

**Beitrag zur Nachweisführung von  
querkraftbewehrten Stahlbeton- und  
Spannbetonquerschnitten unter kombinierter  
Biege- und Schubbeanspruchung auf Grundlage  
der Erweiterten Technischen Biegelehre**

Vom Fachbereich Architektur / Raum- und Umweltplanung /  
Bauingenieurwesen der Technischen Universität Kaiserslautern  
zur Verleihung des akademischen Grades

**DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)**

genehmigte

**DISSERTATION**

von

**Dipl.-Ing. Robert Kautsch**

aus Bad Dürkheim

Dekanin:	Prof. Dr. rer. nat. Dr. habil. G. Troeger-Weiß
1. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. J. Schnell
2. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. E. h. K. Zilch
Tag der mündlichen Prüfung:	28.06.2010

Kaiserslautern 2010

(D 386)



## **Vorwort**

Diese Arbeit entstand während meiner Zeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion an der Technischen Universität Kaiserslautern bei Herrn Prof. Schnell. Ihm gilt als erstem Berichtersteller dieser Arbeit insbesondere Dank für das stets entgegengebrachte Vertrauen und die Möglichkeit, sowohl in der Forschung als auch in der Lehre eigene Ideen einzubringen.

Bei Herrn Prof. Zilch vom Lehrstuhl für Massivbau der Technischen Universität München bedanke ich mich herzlich dafür, dass er als externer Professor bereitwillig die Funktion des zweiten Berichterstatters übernommen hat. Er hat durch seine kritische Hinterfragung der Erweiterten Technischen Biegelehre wertvolle Anregungen für diese Arbeit geliefert. Herrn Prof. Kurz danke ich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Ein ganz besonderer Dank gilt natürlich Herrn Dr. Hartung. Durch ihn gelang mir der Einstieg in das Thema meiner Arbeit und er hat die Entwicklung der Erweiterten Technischen Biegelehre letztlich soweit vorangetrieben, dass diese Arbeit erst möglich wurde. Dafür bedanke ich mich auch bei seinem Arbeitgeber, Krebs und Kiefer aus Darmstadt, der das für die Berechnungen verwendete Programm zur Verfügung gestellt und die erforderliche Entwicklungsarbeit von Herrn Dr. Hartung unterstützt hat. Ihren beiden Mitarbeitern, Herrn Schwalbe und Herrn Weiser, sei an dieser Stelle für die stetige Hilfsbereitschaft gedankt.

Sehr förderlich für die Entstehung dieser Arbeit war das sehr gute Arbeitsklima im Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion. Dafür ist an alle ehemaligen Kollegen im Fachgebiet und an die Mitarbeiter im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau ein herzliches Dankeschön zu richten. Besonders erwähnen möchte ich hier meine beiden ehemaligen Zimmergenossen Dr. Torsten Weil und Christian Balzer.

Zu guter Letzt geht ein herzliches Dankeschön an meine Freunde und meine Familie, die stets eine wichtige Unterstützung waren.



Robert Kautsch

**Beitrag zur Nachweisführung von  
querkraftbewehrten Stahlbeton- und  
Spannbetonquerschnitten unter kombinierter  
Biege- und Schubbeanspruchung auf Grundlage  
der Erweiterten Technischen Biegelehre**



# Inhalt

<b>Inhalt</b>	<b>i</b>
<b>Zusammenfassung</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vi</b>
<b>Bezeichnungen</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Ausgangssituation	1
1.2 Motivation und Ziele	2
1.3 Vorgehensweise und Arbeitsprogramm	7
<b>2 Zusammenfassung der Grundlagen</b>	<b>9</b>
2.1 Materialeigenschaften von Stahlbeton und Spannbeton	9
2.1.1 Beton	9
2.1.1.1 Einaxiales Verhalten des Betons	9
2.1.1.2 Mehraxiales Verhalten des Betons	10
2.1.1.3 Zeitabhängiges Verhalten des Betons	12
2.1.2 Betonstahl und Spannstahl	13
2.1.3 Stahlbeton und Spannbeton	14
2.1.3.1 Verbundspannungen	14
2.1.3.2 Tension-Stiffening	15
2.1.3.3 Tension-Softening	18
2.1.3.4 Dübelwirkung	19
2.1.3.5 Rissreibung	20
2.2 Ermittlung des Spannungs- und Verzerrungszustandes im Querschnitt auf Grundlage von Technischer Biegelehre (TB) und Querkraftmodellen	21
2.2.1 Zusammenhang zwischen Lasten, Schnittgrößen und Spannungen	22
2.2.2 Ermittlung der Längsdehnungen und -spannungen im Querschnitt	23
2.2.3 Zusammenhang zwischen der Biege- und Schubbeanspruchung	26
2.2.4 Schubspannungen infolge Torsion	30
2.2.5 Modelle für schub- und torsionsbeanspruchte Balken	31
2.2.5.1 45° Fachwerkmodelle für Querkraft und für Torsion	32
2.2.5.2 Fachwerkmodell mit veränderlicher Druckstrebenneigung	34
2.2.5.3 Druckfeldtheorie	35
2.2.5.4 Fachwerkmodell mit Rissreibung	36
2.2.6 Berücksichtigung der Interaktion bei kombinierter Beanspruchung	37

2.3	Ermittlung des Spannungs- und Verzerrungszustandes im Querschnitt auf Grundlage der Erweiterten Technischen Biegelehre (ETB)	40
2.3.1	Zugrunde liegende Annahmen und Vereinfachungen	41
2.3.2	Prinzipieller Ablauf der Berechnung	44
2.3.3	Berücksichtigung von Tension-Softening	49
2.3.4	Berücksichtigung von Tension-Stiffening	50
2.3.5	Fazit und offene Fragen	55
<b>3</b>	<b>Tastversuche zur Überprüfung der ETB</b>	<b>59</b>
3.1	Ziel der Tastversuche	59
3.2	Geometrie, Werkstoffe und Versuchsaufbau	60
3.3	Versuchsbeschreibung	62
3.4	Grundlagen der Versuchsnachrechnung	63
3.4.1	Materialeigenschaften	63
3.4.2	Iterative Berechnung der Spannstahldehnung des Trägers 1	65
3.4.3	Betrachtete Querschnitte	66
3.4.4	Versagenskriterien und Vergleichsberechnung nach DIN 1045-1	66
3.5	Darstellung, Vergleich und Bewertung der Ergebnisse	67
3.5.1	Tragfähigkeit	67
3.5.2	Bügeldehnungen	69
3.5.3	Spannstahldehnung	73
3.6	Fazit	75
<b>4</b>	<b>Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen</b>	<b>76</b>
4.1	Ziele des Vergleichs	76
4.1.1	Genauigkeit und Zuverlässigkeit der ermittelten Tragfähigkeit	76
4.1.2	Definition von Versagenskriterien für Schubbrüche	77
4.1.3	Vergleich mit dem Fachwerkmodell nach DIN 1045-1	77
4.2	Auswahl der nachzurechnenden Versuche	77
4.3	Vergleichsberechnung nach DIN 1045-1	87
4.4	Vorgehensweise und erforderliche Annahmen	95
4.5	Versagensarten und Versagenskriterien	97
4.5.1	Die verschiedenen Versagensarten	97
4.5.2	Die zugehörigen Versagenskriterien	99
4.5.2.1	Schubdruckbruch	99
4.5.2.2	Biegeschubbruch und Schubzugbruch	103
4.5.2.3	Auswertung der gewählten Versagenskriterien	105
4.5.3	Ausgewählte Beispiele für die verschiedenen Versagensarten	112
4.6	Darstellung, Vergleich und Bewertung der Ergebnisse	115
4.7	Fazit	135



<b>5</b>	<b>Vergleich der ETB mit eigenen Versuchen</b>	<b>138</b>
5.1	Ziele der eigenen Versuche	138
5.1.1	Größe und Verteilung der Bügeldehnungen über die Steghöhe	138
5.1.2	Größe der Stabverlängerung	138
5.1.3	Größe und Verteilung der Hauptdehnungen über die Steghöhe	140
5.1.4	Einfluss des Fließens der Längsbewehrung auf die Bügeldehnungen	140
5.2	Versuchsträgergeometrie, Versuchsaufbau und Messtechnik	141
5.2.1	Versuchsträgergeometrie, Schalplan der Träger A und B	141
5.2.2	Versuchsaufbau	143
5.2.2.1	Versuch A-1	143
5.2.2.2	Versuch B-1	145
5.2.2.3	Versuche A-2 und B-2	147
5.2.3	Wirkung des Trägereigengewichts	147
5.2.4	Bewehrungspläne der Versuchsträger A und B	149
5.2.5	Erforderliche Messungen	151
5.2.5.1	Messtechnik zur Erfassung der Stahlbetonverzerrungen	151
5.2.5.2	Messtechnik zur Erfassung der Betonstahldehnungen	153
5.2.6	Anordnung der verwendeten Messtechnik	158
5.2.6.1	Versuch A-1	158
5.2.6.2	Versuch B-1	159
5.2.6.3	Versuch A-2	160
5.2.6.4	Versuch B-2	161
5.3	Materialkennwerte der Versuchsträger A und B	162
5.3.1	Bewehrung	162
5.3.2	Beton	164
5.4	Versuchsbeschreibung	166
5.4.1	Versuch A-1	166
5.4.2	Versuch B-1	169
5.4.3	Versuch A-2	172
5.4.4	Versuch B-2	174
5.5	Berechnungsgrundlagen und Auswertung der Messwerte	176
5.5.1	Diskretisierung des Querschnitts für die Berechnung	176
5.5.2	Eingabewerte der Materialgesetze für die Berechnung	177
5.5.3	Berechnete Querschnitte	177
5.5.4	Bestimmung der mittleren Bügeldehnung je Messlänge	178
5.5.5	Ermittlung der Verzerrungen des Messrasters	178
5.5.6	Einwirkende Schnittgrößen	180
5.6	Darstellung, Vergleich und Bewertung der Ergebnisse	181
5.6.1	Tragfähigkeit	181
5.6.2	Bügeldehnung	187

## *Inhalt*

---

5.6.3	Hauptdehnungen $\varepsilon_1$ und $\varepsilon_2$	195
5.6.4	Stabverlängerung	200
5.7	Fazit	203
<b>6</b>	<b>Querschnittsnachweise auf Grundlage der ETB</b>	<b>205</b>
6.1	Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit	205
6.1.1	Vorstellung des bisherigen Nachweiskonzeptes	205
6.1.1.1	Die Biegebemessung nach DIN 1045-1	206
6.1.1.2	Die Biege- und Schubbemessung orientiert an DIN 1045-1	206
6.1.2	Bewertung des Konzeptes auf Grundlage dieser Arbeit	209
6.1.3	Zum Einfluss der Längsbewehrung	211
6.2	Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit	212
6.3	Erforderliche Mindestbewehrung	213
6.3.1	Grundlagen der Regelungen nach DIN 1045-1	213
6.3.2	Vorgehen bei Anwendung der ETB	214
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>215</b>
	<b>Literatur</b>	<b>220</b>
<b>Anhang A-1</b>	<b>Ergebnisse der Zugproben der Tastversuche</b>	<b>227</b>
<b>Anhang A-2</b>	<b>Einzelergebnisse der nachgerechneten Versuche</b>	<b>231</b>
<b>Anhang A-3</b>	<b>Rissbilder der eigenen Versuche aus Kapitel 5</b>	<b>245</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>251</b>

## Zusammenfassung

Mit der Erweiterten Technischen Biegelehre (ETB) steht eine Möglichkeit zur Verfügung, den Gesamtverzerrungszustand von biege- und schubbeanspruchten Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten sowohl für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) als auch den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) zu ermitteln. Bisher fehlte jedoch für eine allgemeine Anwendung der ETB eine statistische Absicherung durch einen umfangreichen Vergleich mit Versuchen. Als Grundlage für diesen Vergleich wurde zunächst ein Konzept zur Berücksichtigung von Tension-Stiffening und Tension-Softening in der Berechnung erarbeitet. Die Integration dieses Konzepts in die ETB erfolgte durch Dr. Hartung, der die ETB ursprünglich entwickelt hat.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden dann an der TU Kaiserslautern insgesamt 222 Querkraftversuche an Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit der ETB nachgerechnet. Dazu mussten zunächst für die in den Versuchen auftretenden drei Schubbrucharten geeignete Versagenskriterien definiert werden. Aus der abschließenden statistischen Bewertung ergaben sich mit der ETB für die Tragfähigkeit gegenüber dem Fachwerkmodell wesentlich wirtschaftlichere Ergebnisse. Sowohl die verbleibende, nicht nutzbare Modellsicherheit war im Mittel deutlich geringer, als auch die Streuung der erzielten Ergebnisse. Damit wird eine Anwendung der ETB für den GZT grundsätzlich ermöglicht. Auffällig ist hier u. a. die gegenüber dem Fachwerkmodell deutlich bessere Erfassung des Tragverhaltens von Spannbetonträgern. Hier schränkt die untere Begrenzung der Druckstrebenneigung  $\theta$  auf  $18,4^\circ$  die Effektivität des Fachwerkmodells stark ein.

Weiterhin wurde im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der TU Kaiserslautern an insgesamt sechs großmaßstäblichen Versuchen das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonträgern untersucht. Für die Bügeldehnungen ergaben sich daraus auch auf dem Niveau des Gebrauchszustandes gute Übereinstimmungen zwischen Versuch und Berechnung. Die bei einem Versuch im Momentennullpunkt erfolgten Messungen der Längsdehnungen haben zudem gezeigt, dass die durch die Schubbeanspruchung bedingte Stabverlängerung bereits im GZG nennenswerte Größen annehmen kann und somit bei Spannungsnachweisen berücksichtigt werden sollte. Eine statistische Absicherung für den GZG war jedoch aufgrund der geringen Anzahl der Versuche nicht möglich.

In Verbindung mit der Vorstellung eines auf der ETB basierenden Bemessungskonzeptes wurde abschließend noch auf die Frage der erforderlichen Mindestquerkraftbewehrung eingegangen. Für den Nachweis von bestehenden Tragwerken wurde hier ein zu *DIN 1045-1 2008* alternativer Nachweis der erforderlichen Duktilität auf Basis der ETB aufgezeigt.

## **Abstract**

The Extended Technical Bending Theory (ETB) allows determining the state of strain of reinforced and prestressed concrete cross-sections under bending and shear stress in serviceability limit state (SLS) as well as in ultimate limit state (ULS). Only a statistical validation by comparing the ETB with test results was missing for the common appliance of the ETB. As basis for this comparison a concept for the consideration of tension-stiffening and tension-softening was first designed. The integration of this concept into the ETB was done by Dr. Hartung, who has developed the ETB.

In the context of this thesis 222 shear tests on reinforced and prestressed concrete beams was recalculated at the University of Kaiserslautern with the ETB. Therefore suitable failure criteria for the three types of shear failure have to be defined first. For the bearing capacity the final statistical evaluation delivers for the ETB much more economical results as for the common truss model. Both the remaining unusable model safety and the variation of the results were considerably lower. With these results the appliance of the ETB in ULS is basically possible. Especially the bearing behaviour of prestressed concrete beams is better realised by the ETB than by the truss model. The restriction of the diagonal strut inclination on  $18.4^\circ$  limits in this case the effectiveness of the truss model.

Furthermore the bearing and deformation behaviour of reinforced and prestressed beams have been analysed with six large-scale tests, done in the Laboratory for Construction Engineering at the University of Kaiserslautern. At SLS the comparison of measured and calculated stirrup strains shows a good conformance. The measurement of the longitudinal strains done in one of the tests at the moment zero-point demonstrates, that the additionally beam elongation due to shear stress can achieve appreciable values already at SLS. Therefore this additional beam elongation should be considered in stress verifications. Because of the limited number of tests a statistical validation for the SLS was not possible.

Together with the presentation of a design concept based on the ETB the question of required minimum shear reinforcement was discussed at the end of this thesis. For the verification of existing concrete structures a proof of the required ductility based on the ETB was shown as alternative to the proof according to *DIN 1045-1 2008*.

## Bezeichnungen

Die nachfolgend definierten Abkürzungen, Formelzeichen und Indizes werden in dieser Arbeit verwendet. Einzelne Abkürzungen werden auch als Indizes verwendet.

### Abkürzungen

DMS	Dehnmessstreifen
ETB	Erweiterte Technische Biegelehre
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
M+N	Schnittgrößenkombination Biegemomente und/oder Normalkraft
TB	Technische Biegelehre
TSO	Tension-Softening
TST	Tension-Stiffening
V+T	Schnittgrößenkombination Querkräfte und/oder Torsionsmoment

### Formelzeichen – große lateinische Buchstaben

A	Querschnittsfläche (z. B. Bewehrungsquerschnitt: $A_s$ ); Bruchdehnung (z. B. Bruchdehnung gemessen an einer Zugprobe mit dem Längenverhältnis 1:10: $A_{10}$ )
C	Auflagerkraft
E	Elastizitätsmodul (z. B. mittlerer Tangentenmodul des Betons: $E_{com}$ )
F	Kraft (z. B. resultierende Druckkraft der Betondruckzone: $F_c$ )
G	Schubmodul (z. B. Schubmodul des Stahls: $G_s$ )
H	Horizontalkraft (z. B. horizontales Kräftegleichgewicht: $\Sigma H = 0$ )
I	Flächenträgheitsmoment (z. B. Flächenträgheitsmoment um die y-Achse: $I_y$ )
M	Biegemoment (z. B. Biegemoment um die z-Achse: $M_z$ )
N	Normalkraft (z. B. Normalkraft in x-Richtung: $N_x$ )
P	Vorspannkraft (z. B. Vorspannkraft zum Zeitpunkt $t = 0$ : $P_0$ )
R	Materialfestigkeit (z. B. Streckgrenze: $R_e$ )
S	Statisches Moment
T	Torsionsmoment (z. B. Torsionsmoment um die x-Achse: $T_x$ )
V	Querkraft (z. B. Querkraft in z-Richtung: $V_z$ )
W	Widerstandsmoment (z. B. Torsionswiderstandsmoment: $W_T$ )

### Formelzeichen – kleine lateinische Buchstaben

a	Querschnittsfläche pro Länge (z. B. $\text{cm}^2/\text{m}$ ), Abstand (z. B. beim Versatzmaß $a_i$ )
b	Breite (z. B. Stegbreite: $b_w$ )

## Bezeichnungen

---

d	statische Nutzhöhe; differentieller Abschnitt (z. B. differentieller Stababschnitt in x-Richtung: dx); Änderung (z. B. Momentenänderung: dM)
f	Festigkeit (z. B. mittlere Betondruckfestigkeit: $f_{cm}$ ); Spannungen (z. B. Verbundspannungen: $f_b$ )
h	Querschnittshöhe; Höhe (z. B. Höhe des Flansches: $h_f$ )
l	Koordinatenlängsrichtung innerhalb einer Scheibe
n	Scheibennormalkraft (z. B. Scheibennormalkraft in q-Richtung: $n_q$ )
q	Stablast (z. B. Gleichstreckenlast in z-Richtung: $q_z$ ); Koordinatenquerrichtung innerhalb einer Scheibe
r	Radius (z. B. Innenradius: $r_i$ )
t	Scheibenschubkraft (z. B. Scheibenschubkraft im Schnitt x: $t_x$ )
u	Rissgleitung
w	Rissbreite / Rissöffnung
x	Koordinatenrichtung
y	Abstand in y-Richtung (z. B. Abstand der Bewehrung zum Schwerpunkt: $y_s$ ); Koordinatenrichtung
z	innerer Hebelarm in z-Richtung; Abstand in z-Richtung (z. B. Abstand der Bewehrung zum Schwerpunkt: $z_s$ ); Koordinatenrichtung

### Formelzeichen – große griechische Buchstaben

$\Sigma$	Summe (z. B. horizontales Kräftegleichgewicht: $\Sigma H = 0$ )
----------	---

### Formelzeichen – kleine griechische Buchstaben

$\alpha$	Winkel; Abminderungsfaktor (z. B. Dauerstandsfaktor: $\alpha$ ), Verhältnis (z. B. Verhältnis der Elastizitätsmoduln: $\alpha_e$ )
$\beta$	Winkel (z. B. Neigungswinkel der Risse (Rissrichtung): $\beta_r$ ); Beiwert (z. B. Beiwert zur Berücksichtigung der Belastungsdauer: $\beta_t$ )
$\gamma$	Gleitung; (Teil-)Sicherheitsbeiwert (z. B. Teilsicherheitsbeiwert des Betons: $\gamma_c$ )
$\varepsilon$	Dehnung (z. B. Dehnung in Querrichtung: $\varepsilon_q$ )
$\varphi$	Neigungswinkel (z. B. Neigungswinkel der Hauptdehnung: $\varepsilon_1$ )
$\kappa$	Krümmung (z. B. Krümmung um die y-Achse: $\kappa_y$ )
$\nu$	Abminderungsbeiwert (z. B. maximaler Abminderungsbeiwert der Betondruckfestigkeit bei gleichzeitigem Querzug: $\nu_{max}$ )
$\rho$	geometrischer Bewehrungsgrad (z. B. effektiver geometrischer Bewehrungsgrad: $\rho_{eff}$ )
$\sigma$	Spannung (z. B. Betonspannungen: $\sigma_c$ )
$\theta$	Neigungswinkel (z. B. Neigungswinkel der Hauptspannung: $\sigma_2$ )
$\upsilon$	dimensionslose Form der Querkraft (z. B. durch die Bügel aufnehmbare Querkraft: $\upsilon_{R,sy}$ )

$\omega$  mechanischer Bewehrungsgrad (z. B. mechanischer Querkraftbewehrungsgrad:  $\omega_w$ )

**Indizes – arabische Zahlen**

- 0 Zeitpunkt  $t = 0$  (z. B. Vorspannkraft zum Zeitpunkt  $t = 0$ :  $P_0$ ); im Ursprung (z. B. mittlerer Tangentenmodul (E-Modul im Ursprung) des Betons:  $E_{c0m}$ )
- 0,1 0,1 % (z. B. 0,1 % Dehngrenze:  $R_{p0,1}$ )
- 1 1. Hauptrichtung der Spannungen und Dehnungen (z. B. Hauptdehnung:  $\varepsilon_1$ ); einaxial (z. B. mittlere einaxiale Betondruckfestigkeit:  $f_{1cm}$ ); Nummerierung
- 2 2. Hauptrichtung der Spannungen und Dehnungen (z. B. Hauptdehnung:  $\varepsilon_2$ ); Nummerierung
- 10 Längenverhältnis der Probe (z. B. Bruchdehnung gemessen an einer Zugprobe mit dem Längenverhältnis 1:10:  $A_{10}$ )
- 150 Kantenlänge der Probewürfel zur Bestimmung der Würfeldruckfestigkeit (z. B. Würfeldruckfestigkeit des 150 mm Würfels:  $f_{c,cube,150}$ )
- 200 Kantenlänge der Probewürfel zur Bestimmung der Würfeldruckfestigkeit (z. B. Würfeldruckfestigkeit des 200 mm Würfels:  $f_{c,cube,150}$ )

**Indizes – römische Zahlen**

- I Zustand I / ungerissener Zustand
- II Zustand II / gerissener Zustand (z. B. Stahldehnung im Riss:  $\varepsilon_{s,II}$ )

**Indizes – große lateinische Buchstaben**

- P Polar (z. B. polares Flächenträgheitsmoment:  $I_P$ )
- T Torsion (z. B. Torsionswiderstandsmoment:  $W_T$ )

**Indizes – kleine lateinische Buchstaben**

- a außen (z. B. Außenradius:  $r_a$ )
- b Verbund (z. B. Verbundspannung:  $f_b$ )
- c Beton (z. B. Betondruckfestigkeit:  $f_c$ )
- calc Rechenwert / berechneter Wert (z. B. berechnete Versagenslast:  $F_{u,calc}$ )
- cube Form des Prüfkörpers zur Bestimmung der Betondruckfestigkeit, hier: Würfel
- cyl Form des Prüfkörpers zur Bestimmung der Betondruckfestigkeit, hier: Zylinder
- d Bemessungswert (z. B. Bemessungswert der Betondruckfestigkeit:  $f_{cd}$ )
- e Elastizitätsmodul (z. B. Verhältnis der Elastizitätsmoduln:  $\alpha_e$ ); Streckgrenze; Einleitung (z. B. Einleitungslänge:  $l_e$ )
- eff effektiv / wirksam (z. B. mitwirkende Breite:  $b_{eff}$ )
- f Flansch / Gurt (z. B. Höhe des Flansches:  $h_f$ )
- g Eigenlast (z. B. Moment infolge Eigenlast:  $M_g$ )
- i Laufvariable

## Bezeichnungen

---

j	Laufvariable
k	charakteristisch (z. B. charakteristische Betondruckfestigkeit: $f_{ck}$ )
l	längs (z. B. Längsdehnung: $\varepsilon_l$ )
m	Mittelwert (z. B. mittlere Betondruckfestigkeit: $f_{cm}$ ); Laufvariable
max	Maximalwert (z. B. Bemessungswert der maximalen Druckstrebentragungsfähigkeit: $V_{Rd,max}$ )
min	Minimalwert / Mindestwert (z. B. Bemessungswert der Mindestquerkrafttragungsfähigkeit: $V_{Rd,min}$ )
n	Laufvariable
o	oben (z. B. Spannung am oberen Rand: $\sigma_o$ )
p	Vorspannung (z. B. Betonspannung infolge Vorspannung: $\sigma_{cp}$ ); Spannstahl (z. B. Querschnittsfläche des Spannstahls: $A_p$ ); Dehngrenze (z. B. 0,1 % Dehngrenze: $R_{p0,1}$ )
q	quer (z. B. Dehnung in Querrichtung: $\varepsilon_q$ )
r	Riss; Erstrissbildung (z. B. Stahlspannung bei Erstrissbildung: $\sigma_{sr}$ )
rn	nach Abschluss der Rissbildung (z. B. Stahlspannung nach Abschluss der Rissbildung: $\sigma_{srn}$ )
res	resultierend / Resultant (z. B. Spannungsergebnis in x-Richtung: $res N_x$ )
s	Stahl / Betonstahl (z. B. Querschnittsfläche des Stahls: $A_s$ )
t	Zeit (z. B. Beiwert der Belastungsdauer: $\beta_t$ ); Zug (z. B. Zugfestigkeit des Betons: $f_{ct}$ )
test	Versuchsergebnis / gemessener Wert (z. B. gemessene Versagenslast: $F_{u,test}$ )
u	Bruchzustand (max. Querkraft im Bruchzustand: $V_u$ ); unten (z. B. Spannungen am unteren Rand: $\sigma_u$ )
w	Steg (z. B. Stegbreite: $b_w$ )
x	in x-Richtung (z. B. Längsspannungen: $\sigma_x$ ); um die x-Achse (z. B. Torsionsmoment $T_x$ )
y	in y-Richtung (z. B. Querkraft in y-Richtung: $V_y$ ); um die y-Achse (z. B. Biegemoment um die y-Achse: $M_y$ ); Fließen (z. B. Fließgrenze: $f_y$ )
z	in z-Richtung (z. B. Querkraft in z-Richtung: $V_z$ ); um die z-Achse (z. B. Biegemoment um die z-Achse: $M_z$ )



# 1 Einleitung

## 1.1 Ausgangssituation

Bei Balken mit dünnwandigen Querschnitten aus linear-elastischen Werkstoffen kann mit Hilfe der Technische Elastizitätstheorie der zu einer beliebigen Kombination aller sechs Stabschnittgrößen gehörende Spannungs- und Verzerrungszustand des Querschnitts ermittelt werden. Aufgrund der linearen Zusammenhänge können in diesem Fall die einzelnen Spannungs- und Verzerrungskomponenten separat ermittelt und anschließend superponiert werden. Dabei werden sowohl die Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen im Querschnitt als auch das linear-elastische Werkstoffgesetz berücksichtigt. Da für nichtlineare Werkstoffe wie Stahlbeton oder Spannbeton das Prinzip der Superposition nicht mehr gültig ist, führt diese Vorgehensweise nicht mehr zum Ziel.

Im Stahlbeton- und Spannbetonbau erfolgt die Ermittlung des Spannungs- und Verzerrungszustandes daher i. d. R. getrennt für die Schnittgrößenkombinationen Biegemomente und/oder Normalkraft (M+N) und für Querkräfte und/oder Torsion (V+T). Für die reine Kombination M+N liefert die Technische Biegelehre (TB) trotz des nichtlinearen Werkstoffverhaltens Dank der für Balken weiterhin gültigen Annahme einer ebenen Verteilung der Längsdehnungen (Bernoulli Hypothese) durch eine iterative Berechnung am Querschnitt den zugehörigen Spannungs- und Verzerrungszustand. Auch hier werden sowohl Gleichgewicht und Verträglichkeit im Querschnitt als auch die Werkstoffgesetze erfüllt.

Für die Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens unter der Kombination V+T existieren hingegen zahlreiche unterschiedliche Modelle. Sie alle bilden das Tragverhalten von schubbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonträgern durch Fachwerke oder Spannungsfelder ab und betrachten somit stets einen endlichen Stababschnitt als Schubfeld und keinen Querschnitt. Damit werden die Gleichgewichtsbedingungen und – sofern sie eingehalten werden – die Verträglichkeitsbedingungen nur für den betrachteten Stababschnitt und nicht zwingend für den einzelnen Querschnitt erfüllt. Für die Schnittgrößenkombination V+T ermöglichen es diese Modelle dennoch, Stahlbeton- und Spannbetonträger zuverlässig für den Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) zu bemessen. Durch die näherungsweise Berücksichtigung der Interaktion gelingt dies auch dann, wenn wie i. d. R. üblich die Kombinationen M+N und V+T oder Teile von ihnen gemeinsam auftreten. Die Interaktion wird mit einbezogen durch:

- die Übernahme des inneren Hebelarms  $z$  von der Biegebemessung in die Querkraftbemessung,
- durch die Beachtung des Versatzmaßes bei der Konstruktion der Bewehrung und
- durch die Berücksichtigung von Betonlängsspannungen bei der Wahl der Druckstrebenneigung.

Für eine Ermittlung des tatsächlich auftretenden Verzerrungszustandes in einem Querschnitt sind die verschiedenen Querkraftmodelle jedoch nicht geeignet. Auch die Beschreibung des Gebrauchszustandes bei kombinierter Belastung ermöglichen nur

jene Modelle bedingt, die die Verträglichkeitsbedingungen des betrachteten Stegabschnitts erfüllen. Sie können stets nur eine über die gesamte Steghöhe gemittelte Dehnung der Bügel liefern. Mithilfe der Finiten Element Methode und entsprechender Materialgesetze können dagegen die Spannungs- und Verzerrungszustände von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken für jedes Belastungsniveau berechnet werden. Die entsprechenden Berechnungen erfordern jedoch einen sehr großen numerischen Aufwand. Abgesehen von einer Berücksichtigung der ggf. vorhandenen Symmetriebedingungen erfordern sie stets die Diskretisierung des gesamten Bauteils und schließen aufgrund der nichtlinearen Berechnung eine baupraktisch sinnvolle Superposition der für die einzelnen Lastfälle getrennt ermittelten Schnittgrößen aus.

Eine Alternative dazu stellt die in *Hartung 1985* beschriebene Erweiterte Technische Biegelehre (ETB) dar. Die anfangs nur für einfach symmetrische Querschnitte und die Schnittgrößen  $M_y$ ,  $V_z$  und  $N_x$  entwickelte Theorie wurde seither u. a. auf unsymmetrische Querschnitte und auf alle sechs Stabschnittgrößen erweitert. Das Ergebnis dieser Entwicklung wurde in *Hartung und Krebs 2004* und *Krebs et al 2004* veröffentlicht. Die ETB ermöglicht anhand einer reinen Querschnittsberechnung die Ermittlung des zu einer beliebigen Schnittgrößenkombination gehörenden Gesamtverzerrungszustandes von dickwandigen Querschnitten aus nichtlinearen Werkstoffen. Somit ist eine getrennte Berechnung für die unterschiedlichen Schnittgrößenkombinationen mit anschließender Superposition, die eigentlich für nichtlineare Werkstoffe unzulässig ist, nicht mehr erforderlich. Wie die TB berücksichtigt die ETB sowohl Gleichgewicht und Verträglichkeit im Querschnitt als auch die nichtlinearen Werkstoffgesetze. Abweichend von der TB werden dabei nicht nur die Längsdehnungen berücksichtigt, sondern auch die Querdehnungen und die Gleitung. Für eine reine Kombination M+N sind die Querdehnungen und Gleitungen gleich null und die ETB liefert dasselbe Ergebnis wie die TB.

## 1.2 Motivation und Ziele

Die Berechnung von Beispielquerschnitten mit der ETB hat gezeigt, dass sich das Tragverhalten von Stahlbetonträgern mit ihrer Hilfe sehr anschaulich darstellen lässt. Sie ermöglicht einen Blick auf die mechanischen Vorgänge innerhalb eines Querschnitts, die sich bei ansteigender Belastung ergeben. Dabei können neben den verschiedenen Versagensmechanismen interessante Effekte innerhalb des Querschnitts beobachtet werden, die sich aus den etablierten Querkraftmodellen nicht unmittelbar erschließen. Auch wenn für eine Querschnittsberechnung auf Grundlage der ETB ein sehr komplexes Iterationsverfahren erforderlich ist, bleibt der Rechenaufwand im Vergleich zur Finiten Element Methode dennoch gering. Da es sich um eine reine Querschnittsberechnung handelt, bleibt die Berechnung von der Schnittgrößenermittlung entkoppelt. Die Nachrechnung von einzelnen dokumentierten Versuchen und die sich daraus ergebenden offenen Fragen waren letztlich Motivation für diese Arbeit.

Der nachfolgend in Abb. 1.1 gezeigte Vergleich von Traglasten dokumentierter Versuche mit den berechneten Traglasten zeigt, wie genau die Traglasten der Versuchsträger mithilfe der ETB berechnet werden können. Die Ergebnisse entsprechender Versuchsnachrechnungen sind in *Krebs et al 2004* und *Krebs und Hartung 2007* zu finden.

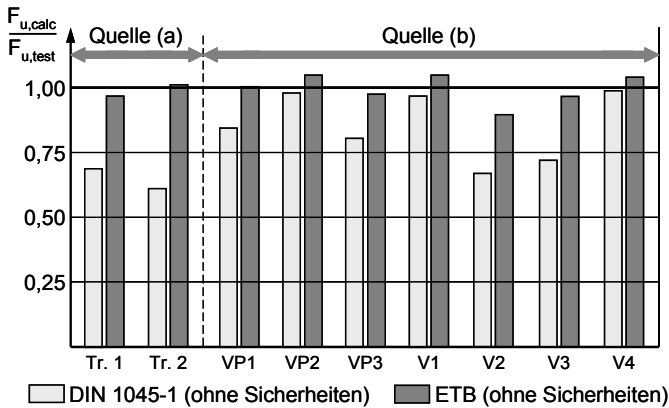


Abb. 1.1: Ausnutzungsgrade nach *DIN 1045-1 2008* und nach ETB aus Versuchsnachrechnungen von *Krebs et al 2004* (a) und *Krebs und Hartung 2007* (b).

Um die bei der Berechnung mit der ETB im Mittel verbleibende Modellsicherheit zu bestimmen, reichen diese einzelnen Nachrechnungen jedoch alleine noch nicht aus. Da die ETB auch den Gebrauchszustand beschreiben kann, sollte zudem neben dem Vergleich der Traglasten auch ein Vergleich der Dehnungsverteilungen im Querschnitt unter Gebrauchslasten erfolgen. Damit ergeben sich die ersten beiden Fragestellungen, die mit dieser Arbeit geklärt werden sollen:

- Mit welcher Genauigkeit kann mit der ETB die Tragfähigkeit von querkräftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonträgern berechnet werden?
- Mit welcher Genauigkeit kann bei diesen Trägern mit der ETB der Spannungs- und Verzerrungszustand des Querschnitts ermittelt werden?

Zur Beantwortung der ersten Frage sind zahlreiche dokumentierte Versuche mit der ETB nachzurechnen und mit den Versuchsergebnissen zu vergleichen. Durch eine statistische Auswertung des Vergleichs der Traglasten kann sowohl eine Bewertung der ETB im Vergleich zum Fachwerkmodell nach *DIN 1045-1 2008* als auch eine Aussage über ihre Zuverlässigkeit erfolgen. Bei einer positiven Bewertung der ETB wird durch diese statistische Absicherung eine allgemeine Anwendung der Theorie ermöglicht. Da die meisten der dokumentierten Versuche jedoch zur Ermittlung der Tragfähigkeit konzipiert wurden, sind nur wenige Versuchsergebnisse zu den sich einstellenden Dehnungen im Gebrauchszustand dokumentiert. Deshalb sind zusätzliche Versuche erforderlich, bei denen die Stegverzerrungen und die Stahldehnungen gemessen werden. Basierend auf diesen Messwerten ist ein Vergleich des Verzerrungszustandes im Gebrauchszustand möglich.

Während das Erreichen der beiden Versagensarten Biegedruckbruch und Biegezugbruch auf Basis von *DIN 1045-1 2008* eindeutig definiert werden kann, fällt dies bei den Schubbrucharten etwas schwieriger. Die Auswertung der Versuchsnachrechnungen kann daher zudem einen wichtigen Beitrag zur Beantwortung folgender Frage leisten:

- Wie können die Versagenskriterien für das Auftreten der verschiedenen Schubbrucharten im Querschnitt definiert werden?

Im Zuge der Durchführung erster Berechnungen ergaben sich zudem zwei Fragen, die im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden sollen. Zum einen handelt es sich dabei um Spannungsumlagerungen in den Bügeln, die in der Berechnung mit der ETB beim Erreichen der Fließgrenze in der Längsbewehrung zu beobachten sind. Zum anderen sind dies die Auswirkungen der durch die Querkraft hervorgerufenen zusätzlichen Stabverlängerung, die sich gegenüber einer Berechnung nach der TB ergeben.

Modellbedingt liefern Fachwerkmodelle für die Bügelspannungen nur einen Wert, der über die Höhe des inneren Hebelarms als konstant unterstellt wird. Dem entgegen liefert die ETB aufgrund der Berücksichtigung der Querdehnungsverteilung über die Querschnittshöhe einen dazu korrespondierenden Spannungs- und Dehnungsverlauf in den Bügeln. Dieser ist im Allgemeinen nicht konstant und wird rechnerisch im Grenzzustand der Tragfähigkeit stark von den Dehnungen in der Längsbewehrung beeinflusst. Sobald bei einer Laststeigerung die Längsbewehrung die Fließgrenze erreicht, verändert sich rechnerisch die Verteilung der Dehnungen und Spannungen innerhalb der Bügel deutlich. Für das Beispiel eines zentrisch vorgespannten Plattenbalkenquerschnitts zeigt Abb. 1.2 für drei aufeinander folgende Belastungsstufen die sich jeweils einstellende Verteilung der Hauptdruckspannungen  $\sigma_2$  im Beton und der Stahlspannungen in der Längsbewehrung  $\sigma_{sl}$ , im Spannglied  $\sigma_p$  und in den Bügeln  $\sigma_{sw}$ .

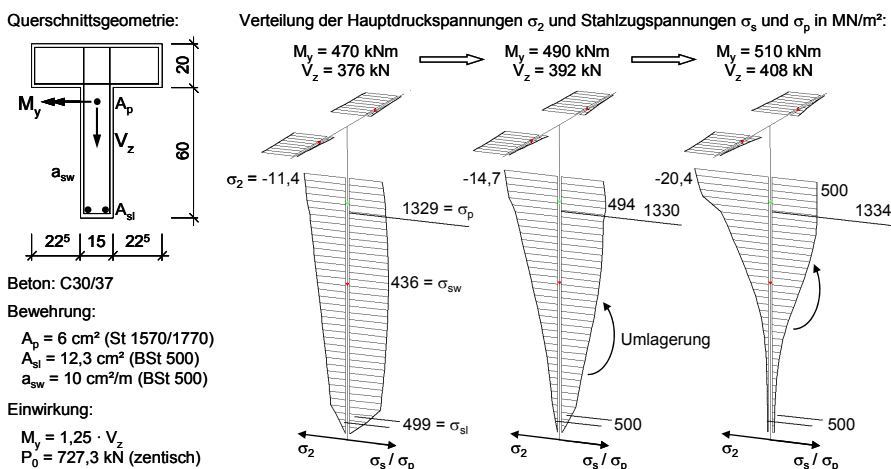


Abb. 1.2: Spannungsverteilung im Beton und in der Bewehrung für drei aufeinander folgende Belastungsstufen für einen Beispielquerschnitt ( $\sigma_2$  40-fach überhöht).

Zu sehen ist, dass die Verteilung der Bügelspannungen innerhalb des Querschnitts in die Druckzone umgelagert wird, sobald die Längsbewehrung die Fließgrenze erreicht. Gleichzeitig nehmen die Hauptdruckspannungen im oberen Querschnittsteil überproportional zu. Dieser zunächst in den Berechnungsergebnissen zu beobachtende Effekt wirft natürlich die Frage auf, ob sich die Spannungsumlagerungen in dieser Form auch bei Versuchsträgern beobachten lassen. Wie ein Blick in die Versuchsdatenbank in *Reineck 1999* zeigt, sind bisher leider nur bei sehr wenigen Versuchen Bügeldehnungen gemessen worden. Deren Verteilung über die Steghöhe

wurde nur bei vereinzelt Versuchen messtechnisch erfasst. Damit ergibt sich eine weitere Fragestellung dieser Arbeit:

d) *Wie beeinflusst das Erreichen der Fließgrenze in der Längsbewehrung die Verteilung der Dehnungen in den Bügeln über die Höhe der Bügelschenkel und wie lässt sich dieser Einfluss mechanisch begründen?*

Durch eine entsprechende Auslegung der Bewehrung und eine Steuerung des Verhältnisses von Biegemoment und Querkraft soll bei einem Versuch in einem Bereich mit hoher Schubbeanspruchung die Längsbewehrung die Fließgrenze erreichen, unmittelbar bevor die Bügel zu fließen beginnen. Durch die über die Trägerhöhe verteilte Messung der Bügeldehnungen kann dann überprüft werden, ob ein Einfluss vorhanden ist. Bei Übereinstimmung von Versuch und Berechnung ergäbe sich somit eine weitere Bestätigung der ETB.

Lässt man bei der Berechnung des oben gezeigten Beispielquerschnitts die Querkraft außer Acht, liefert die ETB das gleiche Ergebnis wie die TB. Querdehnung und Gleitung sind dann gleich null und es ergeben sich rechnerisch nur Längsdehnungen. Durch das Aufreißen des Betons in der Zugzone sind diese auf Höhe der Schwerachse positiv, d. h., es kommt zu einer Verlängerung der Stabachse. Stellt man der Verteilung der Längsdehnungen ohne Berücksichtigung der Querkraft die entsprechende Verteilung unter Berücksichtigung der Querkraft gegenüber, kann man erkennen, dass sich durch die Querkraft eine zusätzliche Stabverlängerung ergibt. Diesen Effekt kann man auch aus den Fachwerkmodellen ableiten, bei denen er in Form des sog. Versatzmaßes auftritt. Er vergrößert die erforderliche Längsbewehrung in der Zugzone und reduziert die Betondruckspannungen in der Druckzone. Die eigentlich vorhandene Interaktion bei einer nach Schnittgrößen getrennten Berechnung wird damit zumindest im GZT ansatzweise berücksichtigt.

Die mit der ETB durchgeführten Berechnungen zeigen jedoch, dass sich die Querkraft bereits bei Belastungsniveaus unterhalb des GZT auf die Stabverlängerung und damit auf die Spannungsverteilung im Querschnitt auswirkt. Für Spannungsnachweise unterhalb des GZT sollte daher der Einfluss der Querkraft auf die Längsdehnungen nicht außer Acht gelassen werden. Besonders in den Bereichen der Momentennulldurchgänge von Durchlaufträgern kann die dort verhältnismäßig große Querkraft die Verteilung der Längsspannungen deutlich beeinflussen. Da im Brückenbau gerade an diesen Stellen die für Ermüdungserscheinungen anfälligen Koppelfugen von durchlaufenden Spannbetonbalkenbrücken angeordnet werden, ist die Ermittlung der wirklichkeitsnahen Spannungsverteilung unter Gebrauchslasten von großer Bedeutung.

In Abb. 1.3 ist für den in Abb. 1.2 angegebenen Plattenbalkenquerschnitt der Verlauf der Spannungen in der Längsbewehrung  $A_s$  unter steigender Belastung aufgetragen, einmal unter Berücksichtigung der Querkraft (ETB) und einmal ohne Berücksichtigung der Querkraft (TB). Die Stabverlängerung infolge Querkraft führt bei gleichem Belastungsniveau zu einer Vergrößerung der Spannungen und bei gleichem Lastspiel von dynamischen Lasten zu größeren Spannungsamplituden in der Bewehrung.

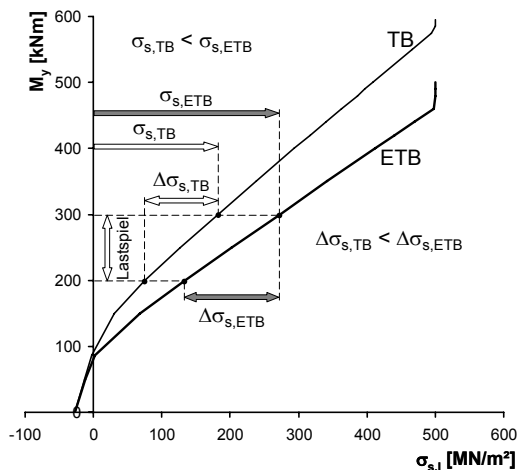


Abb. 1.3: Auswirkung der Stabverlängerung infolge Querkraft auf die Spannungen in der Längsbewehrung des Beispielquerschnitts aus Abb. 1.2.

Diese zusätzliche Stabverlängerung infolge Querkraft wirft somit folgende Frage auf:

- e) *Wie groß ist der Einfluss der zusätzlichen Stabverlängerung infolge Querkraft auf die Spannungsverteilung im Querschnitt?*

Die Beantwortung dieser Fragestellung ist wichtig für die Beurteilung der Ergebnisse der konventionellen Spannungsermittlung im GZG. Derzeit ist keine Berücksichtigung eines Versatzmaßes im GZG vorgesehen. Die Ergebnisse der ETB zeigen jedoch, dass dieser Einfluss nicht vernachlässigt werden darf. Durch die Erfassung der Stegverzerrungen in den oben genannten Versuchen soll die rechnerische Stabverlängerung überprüft werden.

Neben diesen beiden Fragen, die sich aus der Arbeit mit der ETB ergeben haben, sind für die Anwendung der ETB zum Nachweis von Stahlbeton- und Spannbetonträgern zwei weitere Punkte zu untersuchen. Der Erste betrifft die Mindestquerkraftbewehrung und ist insbesondere für die Nachrechnung bestehender Bauwerke von Interesse. Basierend auf einem Querkraftmodell für Stahlbeton- und Spannbetonträger ohne Querkraftbewehrung wird in *DIN 1045-1 2008* für Balken eine Mindestquerkraftbewehrung definiert. Diese soll verhindern, dass es im Zuge der Schubbrissbildung zu einem plötzlichen Bauteilversagen ohne Vorankündigung kommt. Die rechnerisch ohne Bügel aufnehmbare Querkraft muss bei Zugrundelegung eines Fachwerkmodells von der Mindestquerkraftbewehrung gerade aufnehmbar sein. Somit kann rechnerisch eine Umlagerung vom ersten auf das zweite Tragmodell sicher stattfinden. Bei Anwendung der ETB für die Querschnittsnachweise von Stahlbeton- und Spannbetonträger ergibt sich daraus eine weitere Frage.

- f) *Wie kann bei Anwendung der ETB für die Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonträger eine erforderliche Mindestquerkraftbewehrung definiert werden?*

Der zweite Punkt, der zu untersuchen ist, betrifft die untere Begrenzung der Druckstrebenneigung nach *DIN 1045-1 2008* auf  $18,4^\circ$ . Die Bemessung von Trägern mit einem sehr niedrigen Querkraftbewehrungsgrad erfordern bei Verwendung eines Fachwerkmodells sehr niedrige Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$ . Bei ausreichender Zulage von Längsbewehrung kann theoretisch der Winkel  $\theta$  beliebig klein gewählt werden. Maßgebend wird dann allerdings sehr schnell die Tragfähigkeit der Druckstreben. Zur Vermeidung beliebig flacher Neigungswinkel und zur Wahrung der Kompatibilitätsbedingungen wird die Druckstrebenneigung von Fachwerkmodellen daher stets durch empirisch gewählte Grenzen beschränkt. *DIN 1045-1 2008* sieht hierfür eine untere Grenze von  $18,4^\circ$  vor.

Bei Anwendung der ETB ist eine analoge Begrenzung der Neigung  $\theta$  der Hauptspannungen  $\sigma_2$  weder möglich noch sinnvoll. Zum Einen geht die Neigung  $\theta$  in der Nähe des gedrückten Querschnittsrandes gegen null, zum Anderen ist für die Einhaltung der Kompatibilität keine Begrenzung erforderlich, weil diese mit der ETB stets erfüllt wird. Der durch die steifigkeitsorientierte Berechnung mit der ETB ermittelte Verzerrungszustand ist innerhalb des Querschnitts immer verträglich, d. h. es ergeben sich keine Unstetigkeiten oder Sprünge in den Dehnungsverteilungen. Es muss aber dennoch sichergestellt sein, dass durch eine Zulage von Längsbewehrung die Querkrafttragfähigkeit nicht beliebig gesteigert werden kann. Es stellt sich also abschließend die Frage:

- g) *Führen hohe Längsbewehrungsgrade zu einer Überschätzung der Querkrafttragfähigkeit, wenn die ETB für die Querschnittsbemessung im GZT angewendet wird?*

### 1.3 Vorgehensweise und Arbeitsprogramm

Am Anfang dieser Arbeit wird zunächst ein kurzer Überblick über die Grundlagen der Berechnung von Stahlbeton- und Spannbetonträgern gegeben. Dazu werden zuerst die wesentlichen Eigenschaften der Werkstoffe Beton, Betonstahl und Spannstahl sowie die der daraus hergestellten Verbundwerkstoffe Stahlbeton und Spannbeton zusammenfassend angegeben. Im Anschluss werden die Grundlagen der nach den Schnittgrößenkombinationen M+N und V+T getrennten Querschnittsberechnung vorgestellt. Hier werden insbesondere die wesentlichen Entwicklungsschritte der Modelle zur Querkraftbemessung kurz dargestellt und erläutert. Abgeschlossen wird dieser erste Teil der Arbeit mit einer Zusammenfassung der wesentlichen Grundlagen und Annahmen der ETB. Ein Schwerpunkt liegt dabei auf der mittlerweile gegenüber der Herleitung in *Hartung und Krebs 2004* und *Krebs et al 2004* verbesserten Berücksichtigung des Tension-Stiffenings und der zusätzlich eingebundenen Berücksichtigung des Tension-Softening. Basierend auf verschiedenen dokumentierten Ansätzen (*Kollegger und Mehlhorn 1990*, *Winkler 2001* und *CEB MC 90 1993*) wurden hierfür im Rahmen dieser Arbeit geeignete Konzepte entwickelt. In *Hartung 2007* wurden diese so aufbereitet, dass eine Umsetzung in dem zur Berechnung verwendeten Programm „KuK-QuMe“ möglich wurde (Programmhandbuch: *Hartung et al 2003*).

Im Anschluss werden zwei bereits im Jahr 2003 an der TU Kaiserslautern durchgeführte Bestätigungsversuche zur ETB vorgestellt, die in Zusammenarbeit mit Herrn Dr. Hartung von Krebs und Kiefer, Darmstadt geplant und ausgewertet wurden. Die Ergebnisse wurden bereits in *Krebs et al 2004* veröffentlicht und werden hier zur Vollständigkeit noch einmal kurz zusammengefasst. Da die Mitwirkung des Betons mittlerweile besser berücksichtigt werden kann, wurden die Versuche zudem noch einmal nachgerechnet.

Das folgende Kapitel widmet sich der Nachrechnung von dokumentierten Versuchen mit der ETB. Hier wird zunächst die gewählte Vorgehensweise bei der Nachrechnung erläutert und es wird anhand von Beispielen gezeigt, wie sich die verschiedenen auftretenden Versagensarten bei der Berechnung mit der ETB darstellen. Durch eine Voruntersuchung an einer begrenzten Auswahl von Versuchen werden verschiedene Versagenskriterien verglichen und bewertet. Die aus der Versuchsdatenbank in *Reineck 1999* ausgewählten Versuche werden daraufhin mit der ETB und mit dem Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* nachgerechnet und die erzielten Ergebnisse werden mit den dokumentierten Versuchsergebnissen verglichen. Zur Beantwortung der Fragestellungen *a)* und *c)* aus Kap. 1.2 erfolgt abschließend eine statistische Auswertung der Ergebnisse. Zusätzlich wird dort auf die Fragestellung *g)* eingegangen.

Zur Untersuchung des Spannungs- und Verzerrungszustandes – insbesondere im GZG – wurden vier eigene Versuche durchgeführt und mit der ETB nachgerechnet. Im fünften Kapitel werden diese Versuche und die dabei eingesetzte Messtechnik zunächst genau beschrieben. Um die Fragestellungen *b)*, *d)* und *e)* beantworten zu können, werden anschließend die Berechnungsergebnisse mit den Messwerten verglichen.

Der grundlegende Aufbau der Querschnittsnachweise auf Basis der ETB wird im sechsten Kapitel zusammenfassend dargestellt. Dabei werden auch die beiden Fragestellungen *f)* und *g)* behandelt. Abgeschlossen wird die Arbeit mit einer Zusammenfassung und dem Ausblick auf weitere Fragestellungen, die im Zusammenhang mit der ETB noch geklärt werden sollten.



## 2 Zusammenfassung der Grundlagen

### 2.1 Materialeigenschaften von Stahlbeton und Spannbeton

Wesentliche Grundlagen für die Untersuchung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbeton- und Spannbetonträgern stellen die Materialeigenschaften der Werkstoffe Beton, Betonstahl und Spannstahl sowie der Verbundwerkstoffe Stahlbeton und Spannbeton dar. Im Folgenden sollen deshalb die wichtigsten Eigenschaften dieser Werkstoffe kurz zusammengefasst werden.

#### 2.1.1 Beton

Bedingt durch den Aufbau des Werkstoffs Beton als Konglomerat von mehr oder minder grober Gesteinskörnung, Zement als hydraulischem Bindemittel und Wasser, ergeben sich zahlreiche Einflussfaktoren für das resultierende Materialverhalten. Es ist zu unterscheiden nach Druck- und Zugbeanspruchungen, ein- und mehraxialem Verhalten sowie zeitabhängigen Einflussfaktoren. Im Folgenden soll nur Normalbeton betrachtet werden.

##### 2.1.1.1 Einaxiales Verhalten des Betons

Unter einaxialer Zugbeanspruchung weist Beton ein nahezu linear-elastisches Materialverhalten auf. Mit Erreichen der Zugfestigkeit kommt es bei kraftgesteuerten Zugversuchen zum schlagartigen Versagen des Betons. Bei weggesteuerten Versuchen ergibt sich nach dem Erreichen der Zugfestigkeit ein abfallender Ast im Spannungs-Dehnungs-Diagramm ( $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm), dessen Form aufgrund der im Nachbruchbereich auftretenden Konzentration der Dehnungen im maßgebenden Riss stark von der Länge der verwendeten Probe abhängt. Daher wird dieser Ast normalerweise in einem idealisierten Spannungs-Rissöffnungs-Diagramm angegeben (vgl. Abb. 2.1).

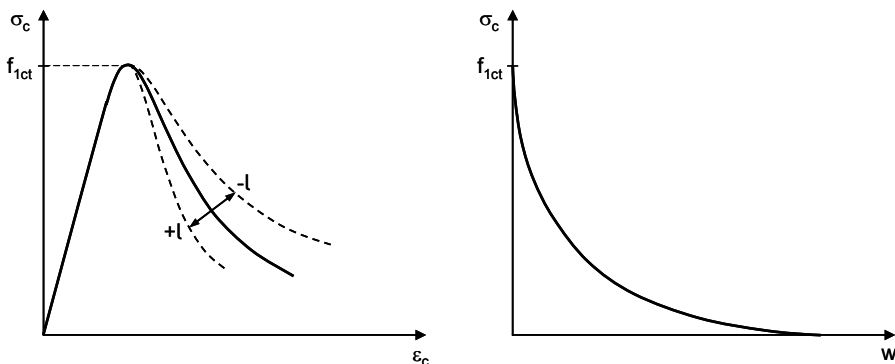


Abb. 2.1:  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm des Betons unter einaxialer Zugbeanspruchung mit Einfluss der Probenlänge (links) und längenunabhängiges Spannungs-Rissöffnungs-Diagramm in idealisierter Form (rechts) (Abb. nach Winkler 2001).

Die aufnehmbare einaxiale Zugfestigkeit erreicht in ihrer Größenordnung nur ca. 1/10 der Druckfestigkeit des Betons.

Unter einaxialer Druckbeanspruchung weist Beton ein stark nichtlineares Materialverhalten auf. Bei geringer Ausnutzung der Druckfestigkeit verhält sich der Beton zunächst annähernd linear-elastisch. Bei höherer Ausnutzung der Druckfestigkeit nehmen die Betonstauchungen aber rasch überproportional zu. Die resultierenden Arbeitslinien der verschiedenen Betonfestigkeitsklassen können z. B. *DIN 1045-1 2008* entnommen werden (vgl. Abb. 2.2).

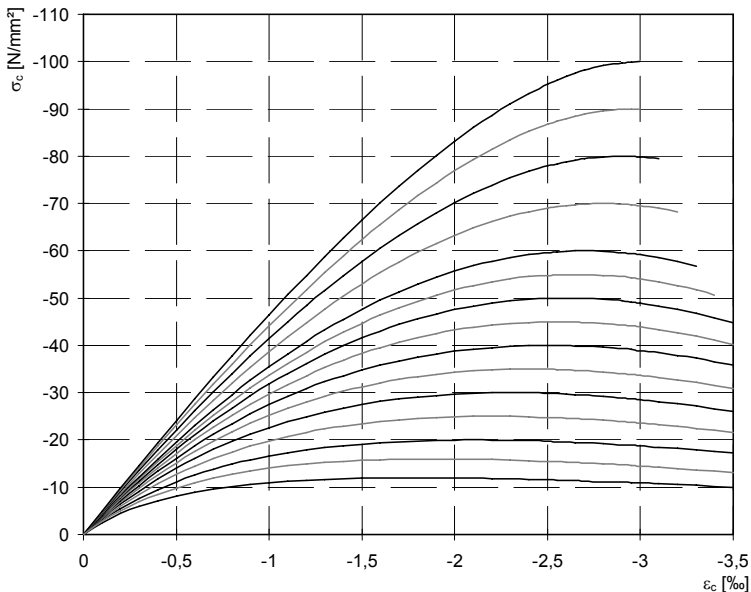


Abb. 2.2:  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramme der verschiedenen Betonfestigkeitsklassen für einaxiale Druckbeanspruchung nach Bild 22 in *DIN 1045-1 2008*.

Die mechanischen Ursachen dieses Verhaltens sind in der inhomogenen inneren Struktur des Betons begründet. Die Übertragung der Druckspannungen erfolgt im Innern des Betons über das steife Korngerüst des Zuschlags und nicht über den weicheren Zementstein. Dadurch ergeben sich lokal quer gerichtete Zugspannungen, die letztlich zur Rissbildung parallel zur Richtung der Druckspannungen führen. Der so geschwächte Beton wird zunehmend weicher, bis es zum Druckversagen des Betons kommt. Das Druckversagen wird also durch die im Beton auftretenden Querkzugspannungen ausgelöst.

### 2.1.1.2 Mehraxiales Verhalten des Betons

Wie das einaxiale Verhalten des Betons unter Druckbeanspruchung bereits zeigt, wird seine Druckfestigkeit maßgeblich durch die Spannungen in Querrichtung beeinflusst. Das mehraxiale Materialverhalten des Betons zeichnet sich dadurch aus, dass seine Druckfestigkeit bei vorhandenem Querdruck oder einer Querdehnungsbehinderung zunimmt und bei vorhandenem Querkzug abnimmt. Durch Versuche an Betonscheiben, die durch unterschiedliche Kombinationen der Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  bis zum Bruch belastet wurden, konnte z. B. von *Kupfer et al 1969* eine

biaxiale Versagenskurve des Betons ermittelt werden (vgl. Abb. 2.3). Aus ihr ergibt sich für eine vorgegebene Kombination der beiden Hauptspannungen die jeweilige Festigkeit des Betons. Aussagen zum zugehörigen  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm sind mit ihr jedoch nicht möglich.

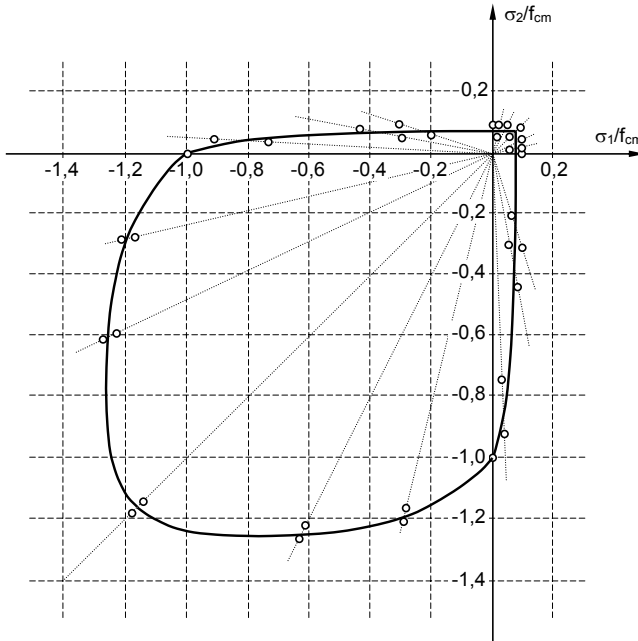


Abb. 2.3: Experimentell ermittelte biaxiale Versagenskurve des Betons nach *Kupfer et al 1969*, einzelne Versuchsergebnisse sind als  $\circ$  markiert.

Bei biaxial belasteten Proben entsteht allerdings Querzug in die dritte Richtung. Analog zu diesen Versuchen wurden daher auch Triaxialversuche an Betonprobekörpern durchgeführt. Über sie lässt sich die dreidimensionale Versagensfläche des Betons ermitteln. Die biaxiale Versagenskurve in Abb. 2.3 stellt einen Schnitt durch diese Fläche für  $\sigma_3 = 0$  dar. Bei entsprechender Querdehnungsbehinderung in zwei Richtungen oder entsprechend großen Querdruck kann die Druckfestigkeit des Betons ein Vielfaches der Festigkeit unter einaxialer Belastung erreichen. Dieser Effekt tritt z. B. bei einer Teilflächenbelastung auf.

Im Bezug auf die einaxiale Druckfestigkeit bedingt die Querdehnungsbehinderung u. a. auch die Abhängigkeit der im Versuch ermittelten Druckfestigkeit von der Geometrie des Prüfkörpers. Für die Berechnung ist letztlich die einaxiale Druckfestigkeit  $f_{1c}$  maßgeblich. Aus den Druckfestigkeiten, die an den gebräuchlichen Prüfkörpern bestimmt wurden, kann auf die einaxiale Druckfestigkeit nach *Zilch und Staller 1999* wie folgt umgerechnet werden:

$$f_{1c} = 0,95 f_{c,cyl} = 0,79 f_{c,cube,150} = 0,83 f_{c,cube,200} \quad (2.1)$$

Dabei bedeutet:

- $f_{c,cyl}$  Zylinderdruckfestigkeit, Zylinder mit  $\varnothing$  150 mm, 300 mm Höhe,  
 $f_{c,cube,150}$  Würfeldruckfestigkeit, Würfel mit 150 mm Kantenlänge,  
 $f_{c,cube,200}$  Würfeldruckfestigkeit, Würfel mit 200 mm Kantenlänge.

### **2.1.1.3 Zeitabhängiges Verhalten des Betons**

Neben diesen wesentlichen mechanischen Eigenschaften des Betons unter Kurzzeitbelastungen zeichnen den Beton noch wichtige zeitabhängige Eigenschaften aus. Diese sind zum einen das Schwinden und Kriechen des Betons. Durch Trocknungsschwinden und autogenes Schwinden verringert Beton im Allgemeinen im Laufe der Zeit sein Volumen. Eine Ausnahme bildet das Quellen des Betons bei entsprechend hoher Umgebungsfeuchte. Schwinden und Quellen sind lastunabhängig und werden neben den Umgebungsbedingungen vor allem von der Betonrezeptur beeinflusst.

Unter Belastung kommt es zusätzlich zu Kriechverformungen, die neben den bereits genannten Faktoren vor allem noch von der Lastintensität und vom Belastungsbeginn abhängig sind. Hohe Lastintensität und früher Belastungsbeginn führen zu größeren Kriechverformungen. Daneben tritt bei Beton unter Dauerlast zusätzlich noch die sog. Relaxation auf, die bei einer konstanten Verformung des Betons zu einem Abbau der Betonspannungen führt. Die hierfür verantwortlichen Umlagerungen innerhalb der Struktur des Betons sind die gleichen, die auch zum Kriechen des Betons führen. Das Kriechverhalten des Betons kann für Druck- und Zugbeanspruchungen näherungsweise als identisch angenommen werden.

Zusätzlich ist ein weiterer zeitabhängiger Effekt bei der Definition der Festigkeiten zu beachten. Auch bei quasi-statischer Belastung wird bei der Betonprüfung i. d. R. die Kurzzeitfestigkeit des Betons bestimmt. Unter Dauerlast erreicht Beton jedoch eine etwas geringere Festigkeit. Dabei ist zwischen Druck- und Zugbeanspruchung zu unterscheiden. Unter einer Druck-Dauerlast erreicht der Beton ca. 90 % seiner Kurzzeitfestigkeit, die bei der Prüfung der Druckfestigkeit ermittelt wird. Bei der Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen wird dieser Effekt in *DIN 1045-1 2008* durch den Dauerstandsfaktor  $\alpha$  berücksichtigt. Dieser wird dort mit  $\alpha = 0,85$  angegeben und berücksichtigt damit gleichzeitig die Umrechnung von der Zylinderdruckfestigkeit  $f_{c,cyl}$  auf die einaxiale Druckfestigkeit  $f_{1c}$  des Betons, die mechanischen Modellen zugrunde zu legen ist.

Wird der Beton hingegen durch eine Zug-Dauerlast beansprucht, erreicht die Dauerstandsfestigkeit deutlich geringere Werte. Die in der Literatur angegebenen Dauerstandsfaktoren schwanken hier jedoch stark. Nach *Reinhardt und Cornelissen 1985* beträgt der Dauerstandsfaktor ca. 0,60. Nach *Kordina et al 2000* kann ein Wert von 0,75 angesetzt werden. Verglichen mit der Druckfestigkeit nimmt die Zugfestigkeit zudem bereits bei kurzen Belastungszeiträumen deutlich ab. So ergeben sich aus nach *Al-Kubaisy und Young 1975* bereits nach einer Stunde eine Abminderung der Zugfestigkeit auf weniger als 80 %.

Wie bei den in *Reineck 1999* und *König et al 1999* beschriebenen Versuchsnachrechnungen bleibt auch bei den in dieser Arbeit beschriebenen Versuchsnachrechnungen der Dauerstandsfaktor  $\alpha$  unberücksichtigt, weil die letztlich für das Versagen maßgebende Belastung bei den Versuchen i. d. R. eine Kurzzeitbelastung darstellt. Für eine korrekte Abminderung der Zug- oder Druckfestigkeit bei der Nachrechnung von Versuchen fehlen in den verschiedenen Versuchsdokumentationen zudem im Allgemeinen genauere Angaben zur Belastungsdauer. Die Größe der Abminderung könnte somit nur grob geschätzt werden. Lediglich die in Versuchsträgern aus Spannbeton aufgetretenen Spannkraftverluste wurden bei den durchgeführten Versuchsnachrechnungen soweit entsprechende Werte dokumentiert sind berücksichtigt. Für die Bemessung sind die Dauerstandsfaktoren für Druck- und Zugbeanspruchungen jedoch generell zu berücksichtigen.

### 2.1.2 Betonstahl und Spannstahl

Für die Beurteilung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbeton- und Spannbetonträgern sind von den Materialeigenschaften des Beton- und Spannstahls nur die Parameter und die Form des  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramms für einaxiale Zug- und Druckbeanspruchungen maßgebend. Von der Form ist zu unterscheiden nach kaltverformten und warmverformten Stählen (vgl. Abb. 2.4). Beim heute üblichen Betonstahl BSt 500 sind beide Stähle gebräuchlich. Bei Spannstählen handelt es sich hingegen immer um kaltverformte Stähle. Die wesentlichen Parameter sind die Streck- oder Dehngrenze ( $R_e$  oder  $R_{p0,1}$ ), die Zugfestigkeit ( $R_m$ ), der Elastizitätsmodul ( $E_s$ ) und die Bruchdehnung ( $A_{10}$ ).

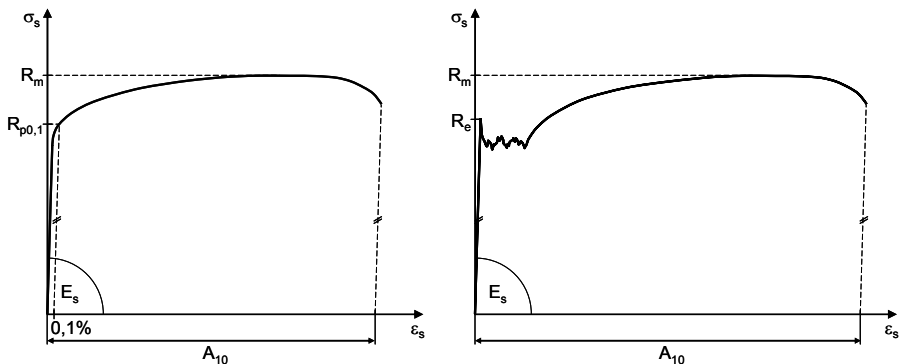


Abb. 2.4: Typische Formen des  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramms für kaltverformten (links) und warmverformten (rechts) Stahl mit den wesentlichen Materialparametern.

Aufgrund der geringen Versuchsdauer und der bei den betrachteten Versuchen meist geringen Ausnutzung der Spannstahlfestigkeit durch die aufgebraachte Vorspannung kann die Relaxation des Spannstahls hier vernachlässigt werden.

### 2.1.3 Stahlbeton und Spannbeton

Stahlbeton und Spannbeton stellen Verbundwerkstoffe dar, die aus den zuvor beschriebenen Materialien Beton, Betonstahl und Spannstahl bestehen. Im ungerissenen Zustand verhält sich Stahlbeton und Spannbeton grundsätzlich identisch wie unbewehrter Beton. Da zwischen dem Beton und dem darin eingebetteten Stahl starrer Verbund unterstellt werden kann, ergibt sich die Spannungsverteilung im Verbundwerkstoff über das Verhältnis der Elastizitätsmoduln. Für den gerissenen Stahlbeton sind folgende zusätzlichen Eigenschaften zu berücksichtigen.

#### 2.1.3.1 Verbundspannungen

Während im ungerissenen Zustand die Dehnungen im Beton und in der Bewehrung jeweils gleich groß sind, kommt es nach der Rissbildung zu einer Dehnungsdifferenz zwischen beiden Werkstoffen. Durch den Schlupf zwischen Stahl und Beton werden Verbundspannungen aktiviert, die Kräfte von der Bewehrung auf den Beton übertragen. Die Verbundwirkung setzt sich aus drei Traganteilen zusammen, die bei unterschiedlich großem Schlupf zwischen den Verbundpartnern wirksam sind (vgl. Abb. 2.5). Ohne Schlupf wirkt anfangs nur die Adhäsion zwischen Beton und Bewehrung, der sog. Haftverbund. Tritt Schlupf auf, wirkt der sog. Scherverbund, der sich aus der Verzahnung zwischen Beton und Betonstahloberfläche ergibt. Für gerippte Betonstähe ist dieser Anteil am größten. Ist der Scherverbund bei großem Schlupf überwunden, wirkt noch der sog. Reibverbund, der sich aus der Reibung zwischen Beton- und Stahloberfläche ergibt. Die Aufteilung der Verbundspannungen  $f_b$  in die verschiedenen Anteile ist in Abhängigkeit vom Schlupf  $s$  nach *DAfStb 525 2003* in Abb. 2.5 dargestellt. Bei der Ermittlung des Spannungs- und Verzerrungszustandes in Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten werden die Verbundeigenschaften indirekt über das Tension-Stiffening berücksichtigt, das nachfolgend näher erläutert wird.

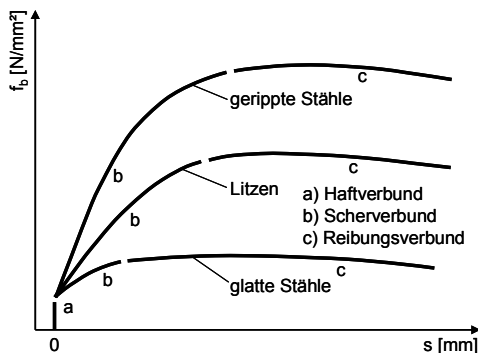


Abb. 2.5: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung für verschiedene Stähle mit Aufteilung in die Anteile an der Verbundwirkung: Haftverbund, Scherverbund und Reibverbund (Abb. nach *DAfStb 525 2003*).

### 2.1.3.2 Tension-Stiffening

Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit des Betons verteilen sich die Spannungen in einem gezogenen Stahlbetonquerschnitt nur in Abhängigkeit vom Verhältnis der Elastizitätsmoduln  $\alpha_e$  des Stahls und des Betons. Die Dehnungen des Stahls  $\varepsilon_s$  und des Betons  $\varepsilon_c$  sind wegen des zugrunde gelegten starren Verbundes an jeder Stelle des Querschnitts gleich groß.

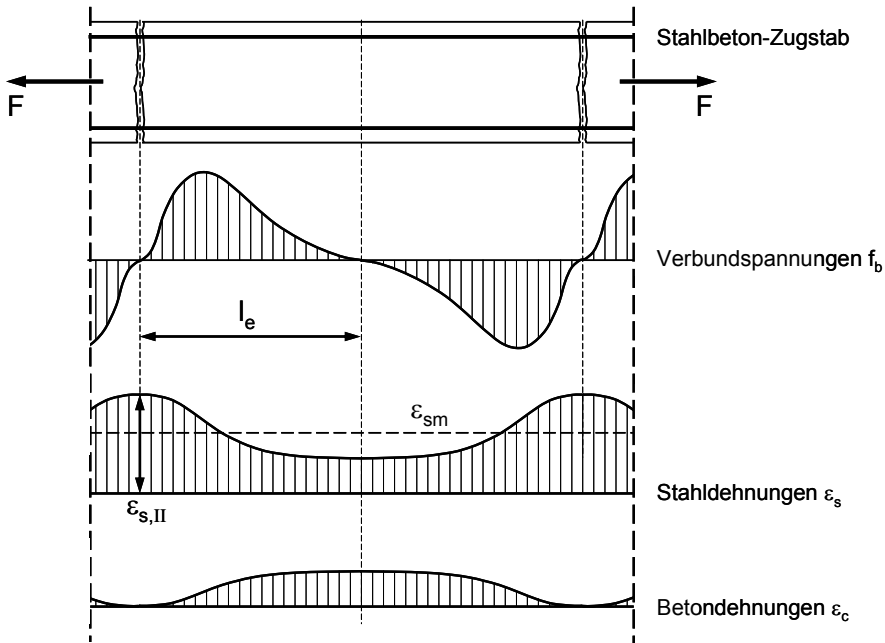


Abb. 2.6: Verteilung der Verbundspannungen und der Dehnungen im Beton und Betonstahl im Umfeld der Risse eines Stahlbetonzugstabes.

Wird bei einer Laststeigerung die Zugfestigkeit erreicht, bildet sich ein erster Riss. Im Riss wird die auf den Querschnitt wirkende Zugkraft komplett vom Stahl übernommen. Zwischen Beton und Bewehrung tritt Schlupf auf, wodurch es zu einer Differenz der Dehnungen beider Materialien im Riss kommt. Bedingt durch die Verbundwirkung zwischen Bewehrung und Beton wird diese Dehnungsdifferenz innerhalb der sog. Lasteinleitungslänge  $l_e$  wieder abgebaut. Durch die Verbundspannungen  $f_b$  wird ein Teil der Last vom Stahl auf den Beton übertragen. Die Stahlspannungen nehmen daher auf der Länge  $l_e$  kontinuierlich ab, die Betonspannungen nehmen dagegen zu (vgl. Abb. 2.6).

Außerhalb dieser Länge erreichen die Betonspannungen damit wieder das Niveau der Zugfestigkeit und es kommt zu weiteren Rissen. Auch nach Abschluss dieser Rissbildung beteiligt sich der Beton damit zwischen den Rissen am Lastabtrag. Lokal im Riss wirkt zwar die volle Zugkraft auf die Bewehrung, die mittlere Stahldehnung  $\varepsilon_{sm}$  ist aber bedingt durch die Mitwirkung des Betons geringer als dies für den reinen Stahlquerschnitt der Fall wäre.

Der Effekt der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird auch als Tension-Stiffening bezeichnet (*engl.: tension-stiffening = deut.: Zugversteifung*) und wird nachfolgend mit TST abgekürzt.

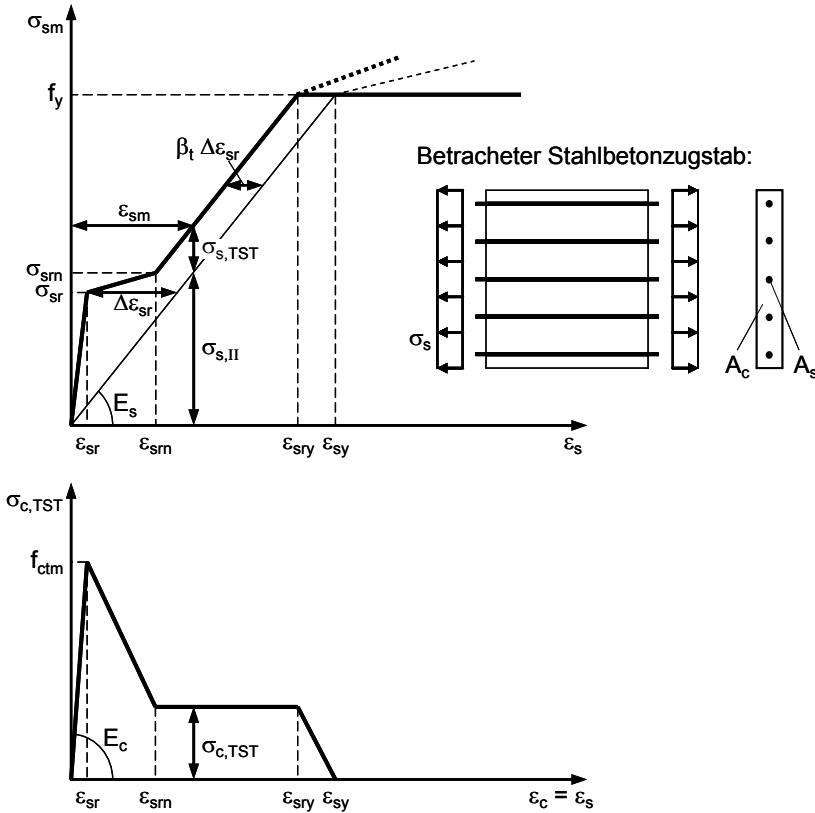


Abb. 2.7: Idealisierte Arbeitslinie des Stahlbetons und Verlauf der aufnehmbaren Betonzugspannungen bei Vernachlässigung des TST nach Erreichen der Fließgrenze (Abb. in Anlehnung an *CEB MC 90 1993*).

Nach *CEB MC 90 1993* kann die in Abb. 2.7 dargestellte idealisierte Arbeitslinie angenommen werden, wobei in Abb. 2.7 die Mitwirkung des Betons auf Zug nach Erreichen der Fließgrenze vernachlässigt wurde. Zusätzlich ist in Abb. 2.7 der Verlauf der aufnehmbaren Betonzugspannungen  $\sigma_{c,TST}$  dargestellt.

Rechnerisch lässt sich diese Arbeitslinie nach *CEB MC 90 1993* mit den in Abb. 2.7 angegebenen Formelzeichen wie folgt beschreiben. Die Stahlspannung bei Erstrissbildung beträgt:

$$\sigma_{sr} = f_{ctm} \cdot \left( \frac{1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff}}{\rho_{eff}} \right) \quad \text{mit} \quad \rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad \text{und} \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_c}. \quad (2.2)$$

Dabei ist  $A_{c,eff}$  der Wirkungsbereich der Bewehrung, der z. B. nach Bild 53 aus *DIN 1045-1 2008* festgelegt werden kann. Die Stahlspannung unmittelbar nach Abschluss der Rissbildung ergibt sich zu:



$$\sigma_{srn} = 1,30 \cdot \sigma_{sr} = 1,30 \cdot f_{ctm} \cdot \left( \frac{1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff}}{\rho_{eff}} \right). \quad (2.3)$$

Die Dehnungsdifferenz zwischen Stahlbeton und Stahl beträgt bei Erstrissbildung:

$$\Delta \varepsilon_{sr} = \varepsilon_{s,I} - \varepsilon_{s,II} = \frac{f_{ctm}}{E_c} - \frac{f_{ctm}}{E_c} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_e \cdot \rho_{eff}} \right) = \frac{f_{ctm}}{E_s \cdot \rho_{eff}}. \quad (2.4)$$

Bei Erstrissbildung ergibt sich die Stahldehnung zu:

$$\varepsilon_{sr} = \frac{f_{ctm}}{E_c} \quad (2.5)$$

Für die Stahldehnung unmittelbar nach Abschluss der Rissbildung gilt:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{srn} &= \frac{\sigma_{srn}}{E_s} - \beta_t \cdot \Delta \varepsilon_{sr} \\ &= 1,30 \cdot f_{ctm} \cdot \left( \frac{1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff}}{\rho_{eff}} \right) \cdot \frac{1}{E_s} - \beta_t \cdot \frac{f_{ctm}}{E_s \cdot \rho_{eff}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

mit  $\beta_t =$         0,40    bei Kurzzeitbelastung und  
                   0,25    bei zyklischer Belastung und Dauerlast.

Die Stahldehnung bei Fließbeginn ergibt sich unter Berücksichtigung von TST zu:

$$\varepsilon_{sry} = \frac{f_y}{E_s} - \beta_t \cdot \Delta \varepsilon_{sr} = \frac{f_y}{E_s} - \beta_t \cdot \frac{f_{ctm}}{E_s \cdot \rho_{eff}}. \quad (2.7)$$

Dahingegen beträgt die Stahldehnung bei Fließbeginn ohne Berücksichtigung von TST (reiner Zustand II):

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s}. \quad (2.8)$$

Die Betonspannungen innerhalb der Wirkungszone der Bewehrung errechnen sich unter Berücksichtigung des effektiven Bewehrungsgrades aus der Differenz zwischen der oben beschriebenen Arbeitslinie des Stahlbetons und der Arbeitslinie des reinen Stahlquerschnitts zu:

$$\sigma_{c,TST} = \rho_{eff} \cdot \sigma_{s,TST} = \rho_{eff} \cdot (\sigma_{srn} - \sigma_{s,II}). \quad (2.9)$$

Zur Berücksichtigung des TST in der Berechnung von Stahlbetontragwerken kann die Arbeitslinie des Betons auf Zug entsprechend Abb. 2.7 modifiziert werden. Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit des Betons kann zunächst die volle Zugfestigkeit für den Beton abgesetzt werden. Danach ist die anzusetzende Zugfestigkeit in Abhängigkeit von der Betondehnung zu reduzieren.

Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ist nach dem Erreichen der Fließgrenze durch die Bewehrung stark abhängig von der Arbeitslinie des verwendeten Betonstahls. Bei warmverformtem Stahl kommt es nach einem Fließplateau wieder zu einer Zunahme der Steifigkeit des Stahls. Da beim kaltverformten Stahl dieses

Fließplateau entfällt, ergibt sich hier im Bezug auf die Mitwirkung des Betons ein komplett anderes Verhalten. In *Eligehausen et al 1999* wird hierauf näher eingegangen. Da sich allgemeingültige Angaben nur bedingt ableiten lassen und zudem die Art des verwendeten Betonstahls bei dokumentierten Versuchen meist nicht bekannt ist, wird TST im Fließbereich bei den eigenen Berechnungen in Kap. 3 bis Kap. 5 nur zu einem geringen Teil berücksichtigt. Auf den bei diesen Berechnungen angesetzten Verlauf für die Betonzugspannungen  $\sigma_{c,TST}$ , die durch das TST nach Erreichen von  $\varepsilon_{sry}$  noch aufnehmbar sind, wird in Kap. 2.3.4 eingegangen.

### 2.1.3.3 Tension-Softening

Wie bereits für den unbewehrten Beton erläutert, sind auch die Materialeigenschaften des Stahlbetons stark abhängig von der Belastung. Während der Stahlbeton bei mehraxialen Druckbeanspruchungen im Zustand I verbleibt und sich damit grundsätzlich wie unbewehrter Beton verhält, nimmt auch beim bewehrten Beton die Druckfestigkeit bei gleichzeitiger Wirkung von Querkzug stark ab. Dieser Effekt wird als Tension-Softening bezeichnet (*engl.: tension-softening = deut.: Zugenthärtung*) und wird im Folgenden mit TSO abgekürzt. Für die Ermittlung von Abminderungsfaktoren und geeigneten Werkstoffgesetzen wurden zahlreiche bewehrte Stahlbetonscheiben unter mehraxialer Beanspruchung an verschiedenen Universitäten weltweit untersucht. Die verschiedenen Ergebnisse sind u. a. in *Schäfer et al 1990* zusammengefasst. Für die grundsätzliche Anwendung eines Abminderungsfaktors  $\nu$  auf das Werkstoffgesetz des Betons wird in *Kollegger und Mehlhorn 1990* die in Abb. 2.8 dargestellte Vorgehensweise vorgeschlagen.

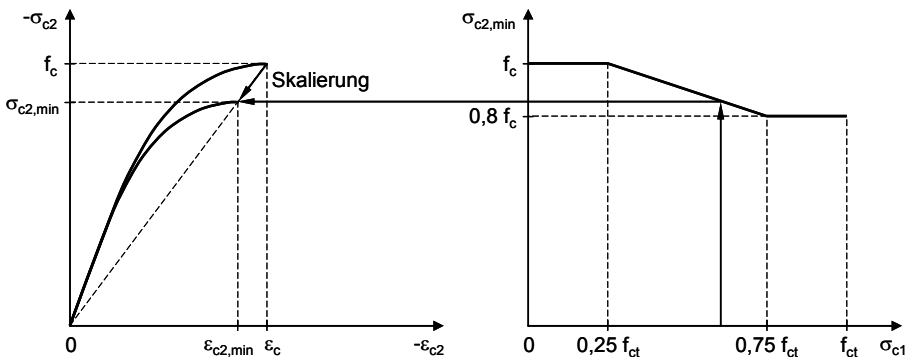


Abb. 2.8: Skalierung des  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramms des Betons auf Druck in Abhängigkeit von den Betonzugspannungen in Querrichtung nach *Kollegger und Mehlhorn 1990*.

Demnach wird ab einer Querkzugspannung von 25 % der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  die Betondruckfestigkeit zunehmend reduziert. Der minimale Wert der Druckfestigkeit wird ab einer Querkzugspannung von  $0,75 f_{ct}$  erreicht. In *Kollegger und Mehlhorn 1990* wird für den Abminderungsfaktor ein Wert von  $0,80$  angesetzt. Aus verschiedenen anderen Quellen ergeben sich Werte zwischen  $0,50$  und  $0,80$ . Verlaufen die Risse infolge Querkzug parallel zur Richtung der Hauptdruckspannungen, ergeben sich prinzipiell höhere Werte. Nach *Schäfer et al 1990* kann hier ein Wert von  $0,80$  angesetzt werden. Kreuzen hingegen die Risse die Richtung der Hauptdruck-

spannungen, ergeben sich wesentlich kleinere Werte. In *Schäfer et al 1990* wird hierfür z. B. einen Wert von 0,60 angegeben. Verschiedene Ansätze sind in Kap. 4.5.2.1 aufgeführt und in Bezug auf die Anwendung für eine Berechnung mit der Erweiterten Technischen Biegelehre erläutert.

Nach dem in Abb. 2.8 dargestellten Ansatz von *Kollegger und Mehlhorn 1990* wird durch den Abminderungsfaktor nicht nur die Druckfestigkeit reduziert, sondern auch die Betonstauchung, bei der die Druckfestigkeit erreicht wird. Die Ergebnisse in *Schäfer et al 1990* zeigen jedoch, dass durch den Querkzug zwar die aufnehmbare Druckspannung des Betons reduziert wird, die dabei auftretenden Betonstauchungen jedoch nicht zwangsläufig kleiner wird.

#### 2.1.3.4 Dübelwirkung

Auch im gerissenen Stahlbeton werden Spannungen über die Risse hinweg übertragen. Die Art der Kraftübertragung hängt dabei vor allem von der Richtung des Rissöffnungspfades, der Rissbreite und der Bewehrungsrichtung ab. Sind die Richtungen des Rissöffnungspfades und der Bewehrung parallel zueinander, werden Zugspannungen über die Zugwirkung der Bewehrung übertragen. Weichen die Richtungen hingegen voneinander ab, kommen beide Grundwerkstoffe (Beton und Betonstahl) für die Kraftübertragung in Frage. Ein wesentlicher Anteil der Kraftübertragung erfolgt jedoch auch in diesem Fall über die Bewehrung. Die den Riss kreuzenden Bewehrungsstäbe wirken dann wie Dübel, d. h. sie übertragen die Spannungen über eine Biegebeanspruchung der Stäbe (vgl. Abb. 2.9).

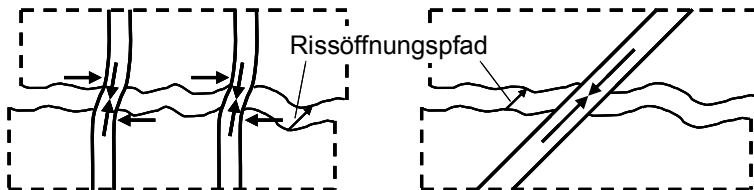


Abb. 2.9: Kraftübertragung durch die Bewehrung im Riss: Dübelwirkung (links), Zugwirkung (rechts) (Abb. nach *Walraven 1980*).

Insbesondere bei Stahlbeton- und Spannbetonträgern ohne Querkraftbewehrung spielt die Dübelwirkung der Längsbewehrung eine entscheidende Rolle für die Querkrafttragfähigkeit dieser Bauteile. Da die von der Bewehrung übertragene Querkraft am auflagnahen Rissufer über Betonzugspannungen in den Querschnitt oberhalb der Längsbewehrung eingeleitet werden muss, kommt es beim Versagen der Dübelwirkung zu den charakteristischen Längsrissen auf Höhe der Längsbewehrung. Für die Dübelwirkung ist in diesen Fällen also die Zugfestigkeit des Betons die maßgebende Größe. Ein Ansatz für die übertragbare Querkraft ist in *Baumann und Rüsç 1970* angegeben. Bei Trägern mit Querkraftbewehrung tritt die Dübelwirkung sowohl an den Bügeln als auch an der Längsbewehrung auf und trägt somit zum sog. Betontraganteil bei, der in vielen Bemessungsmodellen für schubbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonträger berücksichtigt wird.

### 2.1.3.5 Rissreibung

Neben der Kraftübertragung über die Dübelwirkung der Bewehrung ist bis zu einer gewissen Rissbreite auch eine Kraftübertragung parallel zum Riss über Rissreibung möglich. Sobald neben der Rissöffnung  $w$  eine Rissgleitung  $u$  auftritt, kommt es bei Normalbeton zu einer Verzahnung der Rissufer (vgl. Abb. 2.10). Damit wird die Übertragung von Schubspannungen im Riss ermöglicht. Für die Beschreibung dieses Effektes wurden verschiedene empirische Modelle entwickelt, die zusammenfassend u. a. in *Nissen 1987* dargestellt sind. Durch die unterschiedlichen Versuchsaufbauten, die zur Verifizierung der Modelle verwendet wurden, ergeben sich jedoch stets etwas unterschiedliche Ergebnisse.

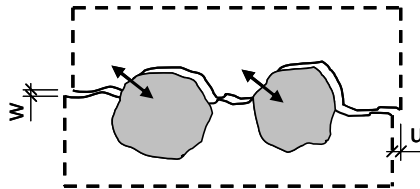


Abb. 2.10: Kraftübertragung im Riss infolge Rissreibung, hier dargestellt für Normalbeton (Abb. nach *Walraven 1980*).

Mit zunehmender Rissbreite wird der Anteil der über Rissreibung übertragbaren Kräfte immer geringer. Unmittelbar vor dem Bruch sind bei den meisten Versuchen an Stahlbeton- und Spannbetonträgern die Rissbreiten so groß, dass der Anteil der Rissreibung vernachlässigbar wird. Bei hochfestem Beton oder Leichtbeton kommt hinzu, dass die Risse meist durch die Zuschlagskörner hindurchgehen, weil der sie umgebende Zementstein eine ähnliche oder größere Steifigkeit aufweist. Damit ergeben sich i. d. R. glattere Rissufer als beim Normalbeton. Der Traganteil der Rissreibung fällt in diesen Fällen entsprechend geringer aus.

## 2.2 Ermittlung des Spannungs- und Verzerrungszustandes im Querschnitt auf Grundlage von Technischer Biegelehre (TB) und Querkraftmodellen

Zur Ermittlung des Spannungs- und Verzerrungszustandes in den Querschnitten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken gibt es prinzipiell drei verschiedene Möglichkeiten:

- Die lineare Schnittgrößenermittlung am Stabtragwerk mit anschließender Verzerrungsberechnung am Querschnitt.
- Die physikalisch (und ggf. geometrisch) nichtlineare Schnittgrößenermittlung unter Berücksichtigung der Steifigkeitsverteilung aus der Verzerrungsberechnung am Querschnitt durch eine Kopplung von Schnittgrößenermittlung und Verzerrungsberechnung.
- Die physikalisch (und ggf. geometrisch) nichtlineare Berechnung des Gesamttragwerks mit Hilfe von Finiten Elementen mit anschließender Auswertung im Querschnitt.

Für die letzte Möglichkeit stehen mittlerweile Programmsysteme zur Verfügung, die eine wirklichkeitsnahe Abbildung des Werkstoffverhaltens von Beton, Stahlbeton und Spannbeton ermöglichen. Es ist jedoch immer die Betrachtung des Gesamttragwerks erforderlich und es muss jede Lastfallkombination getrennt berechnet werden. Verbunden mit den komplexen Werkstoffgesetzen erfordert dies einen sehr großen Rechenaufwand. Eine Anwendung in der Praxis hat dies zumindest bisher verhindert.

Auch die zweite der genannten Möglichkeiten erfordert die Berechnung von Lastfallkombinationen, da eine Superposition von einzeln berechneten Lastfällen aufgrund der nichtlinearen Zusammenhänge unzulässig ist.

Nur bei der ersten der genannten Möglichkeiten darf eine solche Superposition Anwendung finden. Die dabei unvermeidlichen Abweichungen der so ermittelten Schnittgrößen von den tatsächlich auftretenden Verhältnissen im Tragwerk können zumindest bei Durchlaufträgern durch eine begrenzte Momentenumlagerung im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) berücksichtigt werden. Aufgrund der möglichen Superposition ist die lineare Schnittgrößenermittlung mit anschließender Verzerrungsberechnung am Querschnitt die in der Praxis am weitesten verbreitete Vorgehensweise. Eine Ausnahme stellen stabilitätsgefährdete Stabtragwerke dar. Hier ist zumindest eine geometrisch nicht-lineare Berechnung unter Berücksichtigung des Übergangs in den Zustand II erforderlich. In diesem Fall muss zwangsläufig mit Lastkombinationen gerechnet werden. Die eigentliche Verzerrungsberechnung kann jedoch für die ersten beiden Möglichkeiten prinzipiell identisch sein.

Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt daher unabhängig von der Art der Schnittgrößenermittlung auf der Verzerrungsberechnung am Querschnitt. In diesem Abschnitt des Kapitels wird zunächst die für Stahlbeton und Spannbeton übliche Berechnungsweise vorgestellt, bei der die Ermittlung der Spannungen und Verzerrungen im Querschnitt getrennt nach den Schnittgrößenkombinationen Biegemomente und/oder Normalkraft ( $M+N$ ) und Querkräfte und/oder Torsion ( $V+T$ ) erfolgt. Diese Trennung erfolgt z. B. auch bei der linear-elastischen Berechnung von

Stahlquerschnitten, wobei in diesem Fall eine anschließende Superposition der getrennt ermittelten Spannungen und Verzerrungen möglich ist. Die hier gezeigten Zusammenhänge sind also auch für linear-elastische Werkstoffe gültig.

### 2.2.1 Zusammenhang zwischen Lasten, Schnittgrößen und Spannungen

Die Spannungsresultanten der in einem Trennschnitt durch einen Stab an der Stelle  $x$  wirkenden Spannungen sind immer äquivalent zu den in diesem Schnitt wirkenden Schnittgrößen. Es gilt daher immer:

$$\text{res } N_x = N_x \quad (2.10)$$

$$\text{res } M_y = M_y \quad (2.11)$$

$$\text{res } M_z = M_z \quad (2.12)$$

$$\text{res } T_x = T_x \quad (2.13)$$

$$\text{res } V_y = V_y \quad (2.14)$$

$$\text{res } V_z = V_z \quad (2.15)$$

Aus den Gleichgewichtsbedingungen an einem Ausschnitt der Länge  $dx$  aus einem Stab lassen sich die Beziehungen der sechs Stabschnittgrößen zueinander und zu den einwirkenden Streckenlasten herleiten. Ein entsprechender Stababschnitt mit den einwirkenden Schnittgrößen und Lasten ist in Abb. 2.11 dargestellt.

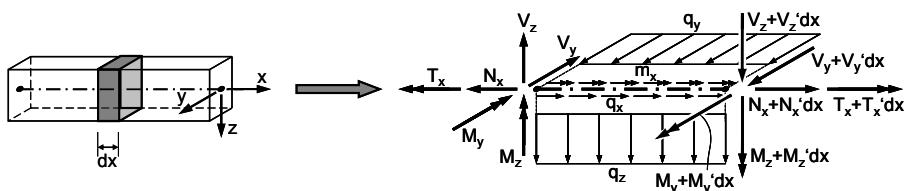


Abb. 2.11: Abschnitt der Länge  $dx$  aus einem Balken und die darauf einwirkenden Stabschnittgrößen und -lasten bezogen auf die Stabachse.

Die sich daraus ergebenden Beziehungen lauten:

$$N_x' = -q_x \quad (2.16)$$

$$M_y' = V_z \quad (2.17)$$

$$M_z' = -V_y \quad (2.18)$$

$$T_x' = -m_x \quad (2.19)$$

$$V_y' = -q_y \quad (2.20)$$

$$V_z' = -q_z \quad (2.21)$$

### 2.2.2 Ermittlung der Längsdehnungen und -spannungen im Querschnitt

Die Verbindung zwischen den in einem Balken wirkenden Schnittgrößen und den daraus resultierenden Verzerrungen im Querschnitt wird bei der Technischen Biegelehre (TB) über die Bernoulli-Hypothese hergestellt. Diese besagt, dass Querschnitte, die vor der Verformung eines Balkens rechtwinklig zur Balkenachse sind, bei einer Verformung des Balkens eben bleiben und weiterhin rechtwinklig zur Balkenachse bleiben. Die Hypothese wird eigentlich nur von Balken aus schubstarrerem Material erfüllt und liefert letztlich eine ebene Verteilung der Längsdehnungen im Querschnitt. Näherungsweise wird sie jedoch auch bei Materialien eingesetzt, die nicht schubstarr sind.

Durch die Einbeziehung des linear-elastischen Werkstoffgesetzes von Hooke ergeben sich aus der Bernoulli-Hypothese zudem die sog. Naviersche Spannungsverteilung im Querschnitt (ebene Spannungsverteilung) und der Zusammenhang zwischen Schnittgrößen und Balkenverformung (Differentialgleichung der Balkenbiegung). Für annähernd linear-elastische Werkstoffe wie z. B. Baustahl können die Längsspannungen somit direkt über die Querschnittswerte aus den Schnittgrößen berechnet werden. Die Längsspannungen in einem Punkt  $i$  des Querschnitts ergeben sich somit zu:

$$\sigma_{x,i} = \frac{N_x}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y \quad (2.22)$$

Die TB kann nur zur Berechnung von Balken verwendet werden. Zur Unterscheidung von Balken und Scheiben kann das Prinzip von de St. Venant angewendet werden. Demnach lassen sich Bauteile in Diskontinuitätsbereiche (D-Bereiche) und Biegebereiche (B-Bereiche) einteilen. Längs einer Stabachse erstrecken sich die D-Bereiche etwa um das Maß der Querschnittshöhe  $h$  beiderseits von einwirkenden Einzellasten  $F$  und Auflagerlasten  $C$  (vgl. Abb. 2.12). Dabei ist die Querschnittshöhe  $h$  immer die größere der beiden Querschnittsabmessungen, die kleinere ist die Querschnittsbreite  $b$ . Nur für Bauteile mit einem Verhältnis der Bauteillänge  $l$  zur Querschnittshöhe  $h$  von  $l/h > 2$  existiert somit ein B-Bereich, womit diese als stabförmige Bauteile oder als Balken bezeichnet werden können.

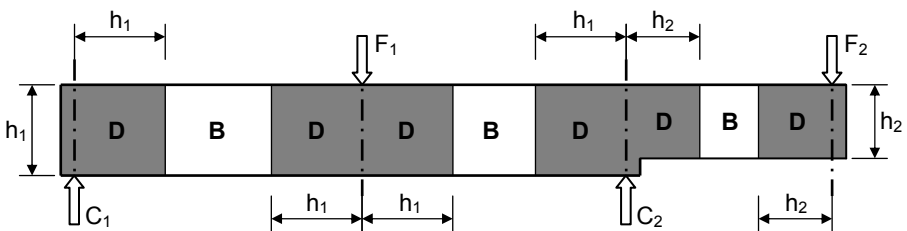


Abb. 2.12: Einteilung von Balken in Diskontinuitäts- und Biegebereiche nach dem Prinzip von de St. Venant.

Nur innerhalb der B-Bereiche von Balken kann die sich in einem Querschnitt unter einer Belastung einstellende Verteilung der Längsdehnungen genügend genau gemäß der Bernoulli-Hypothese als eben angenommen werden. Unter Zugrunde-

legung dieser Hypothese ermöglicht es die TB in einem Querschnitt an der Stelle  $x$  diejenige Verteilung der Längsdehnungen und -spannungen zu ermitteln, die sich unter einer Kombination der Schnittgrößen  $M_y$ ,  $M_z$  und  $N_x$  einstellt. Innerhalb der D-Bereiche trifft die Annahme der Bernoulli-Hypothese nicht mehr zu. Diese Bereiche können nach der Elastizitätstheorie der Scheiben berechnet werden, die z. B. in *Schleeh 1983* angegeben ist. Die TB stellt also gegenüber der Elastizitätstheorie eine Vereinfachung in der Berechnung dar, die bei Einhaltung der entsprechenden Voraussetzungen anwendbar ist.

Die der TB zugrunde liegende Bernoulli-Hypothese ermöglicht für die Schnittgrößenkombination  $M_y$ ,  $M_z$  und  $N_x$  auch für nicht-lineare Werkstoffe die Ermittlung der zu den einwirkenden Schnittgrößen gehörenden Verteilungen der Längsdehnungen und -spannungen. Dazu wird ein Trennschnitt durch einen Stab an der Stelle  $x$  betrachtet. In diesem Schnitt wirken die Schnittgrößen  $M_y$ ,  $M_z$  und  $N_x$  (vgl. Abb. 2.13). Neben der Annahme einer ebenen Verteilung der Längsdehnungen wird bei Verbundquerschnitten – wie z. B. bei Stahlbeton- oder Spannbetonquerschnitten – zusätzlich starrer Verbund zwischen den Verbundwerkstoffen unterstellt. Das bedeutet z. B. für einen Stahlbetonquerschnitt, dass bei gleicher Lage im Querschnitt die Dehnungen des Betons und des Betonstahls identisch sind.

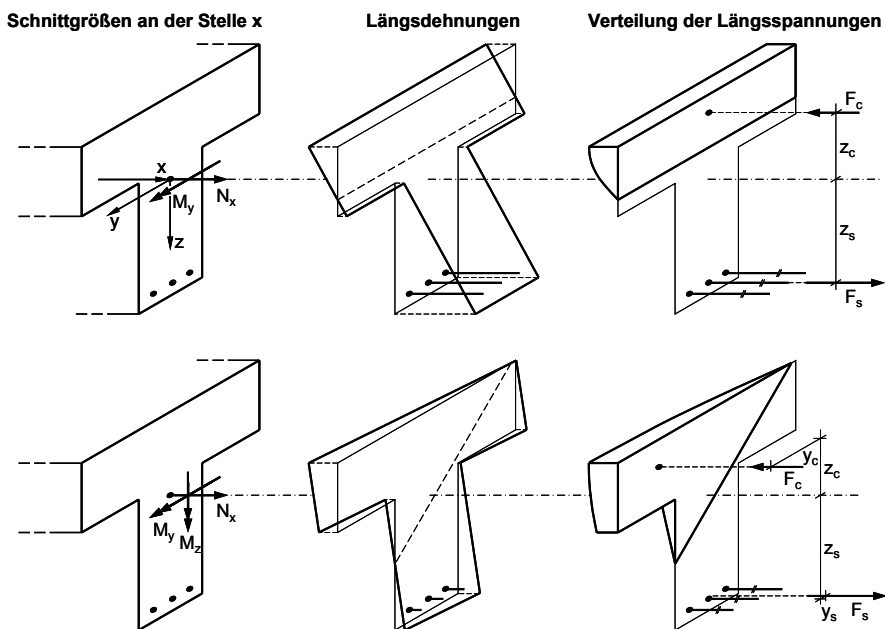


Abb. 2.13: Stahlbetonquerschnitt mit einwirkenden Schnittgrößen an der Stelle  $x$ , Verteilung der Längsdehnungen und Längsspannungen, oben für einaxiale Biegung, unten für zweiachsiges Biegen.

Über die Materialgesetze der im Querschnitt vorhandenen Werkstoffe erfolgt die Zuordnung der Spannungen zu den zunächst gewählten Längsdehnungen. Als Ergebnis erhält man die zur gewählten Verteilung der Längsdehnung gehörende Verteilung der Längsspannungen. In Abb. 2.13 sind diese für einen Stahlbetonquer-



schnitt unter einaxialer und zweiaxialer Biegung mit Normalkraft dargestellt. Dabei wurden keine Zugspannungen im Beton berücksichtigt.

Wenn die aus diesen Längsdehnungen resultierenden Momente um y- und z-Achse sowie die resultierende Normalkraft jeweils mit den einwirkenden Schnittgrößen übereinstimmen (vgl. Gl. (2.10) bis (2.12)), sind die richtigen Verteilungen der Längsdehnungen und Längsspannungen gefunden.

Für nicht-lineare Werkstoffe erfolgt die Berechnung iterativ. Dabei wird für die Querschnittsbemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) nach *DIN 1045-1 2008* für den Beton das sog. Parabel-Rechteck-Diagramm angesetzt, für den Betonstahl und Spannstahl ein bilineares  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm. Durch die Begrenzung der Betondruckspannung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) kann bei der Spannungsermittlung in diesem Grenzzustand für den Beton ein lineares Werkstoffgesetz angesetzt werden, für den Betonstahl und Spannstahl ein bilineares.

Für den Fall der einaxialen Biegung mit oder ohne Normalkraft (vgl. Abb. 2.13 oben) gibt es für Spannungsermittlung im GZG und für die Querschnittsbemessung im GZT Hilfsmittel in Form von Diagrammen und Tabellen, die eine iterative Berechnung ersetzen. Für eine numerische Ermittlung erfolgt hingegen eine Diskretisierung des Querschnitts in Lamellen. Die vorhandene Bewehrung wird dabei in der entsprechenden Höhenlage berücksichtigt (vgl. Abb. 2.14 oben).

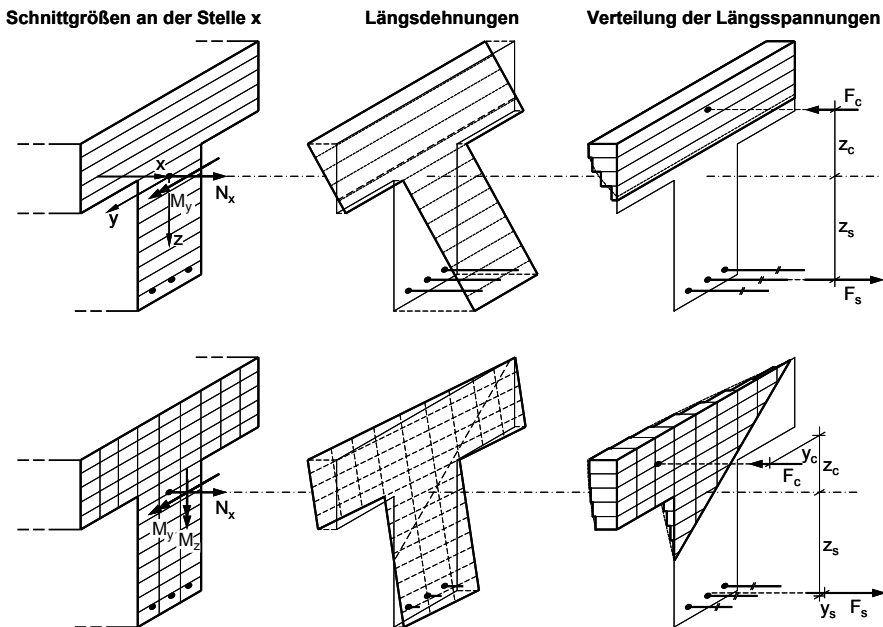


Abb. 2.14: Diskretisierter Stahlbetonquerschnitt mit einwirkenden Schnittgrößen an der Stelle x, Verteilung der Längsdehnungen und Längsspannungen in den Lamellen und Elementen, oben für einaxiale Biegung, unten für zweiaxiale Biegung.

Für zweiaxiale Biegung mit oder ohne Normalkraft (vgl. Abb. 2.13 unten) gibt es lediglich für die Querschnittsbemessung im GZT Hilfsmittel in Form von Diagrammen.

Die Spannungsermittlung erfolgt hier i. d. R. auf numerischem Wege. Dazu wird der Querschnitt mit einzelnen Elementen diskretisiert, wobei auch hier die Bewehrung in der entsprechenden Lage zu berücksichtigen ist (vgl. Abb. 2.14 unten).

Aus den Dehnungen an den Rändern der Lamellen bzw. an den Ecken der Elemente, die aus der ebenen Dehnungsverteilung ermittelt werden, kann je Lamelle bzw. Element die mittlere Längsdehnung bestimmt werden. Über die Werkstoffgesetze ergeben sich dann konstante mittlere Spannungen, die multipliziert mit der jeweiligen Fläche der Lamelle bzw. des Elements eine Resultierende liefern. Der Betonstahl und Spannstahl ist zusätzlich mit der entsprechenden Dehnung und der zugehörigen Spannung zu berücksichtigen. Die Spannungsergebnisse der Bewehrung und der Lamellen bzw. der Elemente müssen zusammen wiederum die drei oben genannten Gleichgewichtsbedingungen erfüllen.

**2.2.3 Zusammenhang zwischen der Biege- und Schubbeanspruchung**

So wie zwischen den Biegemomenten und den Querkraften ein Zusammenhang besteht, sind die Längsspannungen infolge Biegung unmittelbar mit den Schubspannungen infolge Querkraft verbunden. Für linear-elastische Werkstoffe wird der Zusammenhang deutlich, wenn man einen Stababschnitt  $dx$  betrachtet, auf den an beiden Schnittflächen die gemäß dem vorherigen Abschnitt ermittelten Längsspannungen infolge Biegung wirken. Wirkt neben dem Biegemoment auch eine Querkraft, unterscheiden sich die Längsspannungen auf beiden Seiten (vgl. Abb. 2.15 links).

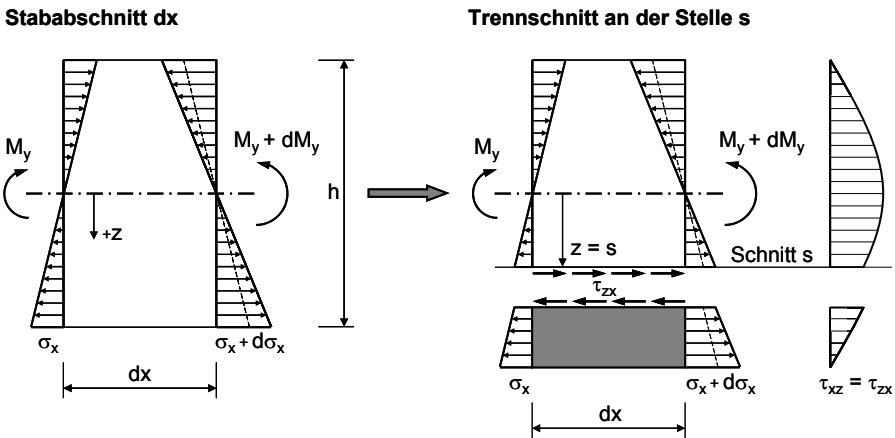


Abb. 2.15: Stababschnitt  $dx$  eines Balkens aus linear-elastischem Material mit den einwirkenden Längsspannungen  $\sigma_x$  infolge Biegung, Trennschnitt durch diesen Stababschnitt an der Stelle  $s$  mit den dort wirkenden Schubspannungen  $\tau_{zx}$ .

Von diesem Stababschnitt wird der untere Teil durch einen Trennschnitt an der Stelle  $z = s$  parallel zur Stabachse abgetrennt. Betrachtet man daran das horizontale Kräftegleichgewicht, wird deutlich, dass in der Schnittfläche des Trennschnitts Schubspannungen wirken müssen (vgl. Abb. 2.15 rechts). Über die Gleichgewichtsbedingung  $\Sigma H = 0$  kann die Größe der Spannungen bestimmt werden. Es gilt:

$$\tau_{zx}(s) \cdot b(s) \cdot dx = \int_{z=s}^{h/2} d\sigma_x(z) \cdot b(z) \cdot dz = \frac{dM_y}{I_y} \cdot \int_{z=s}^{h/2} z \cdot dA = \frac{dM_y}{I_y} \cdot S(s) \quad (2.23)$$

In Verbindung mit Gl. (2.17) ergibt sich daraus die sog. „Dübelformel“:

$$\tau_{zx}(s) = \frac{dM_y}{dx} \cdot \frac{S(s)}{I_y \cdot b(s)} = \frac{V_z \cdot S(s)}{I_y \cdot b(s)} \quad (2.24)$$

Über diese Gleichung kann der Schubspannungsverlauf im Querschnitt für linear-elastische Werkstoffe ermittelt werden. Da in diesem Fall das Hookesche Gesetz gilt, können aus den Schub- und Längsspannungen die Hauptspannungen berechnet werden zu:

$$\sigma_{1/2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} \quad (2.25)$$

Alleine aus Gleichgewichtsgründen treten also bei einem längs der Stabachse veränderlichen Moment immer Schubspannungen im Querschnitt auf. Wenn das Material nicht schubstarr ist, können über den Schubmodul  $G$  aus den Schubspannungen demnach auch Gleitungen  $\gamma$  berechnet werden. Um eine Aussage zu den entsprechenden Verformungen des Querschnitts an der Stelle  $x$  machen zu können, müssen die Längsdehnungen über die gesamte Länge  $x$  und die Gleitungen über die Querschnittshöhe  $h$  integriert werden. Für einen Rechteckquerschnitt ist dies in Abb. 2.16 exemplarisch dargestellt. Um die Verformungen anschaulich darstellen zu können, wurden dort die Längsdehnungen in  $x$ -Richtung vereinfachend nur über den Stababschnitt  $dx$  integriert.

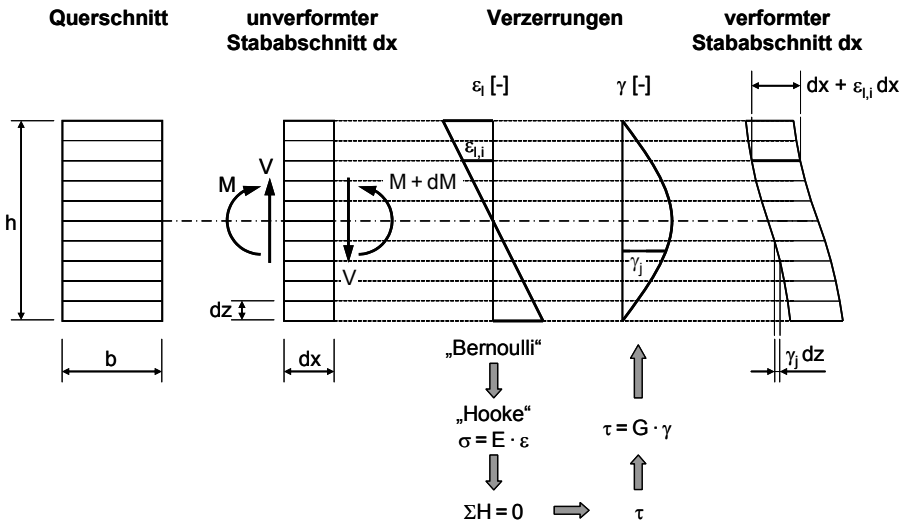


Abb. 2.16: Durch Lamellen diskretisierter Stababschnitt  $dx$  mit einwirkenden Schnittgrößen  $M_y$  und  $V_z$ , Verteilung der resultierenden Längsdehnung  $\epsilon_i$  und Gleitung  $\gamma_j$ , resultierende Verformung des Stababschnitts  $dx$ .

D. h. für Materialien, die nicht schubstarr sind, ergibt sich eine Verwölbung des Querschnitts. Dies steht jedoch nicht zwangsläufig im Widerspruch zu der sich aus der Bernoulli-Hypothese ergebenden ebenen Verteilung der Längsdehnungen. Auch für nicht-schubstarre Materialien kann eine ebene Verteilung der Längsdehnungen angesetzt werden, sofern die sich einstellende Verwölbung nicht durch eine unterschiedliche Verwölbung benachbarter Querschnitte oder durch entsprechende Randbedingungen behindert wird. Eine unterschiedliche Verwölbung benachbarter Querschnitte ergibt sich bei einer längs der Stabachse veränderlichen Querkraft. Die Bernoulli-Hypothese sollte also nicht als Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte bezeichnet werden, sondern als Hypothese von der gleichmäßigen Verwölbung der Querschnitte. Darauf wird z. B. in *Hanzal 1965* und *Schleeh 1966* hingewiesen.

Bei Stahlbeton- oder Spannbetonbalken reißt der Querschnitt bei Überschreitung der Zugfestigkeit des Betons auf und geht in Zustand II über. Aber auch in einem aufgerissenen Stahlbetonquerschnitt ergeben sich alleine aus Gleichgewichtsgründen immer dann Schubspannungen, wenn sich die Spannungsergebnisse in der Biegezugbewehrung längs der Stabachse in ihrer Größe ändert. Da zwischen der Bewehrung und der Nulllinie keine weiteren Längsspannungen einwirken, sind die Schubspannungen in diesem Teil des Querschnitts nur von der Querschnittsbreite abhängig. Ihre Größe ergibt sich wiederum aus dem horizontalen Kräftegleichgewicht an einem Trennschnitt an der Stelle  $z = s$  durch den Stababschnitt  $dx$  (vgl. Abb. 2.17). Es gilt:

$$\tau_{zx}(s) = \frac{dM_y}{b(s) \cdot z_V} = \frac{V_z}{b(s) \cdot z_V} \quad (2.26)$$

Hierbei ist  $z_V$  der Hebelarm der inneren Kräfte  $dF_c$  und  $dF_s$ , die aus der Momentenänderung  $dM_y$  resultieren, und nicht der innere Hebelarm  $z_M$  des Kräftepaars  $F_s = F_c$  aus der Biegebemessung.

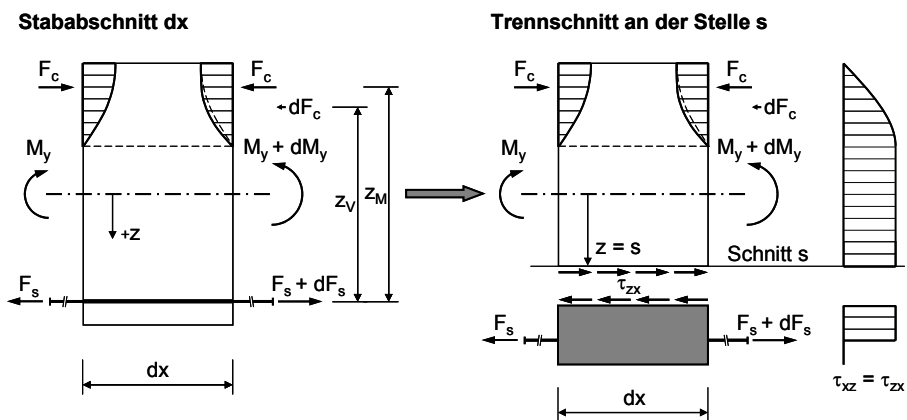


Abb. 2.17: Stababschnitt  $dx$  eines Balkens aus Stahlbeton im Zustand II mit den einwirkenden Längsspannungen  $\sigma_x$  infolge Biegung, Trennschnitt durch diesen Stababschnitt an der Stelle  $z = s$  mit den dort wirkenden Schubspannungen  $\tau_{zx}$ .

Zwischen der Nulllinie und der Längsbewehrung wirken also nur Schubspannungen und keine Längsspannungen. Damit liegt in diesem Teil des Querschnitts ein reiner Schubspannungszustand vor. Am Mohrschen Spannungskreis wird deutlich, dass in diesem Fall die Schubspannungen gleich groß sind, wie die unter  $45^\circ$  geneigten Hauptspannungen (vgl. Abb. 2.18).

Unter einer Zugbeanspruchung versagt Beton beim Erreichen der Zugfestigkeit, unter einer Druckbeanspruchung beim Erreichen der Druckfestigkeit. Ein reines Schubversagen, wie es z. B. bei Stahl beobachtet werden kann, tritt bei Beton hingegen nicht auf. Unter einer entsprechenden Schubbeanspruchung versagt der Beton hingegen in Richtung der geneigten Hauptzugspannungen auf Zug. D. h., es können zwar aus Gleichgewichtsgründen Schubspannungen  $\tau$  berechnet werden, auf den Beton wirken jedoch die äquivalenten Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ .

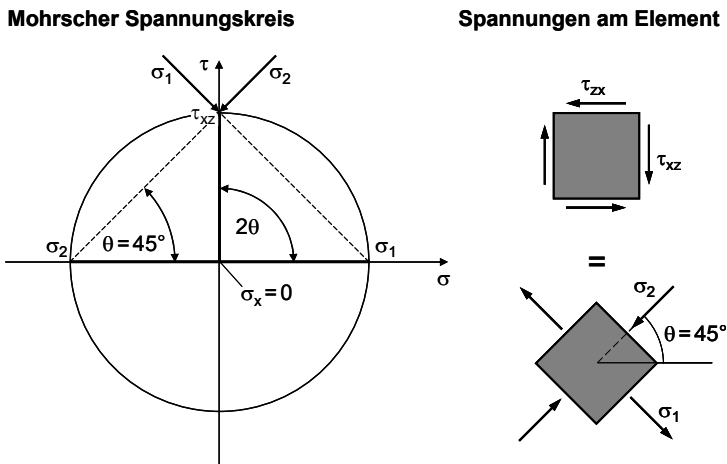


Abb. 2.18: Zusammenhang zwischen reinem Schubspannungszustand und äquivalenten Hauptspannungen am Mohrschen Spannungskreis, Element unter reiner Schubbeanspruchung, gleichwertige Beanspruchung des Elementes durch Hauptspannungen unter  $45^\circ$  Neigung.

Durch die Wirkung der geneigten Hauptspannungen kann bei biege- und schubbeanspruchten Stahlbetonbalken beobachtet werden, dass sich die zunächst rechtwinklig zum gezogenen Bauteilrand entstandenen Biegerisse bei steigender Belastung oberhalb der Bewehrung zu geneigten Schubrissen entwickeln. Im Bereich des Querschnitts zwischen Druckzone und Biegezugbewehrung, in dem eine reine Schubbeanspruchung vorliegt, versagt der Beton also aufgrund der schiefen Hauptzugspannungen durch Erreichen der Zugfestigkeit. Es entstehen somit Risse in Richtung der geneigten Hauptdruckspannungen.

Aufgrund des nichtlinearen Materialverhaltens des Stahlbetons ist eine getrennte Berechnung der Längs- und Schubspannungen mit einer daran anschließenden Überlagerung der Ergebnisse nicht zulässig. Um schubbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbalken dennoch bemessen zu können, wurden zunächst Ingenieurmodelle zur Ermittlung der Schubtragfähigkeit entwickelt. Dabei wurde das beschriebene Verhalten von schubbeanspruchten Stahlbetonbalken zugrunde gelegt.

Zwischen den resultierenden Zug- und Druckkräften in Längsrichtung wird ein reiner Schubbeanspruchungszustand angesetzt. Die geneigten Hauptdruckspannungen werden vom Beton aufgenommen, die geneigten Hauptzugspannungen von der Querkraftbewehrung. Zusammen mit den Zug- und Druckgurten ergibt sich so ein Fachwerk, das den inneren Lastabtrag im Stahlbeton- und Spannbetonbalken abbildet. Seit den ersten Modellen in der Anfangszeit des Eisenbetonbaus wurden im Laufe der Entwicklung der Bauweise zahlreiche verschiedene Modelle entwickelt. Eine kleine Auswahl dieser Modelle wird weiter unten kurz vorgestellt.

## 2.2.4 Schubspannungen infolge Torsion

Im Gegensatz zu den Schubspannungen, die infolge einer Änderung der Biegemomente entstehen, haben die Schubspannungen infolge Torsion einen völlig anderen Charakter. Sie sind in Ihrer Größe nur von der Querschnittsgeometrie und dem einwirkenden Torsionsmoment abhängig. Die zugehörigen Schubspannungen infolge Torsion können auch bei linear-elastischen Materialien nur für folgende Querschnittsformen durch eine elementare Lösung ermittelt werden:

- Kreisvollquerschnitt,
- Kreisringquerschnitt,
- dünnwandige geschlossene Hohlquerschnitte.

Für den Kreisvoll- und Kreisringquerschnitt ergibt sich eine lineare Verteilung der Schubspannungen. Bei dünnwandigen geschlossenen Hohlquerschnitten kann die Verteilung über die Wanddicke als konstant angenommen werden (vgl. Abb. 2.19).

Beim Kreisvoll- und Kreisringquerschnitt betragen die Schubspannungen:

$$\tau(r) = \frac{T_x}{I_p} \cdot r \quad \text{mit: } I_p = \frac{\pi}{2} \cdot (r_a^4 - r_i^4) \quad (2.27)$$

Beim dünnwandigen geschlossenen Hohlquerschnitt betragen sie:

$$\tau = \frac{T_x}{2 \cdot A_m \cdot t} \quad (1. \text{ Bredtsche Formel}) \quad (2.28)$$

$A_m$  ist hierbei die vom mittleren Radius umschlossene Fläche,  $t$  ist die Wanddicke.

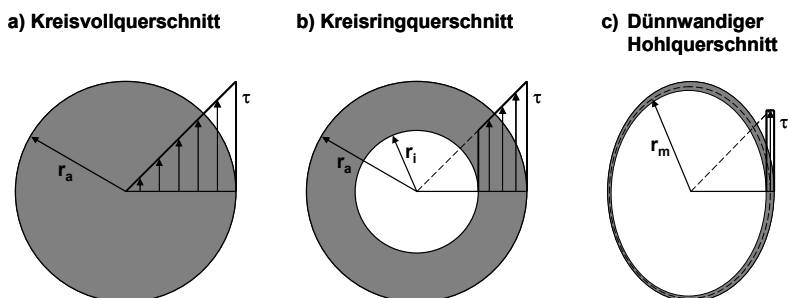


Abb. 2.19: Verteilung der Schubspannungen infolge Torsion: a) Kreisvollquerschnitt, b) Kreisringquerschnitt und c) dünnwandiger geschlossener Hohlquerschnitt.

Für andere Querschnittsformen, die in der Praxis vorkommen, können die maximalen Schubspannungen über das sog. Torsionswiderstandsmoment  $W_T$  mit der Formel:

$$\tau_{\max} = \frac{T_x}{W_T} \quad (2.29)$$

berechnet werden. Die Formeln zur Berechnung von  $W_T$  sind in verschiedenen Tabellenwerken aufgeführt. Aussagen zum Verlauf der Schubspannungen innerhalb des Querschnitts sind damit jedoch nicht möglich. Die maximalen Schubspannungen treten jedoch immer am Querschnittsrand auf.

Neben der gegenseitigen Verdrehung benachbarter Querschnitte kommt es im Allgemeinen auch zu einer Verwölbung der Querschnitte. Nur bei einigen ausgewählten Querschnitten, wie z. B. Kreisvoll-, Kreisring-, L- und T-Querschnitten kommt es zu keiner Verwölbung. Diese Querschnitte werden als wölbfrei bezeichnet. Wird die Verwölbung der Querschnitte z. B. durch eine feste Einspannung am Auflager verhindert, treten neben den Schubspannungen auch Längsspannungen auf. Man spricht in diesem Fall von Wölbkrafttorsion. Bei wölbfreien Querschnitten und bei frei möglicher Verwölbung treten nur Schubspannungen auf. Man spricht in diesem Fall von St. Venantscher Torsion. Es liegt dann also ein reiner Schubspannungszustand vor, der wiederum durch äquivalente Hauptspannungen abgebildet werden kann, die unter  $45^\circ$  zu den Schubspannungen geneigt sind.

Bei Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten erfolgt der Lastabtrag im Beton analog zu den auf Biegeschub beanspruchten Querschnitten über geneigte Hauptspannungen, für die sich ebenfalls ein Fachwerkmodell entwickeln lässt. Da die Schubspannungen am Querschnittsrand am größten sind und zum Kern des Querschnitts hin stark abnehmen, wird bei torsionsbeanspruchten Vollquerschnitten aus Stahlbeton und Spannbeton ein sog. Ersatzhohlkastenquerschnitt betrachtet, bei dem der geringe Anteil des Querschnittskerns am Lastabtrag vernachlässigt wird. Bei Hohlkastenquerschnitten, wie sie im Brückenbau vorkommen, kann der tatsächliche Querschnitt betrachtet werden. Ähnlich wie für biege- und schubbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbalken wurden auch für torsionsbeanspruchte Balken einige Ingenieurmodelle entwickelt, von denen Einzelne nachfolgend kurz vorgestellt werden.

## **2.2.5 Modelle für schub- und torsionsbeanspruchte Balken**

Bei den im Folgenden vorgestellten Modellen zur Berechnung von schub- und torsionsbeanspruchten Stahlbeton- und Spannbetonbalken handelt es sich nicht mehr um Verzerrungsberechnungen am Querschnitt, sondern es wird stets ein größerer Stababschnitt bestehend aus einem oder mehreren Schubfeldern betrachtet. Die Modelle wurden anfangs nur zur Ermittlung der Tragfähigkeit entwickelt, weshalb zunächst auch nur die Gleichgewichtsbedingungen betrachtet wurden. Im Zuge der Weiterentwicklung wurden später auch die Verträglichkeitsbedingungen der betrachteten Schubfelder mit berücksichtigt, nicht jedoch die innerhalb des Querschnitts. Zwar sind durch die Einbeziehung der Verträglichkeitsbedingungen auch näherungsweise Aussagen zur Spannungsverteilung bei Beanspruchungen unterhalb der Traglast möglich, der sich tatsächlich im Querschnitt einstellende Spannungs-

und Verzerrungszustand kann allerdings nicht ermittelt werden. Die Modelle stellen also lediglich ein Hilfsmittel dar, das eine zuverlässige Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbalken ermöglicht, obwohl bei nicht-linearen Werkstoffen eine Superposition von separat ermittelten Spannungen nicht mehr zulässig ist.

Die nachfolgend vorgestellten Modelle sollen nur einen kurzen Überblick über die wesentlichen Entwicklungsschritte geben. Daher werden nur einzelne ausgewählte Modelle aus der Vielzahl an dokumentierten Modellen vorgestellt. Die Übersicht erhebt somit keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

### 2.2.5.1 45° Fachwerkmodelle für Querkraft und für Torsion

Abgeleitet vom reinen Schubspannungszustand, der wie oben gezeigt rechnerisch bei einer Biege- und Schubbeanspruchung im Zustand II zwischen der Biegezugbewehrung und der Nulllinie herrscht, stellt das ebene 45° Fachwerkmodell das einfachste Querkraftmodell dar. Es bildet das Tragverhalten eines biege- und schubbeanspruchten Stahlbetonträgers im Grenzzustand der Tragfähigkeit wie in Abb. 2.20 dargestellt mittels eines Zug- und Druckgurtes mit dem Hebelarm  $z$  (zwischen der Biegezugbewehrung und der Resultierenden der Betondruckzone), unter 45° geneigten Betondruckstreben und rechtwinklig zur Stabachse oder unter -45° geneigten Zugstreben (Bügel oder aufgebogene Längsbewehrung) ab. Das Modell ist erstmals in *Ritter 1899* dokumentiert. Während sich beim Modell von *Ritter* die Druckstreben noch jeweils zwischen zwei Bügeln erstrecken, erstrecken sie sich bei *Mörsch 1902* bereits über mehrere Bügel hinweg.

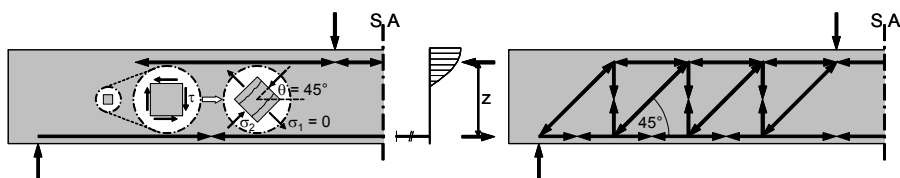


Abb. 2.20: Grundlegendes 45° Fachwerkmodell von Ritter und Mörsch für biege- und schubbeanspruchte Stahlbetonbalken mit Bügeln rechtwinklig zur Stabachse.

Für torsionsbeanspruchte Balken wird darauf aufbauend in *Rausch 1929* ein räumliches Fachwerkmodell vorgeschlagen, bei dem die Druckstreben in den Seitenflächen des Trägers wendelförmig unter 45° verlaufen. Die Zugstreben werden durch geschlossene Bügel gebildet, in deren Ecken in Längsrichtung Zugbewehrung angeordnet ist (vgl. Abb. 2.21). Für Vollquerschnitte wird ein Ersatzhohlkastenquerschnitt festgelegt, dessen Dicke abhängig ist von der Betondeckung der Bewehrung.

Diese beiden grundlegenden Modelle bildeten die Basis für die weitere Entwicklung.



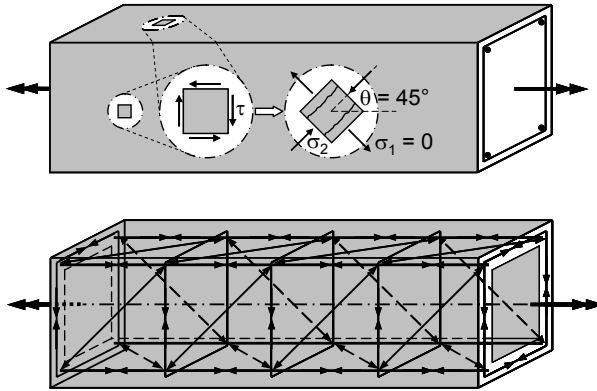


Abb. 2.21: Grundlegendes 45° Fachwerkmodell von Rausch für torsionsbeanspruchte Stahlbetonbalken mit Bügeln rechteckig zur Stabachse.

Die in den einzelnen Elementen des Fachwerkmodells wirksamen Kräfte und Spannungen ergeben sich alleine aus den Gleichgewichtsbedingungen an einem Schubfeld (vgl. Abb. 2.22). Dabei ist es grundsätzlich egal, ob das Schubfeld den Abschnitt eines Balkens mit Rechteckquerschnitt, den Steg eines profilierten Trägers oder die Wand eines Ersatzhohlkastens repräsentiert.

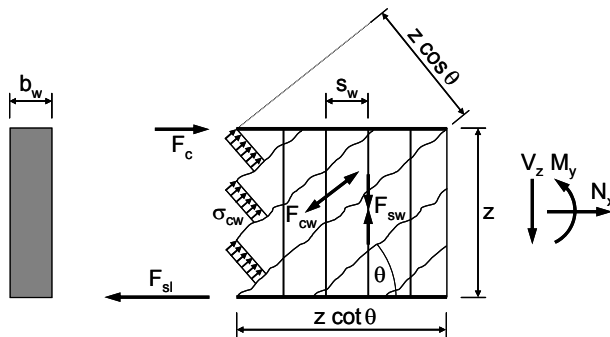


Abb. 2.22: Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen an einem Schubfeld nach Thürlimann 1978.

Aus den Gleichgewichtsbedingungen ergeben sich die folgenden Beziehungen für die Kräfte und Spannungen innerhalb des Fachwerkmodells. Diese Beziehungen sind für alle weiteren Fachwerkmodelle gültig.

$$F_{sl} = \frac{M_y}{z} + \frac{N_x}{2} + \frac{V_z \cdot \cot \theta}{2} \quad (2.30)$$

$$F_c = -\frac{M_y}{z} + \frac{N_x}{2} + \frac{V_z \cdot \cot \theta}{2} \quad (2.31)$$

$$\sigma_{cw} = \frac{F_{cw}}{b_w \cdot z \cdot \cos \theta} = \frac{V_z}{b_w \cdot z} \cdot \frac{1}{\sin \theta \cdot \cos \theta} \quad (2.32)$$

$$F_{sw} = \frac{V_z \cdot s_w}{z \cdot \cot \theta} \quad (2.33)$$

Bei den Modellen von Ritter, Mörsch und Rausch ist die Neigung  $\theta = 45^\circ$ .

### 2.2.5.2 Fachwerkmodell mit veränderlicher Druckstrebenneigung

Da die Rissneigung in Versuchen meist flacher gegenüber der Stabachse geneigt ist als  $45^\circ$ , und weil es zu einer Verzahnung der Rissufer kommt, wird in *Kupfer 1964* die Fachwerkanalogie auf flachere Druckstrebenneigungen erweitert. Über das Prinzip vom Minimum der Formänderungsarbeit wird dort gezeigt, dass die Druckstreben im Fachwerkmodell flacher als  $45^\circ$  geneigt sein müssen.

Diese Erweiterung stellt den Beginn der Entwicklung des Fachwerkmodells mit veränderlicher Druckstrebenneigung dar, das auf dem statischen Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie beruht. Demnach kann die Belastung eines Systems solange gesteigert werden, bis so viele plastische Gelenke entstanden sind, dass eine kinematische Kette entsteht. Es wird daher unterstellt, dass es zu einem Fließen der Bügel kommt. Zur Vermeidung eines spröden Bauteilversagens wird die Tragfähigkeit der Druckstreben beim Modell mit veränderlicher Druckstrebenneigung über eine maximale Druckspannung begrenzt. Das Modell und dessen Herleitung sind sehr anschaulich in *Thürlimann 1978* beschrieben, wobei die zugrundeliegenden Gleichgewichtsbetrachtungen nach wie vor die gleichen sind, die oben angegeben sind.

Thürlimann geht auch auf eine sinnvolle Begrenzung für den zu wählenden Druckstrebenneigungswinkel ein. Dazu wird angenommen, dass sich die Risse nur rechtwinklig zur Rissrichtung öffnen. Über die Betrachtung der Verzerrungen einer gerissenen Stegscheibe kann dann ein Zusammenhang zwischen den Dehnungen in Richtung der Längsbewehrung  $\varepsilon_{sl}$  bzw. in Richtung der Bügel  $\varepsilon_{sw}$  und der Dehnung  $\varepsilon_{cr}$  rechtwinklig zum Riss abgeleitet werden („Hauptrissdehnung“). Durch den Bezug auf die Fließgrenze der Bewehrung  $\varepsilon_y$  wird hieraus der Einfluss der Druckstrebenneigung  $\theta$  auf den Fließbeginn in der Bewehrung sehr gut ersichtlich (vgl. Abb. 2.23).

Für flache Neigungswinkel  $\theta$  erreichen die Bügel bereits bei viel kleineren Dehnungen  $\varepsilon_{cr}$  die Fließgrenze als die Längsbewehrung, d. h., die Bügel werden hier eher maßgebend und es kommt zu einem reinen Schubversagen. Bei steileren Neigungswinkeln wird hingegen eher die Längsbewehrung maßgebend und es kommt zu einem reinen Biegeversagen. Damit werden die beiden Grenzen  $0,5 \leq \cot \theta \leq 2,0$  begründet, die aufgrund von Versuchsbeobachtungen festgelegt wurden. Diese Grenzen finden sich in ähnlicher Form auch heute noch in den Bemessungsvorschriften. Durch die untere Grenze des Neigungswinkels wird außerdem verhindert, dass es vorzeitig zu einem spröden Druckstrebenversagen kommt.

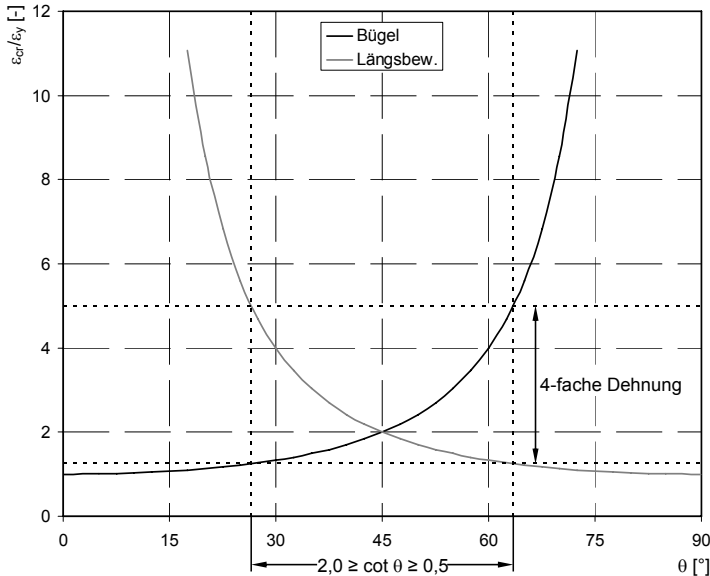


Abb. 2.23: Zusammenhang zwischen Dehnung rechtwinklig zum Riss, Fließbeginn der Bewehrung und Druckstrebenneigung nach *Thürlimann 1978*.

Ohne eine untere Begrenzung der Druckstrebenneigung ergeben sich beim Fachwerkmodell mit variabler Neigung rechnerisch unendlich große Spannungen in den Druckstreben, wenn die Neigung gegen den Wert null geht. Mit dem Anwachsen der Druckspannungen in den Streben ergeben sich aus den Gleichgewichtsbedingungen zudem zwangsläufig entsprechend große Spannungen in der Längsbewehrung.

### 2.2.5.3 Druckfeldtheorie

Ausgehend vom Fachwerkmodell mit veränderlicher Druckstrebenneigung wird in *Mitchell und Collins 1974* zunächst für Stahlbetonbalken unter Torsionsbeanspruchung die sog. Compression-Field Theory (*engl.: compression-field = deut.: Druckfeld*) entwickelt und später auf kombiniert beanspruchte Balken erweitert. Abschließend wird die Theorie in *Collins und Mitchell 1980* vorgestellt. Gegenüber vorhergehenden Modellen gibt es hier zwei wesentliche Weiterentwicklungen.

Zum Einen wird über die Kompatibilitätsbedingungen des betrachteten Schubfeldes der Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$  abgeleitet. Dazu greifen die Autoren auf die sog. Zugfeldtheorie zurück, nach der in *Wagner 1929* die Berechnung dünnwandiger Blechwandträger erfolgt. Durch Ausbeulen fällt bei diesen Trägern im Steg der Lastabtrag auf Druck aus, wodurch sich ein geneigtes Zugfeld ausbildet. Dessen Neigung leitet Wagner über die Kompatibilitätsbedingungen des Schubfeldes ab. Im Schubfeld von Stahlbetonträgern sind die Verhältnisse gerade umgedreht. Der Lastabtrag im Beton auf Zug fällt aus und es bildet sich ein geneigtes Druckfeld. Als Bestimmungsgleichung für die Druckfeldneigung ergibt sich demnach:

$$\tan^2 \theta = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_q - \varepsilon_2} \quad (2.34)$$

Außerdem wird bei der Druckfeldtheorie die Wanddicke des Ersatzhohlkastens über die Verwölbung der Außenflächen eines auf Torsion beanspruchten Balkens abgeleitet. Ist der Querschnitt eines tordierten Balkens nicht wölbefrei (z. B. ein Rechteckquerschnitt), werden durch die Verdrillung des Balkens auch seine seitlichen Oberflächen verwölbt. Für die Druckstreben im Fachwerkmodell bzw. die Druckfelder in der Druckfeldtheorie ergibt sich damit eine zusätzliche Biegebeanspruchung. Diese führt zu einem Aufreißen des Querschnitts im Kern.

Für die Druckfeldtheorie wird zunächst eine Beziehung zwischen der Verwölbung der Oberfläche, der damit verbundenen Krümmung des Druckfeldes und der Neigung des Druckfeldes hergestellt. Für einen Winkel von  $45^\circ$  ergibt sich dabei die stärkste Krümmung des Druckfeldes. Die Krümmung der Druckstreben stellt für diese eine Biegebeanspruchung dar. Ähnlich wie bei einer Biegebemessung (vereinfacht mit einem Spannungsblock) kann dann auf die Druckzonenhöhe, also die Dicke des Druckfeldes zurückgeschlossen werden. Somit ergibt sich eine Beziehung zwischen der Wanddicke des anzusetzenden Ersatzhohlkastens und der Neigung des Druckfeldes.

Die anhand von Versuchen an mehraxial beanspruchten Scheibenelementen aus Stahlbeton ermittelten Werkstoffgesetze des Stahlbetons flossen später mit in die Druckfeldtheorie ein. In *Vecchio und Collins 1986* wird die daraus entstandene Modified Compression-Field Theory vorgestellt. Wie bei der Druckfeldtheorie werden auch bei der Modifizierten Druckfeldtheorie mittlere Dehnungen und Spannungen des Schubfeldes betrachtet, die vereinfachend als gleichgerichtet angenommen werden, d. h., Hauptdehnungen und -spannungen sind koaxial. Die in *Vecchio und Collins 1986* dargestellten Versuchsergebnisse zeigen, dass diese Annahme auch bei gerissenen Stahlbetonscheiben für die mittleren Dehnungen und Spannungen eine sehr gute Näherung ist. Die Annahme der Koaxialität bedingt rechnerisch jedoch, dass sich die Neigung der Risse bei einer Veränderung der Scheibenbeanspruchung ändern kann. Deshalb wird bei Modellen mit koaxialen Hauptdehnungen und -spannungen von Modellen mit rotierender Rissneigung gesprochen.

### **2.2.5.4 Fachwerkmodell mit Rissreibung**

Dem entgegen stehen die Modelle mit fester Rissneigung, bei denen keine Koaxialität mehr vorausgesetzt wird und planmäßig mit einer Kraftübertragung in den Schubrisse gerechnet wird. Eines dieser Modelle liegt auch der aktuellen deutschen Bemessungsvorschrift für Stahlbeton- und Spannbetontragwerke *DIN 1045-1 2008* zugrunde. Hier wird von einer festen Neigung der Schubrisse ausgegangen.

Der Neigungswinkel der Risse  $\beta_r$  wird dabei in Abhängigkeit von ggf. einwirkenden Normalspannungen festgelegt. Wirken auf den Querschnitt z. B. Druckspannungen infolge einer Vorspannung, ergibt sich eine flachere Rissneigung. Dies trägt der Tatsache Rechnung, dass die Hauptdruckspannungen im ungerissenen Beton durch die Wirkung der Vorspannkraft flacher geneigt sind. Ohne Einfluss einer Normalspannung wird eine Rissneigung von  $\beta_r = 40^\circ$  angesetzt, ein Wert, der sich aus Versuchsbeobachtungen ergeben hat.

Aufgrund der Rissreibung innerhalb der Schubrisse werden dann Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$  zugelassen, die kleiner als die Rissneigung  $\beta_r$  sind. Da die durch

Rissreibung übertragbaren Kräfte begrenzt sind, ergibt sich damit eine untere Begrenzung der Druckstrebenneigung  $\theta$ . Ohne die Rissreibung müsste die Druckstrebenneigung gleich der Rissneigung sein. Damit repräsentiert die Rissreibung letztlich einen zusätzlich zum Fachwerkmodell wirkenden Betontraganteil, der für die Anwendung in *DIN 1045-1 2008* nur in eine Begrenzung der Druckstrebenneigung umgerechnet wird. Für Festlegung dieses Betontraganteils in *DIN 1045-1 2008* wurden verschiedene Ansätze bewertet und schließlich eine vereinfachte Beziehung festgelegt. In *Reineck 1999* wurden die daraus resultierenden Ergebnisse mit zahlreichen Versuchsergebnissen verglichen und somit statistisch abgesichert.

Das gleiche Modell kann prinzipiell auch für torsionsbeanspruchte Balken angewendet werden, wenn bei Vollquerschnitten ein Ersatzhohlkastenquerschnitt betrachtet wird. In den einzelnen Wänden dieses Querschnitts können sich dann je nach Größe und Vorzeichen der dort wirkenden Längsspannungen unterschiedliche Druckstrebenneigungswinkel ergeben. Bei gleichzeitiger Wirkung von Querkraften und Torsionsmoment wird für die Ermittlung der Druckstrebenneigung je Wand die dort wirkende Schubkraft aus Torsion und Querkraft berücksichtigt. Zusätzlich ist für die Ausnutzung der Querkrafttragfähigkeit und der Torsionstragfähigkeit die lineare Interaktionsbeziehung einzuhalten, d. h., die Summe der Ausnutungsgrade darf nicht größer als 1,0 sein.

Auch bei diesem Modell haben die Gl. (2.30) bis (2.33) Gültigkeit, mit denen die Kräfte im Fachwerkmodell ermittelt werden können. Die Beziehungen für den Betontraganteil und die daraus resultierende Begrenzung der Druckstrebenneigung nach *DIN 1045-1 2008* werden in Kap. 4.3 ausführlich dargestellt. Obwohl bei diesem Modell die Druckstreben die Schubrisse planmäßig kreuzen, werden die Betondruckspannungen in den Streben des Fachwerks nur auf 75 % der Druckfestigkeit begrenzt. Da die Querkrafttragfähigkeit rechnerisch jedoch meist durch den Betontraganteil und die daraus resultierende Druckstrebenneigung begrenzt wird, wird dieser Widerspruch zu den Ergebnissen aus *Schäfer et al 1990* toleriert. Allerdings werden damit bei vielen Trägern rechnerisch die Bügel maßgebend, obwohl sich im Versuch tatsächlich ein Schubdruckbruch einstellen würde.

### **2.2.6 Berücksichtigung der Interaktion bei kombinierter Beanspruchung**

Sowohl die hier vorgestellten als auch die zahlreichen weiteren existierenden Modelle für schub- und torsionsbeanspruchte Balken beschreiben grundsätzlich nur den Lastabtrag für eine Querkraft- und/oder Torsionsbeanspruchung. Bei gleichzeitiger Wirkung von Biegung und/oder Normalkraft stellt sich jedoch ein dreidimensionaler Spannungszustand im Balken ein. Daher ist es bei einer vereinfachten Betrachtung über getrennte Modelle erforderlich, die Interaktion zwischen den Spannungen und Verzerrungen in Längs- und Querrichtung zu berücksichtigen.

Beim Fachwerkmodell mit Rissreibung wird daher z. B. der Einfluss der Längsspannungen auf die Neigung der Risse  $\beta_r$  berücksichtigt und hat damit Einfluss auf die Druckstrebenneigung. Zusätzlich kann bei allen Fachwerkmodellen der bei der Biegebemessung ermittelte innere Hebelarm  $z$  mit in die Berechnung des Fachwerkmodells einfließen. Durch die Wirkung des Fachwerks verändern sich rechnerisch die mit dem Hebelarm  $z$  ermittelten Kräfte im Zug- und Druckgurt. Die Kräfte in

der Längsbewehrung werden größer, die in der Druckzone geringer. Damit beeinflussen die Ergebnisse des Fachwerkmodells die Spannungs- und Dehnungsverteilung in Längsrichtung (vgl. Abb. 2.24).

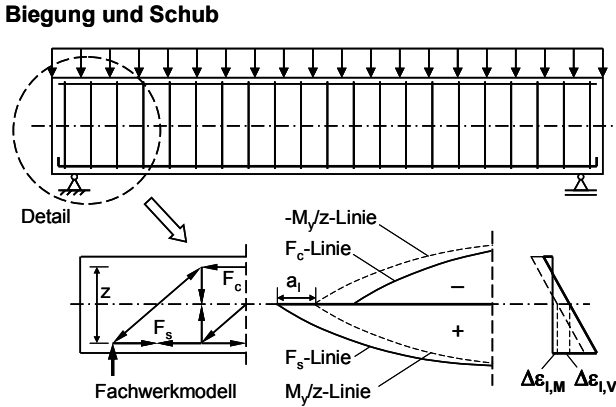


Abb. 2.24: Einfluss der Fachwerkwirkung auf die Verteilung der Längsdehnungen.

Eigentlich wäre hier eine iterative Berechnung erforderlich. Mit Ausnahme der Innenaufleger von Durchlaufträgern liegen die betrachteten Querschnitte für die Nachweise auf Biegung und/oder Normalkraft sowie Querkraft und/oder Torsion jedoch nie an der gleichen Stelle. Daher wird i. d. R. nur die Vergrößerung der Kräfte in der Längsbewehrung bei der Konstruktion der Bewehrung durch das sog. Versatzmaß  $a_1$  und die Zugkraftdeckung berücksichtigt.

Aufbauend auf die Modifizierte Druckfeldtheorie wird in *Rahal und Collins 1995* und *Rahal und Collins 2003* ein Interaktionsmodell für kombiniert beanspruchte Stahlbetonbalken mit Rechteckquerschnitt vorgestellt. Bei diesem Modell wird der dreidimensionale Spannungszustand im Balken über zwei Teilsysteme abgebildet (vgl. Abb. 2.25).

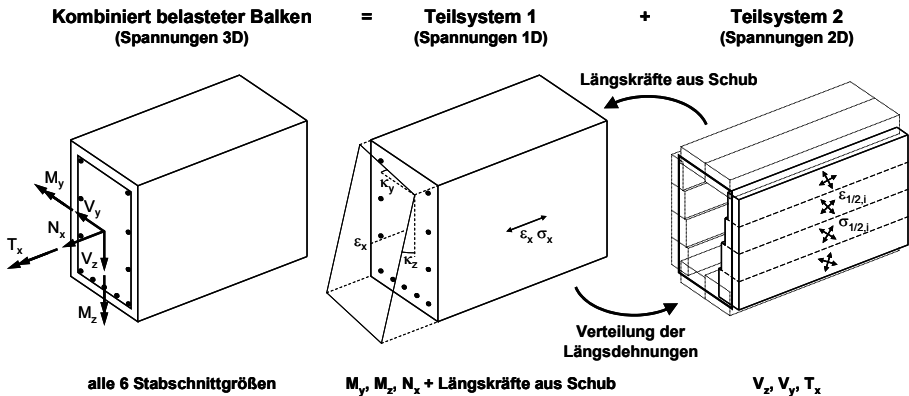


Abb. 2.25: Aufteilung in zwei Teilsysteme und Interaktion zwischen den Teilsystemen nach *Rahal und Collins 2003*.

Am ersten Teilsystem, das aus dem kompletten Betonquerschnitt und der Längsbewehrung besteht, werden nur die Längsdehnungen und -spannungen ermittelt. Dabei werden sowohl die einwirkenden Schnittgrößen  $M_y$ ,  $M_z$  und  $N_x$  als auch die Längsspannungen infolge Schub aus dem zweiten Teilsystem berücksichtigt. Für die Berechnung wird die Bernoulli-Hypothese zugrunde gelegt.

Das zweite Teilsystem besteht aus vier Wandscheiben aus Beton, die mit den Bügeln in Querrichtung bewehrt sind. In den Scheiben ergibt sich durch die Schubbeanspruchung ein zweidimensionaler Spannungszustand. Die Dicke der Wandscheibe hängt im Wesentlichen von der Interaktion von Querkraft und Torsion ab. Während für die Querkraft die Wanddicke gleich der halben Balkenbreite sein müsste, ergibt sich nach der Druckfeldtheorie für den Abtrag der Torsion eine geringere Wanddicke. In *Rahal und Collins 1995* wird daraus eine mittlere Wanddicke berechnet, für die eine konstante Verteilung der mittleren Spannungen angenommen werden kann. Die Wandscheiben werden dann mit den Ansätzen der Modifizierten Druckfeldtheorie berechnet. Da die Längsdehnungen der Scheiben einen Einfluss auf die Berechnung und die anzusetzende Scheibendicke haben, werden die Längsdehnungen in der Wandscheibe, die sich aus dem ersten Teilsystem ergeben, bei der Berechnung berücksichtigt. Um die Verteilung der Dehnungen über die Höhe der Wandscheibe berücksichtigen zu können, werden die Scheiben dazu in Lamellen unterteilt.

### **2.3 Ermittlung des Spannungs- und Verzerrungszustandes im Querschnitt auf Grundlage der Erweiterten Technischen Biegelehre (ETB)**

Die in *Hartung 1985* erstmals hergeleitete und seither in *Hartung und Krebs 2004* und *Krebs et al 2004* ergänzte Erweiterte Technische Biegelehre (ETB) basiert gegenüber den Fachwerk- und Spannungsfeldmodellen auf einem vollkommen anderen Ansatz. Durch eine Erweiterung der TB wird die Ermittlung des Verzerrungszustandes für dickwandige Querschnitte aus nichtlinearen Werkstoffen auch für die Schnittgrößen Querkraft und Torsionsmoment ermöglicht. Damit kann durch eine reine Querschnittsberechnung der Spannungs- und Verzerrungszustand von Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten ermittelt werden, auch wenn diese durch eine Kombination der sechs Stabschnittgrößen  $M_y$ ,  $M_z$ ,  $N_x$ ,  $V_z$ ,  $V_y$  und  $T_x$  beansprucht werden. Lediglich bei Vollquerschnitten ergeben sich in Bezug auf die möglichen Schnittgrößenkombinationen gewisse Einschränkungen, auf die weiter unten noch eingegangen wird.

Weil die ETB innerhalb des Querschnitts sowohl die Gleichgewichts- als auch die Verträglichkeitsbedingungen erfüllt, beschreibt sie sowohl den GZG als auch den GZT mechanisch korrekt. Somit liegt eine der TB vergleichbare Theorie vor, die nicht nur die Biegebeanspruchung, sondern auch die Schubbeanspruchung infolge Querkraft und Torsion beinhaltet. Bei Anwendung der ETB sind daher keine weiteren Modelle zur Beschreibung der Querkraft- und Torsionstragfähigkeit erforderlich.

Für dünnwandige Querschnitte aus linear-elastischen Werkstoffen liefern die ETB und die Elastizitätstheorie für eine beliebige Belastung die gleichen Ergebnisse. Für die Schnittgrößenkombination aus  $M+N$  liefert die ETB sowohl für lineare als auch für nicht-lineare Werkstoffe den gleichen Spannungs- und Verzerrungszustand wie die TB. Die TB stellt somit einen Sonderfall innerhalb der ETB dar. Wie bei der Berechnung für linear-elastische Werkstoffe mit der TB genügt auch bei der ETB grundsätzlich eine Betrachtung an nur einem Querschnitt, da bei der Herleitung der Grenzübergang  $dx \rightarrow 0$  durchgeführt wird.

Im Folgenden werden zunächst die zugrunde liegenden Annahmen und der prinzipielle Ablauf der Berechnung der ETB zusammenfassend vorgestellt. Für die komplette Herleitung und die sich daraus ergebenden Formeln, die der iterativen Berechnung zugrunde liegen, wird auf die oben genannten Veröffentlichungen verwiesen. Dort wird beides ausführlich dargestellt und erläutert. Als Neuerung gegenüber diesen Veröffentlichungen wurde mittlerweile die elementweise Berücksichtigung des TST und TSO realisiert, womit das Tragverhalten der Träger besser erfasst werden kann. Die dafür entwickelten Konzepte sollen hier kurz vorgestellt werden. Außerdem wird begründet, warum die Berücksichtigung des TST für eine wirklichkeitsnahe Berechnung des Verzerrungszustandes im Querschnitt erforderlich ist. Abschließend wird ein erstes Fazit gezogen und es wird auf offene Fragen bezüglich der ETB eingegangen.



### 2.3.1 Zugrunde liegende Annahmen und Vereinfachungen

Die ETB ist gegenüber der TB insofern erweitert, dass nicht nur die Dehnungen und Spannungen in Stablängsrichtung sowie die aus dem Gleichgewicht resultierenden Schubspannungen betrachtet werden, sondern auch die Dehnungen  $\varepsilon_q$  in Querrichtung und die Gleitungen  $\gamma$ . Dafür mussten die zugrundeliegenden Annahmen gegenüber der TB erweitert werden. Für beide Theorien gilt:

- die Verteilung der Längsdehnungen im Querschnitt ist eben,
- die Querschnittsgestalt bleibt erhalten,
- bei im Verbund liegender Bewehrung wird starrer Verbund angesetzt (externe Vorspannung und Vorspannung ohne Verbund wird wie eine äußere Einwirkung als Schnittgrößen berücksichtigt).

Nach der TB gilt zusätzlich:

- die Dehnung in Querrichtung ist gleich null ( $\varepsilon_q = 0$ ),
- die Gleitung ist gleich null ( $\gamma = 0$ ).

D. h. die Schubverformungen und die Dehnungen in Querrichtung werden vernachlässigt. Das Material wird vereinfachend als schubstarr angenommen. Diese Annahmen wurden für die ETB ersetzt durch die folgenden Annahmen:

- die aus der Gleitung resultierende Verwölbung kann sich frei einstellen,
- die Verwölbungsbehinderung durch Streckenlasten wird vernachlässigt,

Während also bei der TB die im Allgemeinen innerhalb des Querschnitts auftretenden Schubverzerrungen vernachlässigt werden, werden bei der ETB nur die Effekte aus der Behinderung dieser Verzerrungen vernachlässigt. Für Biegebereiche von Balken (vgl. Abb. 2.12) ohne einwirkende Streckenlasten ist diese Annahme korrekt (vgl. *Hanzal 1965*). Wirken zusätzlich Streckenlasten in diesen Bereichen, ergeben sich jedoch keine konstanten Querkraftverläufe mehr. Damit treten in benachbarten Querschnitten nicht mehr die gleichen Verwölbungen auf; es kommt zu einer Wölbbehinderung. Aus dieser resultieren wiederum Spannungen in Längsrichtung. D. h., bei der ETB wird nur die Änderung der Längsspannungen aus der Wölbbehinderung vernachlässigt, während bei der TB sowohl die Längsspannungsänderungen als auch die Verwölbung selbst vernachlässigt werden. Für beide Theorien gilt, dass sie streng genommen nur innerhalb der Biegebereiche von Balken gültig sind (vgl. Abb. 2.12). Bei Trägern mit abschnittsweise stark unterschiedlichen Querkraftbewehrungsgraden ist dies nicht mehr erfüllt. Für in Längsrichtung benachbarte Querschnitte können sich in diesem Fall unverträgliche Dehnungen rechtwinklig zur Stabachse ergeben, wodurch sich die Dehnungsverteilungen der beiden Querschnitte gegenseitig beeinflussen, was mit der ETB jedoch nicht berücksichtigt wird. Näherungsweise können beide Theorien jedoch auch in solchen Diskontinuitätsbereichen eingesetzt werden.

Eine weitere grundlegende Annahme der ETB betrifft die Zuordnung der Spannungen zu den Dehnungen. Da neben den Längsdehnungen auch die Querdehnungen und Gleitungen berücksichtigt werden, können mit der ETB innerhalb des Querschnitts die Hauptdehnungen  $\varepsilon_{1c}$  und  $\varepsilon_{2c}$  des Betons sowie deren Ausrichtung  $\varphi$  und  $\theta$  ermittelt werden. Diesen Hauptdehnungen des Betons sowie der Hauptdehnung

der darin eingebetteten Bewehrung (Dehnung in Längsrichtung der Bewehrung) werden entsprechend der zugrunde liegenden nicht-linearen Werkstoffgesetze die Hauptspannungen in gleicher Ausrichtung zugeordnet. In Abb. 2.26 ist diese Zuordnung exemplarisch für ein bewehrtes Scheibenelement dargestellt.

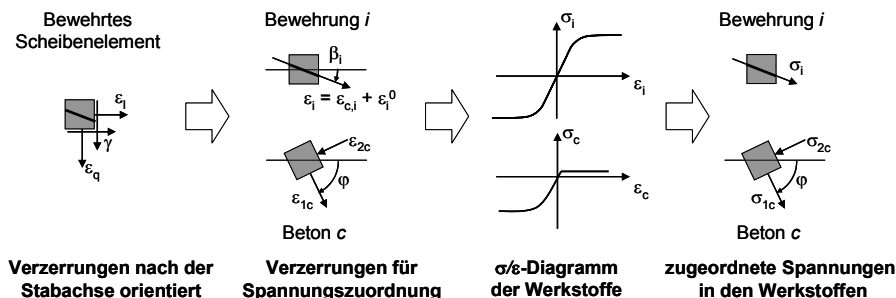


Abb. 2.26: Ermittlung der Hauptdehnungen je Werkstoff und koaxiale Zuordnung der Hauptspannungen über die nicht-linearen Werkstoffgesetze.

Damit wird also angenommen, dass die Hauptspannungen und die Hauptdehnungen des Betons gleichgerichtet, also koaxial sind. Im ungerissenen Zustand trifft diese Annahme uneingeschränkt zu.

Im gerissenen Zustand geht die Koaxialität hingegen im Allgemeinen verloren. Ob und wie stark die Richtungen der Hauptspannungen und -dehnungen dabei voneinander abweichen, hängt von verschiedenen Faktoren ab. Diese sind u. a.:

- die Rissbreite und damit die Größe der wirksamen Rissreibung (Bei kleineren Rissbreiten und einer größeren Rissreibung bleibt die Koaxialität für die mittleren Dehnungen und Spannungen eher erhalten.),
- der Bewehrungsgrad der Riss kreuzenden Bewehrung (Bei einem größeren Bewehrungsgrad und damit einer größeren Dübelwirkung bleibt die Koaxialität für die mittleren Dehnungen und Spannungen eher erhalten.),
- die Größe des betrachteten Ausschnitts (Für die lokalen Spannungen und Dehnungen im gerissenen Zustand trifft die Koaxialität nicht mehr zu, für die über die Risse hinweg gemittelten Werte hingegen u. U. schon.),
- die bereits vorhandenen Risse infolge einer möglichen Vorbelastung.

Für den Gebrauchszustand wird in *Hartung 1985* nachgewiesen, dass die vereinfachende Annahme der Koaxialität nicht zwangsläufig zu einem Widerspruch führt. Dazu wird die maximal mögliche Abweichung der tatsächlich auftretenden Risse von der rechnerischen Rissrichtung zugrunde gelegt. Die dann zur Erhaltung der Koaxialität von Hauptdehnungen und Hauptspannungen im gerissenen Scheibenelement über den Riss zu übertragenden Kräfte können für Normalbeton im Gebrauchszustand noch durch die Rissreibung alleine übertragen werden. Für den Bruchzustand und den damit verbundenen breiteren Rissen reichen die aktivierbaren Rissreibungskräfte rechnerisch hingegen alleine nicht mehr aus. Allerdings können weitere Effekte wie z. B. die Verdübelung der Risse durch die Querkraftbewehrung oder eine bei hohen Querschnitten meist in den Stegen vorhandene Längsbewehrung die vereinfachende Annahme der Koaxialität auch dann noch rechtfertigen.

So wird in *Vecchio und Collins 1986* gezeigt, dass die Annahme der Koaxialität auch für den Bruchzustand eine sehr gute Näherung ist, solange die mittleren Spannungen und Dehnungen betrachtet werden, nicht die lokalen Werte. D. h., bei Annahme der Koaxialität darf nicht mit diskreten Rissen gerechnet werden, sondern mit verschmierten oder gemittelten Rissen. Damit sich entsprechende Übereinstimmungen zwischen der Berechnung und Versuchen an Stahlbetonscheiben ergeben, ist es dann jedoch zwingend erforderlich beim Werkstoffgesetz des Stahlbetons die Effekte Tension-Stiffening und Tension-Softening zu berücksichtigen.

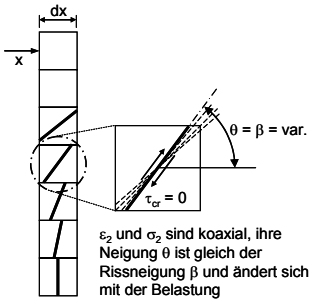
Für die Ermittlung des Verzerrungszustandes mit der ETB werden deshalb verschmierte Risse und die Koaxialität von Hauptspannungen und Hauptdehnungen zugrunde gelegt, womit sich mittlere Spannungen und Verzerrungen ergeben. Die Hauptdehnungen  $\varepsilon_{1c}$  und  $\varepsilon_{2c}$  sowie die Hauptspannungen  $\sigma_{1c}$  und  $\sigma_{2c}$  in Abb. 2.26 repräsentieren also mittlere Werte und keine diskrete Werte. Aussagen über die mittleren Rissbreiten und Rissabstände sowie die Stahlspannungen im Riss können unabhängig davon im Nachgang aus dem mittleren Verzerrungszustand berechnet werden. Weil sich durch den Ansatz der Koaxialität in der Berechnung unter steigender Belastung i. d. R. immer flachere Neigungen  $\theta$  für die Hauptdehnung  $\varepsilon_{2c}$  und damit auch für die Risse ergeben, spricht man hier von einem Modell mit „rotierenden“ Rissen. D. h., sie können rechnerisch ihre Neigung verändern (vgl. Abb. 2.27 a)). Dadurch können die im Versuch beobachteten Rissneigungen bei höheren Belastungsstufen von der Berechnung abweichen.

Als Alternativen zu der für die ETB gewählten Vorgehensweise mit verschmierten, „rotierenden“ Rissen, die auch bei nicht-linearen FEM-Programmen gewählt werden kann, sind aus anderen Querkraftmodellen sowie aus nicht-linearen FEM-Programmen sowohl der Ansatz diskreter Risse (vgl. Abb. 2.27 c)) als auch der Ansatz verschmierter Risse mit fester Rissneigung bekannt (vgl. Abb. 2.27 b)). Der Ansatz von diskreten Rissen ist für die ETB alleine schon deshalb auszuschließen, weil er eine Modellierung des Stabes in Längsrichtung erforderlich macht. Die ETB beschränkt sich jedoch prinzipiell auf eine Betrachtung am Querschnitt. Bedingt durch die Inhomogenität des Betons und die damit vorhandene starke Streuung der Materialeigenschaften im Bauteil, kann eine Berechnung mit diskreten Rissen zudem immer nur einen möglichen Zustand erfassen.

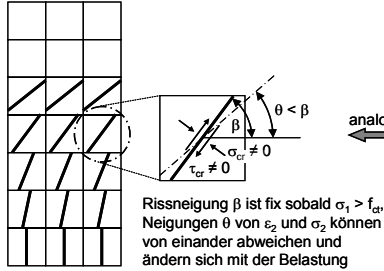
Sowohl beim Ansatz diskreter Risse als auch beim Ansatz von verschmierten Rissen mit fester Rissneigung wird für die Berechnung als weiterer Materialparameter die Größe der durch Rissreibung und Dübelwirkung über die Risse hinweg übertragbaren Kräfte benötigt. Diese Größen sind jedoch starken Streuungen unterworfen und können zudem bisher nur durch empirisch ermittelte Beziehungen beschrieben werden. Zusätzlich hat bei diesen beiden Ansätzen die Belastungsgeschichte einen wesentlichen Einfluss. Solange also nicht die lokalen Spannungen zwischen den Rissen gesucht werden, sondern der mittlere Verzerrungszustand eines Querschnitts, spricht vieles dafür, beim vereinfachten Ansatz der Koaxialität und der verschmierten rotierenden Risse zu bleiben. Die Größe und Richtung der Spannungen im Beton können damit auch ohne Kenntnis der in den konkreten Rissen wirkenden Schubübertragungseffekte berechnet werden. Durch die Konstruktion der Bewehrung sollten jedoch eine Begrenzung der Rissbreite und eine ausreichende Verdübelung erzielt werden.

Rissmodelle mit verschmierten Rissen

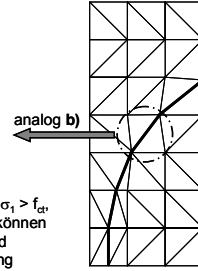
a) rotierend



b) fix



c) Rissmodell mit diskreten Rissen



ETB oder FEM

FEM

FEM

Abb. 2.27: Berechnungsansätze zur Berücksichtigung der Rissbildung: a) Modell mit verschmierten, rotierenden Rissen; b) Modell mit verschmierten, fixen Rissen; c) Modell mit diskreten Rissen und Anpassung des FE-Netzes.

2.3.2 Prinzipieller Ablauf der Berechnung

Wird nach der TB die Längsdehnungsverteilung von Stahlbetonquerschnitten unter zweiaxialer Biegung numerisch ermittelt, werden die Querschnitte i. d. R. in einzelne Elemente unterteilt (vgl. Abb. 2.14). Für die numerische Ermittlung des Gesamtverzerrungszustandes mit der ETB sowie für die Herleitung der dafür erforderlichen Beziehungen ist eine komplexere Diskretisierung des Querschnitts erforderlich (vgl. Abb. 2.28). Die Querschnitte werden zunächst entsprechend ihrer Querschnittsform in Scheiben und Knoten unterteilt, wobei jede Scheibe zwischen zwei Knoten liegt. Treffen mehrere Scheiben in einem Knoten aufeinander, werden Knotenelemente angeordnet; an den Querschnittsrändern werden Randknoten angeordnet. Die Scheiben werden dann in einzelne Scheibenelemente unterteilt, in denen die Hauptdehnungen innerhalb der Scheibenebene ermittelt werden. Hier ergibt sich also ein zweidimensionaler Verzerrungszustand. In den Knotenelementen werden dagegen nur Längsdehnungen ermittelt. Durch die Vernachlässigung der Querdehnungen und Gleitungen liegt hier nur ein eindimensionaler Verzerrungszustand vor.

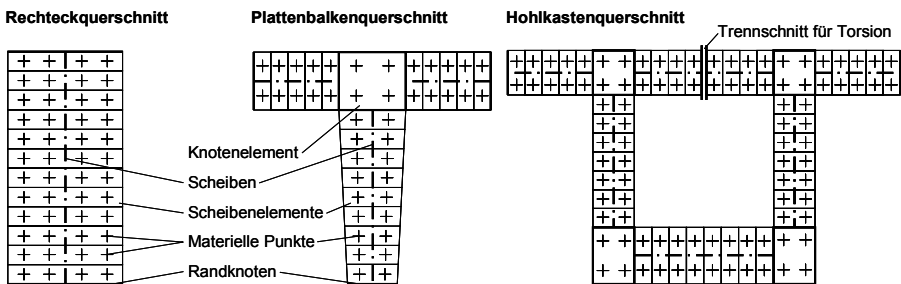


Abb. 2.28: Diskretisierung von Querschnitten für die numerische Berechnung mit der ETB.

Hohlräume von Kastenquerschnitten sind für die Berechnung durch Trennschnitte aufzuschneiden. Hier wirken zunächst noch unbekannte Kraftgrößen, durch die bei

der Berechnung die Kompatibilität im Trennschnitt hergestellt wird. D. h., im ermittelten Verzerrungszustand muss die Röhre geschlossen sein und die Verzerrungen am Trennschnitt müssen verträglich zueinander sein.

Die Berücksichtigung der Bewehrung erfolgt in den jeweiligen Scheiben und Knoten. Sie kann entweder als gleichmäßig verteilte Bewehrung oder als diskrete Punktbewehrung erfasst werden. Außerdem können sowohl vorhandene Neigungen innerhalb und außerhalb der Scheibenebene als auch eine Vorspannung in Form einer Vordehnung mit oder ohne Verbund berücksichtigt werden.

Mit dieser Diskretisierung werden bei der ETB die Stege und Gurte von Querschnitten grundsätzlich ähnlich wie bei der Druckfeldtheorie als Scheiben betrachtet. Statt jedoch nur die Gesamtverzerrungen der Scheibe als Verzerrungen eines Schubfeldes zu betrachten, wird bei der ETB auf die einzelnen Stahlbetonscheiben im Prinzip die Scheibentheorie angewendet. Mit ihr kann in einem Schnitt durch eine Scheibe neben der Verteilung der Längsdehnungen  $\varepsilon_l$  auch die Verteilung der Querdehnungen  $\varepsilon_q$  und Gleitungen  $\gamma$  innerhalb der Scheibe ermittelt werden. D. h., es ergibt sich eine Verteilung dieser Verzerrungen innerhalb jeder Scheibe und nicht nur je Scheibe ein einzelner Mittelwert.

Für die Herleitung der dazu notwendigen Beziehungen werden in *Hartung und Krebs 2004* die in Abb. 2.29 dargestellten Schnitte betrachtet. An ihnen werden jeweils die Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt.

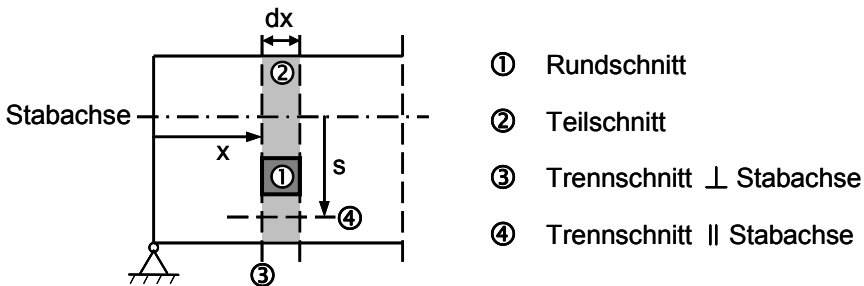


Abb. 2.29: Die bei der Herleitung der ETB in *Hartung und Krebs 2004* betrachteten Schnitte.

Die Gleichgewichtsbedingungen am Rundschnitt ① liefern die Beziehungen der Spannungsergebnisse am Scheibenelement untereinander und damit auch die Gleichheit der Schubkräfte  $t_{ql} = t_{q\perp}$ . Den Zusammenhang zwischen den Spannungsergebnissen am Stabelement  $dx$  liefert der Teilschnitt ②. Zusätzlich liefert er die Beziehungen zwischen diesen Resultanten und den auf das Stabelement einwirkenden Streckenlasten. Die entsprechenden Beziehungen sind in Gl. (2.16) bis (2.21) in Kap. 2.2.1 angegeben. Aus dem Trennschnitt ③ rechtwinklig zur Stabachse an der Stelle  $x$  ergibt sich analog zur TB das Gleichgewicht zwischen den Schnittgrößen und den Spannungen im Querschnitt. Die entsprechenden Beziehungen sind in Gl. (2.10) bis (2.15) in Kap. 2.2.1 wiedergegeben.

Der parallel zur Stabachse geführte Trennschnitt ④ durch die Scheibe an der Stelle  $s$  liefert das Gleichgewicht zwischen den Spannungsergebnissen in der Scheibe und den Scheibenschnittgrößen. Hier ist grundlegend zu unterscheiden in dünnwandige

und dickwandige Querschnitte. Bei dünnwandigen Querschnitten kann davon ausgegangen werden, dass die Scheibenkräfte  $n_i$ ,  $n_q$  und  $t$  nur in der Scheibenebene wirken (vgl. Abb. 2.30). Für die Berechnung der Scheibenkräfte kann hierfür z. B. auf *Czerwenka und Schnell 1967* zurückgegriffen werden.

Da mit der ETB jedoch auch dickwandige Querschnitte und damit dickwandige Scheiben betrachtet werden, musste die Scheibentheorie – wie in *Hartung und Krebs 2004* und *Krebs et al 2004* beschrieben – für die ETB erweitert werden. Da dickwandige Scheiben eine nennenswerte Biegesteifigkeit aufweisen und weil die darin eingebettete Bewehrung auch aus der Scheibenebene heraus geneigt sein kann, können in dickwandigen Scheiben nicht nur Normalkräfte und Schubkräfte in Scheibenebene auftreten, sondern zusätzlich auch Schubkräfte rechtwinklig zur Scheibenebene (vgl. Abb. 2.30 links). Bei der Herleitung der ETB wurden diese Kräfte mit berücksichtigt, wobei für die Schubkräfte  $t_s$  und  $t_x$  über die Scheibendicke jeweils ein parabelförmiger Verlauf angenommen wurde, für die Normalkraft  $n_q$  und die Schubkraft  $t$  ein konstanter Verlauf. Unberücksichtigt bleiben hingegen Normalkräfte rechtwinklig zur Scheibenebene sowie Dehnungen und Gleitungen rechtwinklig zur Scheibenebene.

**Schubkräfte und Normalkräfte am Scheibenelement  
im Schnitt x und Schnitt s**

**Verzerrungen am  
Scheibenelement**

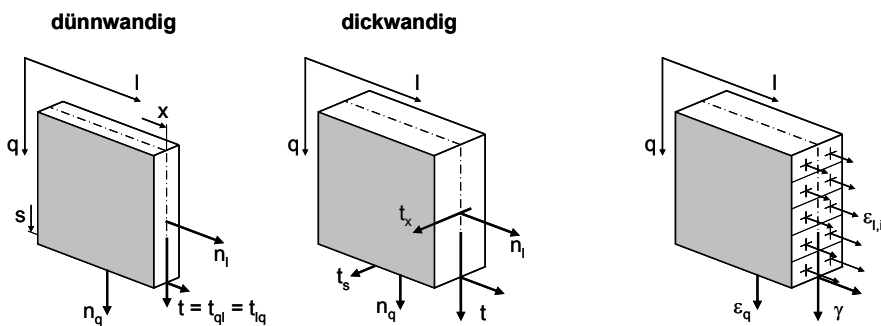


Abb. 2.30: Am Scheibenelement wirkende Normal- und Schubkräfte bei dünn- und dickwandigen Scheibenelementen (links); mit der ETB ermittelte Verzerrungen je Scheibenelement.

Für die Ermittlung der Längsdehnungsverteilung – insbesondere in Querrichtung der Scheiben – werden in den Flächen der Knoten- und Scheibenelemente zusätzlich sog. Materielle Punkte angeordnet (vgl. Abb. 2.28), die jeweils einen entsprechenden Teil der Fläche repräsentieren. In ihnen werden für die Berechnung die Spannungen der jeweiligen Fläche zu einer Resultierenden zusammengefasst. Sie entsprechen damit etwa den Elementen bei der Berechnung nach TB (vgl. Abb. 2.14). Damit ergibt sich auch innerhalb eines Scheibenelements eine Verteilung der Längsdehnungen  $\varepsilon_i$ . Die Querdehnung  $\varepsilon_q$  und die Gleitung  $\gamma$  werden hingegen je Element über die Scheibendicke als konstant angenommen (vgl. Abb. 2.30 rechts).

Die in *Hartung und Krebs 2004* und *Krebs et al 2004* an den verschiedenen Schnitten hergeleiteten Beziehungen wurden für die iterative Berechnung durch Herrn Dr. Hartung in ein Rechenprogramm implementiert (vgl. *Hartung et al 2003*). Dafür

wurden die Beziehungen in fünf verschiedene Gruppen sortiert, die bei der Iteration ineinander verschachtelte Ebenen bilden. Die Beziehungen innerhalb einer Gruppe beeinflussen sich jeweils direkt, die Beziehungen unterschiedlicher Gruppen nur indirekt. Als Iterationsparameter dienen jeweils die Freiheitsgrade. Auf der innersten Ebene stehen die Beziehungen am Scheibenelement, auf der äußersten Ebene die Beziehungen am Gesamtquerschnitt. Schematisch ist dieser Aufbau in Abb. 2.31 dargestellt.

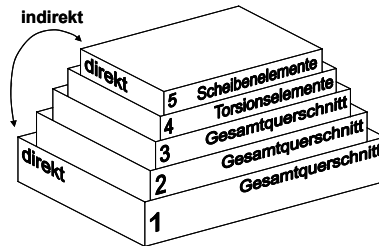


Abb. 2.31: Schematische Darstellung der Sortierung der Beziehungen in fünf ineinander geschachtelte Iterationsebenen.

Auf der Ebene der einzelnen Scheibenelemente (Ebene 5 in Abb. 2.31) erfolgt die oben beschriebene koaxiale Zuordnung der Hauptspannungen zu den Hauptdehnungen über die nicht-linearen Werkstoffgesetze des Betons, des Betonstahls und des Spannstahls. Die mittleren Hauptdehnungen des Betons  $\varepsilon_{1c}$  und  $\varepsilon_{2c}$  sowie die Dehnung in Richtung der Bewehrung  $\varepsilon_{c,i}$  werden dazu aus den Verzerrungen in Koordinatenrichtung  $\varepsilon_l$ ,  $\varepsilon_q$  und  $\gamma$  ermittelt (vgl. Abb. 2.26). Durch die Zuordnung der Spannungen getrennt nach den Hauptrichtungen, können grundsätzlich die bekannten einaxialen Werkstoffgesetze verwendet werden. Die gegenseitige Beeinflussung der Belastungsrichtungen und der Werkstoffe wird über die nachfolgend beschriebene Berücksichtigung von TSO und TST erfasst. Die Definition eines Schubmoduls des Betons ist somit nicht erforderlich.

Nur bei Hohlkastenquerschnitten ist die Ebene der Torsionselemente erforderlich, die sich in den Trennschnitten befinden (Ebene 4 in Abb. 2.31). Auf dieser Ebene werden das Gleichgewicht am Gesamtquerschnitt und die Verträglichkeit an jedem Trennschnitt hergestellt, der bei der Querschnittsdiskretisierung angeordnet wurde.

Auf der äußersten Ebene des Gesamtquerschnitts (Ebene 1 in Abb. 2.31) wird bei der Iteration das Gleichgewicht der Spannungsergebnanten  ${}_{res}N_x$ ,  ${}_{res}M_y$  und  ${}_{res}M_z$  mit den entsprechenden Schnittgrößen  $N_x$ ,  $M_y$  und  $M_z$  hergestellt, das in Gl. (2.9) bis (2.11) angegeben ist. Hier stellen die Längsdehnung in der Stabachse  $\varepsilon_x$  und die beiden Krümmungen  $\kappa_y$  und  $\kappa_z$  die drei Freiheitsgrade dar, die bei der Iteration variiert werden. In den beiden darin eingebetteten Ebenen 2 und 3 werden diese Bedingungen für die ersten und zweiten Ableitungen der Spannungsergebnanten nach der Stabachse erfüllt, wobei hier jeweils die ersten und zweiten Ableitungen der Längsdehnung  $\varepsilon_x$  und der Krümmungen  $\kappa_y$  und  $\kappa_z$  die zu variierenden Freiheitsgrade der Iteration bilden. Der innersten Iterationsebene der Scheibenelemente wird aus diesen äußeren Ebenen die Längsdehnung  $\varepsilon_l$  der einzelnen Elemente über die ebene Verteilung der Längsdehnungen vorgegeben. Damit wird die Kompatibilität innerhalb des Querschnitts gewahrt.

Zusammen mit dem Gesamtverzerrungszustand eines durch eine Kombination der sechs Stabschnittgrößen beanspruchten Querschnitts ergeben sich aus der Berechnung mit der ETB sämtliche Spannungen innerhalb des Querschnitts getrennt für die verschiedenen Werkstoffe. Für einen Beispielquerschnitt sind die wesentlichen Ergebnisse einer Berechnung mit der ETB exemplarisch in Abb. 2.32 dargestellt.

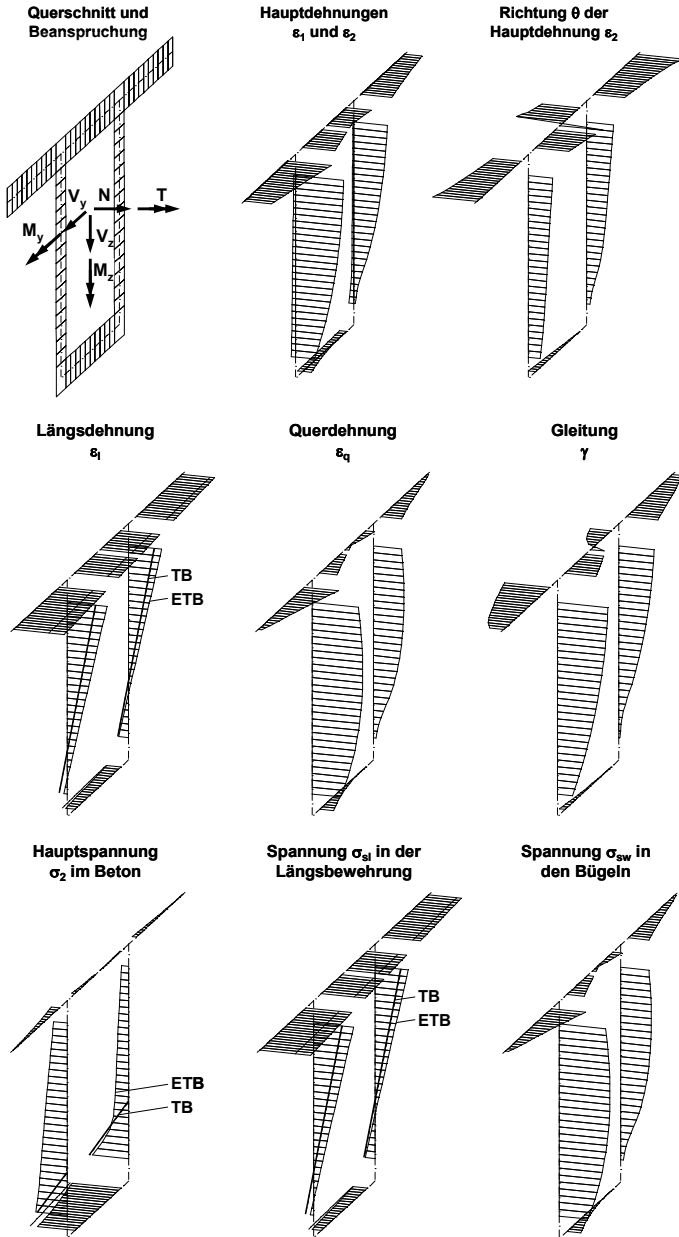


Abb. 2.32: Wesentliche Ergebnisse der Berechnung nach ETB für einen Hohlkastenquerschnitt unter kombinierter Beanspruchung.



In Abb. 2.32 sind für die Hauptdehnungen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  mit der Richtung  $\theta$  sowie die Verzerrungen in die Koordinatenrichtungen  $\varepsilon_l$ ,  $\varepsilon_q$  und  $\gamma$  dargestellt. Ferner sind die Spannungen  $\sigma_{sl}$  in der Längsbewehrung und die Spannungen  $\sigma_{sw}$  in den Bügeln zu sehen. Neben den Ergebnissen nach der ETB sind auch die Ergebnisse nach der TB dargestellt. Für die Hauptspannung  $\sigma_2$  im Beton entsprechen die Ergebnisse nach der TB dabei der Längsspannung  $\sigma_c$  im Beton. Wie man am Vergleich der Längsdehnungen sieht, ergeben sich durch die Berücksichtigung der Querkraft nach der ETB größere Längsdehnungen als nach der TB.

### 2.3.3 Berücksichtigung von Tension-Softening

Da die Stege und Gurte von Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten mit der ETB als Scheiben betrachtet werden, ergibt sich in diesen Querschnittsteilen rechnerisch ein zweiachsender Spannungs- und Verzerrungszustand. Dies gestattet es, bei der Definition der Werkstoffgesetze das zweiachsende Verhalten des Betons bzw. des Stahlbetons zu berücksichtigen. Hierbei ist im Wesentlichen der Abfall der Druckfestigkeit bei gleichzeitig wirksamem Querkzug von Interesse. Dieser als Tension-Softening bezeichnete Effekt kann durch einen Abminderungsfaktor berücksichtigt werden, der in Abhängigkeit von der Größe der vorhandenen Dehnung rechtwinklig zu Hauptdruckrichtung zu wählen ist (vgl. Kap. 2.1.3.3). Da bei der Berechnung nach der ETB ohnehin die Hauptdehnungen ermittelt werden, kann die Berücksichtigung des TSO direkt auf Ebene der Scheibenelemente erfolgen. Da die Druckfestigkeit somit in Abhängigkeit von der Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  schwankt, ergibt sich gegenüber der in *Hartung und Krebs 2004* und *Krebs et al 2004* beschriebenen Iteration eine weitere Iterationsebene innerhalb der Scheibenelemente.

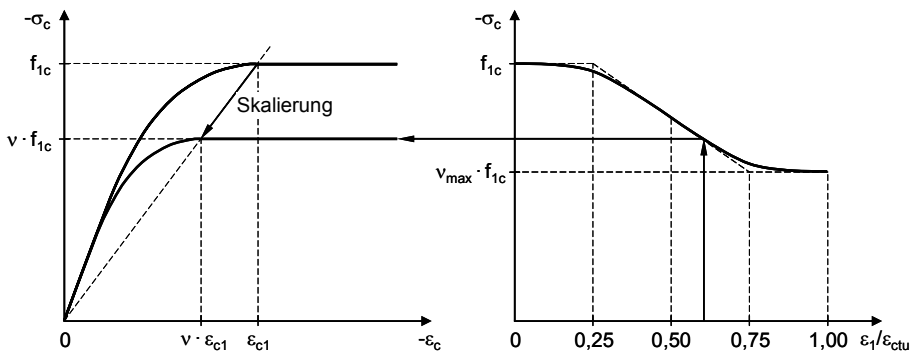


Abb. 2.33 Skalierung des  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramms des Betons auf Druck in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\varepsilon_1/\varepsilon_{ctu}$  mit dem Abminderungsfaktor  $v$ .

Für die Anwendung eines z. B. nach *Schäfer et al 1990* zu wählenden Abminderungsfaktors  $v_{max}$  auf das Werkstoffgesetz des Betons wurde auf den Ansatz nach *Kollegger und Mehlhorn 1990* zurückgegriffen, der in Kap. 2.1.3.3 kurz vorgestellt wurde (vgl. Abb. 2.8). Zur Stabilisierung der zusätzlich erforderlichen Iteration auf Elementebene wurde der Ansatz leicht modifiziert. Statt eines abschnittsweise linearen Verlaufs wie in Abb. 2.8 wurde der Verlauf im rechten Diagramm in Abb. 2.33 durch zwei quadratische Parabeln ausgerundet. Sowohl der maximale Abminderungsfaktor  $v_{max}$  als auch die Dehnung, ab welcher keine weitere Ab-

minderung mehr zu erwarten ist, kann mit diesem Ansatz frei gewählt werden (zur konkreten Wahl dieser Faktoren für die Versuchsnachrechnungen siehe Kap. 4.5.2).

### 2.3.4 Berücksichtigung von Tension-Stiffening

Eine weitere wesentliche Eigenschaft des Werkstoffs Stahlbeton stellt das Tension-Stiffening dar. Dieser Effekt der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen hat einen starken Einfluss auf die Steifigkeitsverteilung im Querschnitt und damit auf die Ermittlung des Gesamtverzerrungszustandes eines Querschnitts. Deshalb muss TST bei der Berechnung mit der ETB berücksichtigt werden, wenn das Trag- und Verformungsverhalten im Querschnitt realistisch ermittelt werden soll. Dies gilt insbesondere bei der Nachrechnung von Versuchen sowohl für den GZG als auch für den GZT.

Üblicherweise wird bei der Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen für eine Berechnung im GZT die Schnittführung so gewählt, dass im Bereich der Risse genau durch die zu erwartenden Risse geschnitten wird und in der Druckzone rechtwinklig zur Stabachse. In Abb. 2.34 sind entsprechende Schnittführungen für drei Beispiele dargestellt. Links ist die Schnittführung für die Schnittgrößenkombination  $M+N$  dargestellt, die bei der üblichen Biegebemessung auf Grundlage der TB gewählt wird. In der Mitte ist die horizontale Schnittführung für die Bemessung einer Aufhängebewehrung für eine unten angehängte Last dargestellt. Rechts ist eine mögliche Schnittführung für einen biege- und schubbeanspruchten Stab angegeben.

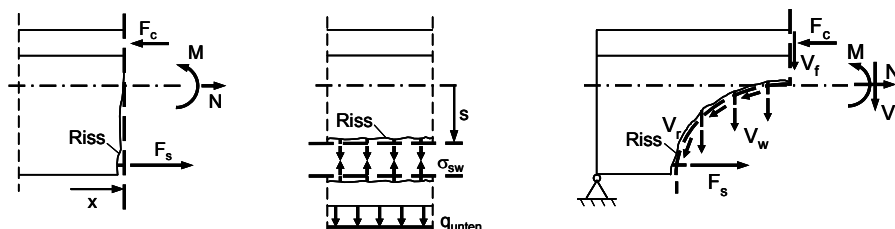


Abb. 2.34: Beispiele für rissabhängige Schnittführungen zur Aufstellung von Gleichgewichtsbedingungen ohne Berücksichtigung des Tension-Stiffening-Effekts.

Da der Beton im Riss nicht mitwirkt, darf bei diesen Schnittführungen für die Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen TST eigentlich nicht berücksichtigt werden. Wird es dennoch berücksichtigt, um z. B. den mittleren Verzerrungszustand zu erhalten, so ist von den dann berechneten mittleren Spannungen und Dehnungen nachträglich auf die Größen im Riss zurückzurechnen.

Die der ETB zugrunde liegenden Schnitte rechtwinklig und parallel zur Stabachse sind jedoch unabhängig von dem sich einstellenden Rissbild immer identisch (vgl. Abb. 2.35). Insbesondere bei kombinierter Biege- und Schubbeanspruchung, verlaufen die Schnitte damit nicht genau durch einen Riss. Für die Ermittlung der mittleren Spannungen und Dehnungen ist TST deshalb zu berücksichtigen. Nur so kann die Steifigkeitsverteilung innerhalb des Querschnitts richtig erfasst werden. Eine Berechnung ohne diesen Effekt stellt also immer nur eine Näherung dar, die allerdings aufgrund des Wegfalls eines wesentlichen Traganteils auf der sicheren Seite liegt.



Entstehung des Erstrisses einstellende Sprung wird vernachlässigt (vgl. gestrichelte Linie in Abb. 2.36). Auf der sicheren Seite liegend wird ein kleines horizontales Plateau bei  $f_{ct,eff}$  angesetzt, wobei sich  $f_{ct,eff}$  durch die Abminderung von  $f_{ctm}$  durch das Verhältnis von  $A_{c,eff}$  zu  $A_c$  ergibt. Der nach *CEB MC 90 1993* linear abfallende Verlauf in der Phase der Erstrissbildung und der daran anschließende horizontale Verlauf nach Abschluss der Erstrissbildung werden nach *Winkler 2001* durch folgende e-Funktion ersetzt:

$$\sigma_{1c,TST}(\varepsilon_1) = f_{ct,eff} \cdot \left( \beta_t + (1 - \beta_t) \cdot e^{-\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{1r}}{\varepsilon_{1m} - \varepsilon_{1r}}} \right) \quad \text{für } \varepsilon_{1r} < \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{1ry} \quad (2.35)$$

Der linear abfallende Teil des Verlaufs nach *CEB MC 90 1993*, der dort ab  $\varepsilon_{sry}$  ansetzt, wird analog zum gewählten Verlauf zwischen  $\varepsilon_{1r}$  und  $\varepsilon_{1ry}$  durch eine weitere e-Funktion ersetzt. Für diese gilt:

$$\sigma_{1c,TST}(\varepsilon_1) = f_{ct,eff} \cdot \beta_t \cdot e^{-\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{1ry}}{\varepsilon_{1y} - \varepsilon_{1ry}}} \quad \text{für } \varepsilon_{1ry} < \varepsilon_1 \quad (2.36)$$

Rechnerisch ergibt sich zwischen den beiden e-Funktionen ein kleiner Sprung, weil die e-Funktion im Bereich  $\varepsilon_{1r} < \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{1ry}$  für  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1ry}$  nicht genau den Wert  $\beta_t \cdot f_{ct,eff}$  annimmt. Durch eine Skalierung dieser Funktion wird dieser Sprung bei der Berechnung geschlossen.

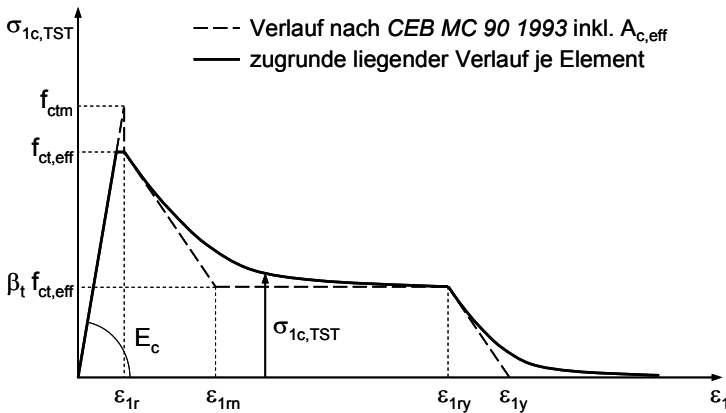


Abb. 2.36: Verlauf der infolge TST rechnerisch aufnehmbaren Hauptzugspannungen des Betons  $\sigma_{1c,TST}$  in Abhängigkeit von der Hauptdehnung  $\varepsilon_1$ : Verlauf nach *CEB MC 90 1993* bei Berücksichtigung des Sprunges infolge  $A_{c,eff}$  (gestrichelte Linie), für die Berechnung mit der ETB zugrunde liegender Verlauf in Anlehnung an *Winkler 2001* (durchgezogene Linie).

Die Bestimmungsgleichungen für die Dehnungen  $\varepsilon_{1r}$ ,  $\varepsilon_{1m}$ ,  $\varepsilon_{1ry}$  und  $\varepsilon_{1y}$  wurden in *Hartung 2007* an einem bewehrten Scheibenelement hergeleitet, das in Richtung der Hauptdehnungen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  ausgerichtet ist. Die eingebettete Bewehrung  $a_{s,i}$  in Richtung  $\beta_i$  ist darin um den Winkel  $\delta_i = \varphi - \beta_i$  gegen die Richtung  $\varphi$  der Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  geneigt. An diesem Element können die Dehnungen  $\varepsilon_1$  und die Scheibenkräfte  $k_1$  in die Hauptrichtung 1 für die verschiedenen Punkte des Dia-

gramms in Abb. 2.36 abgeleitet werden. Bei der Herleitung der Beziehungen wurde berücksichtigt, dass mehrere verschieden geneigte Bewehrungslagen mit oder ohne Vorspannung innerhalb eines Elementes liegen können. Im Folgenden werden nur die Ergebnisse angegeben. Die komplette Herleitung ist in *Hartung 2007* zu finden. Für Knotenelemente innerhalb der Zugzone von Querschnitten entspricht die Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  der Längsdehnung  $\varepsilon_l$ , weil hier die Dehnung quer zur Stabrichtung und die Gleitung unberücksichtigt bleiben. Da hier die Längsbewehrung zudem i. d. R. kaum geneigt ist, wird diese Neigung für die Berücksichtigung des TST vernachlässigt und die nachfolgend angegebenen Gleichungen vereinfachen sich entsprechend. Am Scheibenelement beträgt die Hauptdehnung bei Erstrissbildung  $\varepsilon_{1r}$ :

$$\varepsilon_{1r} = \frac{f_{ctm}}{E_c} \quad (2.37)$$

Die Dehnung  $\varepsilon_{1m}$  nach Abschluss der Erstrissbildung tritt unter der Scheibenkraft  $k_{1m}$  auf, die der 1,3-fachen Kraft bei Erstrissbildung  $k_{1r}$  entspricht. Daraus lässt sich für die Dehnung  $\varepsilon_{1m}$  ableiten:

$$\varepsilon_{1m} = 1,3 \cdot \varepsilon_{1r} + \frac{(1,3 - \beta_t) \cdot f_{ctm} \cdot a_{c,eff}}{\sum_i E_{s,i} \cdot a_{s,i} \cdot \cos^4 \delta_i} \quad (2.38)$$

Die Scheibenkraft  $k_{1y}$  und die zugehörige Dehnung  $\varepsilon_{1y}$  können für den reinen Zustand II ermittelt werden. Die maßgebende Bedingung ist, dass die Bewehrung i im betrachteten Element fließt. Es gilt:

$$\varepsilon_{1y} = \frac{\sum_i f_{y,i} \cdot a_{s,i} \cdot \cos^2 \delta_i - \sum_i E_{s,i} \cdot a_{s,i} \cdot \cos^2 \delta_i \cdot (\varepsilon_2 \cdot \sin^2 \delta_i + \varepsilon_{sp,i}^0)}{\sum_i E_{s,i} \cdot a_{s,i} \cdot \cos^4 \delta_i} \quad (2.39)$$

Unter der Scheibenkraft  $k_{1y}$  tritt bei Zugrundelegung von abgeschlossener Rissbildung die Dehnung  $\varepsilon_{1ry}$  auf. Sie berechnet sich damit zu:

$$\varepsilon_{1ry} = \varepsilon_{1y} - \frac{\beta_t \cdot f_{ctm} \cdot a_{c,eff}}{\sum_i E_{s,i} \cdot a_{s,i} \cdot \cos^4 \delta_i} \quad (2.40)$$

Die Berücksichtigung des TST führt zu einer weiteren Iterationsebene innerhalb der Scheibenelemente, die dann abgeschlossen ist, wenn mit der für die Berechnung am Element angesetzten Spannung  $f_{ct,calc}(\varepsilon_1)$  die Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  berechnet wird, die der Hauptzugspannung  $\sigma_{1c,TST}(\varepsilon_1)$  nach Gl. (2.35) bzw. (2.36) entspricht. Um Iterationsprobleme auf der Ebene der Scheibenelemente zu umgehen, sieht das gemeinsam erstellte Konzept zur Berücksichtigung des TST vor, dass für die Iteration am Scheibenelement wie beim bisherigen Vorgehen ein bi-linearer Verlauf im  $\sigma_{1c,TST}$ - $\varepsilon_1$ -Diagramm zugrunde gelegt wird (vgl. durchgezogene dicke Linie in Abb. 2.37). Ein abfallender Ast im Werkstoffgesetz wird auf diese Weise in der eigentlichen Iteration auf der Ebene der Scheibenelemente vermieden.

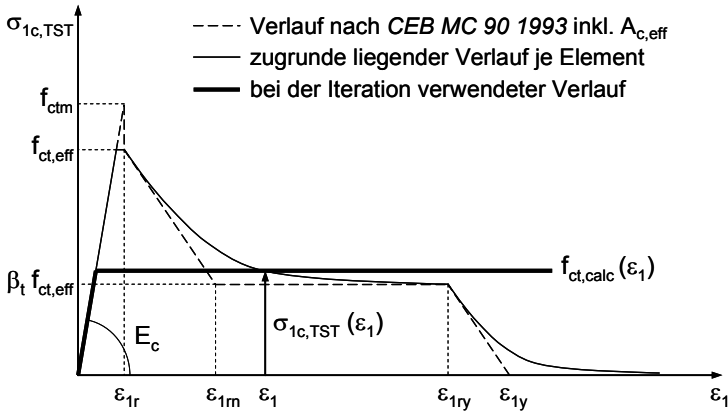


Abb. 2.37: Für die Iteration auf der Ebene der Scheibenelemente zugrunde gelegter bi-linearer Verlauf, der nach jeder Iteration am eigentlichen Verlauf kalibriert wird.

Auf die beschriebene Weise wird das TST unmittelbar auf der Ebene der Scheibenelemente berücksichtigt. Diese elementweise Behandlung hat jedoch zur Folge, dass bei stark unterschiedlich bewehrten Elementen die Kompatibilität des Querschnitts in Form einer ebenen Verteilung der Längsdehnungen bei der Ermittlung der wirkamen Betonzugspannung  $\sigma_{1c,TST}$  nicht berücksichtigt wird. Damit dennoch die vorteilhafte elementweise Behandlung genutzt werden kann, müssen benachbarte Elemente nahezu gleich steif sein. Um diese zu erreichen, wird nach *Hartung 2007* die vorhandene Bewehrung rechnerisch wie folgt umgelagert. Durch eine separate Berechnung mit der ETB werden für ein linear-elastisches Werkstoffgesetz des Betons die rechnerisch in den Elementen aufzunehmenden Zugkräfte ermittelt, wenn die im gesamten Querschnitt vorhandene Bewehrung gerade soweit gedehnt wird, dass sie abzüglich der Vordehnung (Vorspannung) die Fließgrenze erreicht. Diese aufzunehmenden Zugkräfte werden dann durch eine rechnerische Umverteilung der vorhandenen Bewehrung abgedeckt. Hiermit soll erreicht werden, dass beim Erreichen der Fließgrenze durch die Längsbewehrung (Punkt  $\epsilon_{1ry}/\beta_t f_{ct,eff}$  im  $\sigma_{1c,TST}$ - $\epsilon_1$ -Diagramm) die ebene Verteilung der Längsdehnungen zumindest näherungsweise vorliegt. Diese geänderte Verteilung der Steifigkeit wird jedoch ausschließlich für die Ermittlung des TST auf Elementebene eingesetzt. Somit wird die Steifigkeit benachbarter Elemente innerhalb des Querschnitts bei der Ermittlung der effektiven Betonzugspannung infolge von TST mit in die Berechnung einbezogen. Der dann unter Berücksichtigung des TST ermittelte Gesamtverzerrungszustand des Querschnitts wird unverändert mit der tatsächlich vorhandenen Bewehrungsverteilung ermittelt.

### 2.3.5 Fazit und offene Fragen

Ein wesentlicher Vorteil der ETB ist die mögliche Zusammenführung sämtlicher Querschnittsnachweise auf ein und dieselbe Grundlage. Dies wird ermöglicht, weil keine getrennte Berechnung für die verschiedenen Schnittgrößenkombinationen mit einer anschließenden Interaktion mehr erforderlich ist und weil die ETB sowohl im GZT als auch im GZG Gültigkeit hat. D. h., anhand des mit der ETB ermittelten Gesamtverzerrungszustandes unter Wirkung der Schnittgrößen im jeweiligen Grenzzustand können alle erforderlichen Nachweise geführt werden:

- Querschnittstragfähigkeit im GZT mit der Bemessung der erforderlichen Biege- und Schubbewehrung und der Begrenzung der Betonstauchungen,
- Spannungsnachweise im GZG für Beton, Betonstahl und Spannstahl,
- Ermüdungsnachweise im GZT unter den Einwirkungen im GZG für Beton, Betonstahl und Spannstahl,
- Rissbreitenbegrenzung im GZG sowohl für Biege- als auch für Schubrisse.

Da die ETB eine reine Querschnittsberechnung darstellt, ist zudem eine entkoppelte Betrachtung von der Schnittgrößenermittlung möglich. Somit ist die vor allem in der Praxis weitverbreitete linear-elastische Schnittgrößenermittlung weiterhin möglich. Sie ermöglicht eine Berechnung der Schnittgrößen getrennt nach Lastfällen, die anschließend entsprechend *DIN 1045-1 2008* zu Bemessungsschnittgrößen überlagert werden können.

Damit ergibt sich jedoch bereits der erste Punkt, der einer näheren Betrachtung bedarf. Für die Schnittgrößenermittlung in statisch unbestimmten Stabtragwerken reichen auch bei einer linear-elastischen Betrachtung die Gleichgewichtsbedingungen alleine nicht mehr aus. Hier ist eine Berücksichtigung der Verformungen und der Werkstoffe in der Berechnung erforderlich, wie dies z. B. beim Kraftgrößenverfahren oder beim Weggrößenverfahren erfolgt. Bei Anwendung dieser Verfahren liegen der Verbindung zwischen Stabverformungen und Stabschnittgrößen, also der Differenzialgleichung der Biegelinie, die Annahmen der TB zugrunde.

D. h., die Schubverformungen des Stabes werden hier vereinfachend vernachlässigt und es wird angenommen, dass die Querschnitte eben und rechtwinklig zur verformten Stabachse verbleiben. Der Einfluss der Schubverformungen auf die Biegelinie des Stabes und damit auf die Verteilung der Schnittgrößenermittlung bleibt also unberücksichtigt. Da bei einer Verzerrungsberechnung nach der ETB die Gleitungen innerhalb des Querschnitts berücksichtigt werden und sich im Allgemeinen eine Verwölbung des Querschnittes ergibt, stellt sich die Frage, ob sich hieraus nicht ein Widerspruch zur Schnittgrößenermittlung ergibt.

Bei einer linear-elastischen Schnittgrößenermittlung für statisch unbestimmt gelagerte Stahlbeton- und Spannbetonbalken wird jedoch unabhängig von der nachfolgenden Verzerrungsberechnung am Querschnitt stets vereinfachend das Hookesche Gesetz zugrunde gelegt. Bei Anwendung eines linear-elastischen Werkstoffgesetzes liefert die ETB in der Verzerrungsberechnung die gleiche Dehnungsebene wie die TB. D. h. die Längsdehnung der Stabachse  $\varepsilon_x$  und die beiden Krümmungen  $\kappa_y$  und  $\kappa_z$  um die y- und die z-Achse sind bei beiden Ver-

zerrungsberechnungen gleich. Hier gilt die gleiche Kopplung zwischen Biegelinie, Biegemoment und Krümmung:

$$-\kappa_y = w'' = -\frac{M_y}{E \cdot I_y} \quad (2.41)$$

Wird also für statisch unbestimmte Stabtragwerke aus Stahlbeton oder Spannbeton die Schnittgrößenermittlung wie allgemein üblich von der anschließenden Querschnittsberechnung (linear-elastische Schnittgrößenermittlung) entkoppelt betrachtet, dann wird sowohl bei Anwendung der ETB als auch bei Anwendung der TB die gleiche Näherung akzeptiert. Die Steifigkeitsverteilung längs des Stabes, die sich durch das Aufreißen der Querschnitte ergibt, bleibt unberücksichtigt und die in der Verzerrungsberechnung ermittelte Krümmung ist unabhängig von der im Stabwerk angesetzten Krümmung, die sich aus Gl. (2.41) ergibt. Da diese Abweichungen zwischen den angesetzten Stabwerksverzerrungen und den im Querschnitt ermittelten Verzerrungen für baupraktische Zwecke bei Anwendung der TB toleriert werden, können sie auch bei Anwendung der ETB toleriert werden. Realistischere Ergebnisse liefert für Durchlaufträger bereits eine begrenzte Momentenumlagerung, die unabhängig von der anschließenden Verzerrungsberechnung am Querschnitt innerhalb der in *DIN 1045-1 2008* angegebenen Grenzen angewendet werden kann. Sobald die Steifigkeitsänderung (Zustand I nach Zustand II) für die Schnittgrößenermittlung von Bedeutung ist, kann diese durch eine iterative Berücksichtigung des Steifigkeitsabfalls in hoch beanspruchten Stababschnitten sowohl mit der TB als auch mit der ETB rechnerisch erfasst werden. Die zusätzliche Berücksichtigung der Gleitung und der Dehnung rechtwinklig zur Stabachse bei der Verzerrungsberechnung stellt also keinen Widerspruch dar, solange eine linear-elastische Schnittgrößenermittlung erfolgt.

Eine Einbindung der ETB in eine physikalisch nicht-lineare Schnittgrößenermittlung ist möglich, wenn bei der Berechnung am Stabwerk die mit der ETB berechneten Querschnittssteifigkeiten in Ansatz gebracht werden können. Dies ist jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit. Da zudem die in Kap. 4 nachgerechneten Versuchsträger fast ausschließlich statisch bestimmt gelagert sind, wird diese Frage hier nicht weiter betrachtet.

Allerdings ergibt sich aus der strikten Begrenzung der ETB auf eine reine Querschnittsberechnung ein anderer problematischer Punkt. Die Kompatibilität von in Längsrichtung benachbarten Querschnitten kann nämlich nicht überprüft werden. In Kap. 2.3.1 wurde bereits angesprochen, dass bei der ETB der Einfluss auf die Verteilung der Längsdehnungen vernachlässigt wird, den eine Wölbbegrenzung benachbarter Querschnitte infolge einer längs des Stabes veränderlichen Querkraft hat. Gegenüber der TB wird hier jedoch nur der Einfluss der Änderung der Verwölbung vernachlässigt, nicht die Verwölbung selbst

Die fehlende Kompatibilität benachbarter Querschnitte kann jedoch auch die Dehnung rechtwinklig zur Stabachse betreffen. Grenzen z. B. Querschnitte mit stark wechselnder Querkraftbewehrung aneinander, können sich für beide Querschnitte nach der ETB deutlich unterschiedliche Dehnungen  $\varepsilon_q$  rechtwinklig zur Stabachse ergeben. Bei der Ermittlung dieser Dehnungen wird unterstellt, dass sie sich frei



einstellen können. In Wirklichkeit beeinflussen sich beide Querschnitte jedoch gegenseitig. Die entsprechenden Effekte können hier derzeit nur über ingenieurmäßige Betrachtungen erfasst werden. Über die Bedingung, dass die Vergrößerung der Querschnittshöhe infolge der Querdehnung innerhalb des Querschnitts für benachbarte Querschnitte gleich groß sein muss, können die zusätzlich auf die stärker bewehrten Bereiche wirkenden Kräfte näherungsweise ermittelt werden. Bei einer Einbindung der ETB als Querschnittsmodul eines Stabwerkprogramms, mit dem dann physikalisch nicht-lineare Berechnungen möglich wären, müsste die Kompatibilität benachbarter Querschnitte in Bezug auf die Dehnungen rechtwinklig zur Stabachse noch zusätzlich berücksichtigt werden.

Darüber hinaus können folgende Punkte mit dem derzeitigen Stand der ETB rechnerisch noch nicht erfasst werden:

- Für schubbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonträger ohne Querkraftbewehrung ist bei einer Berechnung mit der ETB die Querkrafttragfähigkeit mit dem Erreichen der Betonzugfestigkeit bereits erschöpft. Bedingt durch die zugrunde liegende Koaxialität von Hauptspannungen und Hauptdehnungen und die fehlende Kopplung mit dem Längssystem, können die bei diesen Tragwerken wirksamen Trageffekte (Rissreibung, Dübelwirkung der Längsbewehrung, Schubtragfähigkeit der Druckzone, Bogen-Zugband-Modell, ...) nicht erfasst werden. Die Beschränkung auf eine reine Querschnittsbetrachtung führt hier nicht mehr zum Ziel.
- Die beschriebene Diskretisierung des Querschnitts in Scheiben und Knoten, die für die Berechnung erforderlich ist, stellt für Vollquerschnitte unter zweiachsiger Querkraftbeanspruchung ein Problem dar. Unter einer zweiachsigen Querkraftbeanspruchung kann zwar die Längsdehnungsverteilung durch die zweidimensionale Diskretisierung mit materiellen Punkten korrekt ermittelt werden, da die Querdehnungen und Gleitungen jedoch nur in Richtung der Scheibe berechnet werden können, werden rechnerisch alle Bügelschenkel in gleicher Weise gedehnt. Dass dies nicht mit Versuchsbeobachtungen übereinstimmt, zeigen z. B. die in *Mark 2006* dokumentierten Versuche.
- Ein ähnliches Problem ergibt sich bei Vollquerschnitten unter einer Torsionsbeanspruchung. Hier ist eine Berücksichtigung der Torsion derzeit nur für Hohlkastenquerschnitte möglich.

Aus diesen Gründen beschränken sich die Versuchsnachrechnungen in Kap. 4 und die eigenen Versuche in Kap. 3 und 5 auf Träger, die einachsig auf Biegung und Schub beansprucht werden. Die Anzahl der für einen Vergleich zur Verfügung stehenden dokumentierten Versuche mit zweiachsiger Querkraftbeanspruchung oder mit Hohlkastenquerschnitten und einer Torsionsbeanspruchung ist zudem verhältnismäßig gering. Für den häufig in der Praxis auftretenden Fall der einachsig auf Biegung und Schub beanspruchten Träger sollen zunächst die nachfolgend noch einmal aufgeführten Fragen in Bezug auf die Anwendung der ETB zur Querschnittsbemessung im Stahlbeton- und Spannbetonbau geklärt werden.

- a) *Mit welcher Genauigkeit kann mit der ETB die Tragfähigkeit von querkraftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonträgern berechnet werden?*
- b) *Mit welcher Genauigkeit kann bei diesen Trägern mit der ETB der Spannungs- und Verzerrungszustand des Querschnitts ermittelt werden?*
- c) *Wie können die Versagenskriterien für das Auftreten der verschiedenen Schubbrucharten im Querschnitt definiert werden?*
- d) *Wie beeinflusst das Erreichen der Fließgrenze in der Längsbewehrung die Verteilung der Dehnungen in den Bügeln über die Höhe der Bügelschenkel und wie lässt sich dieser Einfluss mechanisch begründen?*
- e) *Wie groß ist der Einfluss der zusätzlichen Stabverlängerung infolge Querkraft auf die Spannungsverteilung im Querschnitt?*
- f) *Wie kann bei Anwendung der ETB für die Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonträger eine erforderliche Mindestquerkraftbewehrung definiert werden?*
- g) *Führen hohe Längsbewehrungsgrade zu einer Überschätzung der Querkrafttragfähigkeit, wenn die ETB für die Querschnittsbemessung im GZT angewendet wird?*

In wie weit anhand der vorliegenden Arbeit diese Fragen beantwortet werden können, ist in der Zusammenfassung im Kap. 7 dargelegt.

### **3      Tastversuche zur Überprüfung der ETB**

Im Vorfeld der beiden Veröffentlichungen *Hartung und Krebs 2004* und *Krebs et al 2004* wurden an der TU Kaiserslautern zwei großmaßstäbliche Tastversuche durchgeführt. Die Beschreibung und Ergebnisse der beiden Versuche sowie der Vergleich mit der ETB wurden im zweiten der oben genannten Artikel veröffentlicht. Neben den guten Übereinstimmungen zwischen den Versuchsergebnissen und den Berechnungen nach der ETB lieferten die Versuche zusätzlich wichtige Erkenntnisse für die in dieser Arbeit durchgeführten Versuchsnachrechnungen (vgl. Kap. 4) und für die weiteren eigenen Versuche (vgl. Kap. 5). So zeigte sich z. B., dass für einen sinnvollen Vergleich von Versuch und Berechnung das TST rechnerisch erfasst werden muss. Da die beiden Versuche Bestandteil der eigenen Arbeit sind, sollen sie hier noch einmal zusammenfassend dargestellt werden. Zudem wurde das TST für den in *Krebs et al 2004* gemachten Vergleich zwischen Versuchsergebnissen und ETB nur näherungsweise auf Grundlage eines dort beschriebenen Ingenieurmodells berücksichtigt. Da mittlerweile – wie in Kap. 2.3.4 beschrieben – eine mechanisch hergeleitete Berücksichtigung des Effekts auf Ebene der einzelnen Scheibenelemente möglich ist, werden die beiden Versuche noch einmal nachgerechnet, um die Ergebnisse aus *Krebs et al 2004* mit dem neuen Ansatz zu überprüfen. Die so erzielten Berechnungsergebnisse können deshalb teilweise etwas von den Ergebnissen in *Krebs et al 2004* abweichen.

#### **3.1      Ziel der Tastversuche**

Auch wenn eine Theorie nicht durch Versuche bewiesen werden kann, so kann man durch Versuche zumindest eine Kontrolle der Theorie durchführen und die erreichte Qualität beurteilen. Das Ziel der beiden Versuche war also eine Überprüfung der ETB. Dazu sollten sowohl die berechneten Verzerrungen im gesamten Belastungsbereich bis hin zum Bruch als auch die berechnete Tragfähigkeit mit den Versuchsergebnissen verglichen werden. Da mit der ETB neben Stahlbetonquerschnitten auch Spannbetonquerschnitte berechnet werden können, wurde je ein Träger aus Stahlbeton und aus Spannbeton bis zum Bruch belastet.

Die beiden Versagensarten Biegedruckbruch und Biegezugbruch können anhand des mit der ETB berechneten Spannungs- und Verzerrungszustandes und bekannter zulässiger Spannungen und Dehnungen gut definiert werden. Für die Definition des Versagenskriteriums eines Schubdruckbruchs ist entscheidend, wie stark die Druckfestigkeit des Betons rechnerisch durch Querkzugspannungen reduziert wird. Hierauf wird in Kap. 4.5.2.1 näher eingegangen. Die Untersuchung dieses Kriteriums war jedoch nicht Ziel der hier beschriebenen Versuche.

Vielmehr wurden die Träger so dimensioniert, dass ein Schubzugbruch zu erwarten war. Das Erreichen dieser Bruchart kann durch die Berechnungen zunächst jedoch nur annähernd definiert werden. Während das Fachwerkmodell über die gesamte Höhe der Querkraftbewehrung eine konstante Stahlspannung unterstellt, tritt in Versuchen und in der Berechnung nach der ETB eine ungleichmäßige Verteilung der Spannungen und Dehnungen der Bügel über deren Höhe auf. Der mögliche Versagensbereich muss zwischen den beiden Belastungsniveaus liegen, bei denen die

Bügel zunächst lokal an nur einer Stelle im Steg anfangen zu fließen und bei denen die Bügel über die gesamte Steghöhe fließen.

Um zukünftig bessere Aussagen zum Versagenskriterium des Schubzugbruchs machen zu können und um gemessene Verzerrungen über den gesamten Belastungsbereich mit den Ergebnissen der ETB vergleichen zu können, wurden bei beiden Versuchen stellvertretend die Bügeldehnungen und deren Verteilung über die Höhe mit Dehnmessstreifen (DMS) gemessen (vgl. Abb. 3.1). Beim verbundlos vorgespannten Spannbetonträger (Träger 1) erlaubte zudem die Messung der Vorspannkraft einen Rückschluss auf die Größe der über die Trägerlänge aufsummierten Stabverlängerung.

### 3.2 Geometrie, Werkstoffe und Versuchsaufbau

Beide Träger wiesen den gleichen I-förmigen Betonquerschnitt und die gleiche Längsbewehrung auf (vgl. Abb. 3.1). Die Längsbewehrung wurde bei beiden Trägern durch Zulagen im Bereich der Lasteinleitung ergänzt (vgl. Abb. 3.2 und Abb. 3.3).

Beim Spannbetonträger wurden zusätzlich in den Gurten jeweils zwei Hüllrohre vom Durchmesser  $d_i/d_a = 41/46$  mm angeordnet. In ihnen wurde je eine Spannstahlitze der Güte St 1570/1770 mit einer Querschnittsfläche von  $A_p = 1,4$  cm<sup>2</sup> verlegt und in Spannankern vom Typ B+B Lo1 der Firma BBV Vorspanntechnik verankert. Die Anker werden normalerweise für Monolitzen verwendet. Durch ein passendes Übergangstück konnte eine dichte Verbindung zu den Hüllrohren hergestellt werden. Die Litzen wurden einen Tag vor dem Versuch vorgespannt. Durch zwei Kraftmessdosen, die in die Spanngliedverankerung integriert wurden, konnte die anfängliche Vorspannkraft am Versuchstag und deren Veränderung unter steigender Belastung gemessen werden. Es wurde je eine Kraftmessdose in der oberen und unteren Lage eingebaut. Oben betrug die Vordehnung bei Versuchsbeginn  $\varepsilon_{p,o} = 4,3$  ‰, unten  $\varepsilon_{p,u} = 5,8$  ‰. Das entspricht einer anfänglichen Vorspannkraft von  $P_0 = 551,5$  kN und einem konstanten Moment infolge Vorspannung von  $M_{cp0} = -77,2$  kNm.

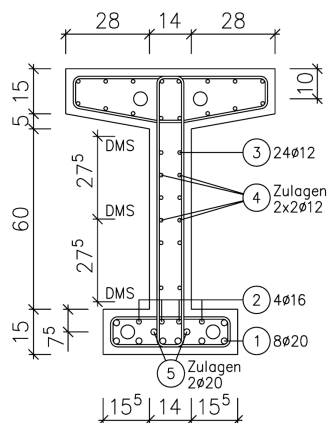


Abb. 3.1: Querschnitt der Träger 1 und 2 mit Längsbewehrung und Querbewehrung und Lage der Dehnmessstreifen (DMS) an den Bügeln.

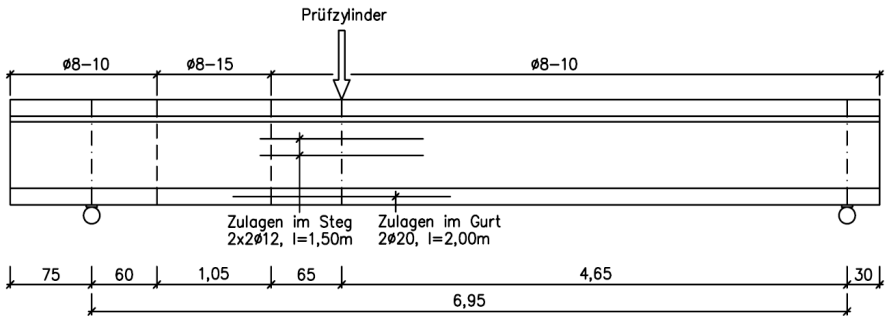


Abb. 3.2: Ansicht des Trägers 1 mit Verteilung und Stabdurchmesser der Bügel, Stützweite und Lage des Prüfzylinders.

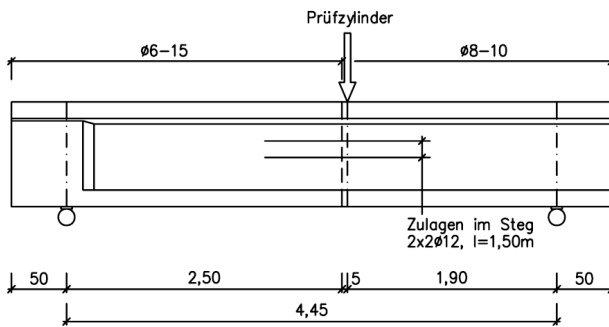


Abb. 3.3: Ansicht des Trägers 2 mit Verteilung und Stabdurchmesser der Bügel, Stützweite, Lage des Prüfzylinders und Lage des maßgebenden Schnittes für die Berechnung.

Wie oben erwähnt wurde der Stabdurchmesser und Abstand der Bügel so gewählt, dass bei beiden Trägern der Bruch durch ein Versagen der Bügel verursacht werden sollte. In den Bereichen der Träger, die nicht untersucht werden sollten, wurde die Querkraftbewehrung verstärkt. Wie die Versuchsergebnisse zeigen, wurde dabei in Träger 1 der Bereich mit dem Bügelabstand von 15 cm zu klein gewählt. Zwischen den beiderseits anschließenden Bereichen, die jeweils stärker bewehrt sind, ist eine vorwiegende Lastweiterleitung der Querkraft über geneigte Druckspannungen im Steg möglich. Die Verteilung der Bügel längs der Träger und die jeweils verwendeten Stabdurchmesser sind in Abb. 3.2 und Abb. 3.3 dargestellt. Als Querbewehrung der Gurte wurden durchweg Bügel mit dem Stabdurchmesser 8 mm verwendet, die im jeweiligen Abstand der Bügel im Steg angeordnet wurden. Die Stützweiten, die Position des Prüfzylinders, die Anordnung der erforderlichen Zulagebewehrung in Längsrichtung und die Lage des in der Berechnung mit der ETB maßgebenden Querschnitts sind ebenfalls in Abb. 3.2 und Abb. 3.3 dargestellt.

Von allen Stabdurchmessern der verwendeten Betonstahlbewehrung wurden für beide Träger jeweils drei Zugproben genommen, für die die wesentlichen Materialeigenschaften ermittelt wurden. Die Ergebnisse der Materialprüfungen an den Zugproben sind in Anhang A-1 dokumentiert. Die Materialeigenschaften des Spannstahls wurden nicht ermittelt, weil die Größe der verbundlosen Vorspannung im

Versuch über Kraftmessdosens ermittelt werden konnte und ein Fließen nicht zu erwarten war.

Die Materialeigenschaften des Festbetons wurden je Träger an drei Probewürfeln mit 150 mm Kantenlänge und an drei Probezylindern mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Länge von 300 mm durchgeführt. Am Versuchstag wurden die Druckfestigkeit an den Probewürfeln und der Elastizitätsmodul und die Spaltzugfestigkeit an den Probezylindern ermittelt.

### 3.3 Versuchsbeschreibung

Bei beiden Versuchen wurde die Last zunächst in Lastschritten von je 50 kN gesteigert. Nach jeder Laststufe wurde die Verformung für eine Zeit von mindestens zwei Minuten gehalten, bevor die Belastung gesteigert wurde. Bei höheren Laststufen fiel während dieser Zeit die Last deutlich ab. Im Schnitt wurden nach jeder zweiten Laststufe die neu entstandenen Risse eingezeichnet und zum Teil die Rissbreiten gemessen. Nach diesen Laststufen betrug die Zeit bis zur nächsten Laststeigerung i. d. R. etwa 15 Minuten.

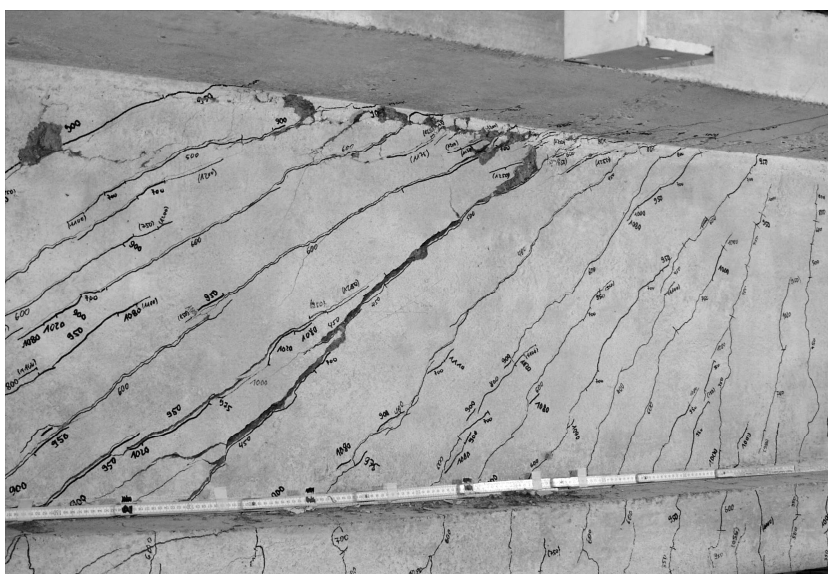


Abb. 3.4: Bruchbild des Trägers 1: Betonabplatzungen im oberen Bereich des Steges und maßgebender Schubriss.

Bei Träger 1 konnten bei etwa 250 kN die ersten Biegerisse festgestellt werden. Ab etwa 400 kN traten die ersten Schubrisse im Steg auf. Ab der Laststufe 1000 kN wurde die Belastung in Schritten von je 25 kN gesteigert. Die Breite der Schubrisse im Steg betrug unter dieser Last max. 0,7 mm. Ab der Laststufe 1200 kN war jeweils während der Laststeigerung und danach ein deutliches Knacken und Knistern zu hören, womit sich das Erreichen der Traglast bereits ankündigte. Kurz vor Erreichen der maximalen Last traten in der oberen Hälfte des Steges im Bereich der Schubrisse erste Betonabplatzungen auf. Beim Anfahren der Laststufe 1275 kN wurde nur

noch eine Last von 1256 kN erreicht. Die Verformung wurde daraufhin zunächst noch einmal konstant gehalten. Die Last fiel dabei deutlich ab. Beim abschließenden Versuch die Last noch einmal anzufahren, trat der erwartete Schubzugbruch durch das Versagen der Bügel auf. Abb. 3.4 zeigt das Bruchbild des Trägers 1. Hier sind deutlich die Betonabplatzungen und der maßgebende Schubriss zu erkennen.

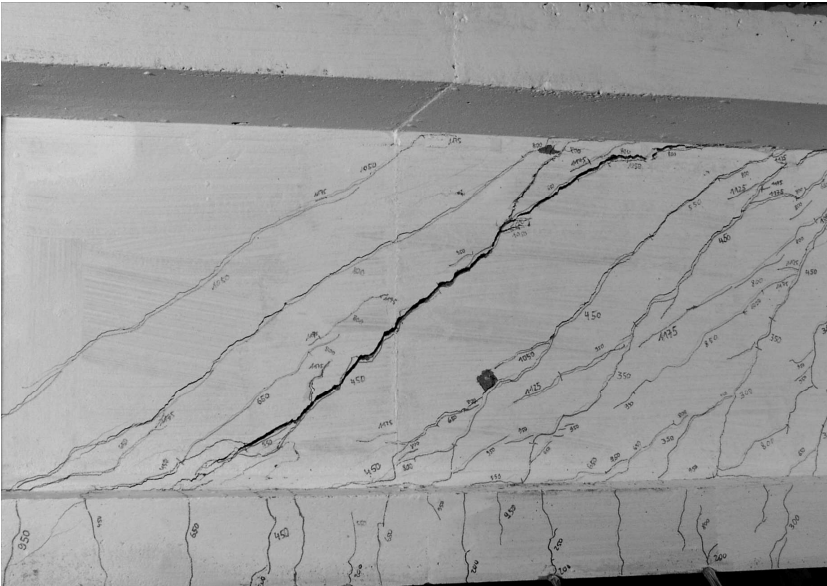


Abb. 3.5: Bruchbild des Trägers 2 mit dem maßgebenden Schubriss.

Bei Träger 2 konnten bei etwa 200 kN die ersten Biegerisse festgestellt werden. Ab etwa 250 kN traten die ersten Schubrisse im Steg auf. Ab der Laststufe 1100 kN wurde die Belastung in Schritten von je 25 kN gesteigert. Die Breite der Schubrisse im Steg betrug unter dieser Last bereits max. 1,4 mm. Bei Laststufe 1175 kN traten in der oberen Hälfte des Steges im Bereich der Schubrisse minimale Betonabplatzungen auf. Beim Anfahren der Laststufe 1225 kN wurde kurzzeitig eine Last von 1230 kN erreicht. Die Verformung wurde daraufhin konstant gehalten, wobei die Last deutlich abfiel. Bereits nach kurzer Zeit kam es zum Versagen des Trägers. Auch hier trat ein Schubzugbruch durch das Versagen der Bügel auf. Abb. 3.5 zeigt das Bruchbild des Trägers 2. Hier ist deutlich der maßgebende Schubriss zu erkennen.

## 3.4 Grundlagen der Versuchsnachrechnung

### 3.4.1 Materialeigenschaften

Da gegenüber der Nachrechnung der Versuche für die Veröffentlichung der Ergebnisse in *Krebs et al 2004* mittlerweile eine elementweise Berücksichtigung des Mitwirkens des Betons möglich ist, werden die beiden Tastversuche noch einmal nachgerechnet. Für die erneute Berechnung werden im Wesentlichen die gleichen Materialeigenschaften zugrunde gelegt wie in *Krebs et al 2004*. Damit ist ein direkter Vergleich der Berechnungsergebnisse möglich.

Die der Berechnung zugrunde gelegten Materialgesetze der Stähle ergeben sich aus den in Tab. 3.1 angegebenen Parametern  $E_0$ ,  $E_Z$ ,  $\sigma_Z$ , und  $\Delta\sigma_Z$ , deren Bedeutung durch die Darstellung auf der rechten Seite der Tabelle erläutert ist. Der tabellierte Elastizitätsmodul  $E_0$  entspricht jeweils dem an den Proben gemessenen Wert. Die restlichen Parameter wurden in *Krebs et al 2004* so gewählt, dass die daraus resultierenden  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Verläufe der verschiedenen Durchmesser möglichst dem gemittelten Verlauf der gemessenen Werte entsprechen, die in Anhang A-1 angegeben sind. Bei den Versuchsnachrechnungen in Kap. 4 werden die rechnerischen Materialeigenschaften der Beton- und Spannstähle hiervon abweichend definiert.

$\emptyset$	Träger 1				Träger 2				Bezeichnungen
	$E_0$	$E_Z$	$\sigma_Z$	$\Delta\sigma_Z$	$E_0$	$E_Z$	$\sigma_Z$	$\Delta\sigma_Z$	
6	-	-	-	-	182.245	2.067	550	90	
8	188.170	1.111	500	82	191.570	801	500	61	
12	190.427	0	500	36	190.427	0	500	36	
16	187.390	0	500	52	189.348	920	550	45	
20	193.131	0	500	50	193.131	0	500	50	
Litze	195.000	0	1.500	270	-	-	-	-	

Dimensionen:  $E_0$ ,  $E_Z$ ,  $\sigma_Z$  und  $\Delta\sigma_Z$  in  $\text{MN/m}^2$ ,  $\emptyset$  in mm

Tab. 3.1: Idealisierte Materialeigenschaften der Stähle für die Berechnungen.

Das aus den vier Parametern vom Programm jeweils generierte  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm ergibt sich aus folgender Bestimmungsgleichung:

$$\sigma_s = E_0 \cdot \varepsilon_s \quad \text{für } \varepsilon_s \leq \varepsilon_0 = \frac{\sigma_Z}{E_0} \quad (3.1)$$

$$\sigma_s = \sigma_Z + E_Z \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_0) + \Delta\sigma_Z \cdot \tanh\left(\frac{E_0 - E_Z}{\Delta\sigma_Z} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_0)\right) \quad \text{für } \varepsilon_s > \varepsilon_0 = \frac{\sigma_Z}{E_0} \quad (3.2)$$

Die Materialeigenschaften der Betone sind in Tab. 3.2 angegeben. Für die Berechnungen wird allerdings im Gegensatz zu den Nachrechnungen für *Krebs et al 2004* die einaxiale Druckfestigkeit zugrunde gelegt, wie dies auch bei den Nachrechnungen in Kap. 4 erfolgt. Sie errechnet sich aus der gemessenen Würfeldruckfestigkeit zu  $f_{1c} = 0,79 f_{c,cube}$ . Die Zugfestigkeit errechnet sich aus der gemessenen Spaltzugfestigkeit zu  $f_{ct} = 0,9 f_{ct,sp}$ . Die angegebenen Werte sind die Mittelwerte aus jeweils drei Messwerten.

Träger	Druckfestigkeit $f_{1c}$	Zugfestigkeit $f_{ct}$	Elastizitätsmodul $E_c$
1	23,7	2,2	24.293
2	19,2	2,0	21.665

Dimension:  $\text{MN/m}^2$

Tab. 3.2: Materialeigenschaften der verwendeten Betone.



### 3.4.2 Iterative Berechnung der Spannstahldehnung des Trägers 1

Für die Berechnung der Spannstahldehnung des Trägers 1 ist aufgrund der verbundlosen Vorspannung eine iterative Berechnung am Gesamtsystem erforderlich. Durch die unter einer Prüflast auftretenden Durchbiegungen und die Verlängerung der Stabachse verändert sich die Dehnung der Spannweiten im Ober- und Untergurt. Zur Ermittlung der sich unter einer Last einstellenden Spannstahldehnung muss daher die über die gesamte Trägerlänge gemittelte Längsdehnung auf Höhe der Spannweiten bestimmt werden. Der Träger wird für die Berechnung entlang der Stabachse in etwa gleich große Abschnitte eingeteilt. Die gewählte Einteilung ist in Abb. 3.6 zu sehen. Bei der Einteilung wird die abschnittsweise unterschiedliche Längs- und Querbewehrung berücksichtigt.

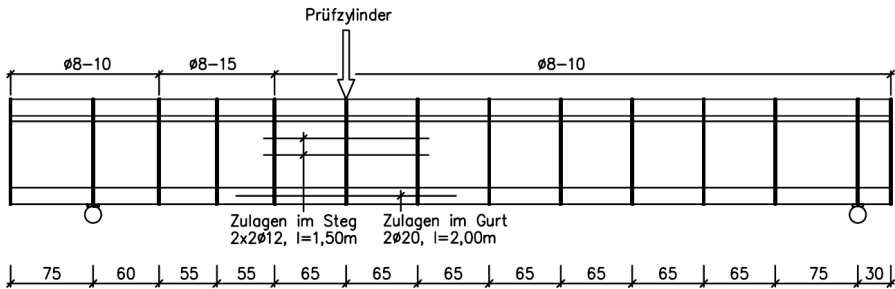


Abb. 3.6: Einteilung des Trägers 1 für die iterative Berechnung der sich unter der Prüflast einstellenden Spannstahldehnungen der verbundlosen Vorspannung.

Die Endquerschnitte und die Schnitte zwischen den Abschnitten werden dann für die einzelnen Laststufen mit den jeweiligen Schnittgrößen und mit anhand der Messergebnisse zunächst geschätzten Spannstahldehnungen im Ober- und Untergurt berechnet. Für jede Laststufe wird dann an jeder Abschnittsgrenze auf Höhe der Spannweiten mit der ETB die Längsdehnung berechnet. Hieraus folgt die über die gesamte Trägerlänge gemittelte Längsdehnung, wobei zwischen den berechneten Querschnitten linear interpoliert wird. An Stellen, die rechnerisch einen Querkraftsprung aufweisen, wird je ein Querschnitt beiderseits berechnet. Aufgrund der so ermittelten Längsdehnung wird dann die zunächst geschätzte Spannstahldehnung für die betreffende Laststufe entsprechend angepasst und es erfolgt hiermit eine erneute Berechnung der Querschnitte für diese Laststufe. Die richtige Spannstahldehnung ist dann gefunden, wenn die auf diese Weise berechnete mittlere Längsdehnung der jeweiligen Veränderung der Spannstahldehnung gegenüber dem Zustand ohne aufgebrauchte Prüflast entspricht.

Für den in *Krebs et al 2004* angegebenen Verlauf der Spannstahldehnungen in Abhängigkeit von der Belastung wurde vereinfachend je Laststufe für die beiden Trägerabschnitte beiderseits der Lasteinleitung eine konstante aufnehmbare Betonzugfestigkeit angesetzt. Anderenfalls wäre hier neben der iterativen Berechnung am Gesamtsystem zusätzlich für jeden Querschnitt eine Iteration erforderlich gewesen. Da mittlerweile das TST in jedem Querschnitt elementweise entsprechend der dort

vorhandenen Dehnungen berücksichtigt werden kann, kann diese Vereinfachung bei der neuen Nachrechnung entfallen.

### **3.4.3 Betrachtete Querschnitte**

Bei der Nachrechnung der beiden Träger werden verschiedene Querschnitte betrachtet. Für die Ermittlung der maximalen Querschnittstragfähigkeit wird diese bei beiden Trägern an jeweils drei Stellen längs des Trägers berechnet. Deren Lage wird analog zu Kap. 4.4 gewählt. Im maßgebenden Abschnitt der Träger wird dazu je ein Schnitt im Abstand der Trägerhöhe  $h$  vom Auflager und von der Lasteinleitung im Feld sowie ein Schnitt in der Mitte zwischen Auflager und Lasteinleitung betrachtet. Die Wahl dieser drei Schnitte wird in Kap. 4.4 begründet. Für Träger 1 entspricht der Schnitt im Abstand  $h$  von der Lasteinleitung der Rechenstelle R1 in *Krebs et al 2004*. Für Träger 2 liegt die Rechenstelle R2 aus *Krebs et al 2004* zwischen zwei der hier betrachteten Schnitte.

Für den Vergleich der Bügeldehnungen wird für Träger 2 zusätzlich der Querschnitt an Rechenstellen R2 betrachtet. An den Rechenstellen R1 und R2 wurde die Bügeldehnung im jeweiligen Versuch an den drei in Abb. 3.1 gekennzeichneten Stellen gemessen.

Träger 1 enthielt auf einer Länge von 1,05 m jeweils Bügel vom Durchmesser 8 mm im Abstand von 15 cm. Beiderseits dieses Bereichs betrug der Bügelabstand nur 10 cm. Im Versuch konnte sich im Steg daher über diesen geschwächten Bereich hinweg eine direkte Lastabtragung über geneigte Druckspannungen einstellen. Bei der Nachrechnung nach ETB und *DIN 1045-1 2008* wird daher wie in *Krebs et al 2004* vereinfachend mit einem mittleren Wert des Bügelbewehrungsquerschnitts von  $a_{sw} = 8,38 \text{ cm}^2/\text{m}$  gerechnet. In Kap. 4 wird die so ermittelte Tragfähigkeit aus diesem Grund jedoch nicht berücksichtigt. Dort werden nur die Ergebnisse von Träger 2 berücksichtigt.

### **3.4.4 Versagenskriterien und Vergleichsberechnung nach DIN 1045-1**

Für die neue Berechnung der Tragfähigkeit werden die in Kap. 4.5.2 beschriebenen Versagenskriterien zugrunde gelegt. Für das in den Versuchen maßgebende Versagen der Bügel ist dies das Erreichen der Streckgrenze. Für die Traglast ergibt sich also ein maßgebender Wert. Davon abweichend wird in *Krebs et al 2004* noch ein Versagensbereich definiert, dessen untere Grenze sich aus dem lokalen Erreichen der Streckgrenze in den Bügeln ergibt. Als obere Grenze wird die Last definiert, unter der die Bügel über die gesamte Steghöhe die Streckgrenze überschreiten.

Für die Ermittlung der Tragfähigkeit nach *DIN 1045-1 2008* wurde in *Krebs et al 2004* die Größe des inneren Hebelarms über eine Verzerrungsberechnung nach der Technischen Biegelehre iterativ ermittelt. Dabei wurde das sich aus dem Fachwerkmodell ergebende Versatzmaß durch eine anteilige Reduzierung der Längsbewehrung berücksichtigt. Hieraus ergibt sich eine Veränderung der Statischen Nutzhöhe  $d$ . Damit die Ergebnisse auch bei den statistischen Auswertungen in Kap. 4 verwendet werden können, wird im Folgenden jedoch nach *DIN 1045-1 2008*

eine statische Nutzhöhe von  $d = 0,9 \cdot h$  angesetzt. Die unten angegebenen Traglasten nach *DIN 1045-1 2008* weichen deshalb etwas von den entsprechenden Angaben in *Krebs et al 2004* ab. Die Grundlagen der Vergleichsberechnung nach *DIN 1045-1 2008* werden in Kap. 4.3 näher erläutert.

### 3.5 Darstellung, Vergleich und Bewertung der Ergebnisse

#### 3.5.1 Tragfähigkeit

Für die Berechnung der Querschnittstragfähigkeit von Träger 1 werden die im Versuch gemessenen Spannstahldehnungen angesetzt, die in Abb. 3.15 dargestellt sind. Bei der Berechnung nach ETB wird der Querschnitt im Abstand  $h$  von der Lasteinleitung maßgebend. Dies entspricht der betrachteten Rechenstelle R1 in *Krebs et al 2004*. Bei einer Querkraft von 754 kN tritt rechnerisch ein gleichzeitiges Versagen der Bügel und des Betons im oberen Bereich des Steges auf. Dieses Versagensbild stimmt sehr gut mit den Versuchsbeobachtungen überein. Die dort aufgetretenen Betonabplatzungen in diesem Teil des Querschnitts, deuten auf eine sehr hohe Ausnutzung des Betons auf Druck hin. Rechnerisch wird das Versagen erreicht, weil die Bügel das zuvor definierte Versagenskriterium überschreiten, was im Versuch mit dem beobachteten Versagen der Bügel zusammenpasst. In Abb. 3.7 ist die berechnete Verteilung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnungen  $\epsilon_{sw}$  unmittelbar vor dem Bruch und im Bruchzustand dargestellt.

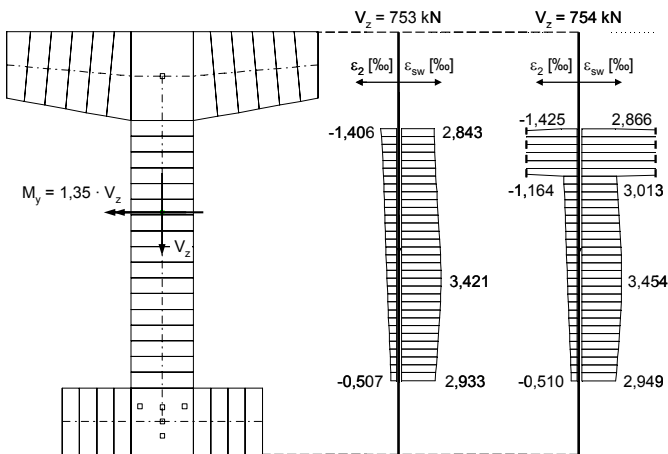


Abb. 3.7: Rechnerische Verteilung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{sw}$  im Steg von Träger 1 auf Bruchniveau.

Nach *DIN 1045-1 2008* beträgt die Querkrafttragfähigkeit des Trägers  $V_{Ru} = 585 \text{ kN}$ . Auch hier werden rechnerisch die Bügel maßgebend.

Bei Träger 2 wird in der Berechnung nach ETB der Querschnitt in der Mitte zwischen Auflager und Lasteinleitung maßgebend. Dies entspricht nicht ganz der betrachteten Rechenstelle R2 in *Krebs et al 2004*, passt aber zu den Versuchsbeobachtungen. Die Rechenstelle R2 wurde passend zur Lage der Bügel gewählt. Bei einer Querkraft von 475 kN tritt hier rechnerisch ebenfalls ein gleichzeitiges Versagen der Bügel und des Betons auf. In diesem Fall erstreckt sich der maßgebende Bereich im Steg jedoch über eine größere Höhe in der Mitte des Steges. Dieses Versagensbild passt auf den ersten Blick nur bedingt zu den Versuchsbeobachtungen. Im Versuch konnten hier nur geringfügige Betonabplatzungen beobachtet werden, was auf eine geringere Ausnutzung des Betons hindeutet. Wie die Dehnungsverteilung in Abb. 3.8 zeigt, ist diese Ausnutzung unmittelbar vor dem Bruch auch deutlich geringer als bei Träger 1. Erst mit dem Erreichen des Versagenskriteriums durch die Bügel kommt es zum Versagen. Dabei wachsen die rechnerischen Hauptstauchungen überproportional an. Dass letztlich die Bügel maßgebend für das Versagen des Trägers sind, stimmt sehr gut mit Versuchsbeobachtungen überein. In Abb. 3.8 ist die rechnerische Verteilung der Hauptstauchung  $\varepsilon_2$  und der Bügeldehnungen  $\varepsilon_{sw}$  unmittelbar vor dem Bruch und im Bruchzustand dargestellt.

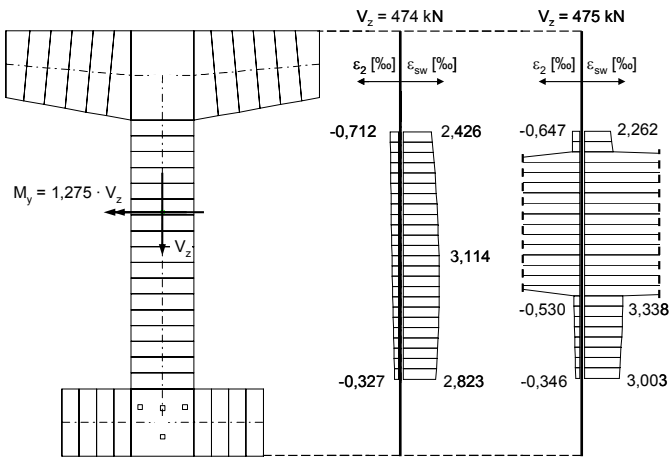


Abb. 3.8: Rechnerische Verteilung der Hauptstauchung  $\varepsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\varepsilon_{sw}$  im Steg von Träger 2 auf Bruchniveau.

Nach *DIN 1045-1 2008* beträgt die Querkrafttragfähigkeit des Trägers  $V_{Ru} = 302$  kN. Auch hier werden rechnerisch die Bügel maßgebend.

Für den Vergleich der verschiedenen Ergebnisse ist in Tab. 3.3 die Querschnittstragfähigkeit umgerechnet auf die korrespondierende Traglast des jeweiligen Trägers. Bei den Werten aus *Krebs et al 2004* ist in Tab. 3.3 der obere Grenzwert in Klammern angegeben. Da hier ein anderes Versagenskriterium zugrunde liegt, werden diese Werte nicht weiter betrachtet. Ergänzend ist bei den berechneten Traglasten die resultierende Sicherheit der jeweiligen Berechnung angegeben. Diese errechnet sich aus dem Verhältnis von Versagenslast im Versuch zur berechneten Traglast.

Träger / Vergleichswert	Versuch	DIN 1045-1 2008	Krebs et al 2004	TST neu	
Träger 1:	Traglast [kN]	1256	874,4	1170 (1260)	1126,9
	Sicherheit	-	1,436	1,074 (0,997)	1,115
Träger 2:	Traglast [kN]	1230	707,3	1210 (1275)	1112,5
	Sicherheit	-	1,739	1,017 (0,965)	1,106

Tab. 3.3: Vergleich der Versagenslast im Versuch mit den verschiedenen berechneten Traglasten sowie die jeweils zu den Ergebnissen gehörige Modellsicherheit.

Wie der Vergleich zeigt, ergeben sich nach der ETB bei Berücksichtigung des TST auf Elementebene für beide Träger etwas niedrigere Traglasten als nach der Berechnung aus *Krebs et al 2004*, bei der die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons noch über ein Ingenieurmodell erfolgt ist. Bezogen auf die alten Ergebnisse liegen die Traglasten bei Träger 1 um 3,7 % und bei Träger 2 um 8,1 % niedriger. Mit dem verwendeten Ingenieurmodell wurde die Mitwirkung des Betons also offensichtlich sehr gut abgebildet. Die Traglasten nach ETB liegen durchweg deutlich oberhalb der Werte nach *DIN 1045-1 2008*. Die Ergebnisse zeigen, dass sich bei einer Querschnittsbemessung mit der ETB z. T. wesentlich wirtschaftlichere Ergebnisse erzielen lassen, als bei einer Bemessung auf Grundlage des Fachwerkmodells aus *DIN 1045-1 2008*. Diese Erkenntnis aus *Krebs et al 2004* kann also bestätigt werden.

### 3.5.2 Bügeldehnungen

Durch einen Vergleich der Traglasten kann nur beurteilt werden, wie zutreffend die ETB den Grenzzustand der Tragfähigkeit beschreibt. Um Aussagen zum Verzerrungszustand auf verschiedenen Belastungsniveaus vor dem Bruchzustand machen zu können, wurden in beiden Versuchen an mehreren Bügeln die Dehnungen an drei über die Steghöhe verteilten Punkten mittels Dehnmessstreifen gemessen. Auch diese Dehnungen werden mit dem neuen Ansatz für das Tension-Stiffening berechnet. In den folgenden Diagrammen (Abb. 3.9 bis Abb. 3.14) sind diese Ergebnisse zusammen mit den Werten aus *Krebs et al 2004* und den Messwerten aufgetragen.

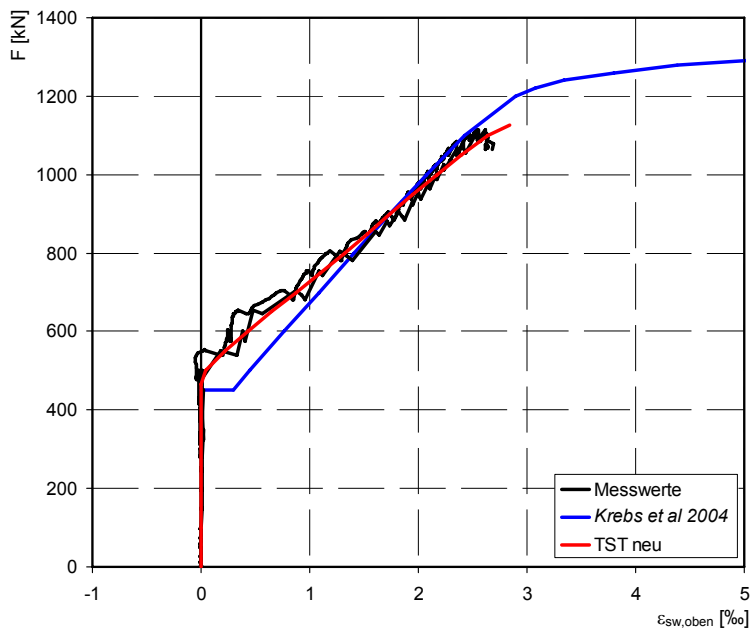


Abb. 3.9: Vergleich der gemessenen und berechneten Bügeldehnungen für Träger 1 im Steg oben.

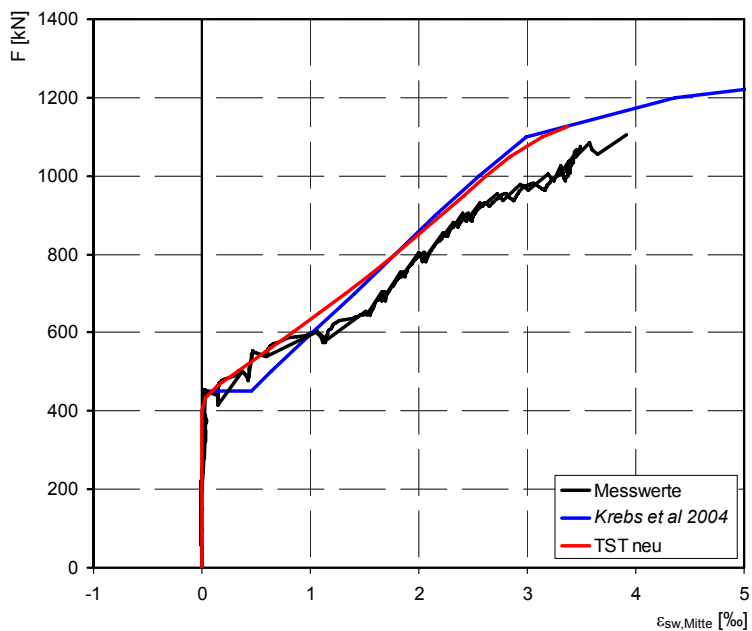


Abb. 3.10: Vergleich der gemessenen und berechneten Bügeldehnungen für Träger 1 in Stegmitte.

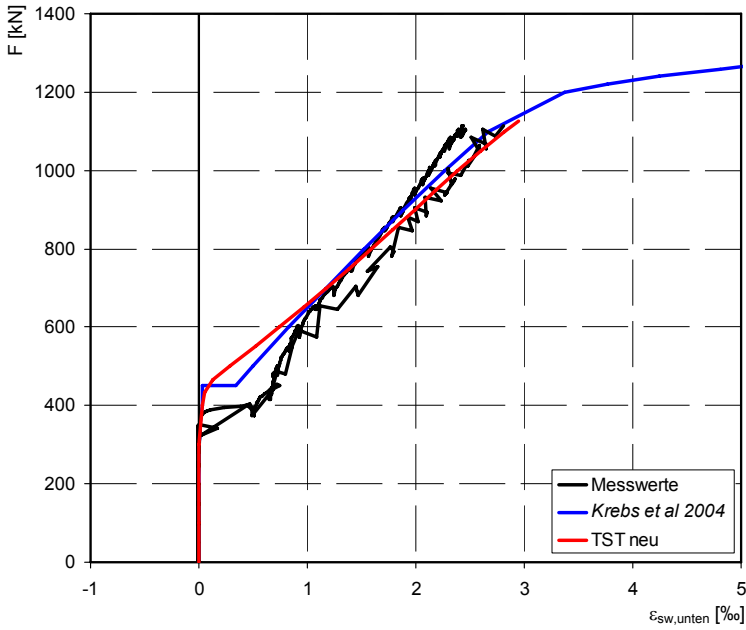


Abb. 3.11: Vergleich der gemessenen und berechneten Bügeldehnungen für Träger 1 im Steg unten.

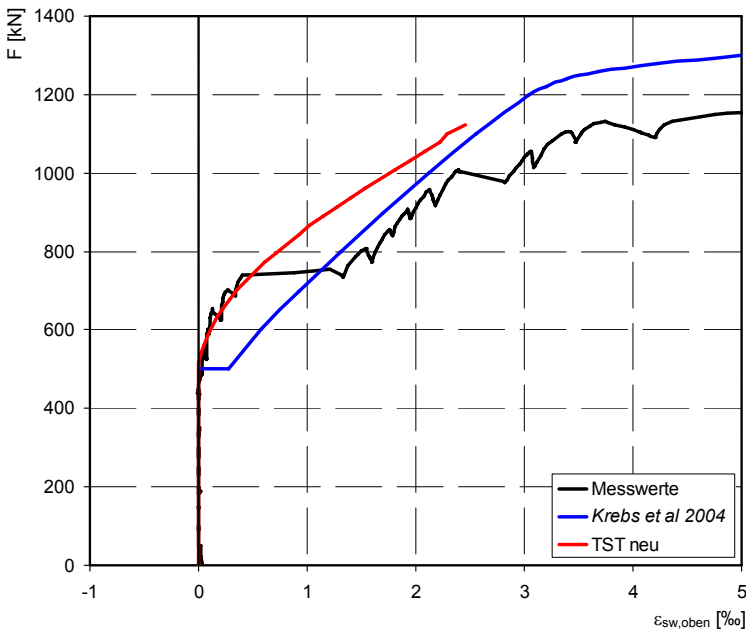


Abb. 3.12: Vergleich der gemessenen und berechneten Bügeldehnungen für Träger 2 im Steg oben.

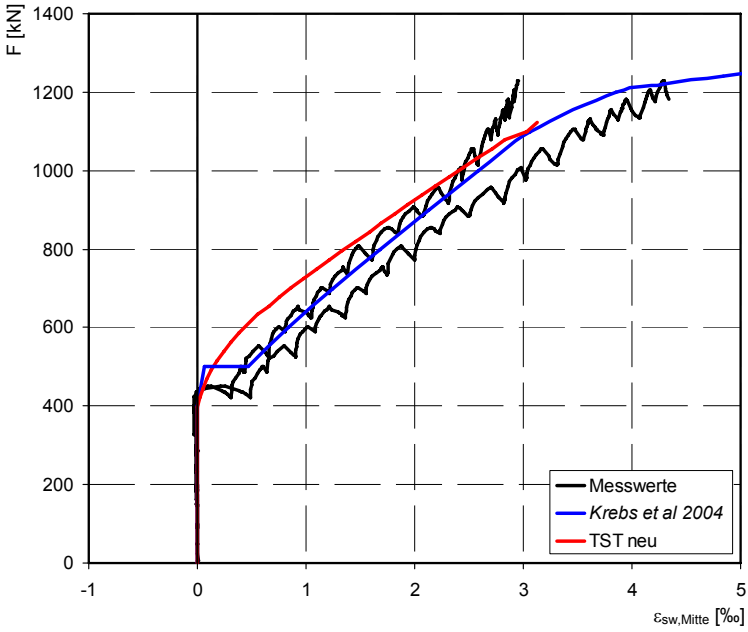


Abb. 3.13: Vergleich der gemessenen und berechneten Biegeldehnungen für Träger 2 in Stegmitte.

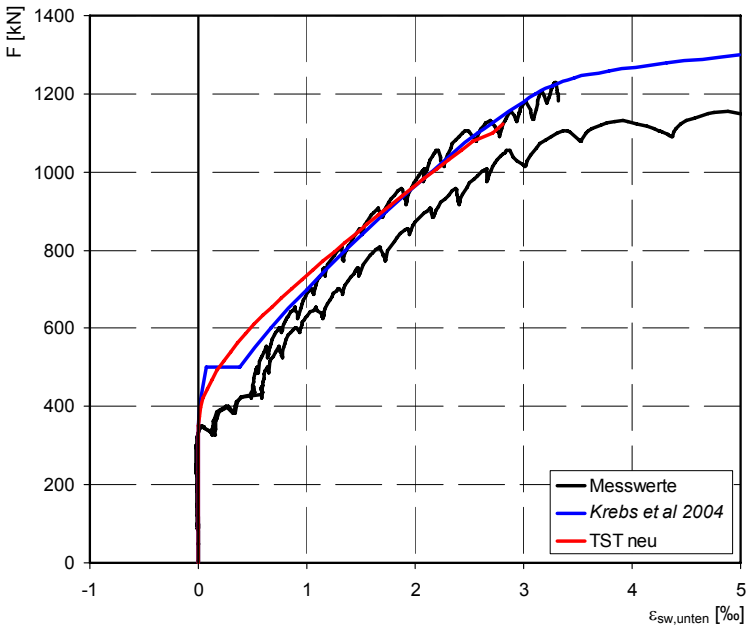


Abb. 3.14: Vergleich der gemessenen und berechneten Biegeldehnungen für Träger 2 im Steg unten.



Der Vergleich zeigt, dass mit dem neuen elementweisen Ansatz für das TST vergleichbare Ergebnisse erzielt werden, wie nach dem in *Krebs et al 2004* verwendeten Ingenieurmodell. Auffallend ist lediglich, dass sich mit dem dort verwendeten Modell beim Erreichen der Zugfestigkeit am zugrunde gelegten Kontrollpunkt in Stegmitte ein sprunghaftes Anwachsen der Bügeldehnungen ergibt. Mit dem neuen elementweisen Ansatz wird für den Stahlbeton auf Zug ein Materialgesetz verwendet, das keinen vergleichbaren Sprung beim Übergang in den gerissenen Zustand mehr aufweist. Die aus einem solchen Sprung resultierenden horizontalen Plateaus in den Diagrammen werden mit dem neuen Ansatz nicht mehr abgebildet. Sie finden sich in den Messwerten aber auch nur teilweise wieder.

Mit den gemessenen Bügeldehnungen stimmen die berechneten Dehnungen an den verschiedenen Stellen im Steg sehr gut überein. Allerdings muss dabei berücksichtigt werden, dass die Messung der Dehnungen mehr oder minder punktuell mit Hilfe von DMS erfolgt ist. Die so erzielten Messergebnisse werden durch die relative Lage der Messstellen im Bezug zu den im Versuch aufgetretenen Schubrisen beeinflusst. Für die eigenen Versuche, die in Kap. 5 beschrieben werden, wird daher für die Erfassung der Bügeldehnungen eine andere Messtechnik eingesetzt.

### **3.5.3 Spannstahldehnung**

Um die im Versuch tatsächlich vorhandene Vorspannkraft messen zu können, wurde Träger 1 mit verbundloser Vorspannung ausgeführt. Durch die Messung der Vorspannkraft in der oberen und unteren Lage konnte so auf die Spannstahldehnungen und die unter der Belastung auftretenden Veränderungen dieser Dehnungen rückgeschlossen werden.

In Abb. 3.15 sind die aus der Messung der Vorspannkraft ermittelten Werte und die Berechnungsergebnisse aus *Krebs et al 2004* dargestellt. Zusätzlich sind die neu berechneten Dehnungen dort eingetragen. Wie man sieht, stimmen die neuen und die alten Berechnungsergebnisse der ETB über weite Teile des Belastungsbereichs sehr gut überein. Bei höheren Lastniveaus ist der Einfluss des TST nach dem neuen Ansatz etwas stärker ausgeprägt. Die Dehnungen nehmen in der Zugzone unten nicht so stark zu und in der Druckzone oben nicht so stark ab wie nach den Ergebnissen aus *Krebs et al 2004*. Beide Berechnungsergebnisse passen annähernd mit den gemessenen Werten überein. Im Versuch nehmen die Dehnungen in der Zugzone zwar deutlich früher zu als in der Berechnung, der relative Dehnungszuwachs ist insgesamt aber nicht so groß wie in der Berechnung. In der Druckzone sind die Unterschiede zwischen Versuch und Berechnung insgesamt deutlich geringer.

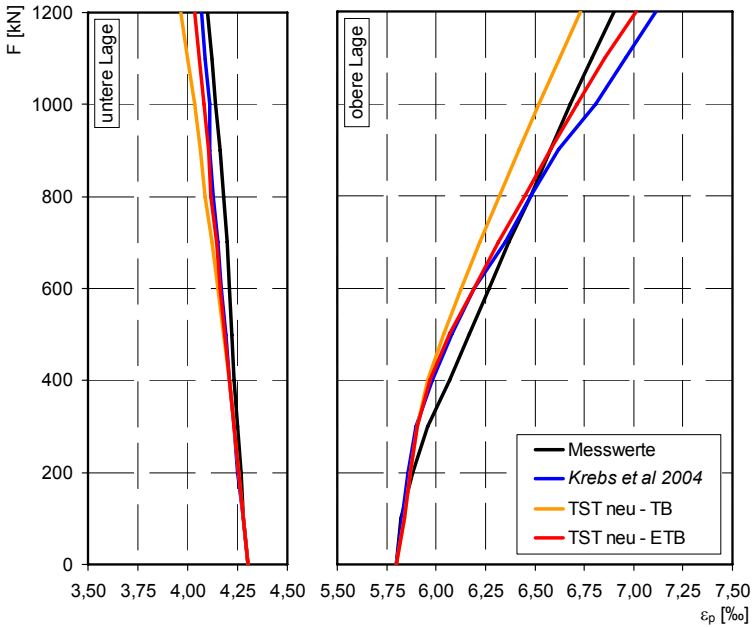


Abb. 3.15: Vergleich der indirekt gemessenen mit der berechneten Spannstahldehnung in der oberen Lage (links) und unteren Lage (rechts).

Ergänzend sind in Abb. 3.15 die Dehnungen eingetragen, die sich auf Grundlage der Technischen Biegelehre ergeben, also unter Vernachlässigung der Querkraft. Das Tension-Stiffening ist hier in gleicher Weise berücksichtigt, wie bei der Neuberechnung nach ETB. Im Vergleich zu den anderen Berechnungsergebnissen und zu den Messwerten wird hier der Einfluss der Querkraft auf die sich einstellende Stabverlängerung ersichtlich. Dies ist darin begründet, dass die ausfallenden schiefen Hauptzugspannungen des Betons erst bei einer größeren Verzerrung der Biege- und Schubbewehrung wieder aufgenommen werden können, als dies bei Zugspannungen im Beton der Fall ist. Nach der Technischen Biegelehre wird nur der Biegeanteil berücksichtigt. Hier ist die Zunahme der Dehnungen in der Zugzone unten deutlich geringer, während die Abnahme der Dehnungen oben in der Druckzone deutlich größer ist. D. h., es tritt eine geringere Stabverlängerung auf.

Um die Stabverlängerung besser vergleichen zu können, ist diese in Abb. 3.16 in Form der über die gesamte Trägerlänge gemittelten Dehnung in Höhe des elastischen Schwerpunktes dargestellt. Dabei ist der Zustand des vorgespannten, aber unbelasteten Trägers als Nullpunkt gewählt. Wie man sieht, ist die im Versuch erfasste Dehnung bei kleineren Lasten zunächst deutlich größer, als die berechneten Dehnungen nach ETB. In der neu durchgeführten Berechnung nach ETB erreicht die Dehnung aber etwa auf Bruchniveau den gemessenen Wert. Ohne das Versatzmaß, das sich aus dem Fachwerkmodell ergibt, liefert die Berechnung nach der Technischen Biegelehre nur etwa halb so große Werte, wie sie im Versuch festgestellt wurden. Auf jedem Belastungsniveau wird somit die Verlängerung der Stabachse

unterschätzt, wenn das Versatzmaß nicht in geeigneter Weise berücksichtigt wird. Dies gilt auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit.

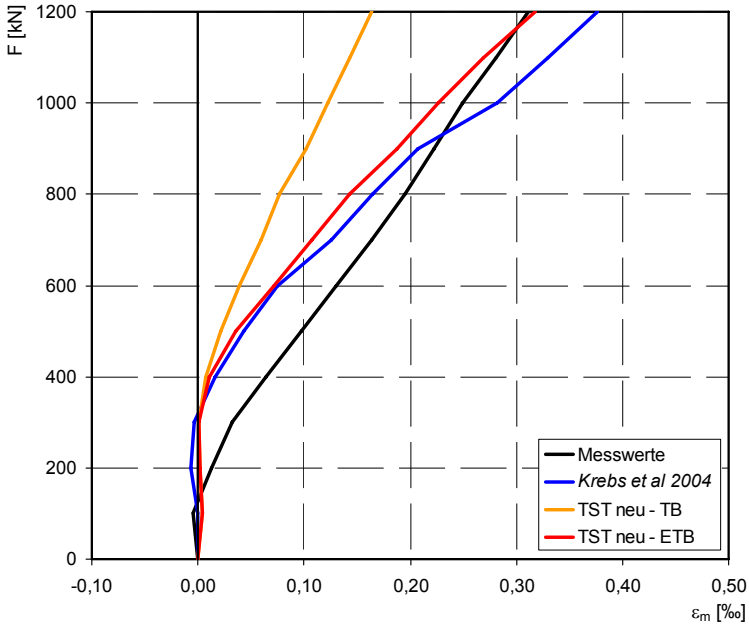


Abb. 3.16: Über die Trägerlänge gemittelte Dehnung in Höhe des elastischen Schwerpunktes des Querschnitts.

### 3.6 Fazit

Der Vergleich der Ergebnisse mit den beiden unterschiedlichen Ansätzen zur Berücksichtigung des TST zeigt, dass mit beiden Methoden sehr ähnliche Ergebnisse erzielt werden. Mit beiden wird zumindest der Bruchzustand sehr genau beschrieben. Der Vergleich der Bügeldehnungen zeigt auch für Lastzustände unterhalb des Bruchzustandes gute Übereinstimmungen. Die ETB liefert bei Berücksichtigung des TST jedoch nur mittlere Werte für die Dehnungen, während lokal im Riss größere Werte auftreten können. Der Vergleich der Spannstahldehnungen zeigt den starken Einfluss der Stabverlängerung infolge der Querkraft, der in hier jedoch auch mit der ETB nur bedingt erfasst werden konnte.

## 4 Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen

### 4.1 Ziele des Vergleichs

Durch die Nachrechnung einer Vielzahl von dokumentierten Versuchen mit der ETB und den anschließenden Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Versuchsergebnissen und den Ergebnissen nach *DIN 1045-1 2008* sollen vor allem die nachfolgend beschriebenen Punkte untersucht werden.

#### 4.1.1 Genauigkeit und Zuverlässigkeit der ermittelten Tragfähigkeit

Wie der in Abb. 4.1 nochmals gezeigte Vergleich der Traglasten von dokumentierten Versuchsträgern mit Berechnungen nach der ETB aus *Krebs et al 2004* und *Krebs und Hartung 2007* zeigt, ist mit der ETB bei Berücksichtigung des TST offensichtlich eine sehr genaue Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit von Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit Querkraftbewehrung möglich.

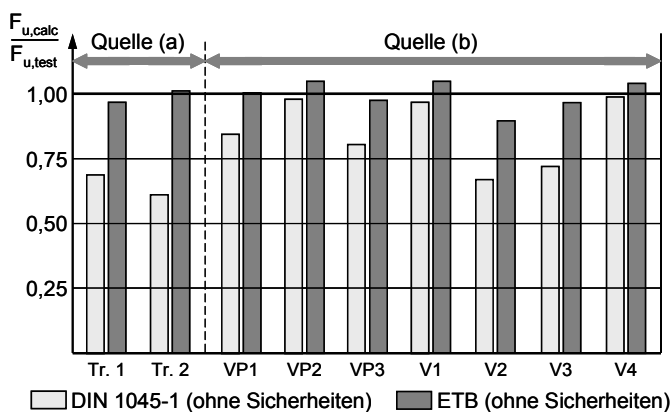


Abb. 4.1 Grafische Darstellung der Ausnutzungsgrade nach *DIN 1045-1 2008* und nach ETB aus Versuchsnachrechnungen von *Krebs et al 2004* (a) und *Krebs und Hartung 2007* (b); identisch mit Abb. 1.1.

Um die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der mit der ETB ermittelten Tragfähigkeit im Vergleich zum Fachwerkmodell bewerten zu können, ist jedoch die Schaffung einer größeren Datenbasis erforderlich. Nur wenn entsprechend viele dokumentierte Versuche nachgerechnet werden, ist eine statistische Bewertung der Ergebnisse möglich. Deshalb wurden alle in der Versuchsdatenbank im Anhang zu *Reineck 1999* angegebenen Versuche an querkraftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit der ETB berechnet, soweit sie gewisse Mindestanforderungen erfüllen und eine Überprüfung der Datenbasis anhand der dort zitierten Quellen möglich war. Anschließend erfolgt eine statistische Bewertung der ermittelten Tragfähigkeiten, die grundsätzlich auf der gleichen Datenbasis beruht wie die Bewertung des Fachwerkmodells von *DIN 1045-1 2008* in *Reineck 1999*. Bei entsprechenden Ergebnissen wird eine Anwendung der ETB zur Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit prinzipiell ermöglicht.

#### 4.1.2 Definition von Versagenskriterien für Schubbrüche

Für die Ermittlung der rechnerischen Tragfähigkeit, die sich nach der ETB ergibt, ist es allerdings zunächst erforderlich, entsprechende Versagenskriterien festzulegen. Während für die Versagenskriterien von Biegebrüchen auf die Festlegungen von *DIN 1045-1 2008* zurückgegriffen werden kann, sind die Kriterien für das Erreichen von Schubbrüchen noch nicht eindeutig geklärt. Durch den Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den im Versuch erreichten Traglasten müssen also zunächst geeignete Kriterien festgelegt werden. Dazu wird zu Beginn nur eine kleinere Auswahl an Versuchen betrachtet, bevor nach der abschließenden Wahl der geeigneten Kriterien die Nachrechnung und Bewertung für alle weiteren Versuche erfolgt.

#### 4.1.3 Vergleich mit dem Fachwerkmodell nach DIN 1045-1

Um die Genauigkeit der mithilfe der ETB ermittelten Tragfähigkeiten beurteilen zu können, werden die Ergebnisse zusätzlich mit den Tragfähigkeiten verglichen, die sich nach dem Fachwerkmodell von *DIN 1045-1 2008* ergeben. Damit wird ersichtlich, welche Reserven der Querschnittstragfähigkeit durch die Anwendung der ETB durchschnittlich erschlossen werden können. Für die im Versuch ermittelten Tragfähigkeiten und die Tragfähigkeiten nach der ETB wird zudem auf Grundlage der Plastizitätstheorie mit einem reinen Fachwerkmodell ermittelt, welche Druckstrebenneigungswinkel sich rechnerisch zum Erreichen der entsprechenden Tragfähigkeiten einstellen müssten. Damit soll kontrolliert werden, ob im Versuch und in der Berechnung nach ETB die empirisch gewählte untere Grenze der Druckstrebenneigung  $\theta$  von  $18,4^\circ$  unterschritten wird.

### 4.2 Auswahl der nachzurechnenden Versuche

Die Grundlage für die im Zuge dieser Arbeit nachgerechneten Versuche bildet die Versuchsdatenbank, die für das DIBt-Forschungsvorhaben IV I-5-876/98 zur Überprüfung und Vereinheitlichung der Querkraftmodelle von *DIN 1045-1* erstellt wurde. Die Datenbank ist im Anhang des entsprechenden Abschlussberichts abgedruckt und enthält neben den verwendeten Daten zu den Versuchen an querkraftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonträgern noch die Daten zu Versuchen an Trägern ohne Querkraftbewehrung und Trägern mit Arbeitsfuge sowie zu Durchstanzversuchen mit und ohne Durchstanzbewehrung. Maßgeblich für die Versuchsnachrechnungen dieser Arbeit ist nur Kapitel 3.2, das von Prof. K.-H. Reineck erstellt wurde und in dieser Arbeit mit *Reineck 1999* zitiert wird.

Neben den für die statistische Bewertung des Querkraftmodells der *DIN 1045-1* verwendeten Versuchen wurden hier jedoch zusätzlich auch solche Versuche nachgerechnet, die in *Reineck 1999* aufgrund einer „überhohen Bruchlast“ oder wegen des Unterschreitens der erforderlichen Mindestbewehrung aussortiert wurden.

Bei Versuchen mit „überhoher Bruchlast“ ergeben sich nach *Reineck 1999* aus dem zugrundeliegenden Fachwerkmodell in den geeigneten Druckstreben rechnerische Druckspannungen, die größer als die einaxiale Druckfestigkeit des Betons sind (vgl. Kontrollkriterium KON9, unten). Damit liegen diese Versuche auch bei Vernachlässigung der Abminderung der Betondruckfestigkeit infolge Querzug ( $\alpha_c = 0,75$ )

unterhalb des sog. Plastizitätskreises im  $\omega$ - $\nu$ -Diagramm (vgl. Kap. 4.3). Mithilfe eines Fachwerkmodells lassen sich diese Versuche also alleine nicht erklären. Demnach müssten in diesen Fällen zusätzliche Tragmechanismen wirksam sein. Da das zu überprüfende Modell aber nicht ausschlaggebend für die Auswahl der Versuche sein darf, wurden diese Versuche hier ebenfalls nachgerechnet.

Neben Versuchen, die das Kontrollkriterium KON9 nicht erfüllen, wurden abweichend von *Reineck 1999* zudem teilweise auch Versuche berücksichtigt, bei denen keine ausreichende Mindestquerkraftbewehrung vorhanden war (vgl. Kontrollkriterium KON13.2, unten). In diesen Fällen wird der Lastabtrag von Mechanismen wie dem Bogen-Zugband-Modell, der Dübelwirkung der Bewehrung und der Zugfestigkeit des Betons dominiert. Zudem kann es ohne eine ausreichende Mindestbewehrung zu einem spröden Bauteilversagen ohne Vorankündigung kommen, weil die vorhandene Querkraftbewehrung nicht ausreicht, um die beim Versagen des Betontraganteils frei werdenden Kräfte aufzunehmen. Da bei einer Berechnung mit der ETB nur die Tragfähigkeit des betrachteten Querschnitts bestimmt wird, fehlen somit die Traganteile des Gesamtsystems. Deshalb soll durch eine Berücksichtigung dieser Versuche überprüft werden, wie genau die Tragfähigkeit in diesen Fällen mit der ETB berechnet werden kann. Zudem kann anhand dieser Versuche überprüft werden, ob ein sprödes Bauteilversagen bei der Berechnung mit der ETB zu erkennen ist und ob ggf. eine dazu passende Definition einer erforderlichen Mindestbewehrung möglich ist.

Die folgenden Kontrollkriterien (KON) aus *Reineck 1999* wurden für die eigene Versuchsauswahl herangezogen und mussten von den nachzurechnenden Versuchen erfüllt werden:

- KON1: min. Betondruckfestigkeit:  $f_{1c} > 12 \text{ MN/m}^2$
- KON2: max. Betondruckfestigkeit:  $f_{1c} < 100 \text{ MN/m}^2$
- KON3: min. Stegdicke:  $b_w > 5 \text{ cm}$
- KON4: min. Trägerhöhe:  $h > 7 \text{ cm}$
- KON61: min. Schubslankheit:  $a/d > 2,40$
- KON10: Bewehrung gerippt
- KON11: keine Verankerungsbrüche der Längsbewehrung
- KON15: keine andere Bruchart (Verankerung Bügel, Flansch, ...)
- KONX: keine wesentlichen Daten fehlen

Das Kontrollkriterium KONX bezieht sich auf fehlende Daten, die für die Berechnung mit dem Fachwerkmodell wesentlich sind. In den betreffenden Fällen fehlen z. B. Angaben zur Bruchlast oder zur Querkraftbewehrung. Für eine wirklichkeitsnahe Versuchsnachrechnung mit der ETB sind jedoch mehr Eingabedaten erforderlich, als für die Berechnung mit dem Fachwerkmodell. Insbesondere die Zugfestigkeit des Betons und die Elastizitätsmoduln von Beton und Stahl sind hierzu erforderlich. Da diese Angaben leider sehr oft nicht dokumentiert sind, mussten hierzu Annahmen getroffen werden, auf die im nächsten Abschnitt näher eingegangen wird.

Die übrigen Kontrollkriterien wurden nicht für die Versuchsauswahl herangezogen. Im Einzelnen lauten die wesentlichen Kriterien wie folgt:

- KON5: min. Schubschlankheit:  $a/d > 2,89$
- KON7: max. Druckzonenhöhe:  $x/d < 0,50$
- KON8: kein rechnerischer Biegebruch:  $M_{u,test} / M_{u,cal} < 1,0$
- KON9: keine überhohen Bruchlasten:  $\sigma_{cwu} \leq f_{1c}$
- KON12: Bügelspannungen beim Bruch bekannt oder Bügelfließen
- KON13.1: min. Bügelbewehrung:  $\omega_{wy} > \omega_{wy,min}$ ; gerechnet mit  $f_{yw}$
- KON13.2: min. Bügelbewehrung:  $\omega_{wu} > \omega_{wy,min}$ ; gerechnet mit  $\sigma_{sw,test}$

Für das Kriterium KON13.1 wurde der Bügelbewehrungsgrad in *Reineck 1999* mit der Streckgrenze der Bügel  $f_{yw}$  berechnet, für KON13.2 mit der gemessenen Spannung der Bügel beim Bruch. Für beide gilt  $\omega_{wy,min} = (0,036 - 0,0062 f_{1c} / 50)$ . Für die statistische Auswertung des Querkraftmodells der DIN 1045-1 wurden verschiedene Kombinationen der hier genannten Auswahlkriterien angesetzt. Es galten mindestens die Kriterien KONX, KON1 bis KON4, KON7, KON9 bis KON12, KON13.2 und KON15. Bei weiteren Auswertungen galten zusätzliche Kriterien, z. B. das Kriterium KON8, über das „theoretisch“ auftretende Biegebrüche aussortiert wurden.

Neben dem bereits erwähnten Verzicht auf die Kriterien KON9 und KON13.2 wurde für die eigenen Versuchsnachrechnungen also zudem auf die Kriterien KON7 und KON12 verzichtet. Weder die Begrenzung der max. Druckzonenhöhe gemäß *DIN 1045-1 2008* (KON7) noch die fehlende Aussage zu den Bügelspannungen beim Bruch sollte für die Auswahl der nachzurechnenden Versuche eine Rolle spielen. Oft findet sich in der betreffenden Literatur ein Hinweis auf die Versagensart. Statt der Anwendung des theoretischen Kriteriums KON8 wurden gezielt solche Versuche aussortiert, bei denen als Bruchart ein Biegedruck- oder Biegezugbruch eindeutig dokumentiert ist.

Da eine Überprüfung der Datensätze in der Versuchsdatenbank anhand der dort zitierten Quellen gezeigt hat, dass sich bei der Erfassung der Versuchsdaten offensichtlich Übertragungsfehler eingeschlichen haben, musste als zusätzliche Voraussetzung für die Nachrechnung der Versuche die betreffende Quelle zur Überprüfung vorliegen. Es wurden also nur Versuche nachgerechnet, deren Daten verifiziert werden konnten. Bis auf einzelne Ausnahmen lagen die in *Reineck 1999* angegebenen Literaturstellen jedoch vor, sodass durch diese zusätzliche Voraussetzung nur sechs Versuche entfielen, die bei der statistischen Bewertung des Fachwerkmodells nach *DIN 1045-1 2008* berücksichtigt wurden. Weitere zwölf Versuche mussten allerdings zusätzlich entfallen, weil sie nicht in den in *Reineck 1999* zitierten Quellen zu finden waren. Dies betraf die Quellen *Hamadi und Regan 1980*, in der Versuche an Balken ohne Querkraftbewehrung beschrieben werden, und *Cafilisch und Thürlimann 1970a und b*, in der die Versuche der Serie C fehlen. Aus welcher Quelle die betreffenden Versuche in der Datenbank stammen, ist somit leider nicht nachvollziehbar. Da insgesamt jedoch ausreichend viele Versuchsdaten zur Verfügung standen, wurde nicht weiter versucht, die fehlenden Quellen zu ergänzen. Die nachgerechneten Versuche an querkraftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonträgern sind in den nachfolgenden Tabellen aufgeführt.

*Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen*

Quelle	Versuch	DB-Nr.	KON	DIN	QS-Form
<i>Bhal 1968</i>	B1S	28	8, 13.1, 13.2	0	R
	B2S	29	8, 13.2	0	R
	B3S	30	8, 13.1, 13.2	0	R
	B4S	31	8, 13.2	0	R
<i>Bresler und Scordelis 1963</i>	A-1	77	13.1, 13.2	0	R
	A-2	78	7, 13.1, 13.2	0	R
	B-1	80	7, 13.1, 13.2	0	R
	B-2	81	7, 8, 13.1, 13.2	0	R
	C-1	83	8, 13.1, 13.2	0	R
	C-2	84	7, 8, 9	0	R
<i>Gabrielsson 1993</i>	S2	129	8, 9, 12, 13.1, 13.2	0	R
	S3	130	8, 9, 12, 13.1, 13.2	0	R
	S4	131	8, 9, 12, 13.2	0	R
	HS1	132	9, 12, 13.2	0	R
	HS2	133	8, 9, 12, 13.1, 13.2	0	R
<i>Guralnik 1960</i>	IA-1	134	8, 9, 12, 13.2	0	T
	IA-2	135	9, 12, 13.2	0	T
	IB-2	137	9, 12, 13.2	0	T
	IC-1	138	8, 9, 12, 13.2	0	T
	IC-2	139	9, 12, 13.2	0	T
	ID-1	140	8, 9, 12, 13.2	0	T
	ID-2	141	8, 9, 12, 13.2	0	T
	IIA-1	142	7, 8, 9, 12, 13.2	0	T
	IIA-2	143	8, 9, 12, 13.2	0	T
	IIB-2	144	8, 9, 12, 13.2	0	T
	IIC-1	145	7, 8, 9, 12, 13.2	0	T
	IIC-2	146	9, 12, 13.2	0	T
	IID-2	148	8, 9, 12, 13.2	0	T
	IA-2R	150	9, 12, 13.2	0	T
	IB-2R	151	8, 9, 12, 13.2	0	T
	IC-2R	153	9, 12, 13.2	0	T
	ID-2R	154	9, 12, 13.2	0	T

Tab. 4.1 Nachgerechnete Stahlbetonträger mit Querkraftbewehrung;  
 Legende: **Quelle**, Versuchsbezeichnung (**Versuch**), laufende Nummer der Datenbank in *Reineck 1999* (**DB-Nr.**), nicht eingehaltenen Kontrollkriterien (**KON**), Berücksichtigung für DIN 1045-1 (**DIN** = 0: nein; DIN = 1: ja), Querschnittsform (**QS-Form**: R = Rechteck, T = T-Querschnitt, DT = Doppel-T-Querschnitt).



Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen

Quelle	Versuch	DB-Nr.	KON	DIN	QS-Form
<i>Haddadin et al 1971</i>	A2	155	13.1, 13.2	0	T
	A3	156	-	1	T
	A4	157	-	1	T
	A5	158	-	1	T
	B3	160	-	1	T
	C2	161	13.1, 13.2	0	T
	C3	162	-	1	T
	C4	163	8	1	T
	C5	164	8	1	T
	D3	165	8	1	T
	E2	166	9	0	T
	E3	167	-	1	T
	E4	168	-	1	T
	E5	169	-	1	T
	F3	170	-	1	T
	G3	171	-	1	T
	G4	172	-	1	T
	G5	173	-	1	T
	H2	174	9, 13.1, 13.2	0	T
	J3	175	8	1	T
J5	176	8	1	T	
<i>Johnson und Ramirez 1989</i>	1	192	13.1, 13.2	0	R
	2	193	13.1, 13.2	0	R
	3	194	13.1, 13.2	0	R
	4	195	13.1, 13.2	0	R
	5	196	13.1, 13.2	0	R
	7	197	13.1, 13.2	0	R
	8	198	13.1, 13.2	0	R
	<i>Kriski und Loov 1996</i>	1	248	9, 12, 13.1, 13.2	0
2		249	8, 9, 12, 13.1, 13.2	0	R
3		250	9, 12, 13.1, 13.2	0	R
5		252	9, 12, 13.1, 13.2	0	R
7		254	9, 12, 13.1, 13.2	0	R
8		255	8, 9, 12, 13.1, 13.2	0	R
9		256	9, 12, 13.1, 13.2	0	R
10		257	8, 9, 12, 13.1, 13.2	0	R

Tab. 4.2: Fortsetzung Tab. 4.1.

*Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen*

Quelle	Versuch	DB-Nr.	KON	DIN	QS-Form
<i>Leonhardt und Walther 1963</i>	TA1	275	8	1	T
	TA2	276	8	1	T
	TA3	277	-	1	T
	TA4	278	9	0	T
	TA11	281	8	1	T
	TA12	282	-	1	T
	TA13	283	8	1	T
	TA14	284	8	1	T
	TA15	285	8	1	T
	TA6	286	-	1	T
	TA16	287	8	1	T
	TA8	289	-	1	T
<i>Levi und Marro 1989</i>	RC 30 A1	290	-	1	DT
	RC 30 A2	291	-	1	DT
	RC 60 A1	292	-	1	DT
	RC 60 A2	293	-	1	DT
	RC 60 B1	294	-	1	DT
	RC 60 B2	295	-	1	DT
	RC 70 B1	296	8	1	DT
<i>Lynberg 1976</i>	5A-0	297	-	1	DT
	5B-0	298	-	1	DT
<i>Placas und Regan 1971</i>	W1	342	-	1	DT
	W2	343	9, 12, 13.2	0	DT
	W3	344	8, 9, 12, 13.2	0	DT
	W5	345	8, 9, 12, 13.2	0	DT
	W6	346	9, 12, 13.2	0	DT
	W7	347	9, 12, 13.2	0	DT
<i>Rangan 1991</i>	I-1	361	9, 12, 13.2	0	DT
	I-2	362	9, 12, 13.2	0	DT
	I-3	363	9, 12, 13.2	0	DT
	I-4	364	9, 12, 13.2	0	DT
<i>Reineck et al 2001</i>	Stb III	397	-	1	DT
	Stb I	398	-	1	DT
<i>Sigrist und Marti 1993</i>	T2	424	8	1	DT
	T4	426	8	1	DT

Tab. 4.3: Fortsetzung Tab. 4.2.

Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen

Quelle	Versuch	DB-Nr.	KON	DIN	QS-Form
<i>Sørensen 1974</i>	T21	427	-	1	T
	T22	428	-	1	T
	T23	429	8	1	T
	T2b	433	-	1	T
	T4b	435	-	1	T
<i>Stroband 1997</i>	2	438	-	1	DT
	3	439	-	1	DT
	4	440	9, 12, 13.2	0	DT
	5	441	8, 9, 12, 13.2	0	DT
<i>Kaufmann und Marti 1996</i> <sup>1)</sup>	VN1	14 (P)	-	1	DT
	VN2	15 (P)	-	1	DT
	VN3	16 (P)	-	1	DT
	MVN1	18 (P)	8	1	DT

Tab. 4.4: Fortsetzung Tab. 4.3; <sup>1)</sup> Versuche an Stahlbetonträgern, die fälschlicherweise in der Datenbank für Spannbetonträger (P) aufgeführt sind.

Quelle	Versuch	DB-Nr.	KON	DIN	QS-Form
<i>Kaufmann und Marti 1996</i>	VN4	17	-	1	DT
	MVN2	19	8	1	DT
	MVN3	20	8, 9	0	DT
	MVN4	21	8, 9	0	DT
<i>Lyngberg 1976</i>	2A-3	23	5	1	DT
	2B-3	24	5	1	DT
	3A-2	25	5	1	DT
	3B-2	26	5	1	DT
	4A-1	27	5	1	DT
	4B-1	29	5	1	DT
<i>Gregor und Collins 1995</i>	CM5	60	5, 8	1	DT
	CM6	61	5, 8	1	DT
<i>Rangan 1991</i>	II-1	62	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	II-2	63	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	II-3	64	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	II-4	65	5, 9, 12, 13.2	0	DT

Tab. 4.5 Nachgerechnete Spannbetonträger mit Querkraftbewehrung; Legende vgl. Tab. 4.1.

*Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen*

Quelle	Versuch	DB-Nr.	KON	DIN	QS-Form
<i>Rangan 1991</i>	III-1	66	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	III-2	67	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	III-3	68	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	III-4	69	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	IV-1	70	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	IV-2	71	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	IV-3	72	5, 9, 12, 13.2	0	DT
	IV-4	73	5, 9, 12, 13.2	0	DT
<i>Bennett und Debaiky 1974</i>	PM-6-160	97	-	1	DT
	PH-6-160	98	-	1	DT
	PL-6-80	99	-	1	DT
	CL-6-240	100	9, 13.1, 13.2	0	DT
	CM-6-240	101	13.1, 13.2	0	DT
	CM-6-160	102	-	1	DT
	CH-6-160	103	-	1	DT
	CL-6-80	104	-	1	DT
	CM-6-80	105	-	1	DT
	CH-6-80	106	8	1	DT
<i>Levi und Marro 1993</i>	PC 30 A1	115	-	1	DT
	PC 30 A2	116	-	1	DT
	PC 60 A1	117	-	1	DT
	PC 60 A2	118	-	1	DT
	PC 60 B1	119	-	1	DT
	PC 60 B2	120	-	1	DT
	<i>Leonhardt et al 1973</i>	IP3	141/142 <sup>2)</sup>	8, (15) <sup>3)</sup>	0
TG1		143/144 <sup>2)</sup>	8, 9, 13.1, 13.2	0	T
T.P2-re		151/152 <sup>2)</sup>	-	1	DT
T.P4-re		155	8	1	DT
<i>Cafilisch und Thürlimann 1970a+b</i>	B1-re	163	-	1	
	B2-re	164	-	1	

Tab. 4.6: Fortsetzung Tab. 4.5; <sup>2)</sup> Versuche sind aufgrund unterschiedlicher Querkraftbewehrung längs der Träger fälschlicherweise jeweils als zwei getrennte Versuche in der Datenbank erfasst; <sup>3)</sup> Schubversagen in *Leonhardt et al 1973* dokumentiert.

Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen

Quelle	Versuch	DB-Nr.	KON	DIN	QS-Form
<i>Hanson und Hulsbos 1964</i>	F-X1 A	179	9, 13.1, 13.2	0	DT
	F-X1 B	180	9, 13.1, 13.2	0	DT
	F-2 A	182	5, 9	0	DT
	F-2 B	183	5, 9, 13.1, 13.2	0	DT
	F-3 A	184	5	1	DT
	F-3 B	185	5, 9, 13.1, 13.2	0	DT
	F-4 A	186	9	0	DT
	F-4 B	187	9, 13.1, 13.2	0	DT
	F-5 A	188	-	1	DT
	F-5 B	189	13.1, 13.2	0	DT
	F-7 A	191	13.1, 13.2	0	DT
	F-7 B	192	9, 13.1, 13.2	0	DT
	F-8 A	193	-	1	DT
	F-8 B	194	13.1, 13.2	0	DT
	F-9 A	195	13.1, 13.2	0	DT
	F-9 B	196	13.1, 13.2	0	DT
	F-10 A	197	13.1, 13.2	0	DT
	F-10 B	198	13.1, 13.2	0	DT
	F-11 A	199	13.1, 13.2	0	DT
	F-11 B	200	13.1, 13.2	0	DT
	F-12 A	201	13.1, 13.2	0	DT
F-12 B	202	13.1, 13.2	0	DT	
F-13 A	203	13.1, 13.2	0	DT	
F-13 B	204	13.1, 13.2	0	DT	
F-14 A	205	13.1, 13.2	0	DT	
F-14 B	206	13.1, 13.2	0	DT	
F-15 B	207	13.1, 13.2	0	DT	
F-16 B	208	13.1, 13.2	0	DT	
F-19 A	209	-	1	DT	
F-19 B	210	9, 13.1, 13.2	0	DT	
<i>Cederwall et al 1970</i>	14	218	5, 8	1	R
	15	219	5, 8	1	R
	16	220	5, 7, 8	0	R
	17	221	5, 7, 8	0	R
	18	222	5, 13.1, 13.2	0	R
	19	223	5, 9, 13.1, 13.2	0	R

Tab. 4.7: Fortsetzung Tab. 4.6.

## Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen

Quelle	Versuch	DB-Nr.	KON	DIN	QS-Form
<i>Reineck et al 2001</i>	Spb III	266	-	1	DT
	Spb I	267	-	1	DT

Tab. 4.8: Fortsetzung Tab. 4.7.

Ältere Versuche, die in die Datenbank in *Reineck 1999* nicht aufgenommen wurden, und neuere Versuche, die seither durchgeführt wurden, blieben bei den Versuchsnachrechnungen unberücksichtigt. Da die Datenbasis für eine statistische Bewertung der ETB ausreichend ist, erfolgt keine eigene Literaturrecherche zur Vergrößerung des Datenbestandes. Dies betrifft insbesondere Versuche an Trägern aus Leichtbeton und hochfestem Beton. Die Nachrechnungen und die anschließende statistische Auswertung der Ergebnisse haben damit nur Gültigkeit für Träger aus Normalbeton. Die statistische Bewertung der Ergebnisse, die mit der ETB erzielt werden, beruht also grundsätzlich auf der gleichen Datenbasis, wie die in *Reineck 1999* erfolgte Bewertung des Querkraftmodells der *DIN 1045-1 2008*. Da die beiden Kontrollkriterien KON9 und KON13.2 hier jedoch nicht zur Anwendung kamen, wurden letztlich deutlich mehr Versuche berücksichtigt.

Bei der Überprüfung der Angaben in der Versuchsdatenbank, die anhand der jeweils in *Reineck 1999* zitierten Literaturstelle erfolgt ist, wurden in *Bennett und Debaiky 1974* Angaben zu zwölf weiteren Versuchen entdeckt, die in der Datenbank bisher nicht erfasst wurden. In diesem Fall wurden die Versuche in der Datenbank entsprechend ergänzt, damit zumindest alle Versuche der zitierten Literaturstelle erfasst sind, die die oben angegebenen Kontrollkriterien für die eigene Versuchsauswahl erfüllen. Darüber hinaus war bei einigen Versuchen keine eindeutige Zuordnung zwischen zitierter Literaturstelle und Datenbank möglich. In diesen Fällen wurden die betreffenden Versuche aus der Datenbank gestrichen und durch die in der zitierten Quelle dokumentierten Versuche ersetzt. Abschließend wurden noch die Ergebnisse von einem der Tastversuche aus Kap. 3 und von drei der vier eigenen Versuche aus Kap. 5 berücksichtigt. Die insgesamt gegenüber der Versuchsauswahl in *Reineck 1999* ergänzten Versuche sind in Tab. 4.9 aufgelistet. Insgesamt wurden somit in der Summe 222 Versuchsträger nachgerechnet, davon 124 Stahlbetonträger und 98 Spannbetonträger.

In *Reineck 1999* werden für die statistische Bewertung des Fachwerkmodells aus *DIN 1045-1 2008* aufgrund der dort definierten Kontrollkriterien (von denen zumindest die Kriterien KONX, KON1 bis KON4, KON7, KON9 bis KON12, KON13.2 und KON15 angewendet werden) lediglich 66 Versuche an Stahlbetonträgern und 73 Versuche an Spannbetonträgern berücksichtigt. Damit liegen der nachfolgenden Auswertung deutlich mehr Versuche zugrunde, als der Auswertung in *Reineck 1999*. Für einen möglichst direkten Vergleich mit den Werten aus *Reineck 1999*, erfolgt soweit möglich zusätzlich eine Auswertung mit der dort zugrunde liegende Versuchsauswahl. Da die eigene Versuchsauswahl nicht alle der 66 bzw. 73 Versuche an Stahlbeton- und Spannbetonträgern enthält (aufgrund fehlender Literatur, falsch zitierten Quellen, doppelt erfasster Versuche und dokumentierter Biegebrüche), umfasst diese reduzierte Auswahl nur die in Tab. 4.1 bis Tab. 4.8 aufgeführten Versuche, bei denen in der Spalte „DIN“ der Wert „1“ steht (53 bzw. 36 Versuche).

Quelle	Versuch	Art	QS-Form
<i>Bennett und Debaiky 1974</i>	NL-6-240	Spannbeton	DT
	NM-6-240	Spannbeton	DT
	NH-6-240	Spannbeton	DT
	NL-6-160	Spannbeton	DT
	NM-6-160	Spannbeton	DT
	NL-6-80	Spannbeton	DT
	NH-6-80	Spannbeton	DT
	NL-10-160	Spannbeton	DT
	NM-10-160	Spannbeton	DT
	PL-6-240	Spannbeton	DT
	CH-6-240	Spannbeton	DT
	CL-6-160	Spannbeton	DT
<i>Caffisch und Thürlimann 1970a+b</i>	A0-re	Stahlbeton	DT
	A2-li	Spannbeton	DT
	B2-li	Spannbeton	DT
<i>Cederwall et al 1970</i>	2	Stahlbeton	R
	3	Stahlbeton	R
	4	Stahlbeton	R
<i>Krebs et al 2004</i>	2	Stahlbeton	DT
<i>TU Kaiserslautern (eigene Versuche)</i>	A-2	Stahlbeton	T
	B-1	Stahlbeton	T
	B-2	Stahlbeton	T

Tab. 4.9: In *Reineck 1999* fehlende oder fehlerhaft erfasste Versuche an Stahlbeton- und Spannbetonträger mit Querkraftbewehrung, die bei der Versuchsnachrechnung berücksichtigt wurden; Legende: **Quelle**, Versuchsbezeichnung (**Versuch**), Stahlbeton- oder Spannbetonträger (**Art**), Querschnittsform (**QS-Form**: R = Rechteck, T = T-Querschnitt, DT = Doppel-T-Querschnitt).

### 4.3 Vergleichsberechnung nach DIN 1045-1

Die sich aus dem zugrundeliegenden Fachwerkmodell ergebenden Gleichungen, die in *DIN 1045-1 2008* angegeben sind, ermöglichen lediglich eine Querkraftbemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit. Für die Ermittlung der Bruchquerkraft  $V_{Ru}$  sind daher zunächst, wie in *Reineck 1999* beschrieben, sämtliche Teilsicherheitsbeiwerte zu 1,0 zu setzen. Wie bei den in *Reineck 1999* und *König et al 1999* beschriebenen Versuchsnachrechnungen bleibt bei der eigenen Nachrechnung von Versuchen der Dauerstandsfaktor  $\alpha$  unberücksichtigt, weil die letztlich für das Versagen maßgebende Belastung bei den Versuchen i. d. R. eine Kurzzeitbelastung darstellt. Die weiteren Parameter werden hingegen unverändert übernommen. Um nicht für alle Versuche eine zusätzliche Ermittlung des belastungsabhängigen inneren Hebelarms  $z$  durchführen zu müssen, wird für die Ermittlung der Bruchquerkraft einheitlich ein

Hebelarm von  $z = 0,9 \cdot d$  angesetzt. Nach *DIN 1045-1 2008* ist dies ohnehin statthaft und es ist für den geplanten Vergleich ausreichend genau.

Die Ermittlung der Bruchquerkraft erfolgt am anschaulichsten mithilfe eines für das Bruchniveau herzuleitenden  $\omega_w$ - $v_{Ru}$ -Diagramms. Dabei steht  $\omega_w$  für den mechanischen Bügelbewehrungsgrad und  $v_{Ru}$  für die nach dem Fachwerkmodell mit Rissreibung aufnehmbare Querkraft in dimensionsloser Schreibweise. Beide sind wie folgt definiert:

$$\omega_w = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{b_w \cdot s_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cm}} \quad (4.1)$$

$$v_{Ru} = \frac{V_{Ru}}{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot f_{cm}} \quad (4.2)$$

Abgesehen von dem in *DIN 1045-1 2008* vorgeschriebenen Mindestbewehrungsgrad  $\omega_{w,min}$ , der ein schlagartiges Versagen im Steg bei Entstehung der Schubrisse verhindern soll, wird die in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad aufnehmbare Querkraft in diesem Diagramm durch drei Kurven beschrieben, die zusammen eine Grenzlinie bilden. Diese stehen für folgende Begrenzungen der Tragfähigkeit:

- Tragfähigkeit der Bügel bei Druckstrebenneigung  $\theta =$  Rissneigung  $\beta_r$  zzgl. Betontraganteil infolge Rissreibung,
- Tragfähigkeit der Druckstrebe,
- Tragfähigkeit der Bügel bei minimaler Druckstrebenneigung.

Im Folgenden werden die Bestimmungsgleichungen für die drei Kurven allgemein hergeleitet und die Ergebnisse in Abb. 4.3 grafisch dargestellt.

Die erste Kurve ergibt sich aus dem um den Betontraganteil infolge Rissreibung  $v_{Ru,c}$  seitlich im Diagramm versetzten Querkrafttraganteil der Bewehrung  $v_{Ru,sy,\beta}$ , der für eine Druckstrebenneigung  $\theta$  gleich der Rissneigung  $\beta_r$  ermittelt wird. Der Anteil der Bewehrung in dimensionsloser Schreibweise ergibt sich durch einfache Erweiterung der entsprechenden Gleichung aus *DIN 1045-1 2008* unter Berücksichtigung von  $\theta = \beta_r$  und  $z = 0,9 \cdot d$ :

$$V_{Ru,sy,\beta} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{s_w} \cdot 0,9 \cdot d \cdot (\cot \beta_r + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{V_{Ru,sy,\beta}}{b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cm} \cdot 0,9 \cdot d} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cm} \cdot s_w} \cdot (\cot \beta_r + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha$$

$$v_{Ru,sy,\beta} = \omega_w \cdot (\cot \beta_r + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (4.3)$$

Dabei ergibt sich die theoretische Rissneigung  $\beta_r$  nach *Reineck 1999* in Abhängigkeit von den Betonlängsspannungen  $\sigma_c$  im Schwerpunkt zu:

$$\cot \beta_r = 1,20 - 1,40 \cdot \frac{\sigma_c}{f_{cm}} \quad (4.4)$$



Es gilt also in Verbindung mit Gl. (4.3):

$$v_{Ru, sy} = \omega_w \cdot \left( \left( 1,20 - 1,40 \cdot \frac{\sigma_c}{f_{cm}} \right) + \cot \alpha \right) \cdot \sin \alpha \quad (4.5)$$

Für Stahlbetonträger ohne einwirkende Normalkraft gilt  $\sigma_c = 0$  und damit wird  $\cot \beta_r = 1,20$  bzw.  $\beta_r = 40^\circ$ . Die sich nach Gl. (4.5) ergebende Gerade im  $\omega_w$ - $v_{Ru}$ -Diagramm ist noch um den Betontraganteil  $v_{Ru, c}$  seitlich nach rechts zu verschieben (vgl. Abb. 4.3). Dieser ergibt sich zu:

$$v_{Ru, c} = \frac{V_{Ru, c}}{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot f_{cm}}$$

$$v_{Ru, c} = \frac{0,24 \cdot f_{cm}^{1/3} \cdot \left( 1 + 1,2 \cdot \frac{\sigma_c}{f_{cm}} \right) \cdot \cancel{b_w} \cdot \cancel{0,9} \cdot \cancel{d}}{\cancel{b_w} \cdot \cancel{0,9} \cdot \cancel{d} \cdot \alpha_c \cdot f_{cm}}$$

$$v_{Ru, c} = \frac{0,24 \cdot f_{cm}^{1/3}}{\alpha_c \cdot f_{cm}} \cdot \left( 1 + 1,2 \cdot \frac{\sigma_c}{f_{cm}} \right) \quad (4.6)$$

Nach oben begrenzt wird die Summe dieser beiden Traganteile durch die Tragfähigkeit der Druckstrebe  $v_{Ru, max}$ , die sich als zweite Kurve im Diagramm darstellen lässt. Dieser Anteil beträgt unter Berücksichtigung von  $z = 0,9 \cdot d$ :

$$v_{Ru, max} = \frac{V_{Ru, max}}{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot f_{cm}}$$

$$v_{Ru, max} = \frac{\cancel{b_w} \cdot \cancel{0,9} \cdot \cancel{d} \cdot \alpha_c \cdot \cancel{f_{cm}} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)}{\cancel{b_w} \cdot \cancel{0,9} \cdot \cancel{d} \cdot \alpha_c \cdot \cancel{f_{cm}} \cdot (1 + \cot^2 \theta)} = \frac{\cot \theta}{(1 + \cot^2 \theta)} \cdot \left( 1 + \frac{\cot \alpha}{\cot \theta} \right)$$

$$v_{Ru, max} = \frac{1}{(\tan \theta + \cot \theta)} \cdot \left( 1 + \frac{\cot \alpha}{\cot \theta} \right) = \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \left( 1 + \frac{\cot \alpha}{\cot \theta} \right) \quad (4.7)$$

Damit die Tragfähigkeit der Druckstrebe voll ausgenutzt werden kann, muss ausreichend Querkraftbewehrung vorhanden sein. Es muss also gelten  $v_{Ru, max} = v_{Ru, sy}$ , womit die beiden Formeln gleichzusetzen sind.

$$\frac{\cancel{b_w} \cdot \cancel{0,9} \cdot \cancel{d} \cdot \alpha_c \cdot \cancel{f_{cm}} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{s_w} \cdot \cancel{0,9} \cdot \cancel{d} \cdot \cancel{(\cot \theta + \cot \alpha)} \cdot \sin \alpha$$

Durch einfaches Umstellen erhält man:

$$\frac{1}{\sin \alpha \cdot (1 + \cot^2 \theta)} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{b_w \cdot s_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cm}}$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} \cdot \sin^2 \theta = \omega_w \quad (4.8)$$

Durch Umstellen ergeben sich hieraus die beiden folgenden Gleichungen:

$$\sin \theta = \sqrt{\omega_w \cdot \sin \alpha} \quad \text{und} \quad \cos \theta = \sqrt{1 - \omega_w \cdot \sin \alpha} \quad (4.9)$$

Diese können in Gl. (4.7) eingesetzt und soweit als möglich zusammengefasst werden, womit sich eine Beziehung zwischen  $v_{Ru,max}$  und  $\omega_w$  ergibt, die nur noch vom Neigungswinkel  $\alpha$  der Querkraftbewehrung abhängig ist:

$$v_{Ru,max} = \sqrt{\omega_w \cdot \sin \alpha - \omega_w^2 \cdot \sin^2 \alpha + \cot \alpha \cdot \sqrt{\omega_w^2 \cdot \sin^2 \alpha}} \quad (4.10)$$

In Abb. 4.2 ist diese Beziehung für verschiedene Werte von  $\alpha$  grafisch ausgewertet. Hier ist sehr leicht ersichtlich, dass eine geneigt eingebaute Querkraftbewehrung rechnerisch zu einer erheblichen Steigerung der rechnerischen Tragfähigkeit führt.

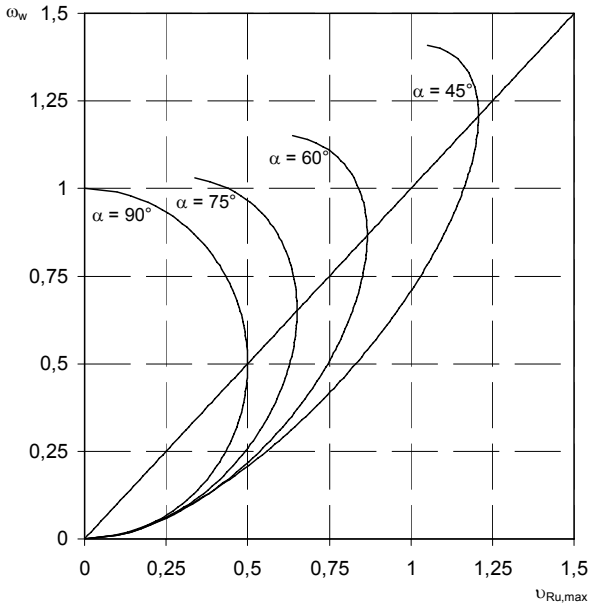


Abb. 4.2: Grafische Darstellung der Beziehung zwischen  $v_{Ru,max}$  und  $\omega_w$  in Abhängigkeit von der Neigung  $\alpha$  der Querkraftbewehrung.

Für den häufigen Fall der rechtwinklig zur Stabachse eingebauten Querkraftbewehrung mit  $\alpha = 90^\circ$  lässt sich Gl. (4.10) durch Erweitern und Umstellen letztendlich in folgende Kreisgleichung überführen:

$$v_{Ru,max}^2 + (\omega_w - 0,5)^2 = 0,5^2 \quad (4.11)$$

Der maximale Wert von  $v_{Ru,max}$  wird jeweils im Schnittpunkt der einzelnen Kurven mit der unter  $\theta = 45^\circ$  geneigten Geraden erreicht. Für größere Bewehrungsgrade ergibt sich rechnerisch eine geringere Querkrafttragfähigkeit. Dies setzt jedoch voraus, dass die zusätzlich vorhandene Querkraftbewehrung voll ausgenutzt werden soll, weil bei der Herleitung von Gl. (4.10)  $V_{Ru,max} = V_{Ru,sy}$  gesetzt wird. Die Bewehrung

kann nur mit einer steileren Druckstrebenneigung ausgenutzt werden, was zu einer höheren Belastung der Druckstreben führt.

Für die Auswertung wird deshalb angenommen, dass für Bewehrungsgrade oberhalb dieses von  $\alpha$  abhängigen Schnittpunktes die Querkrafttragfähigkeit konstant beim jeweiligen Maximalwert von  $v_{Ru,max}$  verbleibt. Dieser Annahme liegt die Überlegung zugrunde, dass zusätzlich eingelegte Querkraftbewehrung nicht dazu führen wird, dass sich im Steg die geneigten Hauptdruckspannungen – bzw. im Fachwerkmodell die Druckstreben – steiler einstellen als  $45^\circ$ . D. h., zusätzliche Querkraftbewehrung wird die Tragfähigkeit nicht vermindern, solange eine sinnvolle obere Grenze des Bewehrungsgrades eingehalten wird.

Theoretisch sind beim Fachwerkmodell beliebig flache Druckstrebenneigungen möglich, solange ausreichend Längsbewehrung vorhanden ist. Weil sich in Versuchen jedoch flache Druckstrebenneigungen nur bis zu gewissen Grenzen beobachten lassen und das Fachwerkmodell mit flacher werdender Neigung  $\theta$  zunehmend die Verträglichkeitsbedingungen im Querschnitt verletzt, wird die Neigung der Druckstreben auf den Wert  $\theta = 18,4^\circ$  begrenzt. Diese untere Begrenzung der Neigung wurde empirisch gewählt.

Ersetzt man nun die Rissneigung  $\beta_r$  in Gl. (4.3) wieder durch die Druckstrebenneigung  $\theta$  ergibt sich als dritte Kurve eine weitere Gerade, deren Neigung abhängig ist von der Neigung der Querkraftbewehrung:

$$v_{Ru,sy,18,4^\circ} = \omega_w \cdot (\cot(18,4^\circ) + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha = \omega_w \cdot (3,0 + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha \quad (4.12)$$

Für den weitverbreiteten Fall einer Neigung  $\alpha = 90^\circ$  vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$v_{Ru,sy,18,4^\circ} = \omega_w \cdot 3,0 \quad (4.13)$$

Die Neigung dieser Geraden im Diagramm entspricht also der minimalen Druckstrebenneigung. Das resultierende Diagramm mit der aus den drei Kurven resultierenden Grenzlinie ist für  $\beta_r = 40^\circ$  und  $\alpha = 90^\circ$  in Abb. 4.3 dargestellt.

Für jeden der nachgerechneten Versuche kann  $\omega_w$  und  $v_{Ru}$  bestimmt werden und ein entsprechender Punkt in ein Diagramm eingetragen werden. Da sich die Form des Diagramms in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit, der Vorspannung und der Neigung der Querkraftbewehrung verändert, können zwar die einzelnen Punkte für die verschiedenen Versuchsergebnisse in ein  $\omega_w$ - $v_u$ -Diagramm eingetragen werden, die genannten Grenzlinien können allerdings nicht in allgemeingültiger Form in dieses Diagramm eingezeichnet werden. Dennoch zeigen diese Diagramme sehr anschaulich, wie gut das zugrunde liegende Modell das Tragverhalten abbildet und inwiefern sich auftretenden Abweichungen erklären lassen. Bei Versuchen, deren Punkte oberhalb der aus den drei Kurven bestehenden Grenzlinie liegen, überschätzt das Fachwerkmodell mit Rissreibung die Tragfähigkeit (Bereich ① in Abb. 4.4). Das Modell liegt in diesen Fällen auf der unsicheren Seite. Liegen die Punkte unterhalb der Grenzlinie, wird die Tragfähigkeit hingegen unterschätzt.

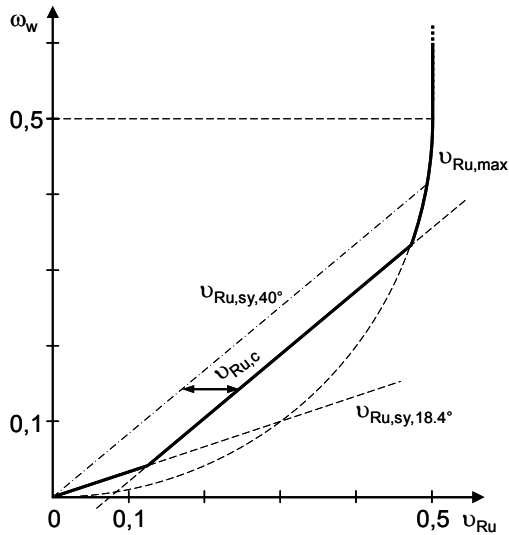


Abb. 4.3: Schematische Darstellung des resultierenden  $\omega_w$ - $\nu_{Ru}$ -Diagramms zur Bestimmung der Quertragfähigkeit (hier für  $\beta_r = 40^\circ$  und  $\alpha = 90^\circ$ ).

In diesem Fall sind verschiedene Bereiche zu unterscheiden, in denen die Punkte liegen können. Unterhalb der Grenzlinie für die minimale Druckstrebenneigung  $\theta = 18,4^\circ$  (Bereich ② in Abb. 4.4) widersprechen die Versuche der empirisch gewählten Verträglichkeitsgrenze, können aber prinzipiell mit einem Fachwerkmodell erklärt werden. Im Bereich zwischen den Grenzen für  $(\nu_{Ru,sy} + \nu_{Ru,c})$  und  $\nu_{Ru,max}$  (Bereich ③ in Abb. 4.4) kann die höhere Tragfähigkeit im Versuch durch einen größeren Traganteil des Betons erklärt werden (zusätzliche Anteile infolge Rissreibung, Druckzone und Dübelwirkung), der eine flachere Druckstrebenneigung im Fachwerkmodell rechtfertigen kann. Ergebnisse unterhalb der Grenze für  $\nu_{Ru,max}$  (Bereich ④ in Abb. 4.4) können durch eine geringere Abminderung der Druckfestigkeit bei gleichzeitigem Querzug erklärt werden ( $\alpha_c > 0,75$ ). Allerdings ist der zugrundeliegende Wert von  $\alpha_c = 0,75$  für risskreuzende Druckstreben eigentlich bereits zu groß gewählt (vgl. Kap. 4.5.2.1).

Das Argument einer geringeren Abminderung der Druckfestigkeit ist jedoch nur bis zu einer festen Grenze statthaft. Diese Grenze stellt das Erreichen der einaxialen Druckfestigkeit in der Druckstrebe dar, was bei *Reineck 1999* als Kontrollkriterium KON9 berücksichtigt ist. Für diesen Fall lässt sich analog zur Kurve für  $\nu_{Ru,max}$  im  $\omega_w$ - $\nu_{Ru}$ -Diagramm eine Grenzlinie ermitteln, bei der statt  $\alpha_c \cdot f_{cm}$  die volle einaxiale Druckfestigkeit  $f_{1c} = 0,95 \cdot f_{cm}$  berücksichtigt wird. Im Folgenden wird diese Grenzlinie hergeleitet. Sie wird mit  $\nu_{Ru,KON9}$  bezeichnet und ist im  $\omega_w$ - $\nu_{Ru}$ -Diagramm in Abb. 4.4 ergänzt. Der Bereich unterhalb dieser Grenze wird als Bereich ⑤ bezeichnet. Versuchsergebnisse in diesem Bereich können nicht mehr alleine mit einem Fachwerkmodell erklärt werden. In diesen Fällen müssen zusätzliche Traganteile von anderen Komponenten übernommen werden. Dies können z. B. die Dübelwirkung der Bewehrung oder die Querkrafttragfähigkeit der Betondruckzone sein.

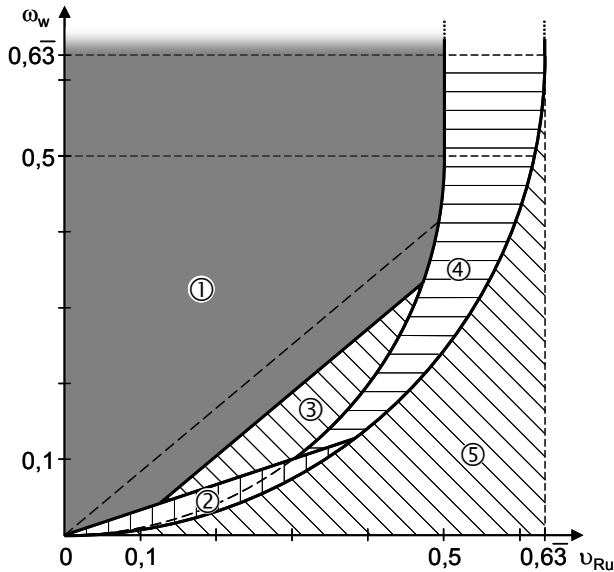


Abb. 4.4: Einteilung des  $\omega_w$ - $\nu_{Ru}$ -Diagramms in sichere und unsichere Bereiche (hier für  $\beta_r = 40^\circ$  und  $\alpha = 90^\circ$ ).

In dimensionsloser Schreibweise gilt für  $\nu_{Ru,KON9}$ :

$$\nu_{Ru,KON9} = \frac{V_{Ru,KON9}}{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot f_{cm}} = \frac{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot 0,95 \cdot f_{cm} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)}{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot f_{cm} \cdot (1 + \cot^2 \theta)}$$

$$\nu_{Ru,KON9} = \frac{0,95}{\alpha_c} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \left( 1 + \frac{\cot \alpha}{\cot \theta} \right) \quad (4.14)$$

Wie oben bereits für  $\nu_{Ru,max}$  gezeigt wurde, muss die Querkraftbewehrung gerade ausreichend sein, damit das Druckstrebenversagen eintreten kann. Deshalb gilt:

$$\frac{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot 0,95 \cdot f_{cm} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{s_w} \cdot 0,9 \cdot d \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha$$

$$V_{Ru,KON9} = \frac{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot 0,95 \cdot f_{cm}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{s_w} \cdot 0,9 \cdot d \cdot \cot \theta = V_{Ru,sy}$$

Durch Umstellen und Erweitern mit  $\alpha_c$  erhält man:

$$\frac{0,95}{\alpha_c \cdot \sin \alpha \cdot (1 + \cot^2 \theta)} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yw}}{b_w \cdot s_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cm}} = \omega_w$$

$$\omega_w = \frac{0,95}{\alpha_c} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \sin^2 \theta \quad (4.15)$$

Gegenüber Gl. (4.7) und Gl. (4.8) sind die Formeln für  $\nu_{Ru,KON9}$  und  $\omega_w$  also jeweils um den Faktor  $0,95 / \alpha_c = 1,266$  erweitert. Daraus ergibt sich die in Abb. 4.4 bereits

ingezeichnete Grenzlinie des Kontrollkriteriums KON9 durch eine Skalierung der Grenzlinie für die Druckstrebentragfähigkeit um diesen Faktor. Die maximale Querkrafttragfähigkeit auf Grundlage der einaxialen Druckfestigkeit des Betons ergibt sich für eine Neigung der Bügel von  $\alpha = 90^\circ$  in Höhe von  $v_{Ru,KON9} = 0,633$  für einen Bewehrungsgrad von  $\omega_w = 0,633$  (vgl. Abb. 4.4).

Damit kann für alle nachgerechneten Versuche eine Kontrolle des Kriteriums KON9 erfolgen. Wie bereits erwähnt, werden diese Versuche in *Reineck 1999* bei der statistischen Bewertung des Fachwerkmodells aussortiert. Hier sollen jedoch auch diese Versuche berücksichtigt werden, weil die ETB nicht an diese Grenze gebunden ist.

Bei Trägern mit sehr niedrigem Querkraftbewehrungsgrad ist zusätzlich die rechnerisch bereits ohne Bügel vorhandene Querkrafttragfähigkeit zu berücksichtigen. Diese Tragfähigkeit kann gemäß *DIN 1045-1 2008* anhand von zwei empirisch ermittelten Gleichungen berechnet werden. Das Maximum der beiden Werte ist jeweils maßgebend. Übertragen auf den rechnerischen Bruchzustand ergeben sich die charakteristischen Werte der Tragfähigkeit zu:

$$V_{Ru,ct} = \left( 0,15 \cdot \kappa \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cm})^{\frac{1}{3}} - 0,12 \cdot \sigma_c \right) \cdot b_w \cdot d \quad (4.16)$$

$$V_{Ru,ct,min} = \left( \left( \kappa_1 \cdot (\kappa^3 \cdot f_{cm})^{\frac{1}{2}} \right) - 0,12 \cdot \sigma_c \right) \cdot b_w \cdot d \quad (4.17)$$

Dabei sind:

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d \text{ [mm]}}}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \text{ und}$$

$$\kappa_1 = \begin{cases} 0,0525 & \text{für } d \leq 600 \text{ mm} \\ 0,0375 & \text{für } d \geq 800 \text{ mm} \end{cases}$$

Bei sehr niedrigen Bügelbewehrungsgraden  $\omega_w$  kann diese Tragfähigkeit höhere Werte annehmen als die nach dem Fachwerkmodell maßgebende Tragfähigkeit. Allerdings unterschreitet in diesen Fällen die im Versuchsträger vorhandene Querkraftbewehrung den Mindestbewehrungsgrad, weil dieser gerade über die Tragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung definiert ist. Durch die Mindestbewehrung soll verhindert werden, dass es bei der Schubrissbildung zu einem spröden Bauteilver-sagen kommt. Da die ETB zunächst unabhängig von dieser konstruktiven Regelung in *DIN 1045-1 2008* überprüft werden soll, kommen die betreffenden Kontrollkriterien aus *Reineck 1999* wie bereits erwähnt nicht zur Anwendung. Daher ist bei der für den Vergleich mit der ETB berechneten Tragfähigkeit nach *DIN 1045-1 2008* diese Mindesttragfähigkeit zu berücksichtigen.

Da die nach dem Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* ermittelten Tragfähigkeiten  $V_{Ru,sy}$  und  $V_{Ru,max}$  für Bauteile mit Querkraftbewehrung bei Ansatz der mittleren Materialfestigkeiten immer auch Mittelwerte der Tragfähigkeiten liefern, müssen die charakteristischen Werte nach Gl. (4.16) und Gl. (4.17) in Mittelwerte umgerechnet werden. Nach *DAfStb 525 2003* und *König et al 1999* beträgt der Vorfaktor in Gl. (4.16) für den Mittelwert der Tragfähigkeit  $V_{Ru,ct}$  0,20 statt 0,15. Entsprechende Mittelwerte für den Faktor  $\kappa_1$  sind leider in dem zugehörigen Forschungsbericht *Reineck 2007* nicht angegeben. Ein Vergleich aufgrund der charakteristischen Werte hat jedoch gezeigt, dass bei der vorliegenden Versuchsauswahl nur bei zwei Versuchen die Tragfähigkeit  $V_{Ru,ct,min}$  den Wert von  $V_{Ru,ct}$  übersteigt. Bei diesen beiden Versuchen wird die Tragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung jedoch ohnehin nicht maßgebend. Berücksichtigt wurde daher nur der Mittelwert von  $V_{Ru,ct}$ , der sich mit dem Vorfaktor 0,20 ergibt.

#### 4.4 Vorgehensweise und erforderliche Annahmen

Anhand der in *Reineck 1999* angegebenen Quellen zu den Versuchen wurden zunächst die dort angegebenen Kenndaten der Versuche überprüft. Wie sich gezeigt hat, mussten daraufhin einzelne Daten korrigiert werden. Aus diesem Grund wurde für alle Versuche neben der Tragfähigkeit, die sich nach der ETB ergibt, auch die Tragfähigkeit nach *DIN 1045-1 2008* neu ermittelt.

Außerdem fehlen teilweise sowohl in der Datenbank als auch in der jeweils zugehörigen Quelle Angaben, die für eine möglichst exakte Nachrechnung mit der ETB benötigt werden. Dies sind vor allem Angaben zu den Elastizitätsmoduln von Beton und Stahl, zur Montagebewehrung in der Druckzone und zur Zugfestigkeit des Betons. Diese Daten wurden auf Grundlage von *DIN 1045-1 2008* und *Zilch und Staller 1999* sinnvoll ergänzt. Wenn keine anderweitigen Angaben zur Verfügung standen, wurden die folgenden Annahmen getroffen:

- Der Elastizitätsmodul des Betonstahls beträgt  $E_s = 200.000 \text{ MN/m}^2$ .
- Der Elastizitätsmodul von Spannstahlhüten beträgt  $E_p = 195.000 \text{ MN/m}^2$ .
- Der Elastizitätsmodul von Spannstahldrähten und -stäben beträgt  $E_p = 205.000 \text{ MN/m}^2$
- Die bilinearen  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme von Beton- und Spannstählen wurden ab einem Wert von  $0,95 f_y$  mit einer Tangens-Hyperbolicus-Funktion ausgerundet.
- Wenn für den Beton- oder Spannstahl eine von der Streckgrenze  $f_y$  abweichende Zugfestigkeit  $f_u$  angegeben ist, jedoch kein Wert für  $\varepsilon_u$ , wurde  $\varepsilon_u = 25 \text{ ‰}$  angesetzt. Dies entspricht einem normalduktilen Betonstahl nach Bild 26 in *DIN 1045-1 2008*. Die Steigung des Fließplateaus wurde entsprechend gewählt.
- Der E-Modul des Betons wurde in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit entsprechend der Gleichung für  $E_{c0m}$  aus Tabelle 9 in *DIN 1045-1 2008* berechnet und auf volle  $10 \text{ MN/m}^2$  gerundet. Für  $(f_{ck} + 8)$  wurde in diese Gleichung jedoch direkt die mittlere Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cm,cyl}$  eingesetzt, wobei gilt:  $f_{cm,cyl} = f_{1cm} / 0,95$ .

- Als Kurvenverlauf im  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm des Betons vom Ursprung bis zur Druckfestigkeit wurde der Verlauf nach Bild 22 in *DIN 1045-1 2008* gewählt. Der E-Modul  $E_{com}$  entspricht dort dem Tangentenmodul im Ursprung. Die zur Festlegung des Kurvenverlaufs erforderliche Stauchung  $\varepsilon_{c1}$  bei Erreichen der Druckfestigkeit wurde in Abhängigkeit von der mittleren Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cm,cyl}$  entsprechend Tabelle 9 in *DIN 1045-1 2008* gewählt. Für größere Stauchungen wird ein konstanter Verlauf der Betonspannungen auf Höhe der Druckfestigkeit angesetzt.
- Für Zylinderdruckfestigkeiten  $f_{cm,cyl} \leq 58 \text{ MN/m}^2$  beträgt die Zugfestigkeit des Betons gemäß *Zilch und Staller 1999*:

$$f_{tct} = 1,40 \cdot \left( \frac{f_{cm,cyl} - 8}{10} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (\text{mit } f_{cm,cyl} \text{ in MN/m}^2) \quad (4.18)$$

- Für Zylinderdruckfestigkeiten  $f_{cm,cyl} > 58 \text{ MN/m}^2$  beträgt die Zugfestigkeit des Betons gemäß *Zilch und Staller 1999*:

$$f_{tct} = 2,12 \cdot \ln \left( 1 + \frac{f_{cm,cyl}}{10} \right) \quad (\text{mit } f_{cm,cyl} \text{ in MN/m}^2) \quad (4.19)$$

- Entsprechend des minimalen verwendeten Stabdurchmessers wurde eine obere Montagebewehrung in der Druckzone berücksichtigt. Bei Rechteckquerschnitten mindestens 2 Stäbe des kleinsten Durchmessers, bei Plattenbalken mindestens 4 Stäbe. Deren Streckgrenze beträgt  $f_y = 500 \text{ MN/m}^2$ .

Obwohl sich nach der TB auch bei Querschnitten in Auflagernähe eine Druckzone am oberen Querschnittsrand ergibt, können sich in diesen Querschnitten in manchen Fällen aufgrund der Stabverlängerung infolge Querkraft über die gesamte Querschnittshöhe positive Längsdehnungen ergeben. Ohne die Berücksichtigung der ohnehin in den Versuchsträgern vorhandenen Montagebewehrung kann es dann zu Iterationsproblemen bei der Berechnung mit der ETB kommen, weil der Querschnitt über die gesamte Höhe aufreißt. Dieses Aufreißen lässt sich auch mithilfe des Fachwerkmodells erklären. Auf entsprechende Risse im Obergurt von Versuchsträgern mit T- und Doppel-T-Querschnitten wird z. B. in *Leonhardt und Mönning 1984* hingewiesen.

Als Betondruckfestigkeit wurde soweit bekannt die am Zylinder bestimmte mittlere einaxiale Druckfestigkeit  $f_{1cm} = 0,95 f_{cm,cyl}$  angesetzt. Hiermit ergibt sich der geringste Umrechnungsfaktor. Ist nur die Würfeldruckfestigkeit bekannt, wurde mit der daraus berechneten Festigkeit  $f_{1cm} = 0,79 f_{cm,cube,150} = 0,83 f_{cm,cube,200}$  gerechnet. Die Umrechnungsfaktoren wurden *Zilch und Staller 1999* entnommen.

Da nur in wenigen Fällen die Bruchbilder der nachzurechnenden Versuchsträger vorlagen und diese teilweise durch das Nachbruchverhalten ein verfälschtes Bild der eigentlichen Bruchstelle widerspiegeln, mussten verschiedene Querschnitte entlang der Träger berechnet werden, um die rechnerisch maßgebende Stelle zu finden.



I. d. R. wurden drei Querschnitte gewählt: je einer im Abstand  $h$  vom Auflager und von der Lasteinleitung und einer in der Mitte zwischen diesen beiden Schnitten. Die betrachteten Schnitte liegen damit zum einen am Übergang zwischen den Diskontinuitätsbereichen im Umfeld der Einzellasten und den normalen Biegebereichen und zum anderen in der Mitte des Biegebereichs (vgl. Abb. 4.5, links). Vereinzelt musste die Lage der betrachteten Schnitte jedoch an eine gestaffelte Längsbewehrung angepasst werden (vgl. Abb. 4.5, Mitte). Bei Versuchen mit belasteten Kragarmen wurde ein Schnitt im Abstand  $h$  von der Auflagerachse betrachtet, sofern das Versagen im Bereich des Kragarms auftrat und nicht im anschließenden Feld (vgl. Abb. 4.5, rechts). Bei Versuchen mit simulierten Gleichstreckenlasten wurde nur ein Schnitt im Abstand  $h$  vom Auflager betrachtet.

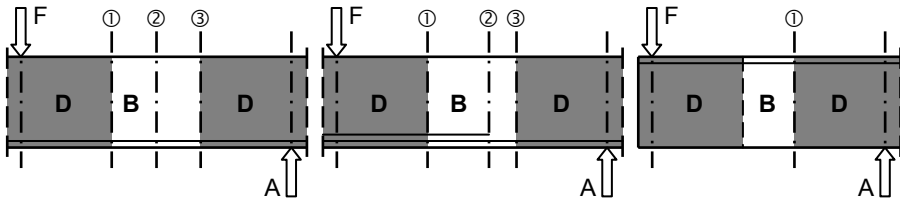


Abb. 4.5: Lage der bei den Versuchsnachrechnungen betrachteten Querschnitte: bei nicht gestaffelter Längsbewehrung (links), bei gestaffelter Längsbewehrung (Mitte) und bei Kragarmen (rechts).

## 4.5 Versagensarten und Versagenskriterien

### 4.5.1 Die verschiedenen Versagensarten

Abgesehen von sekundären Versagensarten wie dem Verankerungsbruch von Querkraft- oder Längsbewehrung treten bei querkraftbewehrten Trägern unter Biege- und Schubbeanspruchung im Allgemeinen fünf Versagensarten auf. Diese sind:

- der Biegedruckbruch, bei dem die Biegedruckzone mit dem Überschreiten der Bruchstauchung des Betons versagt,
- der Biegezugbruch, bei dem die Bruchdehnung der Längsbewehrung lokal im Riss erreicht wird,
- der Schubdruckbruch, bei dem die geneigten Hauptdruckspannungen im Steg die dort aufnehmbare Betondruckfestigkeit überschreiten (vgl. Abb. 4.6),
- der Biegeschubbruch, bei dem die Schubriss bedingt durch das Fließen der Bügel die Betondruckzone soweit einschnüren, dass es dort zu einem Betondruckversagen kommt (vgl. Abb. 4.7),
- und der Schubzugbruch, bei dem die Bruchdehnung der Querkraftbewehrung lokal im Riss erreicht wird (vgl. Abb. 4.8).

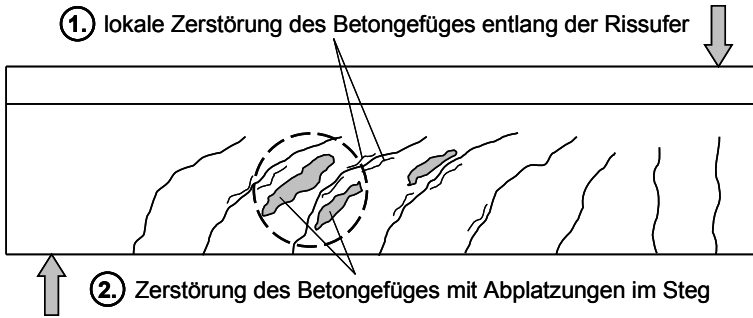


Abb. 4.6: Schematisches Bruchbild eines Schubdruckbruchs.

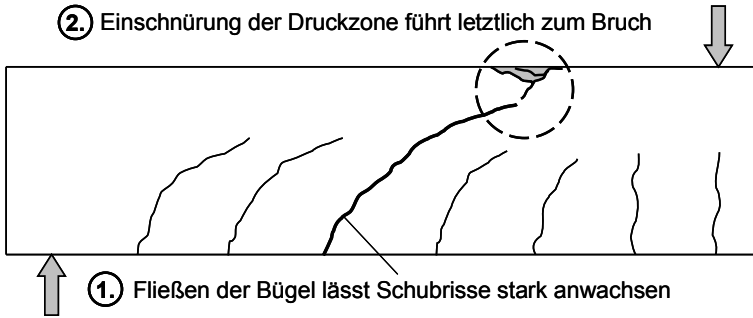


Abb. 4.7: Schematisches Bruchbild eines Biegeschubbruchs.

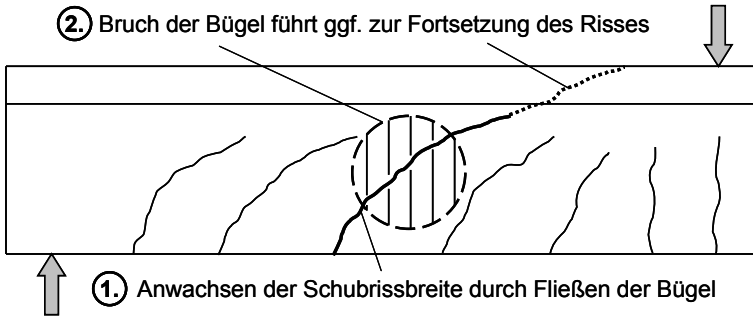


Abb. 4.8: Schematisches Bruchbild eines Schubzugbruchs.

Die fünf Versagensarten können prinzipiell auch in kombinierter Form auftreten, wenn die jeweils maßgebenden Tragfähigkeiten nahe beieinanderliegen. Die beiden reinen Biegebrucharten, der Biegedruckbruch und der Biegezugbruch, werden hier nicht weiter betrachtet. Die Versagenskriterien können hierfür aus *DIN 1045-1 2008* übernommen werden. An den hierfür maßgebenden Stellen dominiert die Schnittgrößenkombination  $M+N$ , für die die ETB die gleichen Ergebnisse liefert wie die TB. Bei der Versuchsauswahl wurden die entsprechenden Versuche daher aussortiert.

#### 4.5.2 Die zugehörigen Versagenskriterien

Zur Stabilisierung der komplexen Iterationen, die zur Berechnung des Verzerrungszustandes mit der ETB erforderlich sind, ergibt sich aus den im verwendeten Programm definierten mathematischen Funktionen der Werkstoffgesetze kein unmittelbares Abbruchkriterium. Es können sich daher rechnerisch noch stabile Verzerrungszustände im betrachteten Querschnitt ergeben, die aufgrund der Überschreitung von mechanisch bedingten Spannungs- und Dehnungsbegrenzungen in Versuchen nicht mehr erreicht werden.

Neben der korrekten Erfassung der jeweiligen Daten zu Geometrie, Werkstoffen, System und Belastung der betrachteten Versuche ist daher die Definition der anzuwendenden Versagenskriterien ein entscheidender Punkt für die Qualität der Berechnungsergebnisse. Dabei sind prinzipiell für alle Versagensarten, die bei Versuchen auftreten, entsprechende Kriterien zu definieren. Bedingt durch die erfolgte Auswahl traten in den hier betrachteten Versuchen von den oben genannten Brucharten ausschließlich Schubbrüche auf. Andere mögliche Brucharten, wie z. B. Verankerungsbrüche, wurden ebenfalls durch die Anwendung der Kontrollkriterien aussortiert und nicht weiter untersucht.

Vor der abschließenden Festlegung der anzuwendenden Versagenskriterien für die Schubbrucharten wurden einzelne Kriterien zunächst an einer Auswahl von insgesamt 48 Versuchen untersucht und bewertet. Dabei handelt es sich um 24 Versuche an Stahlbetonträgern und 24 Versuchen an Spannbetonträgern. Die ausgewählten Versuche sind getrennt nach Stahlbetonträgern und Spannbetonträgern zusammen mit den Ergebnissen für verschiedene der untersuchten Versagenskriterien in Tab. 4.10 und Tab. 4.11 in Kap. 4.5.2.3 angegeben. Alle betrachteten Träger weisen einen Doppel-T-Querschnitt auf. Bei den Versuchen traten alle Schubbrucharten auf, teilweise auch eine Kombination aus zwei Arten.

Nachfolgend werden für die drei Versagensarten Schubdruckbruch, Biegeschubbruch und Schubzugbruch die untersuchten Versagenskriterien kurz erläutert, bevor anschließend aus den untersuchten Kriterien je Versagensart eines ausgewählt wird.

##### 4.5.2.1 Schubdruckbruch

Entscheidend für das Auftreten eines Schubdruckbruchs ist die Größe der geneigten Hauptdruckspannungen im Steg. Erreichen diese die Druckfestigkeit des Betons und überschreiten die Betonstauchungen die Bruchstauchung des Betons, kommt es zu einem Druckversagen im Steg. Bedingt durch die gleichzeitig wirkende Hauptzugspannung quer zu den Druckspannungen sowie durch die damit verbundene Schubrissbildung erreicht der Beton hier nicht seine volle einaxiale Druckfestigkeit. Auf diesen als Tension-Softening bezeichneten Effekt wird bereits in Kap. 2.1.3.3 eingegangen. Sowohl bei der Berechnung mittels Fachwerkmodellen als auch bei der Berechnung nach ETB wird dieses Materialverhalten durch den Ansatz eines Abminderungsbeiwertes  $\nu$  für die Druckfestigkeit berücksichtigt. Nach *DIN 1045-1 2008* wird dieser als  $\alpha_c$  bezeichnet. Wie bereits in Kap. 2.3.3 beschrieben ist die Umsetzung des TSO in der ETB in Anlehnung an *Kollegger und Mehlhorn 1990* erfolgt. Danach wird in Abhängigkeit vom Verhältnis der Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  zur

aufnehmbaren Betonzugdehnung  $\varepsilon_{ctu} = f_{1ct} / E_{c0m}$  nicht nur die Druckfestigkeit des Betons, sondern das gesamte Werkstoffdiagramm des Betons auf Druck skaliert (vgl. Abb. 4.9). Die Größe der berücksichtigten Abminderung ist also belastungsabhängig und nimmt maximal den Wert  $v_{max}$  an. Überschreiten die Querkzugspannungen die Zugfestigkeit, gilt dieser maximale Wert.

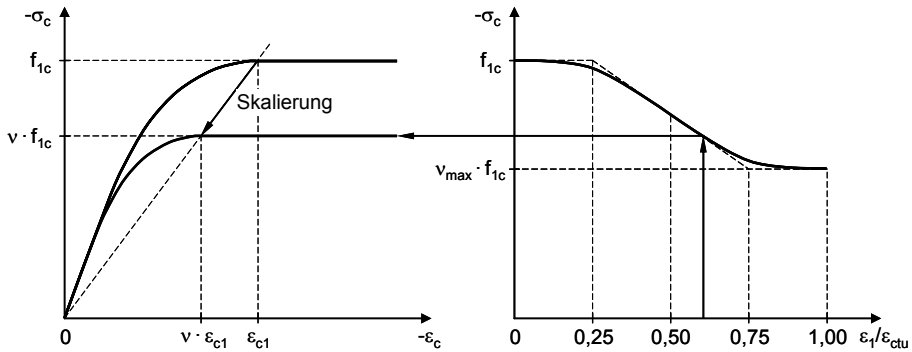


Abb. 4.9 Skalierung des  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramms des Betons auf Druck in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\varepsilon_1/\varepsilon_{ctu}$  mit dem Abminderungsfaktor  $v$  (entspricht Abb. 2.33).

Neben der Betondruckfestigkeit wird mit diesem Ansatz also auch die Betonstauchung reduziert, bei der diese Festigkeit rechnerisch erreicht ist. Die in Schäfer et al 1990 zusammengefassten Versuchsergebnisse der verschiedenen Untersuchungen, die sich mit dem Thema TSO befasst haben, zeigen jedoch, dass die Größe der Stauchungen des Betons beim Bruch durch den vorhandenen Querkzug nicht zwangsläufig reduziert wird. Teilweise trat der Bruch bei Versuchen mit Querkzug sogar erst bei größeren Stauchungen auf, als bei Versuchen ohne Querkzug. Als Versagenskriterium für den Schubdruckbruch wird daher nicht das Erreichen der reduzierten Betondruckfestigkeit  $v_{max} \cdot f_{1c}$  definiert, sondern das Erreichen des Wertes  $\varepsilon_{c1}$  durch die Hauptstauchung  $\varepsilon_2$  des Betons im Steg. Das zugrunde gelegte Werkstoffdiagramm des Betons sieht ab der Stauchung  $v \cdot \varepsilon_{1c}$  einen konstanten Verlauf der Betonspannungen vor.

Mechanisch lässt sich diese Festlegung auch analog zur Definition der maximalen Betonrandstauchung bei der Biegebemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit begründen. Obwohl die maximale Druckfestigkeit des Betons rechnerisch bereits bei  $-2,0\text{‰}$  erreicht wird, werden hier Randstauchungen bis zu  $-3,5\text{‰}$  zugelassen. Dies wird durch die stabilisierende Wirkung der benachbarten Fasern begründet, die im Verhältnis zum Rand weniger gestaucht werden. Der durch die geneigten Hauptdruckspannungen beanspruchte Beton des Steges wird in ähnlicher Weise durch die im Verhältnis dazu weniger gestauchte Druckzone und die darunter liegende Zugzone stabilisiert. In Verbindung mit den bereits genannten Versuchsergebnissen in Schäfer et al 1990 erscheint es daher sinnvoll, zumindest Stauchungen bis zum Wert  $\varepsilon_{c1}$  zuzulassen.

Neben dieser Festlegung ist es für das Ergebnis entscheidend, welcher Wert für den Abminderungsbeiwert  $v_{\max}$  angesetzt wird. Die Größe von  $v_{\max}$  variiert in den verschiedenen Nachweisvorschriften und Literaturstellen teilweise erheblich. Folgende Ansätze sollen zunächst etwas näher betrachtet werden:

- Ansatz nach *DIN 1045-1 2008* und *DAfStb 525 2003* für Druckstreben in B-Bereichen:

$$v_{\max} = \alpha_c = 0,75 \quad (4.20)$$

- Ansatz nach *DAfStb 525 2003* für Druckstreben in D-Bereichen:

$$v_{\max} = \alpha_c = (0,525 \dots) 0,60 \quad (4.21)$$

- Ansatz nach *ENV 1992-1-1 1991* (Eurocode 2, Stand 1991):

$$v_{\max} = v = \left( 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \right) \geq 0,5 \quad (4.22)$$

- Ansatz nach *Nielsen 1990*:

$$v_{\max} = v = \underbrace{\left( 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \right)}_{\geq 0,5} \cdot \left( 1 + 2,2 \cdot \frac{\sigma_c}{f_{ck}} \right) \quad (4.23)$$

- Ansatz nach *DIN EN 1992-1-1 2005* (Eurocode 2, Stand 2005):

$$v_{\max} = v = 0,6 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (4.24)$$

Die Annahme von 75 % der Druckfestigkeit gemäß *DIN 1045-1 2008* gilt nach *DAfStb 525 2003* eigentlich nur für den Fall, dass die Richtung der Druckstreben parallel zur Rissrichtung ist. Da das Fachwerkmodell mit Rissreibung im Allgemeinen aber von einer divergenten Richtung ausgeht, steht diese Annahme eigentlich im Widerspruch zum verwendeten Modell. Begründet wird diese Vereinfachung dadurch, dass nach *DIN 1045-1 2008* die Druckstreben Tragfähigkeit nur bei sehr großen Querkraftbewehrungsgraden und einer entsprechend hohen Querkraftbeanspruchung maßgebend wird. Nach *DAfStb 525 2003* kann in diesen Fällen unterstellt werden, dass Rissrichtung und Druckstrebenrichtung parallel zueinander sind. In allen anderen Fällen wird der Nachweis der Druckstreben nicht maßgebend. Bedingt durch die untere Begrenzung der Druckstrebenneigung  $\theta$  ist hier meist die Tragfähigkeit der Bügel ausschlaggebend. Allerdings würde für die kleineren Werte von  $\alpha_c$  z. B. aus *DAfStb 525 2003* der Nachweis der Druckstreben Tragfähigkeit häufiger maßgebend werden. Im  $\omega_w$ - $\omega_{Ru}$ -Diagramm ergäbe sich damit ein kleinerer Plastizitätskreis.

Für den Nachweis von D-Bereichen mit Hilfe von Stabwerkmodellen wird in *DAfStb 525 2003* darüber hinaus ein Abminderungsbeiwert von 0,60 angegeben, wenn die Druckstreben die Risse kreuzen und eine rechnerische Kontrolle der möglichen Rissbildung und der Druckstrebenneigung nicht erfolgt. Ist bei Bauteilen zudem eine sehr starke Rissbildung zu erwarten, sinkt der empfohlene Wert nach *DAfStb 525 2003* auf 0,525. Dies trägt der Tatsache Rechnung, dass der Abminderungsbeiwert abhängig ist von der Größe der Dehnungen quer zu den Hauptdruckspannungen.

Da sich die Neigung der Hauptspannungen bei der Berechnung nach ETB entsprechend der Querschnittssteifigkeiten ergibt und somit keine Begrenzung der Neigung erfolgt, ist es grundsätzlich sinnvoller diese niedrigeren Werte für die ETB anzuwenden. Zum Vergleich wird der Ansatz nach *DIN 1045-1 2008* dennoch untersucht, weil er von den hier aufgeführten Ansätzen die niedrigste Abminderung liefert.

Nach dem Ansatz von *ENV 1992-1-1 1991* ergibt sich im Vergleich zu den bereits genannten Ansätzen fast durchweg eine stärkere Abminderung der Druckfestigkeit, insbesondere für Betone höherer Festigkeit. Da *ENV 1992-1-1 1991* für die Querkraftbemessung das Verfahren mit veränderlicher Druckstrebenneigung vorsieht, kann die Neigung der Druckstreben grundsätzlich flacher gewählt werden als die Neigung der Risse. Damit müssen die Hauptdruckspannungen die Risse kreuzen, was wiederum einen niedrigeren Abminderungsbeiwert begründet.

Die in *Nielsen 1990* angegebene Gleichung stellt eine Erweiterung des Ansatzes von *ENV 1992-1-1 1991* dar. Hier wird zusätzlich der Einfluss der Vorspannung über die Betonlängsspannungen  $\sigma_c$  in Höhe der Schwerachse berücksichtigt. In die angegebene Gleichung sind Druckspannungen als positive Werte einzusetzen. Hier wird berücksichtigt, dass die Schubrisse bei Spannbetonträgern i. d. R. flacher geneigt sind als bei vergleichbaren Stahlbetonträgern. Die sich im Grenzzustand der Tragfähigkeit einstellende Druckstrebenneigung weicht deshalb nicht so stark von der Rissneigung ab, weshalb größere Werte für  $v_{\max}$  erreicht werden.

Ein gegenüber *ENV 1992-1-1 1991* etwas abgewandelter Ansatz findet sich mittlerweile in *DIN EN 1992-1-1 2005*, der aktuellen deutschen Fassung des Eurocodes 2. Auch hier werden niedrigere Werte für den Abminderungsbeiwert gewählt, weil die Druckstreben die Risse planmäßig kreuzen können. Allerdings handelt es sich hier um einen empfohlenen Wert, der landesspezifisch festgelegt werden kann. Der derzeitige Entwurf des Nationalen Anwendungsdokuments sieht als Abminderungsbeiwert den Wert 0,75 aus *DIN 1045-1 2008* vor.

Von den oben aufgeführten Ansätzen sollen anhand der in Tab. 4.10 und Tab. 4.11 in Kap. 4.5.2.3 aufgelisteten Auswahl an Versuchen nur die folgenden drei Ansätze untersucht werden:

1. Gl. (4.20) nach *DIN 1045-1 2008*,
2. Gl. (4.22) nach *ENV 1992-1-1 1991* und
3. Gl. (4.23) nach *Nielsen 1990*.

Für die 24 Versuche an Stahlbetonträgern erfolgt zunächst ein Vergleich der ersten beiden Ansätze. Für die 24 Spannbetonträger erfolgt anschließend ein Vergleich für die beiden letzten Ansätze. Hierbei kann der zusätzliche Einfluss der Vorspannung untersucht werden. Die Ergebnisse, die mit diesen Ansätzen für die einzelnen Versuche erzielt wurden, sind ebenfalls in den Tabellen Tab. 4.10 und Tab. 4.11 aufgeführt.

#### 4.5.2.2 Biegeschubbruch und Schubzugbruch

Bei den Fachwerkmodellen ergibt sich der Grenzzustand für einen Biegeschubbruch und einen Schubzugbruch durch das Erreichen der Streckgrenze in der Querkraftbewehrung. Im Versuch versagen dann entweder zuerst die Bügel (Schubzugbruch) oder die Betondruckzone im Bereich der Einschnürung durch die Schubrisse (Biegeschubbruch). Für die Berechnung der Tragfähigkeit spielt diese Unterscheidung letztlich keine Rolle. Bei der Berechnung der entsprechenden Bügeltragfähigkeit  $V_{Rd,sy}$  im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird der Bemessungswert der Streckgrenze angesetzt. Die Verteilung der Spannungen in den Bügeln ist nach den Fachwerkmodellen rechnerisch immer konstant.

Bei der Berechnung mit der ETB ist die Verteilung der Bügelspannungen im Gegensatz dazu im Allgemeinen nicht konstant. Somit wird bei einer Steigerung der einwirkenden Schnittgrößen die Streckgrenze der Bügel rechnerisch zunächst lokal in einem kleinen Bereich des Steges erreicht. Durch das Fließen der Bügel kann sich dieser Bereich bei einer Laststeigerung meist weiter ausdehnen. Ein dem Fachwerkmodell vergleichbarer Spannungszustand in der Querkraftbewehrung wird nur erreicht, wenn die Bügeldehnungen auf der gesamten Höhe der Bügel die Streckgrenze erreicht haben. Dazu müssen die Bügeldehnungen aber in lokalen Bereichen die Fließgrenze deutlich überschreiten. Erst wenn die Bügel über ihre gesamte Höhe fließen, ist rechnerisch keine weitere Steigerung der Schubbeanspruchung im Querschnitt möglich.

Bei den Versuchsnachrechnungen kommt es jedoch in einigen Fällen bereits vor Erreichen dieses Zustandes lokal zu einem plötzlichen Anwachsen der Bügeldehnungen auf sehr große Werte. Für mittlere Bügelbewehrungsgrade tritt dies i. d. R. unmittelbar beim lokalen Erreichen der Fließgrenze ein. Der Bereich mit den sehr großen Dehnungen erstreckt sich dann meist nur über einen kleinen Teil der Steghöhe. Bei sehr niedrigen Bügelbewehrungsgraden tritt das plötzliche Anwachsen der Bügeldehnungen hingegen bereits bei sehr niedrigen Ausnutzungsgraden der Bügel auf, was sich meist in einem Schubzugbruch ohne Vorankündigung bei den entsprechenden Versuchen widerspiegelt. In diesen Fällen enthielten die Versuchsträger offensichtlich nicht ausreichend Mindestquerkraftbewehrung. Der betreffende Bereich erstreckt sich in der Berechnung dann meist über einen sehr großen Teil der Steghöhe. In beiden Fällen lassen sich die lokal sehr großen Werte der Bügeldehnungen nur als ein Versagen der Bügel deuten. Im Zuge des Versagens überschreitet dabei meist auch die Betonstauchung  $\varepsilon_2$  im Steg die zuvor definierte Grenze von  $\varepsilon_{c1}$ . Hier ist auch ohne Definition eines Versagenskriteriums das Erreichen des Bruchzustandes klar erkennbar. Aus den Versuchsnachrechnungen sind in Kap. 4.5.3 ausgewählte Beispiele für diese beiden Versagensarten grafisch dargestellt.

In allen anderen Fällen kann die Belastung in der Berechnung nach dem lokalen Erreichen der Fließgrenze in den Bügeln noch weiter gesteigert werden. Da durch die Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons stets nur mittlere Dehnungen berechnet werden, ist bei der Wahl eines Versagenskriteriums für diese Fälle zu beachten, dass die Spannungen und Dehnungen der Bügel lokal im Riss deutlich größer sind, als der mit der ETB berechnete mittlere Wert. Bevor in der Berechnung also der Zustand

erreicht wird, dass die Bügel über ihre gesamte Höhe fließen, kann es zuvor lokal zu einem Versagen der Bügel kommen. Um dies ausschließen zu können, müsste aus dem unter Berücksichtigung des TST ermittelten Spannungs- und Dehnungszustand des Querschnitts auf die korrespondierende maximale Spannung und Dehnung lokal im Schubriss zurückgerechnet werden. Hierfür sind die Schubrissbreite und die Abstände der Schubrisse entscheidend, die u. a. vom Bewehrungsgrad, vom Bewehrungsdurchmesser und von der Betonzugfestigkeit abhängig sind. Im Sinne einer möglichst einfachen und klaren Definition eines Kriteriums für einen Schubzug- und Biegeschubbruch, das zudem auch den Fall des oben beschriebenen plötzlichen Schubversagens bei sehr niedrigen Bewehrungsgraden abdecken soll, wird bei den Versuchsnachrechnungen das lokale Erreichen der Fließgrenze durch die Bügel als Versagenskriterium definiert. Wie beim Fachwerkmodell wird rechnerisch also nicht zwischen diesen beiden Versagensarten unterschieden.

Zu bedenken ist bei der Wahl dieses Versagenskriterium allerdings, dass die Dehnungen der Querkraftbewehrung lokal im Riss bereits vor dem Erreichen des Versagenskriteriums die Fließgrenze überschreiten. Bei sehr niedrigen Bügelbewehrungsgraden mit entsprechend großen Schubrissbreiten könnte es daher grundsätzlich zu einem Versagen der Bügel kommen, bevor die mittleren Bügeldehnungen in der Berechnung lokal die Fließgrenze erreichen. Allerdings zeigen die insgesamt 222 Versuchsnachrechnungen, dass die Tragfähigkeit mit der ETB – wie auch mit dem Fachwerkmodell – bei niedrigen Bügelbewehrungsgraden i. d. R. eher deutlich unterschätzt wird. Hier spielen bereits andere Tragmechanismen eine bedeutende Rolle, die weder mit dem Fachwerkmodell noch mit der ETB erfasst werden können. Im Allgemeinen erreichen die mittleren Bügeldehnungen bei entsprechend niedrigen Bewehrungsgraden in der Berechnung nach ETB ohnehin nicht lokal die Fließgrenze, sondern es kommt vielmehr zu dem oben beschriebenen plötzlichen Überschreiten der Fließgrenze in großen Teilen des Steges.

Für die genaue rechnerische Ermittlung der Tragfähigkeit mit der ETB ist es aufgrund des dabei angesetzten bilinearen Werkstoffgesetzes des Betonstahls, das ab einem Wert von 95 % der Streck- oder Dehngrenze wie in Kap. 4.4 beschrieben ausgerundet wurde, außerdem wichtig, wie die Fließgrenze  $\epsilon_y$  definiert wird. Die umgesetzte Definition ist in Abb. 4.10 dargestellt. Bei Verwendung eines bilinearen Werkstoffgesetzes ohne Ausrundung ist  $\epsilon_y = f_y / E_0$ .

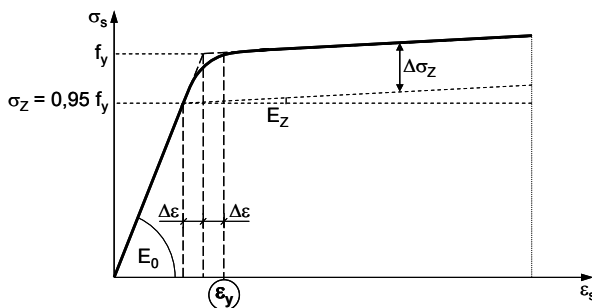


Abb. 4.10: Festlegung der Fließgrenze  $\epsilon_y$  im bilinearen Werkstoffdiagramm mit Ausrundung.



### 4.5.2.3 Auswertung der gewählten Versagenskriterien

Für die in Tab. 4.10 und Tab. 4.11 aufgeführten 48 Versuche wurden mit den drei in Kap. 4.5.2.1 ausgewählten Ansätze für den Abminderungsbeiwert  $v_{\max}$  sowie mit dem in Kap. 4.5.2.2 definierten Versagenskriterium für Schubzugbruch die rechnerischen Tragfähigkeiten mit der ETB ermittelt. Zusätzlich erfolgte die Berechnung der Tragfähigkeit nach *DIN 1045-1 2008*. Um die unterschiedlichen Ansätze für den Wert  $v_{\max}$  beurteilen zu können und um anschließend eine entsprechende Auswahl für die Definition des Versagenskriteriums für den Schubdruckbruch zu treffen, wurden zunächst die ebenfalls in Tab. 4.10 und Tab. 4.11 angegebenen statistischen Kenngrößen ermittelt. Zusätzlich wurden die Ergebnisse für einen grafischen Vergleich in mehreren Diagrammen aufbereitet (vgl. Abb. 4.11 bis Abb. 4.14). Die gleiche Aufbereitung der Ergebnisse wurde im Anschluss auch für die Auswertung der insgesamt 222 Versuche durchgeführt. Die statistischen Kenngrößen wurden jeweils wie folgt berechnet, wobei  $n$  für die Anzahl der Versuche steht:

Mittelwert  $\bar{x}$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \gamma_{\text{Modell},i} \quad (4.25)$$

Standardabweichung  $s$ :

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\gamma_{\text{Modell},i} - \bar{x})^2} \quad (4.26)$$

Mittelwertabweichung  $b$ :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n v_{u,\text{Test},i} \cdot v_{u,\text{Modell},i}}{\sum_{i=1}^n v_{u,\text{Modell},i}^2} \quad (4.27)$$

Zusätzlich wurde der Variationskoeffizient bestimmt, der sich aus dem Verhältnis von Standardabweichung zu Mittelwert ergibt.

Die Mittelwertabweichung  $b$  entspricht der Steigung der Regressionsgeraden in den sog.  $r_e$ - $r_T$ -Diagrammen, die im Anhang von *DIN EN 1990 2002* definiert sind. Für die Auswertung der Ergebnisse aller 222 Versuche in Kap. 4.6 werden diese Diagramme verwendet.

Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen

Quelle	Versuch	$V_{u,Test}$ [kN]	$v_{max}$ nach DIN		$v_{max}$ nach EC		DIN 1045-1	
			$V_{u,ETB,1}$ [kN]	$\gamma_{ETB,1}$ [-]	$V_{u,ETB,2}$ [kN]	$\gamma_{ETB,2}$ [-]	$V_{u,DIN}$ [kN]	$\gamma_{DIN}$ [-]
Levi und Marro	RC 30 A1	676	709	0,953	698	0,968	567	1,193
	RC 30 A2	688	709	0,970	698	0,986	567	1,214
	RC 60 A1	990	853	1,161	841	1,177	584	1,696
	RC 60 A2	938	853	1,100	841	1,115	584	1,607
	RC 60 B1	1181	1115	1,059	1097	1,077	833	1,418
	RC 60 B2	1239	1115	1,111	1097	1,129	833	1,488
	RC 70 B1	1330	1158	1,149	1142	1,165	838	1,586
Lynberg	5A-0	435	395	1,101	380	1,145	288	1,509
	5B-0	435	402	1,082	389	1,118	279	1,560
Placas und Regan	W1	160	167	0,958	127	1,260	175	0,917
	W2	90	76	1,184	65	1,385	80	1,123
	W3	199	209	0,952	175	1,137	183	1,088
	W5	190	189	1,005	138	1,377	200	0,951
	W6	158	183	0,863	135	1,170	181	0,875
	W7	162	182	0,890	134	1,209	175	0,927
	Rangan	I-1	453,1	487	0,93	351	1,291	513
I-2		371,0	394	0,942	302	1,228	324	1,144
I-3		369,1	360	1,025	267	1,382	373	0,990
I-4		416,0	404	1,030	294	1,415	322	1,292
Stroband	2	548	528	1,038	528	1,038	310	1,767
	3	891	943	0,945	934	0,954	652	1,367
	4	1221	1356	0,900	1188	1,028	1097	1,113
	5	1330	1698	0,783	1186	1,121	1571	0,847
	Cafilisch und Thürlimann	A0-re	316	241	1,311	238	1,328	200
<b>Mittelwert</b>		-	-	1,019	-	1,175	-	1,256
<b>Standardabweichung</b>		-	-	0,118	-	0,136	-	0,292
<b>Variationskoeffizient</b>		-	-	0,116	-	0,116	-	0,232
<b>Mittelwertabweichung</b>		-	-	0,980	-	1,094	-	1,200

Tab. 4.10: 24 ausgewählte Versuche an Stahlbetonträgern zum Vergleich verschiedener Versagenskriterien für Schubzug- und Schubdruckbruch;  
 Legende: **Quelle**, Versuchsbezeichnung (**Versuch**), max. Querkraft im Versuch ( $V_{u,Test}$ ), max. Querkraft und Modellsicherheit nach ETB mit  $v_{max}$  nach DIN 1045-1 2008 ( $V_{u,ETB,1}$  und  $\gamma_{ETB,1}$ ) oder  $v_{max}$  nach ENV 1992-1-1 1991 ( $V_{u,ETB,2}$  und  $\gamma_{ETB,2}$ ), max. Querkraft und Modellsicherheit nach DIN 1045-1 2008 ( $V_{u,DIN}$  und  $\gamma_{DIN}$ ).

Vergleich der ETB mit dokumentierten Versuchen

Quelle	Versuch	$V_{u,Test}$ [kN]	$v_{max}$ nach EC		$v_{max}$ nach Nielsen		DIN 1045-1	
			$V_{u,ETB,2}$ [kN]	$\gamma_{ETB,2}$ [-]	$V_{u,ETB,3}$ [kN]	$\gamma_{ETB,3}$ [-]	$V_{u,DIN}$ [kN]	$\gamma_{DIN}$ [-]
<i>Levi und Marro</i>	PC 30 A1	880	730	1,205	778	1,131	642	1,371
	PC 30 A2	865	731	1,183	776	1,115	640	1,351
	PC 60 A1	1194	918	1,301	933	1,280	656	1,819
	PC 60 A2	1207	909	1,328	917	1,316	654	1,845
	PC 60 B1	1327	1084	1,224	1163	1,141	940	1,412
	PC 60 B2	1400	1084	1,292	1163	1,204	940	1,489
<i>Lyngberg</i>	2A-3	506	391	1,294	414	1,222	296	1,708
	2B-3	515	400	1,288	426	1,209	307	1,678
	3A-2	489	405	1,207	435	1,124	307	1,594
	3B-2	433	383	1,131	414	1,046	292	1,481
	4A-1	469	413	1,136	425	1,104	288	1,629
	4B-1	454	414	1,097	428	1,061	295	1,540
<i>Rangan</i>	II-1	460,9	354	1,302	390	1,182	411	1,120
	II-2	378,8	266	1,424	314	1,206	380	0,997
	II-3	489,2	394	1,242	424	1,154	414	1,180
	II-4	479,4	395	1,214	437	1,097	600	0,799
	III-1	368,0	323	1,139	373	0,987	431	0,854
	III-2	390,5	310	1,26	370	1,055	475	0,823
	III-3	396,5	371	1,069	424	0,935	434	0,913
	III-4	453,0	342	1,325	409	1,108	525	0,864
	IV-1	375,0	299	1,254	399	0,940	430	0,871
	IV-2	337,8	280	1,206	373	0,906	382	0,883
	IV-3	464,8	341	1,363	437	1,064	486	0,957
	IV-4	390,6	283	1,380	365	1,070	376	1,039
<b>Mittelwert</b>	-	-	1,244	-	1,111	-	1,259	
<b>Standardabweichung</b>	-	-	0,091	-	0,104	-	0,354	
<b>Variationskoeffizient</b>	-	-	0,073	-	0,094	-	0,281	
<b>Mittelwertabweichung</b>	-	-	1,252	-	1,159	-	1,303	

Tab. 4.11: 24 ausgewählte Versuche an Spannbetonträgern zum Vergleich verschiedener Versagenskriterien für Schubzug- und Schubdruckbruch; Legende vgl. Tab. 4.10, jedoch zusätzlich: max. Querkraft und Modellsicherheit nach ETB mit  $v_{max}$  nach Nielsen 1990 ( $V_{u,ETB,3}$  und  $\gamma_{ETB,3}$ )

Bei den nachfolgend dargestellten Diagrammen handelt es sich um Histogramme, in denen die Häufigkeitsverteilungen der Modellsicherheiten aufgetragen sind. Die berechneten Modellsicherheiten wurden dazu in Klassen der Größe 0,10 eingeteilt. Zum Vergleich ist in die Histogramme jeweils auch die Häufigkeitsverteilung eingetragen, die sich rechnerisch nach der Gauß'schen Normalverteilung (Dichtefunktion) ergeben würde. Dazu wurde für jeden Mittelwert und die dazugehörige Standardabweichung der entsprechende Verlauf der Dichtefunktion ermittelt und so skaliert, dass die Fläche unter der Kurve der jeweiligen Anzahl der betrachteten Versuche entspricht. Für die Dichtefunktion  $f$  gilt:

$$f = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\gamma - \mu}{\sigma} \right)^2} \quad (4.28)$$

Für die Darstellung in den folgenden Abbildungen wurden jeweils der Mittelwert und die Standardabweichung der Stichprobe ( $n$  Versuche) entsprechend Gl. (4.25) und (4.26) vereinfachend gleich dem Mittelwert  $\mu$  bzw. der Standardabweichung  $\sigma$  der Grundgesamtheit gesetzt ( $n = \infty$ ). Damit wurde wie in *Reineck 1999* oder *König et al 1999*, wo ähnliche Auswertungen von Versuchsnachrechnungen dokumentiert sind, auf die Berücksichtigung eines geschätzten Konfidenzniveaus (vgl. *Fischer 1995*) verzichtet. Die Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit den oben genannten Auswertungen von Versuchsnachrechnungen bleibt damit gewahrt. Bei der erfolgten Einteilung der Modellsicherheit in Klassen der Größe 0,10 ergibt sich unter der Dichtefunktion  $f$  eine Fläche mit dem Wert 10. Die Funktion wurde deshalb jeweils um das Verhältnis  $n/10$  skaliert.

Zunächst erfolgt anhand der 24 Versuche an Stahlbetonträgern ein Vergleich mit den Ergebnissen nach dem Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* für die beiden ersten Ansätze aus Kap. 4.5.2.1, also für den Wert  $v_{\max}$  nach *DIN 1045-1 2008* gemäß Gl. (4.20) sowie für den Wert  $v_{\max}$  nach *ENV 1992-1-1 1991* gemäß Gl. (4.22). Die Häufigkeitsverteilung der jeweils verbleibenden Modellsicherheiten ist für den ersten Ansatz nach *DIN 1045-1 2008* in Abb. 4.11 dargestellt, für den zweiten Ansatz nach *ENV 1992-1-1 1991* in Abb. 4.12.

Für den ersten Ansatz ergibt sich ein Mittelwert der Modellsicherheit von nur 1,019 bei einer Standardabweichung von 0,118. Dazu im Vergleich ergibt sich nach dem Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* ein Mittelwert von 1,256 bei einer Standardabweichung von 0,292. Der Mittelwert der Modellsicherheit nach ETB ist mit diesem Ansatz also etwa gleich 1,0 und die Streuung der Sicherheit ist zudem deutlich geringer. Allerdings ist bei 11 der 24 Versuche die Sicherheit kleiner als 1,0, d. h. die ETB überschätzt bei fast 50 % der Versuche die Tragfähigkeit. Bei 8 dieser 11 Versuche trat im Versuch ein Schubdruckbruch auf, bei 3 Versuchen trat ein Schubzugbruch auf. Die Tragfähigkeit von Versuchsträgern, die auf Schubdruckbruch versagt haben, wird mit diesem Ansatz also meist überschätzt. Eine pauschale Abminderung der Betondruckfestigkeit nach *DIN 1045-1 2008* mit  $\nu = 0,75$  ist hier demnach nicht ausreichend. Zudem ist die Mittelwertabweichung bei diesem Ansatz mit 0,980 kleiner als 1,0.

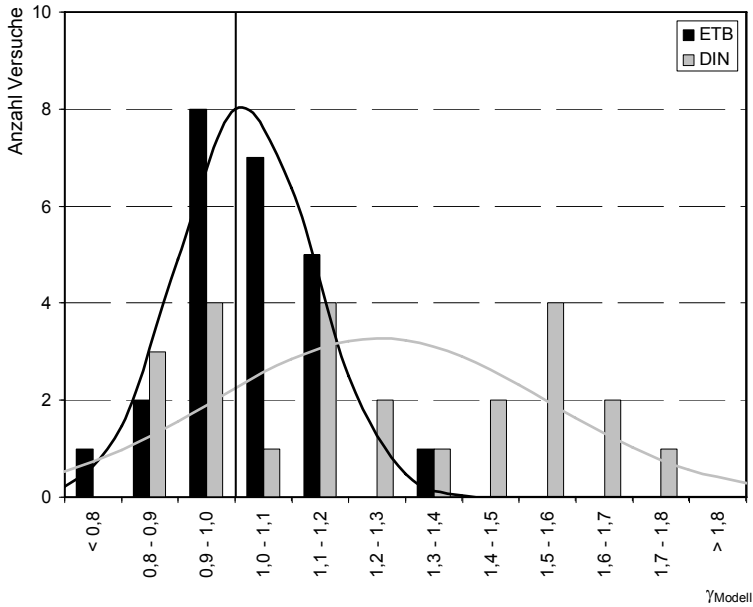


Abb. 4.11: Verteilung der berechneten Modellsicherheiten nach ETB mit  $v_{max} = 0,75$  sowie nach *DIN 1045-1 2008* für die 24 ausgewählten Stahlbetonträger.

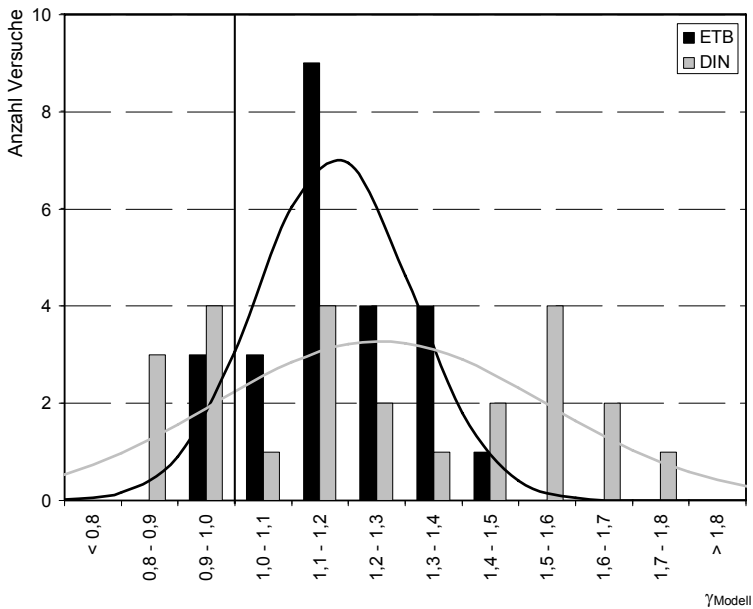


Abb. 4.12: Verteilung der berechneten Modellsicherheiten nach ETB mit  $v_{max}$  gemäß *ENV 1992-1-1 1991* sowie nach *DIN 1045-1 2008* für die 24 ausgewählten Stahlbetonträger.

Mit dem zweiten Ansatz gemäß Gl. (4.22) nach *ENV 1992-1-1 1991* verbleibt im Mittel eine Modellsicherheit von 1,175 bei einer geringfügig größeren Standardabweichung von 0,136. Hier liegt nur bei 3 der 24 Versuche die berechnete Tragfähigkeit über der im Versuch ermittelten Tragfähigkeit. Dabei handelt es sich um die gleichen 3 Versuche, bei denen ein Schubzugbruch eintrat. Bei den 8 Versuchen mit Schubdruckbruch, deren Tragfähigkeit mit dem ersten Ansatz überschätzt wurde, ergeben sich nun Sicherheiten größer als 1,0.

Wie bereits bei der Vorstellung der verschiedenen Ansätze vermutet wurde, wird mit einem pauschalen Ansatz von  $v_{\max} = \alpha_c = 0,75$  die Betondruckfestigkeit im Steg bei der Berechnung mit der ETB überschätzt. Da rechnerisch die Hauptdehnungen und die Hauptspannungen für die Herleitung der ETB als gleichgerichtet angesetzt werden, muss eine Übertragung der Hauptdruckspannungen durch Rissreibung und Dübelwirkung über die Risse hinweg möglich sein. Der Ansatz von  $v_{\max} = \alpha_c = 0,75$  gilt jedoch wie in *DAfStb 525 2003* beschrieben nur für den Fall, dass die Richtung der Hauptdruckspannungen parallel zur Rissrichtung ist. Deshalb soll bei den weiteren Versuchsnachrechnungen der zweite Ansatz für  $v_{\max}$  gemäß Gl. (4.22) nach *ENV 1992-1-1 1991* angewendet werden.

Interessant ist zudem, dass nach dem Fachwerkmodell die Tragfähigkeit immerhin bei 7 Versuchen überschätzt wird, bei denen jeweils ein Schubdruckbruch aufgetreten ist. Vielleicht sollte beim Ansatz von risskreuzenden Druckstreben im Fachwerkmodell konsequenterweise auch ein dazu passender Ansatz für  $v_{\max}$  gewählt werden. Der Ansatz nach *ENV 1992-1-1 1991* könnte hierfür geeignet sein, müsste jedoch anhand der Versuchsdatenbank noch einmal für das Fachwerkmodell nach *DIN 1045-1 2008* überprüft werden.

Der für die Anwendung der ETB ausgewählte Ansatz nach *ENV 1992-1-1 1991* hat den Vorteil, dass er durch den dritten Ansatz aus Kap. 4.5.2.1 (Gl. (4.23) nach *Nielsen 1990*) um den Einfluss der Vorspannung erweitert werden kann. Um diesen Einfluss zu untersuchen, wurden neben den 24 Versuchen an Stahlbetonträgern noch 24 Versuche an Spannbetonträgern nachgerechnet. Dabei wurde zunächst wieder der Ansatz gemäß Gl. (4.22) nach *ENV 1992-1-1 1991* zugrunde gelegt, bevor in einem zweiten Rechengang  $v_{\max}$  gemäß Gl. (4.23) nach *Nielsen 1990* gewählt wurde. Zum Vergleich wurde jeweils wieder die Tragfähigkeit nach *DIN 1045-1 2008* berechnet.

Die Häufigkeitsverteilung der jeweils verbleibenden Modellsicherheiten ist für den Ansatz nach *ENV 1992-1-1 1991* in Abb. 4.13 dargestellt, für den dritten Ansatz nach *Nielsen 1990* ist sie in Abb. 4.14 dargestellt.

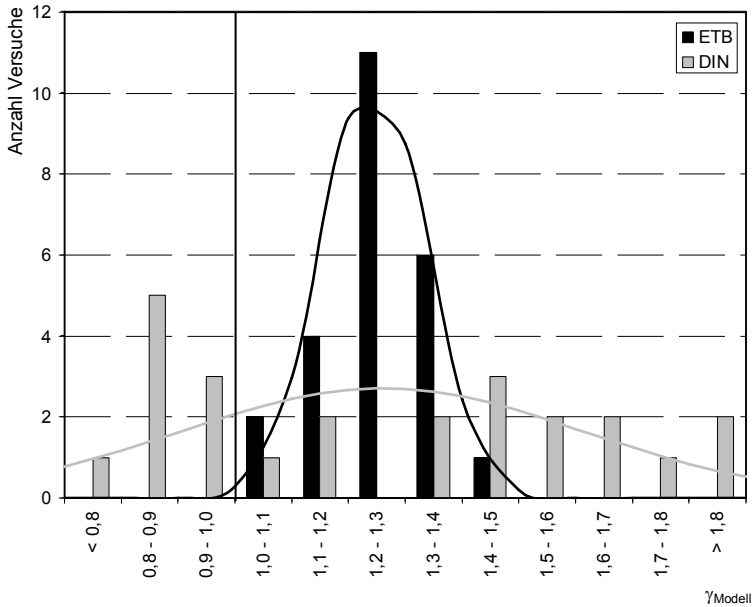


Abb. 4.13: Verteilung der berechneten Modellsicherheiten nach ETB mit  $v_{max}$  gemäß *ENV 1992-1-1 1991* sowie nach *DIN 1045-1 2008* für die 24 ausgewählten Spannbetonträger.

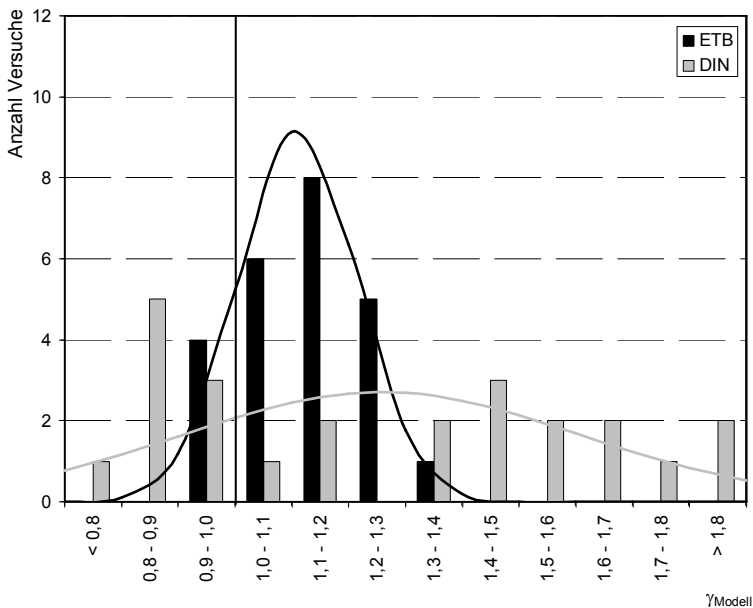


Abb. 4.14: Verteilung der berechneten Modellsicherheiten nach ETB mit  $v_{max}$  gemäß *Nielsen 1990* sowie nach *DIN 1045-1 2008* für die 24 ausgewählten Spannbetonträger.

Für  $v_{\max}$  gemäß Gl. (4.22) nach *ENV 1992-1-1 1991* ergibt sich für die Spannbetontträger ein Mittelwert der Sicherheit von 1,244 bei einer Standardabweichung von nur 0,091. Im Vergleich dazu ergibt sich nach dem Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* ein Mittelwert von 1,259 bei einer Standardabweichung von 0,354. D. h., die Streuung der verbleibenden Modellsicherheit ist mit der ETB deutlich günstiger als mit dem Fachwerkmodell, allerdings ist der Mittelwert ähnlich groß. Von den 24 Versuchen liegt nach der ETB außerdem bei keinem der Versuche die berechnete Tragfähigkeit über den Versuchsergebnissen. Zum Vergleich: Nach dem Fachwerkmodell liegt bei immerhin 9 von 24 Versuchen die berechnete Tragfähigkeit über dem Versuchsergebnis.

Mit dem letzten der untersuchten Ansätze gemäß Gl. (4.23) nach *Nielsen 1990* verbleibt im Mittel eine Modellsicherheit von 1,111 bei einer nur geringfügig größeren Standardabweichung von 0,104. Hier liegt bei 4 der 24 Versuche die berechnete Tragfähigkeit über der im Versuch ermittelten Tragfähigkeit. Dabei handelt es sich jeweils um Versuche, bei denen ein Schubdruckbruch eintrat. Da eine leichte Überschätzung der Tragfähigkeit bei einzelnen Versuchen toleriert werden kann und im Sinne einer gegenüber dem Fachwerkmodell wirtschaftlicheren und dennoch zuverlässigeren Querschnittsbemessung wird für die Nachrechnung aller 222 Versuche daher der Ansatz nach *Nielsen 1990* zugrunde gelegt. Für Stahlbetontträger liefert er die gleichen Werte wie der Ansatz nach *ENV 1992-1-1 1991*.

#### **4.5.3 Ausgewählte Beispiele für die verschiedenen Versagensarten**

Im Folgenden werden anhand von drei ausgewählten Beispielen aus den insgesamt 222 nachgerechneten Versuchen die verschiedenen in der Berechnung auftretenden Versagensarten vorgestellt. Eine grafische Darstellung der Berechnungsergebnisse für alle Versuche ist auch bei einer Begrenzung auf die jeweils maßgebenden Querschnitte im Rahmen dieser Arbeit nicht sinnvoll möglich. Die für die einzelnen Versuche berechneten Tragfähigkeiten nach ETB und nach *DIN 1045-1 2008* sind jedoch im Anhang A-2 in tabellarischer Form angegeben.

Als typisches Beispiel für einen Schubdruckbruch ist in Abb. 4.15 die rechnerische Verteilung der Hauptstauchung  $\varepsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\varepsilon_{sw}$  in drei Laststufen für den Versuch T.P4 aus *Leonhardt et al 1973* dargestellt. Nach dem Ansatz von *Nielsen 1990* ergibt sich für den Versuch eine Abminderung der Betondruckfestigkeit im Steg von maximal  $v_{\max} = 0,63$ . Für den verwendeten Beton beträgt die Betonstauchung beim Erreichen der Druckfestigkeit  $\varepsilon_{c1} = -2,42$  ‰. Durch die Skalierung des Werkstoffgesetzes um den Wert  $v_{\max}$  ergibt sich die reduzierte Druckfestigkeit bereits bei einer Stauchung von  $-1,52$  ‰. Bei der Nachrechnung wird dieser Wert unter einer einwirkenden Querkraft von 730 kN fast erreicht. Als Bruchstauchung wird wie oben beschrieben jedoch der Wert  $\varepsilon_{c1}$  angesetzt. Unter einer Querkraft von 762 kN wird diese Grenze überschritten. Die Dehnungen in den Bügeln erreichen bis zu dieser Last noch nicht die Fließgrenze  $\varepsilon_y = 2,64$  ‰. Nach der ETB tritt also rechnerisch bei einer Querkraft von 762 kN an der betrachteten Stelle im Träger ein reiner Schubdruckbruch auf. Etwa im oberen Drittel des Steges sind unter dieser Belastung die Hauptdruckspannungen gleich der um  $v_{\max}$  reduzierten Druckfestigkeit. Zum Vergleich: Nach dem Fachwerkmodell wird die Bügeltragfähigkeit maßgebend



und führt zu einer Querkrafttragfähigkeit von 857 kN. Im Versuch betrug die maximale Querkraft sogar 900 kN, wobei der Träger letztlich aufgrund eines Schubdruckbruchs versagt hat. Mit dem Fachwerkmodell ergibt sich in diesem Fall also einerseits ein wirtschaftlicheres Ergebnis, andererseits stimmt die rechnerische Versagensart nicht mit dem Versuchsergebnis überein.

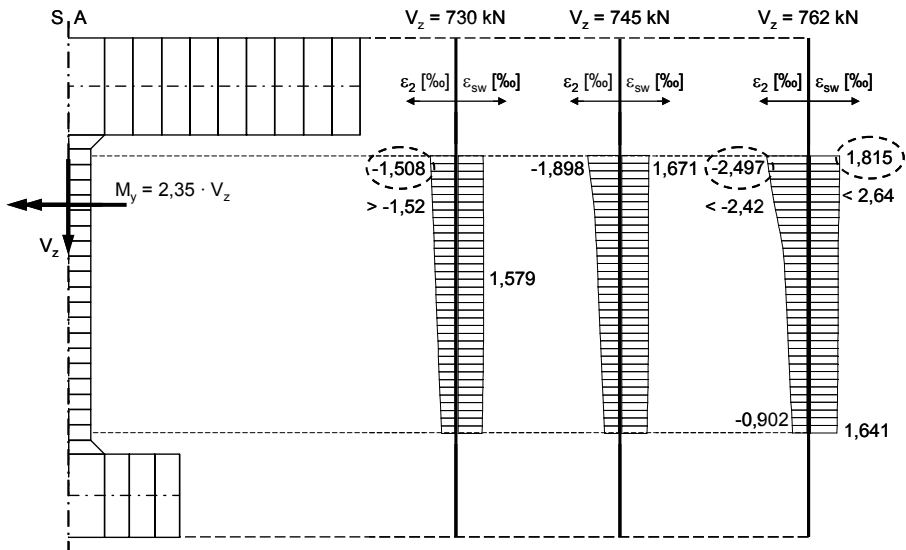


Abb. 4.15: Rechnerische Verteilung der Hauptdehnung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{sw}$  für den Versuch T.P4 aus Leonhardt et al 1973 im maßgebenden Querschnitt.

Die Ergebnisse für den Versuch B1S aus Bhal 1968 sind in Abb. 4.16 als typisches Beispiel für ein durch die Bügel ausgelöstes Versagen dargestellt. Hier ist ebenfalls die Verteilung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{sw}$  in drei Laststufen dargestellt. Bei einer einwirkenden Querkraft von 122 kN wird die Fließgrenze der Bügel  $\epsilon_y = 2,35$  ‰ lokal überschritten. Damit ist das zuvor definierte Versagenskriterium erreicht. Rechnerisch kann die Beanspruchung des Querschnitts im vorliegenden Fall jedoch noch geringfügig gesteigert werden. Bei einer Querkraft von 125 kN wachsen die Bügeldehnungen im mittleren Drittel des Querschnitts jedoch auf Werte von über 12 ‰ an. Im Versuch wurde eine maximale Querkraft von 130 kN erreicht. Mit dem Fachwerkmodell ergibt sich eine maximale Querkrafttragfähigkeit von nur 97 kN, wobei ebenfalls die Bügel maßgebend werden.

Am Beispiel des in Abb. 4.17 dargestellten Versuchs PM-6-160 aus Bennett und Debaiky 1974 ist sehr gut ersichtlich, wie sich ein Versagen aufgrund eines zu niedrigen Bügelbewehrungsgrades in der Berechnung widerspiegelt. Im vorliegenden Fall betrug der Bewehrungsgrad  $\rho_w$  nur ca. 3,5 ‰. Bei der Berechnung nach ETB wird für eine Querkraft von 74 kN im Steg die Zugfestigkeit des Betons überschritten. Der Ausfall des Traganteils des Betons auf Zug kann hier jedoch nicht von den Bügeln aufgenommen werden. Die Fließgrenze wird direkt überschritten und es ergeben sich Bügeldehnungen von über 8 ‰. Demnach war in diesem Versuchsträger keine ausreichende Mindestquerkraftbewehrung eingebaut. Nach DIN 1045-1

2008 ergibt sich hingegen mit den eingebauten Bügeln nach dem Fachwerkmodell eine geringfügig größere Querkrafttragfähigkeit als die rechnerische Tragfähigkeit ohne Bügel. Die Tragfähigkeit beträgt hier jedoch nur 40 kN, während im Versuch eine Tragfähigkeit von 96 kN ermittelt wurde.

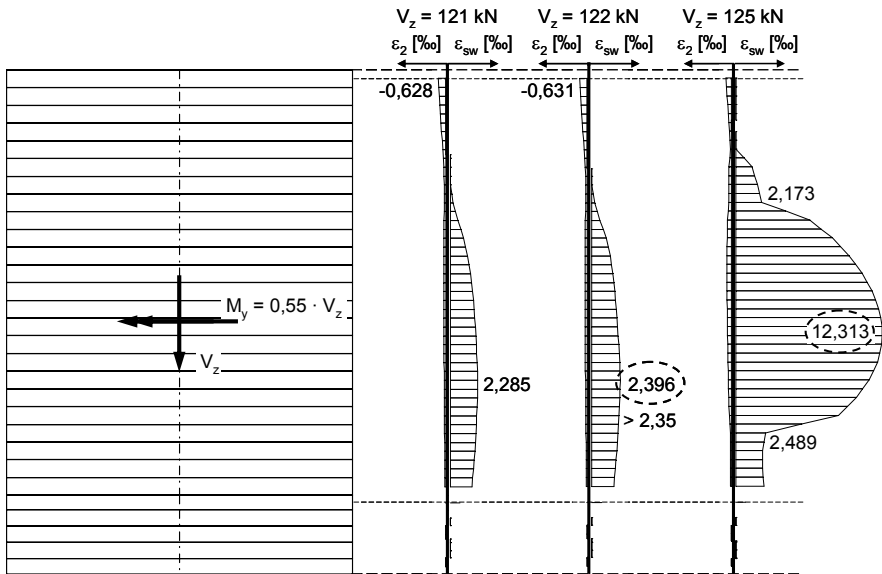


Abb. 4.16: Rechnerische Verteilung der Hauptdehnung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{sw}$  für den Versuch B1S aus *Bhal 1968* im maßgebenden Querschnitt.

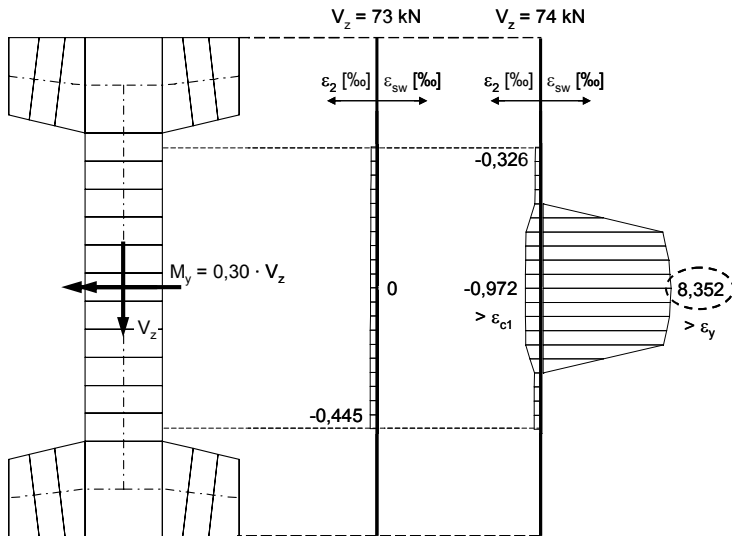


Abb. 4.17: Rechnerische Verteilung der Hauptdehnung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{sw}$  für den Versuch PM-6-160 aus *Bennett und Debaiky 1974* im maßgebenden Querschnitt.

#### 4.6 Darstellung, Vergleich und Bewertung der Ergebnisse

Um die mit der ETB ermittelten Tragfähigkeiten bewerten zu können, wurde aufgrund der dokumentierten Tragfähigkeiten aus den Versuchen die jeweilige Modellsicherheit der ETB ermittelt. Zum Vergleich erfolgte dies auch für die Ergebnisse nach *DIN 1045-1 2008*. Für diese Modellsicherheiten wurden die in Kap. 4.5.2.3 beschriebenen statistischen Kenngrößen Mittelwert, Standardabweichung, Variationskoeffizient und Mittelwertabweichung bestimmt. Dies erfolgte zum einen getrennt für die ETB und für das Fachwerkmodell von *DIN 1045-1 2008*, zum Anderen sowohl getrennt für Versuche an Stahlbeton- und Spannbetontträgern als auch für alle 222 Versuche zusammen. Die entsprechenden Werte sind in Tab. 4.12 aufgeführt.

Material der Versuchsträger	Stahlbeton		Spannbeton		Gesamt	
	124		98		222	
Berechnung nach	DIN	ETB	DIN	ETB	DIN	ETB
Mittelwert der Modellsicherheit	1,454	1,165	1,886	1,340	1,645	1,242
Standardabweichung	0,390	0,181	0,610	0,305	0,518	0,250
Variationskoeffizient	0,268	0,155	0,323	0,227	0,315	0,201
Mittelwertabweichung	1,273	1,099	1,366	1,175	1,313	1,131
5%-Quantil der Normalverteilung	0,812	0,869	0,883	0,838	0,793	0,831
Anzahl Versuche $V_{u,calc} > V_{u,test}$						
abs.	17	19	11	9	28	28
rel.	13,7 %	15,3 %	11,2 %	9,2 %	12,6 %	12,6 %

Tab. 4.12: Statistische Kenngrößen der Versuchsnachrechnungen nach *DIN 1045-1 2008* und nach ETB getrennt für die 124 Versuche an Stahlbetonträgern, für die 98 Versuche an Spannbetontträgern sowie für alle 222 Versuche.

Auffällig ist beim Vergleich der Mittelwerte und Standardabweichungen zunächst, dass die verbleibenden mittleren Modellsicherheiten für die Spannbetontträger bei beiden Berechnungsmethoden deutlich höher sind und auch deutlich mehr streuen als für die Stahlbetontträger. Dabei ist für das Fachwerkmodell der Mittelwert bei den Spannbetontträgern relativ zum Mittelwert bei den Stahlbetontträgern deutlich größer als dies bei der ETB der Fall ist (+30 % statt +15 %). Eine Ursache für die größere Streuung kann darin liegen, dass die genaue Größe der Vorspannkraft bei der Versuchsdurchführung nicht immer erfasst wurde. Hieraus ergibt sich ein weiterer Einflussfaktor, der zu den größeren Streuungen der Ergebnisse führen kann.

Für alle 222 betrachteten Versuche ergibt sich bei einer Berechnung nach ETB mit den zuvor definierten Versagenskriterien im Mittel eine Modellsicherheit von 1,242 bei einer Standardabweichung von 0,250. Mit dem Fachwerkmodell ergibt sich hingegen eine mittlere Modellsicherheit von 1,645 bei einer Standardabweichung von 0,518. D. h., es verbleiben bezogen auf die Versuchsergebnisse im Mittel nicht nur ca. 40 % mehr ungewollte Tragreserven bei der Berechnung mit dem Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008*, sondern bei einer mehr als doppelt so großen Standardabweichung streut die verbleibende Sicherheit auch deutlich stärker als bei der Berechnung nach ETB.

Aufgrund des größeren Mittelwertes der Modellsicherheit liegt mit dem Fachwerkmodell trotz der größeren Streuung bei genauso vielen Versuchen (12,6 %) die berechnete Tragfähigkeit über der im Versuch ermittelten, wie dies nach der ETB der Fall ist. Von den insgesamt 28 Versuchen, deren Tragfähigkeit das Fachwerkmodell überschätzt, trat bei 17 Versuchen ein Schubdruckbruch auf. Die pauschale Abminderung der Betondruckfestigkeit infolge von Querkzug um 25 % reicht in diesen Fällen also nicht aus.

In Tab. 4.12 sind zusätzlich auch der Werte der 5%-Quantile angegeben. Für deren Ermittlung wurde wie in Kap. 4.5.2.3 eine Normalverteilung zugrunde gelegt und die Stichproben wurden vereinfachend gleich der Grundgesamtheit gesetzt ( $n = \infty$ ). Damit gilt:

$$x_{5\%} = \mu - 1,645 \cdot \sigma \approx \bar{x} - 1,645 \cdot s \quad (4.29)$$

Auf die Abschätzung eines Konfidenzniveaus wie in *Fischer 1995* beschrieben wurde damit verzichtet. Auf diese Weise ist jedoch ein direkter Vergleich mit den Ergebnissen aus *Reineck 1999* oder *König et al 1999* möglich. Zudem dienen die hier ermittelten statistischen Kenngrößen nur dem Vergleich der beiden Modelle und sind nicht Grundlage eines empirischen Bemessungsmodells.

Bei den in Tab. 4.12 angegebenen Quantilwerten ist auffällig, dass sie durchweg sehr niedrig sind. Die Werte liegen alle deutlich unterhalb einer Sicherheit von 1,0. Hier ist zunächst festzuhalten, dass dies sowohl bei der Berechnung nach ETB als auch bei der Berechnung mit dem Fachwerkmodell der Fall ist. Bei Betrachtung aller 222 Versuche liegt hier der 5%-Quantilwert der Ergebnisse nach ETB mit 0,832 zudem deutlich günstiger als der Wert von 0,793, der sich mit dem Fachwerkmodell ergibt.

Im Vergleich dazu ergibt sich bei der Auswertung der Ergebnisse des Fachwerkmodells in *Reineck 1999* (mit der dort enger begrenzten Auswahl an Versuchen) sowohl für die Stahlbeton- als auch für die Spannbetonträger ein 5%-Quantilwert von knapp über 1,0. Dies ist insofern erstaunlich, als dass der größte Teil der hier zusätzlich berücksichtigten Versuche aufgrund der Nichterfüllung der Kontrollkriterien KON9 und KON13.1 bzw. KON13.2 in *Reineck 1999* nicht mit in die Bewertung einfließen. Aber gerade bei diesen Versuchen ist eigentlich zu erwarten, dass sich im Mittel eine größere Modellsicherheit ergibt, weil hier die mit dem Fachwerkmodell nicht erfassten Traganteile eine wesentliche Rolle spielen. Zum Vergleich wurden die Ergebnisse deshalb zusätzlich noch einmal für die enger begrenzte Versuchsauswahl nach *Reineck 1999* ausgewertet. Wie bereits beschrieben wurde, sind jedoch nicht alle der dort berücksichtigten Versuche in der eigenen Versuchsauswahl enthalten. Die auf die gemeinsamen Versuche reduzierte Auswahl enthält deshalb insgesamt nur 53 Versuche an Stahlbetonträgern und 36 Versuche an Spannbetonträgern. Die Ergebnisse sind in Tab. 4.13 aufgeführt.

Wie man sieht, ergeben sich mit dieser Versuchsauswahl für das 5%-Quantil deutlich größere Werte. Über 1,0 liegt jedoch nur der Wert nach *DIN 1045-1 2008* für die Spannbetonträger. Insgesamt unterschreitet das 5%-Quantil sowohl nach der ETB als auch nach dem Fachwerkmodell bei dieser Versuchsauswahl etwas die Sicher-

heit von 1,0. Man sieht allerdings hier sehr anschaulich, wie stark die Ergebnisse von der Auswahl der Versuche beeinflusst werden.

Material der Versuchsträger Anzahl n der Versuche	Stahlbeton 53		Spannbeton 36		Gesamt 89	
	DIN	ETB	DIN	ETB	DIN	ETB
<b>Berechnung nach</b>						
<b>Mittelwert der Modellsicherheit</b>	1,540	1,145	1,880	1,172	1,682	1,156
<b>Standardabweichung</b>	0,382	0,116	0,484	0,126	0,436	0,156
<b>Variationskoeffizient</b>	0,248	0,101	0,257	0,108	0,259	0,135
<b>Mittelwertabweichung</b>	1,446	1,093	1,492	1,157	1,468	1,122
<b>5%-Quantil der Normalverteilung</b>	0,912	0,954	1,084	0,965	0,965	0,899
<b>Anzahl Versuche <math>V_{u,calc} &gt; V_{u,test}</math></b>						
<b>abs.</b>	5	5	0	2	5	7
<b>rel.</b>	9,4 %	9,4 %	0 %	5,6 %	5,6 %	7,9 %

Tab. 4.13: Statistische Kenngrößen der Versuchsnachrechnungen nach *DIN 1045-1 2008* und nach ETB getrennt für die 53 Versuche an Stahlbetonträgern, für die 36 Versuche an Spannbetonträgern sowie für alle 89 Versuche der reduzierten Auswahl.

Vergleicht man bei dieser reduzierten Versuchsauswahl die Ergebnisse für die Stahlbeton- und Spannbetonträger, ergeben sich mit der ETB im Bezug auf den Mittelwert, die Standardabweichung und das 5%-Quantil sehr ähnliche Werte. Dagegen ergeben sich mit dem Fachwerkmodell nach *DIN 1045-1 2008* für die Spannbetonträger wiederum deutlich größere Werte.

Einen genaueren Vergleich ermöglichen die folgenden Darstellungen der Häufigkeitsverteilung der Modellsicherheiten in Form von Histogrammen, die getrennt zunächst für das Fachwerkmodell nach *DIN 1045-1 2008* und anschließend für die ETB angegeben sind (vgl. Abb. 4.18 und Abb. 4.19). Beiden Diagrammen liegen hier als Versuchsauswahl die insgesamt 222 Versuche zugrunde. In die Histogramme ist jeweils der aus dem Mittelwert, der Standardabweichung und der Anzahl der Versuche ermittelte Verlauf der entsprechenden Normalverteilung eingetragen. Dabei wird wiederum vorausgesetzt, dass die Stichproben jeweils der Grundgesamtheit entsprechen. Wie man sieht, weichen beide Histogramme deutlich von einer idealen Normalverteilung ab. Die Ergebnisse nach ETB kommen aber einer solchen Verteilung noch am nächsten. Etwas unterhalb des Mittelwertes der Sicherheit von 1,242 häufen sich die rechnerischen Sicherheiten deutlich.

Zusätzlich sind in Abb. 4.20 und Abb. 4.21 die Histogramme und Normalverteilungen getrennt für die 124 Versuche an Stahlbetonträgern und die 98 Versuche Spannbetonträgern dargestellt. Dabei sind jeweils die Ergebnisse des Fachwerkmodells und der ETB in einem Diagramm zusammengefasst. Hier ist gut zu erkennen, dass sich für die Stahlbetonträger auch mit dem Fachwerkmodell bereits annähernd eine Normalverteilung ergibt. Für die Spannbetonträger sind bei beiden Berechnungsmethoden die Abweichungen zur Normalverteilung am größten.

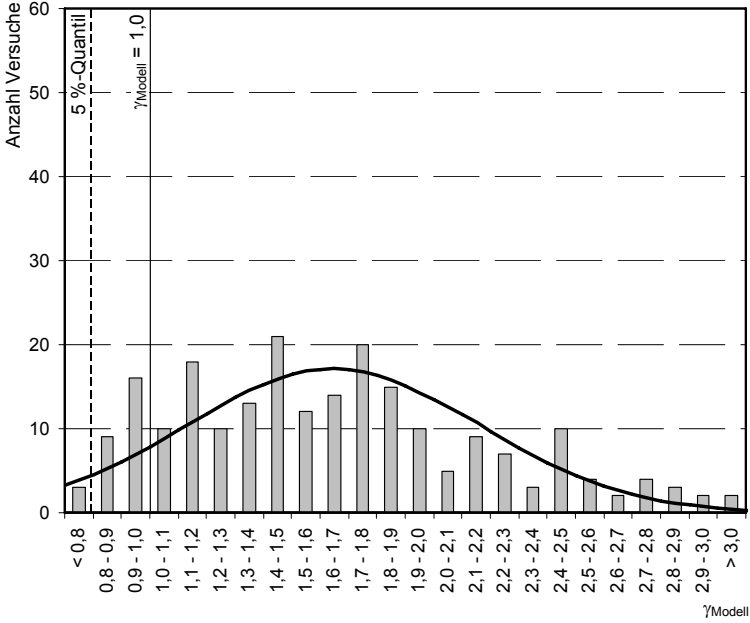


Abb. 4.18: Histogramm mit der Verteilung der Modellsicherheiten des Fachwerkmodells nach DIN 1045-1 2008 für alle 222 Versuche und korrespondierende Normalverteilung.

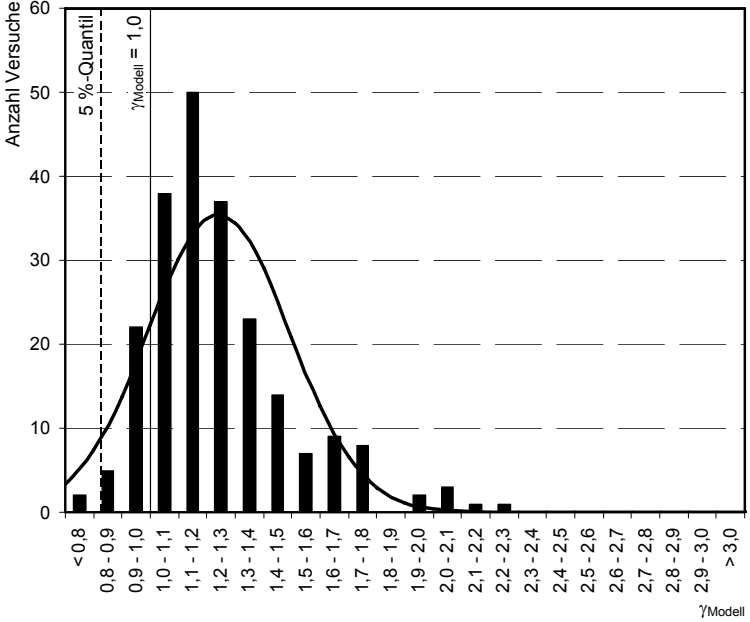


Abb. 4.19: Histogramm mit der Verteilung der Modellsicherheiten der ETB für alle 222 Versuche und korrespondierende Normalverteilung.

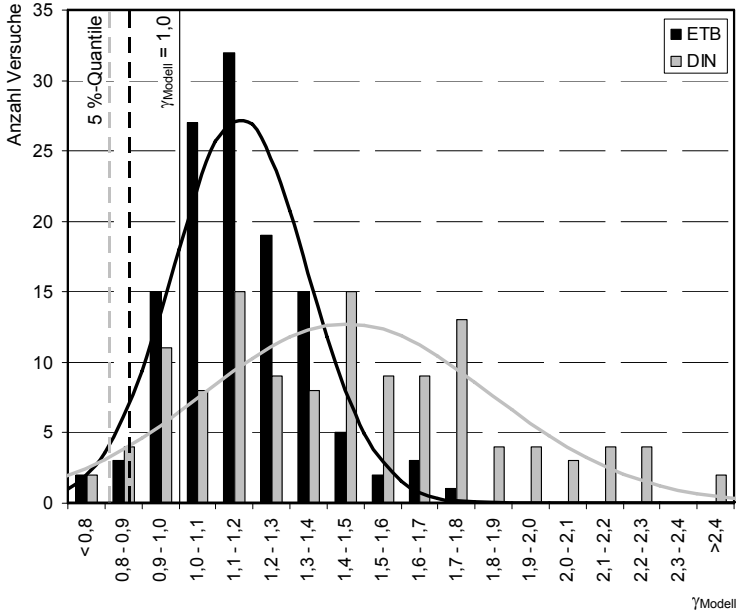


Abb. 4.20: Vergleich der Histogramme mit der Verteilung der Modellsicherheiten nach ETB und DIN 1045-1 2008 für die 124 Versuche an Stahlbetonträgern: schwarze Balken: ETB, graue Balken: DIN 1045-1 2008.

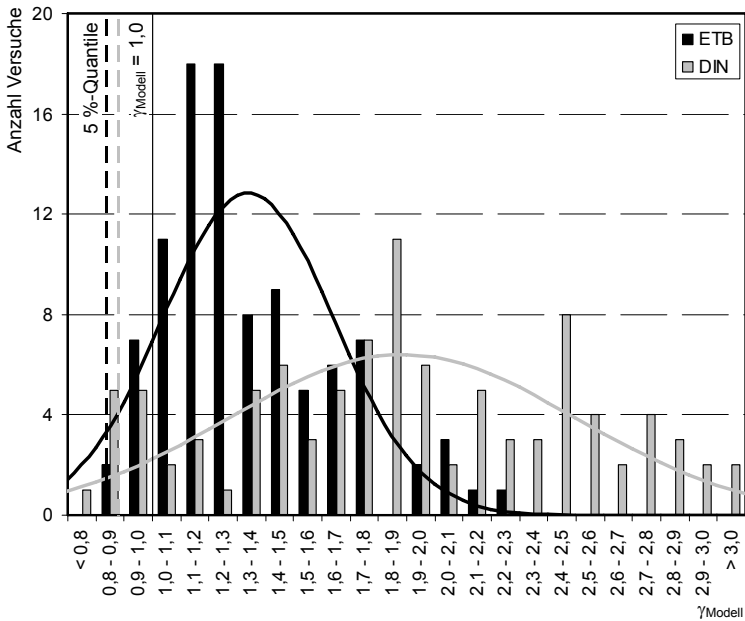


Abb. 4.21: Vergleich der Histogramme mit der Verteilung der Modellsicherheiten nach ETB und DIN 1045-1 2008 für die 98 Versuche an Spannbetonträgern: schwarze Balken: ETB, graue Balken: DIN 1045-1 2008.

Neben den oben dargestellten Histogrammen und Normalverteilungen sind nachfolgend sog.  $r_e$ - $r_f$ -Diagramme dargestellt, wie sie im Anhang von *DIN EN 1990 2002* definiert werden. Bei diesen Diagrammen werden die einzelnen Versuche als Punkte eingetragen. Auf der x-Achse wird dabei die mit dem jeweiligen Modell ermittelte Tragfähigkeit aufgetragen, auf der y-Achse die jeweils im Versuch ermittelte Tragfähigkeit. Im Idealfall liegen bei diesem Diagramm also alle Punkte auf einer unter  $45^\circ$  geneigten Ursprungsgeraden, also mit der Steigung 1,0.

Je weiter die Punkte um diese Linie streuen, desto schlechter beschreibt das betreffende Modell das Tragverhalten der Versuchsträger. Liegen die Punkte eher oberhalb der Linie, unterschätzt das Modell die Tragfähigkeit, liegen sie eher unterhalb der Linie, überschätzt das Modell die Tragfähigkeit. Die in Tab. 4.12 angegebene Mittelwertabweichung entspricht der Steigung einer Regressionsgeraden durch die im  $r_e$ - $r_f$ -Diagramm eingetragenen Punkte und wird über das Minimum der Abweichungsquadrate ermittelt (siehe Gl. 4.27).

Der Vergleich der beiden Diagramme in Abb. 4.22 und Abb. 4.23 zeigt sehr anschaulich, dass die mit dem Fachwerkmodell ermittelten Tragfähigkeiten deutlich mehr um die Ursprungsgerade streuen und im Mittel sehr deutlich oberhalb der Linie liegen. Für die mit der ETB erzielten Ergebnisse liegen die Punkte hingegen viel dichter an der Geraden. Die zugehörige Regressionsgerade ist deshalb deutlich flacher geneigt als die Regressionsgerade für die Ergebnisse nach *DIN 1045-1 2008*. Mit der ETB lässt sich im Vergleich zum Fachwerkmodell also eine erheblich wirtschaftlichere und zuverlässigere Bemessung für den Grenzzustand der Tragfähigkeit realisieren.

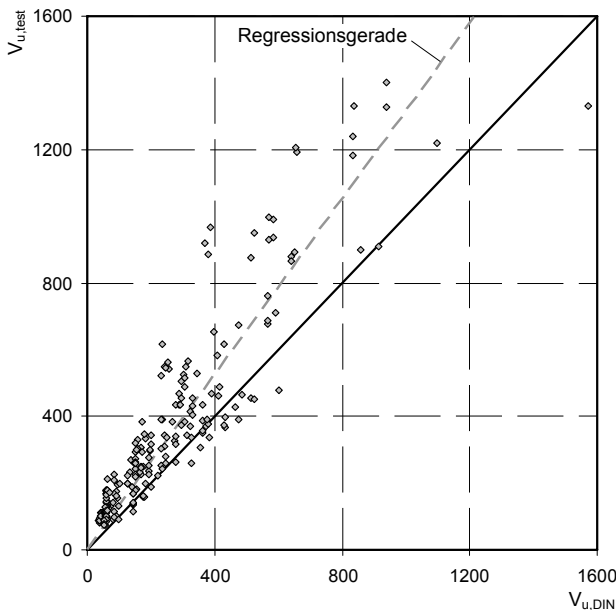


Abb. 4.22:  $r_e$ - $r_f$ -Diagramm nach *DIN EN 1990 2002* zum Vergleich der insgesamt 222 Versuche an Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit der Berechnung nach *DIN 1045-1 2008*.



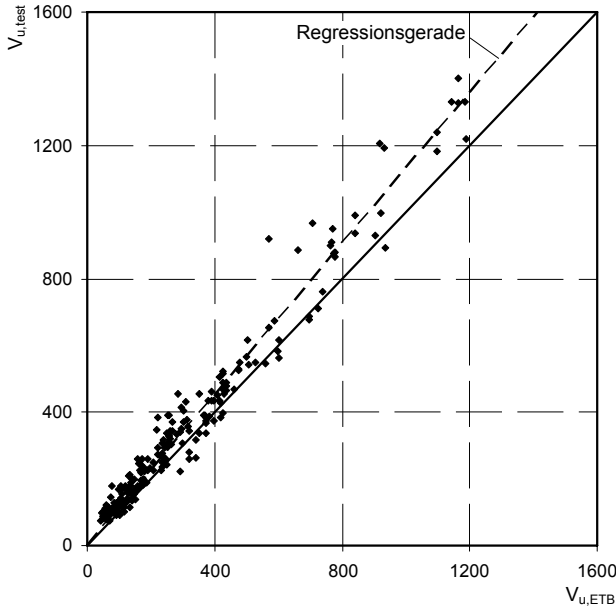


Abb. 4.23:  $r_e$ - $r_t$ -Diagramm nach *DIN EN 1990 2002* zum Vergleich der insgesamt 222 Versuche an Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit der Berechnung nach ETB.

Der Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Versuchsergebnissen zeigt, dass sowohl mit dem Fachwerkmodell als auch mit der ETB in der Berechnung noch gewisse Modellsicherheiten verbleiben. Durch den Bezug dieser Modellsicherheiten auf verschiedene Einflussgrößen soll im Folgenden untersucht werden, wie stark der jeweilige Einfluss dieser Größen auf die Berechnungsergebnisse ist. Als Einflussparameter wurden für alle 222 Versuche ausgewählt:

- die einaxiale Betondruckfestigkeit  $f_{1c}$ ,
- die Schubslankheit  $a/d$  und
- der Bügelbewehrungsgrad  $\omega_w$ .

Für die 98 Versuche an Spannbetonträgern wird als zusätzlicher Parameter der Vorspanngrad betrachtet. Dazu werden die Sicherheiten über dem Verhältnis  $-\sigma_c/f_{1c}$  aufgetragen. Um die jeweiligen Einflüsse qualitativ leichter erkennen zu können, wurde in die Diagramme jeweils eine Regressionsgerade eingetragen.

Nach Abb. 4.24 ergeben sich mit dem Fachwerkmodell bei höheren Betonfestigkeiten tendenziell größere Sicherheiten. Insgesamt ist allerdings die Anzahl der Versuchsträger mit Festigkeiten über  $60 \text{ N/mm}^2$  nicht so groß, weshalb dieser Trend nur bedingt aussagekräftig ist. Zudem würden sich demnach die größten Modellsicherheiten und Streuungen bei mittleren Betonfestigkeiten zwischen  $40$  und  $50 \text{ N/mm}^2$  ergeben. Ausschlaggebend für diese großen Sicherheiten muss also ein anderer Einflussfaktor sein. Abb. 4.25 zeigt für die ETB bei höheren Betonfestigkeiten nur geringfügig größere Sicherheiten. Aber auch hier ergeben sich die größten Sicherheiten bei Festigkeiten zwischen  $40$  und  $50 \text{ N/mm}^2$ . Wie unten gezeigt wird, spielt hier ein anderer Faktor die entscheidende Rolle.

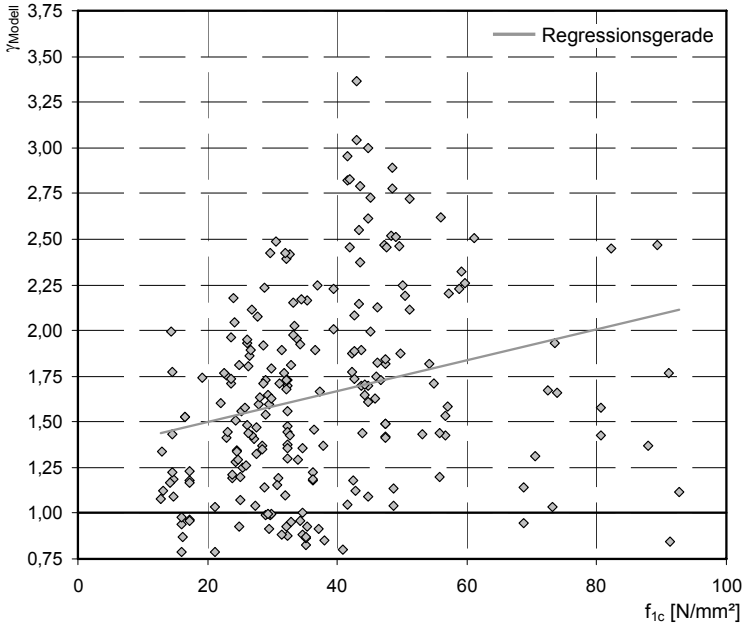


Abb. 4.24: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach *DIN 1045-1 2008* von der Betondruckfestigkeit  $f_{1c}$  (für alle 222 Versuche).

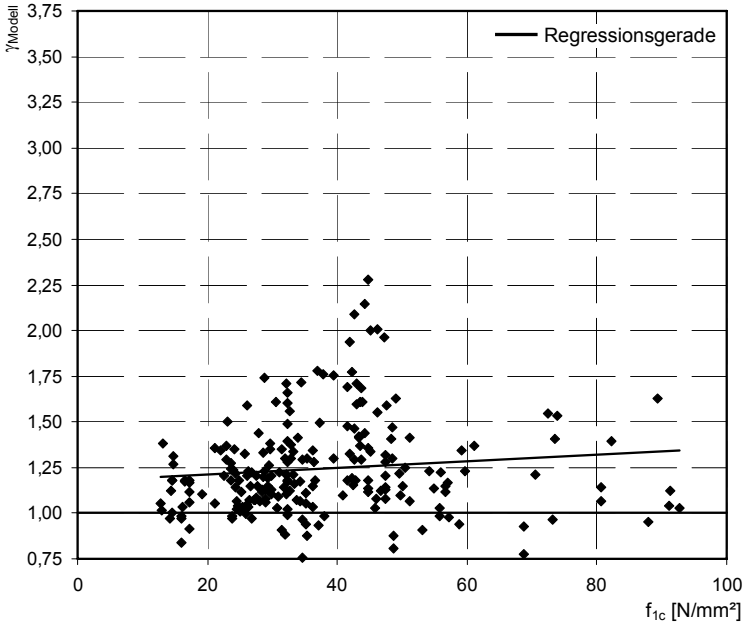


Abb. 4.25: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach ETB von der Betondruckfestigkeit  $f_{1c}$  (für alle 222 Versuche).

Für das Fachwerkmodell zeigt der Bezug der Modellsicherheiten auf die Schubschlankheit in Abb. 4.26 deutlich, dass bei niedrigen Schubschlankheiten die Streuung der Modellsicherheit erheblich zunimmt. Im Gegensatz dazu zeigt die Regressionsgerade, dass die mittlere Sicherheit mit steigender Schlankheit leicht zunimmt. Allerdings sind wiederum nur wenige Versuche mit großen Schubschlankheiten dokumentiert, bei denen ein Schubversagen maßgebend wurde. Meist tritt bei Versuchen mit entsprechend großer Schubschlankheit ein Biegeversagen ein.

Nach Abb. 4.27 ergibt sich für die Berechnung nach ETB mit zunehmender Schubschlankheit für die mittlere Modellsicherheit ein ähnlicher Trend wie nach dem Fachwerkmodell. Dahingegen ist die Streuung der Sicherheiten eindeutig unabhängig von der Schubschlankheit. D. h., hier ergeben sich für kleine Schubschlankheiten keine größeren Streuungen in der Modellsicherheit. Hier macht sich das Fehlen der Interaktion zwischen Biege- und Schubbeanspruchung bei der Berechnung mit dem Fachwerkmodell bemerkbar. Während nach der ETB die Schubschlankheit über das Verhältnis von Biegemoment zur Querkraft immer in die Berechnung mit einfließt, bleibt sie beim Fachwerkmodell zunächst unberücksichtigt. Erst bei auflagnahen Lasten innerhalb von  $2,5 \cdot d$  vom Auflagerrand sieht *DIN 1045-1 2008* zumindest eine Reduzierung der einwirkenden Querkraft vor. Wie man in Abb. 4.26 sieht, ergeben sich aber auch bei etwas größeren Schlankheiten teilweise sehr große Sicherheiten. In diesen Fällen wird offensichtlich ein großer Lastanteil über andere Tragwirkungen wie z. B. ein Bogen-Zugband-Modell abgetragen. Obwohl es sich bei der ETB um eine vom Längssystem entkoppelte Betrachtung des Querschnitts handelt, ist dieser Einfluss in Abb. 4.27 nicht zu erkennen. Unabhängig vom Längssystem kann also mit der ETB offensichtlich eine wirtschaftliche und sichere Bemessung erfolgen.

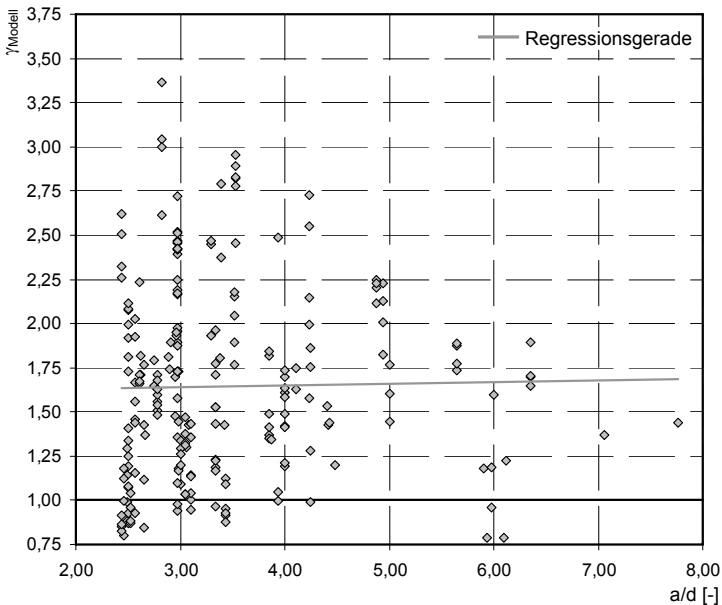


Abb. 4.26: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach *DIN 1045-1 2008* von der Schubschlankheit  $a/d$  (für alle 222 Versuche).

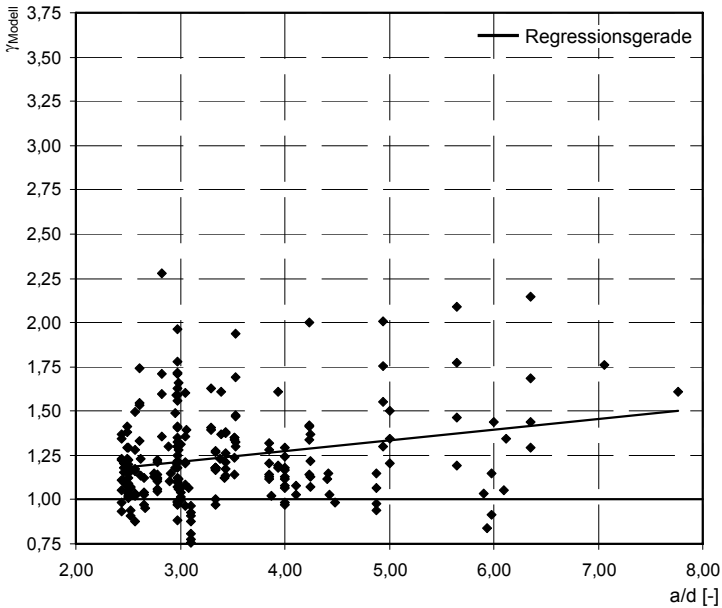


Abb. 4.27: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach ETB von der Schubslankheit  $a/d$  (für alle 222 Versuche).

In Abb. 4.28 und Abb. 4.29 sind die Sicherheiten nach dem Fachwerkmodell und nach der ETB über dem mechanischen Bügelbewehrungsgrad  $\omega_w$  aufgetragen. Man sieht bei beiden Arten der Berechnung sehr deutlich, wie stark die Streuung der Modellsicherheiten mit sinkendem Bewehrungsgrad zunimmt. Dabei stellt sich diese Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad für das Fachwerkmodell noch viel gravierender dar als für die ETB, weil hier neben der Streuung auch die mittlere Modellsicherheit erheblich zunimmt, was an der eingetragenen Regressionsgeraden sehr gut zu erkennen ist. Für schwach bewehrte Balken verbleiben nach dem Modell aus *DIN 1045-1 2008* also erhebliche Reserven, die nicht genutzt werden können. Für diesen Übergangsbereich zu den Bauteilen ohne Querkraftbewehrung wurden deshalb bereits verbesserte Modelle entwickelt, so z. B. das in *Görtz 2004* vorgestellte.

Auch bei der Berechnung nach der ETB nimmt die mittlere Modellsicherheit mit abnehmendem Bügelbewehrungsgrad erkennbar zu. Viel auffälliger ist hier allerdings die Zunahme der Streuung der jeweils verbleibenden Modellsicherheit. Gut ein Drittel der Versuche, bei denen die Tragfähigkeit mit der ETB überschätzt wird, weist einen Bügelbewehrungsgrad von weniger als 0,05 auf. Hier zeigt sich, dass bei diesen schwach bewehrten Trägern die in der Berechnung angesetzte Betonzugfestigkeit eine entscheidende Rolle spielt. Da diese Zugfestigkeit deutlich größeren Streuungen unterworfen ist als z. B. die Druckfestigkeit, müssen letztlich auch die Sicherheiten stärker streuen, die sich nach der ETB ergeben. Für die Anwendung der ETB zur Querschnittsbemessung ist dies bei der Festlegung der anzusetzenden Betonzugfestigkeit für das TST und ggf. bei der Definition von Mindestquerkraftbewehrungsgraden zu berücksichtigen.

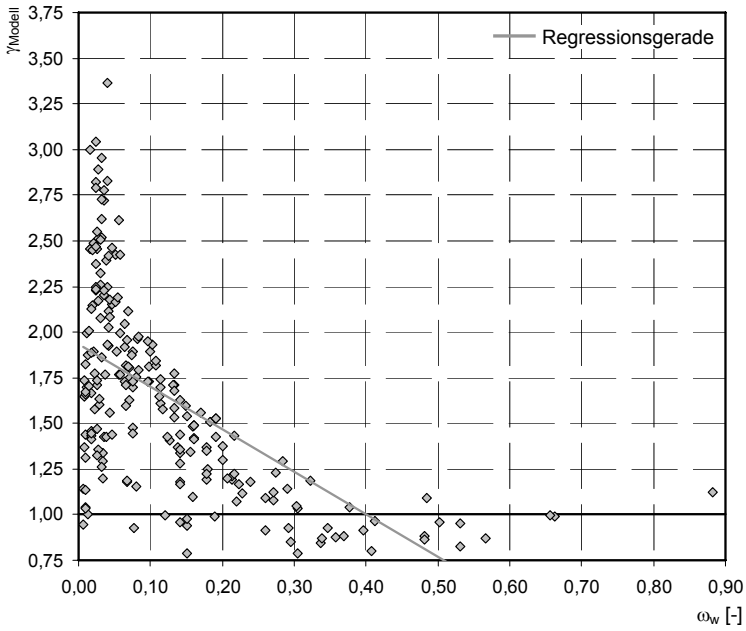


Abb. 4.28: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach *DIN 1045-1 2008* vom Schubbewehrungsgrad  $\omega_w$  (für alle 222 Versuche).

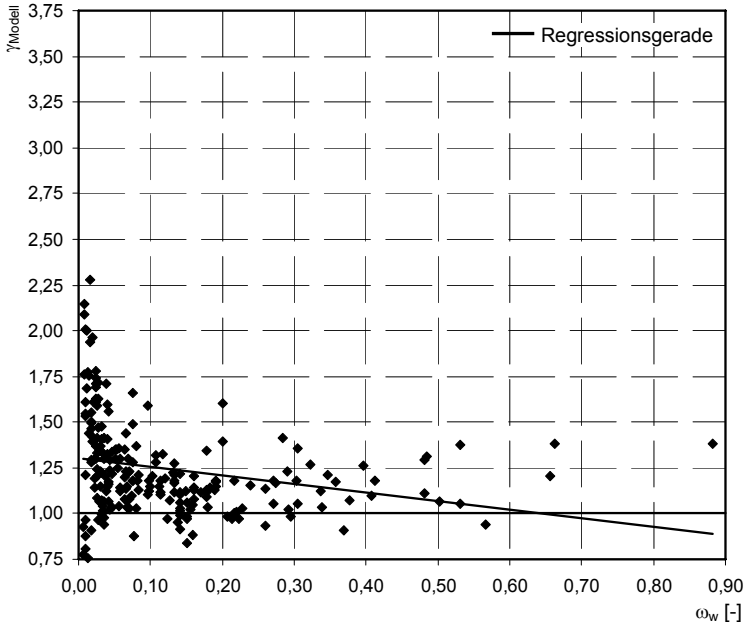


Abb. 4.29: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach ETB vom Schubbewehrungsgrad  $\omega_w$  (für alle 222 Versuche).

Für die 98 nachgerechneten Versuche an Spannbetonträgern sind die resultierenden Modellsicherheiten in Abb. 4.30 und Abb. 4.31 über dem Verhältnis  $-\sigma_c/f_{1c}$  aufgetragen. Damit kann der Einfluss des Vorspanngrades beurteilt werden. Die Regressionsgerade für die Ergebnisse des Fachwerkmodells zeigt, dass die mittlere Sicherheit mit zunehmender Vorspannung zunimmt. Für die Berechnung nach ETB ist ein vergleichbarer Trend nicht zu erkennen. Die großen Sicherheiten, die sich bei beiden Berechnungen um den Wert  $-\sigma_c/f_{1c} = 0,15$  ergeben, sind wiederum durch den niedrigen Bügelbewehrungsgrad der betreffenden Versuche zu begründen und sind nicht durch den Vorspanngrad beeinflusst. Es kann also festgestellt werden, dass die Modellsicherheit des Fachwerkmodells im Mittel mit zunehmendem Vorspanngrad größer ist. Eine Begründung hierfür liefert die nachfolgende Untersuchung der sich theoretisch im Versuch einstellenden Druckstrebenneigungswinkel.

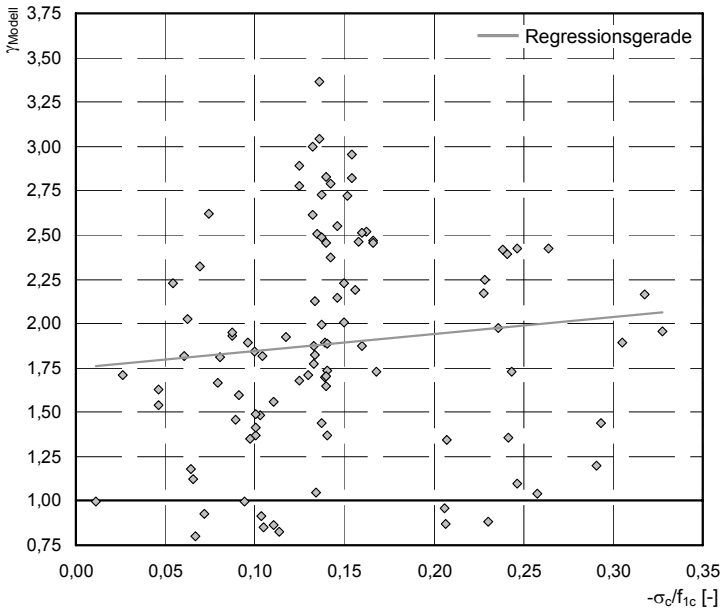


Abb. 4.30: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach *DIN 1045-1 2008* vom Vorspanngrad  $-\sigma_c/f_{1c}$  (für die 98 Versuche an Spannbetonträgern).

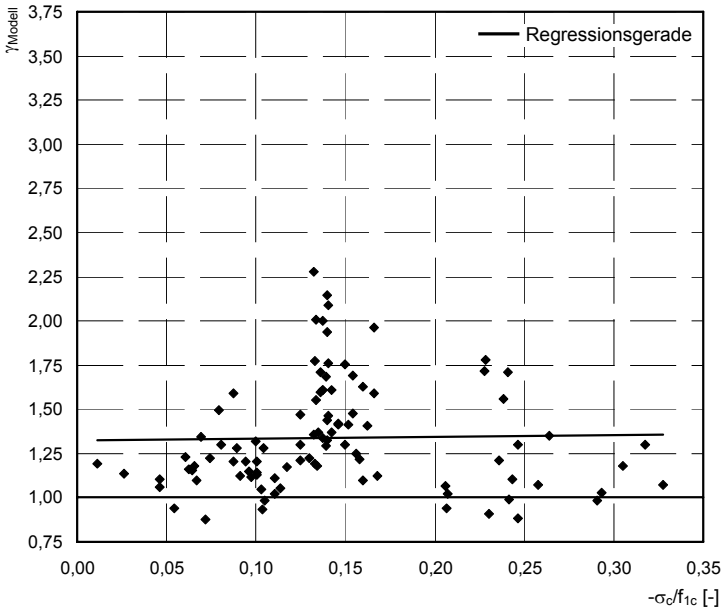


Abb. 4.31: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach ETB vom Vorspanngrad -  $\sigma_c/f_{ic}$  (für die 98 Versuche an Spannbetongträgern).

Anhand der in den Versuchen ( $\gamma_{test}$ ) ermittelten Tragfähigkeiten und der mit der ETB ( $\gamma_{ETB}$ ) und nach *DIN 1045-1 2008* ( $\gamma_{DIN}$ ) berechneten Tragfähigkeiten wurde für alle Versuche die Druckstrebenneigung ermittelt, die sich beim Zugrundelegen eines reinen Fachwerkmodells einstellen müsste, damit die jeweilige Tragfähigkeit rechnerisch erreicht wird. Aus dem  $\omega_w$ - $\nu_{Ru}$ -Diagramm ergibt sich dieser Winkel jeweils zu:

$$\theta_{u,test/ETB/DIN} = \arctan \frac{\omega_w}{\nu_{u,test/ETB/DIN}} \quad (4.30)$$

Damit kann überprüft werden, ob im Versuch und/oder mit der ETB die für das Fachwerkmodell zur Einhaltung der Verträglichkeitsbedingungen definierte untere Grenze der Druckstrebenneigung von  $\theta = 18,4^\circ$  unterschritten wird. Die Ergebnisse für die einzelnen Versuche sind in den Tabellen in Anhang A-2 mit angegeben.

Ein Blick auf die tabellierten Werte in Anhang A-2 liefert im Bezug auf die Druckstrebenneigungswinkel zusammengefasst folgende Ergebnisse:

- Die Grenze von  $18,4^\circ$  wird von den Versuchsergebnissen bei 43 von 124 Stahlbetonträgern und bei 63 von 98 Spannbetongträgern unterschritten. Das entspricht bei den Stahlbetonträgern einem Anteil von rund 35 % und bei den Spannbetongträgern einem Anteil von rund 64 %.
- Durch die Ergebnisse der ETB wird diese Grenze bei 30 Stahlbeton- und 54 Spannbetongträgern unterschritten, wobei diese Unterschreitungen nur bei Versuchen auftreten, bei denen die Grenze auch von den Versuchsergebnissen unterschritten wird. Dies entspricht Anteilen von rund 24 % und 55 % für die Stahlbeton- bzw. Spannbetongträger.

- Der theoretische Druckstrebenneigungswinkel für die Ergebnisse der ETB ist bei einer Unterschreitung der Grenze von  $18,4^\circ$  bei 9 von 30 Stahlbetonträgern und bei einem von 54 Spannbetonträgern kleiner als für die Ergebnisse aus den Versuchen. In diesen Fällen überschätzt die ETB die Tragfähigkeit.
- Die Versuchsergebnisse liefern bei den Stahlbetonträgern einen minimalen Winkel von  $9,1^\circ$  und bei den Spannbetonträgern einen minimalen Winkel von nur  $3,7^\circ$ . Nach ETB betragen diese Werte zum Vergleich  $9,2^\circ$  und  $7,6^\circ$ .
- Bei der Berechnung mit dem Fachwerkmodell nach *DIN 1045-1 2008* wird bei 10 Stahlbeton- und bei 8 Spannbetonträgern die untere Grenze von  $18,4^\circ$  maßgebend. Bei diesen Versuchen ist jedoch immer die rechnerische Tragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung  $V_{Ru,ct}$  maßgebend und die Versuchsergebnisse unterschreiten die Grenze von  $18,4^\circ$ .
- Bei 17 Stahlbeton- und 40 Spannbetonträgern wird die rechnerische Querkrafttragfähigkeit ohne Bügel  $V_{Ru,ct}$  maßgebend, weil sie größer ist als die rechnerische Tragfähigkeit der Bügel. In diesen Fällen liefern die Versuchsergebnisse immer eine theoretische Druckstrebenneigung kleiner als  $18,4^\circ$ .

### **Vergleich der Ergebnisse nach DIN 1045-1 mit den Versuchen**

Bei diesen Ergebnissen fällt zunächst einmal auf, dass bei insgesamt fast 50 % der Versuche (106 von 222 Versuchen) Tragfähigkeiten erzielt wurden, die sich bei Zugrundelegung eines reinen Fachwerkmodells nur mit Druckstrebenneigungswinkeln erklären lassen, die teilweise deutlich flacher sind als die nach *DIN 1045-1 2008* zugelassenen  $18,4^\circ$ . Dafür gibt es prinzipiell mehrere mögliche Erklärungen. Zum einen ist es möglich, dass sich die Hauptdruckspannungen im Mittel in den Versuchen tatsächlich so flach geneigt einstellen. Dann wäre jedoch zu hinterfragen, ob überhaupt eine untere Grenze für den Neigungswinkel  $\theta$  erforderlich ist oder ob für diese Grenze nicht zumindest ein kleinerer Wert gewählt werden kann. Wie jedoch bereits in Kap. 2.2.5.2 erläutert wurde, ist bei Anwendung eines Fachwerkmodells mit veränderlicher Druckstrebenneigung ein unterer und oberer Grenzwert für die Neigung zur Wahrung der Verträglichkeit innerhalb des Querschnitts erforderlich. So führen z. B. zu flache Winkel zu sehr großen Zugkräften in der Längsbewehrung. Die daraus resultierenden Längsdehnungen im Zuggurt sind dann u. U. nicht mehr verträglich mit den Dehnungen im restlichen Querschnitt. Im Umkehrschluss verhindert die untere Grenze zudem, dass bei Anwendung eines Fachwerkmodells durch die Zulage von entsprechend viel Längsbewehrung die Querkrafttragfähigkeit bis zum Erreichen der Tragfähigkeit der Druckstrebe gesteigert werden kann.

Als weitere mögliche Erklärung kommt die Wirkung von anderen Tragmechanismen in Frage, die entweder alleine oder in Kombination mit einem Fachwerkmodell wirken. Die Druckstreben des Fachwerkmodells können dann steiler geneigt sein. Als zusätzliche Tragmechanismen, die dann als additiver Anteil zu berücksichtigen wären, wurden in unterschiedlichen Quellen u. a. folgende Mechanismen diskutiert:

- die Zugfestigkeit des Betons,
- die Querkrafttragfähigkeit der verbleibenden Druckzone,



- die Dübelwirkung der Bewehrung, insbesondere der Längsbewehrung,
- die Wirkung eines Bogen-Zugband-Systems (Sprengwerkwirkung).

Für diese und weitere Tragmechanismen wurden bereits verschiedene Ansätze entwickelt. Sie sind u. a. auch in das Modell für die Querkrafttragfähigkeit ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung nach *DIN 1045-1 2008* eingeflossen. Für Bauteile mit Querkraftbewehrung wurden z. B. in *Görtz 2004* und *Specht und Scholz 1995* Modelle entwickelt, die additiv zum Traganteil des Fachwerks weitere Tragmechanismen berücksichtigen. Allen Ansätzen gemeinsam ist dabei, dass sie letztlich im  $\omega_w$ - $\nu_{Ru}$ -Diagramm zu einer horizontalen Verschiebung der aus dem reinen Fachwerkmodell herrührenden Grenzlinie führen. Auch wenn diese Ansätze aus der Mechanik abgeleitet werden, enthalten sie zudem alle empirisch ermittelte Größen und sind an den dokumentierten Versuchsergebnissen zu kalibrieren.

Neben dem insgesamt sehr großen Anteil an Versuchen, bei denen sich aus der erreichten Tragfähigkeit ein Druckstrebenneigungswinkel des Fachwerks von kleiner  $18,4^\circ$  ergibt, fällt bei den Ergebnissen außerdem auf, dass bei fast 2/3 der Versuche an Spannbetonträgern die Druckstrebenneigung rechnerisch kleiner als  $18,4^\circ$  ist. Damit ist der Anteil bei den Spannbetonträgern fast doppelt so groß wie bei den Stahlbetonträgern. Dies zeigt zwar noch einmal sehr anschaulich, dass die Längsdruckspannungen infolge Vorspannung tatsächlich zu flacheren Neigungswinkeln der Druckstreben führen. Im Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* wird dieser Zusammenhang ja bereits berücksichtigt. Wenn allerdings bei so vielen Versuchen an Spannbetonträgern der Neigungswinkel rechnerisch kleiner als  $18,4^\circ$  sein müsste, damit die Tragfähigkeit wirtschaftlich mit einem Fachwerkmodell berechnet werden kann, verhindert im Modell nach *DIN 1045-1 2008* die untere Begrenzung des Neigungswinkels im Grunde eine wirtschaftliche Bemessung von Spannbetonträgern. Der positive Effekt der Vorspannung auf die Steigerung der Querkrafttragfähigkeit kann somit nicht voll genutzt werden. Wenn aus den oben genannten Gründen also eine untere Begrenzung des Neigungswinkels festgelegt wird, müsste bei Spannbetonträgern für eine wirtschaftliche Bemessung mit einem Fachwerkmodell zusätzlich die Wirkung der Vorspannung über einen additiv zu berücksichtigenden Traganteil mit in die Berechnung einfließen. Diese sog. Sprengwerkwirkung wird z. B. bei *Görtz 2004* sowie bei *Specht und Scholz 1995* berücksichtigt.

In Abb. 4.32 sind die Druckstrebenneigungswinkel, die sich rechnerisch aus den Versuchsergebnissen der Spannbetonträger ergeben, über dem Verhältnis  $-\sigma_d/f_{1c}$  aufgetragen. Als graue Linie ist darin die Grenze von  $18,4^\circ$  eingetragen. Man sieht hier noch einmal anschaulich, wie groß der Anteil der Versuche ist, die diese Grenze teilweise erheblich unterschreiten. Die durchgezogene schwarze Linie stellt den mittleren Neigungswinkel in Abhängigkeit von  $-\sigma_d/f_{1c}$  dar (Regressionsgerade). Man sieht deutlich, dass der Druckstrebenneigungswinkel im Mittel bei zunehmender Vorspannung flacher wird. Zudem liegt der mittlere Neigungswinkel fast komplett unterhalb des Grenzwertes von  $18,4^\circ$ . Lässt man zudem die acht grau markierten Versuche außer Acht, bei denen aufgrund eines sehr hohen Bügelbewehrungsgrades ein Schubdruckbruch aufgetreten ist, liegt der mittlere Neigungswinkel komplett unterhalb dieser Grenze. Die entsprechende Linie ist in Abb. 4.32 gestrichelt eingetragen.

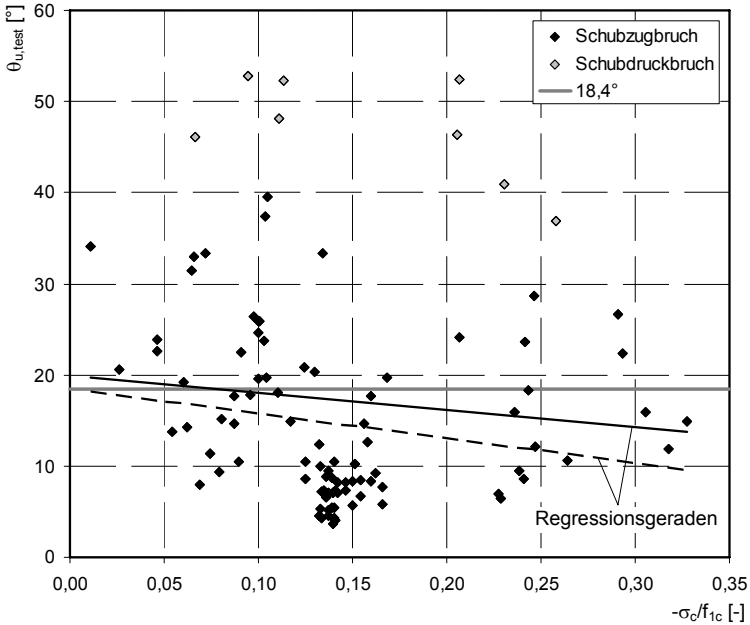


Abb. 4.32: Zur Erzielung der Tragfähigkeit im Versuch rechnerisch erforderliche Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{u, \text{test}}$  eines reinen Fachwerkmodells in Abhängigkeit von der Vorspannung (für die 98 Versuche an Spannbetontträgern).

In Abb. 4.33 und Abb. 4.34 sind die Winkel  $\theta_{u, \text{test}}$  für die Versuche an den Stahlbeton bzw. Spannbetontträgern noch einmal über dem Bügelbewehrungsgrad  $\omega_w$  aufgetragen. Hier ist sehr gut der Einfluss des Bewehrungsgrades auf die Neigung der Druckstreben zu erkennen. Mit sinkendem Bewehrungsgrad wird der rechnerische Druckstrebenneigungswinkel überproportional kleiner. Man sieht in beiden Diagrammen zudem noch einmal, wie groß der Anteil der Versuche ist, bei denen sich ein Winkel von kleiner als  $18,4^\circ$  ergibt. Der Grenzwinkel ist hier wieder als graue Linie eingetragen. Die Kurve, die in beiden Diagrammen als schwarze Linie eingezeichnet ist, gibt den Druckstrebenneigungswinkel an, der aus einem Fachwerkmodell mit rechtwinklig zu Stabachse angeordneten Bügeln bei Anwendung der Plastizitätstheorie ergeben würde. Sie spiegelt also den Plastizitätskreis des  $\omega_u$ - $\omega_{Ru}$ -Diagramms wieder. Wie man sieht, stellen sich bei den Stahlbetontägern bei fast allen Versuchen Neigungswinkel ein, die größer sind als die Neigungswinkel, die sich nach der Plastizitätstheorie ergeben. Fast alle Punkte liegen dementsprechend oberhalb der schwarzen Kurve. Bei den Versuchen an den Spannbetontägern liegen die Punkte hingegen viel näher an der schwarzen Kurve, wobei bei einem sehr großen Anteil der Versuche die Punkte sogar unterhalb der Kurve liegen. Hier beschreibt die Plastizitätstheorie das Tragverhalten im Mittel also recht gut. Bei den Versuchen, deren Punkte in Abb. 4.33 und Abb. 4.34 grau markiert sind, waren die Bügel mit einer Neigung von  $\alpha = 45^\circ$  eingebaut. Für sie hat die schwarze Kurve (Plastizitätstheorie) keine Gültigkeit.

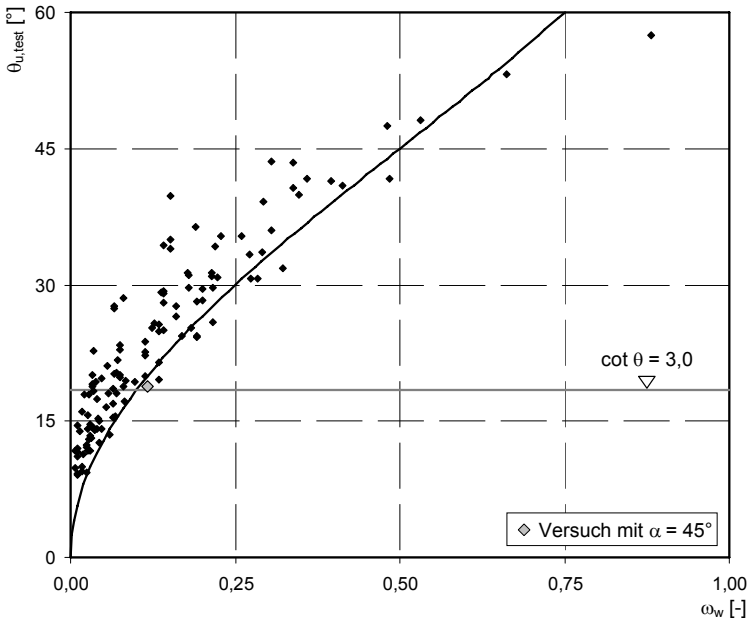


Abb. 4.33: Rechnerisch erforderliche Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{u,test}$  in Abhängigkeit vom Bügelbewehrungsgrad  $\omega_w$  (für die 124 Versuche an Stahlbetonträger).

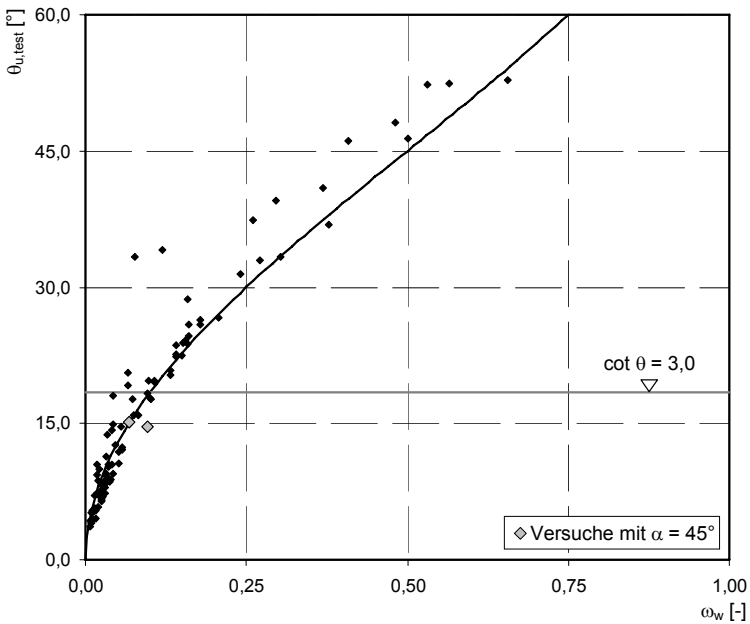


Abb. 4.34: Rechnerisch erforderliche Druckstrebenneigungswinkel  $\theta_{u,test}$  in Abhängigkeit vom Bügelbewehrungsgrad  $\omega_w$  (für die 98 Versuche an Spannbetonträger).

## **Vergleich der Ergebnisse nach ETB mit den Versuchen**

Unabhängig von all diesen Überlegungen, die an das Fachwerkmodell gekoppelt sind, steht als weitere Möglichkeit der Bemessung die ETB zur Verfügung. Hier ergeben sich die Neigungswinkel der Hauptspannungen innerhalb des Querschnitts in Abhängigkeit von den einwirkenden Schnittgrößen alleine aus der Verteilung der Steifigkeiten. Wie zuvor bereits gezeigt wurde, ist damit eine deutlich wirtschaftlichere Bemessung möglich. Dementsprechend liefern die Ergebnisse der ETB bei den meisten Versuchen, bei denen die rechnerische Druckstrebenneigung im Versuch die Grenze von  $18,4^\circ$  unterschritten hat, auch ähnlich flache Neigungswinkel, vereinzelt sogar etwas flachere. Allerdings ist die ETB generell unabhängig von dieser Grenze zu betrachten, weil eine Begrenzung der Druckstrebenneigung hier keinen Sinn ergibt. Zum einen gibt es hier keine ausgeprägten Druckstreben sondern eine über den Querschnitt veränderliche Verteilung der Hauptdruckspannungen mit einer entsprechend veränderlichen Neigung dieser Spannungen. Diese Verteilung ergibt sich alleine aus den einwirkenden Schnittgrößen in Abhängigkeit von der Steifigkeitsverteilung im Querschnitt. Da die Verträglichkeitsbedingungen des Querschnitts durch die ETB generell erfüllt werden, ist zudem eine Begrenzung der Neigung zur Wahrung der Verträglichkeit nicht erforderlich.

Da die Dübelwirkung der Längsbewehrung nicht direkt in der ETB berücksichtigt wird und das Gesamtsystem nur über das Verhältnis von  $M/V$  mit in die Berechnung einfließt, müssen hier sowohl die Betonzugfestigkeit als auch die Querkrafttragfähigkeit der verbleibenden Druckzone eine maßgebliche Rolle für die größeren rechnerischen Tragfähigkeiten spielen, die sich mit der ETB ergeben. Diese beiden Effekte fließen mit ein in die steifigkeitsorientierte Verteilung der Spannungen im Querschnitt.

Wie oben bereits beschrieben, bewirkt die Begrenzung der Druckstrebenneigung auf Werte größer als  $18,4^\circ$  jedoch zusätzlich, dass durch die Zulage von Längsbewehrung die Querkrafttragfähigkeit nicht unkontrolliert gesteigert werden kann. Als Grenze verbleibt allerdings stets die Druckstrebentragfähigkeit. Für eine allgemeine Anwendung der ETB sollte dennoch überprüft werden, inwieweit die Querkrafttragfähigkeit durch die Zulage von Längsbewehrung erhöht werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt diese Überprüfung nur rechnerisch. In Kap. 6 wird daher anhand einzelner nachgerechneter Versuche kontrolliert, um wie viel Prozent sich die Querkrafttragfähigkeit durch zusätzliche Längsbewehrung vergrößert. Für die betreffenden Versuche stehen jedoch keine Vergleichsergebnisse aus Versuchen mit erhöhtem Längsbewehrungsgrad zur Bewertung zur Verfügung.

Zusätzlich wurden deshalb in den beiden folgenden Diagrammen die Modellsicherheiten, die sich mit der ETB ergeben, auf den geometrischen Längsbewehrungsgrad bezogen. In Abb. 4.35 und Abb. 4.36 sind die Ergebnisse für die Stahlbeton- bzw. Spannbetonträger dargestellt. Wie man sieht, ergeben sich für höhere Bewehrungsgrade zwar tendenziell eher niedrigere Werte für die Modellsicherheit, allerdings ist bei den meisten Versuchen mit großer Modellsicherheit der niedrige Bügelbewehrungsgrad der entscheidende Faktor. Außerdem gibt es relativ wenige Versuche mit hohem Längsbewehrungsgrad, bei denen aber die Tragfähigkeit mit der ETB seltener überschätzt wird. Insgesamt zeigt sich damit kein nennenswerter

Einfluss des Längsbewehrungsgrades auf die sich mit der ETB ergebenden Modellsicherheiten.

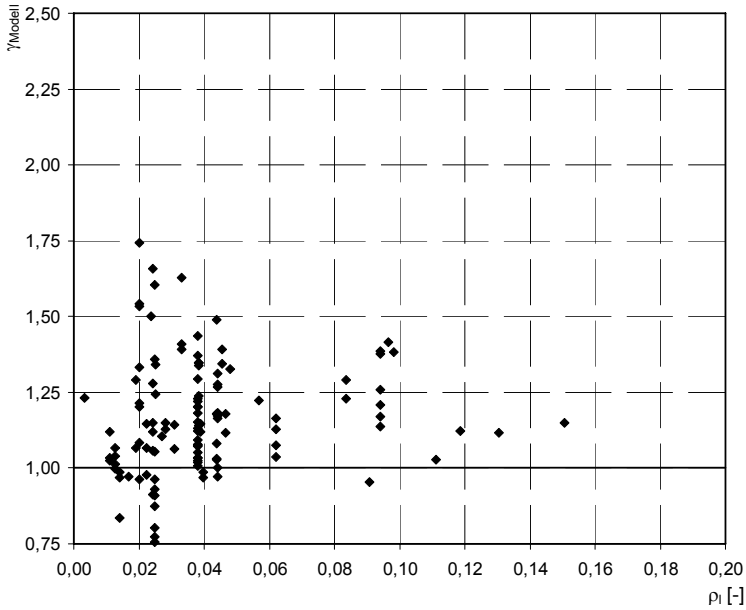


Abb. 4.35: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach ETB vom geometrischen Längsbewehrungsgrad  $\rho_l$  (für die 124 Versuche an Stahlbetonträgern).

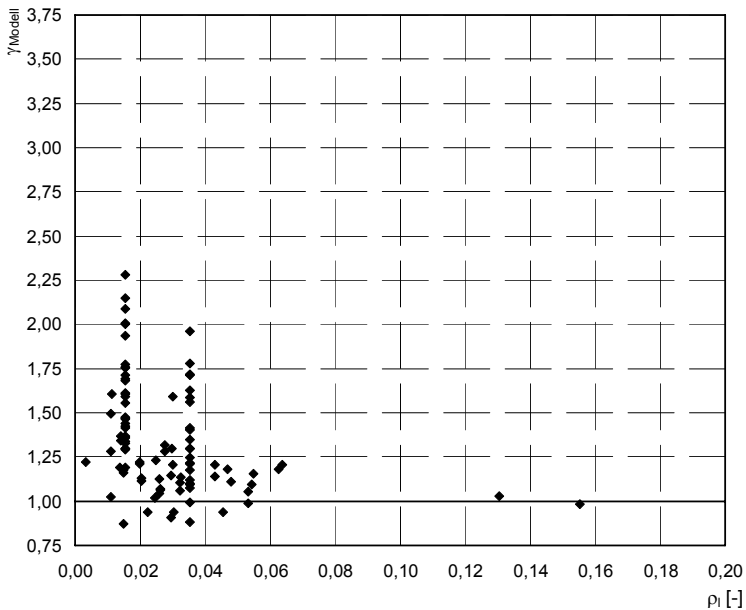


Abb. 4.36: Abhängigkeit der Modellsicherheit der Berechnung nach ETB vom geometrischen Längsbewehrungsgrad  $\rho_l$  (für die 98 Versuche an Spannbetonträgern).

Abschließend sind in Abb. 4.37 und Abb. 4.38 noch einmal die Tragfähigkeiten der Versuche an den Stahlbeton- bzw. Spannbetonträgern in  $\omega_w$ - $\nu_u$ -Diagramme eingetragen. Dort sind ebenfalls der Plastizitätskreis, die untere Grenze der Druckstrebenneigung sowie die in Kap. 4.3 beschriebene Grenzlinie für das Auswahlkriterium KON9 eingezeichnet. Man sieht gut, dass bei den Stahlbetonträgern die meisten Versuche oberhalb des Plastizitätskreises liegen und bei keinem einzigen Versuch die einaxiale Druckfestigkeit in den Druckstreben überschritten wird (KON9). Bei den Spannbetonträgern liegen hingegen eine Vielzahl von Ergebnissen unterhalb des Plastizitätskreises, viele davon sogar unterhalb der Kurve von KON9. Bei den grau markierten Versuchen war die Bügelneigung wiederum  $\alpha = 45^\circ$ .

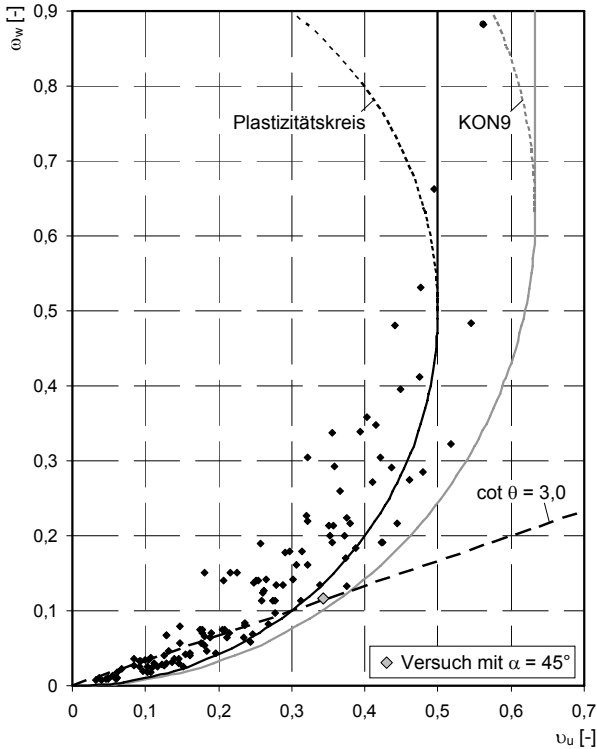


Abb. 4.37:  $\omega_w$ - $\nu_u$ -Diagramm für die 124 Versuche an Stahlbetonträgern.

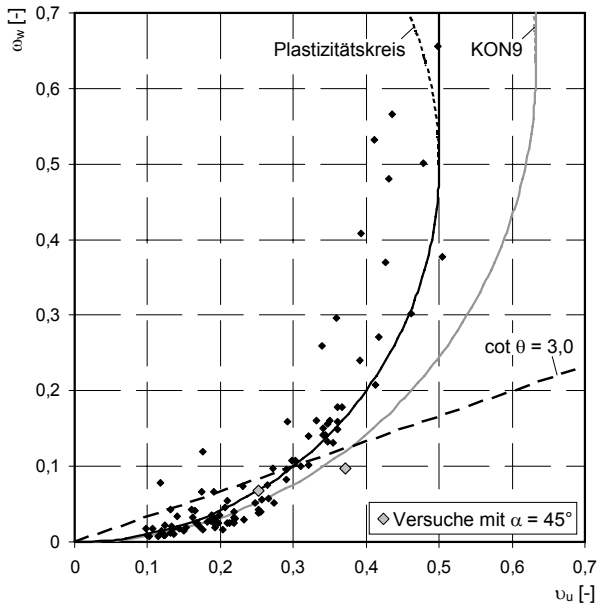


Abb. 4.38:  $\omega_w$ - $\upsilon_u$ -Diagramm für die 98 Versuche an Spannbetonträgern.

#### 4.7 Fazit

Im Zuge der hier beschriebenen Nachrechnung von dokumentierten Versuchen wurden die rechnerischen Querkrafttragfähigkeiten, die sich mit dem Fachwerkmodell nach *DIN 1045-1 2008* und mit der ETB ergeben, miteinander und mit den in den Versuchen ermittelten Tragfähigkeiten umfassend verglichen. Dabei wurden mit insgesamt 222 Versuchen deutlich mehr Versuche berücksichtigt, als bei der statistischen Bewertung des Fachwerkmodells in *Reineck 1999*, bei der nur 139 Versuche mit in die Bewertung eingehen.

Für die Ermittlung der Tragfähigkeit mit der ETB wurden zunächst für die drei Schubbrucharten (Schubdruckbruch, Schubzugbruch und Biegeschubbruch) Versagenskriterien definiert, die aus dem Verhalten des Werkstoffs Stahlbeton abgeleitet wurden. Für den Schubdruckbruch ist dies die Begrenzung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  auf den Wert  $\epsilon_{c1}$ , bei dem ohne Berücksichtigung des TSO die maximale Druckfestigkeit im Werkstoffdiagramm des Betons erreicht wird. Zur Berücksichtigung des TSO wird nach dem in *Kollegger und Mehlhorn 1990* beschriebenen Ansatz die Druckfestigkeit in Abhängigkeit von der Dehnung in Querrichtung reduziert. Für die Ermittlung der maximalen Abminderung der Druckfestigkeit  $\nu_{max}$  wurde hierbei ein Ansatz aus *Nielsen 1990* gewählt. Für den Schubzugbruch und den Biegeschubbruch wird bei Berücksichtigung des TST das Erreichen der Fließgrenze durch die mittleren Dehnungen in der Querkraftbewehrung als Versagenskriterium definiert.

Der Vergleich der Ergebnisse, die sich aufgrund dieser Kriterien mit der ETB ergeben, mit den entsprechenden Werten aus den Versuchen und den Ergebnissen des Fachwerkmodells zeigt sehr deutlich, dass mit der ETB eine sehr viel wirtschaftlichere Querschnittsbemessung für den Grenzzustand der Tragfähigkeit möglich ist. Der Mittelwert der verbleibenden Modellsicherheit ist mit 1,242 wesentlich günstiger als der entsprechende Wert von 1,645, der sich mit dem Fachwerkmodell ergibt. Zudem streuen die Ergebnisse deutlich weniger, was sich in einer geringeren Standardabweichung widerspiegelt (0,250 gegenüber 0,518).

Bei beiden Arten der Querschnittsbemessung treten jedoch einzelne Fälle auf, bei denen die rechnerische Querschnittstragfähigkeit überschätzt wird. Wird näherungsweise eine Normalverteilung zugrunde gelegt, beträgt das 5%-Quantil der Modellsicherheit für die ETB 0,831, für das Fachwerkmodell sogar nur 0,793. Wie die oben dargestellten Histogramme mit der Häufigkeitsverteilung der Modellsicherheiten zeigen, kann jedoch nur bedingt eine Normalverteilung angenommen werden. Unabhängig davon ergeben sich dennoch sowohl nach *DIN 1045-1 2008* als auch nach der ETB bei je 28 von 222 Versuchen (12,2 %) Modellsicherheiten, die kleiner als 1,0 sind. Dabei handelt es sich nicht jeweils um die gleichen Versuche.

Eine Reduzierung der in die Bewertung miteinbezogenen Versuche auf solche, die sowohl in *Reineck 1999* als auch bei der eigenen Auswertung berücksichtigt wurden, liefert zwar etwas größere 5%-Quantilwerte, diese liegen für beide Modelle jedoch weiterhin zum Teil unter 1,0. Die in *Reineck 1999* erzielten Quantilwerte für die Stahlbeton- und Spannbetonträger von jeweils knapp über 1,0 konnten bei der eigenen Berechnung nach *DIN 1045-1 2008* nicht nachvollzogen werden. Allerdings war die Versuchsauswahl hier auch weiter eingeschränkt als in *Reineck 1999*. Wenn sich für die hier nicht berücksichtigten Versuche nach *Reineck 1999* Modellsicherheiten größer als 1,0 ergeben, können sich dementsprechend auch 5%-Quantilwerte von größer 1,0 ergeben. Die Versuchsauswahl spielt hier also eine maßgebliche Rolle. Es kann daher abschließend nur festgestellt werden, dass die 5%-Quantilwerte unabhängig von der Versuchsauswahl bei beiden Arten der Nachweisführung ähnlich groß sind.

Dass sich nach beiden Modellen vereinzelt auch Modellsicherheiten ergeben, die teilweise deutlich kleiner als 1,0 sind, sollte nicht verwunderlich sein. Schließlich wurde bei den Versuchsnachrechnungen mit den Mittelwerten der Materialeigenschaften gerechnet. Selbst bei einem perfekten Modell mit einer Modellsicherheit von 1,0 müssten sich durch die Streuung der Materialeigenschaften zum Teil Sicherheiten ergeben, die kleiner als 1,0 sind.

Mit der ETB ergeben sich allerdings deutlich wirtschaftlichere Bemessungsergebnisse als mit dem Fachwerkmodell und die Ergebnisse streuen wesentlich weniger. D. h., ein Querschnittsnachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit auf Grundlage der ETB ist mit den gewählten Versagenskriterien letztlich genauso sicher wie die getrennte Nachweisführung nach *DIN 1045-1 2008*, es ergeben sich jedoch mit der ETB i. d. R. deutlich wirtschaftlichere Ergebnisse.



Besonders bei Spannbetonträgern verbleiben bei einer Berechnung mit dem Fachwerkmodell im Mittel deutlich größere Modellsicherheiten, die wirtschaftlich nicht genutzt werden können. Die ebenfalls erfolgte Ermittlung der rechnerisch erforderlichen Druckstrebenneigungswinkel, mit denen die im Versuch erzielten Tragfähigkeiten mittels eines reinen Fachwerkmodells erreicht werden können, haben diesen Nachteil des Fachwerkmodells zusätzlich noch einmal sehr anschaulich gezeigt. Bei fast 2/3 der Versuche an Spannbetonträgern müsste die Druckstrebenneigung flacher als  $18,4^\circ$  sein, um mit einem Fachwerkmodell die Tragfähigkeit des Versuchs zu erreichen. Die Begrenzung der Druckstrebenneigung verhindert also in diesen Fällen eine wirtschaftliche Bemessung der Spannbetonträger. Bei Anwendung des Fachwerkmodells ist hier z. B. die Berücksichtigung eines additiven Traganteils zu Berücksichtigung der Sprengwirkung infolge Vorspannung sinnvoll. Alternativ könnten für vorgespannte Tragwerke natürlich auch flachere Neigungen  $\theta$  der Druckstreben zugelassen werden.

Insbesondere bei den Spannbetonträgern erfasst die ETB das Tragverhalten wesentlich realistischer und führt damit zu günstigeren Ergebnissen. Eine Anwendung der ETB ist also vor allem bei der Bemessung von vorgespannten Trägern sinnvoll, wie sie z. B. im Massivbrückenbau überwiegend vorkommen. Bei Hohlkastenbrücken kann hier zusätzlich die Fähigkeit der ETB genutzt werden, dass der Verzerrungszustand für eine beliebige Kombination aller sechs Stabschnittgrößen ermittelt werden kann, also auch Kombinationen mit einem Torsionsmoment.

Für die Anwendung der ETB zur Querschnittsbemessung von Stahlbeton- und Spannbetonträgern ist allerdings noch die Frage der Mindestquerkraftbewehrung zu klären. Bei älteren bestehenden Tragwerken werden hier die Regelungen in *DIN 1045-1 2008* zum Teil unterschritten. Hierauf wird abschließend in Kap. 6 eingegangen. Dort wird auch noch einmal auf die Frage eingegangen, inwieweit sich die rechnerische Querkrafttragfähigkeit bei Anwendung der ETB durch die Zulage von Längsbewehrung steigern lässt.

## **5 Vergleich der ETB mit eigenen Versuchen**

Durch den Vergleich der Tragfähigkeit von dokumentierten Versuchsträgern mit den Ergebnissen der ETB konnte in Kap. 4 gezeigt werden, dass mit der ETB und den gewählten Versagenskriterien eine sichere und wirtschaftliche Bemessung von biege- und schubbeanspruchten Balken möglich ist. Anhand der im Folgenden beschriebenen vier eigenen Versuche erfolgt zusätzlich ein Vergleich von gemessenen und berechneten Verformungen für Belastungszustände unterhalb des Bruchzustandes. Für diesen Vergleich wurden in den Versuchen insbesondere die Stegverzerrungen und die Verteilung der Bügeldehnung über die Steghöhe für den gesamten Belastungsbereich erfasst.

### **5.1 Ziele der eigenen Versuche**

Anhand der eigenen Versuche sollten neben den Tragfähigkeiten, die bei den Ergebnissen in Kap. 4 teilweise bereits berücksichtigt wurden, in erster Linie die nachfolgend beschriebenen Punkte untersucht werden.

#### **5.1.1 Größe und Verteilung der Bügeldehnungen über die Steghöhe**

Die Fachwerkmodelle gehen von einer konstanten Verteilung der Bügeldehnungen über die Höhe zwischen Zug- und Druckgurt des Fachwerks aus. Dem entsprechend wurde im Zuge der wenigen Versuche, bei denen die Dehnungen in den Bügeln überhaupt gemessen wurden, nur ganz selten die Verteilung dieser Dehnungen über die Steghöhe untersucht. Nach der ETB ergibt sich im Allgemeinen aber eine nichtlineare Verteilung der Bügeldehnungen, die stark von der Interaktion der verschiedenen Schnittgrößen abhängt. Um die Ergebnisse der ETB im Versuch überprüfen zu können, wurden deshalb bei den eigenen Versuchen die Dehnungen in den Bügeln in drei Messabschnitten verteilt über die Steghöhe gemessen. Für jeden Messabschnitt ergaben sich damit aus dem Versuch mittlere Bügeldehnungen für diesen Abschnitt. Die stetige Verteilung der Dehnungen, die sich in der Berechnung ergibt, musste für den Vergleich innerhalb des jeweiligen Messabschnitts gemittelt werden. Die Messung der Bügeldehnungen erfolgte bei allen Versuchen.

#### **5.1.2 Größe der Stabverlängerung**

Bereits unter reiner Biegung ergibt sich durch das Aufreißen des Querschnitts beim Übergang in Zustand II eine Verlängerung der Stabachse. Wirkt außerdem eine Schubbeanspruchung, ergibt sich darüber hinaus – sowohl nach dem Fachwerkmodell als auch nach der ETB – eine zusätzliche Stabverlängerung. Beim Fachwerkmodell wird dies deutlich, wenn man sich den Verlauf der Zug- und Druckkräfte in den Gurten des Modells im Vergleich zum Verlauf der  $M/z$ -Linie betrachtet (Biegemoment  $M$  dividiert durch den inneren Hebelarm  $z$ ). Der Verlauf der Gurtkräfte ist gegenüber der  $M/z$ -Linie um das sog. Versatzmaß seitlich verschoben. Die resultierende Kraft der Druckzone wird betragsmäßig geringer, die Zugkraft in der Längsbewehrung wird größer. Es kommt also zu einer Verschiebung der Längsdehnungsverteilung im Querschnitt (vgl. Abb. 5.1).

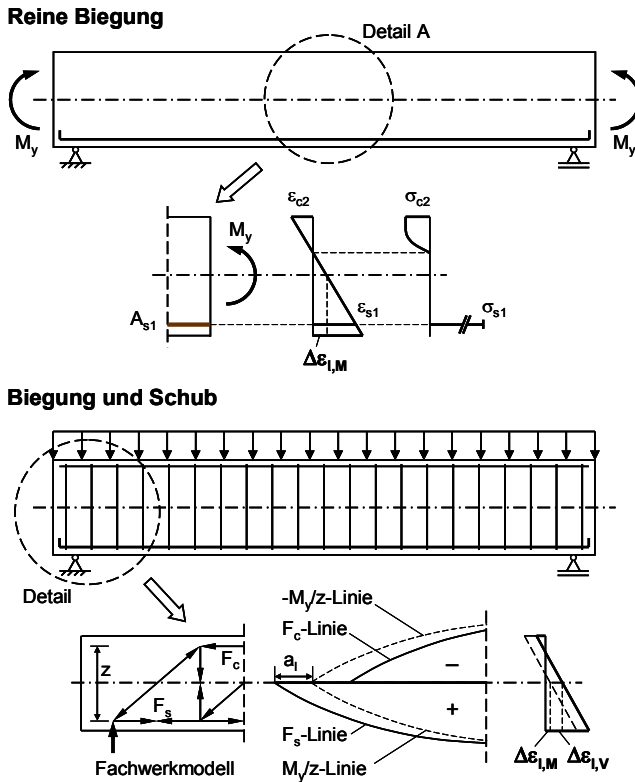


Abb. 5.1: Stabverlängerung infolge reiner Biegung und infolge Biegung und Schub.

Die Wirkung dieser zusätzlichen Stabverlängerung wird bisher nur im Grenzzustand der Tragfähigkeit durch das sog. Versatzmaß bei der Zugkraftdeckung der Längsbewehrung berücksichtigt. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit bleibt sie hingegen i. d. R. unberücksichtigt. Da das Fachwerkmodell nur den Grenzzustand der Tragfähigkeit beschreibt, ist eine Ermittlung der Stabverlängerung für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ohnehin nur näherungsweise möglich.

Mit der ETB ist hingegen eine Berechnung für jedes Lastniveau möglich. Daher wurde im Rahmen der eigenen Versuche für mehrere Querschnitte im maßgebenden Schubbereich die Verteilung der Längsdehnungen erfasst. Durch Integration der Ergebnisse über den Querschnitt konnte somit die Stabverlängerung des Versuchsträgers für den Messbereich bestimmt werden und mit den Ergebnissen der ETB verglichen werden.

Die Verteilung der Längsdehnungen wurde bei allen Versuchen gemessen. Bei einem Versuch wurde zudem gezielt der Bereich des Momentennulldurchgangs eines Durchlaufträgers simuliert. Dort konnte die Stabverlängerung infolge der Schubbeanspruchung unabhängig von der Verlängerung infolge Biegung erfasst werden. Interessant ist hier insbesondere, wie groß die Verlängerung auf dem Niveau der Gebrauchslasten bereits ist, auf dem die Spannungs- und Ermüdungsnachweise geführt werden.

### **5.1.3 Größe und Verteilung der Hauptdehnungen über die Steghöhe**

Während die Fachwerkmodelle den Steg eines Trägers als Schubfeld betrachten und nur die Verzerrungen dieses Schubfeldes als Ganzes berücksichtigen, ergibt sich nach der ETB innerhalb des gesamten Querschnitts eine Verteilung der Längs- und Querdehnung sowie der Gleitung, die von der Steifigkeitsverteilung innerhalb des Querschnitts und von den einwirkenden Schnittgrößen abhängig ist. Um die im Versuch auftretenden Verzerrungen im Steg mit der Berechnung nach der ETB vergleichen zu können, wurden bei allen Versuchen die Dehnungen und Gleitungen eines quadratischen Elementrasters erfasst, das sich über die gesamte Steghöhe erstreckte. Damit bei der Auswertung der Messwerte die Berechnung der Größe und Verteilung der Hauptdehnungen möglich war, mussten die Längenänderungen der Elemente sowohl in Längs- und Querrichtung als auch diagonal erfasst werden.

### **5.1.4 Einfluss des Fließens der Längsbewehrung auf die Bügeldehnungen**

Bei der Berechnung von Querschnitten unter kombinierter Biege- und Schubbeanspruchung mit der ETB ist aufgefallen, dass bei einer kontinuierlichen Laststeigerung das Erreichen der Fließgrenze in der Längsbewehrung einen starken Einfluss auf die Verteilung und Größe der Bügel- und Betondruckspannungen hat. Dieser Effekt wurde in Kap. 1.2 bereits beschrieben und ist in Abb. 1.2 für einen Beispielquerschnitt grafisch dargestellt. Sobald die Längsbewehrung dort die Fließgrenze erreicht, nehmen die Bügelspannungen zwischen Längsbewehrung und Druckzone schlagartig ab, während sie in der Druckzone stark anwachsen.

Modellbedingt ergibt sich bei Fachwerkmodellen über die Höhe des Fachwerks immer eine konstante Verteilung der Spannung in den Bügeln. Deshalb steht dieser Effekt, der nur innerhalb der Berechnungen mit der ETB beobachtet wurde, auf den ersten Blick im Widerspruch zu den Fachwerkmodellen. Den Einfluss des Fließens der Längsbewehrung auf die Spannungsverteilung im restlichen Querschnitt kann aber gerade an Abb. 2.17 sehr anschaulich erläutert werden, mit deren Hilfe in Kap. 2.2.3 der Zusammenhang zwischen Biege- und Schubspannungen verdeutlicht wurde. Abb. 5.2 zeigt links noch einmal das Ergebnis von Abb. 2.17.

Das horizontale Gleichgewicht am Trennschnitt an der Stelle  $z = s$  durch den Stababschnitt  $dx$  liefert den Zusammenhang zwischen den Schubspannungen  $\tau_{xz}$  im Zustand II und der Querkraft (hier dargestellt als Momentenänderung  $dM_y$ ). Wird für den Betonstahl ein bilineares Werkstoffdiagramm ohne Verfestigung zugrunde gelegt, tritt in der Längsbewehrung kein Zuwachs  $dF_s$  der Stahlzugkraft  $F_s$  mehr auf, sobald bei einer Laststeigerung die Spannungen in der Längsbewehrung  $\sigma_s$  die Fließgrenze  $f_y$  erreichen. Das horizontale Gleichgewicht am Trennschnitt zeigt in diesem Fall, dass die Schubspannungen  $\tau_{zx}$  unterhalb der Nulllinie gleich null sind. Die Momentenänderung  $dM_y$  kann deshalb nur innerhalb der verbleibenden Druckzone aufgenommen werden. Damit wachsen die Schubspannungen  $\tau_{xz}$  hier entsprechend stark an. Die Momentenänderung bewirkt dabei eine Vergrößerung der Druckspannungen im oberen Teil der Druckzone (sofern hier die Druckfestigkeit noch nicht erreicht ist) und eine entsprechende Verringerung im unteren Teil, was letztlich zu einer Verkleinerung der Druckzonenhöhe und damit zu einer Vergrößerung  $dz$  des inneren Hebelarms  $z_M$  des Kräftepaars  $F_s = F_c$  führt.

**Trennschnitt an der Stelle  $s$  für  $\varepsilon_s < \varepsilon_y$**

**Trennschnitt an der Stelle  $s$  für  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$**

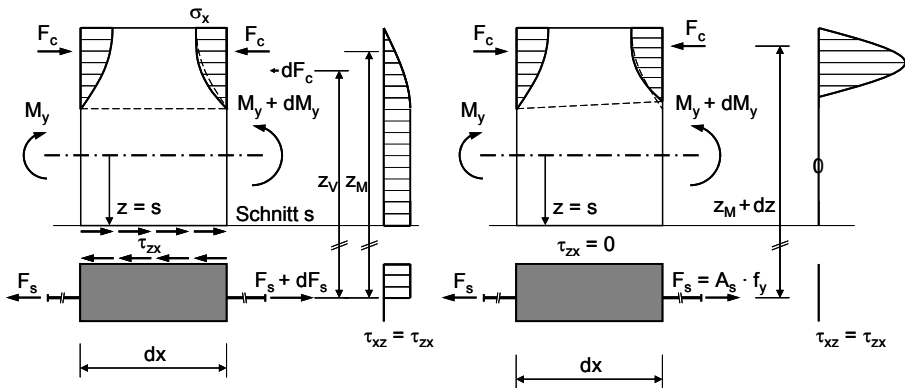


Abb. 5.2: Einfluss des Fließens der Längsbewehrung auf die Schubspannungen nach TB ( $\gamma = 0$ ): Vergleich eines Trennschnitts an der Stelle  $z = s$  für  $\varepsilon_s < \varepsilon_y$  und  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$  in der Längsbewehrung.

Die Ursache für den mit der ETB beobachteten Spannungsabfall in den Bügeln lässt sich durch diese einfache Gleichgewichtsbetrachtung auf Grundlage der TB also bereits erklären. In der verbleibenden Druckzone müssen folgerichtig die Bügelspannungen anwachsen, damit das Gleichgewicht im Querschnitt gewahrt bleibt.

Durch die Ausrundung des bi-linearen Werkstoffdiagramms und die normalerweise auftretende Verfestigung des Stahls wird diese innere Spannungumlagerung jedoch vermutlich im Versuch abgemindert.

Um die Umlagerung im Versuch beobachten zu können, wurde in einem der Versuche das Verhältnis von Biegemoment und Querkraft so gesteuert, dass die Längsbewehrung in einem stark schubbeanspruchten Teil des Trägers die Fließgrenze überschreiten sollte, bevor die Querkraftbewehrung diese Grenze erreicht. In diesem Fall sollten die Bügeldehnungen im unteren Bereich des Steges abnehmen und im oberen Bereich zunehmen. Damit wäre eine weitere Bestätigung der ETB möglich.

## 5.2 Versuchsträgergeometrie, Versuchsaufbau und Messtechnik

Im Folgenden werden Geometrie, Versuchsaufbau, Bewehrung und Messtechnik der vier Versuche vorgestellt und die jeweils getroffenen Festlegungen kurz erläutert.

### 5.2.1 Versuchsträgergeometrie, Schalplan der Träger A und B

Um die Kosten und den Arbeitsaufwand bei der Herstellung der Versuchsträger möglichst zu minimieren, sollten an einem Träger jeweils zwei Versuche durchgeführt werden. Der mittlere Bereich der Träger wurde daher soweit verstärkt, dass er für beide Versuche verwendet werden konnte. Je Träger wurden ein Versuch an einem mittig belasteten Einfeldträger und ein Versuch an einem mittig belasteten Einfeldträger mit zusätzlichen Belastungen an den zwei beidseitigen Kragarmen durchgeführt. Bei beiden Versuchen stehen somit Teile des Trägers über den eigentlichen

Vergleich der ETB mit eigenen Versuchen

Versuchsaufbau über. Die sich daraus ergebenden zusätzlichen Schnittgrößen sind zusammen mit den Schnittgrößen infolge Eigenlast bei der Berechnung der Träger zu berücksichtigen (vgl. Kap. 5.2.3).

Die maximale Trägerlänge wurde durch die Länge der im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau vorhandenen Schalplattform von 8,40 m begrenzt. In Verbindung mit den Mindestanforderungen an die Schubslankheit von  $a/d > 2,40$  (vgl. KON61 in Kap. 4.2) ergab sich damit eine Begrenzung der Trägerhöhe auf etwa 80 cm. Die letztlich ausgeführte Trägerhöhe ergab sich durch eine Vorbemessung der Träger.

Als Querschnittsform wurde ein Plattenbalkenquerschnitt gewählt, dessen Stegbreite in den Auflagerbereichen und im verstärkten mittleren Bereich des Trägers, der zweimal zum Einsatz kommen sollte, gegenüber den im Versuch betrachteten Stegabschnitten deutlich vergrößert wurde. Die Geometrie der beiden Träger wurde identisch gewählt, womit nur eine Schalung hergestellt werden musste. Die ausgeführte Trägergeometrie ist in Abb. 5.3 und Abb. 5.4 dargestellt. Schnitt A-A geht hierbei durch einen der beiden in den Versuchen betrachteten Stegabschnitte, Schnitt B-B durch den verstärkten Bereich in Trägermitte.

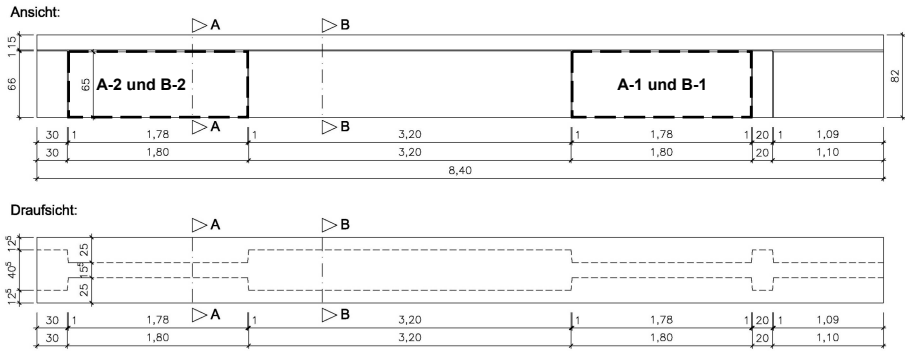


Abb. 5.3 Schalmaße der Träger A und B in der Ansicht und der Draufsicht mit den untersuchten Stegbereichen, Schnitte A-A und B-B siehe Abb. 5.4, Zeichnung ohne Maßstab.

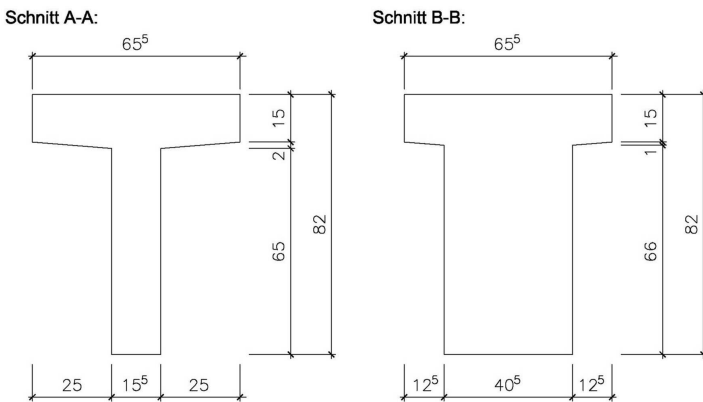


Abb. 5.4 Querschnittsgeometrie in den Schnitten A-A und B-B aus Abb. 5.3, Zeichnung ohne Maßstab.

## 5.2.2 Versuchsaufbau

Anhand der Versuchsaufbauten lassen sich die durchgeführten Versuche in drei Gruppen einteilen:

- Versuch A-1 an Träger A: Einfeldträger mit beidseitigen Kragarmen, Einzellast in Feldmitte und beidseitigen positiven Kragarmmomenten,
- Versuch B-1 an Träger B: Einfeldträger mit beidseitigen Kragarmen, Einzellast in Feldmitte und beidseitigen negativen Kragarmmomenten,
- Versuche A-2 und B-2 an Träger A bzw. B: Einfeldträger mit Einzellast in Feldmitte (Träger um 180° gedreht in den Versuchsstand eingebaut).

Im Folgenden werden die Versuchsaufbauten jeweils dargestellt und kurz erläutert.

### 5.2.2.1 Versuch A-1

Bei Versuch A-1 dienten die positiven Kragarmmomente dazu, das Verhältnis von Biegemoment und Querkraft im Feld beeinflussen zu können. Das Feldmoment konnte also bis zu einem gewissen Grad unabhängig von der Querkraft gesteigert werden (vgl. Abb. 5.5). Damit sollte es ermöglicht werden, dass die Längsbewehrung im untersuchten Trägerabschnitt die Fließgrenze erreicht, bevor die Querkraftbewehrung diese erreicht. Rechnerisch sollte sich dann die Verteilung der Bügeldehnungen über die Steghöhe umlagern (vgl. Abb. 1.2).

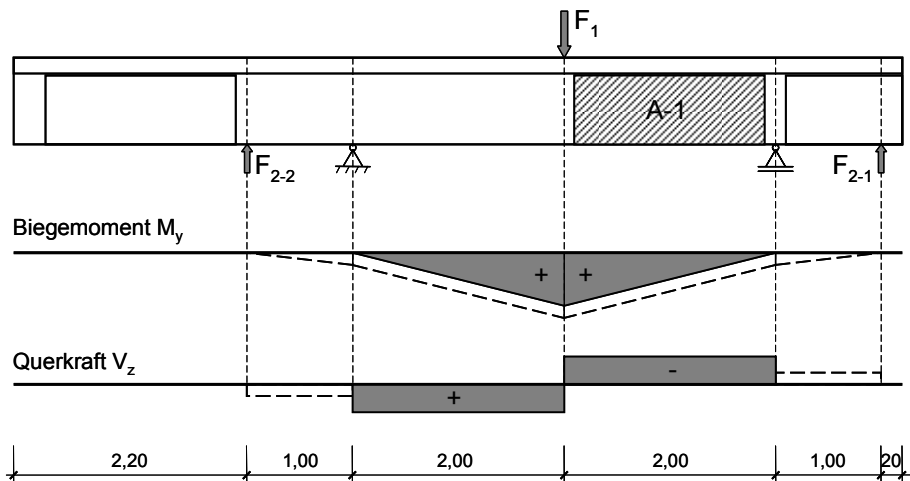


Abb. 5.5: Statisches System Versuch A-1 und Verteilung der Schnittgrößen (ohne Wirkung des Eigengewichts), Blick auf die Vorderseite des Versuchsaufbaus.

Die beiden Kräfte  $F_2$  mussten jeweils kleiner als  $0,5 \cdot F_1$  bleiben, damit die Lage-sicherheit des Versuchsträgers erhalten blieb. Damit es in Feldmitte aufgrund des dort vorhandenen größten Feldmomentes nicht vorzeitig zu einem Biegeversagen kommen konnte, musste die Längsbewehrung gestaffelt werden.

Der ausgeführte Versuchsaufbau ist in Abb. 5.6 und Abb. 5.7 dargestellt.

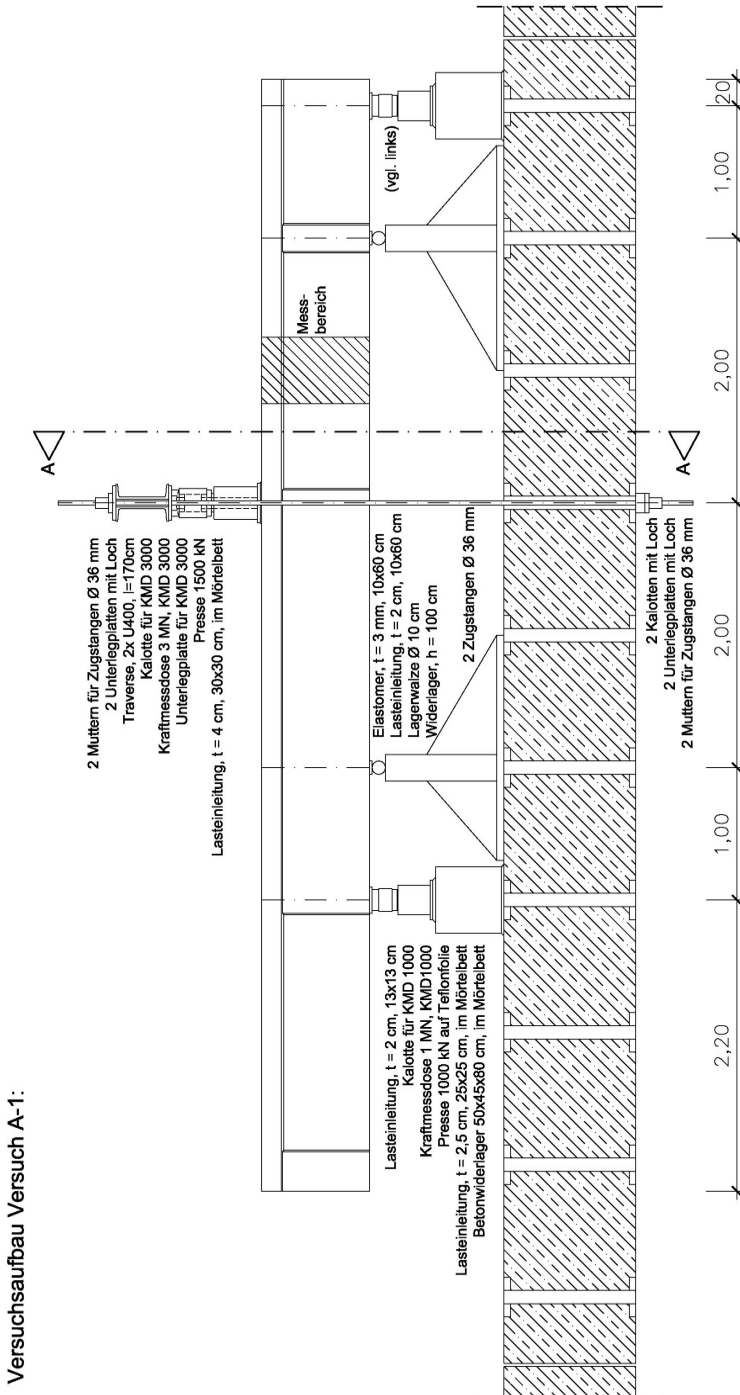


Abb. 5.6: Versuchsaufbau für Versuch A-1 in der Ansicht, Blick auf die Vorderseite des Versuchsaufbaus, Schnitt A-A siehe Abb. 5.7.



Schnitt A-A:

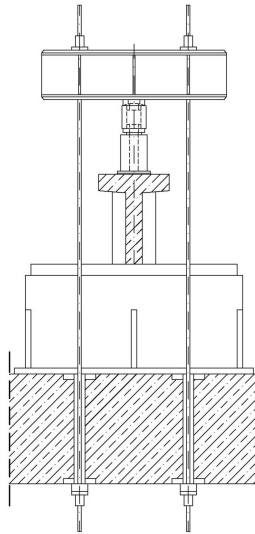


Abb. 5.7: Schnitt A-A durch den Träger und den Spannboden, zu Abb. 5.6.

### 5.2.2.2 Versuch B-1

Bei Versuch B-1 wurde mit den zusätzlichen negativen Kragarmmomenten ein Momentennulldurchgang im untersuchten Trägerbereich erzeugt. Dazu wurde während des Versuchs das Verhältnis der Kräfte  $F_1/F_2$  bei etwa 2 gehalten. Im Messbereich konnte somit die Größe der Stabverlängerung infolge Querkraft bestimmt werden. Der ausgeführte Versuchsaufbau ist in Abb. 5.9 gestellt.

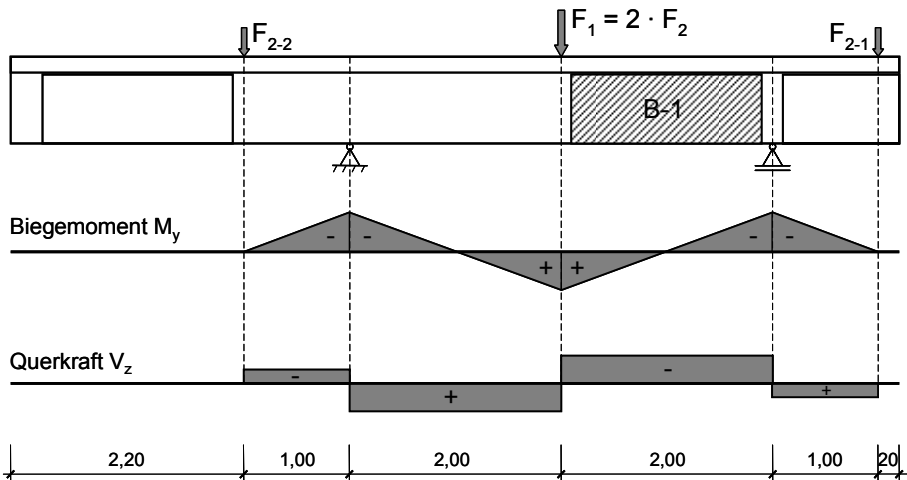


Abb. 5.8: Statisches System Versuch B-1 und Verteilung der Schnittgrößen (ohne Wirkung des Eigengewichts), Blick auf die Vorderseite des Versuchsaufbaus.

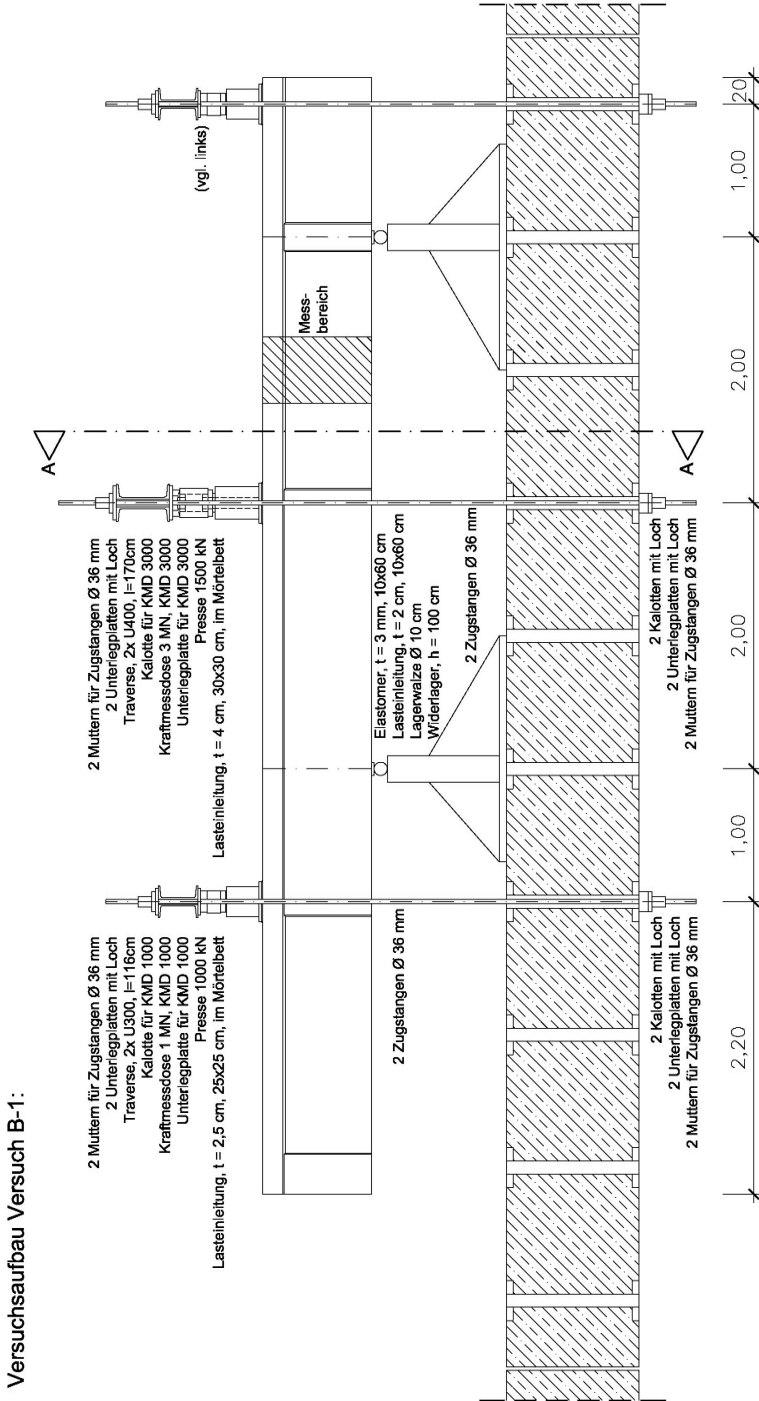


Abb. 5.9: Versuchsaufbau für Versuch B-1 in der Ansicht, Blick auf die Vorderseite des Versuchsaufbaus, Schnitt A-A siehe Abb. 5.7.

### 5.2.2.3 Versuche A-2 und B-2

Bei den beiden Versuchen A-2 und B-2 handelte es sich um einfache Dreipunkt-Biegeversuche. Nach Durchführung der Versuche A-1 und B-1 wurden die Träger hierfür um 180° gedreht eingebaut. Das Hauptaugenmerk lag hier auf der Erfassung der Stegverzerrungen und der Verteilung der Bügeldehnungen über die Steghöhe. Durch die Wahl von zwei unterschiedlichen Bewehrungsgraden  $\omega_w$  konnte auch untersucht werden, ob dieser einen Einfluss auf die Verteilung der Bügeldehnungen unmittelbar vor dem Bruch hat. Dies ist u. a. für die Definition eines Versagenskriteriums für Schubzugbruch von Bedeutung.

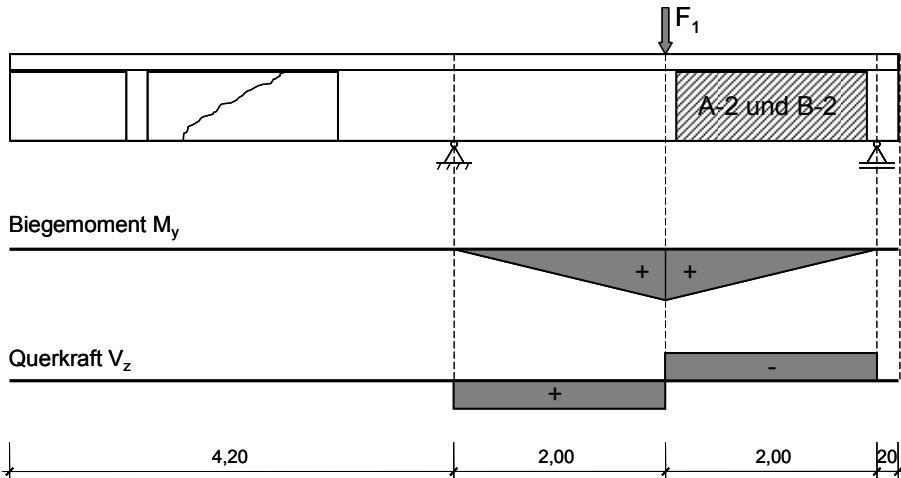


Abb. 5.10: Statisches System Versuche A-2 und B-2 sowie Verteilung der Schnittgrößen (ohne Wirkung des Eigengewichts), Blick auf die Vorderseite des Versuchsaufbaus.

Der ausgeführte Versuchsaufbau ist in Abb. 5.11 auf der folgenden Seite dargestellt.

### 5.2.3 Wirkung des Trägereigengewichts

Folgende Schnittgrößen sind bei der Berechnung der Träger zu berücksichtigen:

Versuche A-1 und B-1	Versuche A-2 und B-2
<p><math>M_y</math>: -15,07, -32,74, -3,39, -3,75, -0,96</p> <p><math>V_z</math>: 23,95, -13,03, -22,3, 5,41, 6,63, -5,77, 1,04</p>	<p><math>M_y</math>: -50,62, -10,54</p> <p><math>V_z</math>: 29,31, -27,07, 10,77, -9,84</p>

Tab. 5.1: Schnittgrößen infolge Eigenlast der Träger für die Versuche A-1, A-2, B-1 und B-2.

Versuchsaufbau Versuch A-2:

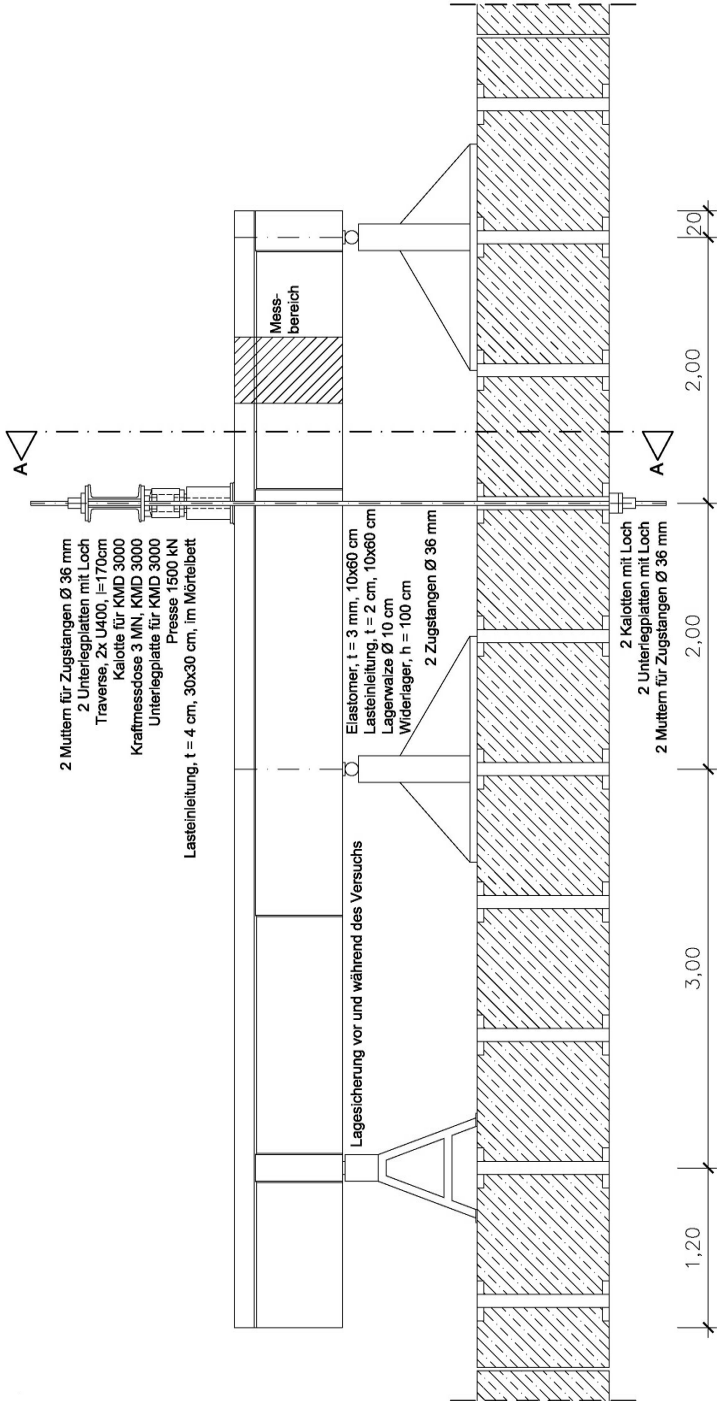


Abb. 5.11: Versuchsaufbau für Versuche A-2 und B-2 in der Ansicht, Blick auf die Vorderseite des Versuchsaufbaus, Schnitt A-A siehe Abb. 5.7.

5.2.4 Bewehrungspläne der Versuchsträger A und B

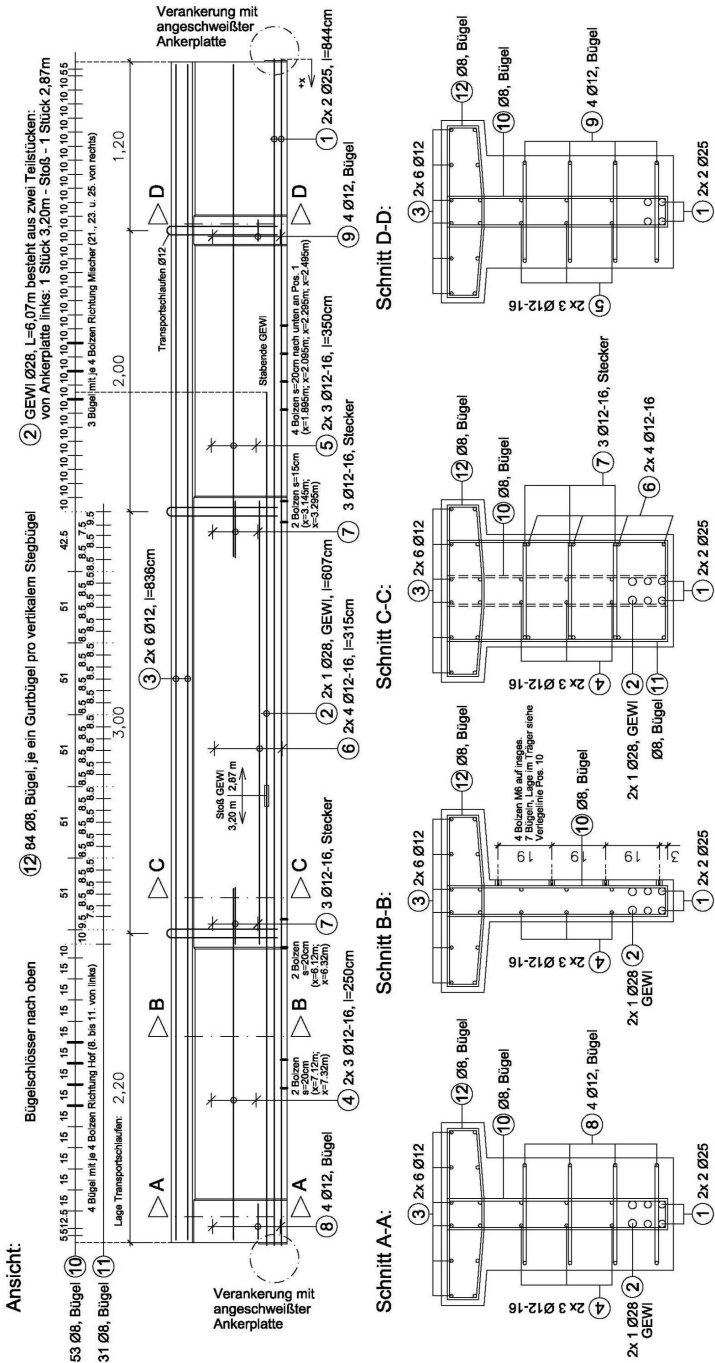


Abb. 5.12 Bewehrungsplan für Träger A, Zeichnung ohne Maßstab.

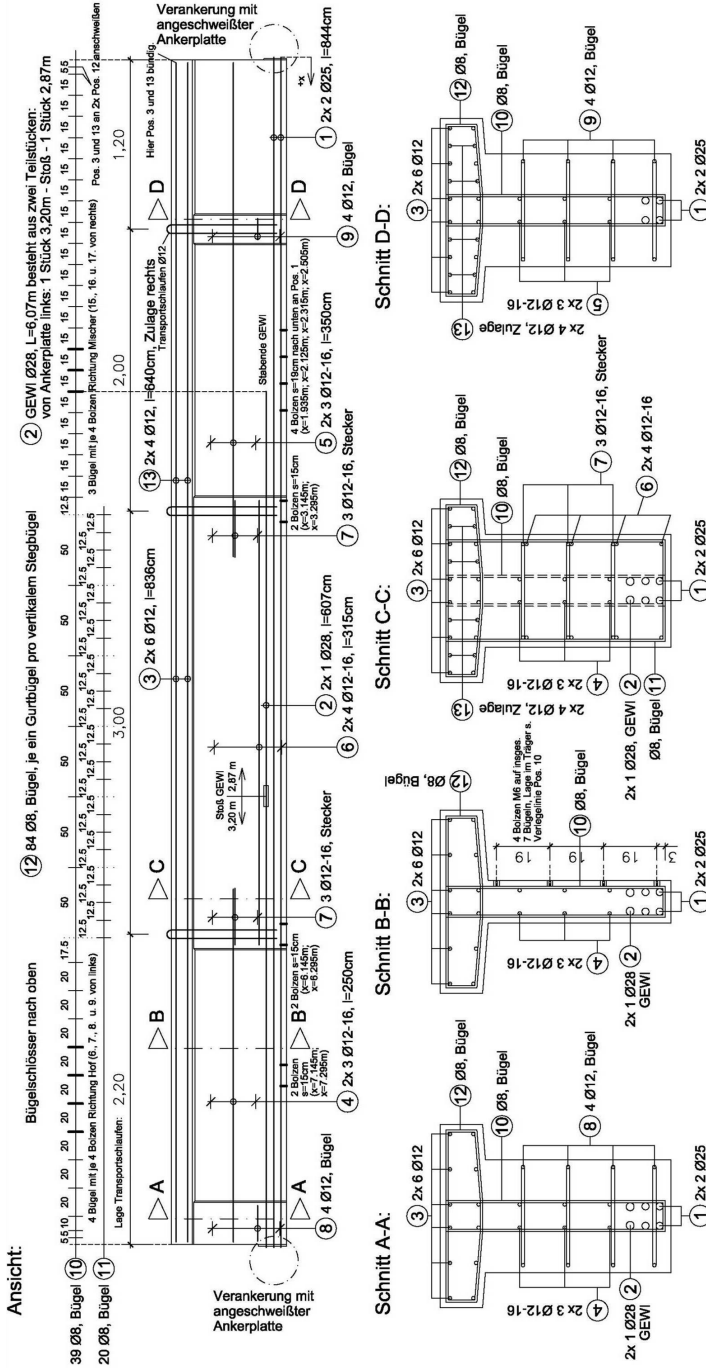


Abb. 5.13 Bewehrungsplan für Träger B, Zeichnung ohne Maßstab.

### 5.2.5 Erforderliche Messungen

Neben der obligatorischen Erfassung der einwirkenden Kräfte und der Durchbiegungen der Träger an ausgewählten Stellen war es für einen Vergleich der berechneten und der gemessenen Querschnittsverzerrungen erforderlich, die Größe und Verteilung der im Versuch auftretenden Verzerrungen in mehreren Querschnitten zu erfassen. Um neben Längs- und Querdehnungen auch Hauptdehnungen vergleichen zu können, mussten die Längenänderungen zwischen festen Messpunkten horizontal, vertikal und diagonal gemessen werden. Dies erfolgte auf der Oberfläche des Trägers und stellte somit die Verzerrungen des Stahlbetons dar. Um Aussagen über die Dehnungen in der Betonstahlbewehrung machen zu können, mussten deren Längenänderungen in ihrer Längsrichtung erfasst werden. Diese Messung musste direkt auf der Bewehrung erfolgen.

#### 5.2.5.1 Messtechnik zur Erfassung der Stahlbetonverzerrungen

Um die Verzerrungen des Stahlbetons erfassen zu können, wurden auf die Oberfläche der Träger Messpunkte aus Messing aufgeklebt. Die Punkte wurden bei allen vier Versuchen an folgenden Stellen angebracht (vgl. Abb. 5.14 und Abb. 5.15):

- auf der Oberseite entlang seiner Längsachse im Abstand von 10 cm (nur für Messung in Längsrichtung),
- auf der Vorderseite an den Seitenflächen des Druckgurtes in zwei Reihen mit je 10 cm Abstand (nur für Messung in Längsrichtung),
- und auf der Vorderseite am Steg in einem Raster von 10 x 10 cm (für Messungen horizontal, vertikal und diagonal).

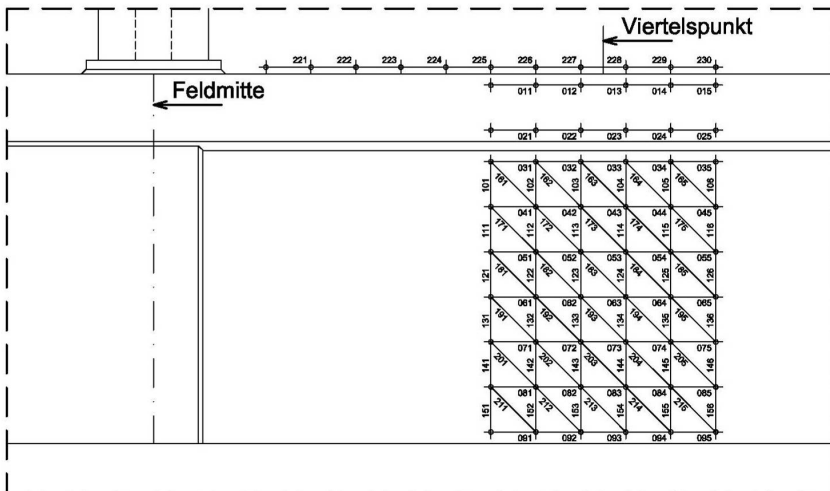


Abb. 5.14: Anordnung der Messpunkte für die Erfassung der Verzerrungen des Stahlbetons mit Nummerierung der Messungen, Teilansicht des Versuchsaufbaus von der Vorderseite.

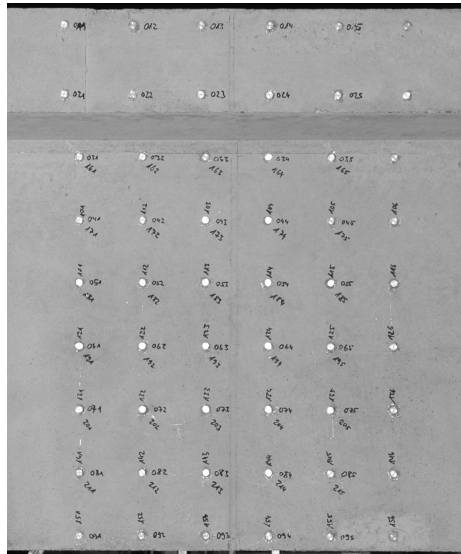


Abb. 5.15: Ausgeführte Anordnung der Messpunkte am Steg und an der Seitenfläche des Druckgurtes, hier am Beispiel des Versuchs B-2.

Die Abweichung von deren Abstand zueinander bezogen auf einen Kalibrierstab mit 10 cm Länge (für horizontale und vertikale Messungen) bzw. 14,1 cm Länge (für diagonale Messungen) wurde dann mit einem Setzdehnmesser bestimmt. Der verwendete Setzdehnmesser hat neben der beweglichen Messspitze zwei feststehende Messspitzen: eine für die Messlänge von 10 cm und eine für die Messlänge von 14,1 cm (vgl. Abb. 5.16).

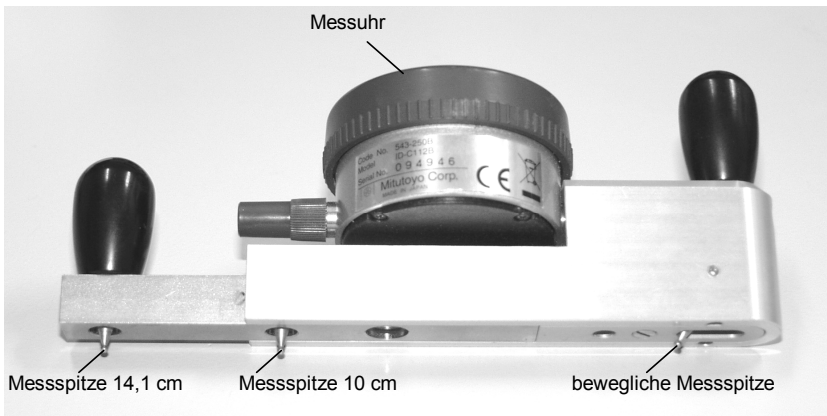


Abb. 5.16: Zur Bestimmung der Verzerrungen verwendeter Setzdehnmesser für die beiden Messlängen 10 cm und 14,1 cm.

Nach der Tarierung der Messuhr beim Kalibrieren des Setzdehnmessers auf dem Eichstab zeigt diese die relative Längenänderung zwischen den jeweiligen Messspitzen an. Über eine Schnittstelle an der Messuhr kann der gerade angezeigte Messwert an einen Computer übertragen werden. Ables- und Eingabefehler werden



somit vermieden. Die Messwerte wurden direkt in eine vorbereitete Datei der Tabellenkalkulation Excel eingetragen. Die somit erfassten relativen Längen konnten in der Datei unmittelbar in Verzerrungen umgerechnet und grafisch dargestellt werden. Damit war eine direkte Kontrolle der Ergebnisse möglich.

#### **5.2.5.2 Messtechnik zur Erfassung der Betonstahldehnungen**

Wie bei einigen der dokumentierten Versuche, die in Kap. 4 nachgerechnet wurden, wurden bei den beiden in Kap. 3 vorgestellten Tastversuchen die Dehnungen der Bügel und der Längsbewehrung mittels Dehnmessstreifen (DMS) punktuell gemessen. Durch die Anordnung von drei DMS je Bügelschenkel verteilt über die Steghöhe sollte die Verteilung der Bügeldehnungen über die Trägerhöhe untersucht werden. Die Ergebnisse dieser Messmethode sind jedoch stark abhängig von der relativen Lage der jeweiligen Messstelle im Verhältnis zu den Rissen im Beton. Für den Fall, dass ein Riss genau durch eine Messstelle verläuft, ergeben sich größere Dehnungen als für den Fall, dass die Messstelle genau zwischen zwei Rissen liegt.

Da der jeweilige Rissverlauf auch bei zwei identischen Bauteilen mit gleicher Belastungsgeschichte i. d. R. nie identisch sein wird, ist die Aussagekraft einer solchen Messung eher begrenzt. Lediglich wenn die Rissbildung z. B. bei Versuchen an Zugscheiben durch Rissbleche lokal erzwungen wird, können DMS gezielt im Riss oder zwischen den Rissen platziert werden. Anderenfalls liefert diese Messmethode nur einzelne Werte einer über die Länge der Bewehrung variierenden Stahldehnung.

Aus diesem Grund sollten bei den eigenen Versuchen die Dehnungen der Bügel und der Längsbewehrung nicht punktuell mit DMS, sondern über eine größere Messlänge gemittelt gemessen werden. Als Messlänge wurde ein Wert von 19 cm gewählt. Damit war bei der Höhe der Versuchsträger die Anordnung von drei Messlängen über die gesamte Steghöhe möglich. Eine Erfassung der Dehnungsverteilung über die Steghöhe war somit möglich. Zur Erfassung der Längenänderung innerhalb der Messlänge kamen induktive Wegaufnehmer zum Einsatz, die eine kontinuierliche Messung ermöglichten. Dies ist insbesondere bei der Laststeigerung unmittelbar vor Erreichen der Bruchlast wichtig, weil dann die Bügeldehnungen innerhalb der Messlänge, in der der maßgebende Riss liegt, sehr schnell zunehmen. Eine Messung mit Hilfe von Setzdehnmessern ist hier auszuschließen.

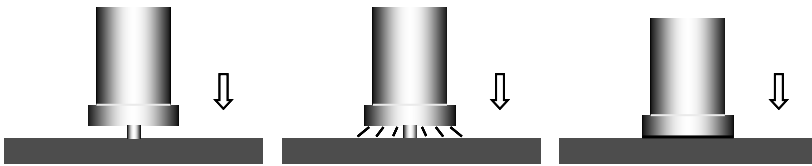
Um die Bügeldehnungen von außen mittels Wegaufnehmern messen zu können, war es erforderlich Messpunkte jeweils an den beiden Enden einer Messlänge vom Bügel an die Betonoberfläche zu führen. Dazu wurden metallene Bolzen an den Bügeln punktuell befestigt. Um einen Kräftefluss zwischen den Bolzen und dem sie umgebenden Beton zu verhindern, wurden die Bolzen vor dem Betonieren mit einem kleinen Zylinder aus Polystyrol umgeben. Nach dem Erhärten des Betons konnte das Polystyrol dann aus dem Beton herausgekratzt werden. Der Bolzen lag damit frei und man konnte einen Halter für die Wegaufnehmer daran befestigen. Damit die lokale Störung des Verbundes zwischen Beton und Bewehrung so gering wie möglich gehalten werden konnte, wurden die Bolzen und der Polystyrolzylinder möglichst klein gehalten werden. Die Umsetzung ist in Abb. 5.17 zu sehen.



Abb. 5.17: Ausgeführte Ummantelung der Messbolzen mit Polystyrol.

Bei der Frage der Befestigung der Bolzen an der Bewehrung ergab eine Literaturrecherche, dass bei einigen dokumentierten Versuchen entsprechende Bolzen durch Weichlöten an der Bewehrung befestigt wurden, so z. B. bei *Bennett und Debaiky 1974*. Beim Weichlöten müssen die zu verbindenden Teile bis auf ca.  $450^{\circ}$  erhitzt werden, damit das verwendete Lot schmilzt. Um den Einfluss auf die Materialeigenschaften des Bewehrungsstahls und die mechanische Belastbarkeit der Lötverbindung zu überprüfen, wurden Probestücke hergestellt, an denen anschließend Zugprüfungen durchgeführt wurden. Dazu wurden von einem Bewehrungsstab mit einem Durchmesser von 10 mm drei ca. 30 cm lange Probestücke abgeschnitten und im mittleren Drittel auf eine Dicke von 8,6 mm abgedreht. Ein Stab diente als Referenzstab, an dem kein Bolzen befestigt wurde (vgl. Abb. 5.19 links). Am zweiten Stab wurde ein Stahlbolzen mit dem gleichen Durchmesser angelötet (vgl. Abb. 5.19 Mitte). Der Bolzen wurde an dem angelöteten Ende vorher so bearbeitet, dass er formschlüssig an den abgedrehten Bewehrungsstab passte. Die Belastbarkeit der Lötverbindung stellte sich jedoch als nicht ausreichend heraus. Bei der Vorbereitung der Zugprüfung löste sich der angelötete Bolzen schon bei geringer mechanischer Belastung bereits wieder ab. Die Zugprüfung an diesem Probestück wurde dennoch durchgeführt, um den Einfluss der Hitzeeinwirkung zu überprüfen.

Als Alternative zum Löten ergab sich durch eine Anfrage beim Lehrgebiet Füge-technik des Fachbereichs Maschinenbau und Verfahrenstechnik der TU Kaiserslautern das Bolzenschweißen. Ähnlich dem Kopfbolzenschweißen mit Hubzündung, das im Verbundbau angewendet wird, werden bei diesem Verfahren im Maschinenbau kleine Gewindebolzen durch Spitzenzündung auf dünne Bleche aufgeschweißt (vgl. schematische Darstellung in Abb. 5.18). Dabei wird die in einer Kondensatorbatterie gespeicherte Energie in einer Zeit von nur 1 bis 3 ms über die Zündspitze der Bolzen entladen. Dazu werden keine Hilfsmittel wie Schutzgase oder Keramikringe benötigt. Es ergibt sich eine Einbrenntiefe von nur ca. 0,1 mm und die verschweißten Bauteile sind unmittelbar nach dem Schweißen nur „handwarm“. Es ergibt sich also nur eine sehr geringe Wärmeeinwirkung und damit nur eine geringe Beeinflussung der Eigenschaften des Ausgangsmaterials.



Die Bolzenspitze berührt das Werkstück. Der Lichtbogen wird eingeleitet.

Der Lichtbogen erzeugt eine dünne Schmelzzone an Bolzen und Werkstoff.

Der Bolzen taucht in das Schweißbad ein und das Material erstarrt. Der Bolzen ist angeschweißt.

Abb. 5.18: Prinzipskizze der Funktionsweise des Bolzenschweißens mit Spitzenzündung, Vorlage: <http://soyer.cc/de/index.php>.

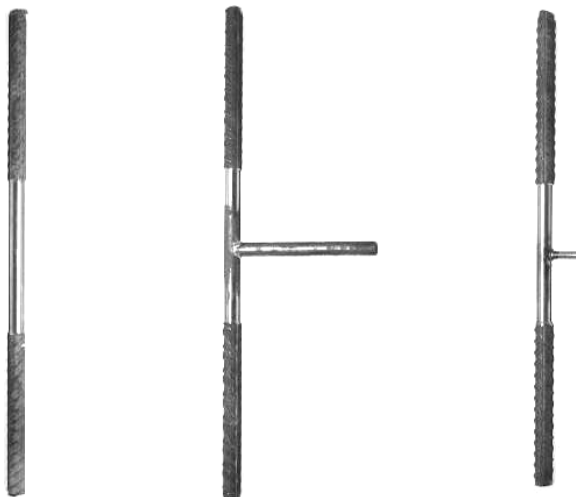


Abb. 5.19: Drei Probestücke für Zugprüfungen, links: Referenzstab, Mitte: Stab mit angelötetem Bolzen, rechts: Stab mit aufgeschweißtem Gewindebolzen.

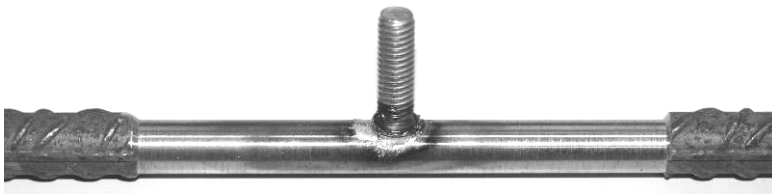


Abb. 5.20: Detailaufnahme des aufgeschweißten Gewindebolzens.

Auf das dritte Probestück wurde mit diesem Verfahren ein 20 mm langer Gewindebolzen M6 aufgeschweißt (vgl. Abb. 5.19 rechts). Im Detail ist der so angeschweißte Bolzen in Abb. 5.20 zu sehen. Von Hand war der Bolzen im Gegensatz zum angelöteten nicht mehr zu lösen.

Mit diesen drei Probestücken wurden dann Zugprüfungen durchgeführt. Die ermittelten  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme sind in Abb. 5.21 dargestellt. Man kann sehen, dass sich die drei Arbeitslinien der verschiedenen Stäbe nur geringfügig unterscheiden. Die Unterschiede liegen in der Größenordnung der üblichen Schwankungen der Messergebnisse bei der Durchführung von Zugprüfungen an drei identischen Stäben. Dennoch wurden bei der Ermittlung der Materialkennwerte der in den Versuchen verwendeten Bügel Vergleichsproben mit aufgeschweißten Bolzen untersucht (vgl. Kap. 5.3.1). Auch dieser Vergleich ergab nur eine geringfügige Beeinflussung der Werte durch das Schweißen.

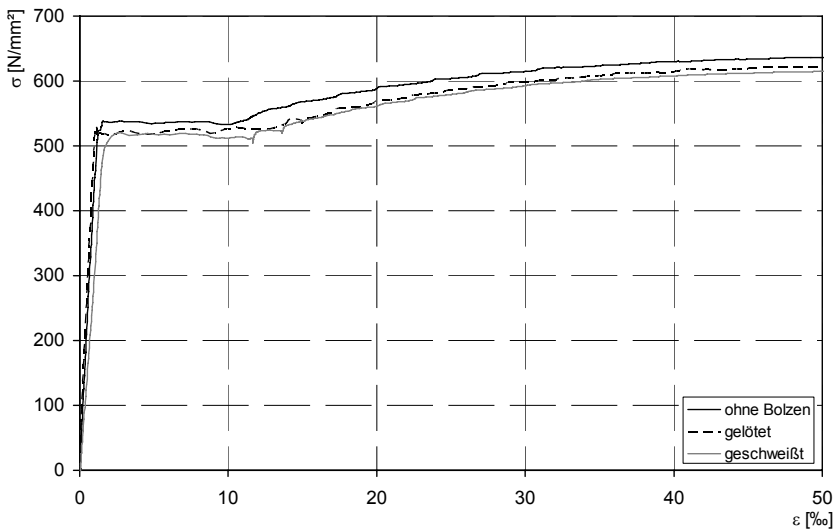


Abb. 5.21:  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme der drei Probestücke.

Die drei zerstörten Probestäbe sind in Abb. 5.22 zu sehen. Beim Probestück mit dem aufgeschweißten Bolzen trat das Versagen genau an der Schweißstelle auf. Die Lage der Bruchstelle kann also durchaus beeinflusst werden. Der Bolzen selbst fiel jedoch erst unmittelbar beim Bruch vom Probestück ab. Selbst bei der vorher stattfindenden Einschnürung hielt der Bolzen. Eine zuverlässige Befestigung der Wegaufnehmer an der Bewehrung auch bei Stahldehnungen oberhalb der Fließgrenze ist damit also möglich.

Das Anschweißen von Gewindebolzen mittels eines Bolzenschweißgerätes stellt also eine sichere mechanische Verbindung für die Befestigung von Wegaufnehmern an den Bügeln dar. Ein wesentlicher Einfluss auf die Materialeigenschaften der Bewehrung ist nicht zu erkennen. In Verbindung mit einer möglichst kleinen Aussparung im Beton um den Bolzen herum ergibt sich somit also nur eine geringe Beeinflussung des Tragverhaltens des Verbundwerkstoffs Stahlbeton durch die Messeinrichtung.

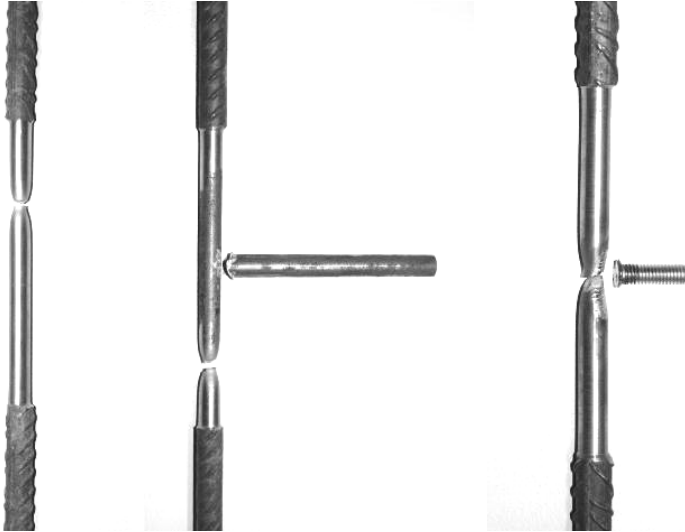


Abb. 5.22: Drei Probestücke nach der Zugprüfung, links: Referenzstab, Mitte: Stab mit angelötetem Bolzen, rechts: Stab mit angeschweißtem Stab.

Zur Befestigung der Wegaufnehmer an den Bolzen und als Gegenpunkte, auf die mit den Wegaufnehmern gemessen werden konnte, wurden Halter und Anschlagpunkte aus Aluminium hergestellt (vgl. Abb. 5.23). Da aufgrund der begrenzten Stückzahl der vorhandenen Wegaufnehmer für die Messungen Aufnehmer mit unterschiedlicher Länge verwendet werden mussten, kamen drei verschiedene Anschlagpunkte zum Einsatz. Für die Wegaufnehmer mit kürzerer Bauart wurden in die Anschlagpunkte eine oder zwei Schrauben in Richtung der Wegaufnehmer eingeschraubt und mit einer Mutter gekontert. Auf den Schraubenköpfen wurden jeweils kleine Blechstücke befestigt, auf die dann gemessen werden konnte. Die Ausrichtung und Fixierung der Halter auf den Bolzen erfolgte über eine Kontermutter, die zuerst auf den Bolzen aufgeschraubt wurde.

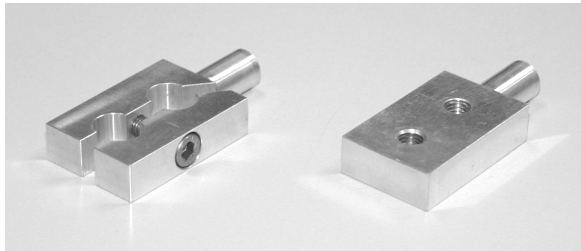


Abb. 5.23 Halter zur Befestigung von max. zwei Wegaufnehmern (links) und eine von drei unterschiedlichen Ausführungen der Anschlagpunkte für die Wegaufnehmer (rechts, hier ohne Schraube und Kontermutter dargestellt).

Die ausgeführte Anordnung der Messtechnik zur Erfassung der Bügeldehnungen ist am Beispiel des Versuchs A-1 in Abb. 5.24 dargestellt.

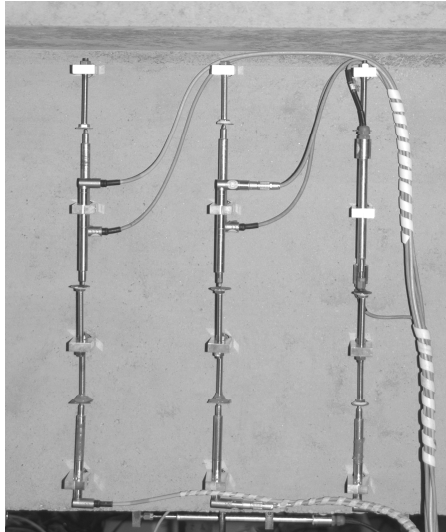


Abb. 5.24: Ausgeführte Anordnung der Wegaufnehmer, hier am Beispiel des Versuchs A-1.

### 5.2.6 Anordnung der verwendeten Messtechnik

Im Folgenden wird die genaue Anordnung der verwendeten Messtechnik für die einzelnen Versuche dargestellt. Die in Abb. 5.14 bereits dargestellte Anordnung der Messpunkte zur Erfassung der Stahlbetonverzerrungen wurde bei allen vier Versuchen auf der Vorderseite des Aufbaus gleich ausgeführt und wird hier nicht mehr gesondert aufgeführt. Die Messung der Bügeldehnungen erfolgte bei allen vier Versuchen auf der Rückseite des jeweiligen Versuchsaufbaus.

#### 5.2.6.1 Versuch A-1

Neben der Messung der Kräfte, die durch die drei Pressen aufgebracht wurden, erfolgte die Messung der vertikalen Durchbiegungen jeweils an den Lasteinleitungsstellen (31, 34 und 37), über den beiden Auflagern (32 und 36) und in den Viertelpunkten des Feldes (33 und 35). Die Anordnung der Messstellen ist in Abb. 5.25 dargestellt. Die Koordinate x gibt die Lage der Mess- und Rechenstellen an.

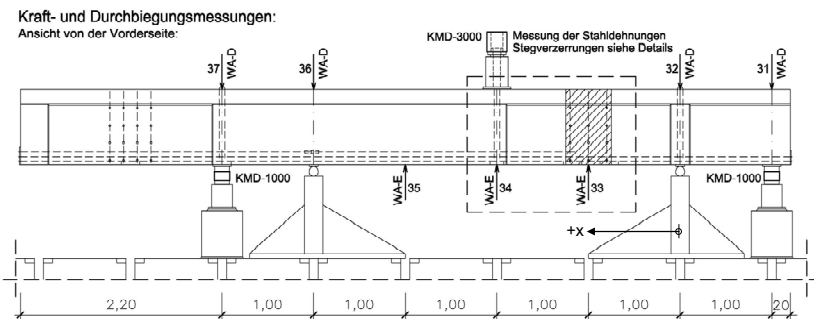


Abb. 5.25: Anordnung der Kraft- und Durchbiegungsmessungen im Versuch A-1.

Die Messung der Stahldehnungen der Längsbewehrung und der Bügel erfolgte mittels Wegaufnehmern. Die Anordnung der Wegaufnehmer auf der Rückseite des Versuchsaufbaus ist in der Ansicht und im Schnitt in Abb. 5.26 wiedergegeben.

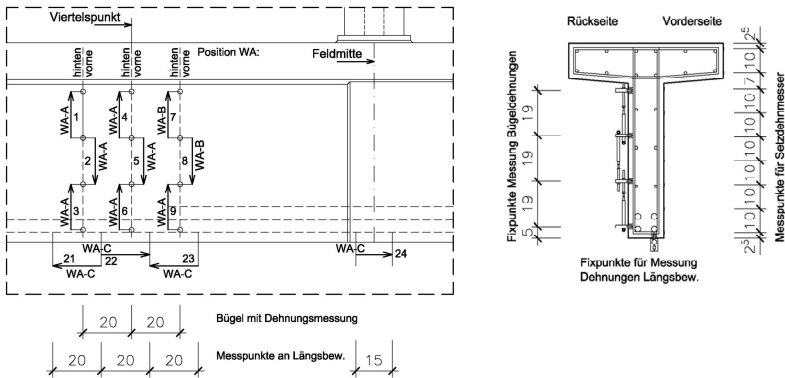


Abb. 5.26: Anordnung der Wegaufnehmer zur Messung der Stahldehnungen im Versuch A-1, links: in der Teilansicht von der Rückseite des Aufbaus, rechts: im Querschnitt.

Es wurden die in Tab. 5.2 angegebenen induktive Wegaufnehmer verwendet.

Bezeichnung in den Abb.	Schaftdurchmesser	Messbereich
WA-A	12 mm	0 ... +10 mm
WA-B	12 mm	-10 ... +10 mm
WA-C	12 mm	-20 ... +20 mm
WA-D	24 mm	-20 ... +20 mm
WA-E	24 mm	-50 ... +50 mm

Tab. 5.2: Zuordnung der verwendeten induktiven Wegaufnehmer zu den in den Zeichnungen angegebenen Bezeichnungen.

### 5.2.6.2 Versuch B-1

Auch bei Versuch B-1 erfolgte die Messung der Durchbiegungen jeweils an den Lasteinleitungsstellen (31, 34 und 37), über den beiden Auflagern (32 und 36) und in den Viertelpunkten des Feldes (33 und 35) (vgl. Abb. 5.27). Die Koordinate  $x$  gibt die Lage der Mess- und Rechenstellen an.

Die Anordnung der Wegaufnehmer zur Messung der Stahldehnungen auf der Rückseite des Versuchsaufbaus ist in der Ansicht von der Trägerrückseite und im Schnitt in Abb. 5.28 dargestellt.

Vergleich der ETB mit eigenen Versuchen

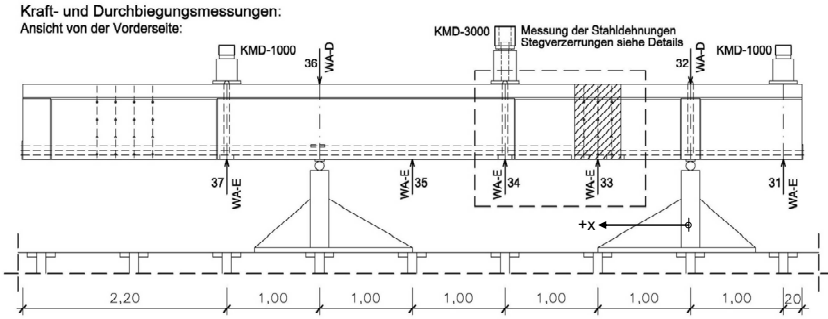


Abb. 5.27: Anordnung der Kraft- und Durchbiegungsmessungen im Versuch B-1.

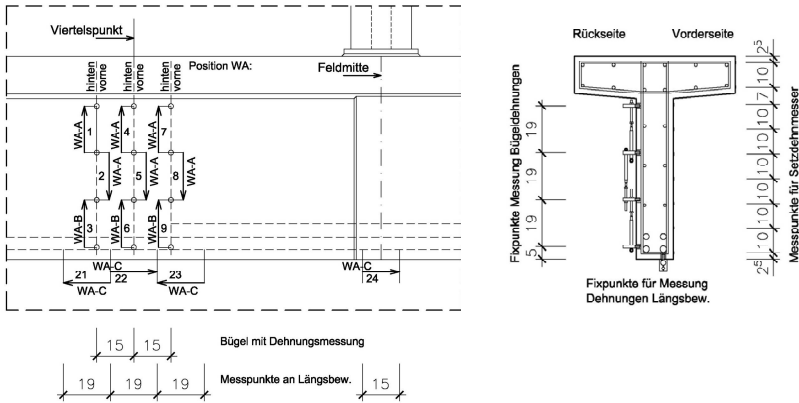


Abb. 5.28: Anordnung der Wegaufnehmer zur Messung der Stahldehnungen im Versuch B-1, links: in der Teilansicht von der Rückseite des Aufbaus, rechts: im Querschnitt.

5.2.6.3 Versuch A-2

Bei Versuch A-2 erfolgte die Messung der vertikalen Durchbiegungen jeweils über den beiden Auflagern (32 und 36), in Feldmitte (34) und in den Viertelpunkten des Feldes (33 und 35). Die Anordnung der Messstellen ist in Abb. 5.29 dargestellt. Die Koordinate x gibt die Lage der Mess- und Rechenstellen an.

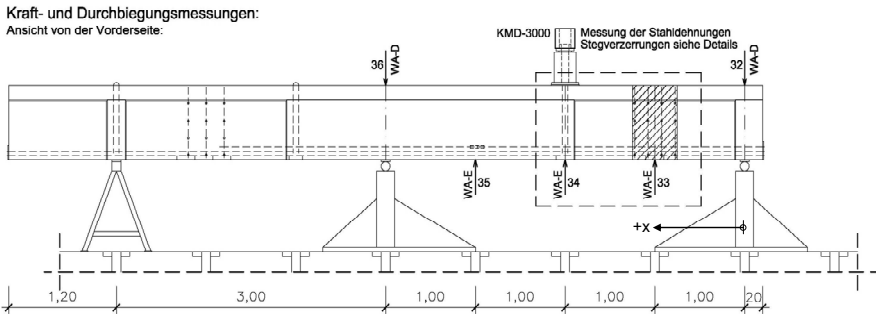


Abb. 5.29: Anordnung der Kraft- und Durchbiegungsmessungen im Versuch A-2.



In der Ansicht von der Rückseite des Versuchsaufbaus und im Schnitt ist die Anordnung der Wegaufnehmer zur Messung der Stahldehnungen in Abb. 5.30 dargestellt. Der Wegaufnehmer Nr. 1 musste hier leider entfallen, weil sich ein Gewindebolzen bei der Montage der Halterung von der Bewehrung gelöst hat (siehe X in Abb. 5.30, links).

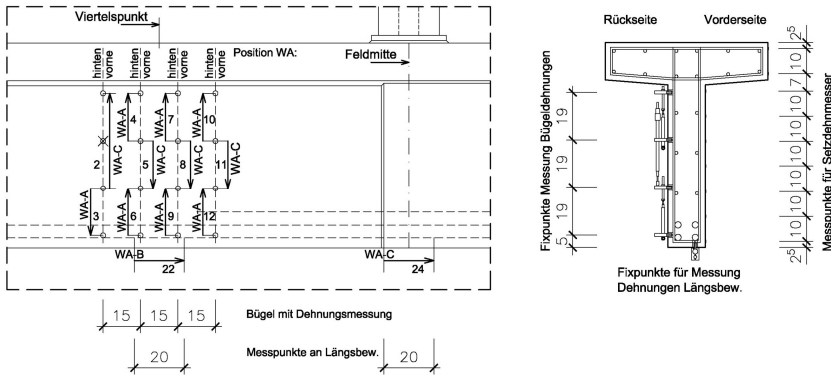


Abb. 5.30: Anordnung der Wegaufnehmer zur Messung der Stahldehnungen im Versuch A-2, links: in der Teilansicht von der Rückseite des Aufbaus, rechts: im Querschnitt.

### 5.2.6.4 Versuch B-2

Bei Versuch B-2 erfolgte die Anordnung der Wegaufnehmer für die Messung der vertikalen Durchbiegung und die Erfassung der Pressenkraft analog zu Abb. 5.29. In Abb. 5.31 ist die im Versuch B-2 ausgeführte Anordnung der Wegaufnehmer zur Messung der Stahldehnungen wiederum in der Ansicht von der Rückseite des Versuchsaufbaus und im Schnitt dargestellt. Hier mussten die Wegaufnehmer Nr. 4 und 6 entfallen, weil sich zwei Gewindebolzen bei der Montage der Halterung von der Bewehrung gelöst haben (siehe die mit X markierten Stellen in Abb. 5.31, links).

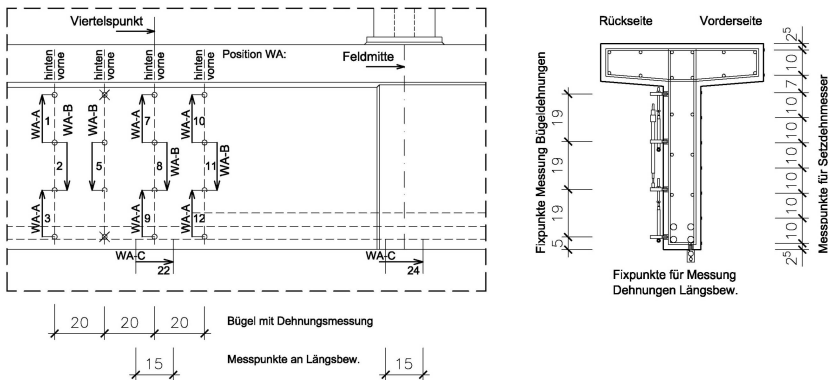


Abb. 5.31: Anordnung der Wegaufnehmer zur Messung der Stahldehnungen im Versuch B-2, links: in der Teilansicht von der Rückseite des Aufbaus, rechts: im Querschnitt.

## 5.3 Materialkennwerte der Versuchsträger A und B

### 5.3.1 Bewehrung

Die gesamte Betonstahlbewehrung des Typs BSt 500 S wurde für beide Träger zusammen bestellt und angeliefert. Aus der Lieferung wurden stichprobenartig von jedem Stabdurchmesser die Zugproben für die Materialprüfungen entnommen. Je Durchmesser wurden mindestens vier Proben entnommen. Die Stäbe des Typs GEWI Plus der Firma Suspa-DSI mit dem Durchmesser 28 mm wurden separat bestellt und angeliefert. Die Stäbe dieses Typs werden aus Stahl S 670/800 hergestellt. Auch hiervon wurden vier Zugproben entnommen. Die Mittelwerte der je Durchmesser ermittelten Materialkennwerte wurden für die Berechnung beider Träger zugrunde gelegt.

Von den Proben der Stäbe mit den Durchmessern 8 und 12 mm wurden die Werkstoffkennwerte direkt an den gerippten Stäben ermittelt, je Durchmesser an vier Proben. Ergänzend wurden vier weitere Proben des Durchmessers 8 mm geprüft, bei denen identisch zu den Bügeln in den Versuchsträgern Gewindebolzen in der Mitte der Probenlänge aufgeschweißt wurden. Damit war eine zusätzliche Kontrolle der Materialeigenschaften nach dem Schweißen möglich. Wie die entsprechenden Ergebnisse in Tab. 5.3 zeigen, hat das Aufschweißen der Bolzen offensichtlich keinen nennenswerten Einfluss auf die Materialeigenschaften der Stäbe. Für die Stäbe des Durchmessers 25 und 28 mm wurden aus den Bewehrungsstäben je vier runde Zugproben der Form A nach DIN 50125:2004-01 hergestellt. Dies war erforderlich, weil die im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau vorhandene Zugprüfmaschine nur Kräfte bis maximal 250 kN aufbringen kann.

$d_s$ [mm]	Probenform	$f_{yum}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{yom}$ ( $f_{0,2m}$ ) [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{um}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$E_{sm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\epsilon_{um}$ [%]
8	gerippt	-	605	631	~200.000	7,9
	gerippt mit Bolzen	-	603	627	~200.000	7,0
12	gerippt	576	585	637	~200.000	16,6
25	Form A, 12 mm	414	428	600	203.400	-
28	Form A, 12 mm	-	532	725	208.300	-

Tab. 5.3: Materialeigenschaften der Bewehrungsstähle als Mittelwerte der Materialprüfung; mit  $f_{yum}$ : untere Streckgrenze,  $f_{yom}$ : obere Streckgrenze (beides bei warmverformten Stählen),  $f_{0,2m}$ : 0,2%-Dehngrenze (bei kaltverformten Stählen),  $E_{sm}$ : Elastizitätsmodul,  $\epsilon_{um}$ : Bruchdehnung.

Die Zugversuche für die Durchmesser 8 mm und 12 mm wurden vom Materialprüfamt der Technischen Universität Kaiserslautern durchgeführt. Als Ergebnisse liegen hier je Versuch nur die Höchstlast und das mit dem Extensometer analog aufgezeichnete Kraft-Weg-Diagramm auf Millimeterpapier vor. Aus dem Kraft-Weg-Diagramm wurden jeweils der Elastizitätsmodul und die Streck- bzw. Dehngrenze ermittelt, wobei der Elastizitätsmodul nur näherungsweise bestimmt werden konnte. Anhand der zuvor aufgebrachten Markierungen auf den Proben wurde zusätzlich die

Bruchdehnung ermittelt. Die Zugversuche für die Durchmesser 25 mm und 28 mm wurden an der Zugprüfmaschine des Labors für Konstruktiven Ingenieurbau durchgeführt. Hier konnten die Dehnungen über ein digitales Extensometer bis oberhalb der Höchstlast aufgezeichnet werden. Die Bruchdehnung wurde bei diesen Proben nicht ermittelt. Die Ergebnisse der Materialprüfungen sind in Tab. 5.3 zusammengefasst.

Für die Durchmesser 25 mm und 28 mm sind zusätzlich die aus der Extensometermessung ermittelten  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme in Abb. 5.32 und Abb. 5.33 dargestellt.

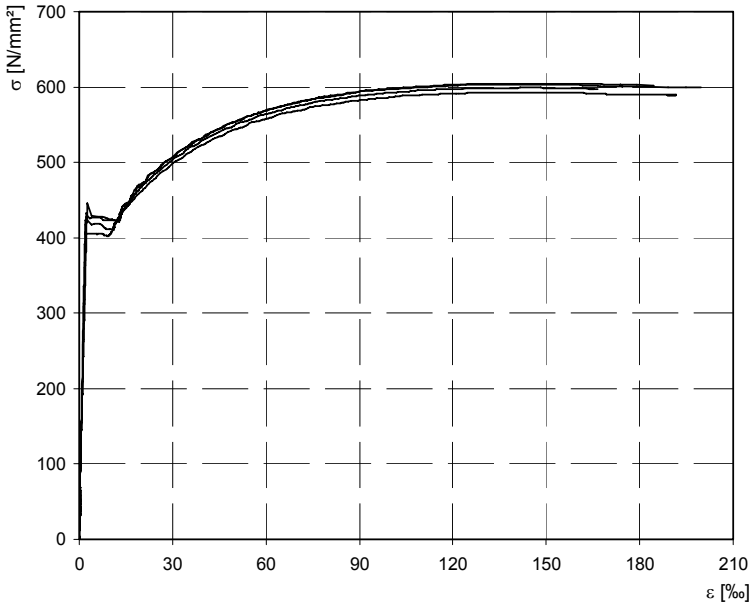


Abb. 5.32:  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme der Zugproben von den Stäben Durchmesser 25 mm.

Aus diesen beiden Diagrammen kann die Dehnung beim Erreichen der Zugfestigkeit bestimmt werden, über die in Kap. 5.5.2 die Steigung des Verfestigungsbereichs im bilinearen Werkstoffgesetz für die Versuchsnachrechnung ermittelt werden kann.

Die Ergebnisse der Durchmesser 25 mm und 28 mm zeigen, dass hier die für den jeweils bestellten Werkstoff erforderlichen Mindestanforderungen nicht erfüllt wurden. Die Stäbe vom Durchmesser 25 mm (BSt 500) wiesen eine Streckgrenze von deutlich unter  $500 \text{ N/mm}^2$  auf. Die Stäbe vom Durchmesser 28 mm (S 670) erreichten nicht die erforderliche 0,2%-Dehngrenze von  $670 \text{ N/mm}^2$ .

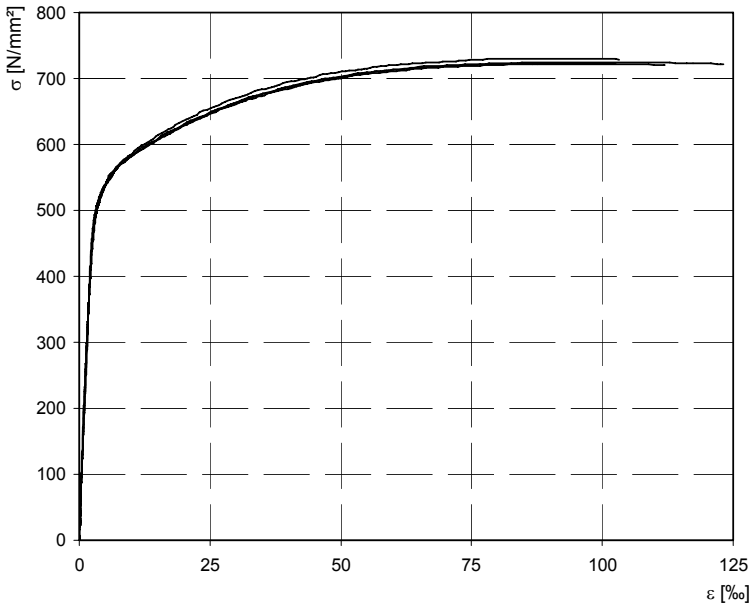


Abb. 5.33:  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme der Zugproben von den Stäben Durchmesser 28 mm.

### 5.3.2 Beton

Da die erforderliche Betonmenge von ca.  $2,5 \text{ m}^3$  je Träger die Kapazitäten des im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau vorhandenen Zwangsmischers übersteigt, wurde für beide Träger Transportbeton verwendet. Dabei wurde auf eine Betonmischung zurückgegriffen, für die aus anderen Forschungsvorhaben entsprechende Erfahrungen zur Festigkeitsentwicklung des Betons vorlagen. Die planmäßigen Eigenschaften des Betons und die Rezeptur sind in Tab. 5.4 zusammengefasst.

Für beide Träger wurden beim Betonieren jeweils neun Probewürfel mit 150 mm Kantenlänge und neun Probezylinder mit 150 mm Durchmesser und 300 mm Höhe hergestellt. Die Probekörper wurden jeweils sieben Tagen im Wasser gelagert. Zur Kontrolle der Festigkeitsentwicklung wurden an je einem Würfel und einem Zylinder nach ca. 7, 14 und 21 Tagen die Würfeldruckfestigkeit und die Spaltzugfestigkeit ermittelt. Je Träger wurden planmäßig an den beiden Versuchstagen an drei Würfeln und drei Zylindern die Würfeldruckfestigkeit, der Elastizitätsmodul und die Spaltzugfestigkeit ermittelt. Die Mittelwerte der gemessenen und der daraus berechneten Größen von den insgesamt vier Versuchstagen sind in Tab. 5.5 zusammengefasst. Die Ermittlung der berechneten Werte erfolgte analog zu Kap. 4.3.

Vergleich der ETB mit eigenen Versuchen

<b>Festigkeitsklasse: C20/25</b>		Lieferant: TBG Westpfalz		
<b>Konsistenz: F.3</b>		Werk: Pirmasens		
<b>Größtkorn: 16 mm</b>		Bezeichnung: 3UNI		
Ausgangsstoff	Art	Gehalt [kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte [kg/dm <sup>3</sup> ]	Volumen [dm <sup>3</sup> ]
Zuschlag	Rheinsand 0/2	657	2,630	249,7
	Rheinkies 2/8	539	2,620	205,6
	Rheinkies 8/16	734	2,630	279,1
Zement	CEM II A-S 42,5 N	250	3,100	80,6
Wasser	Trinkwasser	175	1,000	175,0
Luft	-	-	-	10,0
Summe	-	2355	2,355	1000,0
Mehlkorngehalt		251		
Feinstsandgehalt inkl. Mehlkoranteil		347		
w/z-Wert		0,70		

Tab. 5.4: Planmäßige Eigenschaften und Rezeptur des verwendeten Transportbetons.

Träger	A		B	
	A-1	A-2	B-1	B-2
Versuch				
Betonalter [Tage]	32	28	32	38
$f_{cm,cube}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	38,15 <sup>1)</sup>	37,09	33,97	37,76 <sup>3)</sup>
$f_{ct,sp}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	3,09	2,79	3,10	2,76 <sup>3)</sup>
$E_{cm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	28.389 <sup>2)</sup>	26.067	28.514 <sup>2)</sup>	28.387 <sup>3)</sup>
$f_{cm,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	31,73	30,84	28,24	31,40
$f_{1cm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	30,14	29,30	26,83	29,83
$f_{ctm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	2,78	2,51	2,79	2,42
$E_{c0m}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	32.631	29.959	32.995	32.578
$\epsilon_{c1}$ [‰]	-2,17	-2,15	-2,10	-2,17

Tab. 5.5: Festbetoneigenschaften für die beiden Versuchsträger an den jeweiligen Versuchstagen;  $f_{cm,cube}$ : gemessene Würfeldruckfestigkeit (150 mm),  $f_{ct,sp}$ : gemessene Spaltzugfestigkeit,  $E_{cm}$ : gemessener Elastizitätsmodul als Sekantenmodul,  $f_{cm,cyl}$ : berechnete Zylinderdruckfestigkeit (150 / 300 mm),  $f_{1cm}$ : berechnete einaxiale Druckfestigkeit,  $f_{ctm}$ : berechnete Zugfestigkeit,  $E_{c0m}$ : berechneter Elastizitätsmodul als Tangentenmodul,  $\epsilon_{c1}$ : berechnete Stauchung beim Erreichen der Druckfestigkeit.

<sup>1)</sup> Gemessen nach 37 Tagen, linear interpoliert auf den Wert nach 32 Tagen.

<sup>2)</sup> Mittelwert aus 2 Werten, Wert der 3. Probe als „Ausreißer“ gestrichen.

<sup>3)</sup> Mittelwert aus 2 Werten, da nur noch zwei Probekörper vorhanden waren.

## 5.4 Versuchsbeschreibung

### 5.4.1 Versuch A-1

Bei Versuch A-1 wurde zunächst nur die Kraft  $F_1$  in Feldmitte gesteigert (siehe Abb. 5.34, Bereich A), bis die Längsbewehrung im zu untersuchenden Schubbereich die Fließgrenze fast erreicht hatte. Dabei wurde die Belastung in Schritten von je 50 kN erhöht. Nach Erreichen jeder Laststufe wurde die Verformung für ca. 15 Minuten gehalten. In dieser Zeit wurden bei jeder zweiten Laststufe die Verzerrungen im Bereich des Messrasters erfasst. Zusätzlich wurden dabei auf der dem Messraster abgewandten Seite des Trägers die neu entstandenen Risse eingezeichnet. Bei den anderen Laststufen wurden nur die neu entstandenen Risse auf beiden Trägerseiten eingezeichnet. Die Rissbilder wurden jeweils fotografisch dokumentiert.

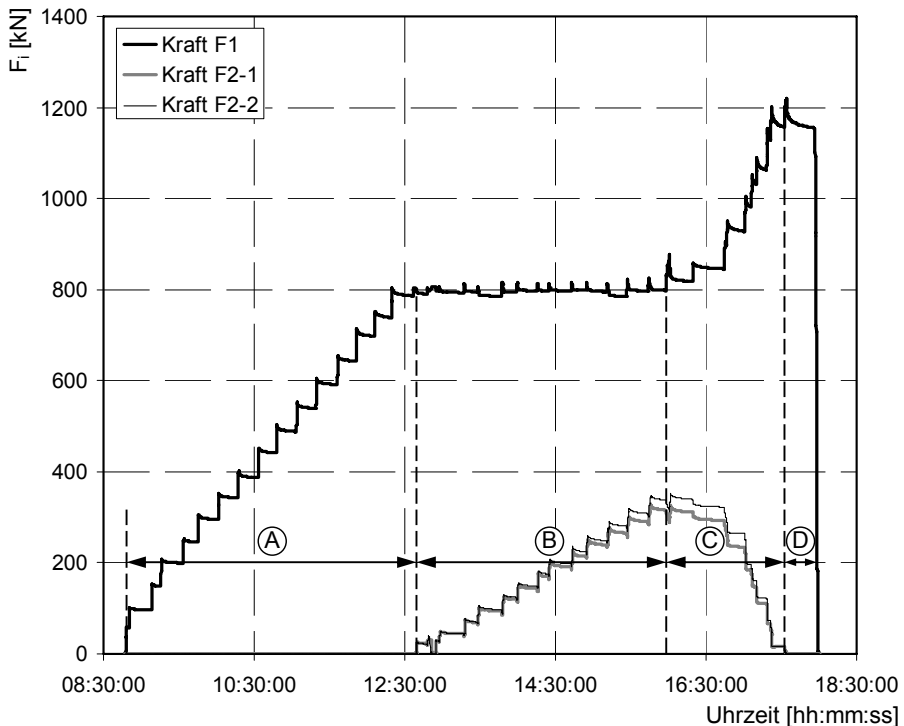


Abb. 5.34: Belastungsgeschichte von Versuch A-1; Anordnung der Pressenkräfte  $F_1$ ,  $F_{2-1}$  und  $F_{2-2}$  siehe Abb. 5.5.

Erste Biegerisse wurden bereits bei Laststufe  $F_1 = 150$  kN festgestellt, der erste Schubriss bei  $F_1 = 250$  kN. Bei Laststufe  $F_1 = 800$  kN erreichten die Dehnungen in der Längsbewehrung an der Stelle  $x = 1,20$  m und in Feldmitte Werte von ca. 2 %. Die Bügeldehnungen betragen zu diesem Zeitpunkt maximal 1,7 %. Die Rissbreiten betragen maximal etwa 0,2 bis 0,3 mm. Daraufhin wurden die beiden unten an den Kragarmen angreifenden Lasten  $F_{2-1}$  und  $F_{2-2}$  aufgebracht und bei den weiteren Laststufen gesteigert (siehe Abb. 5.34, Bereich B). Durch die somit beidseitig

eingeleiteten positiven Kragarmmomente wurde das Feldmoment gesteigert, ohne gleichzeitig die Querkraft im Feld zu erhöhen. Während der Laststeigerung an den Kragarmen musste die Kraft  $F_1$  in Feldmitte jeweils nachreguliert werden, um einer Entlastung im Feld entgegenzuwirken. Die Kräfte  $F_{2-1}$  und  $F_{2-2}$  wurden in Laststufen von jeweils 25 kN gesteigert. Auf diese Weise wurden die Lasten bis  $F_{2-1} = 326$  kN bzw.  $F_{2-2} = 347$  kN erhöht. Bis zu diesem Zeitpunkt konnten bei etwa gleich bleibender Querkraft eine deutliche Zunahme der Dehnungen in dem Bügeln und ein Anwachsen der Schubrissbreite auf Werte über 1 mm beobachtet werden. Damit konnte zumindest der grundsätzliche Einfluss des Biegemomentes auf Bügeldehnungen im Versuch gezeigt werden. Eine merkliche Umlagerung dieser Dehnungen von der Zugzone in die Druckzone konnte bis zu diesem Zeitpunkt jedoch nicht festgestellt werden.

Da die Hälfte der in der Feldmitte aufgebrauchten Last  $F_1$  nicht überschritten werden durfte, sollte daraufhin zunächst die Belastung in Feldmitte schrittweise um jeweils 25 kN erhöht werden, um im Anschluss daran die Lasten an den beiden Kragarmen wiederum zu steigern. Bei der Laststeigerung auf eine Kraft von  $F_1 = 875$  kN weitete sich ein bereits vorhandener Riss im Verankerungsbereich der abgestuften Längsbewehrung jedoch deutlich auf und kündigte damit ein lokales Versagen der Verankerung in diesem Bereich an (vgl. Abb. 5.35). Der Riss ging zudem genau durch den unteren Messabschnitt am Bügel bei  $x = 1,20$  m und ist in der entsprechenden Messung durch ein schnelles Anwachsen der Dehnungen zu erkennen (vgl. Abb. 5.60). Durch das lokale Versagen wurde die Messung an diesem Bügel also deutlich gestört. Weil damit die Aussagekraft der Dehnungsmessungen in diesem Bereich sehr eingeschränkt war und zudem die Längsbewehrung im Bereich der beiden benachbarten Bügel, die ebenfalls mit Messtechnik ausgestattet waren, offensichtlich noch nicht die Fließgrenze erreicht hatte, wurde das eigentliche Ziel des Versuchs aufgegeben. Eine Beobachtung der Umlagerung der Bügeldehnungen schien in diesem Versuch nicht mehr möglich zu sein.

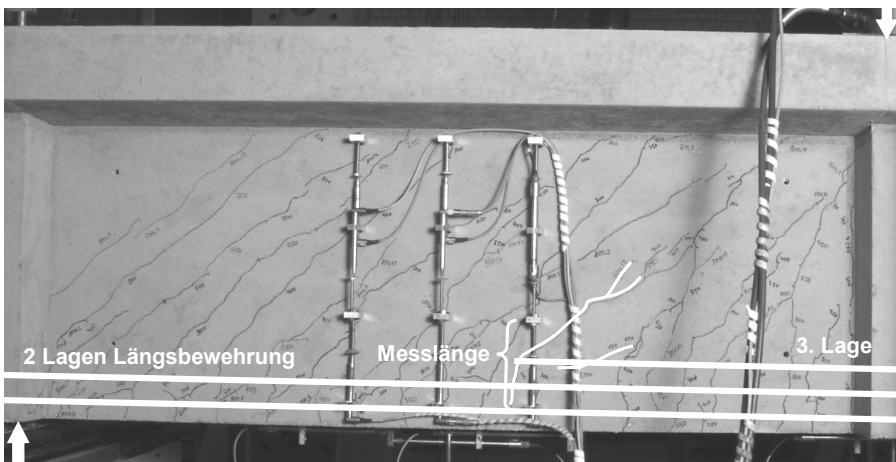


Abb. 5.35: Ankündigung eines lokalen Verankerungsbruchs der abgestuften Längsbewehrung im maßgebenden Messbereich (Ansicht der Trägerrückseite).

Daraufhin wurde nur noch die Last  $F_1$  im Feld in Schritten von je 50 kN gesteigert (siehe Abb. 5.34, Bereich C), wobei die Lasten an den beiden Kragarmen nicht mehr nachgeregelt wurden. Dadurch bewirkte die Steigerung von Last  $F_1$  nur noch eine geringfügige Vergrößerung des maximalen Feldmomentes, während die Querkraft jeweils direkt gesteigert wurde. Im Last-Verformungs-Diagramm in Abb. 5.36, in dem der Verlauf des maximalen Biegemomentes und der Querkraft im Messbereich über der Durchbiegung in Feldmitte aufgetragen ist, kann man dies gut erkennen. Dort ist auch das jeweils resultierende Verhältnis von Biegemoment und Querkraft eintragen. Dieses erreichte im Maximum einen Wert von 2,84.

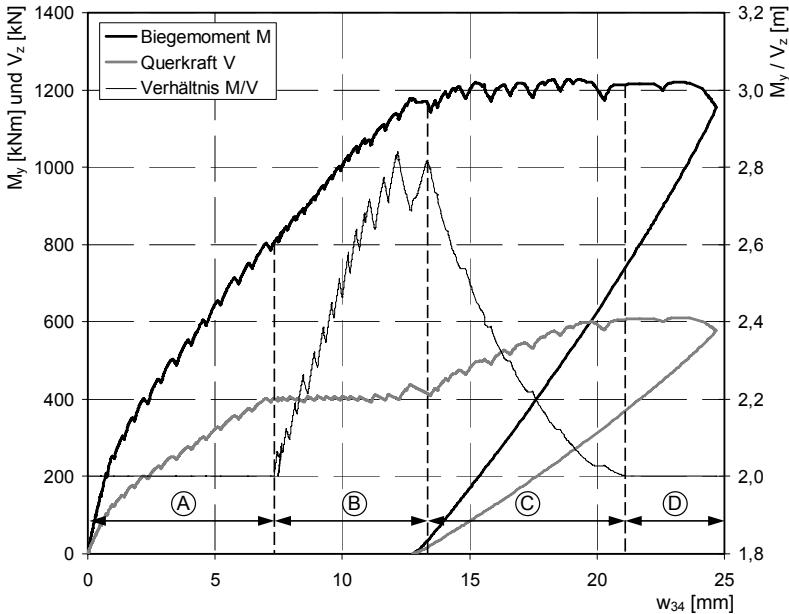


Abb. 5.36: Belastungs-Verformungs-Diagramm: maximales Feldmoment  $M_y$  und Querkraft  $V_z$  (links) sowie deren Verhältnis  $M_y / V_z$  (rechts) aufgetragen über der Durchbiegung in Feldmitte  $w_{34}$ .

Bei der letzten Laststeigerung wurde eine maximale Kraft von  $F_1 = 1220$  kN erreicht, wobei die Kräfte an den Kragarmen auf null abfielen. Die Kraft  $F_1$  nahm nach dem Abstellen der Hydraulik sofort sehr stark ab, während die Durchbiegungen im Feld weiter zunahm. Damit deutete sich an, dass die maximal mögliche Belastung des Trägers erreicht war. Da sich zudem im Zuge der letzten Laststeigerung in Feldmitte die verbleibende Druckzone sehr stark eingeschnürt hatte und das eigentliche Versuchsziel ohnehin nicht mehr erreicht werden konnte, wurde der Versuch abgebrochen. Das abschließende Rissbild wurde nochmals eingezeichnet und fotografiert (vgl. Abb. 5.37). Dort sind gut die Biegerisse zu erkennen, die in Feldmitte die Druckzone auf ca. 10 cm Höhe einschnüren. Auf Höhe der 3. Bewehrungslage ist zudem ein horizontaler Riss zu erkennen, der seinen Ursprung an der Verankerungsstelle dieser Bewehrung hat. Die genaue Versagensart konnte für diesen Versuch damit nicht bestimmt werden.



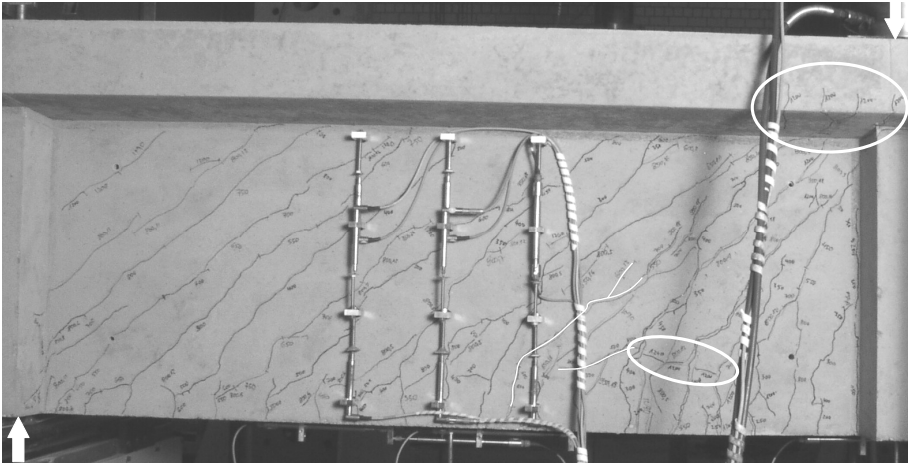


Abb. 5.37: Abschließendes Rissbild mit Einschnürung der Druckzone in Feldmitte und horizontalem Riss in Höhe der 3. Bewehrungslage (Ansicht der Trägerrückseite).

#### 5.4.2 Versuch B-1

Bei Versuch B-1 wurden sowohl die Last  $F_1$  in Feldmitte, als auch die beiden Lasten  $F_{2-1}$  und  $F_{2-2}$  auf den Kragarmen gesteigert. Dabei wurde möglichst ein Kräfteverhältnis von  $F_1 / F_{2-1}$  von 2 eingehalten. Die Last wurde schrittweise im Feld um 50 kN gesteigert. Die Belastungsgeschichte und der zeitliche Verlauf des Kräfteverhältnisses sind in Abb. 5.38 dargestellt. Wie man sieht, konnte das Kräfteverhältnis bis auf einzelne Ausreißer während der Laststeigerung weitgehend bei 2 gehalten werden. Der zeitliche Verlauf der daraus resultierenden Biegemomente über der Stütze, in Feldmitte und in der Mitte des untersuchten Messbereichs ist in Abb. 5.39 dargestellt. Das Ziel, den Momentennulldurchgang innerhalb des untersuchten Messbereichs zu halten, wurde erreicht. Damit war es im Versuch möglich, die Auswirkungen der durch die Schubbeanspruchung hervorgerufenen zusätzlichen Stabverlängerung für einen Vergleich mit den Ergebnissen der ETB zu erfassen.

Auch bei diesem Versuch wurden nach jeder zweiten Laststufe die Verzerrungen des Messrasters erfasst, während gleichzeitig auf der gegenüberliegenden Seite des Trägers die neu entstandenen Risse eingezeichnet und fotografisch dokumentiert wurden. In dieser Zeit wurden wie bei Versuch A-1 die Verformungen möglichst konstant gehalten. Erfolgte bei einer Laststufe keine Erfassung der Verzerrungen, wurden jeweils die neu entstandenen Risse auf beiden Seiten des Trägers eingezeichnet und dokumentiert.

Die ersten Biegerisse wurden bei Laststufe  $F_1 = 350$  kN festgestellt, die ersten Schubrisse bei  $F_1 = 500$  kN. Die Schubrisse bildeten sich zunächst fächerförmig beidseitig des Auflagers. Bei Laststufe  $F_1 = 600$  kN bildeten sich erste Schubrisse zwischen dem Messbereich und der Feldmitte aus. Erst bei den Laststufen  $F_1 = 850$  kN und  $F_1 = 950$  kN bildete sich jeweils ein durchgehender großer Schubriss quer über den Messbereich hinweg. Bei den gemessenen Bügeldehnungen ist diese Rissbildung gut als horizontaler Sprung zu erkennen (vgl. Abb. 5.61).

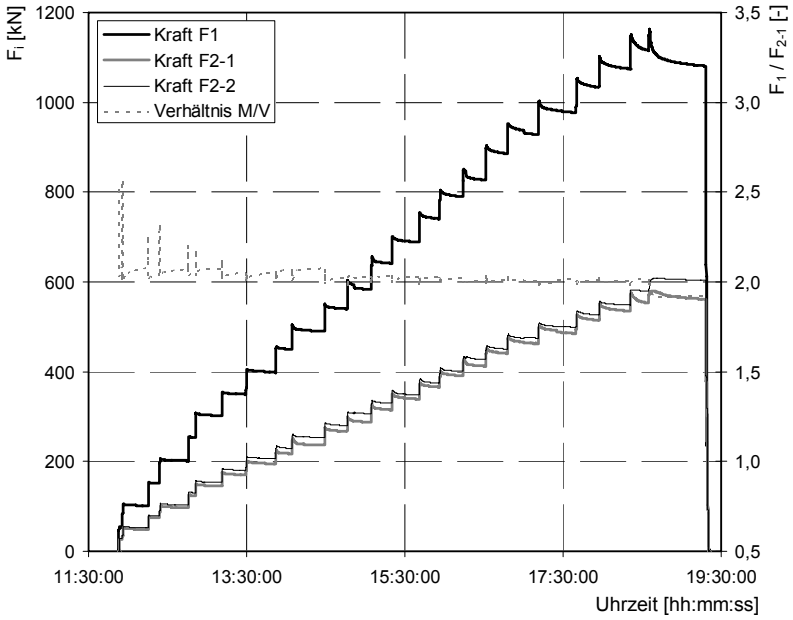


Abb. 5.38: Belastungsgeschichte von Versuch B-1 und zeitlicher Verlauf des Verhältnisses der Pressenkräfte  $F_1 / F_{2-1}$ ; Anordnung der Pressenkräfte  $F_1, F_{2-1}$  und  $F_{2-2}$  siehe Abb. 5.8.

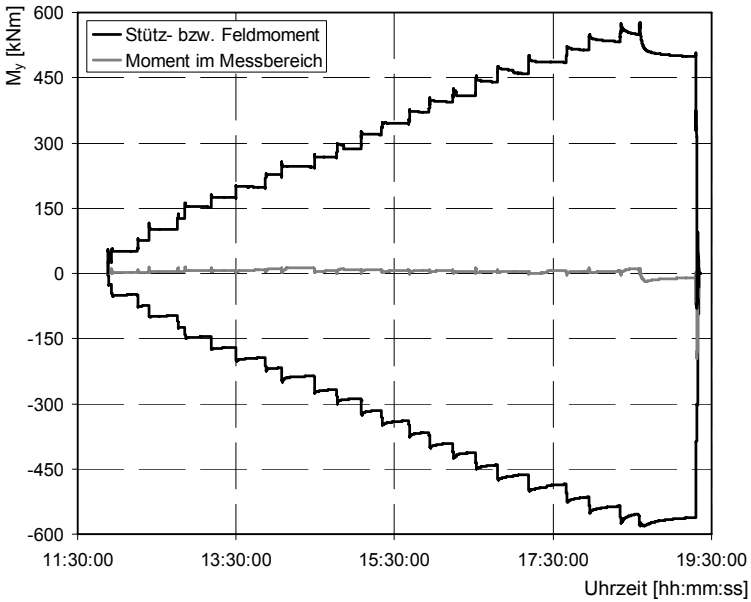


Abb. 5.39: Zeitlicher Verlauf von Stützmoment, Feldmoment und Moment in der Mitte des untersuchten Schubereichs.

Bei  $F_1 = 1150 \text{ kN}$  begann der Beton entlang der Rissufer direkt neben dem Auflager leicht abzuplatzen. Die Schubrissbreite betrug dort bereits  $2,5 \text{ mm}$ . Die Last fiel in der Folge deutlich stärker als bei vorangegangenen Laststufen ab. Nach dem Dokumentieren der Risse wurde versucht, die nächste Laststufe anzufahren. Dabei wurde nur noch eine maximale Last von  $F_1 = 1163 \text{ kN}$  erreicht, bevor nur noch die Verformung vergrößert werden konnte. Dabei brach der Beton zwischen den Schubrissen in der Nähe des Auflagers rechtwinklig zur Rissrichtung durch. Vor Erreichen des Schubversagens in diesem Bereich des Trägers, wurden die Hydraulikaggregate angehalten. Die Last in Feldmitte fiel daraufhin sehr schnell ab und blieb bei etwa  $1080 \text{ kN}$  relativ stabil. Abschließend konnten so noch einmal die Verzerrungen gemessen und die Risse dokumentiert werden.

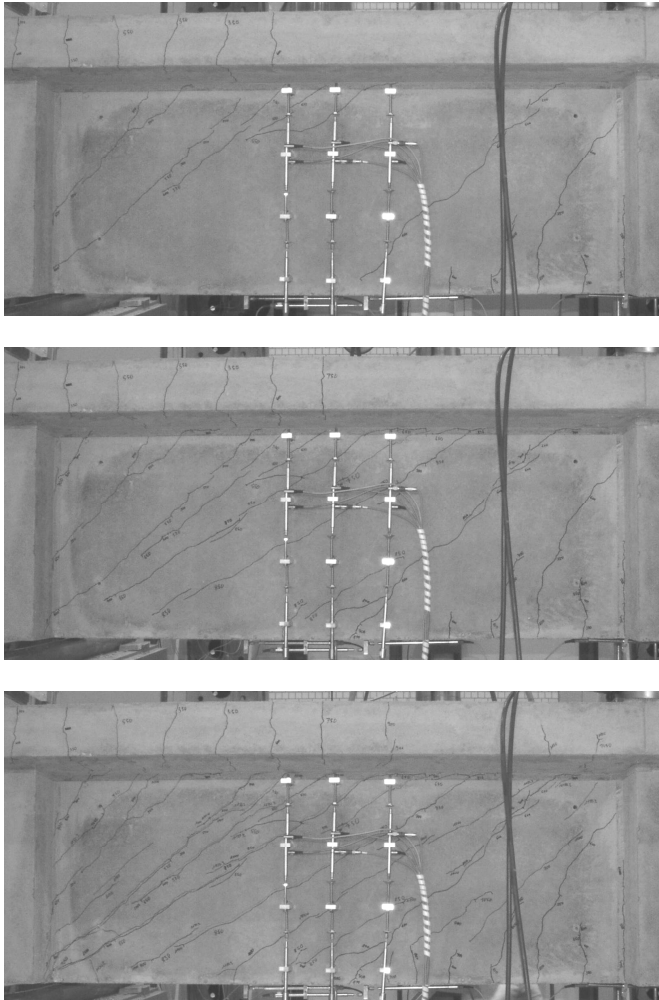


Abb. 5.40: Entwicklung der Schubrisse; oben: Risse zum Auflager und zur Lasteinleitung hin bei  $F_1 = 600 \text{ kN}$ ; Mitte: erster Riss über den Messbereich hinweg bei  $F_1 = 850 \text{ kN}$ ; unten: abschließendes „Bruchbild“ bei  $F_1 = 1163 \text{ kN}$  (Ansicht der Trägerrückseite).

### 5.4.3 Versuch A-2

Bei Versuch A-2 wurde der Träger nur durch die Last  $F_1$  in Feldmitte belastet. Auch hier wurde die Belastung schrittweise um je 50 kN gesteigert und anschließend die Verformung für etwa 15 Minuten gehalten. Die Messung der Verzerrungen des Messrasters erfolgte wiederum nach jeder zweiten Laststufe, wobei dann nur auf einer Trägerseite die neu entstandenen Risse eingezeichnet wurden. Anderenfalls wurden auch hier die Risse auf beiden Seiten eingezeichnet. Die Belastungsgeschichte des Trägers im Versuch A-2 ist in Abb. 5.41 dargestellt. Bei den höheren Laststufen ist hier deutlich der starke Abfall der Last  $F_1$  unmittelbar nach dem Anfahren der nächsten Laststufe zu erkennen.

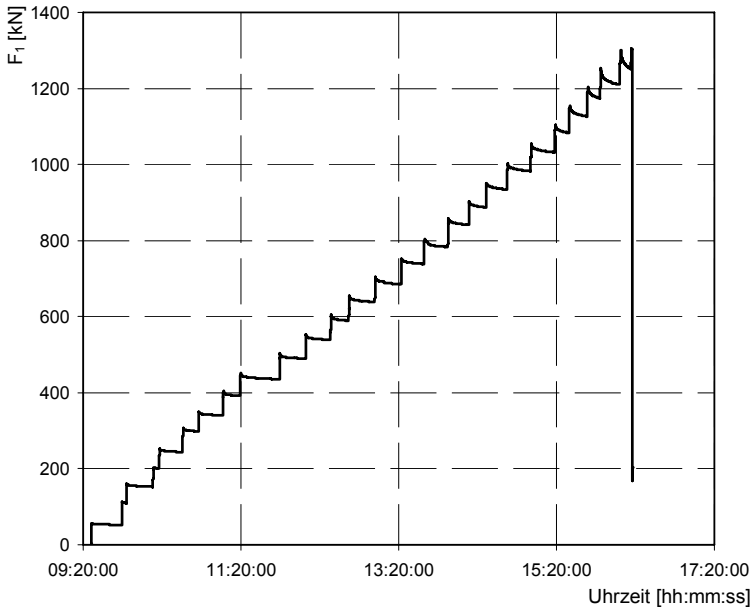


Abb. 5.41: Belastungsgeschichte von Versuch A-2.

Der erste Biegriss wurde bei Laststufe  $F_1 = 200$  kN festgestellt, der erste Schubriss bei 350 kN. Mit der Laststufe  $F_1 = 750$  kN war die Schubrissbildung im Wesentlichen abgeschlossen, wobei sich noch bis unmittelbar vor dem Bruch einzelne kleinere Zwischenrisse und Verästelungen bestehender Risse ausbildeten. Bei Laststufe  $F_1 = 1150$  kN reichten die ersten Biegerisse bis in den oberen Gurt des Trägers hinein. Beim Anfahren der Laststufe  $F_1 = 1300$  kN kündigte sich das Versagen im Last-Verformungs-Diagramm bereits durch eine deutlich flachere Steigung an (vgl. Abb. 5.42). Daraufhin wurden noch einmal abschließend die Risse eingezeichnet und fotografiert. Beim Anfahren der nächsten Laststufe wurde nur noch eine maximale Last von  $F_1 = 1305$  kN erreicht, bevor der Träger durch das Versagen von insgesamt sieben Bügeln zu Bruch ging. Dabei platzen große Teile der Betondeckung insbesondere im unteren Teil des Trägers ab. Der entstandene Riss reichte von der Lasteinleitung quer durch den kompletten Träger bis zum Auflager. Nur die untere und obere Längsbewehrung hielt den Träger jetzt noch zusammen (vgl. Abb. 5.43).

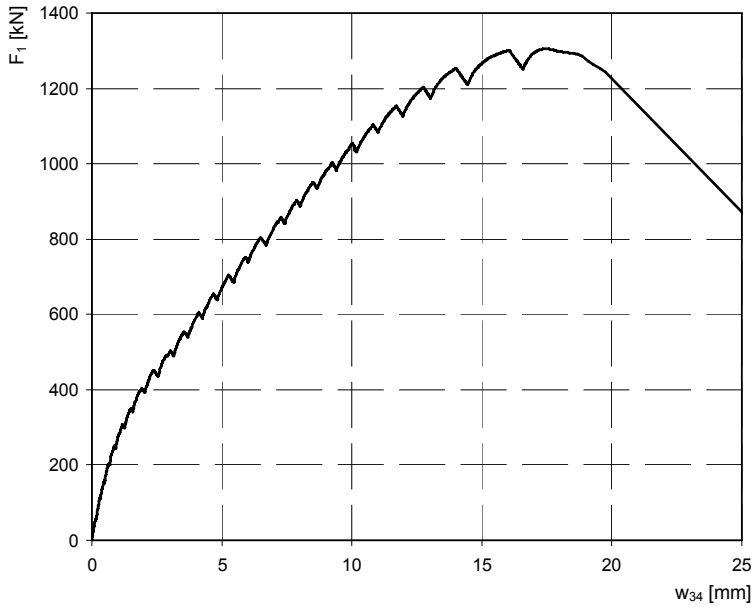


Abb. 5.42: Belastungs-Verformungs-Diagramm von Versuch A-2: Pressenkraft  $F_1$  aufgetragen über der Durchbiegung in Feldmitte  $w_{34}$ .

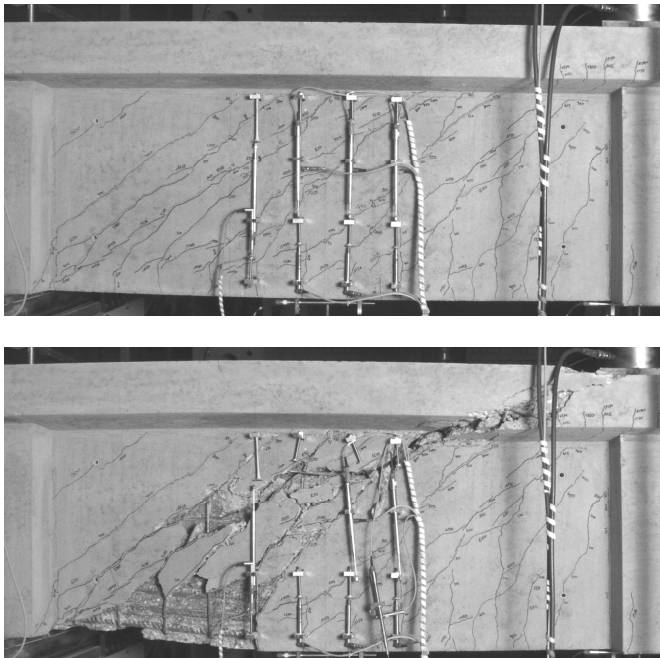


Abb. 5.43: oben: Rissbild unmittelbar vor dem Bruch; unten: abschließendes Bruchbild (Ansicht der Trägerrückseite).

#### 5.4.4 Versuch B-2

Im Versuchsaufbau, in der schrittweisen Belastungssteigerung und im prinzipiellen Ablauf der Messungen und der Dokumentation der entstandenen Risse unterschied sich Versuch B-2 nicht von Versuch A-2. Die Belastungsgeschichte des Trägers im Versuch B-2 ist in Abb. 5.44 dargestellt. Abweichend von Versuch A-2 ist hier zu erkennen, dass die Belastung nach Erreichen der Laststufe  $F_1 = 300$  kN und insbesondere nach Erreichen der Laststufe  $F_1 = 350$  kN rapide abgefallen ist. Die Ursache hierfür war ein nicht richtig geschlossenes Ablassventil am Hydraulikaggregat, was jedoch unmittelbar behoben werden konnte. Nach dem Einzeichnen der Risse wurde deshalb die nächste Laststufe schrittweise mit kurzen Pausen angefahren. Die gemessenen Verzerrungen von Laststufe  $F_1 = 300$  kN können allerdings nicht für den Vergleich mit der Berechnung herangezogen werden.

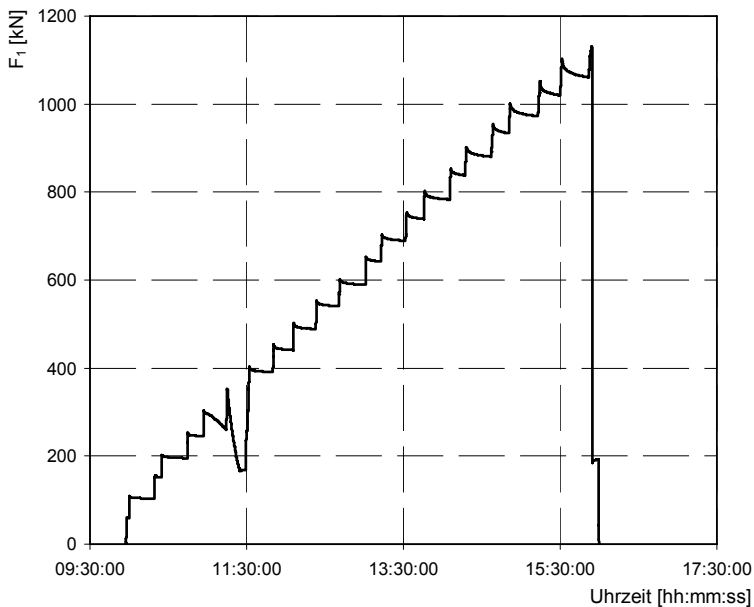


Abb. 5.44: Belastungsgeschichte von Versuch B-2.

Der erste Biegeriss wurde hier bei Laststufe  $F_1 = 250$  kN festgestellt, der erste Schubriss bereits bei 300 kN. Mit der Laststufe  $F_1 = 750$  kN war die Schubrissbildung wiederum im Wesentlichen abgeschlossen, wobei sich auch hier noch einzelne kleinere Zwischenrisse und Verästelungen bestehender Risse ausbildeten. Bereits bei Laststufe  $F_1 = 1050$  kN reichten die ersten Biegerisse bis in den oberen Gurt hinein. Beim Anfahren der Laststufen  $F_1 = 1050$  kN und 1100 kN wurde die Kurve im Last-Verformungs-Diagramm zwar bereits etwas flacher (vgl. Abb. 5.45), das Versagen kündigte sich jedoch nicht so deutlich an. Beim Anfahren der nächsten Laststufe wurde jedoch nur noch eine maximale Last von  $F_1 = 1132$  kN erreicht, bevor der Träger durch das Versagen von insgesamt fünf Bügeln zu Bruch ging. Es stellte sich ein ähnliches Bruchbild wie bei Versuch A-2 ein, wobei der entstandene Riss etwas weiter aufklaffte (vgl. Abb. 5.46).

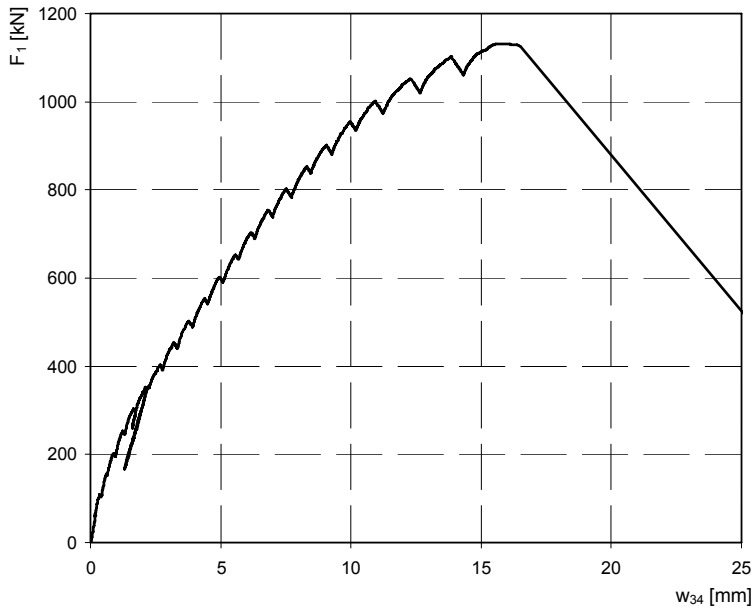


Abb. 5.45: Belastungs-Verformungs-Diagramm von Versuch B-2: Pressenkraft  $F_1$  aufgetragen über der Durchbiegung in Feldmitte  $w_{34}$ .

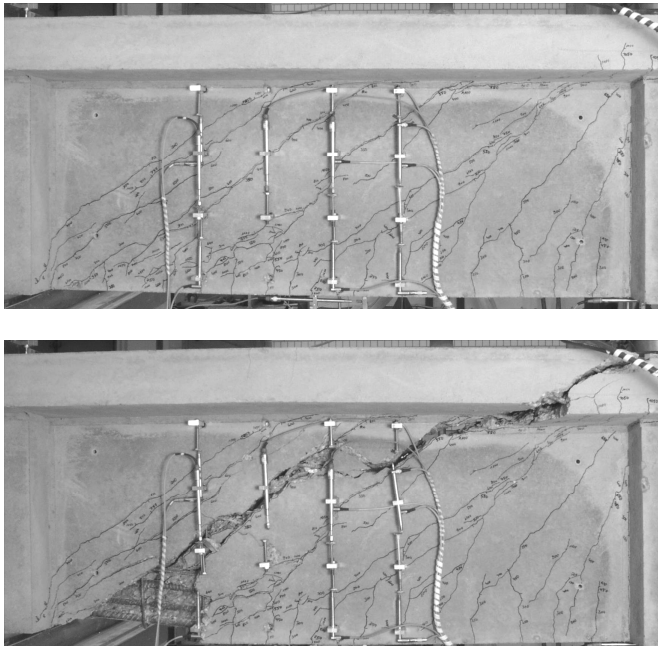


Abb. 5.46: oben: Rissbild unmittelbar vor dem Bruch; unten: abschließendes Bruchbild (Ansicht der Trägerrückseite).

## 5.5 Berechnungsgrundlagen und Auswertung der Messwerte

### 5.5.1 Diskretisierung des Querschnitts für die Berechnung

Der Plattenbalkenquerschnitt der Träger A und B wurde für die Diskretisierung wie in Abb. 5.47 dargestellt in Knoten und Scheiben unterteilt. Die einzelnen Scheiben wurden weiter in unterschiedlich viele Scheibenelemente unterteilt. Mit dem zur Berechnung verwendeten Programm „KuK QuMe“ (vgl. Anwendungshandbuch: *Hartung et al 2003*) ist bisher noch keine Berücksichtigung des TST infolge diskreter Bewehrungsquerschnitte möglich, wenn diese innerhalb von Scheiben angeordnet sind. Der Effekt kann nur für diskrete Bewehrungsquerschnitte innerhalb von Knotenelementen sowie für gleichmäßig verteilte Längsbewehrung und Bügel innerhalb von Scheiben erfasst werden. Deshalb wurden die zwei bzw. drei Lagen der Biegezugbewehrung auf der Trägerunterseite, die innerhalb der Stegscheibe liegen, als gleichmäßig verteilte Längsbewehrung angesetzt. Dazu wurde die Stegscheibe in mehrere einzelne Scheiben unterteilt. In den Scheiben 4, 6 und 8 wurde dann die Biegezugbewehrung über einen prozentualen Bewehrungsgrad berücksichtigt. Der Einfluss dieser Bewehrung auf das TST wird somit in Rechnung gestellt. In Querschnitten mit nur zwei Lagen Längsbewehrung entfielen die Knoten und Scheiben mit den Nummern 4 und 5; die Scheibe 3 reichte dann bis zum Knoten 6. Die in den Scheiben 1 bis 3 und im Knoten 2 vorhandene Längsbewehrung mit dem Durchmesser 12 mm wurde ebenfalls über einen prozentualen Bewehrungsgrad berücksichtigt, womit die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen und damit letztlich die Querschnittssteifigkeit erhöht wird.

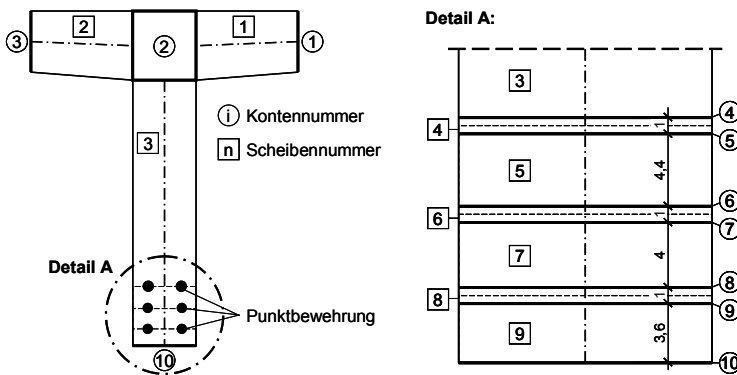


Abb. 5.47: Unterteilung des Trägerquerschnitts in Knoten und Scheiben für die Berechnung.

In gleicher Weise erfolgt die Diskretisierung der Plattenbalken- und Rechteckquerschnitte, die in Kap. 4 nachgerechnet werden.



### 5.5.2 Eingabewerte der Materialgesetze für die Berechnung

Für den Beton wurden je Versuch die in Tab. 5.5 angegebenen Werte der einaxialen Druckfestigkeit  $f_{1cm}$ , der Zugfestigkeit  $f_{1ctm}$ , des Tangentenmoduls  $E_{c0m}$  und der Stauchung  $\varepsilon_{c1}$  beim Erreichen der Druckfestigkeit angesetzt. Wie in Kap. 4.4 beschrieben wurde damit jeweils ein  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm des Betons in Anlehnung an Bild 22 in *DIN 1045-1 2008* definiert. Der jeweils anzusetzende Beiwert  $v_{max}$  für die maximale Abminderung der Druckfestigkeit bei gleichzeitig vorhandenem Querzug wurde wie in Kap. 4.5.2.1 beschrieben nach *Nielsen 1990* ermittelt.

Für die Bewehrung wurde wie in Kap. 4.4 beschrieben je Stabdurchmesser ein bilineares  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramm zugrunde gelegt, das ab einem Wert von  $0,95 \cdot f_{ym}$  bzw.  $0,95 \cdot f_{0,2m}$  mit einer Tangens-Hyperbolicus-Funktion ausgerundet wurde. Die Steigung des Verfestigungsbereichs wurde näherungsweise anhand der Zugfestigkeit und der gemessenen Bruchdehnung ermittelt. Für die Stäbe mit den Durchmessern 25 und 28 mm wurde statt der Bruchdehnung die mittlere Dehnung beim Erreichen der Zugfestigkeit angesetzt, die jeweils aus Abb. 5.32 und Abb. 5.33 abgelesen werden kann. Die letztlich für die Berechnung angesetzten Werte sind Tab. 5.6 zu entnehmen. Die dort verwendeten Bezeichnungen sind rechts erläutert. Die Definition der Fließgrenze  $\varepsilon_y$  erfolgte wie in Abb. 4.10 dargestellt.

$\emptyset$	Träger A und B					Bezeichnungen
	$E_0$	$E_z$	$\sigma_z$	$\Delta\sigma_z$	$\varepsilon_y$	
8	200.000	340	574,8	30,2	3,17	
12	200.000	320	555,8	29,2	3,07	
25	203.400	1.160	406,6	21,4	2,21	
28	208.300	2.210	505,4	26,6	2,68	

Dimensionen:  $E_0, E_z, \sigma_z$  und  $\Delta\sigma_z$  in  $\text{MN/m}^2$ ,  $\varepsilon_y$  in ‰,  $\emptyset$  in mm

Tab. 5.6: Idealisierte Materialeigenschaften der Stähle für die Berechnungen.

### 5.5.3 Berechnete Querschnitte

Für die Ermittlung der rechnerischen Versagenslasten wurden zunächst wie in Kap. 4.4 beschrieben je Versuch drei Schnitte im maßgebenden Trägerabschnitt berechnet. Zwei Querschnitte liegen jeweils im Abstand der Trägerhöhe  $h$  von der Lagerachse bzw. der Achse der Lasteinleitung im Feld. Der dritte Querschnitt liegt in der Mitte zwischen Lager und Lasteinleitung. Für Versuch B-1 wurde zusätzlich ein Querschnitt im Feld in 20 cm Entfernung vom Auflager berechnet. An dieser Stelle kündigte sich im Versuch der Bruch durch Schubrisssbreiten von etwa 2,5 mm an.

Zum Vergleich der Bügeldehnungen wurden jeweils die Querschnitte an den Stellen im Träger berechnet, an denen die Bügel mit der beschriebenen Messtechnik zur Erfassung der Dehnungen ausgestattet wurden. Die Lage dieser Bügel und damit die Lage der berechneten Querschnitte ist in Kap. 5.2.6 angegeben.

Im Bereich des aufgeklebten Messpunkterasters zur Erfassung der Querschnittsverzerrungen wurden insgesamt fünf Querschnitte berechnet. Sie liegen jeweils in der Mitte zwischen zwei der insgesamt sechs vertikalen Messpunktreihen und sind somit jeweils 10 cm voneinander entfernt. Die dort ermittelten Verzerrungen können mit den Verzerrungen der 10 x 10 cm großen Elemente des Messrasters verglichen werden. Dazu wurden die Ergebnisse der Berechnungen abschnittsweise auf einer Höhe von 10 cm zu mitteln.

#### 5.5.4 Bestimmung der mittleren Bügeldehnung je Messlänge

In den Versuchen erfolgte die Erfassung der Bügeldehnungen jeweils über die abschnittsweise Messung der Bügelverlängerung auf einer planmäßigen Messlänge von 190 mm. Über den Bezug auf die vor dem Versuch gemessene Ausgangslänge jedes Messabschnitts wurde im Nachlauf die mittlere Bügeldehnung eines Abschnitts berechnet. Aus der Berechnung nach ETB ergibt sich hingegen im Allgemeinen über die Steghöhe ein stetiger Verlauf der Bügeldehnungen. Um daraus die mittlere Dehnung eines Messabschnitts zu bestimmen, wurde aus den beiden Werten an den Rändern des Abschnitts sowie aus drei weiteren Stützpunkten der Mittelwert im jeweiligen Abschnitt gebildet (vgl. Abb. 5.48).

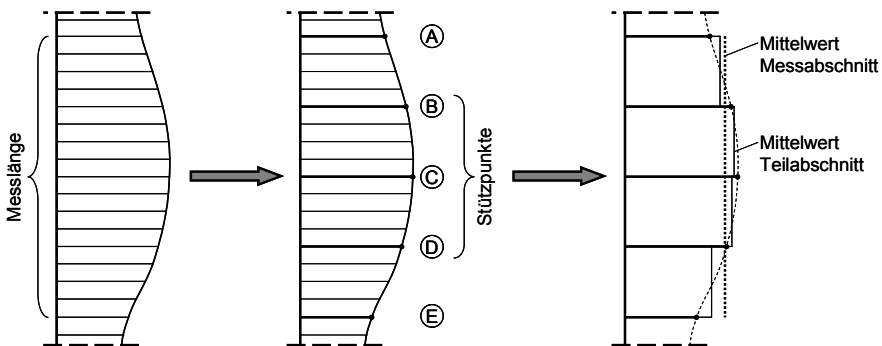


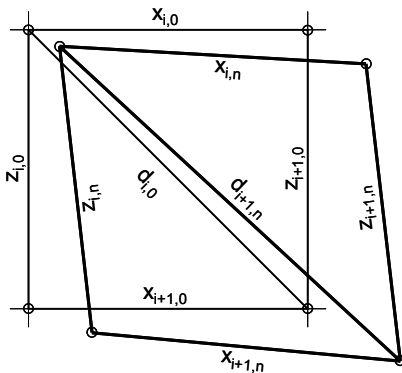
Abb. 5.48: Bestimmung der mittleren Dehnung innerhalb eines Messabschnitts durch die Berechnung des Mittelwertes über die Fläche.

#### 5.5.5 Ermittlung der Verzerrungen des Messrasters

Zur Erfassung der Querschnittsverzerrungen wurden bei allen vier Versuchen die horizontalen, vertikalen und diagonalen Abstände eines zuvor aufgeklebten Rasters aus Messpunkten mit einem Setzdehnmesser ermittelt. In Abb. 5.49 sind für ein Element  $i$  links die im Versuch gemessenen Strecken für die Laststufen 0 und  $n$  dargestellt. Durch den Bezug der unter der Belastung auftretenden Änderungen dieser Abstände auf die zuvor ermittelte Ausgangslänge konnten daraus bereits die Dehnungen in der jeweiligen Richtung berechnet werden. Was jedoch zwangsläufig unbestimmt bleiben muss, ist die relative Lage der 10 x 10 cm großen Elemente im Bezug zu ihrer jeweiligen Ausgangslage.

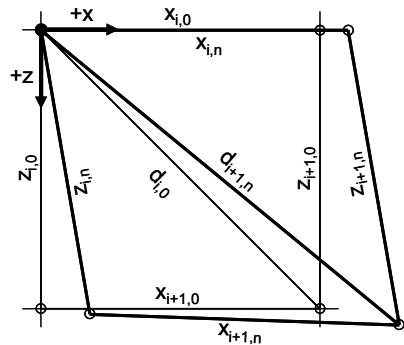
Da es trotz der Verwendung einer quadratischen Setzhilfe unweigerlich geringfügige Abweichungen in der horizontalen bzw. vertikalen Ausrichtung der einzelnen Messstrecken gab, war es zunächst erforderlich eine Bezugsachse zu definieren. Da diese anfängliche Festlegung nur einen kleinen Einfluss auf die Ergebnisse hat und die Versuchsauswertung damit deutlich vereinfacht wurde, erfolgte diese Definition für jedes Element separat. Dazu wurde jeweils die Richtung der oberen horizontalen Messstrecke in der Laststufe 0 als Stablängsrichtung definiert. Rechtwinklig zu dieser x-Achse wurde nach unten gerichtet die z-Achse definiert. Für die Ermittlung der Verzerrungen eines Elementes in der jeweils betrachteten Laststufe wurde das verzerrte Element gedanklich an der x-Achse ausgerichtet. In Abb. 5.49 ist rechts diese Ausrichtung für ein Element i in Laststufe n dargestellt.

**Gemessene Strecken am Element i für die Laststufen 0 und n**



Die Verschiebung des Element von Laststufe 0 nach n ist unbestimmt. Es werden nur Abstände gemessen.

**Gedankliche Ausrichtung des Elements i für den Bezug zwischen den Laststufen 0 und n**

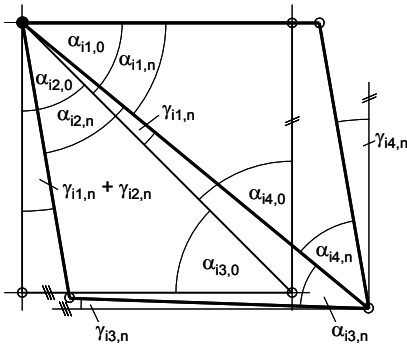


Element wird am linken oberen Eckpunkt und an der Richtung der Strecke  $x_{i,0}$  ausgerichtet.

Abb. 5.49: Gemessene Abstände für eine Element i (links) sowie gedankliche Ausrichtung des verzerrten Elementes in Laststufe n für die weitere Berechnung (rechts).

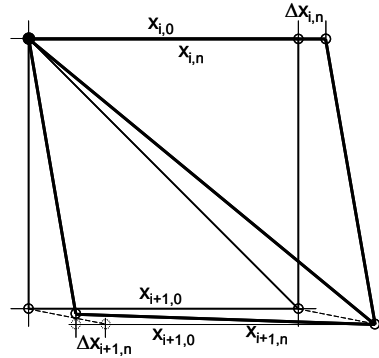
Aus den Differenzen der Winkel zwischen den horizontalen bzw. vertikalen Messstrecken und der diagonalen Strecke konnten an dem gedanklich an der x-Achse ausgerichteten Element oben links und unten rechts je zwei Teilwinkel der Gleitung  $\gamma_i$  ermittelt werden. Diese Teilwinkel selbst stimmen nicht mit den entsprechenden Winkeln am verformten Element vor der gedanklichen Ausrichtung überein. Die beiden Summen der Teilwinkel oben links und unten rechts sind jedoch unabhängig von der Ausrichtung des Elements. Aus beiden Teilsommen wurde dann letztlich der Mittelwert  $\gamma_{im,n}$  gebildet und dem Element i in der Laststufe n zugeordnet wurde (vgl. Abb. 5.50).

**Bestimmung der mittleren Gleitung  $\gamma_{im,n}$  des Elements i für Laststufe n**



$\gamma_{im,n}$  ist der Mittelwert der Winkelsummen  $(\gamma_{i1,n} + \gamma_{i2,n})$  und  $(\gamma_{i3,n} + \gamma_{i4,n})$ . Die Teilwinkel  $\gamma$  ergeben sich aus den Differenzen der Winkel  $\alpha$  für die Laststufen 0 und n.

**Bestimmung der mittleren Längsdehnung  $\epsilon_{xim,n}$  des Elements i für Laststufe n**



$\epsilon_{xim,n}$  ist der Mittelwert der auf die jeweilige Ausgangslänge  $x$  bezogenen Längenänderungen  $\Delta x$  in Richtung der Längsachse.

Abb. 5.50: Ermittlung der mittleren Gleitung (links) und der mittleren Längsdehnung (rechts).

Für die Ermittlung der mittleren Längs- und Querdehnung  $\epsilon_{xim,n}$  und  $\epsilon_{zim,n}$  des Elementes i in der Laststufe n wurden die jeweiligen Längenänderungen oben und unten für die Längsdehnung bzw. links und rechts für die Querdehnung auf die Ausgangslänge in x- und z-Richtung bezogen. Aus beiden Werten wurde für die Längs- und Querrichtung jeweils der Mittelwert gebildet (vgl. Abb. 5.50). Aus den so ermittelten Werten für die Längsdehnung  $\epsilon_{xim,n}$ , Querdehnung  $\epsilon_{zim,n}$  und Gleitung  $\gamma_{im,n}$  konnten dann abschließend die beiden Hauptdehnungen  $\epsilon_{1im,n}$  und  $\epsilon_{2im,n}$  sowie deren Neigungswinkel  $\alpha_{im,n}$  und  $\theta_{im,n}$  berechnet werden.

Aus den in Trägerlängsrichtung gemessenen Längenänderungen an der Trägersoberseite und seitlich am Druckgurt konnten durch Bezug auf die jeweilige Ausgangslänge des Messabschnitts direkt die Längsdehnungen ermittelt werden.

**5.5.6 Einwirkende Schnittgrößen**

Abgesehen von den zusätzlich berücksichtigten Schnittgrößen infolge des Trägereigengewichts ergab sich aus dem Versuchsaufbau für die beiden Versuche A-2 und B-2 in jedem Querschnitt ein konstantes Verhältnis von Biegemoment und Querkraft. Wie Abb. 5.39 zeigt, gilt dies auch näherungsweise für den Versuch B-1, bei dem die einwirkenden Kräfte an den Kragarmen und in Feldmitte so geregelt wurden, dass Stütz- und Feldmoment jeweils etwa gleich groß waren.

Im Versuch A-1 wurde das Verhältnis von Biegemoment und Querkraft während des Versuchs gezielt verändert. Aus den im Versuch aufgebrauchten Kräften ergab sich für die Stelle bei  $x = 1,00$  m der in Abb. 5.51 angegebene Verlauf der Belastung, der bei der Berechnung ebenfalls anzusetzen ist. Für die weiten Querschnitte war analog zu verfahren.

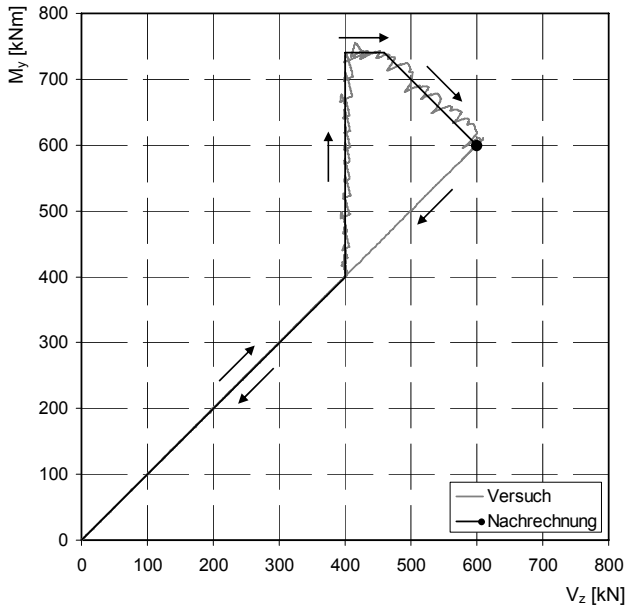


Abb. 5.51: Versuch A-1: Aus den aufgebrachtten Kräften resultierender Verlauf der Schnittgrößen an der Stelle  $x = 1,00$  m für die Nachrechnung des Versuchs.

## 5.6 Darstellung, Vergleich und Bewertung der Ergebnisse

### 5.6.1 Tragfähigkeit

Bei **Versuch A-1** tritt rechnerisch bereits bei einer Querkraft  $V_z$  von 400 kN ein Fließen der Bügel im oberen Bereich des Steges auf. Ausgelöst wird dieses Versagen während der querkraftunabhängigen Steigerung des Biegemomentes  $M_y$  dadurch, dass die Dehnung in der Längsbewehrung die Fließgrenze des verwendeten Betonstahls erreicht. In diesem Fall kommt es wie oben beschrieben zu einer Verlagerung der Schubabtragung in die Druckzone und damit zu einer Umlagerung der Bügeldehnung in diesen Querschnittsteil. Die Dehnungen nehmen dort mit steigender Beanspruchung sehr schnell zu (vgl. Abb. 5.57 in Kap. 5.6.2).

Dieses Versagensbild kann nicht unmittelbar mit den Versuchsbeobachtungen verglichen werden, weil bei der Versuchsdurchführung die beschriebene Umlagerung nicht beobachtet werden konnte. Die Längsbewehrung erreichte zwar während der Steigerung des Feldmomentes die anhand von Zugproben ermittelte Fließgrenze, ein Fließen der Bewehrung konnte aber in dieser Phase des Versuchs nicht festgestellt werden. Somit konnten auch nicht die Umlagerungen und das daraus resultierende Versagen der Bügel beobachtet werden.

Bei der anschließenden Steigerung der Querkraft trat wie oben beschrieben bei einer Kraft von  $F_1 = 875 \text{ kN}$  – also einer Querkraft von ca.  $438 \text{ kN}$  – ein lokaler Verankerungsbruch der gestaffelten Längsbewehrung auf, der das weitere Trag- und Verformungsverhalten des Trägers beeinflusst hat. Die Belastung konnte danach noch bis auf  $F_1 = 1220 \text{ kN}$  ( $V_z = 610 \text{ kN}$ ) gesteigert werden, wobei der Träger abschließend nicht bis zum Eintritt eines sichtbaren Bruchs weiter verformt wurde. Aufgrund des aufgetretenen Verankerungsbruchs wurde der Versuch der statistischen Auswertung in Kap. 4 nicht berücksichtigt.

In Abb. 5.52 ist die berechnete Verteilung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{sw}$  unmittelbar vor dem Bruch und im Bruchzustand dargestellt, wenn die Belastung der Kragarme nicht berücksichtigt wird. Dieser Zustand ohne Kragarmbelastung wurde im Versuch kurz vor Ende erreicht, als die Kräfte  $F_2$  auf null abfielen. Der Vergleich mit dem in Abb. 5.57 in Kap. 5.6.2 dargestellten Belastungszustand zeigt, wie stark die rechnerische Querkrafttragfähigkeit vom Verhältnis zwischen Biegemoment und Querkraft abhängt. Der Bruchzustand wird hiernach erst bei einer Querkraft von  $522 \text{ kN}$  erreicht, wobei hier ein gleichzeitiges Versagen der Bügel und des Betons im oberen Bereich des Steges auftritt.

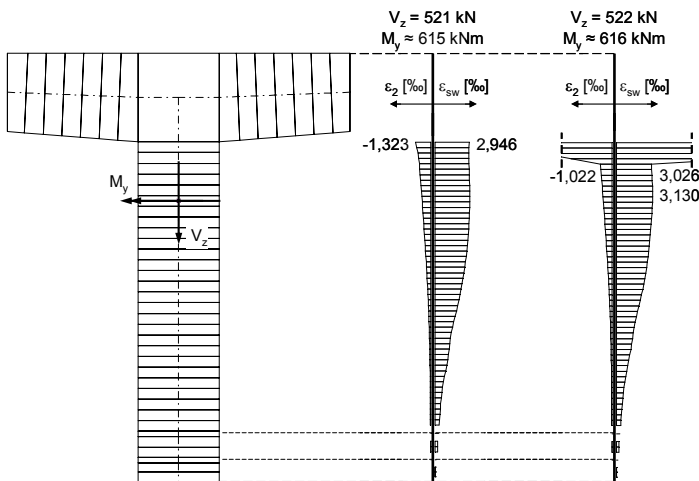


Abb. 5.52: Versuch A-1: Verteilung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{sw}$  im rechnerischen Bruchzustand für den Querschnitt bei  $x = 1,18 \text{ m}$ ; hier unter Vernachlässigung der Belastung der Kragarme.

Nach *DIN 1045-1 2008* beträgt die Querkrafttragfähigkeit des Trägers  $V_{Ru} = 575 \text{ kN}$ . Hier werden rechnerisch die Bügel maßgebend. Die Ermittlung der Tragfähigkeit nach dem Fachwerkmodell von *DIN 1045-1 2008* erfolgt für diesen und die drei weiteren Versuche wie in Kap. 4.3 beschrieben.

Für **Versuch B-1** wurde zusätzlich zu den üblicherweise betrachteten drei Schnitten ein im Feld gelegener Schnitt im Abstand  $x = 0,20$  m vom Auflager betrachtet, weil dieser Trägerbereich im Versuch maßgebend war. Für den Querschnitt im Abstand  $h$  von der Lasteinleitung im Feld tritt bei einer Querkraft  $V_z$  von 599 kN rechnerisch ein gleichzeitiges Versagen der Bügel und des Betons im oberen Bereich des Steges auftritt. In Abb. 5.53 ist die rechnerische Verteilung der Hauptstauchung  $\varepsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\varepsilon_{sw}$  unmittelbar vor dem Bruch und im Bruchzustand dargestellt.

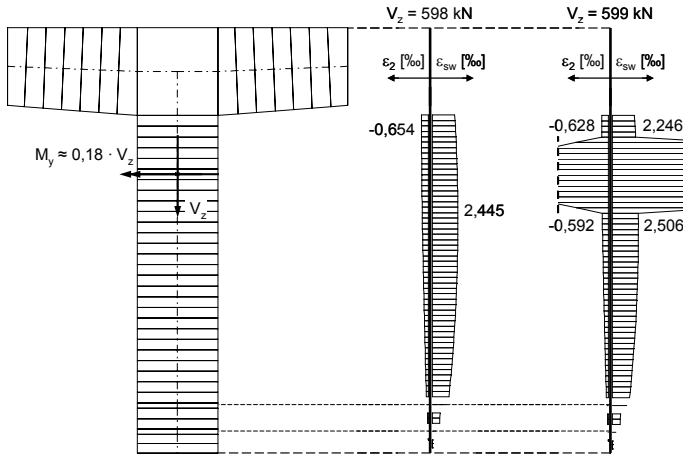


Abb. 5.53: Versuch B-1: Verteilung der Hauptstauchung  $\varepsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\varepsilon_{sw}$  im rechnerischen Bruchzustand für den Querschnitt bei  $x = 1,18$  m.

Allerdings erreichen die Bügeldehnungen im zusätzlich betrachteten Querschnitt nahe dem Auflager bereits bei einer Querkraft  $V_z$  von 585 kN rechnerisch die Fließgrenze der Bügel. Dies passt gut zu den im Versuch auf diesem Lastniveau beobachteten Schubrissbreiten von etwa 2,5 mm. Bei einer weiteren Laststeigerung über dieses in Kap. 4.5.2.2 definierte Versagenskriterium hinaus tritt rechnerisch bei einer Querkraft von 596 kN ebenfalls ein gleichzeitiges Versagen der Bügel und des Betons im Steg auf, hier jedoch etwas tiefer in Stegmitte. In Abb. 5.54 ist die rechnerische Verteilung der Hauptstauchung  $\varepsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\varepsilon_{sw}$  für diese Belastungszustände dargestellt.

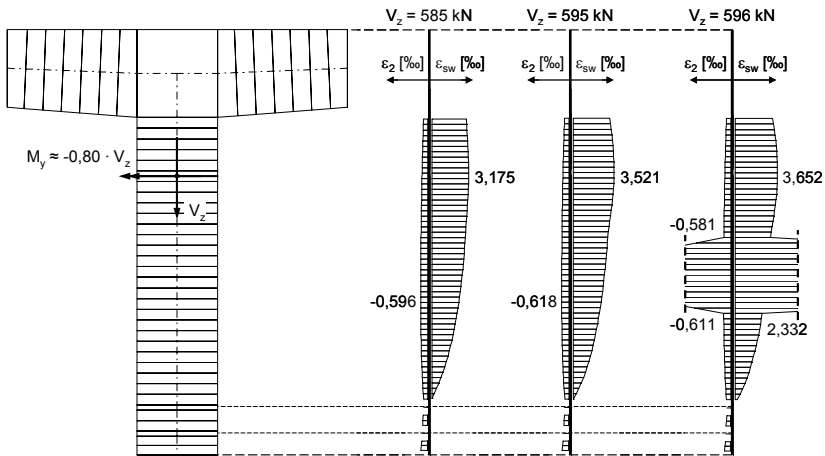


Abb. 5.54: Versuch B-1: Verteilung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{sw}$  im rechnerischen Bruchzustand für den Querschnitt bei  $x = 0,20$  m.

Im Versuch wurde eine maximale Last in Feldmitte von  $F_1 = 1163$  kN erreicht. Unter Berücksichtigung der leicht unterschiedlichen Belastung der Kragarme und des zusätzlich wirksamen Eigengewichts des Trägers entspricht dies einer Querkraft  $V_z$  von 581 kN, die sich als maximal aufnehmbare Querkraft aus dem Versuch ergibt. Dieser Wert stimmt sehr gut mit der berechneten Tragfähigkeit für den Schnitt bei  $x = 0,20$  m überein. Der Vergleich deutet also darauf hin, dass mit der ETB auch bei Durchlaufträgern eine zuverlässige Ermittlung der Querschnittstragfähigkeit im Diskontinuitätsbereich der Auflager möglich ist, obwohl deren Anwendung innerhalb der Störbereiche eigentlich den zugrundeliegenden Annahmen widerspricht. Eine statistisch abgesicherte Untersuchung hierzu ist in dieser Arbeit jedoch nicht möglich, da die Versuchsdatenbank in *Reineck 1999* nur sehr wenige Versuche an Durchlaufträgern oder Trägern mit einer entsprechenden Kragarmbelastung enthält.

Nach *DIN 1045-1 2008* beträgt die Querkrafttragfähigkeit des Trägers  $V_{Ru} = 407$  kN. Hier werden rechnerisch die Bügel maßgebend.

Bei **Versuch A-2** wird rechnerisch wiederum der Schnitt im Abstand  $h$  von der Lasteinleitung maßgebend. Bei einer Querkraft  $V_z$  von 568 kN wird das definierte Versagenskriterium der Bügel erreicht; die Bügeldehnung überschreitet die Fließgrenze. In der Berechnung kann die Beanspruchung des Querschnitts darüber hinaus noch gesteigert werden, bis bei einer Querkraft von 599 kN die Bügeldehnungen im gesamten Steg auf Werte über 6,5 % anwachsen und dadurch auch die Betonstauchungen schlagartig anwachsen. Die entsprechende rechnerische Verteilung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{sw}$  ist in Abb. 5.55 dargestellt.



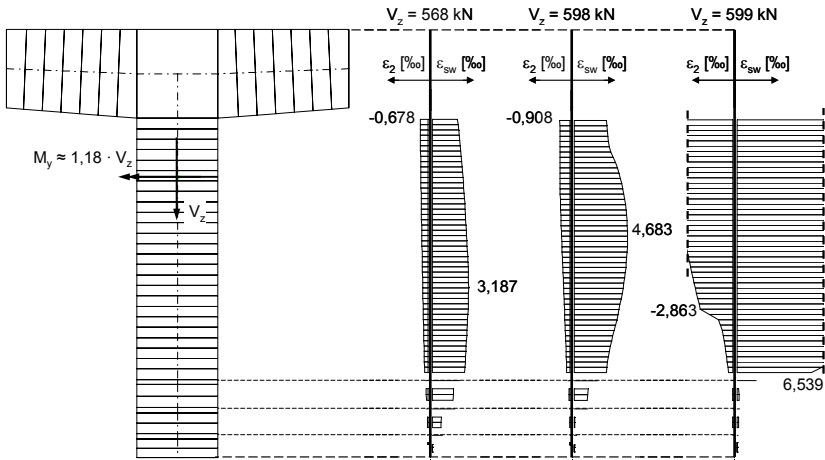


Abb. 5.55: Versuch A-2: Verteilung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{SW}$  im rechnerischen Bruchzustand für den Querschnitt bei  $x = 1,18$  m.

Bereits bei einer Querkraft von 586 kN erreichen im Schnitt im Viertelpunkt die Bügeldehnungen die Fließgrenze. Insgesamt stimmen diese Berechnungsergebnisse sehr gut mit den Versuchsergebnissen überein. Im Versuch sind beim Bruch mehrere nebeneinanderliegende Bügel gerissen und es kam zu großflächigen Betonabplatzungen. Abzüglich der an der maßgebenden Stelle wirkenden Querkraft infolge Eigenlast wurde im Versuch eine maximale Querkraft von 646 kN erreicht.

Nach *DIN 1045-1 2008* beträgt die Querkrafttragfähigkeit des Trägers  $V_{Ru} = 396$  kN. Hier werden rechnerisch ebenfalls die Bügel maßgebend.

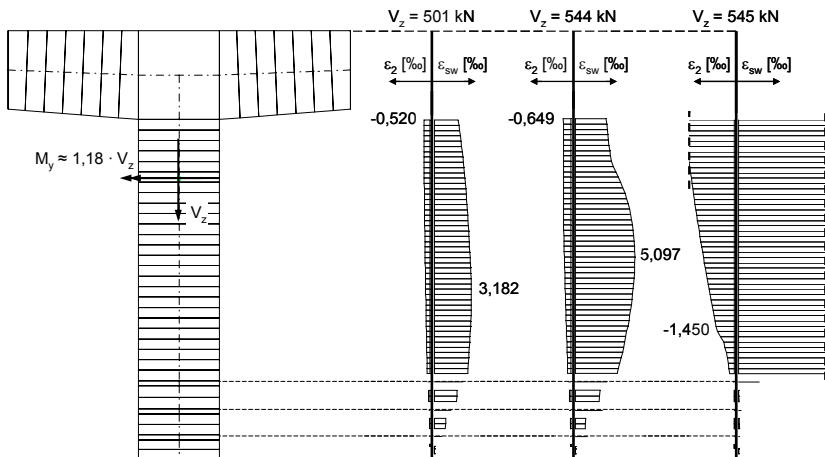


Abb. 5.56: Versuch B-2: Verteilung der Hauptstauchung  $\epsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\epsilon_{SW}$  im rechnerischen Bruchzustand für den Querschnitt bei  $x = 1,18$  m.

Wie oben beschrieben, war das Versagensbild von **Versuch B-2** nahezu identisch zu dem von Versuch A-2. Ebenso verhält es sich mit den Berechnungsergebnissen nach der ETB. Maßgebend wird auch hier zunächst der Schnitt im Abstand  $h$  von der Lasteinleitung, in dem bei einer Querkraft  $V_z$  von 501 kN die Bügeldehnungen die Fließgrenze erreichen. Erst bei einer Querkraft von 545 kN kommt es hier zu einem schlagartigen Versagen der Bügel, in dessen Folge auch die Betonstauchungen stark zunehmen. Bereits bei  $V_z = 516$  kN bzw. bei  $V_z = 535$  kN erreichen die Bügeldehnungen in den beiden anderen betrachteten Schnitten die Fließgrenze. In Abb. 5.56 ist für den Schnitt im Abstand  $h$  von der Lasteinleitung die rechnerische Verteilung der Hauptstauchung  $\varepsilon_2$  und der Bügeldehnung  $\varepsilon_{sw}$  für verschiedene Belastungszustände dargestellt.

Auch hier stimmen die Berechnungsergebnisse sehr gut mit den Versuchsergebnissen überein. Beim Bruch rissen mehrere nebeneinanderliegende Bügel und es traten wiederum großflächige Betonabplatzungen auf. Abzüglich der an der maßgebenden Stelle wirkenden Querkraft infolge Eigenlast wurde im Versuch eine maximale Querkraft von 560 kN erreicht.

Die Querkrafttragfähigkeit des Trägers beträgt nach *DIN 1045-1 2008* nur  $V_{Ru} = 316$  kN. Auch hier werden rechnerisch die Bügel maßgebend.

Für den Vergleich der verschiedenen Ergebnisse ist in Tab. 5.7 die in den Versuchen ermittelte Querkrafttragfähigkeit den Berechnungsergebnissen nach *DIN 1045-1 2008* und ETB gegenüber gestellt. Für die Ergebnisse nach ETB sind dabei jeweils zwei Werte eingetragen. Zum einen ist dies die Querkraft bei Erreichen eines der in Kap. 4.5 definierten Versagenskriterien an den in Kap. 4.4 definierten Schnitten (ETB-1). Zum Anderen ist dies die oben bei den einzelnen Versuchen beschriebene, rechnerisch maximal mögliche Querkraft, die sich jeweils aus den über die Versagenskriterien hinaus gehenden Berechnungen oder der rechnerischen Betrachtung weiterer Schnitte ergibt. Dieser zweite Wert (ETB-2) liefert für die Versuche A-1, A-2 und B-2 deutlich wirtschaftlichere Ergebnisse. Für Versuch B-1 wird die Tragfähigkeit nach ETB damit weniger überschätzt. Die Ergebnisse der Versuche B-1, A-2 und B-2 wurden in der statistischen Auswertung in Kap. 4.6 mit einbezogen, wobei dort für die ETB jeweils nur der kleinere Wert der Querkraft berücksichtigt wurde.

Ergänzend ist in Tab. 5.7 die resultierende Sicherheit der jeweiligen Berechnung angegeben. Diese errechnet sich aus dem Verhältnis von maximaler Querkraft im Versuch zur berechneten Querkrafttragfähigkeit. Mit Ausnahme von Versuch A-1 liegen die Ergebnisse nach ETB deutlich günstiger und streuen insgesamt weniger als die Ergebnisse nach *DIN 1045-1 2008*. Mit den eigenen Versuchen können die Ergebnisse von Kap. 4 also prinzipiell bestätigt werden. Auch hier ergeben sich mit den zuvor definierten Versagenskriterien sichere und wirtschaftliche Werte für die Querschnittstragfähigkeit. Die Ursachen für die großen Abweichungen bei Versuch A-1 wurden weiter vorne bereits angegeben.

Versuch / Vergleichswert		Versuch	DIN	ETB-1	ETB-2
A-1	$V_u$ [kN]	610	575	400	522
	Sicherheit [-]	-	1,061	1,525	1,169
B-1	$V_u$ [kN]	<b>581</b>	<b>407</b>	599	<b>585</b>
	Sicherheit [-]	-	<b>1,428</b>	0,970	<b>0,993</b>
A-2	$V_u$ [kN]	<b>646</b>	<b>396</b>	<b>568</b>	599
	Sicherheit [-]	-	<b>1,631</b>	<b>1,137</b>	1,078
B-2	$V_u$ [kN]	<b>560</b>	<b>316</b>	<b>501</b>	545
	Sicherheit [-]	-	<b>1,772</b>	<b>1,118</b>	1,028

Tab. 5.7: Vergleich der Querkrafttragfähigkeit  $V_u$  im Versuch mit den berechneten Tragfähigkeiten nach *DIN 1045-1 2008 (DIN)* und nach ETB mit den Vorgaben aus Kap. 4.4 und 4.5 (**ETB-1**) sowie mit der nach ETB rechnerisch maximal möglichen Tragfähigkeit (**ETB-2**); **fett** dargestellte Werte wurden in Kap. 4.6 berücksichtigt.

### 5.6.2 Bügeldehnung

Rechnerisch erreicht die untere Lage der Längsbewehrung im Versuch A-1 an der Stelle  $x = 1,00$  m die Fließgrenze, wenn bei einer konstanten Querkraft von 400 kN das Biegemoment durch die Steigerung der Kragarmbelastung einen Wert von etwa 600 kNm erreicht. Bei einem Wert von 650 kNm fließen bereits beide Lagen. Im Zuge der Steigerung des Biegemomentes kommt es rechnerisch zu einer Umlagerung und Vergrößerung der Bügeldehnungen. Für fünf aufeinander folgende Laststufen sind die entsprechenden Berechnungsergebnisse in Abb. 5.57 dargestellt. Wie bereits bei der Versuchsbeschreibung in Kap. 5.4.1 angegeben wurde, konnte diese Umlagerung im Versuch nicht beobachtet werden. Ein Blick auf die im Versuch gemessenen mittleren Dehnungen der unteren Längsbewehrung in Abb. 5.58 zeigt, warum das Versuchsziel nicht erreicht werden konnte. Die Dehnungen überschreiten zwar an allen drei Messstellen während der Steigerung des Biegemomentes die im Zugversuch ermittelte Fließgrenze, ein Fließen der Längsbewehrung ist jedoch zunächst nicht zu erkennen. Erst bei der anschließenden Steigerung der Belastung im Feld wird an der Stelle  $x = 1,20$  m ein Fließplateau erreicht. Da im Zuge der Belastungssteigerung im Feld jedoch genau an dieser Stelle der lokale Verankerungsbruch der dritten Bewehrungslage aufgetreten ist, kann dieser Dehnungszuwachs auch durch die dabei aufgetretene Rissbildung an der Trägerunterseite ausgelöst worden sein.

Vergleich der ETB mit eigenen Versuchen

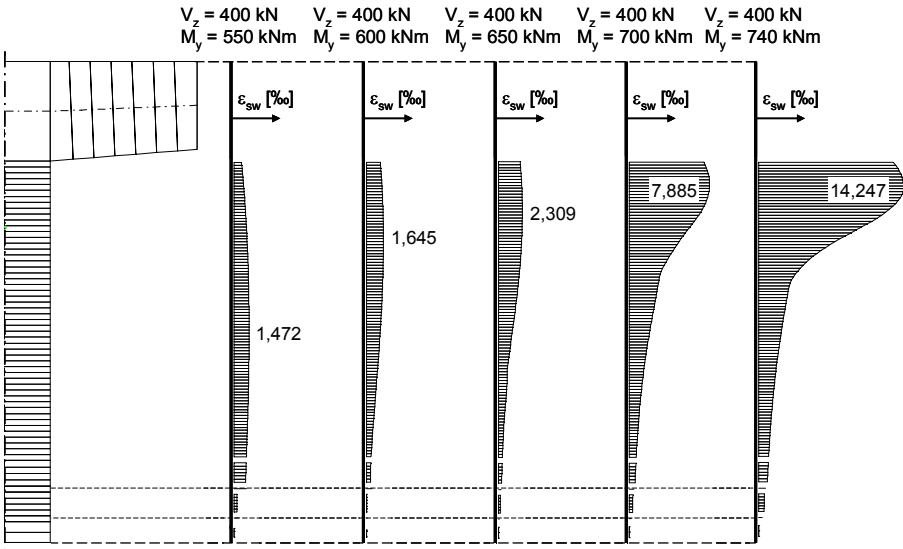


Abb. 5.57: Versuch A-1: rechnerische Verteilung der Bügeldehnung an der Stelle  $x = 1,00 \text{ m}$  während der Steigerung des Biegemomentes.

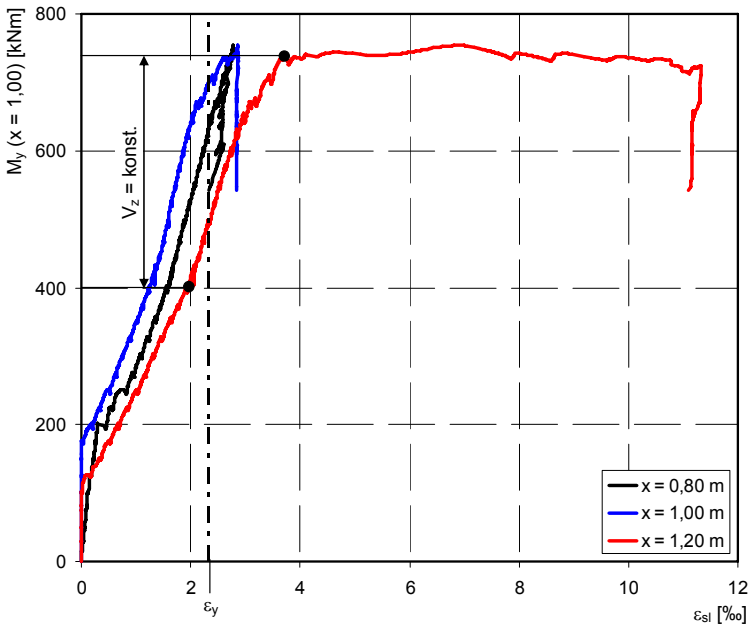


Abb. 5.58: Versuch A-1: Gemessene Dehnung der unteren Längsbewehrung an den Stellen  $x = 0,80 \text{ m}$ ,  $1,00 \text{ m}$  und  $1,20 \text{ m}$ , bezogen auf das Biegemoment bei  $x = 1,00 \text{ m}$ .

In Abb. 5.58 ist außerdem auffällig, dass die Dehnungen der Längsbewehrung an der Stelle  $x = 0,80$  m trotz des an dieser Stelle kleineren Biegemomentes größer sind, als die Dehnungen an der Stelle  $x = 1,00$  m. Der Grund hierfür ist die recht große Länge der Messabschnitte von 15 bis 20 cm, die der Erfassung der Dehnungen zugrunde liegt. Je nachdem, wie viele Biegerisse innerhalb der jeweiligen Messlänge entstehen, ergeben sich größere oder kleinere Werte. Dieser Effekt tritt bei der Messung der Bügeldehnungen ebenso auf. Zudem beeinflusst die Dehnungsmessung durch die dafür erforderlichen kleinen Aussparungen im Beton unweigerlich zumindest lokal den Verlauf der entstehenden Biege- und Schubrisse. Andererseits gleicht die relativ große Messlänge diesen Nachteil teilweise wieder aus. Im Vergleich zu einer punktuellen Messung mit Dehnmessstreifen ergeben sich somit dennoch aussagekräftige Mittelwerte. Beim Vergleich mit den Berechnungsergebnissen der ETB ist jedoch zu berücksichtigen, dass in der Berechnung keine diskreten Risse auftreten, die lokal zu größeren oder kleineren Werten der Dehnungen führen können.

Für die Stelle  $x = 1,00$  m sind für den Versuch A-1 in Abb. 5.59 die gemessenen und die berechneten Bügeldehnungen für die drei Messlängen oben, in der Mitte und unten dargestellt. Im Diagramm links sind die Dehnungen in Abhängigkeit von der Querkraft aufgetragen, im Diagramm rechts in Abhängigkeit vom Biegemoment. Die gemessenen Werte zeigen, dass auch bei konstanter Querkraft die Bügeldehnungen bei einer Steigerung des Biegemomentes zunehmen. Dies zeigt deutlich den Einfluss der Interaktion von Biegemoment und Querkraft. Abweichend vom Versuch kommt es in der Berechnung mit einsetzendem Fließen der Längsbewehrung zu der oben gezeigten Umlagerung der Bügeldehnung. Dies ist im Diagramm rechts gut zu erkennen. Die Dehnung unten nimmt deutlich ab, während sie oben stark anwächst.

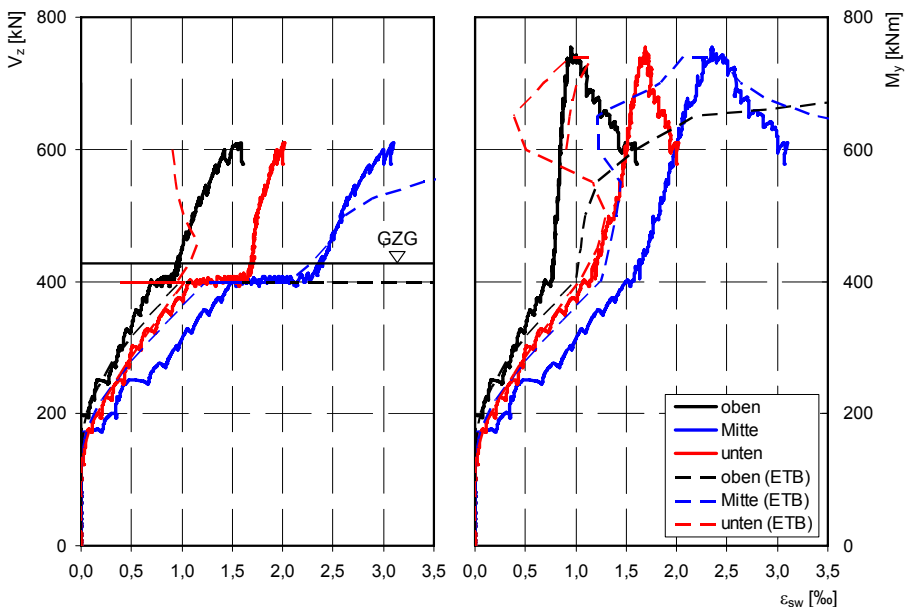


Abb. 5.59: Versuch A-1: Gemessene und berechnete Dehnung der Bügel bei  $x = 1,00$  m; Werte für die Messabschnitte oben, in der Mitte und unten im Steg.

Im linken Diagramm in Abb. 5.59 ist zusätzlich das Niveau des Grenzzustandes der Gebrauchtauglichkeit (GZG) eingetragen. Vereinfachend wird angenommen, dass dieser Grenzzustand bei 70 % der im Versuch erreichten Tragfähigkeit erreicht ist. Dies entspricht einer gemittelten Teilsicherheit auf Seite der Einwirkungen von  $\gamma = 1,42$ . Wie man sieht, stimmen die gemessenen und die berechneten Dehnungen bis zu diesem Niveau recht gut überein. Weil im Versuch wie oben beschrieben jedoch kein Fließen der Längsbewehrung beobachtet werden konnte, kommt es oberhalb des GZG zu deutlichen Abweichungen zwischen Versuch und Berechnung. Nur die berechneten Dehnungen in der Mitte des Steges stimmen auch oberhalb des GZG noch über weite Bereiche mit den Messwerten überein.

Zur Vollständigkeit sind in Abb. 5.60 die gemessenen Dehnungen in den Bügeln bei  $x = 0,80\text{ m}$  und  $x = 1,20\text{ m}$  in Abhängigkeit von der Querkraft dargestellt. Hier ist rechts für die Stelle  $x = 1,20\text{ m}$  der Einfluss des dort aufgetretenen lokalen Verankerungsbruchs zu erkennen. Der entstandene Riss verläuft genau durch den unteren Messabschnitt und bewirkt damit ein starkes Anwachsen der Dehnung in diesem Abschnitt. Im Gegenzug nimmt die Dehnung im darüberliegenden Abschnitt erkennbar ab. Der Verankerungsbruch führt also zu lokalen Umlagerungen. Da solche Effekte mit der ETB nicht erfasst werden können und ein Fließen der Längsbewehrung im Versuch ohnehin nicht erreicht wurde, sind in Abb. 5.60 keine berechneten Dehnungen eingetragen.

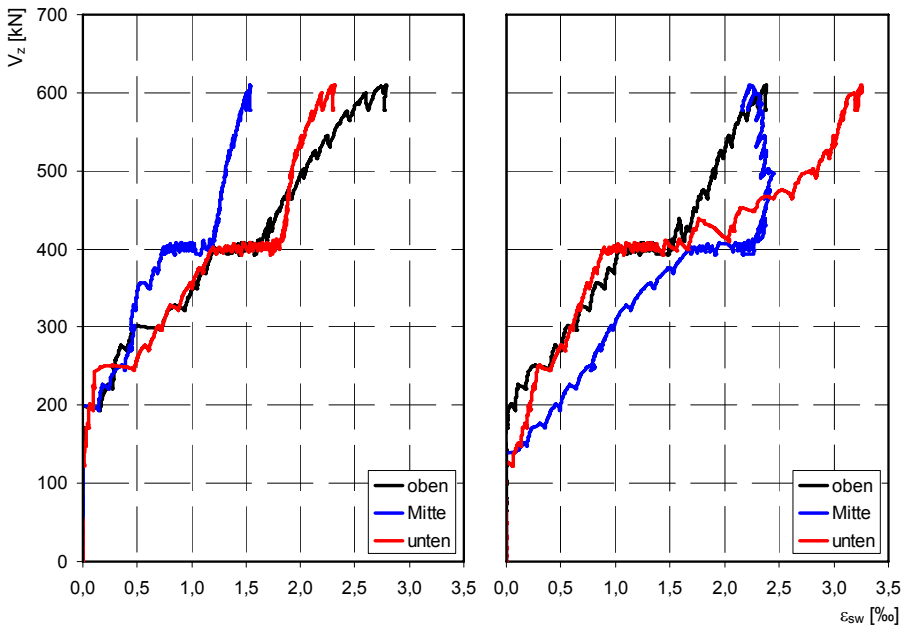


Abb. 5.60: Versuch A-1: Gemessene Dehnung der Bügel bei  $x = 0,80\text{ m}$  (links) und  $1,20\text{ m}$  (rechts); Werte für die Messabschnitte oben, in der Mitte und unten im Steg.

Für Versuch B-1 sind die gemessenen und die berechneten Bügeldehnungen in Abb. 5.61 und Abb. 5.62 für die drei Stellen  $x = 0,85 \text{ m}$ ,  $x = 1,00 \text{ m}$  und  $x = 1,15 \text{ m}$  dargestellt. Auch hier ist das Niveau des GZG bei 70 % des GZT eingetragen.

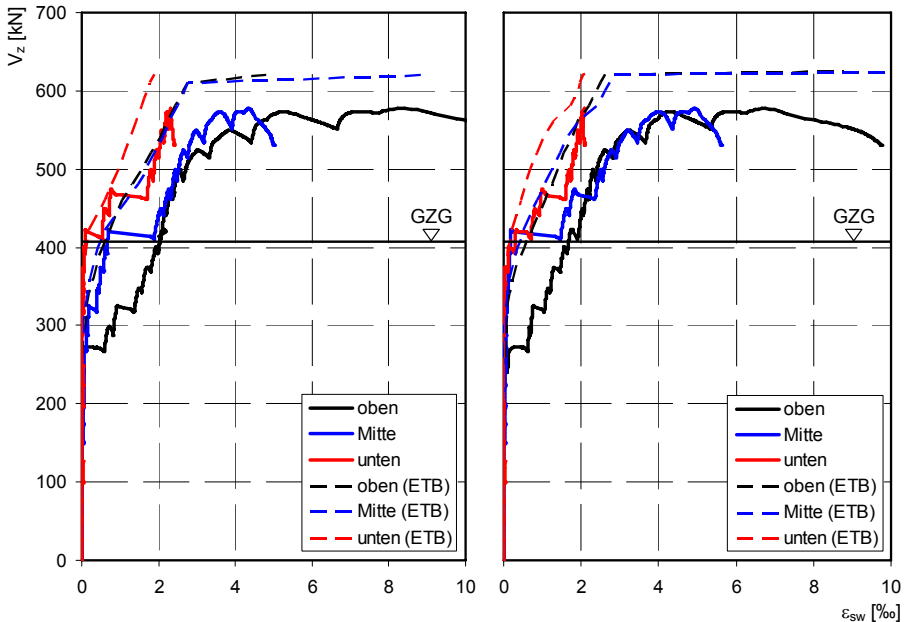


Abb. 5.61: Versuch B-1: Gemessene und berechnete Dehnung der Bügel bei  $x = 0,85 \text{ m}$  (links) und  $1,00 \text{ m}$  (rechts); Werte für die Messabschnitte oben, in der Mitte und unten im Steg.

Bis zum GZG stimmen hier die Werte aus Versuch und Berechnungen zumindest teilweise überein. Im Versuch ergeben sich bedingt durch die an der Trägeroberseite bis in den untersuchten Trägerabschnitt reichenden fächerförmigen Risse für die beiden Stellen  $x = 0,85 \text{ m}$  und  $x = 1,00 \text{ m}$  im oberen Messabschnitt deutlich größere Dehnungen als in der Berechnung. In der Mitte und unten ergeben sich hingegen gute Übereinstimmungen. Gleiches gilt für die Stelle  $x = 1,15 \text{ m}$  über die gesamte Steghöhe.

Oberhalb des GZG ergeben sich hingegen im Versuch zumeist deutlich größere Dehnungen als in der Berechnung. Die Diagramme zeigen auch, dass die Tragfähigkeit wie oben beschrieben in der Berechnung für diese drei Stellen des Trägers überschätzt wird. Wie bereits erwähnt, wird hier letztlich der Querschnitt bei  $x = 0,20 \text{ m}$  maßgebend. Für den Bereich des Momentennulldurchgangs ergeben sich im Versuch B-1 für die Bügeldehnungen also nur bis zum GZG teilweise Übereinstimmungen mit der Berechnung nach ETB.

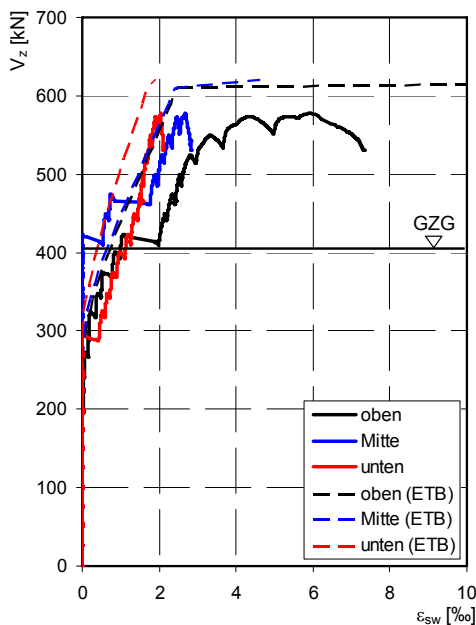


Abb. 5.62: Versuch B-1: Gemessene und berechnete Dehnung der Bügel bei  $x = 1,15$  m; Werte für die Messabschnitte oben, in der Mitte und unten im Steg.

Für die beiden Versuche A-2 und B-2 sind nachfolgend in Abb. 5.63 bis Abb. 5.66 jeweils die gemessenen und die berechneten Bügeldehnungen für die verschiedenen Stellen im Träger gegenübergestellt. Der Vergleich zeigt durchweg sehr gute Übereinstimmungen bis zum GZG und teilweise auch darüber hinaus. Tendenziell verhalten sich die Querschnitte aber in der Berechnung unmittelbar vor Erreichen des Bruchzustandes etwas zu steif. Hier wird vermutlich der Einfluss des TST leicht überschätzt, wodurch sich in der Berechnung zu geringe Dehnungen ergeben. Der eigentliche Bruchzustand wird hingegen durchweg sehr gut erfasst.

Wie gut die Übereinstimmung zwischen Versuch und ETB ist, wird deutlich, wenn man parallel dazu die Ergebnisse nach *DIN 1045-1 2008* betrachtet. Zum Vergleich sind in Abb. 5.63 bis Abb. 5.66 die entsprechenden maximal aufnehmbaren Querkkräfte nach *DIN 1045-1 2008* eingetragen. Diese liegen bei beiden Versuchen unterhalb des mit 70 % der im Versuch erzielten Tragfähigkeit definierten GZG. Da bei beiden Versuchen in der Berechnung die Bügeltragfähigkeit maßgebend wird, ist zusätzlich die Fließgrenze der Bewehrung eingetragen. Auf dem Bruchniveau nach *DIN 1045-1 2008* erreichen die Bügeldehnungen auf ihrer gesamten Höhe diesen Wert. Wie man sieht, überschätzt das Fachwerkmodell die Beanspruchung der Bügel deutlich. Insgesamt zeigen die Vergleiche, dass die mit der ETB berechneten Dehnungen der Bügel (und damit auch deren Spannungen) zumindest bis zum definierten Niveau des GZG sehr gut mit den im Tragwerk auftretenden Dehnungen übereinstimmen. Für eine Spannungsberechnung im GZG (z. B. für Spannungs- oder Ermüdungsnachweise der Bewehrung) ist die ETB im Vergleich zum Fachwerkmodell also deutlich besser geeignet.



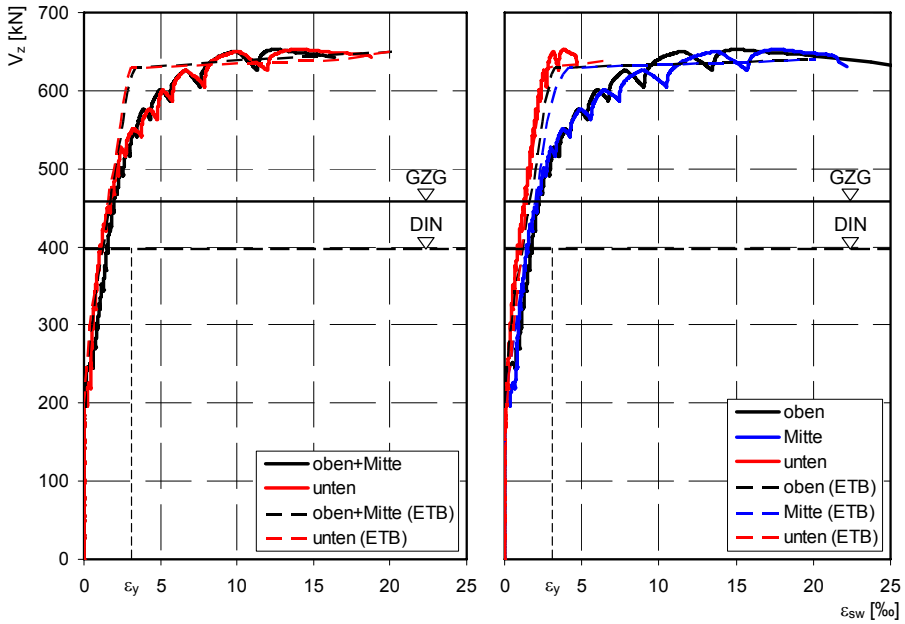


Abb. 5.63: Versuch A-2: Gemessene und berechnete Dehnung der Bügel bei  $x = 0,775$  m (links) und  $0,925$  m (rechts); für die Messabschnitte oben, in der Mitte und unten im Steg.

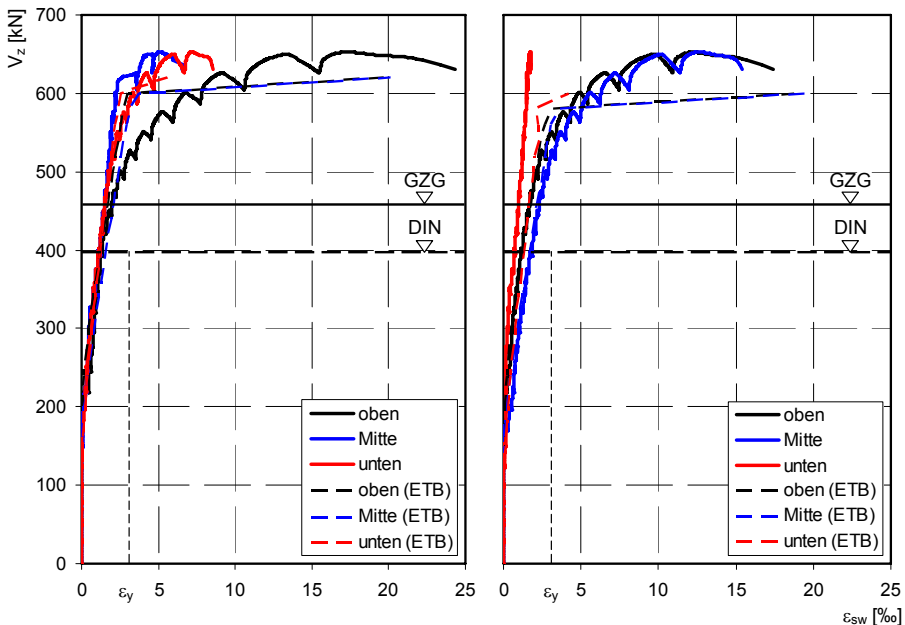


Abb. 5.64: Versuch A-2: Gemessene und berechnete Dehnung der Bügel bei  $x = 1,075$  m (links) und  $1,225$  m (rechts); Werte für die Messabschnitte oben, in der Mitte und unten im Steg.

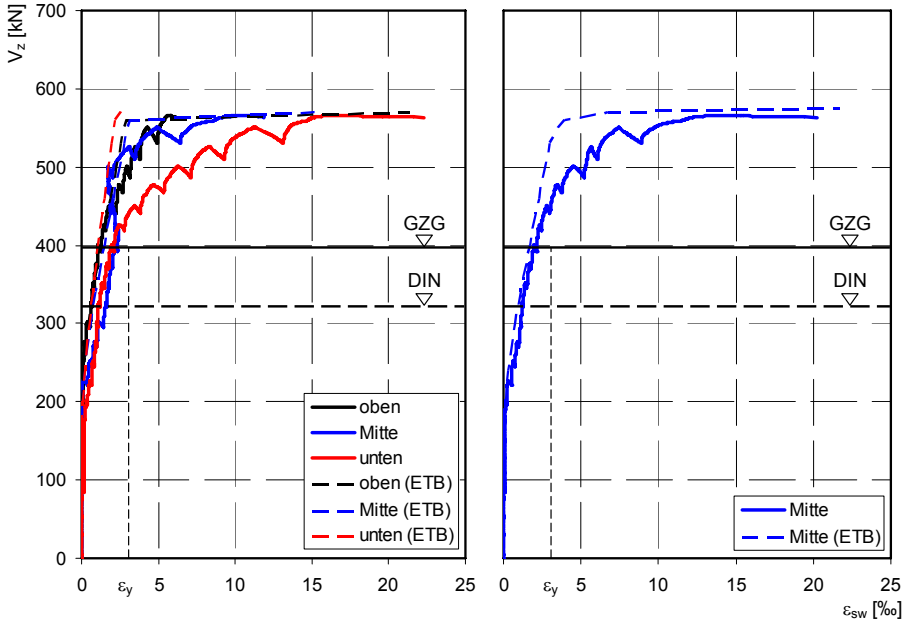


Abb. 5.65: Versuch B-2: Gemessene und berechnete Dehnung der Bügel bei  $x = 0,60$  m (links) und  $0,80$  m (rechts), Werte für die Messabschnitte oben, in der Mitte und unten im Steg (soweit vorhanden).

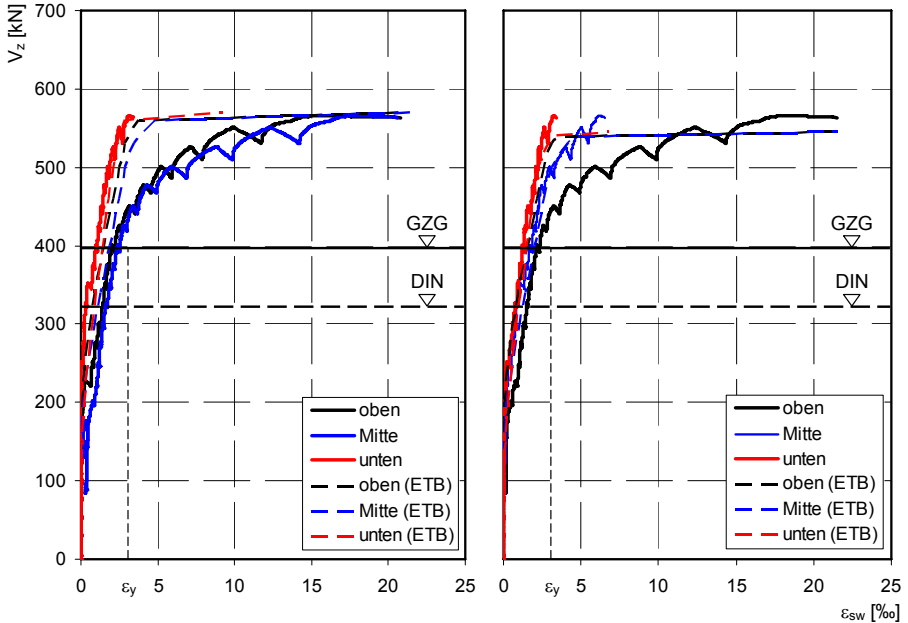


Abb. 5.66: Versuch B-2: Gemessene und berechnete Dehnung der Bügel bei  $x = 1,00$  m (links) und  $1,20$  m (rechts), Werte für die Messabschnitte oben, in der Mitte und unten im Steg.

### 5.6.3 Hauptdehnungen $\varepsilon_1$ und $\varepsilon_2$

Für den Vergleich der aus den im Versuch gemessenen Längenänderungen des Messrasters berechneten Hauptdehnungen, mit den Hauptdehnungen, die mit der ETB berechnet wurden, sind im Folgenden die entsprechenden Werte von jeweils fünf Laststufen für den Querschnitt an der Stelle  $x = 1,00\text{ m}$  grafisch dargestellt. Zahlenwerte nach ETB sind dort in kursiver Schrift angegeben. Die aus den Messwerten ermittelten Hauptdehnungen stellen jeweils Mittelwerte für den betreffenden Messabschnitt dar. In der grafischen Darstellung ergibt sich daher für die Werte aus den Versuchen immer ein stufenförmiger Verlauf über die Steghöhe. Ergänzend zur grafischen Darstellung der Hauptdehnungen ist jeweils ein Foto des abschließenden Rissbildes aus dem betreffenden Versuch wiedergegeben. In diesen Fotos sind die für den Querschnitt an der Stelle  $x = 1,00\text{ m}$  maßgebenden Elemente Nr. 13 bis 63 des Messrasters eingezeichnet. Da die Lage der vor Versuchsbeginn aufgeklebten Messpunkte relativ zu den im Versuch entstandenen Rissen einen erheblichen Einfluss auf die aus den Messungen gewonnenen Hauptdehnungen hat, ist nur mithilfe dieser Fotos eine Interpretation der Ergebnisse möglich.

Für Versuch A-1 sind die Hauptdehnungen aus Versuch und Berechnung in Abb. 5.67 dargestellt. Das zugehörige Rissbild ist Abb. 5.68 zu entnehmen. Der Vergleich zeigt, dass sich aus der Messung durchweg größere Hauptdehnungen ergeben als in der Berechnung. Lediglich in der letzten Laststufe (rechts im Bild) überschreiten die berechneten Werte für  $\varepsilon_1$  die Messwerte teilweise erheblich. Bei dieser Laststufe sind allerdings in der Berechnung die oben beschriebenen Umlagerungen eingetreten, die im Versuch nicht beobachtet werden konnten.

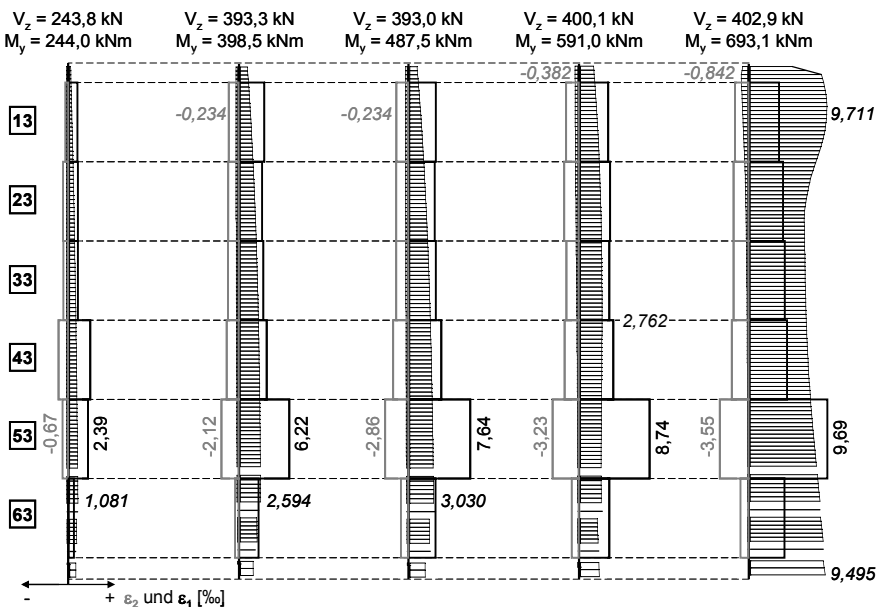


Abb. 5.67: Versuch A-1: Gemessene und berechnete Verteilung der Hauptdehnungen im Steg an der Stelle  $x = 1,00\text{ m}$  für fünf Laststufen (*kursiv* = berechnete Werte).

## Vergleich der ETB mit eigenen Versuchen

Mit Ausnahme der ersten Laststufe (links im Bild) sind die gemessenen Hauptdehnungen in jeder Laststufe über die gesamte Steghöhe etwa gleich groß. Lediglich für das Element 53 ergeben sich deutlich größere Werte. Die Ursache hierfür zeigt das Rissbild in Abb. 5.68 sehr anschaulich. Während durch alle anderen Elemente genau ein Schubriss verläuft (der Riss quer durch Element 33 verläuft in der linken unteren Ecke auch durch Element 23), sind innerhalb von Element 53 zwei Schubrisse zu sehen. Deshalb ergeben sich hier entsprechend größere Dehnungen. Hier zeigt sich also bereits deutlich der oben erwähnte Einfluss des jeweiligen Rissbildes auf die einzelnen Messwerte. Die Werte lassen sich daher nur bedingt vergleichen. Unabhängig hiervon ergeben sich aber im Versuch fast durchweg größere Werte als nach der Berechnung mit der ETB. Insbesondere sind im Versuch die Hauptstauchungen  $\varepsilon_2$  deutlich größer.

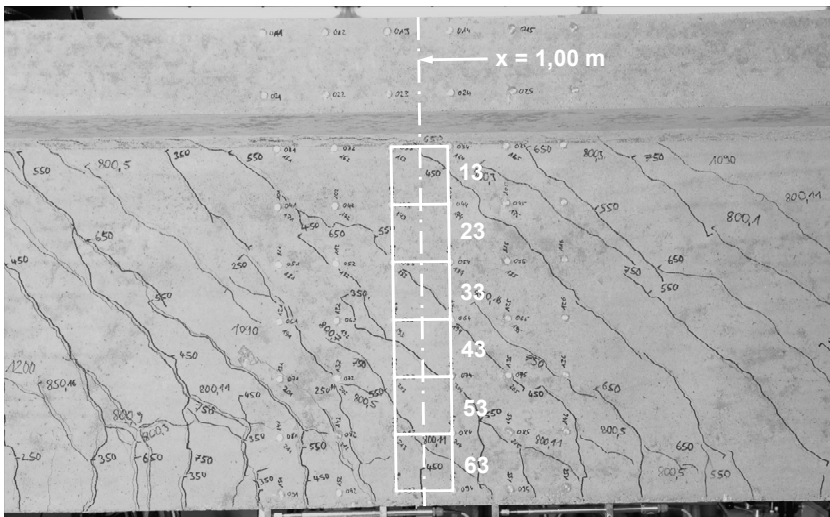


Abb. 5.68: Versuch A-1: Rissbild im Bereich des Messrasters mit den betrachteten Elementen 13 bis 63 an der Stelle  $x = 1,00$  m.

Für Versuch B-1 sind die Hauptdehnungen in Abb. 5.69 angegeben, das zugehörige Rissbild mit den betrachteten Elementen ist Abb. 5.70 zu entnehmen. Hier sind die Abweichungen zwischen Versuch und Berechnung noch deutlicher als bei Versuch A-1. Insbesondere im oberen Teil des Steges ergeben sich aus der Messung Hauptdehnungen, die um ein Vielfaches größer sind als in der Berechnung. Auch hier unterschätzt die ETB die Querschnittsverzerrungen. Die Querschnittssteifigkeit ist offensichtlich im Versuch weicher als mit der ETB berechnet. Sehr anschaulich ist außerdem wieder der Einfluss des Rissbildes auf die Messung zu sehen. Im Element 13 treten insgesamt 3 Schubrisse auf. Im darunter liegenden Element 23 sind es 2 Risse. Entsprechend ergeben sich für diese Elemente aus der Messung sehr viel größere Werte für die Hauptdehnungen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  als in den darunterliegenden Elementen. Die Messwerte und die Rissbilder stimmen also auch hier qualitativ überein.

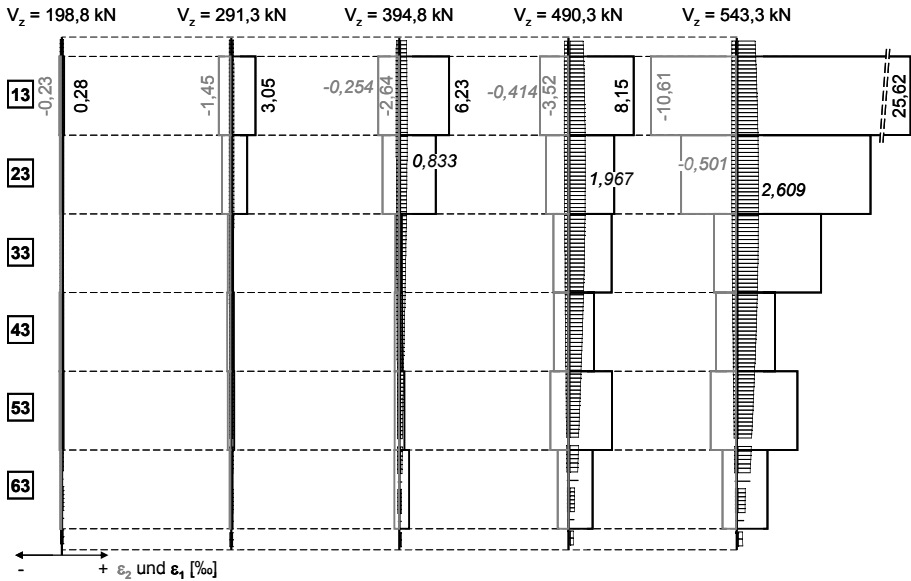


Abb. 5.69: Versuch B-1: Gemessene und berechnete Verteilung der Hauptdehnungen im Steg an der Stelle  $x = 1,00 \text{ m}$  für fünf Laststufen (*kursiv* = berechnete Werte).

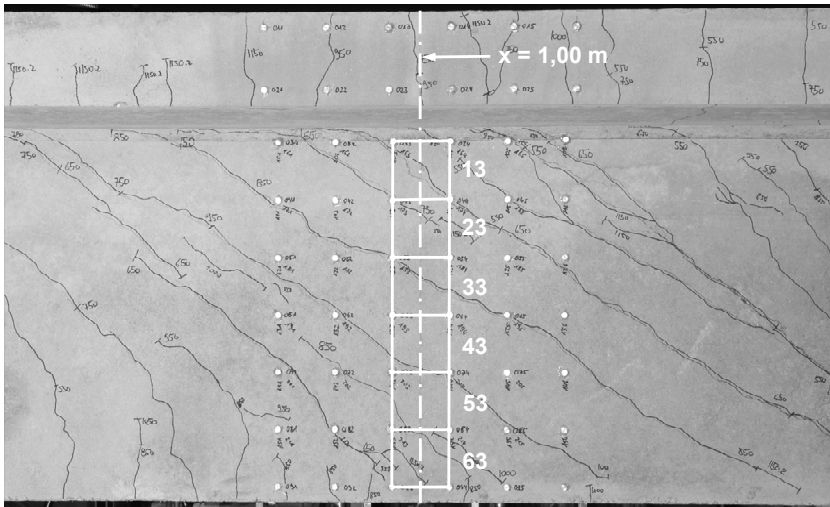


Abb. 5.70: Versuch B-1: Rissbild im Bereich des Messrasters mit den betrachteten Elementen 13 bis 63 an der Stelle  $x = 1,00 \text{ m}$ .

Auch für die beiden Versuche A-2 und B-2 führt der Vergleich von Versuch und Berechnung prinzipiell zu den gleichen Ergebnissen. Die Messwerte liefern meist deutlich größere Hauptdehnungen als die Berechnung nach ETB (vgl. Abb. 5.71 und Abb. 5.73). Zudem ergeben sich auch hier bei einzelnen Elementen wesentlich größere Hauptdehnungen als in benachbarten Elementen. Besonders auffällig ist dies bei Versuch B-2 (vgl. Abb. 5.73). Während die Hauptdehnung  $\epsilon_1$  bei der letzten

Vergleich der ETB mit eigenen Versuchen

Laststufe in den Elementen 13 und 33 Werte von über 20 ‰ annimmt, liegen die Werte in den Elementen 23 und 43 weit unterhalb der nach ETB berechneten Werte. Ein Blick auf das zugehörige Rissbild in Abb. 5.74 zeigt den Grund hierfür. Durch die Elemente 13 und 33 verlaufen unmittelbar vor dem Bruch breite Schubrisse, durch die beiden anderen Elemente verlaufen hingegen gar keine Risse.

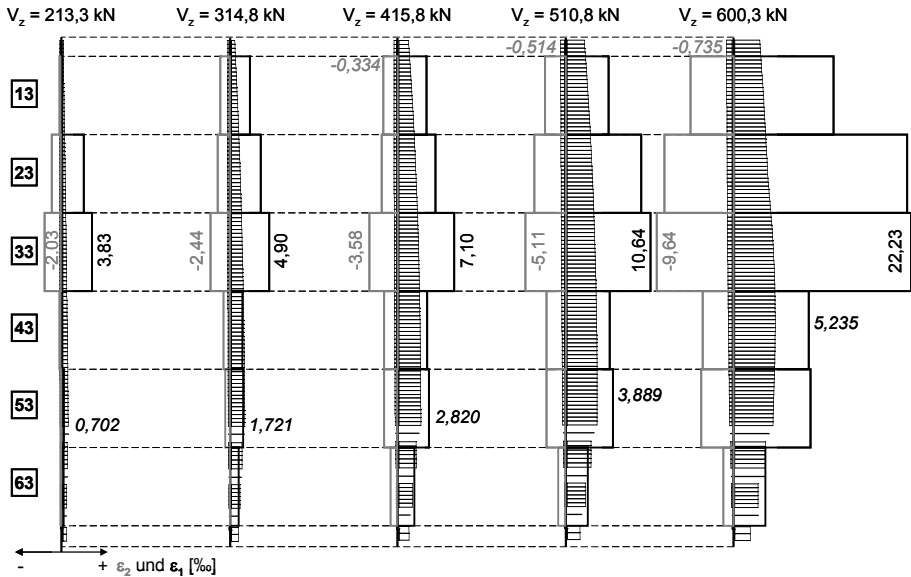


Abb. 5.71: Versuch A-2: Gemessene und berechnete Verteilung der Hauptdehnungen im Steg an der Stelle  $x = 1,00 \text{ m}$  für fünf Laststufen (*kursiv* = berechnete Werte).

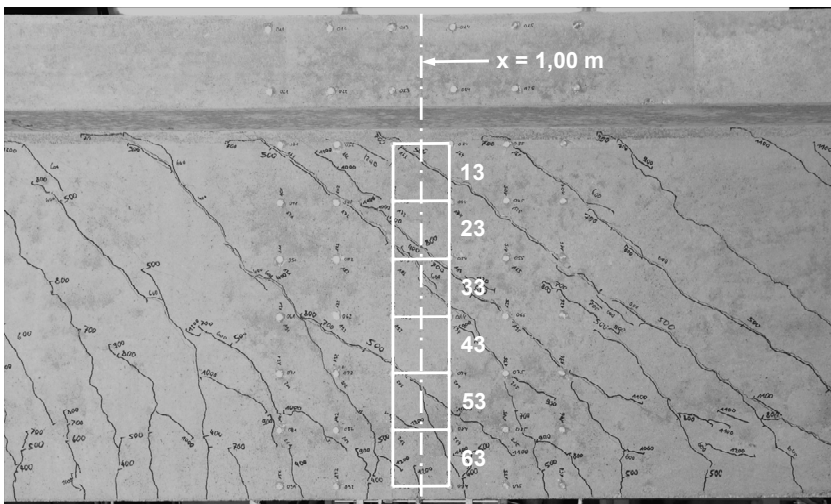


Abb. 5.72: Versuch A-2: Rissbild im Bereich des Messrasters mit den betrachteten Elementen 13 bis 63 an der Stelle  $x = 1,00 \text{ m}$ .

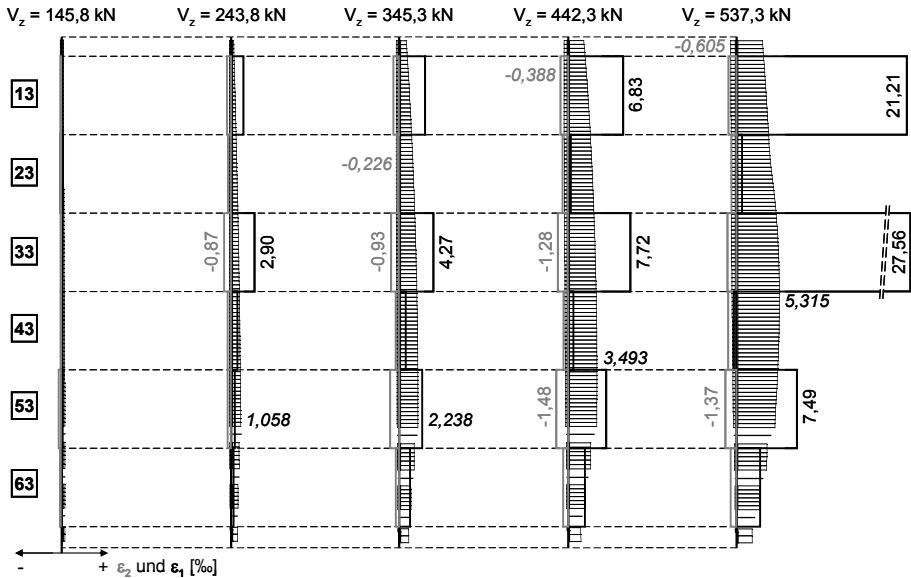


Abb. 5.73: Versuch B-2: Gemessene und berechnete Verteilung der Hauptdehnungen im Steg an der Stelle  $x = 1,00 \text{ m}$  für fünf Laststufen (*kursiv* = berechnete Werte).

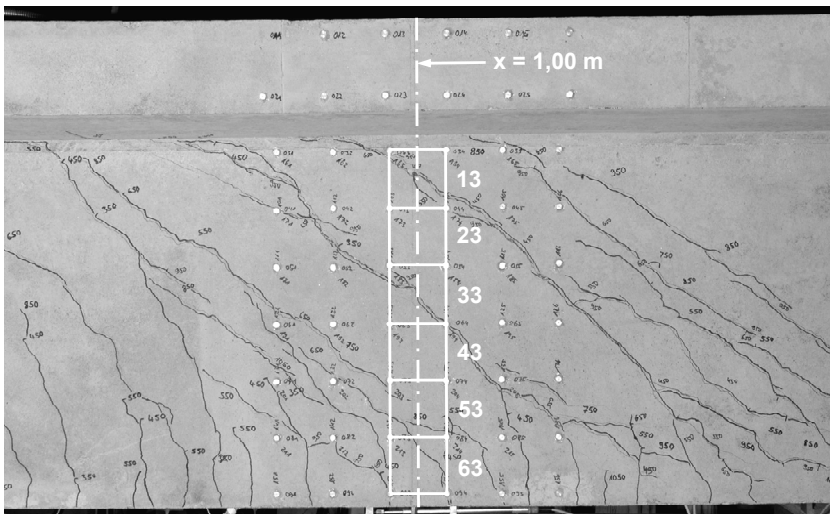


Abb. 5.74: Versuch B-2: Rissbild im Bereich des Messrasters mit den betrachteten Elementen 13 bis 63 an der Stelle  $x = 1,00 \text{ m}$ .

Der Vergleich von Versuch und Berechnung liefert für die Hauptdehnungen  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  also keine guten Übereinstimmungen. Die gemessenen Längenänderungen liefern fast durchweg größere Hauptdehnungen, als sich diese nach der ETB ergeben.

Der ETB liegt keine Betrachtung von diskreten Rissen zugrunde. Vielmehr wird eine gleichmäßige, verschmierte Rissbildung vorausgesetzt, weshalb die ETB stets einen mittleren Spannungs- und Verzerrungszustand liefert. Deshalb verhält sich der

Querschnitt in der Berechnung homogener als im Versuch. Am besten stimmen die Ergebnisse daher noch für Versuch A-1 überein. In Bezug auf die relative Position des Messrasters zu den entstandenen Schubrisen hat sich in diesem Versuch eine fast gleichmäßige Verteilung der Risse über das Messraster eingestellt.

Die anderen Versuche zeigen sehr deutlich, wie stark das jeweils im Versuch auftretende Rissbild die lokalen Messergebnisse beeinflusst. Um den Einfluss eines einzelnen Risses auf die Ergebnisse eines Elementes zu reduzieren, müsste die Messlänge des Messrasters vergrößert werden. Dann jedoch wäre es nicht mehr möglich, die Verteilung der Hauptdehnungen im Querschnitt zu ermitteln.

### 5.6.4 Stabverlängerung

Eines der Ziele des Versuchs B-1 war die experimentelle Ermittlung der durch die Schubbeanspruchung verursachten Stabverlängerung, also der über den Querschnitt gemittelten Längsdehnung infolge der einwirkenden Querkraft. Um die Untersuchung unabhängig von der Wirkung des Biegemomentes durchführen zu können, erfolgte im Versuch B-1 die Messung der Längsdehnungen im Bereich des Momentennullpunktes. Gemessen wurden wie bei den anderen Versuchen die Längenänderungen zwischen den aufgeklebten Messpunkten. Für die Ermittlung der Stabverlängerung sind hier jedoch nur die Dehnungen in Längsrichtung von Interesse.

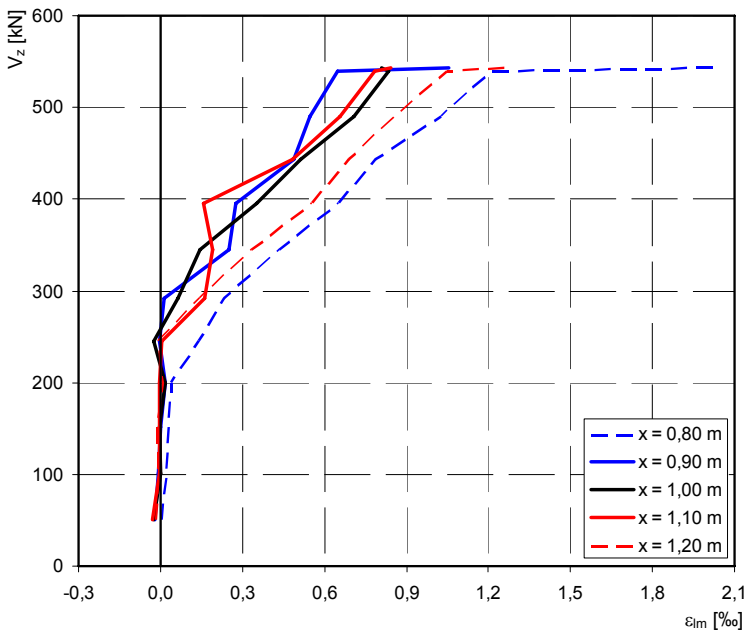


Abb. 5.75: Versuch B-1: gemessene mittlere Längsdehnung der fünf Querschnitte bei  $x = 0,80$  m,  $0,90$  m,  $1,00$  m,  $1,10$  m und  $1,20$  m.

Durch die sieben gemessenen Werte seitlich am Steg, die zwei Werte seitlich am Druckgurt und dem Wert an der Trägeroberseite ergab sich bei linearer Interpolation zwischen diesen Punkten eine dreidimensionale Verteilung der Dehnungen über den



Querschnitt. Da nur auf einer Trägerseite gemessen wurde, wurde unterstellt, dass sich die Dehnungen symmetrisch zur vertikal ausgerichteten z-Achse des Querschnitts verhalten. Durch Bildung des flächenbezogenen Mittelwertes konnte damit aus den gemessenen Längenänderungen eine mittlere Längsdehnung  $\varepsilon_m$  der fünf Querschnitte im Messraster berechnet werden. Diese Werte sind in Abhängigkeit von der einwirkenden Querkraft in Abb. 5.75 dargestellt. Erst mit der Entstehung der ersten Schubrisse bei einer Querkraft von etwa 250 kN treten im Messbereich nennenswerte Längsdehnungen auf. Lediglich im näher zum Auflager gelegenen Querschnitt bei  $x = 0,80$  m treten bereits bei einer etwas niedrigeren Kraft Längsdehnungen auf, weil sich hier bereits das Stützmoment und die daraus resultierenden großen Längsdehnungen an der Trägeroberseite bemerkbar machen.

Für den Querschnitt im rechnerischen Momentennullpunkt bei  $x = 1,00$  m ist in Abb. 5.76 die zuvor ermittelte Längsdehnung verschiedenen Berechnungsergebnissen gegenübergestellt. Neben dem Ergebnis der ETB unter Berücksichtigung des TST sind auch zwei Ergebnisse nach der TB angegeben.

Für den Momentennullpunkt ergeben sich aus der TB alleine noch keine Längsdehnungen, solange nicht eine zusätzliche Normalkraft wirkt. Allerdings ist bei einer Berechnung nach TB stets auch die Wirkung des Fachwerkmodells mit anzusetzen. Dazu wurde aus der in Kap. 4.3 beschriebenen Berechnung nach *DIN 1045-1 2008* die Druckstrebenneigung mit  $\theta = 34,1^\circ$  und der innere Hebelarm mit  $z = 0,9 \cdot d = 0,9 \cdot 75,4$  cm entnommen. Für diese Werte kann anschließend das Versatzmaß  $a_1$  ermittelt werden.

Das Versatzmaß beträgt in diesem Fall:

$$a_1 = \frac{z}{2} \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) = 0,5 \cdot 0,9 \cdot 75,4 \cdot 1,477 = 50 \text{ cm} . \quad (5.1)$$

Die Zugkräfte im Ober- und Untergurt des Fachwerkmodells ergeben sich durch den horizontalen Versatz der M/z-Linie um das Maß  $a_1$ . Ausgehend vom Momentennullpunkt betragen die Momente im Abstand  $a_1$ :

$$M = \pm V_z \cdot a_1 \quad (5.2)$$

Die in der Berechnung anzusetzende Normalkraft ergibt sich damit als Summe der Zugkräfte im Ober- und Untergurt des Fachwerkmodells zu:

$$N = 2 \cdot \frac{V_z \cdot a_1}{z} = 1,474 \cdot V_z \quad (5.3)$$

Für diese Normalkraft wurde auf Grundlage der TB die mittlere Längsdehnung des Querschnitts berechnet, einmal mit und einmal ohne Ansatz der Zugfestigkeit des Betons (Zustand I und Zustand II). Da sich nach dem Fachwerkmodell für den Versuch B-1 nur eine rechnerische Querkrafttragfähigkeit von 407 kN ergibt, enden die beiden Kurven im Diagramm in Abb. 5.76 vorzeitig. Da für die Berechnung von Zustand I die ideellen Querschnittswerte angesetzt wurden, erreichen die Zugspannungen im Beton bis zur maximalen Querkraft nicht die Betonzugfestigkeit. Daher ergibt sich in Abb. 5.76 eine Gerade.

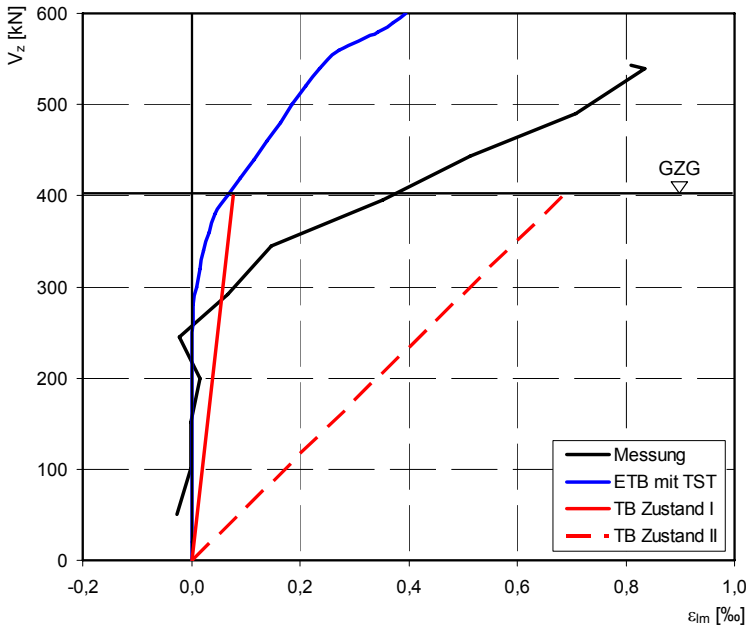


Abb. 5.76: Versuch B-1: Vergleich der über den Querschnitt gemittelten Längsdehnung an der Stelle  $x = 1,00$  m.

Bis zum Einsetzen der Schubrissbildung bei einer Querkraft von etwa 250 kN ergibt sich aus der Messung und aus der Berechnung nach ETB keine mittlere Längsdehnung im Querschnitt bei  $x = 1,00$  m. Nach der Schubrissbildung nimmt die Längsdehnung im Versuch jedoch stärker zu als in der Berechnung und erreicht bis zum Bruchzustand deutlich größere Werte.

Aus der Berechnung nach TB unter Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit ergibt sich bereits vor der Schubrissbildung eine Längsdehnung. Allerdings kann sich in diesem Zustand noch nicht das zugrunde gelegte Fachwerkmodell ausbilden. Nach der Schubrissbildung unterschätzt aber auch diese Art der Berechnung die mittlere Längsdehnung im Querschnitt. Bei Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Betons liefert die TB in Verbindung mit dem Fachwerkmodell über den gesamten Belastungsbereich zu große Werte für die Längsdehnung. Hier zeigt sich, dass der eigentliche Zweck des Fachwerkmodells die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist, nicht die Verformungsberechnung.

Der Versuch B-1 hat also gezeigt, dass die durch die Schubbeanspruchung verursachte mittlere Längsdehnung eines Querschnitts im Bereich des Momentennulldurchgangs bei der Ermittlung des Spannungszustandes nicht vernachlässigt werden darf. Dies ist insbesondere bei mehrfeldrigen Balkenbrücken aus Spannbeton wichtig, weil genau an diesen Stellen die Spanngliedkopplungen angeordnet werden. Hier ist für die Ermittlung des zur Spannungsberechnung erforderlichen Dehnungszustandes zusätzlich zu den einwirkenden Biegemomenten aus den Verkehrs- und Temperaturlastfällen die Stabverlängerung aus dem Lastfall Eigenlast zu berücksichtigen. Im Versuch B-1 konnte jedoch für Belastungszustände nach der Schub-

rissbildung keine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der ETB gezeigt werden.

## **5.7 Fazit**

Der Vergleich der berechneten mit den im Versuch ermittelten Tragfähigkeiten zeigt auch für die eigenen Versuche sehr gute Übereinstimmungen. Eine Ausnahme bildet hier der Versuch A-1, weil hier bei der Versuchsdurchführung kein Fließen in der Längsbewehrung aufgetreten ist und es wegen der erforderlichen Staffelung der Längsbewehrung zu einem lokalen Verankerungsversagen gekommen ist. Für die anderen Versuche ergeben sich bereits mit den in Kap. 4 definierten Versagenskriterien deutlich wirtschaftlichere Ergebnisse als nach dem Fachwerkmodell. Darüber hinaus können die etwas höheren Versagenslasten sowie auch die Versagensarten sehr gut mit der ETB nachvollzogen werden, wenn die Belastung in der Berechnung über die Last beim Erreichen des Versagenskriteriums hinaus gesteigert wird. Die bereits in Kap. 4 festgestellte gute Erfassung des GZT durch die ETB kann anhand der eigenen Versuche also nochmals bestätigt werden.

Bei den gemessenen Bügeldehnungen fällt zunächst auf, dass die Ergebnisse in den einzelnen Messabschnitten erwartungsgemäß vom jeweils auftretenden Rissbild beeinflusst wurden. Das Rissbild selbst wird zudem durch die Anordnung der Bolzen zur Befestigung der Messtechnik und die dafür erforderlichen kleinen Aussparungen im Beton beeinflusst. Der Vergleich mit den jeweils über die entsprechende Messlänge gemittelten Bügeldehnungen, die sich aus der Berechnung mit der ETB ergeben, liefert dennoch zumindest für den Belastungsbereich bis zum Niveau des GZG gute Übereinstimmungen. Darüber hinaus werden die Dehnungen in der Berechnung hingegen i. d. R. unterschätzt. Erst für den GZT stimmen die Ergebnisse wieder besser überein. Oberhalb des GZG ist das Verformungsverhalten des Querschnitts mit dem gewählten Ansatz für das TST also etwas zu steif. Für die Spannungsermittlung im GZG ist die ETB bei Berücksichtigung des TST aber dennoch geeignet. Eine statistische Absicherung ist anhand des hier durchgeführten Vergleichs allerdings nicht möglich.

Die Ergebnisse des Versuchs B-1 im Bereich des Momentennullpunktes zeigen sehr gut, dass der Einfluss der Stabverlängerung infolge der Querkraft ab dem Einsetzen der Schubrissbildung zu berücksichtigen ist. Die im Versuch auftretenden Werte sind dabei sogar deutlich größer als die sich rechnerisch nach der ETB ergebenden Werte. Der Einfluss der Stabverlängerung auf die Spannungsverteilung im GZG kann demnach also nur bei Trägern vernachlässigt werden, bei denen die Schubrissbildung rechnerisch erst oberhalb des GZG einsetzt. Anderenfalls müsste dieser Einfluss berücksichtigt werden. Bei dem hier durchgeführten Vergleich liefert jedoch auch die ETB leider keine vollends überzeugenden Ergebnisse. Auch hier liefert der gewählte Ansatz für das TST oberhalb des GZG etwas zu große aufnehmbare Betonzugspannungen.

Ein Vergleich der gemessenen mit den berechneten Hauptdehnungen war mit der bei den Versuchen angewendeten Messmethode nur sehr eingeschränkt möglich. Soweit ein Vergleich möglich war, ergaben sich allerdings im Versuch meist deutlich größere Werte als in der Berechnung. Das jeweilige Rissbild beeinflusst die Ergebnisse der einzelnen Messungen erheblich. Bei Anwendung eines größeren Messrasters würden sich zwar vermutlich gleichmäßigere Ergebnisse einstellen, allerdings könnte man damit keinen aussagekräftigen Verlauf der Dehnungen über den Querschnitt erhalten. Hier setzt sowohl die vorhandene Messtechnik Grenzen für den Vergleich, als auch Tatsache, dass bei einer detaillierteren Messung letztlich immer diskrete oder lokale Messwerte mit den Ergebnissen einer Berechnung verglichen werden, die modellbedingt nur mittlere Werte liefern kann.

Die in der Berechnung mit der ETB auftretende Spannungsumlagerung innerhalb des Querschnittes konnte bei Versuch A-1 aufgrund des aufgetretenen Verankerungsbruchs leider nicht beobachtet werden. Die Umlagerung kann daher nur mechanisch begründet werden, wie dies in Kap. 5.1.4 angegeben ist. Versuchstechnisch konnte sie nicht bestätigt werden. Für die Anwendung der ETB spielt dies jedoch eine untergeordnete Rolle.

## 6 Querschnittsnachweise auf Grundlage der ETB

Wird die ETB für die Querschnittsnachweise von Stahlbeton- und Spannbetonträgern angewendet, ergeben sich gegenüber den in *DIN 1045-1 2008* definierten Nachweisen an verschiedenen Punkten Abweichungen in der Nachweisführung. So sind für die Biege- und Querkraftbemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit teilweise andere Nachweisgrenzen einzuhalten. Auch für die konstruktiven Bewehrungsregeln können teilweise abweichende Regelungen getroffen werden, so z. B. für die Mindestquerkraftbewehrung von Bauteilen im Bestand. Im Folgenden soll auf die verschiedenen Abweichungen zu *DIN 1045-1 2008* eingegangen werden.

### 6.1 Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Bei der Nachrechnung von Brücken im Zuge von deren Sanierung oder Verstärkung wurde die ETB bereits in der Praxis eingesetzt. Entsprechende Anwendungsfälle sind u. a. in *Krebs et al 2004* und *Lindlar und Schnell 2007* dokumentiert. Für die weitere Anwendung wurde daher das nachfolgend vorgestellte Nachweiskonzept vorgesehen, das an den in *DIN 1045-1 2008* definierten Nachweisgrenzen für die Biegebemessung orientiert ist. Auf Grundlage der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen soll dieses Nachweiskonzept anschließend bewertet werden.

#### 6.1.1 Vorstellung des bisherigen Nachweiskonzeptes

Bei den bereits erfolgten Anwendungen der ETB wurden die Nachweisgrenzen für den GZT derart gewählt, dass sie zum einen für den Sonderfall der Schnittgrößenkombination M+N die in *DIN 1045-1 2008* angegebenen Grenzen der Dehnungen und Stauchungen in Längsrichtung einhalten und zum Anderen die geeigneten Hauptdehnungen und Hauptstauchungen soweit eingrenzen, dass auch unter Einbeziehung der Schnittgrößenkombination V+T ein Versagen des Querschnitts sicher ausgeschlossen werden kann. Aufgrund der bisher fehlenden statistischen Absicherung anhand von umfangreichen Versuchsnachrechnungen wurden die betreffenden Grenzwerte zunächst konservativ gewählt.

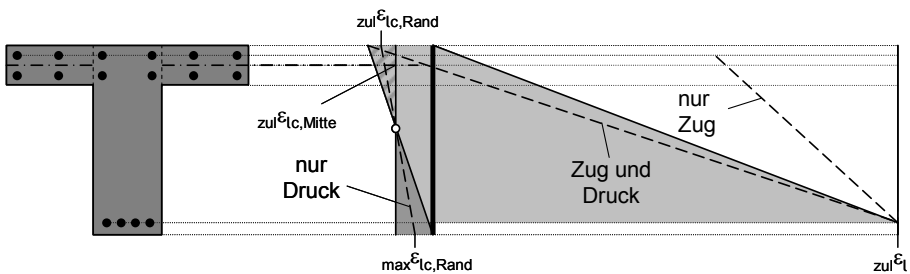


Abb. 6.1: Grenzdehnungszustände nach *DIN 1045-1 2008* für die Biegebemessung auf Grundlage der ETB aus *Kautsch 2005*.

### 6.1.1.1 Die Biegebemessung nach DIN 1045-1

Vorab wird die in *DIN 1045-1 2008* geregelte Biegebemessung in Formeln gefasst.

Bei der Nachweisführung für die Schnittgrößenkombination M+N (Biegebemessung) liefert die TB als zugehörigen Dehnungszustand die Längsdehnungen  $\varepsilon_l$ . Nach *DIN 1045-1 2008* sind bei den Nachweisen die in Abb. 6.1 dargestellten Grenzdehnungszustände einzuhalten. Für Normalbeton ergeben sich diese aus den folgenden Grenzwerten, die in Abhängigkeit von der Querschnittsbeanspruchung einzuhalten sind:

- a) Längsstauchung  $\varepsilon_{lc}$  des Betons am gedrückten Rand:

Bei auf Zug und Druck beanspruchtem Querschnitt

$$\text{zul } \varepsilon_{lc, \text{Rand}} = -3,5 \text{ ‰} \quad (6.1)$$

Bei nur auf Druck beanspruchtem Querschnitt

$$\text{zul } \varepsilon_{lc, \text{Rand}} = -3,5 \text{ ‰} + \left(1 - \frac{3,5 \text{ ‰}}{2,0 \text{ ‰}}\right) \cdot \max \varepsilon_{lc, \text{Rand}} \quad (6.2)$$

Hierbei ist  $\max \varepsilon_{lc, \text{Rand}}$  die größte zugehörige Betondehnung im Querschnitt.

- b) Längsdehnung  $\varepsilon_l$  in Höhe der Bewehrung:

Bei auf Zug und Druck oder nur auf Zug beanspruchtem Querschnitt

$$\text{zul } \varepsilon_l = 25,0 \text{ ‰} \quad (6.3)$$

Maßgebend ist hier die Dehnung  $\varepsilon_s$  im Betonstahl bzw. die Zusatzdehnung  $\Delta \varepsilon_p$  im Spannstahl.

- c) Längsstauchung  $\varepsilon_{lc}$  des Betons in der Mittelfläche gedrückter Gurte:

$$\text{zul } \varepsilon_{lc, \text{Mitte}} = -2,0 \text{ ‰} \quad (6.4)$$

### 6.1.1.2 Die Biege- und Schubbemessung orientiert an DIN 1045-1

Diese in Formeln gefasste Biegebemessung nach *DIN 1045-1 2008* wird nachfolgend so erweitert, dass sie bei Zugrundelegung der ETB auch die Schubbemessung beinhaltet.

Bei der gemeinsamen Nachweisführung für die Schnittgrößenkombinationen M+N und V+T (Biege- und Schubbemessung) liefert die ETB den zugehörigen Dehnungszustand. Dabei können mit der ETB sowohl die Koordinatenverzerrungen  $\varepsilon_i$ ,  $\gamma$  und  $\varepsilon_q$  als auch die Hauptverzerrungen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  mit der zugehörigen Richtung  $\theta$  berechnet und begrenzt werden.

Da die TB als Sonderfall in der ETB eingebettet ist, müssen die Grenzdehnungen der Biege- und Schubbemessung auf die Grenzdehnungen der Biegebemessung abgestimmt sein. Für die Biege- und Schubbemessung zeigt Abb. 6.2 die aus Abb. 6.1 abgeleiteten Grenzdehnungszustände, die zunächst gewählt wurden.

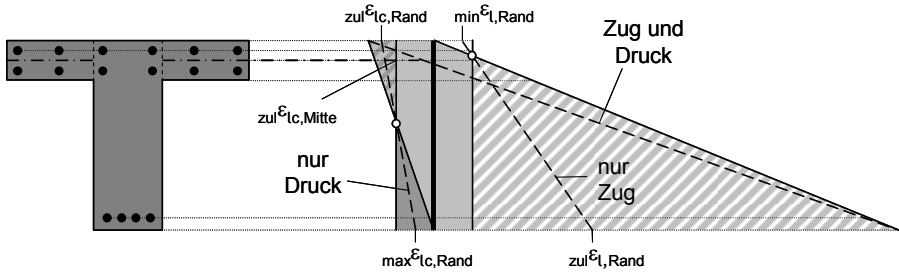


Abb. 6.2: Grenzdehnungszustände für die Biege- und Querkraftbemessung mit der ETB aus Kautsch 2005.

Bei den Nachweisen sind für Normalbeton folgende Grenzwerte in Abhängigkeit von der Querschnittsbeanspruchung einzuhalten:

- a) Längsstauchung  $\varepsilon_{lc}$  des Betons am gedrückten Rand:

Bei auf Zug und Druck beanspruchtem Querschnitt

$$\text{zul}^{\varepsilon_{lc,Rand}} = -3,5 \text{ ‰} \quad (6.5)$$

Bei nur auf Druck beanspruchtem Querschnitt

$$\text{zul}^{\varepsilon_{lc,Rand}} = -3,5 \text{ ‰} + \left(1 - \frac{3,5 \text{ ‰}}{2,0 \text{ ‰}}\right) \cdot \text{max}^{\varepsilon_{lc,Rand}} \quad (6.6)$$

Hierbei ist  $\text{max}^{\varepsilon_{lc,Rand}}$  die größte zugehörige Betondehnung im Querschnitt.

- b) Längsdehnung  $\varepsilon_t$  am gezogenen Rand:

Bei auf Zug und Druck beanspruchtem Querschnitt

$$\text{zul}^{\varepsilon_{t,Rand}} = 25,0 \text{ ‰} \quad (6.7)$$

Bei nur auf Zug beanspruchtem Querschnitt

$$\text{zul}^{\varepsilon_{t,Rand}} = 25,0 \text{ ‰} + \left(1 - \frac{25,0 \text{ ‰}}{2,0 \text{ ‰}}\right) \cdot \text{min}^{\varepsilon_{t,Rand}} \quad (6.8)$$

Hierbei ist  $\text{min}^{\varepsilon_{t,Rand}}$  die kleinste zugehörige Betondehnung im Querschnitt.

- c) Hauptstauchung  $\varepsilon_{2c}$  des Betons in der Mittelfläche von Scheiben (Stege und Gurte):

$$\text{zul}^{\varepsilon_{2c,Mitte}} = -2,0 \text{ ‰} \quad (6.9)$$

- d) Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  in der Mittelfläche von Scheiben (Stege und Gurte):

$$\text{zul}^{\varepsilon_{1,Mitte}}(\theta) = 2,0 \text{ ‰} + (25,0 \text{ ‰} - 2,0 \text{ ‰}) \cdot \left(\frac{\theta}{90}\right)^2 \quad (6.10)$$

Nachfolgend werden die Hintergründe dieser Grenzwerte erläutert und es wird auf die Änderungen gegenüber *DIN 1045-1 2008* eingegangen. Mit den Grenzwerten unter Punkt a) werden die Längsstauchungen des Betons begrenzt; sie können unverändert aus *DIN 1045-1 2008* übernommen werden. Somit ist gewährleistet, dass bei der Überprüfung des Längsdrucks infolge M+N gegenüber dem Nachweisformat aus *DIN 1045-1 2008* kein Widerspruch auftritt.

Mit den Grenzwerten unter Punkt b) werden die Längsdehnungen im Querschnitt begrenzt; sie müssen gegenüber *DIN 1045-1 2008* enger gefasst werden. Der Vergleich von Abb. 6.1 und Abb. 6.2 zeigt, dass die Grenzdehnungszustände im Zugbereich denen im Druckbereich angepasst wurden. Bei zentrischem Längszug wird die Dehnung etwa auf die Fließgrenze des Stahls von 2 ‰ begrenzt. Da der Querschnitt zusätzlich noch Querkraft aufnehmen muss, sollen mit dieser Grenze breite Trennrisse über die gesamte Querschnittshöhe vermieden werden. Bei exzentrischem Zug wird der Grenzwert zwischen 2 ‰ und 25 ‰ variiert. Hiermit wird ein nahtloser Übergang zwischen beiden Dehnungsgrenzen im Zugbereich geschaffen, analog dem Übergang zwischen den Stauchungsgrenzen -2 ‰ und -3,5 ‰ im Druckbereich.

Mit dem Grenzwert unter Punkt c) werden die Hauptstauchungen  $\varepsilon_{2c}$  in den Scheiben kontrolliert. Hiermit wird das Versagen des Betons auf Druck in den Gurten und Stegen verhindert. Gegenüber *DIN 1045-1 2008* wird hier nicht nur das Versagen auf Druck in Längsrichtung überprüft, sondern auch in Querrichtung und in Richtung der geneigten Hauptdruckspannungen.

Mit dem Grenzwert unter Punkt d) werden die Hauptdehnungen  $\varepsilon_1$  der Scheiben begrenzt. Hiermit soll das Versagen der Gurte und Stege durch breite Risse verhindert werden. Der gewählte stetige Übergang zwischen dem Grenzwert von 2 ‰ für reine Querdehnungen (z. B. infolge einer angehängten Last,  $\theta = 0^\circ$ ) und dem Grenzwert von 25 ‰ für reine Längsdehnungen ( $\theta = 90^\circ$  und  $\theta = -90^\circ$ ) ist in Abb. 6.3 dargestellt. Die 2‰-Grenze entspricht wiederum etwa der Fließgrenze des Betonstahls, während die 25‰-Grenze den nahtlosen Übergang zum Grenzwert der Längsdehnungen sicherstellt, der bei der Beanspruchung Druck und Zug im Querschnitt am Querschnittsrand einzuhalten ist.

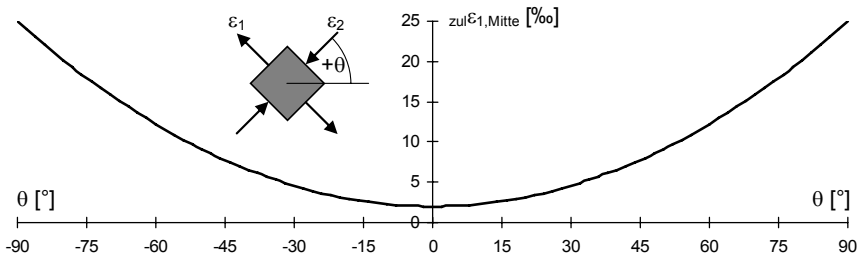


Abb. 6.3: Verlauf des Grenzwertes der Hauptdehnung  $zul\varepsilon_{1,Mitte}$  in Abhängigkeit von der Neigung  $\theta$  der Hauptstauchung  $\varepsilon_{2c}$  aus *Kautsch 2005*.



Der parabelförmige Verlauf wird damit begründet, dass bei Winkeln von  $\theta = 30^\circ$  bis  $35^\circ$  die zulässigen Hauptdehnungen auf  $\text{zul}\varepsilon_{1,\text{Mitte}} = 4,5$  bis  $5,5$  ‰ begrenzt werden. Dies entspricht etwa der Dehnungsbegrenzung beim Nachweis der Biegetragfähigkeit, wie sie frühere Normengenerationen im Stahlbetonbau vorsahen. Diese Hauptdehnung liefert bei einem mittleren Rissabstand von 20 cm eine mittlere Rissbreite von ca. 1 mm.

Mit den Grenzwerten der Punkte c) und d) ist auch die Bemessung in Querrichtung abgedeckt, denn die mit der ETB berechneten Dehnungen  $\varepsilon_q$  in Querrichtung werden wie folgt begrenzt:

- Bei  $\theta = 0^\circ$  geht  $\varepsilon_q$  in  $\varepsilon_1$  über und mit d) gilt:  
$$\varepsilon_{q,\text{Mitte}} \leq \text{zul}\varepsilon_{1,\text{Mitte}} = 2 \text{ ‰}$$
- Bei  $\theta = \pm 90^\circ$  geht  $\varepsilon_q$  in  $\varepsilon_{2c}$  über und mit c) gilt:  
$$\varepsilon_{q,\text{Mitte}} \geq \text{zul}\varepsilon_{2c,\text{Mitte}} = -2 \text{ ‰}$$

Die 2‰-Grenze entspricht der gewählten Grenze für zentrischen Zug und ist der Fließgrenze der Bewehrung in Querrichtung (Bügel) angepasst. Die -2‰-Grenze entspricht der Grenze für zentrischen Druck und ist identisch mit der zulässigen Betonstauchung, die unabhängig von der Neigung  $\theta$  der Hauptstauchungen ist.

Zusätzlich zu diesen Begrenzungen der Dehnungen und Stauchungen muss bei der Anwendung immer auch eine Kontrolle der Bügeldehnungen erfolgen. Als Grenze wird hier eine Dehnung von 2 ‰ angesetzt, was etwa der Fließgrenze des Betonstahls entspricht.

Die gleichen Verzerrungsgrenzen wurden prinzipiell auch bei der Ermittlung der Versagenslasten in den Kap. 3, 4 und 5 zugrunde gelegt, wobei statt einer vereinfachten pauschalen Fließgrenze von 2 ‰ jeweils die in den Versuchsdokumentationen angegebenen Fließgrenzen angesetzt wurden. Zudem wurden die zulässigen Betonstauchungen an die dokumentierten Eigenschaften der verwendeten Betone angepasst. Die wesentlichen Unterschiede zwischen diesen Versuchsnachrechnungen und dem oben beschriebenen Tragfähigkeitsnachweis liegen darin, dass:

- bei der Versuchsnachrechnung mit den Mittelwerten der Materialeigenschaften ohne Sicherheiten und unter Berücksichtigung von TST gerechnet wird,
- während beim Tragfähigkeitsnachweis mit den charakteristischen Werten der Materialeigenschaften und mit Teilsicherheiten gerechnet wird.

Auf eine mögliche Berücksichtigung des TST beim Tragfähigkeitsnachweis und auf den Punkt der Mindestbewehrung wird nachfolgend noch eingegangen.

### **6.1.2 Bewertung des Konzeptes auf Grundlage dieser Arbeit**

Auf Grundlage der Ergebnisse aus Kap. 4 können von den oben genannten Grenzwerten für die Dehnungen lediglich die Werte unter den Punkten c) und d) kommentiert werden. Die anderen Grenzwerte wurden jedoch wie oben bereits beschrieben den Regelungen aus *DIN 1045-1 2008* entnommen und sollen hier nicht weiter betrachtet werden. Wie die statistische Auswertung der Versuchsnachrechnungen in

Kap. 4 zeigt, führen die dort gewählten Versagenskriterien für die Schubbrucharten zu wirtschaftlichen und sicheren Ergebnissen. Im Folgenden sollen die dort gewählten Versagenskriterien mit den oben genannten Grenzwerten verglichen werden.

Die Begrenzung der Hauptstauchung  $\varepsilon_{2c}$  auf  $-2,0\%$  (wie oben unter dem Punkt c) angegeben) entspricht bei Zugrundelegung des Parabel-Rechteck-Diagramms für die Bemessung im GZT dem in Kap. 4 gewählten Versagenskriterium für den Schubdruckbruch. Demnach kann diese Dehnungsbegrenzung unabhängig von einer möglichen Skalierung des  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramms des Betons infolge des TSO stets angewendet werden. D. h., die bereits zuvor gewählte Begrenzung der Hauptstauchung kann durch die Ergebnisse aus Kap. 4 uneingeschränkt bestätigt werden. Um den Einfluss des Querzugs auf die Betondruckfestigkeit korrekt zu berücksichtigen, sollte jedoch das in Kap. 2.3.3 beschriebene Modell für das TSO angewendet werden. Als geeigneter Wert für die maximale Abminderung  $v_{\max}$  infolge TSO hat sich in Kap. 4 der Ansatz nach *Nielsen 1990* erwiesen, der auch den Einfluss der Vorspannung berücksichtigt. Mit diesem Ansatz wird der Tatsache Rechnung getragen, dass bedingt durch die bei der ETB zugrunde gelegten Koaxialität von Hauptspannungen und Hauptdehnungen die sich im Tragwerk einstellende Rissrichtung im Steg von der berechneten Richtung der Hauptdruckspannungen abweichen kann. Damit kreuzen diese Spannungen die Risse, was z. B. nach den Ergebnissen von *Schäfer et al 1990* eine stärkere Reduzierung der Druckfestigkeit bei gleichzeitig wirksamem Querzug rechtfertigt.

Als zuverlässige und bei Berücksichtigung des TST wirtschaftliche Nachweisgrenze für den Schubzugbruch und den Biegeschubbruch hat sich in Kap. 4 die Begrenzung der Bügeldehnungen auf die Fließgrenze der Bewehrung erwiesen. Die Notwendigkeit einer Begrenzung der Hauptdehnung  $\varepsilon_1$  wie oben unter Punkt d) hat sich damit aus den Ergebnissen von Kap. 4 nicht direkt ergeben. Bei der baupraktisch üblichen Bügelanordnung rechtwinklig zur Stabachse entspricht die dort für  $\theta = 0^\circ$  gewählte Begrenzung von  $\varepsilon_1$  auf  $2,0\%$  ohnehin etwa der Begrenzung auf die Fließgrenze. Dennoch ist die oben angegebene Begrenzung der Hauptdehnungen auf Werte zwischen  $2,0$  und  $25,0\%$  durchaus sinnvoll und stellt einen guten Übergang zu den weiteren Grenzwerten dar.

Eine grundsätzliche Frage ergibt sich noch im Bezug auf die mögliche Berücksichtigung des TST bei der Bemessung im GZT. Um wirtschaftliche Ergebnisse insbesondere bei der Nachrechnung von bestehenden Tragwerken zu erzielen, ist eine Berücksichtigung des TST anzustreben. Ohne diesen Effekt sind bei einer Begrenzung der Bügeldehnungen auf die Fließgrenze deutlich konservativere Ergebnisse zu erwarten. Als Grundlage für das TST sollte dann allerdings in der Anwendung maximal der 5%-Quantilwert der Betonzugfestigkeit angesetzt werden. Zudem müsste dann der Dauerstandsfaktor für die Betonzugfestigkeit berücksichtigt werden (vgl. Kap. 2.1.1.3). Um die Dehnungsbegrenzung für die Längsbewehrung auch im Riss sicher einzuhalten, müsste für den GZT schließlich im Nachgang die Stahldehnung im Riss berechnet werden. Bei einer Berechnung ohne TST kann dieser Nachweis entfallen. Um dennoch wirtschaftliche Ergebnisse zu erzielen, könnte dann die Begrenzung der Bügeldehnungen auf die Fließgrenze entfallen. Als Versagenskriterium für den Schubzugbruch bliebe dann nur noch die Begrenzung

der Hauptdehnung  $\varepsilon_{1,Mitte}$  gemäß Gl. (6.10). Analog zur Biegebemessung nach *DIN 1045 1988* wäre hier u. U. auch eine Begrenzung der Bügeldehnungen auf 5 ‰ als Nachweisgrenze sinnvoll. Durch einen Nachweis der Rissbreitenbegrenzung für die Schubrisse und den Nachweis der Mindestbewehrung für die Bügel könnten dann zusätzlich die Gebrauchstauglichkeit und eine ausreichende Duktilität sichergestellt werden.

### 6.1.3 Zum Einfluss der Längsbewehrung

Da bei Anwendung der ETB eine sinnvolle Begrenzung der Neigung der Hauptdruckspannungen analog zur Begrenzung der Druckstrebenneigung des Fachwerkmodells auf Werte größer  $18,4^\circ$  nicht möglich ist, sollte geklärt werden, inwieweit die Querkrafttragfähigkeit rechnerisch durch die Zulage von Längsbewehrung gesteigert werden kann. Eine allgemeingültige Aussage hierzu ist alleine anhand von nachgerechneten Beispielquerschnitten nicht möglich. Dennoch wird zu Orientierung für einzelne der nachgerechneten Versuche das rechnerische Verhalten bei einem erhöhten Längsbewehrungsgrad überprüft. Bei den in Tab. 6.1 angegebenen Versuchen wurde deshalb in einer zusätzlichen Berechnung die theoretische Querkrafttragfähigkeit ermittelt, die sich bei einer Verdopplung des Längsbewehrungsquerschnitts gegenüber dem im Versuch vorhandenen Querschnitt ergibt. Durch den Bezug auf die in Kap. 4 ermittelte Tragfähigkeit des jeweiligen Versuchs wurde dann die prozentuale Steigerung der Tragfähigkeit bestimmt ( $\delta_{2x/1x}$ ). Zusätzlich sind in Tab. 6.1 die jeweils theoretisch erforderlichen Druckstrebenneigungswinkel des Fachwerkmodells angegeben. Bei den ausgewählten Versuchen ergab die Berechnung in Kap. 4 bereits Winkel kleiner als  $18,4^\circ$ .

Die Ergebnisse in Tab. 6.1 zeigen, dass bei einer Verdopplung des Längsbewehrungsgrades rechnerisch Steigerungen der Querkrafttragfähigkeit um ca. 2 % bis max. rund 25 % möglich sind. Diese Stichprobe macht also deutlich, dass der Aspekt der Steigerung der Querkrafttragfähigkeit durch Zulage von Längsbewehrung bei Anwendung der ETB nicht gänzlich vernachlässigt werden darf. Allerdings konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht durch Versuche überprüft werden, ob sich nicht auch in entsprechenden Vergleichsversuchen ähnlich hohe Steigerungen der Tragfähigkeit ergeben würden. Insgesamt liefern die Ergebnisse aus Kap. 4 aber keinen Hinweis darauf, dass die Tragfähigkeit mit der ETB bei höheren Längsbewehrungsgraden eher überschätzt wird (vgl. Abb. 4.35 und Abb. 4.36). So weisen z. B. die Versuche aus *Johnson und Ramirez 1989*, deren Tragfähigkeit durch die ETB durchweg überschätzt wird, einen recht geringen Längsbewehrungsgrad auf. Für eine abschließende Bewertung dieses Punktes müssten jedoch in einer eigenen Versuchsreihe mehrere Stahlbetonträger untersucht werden, bei denen ausschließlich der Längsbewehrungsgrad variiert wird. Durch den Vergleich mit der ETB könnte so überprüft werden, ob die Steigerung der rechnerischen Tragfähigkeit infolge einer Erhöhung des Längsbewehrungsgrades korrekt von der ETB erfasst wird.

Quelle	Versuch	1x Längsbewehrung				2x Längsbewehrung		
		$V_{u,test}$ [kN]	$\theta_{u,test}$ [°]	$V_{u,ETB}$ [kN]	$\theta_{u,ETB}$ [°]	$V_{u,ETB}$ [kN]	$\theta_{u,ETB}$ [°]	$\delta_{2x/1x}$ [%]
<i>Haddadin et al 1971</i>	A2	194,5	11,8	169	13,5	178	12,9	5,3
	C2	173,5	13,2	162	14,1	172	13,3	6,2
	E2	169,3	13,5	151	15,1	161	14,2	6,6
<i>Johnson und Ramirez 1989</i>	1	338,5	18,0	352	17,3	397	15,4	12,8
	2	221,9	13,9	293	10,6	301	10,3	2,7
	3	262,6	11,8	340	9,2	356	8,8	4,7
	4	315,9	9,9	340	9,2	356	8,8	4,7
	5	382,6	16,0	420	14,6	480	12,9	14,3
	7	280,8	11,1	321	9,7	328	9,5	2,2
	8	258,1	12,0	321	9,7	328	9,5	2,2
	<i>Kriski und Loov 1996</i>	1	249,0	14,2	207	16,9	236	14,9
2	383,5	9,3	220	16,0	252	14,0	14,5	
3	224,5	15,7	207	16,9	236	14,9	14,0	
5	293,0	12,1	220	16,0	252	14,0	14,5	
7	304,5	11,7	251	14,1	315	11,3	25,5	
8	391,0	9,1	255	13,9	318	11,2	24,7	
9	242,0	14,6	251	14,1	317	11,2	26,3	
10	390,5	9,2	253	14,0	314	11,3	24,1	
<i>Sørensen 1974</i>	T4b	109,0	12,6	88	15,5	96	14,3	9,1

Tab. 6.1: Stichprobenartige Kontrolle der Steigerung der Querkrafttragfähigkeit infolge einer Verdopplung des Längsbewehrungsgrades.

## 6.2 Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Die Ergebnisse aus Kap. 5 zeigen, dass die Spannungsnachweise im GZG uneingeschränkt auf Grundlage des mit der ETB ermittelten Spannungszustandes geführt werden können. Dies betrifft auch die Ermüdungsnachweise im GZT, die nach *DIN 1045-1 2008* ebenfalls in Form von Spannungsnachweisen mit den Schnittgrößen im GZG geführt werden. Eine statistische Absicherung wie diese in Kap. 4 für den GZT erfolgt ist, kann aufgrund der geringen Anzahl der zur Verfügung stehenden Versuchsergebnisse nicht erfolgen. Wie der Vergleich der Messergebnisse mit der Berechnung in Kap. 5 gezeigt hat, können die erforderlichen Spannungen und Dehnungen im Versuch auch nur schwer in einer Weise erfasst werden, die für einen detaillierten Vergleich mit der ETB geeignet ist.

Wird bei der Berechnung des Spannungszustandes im GZG das TST wie in Kap. 2.3.4 beschrieben berücksichtigt, müssen aus den somit bestimmten mittleren Werten nachträglich die Spannungen im Riss ermittelt werden. Dafür kann jedoch auf das Rissmodell zurückgegriffen werden, das in *DIN 1045-1 2001* und *DAfStb 525 2003* den Kapiteln zur Rissbreitenbegrenzung zugrunde liegt. Die Anwendung der

ETB bietet hier den Vorteil, dass nicht nur die Längsspannungen des Betons und die Spannungen der Längsbewehrung realistisch berechnet und begrenzt werden können, sondern auch die Hauptdruckspannungen im Beton und die Spannungen in den Bügeln. Bei der Ermittlung der Längsspannungen wird zudem direkt der Einfluss der Querkraft auf die entsprechende Spannungsverteilung berücksichtigt.

### **6.3 Erforderliche Mindestbewehrung**

Neben Tragfähigkeit, Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit soll durch die Bemessungs- und Konstruktionsregeln aus *DIN 1045-1 2008* auch erreicht werden, dass die danach konstruierten Bauteile nicht ohne Vorankündigung versagen, also eine ausreichende Duktilität aufweisen. Deshalb enthält *DIN 1045-1 2008* Konstruktions- und Bewehrungsregeln für verschiedene Mindestbewehrungen.

#### **6.3.1 Grundlagen der Regelungen nach DIN 1045-1**

Die Mindestbewehrung in Längsrichtung soll vermeiden, dass ein auf Biegung beanspruchtes Bauteil beim Erreichen der Zugfestigkeit des Betons in der Zugzone schlagartig versagt. Deshalb muss die beim Überschreiten der mittleren Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  frei werdende Zugkraft im Beton von der eingelegten Bewehrung aufgenommen werden können. Dabei darf die charakteristische Fließgrenze der Bewehrung nicht überschritten werden. Über dieses Kriterium ist in *DIN 1045-1 2008* die Mindestlängsbewehrung für biegebeanspruchte Bauteile definiert.

In analoger Weise wurde die in *DIN 1045-1 2008* vorgesehene Mindestquerkraftbewehrung für Balken abgeleitet. Dabei ist zu unterscheiden zwischen Trägern, die einen gegliederten Querschnitt mit vorgespanntem Zuggurt haben, und sonstigen Trägern. Im allgemeinen Fall wird davon ausgegangen, dass sich die maßgeblichen Schubrisse aus Biegerissen entwickeln. In diesem Fall muss von der Mindestquerkraftbewehrung nicht unmittelbar der Ausfall der Zugfestigkeit des Betons abgedeckt werden. Vielmehr wird unterstellt, dass der Lastabtrag zunächst nach dem Modell für Bauteile ohne Querkraftbewehrung funktioniert, auf dem die entsprechenden Bemessungsgleichungen in *DIN 1045-1 2008* basieren. Wird diese Tragfähigkeit überschritten, müssen die inneren Kräfte in das dann zugrunde liegende Fachwerkmodell umgelagert werden. Demnach muss von der Mindestquerkraftbewehrung über ein Fachwerkmodell die Querkraft aufgenommen werden können, die der betreffende Träger rechnerisch ohne Querkraftbewehrung aufnehmen kann. Für die Ermittlung der Bewehrung wird hier nicht der Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit angesetzt, sondern der Mittelwert. Die entsprechenden Beiwerte wurden empirisch ermittelt und sind in *DAfStb 525 2003* angegeben.

Bei Spannbetonträgern mit gegliedertem Querschnitt wird dagegen angenommen, dass sich die Schubrisse im Steg unabhängig von den Biegerissen entwickeln. Deshalb muss die Mindestquerkraftbewehrung hier die beim Überschreiten der Betonzugfestigkeit frei werdende Zugkraft im Beton aufnehmen können. Als Zugfestigkeit wird hierbei das 5%-Quantil angesetzt. Vereinfachend wird eine konstante Verteilung der Schubspannungen im Steg unterstellt, die mit den aufzunehmenden Zugspannungen gleichgesetzt werden. Die Zugspannungen sind von den Bügeln des

Fachwerkmodells aufzunehmen. Auf diese Weise ergibt sich eine um 60 % größere Mindestbewehrung als im zuvor genannten allgemeinen Fall.

### **6.3.2 Vorgehen bei Anwendung der ETB**

Bei Anwendung der ETB sind nun prinzipiell zwei verschiedene Fälle zu unterscheiden. Geht es um die Bemessung von neu zu errichtenden Tragwerken, sollte im Sinne eines möglichst robusten und duktilen Bauteilverhaltens stets die in *DIN 1045-1 2008* vorgesehene Mindestbewehrung eingebaut werden, unabhängig vom zugrunde liegenden Bemessungskonzept. Die betreffenden Konstruktions- und Bewehrungsregeln können im Zuge der Tragwerksplanung entsprechend berücksichtigt werden.

Anders sieht es bei der Nachrechnung von bestehenden Tragwerken aus. Bei diesem zunehmend wichtiger werdenden Aufgabengebiet müssen zunächst Bauteilgeometrie, Werkstoffe und eingebaute Bewehrung bekannt sein. Im Zuge von Umbaumaßnahmen oder Umnutzungen sowie aufgrund gestiegener Nutz- oder Verkehrslasten sind in diesen Fällen für die bestehende Konstruktion Tragfähigkeit, Gebrauchstauglichkeit, Dauerhaftigkeit und Duktilität nachzuweisen. Auch wenn die ersten drei Kriterien mit oder ohne eine Ertüchtigung nachgewiesen werden können, enthalten ältere Tragwerke oft nicht die oben beschriebene Mindestbewehrung nach *DIN 1045-1 2008*. Insbesondere bei älteren Spannbetonbrücken mangelt es dabei häufig an einer ausreichenden Mindestquerkraftbewehrung.

Im Zuge der Nachrechnung von Versuchen in Kap. 4 wurden auch Versuchsträger mit sehr niedrigen Querkraftbewehrungsgraden betrachtet. Bei der dort erfolgten Berechnung unter Berücksichtigung des TST zeigte sich i. d. R. mit dem Erreichen der Betonzugfestigkeit durch die geneigten Hauptzugspannungen im Steg ein schlagartiges Versagen der Bügel. Auf analoge Weise könnte also im Zuge der Nachrechnung von bestehenden Tragwerken ein Nachweis der erforderlichen Duktilität erfolgen. Dazu müssten in einer Berechnung ohne Ansatz des TST die auf den betrachteten Querschnitt wirkenden Schnittgrößen in einem festen Verhältnis zueinander gesteigert werden. Dabei müsste zunächst der Mittelwert der Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  angesetzt werden. Unter der Schnittgrößenkombination, unter der in dieser Berechnung gerade die Zugfestigkeit erreicht wird, müsste dann in einer zweiten Berechnung ohne Ansatz der Zugfestigkeit nachgewiesen werden, dass die Spannungen in den Bügeln unterhalb der charakteristischen Fließgrenze  $f_{yk}$  bleiben. Damit wäre die gewünschte Duktilität nachgewiesen, analog zur Mindestlängsbewehrung nach Punkt 13.1.1 in *DIN 1045-1 2008* („Robustheitsbewehrung“).

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Zunächst wurden zu Beginn die Ausgangssituation sowie die Motivation und Ziele dieser Arbeit in einem einleitenden Kapitel vorgestellt. Im folgenden Kapitel wurden die wesentlichen Grundlagen zusammengefasst, bevor im dritten Kapitel zwei großmaßstäbliche Tastversuche vorgestellt wurden, die im Jahr 2003 an der TU Kaiserslautern durchgeführt wurden (*Krebs et al 2004*). Aufgrund der mittlerweile möglichen elementweisen Berücksichtigung von Tension-Stiffening (TST) und Tension-Softening (TSO) wurden die beiden Versuche neu nachgerechnet. Die Ergebnisse aus *Krebs et al 2004* konnten dabei bestätigt werden.

Im darauf folgenden Kapitel wurde die Nachrechnung von insgesamt 222 Versuchen an querkraftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonträgern unter kombinierter Biege- und Schubbeanspruchung erläutert und deren Ergebnisse vorgestellt. Für die Nachrechnung der Versuche mussten zunächst geeignete Versagenskriterien gewählt werden. Anschließend erfolgte eine statistische Auswertung der Ergebnisse. Ergänzend wurden für diese Arbeit vier großmaßstäbliche Versuche an Stahlbetonträgern durchgeführt, mit denen weitere Vergleichsmöglichkeiten zwischen Versuchs- und Berechnungsergebnissen geschaffen wurden. Im sechsten Kapitel wurde die Nachweisführung für querkraftbewehrte Stahlbeton- und Spannbetonträger auf Grundlage der beiden vorhergehenden Kapitel zusammenfassend dargestellt.

Die anhand dieser Arbeit gewonnen Erkenntnisse sollen nachfolgend durch die Beantwortung der im ersten Kapitel formulierten Fragestellungen kurz zusammengefasst werden. Da nicht alle Fragen abschließend beantwortet werden können, ergibt sich damit auch ein Ausblick auf weitere mögliche Fragestellungen, die im Rahmen anschließender Forschungsvorhaben geklärt werden könnten.

a) *Mit welcher Genauigkeit kann mit der ETB die Tragfähigkeit von querkraftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonträgern berechnet werden?*

Wird durch die Berücksichtigung von TST und TSO das Materialverhalten innerhalb der ETB möglichst realistisch abgebildet, verbleiben bei einer Ermittlung der Tragfähigkeit mit der ETB gegenüber dem Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* im Mittel über alle 222 berücksichtigten Versuche deutlich niedrigere Modellsicherheiten (Mittelwert: 1,242 statt 1,645) und die Ergebnisse streuen wesentlich weniger (Standardabweichung: 0,250 statt 0,518). Neben dieser Betrachtung für alle 222 Versuche ist insbesondere auch der Vergleich getrennt nach Stahlbetonträgern und Spannbetonträgern interessant. In Tab. 7.1 sind die entsprechenden statistischen Kenngrößen gegenübergestellt.

## Zusammenfassung und Ausblick

Statistische Größe	Versuche	DIN	ETB	Unterschied
Mittelwert der Modellsicherheit	124 Stahlbeton (Stb)	1,454	1,165	+24,8 %
	98 Spannbeton (Spb)	1,886	1,340	+40,7 %
	Unterschied Stb/Spb	+29,7 %	+15,0 %	-
Standardabweichung der Modellsicherheit	124 Stahlbeton (Stb)	0,390	0,181	+115,5 %
	98 Spannbeton (Spb)	0,610	0,305	+100,0 %
	Unterschied Stb/Spb	+56,4 %	+68,5 %	-

Tab. 7.1: Vergleich der Mittelwerte und der Standardabweichung der Modellsicherheiten des Fachwerkmodells und der ETB getrennt für die 124 Versuche an Stahlbetonträgern und die 98 Versuche an Spannbetonträgern.

Einerseits ist die Standardabweichung der Modellsicherheit unabhängig vom verwendeten Modell bei der Nachrechnung der Spannbetonträger etwa um den gleichen Faktor größer als bei den Stahlbetonträgern (+56,4 bzw. +68,5 %). Die Vorspannkraft wirkt sich hier als weitere Einflussgröße, die Streuungen unterworfen ist, signifikant aus. Unabhängig vom Material ist die Standardabweichung jedoch andererseits bei der Berechnung mit dem Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* etwa um den Faktor 2 größer als bei der Berechnung mit der ETB (+115,5 bzw. +100,0 %). Die Ergebnisse der ETB streuen also unabhängig vom Material deutlich weniger.

Unabhängig vom verwendeten Modell ist auch der Mittelwert der Modellsicherheit bei der Nachrechnung der Spannbetonträger größer als bei den Stahlbetonträgern. Allerdings ist hier der Unterschied zwischen den Ergebnissen für die Stahlbetonträger und die Spannbetonträger mit dem Fachwerkmodell etwa doppelt so groß, wie mit der ETB (+29,7 % statt +15,0 %). Im Vergleich zur ETB ergibt sich mit dem Fachwerkmodell für die Stahlbetonträger ein etwa 25 % größerer Mittelwert der Modellsicherheit, für die Spannbetonträger hingegen ein ca. 40 % größerer Mittelwert. Damit liefert die ETB also insbesondere für Spannbetonträger wirtschaftlichere Ergebnisse als das Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008*. Die günstige Wirkung der Vorspannung auf die Querkrafttragfähigkeit wird also durch die ETB besser erfasst.

Sowohl die ETB als auch das Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* überschätzt die Tragfähigkeit bei je 28 von 222 betrachteten Versuchen (12,6 %). Dabei handelt es sich bei beiden Modellen nicht um die gleichen 28 Versuche. Da die Streuung der Materialeigenschaften im Versuch nicht ausgeschaltet werden kann und bei der Nachrechnung der Versuche jeweils die Mittelwerte der Materialeigenschaften angesetzt werden, kann es immer zu diesen Überschätzungen der Tragfähigkeit kommen. Der Vergleich zur statistischen Auswertung für das Fachwerkmodell von *DIN 1045-1 2001* in *Reineck 1999* zeigt sehr anschaulich die Abhängigkeit der jeweiligen statistischen Werte von der zugrunde liegenden Versuchsauswahl.



b) *Mit welcher Genauigkeit kann bei diesen Trägern mit der ETB der Spannungs- und Verzerrungszustand des Querschnitts ermittelt werden?*

Für eine statistisch abgesicherte Antwort liegen hier zu wenige Versuchsergebnisse vor. Die eigenen Versuche haben jedoch gezeigt, dass zumindest die Bügelspannungen bis zum Niveau des GZG sehr gut mit der ETB berechnet werden können. Mit dem Fachwerkmodell ist dies im Vergleich nur bedingt möglich. Eine entsprechende Aussage zu den Querschnittsverzerrungen ist allerdings nicht möglich. Hier stellt die zur Verfügung stehende Messtechnik ein grundsätzliches Problem dar. Bei einer Messung der Verteilung der Querschnittsverzerrungen können immer nur diskrete Werte gemessen werden, während die ETB stets nur Mittelwerte liefern kann. Je nachdem wie sich das Rissbild im Versuch einstellt, streuen die lokalen Messwerte zudem sehr stark. Ein sinnvoller Vergleich ist hier nur bedingt möglich.

c) *Wie können die Versagenskriterien für das Auftreten der verschiedenen Schubbrucharten im Querschnitt definiert werden?*

Die Auswertung in Kap. 4 hat gezeigt, dass für den Schubdruckbruch eine Begrenzung der Hauptstauchung auf die Stauchung des Betons beim Erreichen seiner einaxialen Druckfestigkeit zu sicheren und wirtschaftlichen Ergebnissen führt. Zusätzlich ist die Berücksichtigung des TSO zwingend erforderlich. Diese kann nach dem Ansatz von *Kollegger und Mehlhorn 1990* mit dem maximalen Abminderungsbeiwert  $v_{\max}$  nach *Nielsen 1990* erfolgen. Damit wurden in Kap. 4 sehr gute Ergebnisse erzielt. Eine pauschale Abminderung der Druckfestigkeit auf 75 %, wie sie in DIN 1045-1 2008 vorgesehen ist, ist hier nicht ausreichend.

Für den Schubzugbruch und den Biegeschubbruch genügt eine einfache Begrenzung der Dehnung der Querkraftbewehrung auf die Fließgrenze. Eine nachträgliche Berechnung der Stahldehnung im Riss ist bei Berücksichtigung des TST nur bei überwiegend auf Biegung beanspruchten Querschnitten für die Längsbewehrung erforderlich. Für die Querkraftbewehrung kann dieser Schritt nach den in Kap. 4 erzielten Ergebnissen entfallen.

d) *Wie beeinflusst das Erreichen der Fließgrenze in der Längsbewehrung die Verteilung der Dehnungen in den Bügeln über die Höhe der Bügelschenkel und wie lässt sich dieser Einfluss mechanisch begründen?*

Nach der EBT bewirkt ein Fließen der Längsbewehrung rechnerisch eine Umlagerung der Bügeldehnungen in die Druckzone und führt dort zu einem Anwachsen der Hauptstauchungen im Beton und der Bügeldehnungen. Wie in Kap. 5.1.4 gezeigt wurde, lässt sich dieser Effekt auch unabhängig von der ETB mechanisch erklären. Da ein Spannungszuwachs in der Längsbewehrung nach Erreichen der Fließgrenze nicht mehr möglich ist, muss der Momentenzuwachs  $dM$  im Stababschnitt  $dx$  innerhalb der verbleibenden Druckzone aufgenommen werden. Dies führt auch bei ausschließlicher Betrachtung des Gleichgewichts in Stablängsrichtung (TB) zu einer entsprechenden Umlagerung der Schubspannungen innerhalb des Querschnitts (vgl. Abb. 5.2). In Versuch A-1 konnte diese Umlagerung leider nicht beobachtet werden, weil es vorzeitig zu einem lokalen Verankerungsbruch der gestaffelten Längsbewehrung kam und kein Fließen der Längsbewehrung beobachtet werden konnte.

- e) *Wie groß ist der Einfluss der zusätzlichen Stabverlängerung infolge Querkraft auf die Spannungsverteilung im Querschnitt?*

Die im Bereich des Momentennulldurchgangs im Versuch gemessenen Längsdehnungen zeigen sehr deutlich, dass unabhängig von der Stabverlängerung infolge des Biegemomentes mit dem Einsetzen der Schubrissbildung eine zusätzliche Stabverlängerung infolge der Querkraft zu berücksichtigen ist. Die im Versuch gemessenen Werte liefern sogar größere Werte für die Stabverlängerung als die Berechnung nach ETB. Sobald also bei biege- und schubbeanspruchten Trägern im GZG mit einer Schubrissbildung zu rechnen ist, muss der Einfluss der Querkraft auf die Spannungen in Längsrichtung berücksichtigt werden, unabhängig vom verwendeten Berechnungsmodell.

- f) *Wie kann bei Anwendung der ETB für die Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonträger eine erforderliche Mindestquerkraftbewehrung definiert werden?*

Bei neu zu errichtenden Tragwerken sollte stets die in *DIN 1045-1 2001* vorgesehene Mindestquerkraftbewehrung eingeplant werden. Analog zur Definition der Mindestquerkraftbewehrung nach *DAfStb 525 2003* kann aber für den Nachweis bestehender Tragwerke, bei denen keine ausreichende Mindestquerkraftbewehrung gemäß *DIN 1045-1 2001* vorhanden ist, die erforderliche Duktilität im Bezug auf das Querkraftversagen mit der ETB nachgewiesen werden. Dazu muss für die vorhandene Querkraftbewehrung nachgewiesen werden, dass unter der Belastung, bei der im Steg rechnerisch gerade die Betonzugfestigkeit erreicht wird, die Bügelspannungen unterhalb der Fließgrenze bleiben. Weil damit im Gegensatz zu den Annahmen in *DAfStb 525 2003* kein konstanter Verlauf der Betonzugspannungen im Bereich des Steges unterstellt wird, können sich mit diesem Ansatz geringere Werte für die Mindestbewehrung ergeben.

- g) *Führen hohe Längsbewehrungsgrade zu einer Überschätzung der Querkrafttragfähigkeit, wenn die ETB für die Querschnittsbemessung im GZT angewendet wird?*

Die Ergebnisse der insgesamt 222 nachgerechneten Versuche liefern keinen Hinweis darauf, dass die Querkrafttragfähigkeit bei einer Berechnung nach der ETB durch einen höheren Längsbewehrungsgrad tendenziell eher überschätzt wird. Die stichprobenartige Verdopplung des Bewehrungsgrades bei einzelnen Versuchen führt zu maximalen Erhöhungen der Tragfähigkeit von ca. 25 %. Ob eine entsprechende Steigerung der Tragfähigkeit auch in Versuchen erreicht werden könnte, müsste durch eine entsprechend ausgelegte Versuchsreihe gesondert untersucht werden.

Insgesamt kann eine Anwendung der ETB für die Querschnittsbemessung im Stahlbeton- und Spannbetonbau mit den in dieser Arbeit untersuchten Versagenskriterien empfohlen werden. Insbesondere für die Nachrechnung von bestehenden Tragwerken ist die damit mögliche bessere Ausnutzung der tatsächlich vorhandenen Tragreserven von Interesse. Für den GZT liegt mit den in dieser Arbeit vorgestellten Versuchsnachrechnungen eine statistische Absicherung des Querschnittsnachweises auf Grundlage der ETB vor. Für die Nachweise im GZG besteht hingegen noch Forschungsbedarf.

## Literatur

- Al-Kubaisy und Young 1975** Al-Kubaisy, M. A.; Young, A. G.: Failure of concrete under sustained tension. Magazine of Concrete Research, Vol. 27, No. 92, 09/1975, S. 171-178.
- Baumann und Rüschi 1970** Baumann, T.; Rüschi, H.: Versuche zum Studium der Verdübelungswirkung der Biegezugbewehrung eines Stahlbetonbalkens. Heft 210 des DAfStb, Berlin, 1970.
- Bennett und Debaiky 1974** Bennett, E. W.; Debaiky, S. V.: High-strength steel as shear reinforcement in prestressed concrete beams. ACI publication SP 42, Vol. 1, Part 2, 1974, S. 231-248.
- Bhal 1968** Bhal, N. S.: Über den Einfluß der Balkenhöhe auf die Schubtragfähigkeit von einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung. Heft 35 des Otto-Graf-Instituts, Stuttgart, 1968.
- Bresler und Scordelis 1963** Bresler, B.; Scordelis, A. C.: Shear strength of reinforced concrete beams. ACI Journal, V.60, Heft 1, 1963, S. 51-74.
- Cafilisch und Thürlimann 1970a** Cafilisch, R.; Thürlimann, B.: Biegeversuche an teilweise vorgespannten Betonbalken. IBK-Bericht Nr. 6504-1, ETH Zürich, 03/1970.
- Cafilisch und Thürlimann 1970b** Cafilisch, R.; Thürlimann, B.: Schubversuche an teilweise vorgespannten Betonbalken. IBK-Bericht Nr. 6504-2, ETH Zürich, 10/1970. (Fortsetzung von *Cafilisch und Thürlimann 1970a*)
- CEB MC 90 1993** Comité Euro-International du Béton: CEB-FIP Model Code 1990 – Design Code. London, 1993.
- Cederwall et al 1970** Cederwall, K.; Hedman, O.; Losberg, A.: Shear strength of partially prestressed beams with pretensioned reinforcement of high grade deformed bars. Publication 70/6, Chalmers University of Technology, Göteborg, Schweden, 1970.
- Collins und Mitchell 1980** Collins, M. P.; Mitchell, D.: Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams. PCI Journal, Vol. 25, No. 5, 09-10/1980, S. 32-100.
- DAfStb 525 2003** Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 525: Erläuterungen zu DIN 1045-1. Berlin, 2003.
- DIN 1045 1988** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045:1988-07: Beton und Stahlbeton – Bemessung und Ausführung. Berlin, 1988.
- DIN 1045-1 2008** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045-1:2008-08: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil1: Bemessung und Konstruktion. Berlin, 2008.

- DIN EN 1990 2002** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN EN 1990:2002-10: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002. Berlin, 2002.
- DIN EN 1992-1-1 2005** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN EN 1992-1-1:2005-10: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004. Berlin, 2005.
- Eligehausen et al 1999** Eligehausen, R.; Mayer, U.; Lettow, S.: Mitwirkung des Betons im Gebrauchs- und Bruchzustand. Festschrift zum 60. Geburtstag von Univ.-Prof. Dr.-Ing. Horst Falkner, Betonbau - Forschung, Entwicklung und Anwendung, Braunschweig, 1999.
- Fischer 1995** Fischer, L.: Bestimmung des 5 %-Quantils im Zuge der Bauwerksprüfung – Bezugnahme auf DIN-Normen und Eurocodes. Bautechnik, 1995, S. 712-722.
- Gabrielsson 1993** Gabrielsson, H.: High performance concrete beams tested in shear. Comparison between the traditional approach and the Modified Compression Field Theory. Beitrag in: Holand, I.; Sellevold, E. (Eds.): Utilization of high strength concrete. Proceedings, Norwegian Concrete Association, Oslo, 1993, S. 169-176.
- Görtz 2004** Görtz, S.: Zum Schubrissverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken aus Normal- und Hochleistungsbeton. Schriftenreihe des IMB, Band 18, Dissertation, RWTH Aachen, 2004.
- Gregor und Collins 1995** Gregor, T.; Collins, M. P.: Tests of large partially prestressed concrete girders. ACI Structural Journal, Vol. 92, No. 1, 01-02/1995, S. 63-72.
- Guralnick 1960** Guralnick, S. A.: High-strength deformed steel bars for concrete reinforcement. ACI Journal, V.57, Heft 3, 1960, S. 241-282.
- Haddadin et al 1971** Haddadin, M. J.; Hong, S.; Mattock, A. H.: Stirrup effectiveness in reinforced concrete beams with axial force. Journal of the structural division, ASCE, Vol. 97, No. St9, 1971, S. 2277-2297.
- Hamadi und Regan 1980** Hamadi, Y. D.; Regan, P. E.: Behaviour in shear of beams with flexural cracks. Magazine of Concrete Research, Vol. 32, No. 111, 1980, S. 67-77.
- Hanson und Hulsbos 1964** Hanson, J. M.; Hulsbos, C. L.: Ultimate shear tests of prestressed concrete I-beams under concentrated and uniform loadings. PCI-Journal, Vol. 9, No. 3, 1964, S. 15-28.
- Hanzal 1965** Hanzal, A.: Zur Interpretation des Bernoullischen Theorems. Bauingenieur, 1956, S. 438.
- Hartung 1985** Hartung, B.: Zur Mechanik des Stahlbetonbalkens. Dissertation, TU Darmstadt, 1985.

- Hartung 2007** Hartung, B.: Erweiterung des Werkstoffverhaltens – Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen (TST-Effekt) – Abminderung der Druckfestigkeit des Betons durch Querkzug. Entwicklungshandbuch (unveröffentlicht), Darmstadt, 2007.
- Hartung et al 2003** Hartung, B.; Schwalbe, T.; Weiser, N.: Querschnittsmechanik zur wirklichkeitsnahen Berechnung im Stahlbeton-, Spannbeton- und Verbundbau – Voraussetzungen, Annahmen und Grundlagen sowie Herleitung der zu programmierenden Gleichungen. Anwendungshandbuch zum Programm KuK QuMe (unveröffentlicht), Darmstadt, 2003.
- Hartung und Krebs 2004** Hartung, B.; Krebs, A.: Erweiterung der Technischen Biegelehre – Ermittlung des zur Schnittgrößenkombination  $N_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ ,  $M_z$ ,  $M_y$  und  $T_x$  gehörenden Verzerrungszustandes am Querschnitt, Teil 1: Aufstellung der Bedingungsgleichungen mit Überprüfung der Lösbarkeit. Beton- und Stahlbetonbau, 2004, S. 378-387.
- Johnson und Ramirez 1989** Johnson, M. K., Ramirez, J. A.: Minimum shear reinforcement in beams with higher strength concrete. ACI Structural Journal, Vol. 86, No. 4, 07-08/1989, S. 376-382.
- Kaufmann und Marti 1996** Kaufmann, W.; Marti, P.: Versuche an Stahlbetonträgern unter Normal- und Querkraft. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, IBK Bericht Nr. 226, Basel, 1996.
- Kautsch 2005** Kautsch, R.: Anwendung der Erweiterten Technischen Biegelehre im Stahlbeton- und Spannbetonbau. 45. Forschungskolloquium des DAfStb, 100. Jahrgang Beton- und Stahlbetonbau, Wien, 2005, S. 117-120.
- Kollegger und Mehlhorn 1990** Kollegger, J.; Mehlhorn, G.: Material model for the analysis of reinforced concrete surface structures. Computational Mechanics, 1990, S. 341-357.
- König et al 1999** König, G.; Dehn, F.; Kliver, J.; Schenck, G.: Tragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung nach DIN 1045-1. Teilbericht (Kapitel 5) zum Abschlussbericht für das DIBt-Forschungsvorhaben IV 1-5-876 / 98: „Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 1045-1“, Leipzig, 1999.
- Kordina et al 2000** Kordina, K.; Schubert, L.; Troitzsch, U.: Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung. Heft 498 des DAfStb, Berlin, 2000.
- Krebs et al 2004** Krebs, A.; Schnell, J.; Hartung, B.: Erweiterung der Technischen Biegelehre – Ermittlung des zur Schnittgrößenkombination  $N_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ ,  $M_z$ ,  $M_y$  und  $T_x$  gehörenden Verzerrungszustandes am Querschnitt, Teil 2: Iterative Lösung der Bedingungsgleichungen, Bestätigung der Theorie durch Versuche sowie Anwendung bei einer Brückensanierung. Beton- und Stahlbetonbau, 2004, S. 536-551.

- Kriski und Loov 1996** Kriski, W.; Loov, R.: Strength of beams on shear-friction. Beitrag in: Rogowsky, D. M. (Ed.): 1st Structural Specialty Conference. Proceedings, Canadian Society for Civil Engineering, Edmonton, 1996.
- Kupfer 1964** Kupfer, H.: Erweiterung der Mörsch'schen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit. CEB-Bulletin d'information, Vol. 40, 1964, S. 44-57.
- Kupfer et al 1969** Kupfer, H.; Hilsdorf, H. K.; Rüschi, H.: Behavior of concrete under biaxial stresses. ACI Journal, Vol. 66, S. 656-666.
- Leonhardt et al 1973** Leonhardt, F.; Koch, R.; Rostásy, F. S.: Schubversuche an Spannbetonträgern. Heft 227 des DAfStb, Berlin, 1973.
- Leonhardt und Mönning 1984** Leonhardt, F.; Mönning, E.: Vorlesung über Massivbau – Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Berlin, 1984.
- Leonhardt und Walther 1963** Leonhardt, F.; Walther, R.: Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung. Heft 156 des DAfStb, Berlin, 1963.
- Levi und Marro 1989** Levi, F.; Marro, P.: Shear tests up to failure of beams made with normal and high strength concrete. CEB-Bulletin d'information, Nr. 193, 1989, S. 11-24.
- Levi und Marro 1993** Levi, F.; Marro, P.: Shear tests on HSC prestressed beams – proposals of new interpretative models. High-Strength Concrete, Proceedings Vol. 1, 1993, S. 293-305.
- Lindlar und Schnell 2007** Lindlar, H.-G.; Schnell, J.: Load-bearing reserves of existing bridges. IABSE Symposium, Weimar, 2007.
- Lyngberg 1976** Lyngberg, B. S.: Ultimate shear resistance of partially prestressed reinforced concrete I-beams. ACI Journal, Vol. 73, No. 4, 1976, S. 214-222.
- Mark 2006** Mark, P.: Zweiachsig durch Biegung und Querkräfte beanspruchte Stahlbetonträger. Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau, Band 2006-3, Habilitation, Ruhr-Universität Bochum, 2006.
- Mitchell und Collins 1974** Mitchell, D.; Collins, M. P.: Diagonal Compression-Field Theory – A rational model for structural concrete. ACI Journal, Vol. 71, No. 8, 1974, S. 396-408.
- Mörsch 1902** Mörsch, E.: Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung. Stuttgart, 1902.
- Nielsen 1990** Nielsen, M. P.: Eurocode 2, Commentaries on Shear and Torsion. 1st Draft, Oktober 1990 (zitiert in *Levi und Marro 1993*).
- Nissen 1987** Nissen, I.: Rissverzahnung des Betons, gegenseitige Rissverschiebung und übertragbare Kräfte. Dissertation, TU München, 1987.
- Placas und Regan 1971** Placas, A.; Regan, P. E.: Shear failure of reinforced concrete beams. ACI Journal, Vol. 68, No. 10, 1971, S. 763-773.

- Rahal und Collins 1995** Rahal, K. N.; Collins, M. P.: Analysis of sections subjected to combined shear and torsion – a theoretical model. ACI Structural Journal, Vol. 92, No. 4, 07-08/1995, S. 459-469.
- Rahal und Collins 2003** Rahal, K. N.; Collins, M. P.: Combined torsion and bending in reinforced and prestressed concrete beams. ACI Structural Journal, Vol. 100, No. 2, 03-04/2003, S. 157-165.
- Rangan 1991** Rangan, B. V.: Web crushing strength of reinforced and prestressed concrete beams. ACI Structural Journal, Vol. 88, No. 1, 01-02/1991, S. 12-16.
- Rausch 1929** Rausch, E.: Drillung (Torsion), Schub und Scheren im Stahlbetonbau. Düsseldorf, 1929.
- Reineck 1999** Reineck, K.-H.: Querkraftbemessung von Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung in DIN 1045-1 – Erläuterungen und Vergleiche mit Versuchen. Teilbericht (Kapitel 3) zum Abschlussbericht für das DIBt-Forschungsvorhaben IV 1-5-876 / 98: „Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 1045-1“, Stuttgart, 1999.
- Reineck et al 2001** Reineck, K.-H.; Wohlfahrt, R.; Hardjasaputra, H.: Verformungsverhalten und Tragfähigkeit dünner Stege von Stahlbeton- und Spannbetonträgern mit hoher Betongüte. Heft 517 des DAfStb, Berlin, 2001.
- Reineck 2007** Reineck, K.-H.: Überprüfung des Mindestwertes der Querkrafttragfähigkeit in EN 1992-1-1 – Projekt A3: DIBt Forschungsvorhaben ZP 52-5-7.270-1218/05. Abschlussbericht, Stuttgart, März 2007
- Reinhardt und Cornelissen 1985** Reinhardt, H. W.; Cornelissen, H. A. W.: Zeitstandzugversuche an Beton. Baustoffe '85, „Festschrift Wesche“, Wiesbaden, 1985, S. 162-167.
- Ritter 1899** Ritter, W.: Die Bauweise Hennebique. Schweizerische Bauzeitung, Zürich, Februar 1899.
- Schäfer et al 1990** Schäfer, K.; Schelling, G.; Kuchler, T.: Druck und Querkzug in bewehrten Betonelementen. Heft 408 des DAfStb, Berlin, 1990.
- Schleeh 1966** Schleeh, W.: Die Kragsscheibe im Zustand I und das Saint-Venant'sche Prinzip in der Balkenbiegelehre. Beton- und Stahlbetonbau, 1966, S. 193-201.
- Schleeh 1983** Schleeh, W.: Bauteile mit zweiachsigem Spannungszustand (Scheiben). Beton-Kalender 1983 Teil 2, Berlin / München, 1983, S. 713-848.
- Sigrist und Marti 1993** Sigrist, V.; Marti, P.: Versuche zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern. IBK-Bericht Nr. 202, ETH Zürich, 1993.
- Sørensen 1974** Sørensen, H. C.: Shear tests on 12 reinforced concrete T-beams. Structural Research Laboratory, Rapport Nr. R 60, Technical University of Denmark, 1974.



- Specht und Scholz 1995** Specht, M.; Scholz, H.: Ein durchgängiges Ingenieurmodell zur Bestimmung der Querkrafttragfähigkeit im Bruchzustand von Bauteilen aus Stahlbeton mit und ohne Vorspannung der Festigkeitsklassen C12 bis C115. Heft 453 des DAfStb, Berlin, 1995.
- Stroband 1997** Stroband, J.: Shear capacity of high-strength concrete beams with shear reinforcement. Progress in Concrete, Vol. 5, Delft UoT, 1997, S. 87-96.
- Thürlimann 1978** Thürlimann, B.: Shear strength of reinforced and prestressed concrete beams. CEB-Bulletin d'information, Vol. 126, 1978, S. 17-36.
- Vecchio und Collins 1986** Vecchio, F. J.; Collins, M. P.: The Modified Compression-Field Theory for reinforced concrete elements subjected to shear. ACI Journal, Vol. 83, No. 2, 03-04/1986, S. 219-231.
- Walraven 1980** Walraven, J. C.: Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis. Dissertation, Delft University of Technology, 1980.
- Winkler 2001** Winkler, B. J.: Traglastuntersuchungen von unbewehrten und bewehrten Betonstrukturen auf der Grundlage eines objektiven Werkstoffgesetzes für Beton. Dissertation, Universität Innsbruck, 2001.
- Zilch und Staller 1999** Zilch, K.; Staller, M.: Umrechnung und Definition der Materialeigenschaften und Festigkeitswerte. Anhang zum Abschlussbericht für das DIBt-Forschungsvorhaben IV 1-5-876 / 98: „Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 1045-1“, München, 1999.



## Anhang A-1 Ergebnisse der Zugproben der Tastversuche

Die hier angegebenen Materialkennwerte wurden an Zugproben der für die in Kapitel 3 beschriebenen Tastversuche verwendeten Betonstähle ermittelt.

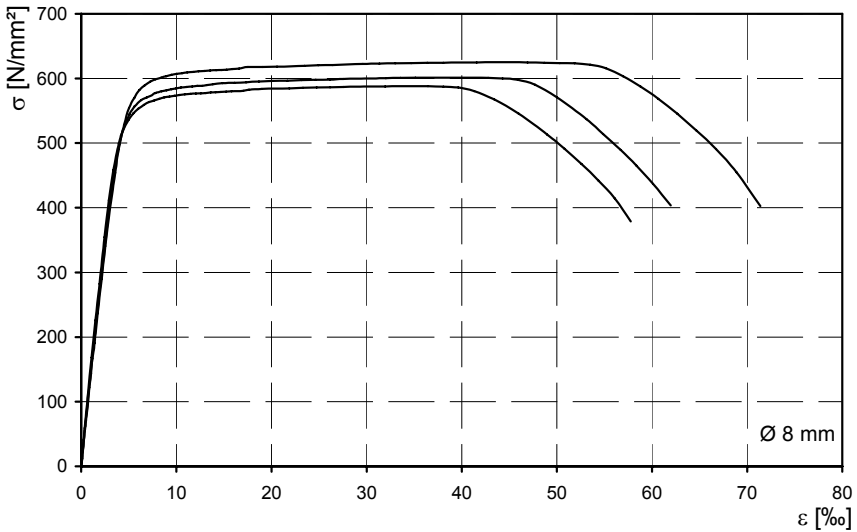


Abb. A-1.1: Träger 1:  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme der drei Zugproben  $\varnothing$  8 mm.

Mittelwerte:  $f_y = 545 \text{ MN/m}^2$ ;  $f_u = 605 \text{ MN/m}^2$ ;  $\varepsilon_u = 41,0 \text{ ‰}$ ;  $E_0 = 188.170 \text{ MN/m}^2$

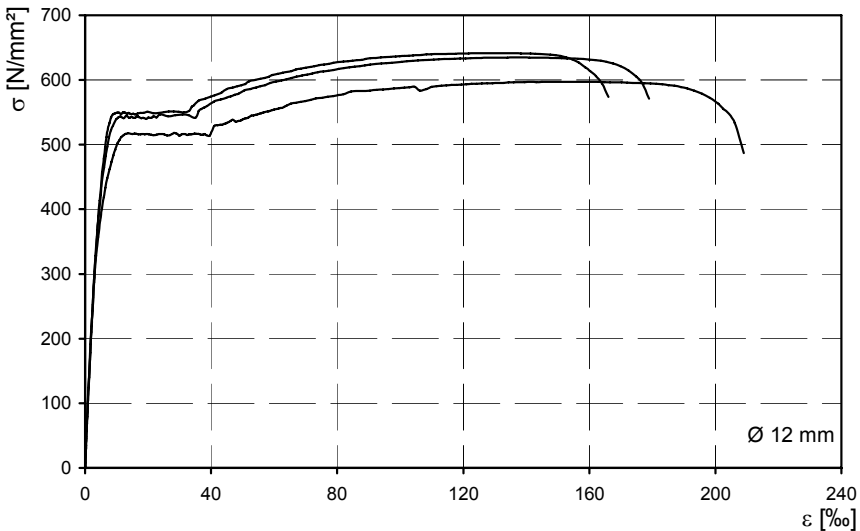


Abb. A-1.2: Träger 1:  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme der drei Zugproben  $\varnothing$  12 mm.

Mittelwerte:  $f_y = 536 \text{ MN/m}^2$ ;  $f_u = 625 \text{ MN/m}^2$ ;  $\varepsilon_u = 139,1 \text{ ‰}$ ;  $E_0 = 190.427 \text{ MN/m}^2$

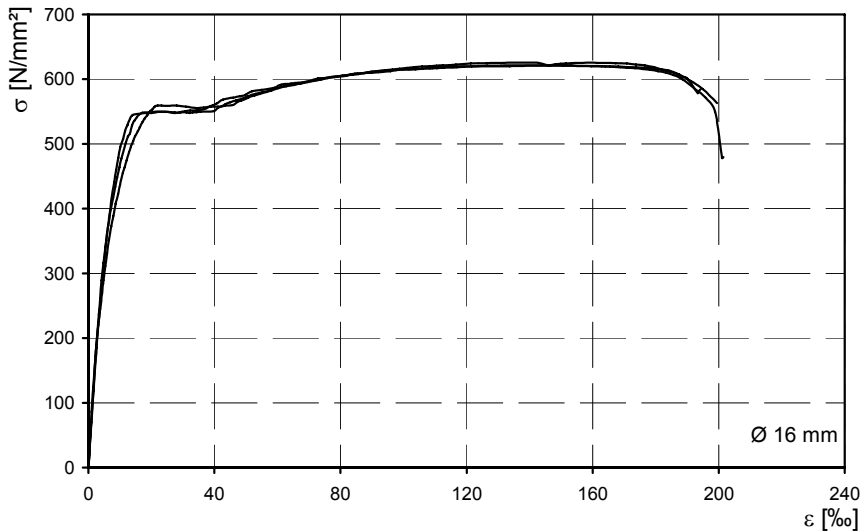


Abb. A-1.3: Träger 1:  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramme der drei Zugproben  $\varnothing$  16 mm.

Mittelwerte:  $f_y = 552 \text{ MN/m}^2$ ;  $f_u = 623 \text{ MN/m}^2$ ;  $\epsilon_u = 140,8 \text{ ‰}$ ;  $E_0 = 187.390 \text{ MN/m}^2$

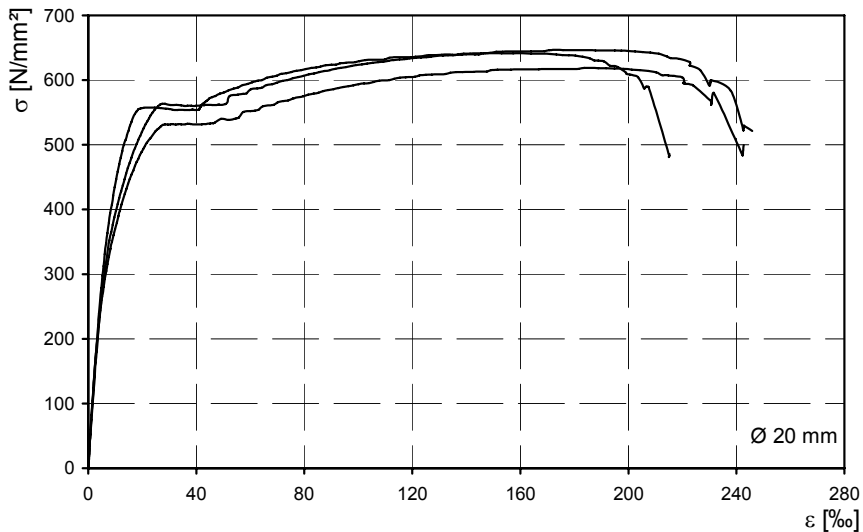
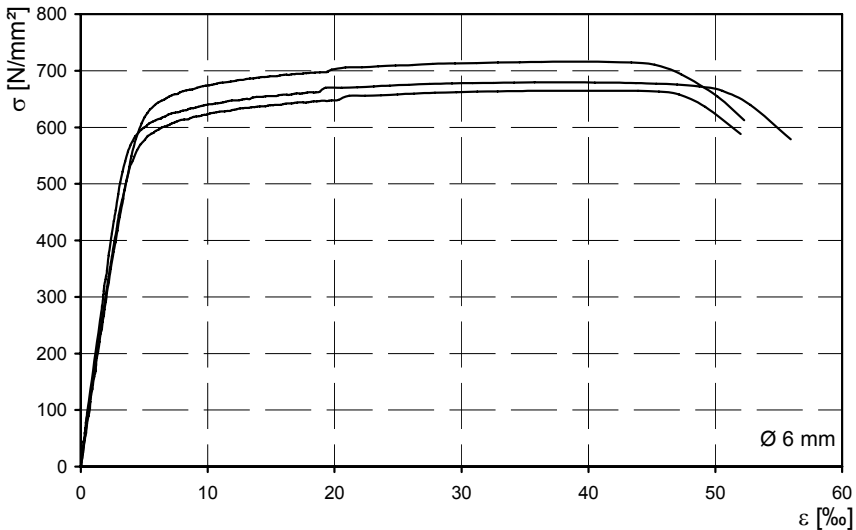


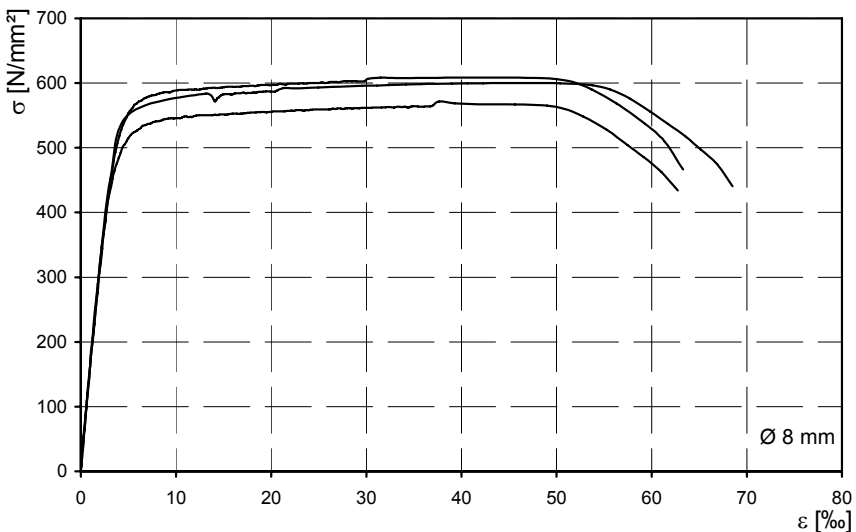
Abb. A-1.4: Träger 1:  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramme der drei Zugproben  $\varnothing$  20 mm.

Mittelwerte:  $f_y = 551 \text{ MN/m}^2$ ;  $f_u = 636 \text{ MN/m}^2$ ;  $\epsilon_u = 168,5 \text{ ‰}$

Für den Träger 1 wurde bei den Stäben  $\varnothing$  20 mm kein Elastizitätsmodul bestimmt. Für die Berechnung wurde daher der Elastizitätsmodul von  $E_0 = 193.131 \text{ MN/m}^2$  angesetzt, der für die Stäbe  $\varnothing$  20 mm des Trägers 2 ermittelt wurde.

Abb. A-1.5: Träger 2:  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme der drei Zugproben  $\varnothing$  6 mm.

Mittelwerte:  $f_y = 608 \text{ MN/m}^2$ ;  $f_u = 687 \text{ MN/m}^2$ ;  $\varepsilon_u = 40,3 \text{ ‰}$ ;  $E_0 = 182.245 \text{ MN/m}^2$

Abb. A-1.6: Träger 2:  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramme der drei Zugproben  $\varnothing$  8 mm.

Mittelwerte:  $f_y = 537 \text{ MN/m}^2$ ;  $f_u = 594 \text{ MN/m}^2$ ;  $\varepsilon_u = 43,3 \text{ ‰}$ ;  $E_0 = 191.570 \text{ MN/m}^2$

Für den Träger 2 liegen für die Stäbe  $\varnothing$  12 mm keine Messergebnisse vor. Für die Berechnungen wurden daher die Materialeigenschaften der Stäbe  $\varnothing$  12 mm des Trägers 1 angesetzt. Auf die Berechnungsergebnisse hat dies nur einen unwesentlichen Einfluss, weil die betreffenden Stäbe nur als Längsbewehrung im Steg und im Druckgurt zum Einsatz kamen.

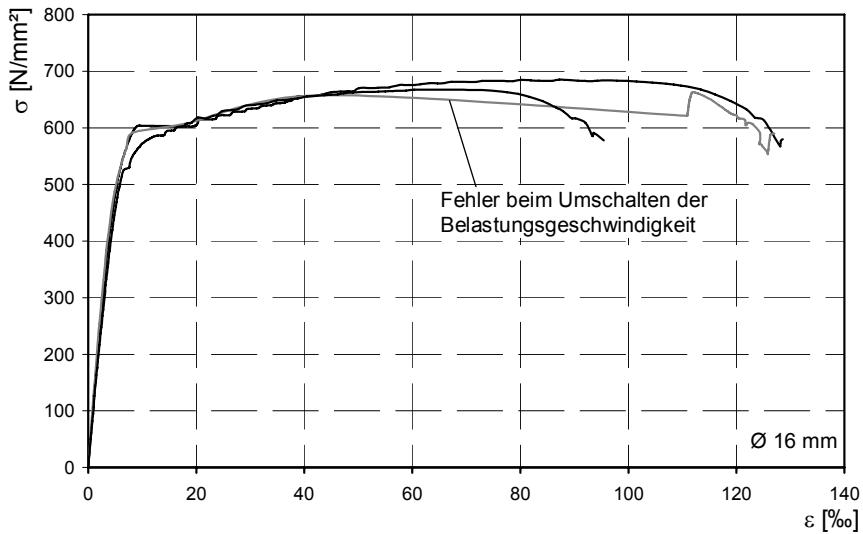


Abb. A-1.7: Träger 2:  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramme der drei Zugproben  $\varnothing$  16 mm.

Mittelwerte:  $f_y = 566 \text{ MN/m}^2$ ;  $f_u = 676 \text{ MN/m}^2$ ;  $\epsilon_u = 77,1 \text{ ‰}$ ;  $E_0 = 189.348 \text{ MN/m}^2$

Für die Stäbe  $\varnothing$  16 mm wurde für den Träger 2 nur der Mittelwert des Elastizitätsmoduls aus den drei Proben ermittelt. Die restlichen Mittelwerte konnten zuverlässig nur aus zwei Proben ermittelt werden.

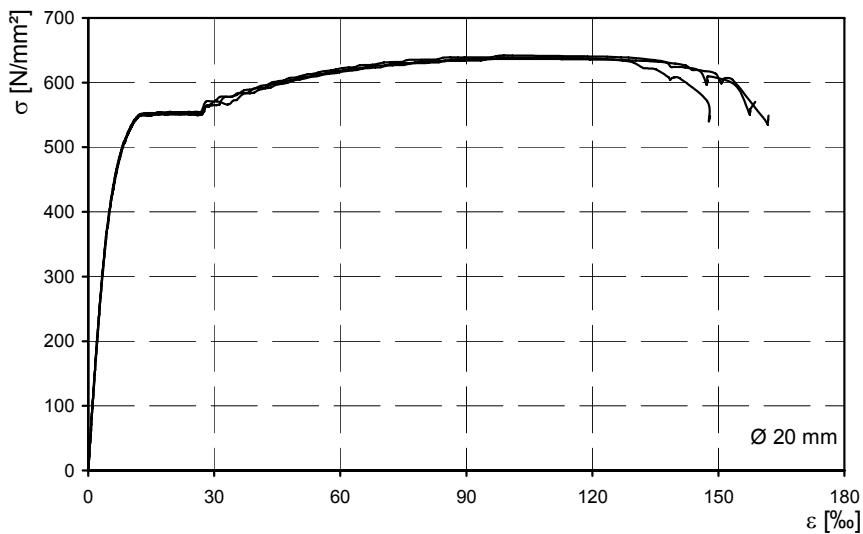


Abb. A-1.8: Träger 2:  $\sigma$ - $\epsilon$ -Diagramme der drei Zugproben  $\varnothing$  20 mm.

Mittelwerte:  $f_y = 552 \text{ MN/m}^2$ ;  $f_u = 639 \text{ MN/m}^2$ ;  $\epsilon_u = 100,2 \text{ ‰}$ ;  $E_0 = 193.130 \text{ MN/m}^2$

## Anhang A-2 Einzelergebnisse der nachgerechneten Versuche

In den folgenden Tabellen sind jeweils auf der linken Seite die Tragfähigkeiten und Versagensarten für die in Tab. 4.1 bis Tab. 4.9 angegebenen Versuche aufgeführt. Zusätzlich sind dort die berechneten Tragfähigkeiten, die Versagensarten und die im Vergleich zum Versuch verbleibenden Modellsicherheiten der Berechnungen nach ETB und nach dem Fachwerkmodell aus *DIN 1045-1 2008* angegeben. In der jeweils korrespondierenden Tabelle auf der rechten Seite finden sich zum einen die Bezugsgrößen für die Diagramme in Abb. 4.24 bis Abb. 4.31, mit denen der Einfluss dieser Bezugsgrößen auf die Berechnungen untersucht wurde. Zum anderen ist dort der Druckstrebenneigungswinkel des Fachwerkmodells nach *DIN 1045-1 2008* sowie die zur Erzielung der Tragfähigkeiten der Versuche und der Berechnung nach ETB theoretisch erforderlichen Druckstrebenneigungswinkel aufgeführt. Die Tabellen sind nicht getrennt nach Stahlbeton- und Spannbetontägern, allerdings ist bei den Stahlbetontägern die Bezugsgröße  $-\sigma_c/f_{1c}$  gleich null. Die folgende Abkürzungen, Formelzeichen und Fußnoten werden in den Tabellen verwendet:

<b>Quelle</b>	Quellenangabe der Versuchsdokumentation, siehe Literaturverzeichnis
<b>Versuch</b>	genaue Bezeichnung der Versuche
<b>QS</b>	Querschnittsform
	<b>DT</b> Doppel-T-Querschnitt
	<b>T</b> T-Querschnitt / Plattenbalkenquerschnitt
	<b>R</b> Rechteckquerschnitt
<b><math>V_{u,test}</math></b>	Bruchquerkraft im Versuch, Werte in kN
<b><math>V_{u,ETB}</math></b>	Bruchquerkraft nach ETB, Werte in kN
<b><math>\gamma_{ETB}</math></b>	resultierende Modellsicherheit nach ETB
<b><math>V_{u,DIN}</math></b>	Bruchquerkraft nach <i>DIN 1045-1 2008</i> , Werte in kN
<b><math>\gamma_{DIN}</math></b>	resultierende Modellsicherheit nach <i>DIN 1045-1 2008</i>
<b><math>f_{1c}</math></b>	einaxiale Druckfestigkeit des Betons, Werte in N/mm <sup>2</sup>
<b><math>a/d</math></b>	Schubslankheit
<b><math>\omega_w</math></b>	Bügelbewehrungsgrad
<b><math>-\sigma_c/f_{1c}</math></b>	Verhältnis der Betonlängsspannung im Schwerpunkt zur einaxialen Betondruckfestigkeit, Maß für den Vorspanngrad
<b><math>\theta_{u,test}</math></b>	theoretisch erforderliche Druckstrebenneigung eines Fachwerkmodells zur Abtragung von $V_{u,test}$ , Werte in °
<b><math>\theta_{u,ETB}</math></b>	theoretisch erforderliche Druckstrebenneigung eines Fachwerkmodells zur Abtragung von $V_{u,ETB}$ , Werte in °
<b><math>\theta_{u,DIN}</math></b>	rechnerische Druckstrebenneigung des Fachwerkmodells nach <i>DIN 1045-1 2008</i> , Werte in Klammern: theoretische Druckstrebenneigung, wenn Tragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung maßgebend ist, alle Werte in °
1)	Schubdruckbruch
2)	Schubzugbruch
3)	Kombination aus Schubdruck- und Schubzugbruch
4)	Schubzugbruch mit Unterschreitung der Mindestquerkraftbewehrung
5)	Versagensart nicht dokumentiert

Anhang A-2

Quelle	Versuch	QS	$V_{u,test}$	$V_{u,ETB}$	$\gamma_{ETB}$	$V_{u,DIN}$	$\gamma_{DIN}$
<i>Bhal 1968</i>	B1S	R	130,0 <sup>2)</sup>	122 <sup>2)</sup>	1,066	97 <sup>2)</sup>	1,334
	B2S	R	252,5 <sup>2)</sup>	243 <sup>2)</sup>	1,039	195 <sup>2)</sup>	1,294
	B3S	R	372,5 <sup>2)</sup>	373 <sup>2)</sup>	0,999	295 <sup>2)</sup>	1,263
	B4S	R	468,0 <sup>2)</sup>	462 <sup>2)</sup>	1,013	391 <sup>2)</sup>	1,197
<i>Bennett und Debaiky 1974</i>	PM-6-160	DT	96 <sup>4)</sup>	74 <sup>4)</sup>	1,297	44 <sup>4)</sup>	2,164
	PH-6-160	DT	93,5 <sup>2)</sup>	87 <sup>2)</sup>	1,075	48 <sup>2)</sup>	1,958
	PL-6-80	DT	106 <sup>1)</sup>	90 <sup>2)</sup>	1,178	56 <sup>2)</sup>	1,895
	CL-6-240	DT	100 <sup>4)</sup>	51 <sup>4)</sup>	1,961	41 <sup>4)</sup>	2,468
	CM-6-240	DT	100 <sup>4)</sup>	63 <sup>4)</sup>	1,587	41 <sup>4)</sup>	2,458
	CM-6-160	DT	111,5 <sup>4)</sup>	79 <sup>4)</sup>	1,411	41 <sup>4)</sup>	2,718
	CH-6-160	DT	112 <sup>1)</sup>	92 <sup>2)</sup>	1,217	45 <sup>2)</sup>	2,464
	CL-6-80	DT	116 <sup>1)</sup>	93 <sup>2)</sup>	1,247	53 <sup>2)</sup>	2,193
	CM-6-80	DT	126 <sup>1)</sup>	115 <sup>2)</sup>	1,096	67 <sup>2)</sup>	1,876
	CH-6-80	DT	140 <sup>1)</sup>	125 <sup>2)</sup>	1,120	81 <sup>2)</sup>	1,728
	NL-6-240	DT	82,4 <sup>2)</sup>	48 <sup>4)</sup>	1,717	38 <sup>4)</sup>	2,173
	NM-6-240	DT	89 <sup>4)</sup>	52 <sup>2)</sup>	1,712	37 <sup>4)</sup>	2,391
	NH-6-240	DT	89 <sup>2)</sup>	66 <sup>2)</sup>	1,348	37 <sup>4)</sup>	2,425
	NL-6-160	DT	90,5 <sup>2)</sup>	58 <sup>4)</sup>	1,560	37 <sup>4)</sup>	2,420
	NM-6-160	DT	93,5 <sup>4)</sup>	72 <sup>2)</sup>	1,299	39 <sup>2)</sup>	2,425
	NL-6-80	DT	106,4 <sup>1)</sup>	88 <sup>2)</sup>	1,209	54 <sup>2)</sup>	1,978
	NH-6-80	DT	114 <sup>1)</sup>	115 <sup>2)</sup>	0,991	84 <sup>2)</sup>	1,359
	NL-10-160	DT	102,5 <sup>2)</sup>	93 <sup>2)</sup>	1,102	59 <sup>2)</sup>	1,727
	NM-10-160	DT	102,5 <sup>1)</sup>	116 <sup>2)</sup>	0,884	93 <sup>2)</sup>	1,100
	PL-6-240	DT	89 <sup>2)</sup>	50 <sup>4)</sup>	1,780	40 <sup>4)</sup>	2,248
CH-6-240	DT	102,5 <sup>2)</sup>	73 <sup>4)</sup>	1,404	41 <sup>4)</sup>	2,520	
CL-6-160	DT	102,5 <sup>2)</sup>	63 <sup>4)</sup>	1,627	41 <sup>4)</sup>	2,509	
<i>Bresler und Scordelis 1963</i>	A-1	R	233,5 <sup>5)</sup>	181 <sup>2)</sup>	1,290	166 <sup>4)</sup>	1,410
	A-2	R	244,5 <sup>5)</sup>	163 <sup>2)</sup>	1,500	169 <sup>4)</sup>	1,446
	B-1	R	221,5 <sup>5)</sup>	178 <sup>2)</sup>	1,244	128 <sup>4)</sup>	1,733
	B-2	R	200,0 <sup>5)</sup>	149 <sup>2)</sup>	1,342	125 <sup>4)</sup>	1,601
	C-1	R	155,5 <sup>5)</sup>	146 <sup>2)</sup>	1,065	95 <sup>2)</sup>	1,631
	C-2	R	162,5 <sup>5)</sup>	135 <sup>2)</sup>	1,204	92 <sup>2)</sup>	1,765
<i>Cafilisch und Thürlimann 1970a+b</i>	A0-re	DT	316,0 <sup>2)</sup>	238 <sup>2)</sup>	1,328	200 <sup>2)</sup>	1,578
	A2-li	DT	305,0 <sup>2)</sup>	235 <sup>2)</sup>	1,298	168 <sup>2)</sup>	1,812
	B1-re	DT	303,0 <sup>2)</sup>	264 <sup>2)</sup>	1,148	160 <sup>2)</sup>	1,896
	B2-re	DT	301,0 <sup>2)</sup>	250 <sup>2)</sup>	1,204	156 <sup>2)</sup>	1,933

Tab. A-2.1: Querkrafttragfähigkeit der nachgerechneten Versuche: Versuchsergebnisse sowie Berechnungsergebnisse nach ETB und *DIN 1045-1 2008*.



Versuch	$f_{1c}$	a/d	$\omega_w$	$-\sigma_c/f_{1c}$	$\theta_{u,test}$	$\theta_{u,ETB}$	$\theta_{u,DIN}$
B1S	24,5	3,00	0,034	0,000	18,3	19,4	23,8
B2S	24,7	3,00	0,034	0,000	18,8	19,4	23,7
B3S	25,9	3,00	0,032	0,000	19,1	19,0	23,6
B4S	25,0	3,00	0,034	0,000	20,1	20,4	23,7
PM-6-160	35,3	2,97	0,052	0,318	11,9	15,2	26,9 (24,4)
PH-6-160	33,8	2,97	0,067	0,327	15,0	16,0	27,6
PL-6-80	36,6	2,97	0,075	0,305	15,9	18,6	28,4
CL-6-240	47,3	2,97	0,019	0,166	5,8	11,2	22,6 (14,0)
CM-6-240	47,6	2,97	0,026	0,166	7,7	12,0	24,8 (18,3)
CM-6-160	51,2	2,97	0,036	0,151	10,2	14,3	27,5 (26,2)
CH-6-160	49,6	2,97	0,046	0,158	12,6	15,2	28,8
CL-6-80	50,5	2,97	0,055	0,156	14,6	18,0	29,8
CM-6-80	49,8	2,97	0,074	0,160	17,7	19,3	31,0
CH-6-80	46,8	2,97	0,097	0,168	19,6	21,8	31,7
NL-6-240	34,5	2,97	0,027	0,228	7,0	11,9	23,4 (14,9)
NM-6-240	32,2	2,97	0,038	0,241	8,6	14,5	25,4 (19,9)
NH-6-240	29,6	2,97	0,051	0,264	10,6	14,2	26,7 (24,4)
NL-6-160	32,7	2,97	0,042	0,238	9,5	14,6	26,1 (22,0)
NM-6-160	32,0	2,97	0,057	0,247	12,2	15,6	27,6
NL-6-80	33,3	2,97	0,083	0,236	15,9	19,0	29,4
NH-6-80	32,4	2,97	0,140	0,242	23,7	23,5	30,8
NL-10-160	32,2	2,97	0,096	0,243	18,3	20,0	29,7
NM-10-160	32,0	2,97	0,159	0,246	28,6	25,7	31,0
PL-6-240	37,0	2,97	0,025	0,228	6,5	11,4	23,2 (14,3)
CH-6-240	48,3	2,97	0,031	0,162	9,2	12,9	26,3 (22,3)
CL-6-160	49,1	2,97	0,028	0,160	8,4	13,5	25,6 (20,3)
A-1	22,9	4,00	0,018	0,000	9,9	12,7	18,4 (13,9)
A-2	23,1	5,00	0,018	0,000	9,5	14,1	18,4 (13,6)
B-1	23,6	4,00	0,026	0,000	11,7	14,5	20,8 (19,8)
B-2	22,0	5,00	0,028	0,000	13,0	17,2	21,0 (20,2)
C-1	28,1	4,00	0,029	0,000	14,7	15,6	23,2
C-2	22,6	5,00	0,037	0,000	14,1	16,8	23,9
A0-re	25,7	2,97	0,117	0,000	18,8	24,3	28,3
A2-li	32,8	2,88	0,068	0,081	15,2	19,4	26,2
B1-re	26,6	2,91	0,100	0,096	17,9	20,3	31,4
B2-re	26,1	2,96	0,102	0,087	17,6	21,0	31,6

Tab. A-2.2: Bezugsgrößen der Versuche aus Tab. A-2.1 für die Diagramme in Kap. 4.6 sowie theoretische bzw. rechnerische Druckstrebenneigungswinkel.

Anhang A-2

Quelle	Versuch	QS	$V_{u,test}$	$V_{u,ETB}$	$\gamma_{ETB}$	$V_{u,DIN}$	$\gamma_{DIN}$
<i>Caflich und Thürimann 1970a+b</i>	B2-li	DT	348,0 <sup>2)</sup>	219 <sup>2)</sup>	1,589	179 <sup>2)</sup>	1,949
<i>Cederwall et al 1970</i>	3	R	76,2 <sup>5)</sup>	68 <sup>2)</sup>	1,121	54 <sup>2)</sup>	1,424
	4	R	74,5 <sup>5)</sup>	72 <sup>2)</sup>	1,035	52 <sup>2)</sup>	1,438
	5	R	97,5 <sup>5)</sup>	95 <sup>2)</sup>	1,026	84 <sup>2)</sup>	1,154
	14	R	92,0 <sup>5)</sup>	90 <sup>2)</sup>	1,022	59 <sup>2)</sup>	1,557
	15	R	118,5 <sup>5)</sup>	102 <sup>2)</sup>	1,162	59 <sup>2)</sup>	2,025
	16	R	118,7 <sup>5)</sup>	101 <sup>2)</sup>	1,175	62 <sup>2)</sup>	1,928
	17	R	90,0 <sup>5)</sup>	103 <sup>2)</sup>	0,874	97 <sup>2)</sup>	0,929
	18	R	77,0 <sup>5)</sup>	60 <sup>4)</sup>	1,283	53 <sup>4)</sup>	1,459
	19	R	86,6 <sup>5)</sup>	58 <sup>4)</sup>	1,493	52 <sup>4)</sup>	1,663
<i>Gabrielsson 1993</i>	S2	R	172,5 <sup>5)</sup>	124 <sup>2)</sup>	1,391	70 <sup>2)</sup>	2,449
	S3	R	210,0 <sup>5)</sup>	129 <sup>2)</sup>	1,628	85 <sup>2)</sup>	2,469
	S4	R	200,0 <sup>5)</sup>	142 <sup>2)</sup>	1,408	104 <sup>2)</sup>	1,932
	HS1	R	250,0 <sup>5)</sup>	235 <sup>2)</sup>	1,064	175 <sup>2)</sup>	1,426
	HS2	R	200,0 <sup>5)</sup>	175 <sup>2)</sup>	1,143	127 <sup>2)</sup>	1,576
<i>Gregor und Collins 1995</i>	CM5	DT	877,3 <sup>2)</sup>	774 <sup>2)</sup>	1,133	512 <sup>2)</sup>	1,713
	CM6	DT	949,3 <sup>2)</sup>	770 <sup>2)</sup>	1,233	522 <sup>2)</sup>	1,817
<i>Guralnick 1960</i>	IA-1	T	338,1 <sup>2)</sup>	249 <sup>3)</sup>	1,358	327 <sup>2)</sup>	1,035
	IA-2	T	169,0 <sup>2)</sup>	151 <sup>2)</sup>	1,119	143 <sup>2)</sup>	1,179
	IB-2	T	134,8 <sup>2)</sup>	139 <sup>2)</sup>	0,970	143 <sup>2)</sup>	0,939
	IC-1	T	430,1 <sup>2)</sup>	309 <sup>2)</sup>	1,392	330 <sup>2)</sup>	1,302
	IC-2	T	258,9 <sup>2)</sup>	174 <sup>2)</sup>	1,488	152 <sup>2)</sup>	1,698
	ID-1	T	455,5 <sup>2)</sup>	284 <sup>2)</sup>	1,604	332 <sup>2)</sup>	1,374
	ID-2	T	260,2 <sup>2)</sup>	157 <sup>2)</sup>	1,657	151 <sup>2)</sup>	1,729
	IIA-1	T	258,0 <sup>2)</sup>	245 <sup>2)</sup>	1,053	327 <sup>2)</sup>	0,790
	IIA-2	T	137,0 <sup>2)</sup>	150 <sup>2)</sup>	0,913	143 <sup>2)</sup>	0,956
	IIB-2	T	113,0 <sup>2)</sup>	135 <sup>2)</sup>	0,837	143 <sup>2)</sup>	0,787
	IIC-1	T	405,7 <sup>2)</sup>	302 <sup>2)</sup>	1,343	332 <sup>2)</sup>	1,223
	IIC-2	T	181,5 <sup>2)</sup>	176 <sup>2)</sup>	1,031	154 <sup>2)</sup>	1,179
	IID-2	T	180,2 <sup>2)</sup>	157 <sup>2)</sup>	1,148	152 <sup>2)</sup>	1,186
	IA-2R	T	167,3 <sup>2)</sup>	158 <sup>2)</sup>	1,059	143 <sup>2)</sup>	1,168
	IB-2R	T	140,1 <sup>2)</sup>	142 <sup>2)</sup>	0,987	143 <sup>2)</sup>	0,976
	IC-2R	T	225,1 <sup>1)</sup>	191 <sup>2)</sup>	1,179	152 <sup>2)</sup>	1,476
ID-2R	T	217,5 <sup>2)</sup>	170 <sup>2)</sup>	1,279	151 <sup>2)</sup>	1,445	
<i>Haddadin et al 1971</i>	A2	T	194,5 <sup>5)</sup>	169 <sup>4)</sup>	1,151	94 <sup>2)</sup>	2,073
	A3	T	291,8 <sup>5)</sup>	243 <sup>2)</sup>	1,201	152 <sup>2)</sup>	1,922

Tab. A-2.3: Fortsetzung von Tab. A-2.1.

Versuch	$f_{1c}$	a/d	$\omega_w$	$-\sigma_c/f_{1c}$	$\theta_{u,test}$	$\theta_{u,ETB}$	$\theta_{u,DIN}$
B2-li	26,1	2,96	0,097	0,087	14,6	22,5	27,0
3	32,7	3,42	0,038	0,000	19,4	21,5	26,6
4	26,2	2,56	0,047	0,000	19,7	20,3	27,2
5	30,8	2,56	0,080	0,000	28,5	29,1	32,1
14	32,4	2,56	0,043	0,111	18,1	18,5	27,0
15	33,4	2,56	0,042	0,062	14,2	16,4	27,2
16	34,4	2,56	0,042	0,117	14,9	17,3	27,1
17	35,4	2,56	0,078	0,072	33,4	29,9	31,4
18	36,4	2,56	0,018	0,090	10,5	13,4	20,2 (15,1)
19	37,4	2,56	0,018	0,079	9,4	13,8	20,1 (15,3)
S2	82,2	3,29	0,019	0,000	11,3	15,5	26,1
S3	89,3	3,29	0,024	0,000	12,4	19,6	28,4
S4	73,5	3,29	0,040	0,000	17,5	23,9	31,3
HS1	80,6	3,08	0,035	0,000	22,8	24,1	30,9
HS2	80,6	4,23	0,022	0,000	17,9	20,3	27,0
CM5	54,9	2,62	0,066	0,026	20,6	23,1	32,8
CM6	54,1	2,62	0,067	0,060	19,2	23,2	32,3
IA-1	21,2	3,05	0,305	0,000	35,9	44,6	36,9
IA-2	17,2	2,99	0,141	0,000	29,0	31,8	33,2
IB-2	16,0	2,97	0,151	0,000	35,0	34,2	33,3
IC-1	32,3	3,06	0,200	0,000	29,6	38,3	36,5
IC-2	32,3	2,95	0,075	0,000	20,1	28,6	31,9
ID-1	32,3	3,05	0,200	0,000	28,3	40,8	36,5
ID-2	32,3	2,99	0,075	0,000	19,8	30,8	31,9
IIA-1	21,2	6,10	0,305	0,000	43,5	45,0	36,9
IIA-2	17,2	5,98	0,141	0,000	34,4	32,0	33,2
IIB-2	16,0	5,94	0,151	0,000	39,8	34,9	33,3
IIC-1	36,2	6,12	0,179	0,000	31,1	39,0	36,4
IIC-2	36,2	5,90	0,067	0,000	27,6	28,3	31,7
IID-2	36,2	5,98	0,067	0,000	27,5	30,8	31,7
IA-2R	17,2	2,99	0,141	0,000	29,3	30,7	33,2
IB-2R	16,0	2,97	0,151	0,000	33,9	33,6	33,3
IC-2R	32,3	2,95	0,075	0,000	22,9	26,4	31,9
ID-2R	32,3	2,99	0,075	0,000	23,3	28,9	31,9
A2	27,7	2,50	0,030	0,000	11,8	13,5	23,4
A3	28,6	2,50	0,064	0,000	16,9	20,0	30,3

Tab. A-2.4: Fortsetzung von Tab. A-2.2.

Anhang A-2

Quelle	Versuch	QS	$V_{u,test}$	$V_{u,ETB}$	$\gamma_{ETB}$	$V_{u,DIN}$	$\gamma_{DIN}$
<i>Haddadin et al 1971</i>	A4	T	342,7 <sup>5)</sup>	319 <sup>2)</sup>	1,074	244 <sup>2)</sup>	1,406
	A5	T	387,6 <sup>5)</sup>	385 <sup>2)</sup>	1,007	361 <sup>2)</sup>	1,074
	B3	T	271,7 <sup>5)</sup>	221 <sup>2)</sup>	1,229	151 <sup>2)</sup>	1,804
	C2	T	173,5 <sup>5)</sup>	162 <sup>2)</sup>	1,071	93 <sup>2)</sup>	1,864
	C3	T	260,4 <sup>5)</sup>	190 <sup>2)</sup>	1,371	149 <sup>2)</sup>	1,752
	C4	T	310,9 <sup>5)</sup>	255 <sup>2)</sup>	1,219	242 <sup>2)</sup>	1,283
	C5	T	358,6 <sup>5)</sup>	317 <sup>2)</sup>	1,131	363 <sup>2)</sup>	0,988
	D3	T	241,3 <sup>5)</sup>	168 <sup>2)</sup>	1,436	151 <sup>2)</sup>	1,594
	E2	T	169,3 <sup>5)</sup>	151 <sup>2)</sup>	1,121	85 <sup>2)</sup>	1,992
	E3	T	189,4 <sup>5)</sup>	186 <sup>2)</sup>	1,018	141 <sup>2)</sup>	1,340
	E4	T	251,6 <sup>5)</sup>	239 <sup>1)</sup>	1,053	234 <sup>2)</sup>	1,076
	E5	T	307,7 <sup>5)</sup>	298 <sup>1)</sup>	1,033	355 <sup>2)</sup>	0,867
	F3	T	330,1 <sup>5)</sup>	255 <sup>2)</sup>	1,295	158 <sup>2)</sup>	2,084
	G3	T	332,9 <sup>5)</sup>	282 <sup>2)</sup>	1,180	184 <sup>2)</sup>	1,809
	G4	T	383,9 <sup>5)</sup>	371 <sup>2)</sup>	1,035	307 <sup>2)</sup>	1,251
	G5	T	428,3 <sup>5)</sup>	418 <sup>1)</sup>	1,025	463 <sup>2)</sup>	0,926
	H2	T	318,9 <sup>5)</sup>	261 <sup>2)</sup>	1,222	151 <sup>2)</sup>	2,114
J3	T	263,2 <sup>5)</sup>	244 <sup>2)</sup>	1,079	152 <sup>2)</sup>	1,731	
J5	T	433,9 <sup>5)</sup>	397 <sup>2)</sup>	1,093	364 <sup>2)</sup>	1,192	
<i>Hanson und Hulsbos 1964</i>	F-X1 B	DT	142,3 <sup>3)</sup>	104 <sup>2)</sup>	1,369	60 <sup>4)</sup>	2,376
	F-2 B	DT	177,9 <sup>3)</sup>	104 <sup>2)</sup>	1,711	59 <sup>4)</sup>	3,041
	F-3 B	DT	177,9 <sup>3)</sup>	78 <sup>4)</sup>	2,281	59 <sup>4)</sup>	2,996
	F-4 B	DT	169,0 <sup>2)</sup>	100 <sup>2)</sup>	1,690	60 <sup>4)</sup>	2,821
	F-5 B	DT	143,2 <sup>3)</sup>	74 <sup>4)</sup>	1,936	58 <sup>4)</sup>	2,453
	F-7 B	DT	129,4 <sup>3)</sup>	91 <sup>4)</sup>	1,422	60 <sup>4)</sup>	2,147
	F-8 B	DT	120,1 <sup>2)</sup>	60 <sup>4)</sup>	2,002	60 <sup>4)</sup>	1,991
	F-9 A	DT	112,5 <sup>2)</sup>	87 <sup>4)</sup>	1,294	59 <sup>4)</sup>	1,892
	F-10 B	DT	110,3 <sup>3)</sup>	55 <sup>4)</sup>	2,006	61 <sup>4)</sup>	1,821
	F-11 B	DT	115,7 <sup>2)</sup>	66 <sup>4)</sup>	1,752	58 <sup>4)</sup>	2,004
	F-12 B	DT	102,3 <sup>2)</sup>	49 <sup>4)</sup>	2,088	59 <sup>4)</sup>	1,736
	F-13 B	DT	108,1 <sup>2)</sup>	61 <sup>4)</sup>	1,772	58 <sup>4)</sup>	1,876
	F-14 B	DT	98,8 <sup>2)</sup>	46 <sup>4)</sup>	2,147	60 <sup>4)</sup>	1,644
	F-15 B	DT	75,6 <sup>2)</sup>	43 <sup>4)</sup>	1,759	55 <sup>4)</sup>	1,369
	F-16 B	DT	85,4 <sup>2)</sup>	53 <sup>4)</sup>	1,611	59 <sup>4)</sup>	1,437
	F-19 B	DT	176,1 <sup>2)</sup>	120 <sup>2)</sup>	1,468	61 <sup>4)</sup>	2,891
	F-X1 A	DT	167,3 <sup>3)</sup>	104 <sup>2)</sup>	1,608	60 <sup>4)</sup>	2,792

Tab. A-2.5: Fortsetzung von Tab. A-2.3.

Versuch	$f_{1c}$	a/d	$\omega_w$	$-\sigma_c/f_{1c}$	$\theta_{u,test}$	$\theta_{u,ETB}$	$\theta_{u,DIN}$
A4	27,1	2,50	0,127	0,000	25,8	27,5	34,2
A5	25,0	2,50	0,219	0,000	34,3	34,5	36,2
B3	26,3	3,38	0,070	0,000	18,1	21,8	30,5
C2	26,4	4,25	0,032	0,000	13,2	14,1	23,6
C3	22,9	4,25	0,080	0,000	18,8	25,0	30,8
C4	24,4	4,25	0,141	0,000	28,1	33,0	34,4
C5	28,9	4,25	0,190	0,000	36,4	39,8	36,1
D3	27,8	6,00	0,066	0,000	20,2	27,8	30,3
E2	14,4	2,50	0,059	0,000	13,5	15,1	25,5
E3	13,0	2,50	0,141	0,000	25,1	25,5	32,1
E4	12,7	2,50	0,271	0,000	33,4	34,8	35,4
E5	16,2	2,50	0,339	0,000	40,7	41,6	36,7
F3	42,7	2,50	0,043	0,000	15,0	19,2	29,2
G3	24,9	2,50	0,098	0,000	19,4	22,5	32,5
G4	25,4	2,50	0,179	0,000	29,7	30,6	35,5
G5	24,8	2,50	0,292	0,000	39,2	39,9	37,1
H2	26,8	2,50	0,069	0,000	15,5	18,7	30,4
J3	28,9	2,50	0,064	0,000	18,6	20,0	30,2
J5	30,9	2,50	0,178	0,000	31,3	33,7	36,0
F-X1 B	43,6	3,39	0,024	0,142	8,3	11,2	24,0 (19,0)
F-2 B	42,9	2,82	0,025	0,136	6,6	11,2	24,0 (19,5)
F-3 B	44,8	2,82	0,016	0,132	4,6	10,4	20,7 (13,6)
F-4 B	41,5	3,53	0,025	0,154	6,7	11,2	23,8 (18,3)
F-5 B	42,0	3,53	0,017	0,140	5,5	10,5	20,6 (13,3)
F-7 B	43,4	4,23	0,020	0,146	7,3	10,3	22,1 (15,3)
F-8 B	45,1	4,23	0,011	0,137	4,5	9,0	18,4 (9,0)
F-9 A	43,6	6,35	0,020	0,139	8,7	11,2	22,4 (16,1)
F-10 B	46,2	4,94	0,009	0,134	4,2	8,5	18,4 (7,7)
F-11 B	39,5	4,94	0,015	0,150	5,7	9,8	19,1 (11,2)
F-12 B	42,6	5,64	0,009	0,141	4,0	8,3	18,4 (6,9)
F-13 B	42,3	5,64	0,012	0,133	5,3	9,3	18,4 (9,9)
F-14 B	44,3	6,35	0,007	0,140	3,7	7,9	18,4 (6,0)
F-15 B	37,9	7,06	0,008	0,140	4,3	7,6	18,4 (5,9)
F-16 B	43,9	7,76	0,009	0,137	5,2	8,4	18,4 (7,5)
F-19 B	48,5	3,53	0,028	0,125	8,5	12,4	25,7 (23,5)
F-X1 A	43,6	3,39	0,024	0,142	7,0	11,2	24,0 (19,0)

Tab. A-2.6: Fortsetzung von Tab. A-2.4.

Anhang A-2

Quelle	Versuch	QS	$V_{u,test}$	$V_{u,ETB}$	$\gamma_{ETB}$	$V_{u,DIN}$	$\gamma_{DIN}$
<i>Hanson und Hulsbos 1964</i>	F-2 A	DT	213,5 <sup>2)</sup>	134 <sup>2)</sup>	1,593	63 <sup>2)</sup>	3,363
	F-3 A	DT	224,2 <sup>3)</sup>	165 <sup>2)</sup>	1,359	86 <sup>2)</sup>	2,612
	F-4 A	DT	177,0 <sup>3)</sup>	120 <sup>2)</sup>	1,475	60 <sup>4)</sup>	2,954
	F-5 A	DT	179,3 <sup>1)</sup>	135 <sup>2)</sup>	1,328	63 <sup>2)</sup>	2,825
	F-7 A	DT	153,9 <sup>3)</sup>	109 <sup>2)</sup>	1,412	60 <sup>4)</sup>	2,553
	F-8 A	DT	164,6 <sup>1)</sup>	123 <sup>2)</sup>	1,338	60 <sup>4)</sup>	2,729
	F-9 B	DT	101,0 <sup>1)</sup>	60 <sup>4)</sup>	1,683	59 <sup>4)</sup>	1,698
	F-10 A	DT	129,0 <sup>2)</sup>	83 <sup>4)</sup>	1,554	61 <sup>4)</sup>	2,129
	F-11 A	DT	128,6 <sup>2)</sup>	99 <sup>2)</sup>	1,299	58 <sup>4)</sup>	2,228
	F-12 A	DT	111,2 <sup>1)</sup>	76 <sup>4)</sup>	1,463	59 <sup>4)</sup>	1,887
	F-13 A	DT	102,3 <sup>2)</sup>	86 <sup>4)</sup>	1,190	58 <sup>4)</sup>	1,776
	F-14 A	DT	102,3 <sup>1)</sup>	71 <sup>4)</sup>	1,441	60 <sup>4)</sup>	1,703
	F-19 A	DT	177,9 <sup>3)</sup>	137 <sup>2)</sup>	1,299	64 <sup>2)</sup>	2,779
<i>Johnson und Ramirez 1989</i>	1	R	338,5 <sup>1)</sup>	352 <sup>2)</sup>	0,962	249 <sup>2)</sup>	1,358
	2	R	221,9 <sup>1)</sup>	293 <sup>4)</sup>	0,757	221 <sup>4)</sup>	1,005
	3	R	262,6 <sup>2)</sup>	340 <sup>4)</sup>	0,772	277 <sup>4)</sup>	0,947
	4	R	315,9 <sup>1)</sup>	340 <sup>4)</sup>	0,929	277 <sup>4)</sup>	1,139
	5	R	382,6 <sup>1)</sup>	420 <sup>2)</sup>	0,911	267 <sup>2)</sup>	1,432
	7	R	280,8 <sup>1)</sup>	321 <sup>4)</sup>	0,875	247 <sup>4)</sup>	1,135
	8	R	258,1 <sup>1)</sup>	321 <sup>4)</sup>	0,804	247 <sup>4)</sup>	1,043
	<i>Kaufmann und Marti 1996</i>	VN1	DT	542,0 <sup>2)</sup>	508 <sup>2)</sup>	1,067	256 <sup>2)</sup>
VN2		DT	548,0 <sup>2)</sup>	478 <sup>2)</sup>	1,146	244 <sup>2)</sup>	2,245
VN3		DT	546,0 <sup>2)</sup>	559 <sup>2)</sup>	0,977	248 <sup>2)</sup>	2,205
VN4		DT	564,0 <sup>1)</sup>	602 <sup>2)</sup>	0,937	253 <sup>2)</sup>	2,227
MVN1		DT	523,0 <sup>2)</sup>	425 <sup>2)</sup>	1,231	231 <sup>2)</sup>	2,262
MVN2		DT	615,0 <sup>2)</sup>	503 <sup>2)</sup>	1,223	235 <sup>2)</sup>	2,618
MVN3		DT	885,0 <sup>2)</sup>	660 <sup>2)</sup>	1,341	381 <sup>2)</sup>	2,324
MVN4		DT	967,0 <sup>1)</sup>	708 <sup>2)</sup>	1,366	386 <sup>2)</sup>	2,503
<i>Kautsch (eigene Versuche)</i>	A-2	T	652,6 <sup>2)</sup>	568 <sup>2)</sup>	1,149	396 <sup>2)</sup>	1,649
	B-1	T	581,5 <sup>3)</sup>	599 <sup>3)</sup>	0,971	407 <sup>2)</sup>	1,429
	B-2	T	566,0 <sup>2)</sup>	501 <sup>3)</sup>	1,130	316 <sup>2)</sup>	1,789
<i>Krebs et al 2004</i>	Träger 2	DT	525,2 <sup>2)</sup>	475 <sup>2)</sup>	1,106	302 <sup>2)</sup>	1,741
<i>Kriski und Loov 1996</i>	1	R	249,0 <sup>5)</sup>	207 <sup>2)</sup>	1,203	169 <sup>4)</sup>	1,471
	2	R	383,5 <sup>5)</sup>	220 <sup>2)</sup>	1,743	172 <sup>4)</sup>	2,234
	3	R	224,5 <sup>5)</sup>	207 <sup>2)</sup>	1,085	169 <sup>4)</sup>	1,326
	5	R	293,0 <sup>5)</sup>	220 <sup>2)</sup>	1,332	171 <sup>4)</sup>	1,709

Tab. A-2.7: Fortsetzung von Tab. A-2.5.

Versuch	$f_{1c}$	a/d	$\omega_w$	$-\sigma_c/f_{1c}$	$\theta_{u,test}$	$\theta_{u,ETB}$	$\theta_{u,DIN}$
F-2 A	42,9	2,82	0,040	0,136	8,8	13,9	27,5
F-3 A	44,8	2,82	0,056	0,132	12,4	16,6	29,8
F-4 A	41,5	3,53	0,033	0,154	8,5	12,4	25,9 (23,8)
F-5 A	42,0	3,53	0,040	0,140	10,5	13,8	27,5
F-7 A	43,4	4,23	0,026	0,146	8,2	11,4	24,5 (20,1)
F-8 A	45,1	4,23	0,031	0,137	9,5	12,6	26,1 (24,6)
F-9 B	43,6	6,35	0,011	0,139	5,4	9,0	18,4 (9,1)
F-10 A	46,2	4,94	0,018	0,134	7,2	11,2	21,8 (15,1)
F-11 A	39,5	4,94	0,025	0,150	8,4	10,8	23,5 (18,1)
F-12 A	42,6	5,64	0,017	0,141	7,3	10,7	20,9 (13,7)
F-13 A	42,3	5,64	0,022	0,133	9,9	11,8	22,9 (17,3)
F-14 A	44,3	6,35	0,015	0,140	7,1	10,2	19,7 (12,0)
F-19 A	48,5	3,53	0,035	0,125	10,5	13,6	27,3
1	34,6	3,10	0,027	0,000	18,0	17,3	23,8
2	34,6	3,10	0,014	0,000	13,9	10,6	18,4 (14,0)
3	68,7	3,10	0,007	0,000	11,8	9,2	18,4 (11,2)
4	68,7	3,10	0,007	0,000	9,9	9,2	18,4 (11,2)
5	53,1	3,10	0,018	0,000	16,0	14,6	22,3
7	48,7	3,10	0,010	0,000	11,1	9,7	18,4 (12,5)
8	48,7	3,10	0,010	0,000	12,0	9,7	18,4 (12,5)
VN1	51,2	4,88	0,042	0,000	15,3	16,2	30,0
VN2	50,0	4,88	0,041	0,000	14,2	16,2	29,6
VN3	57,2	4,88	0,036	0,000	14,2	13,9	29,2
VN4	58,8	4,88	0,035	0,055	13,8	13,0	28,7
MVN1	59,7	2,44	0,030	0,000	13,3	16,3	28,2
MVN2	55,9	2,44	0,033	0,075	11,4	13,8	27,8
MVN3	59,1	2,44	0,031	0,069	8,0	10,6	27,7
MVN4	61,1	2,44	0,030	0,135	7,3	9,9	27,2
A-2	29,3	2,74	0,113	0,000	22,2	25,1	33,9
B-1	26,8	2,65	0,123	0,000	25,3	24,7	34,1
B-2	29,8	2,74	0,083	0,000	19,4	21,7	32,2
Träger 2	19,2	2,90	0,114	0,000	20,0	21,9	32,3
1	27,5	3,04	0,026	0,000	14,2	16,9	21,7 (20,4)
2	28,7	2,61	0,025	0,000	9,3	16,0	21,6 (20,1)
3	27,5	3,04	0,026	0,000	15,7	16,9	21,7 (20,4)
5	28,6	2,61	0,025	0,000	12,1	16,0	21,6 (20,2)

Tab. A-2.8: Fortsetzung von Tab. A-2.6.

Anhang A-2

Quelle	Versuch	QS	$V_{u,test}$	$V_{u,ETB}$	$\gamma_{ETB}$	$V_{u,DIN}$	$\gamma_{DIN}$
<i>Kriski und Loov 1996</i>	7	R	304,5 <sup>5)</sup>	251 <sup>2)</sup>	1,213	232 <sup>4)</sup>	1,314
	8	R	391,0 <sup>5)</sup>	255 <sup>2)</sup>	1,533	235 <sup>4)</sup>	1,662
	9	R	242,0 <sup>5)</sup>	251 <sup>2)</sup>	0,964	235 <sup>4)</sup>	1,032
	10	R	390,5 <sup>5)</sup>	253 <sup>2)</sup>	1,543	234 <sup>4)</sup>	1,670
<i>Leonhardt und Walther 1963</i>	TA1	T	342,0 <sup>1)</sup>	261 <sup>1)</sup>	1,310	314 <sup>1)</sup>	1,090
	TA2	T	325,5 <sup>3)</sup>	257 <sup>1)</sup>	1,267	275 <sup>2)</sup>	1,184
	TA3	T	277,5 <sup>3)</sup>	235 <sup>2)</sup>	1,181	194 <sup>2)</sup>	1,430
	TA4	T	234,0 <sup>2)</sup>	198 <sup>2)</sup>	1,182	132 <sup>2)</sup>	1,772
	TA11	T	342,0 <sup>2)</sup>	268 <sup>2)</sup>	1,276	200 <sup>2)</sup>	1,713
	TA12	T	270,0 <sup>2)</sup>	229 <sup>2)</sup>	1,179	138 <sup>2)</sup>	1,962
	TA13	T	350,0 <sup>1)</sup>	297 <sup>1)</sup>	1,178	363 <sup>1)</sup>	0,965
	TA14	T	340,0 <sup>2)</sup>	292 <sup>1)</sup>	1,164	277 <sup>2)</sup>	1,229
	TA15	T	298,0 <sup>2)</sup>	254 <sup>2)</sup>	1,173	195 <sup>2)</sup>	1,525
	TA6	T	237,0 <sup>3)</sup>	237 <sup>2)</sup>	1,000	194 <sup>2)</sup>	1,221
	TA16	T	299,0 <sup>2)</sup>	254 <sup>2)</sup>	1,177	195 <sup>2)</sup>	1,530
TA8	T	226,5 <sup>2)</sup>	233 <sup>2)</sup>	0,972	194 <sup>2)</sup>	1,169	
<i>Leonhardt et al 1973</i>	IP3	DT	911,0 <sup>2)</sup>	766 <sup>2)</sup>	1,189	915 <sup>2)</sup>	0,995
	T.P2	DT	760,0 <sup>1)</sup>	745 <sup>2)</sup>	1,020	565 <sup>2)</sup>	1,346
	T.P4	DT	900,0 <sup>1)</sup>	762 <sup>1)</sup>	1,181	857 <sup>2)</sup>	1,050
	TG1	T	918,0 <sup>2)</sup>	571 <sup>2)</sup>	1,608	369 <sup>4)</sup>	2,488
<i>Levi und Marro 1989</i>	RC 30 A1	DT	676,0 <sup>2)</sup>	698 <sup>1)</sup>	0,968	567 <sup>2)</sup>	1,193
	RC 30 A2	DT	688,0 <sup>2)</sup>	698 <sup>1)</sup>	0,986	567 <sup>2)</sup>	1,214
	RC 60 A1	DT	990,0 <sup>2)</sup>	841 <sup>2)</sup>	1,177	584 <sup>2)</sup>	1,696
	RC 60 A2	DT	938,0 <sup>2)</sup>	841 <sup>2)</sup>	1,115	584 <sup>2)</sup>	1,607
	RC 60 B1	DT	1181,0 <sup>2)</sup>	1097 <sup>2)</sup>	1,077	833 <sup>2)</sup>	1,418
	RC 60 B2	DT	1239,0 <sup>2)</sup>	1097 <sup>2)</sup>	1,129	833 <sup>2)</sup>	1,488
	RC 70 B1	DT	1330,0 <sup>2)</sup>	1142 <sup>2)</sup>	1,165	838 <sup>2)</sup>	1,586
<i>Levi und Marro 1993</i>	PC 30 A1	DT	880 <sup>2)</sup>	778 <sup>3)</sup>	1,131	642 <sup>2)</sup>	1,371
	PC 30 A2	DT	865 <sup>2)</sup>	776 <sup>2)</sup>	1,115	640 <sup>2)</sup>	1,351
	PC 60 A1	DT	1194 <sup>2)</sup>	933 <sup>2)</sup>	1,280	656 <sup>2)</sup>	1,819
	PC 60 A2	DT	1207 <sup>2)</sup>	917 <sup>2)</sup>	1,316	654 <sup>2)</sup>	1,845
	PC 60 B1	DT	1327 <sup>2)</sup>	1163 <sup>2)</sup>	1,141	940 <sup>2)</sup>	1,412
	PC 60 B2	DT	1400 <sup>2)</sup>	1163 <sup>2)</sup>	1,204	940 <sup>2)</sup>	1,489
<i>Lyngberg 1974</i>	2A-3	DT	506 <sup>3)</sup>	414 <sup>3)</sup>	1,222	296 <sup>2)</sup>	1,708
	2B-3	DT	515 <sup>3)</sup>	426 <sup>3)</sup>	1,209	307 <sup>2)</sup>	1,678
	3A-2	DT	489 <sup>3)</sup>	435 <sup>3)</sup>	1,124	307 <sup>2)</sup>	1,594

Tab. A-2.9: Fortsetzung von Tab. A-2.7.



Versuch	$f_{1c}$	a/d	$\omega_w$	$-\sigma_c/f_{1c}$	$\theta_{u,test}$	$\theta_{u,ETB}$	$\theta_{u,DIN}$
7	70,6	3,04	0,010	0,000	11,7	14,1	18,5 (15,2)
8	73,9	2,61	0,010	0,000	9,1	13,9	18,4 (15,0)
9	73,2	3,04	0,010	0,000	14,6	14,1	18,4 (15,0)
10	72,5	2,61	0,010	0,000	9,2	14,0	18,4 (15,1)
TA1	14,7	3,00	0,484	0,000	41,6	49,4	44,1
TA2	14,7	3,33	0,322	0,000	31,9	38,2	36,3
TA3	14,6	3,33	0,216	0,000	25,9	29,9	34,8
TA4	14,6	3,33	0,133	0,000	19,6	22,8	32,2
TA11	23,7	3,33	0,134	0,000	21,5	26,7	34,0
TA12	23,7	3,33	0,082	0,000	17,1	20,0	31,1
TA13	17,3	3,33	0,412	0,000	41,0	45,7	40,0
TA14	17,3	3,33	0,274	0,000	30,7	34,7	36,2
TA15	16,5	3,33	0,191	0,000	24,4	28,0	34,6
TA6	14,6	3,33	0,216	0,000	29,6	29,6	34,8
TA16	16,5	3,33	0,191	0,000	24,3	28,0	34,6
TA8	14,2	3,33	0,223	0,000	30,8	30,1	34,8
IP3	29,4	3,94	0,120	0,011	34,1	38,9	34,0
T.P2	24,5	3,87	0,156	0,207	24,2	24,7	31,1
T.P4	41,6	3,94	0,303	0,134	33,3	37,8	34,6
TG1	30,5	3,94	0,021	0,137	7,0	11,2	20,7 (17,0)
RC 30 A1	23,8	4,00	0,214	0,000	31,4	30,6	36,0
RC 30 A2	23,8	4,00	0,214	0,000	30,9	30,6	36,0
RC 60 A1	44,7	4,00	0,114	0,000	22,6	26,1	35,2
RC 60 A2	44,7	4,00	0,114	0,000	23,7	26,1	35,2
RC 60 B1	47,5	4,00	0,161	0,000	27,6	29,4	36,6
RC 60 B2	47,5	4,00	0,161	0,000	26,5	29,4	36,6
RC 70 B1	57,0	4,00	0,134	0,000	24,9	28,4	36,4
PC 30 A1	28,5	3,85	0,179	0,101	26,0	28,8	33,7
PC 30 A2	28,5	3,85	0,179	0,098	26,3	28,9	33,8
PC 60 A1	47,5	3,85	0,107	0,104	19,7	24,7	33,1
PC 60 A2	47,5	3,85	0,107	0,100	19,5	25,0	33,2
PC 60 B1	47,5	3,85	0,161	0,100	25,8	28,9	34,3
PC 60 B2	47,5	3,85	0,161	0,100	24,6	28,9	34,3
2A-3	31,0	2,78	0,132	0,130	20,4	24,4	32,4
2B-3	32,2	2,78	0,132	0,125	20,9	24,7	32,6
3A-2	29,5	2,78	0,149	0,091	22,5	25,0	33,4

Tab. A-2.10: Fortsetzung von Tab. A-2.8.

Anhang A-2

Quelle	Versuch	QS	$V_{u,test}$	$V_{u,ETB}$	$\gamma_{ETB}$	$V_{u,DIN}$	$\gamma_{DIN}$
<i>Lyngberg 1974</i>	3B-2	DT	433 <sup>3)</sup>	414 <sup>3)</sup>	1,046	292 <sup>2)</sup>	1,481
	4A-1	DT	469 <sup>3)</sup>	425 <sup>3)</sup>	1,104	288 <sup>2)</sup>	1,629
	4B-1	DT	454 <sup>3)</sup>	428 <sup>3)</sup>	1,061	295 <sup>2)</sup>	1,540
	5A-0	DT	435,0 <sup>3)</sup>	380 <sup>2)</sup>	1,145	288 <sup>2)</sup>	1,509
	5B-0	DT	435,0 <sup>3)</sup>	389 <sup>2)</sup>	1,118	279 <sup>2)</sup>	1,560
<i>Placas und Regan 1971</i>	W1	DT	160,0 <sup>1)</sup>	127 <sup>1)</sup>	1,260	175 <sup>1)</sup>	0,917
	W2	DT	90,0 <sup>1)</sup>	65 <sup>1)</sup>	1,385	80 <sup>1)</sup>	1,123
	W3	DT	199,0 <sup>1)</sup>	175 <sup>1)</sup>	1,137	183 <sup>2)</sup>	1,088
	W5	DT	190,0 <sup>1)</sup>	138 <sup>1)</sup>	1,377	200 <sup>1)</sup>	0,951
	W6	DT	158,0 <sup>1)</sup>	135 <sup>1)</sup>	1,170	181 <sup>2)</sup>	0,875
	W7	DT	162,0 <sup>1)</sup>	134 <sup>1)</sup>	1,209	175 <sup>2)</sup>	0,927
	<i>Rangan 1991</i>	I-1	DT	453,1 <sup>1)</sup>	351 <sup>1)</sup>	1,291	513 <sup>1)</sup>
I-2		DT	371,0 <sup>1)</sup>	302 <sup>1)</sup>	1,228	324 <sup>2)</sup>	1,144
I-3		DT	369,1 <sup>1)</sup>	267 <sup>1)</sup>	1,382	373 <sup>1)</sup>	0,990
I-4		DT	416,0 <sup>1)</sup>	294 <sup>1)</sup>	1,415	322 <sup>2)</sup>	1,292
II-1		DT	460,9 <sup>1)</sup>	390 <sup>1)</sup>	1,182	411 <sup>2)</sup>	1,120
II-2		DT	378,8 <sup>1)</sup>	314 <sup>1)</sup>	1,206	380 <sup>1)</sup>	0,997
II-3		DT	489,2 <sup>1)</sup>	424 <sup>3)</sup>	1,154	414 <sup>2)</sup>	1,180
II-4		DT	479,4 <sup>1)</sup>	437 <sup>1)</sup>	1,097	600 <sup>1)</sup>	0,799
III-1		DT	368,0 <sup>1)</sup>	373 <sup>1)</sup>	0,987	431 <sup>2)</sup>	0,854
III-2		DT	390,5 <sup>1)</sup>	370 <sup>1)</sup>	1,055	475 <sup>1)</sup>	0,823
III-3		DT	396,5 <sup>1)</sup>	424 <sup>3)</sup>	0,935	434 <sup>2)</sup>	0,913
III-4		DT	453,0 <sup>1)</sup>	409 <sup>1)</sup>	1,108	525 <sup>1)</sup>	0,864
IV-1		DT	375,0 <sup>1)</sup>	399 <sup>1)</sup>	0,940	430 <sup>1)</sup>	0,871
IV-2		DT	337,8 <sup>1)</sup>	373 <sup>1)</sup>	0,906	382 <sup>1)</sup>	0,883
IV-3		DT	464,8 <sup>1)</sup>	437 <sup>1)</sup>	1,064	486 <sup>1)</sup>	0,957
IV-4		DT	390,6 <sup>1)</sup>	365 <sup>1)</sup>	1,070	376 <sup>1)</sup>	1,039
<i>Reineck et al 2001</i>	Stb III	DT	530,0 <sup>1)</sup>	475 <sup>2)</sup>	1,116	345 <sup>2)</sup>	1,535
	Stb I	DT	675,0 <sup>1)</sup>	588 <sup>1)</sup>	1,148	474 <sup>2)</sup>	1,424
	Spb III	DT	616,0 <sup>1)</sup>	600 <sup>2)</sup>	1,027	428 <sup>2)</sup>	1,440
	Spb I	DT	710,0 <sup>1)</sup>	724 <sup>1)</sup>	0,981	591 <sup>2)</sup>	1,201
<i>Sigrist und Marti 1993</i>	T2	DT	995,8 <sup>1)</sup>	921 <sup>2)</sup>	1,081	570 <sup>2)</sup>	1,747
	T4	DT	929,4 <sup>1)</sup>	905 <sup>2)</sup>	1,027	570 <sup>2)</sup>	1,631
<i>Sørensen 1974</i>	T21	T	132,0 <sup>2)</sup>	98 <sup>2)</sup>	1,347	70 <sup>2)</sup>	1,896
	T22	T	130,0 <sup>3)</sup>	114 <sup>2)</sup>	1,140	74 <sup>2)</sup>	1,766
	T23	T	142,0 <sup>2)</sup>	106 <sup>4)</sup>	1,340	66 <sup>2)</sup>	2,154

Tab. A-2.11: Fortsetzung von Tab. A-2.9.

Versuch	$f_{1c}$	a/d	$\omega_w$	$-\sigma_c/f_{1c}$	$\theta_{u,test}$	$\theta_{u,ETB}$	$\theta_{u,DIN}$
3B-2	26,1	2,78	0,159	0,103	23,8	24,7	33,1
4A-1	29,9	2,78	0,142	0,046	22,6	24,7	34,1
4B-1	28,9	2,78	0,151	0,046	23,9	25,1	34,3
5A-0	24,4	2,78	0,183	0,000	25,3	28,4	35,5
5B-0	25,3	2,78	0,170	0,000	24,4	26,9	35,3
W1	29,4	3,43	0,396	0,000	41,5	48,1	39,0
W2	13,2	3,43	0,882	0,000	57,5	65,3	60,4
W3	44,7	3,43	0,260	0,000	35,4	38,9	37,7
W5	32,9	3,43	0,531	0,000	48,1	56,9	46,7
W6	32,3	3,43	0,358	0,000	41,7	46,2	37,9
W7	32,2	3,43	0,347	0,000	39,9	45,4	37,8
I-1	34,7	2,49	0,481	0,000	47,5	54,6	43,9
I-2	28,7	2,49	0,291	0,000	33,7	39,3	37,3
I-3	29,6	2,49	0,662	0,000	53,2	61,6	52,9
I-4	33,9	2,49	0,285	0,000	30,7	40,0	37,5
II-1	42,8	2,46	0,271	0,066	33,0	37,5	36,1
II-2	29,9	2,46	0,656	0,094	52,8	57,8	52,7
II-3	42,4	2,46	0,240	0,064	31,5	35,2	35,9
II-4	40,9	2,46	0,408	0,066	46,1	48,8	39,7
III-1	38,0	2,43	0,296	0,105	39,5	39,1	35,1
III-2	35,2	2,43	0,532	0,113	52,3	53,7	46,7
III-3	37,1	2,43	0,260	0,104	37,4	35,6	34,9
III-4	35,2	2,43	0,481	0,111	48,1	51,0	43,9
IV-1	35,2	2,52	0,566	0,207	52,4	50,7	48,5
IV-2	31,4	2,52	0,369	0,230	40,9	38,1	37,4
IV-3	34,2	2,52	0,501	0,206	46,3	48,1	45,1
IV-4	27,3	2,52	0,378	0,258	36,8	38,7	37,9
Stb III	56,7	4,41	0,134	0,000	25,6	28,2	36,4
Stb I	56,7	4,42	0,191	0,000	28,2	31,6	37,4
Spb III	55,7	4,43	0,141	0,293	22,3	22,9	30,6
Spb I	55,7	4,48	0,207	0,291	26,7	26,3	31,1
T2	46,0	4,11	0,070	0,000	20,4	21,9	33,0
T4	45,8	4,11	0,071	0,000	21,7	22,2	33,0
T21	31,5	3,52	0,053	0,000	16,5	21,7	29,3
T22	31,7	3,52	0,057	0,000	18,0	20,4	29,9
T23	33,2	3,52	0,046	0,000	14,1	18,6	28,4

Tab. A-2.12: Fortsetzung von Tab. A-2.10.

Anhang A-2

Quelle	Versuch	QS	$V_{u,test}$	$V_{u,ETB}$	$\gamma_{ETB}$	$V_{u,DIN}$	$\gamma_{DIN}$
Sørensen 1974	T2b	T	132,0 <sup>2)</sup>	98 <sup>2)</sup>	1,347	65 <sup>2)</sup>	2,043
	T4b	T	109,0 <sup>2)</sup>	88 <sup>4)</sup>	1,239	50 <sup>2)</sup>	2,179
Stoband 1997	2	DT	548,0 <sup>2)</sup>	528 <sup>2)</sup>	1,038	310 <sup>2)</sup>	1,767
	3	DT	891,0 <sup>2)</sup>	934 <sup>2)</sup>	0,954	652 <sup>2)</sup>	1,367
	4	DT	1221,0 <sup>1)</sup>	1188 <sup>1)</sup>	1,028	1097 <sup>2)</sup>	1,113
	5	DT	1330,0 <sup>1)</sup>	1186 <sup>1)</sup>	1,121	1571 <sup>2)</sup>	0,847

Tab. A-2.13: Fortsetzung von Tab. A-2.11.

Versuch	$f_{1c}$	a/d	$\omega_w$	$-\sigma_c/f_{1c}$	$\theta_{u,test}$	$\theta_{u,ETB}$	$\theta_{u,DIN}$
T2b	24,1	3,52	0,065	0,000	15,5	20,4	29,5
T4b	23,9	3,52	0,044	0,000	12,6	15,5	26,0
2	91,2	2,65	0,056	0,000	21,0	21,8	34,2
3	88,0	2,66	0,138	0,000	29,1	28,0	37,3
4	92,7	2,65	0,228	0,000	35,3	36,1	38,3
5	91,3	2,66	0,338	0,000	43,5	46,8	38,8

Tab. A-2.14: Fortsetzung von Tab. A-2.12.

### Anhang A-3 Rissbilder der eigenen Versuche aus Kapitel 5

Im Folgenden sind für die vier eigenen Versuche, die in Kap. 5 ausführlich beschrieben sind, die fotografierten Rissbilder von jeweils drei Laststufen dargestellt. Die Fotos zeigen alle den Blick auf die Trägervorderseite. Das letzte Bild (rechts) gibt jeweils den Bruchzustand bzw. den Zustand unter der größten Belastung im Versuch wieder. Bei Versuch A-1 und B-2 sind auf den ersten Fotos (links) teilweise Risse zu erkennen, die im Zuge des jeweils zuvor durchgeführten ersten Versuchs an diesen Trägern entstanden sind. Die vier Versuche wurden in folgender Reihenfolge durchgeführt:

12.11.2007:	Versuch A-2	1. Versuch am Träger A
16.11.2007:	Versuch A-1	2. Versuch am Träger A
14.12.2007:	Versuch B-1	1. Versuch am Träger B
20.12.2007:	Versuch B-2	2. Versuch am Träger B

Die Rissbilder sind in dieser Reihenfolge dargestellt.

Die Fotos wurden jeweils aus fünf Aufnahmen zu einem Panoramafoto zusammengesetzt. Die einzelnen Aufnahmen wurden aus einer Entfernung von etwa 3,50 m zum Träger gemacht. Um die Kamera möglichst parallel zum Träger zu bewegen, wurde sie auf einer entsprechend ausgerichteten Schiene an den fünf Aufnahme-positionen im Abstand von je 1,00 m montiert.

Für die anschließende digitale Erstellung der Panoramafotos wurde die frei verfügbare Demoversion der Software „autostitch“ verwendet. Das Programm darf von Privatpersonen und Firmen kostenfrei verwendet werden, sofern angegeben wird, dass die daraus resultierenden Panoramafotos mit dieser Software erstellt wurden. Die zeitlich befristete einsetzbare Demoversion kann im Internet unter der Adresse <http://www.autostitch.net> bezogen werden. Das Programm wurde an der University of British Columbia in Kanada entwickelt.



Abb. A-3.1: Versuch A-2:  $F_1 = 500 \text{ kN}$ ,  $F_1 = 900 \text{ kN}$  und Bruchzustand (von links).



Abb. A-3.2: Versuch A-1:  $F_1 = 550 \text{ kN}$ ,  $F_1 = 800 \text{ kN} + F_2 = 100 \text{ kN}$ ,  $F_1 = 1200 \text{ kN}$  (von links).



Abb. A-3.3: Versuch B-1:  $F_1 = 650 \text{ kN}$ ,  $F_1 = 950 \text{ kN}$ ,  $F_1 = 1150 \text{ kN}$  (von links).





Abb. A-3.4: Versuch B-2:  $F_1 = 550$  kN,  $F_1 = 950$  kN, Bruchzustand (von links).

---

## **Lebenslauf**

### **Persönliche Daten**

Name: Robert Kautsch  
Geburtsdatum: 5. März 1976  
Geburtsort: Bad Dürkheim  
Familienstand: ledig  
Staatsangehörigkeit: deutsch

### **Beruflicher Werdegang**

seit 05/2008: Geschäftsführender Gesellschafter der IG Bauplan GmbH,  
Beratende Ingenieure VBI, Kaiserslautern

seit 11/2007: Gesellschafter der neu gegründeten IG Bauplan GmbH,  
Beratende Ingenieure VBI, Kaiserslautern

05/2003 – 04/2008: Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Massivbau  
und Baukonstruktion der Technischen Universität Kaisers-  
lautern bei Prof. Dr.-Ing. J. Schnell

03/2001 – 04/2003: Mitarbeiter im Ingenieurbüro Bode, Ramm und Partner,  
Kaiserslautern, Projektbearbeitung in der baustatischen  
Prüfung und der Tragwerksplanung

### **Hochschulausbildung**

10/1995 – 02/2001: Studium des Bauingenieurwesens an der Universität  
Kaiserslautern, Vertiefungsfächer: Massivbau, Stahlbau und  
Baustatik, Abschluss als Diplom-Ingenieur (Dipl.-Ing.)

### **Schulbildung**

05/1995: Abitur am Kurfürst-Ruprecht-Gymnasium in Neustadt/Wstr.  
06/1992: Realschulabschluss an der staatlichen Realschule Haßloch

---