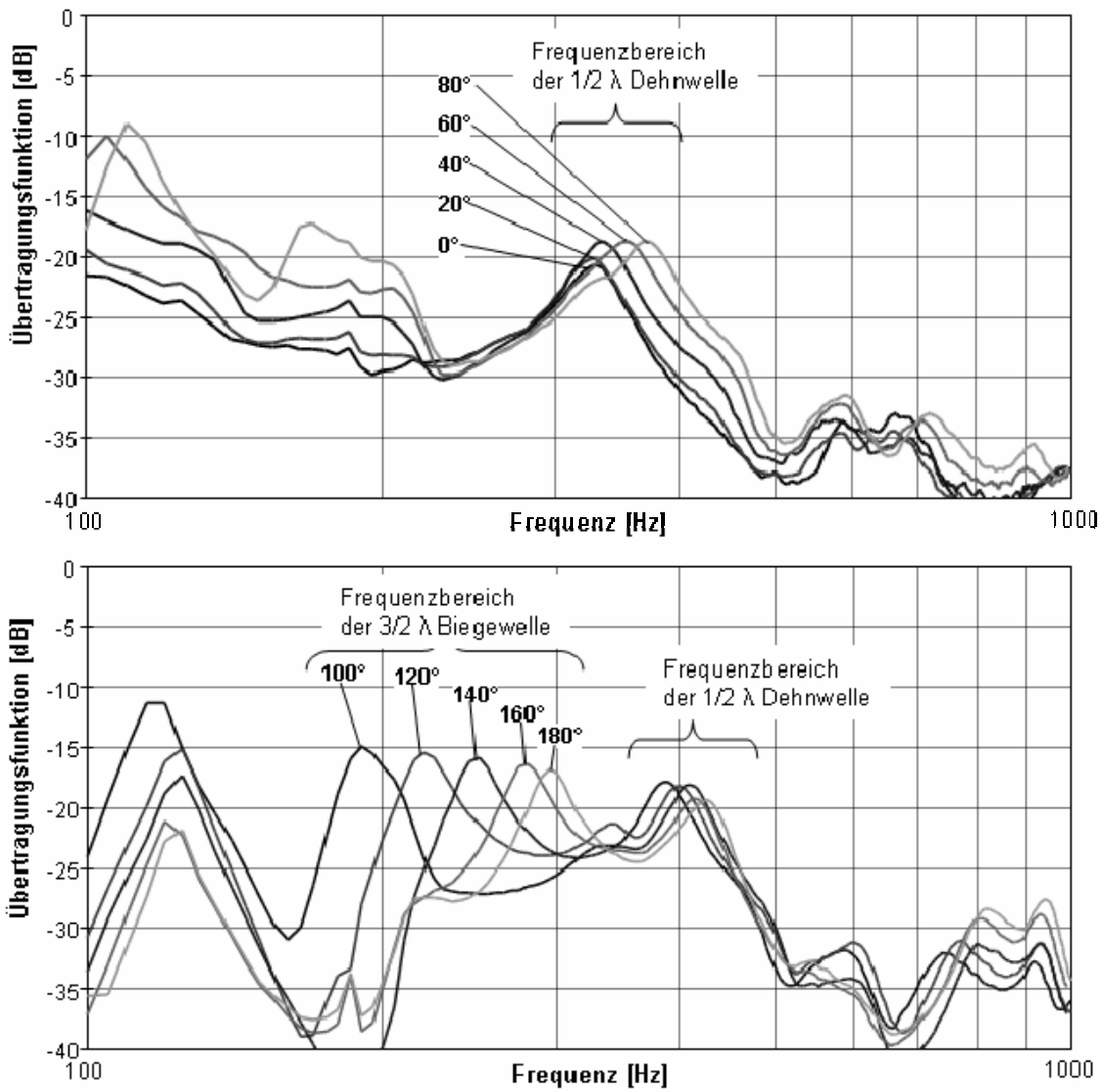


Abb. 5.45: Beschleunigungsübertragungsfunktion einer Dehnschlauchprobe bei Biegeverlegung mit Biegewinkel kleiner (oben) und größer (unten) als 90°

Zur Erklärung der Resonanzverschiebung können als Modell zwei mechanisch parallel verschaltete Federn mit unterschiedlichen Steifen angenommen werden (siehe Abb. 5.46). Die Gesamtsteifigkeit ergibt sich aus der weichen Elastizität $E_{eff,\infty}$ bei gerader Schlauchverlegung und der steiferen Elastizität bei Biegung $E_{\max,0}$. Die Elastizität von $E_{\max,0}$ beinhaltet somit die Steifigkeitseigenschaften der Verhärtung bei technisch maximal möglicher Biegeverlegung und wird hauptsächlich durch den Druckträger (Flechteinlage) gebildet. Der technisch maximal mögliche Biegeradius wird durch die angestrebte Betriebsfestigkeit begrenzt und beträgt bei hydraulischen Druckschläuchen

100 mm. Die parallele Ankopplung von $E_{\max,0}$ lässt sich durch die Koppelfunktion $\beta = fkt(p,T,R)$ im um den Biegeradius erweiterten Betriebskennfeld beschreiben.

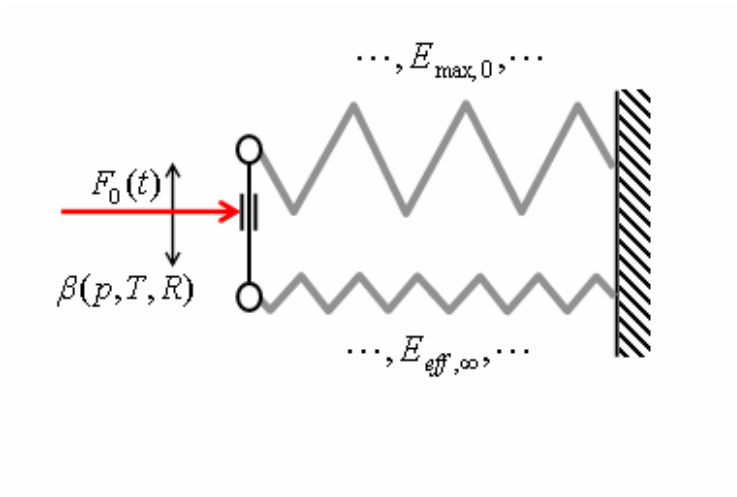


Abb. 5.46: Erklärungsmodell zur Schlauchversteifung bei Biegeverlegung

Bei gerader Schlauchverlegung ist $\beta = 0$ und wächst mit abnehmendem Biegeradius. Damit ist die Kopplung umgekehrt proportional zum Biegeradius und es gilt der Ansatz $\beta \sim 1/R$. Nach Anwendung von (4.13) ergibt sich für die Dehnwellengeschwindigkeit

$$c_{DW}(R) = \sqrt{\frac{E_{eff,\infty} + E_{\max,0} \cdot \beta}{\rho_{eff}}} = \sqrt{\underbrace{\frac{E_{eff,\infty}}{\rho_{eff}}}_{c^2{}_{DW,\infty}} + \underbrace{\frac{E_{\max,0} \cdot \beta}{\rho_{eff}}}_{\Delta c^2_{Kopplung}}} = \sqrt{c^2{}_{DW,\infty} + \Delta c^2{}_{Kopplung}} \qquad 5.32$$

Mit kleiner werdenden Biegeradien (größer werdenden Biegewinkeln) erhöht sich die Dehnwellengeschwindigkeit durch einen additiven Term, welcher die Kopplung bei Biegung zum steiferen Druckträger (Geflecht) beschreibt. Funktional kann der Zusammenhang zum Biegeradius herstellt werden nach

$$c_{DW}(R) = \sqrt{c^2_{DW,\infty} + \left(\frac{a \cdot c_{DW,0}}{\left(\frac{R}{R_0}\right)^k} \right)^2} \qquad \mathbf{5.33}$$

$$c_{DW,\infty} = \lim_{R \to \infty} c_{DW}(R)$$

$$c_{DW,0} = 1m/s, R_0 = 1m$$

Der Koeffizient a und der Exponent k bei Biegeverlegung sind von den elastischen Verformungseigenschaften des Schlauchmaterials im Betriebskennfeld abhängig. Die Konstante $c_{DW,\infty}$ ergibt sich aus der Dehnwellengeschwindigkeit bei gerader Verlegung im Betriebskennfeld. Die Ermittlung der Parameter erfolgt durch Funktionsoptimierung mit (5.33) an die Messwerte. Ziel der Iteration ist eine möglichst gute Übereinstimmung im gesamten Betriebskennfeld. Abb. 5.47 zeigt ein Iterationsergebnis bei 35° Probentemperatur der Dehnschlauchprobe LD1 im Vergleich Messwerte mit Berechnung.

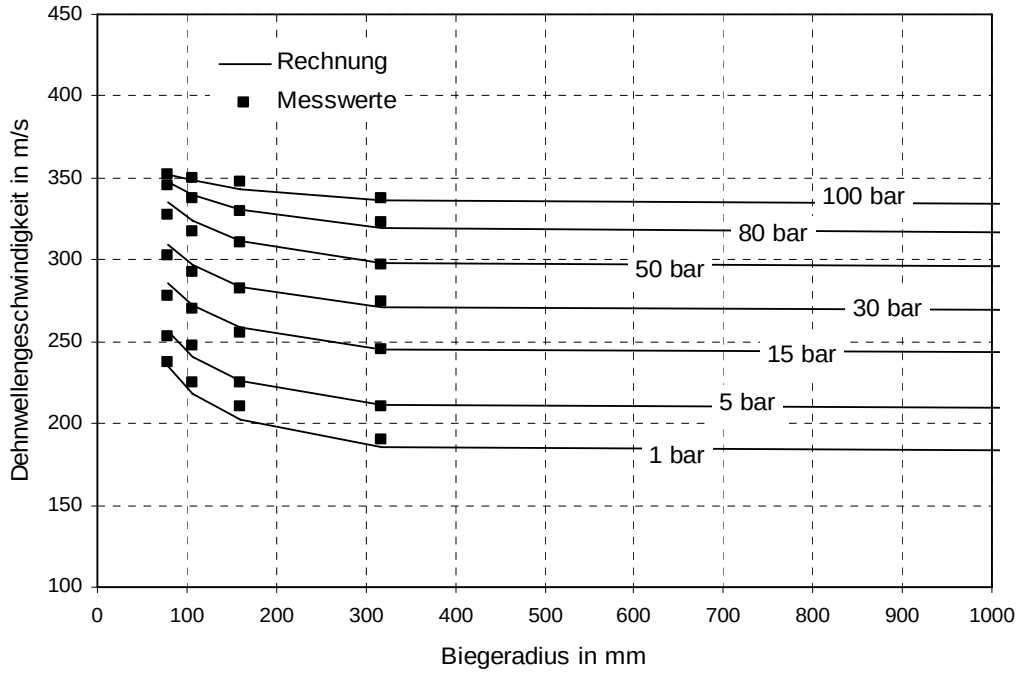


Abb. 5.47: Vergleich Messergebnisse (Punkte) mit Berechnungsergebnissen nach (5.33) (Linie) von Dehnwellengeschwindigkeit der Probe LD1 bei Biegeverlegungen unter Druck

Der Koeffizient a und der Exponent k verlaufen parabelförmig als Funktion des Druckes und lassen sich ebenfalls bei konstant 35° Probentemperatur errechnen nach

$$a(p) = \alpha_a \cdot p^2 + a(1bar)$$
$$k(p) = -\alpha_k \cdot p^2 + k(1bar) \qquad \textbf{5.34}$$

Für den Hochdruckhydraulikschlauch LD1 gilt

$$\alpha_a = 6 \times 10^{-3} \cdot bar^{-2}$$
$$a(1bar) = 35$$

$$\alpha_k = 4 \times 10^{-5} \cdot bar^{-2}$$
$$k(1bar) = 0{,}6$$

Abb. 5.48 zeigt eine Gegenüberstellung des nach (5.34) ermittelten funktionalen Verlaufes von $a(p)$ und $k(p)$ zu den ermittelten Messwerten aus dem Kennfeld.

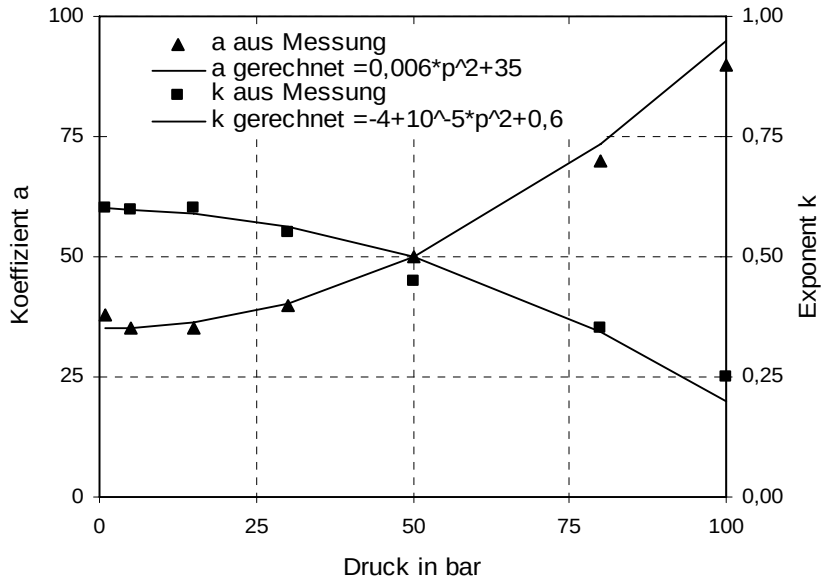


Abb. 5.48: Einfluss des Öldruckes auf die Parameter bei Schlauchbiegung Probe LD1

Für die Dehnwellengeschwindigkeit ergibt sich durch Einsetzen von (5.34) in (5.33) die Abhängigkeit im Kollektiv von Druckbelastung und Biegeverlegung

$$c_{DW}(R,p) = \sqrt{c_{DW,\infty}^2(p) + \left(\frac{\left(\alpha_a \cdot p^2 + a(1bar)\right) \cdot c_{DW,0}}{\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-\alpha_k \cdot p^2 + k(1bar)}} \right)^2} \qquad \textbf{5.35}$$

Der Einfluss der Schlauchbiegung auf die Elastizitätseigenschaften ist je nach Wandkonstruktion der Schläuche und Leitungen unterschiedlich. Besitzt die Leitung kein Geflecht als Druckträger, zeigt sich auch kaum ein Biegeeinfluss auf die Wellengeschwindigkeit. Abb. 5.49 zeigt eine Gegenüberstellung der nach (5.35) gerechneten und der auf dem Prüfstand gemessenen Dehnwellengeschwindigkeit verschiedener Schlauch- und Leitungsproben in Abhängigkeit des Biegeradius, sowie die ermittelten Funktionsparameter a und k.

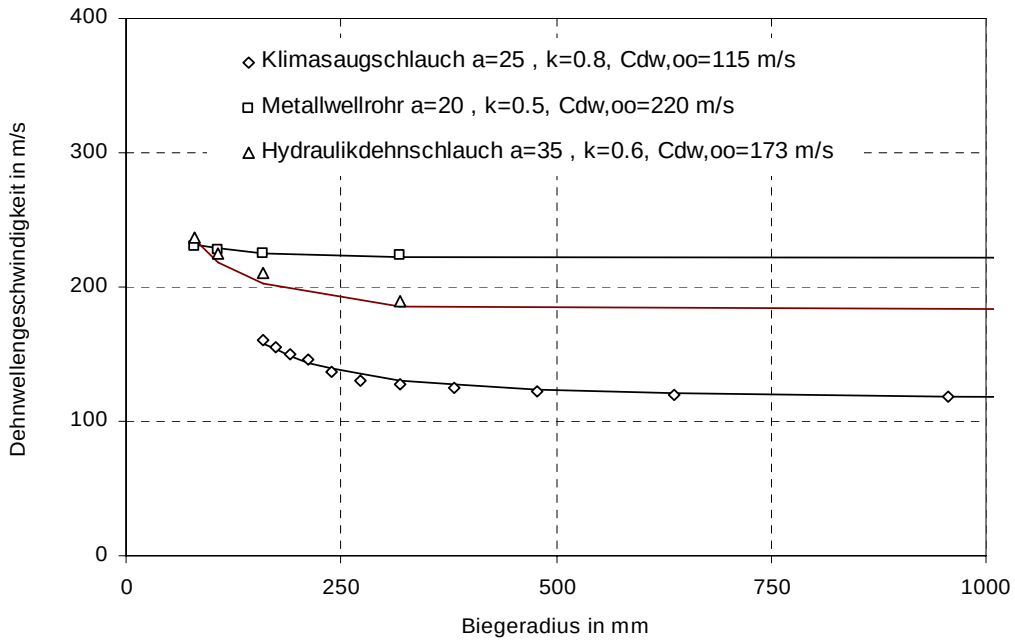


Abb. 5.49: Dehnwellengeschwindigkeit verschiedener Schlauchproben bei Biegung

Aus den Eigenfrequenzen der stehenden Longitudinalwelle folgt mit $c_L = \lambda_L \cdot f$ die Wellengeschwindigkeit. Die wirkende longitudinale Steife ergibt sich aus der statischen Dehnsteife $s_L = \frac{E \cdot A}{L}$. Durch beidseitiges Teilen durch die Dichte ρ folgt der Zusammenhang der Steife mit

der Wellengeschwindigkeit bzw. Resonanzfrequenz der stehenden Welle zu

$$\frac{s_L}{\rho} = \frac{E}{\rho} \cdot \frac{A}{L} = c_{DW}^2(R,p) \cdot \frac{A}{L} = \left(2 \cdot L \cdot f_{\frac{\lambda}{2}}\right)^2 \cdot \frac{A}{L} \qquad \textbf{5.36}$$

Die Größe der Resonanzfrequenz bei Schlauchbiegeverlegung ergibt sich aufgrund der Proportionalität zur Wellengeschwindigkeit als Summe aus der Frequenz der stehenden Welle bei gerader Schlauchverlegung und der Frequenzerhöhung aufgrund der Steifezunahmen bei Biegeverlegung.

$$f_{\frac{\lambda}{2}} = \frac{c_{DW}(R)}{2 \cdot L} = \sqrt{\left(\Delta f_{\frac{\lambda}{2}}(R)\right)^2 + \left(f_{\frac{\lambda}{2},\infty}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a \cdot c_{DW,0}}{\left(\frac{R}{R_0}\right)^k \cdot 2 \cdot L}\right)^2 + \left(f_{\frac{\lambda}{2},\infty}\right)^2} \qquad \textbf{5.37}$$

$$\Delta f_{\frac{\lambda}{2}}(R) - \textit{Biegeverlegungsanteil}$$

$$f_{\frac{\lambda}{2},\infty} = \lim_{R \to \infty} f_{\frac{\lambda}{2}}$$

Durch Einsetzen der Gesamtresonanzfrequenz von (5.37) in (5.36) folgt die Gleichung der kinematischen Steife für die Longitudinalschwingung

$$s_L(R) = \left(\left(\frac{a \cdot c_{DW,0}}{\left(\frac{R}{R_0}\right)^k \cdot L}\right)^2 + \left(2 \cdot f_{\frac{\lambda}{2},\infty}\right)^2\right) \cdot A \cdot \rho \cdot L \qquad \textbf{5.38}$$

Unter Berücksichtigung des Lastkollektives gebildet aus Druckbelastung und Biegeverlegung ergibt sich

$$s_L(R,p) = \left(\left(\frac{\left(\alpha_a \cdot p^2 + a(1bar)\right) \cdot c_{DW,0}}{\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-\alpha_k \cdot p^2 + k(1bar)} \cdot L}\right)^2 + \left(2 \cdot \lim_{R \to \infty} f_{\frac{\lambda}{2}}\right)^2\right) \cdot A \cdot \rho \cdot L \qquad \textbf{5.39}$$

6 Anwendungen

6.1 Vergleich von Schlauchkonstruktionen hinsichtlich akustischer Eigenschaften

Bei der Entwicklung neuer Schlauchkonzepte kann schon in den Erstmustern eine akustische Beurteilung anhand der dynamisch wirksamen Steifigkeiten erfolgen. Hierzu werden die Schlauchproben nach Abb. 6.1 im Referenzbetriebspunkt auf dem Schlauchprüfstand vermessen und die kinematischen Steifigkeiten bei Längs-, Quer- und Torsionsanregung ermittelt (siehe Kapitel 5.2.2). Zur Beurteilung der Kenngrößen werden die Muster mit bekannten Proben wie LD und KS verglichen, welche dementsprechend auch bekannte akustische Eigenschaften aus Fahrzeugmessungen haben und das Entwicklungsziel markieren.

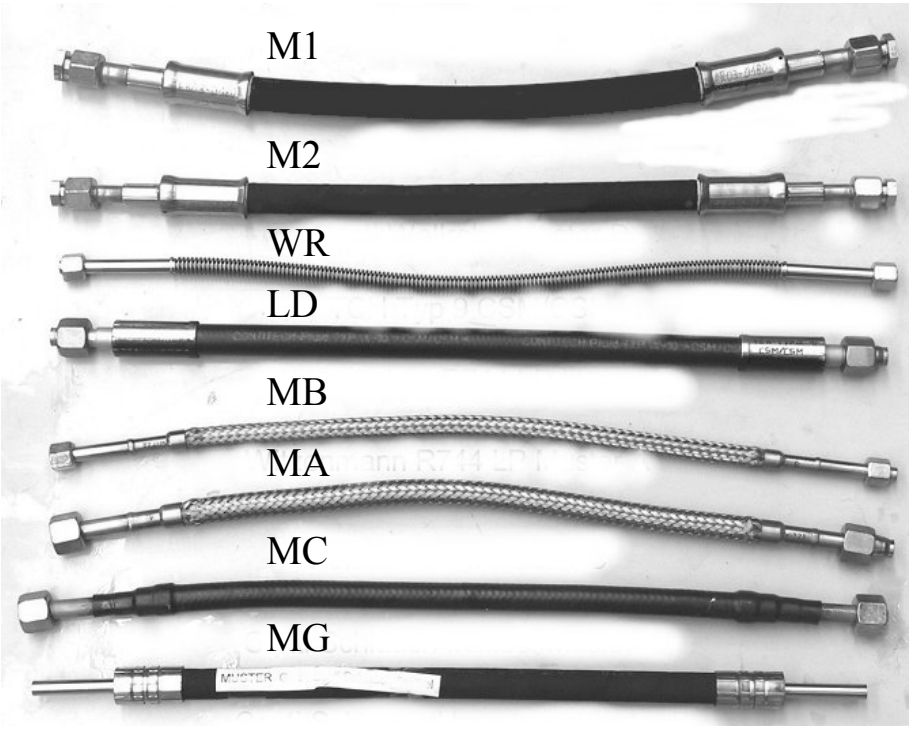


Abb. 6.1: Schlauchmusterproben für Vergleichsuntersuchungen

Die Musterstände weisen unterschiedliche Konstruktionsmerkmale auf. Die Auswirkungen auf die kinematischen Steifigkeiten bei den unterschiedlichen Körperschallanregungsrichtungen lassen im Vergleich mit den bekannten Referenzproben DL und KS Rückschlüsse auf Konstruktionsdetails zu. In Abb. 6.2 sind die Ergebnisse der Dehn-, Torsions- und Biegesteifen von einzelnen Schlauchproben als Netzdiagramm dargestellt. Die Stahlwellrohrkonstruktion WR zeigt besonders bei der wichtigen Biegesteife vergleichbare Eigenschaften wie der „weiche“ Klimasaugschlauch KS aus

Gummi. Durch die Formsteifigkeit des Wellrohraufbaus können die Nachteile der Materialsteife Stahl zu Gummi größtenteils kompensiert werden. Eine weitere Methode, die Konstruktionssteifigkeiten herabzusetzen, wäre hier eine Schlauchverlängerung in Verbindung mit einer Biegeverlegung.

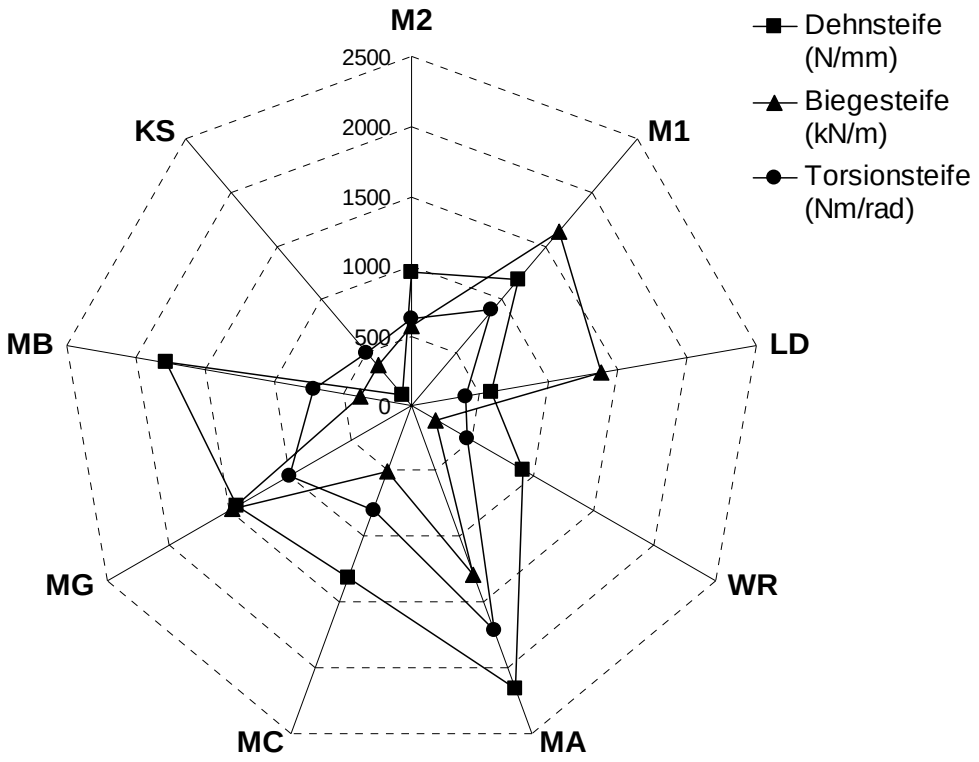


Abb. 6.2: Kinematische Steifigkeiten der Musterschläuche im Vergleich

6.2 Kostenoptimierung durch Materialwahl und Vulkanisationsverfahren

Die Steifigkeit von Druckschlauchleitungen für hydraulische Lenksysteme ist neben den geometrischen Abmaßen (Formsteifigkeit) auch vom verwendeten Polymer und dem Geflechtaufbau (Systemsteife der Materialien) abhängig. Bei der Vulkanisation werden die Schlauchseele und die Schlauchdecke mit dem Geflecht verbunden (siehe auch Kapitel 2.2.2). Die Vulkanisation erfolgt auf Stahlstangen (Stahldorne) mit 6 m Länge oder auf kostengünstigeren endlosen Kunststoffdornen (Endlosdorn). Der Vulkanisationsprozess erfolgt in einem Wärmeofen, in dem mehrere mit dem Vulkanisationsgut aufgebrachten Stahldorne (Stahldornverfahren) oder eine aufgewickelte Spule mit dem Endlosdorn aus Kunststoff eingestellt werden. Der Einfluss beider Vulkanisationsverfahren hinsichtlich der akustischen Eigenschaften wird durch die Ermittlung der Dehnwellengeschwindigkeit erkennbar.

Das Schlauchmaterial CSM/CSM (Seele und Decke aus CSM: Handelsname Haypalon®, Polymer Chlorsulfonisiertes Polyethylen, Härtebereich 45-90 Shore A) ist ein weicheres Material als HNBR/CR (Seele aus HNBR: Polymer hydrierter Acrylnitrilbutadien-Kautschuk, Härtebereich 45-98 Shore A. Decke aus: CR: Handelsname Neoprene®, Polymer Chloropren-Kautschuk, Härtebereich 25-90 Shore A), hat allerdings eine schlechtere Temperaturverträglichkeit oberhalb 120°C.

In Abb. 6.3 wird in Abhängigkeit vom Öldruck die Dehnwellengeschwindigkeit bei homogener Probendurchwärmung von konstant 50°C von Schlauchproben mit dem Schlauchmaterial CSM/CSM (vulkanisiert auf Stahldornen und Endlosdorn) verglichen mit einer Probe HNBR/CR (vulkanisiert auf Stahldornen). Die Probe HNBR/CR gilt als Referenz mit bekannten akustischen Eigenschaften. Deutlich erkennbar ist das akustisch günstigere Verhalten von CSM/CSM vulkanisiert auf Stahldorne im Vergleich zur Referenzprobe ebenfalls auf Stahldorne vulkanisiert von HNBR/CR. Das kostengünstigere Vulkanisationsverfahren mit Endlosdorn führt bei CSM/CSM zu einer deutlichen Erhöhung der Dehnwellengeschwindigkeit, allerdings bei vergleichbaren akustischen Eigenschaften wie HNBR/CR mit Vulkanisation auf Stahldorne.

Durch Schlauchverlängerungen könnte eine Erhöhung der Dehnwellengeschwindigkeit ausgeglichen werden, allerdings bedeutet dies für die Anwendung im Fahrzeugbau eine Kosten- und Gewichtserhöhung.

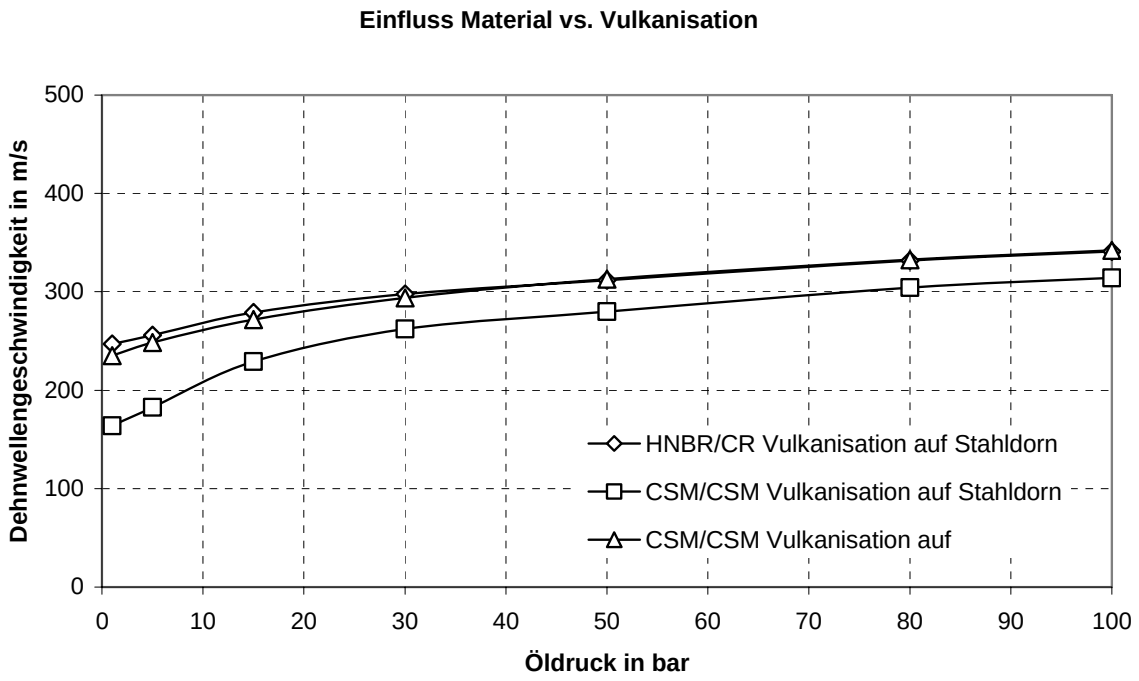


Abb. 6.3: Auswirkung von Schlauchmaterial und Vulkanisationsverfahren bei 50°C

6.3 Kenndatenbereitstellung für die Schlauchbewegungssimulation

Mit Hilfe der ermittelten akustischen Kenndaten im Betriebskennfeld lassen sich Schlauchleitungen in Form von akustischen Mustern untereinander vergleichen. Die Spezifizierung der einzelnen Proben erfolgt als Kennfeldplot nach den akustischen Merkmalen der Dehnwellengeschwindigkeit und dem Elastizitätsmodul der Schlauchwandung.

In Abb. 6.4 und Abb. 6.5 sind die Dehnwellengeschwindigkeiten des Schlauch-Öl Systems und die kinematischen E-Module (dynamische E-Module) von „weichen“ und „steifen“ Hydraulikschläuchen des Tankrücklaufs und des Hochdruckzulaufs als Kennfelddiagramm gegenübergestellt. Die Kennfelddiagramme sollen einen Überblick geben und lassen nur einen groben Vergleich zu. Für eine genaue akustische Probenbeschreibung wurden im jeweiligen spezifischen Betriebspunkt die Kenndaten ausgelesen. Mit ausreichender Genauigkeit können die Funktionsverläufe in den Betriebspunkten linearisiert und die Gradienten bestimmt werden. Die Linearisierung erfolgt in einer Bandbreite von 20% des Betriebspunktes $T_{Öl}$ und $p_{Öl}$ (siehe Tab. 6.1) spezifisch für jede Probe getrennt. In Tab. 6.1 sind die ermittelten Kenndaten der Proben der Lenkungsrücklaufleitungen LR1 und LR2, sowie der Dehnleitungen der Lenkungsdruckseite LD1 und LD2 dargestellt. Die größten Unterschiede in ihren Kenndaten und den Gradienten zeigen die Rücklaufleitungen in ihrem Betriebskennfeld. Alle Schlauchleitungen weisen einen positiven Druckgradienten und negativen Temperaturgradienten auf. Für die akustische Kennzeichnung von Schlauchleitungen ist es in der Praxis ausreichend, den E-Modul der Schlauchwandung (Elastizität im Normbetriebspunkt) und die Kennfeldgradienten (Versteifung unter Druck und Temperatur) festzuhalten. Da für alle Körperschallwellen- und Druckpulsationsausbreitungen eine Abhängigkeit von Wellengeschwindigkeit und E-Modul besteht, ist diese Methode besonders zur Kennzeichnung der akustischen Eigenschaften von Hydraulikschläuchen geeignet.

		Betriebspunkt		Dehnwellengeschwindigkeit			E-Modul		
Probe	Einsatz im Fzg.	$T_{Öl}$	$p_{Öl}$	c_D	$\frac{\Delta c_D}{\Delta p_{Öl}}$	$\frac{\Delta c_D}{\Delta T_{Öl}}$	E_S	$\frac{\Delta E_S}{\Delta p_{Öl}}$	$\frac{\Delta E_S}{\Delta T_{Öl}}$
		[°C]	[bar]	[m/s]	[m/s bar]	[m/s °C]	[Mpa]	[Mpa/bar]	[Mpa/°C]
LR2	Lenkung, Rücklauf	50	10	177	1,2	-0,89	31	0,7	-0,32
LR1	Lenkung, Rücklauf	50	10	113	2,78	-0,36	18	1,27	-0,09
LD1	Lenkung, Druck	50	50	278	0,48	-1,15	127	0,73	-0,903
LD2	Lenkung, Druck	50	50	276	0,42	-1,56	125	0,78	-1,36

Tab. 6.1: Spezifische Kenndaten von Schlauchleitungen

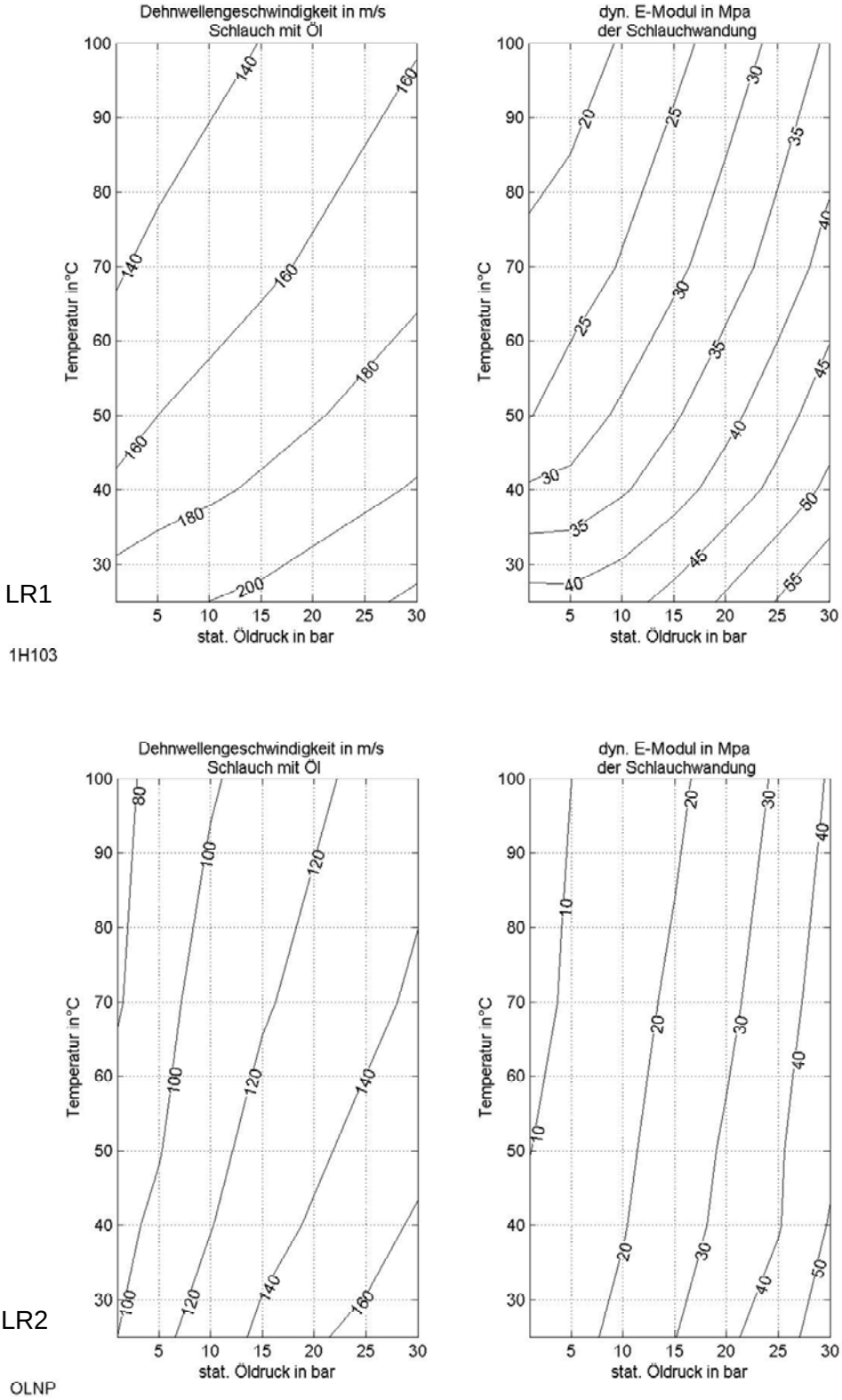


Abb. 6.4: Kennfelddiagramme der Lenkungsrücklaufleitungen (LR1 und LR2)

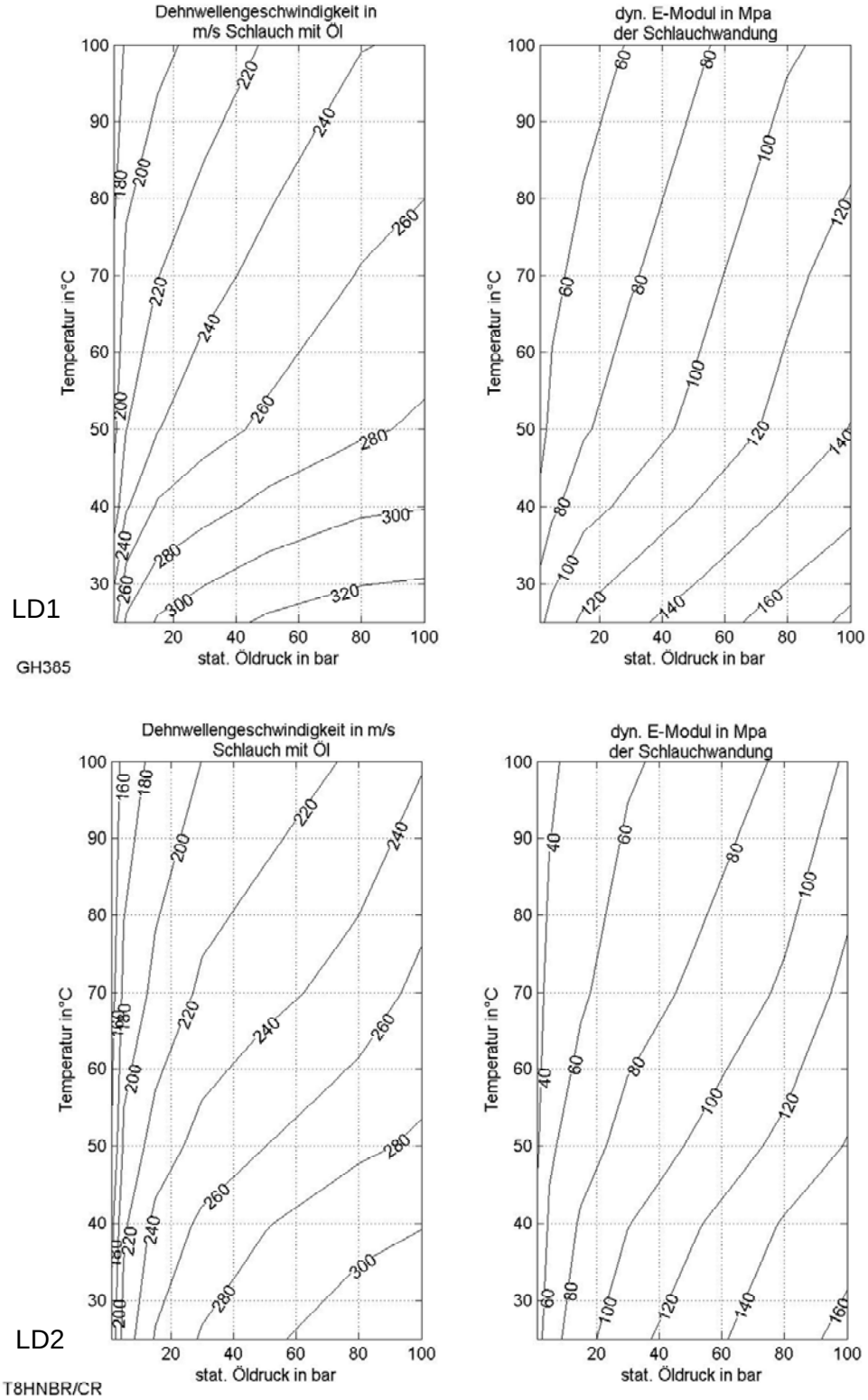


Abb. 6.5: Kennfelddiagramme der Lenkungsdruckleitungen (LD1 und LD2)

7 Zusammenfassung

Der stetige Fortschritt in der Fahrzeugakustik zeigt sich besonders in dem gewonnenen Komfort-eindruck, obwohl die Ausstattungsmöglichkeiten durch Nebenaggregate (Mechatroniksystemen) an Anzahl, Funktion und Leistung deutlich zugenommen haben. Besonders Fahrzeuge der Oberklasse weisen eine Vielzahl von „mechatronischen“ Systemen mit den unterschiedlichsten Aktuatoren auf. Als Beispiele seien hier genannt: die hydraulische Wankstabilsierung und Lenkhilfe, die pneumatische Niveauregulierung, das elektrohydraulische Bremsregelsystem, das Hochdruckeinspritzsystem der Kraftstoffanlage oder die Vielzahl der elektrischen Stellmotoren, z.B. im Fensterheberantrieb, in Lenksäulen- oder Sitzverstellungen, usw.

Die Leistungs- und Medienversorgung durch Stromkabel, Luftkanäle, Kraftstoff-, Rohr- und Schlauchleitungen stellen durch deren Verbindungen der Aggregate zur Karosserie auch Körperschallnebenwege dar. Hierbei werden neben dem Körperschalleintrag des Verbrennungsmotors auch die Funktionsgeräusche der Hilfsaggregate selbst in den Fahrzeuginnenraum übertragen. Aufgrund der Vielzahl der Mechatroniksysteme und damit verbundenen Schallnebenwege übersteigt der Geräuschbeitrag die klassischen Schallpfade, wie Motorlagerung und Antriebsstranglagerung. Die Reduktion der Geräuschemission von Nebenaggregaten besitzt heute die gleiche Bedeutung in der Fahrzeugentwicklung wie die klassischen Themen der Strukturdynamik, Antriebs- und Strömungsakustik.

Eine besondere Bedeutung haben hierbei die Schlauchleitungen der hydraulischen Lenkung und Wankstabilisierung, der Kraftstoffversorgung und der Klimaanlage. Sie stellen durch ihre Verbindung von Motoraggregat (Pumpe, Kompressor) zu Karosserieaggregat (Lenkgetriebe, Ventilblock) eine Körperschallbrücke dar. Die konstruktive Gestaltung der Schlauchleitungen und die geometrische Verlegung im Fahrzeugbauraum haben einen gravierenden Einfluss auf die Geräuschübertragung. Eine kostengünstige und gewichtsreduzierte Konstruktion mit ausreichender Einfügedämmung ist nur durch präzise Konstruktionsabstimmung innerhalb der frühen Phase des Produktentwicklungsprozesses möglich. In dieser Gestaltungsphase werden die Konstruktionskonzepte der einzelnen Baugruppen festgelegt. Dies geschieht überwiegend am „virtuellen“ Gesamtfahrzeugmodell. Die Absicherung der Konzeptstudien durch Messungen am Gesamtfahrzeug hinsichtlich der Grenzwerteinhaltung ist deshalb nicht möglich. Auch Erfahrungswerte sind zur Beantwortung spezifischer Fragestellungen bei Weitem nicht ausreichend, weshalb auf Komponentenversuche oder Simulationen zurückgegriffen werden muss. Die akustische Beurteilung bedingt hierbei allerdings eine Grenzwertableitung aus dem Gesamtfahrzeug zum Mechatroniksystem, bzw. sogar ein „Runterbrechen“ auf die Ebene der Einzelkomponenten.

Die Aufgabe dieser Arbeit war es, funktionale Abhängigkeiten der Körperschallübertragung von konstruktiven Auslegungen biegeschlaffer Schlauchleitungen nachzuweisen. Hierzu mussten für die Berechung die fehlenden dynamische Steifigkeiten der Schlauchwandung und des Systems Öl-Schlauchwand der im Fahrzeug verlegten Schlauchleitungen ermittelt werden. Die Vielzahl der Schlauchmaterialien wurde durch definierte Schlauchproben repräsentiert. Zur Bestimmung der kinematischen Kenngrößen wurden zunächst neue Prüfstandskonzepte entwickelt, welche Schlauchverlegungen unter den in Fahrzeugen herrschenden Randbedingungen zulassen. Nach mehreren Konzeptverbesserungen und Wirksamkeitsprüfungen wurde ein „Akustik-Schlauchprüfstand“ konstruiert und gebaut.

Mit diesem „Akustik-Schlauchprüfstand“ können nun die Körperschallübertragungseigenschaften von viskoelastischen Schlauchmaterialien und elastischen Stahl- bzw. Wellrohren auch außerhalb des Gesamtfahrzeugaufbaues fahrzeugunabhängig ermittelt werden. Eine Berücksichtigung der Fahrzeugrandbedingungen erfolgt hierbei durch die äußeren Lasten in Form eines Betriebskennfeldes. Das Betriebskennfeld, gebildet durch die äußeren Lasten des Fluiddrucks und der Umgebungstemperatur, wird durch den wesentlichen geometrischen Lastfall der Biegeverlegung in Abhängigkeit vom Biegeradius ergänzt. Das Verhalten der kinematischen Steifigkeiten im Betriebskennfeld gibt Aufschluss über die für den Konstrukteur wichtigen Beeinflussungsmöglichkeiten der akustischen Übertragungseigenschaften.

Aufgrund der kinematischen Verhärtung von viskoelastischen Materialien müssen die Systemkenngrößen ermittelt werden. Dies bedeutet z.B. für das Elastizitätsverhalten nicht, die Steife zu bestimmen, sondern deren akustische Wirkung als kinematische Steife im für die Fahrzeugakustik relevanten Frequenzbereich 100 Hz bis 1000 Hz. Aufgrund des meist vorherrschenden linearen Amplitudenverhaltens im Betriebspunkt kann zur Dämpfungsberücksichtigung auf das lineare Kelvin-Voigt Modell zurückgegriffen werden. Eine Vereinfachung der mathematischen Formulierungen der System- und Materialeigenschaften bietet hierbei die zulässige Beschränkung auf reine harmonische Schwingungen und die Berücksichtigung der Dämpfung durch die Einführung der komplexen Steife bzw. des komplexen E-Moduls.

Nach einem Überblick über vorangegangene Arbeiten (Kapitel 2) werden zunächst die akustischen Grundlagen zur Beschreibung der komplexen Kenngrößen, wie kinematische Steife und E-Modul der Schlauchproben, aufgezeigt. Das Phänomen der Kontinuumschwingungen des massebehafteten Schlauches und die Ausbildung der stehenden Körperschallwellen in ihrer modalen Ausprägung als Dehn-, Torsion und Biegewelle werden erläutert (Kapitel 3).

Zur Verifizierung der Messergebnisse wurden versuchsbegleitend Berechnungsmodelle der

Schlauchproben entwickelt. Basierend auf der Technik der akustischen „Mehrpolmatrizen“ lassen sich mit ausreichender Genauigkeit die Verteilung der Kraft- und des Körperschallschnellepegels längs der Schlauchprobe sowie deren modale Schwingformen beschreiben (Kapitel 4). Die Möglichkeit, einen druckbelasteten Hydraulikschlauch mit einem simulatorisch modifizierbaren Fluid im Betriebskennfeld abzubilden, ist besonders zum Verständnis des Masseverhaltens und der hydraulischen Steife von Ölen hilfreich.

Inspiriert durch den Zweimassenschwingeraufbau als akustischem „Tonpilz“ wurde ein Prüfstandkonzept erarbeitet (Kapitel 5.1). Hierzu wurden Versuchseinrichtungen zum Aufprägen von Fluiddruck und homogener Wärmebelastung bei einstellbarer Biegeverlegung der Schlauchproben in einer entsprechend konstruierten Wärmekammer entwickelt. Mit Hilfe einer Aufspannvorrichtung werden selektiv die Schwingmoden des Kontinuums der technisch wichtigen stehenden Dehn-, Torsion- und Biegewellen kraftangeregt. Die sich einstellenden Eigenresonanzlagen werden messtechnisch in allen Raumrichtungen zeitgleich erfasst. Speziell konstruierte Impedanzmessköpfe für die Erfassung der statischen und kinematischen Messwerte erreichen bis zur Grenzfrequenz von 2 kHz die für eine Wellenreflexion ausreichend hohe dynamische Masse am Probenanfang und -ende.

Zentrales Thema der experimentellen Untersuchungen ist das Materialverhalten im Betriebskennfeld (Kapitel 5.2). Mit Hilfe exakter Eigenfrequenz- und Eigenmodemessungen wird der komplexe kinematische E-Modul des Schlauchs als Systemgröße bestimmbar. Die Berücksichtigung eines anisotropen Elastizitätsverhaltens der Schlauchwandung gelingt durch hierfür abgeleitete Gleichungen: Mittels Gleichsetzen der reduzierten Kompressionsmodule, beschrieben durch die Korteweg-Gleichung und dem zu Grunde liegenden Schlauch-Öl Federmodell, ergibt sich die Dehnwellensteife der Schlauchwandung. Ergänzend zum Kinematikfaktor, welcher das Verhältnis der statischen zur kinematischen Materialsteife beschreibt, wird der „Isotropenfaktor“ zur Beschreibung der Richtungsabhängigkeit des E-Moduls eingeführt. Alle dominanten Einflüsse und akustischen Zusammenhänge der Materialeigenschaften und ihrer geometrischen Größen werden funktional beschrieben und die Auswirkungen auf die Körperschallübertragung diskutiert. Die Betrachtungsweise der gebogenen Schlauchleitungen und die damit verbundene Veränderung der Wellengeschwindigkeit relativ zu geraden Schlauchproben sowie die durch Biegeverlegung mögliche Kopplung von Dehn- und Biegewelle werden formal mit dem Biegeradius, der Schlauchlänge und der Anregekraft mathematisch verknüpft.

Für die praktische Anwendung zur kinematischen Schlauchprobenbeschreibung erfolgt eine Approximation an die akustischen Kenndaten in einem Standardversuch. Nach Linearisierung ihn den Hauptbetriebspunkten kann das Schlauchsystem kinematisch durch Kennzahlen beschrieben wer-

den. Hierdurch ist eine Klassifizierung in Entwicklungslastenheften möglich. Aus den Versuchen ermittelte Faktoren und Exponenten bieten die Möglichkeit, durch Gleichungen die Abhängigkeit der Körperschallübertragung von Druckbelastung, Materialtemperatur und Schlauchbiegeradius zu berücksichtigen.

Mit dem „Akustik-Schlauchprüfstand“ und den in dieser Arbeit beschrieben Berechnungsverfahren können nun fahrzeugunabhängig auf einem Komponentenprüfstand die Körperschallübertragungseigenschaften der viskoelastischen Schlauchmaterialien im Betriebskennfeld ermittelt werden. Es erschließt sich ein weiteres Potenzial der akustischen Verbesserung der Dämmungseigenschaften von Schläuchen aufgrund ermittelbarer kinematischer Kenngrößen. Eine akustischen Kriterien folgende Schlauchmaterialauswahl und die entsprechend definierte Biegeverlegung ist nun möglich.

Weitere Untersuchungen sollten der Kopplung von Dehn- und Biegewelle, ergänzt durch eine Torsionswellenüberlagerung, gelten. Auch ist die Funktion der Eingangsimpedanzen des „halbunendlichen“ Schlauches bei der Wellenformkopplung zu ergründen. Ein Ansatz könnte das Aufstellen einer „Wellenkopplungsfunktion“ in Abhängigkeit der Biegeverlegung und der entsprechenden Implementierung in eine „Mehrpolübertagungsmatrix“ sein.

8 Literaturverzeichnis

1 Ackermann, L
Simulation der Schalltransmission durch Wände, Dissertation, UNI Braunschweig, 2002

2 Broch, J. T.
Mechanical Vibration and Shock Measurements, Brül &Kjaer, 2. Edition 1984

3 Cremer, L.; Heckl, M.
Körperschall, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2. Aufl. 1996

4 Cremer, L.; Hubert, M.
Vorlesung über Technische Akustik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 4. Aufl. 1990

5 Ehmann, W.
Untersuchungen des Übertragungsverhaltens von textilverstärkten Hochdruck-Hydraulikleitungen, Dissertation UNI Stuttgart, 2000

6 Esser, J.
Adaptive Dämpfung von Pulsationen in Hydraulikanlagen, ABKM Band 10, ISBN 3-86073-416-4, Verlag der Augustinus Buchhandlung Aachen (1996)

7 Geiß, S.
Methode zur virtuellen Festlegung von Schläuchen in der Automobilindustrie, Diplomarbeit TU München, 2002

8 Gerwig, W.
Untersuchungen zur Dämmwirkung von Gummielementen in komplexen Strukturen im akustischen Frequenzbereich, Dissertation TH Darmstadt, 1980

9 Goenechea, E.
Aktive Pulsations- und Geräuschminderung an hydraulischen Komponenten und Systemen im PKW, DAGA Bericht München, 2005

10 Goenechea, E.; Sentpali, S.
Mechatronische Systeme zur Pulsationsminderung hydrostatischer Verdrängereinheiten, Dissertation RWTH Aachen, 2006

11 Gösele, R.

Zur Entstehung und Berechnung des Gräusches von hydrostatischen Pumpen, Dissertation UN Stuttgart, 1979

12 Grewolls, G.
FEM-Berechnung an Dehnleitungen, Entwicklungsbericht 53 859/1, Müller BBM München 2003

13 Hadlatsch, P.
Berechnung der Druckwellen in Brennstoffeinspritzsystemen und in hydraulischen Ventilsteuerungen, Westdeutscher Verlag Köln und Opladen, Forschungsbericht Nr. 983, 1961

14 Hahn, H.G.
Technische Mechanik, Hanser-Verlag München Wien, 2. Aufl. 1992

15 Heckl, M.; Müller, H.A.
Taschenbuch der Technischen Akustik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2. Aufl. 1994

16 Henn, H.; Sinambari, G.R.; Fallen, M.
Ingenieurakustik; Verlag Vieweg, Braunschweig Wiesbaden, 3. Aufl. 2001

17 Hirschmann, P.
Resonanz in visko-elastischen Druckleitungen, Diss. 1979, München

18 Hoffmann, D.
Die Dämpfung von Flüssigkeitsschwingungen in Hydraulikleitungen, VDI-Forschungsheft 575, VDI-Verlag Düsseldorf 1976

19 Horn, H.
Schallübertragung von Dehnleitungen, unveröffentlichter Entwicklungsbericht 35 423/1, Müller BBM München 1998

20 Huff, N.T.
Materials of Absorptive Silencer Systems, SAE Technical Paper Series 2001-01-1458, Michigan (USA) 2001

21 Jo, H.
Körperschallverhalten von zylindrischen Rohren, Diss. TU Berlin, 1990

22 Jockers P.

Entwicklung eines hydraulischen Normabschlusses für akustische Messungen an Hydraulikpumpen auf einem Akustikprüfstand; unveröffentlichte Diplomarbeit TU Kaiserslautern, 2002

23 Kahn, J.A.
Untersuchungen zur instationären Strömung durch unstetige Querschnittsänderungen in Druckleitungen von Einspritzsystemen, Westdeutscher Verlag Köln und Opladen, Forschungsbericht Nr. 986, 1961

24 Kashani, R.; Orzechowski, J.
Active Boom Noise Damping of Dodge Durango, SAE Technical Paper Series 2001-01-1614, Michigan (USA) 2001

25 Klingenberg, H.
Automobile Messtechnik Band A: Akustik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2. Aufl. 1991

26 Klotter, K.
Technische Schwingugslehre, Band 1 Teil A: Lineare Schwingungen, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1981

27 Knaebel, M.
Technische Schwingungslehre, Teubner Studiensskripte, 1984

28 Kollmann, F.G.
Maschinenakustik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1993

29 Lambertz, S..
Nichtlineares Materialgesetz für technische Gummiwerkstoffe mit deformationsabhängigen Eigenschaften und seine experimentelle Überprüfung an Gummifederelementen, Dissertation, RWTH Aachen, 1993

30 Leupold, W.; Conrad, R.; Völkel, S.; Große, G.; Funke, R.; Nickel, H.; Mende,H.
Ananlysis für Ingenieure, Verlag Harri Deutsch Thun und Frankfurt/Main, 17. Aufl. 1987

31 Lips, W.
Elastische Lagerung von Maschinen, SUVA Luzern-Schweiz, 3. Aufla. 1996

32 Long, M.R.
Isolating Hydraulic Noise from Mechanical Noise in Power Rack & Pinion Steering

Systems, SAE Technical Paper Series 1999-01-0397, Michigan (USA) 1999

33 Meyer, E.; Neumann, E.G.
Physikalische und Technische Akustik, Vieweg-Verlag Braunschweig, 1. Nachdruck 1975

34 Murrenhoff, H.
Grundlagen der Fluidtechnik Teil1: Hydraulik, Shaker Verlag Aachen, 2001

35 N.N.
Kompensatoren: Das Handbuch der Kompensatortechnik, Witzenmann GmbH, Labhard Verlag Konstanz, 1992

36 N.N.
Pentosin CHF 11S Hydraulik Fluid, Technischer Bericht , Deutsche Pentosin Werke GmbH Wedel, 1998

37 N.N.
Schwingungsisolierung, Gerb Schwingungsisolierungen GmbH & Co. KG, Woeste Druck+Verlag Essen, 9. Aufl.1992

38 N.N.
VDI Gesellschaft Kunststofftechnik, Technische Problemlösungen mit Elastomeren, VDI-Verlag GmbH Düsseldorf, 1992

39 N.N.
Verfahren zur Bestimmung der dynamisch-mechanischen Eigenschaften von steifen Kunststoffen, EN ISO 7621, 2002

40 N.N.
Linear-viskoelastische Stoffe, Begriffe, Stoffgesetze, Grundfunktionen, DIN 13 343, 1994

41 Meyberg, K; Vachenauer, P.
Höhere Mathematik Band 1 und 2, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 6. Aufl. 2001

42 Pies, K.; Sentpali, S.; Fallen, M; Ebert, F.
Entwicklung eines Prüfstandes zur Erfassung der Körperschallweiterleitung in Hydraulikleitungen, Tagungsbeitrag der 33. Jahrestagung für Akustik DAGA, Stuttgart, 2007

43 Qatu, M.S.; Dougherty, M.L.; Smid, E.G.
Effects of Tuner Parameters on Hydraulic Noise and Vibration, SAE Technical Paper Series 1999-01-1776, Michigan (USA) 1999

44 Roscher T.; Venhovens P.; Liebig S.
Identification of Rubber Bushings, Proceedings of ISMA, 2002

45 Rosenberg H.
Instationäre Strömungsvorgänge in Leitungssystemen mit flexibel-elastischen Rohrwänden, Westdeutscher Verlag Köln und Opladen, Forschungsbericht Nr. 1450, 1964

46 Said, A.
Schallübertragung beliebiger Moden über rechtwinkelige Ecken und Verzweigungen, Diss. TU Berlin Umwelttechnik, 1975

47 Schirmer, W.
Technischer Lärmschutz, VDI-Verlag GmbH Düsseldorf, 1996

48 Seemann, W.
Maschinendynamik, Vorlesungsskript, TU Kaiserslautern 2. Aufl. (2000)

49 Selament, A; Lee, I.J.; Ji, Z.L.; Huff, N.T.
Acoustic Attenuation Performance of Perforated Absorbing Silencers, SAE Technical Paper Series 2001-01-1435, Michigan (USA) 2001

50 Sentpali, S.
Druckleitungssystem sowie Verfahren zur Abstimmung eines Druckleitungssystems, Patent DE 197 08 481 A1

51 Sentpali, S. Pies, K.; Fallen, M; Ebert, F
Ermittlung von Kennwerten zur Beschreibung der akustischen Übertragungseigenschaften biegeschlaffer Bauteile, Tagungsbeitrag der 33. Jahrestagung für Akustik DAGA, Stuttgart, 2007

52 Sentpali, S.
Fahrzeugunabhängige Komponentenentwicklung am Beispiel der akustischen Abstimmung von Dehnleitungen eines hydraulischen Lenksystems, Kolloquiumsbeitrag IFAS Aachen, 2001

53 Sinambari G.R.

Ausströmgeräusche von Düsen und Ringdüsen in angeschlossenen Rohrleitungen ihre Entstehung Fortpflanzung und Abstrahlung, Dissertation TU Kaiserslautern, 1981

54 Stryczek, R.; Sentpali, S.
Modellentwicklung zur Berechnung von hydraulischen Dehnleitungen mittels FEM, unveröffentlichter Entwicklungsvortrag BMW AG, München 2001

55 Timmers, R.
Schallemissionsuntersuchungen bei LCF-Versuchen an Baustahl St 52, Dissertation, UNI Braunschweig, 2001

56 Wacker, K.
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Schallausbreitung in flüssigkeitsgefüllten Räumen und die Auswirkungen auf die Schallabstrahlung, FKM-Bericht, Institut für Werkzeugmaschinen UNI Stuttgart, 1984

57 Yu, J.; Johnson, F.; Iwami, F.; Verrecchia, N.; Kojima, E.
Experimental Evaluation for Fluidborne Noise Attenuation in Tuning Cables and Hoses of Automotive Power Steering Hydraulic Systems, SAE Technical Paper Series 1999-01-1777, Michigan (USA) 1999

58 Yu, J.; Popescu, S.
Measurements of Transmission and Attenuation Characteristics of Fluidborne Noise in Fluid Hoses with/without Tuning Cables, SAE Technical Paper Series 2001-01-1610, Michigan (USA) 2001

59 Ziegler, F.
Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 3. Aufl. 1998

9 Anhang

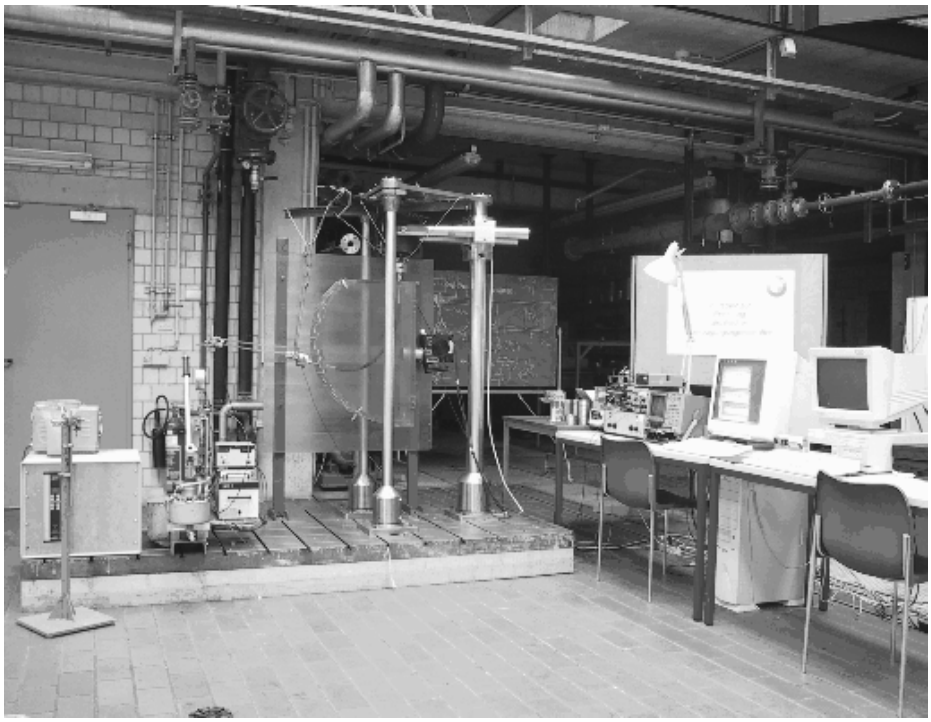
9.1 Kenndatenblatt Hydrauliköl Pentosin CHF 11S

PENTOSIN CHF 11S HYDRAULIC FLUID

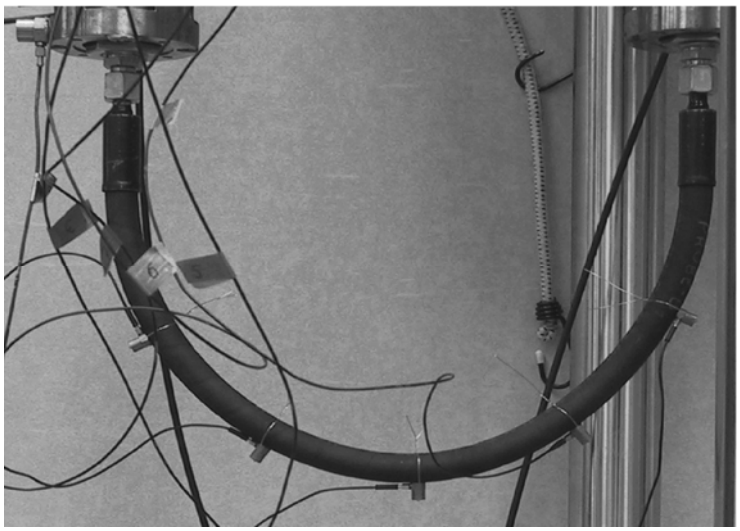
Temperatur °C	Druck bar	Dichte kg/l	Schal C m/s	Kompressibilität Kappa $1E^{-4}$/bar	Elastizitäts-Modul $1E^{4}$bar
40	0	0.81562	1247.03	0.7887	1.2679
40	50	0.81857	1272.77	0.7542	1.3259
40	100	0.8216	1297.9	0.7226	1.3839
40	150	0.82442	1322.46	0.6935	1.4419
40	200	0.82724	1346.47	0.6667	1.4999
40	300	0.83283	1393	0.6189	1.6159
40	400	0.8377	1437.73	0.5774	1.7319
40	500	0.8429	1480.83	0.5412	1.8479
40	600	0.84705	1522.45	0.5092	1.9639
40	700	0.85198	1562.75	0.4808	2.0799
80	0	0.79053	1129.88	0.9911	1.009
80	50	0.79436	1159.1	0.9372	1.067
80	100	0.79782	1187.46	0.8889	1.125
80	150	0.80113	1215.02	0.8453	1.183
80	200	0.80469	1241.84	0.8058	1.241
80	300	0.81133	1293.49	0.7369	1.357
80	400	0.81694	1342.74	0.6789	1.473
80	500	0.82216	1389.89	0.6293	1.589
80	600	0.82766	1435.18	0.5865	1.705
80	700	0.83257	1478.78	0.5492	1.821
100	0	0.77763	1063.34	1.137	0.8795
100	50	0.78236	1094.82	1.0667	0.9375
100	100	0.78627	1125.24	1.0045	0.9955
100	150	0.79009	1154.7	0.9492	1.0535
100	200	0.79392	1183.27	0.8997	1.1115
100	300	0.80072	1238.04	0.8147	1.2275
100	400	0.80738	1290.02	0.7443	1.3435
100	500	0.81329	1339.57	0.6852	1.4595
100	600	0.81901	1386.98	0.6347	1.5755
100	700	0.8245	1432.49	0.5912	1.6915

Deutsche Pentosin-Werke GmbH · Postfach 13 54 · D-22872 Wedel · **Telefon** (0 41 03) 91 34-0 · **Telex** 2189555 pent d · **Telefax** (0 41 03) 91 34-71

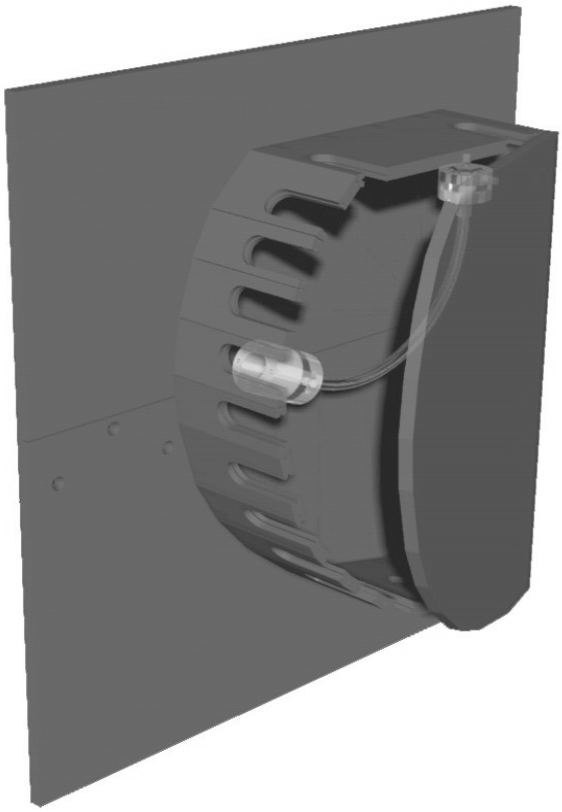
9.2 Bilder und Skizzen vom Versuchsaufbau



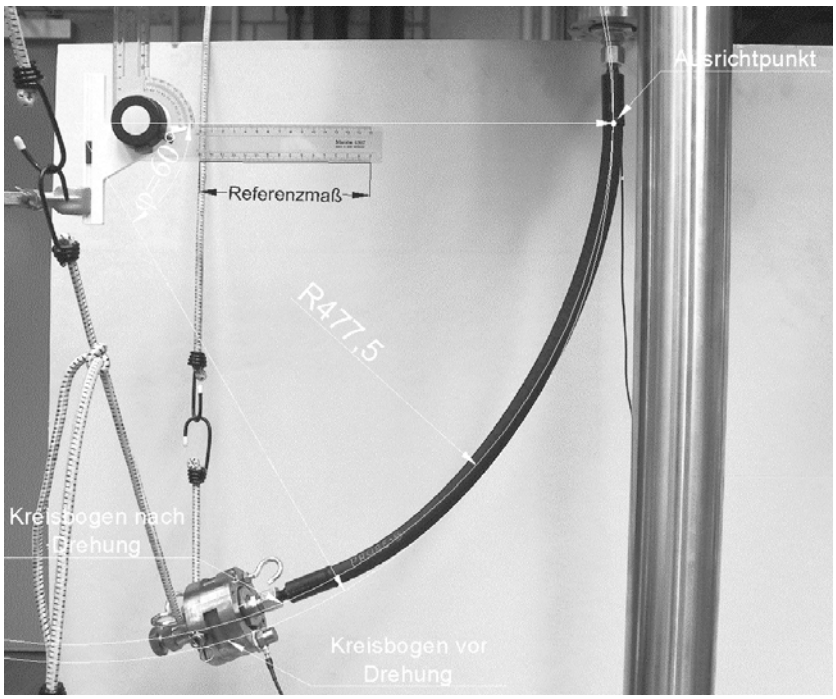
Gesamtversuchsaufbau auf einem Aufspannfeld.



Applikation der dynamischen Beschleunigungssensoren am weichen Schlauch für eine Betriebsschwingformanalyse.

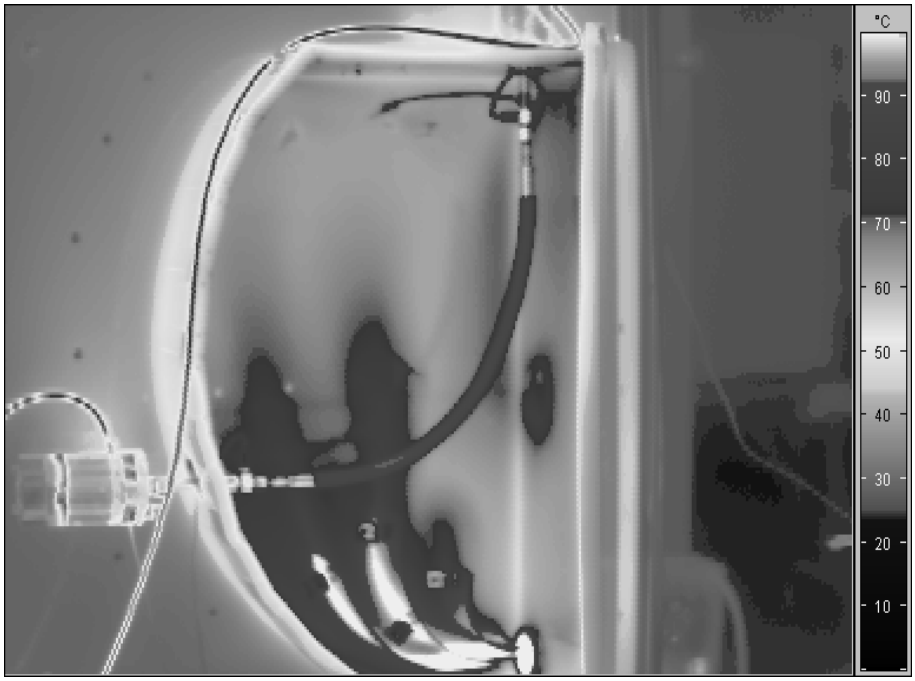


3-D Konstruktion der Wärmekammer zur Realisierung konstanter Biegeradieren längs der Schlauchlänge.



Optische Kontrolle des eingerichteten Biegeradius der Schlauchproben.

Konstruktive Umsetzung der Wärmekammer.



Wärmebildaufnahme zur Optimierung der Wärmeverteilung innerhalb der Wärmekammer.

Lebenslauf

Name	Stefan Sentpali
Geburtsdatum	12.10.1965
Geburtsort	Worms
Familienstand	verheiratet, zwei Kinder, drei Stiefkinder
Nationalität	deutsch

Schulbildung

8/72 - 6/76	Grundschule, Bobenheim
8/76 - 6/81	Hauptschule, Bobenheim
8/81 - 6/82	Realschule, Robert-Schuhmann, Frankenthal
8/82 - 6/85	Berufsschule, Werner - von – Siemens, Mannheim
8/85 - 6/86	Fachoberschule, BIZ, Worms

Berufsausbildung

8/82 - 7/85	Kraftfahrzeugschlosser, Mercedes - Benz AG, Mannheim

Wehrdienst

7/86 - 9/87	Instandsetzungsausbildungskompanie 5/5, Koblenz

Studium

10/87 - 2/89	Fachhochschule Kaiserslautern, Grundstudium Maschinenbau
02/89 - 11/91	Fachhochschule Kaiserslautern, Hauptstudium Kraft- u. Arbeitsmaschinen

Beruflicher Werdegang

82-85	Ausbildung zum Kraftfahrzeugschlosser, Mercedes-Benz AG, Mannheim
88-90	Industrietätigkeiten in Produktion Kabelsatz, Motorenprüfstände, Motorenbau, Mercedes-Benz AG, Mannheim
90-91	Nachhilfetätigkeit im Lernzentrum, Mathematik und Physik, Lernzentrum Frankenthal
91-92	Tutor im Fachgebiet Schwingungslehre und Messtechnik, Fachhochschule Kaiserslautern
92-95	Angestellter Ingenieur und stellvertretender Messstellenleiter für Akustik und Schwingungstechnik, Ingenieurbüro K.-P. Schmidt, Ludwigshafen
95-02	Versuchsingenieur in Forschung und Entwicklung, Fahrzeugphysik /Akustik, BMW AG München
seit 2002	Gruppenleiter Entwicklung Fahrzeugnebenaggregate und Mechatroniksysteme, Akustik und Schwingungen, BMW AG München
seit 2008	Nebenberufliche Tätigkeiten: Lehrauftrag im Fach Technische-Akustik, Fakultät Maschinenbau Fahrzeug- und Flugzeugtechnik, Hochschule München Referent Akustik Fahrzeugmechatroniksysteme, Haus der Technik, Essen