

Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte zur semiprobabilistischen Bemessung von Stahlbetonkonstruktionen im Bestand

Vom Fachbereich
Architektur / Raum- und Umweltplanung / Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Kaiserslautern
zur Verleihung des akademischen Grades

DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Alexander Markus Fischer

aus Mömbris

Dekanin:	Prof. Dr. habil. G. Troeger-Weiß
1. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. J. Schnell
2. Berichterstatter:	Univ.-Prof. Dr.-Ing. C.-A. Graubner
Tag der mündlichen Prüfung:	05.11.2010

Kaiserslautern 2010

(D 386)

Alexander Markus Fischer

**Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte
zur semiprobabilistischen Bemessung von
Stahlbetonkonstruktionen im Bestand**

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand In den Jahren 2007 bis 2009 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion der Technischen Universität Kaiserslautern. Ausgangspunkt für die bearbeitete Thematik war das vom Bundesamt Bauwesen und Raumordnung (BBR) geförderte Forschungsvorhaben „Anwendung von Teilsicherheitsbeiwerten auf Bestandsbauten im Hochbau“, das u. a. von der HOCHTIEF Construction AG finanziell unterstützt wurde. In diesem Zusammenhang möchte ich den Herren Dr.-Ing. Gerhard Stenzel sowie Dr.-Ing. Volker Theile für die Initiierung der Forschung bei HOCHTIEF auf dem Gebiet „Bauen im Bestand“ danken.

Ebenso möchte ich mich recht herzlich bei Prof. Dr.-Ing. Michael Hirschfeld, Dr.-Ing. Hans-Georg Balthaus, Dr.-Ing. Manfred Wessels, Dr.-Ing. Julian Meyer und Dipl.-Ing. Heribert Hansen von HOCHTIEF Consult für die Unterstützung während meiner Entsendung an die TU Kaiserslautern bedanken.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell danke ich sehr herzlich für seine Betreuung und das mir entgegengebrachte Vertrauen sowie seine stetige Diskussionsbereitschaft.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Carl-Alexander Graubner danke ich für die Übernahme des Korreferats sowie die vielfältigen Hinweise und Anregungen.

Weiter danke ich allen Kollegen des Fachgebietes Massivbau und Baukonstruktion für die dreijährige Zusammenarbeit.

Herrn Dr.-Ing. Simon Glowienka danke ich für die stetige Diskussionsbereitschaft sowie hilfreiche Hinweise auf zahlreiche Fragestellungen auf dem Gebiet der Zuverlässigkeitstheorie.

Mein herzlicher Dank gilt meiner Schwester Ivonne Fischer und Frau Miriam Grob für die Durchsicht dieser Arbeit.

Meinen Eltern danke ich sehr herzlich für die stetige Unterstützung und Förderung während all den Jahren meiner Ausbildung. Meinen langjährigen Freunden danke ich für ihr Verständnis und Motivation zur Anfertigung dieser Arbeit.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	i
Formelzeichen, Variablen und Abkürzungen	viii
Zusammenfassung	xiv
Abstract	xiv
1 Einleitung	1
1.1 Motivation und Problemstellung	1
1.2 Zielsetzung	3
1.3 Vorgehensweise	4
2 Bauen im Bestand	6
2.1 Begriffsdefinition	6
2.2 Besonderheiten der Zuverlässigkeitsanalyse beim Bauen im Bestand	7
2.3 Istzustand des Tragwerkes	9
2.4 Beurteilung von bestehenden Tragwerken	10
2.4.1 Einleitung	10
2.4.2 Beurteilungsaspekte und Sicherheitsempfinden	11
2.4.3 Entscheidungsfindung	12
2.5 Gewinnung von Materialkennwerten	13
2.5.1 Materialkennwerte aus Planungsdokumenten	13
2.5.2 Entnahme von Materialproben	13
2.5.3 Stichprobenumfang	14
2.5.4 Bewertung von Materialproben	15
2.5.5 Einbeziehen von Fremdinformationen	17
3 Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen im Bauwesen	18
3.1 Vorbemerkung	18
3.2 Einführung	18
3.3 Zufallsvariablen	20
3.4 Verteilungsfunktionen stetiger Zufallsvariablen	21
3.4.1 Allgemeines	21
3.4.2 Normalverteilung $N(\mu, \sigma)$	22
3.4.3 Logarithmische Normalverteilung	23
3.4.4 Gumbelverteilung	24
3.5 Mehrdimensionale Zufallsvariablen und ihre Verteilungen	25
3.5.1 Gemeinsame Verteilungen	25

Inhaltsverzeichnis

3.5.2	Funktionaler Zusammenhang von Verteilungen	27
3.5.3	Statistische Momente	28
3.5.4	Transformation von Verteilungen	31
3.6	Parameterschätzung auf Grundlage von Versuchsdaten	33
3.6.1	Allgemeines	33
3.6.2	Momentenmethode	33
3.6.3	Maximum-Likelihood-Prinzip	34
3.6.4	Bayes'sches Updating	35
3.7	Tragwerkszuverlässigkeit	45
3.7.1	Historische Entwicklung	45
3.7.2	Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse nach DIN 1055-100	46
3.7.3	Mathematische Definition der Tragwerkszuverlässigkeit	47
3.8	Probabilistische Näherungsverfahren	52
3.8.1	Momentenmethode (FOSM)	52
3.8.2	Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (FORM)	54
3.8.3	Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung (SORM)	55
3.9	Probabilistisch exakte Verfahren	56
3.9.1	Analytische Lösung	56
3.9.2	Numerische Integration	56
3.9.3	Monte-Carlo-Methode	56
3.10	Zielwert der Zuverlässigkeit	57
3.10.1	Zuverlässigkeitsindex β	57
3.10.2	Ansätze zur Optimierung baulicher Anlagen	58
3.10.3	Festlegung des erforderlichen Sicherheitsniveaus	61
3.10.4	Zielwerte des Zuverlässigkeitsindex'	63
3.11	Umsetzung der Zuverlässigkeitstheorie in Bauwerksnormen	69
3.11.1	Baupraktische Sicherheitskonzepte	69
3.11.2	Methoden zur probabilistisch fundierten Definition von Teilsicherheitsbeiwerten	71
3.11.3	Bestimmung von Teilsicherheitsfaktoren auf Basis von Bemessungswerten	73
3.11.4	Bestimmung von optimierten Teilsicherheitsfaktoren	78
3.11.5	Bestimmung von Sicherheitselementen aus Experimenten	78
3.12	Herleitung von Sicherheitselementen	80
3.12.1	Nennwert, charakteristischer Wert, repräsentativer Wert	80
3.12.2	Zentraler und globaler Sicherheitsfaktor	83
3.12.3	Aufspaltung des globalen Sicherheitsfaktors	85
3.13	Teilsicherheitsbeiwerte in der Baupraxis	87
3.13.1	Teilsicherheitsbeiwerte in der Methode der Grenzzustände	87
3.13.1.1	Grundsätze	87

3.13.1.2	Lastfaktor γ_f _____	87
3.13.1.3	Materialfaktor γ_m _____	87
3.13.1.4	Erfassung der Modellungenauigkeiten: γ_{Ed} bzw. γ_{Rd} _____	88
3.13.1.5	Teilsicherheitsbeiwert γ_n zur Differenzierung des Sicherheitsniveaus _____	88
3.13.2	Nachweis nach dem Verfahren der Teilsicherheitsbeiwerte _____	89
3.14	Kombinationsregeln und Faktoren _____	90
3.15	Besonderheiten bei bestehenden Bauwerken _____	92
4	Tragwiderstand von Stahlbetonbauteilen _____	93
4.1	Einführung _____	93
4.2	Bauteilgeometrie und Querschnittswerte _____	93
4.2.1	Betonquerschnitt _____	93
4.2.2	Betondeckung / Randabstand der Bewehrung _____	94
4.2.3	Statische Nutzhöhe des Betonbauteils _____	94
4.2.4	Betonstahl _____	95
4.2.5	Systemabmessungen _____	95
4.3	Statistische Kenngrößen der Materialkennwerte _____	96
4.3.1	Betonstahl _____	96
4.3.1.1	Streckgrenze _____	96
4.3.1.2	Elastizitätsmodul _____	98
4.3.1.3	Querdehnungszahl _____	98
4.3.2	Beton _____	98
4.3.2.1	Druckfestigkeit _____	98
4.3.2.2	Wahl der Variationskoeffizienten _____	100
4.3.2.3	Zugfestigkeit _____	105
4.4	Verwendete Bemessungsmodelle _____	108
4.5	Modellunsicherheiten auf Widerstandsseite _____	112
4.5.1	Allgemeines _____	112
4.5.2	Definition der Modellunsicherheiten _____	112
4.6	Zusammenfassung _____	116
5	Einwirkungen auf Tragwerke _____	117
5.1	Einführung _____	117
5.2	Grundlagen der Modellierung und Festlegung von Lasten _____	118
5.2.1	Allgemeines _____	118
5.2.2	Stationäre Zufallsfolgen _____	119
5.2.3	Erneuerungsprozesse zeitvarianter Einwirkungen _____	123
5.2.4	Kombination zeitabhängiger Einwirkungen bei stochastischen Prozessen _____	126
5.2.5	Vereinfachte stochastische Modellierung von Lastkombinationen _____	127
5.2.6	Modellierung der räumlichen Wirkung von Lasten _____	129

Inhaltsverzeichnis

5.3	Ständige Einwirkungen _____	131
5.3.1	Allgemeines _____	131
5.3.2	Modellierung der Konstruktionseigenlast _____	132
5.3.2.1	Allgemeines _____	132
5.3.2.2	Eigenlast von Stahlbetonbauteilen _____	136
5.4	Modellierung von Nutzlasten _____	139
5.4.1	Grundlagen _____	139
5.4.1.1	Räumliche Variabilität _____	140
5.4.1.2	Bestimmung von Lastkonzentrationsfaktoren _____	143
5.4.1.3	Zeitliche Änderungen der Verkehrslast _____	144
5.4.1.4	Verteilung der Gesamtnutzlast _____	145
5.4.2	Modellierung der Schneelast _____	151
5.4.2.1	Allgemeines _____	151
5.4.2.2	Schneelast in Abhängigkeit der Geländehöhe und Klimazone _____	151
5.4.2.3	Verteilungsfunktion der Schneehöhen und -lasten _____	152
5.4.2.4	Schneedichte, charakteristischer Wert der Grundsneelast _____	153
5.4.2.5	Dachschneelast _____	153
5.4.3	Modellierung der Windlast _____	155
5.4.3.1	Allgemeines _____	155
5.4.3.2	Beschreibung des Windes _____	155
5.4.3.3	Vereinfachtes stochastisches Modell _____	157
5.5	Modellunsicherheiten der Beanspruchung _____	161
5.5.1	Allgemeines _____	161
5.5.2	Quantifizierung der Modellunsicherheiten der Schnittgrößen _____	162
5.5.3	Berücksichtigung von Modellunsicherheiten bei der Bemessung _____	163
5.6	Zusammenfassung _____	165
6	Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen im Bestand _____	166
6.1	Einführung _____	166
6.2	Grundlage der Zuverlässigkeitsanalyse von Stahlbetonbauteilen _____	167
6.2.1	Allgemeines _____	167
6.2.2	Durchführung der Zuverlässigkeitsanalyse _____	168
6.2.3	Definition typischer Bauteile für die Zuverlässigkeitsanalyse _____	170
6.2.4	Deterministische Bemessungsgleichungen, Teilsicherheitsbeiwerte _____	171
6.3	Probabilistische Modellierung des Querschnittstragverhaltens _____	173
6.3.1	Allgemeines _____	173
6.3.2	Grenzzustandsgleichung für reine Zugbeanspruchung _____	174
6.3.3	Grenzzustandsgleichung für eine zentrische Druckkraft _____	175
6.3.4	Grenzzustandsgleichung für reine Biegebeanspruchung _____	176
6.3.4.1	Unbewehrter Rechteckquerschnitt _____	176

6.3.4.2	Einfach bewehrter Rechteckquerschnitt _____	177
6.3.4.3	Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung _____	179
6.3.4.4	Überprüfung der Versagensart Biegezugbruch _____	183
6.3.4.5	Überprüfung des Versagens zentrisch gedrückter Bauteile _____	185
6.3.5	Grenzzustandsgleichung für Biegung mit Längskraft _____	188
6.3.5.1	Einfach bewehrter Rechteckquerschnitt _____	188
6.3.5.2	Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung _____	190
6.3.6	Querkraftversagen unbewehrter Bauteile _____	195
6.3.6.1	Allgemeines _____	195
6.3.6.2	Grenzzustandsgleichung _____	195
6.3.7	Grenzzustandsgleichungen für Querkraftversagen bewehrter Bauteile _____	196
6.3.7.1	Allgemeines _____	196
6.3.7.2	Bauteile ohne Querkraftbewehrung _____	197
6.3.7.3	Mindesttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung _____	199
6.3.7.4	Bauteile mit Querkraftbewehrung _____	200
6.3.8	Grenzzustandsgleichung für Durchstanzen _____	203
6.3.8.1	Platten oder Fundamente ohne Durchstanzbewehrung _____	203
6.3.8.2	Platten oder Fundamente mit Durchstanzbewehrung _____	204
6.4	Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen im Bestand _____	207
6.4.1	Allgemeines _____	207
6.4.2	Verwendete Basisvariablen _____	207
6.4.3	Zuverlässigkeitsanalyse nach Versagensart _____	209
6.4.3.1	Zentrischer Druck _____	209
6.4.3.2	Biegezugversagen _____	211
6.4.3.3	Querkraftversagen _____	212
6.4.3.4	Durchstanzen _____	216
6.4.3.5	Biegeversagen unbewehrter Bauteile _____	220
6.4.3.6	Querkraftversagen unbewehrter Bauteile _____	221
6.4.3.7	Druckversagen unbewehrter Bauteile _____	222
6.5	Zusammenfassung _____	224
7	Probabilistische Untersuchungen von Bestandsbauten _____	225
7.1	Einführung _____	225
7.2	Einwirkungsverhältnis _____	225
7.3	Normierung der Grenzzustandsgleichungen _____	226
7.4	Auswirkung auf die Zuverlässigkeit bei Variation der Einflussgrößen _____	227
7.4.1	Allgemeines _____	227
7.4.2	Streuung der Betondruckfestigkeit _____	228
7.4.3	Streuung der Stahlzugfestigkeit _____	234
7.4.4	Streuung der geometrischen Größen _____	237

Inhaltsverzeichnis

7.4.4.1	Breite, Höhe	237
7.4.4.2	Nutzhöhe, Randabstand	239
7.4.5	Streuung der Modellunsicherheit	240
7.4.6	Streuung der Einwirkung	242
7.4.6.1	Ständige Einwirkungen	242
7.4.6.2	Veränderliche Einwirkungen	243
7.4.7	Lastverhältnis ständiger zu veränderlicher Einwirkung	243
7.4.8	Auswirkung des Längsbewehrungsgrads	245
7.4.9	Annahme einer falschen Verteilungsfunktion	246
7.5	Bewertung der Zuverlässigkeit bei Anwendung der DAfStb- Belastungsrichtlinie	247
7.5.1	Allgemeines	247
7.5.2	Zuverlässigkeit hinsichtlich Biegezugversagen	248
7.5.3	Zuverlässigkeit bei Querkraftbeanspruchung	250
7.5.3.1	Versagensart $V_{Rd,ct}$	250
7.5.3.2	Versagensart $V_{Rd,sy}$	251
7.5.3.3	Versagensart $V_{Rd,max}$	252
7.5.4	Zuverlässigkeit bei Durchstanzen	253
7.5.5	Zuverlässigkeit zentrisch gedrückter Bauteile	253
7.5.6	Bewertung der Untersuchungsergebnisse	256
8	Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Bestandsbauten	258
8.1	Einführung	258
8.2	Zuverlässigkeitstheoretische Optimierung von Teilsicherheitsbeiwerten	259
8.2.1	Allgemeines	259
8.2.2	Vereinfachtes Verfahren nach DIN 1055-100	260
8.2.3	Lösungsansatz zur Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte	263
8.2.4	Teilsicherheitsbeiwerte für Biegezugversagen	267
8.2.4.1	Variation des Materialsicherheitsbeiwertes γ_c	267
8.2.4.2	Variation des Materialsicherheitsbeiwertes γ_s	270
8.2.4.3	Erkenntnisse aus den Untersuchungen für Biegezugversagen	274
8.2.5	Querkraftnachweis bei nicht querkraftbewehrten Bauteilen	274
8.2.5.1	Teilsicherheitsbeiwert γ_c für nicht querkraftbewehrte Bauteile	274
8.2.6	Querkraftnachweis bei querkraftbewehrten Bauteilen	276
8.2.6.1	Variation der Sicherheitsbeiwerte γ_s für den Zugstrebenachweis	277
8.2.6.2	Variation der Sicherheitsbeiwerte γ_c für den Druckstrebenachweis	281
8.2.7	Teilsicherheitsfaktoren für Durchstanzen	285
8.2.7.1	Durchstanzen bei nicht querkraftbewehrten Bauteilen	285
8.2.7.2	Durchstanzen bei querkraftbewehrten Stahlbetonbauteilen	287
8.2.8	Teilsicherheitsbeiwerte bewehrter, zentrisch gedrückter Querschnitte	296

8.2.8.1	Variation des Teilsicherheitsbeiwertes γ_c _____	296
8.2.8.2	Variation des Teilsicherheitsbeiwertes γ_s _____	302
8.2.8.3	Kombinationen der Teilsicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s _____	303
8.2.8.4	Ergebnisse der Parameterstudien zentrisch gedrückter Querschnitte ____	307
8.2.9	Teilsicherheitsbeiwerte für unbewehrte Bauteile _____	308
8.2.9.1	Teilsicherheitsbeiwert γ_c für zentrisch gedrückte Bauteile _____	308
8.2.9.2	Teilsicherheitsbeiwert γ_c für unbewehrte Biegebauteile _____	311
8.2.9.3	Teilsicherheitsbeiwert γ_c für querkraftbeanspruchte unbewehrte Bauteile	314
8.3	Berücksichtigung von Monitoringmaßnahmen _____	317
8.4	Berücksichtigung einer Restnutzungsdauer _____	318
8.5	Ausweisung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte _____	320
8.5.1	Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch beanspruchte Stahlbetondruckglieder _____	320
8.5.2	Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Biegezugversagen _____	324
8.5.3	Teilsicherheitsbeiwerte für Querkraftversagen nicht querkraftbewehrter Bauteile _____	326
8.5.4	Teilsicherheitsbeiwerte für Querkraftversagen querkraftbewehrter Stahlbetonbauteile _____	327
8.5.5	Teilsicherheitsbeiwerte für Durchstanzen bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung _____	328
8.5.6	Teilsicherheitsbeiwerte für Durchstanzen querkraftbewehrter Bauteile ____	328
8.5.7	Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für unbewehrte Biegebauteile _____	330
8.5.8	Teilsicherheitsbeiwerte unbewehrter, querkraftbeanspruchter Bauteile ____	331
8.5.9	Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte, unbewehrte Bauteile ____	332
8.6	Bestimmung des Übertragungsfaktors γ_{TF} _____	333
8.7	Nachweisführung mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten _____	335
8.8	Optimierte Sensitivitätsfaktoren _____	336
8.9	Zusammenfassung _____	339
9	Resümee und Ausblick _____	344
Literaturverzeichnis _____		349
Technische Regelwerke _____		356

Formelzeichen, Variablen und Abkürzungen

Auf den nachfolgenden Seiten werden die verwendeten Formelzeichen, Variablen und Abkürzungen zusammengestellt. Nicht aufgeführte Zeichen werden im Kontext erläutert.

Lateinische Buchstaben und Abkürzungen

a	Linearfaktor; Variable; Parameter der Gumbelverteilung; Jahr
a	nominale Bauteilabmessung (bzw. deren Streuung)
a	Randabstand der Bewehrung vom gedrückten Querschnittsrand
$A; A_c; A_s$	Querschnittsfläche allgemein; Beton- bzw. Betonstahlquerschnittsfläche
$A_{s1}; A_{s2}$	Betonstahlquerschnittsfläche gezogen bzw. gedrückt
$A_{sw}; A_{sl}$	Querschnittsfläche der Querkraftbewehrung bzw. Längsbewehrung
b	Linearfaktor, Bauteil- bzw. Querschnittsbreite
b_w	kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Zugzone des Querschnitts
c, c_i	Konstante, Lastverhältnis ständige Lasten
c_{nom}	Betondeckung (nominal)
C	Beton (engl. Concrete)
$COV[X, Y]$	Kovarianz der Basisvariablen X und Y
$d; d_x; d_y$	statische Nutzhöhe (allg.); statische Nutzhöhe in x - bzw. y -Richtung
d_1	Randabstand der Biegezugbewehrung
d_2	Randabstand der Druckbewehrung
$e; e_k; e_d$	Realisierung der Einwirkung (allgem.); Realisierung des charakteristischen Wertes bzw. des Bemessungswertes der Einwirkung
$e_0; e_{01}; e_{02}$	Ausmitte (allgemein); Ausmitte Stützenfuß; Ausmitte am Stützenkopf
$exp(x)$	Exponentialfunktion von x
$E; E_k; E_d$	Einwirkung (allgemein); charakteristischer Wert der Einwirkung; Bemessungswert der Einwirkung
$E_c; E_s$	E-Modul Beton bzw. Betonstahl
$E[X]$	Erwartungswert der Basisvariable X
f_b	am Bauwerk vorhandene charakteristische Druckfestigkeit des Betons
f_{ck}	charakteristische Druckfestigkeit des Betons
f_{cd}	Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
f_{cm}, f_c	Mittelwert der Betondruckfestigkeit deterministisch bzw. probabilistisch
f_{ctk}	charakteristischer Wert der Betonzugfestigkeit
f_{ctd}	Bemessungswert der Betonzugfestigkeit
f_{ctm}	mittlere Zugfestigkeit des Betons
f_{yk}	charakteristischer Wert der Stahlstreckgrenze
$f_{ym}; f_y;$	Mittelwert der Stahlstreckgrenze deterministisch bzw. probabilistisch
f_{yd}	Bemessungswert der Stahlstreckgrenze
$f_e; f_r; f_x$	Verteilungsdichtefunktion von Einwirkung e ; Widerstand r ; allgemein
$f_{X,Y}(X,Y)$	gemeinsame Verteilungsdichtefunktion der Basisvariablen X und Y
$f_{R,E}(r,e)$	gemeinsame Verteilungsdichtefunktion von Einwirkung und Widerstand

$F_{cd}; F_{ctd}$	Bemessungswert der Betondruckkraft bzw. Betonzugkraft
$F_{sd1}; F_{sd2}$	Bemessungswert der Bewehrungsstahlzugkraft bzw. Stahldruckkraft
$F_X(x)$	Stammfunktion der Verteilungsdichtefunktion bzw. Verteilungsfunktion der Basisvariable X
$F_{qs}(x); F_{qt}(x)$	Stammfunktion der Verteilungsdichtefunktion der quasi-ständigen bzw. transienten (kurzzeitigen) Nutzlast Q
$F_{max}(x)$	Stammfunktion der Verteilungsdichtefunktion der Extremwerte von x
G	ständige Einwirkung bzw. Eigenlast allgemein bzw. Einzellast
$G_k; g_k; G_d; g_d$	charakterist. Wert der ständigen Einwirkung bzw. Bemessungswert
$g(x), g(R, E)$	Grenzzustandsfunktion (allg.), Grenzzustandsfunktion von R und E
$g^{-1}(y)$	Umkehrfunktion der Funktion $g(y)$
GAM	Gammaverteilung
GUM	Gumbelverteilung
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
h	Bauteil- bzw. Querschnittshöhe; Schichtdicke
$h(y)$	transformierte Grenzzustandsgleichung
i, j	Zählvariable
$i(x,y)$	Ordinate der Einflussfläche im stochastischen Feld an der Stelle x, y
k	Konstante (normalverteilt); Abminderungswert der Druckzonenhöhe
k_a	Höhenbeiwert bei Querschnittsbem. mit Parabel-Rechteckdiagramm
$k_1; k_2$	Faktoren zur Bestimmung der Quantilwerte der Normal- bzw. Lognormalverteilung
$lim()$	Grenzwertbetrachtung von ()
$ln(); ln(x)$	Logarithmus, natürlicher von x
LN	Lognormalverteilung bzw. logarithmische Normalverteilung
$L(\theta, x)$	Likelihoodfunktion des Schätzparameters θ aus der Datenreihe x
$L(x,y)$	Nutzlastordinate im stochastischen Feld an der Stelle x, y
m	Mittelwert der Stichprobe
$m_x; m_R; m_E$	Mittelwert der Basisvariablen X ; des Widerstands bzw. der Einwirkung
m_{qtot}	Mittelwert der Gesamtnutzlast
$M_{Ed}; M_{Rd}$	Bemessungsmoment der Einwirkung; Bruchmoment (design)
M_{Eds}	auf die Stahllage bezogenes Bemessungsmoment der Einwirkung
$n_G; n_Q$	ständige bzw. veränderliche, flächenbezogene Normalkraft
$n'; n''$	Stichprobenanzahl der Prior- bzw. Posteriorverteilung
N	Normalkraft bzw. Normalverteilung
$N_{Ed}; N_{Rd}$	Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft bzw. maximal aufnehmbare Normalkraft
$N_{Gk}; N_{Qk}$	charakteristischer Wert der ständigen bzw. veränderlichen Normalkraft
p	Wahrscheinlichkeit; Quantil
P_F	Versagenswahrscheinlichkeit
$P(A); P(X)$	Wahrscheinlichkeit des Eintretens der Basisvariablen A bzw. X
q	veränderliche Einwirkung (Flächen- bzw. Gleichstreckenlast)
q	Gegenwahrscheinlichkeit $q = 1 - p$

Formelzeichen, Variablen und Abkürzungen

q_k	charakteristischer Wert der veränderlichen Einwirkung
q_d	Bemessungswert der veränderlichen Einwirkung
q_{equ}	gleichförmig verteilte, veränderliche Einwirkung
$q_{st}; q_{in}$	quasi-ständiger bzw. kurzzeitiger Anteil der veränderlichen Einwirkung
Q	zeitlich veränderliche Einwirkungen bzw. Nutzlast
r	Realisierungen des Bauteilwiderstands; Niveaureuzung
r_d	Realisierung des Bemessungswertes des Bauteilwiderstands
r_i	zeitlich konstantes Grundzeitintervall
$r; r'$	allgem. Zinssatz; jährlicher Zinssatz
$R; R_k; R_d$	Widerstand (allgemein); charakteristischer Wert bzw. Bemessungswert des Bauteilwiderstands
R_F	Bauteilzuverlässigkeit $R_F = 1 - P_F$
RC	Zuverlässigkeitsklasse (engl. Reliability Class)
s	Standardabweichung der Stichprobe
s_w	Abstand der Bügel- bzw. Querkraftbewehrung untereinander
S	Schnittgröße
$S_{max}(t)$	maximale Einwirkung aus der Linearkombination mehrerer Einwirkungen $S_i(t)$
$t_B; t_{SN}$	Beobachtungszeitraum bzw. Bezugszeitraum einer Lastmessung
T	Bezugszeitraum (allg.)
T_R	Wiederkehrperiode; Rückkehrperiode
$TSBW$	Teilsicherheitsbeiwert
u	Modalwert, Parameter Gumbelverteilung; Realisierung der Variablen u
u	Umfang des betrachteten Rundschnittes bei Durchstanzen
U_i	transformierte Variable
v	Freiheitsgrad der t -Verteilung; Geschwindigkeit
v_x	Variationskoeffizient bzw. Streuung der Basisvariablen X
$V; V_z$	Querkraft; Querkraft in z-Richtung wirkend
V_{Ed}	Bemessungswert der einwirkenden Querkraft
$V_{Rd,ct}; V_{Rd,ct}$	Querkraftbeanspruchbarkeit nicht-querkraftbewehrter Bauteile
$V_{Rd,sy}; V_{Rd,sy}$	Beanspruchbarkeit der Zugstrebe im Querkraftnachweisformat
$V_{Rd,max}$	Beanspruchbarkeit der Druckstrebe beim Querkraftnachweis
$VAR [X]$	Varianz der Basisvariablen X
w	charakteristische Windlast
w_i	Wichtung bzw. Lastwechselzahl
X_i	Basisvariable X_i
Y_i	transformierte Basisvariable Y_i
$z; z_G$	Höhe über Geländeoberfläche; Gradientenhöhe
z	Integrationsvariable; Realisation der Zufallsvariablen Z
Z	Zufallsvariable
\emptyset	Stabdurchmesser

Griechische Buchstaben

α	Dauerstandsfaktor der Betondruckfestigkeit nach DIN 1045-1: $\alpha = 0,85$
α	Neigung der Querkraftbewehrung im Bauteil nach DIN 1045-1
$\alpha_i; \alpha_x$	Sensitivitätsfaktoren bzw. Wichtungsfaktoren (allgemein)
α_R	Volligkeitsbeiwert bei der Stahlbetonbemessung mit Parabel-Rechteck-Diagramm
$\alpha_E; \alpha_R$	resultierende Sensitivitätsfaktoren bzw. feste Wichtungsfaktoren der Einwirkung E bzw. des Bauteilwiderstandes R
$\alpha_G; \alpha_Q$	Sensitivitätsfaktoren der ständigen bzw. veränderlichen Einwirkung
β	Faktor zur Berücksichtigung von Lastausmitten bei Durchstanzen
β	Sicherheitsindex bzw. Zuverlässigkeitsindex
$\beta_T; \beta_1; \beta_n$	Sicherheitsindex für den Bezugszeitraum T ; 1 Jahr bzw. n -Jahre
$\beta_c; \beta_{HL}$	Sicherheitsindex nach Cornell bzw. Hasofer & Lind
$\beta_{min}; \beta_{Ziel}; \beta_{ist}$	minimal tolerierter Sicherheitsindex bzw. Zielzuverlässigkeitsindex; errechneter Sicherheitsindex
$\Delta\beta$	Veränderung des Sicherheitsindex
χ	Abminderungsbeiwert der Betondruckfestigkeit bei Bemessung mithilfe des Spannungsblocks
Δ	Differenz
$\varepsilon; \varepsilon_c; \varepsilon_s; \varepsilon_{cu}$	Dehnung (allgemein); Beton- bzw. Stahldehnung; Betonbruchdehnung
$\Phi(x); \Phi^{-1}(x)$	Standardnormalverteilungsfunktion bzw. deren Umkehrfunktion
γ	Teilsicherheitsbeiwert oder Wichte bzw. Euler-Konstante
γ_c	Teilsicherheitsbeiwert Beton
γ_s	Teilsicherheitsbeiwert Betonstahl
γ_f	Teilsicherheitsbeiwert der repräsentativen Werter der Einwirkungen
γ_F	Teilsicherheitsbeiwert der Einwirkungen inkl. Modellunsicherheiten und Maßabweichungen
γ_{Ed}	Teilsicherheitsbeiwert der Modellunsicherheiten der Einwirkungen und Beanspruchungen
γ_{Rd}	Teilsicherheitsbeiwert der Modellunsicherheiten der Bauteilwiderstände
γ_m	Teilsicherheitsbeiwert für Unsicherheiten der Baustoffeigenschaften
γ_M	Teilsicherheitsbeiwert der Bauteileigenschaft inkl. Modellunsicherheiten
γ_G	Teilsicherheitsbeiwert der ständigen Einwirkung gemäß DIN 1055-100
γ_Q	Teilsicherheitsbeiwert der veränderlichen Einwirkung (DIN 1055-100)
γ_{ges}	zentraler Sicherheitsfaktor
γ_{GI}	globaler Sicherheitsfaktor
γ_c', γ_s'	probabilistisch begründete, anhand der Zuverlässigkeitskurven abgelesene Teilsicherheitsbeiwerte von Beton und Betonstahl
γ_{TF}	Übertragungsfaktor zur Berücksichtigung von Restunsicherheiten bei geringen Stichprobenumfängen in Abh. vom Variationskoeffizienten

Formelzeichen, Variablen und Abkürzungen

$\gamma_{c,mod}, \gamma_{s,mod}$	modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte von Beton und Betonstahl zur Nachweisführung von Bestandsbauten
Γ	Gammafunktion
η	Einwirkungsverhältnis: ständige Last zur Gesamtlast
η_1	Beiwert bei Querkraftbemessung nach DIN 1045-1: für Normalbeton 1,0
κ	Lastkonzentrationsfaktor
κ_{red}	Varianzreduktionsfaktor
λ	Parameter der Lognormalverteilung
λ_t	Auftrittsrate
λ_{crit}	kritische Schlankheit
μ, μ_x	Mittelwert der Grundgesamtheit
$\mu'; \mu''$	Mittelwert der Priorverteilung bzw. der Posteriorverteilung
$\Delta\mu_a$	mittlere Abweichung des Sollquerschnittsmaßes a
μ_{Ed}	bezogenes Moment
V_{Ed}	bezogene Normalkraft
π	Bogenmaß
θ	Winkel der Druckstrebenneigung beim Querkraftnachweis
$\theta; \theta_E; \theta_R$	Modellunsicherheit (allgemein); der Einwirkung bzw. des Widerstands
ρ	Rohdichte bzw. Korrelationskoeffizient allgemein
ρ_{xy}	Korrelationskoeffizient der Basisvariablen X und Y
$\rho_l; \rho_w$	Längs- bzw. Querkraftbewehrungsgrad
$\sigma; \sigma_x$	Standardabweichung (allgemein)
$\sigma'; \sigma''$	Standardabweichung der Prior- bzw. Posteriorverteilung
$\sigma_{qtot}; \sigma_T$	Standardabweichung der Gesamtnutzlast bzw. der in den Bezugszeitraum T transformierten Nutzlast
$\sigma_x; \sigma_{cd}$	Normalspannung; Betondrucknormalspannung (design)
$\sigma_E; \sigma_R$	Standardabweichung der resultierenden Einwirkung bzw. Beanspruchbarkeit
$\sigma_{s1}; \sigma_{s2}$	Stahlzugspannung; Stahldruckspannung
σ_x^2	Varianz
ξ	Ordinate; bezogene Druckzonenhöhe
$\psi_R; \psi_E$	Winkel der Lage von β (Lot auf Grenzzustandsgerade) im transformierten Standardnormalraum
$\psi_0; \psi_1; \psi_2$	Kombinationsbeiwerte
ζ	Parameter der Lognormalverteilung; bezogener Hebelarm

Häufig verwendete Indizes

b	Querschnittsbreite
C, c	Beton
cr	Riss
d	design / Bemessungswert

$E; e$	Einwirkung
$E_k; Ed$	Einwirkung charakteristisch / design
$f_c; f_{ct}; f_y$	Betondruck- bzw. Betonzugfestigkeit; Stahlzugfestigkeit
$G; g$	ständige Einwirkung
h	Querschnittshöhe
$i; j$	Zählvariablen
k	charakteristisch
lim	Grenzwert
m	Mittelwert
$M, MG; MQ$	Moment; Moment infolge ständiger bzw. veränderlicher Einwirkung
$max; min$	Maximalwert; Minimalwert
n	Zählvariable
$N; NG; NQ$	Normalkraft (allg.); ständig wirkende bzw. veränderliche Normalkraft
Q, q	veränderliche Einwirkung (allg.; Einzellast); Flächen-/Gleichstreckenlast
R, r	Widerstand
$R_k; Rd$	Widerstand charakteristisch / design
T	Bezugszeitraum
u	Bruchzustand
$V; v$	Querkraft/ bezogene Querkraft bzw. Durchstanzkraft
$VG; VQ;$	Querkraft ständige bzw. veränderliche Einwirkung
VRd,ct	Querkraftbeanspruchbarkeit nicht querkraftbewehrter Bauteile
VRd,sy	Querkraftbeanspruchbarkeit querkraftbewehrter Bauteile (Zugstrebe)
VRd,max	Querkraftbeanspruchbarkeit querkraftbewehrter Bauteile (Druckstrebe)
$X; x$	der Basisvariable X
y	transformiert; Stahl
θ	Modellunsicherheit (allgemein)
$\theta E; \theta R$	Modellunsicherheit der Beanspruchung bzw. der Beanspruchbarkeit
$\theta E, N; \theta E, M$	Modellunsicherheit bei Normalkraft- bzw. Momentbeanspruchung
$\theta E, V$	Modellunsicherheit bei Querkraftbeanspruchung
$\theta R, V; \theta R, M$	Modellunsicherheit der Querkraft- bzw. Momentbeanspruchbarkeit

Mengenlehre

ω	Elementarereignis
Ω	Grundgesamtheit
\cap	Schnittmenge von Ereignissen
\cup	Vereinigung von Ereignissen
$ $	unter der Bedingung von
$ $	Betrag von
\in, \notin	Element von, kein Element von
\leq, \geq	kleiner gleich, größer gleich

Zusammenfassung

Alle derzeit in Deutschland gültigen Bemessungsnormen sind für Neubauten oder neu anzufertigende Bauteile konzipiert. Diese Normen unterliegen dem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept, das mithilfe von Teilsicherheitsbeiwerten und charakteristischen Werten der Materialien bzw. Einwirkungen die in *DIN 1055-100 2001* geforderte Zuverlässigkeit sicherstellen soll. Die Nachbemessung von Stahlbetonbauteilen im Bestand, die beispielweise eine direkte Lasterhöhung infolge einer Nutzungsänderung erfahren, hat grundsätzlich nach aktueller *DIN 1045-1 2008* zu erfolgen. Die direkte Anwendung der Nachweisformate der *DIN 1045-1* ist aber in vielen Fällen nicht zielführend, da alle Unsicherheiten der Planungs- und Errichtungsphase durch die Teilsicherheitsbeiwerte mit abgedeckt werden. Im Bestand können die Unsicherheiten z. B. der Geometrie, der Materialkennwerte sowie Lage und Menge der vorhandenen Bewehrung oder der ständigen Einwirkungen infolge einer qualifizierten Bestandsaufnahme eingeschränkt werden. Die Tatsache, dass die oben genannten streuenden Größen genauer quantifiziert werden können, erlaubt eine Anpassung der Teilsicherheitsbeiwerte an die am Bauwerk vorherrschenden Streuungen der Festigkeitswerte und geometrischen Größen. Ziel dieser Arbeit ist die Ausweisung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte unter Beachtung des geforderten Zielzuverlässigkeitsniveaus für im Bestand übliche Nachweisformate. Die tabelliert ausgewiesenen Teilsicherheitsbeiwerte auf Widerstandsseite ermöglichen je nach angetroffener Materialstreuung eine praxisgerechte, wirtschaftliche und erfolgreiche Nachweisführung von Bestandsbauten bei Anwendung des semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzeptes.

Abstract

In Germany all current standards are designed for new buildings or new manufactured structural components. These codes are based on the semiprobabilistic safety concept, that guarantee the required reliability level according to *DIN 1055-100 2001* by using partial safety factors and characteristic values of materials and actions. Structural analysis of existing reinforced concrete structures, which receive a direct load increase in consequence of a change of utilisation have to be carried out according to the current *DIN 1045-1 2008*. A strict application of the current design procedures of *DIN 1045-1* is in many cases not feasible, because the partial safety factors considers all uncertainties of design- and construction phase. In existing structures uncertainties for example like the geometrical data, the material data of used materials as well as the size and location of the embedded reinforcement or the dead loads can be restricted by an inventory. The fact, that the dispersive variables mentioned above can be quantified more precise allows an assimilation of the partial safety factors to the predominant dispersions of the structure's strength values and dimensions. The intention of this study is the determination of modified partial safety factors on resistance side for failure criterions of existing structures considering the required reliability. With the tabeled partial safety factors a praxis compatible, economical and successful verification of existing structures due to the expected material dispersions is possible while using the semiprobabilistic safety concept.

1 Einleitung

1.1 Motivation und Problemstellung

Bauen im Bestand gewinnt in Deutschland in den letzten Jahren mehr und mehr an Bedeutung und übertrifft das Neubauvolumen seit einigen Jahren. Somit stellt Bauen im Bestand einen wichtigen Zukunftsmarkt dar. Die Gründe hierfür sind vielschichtig, wie eine Expertenbefragung von *Schnell, J.; Fischer, A. 2008* unter Tragwerksplanern und Bauunternehmen zeigt. Etwa die Hälfte der Bautätigkeit geht auf Nutzungsänderungen von Immobilien zurück, ein Drittel resultiert aus Eigentümerwechsel. Allgemeiner Sanierungsbedarf bzw. neue Stadtentwicklungspläne sind weitere Ursachen für die Bautätigkeit im Bestand (siehe Abb. 1.1). Insbesondere in Ballungszentren steht wachsender Wohnraumbedarf der Bevölkerung dem vorhandenen Wohnraumangel gegenüber. Die Ausweisung von Neubaugebieten ist aus Platzmangel, gesellschaftspolitischen und genehmigungsrechtlichen Gründen sowie Naturschutzgründen ebenfalls stark zurückgegangen. Ein Blick auf den Gebäudebestand in der Bundesrepublik Deutschland zeigt, dass etwa Dreiviertel der Gebäude nach 1945 errichtet wurden, wobei die Hälfte der Gebäude in den Jahren 1949 bis 1978 erstellt wurde (Abb. 1.2).

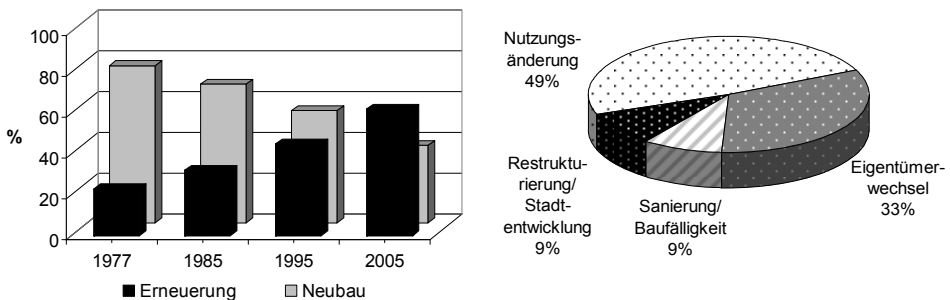


Abb. 1.1: *Links* Umlagerung der Bauinvestitionen gemäß IPP 2007, *rechts* Anlass der Baumaßnahmen in Bestandsbauten *Schnell, J.; Fischer, A. 2008*

Beim Bauen im Bestand erfordern Planung, Bemessung, Konstruktion und Ausführung die ganze Breite des Ingenieurwissens, wie es auch bei Neubauten erforderlich ist. Hinzu tritt aber eine Vielzahl von Fragen hinsichtlich genehmigungsrechtlicher und sicherheitstheoretischer Aspekte. Weiterhin sind der sachgerechte Umgang mit der vorhandenen Bausubstanz und umfangreiche Kenntnisse von historisch verwendeten Materialien, Konstruktionen und Standards bzw. Normen unumgänglich (siehe *DBV Heft 17 2009*). Fehlende Klarheit bei der Festlegung von Anforderungen zur Standsicherheit begrenzt tendenziell die Bereitschaft zur Weiternutzung bestehender Bausubstanz und damit das Bestreben nach Nachhaltigkeit im Baubereich.

Wegen der Vielzahl offener Fragen verfasste die Fachkommission Bautechnik der Bauministerkonferenz (*ARGEBAU 2008*) *Hinweise und Beispiele zum Vorgehen beim Nachweis der Standsicherheit beim Bauen im Bestand*. Die dort gegebenen

Hinweise sind allerdings ausschließlich allgemeiner Art und lassen nur die grundsätzliche Auffassung der obersten Bauaufsichtsbehörden erkennen. Hiernach hat eine Nachbemessung der direkt beanspruchten Bestandsbauteile z. B. infolge einer Lasterhöhung grundsätzlich immer nach aktuellem Normenwerk zu erfolgen.

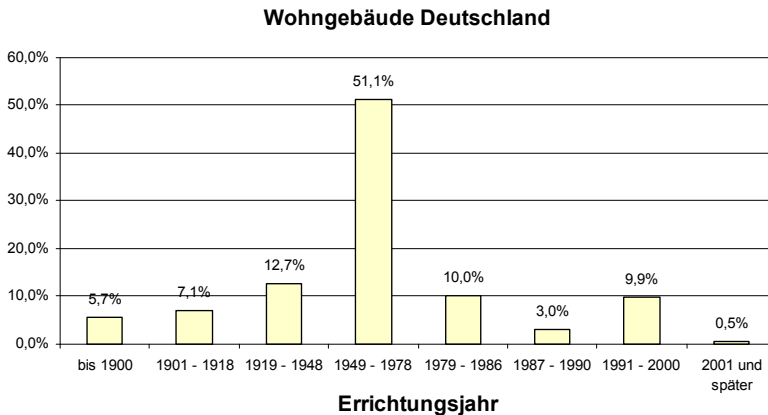


Abb. 1.2: Prozentualer Anteil des gesamten Wohngebäudebestands nach Errichtungsjahr, Statistisches Bundesamt 2004

Für die Nachrechnung von Bestandsbauten gibt es in Deutschland bisher kein Normenwerk, da die aktuellen Normen fast ausschließlich für Neubauten konzipiert wurden. In einigen europäischen Ländern wird aktuell an der Erstellung eigenständiger Normen für Bestandsbauten gearbeitet, wie es z. B. in der Schweiz mit der Normenreihe *SIA 269 2007* geschieht. In Deutschland steht zurzeit lediglich die Belastungsrichtlinie des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton *DAfStb 2000* für die Standsicherheitsbewertung durch Probelastungen an Bestandsbauten zur Verfügung. Hierin werden verminderte Teilsicherheitsbeiwerte zur Nachrechnung der im Versuch belasteten Bauteile nach einer Bestandsaufnahme ausgewiesen.

Zur Nachweisführung nach aktuellen Normen wird das semiprobabilistische Nachweiskonzept verwendet. Die Tragwerkssicherheit wird darin durch die Wahl der Teilsicherheitsbeiwerte sowie der Quantilwerte der Materialfestigkeiten und Einwirkungen sichergestellt. Eine Festlegung der 5 %-Quantilwerte historischer Materialien ist z. B. in *Schnell, J.; Fischer, A.; Loch, M. 2008* und *DBV-Merkblatt 2008* zu finden. Problematisch ist bei Bestandsbauten oft, dass keinerlei Kenntnisse der im Bauwerk vorhandenen Materialien vorhanden sind, und daher keine Einordnung in Festigkeitsklassen vorgenommen werden kann. Die Materialkennwerte der vorhandenen Baustoffe können i. d. R. nur durch eine sorgfältige und umfassende Bestandsaufnahme gewonnen werden. Eine Ausweisung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für Stahlbetonbauteile im Bestand bei vorausgegangener Bestandsaufnahme erfolgte insbesondere für biegebeanspruchte Bauteile bereits in *Fingerloos, F.; Schnell, J. 2008* sowie in *Fingerloos, F.; Schnell, J. 2009*.

1.2 Zielsetzung

Vor dem Hintergrund der Zunahme an Tragfähigkeitsbewertungen von Bestandsbauten ist eine klare Nachweisführung auf der Basis des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes nach *DIN 1055-100 2001* erforderlich. Bei Anwendung des semiprobabilistischen Bemessungskonzeptes, unter der Voraussetzung der Kenntnis der Materialkennwerte, ist zurzeit in vielen Fällen keine erfolgreiche Nachweisführung möglich. Die Teilsicherheitsbeiwerte beinhalten die Unsicherheiten der repräsentativen Werte der Einwirkungen und Widerstände sowie die Modellunsicherheiten der Beanspruchungen und des mechanischen Modells. Es erfolgt allerdings keinerlei Berücksichtigung von Planungs- und Ausführungsfehlern. Diese sind durch Kontrolle zu minimieren. Die Wahl des anzustrebenden Sicherheitsniveaus für Neubauten gemäß *DIN 1055-100* erfolgt u. a. vor diesem Hintergrund.

Nichterkannte Planungs- und Ausführungsfehler können bei Bestandsbauten aufgrund deren bisherigen Standzeit zumindest eingeschränkt werden. Eine Absenkung des anzustrebenden Sicherheitsniveaus, wie z. B. in *JCSS 2000* vorgeschlagen, wäre hier sinnvoll. Dies ist allerdings eine politische Diskussion, da das damit einhergehende Restrisiko von Schadensfällen zu definieren ist, was immer eng damit verbunden ist, welcher großer Verlust von Menschenleben im Schadensfall toleriert wird. Ebenso sind die wirtschaftlichen Schäden sowie der Verlust kultureller Güter zu beziffern. Richtiger wäre die Festlegung des Sicherheitsniveaus in Abhängigkeit von den Schadensfolgen, womit auch eine monetäre Bewertung eines Menschenlebens verbunden wäre, wie es z. B. die Schweizer Norm *SIA 269 2007* mit einem Wert von 3,5 Mio. Schweizer Franken definiert.

Eine sorgfältige, umfassende Bestandsaufnahme liefert beispielsweise präzise Informationen zu Bauteilgeometrie, vorhandener Bewehrung sowie den Materialkennwerten und den ständigen Lasten (*ARGEBAU 2006*). Diese stark schwankenden Größen können durch Aufmaß und Probeentnahme in ihren Streuungen erfasst und eingegrenzt werden. Aus den Proben einer Bestandsaufnahme am Tragwerk lassen sich stets Mittelwert sowie Standardabweichung und letztlich charakteristische Werte in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl für das gewünschte Konfidenzintervall bestimmen. Eine Ausweisung von universal anwendbaren Teilsicherheitsbeiwerten zur semiprobabilistischen Nachweisführung von Bestandsbauten ist daher nur in Abhängigkeit der aus der Bestandsaufnahme festgestellten, statistischen Kennwerte der Basisvariablen sinnvoll. Im Rahmen dieser Arbeit sollen nun mithilfe von probabilistischen Methoden Teilsicherheitsbeiwerte in Abhängigkeit der jeweiligen Versagensart und für variable Streuungen der Basisvariablen bestimmt werden, die zur einfachen Nachweisführung in der Praxis verwendet werden können.

Angemerkt sei, dass bei allen angestellten Untersuchungen stets von einem überwiegend intakten Bauwerkszustand ausgegangen wird. Dabei werden keine Betrachtungen über tragfähigkeitsmindernde Schäden wie beispielsweise Schäden infolge Bauteilalterung oder sonstige Schäden angestellt. Die Verwendung dieser modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte beim Nachweis von Stahlbeton- und Betonbauteilen führt zur Sicherstellung des gewünschten Sicherheitsniveaus.

1.3 Vorgehensweise

Zur Beurteilung der Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauten im Bestand werden die Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie in Abschnitt 3 erarbeitet. Die Festlegung von Teilsicherheitsbeiwerten zur semiprobabilistischen Nachweisführung von Bestandsbauten erfolgt auf der Basis probabilistischer Analysen mithilfe der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung. Zur Durchführung der Zuverlässigkeitsanalyse ist die sogenannte Grenzzustandsfunktion zu ermitteln, die das Bauteilversagen möglichst exakt beschreibt. In der Grenzzustandsgleichung werden die streuenden Zufallsvariablen von Widerstand und Einwirkung miteinander verknüpft. Die stochastische Modellierung der einzelnen Zufallsvariablen erfolgt auf der Grundlage ihrer vorhandenen Datenbasis. Im Rahmen einer sorgfältigen Bestandsaufnahme des zu untersuchenden Bestandsbauwerks können einzelne streuende Größen - insbesondere des Bauteilwiderstandes - gemessen oder durch eine Auswertung der am Bauwerk entnommenen Probekörper gemäß Abschnitt 2 bestimmt bzw. eingeschränkt werden. Die streuenden Größen der Einwirkungen sind nur schwer oder mit wirtschaftlich unverhältnismäßig großem Aufwand für das einzelne Bauwerk zu ermitteln. Direkte Einwirkungen auf Tragwerke lassen sich in ständige und veränderliche Einwirkungen unterteilen. Indirekte Einwirkung wie z. B. Kriechen und Schwinden haben zeitlich veränderlichen Charakter und werden im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet. Gerade bei zeitlich und örtlich veränderlichen Einwirkungen wie Nutzlasten, Schnee- oder Windlasten muss auf allgemeingültige vorliegende Daten aus der Literatur zurückgegriffen werden. Lediglich die zeitunabhängigen ständigen Einwirkungen wie z. B. die Bauteileigenlast oder die Ausbaulast können mit vergleichsweise geringem Aufwand ermittelt werden. Die stochastische Modellierung des Bauteilwiderstands und der Einwirkungen wird im Abschnitt 4 und 5 dargelegt.

Anschließend werden in Abschnitt 6 dieser Arbeit die Grenzzustandsgleichungen für maßgebende Versagensarten von Stahlbetonbauten im Bestand formuliert. Weiter erfolgt eine zuverlässigkeitstheoretische Bewertung von Bestandsbauteilen herkömmlicher Hochbauten bei Anwendung der Teilsicherheitsbeiwerte nach *DIN 1045-1 2008*, die auf mögliche Reserven oder evtl. Defizite der Tragfähigkeitsnachweise hinweisen soll. Hierbei wird das im Hochbau üblicherweise vorherrschende Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ angesetzt.

Im Abschnitt 7 werden Untersuchungen über die Auswirkung verschiedener Randbedingungen hinsichtlich der einzelnen Versagensarten dargestellt. Unter anderem werden unterschiedliche Streuungen der Materialkennwerte von Beton und Betonstahl, der geometrischen Größen sowie Längs- und Schubbewehrungsgrade hinsichtlich der Bauteilzuverlässigkeit analysiert. Als veränderliche Einwirkungen q_k werden Nutzlasten, Schnee- und Windlasten für verschiedene Lastverhältnisse g_k / q_k angesetzt. Ebenso wird die Auswirkung auf die Zuverlässigkeit bei Verwendung unterschiedlicher statistischer Kenngrößen der Modellunsicherheiten für die Nachweisformate diskutiert. Weiter wird die Querschnittszuverlässigkeit bei Anwendung der Belastungsrichtlinie *DAfStb 2000* untersucht. Hierbei erweist sich die Abminderung des Teilsicherheitsbeiwertes der ständigen Einwirkung als maßgeblich zuverlässigkeitsmindernd.

Die angestrebte Modifikation von Teilsicherheitsbeiwerten für Bestandsbauten erfolgt ausschließlich auf der Widerstandsseite, da diese streuenden Größen z. B. durch eine Bestandsaufnahme bestimmbar sind. Ein weiteres gewichtiges Argument für diese Vorgehensweise stellt die Tatsache dar, dass die Sicherheitsbeiwerte der Einwirkungen in der *DIN 1055-100 2001* baustoff- und bauartübergreifend geregelt sind. Eine Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte ist direkt mit der Beschreibung des Querschnittsversagens verknüpft.

Anhand umfangreicher probabilistischer Parameterstudien der einzelnen Versagensarten werden im Abschnitt 8 Teilsicherheitsbeiwerte in Abhängigkeit der Materialstreuungen und des Verhältnisses der ständigen zu veränderlichen Einwirkungen für das festgelegte Zielzuverlässigkeitsniveau kalibriert. Hierbei werden verschiedene Kombinationen der Teilsicherheitsbeiwerte von Beton γ_c und Betonstahl γ_s hinsichtlich der Bauteilzuverlässigkeit bei einer 100 %-igen Querschnittsausnutzung analysiert und grafisch dargestellt. Die möglichen Kombinationen der Material Sicherheitsbeiwerte werden anschließend in Abhängigkeit der Versagensart auf Grundlage der erstellten Zuverlässigkeitskurven in Tabellen praxisgerecht aufbereitet. Liegen nur sehr wenige bzw. nicht von allen Bauteilbereichen Materialproben aus der Bestandsaufnahme vor oder sind nicht analysierte Fehlstellen am Bauwerk zu erwarten, so sind die probabilistisch ermittelten Teilsicherheitsbeiwerte noch mit einem sogenannten Übertragungsfaktor γ_{TF} zu multiplizieren. Die Nachweisführung für das Bestandsbauteil kann nun unter Verwendung der modifizierten, probabilistisch begründeten Teilsicherheitsbeiwerte sowie der am Bauwerk ermittelten charakteristischen Festigkeit erfolgen.

Mithilfe der aus den Parameterstudien gewonnenen Sensitivitätsfaktoren wird der Versuch unternommen, feste Sensitivitätsfaktoren in Anlehnung an *DIN 1055-100 2001 Anhang B* für die jeweilige Versagensart zur vereinfachten Berechnung von Teilsicherheitsbeiwerten auf Grundlage des Bemessungspunktes auszuweisen.

Abschließend werden im Abschnitt 9 alle Ergebnisse dieser Arbeit kurz zusammengefasst und weiterer Forschungsbedarf zu verschiedenen sicherheitstheoretischen Themen rund um das Bauen im Bestand aufgezeigt.

2 Bauen im Bestand

2.1 Begriffsdefinition

Unter Bauen im Bestand wird die Instandsetzung, die Ertüchtigung oder die Änderung bestehender baulicher Anlagen verstanden. Dabei ist zu entscheiden, welche technischen Baubestimmungen anzuwenden sind und in welchen Fällen nach dem Grundsatz des Bestandschutzes verfahren werden darf. Das ist vor allem dann von Bedeutung, wenn sich die Anforderungen in den aktuell geltenden technischen Baubestimmungen gegenüber den zum Zeitpunkt der Errichtung der baulichen Anlage geltenden Bestimmungen (Bemessungsnormen) geändert haben und keine Regelungen für bestehende Gebäude getroffen worden sind. Die Beteiligten müssen dabei klären, auf welcher Grundlage bautechnische Nachweise zu führen sind. Die *ARGEBAU 2008* empfiehlt den Nachweis neuer Bauteile oder neu ertüchtigter Bauteile nach neuem Regelwerk zu führen. Allerdings kann der Nachweis mit den ursprünglichen Vorschriften erfolgen, wenn beispielsweise lastweiterleitende Bestandsbauteile im Zuge einer Lasterhöhung überprüft werden müssen.

Bauen im Bestand geht in vielen Fällen mit erheblichen Eingriffen in die Tragstruktur einher und unterliegt somit der Nachweispflicht. Dies stellt für Tragwerksplaner nicht selten eine Herausforderung dar. Häufig kann die Standsicherheit der Tragwerke bei strikter Anwendung der aktuellen Regelwerke nicht mit einer ausreichenden Zuverlässigkeit nachgewiesen werden, da mit der zukünftigen Nutzung oft eine Lasterhöhung einhergeht.

Grundlage für das Bauen im Bestand sollte eine umfassende und sorgfältig durchgeführte Bestandsaufnahme sein, durch die evtl. vorhandene Unsicherheiten ausgeschlossen oder zumindest eingegrenzt werden können.

Bestandsbauten liefern im Gegensatz zum Neubau eine Vielzahl von Informationen, die im Rahmen der qualifizierten Bestandsaufnahme erfasst werden können. Während beim Neubau in der Planungs- und Ausführungsphase eine Vielzahl von Unsicherheiten vorliegt, können diese an Bestandsbauten z. B. durch Aufmessen und Sichten des Bauwerks sowie Materialprobeentnahme weitgehend ausgeschlossen werden (*JCSS 2001*).

Bei Umbau oder Umnutzung von bestehenden Tragwerken oder Tragwerksteilen kann zunächst versucht werden, durch Lastvergleiche nachzuweisen, dass eine Vergrößerung von bemessungsmaßgebenden Schnittgrößen gegenüber dem Istzustand nicht eintreten wird. Durch Wahl geeigneter leichter Ausbaustoffe kann dies in vielen Fällen realisiert werden. Nutzlast erhöhungen können in manchen Fällen durch die Reduzierung von Ausbaulasten – wie z. B. den Ersatz eines Verbundstrichs durch einen Trockenstrich – kompensiert werden.

Sind im Tragwerk beispielsweise infolge Überdimensionierung Tragreserven vorhanden, können in deren Rahmen prinzipiell auch Laststeigerungen akzeptiert werden. Sofern sich Schnittgrößenerhöhungen ergeben, besteht alternativ zu Verstärkungsmaßnahmen grundsätzlich auch die Möglichkeit, die bestehende Tragstruktur nach aktuellem Regelwerk nachzuweisen. Dabei können ggf. tatsäch-

liche, am Bauwerk ermittelte größere Festigkeiten sowie eine Überprüfung von Geometrie und Lage der Bewehrung vorteilhaft berücksichtigt werden. Für einige Bemessungsziele erlauben aktuelle Regelwerke auch im Vergleich zu den früheren Normen zugespitzte Nachweise. Zudem dürfen verdeckte Tragfähigkeitsreserven auch durch nichtlineare Schnittgrößenermittlung mit Unterstützung leistungsfähiger Rechenprogramme aktiviert werden. Zu beachten ist in all diesen Fällen jedoch, dass dann auch alle einschlägigen Nachweise der aktuellen Regelwerke in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit zu untersuchen sind, die früher zum Teil aufgrund sehr konservativer zulässiger Bemessungsspannungen indirekt abgesichert waren und daher entfallen durften.

Eine weitere Möglichkeit zur Einschätzung der Tragfähigkeit von Bestandsbauten stellt die Durchführung von Probelastungen am Bauwerk dar. Für Beton- und Stahlbetonbauteile kann die Belastungsrichtlinie *DAfStb 2000* zum Nachweis der Tragfähigkeit mithilfe einer Probelastung herangezogen werden. Die Bauteile müssen trotz erfolgreicher Probelastungen immer auch rechnerisch nachgewiesen werden, wofür die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte gemäß *DAfStb 2000* verwendet werden dürfen. Eine kritische Bewertung des damit erreichbaren Zuverlässigkeitsniveaus wird im Rahmen dieser Arbeit vorgenommen.

Sind die oben genannten Nachweismethoden nicht zielführend, so kann eine probabilistisch begründete Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte nach Durchführung einer Bestandsaufnahme zur erfolgreichen Nachweisführung beitragen. Mithilfe probabilistischer Verfahren können Teilsicherheitsbeiwerte für Stahlbetonbauwerke anhand umfangreicher Parameterstudien ermittelt werden, die in das semiprobabilistische Nachweiskonzept der *DIN 1045-1 2008* einfließen können.

2.2 Besonderheiten der Zuverlässigkeitsanalyse beim Bauen im Bestand

Alle aktuellen Normen streben bereits im Entwurfsstadium eines Bauwerks ein bestimmtes Zuverlässigkeitsniveau für den Zeitpunkt nach dessen Realisierung an. Bei Bestandsbauten kann das zum Zeitpunkt der Errichtung zugrunde gelegte Zuverlässigkeitsniveau von dem heute geforderten Niveau abweichen. Aus verschiedenen Gründen, wie z. B. infolge von erkannten Ausführungsfehlern, Alterungseinflüssen, Schädigungen oder Lasterhöhungen kann das Zuverlässigkeitsniveau abgesunken sein. Die aktuellen Bemessungsnormen basieren auf dem semiprobabilistischen Sicherheitskonzept, das durch die Bestimmung von charakteristischen Werten der Einwirkungen und der Baustoffe sowie definierter Teilsicherheitsfaktoren die angestrebte Bauteilzuverlässigkeit sicherstellt.

Nach *DIN 1055-100* setzt sich der Teilsicherheitsbeiwert auf Einwirkungsseite aus den Unsicherheiten der repräsentativen Einwirkungen sowie den Modellunsicherheiten des Lastmodells zusammen. Auf Widerstandsseite sind die Unsicherheiten des mechanischen Modells sowie der repräsentativen Werte der Baustoffe im Sicherheitsbeiwert enthalten. Zu beachten ist allerdings, dass menschliche Fehler in Planung und Ausführung hierbei nicht erfasst werden können und diese durch

Kontrolle zu minimieren sind. Diese Fehler können bei Bestandsbauten aufgrund der vorhandenen Standzeit des Bauwerks größtenteils ausgeschlossen werden.

Bei Bestandsbauten liegen in der Regel zusätzliche Informationen über die Art der Nutzung aber auch über vorhandene Bauwerkseigenschaften vor. Im Rahmen einer eigenen Expertenbefragung zum Bauen im Bestand (Schnell, J.; Fischer, A. 2008 bzw. DBV Heft 17 2009) hat sich gezeigt, dass die Entwurfsunterlagen wie z. B. statische Berechnungen und Pläne in den meisten Fällen nicht vorhanden oder zumindest unvollständig sind.

Wird allerdings vor Beginn der Baumaßnahme eine qualifizierte Bestandsaufnahme durchgeführt, können Informationsdefizite beseitigt und die vorhandenen Kenntnisse über das Bauwerk erweitert werden. Zusätzliche Untersuchungen können auch zerstörungsfreie Prüfungen, Materialprobeentnahmen aber auch die Bestimmung der tatsächlich vorhandenen ständigen Lasten sein. Durch die bei der Bestandsaufnahme gewonnenen Zusatzinformationen werden die Unsicherheiten, die zum Zeitpunkt der Entwurfsphase noch vorhanden sind, vermindert. Beispielsweise können im Rahmen der Bestandsaufnahme die Unsicherheiten der Basisvariablen auf Widerstandsseite wie z. B. der Baustoffkennwerte, Lage und Querschnitt der tatsächlich eingelegten Bewehrung sowie der Bauteilgeometrie und -spannweite stark eingegrenzt werden. Weiter können Änderungen der Verteilungstypen und den stochastischen Parametern aller Basisvariablen (z. B. Einschränkung der Streuungen, Anheben der Mittelwerte) berücksichtigt werden. Ebenso sind Änderungen der Grenzzustandsbedingungen oder die Formulierung zusätzlicher Bedingungen, die sich über die bisherige Standzeit ergeben haben, möglich.

Die Teilsicherheitsbeiwerte und charakteristische Materialkennwerte für Neubauten müssen alle in Abb. 2.1 dargestellten Unsicherheitsfelder weitgehend abdecken. Dies wurde bei Festlegung der Größe der Teilsicherheitsbeiwerte in DIN 1055-100 berücksichtigt, wie in Abb. 3.14 ersichtlich ist. Bei Bestandsbauten bleibt nach einer Bestandsaufnahme somit nur noch ein eingeschränktes Unsicherheitspotenzial übrig. Diese Tatsache macht Modifikationen bei Teilsicherheitsbeiwerten auf der Widerstandsseite, wie z. B. in Abschnitt 8 dieser Arbeit diskutiert, möglich.

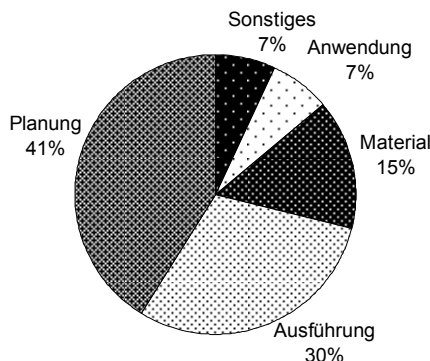


Abb. 2.1: Ursachen für Qualitätsmängel für Bauwerke nach Hansen, M. 2004

Eine weitere Besonderheit bei bestehenden baulichen Anlagen kann die Ausweisung einer verminderten Restnutzungsdauer sein, die kleiner als die Nutzungsdauer von Neubauten ist. Diese verminderte Nutzungsdauer führt über die geringere Anzahl der Belastungszustände bei variablen Lasten zu verminderten Extremwerten und damit zu geringeren charakteristischen Lastwerten. Weiter ist das Sicherheitsniveau für eine verminderte Restlebensdauer zu überdenken, um erforderliche Verstärkungsmaßnahmen einzuschränken und somit zu einer ausgeglichenen Kosten-Nutzen-Analyse für das Bauwerk zu gelangen. Ein Lösungsvorschlag zum Umgang mit begrenzten Restnutzungsdauern bei Gebäuden wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit aufskizziert.

Zu bedenken ist, dass die Erzielung des geforderten Sicherheitsniveaus bei Bestandsbauten durch Verstärkungsmaßnahmen gegenüber dem eines Neubautentwurfs mit erheblich größeren Kosten verbunden ist. Alleine die Beschränkung auf notwendige Maßnahmen zur Sicherstellung einer akzeptablen Tragwerkssicherheit rechtfertigt aufwendige Untersuchungen zur Gewinnung weiterer Informationen über den Bauwerkszustand im Rahmen einer Bestandsaufnahme. In Abschnitt 3.15 wird ein Verfahren zur sicherheitstheoretischen Bewertung von Bestandsbauten aufgezeigt. In diesem Zusammenhang wird auch eine mögliche Herabsetzung des Zielzuverlässigkeitsniveaus diskutiert.

Mithilfe vollprobabilistischer Parameterstudien können gemäß *Fischer, A.; Schnell, J. 2008* die verlässlichen Informationen aus der Bestandsaufnahme wie z. B. über die Art der Nutzung und die vorhandenen Bauwerkseigenschaften sowie den vorhandenen Bauwerkszustand zur Kalibrierung der Teilsicherheitsbeiwerte für das geforderte Zuverlässigkeitsniveau vorteilhaft genutzt werden, da ein Großteil der Unsicherheiten aus der Planungs- und Erstellungsphase nicht durch Sicherheitszuschläge abgedeckt werden muss.

2.3 Istzustand des Tragwerkes

Zu Beginn der Planungsmaßnahmen sollte der Istzustand des umzubauenden Tragwerks erfasst werden. Nicht selten weist das Tragwerk Schäden aufgrund der bisherigen Nutzung oder infolge Alterung auf. In diesem Zusammenhang sollte der bauliche Zustand der tragenden Bauteile beispielsweise auf Risse, Korrosionserscheinungen, Abplatzungen und sonstige Schädigungen insbesondere im Bereich von Auflagern und Knoten untersucht werden. Auf das komplexe Thema der Bauteilalterung soll im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden. Treten derartige Schäden auf, so sind diese - falls ökonomisch vertretbar - zu beheben. In diesem Zusammenhang sei angemerkt, dass die am Ende dieser Arbeit ausgewiesenen modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte nur auf Bauteile, die in einem ordnungsgemäßen Zustand sind oder instand gesetzt wurden, angewendet werden dürfen. Zur Erfassung des Istzustandes sollte eine Bestandsaufnahme durchgeführt werden.

Die Bestandsaufnahme muss alle für die Tragwerksplanung erforderlichen Sachverhalte dokumentieren. Allgemein sind Verformungen, Schiefstellungen, Achsmaße und Bauteilabmessungen von Bedeutung. Bauartbezogen sind Festigkeit von Beton und Betonstahl, Betondeckung, Karbonatisierungs- und ggf. Chloridein-

dringtiefe, Rissbreiten sowie Lage und Querschnitt der eingebauten Bewehrung zu ermitteln.

Die Auswertung der Bestandsaufnahme sollte in ein Bestandsgutachten münden, in dem die erforderlichen Kennwerte vor dem Hintergrund der Anforderungen an Standsicherheit, Gebrauchstauglichkeit, Dauerhaftigkeit und baulichen Brandschutz festgelegt werden. Abweichungen vom aktuellen Stand der Technik (z. B. bei der Betondeckung) sind dabei zu dokumentieren (siehe *Fingerloos, F.; Schnell, J. 2009*).

In vielen Fällen ist das Tragwerk zum Zeitpunkt der Bestandsaufnahme aufgrund der laufenden Nutzung nicht vollständig zugänglich. Der Tragwerksplaner muss für den weiteren Planungsablauf in Ermangelung genauerer Kenntnisse Annahmen treffen, die vor Baubeginn auf ihre Richtigkeit überprüft werden müssen. Hinweise zur Durchführung einer Bestandsaufnahme sowie Auswertung der Messergebnisse sind u. a. in *ISO 13822 2003, JCSS 2001, DB-Richtlinie 805 2002* sowie den Schweizer Normen *SIA 269 2007, SIA 462 1994* und *SIA 469 1997* zu finden. Die Bewertung von Beton in Bauwerken oder Bauwerksteilen kann mithilfe *DIN EN 13791 2008* erfolgen. Zur Bestimmung charakteristischer Werte der Baustoffeigenschaften helfen auch die Ausführungen in Abschnitt 3.12.1 dieser Arbeit weiter.

2.4 Beurteilung von bestehenden Tragwerken

2.4.1 Einleitung

Tragwerke müssen derart ausgelegt werden, dass sie den ihnen zugeordneten Anforderungen während der vorgesehenen Nutzungsdauer gerecht werden, d. h. mit ausreichender Zuverlässigkeit ihren Zweck erfüllen, die Sicherheit der Benutzer und die Dauerhaftigkeit in Bezug auf den alltäglichen Gebrauch während der Nutzungsdauer sicherstellen.

Die Beurteilung einer bestehenden Tragstruktur wird notwendig, wenn aktuell Zweifel besteht, ob das Bauwerk den angedachten Anforderungen gerecht wird. Typische Situationen, in denen sich die Nutzung bzw. der Zweck des Bauwerks verändert haben, sind durch auftretende Lastzuwächse, Lebensdauererweiterungen, höhere Zuverlässigkeitsanforderungen sowie Eingriffe in das Tragwerk, um neuen Nutzungsanforderungen gerecht zu werden, gegeben.

Die Notwendigkeit einer Beurteilung bestehender Tragwerke ergibt sich auch bei Bekanntwerden von Bemessungs- und Ausführungsmängeln bzw. bei Abweichungen der Ausführung von der Planung. Ebenso kann im Zuge einer Bestandsaufnahme festgestellt werden, dass aufgrund des Tragwerkszustandes die angestrebte Lebensdauer nicht erreicht werden kann. Eine weitere Notwendigkeit der erneuten Beurteilung kann auch der Ablauf der Restnutzungsdauer darstellen, die anlässlich einer früheren Beurteilung der Tragsicherheit dem Bauwerk zugestanden wurde (vgl. *SIA 269 2007*).

Zweifel an der Tragwerkszuverlässigkeit können auftreten, wenn bereits sichtbare Schäden vorhanden sind, Planungs- und Ausführungsfehler entdeckt werden oder aus zeitlich nacheinander stattgefundenen Zustandsuntersuchungen unterschiedliche Ergebnisse resultieren. Beunruhigend ist weiter, wenn einerseits das Tragwerk über

einen großen Zeitraum nicht inspiziert wurde oder die Ergebnisse bei einer periodischen Zustandsuntersuchung Schädigungen (z. B. Korrosion) ergeben, oder andererseits mögliche Vorschädigungen infolge außergewöhnlicher Einwirkungen, wie Anprall, Brand, Explosion oder Erdbeben während der bisherigen Nutzung eingetreten sind. Weitere Zweifel hinsichtlich der Zuverlässigkeit löst auch ein ungenügendes Tragwerksverhalten ähnlicher Bauwerke aus, bei denen bedingt durch die Wahl der Baustoffe, Bauweise oder Tragsysteme bereits sichtbare Schäden oder eine Beeinträchtigung der Tragsicherheit eingetreten sind, bzw. eine offensichtlich mangelhafte Gebrauchstauglichkeit vorliegt. Das Vorhandensein neuer wissenschaftlicher Erkenntnisse, überarbeitete Bemessungsnormen oder veränderte Randbedingungen wie z. B. Nutzungsänderungen können eine Tragwerksbeurteilung ebenso rechtfertigen.

JCSS 2001 beschäftigt sich mit der probabilistischen Bewertung von Bestandsgebäuden. Hierin finden sich nützliche Hinweise für die Herangehensweise zur Beurteilung der Sicherheit von Bestandsbauten. Weiter werden mögliche Lösungswege zur Durchführung probabilistischer Berechnungen von Bestandsbauten durch Zuschärfung von Informationen und Berücksichtigung von Restnutzungsdauern aufgezeigt, auf die im Rahmen dieser Arbeit u. a. zurückgegriffen wird.

2.4.2 Beurteilungsaspekte und Sicherheitsempfinden

Bei bestehenden Bauwerken stellt vor allem die Beurteilung der Tragsicherheit eine wesentliche Herausforderung dar, da Aussagen zum Tragwerksverhalten in Grenzzuständen gemacht werden müssen. Wichtig hierbei ist oft die Frage: In welchem Zustand befinden sich schlecht oder gar nicht inspizierbare Tragwerkelemente? Bei dynamisch beanspruchten Tragwerken ist eine zuverlässige Entdeckung von Schädigungsrissen im frühen Stadium kaum möglich um Ermüdungserscheinungen zu erkennen.

Zweifel an der Gebrauchstauglichkeit bestehen i. d. R. selten, da sich entweder das Tragwerk bisher als gebrauchstauglich erwiesen hat oder vorhandene Mängel wie Rissbildungen, Durchbiegungen oder Schwingungen sind aus der bisherigen Nutzung bekannt und lassen eindeutige Aussagen zu.

Bei der Planung und Bemessung neuer Tragwerke ergibt sich eine gegenteilige Aufgabenstellung. Die nach Norm geforderte Tragsicherheit ist mit vergleichsweise einfachen Modellen nachweisbar - während die Gebrauchstauglichkeit aufgrund der großen Voraussageunschärfen und der mangelnden Kenntnis der exakten späteren Nutzung auch mit „genauen“ Modellen lediglich abgeschätzt werden kann. Noch schwieriger gestaltet sich die Vorhersage der Dauerhaftigkeit von Bauwerken im Planungsstadium.

Die Sicherheit eines bestehenden Tragwerks ist keine mit dem Tragwerk quasi fest verbundene Eigenschaft. Vielmehr ist sie Ausdruck des persönlichen Vertrauens, z. B. eines Experten, in die vorgefundene Situation. Die Aussage wird sehr oft durch die grundsätzlich messbaren, aber oft nicht hinreichend bekannten physikalischen Eigenschaften des Tragwerks begründet, welche die Vorstellungen über das Verhalten des Tragwerks sowie durch die im Verlauf der Restnutzungsdauer zu

erwartenden Gefährdungsbilder beeinflusst. Jede Aussage zur Sicherheit bestehender Tragwerke ist demnach mehr oder weniger subjektiv und spiegelt den Stand des Wissens und der Kenntnis der beurteilenden Person bzw. Institution wider.

Die Aussagekraft über die Tragsicherheit bestehender Bauwerke ist oft eng mit der Sorgfalt der durchgeführten Analyse und dem daraus resultierenden Ergebnis hinsichtlich des Tragwerkszustandes und des Tragwerksverhaltens verbunden. Eine Zuschärfung von Informationen bzw. die Erhöhung des Datenumfanges können die Beurteilung über eine ausreichende Standsicherheit positiv beeinflussen.

2.4.3 Entscheidungsfindung

Zur Beurteilung der Sicherheit eines bestehenden Tragwerkes müssen auf die nachfolgend aufgelisteten Fragen belastbare Antworten gefunden werden:

- Wie sicher ist das Bauwerk und ist die angestrebte Sicherheit ausreichend?
- Wer entscheidet über die erforderliche Sicherheit und wie gestaltet sich die Entscheidungsfindung?
- Wie kann die Entscheidung begründet werden und mit welchen Maßnahmen wird diese Entscheidung später umgesetzt?

Das Ergebnis der Entscheidungsfindung kann im Prinzip nur „sicher“ oder „nicht sicher“ lauten und ist daher in jedem Fall von großer Tragweite. Im ersten Fall kann der Beurteilungsprozess abgebrochen werden, wohingegen im zweiten Fall die weitere Vorgehensweise herauszuarbeiten ist. Abb. 2.2 zeigt das Entscheidungsspektrum und mögliche Folgeschritte schematisch auf.

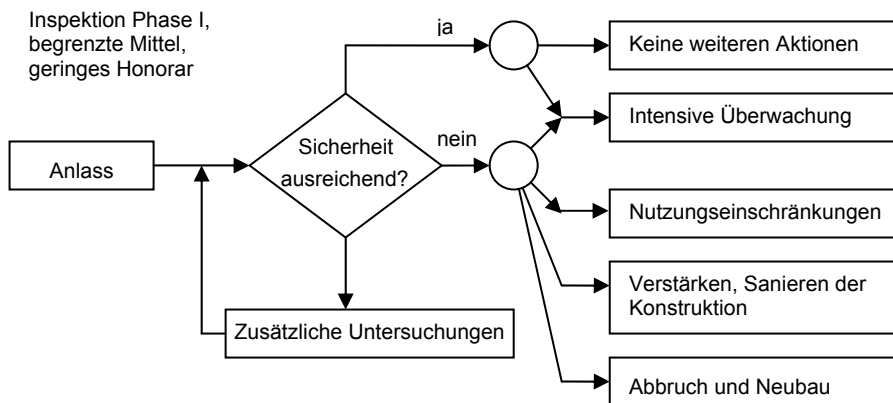


Abb. 2.2: Entscheidungsfindung zur Tragwerkssicherheit nach *Schneider, J. 1994*

Von besonderem Einfluss auf die Entscheidungsfindung ist die vom Bauwerkseigentümer angestrebte, von der Bauaufsicht genehmigte oder vom Ingenieur aufgrund seiner Beurteilung zugestandene Restnutzungsdauer des Bauwerks. Darunter wird diejenige Zeitdauer verstanden, während der das Bauwerk gemäß Nutzungsplan noch in Betrieb bleiben soll bzw. darf. Sie legt weiter auch den Zeitpunkt fest, zu dem

im Hinblick auf eine weitere Nutzung eine erneute Beurteilung der Tragsicherheit erforderlich ist.

2.5 Gewinnung von Materialkennwerten

2.5.1 Materialkennwerte aus Planungsdokumenten

Sind die Bestandsunterlagen wie z. B. Pläne und Statische Berechnungen nahezu vollständig vorhanden, so sind die im Bestandsbauwerk verwendeten Materialien bekannt. Wurden weiter bei der Errichtung des Bauwerks entsprechende Kontrollmaßnahmen durchgeführt sowie die eingesetzten Baumaterialien einer Güteüberwachung unterzogen, kann mit großer Sicherheit davon ausgegangen werden, dass die geforderten Materialeigenschaften vorhanden sind.

Um dennoch jegliche Unsicherheiten auszuräumen, empfiehlt es sich, stichprobenartig Materialproben zu entnehmen. Bei Stahlbetontragwerken können infolge der Nacherhärtung des Betons größere Festigkeiten auftreten, die durchaus – soweit diese belegbar sind – für die Tragfähigkeitsbewertung genutzt werden dürfen.

2.5.2 Entnahme von Materialproben

Eine Entnahme von Materialproben wird notwendig, falls keine oder nur ungenügende Informationen über das Bestandsbauwerk vorhanden sind oder sobald Zweifel an dem eingesetzten Baumaterial bestehen. Eine kontrollierte und sorgfältige Entnahme von Materialproben zur Bestimmung der Materialkennwerte ist dann unumgänglich. In vielen Fällen ist es schwierig, Materialproben schon vor Beginn der angestrebten Baumaßnahme oder Nutzungsänderung zu gewinnen, da das Gebäude noch genutzt wird und somit eine umfassende Materialentnahme aus verschiedenen wie z. B. produktionstechnischen Gründen oder wegen Unzugänglichkeit der Entnahmestellen nicht möglich ist. Weiter sollte beachtet werden, dass die Tragstruktur durch jede Entnahme von Materialproben geschädigt wird. Daher sollten an verschiedenen Stellen repräsentativer Bauteile nur so viele Proben entnommen werden, wie mit vertretbarem wirtschaftlichen Aufwand möglich ist, aber nicht weniger als für das Ausweisen von belastbaren Kennwerten unbedingt nötig sind.

Da es praktisch unmöglich ist, eine definierte Grundgesamtheit zu beproben, müssen n Realisierungen als Stichprobe statistisch bewertet werden. Bei Zugrundelegung einer Normalverteilung empfiehlt *Fischer, L. 2001* als Faustregel einen Stichprobenumfang von $n = 30$.

Fischer, L. 1995 hat in seinem Fachaufsatz „Bestimmung des 5 %-Quantils im Zuge der Bauwerksprüfung“ in der Zeitschrift Bautechnik folgende Vorgehensweise zur statistischen Auswertung der experimentellen Ergebnisse der Bauwerksprüfung vorgeschlagen: Für die Stichprobenentnahme sind der Ort und die Anzahl der Stichprobenelemente festzulegen. Zur Prüfung der Stichprobenelemente auf ein bestimmtes Merkmal hin sind die Prüfverfahren und Prüfbedingungen einzuhalten. Die statistische Auswertung ist im Hinblick auf die Anforderungen an die Prüfgröße vorzunehmen. Weiter ist ein Prüfprotokoll zu erstellen.

Materialkennwerte werden in der Regel als 5 %-Quantilwerte definiert. Aufgrund des begrenzten Stichprobenumfangs kann daher der gesuchte charakteristische Wert nur geschätzt werden. Die Abschätzungen werden für eine vorgegebene Wahrscheinlichkeit $P = 1 - \alpha$ zahlenmäßig bestimmt, d. h. der Materialkennwert wird auf Grundlage eines vorgegebenen Konfidenzintervalls geschätzt (s. Abschnitt 3.6.2).

Für den Stichprobenumfang n wird vorausgesetzt, dass eine zufällige Entnahme aus einer definierten Grundgesamtheit erfolgt und dass die einzelnen Stichproben statistisch unabhängig voneinander sind. Zudem müssen die entnommenen Proben für die definierte Grundgesamtheit repräsentativ sein.

Das aktuelle Normenkonzept im Stahlbetonbau sieht das 5 %-Quantil für die Streckgrenze des Betonstahls nach *DIN 488-1 1984* für ein einseitiges Konfidenzintervall $P = 1 - \alpha = 0,90$ und für die Druckfestigkeit des Betons gemäß *DAfStb Heft 526 2003* ein Konfidenzintervall von $P = 1 - \alpha = 0,75$ vor.

2.5.3 Stichprobenumfang

Der erforderliche Stichprobenumfang zur Festsetzung eines Materialkennwertes ist stark von der Wahl des Konfidenzniveaus abhängig. Je höher das Konfidenzniveau gewählt wird, umso größer ist der erforderliche Stichprobenumfang und somit die Wahrscheinlichkeit, dass der angestrebte bzw. unterstellte Materialkennwert am Bauwerk vorliegt. Andererseits geht dies auf Kosten der Wirtschaftlichkeit und ruft evtl. eine massive Tragwerksschädigung hervor. Somit entscheidet die Wahl des Stichprobenumfangs auch darüber, ob eine weitere Nutzung des Bauwerks dann noch wirtschaftlich sinnvoll ist. Daher hat sich im Bauwesen das relativ scharfe, einseitig nach unten abgegrenzte Konfidenzniveau $P = 1 - \alpha = 0,75$ durchgesetzt. Dieses Konfidenzniveau wird z. B. auch in *DIN EN 12504-1 2000* zur Prüfung von Beton in Bauwerken angestrebt. Dies bedeutet, dass 75 % der an den Probekörpern gewonnenen Schätzwerte der Materialkennwerte über dem angestrebten Wert liegen. Die Stichprobenanzahl hat einen großen Einfluss auf die Größe des Quantilwertes. Je kleiner der Stichprobenumfang n , umso geringer fällt i. d. R. der Quantilwert und damit der charakteristische Festigkeitswert aus.

Zwar schlägt *Fischer, L. 2001* einen Mindeststichprobenumfang von $n = 28$ für das Vertrauensniveau $P = 1 - \alpha = 0,75$ zur Bestimmung des 5 %-Quantils bei verteilungsfreier Abschätzung vor, was allerdings aus wirtschaftlichen Gründen sowie aus Gründen der Tragwerksschädigung nicht akzeptabel ist. Als Verteilungsfunktion der Materialkennwerte von Beton und Betonstahl wird i. d. R. eine logarithmische Normalverteilung oder eine natürliche Normalverteilung gewählt. *Fischer, L. 2003* gibt Grenzen in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten v_x zur Anwendung der Lognormalverteilung an: bei kleinen Stichproben ($n = 4$ bis 9) Verwendung ab $v_x \geq 10$ %, für $n = 9$ bis 20 ab $v_x \geq 15$ % und für Stichprobenumfänge $n \geq 30$ ab $v_x \geq 20$ %. Bei Bestandsbauten sind für die Materialkennwerte des Betons Variationskoeffizienten bis $v_x = 40$ % anzutreffen. Bei geringen Variationskoeffizienten kleiner $v_x = 10$ % resultiert bei der Berechnung der Quantilwerte keine nennenswerte Abweichung bei Unterstellung einer logarithmischen oder natürlichen Normalverteilungsfunktion. Danach liefert die logarithmische Normalverteilung für $v_x = 0,20$ etwa 5,5 % und für $v_x = 0,40$ etwa 40 % größere Quantilwerte als die

Normalverteilung (Fischer, L. 1995). Die *DIN EN 13791 2008* zur Bewertung der Betondruckfestigkeit an Bauwerken empfiehlt eine Probenanzahl von mehr als 15 Proben (siehe Abschnitt 2.5.4). Gemäß *Bonin, L. 1994* ist ein Stichprobenumfang von 10 bis 12 Proben angemessen.

Eigene Untersuchungen haben gezeigt, dass für alle Variationskoeffizienten bei einem Konfidenzniveau von $P = 1 - \alpha = 0,75$ die k -Werte zur Bestimmung der Quantilwerte (s. Abschnitt 3.11.3) sich ab einem Stichprobenumfang $n \geq 8$ nicht mehr wesentlich ändern. Auf Basis dieser Erkenntnis wird als untere Grenze eine Materialprobenanzahl von $n = 8$ empfohlen, um nicht allzu niedrige Quantilwerte zu erhalten. Wird allerdings festgestellt, dass die entnommenen Proben sehr stark streuen, so sollte die Gewinnung weiterer Materialproben angestrebt werden.

Werden größere Bauwerke, die mit derselben Materialgüte erstellt wurden, untersucht, so können in einzelnen Geschossbereichen sowie Stockwerken weniger Probekörper entnommen werden, falls keine großen Streuungen der Festigkeit festgestellt wurden. Eine ausreichende Gesamtprobekörperanzahl $n \geq 8$ an repräsentativen Bauteilen sollte aber immer angestrebt werden.

Angemerkt sei, dass bei Betonproben stets eine Entnahme von Bohrkernen mit Durchmesser $d \geq 100$ mm angestrebt werden sollte, da Kerne mit $d = 50$ mm aufgrund ihrer großen Streuung, u. a. aufgrund des Verhältnisses Bohrkerndurchmesser zum Größtkorn, keine sehr aussagekräftigen Werte liefern.

2.5.4 Bewertung von Materialproben

In der *DIN EN 13791 2008* wird die Bewertung der Druckfestigkeit von Beton bei Entnahme von Bohrkernen aus Betonbauwerken und Bauwerksteilen beschrieben. Diese gilt hauptsächlich zur Bewertung der Bauwerksdruckfestigkeit für Betone die nach *DIN EN 206-1 2001* bzw. *DIN 1045-2 2008* hergestellt wurden. Somit ist diese Norm nur bedingt für Bestandsbauten anzuwenden. Die zu bewertenden Bohrkern sind nach *DIN EN 12504-1 2000* zu gewinnen, wobei nach Möglichkeit Kerne mit einem Durchmesser von $d = 100$ mm oder 150 mm entnommen werden sollten. Die in *DIN EN 13791 2008* beschriebenen Ansätze A und B zur Bewertung der charakteristischen Druckfestigkeit können auch für ältere Betone verwendet werden und stellen sich wie folgt dar:

Ansatz A geht von einer Probeanzahl von mindestens 15 Bohrkernen aus. Die geschätzte charakteristische Druckfestigkeit ist die niedrigere der beiden zu bestimmenden Werte:

$$f_{ck, is} = f_{m(n), is} - 1,48 \cdot s \quad (2.1)$$

$$f_{ck, is} = f_{is, niedrigst} + 4 \quad (2.2)$$

Der Ansatz B ist zu wählen, wenn ein Stichprobenumfang von 3 bis 14 Bohrkernen vorliegt. Aufgrund der geringen statistischen Sicherheit bei kleinen Stichproben wird der Korrekturbeiwert nach Tab. 2.1 eingeführt. Es gilt der niedrigste Wert aus den Formeln (2.2) und (2.3) :

$$f_{ck, is} = f_{m(n), is} - k \quad (2.3)$$

Dabei bedeuten:

$f_{ck, is}$ geschätzte charakteristische Druckfestigkeit des Prüfbereichs

$f_{m(n), is}$ Mittelwert der Prüfwerte

s Standardabweichung der Prüfwerte (mindestens 2 N/mm²)

$f_{is, niedrigst}$ kleinster Einzelwert der Prüfergebnisse

Tab. 2.1: k - Werte zur Berechnung von $f_{ck, is}$ bei 3 - 14 Bohrkernen nach *DIN EN 13791-2008*

Anzahl der Prüfwerte n	Korrekturwert k
10 bis 14	5
7 bis 9	6
3 bis 6	7

Die aus den Ansätzen A und B gewonnene geschätzte Bauteildruckfestigkeit wird mit den Anforderungen nach Tabelle 1 der *DIN EN 13791 2008* für die jeweilige Druckfestigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1 2001* bzw. *DIN 1045-2 2008* verglichen. Deren Druckfestigkeitswerte errechnen sich aus der Gleichung:

$$f_{ck, is} = 0,85 \cdot f_{ck, cube} \quad (2.4)$$

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der charakteristischen Druckfestigkeit von Bauwerksbeton ist die Kombination von direkten und indirekten Prüfmethode. Die in *DIN EN 13791 2008* als Wahlmöglichkeit 2 bezeichnete Vorgehensweise geht von einer begrenzten Anzahl an Bohrkernen (mindestens 9) aus und bestimmt die Festigkeit an den Entnahmestellen mit einem indirekten Prüfverfahren wie Rückprallhammerprüfung, Ultraschall- und Impulsgeschwindigkeitsprüfungen sowie Ausziehversuche. Die in *DIN EN 13791 2008* aufgezeigten Bezugskurven der indirekten Verfahren werden derart verschoben, sodass die ermittelten Wertepaare der Messstellen diesen zugeordnet werden können. Somit sind Rückschlüsse auf die Festigkeit des Bauwerksbetons möglich.

Mit den in *DIN EN 13791 2008* aufgezeigten Verfahren kann eine Zuordnung der Prüfergebnisse neuerer Betone in die Druckfestigkeitsklassen der *DIN 1045-1* vorgenommen werden. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird allerdings empfohlen, auf diese Einordnung insbesondere bei älteren Betonen zu verzichten und die Tragsicherheitsnachweise mit den tatsächlichen, am Bauwerk ermittelten Materialkennwerten zu führen.

Im Gegensatz zum Beton ist es beim Bewehrungsstahl aufgrund der geringen Materialstreuung einfacher, die charakteristischen Werte der Streckgrenze zu bestimmen. Durch eine zeitliche Einordnung aufgrund des Errichtungszeitraums des Bauwerks sowie der Bewehrungsstahlform und Rippung ist eine Zuordnung des Betonstahls z. B. anhand *DBV-Merkblatt 2008* zum Bauen im Bestand vergleichsweise einfach möglich. Bei Zweifeln hinsichtlich der Güte kann mit einer geringen

Anzahl von Materialproben die Streckgrenze des vorhandenen Stahls bestimmt werden.

2.5.5 Einbeziehen von Fremdinformationen

Besonders hilfreich für die Entscheidungsfindung zur Festlegung von streuenden Größen beim Bauen im Bestand ist das Zurückgreifen auf Fremdinformationen, die in der Vergangenheit anhand Bauwerksuntersuchungen an anderen Bauwerken gewonnen wurden. Diese Informationen können durch eine ausführliche Literaturrecherche in historischen Normen, Fachbüchern und Datenbanken gewonnen werden und helfen dem Tragwerksplaner bei der Einschätzung der Streuungen von geometrischen und physikalischen Größen. Leider sind in vielen Fällen diese Vorinformationen nicht verfügbar oder nur bedingt brauchbar, da die Datenreihen nicht aussagekräftig genug sind z. B. aufgrund geringer Stichprobenanzahl oder da sie zu starke Streuungen aufweisen.

Das Vorhandensein von Vorinformationen jeglicher Art lässt sich gut mit dem Verfahren nach Bayes zur Zuschärfung von Baustoffeigenschaften oder geometrischen Größen nutzen. Das sogenannte Bayes'sche Updating wird im Abschnitt 3.6.4 ausführlich behandelt. Das Verfahren ist besonders effektiv, wenn mehrere gleichartige Gebäude vorliegen, die evtl. von derselben Arbeiterkolonne unter Verwendung gleicher Baustoffe annähernd zeitgleich errichtet wurden. In wieweit diese Vorinformationen im Stahlbetonbau brauchbar sind, hängt allerdings sehr stark von der Qualifikation der Ausführenden sowie den Herstellungsbedingungen ab.

3 Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen im Bauwesen

3.1 Vorbemerkung

In den folgenden Abschnitten werden die wichtigsten Grundlagen der stochastischen Modellierung von Basisvariablen erläutert. Weiter wird ein Einblick in die Zuverlässigkeitstheorie gegeben. Dabei werden Grundkenntnisse der Statistik und Wahrscheinlichkeitstheorie weitestgehend vorausgesetzt. Eine umfassende Darstellung der mathematischen und statistischen Zusammenhänge findet sich in zahlreichen Fachbüchern wie z. B. in *Benjamin, J. R. & Cornell, C. A. 1970*. Gute Literaturquellen zu den Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen sind *Faber, M. H. 2005* und *Rackwitz, R. 2001* sowie *Spaethe, G. 1992*. In *Plate, E., J. 1993* sind die Grundlagen der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie mit Beispielen aus dem Bauwesen zusammengestellt. In den folgenden Abschnitten werden dennoch wichtige statistische Grundlagen erläutert, um die mathematischen Operationen der Zuverlässigkeitstheorie später besser zu verstehen.

3.2 Einführung

Die Hauptaufgabe bei der baulichen Auslegung und Dimensionierung von Tragwerken besteht darin, die einzelnen Bauteile derart zu konzipieren, dass sie unterschiedliche Kriterien hinsichtlich der Standsicherheit, Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit unter verschiedensten Einwirkungen erfüllen. Grundsatz ist, dass der Bauwerkswiderstand stets größer oder zumindest gleich groß als die auf das Bauwerk einwirkenden Beanspruchungen sein muss. Hierbei muss die Herausforderung bewältigt werden, dass sowohl Einwirkung als auch Widerstand so realistisch wie möglich prognostiziert werden. Diese Prognose ist aber zwangsläufig mit Unsicherheiten behaftet, die aus einer Vielzahl von Ursachen herrührt. Daher bedient sich das Ingenieurwesen zur Modellierung der Unsicherheiten der Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie.

Während man unter dem Begriff „Sicherheit“ im Allgemeinen die Abwesenheit von Gefahr für Leib und Leben versteht, ist der Begriff „Zuverlässigkeit“ als Tragwerkeigenschaft und damit als rechnerische Größe zu verstehen. Eine 100 %-ige Sicherheit kann nicht sichergestellt werden, da nahezu alle Annahmen, die im Rahmen der Bauwerksbemessung getroffen werden, sowohl beim Bauwerksentwurf, als auch später bei der Bauausführung gewissen Unsicherheiten unterliegen.

Das Grundprinzip der probabilistischen Modellierung ist die Beschreibung der Eingangsparameter (Basisvariablen) mithilfe von statistischen Verteilungen für das im jeweiligen Nachweis zugrunde gelegte Ingenieurmodell. Im Gegensatz hierzu liegen der deterministischen Herangehensweise zur Berechnung von Tragwerken repräsentative Werte der Basisvariablen zugrunde. Die bei einer probabilistischen Berechnung erzeugten Ergebnisse liegen als Antwortgrößen des Tragwerks in Form von Traglasten, Schnittgrößen, Verformungen, Rissbreiten, etc. vor, die ebenfalls als statistische Verteilungen angegeben werden können. Somit wird ein höherer Informationsgehalt erzielt, da auf dieser Informationsgrundlage weitergehende Untersuchungen angestrebt werden können. Beispielsweise kann das Auftreten einer

gewissen Bauwerksantwort infolge einer Einwirkung mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit vorherbestimmt werden.

Heute werden probabilistische Untersuchungen hauptsächlich zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit eines Tragwerks eingesetzt. Hierzu muss in der Zuverlässigkeitstheorie immer eine Grenzzustandsfunktion definiert werden:

$$Z = g(X) = G(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0 \quad (3.1)$$

Die Eingangsparameter stellen sich als Basisvariablen $X = X_1, X_2, \dots, X_n$ dar. Diese können unter anderem Material- und Geometrieparameter, Einwirkungen, Modellunsicherheiten sowie Umweltbedingungen etc. sein. Somit können für unterschiedliche Kriterien Grenzzustände erzeugt werden, was im Bauwesen mit der Unterscheidung für Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit genutzt wird. Die Zuverlässigkeit von einzelnen Bauwerkskomponenten bzw. eines ganzen Systems kann daher mit Hilfe von ggf. mehreren Grenzzustandsgleichungen beschrieben werden.

In der Regel gilt: Je komplexer das mechanische Modell ist, desto schwieriger ist es, den Grenzzustand des Systems exakt zu beschreiben. Somit müssen manchmal Näherungen oder Vereinfachungen der Grenzzustandsgleichungen in Kauf genommen werden. Generell trifft aber folgende allgemeingültige Definition immer zu: Versagen tritt ein, wenn die Gleichung (3.1) $Z < 0$ ergibt; bei $Z \geq 0$ befindet sich das Tragwerk im gewünschten „sicheren“ Zustand. Abb. 3.1 stellt den Sachverhalt schematisch anhand zweier Basisvariablen dar.

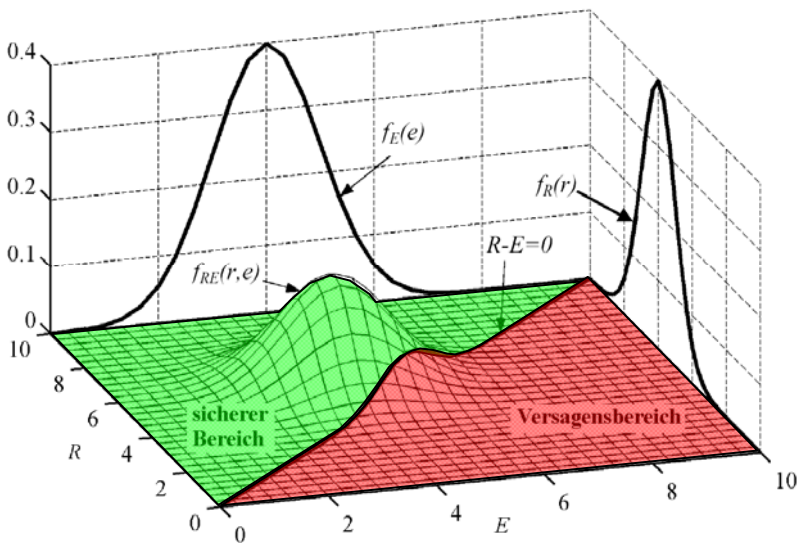


Abb. 3.1: Darstellung der gemeinsamen Verteilungsdichte f_{RE} , der Randverteilungsdichten f_R und f_E mit Grenzzustandsfunktion $Z = R - E$ sowie des Versagensbereiches nach Hausmann, G. 2007

Allgemein sind international für die Einwirkung der Buchstabe E (engl.: Effect) und für den Widerstand R (engl.: Resistance) gebräuchlich. Sowohl Einwirkung als auch Widerstand werden durch statistische Verteilungsfunktionen $f_E(e)$ und $f_R(r)$ dargestellt. Die daraus resultierende gemeinsame Verteilungsdichte $f_{RE}(r, e)$ wird durch die vorhandene Grenzzustandsfunktion in einen sicheren und einen unsicheren Bereich (Versagensbereich) aufgeteilt.

Die Größe Z stellt ebenfalls eine Zufallsvariable dar. Sie beschreibt den Sicherheitsabstand zwischen R und E und ist folglich ein Maß für die Zuverlässigkeit des betrachteten Systems. Ist der Sicherheitsabstand Z genau null, so befindet sich das Tragwerk genau im betrachteten Grenzzustand der Tragfähigkeit bzw. der Gebrauchstauglichkeit.

Mit Abb. 3.1 ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit P_f aus dem Volumen der gemeinsamen Verteilungsdichte $f_{RE}(r, e)$ im Bereich, in dem $Z = R - E$ kleiner null ist:

$$P_f = P(Z < 0) = P(g(X) < 0) = \int_{g(X) < 0} f_{RE}(r, e) dr de \quad (3.2)$$

3.3 Zufallsvariablen

Zur Beschreibung naturwissenschaftlicher Phänomene ist es erforderlich, eine geeignete Beurteilungsbasis zu wählen. Je feingliedriger die Basis, um so besser und präziser kann eine Gegebenheit beurteilt werden. Durch die Wahl einer Beurteilungsbasis beschränkt man gemäß *Schneider, J. 1996* die zu berücksichtigenden Einflussgrößen auf eine bestimmte Anzahl sogenannter „Basisvariablen“. Grundsätzlich lassen sich Basisvariablen in drei Gruppen einteilen: Last-, Material- und Geometrieparameter. So hängt die Tragfähigkeit eines Stahlbetonbalkens beispielsweise von seinen Querschnittsabmessungen, dem Bewehrungsgrad sowie der Stahlzug- und Betondruckfestigkeit ab. Die Betondruckfestigkeit wiederum ist von der Festigkeit des Zements und der Zuschläge, dem Wasser-Zement-Wert, den Verarbeitungsbedingungen (Verdichtung, Nachbehandlung) und der Umgebungstemperatur bei Erhärten etc. abhängig. Somit würde eine explizite Berücksichtigung aller Einflussgrößen die Beurteilung z. B. der Biegetragfähigkeit eines Stahlbetonbalkens zu einer sehr komplexen Aufgabe machen. Darüber hinaus ist in vielen Fällen die Gesamtheit der Einflussgrößen nicht bekannt bzw. einzelne Größen sind überhaupt nicht quantifizierbar. Demzufolge sollte die Beurteilungsbasis derart gewählt werden, dass nur die wesentlichen Basisvariablen erfasst werden. Dies hat zur Folge, dass die genaue Größe bestimmter Basisvariablen unklar ist. In diesem Zusammenhang spricht man auch von Zufallsvariablen. Die Zufallsvariable ist eine Größe, die zufällig einen der Werte der Merkmalsausprägung in einem definierten Intervall annehmen kann (*Fischer, L. 2001*).

Allgemein versteht man unter einer Zufallsvariablen eine Funktion, die jedem Elementarereignis $\omega \in \Omega$ eine reelle Zahl $X(\omega)$ zuordnet:

$$X: \omega \rightarrow X(\omega) \in \mathbb{R} \quad (3.3)$$

Die Zufallsvariable ist durch diese Definition als Funktion festgelegt. Durch den Zufall wird nur das Ergebnis ω des Zufallsexperiments bestimmt. Die Funktion X ordnet dann diesem Elementarereignis einen reellen Zahlenwert zu.

Die einer Zufallsvariable zugeordnete Grundgesamtheit Ω umfasst alle Elemente (Werte), die ihr angehören sollen. Sie stellt die notwendige sachliche, räumliche und zeitliche Abgrenzung dar. Die Grundgesamtheit setzt sich somit aus allen möglichen Realisierungen, deren Anzahl endlich oder auch unendlich sein kann, zusammen. Die einzelne Realisierung liefert ein Element (einen Wert) für die Stichprobe. In den folgenden Ausführungen werden nur stetige Zufallsvariablen betrachtet, die durch ihre Verteilungsfunktion eindeutig charakterisiert werden.

3.4 Verteilungsfunktionen stetiger Zufallsvariablen

3.4.1 Allgemeines

Zufallsvariablen werden durch ihre Verteilungsfunktion charakterisiert. Im Folgenden werden die Eigenschaften von Verteilungsfunktionen und deren Parameter kurz erläutert. Die Verteilungsfunktion F_X gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass die Zufallsvariable X einen bestimmten Wert nicht überschreitet:

$$F_X = F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (3.4)$$

Die Verteilungsdichtefunktion f_X ist die erste Ableitung der Verteilungsfunktion F_X :

$$f_X = f(x) = \frac{\partial F(x)}{\partial x} \quad (3.5)$$

Mit den Axiomen der Wahrscheinlichkeitstheorie lassen sich folgende Eigenschaften der Verteilungsdichte f_X und der Verteilungsfunktion F_X ableiten:

$$\begin{aligned} f_X &\geq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx &= 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) &= 0 \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1 \\ F(x) &\text{ ist monoton steigend} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Häufig werden die ersten beiden statistischen Momente (siehe Abschnitt 3.5.3) als Parameter der Verteilungsfunktion verwendet: diese sind der Mittelwert μ_x bzw. m_x und die Varianz σ_x^2 .

Im konstruktiven Ingenieurbau werden charakteristische Werte von Zufallsvariablen verwendet, die sogenannten p -Quantile (siehe Abschnitt 3.12.1), die entweder mit einer geringen Wahrscheinlichkeit unterschritten (z. B. Festigkeiten) oder überschritten (z. B. Einwirkungen) werden. Im Allgemeinen wird das p -Quantil mit der Wahrscheinlichkeit p unter- und mit der Wahrscheinlichkeit $1 - p$ überschritten.

$$P(X \leq x_p) = F(x_p) = p \quad (3.7)$$

3.4.2 Normalverteilung $N(\mu, \sigma)$

Die (Gauß-) Normalverteilung $N(\mu, \sigma)$ ist die wichtigste Verteilungsfunktion. Sie erhält ihre große Bedeutung aus dem „Zentralen Grenzwertsatz“ der Wahrscheinlichkeitstheorie. Dieser gibt nützliche Hinweise über die Verteilungsform von Summen und Produkten unabhängiger Variablen (Schneider J. 1996):

- Die Verteilung der Summe von n beliebigen Zufallsvariablen X_i nähert sich, unabhängig von den Verteilungstypen der Variablen mit wachsendem n der Normalverteilung.
- Die Verteilung des Produkts von n beliebigen Zufallsvariablen X_i nähert sich, unabhängig von den Verteilungstypen der Variablen mit wachsendem n der Log-Normalverteilung.

Die Wahrscheinlichkeitsdichte- und die Verteilungsfunktion einer normalverteilten Zufallsvariable X folgen zu:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right] \quad (3.8)$$

$$F(x) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right] dx \quad (3.9)$$

Für das Integral in Gleichung (3.9) existiert keine geschlossene Lösung. Daher werden die Werte der standardisierten Normalverteilung (kurz: Standardnormalverteilung) in tabellarischer Form angegeben. Die standardisierte Form einer beliebig verteilten Zufallsvariablen ist allgemein definiert als:

$$Y = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \quad (3.10)$$

Die Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung haben den Mittelwert null und die Standardabweichung Eins ($N(0, 1)$):

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (3.11)$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \quad (3.12)$$

Die Normalverteilung ist beidseitig unbegrenzt symmetrisch zu ihrem Mittelwert. Sie wird allein durch die zwei Parameter Mittelwert μ_x und Standardabweichung σ_x vollständig beschrieben.

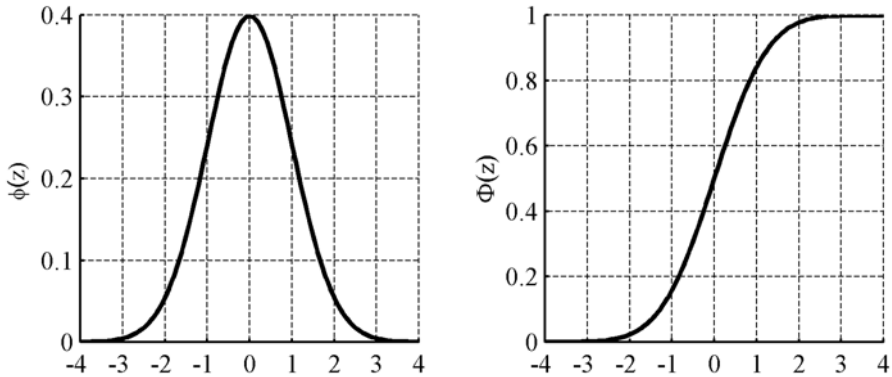


Abb. 3.2: Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung $N(0,1)$

Die Verteilung dient in der Zuverlässigkeitstheorie zur stochastischen Modellierung von geometrischen Größen, Eigenlasten und manchmal auch Materialfestigkeiten. Hierbei ist allerdings zu beachten, dass aufgrund der Unbegrenztheit physikalisch unsinnige Realisierungen einer Zufallsgröße auftreten können, wie z. B. negative Querschnittsabmessungen.

3.4.3 Logarithmische Normalverteilung

Eine Zufallsgröße X ist logarithmisch normalverteilt (kurz: lognormalverteilt), wenn $Y = \ln(X)$ normalverteilt ist. Eine logarithmische Zufallsvariable ist nur für positive Werte definiert. Ihre Wahrscheinlichkeitsdichte- sowie Verteilungsfunktion kann angegeben werden zu:

$$f(x) = \frac{1}{\zeta \cdot x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right] = \frac{1}{\zeta \cdot x} \cdot \phi\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right) \quad (3.13)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\zeta \cdot x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right] dx = \Phi\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right) \quad (3.14)$$

Die Parameter der Lognormalverteilung $LN(\lambda, \zeta)$ folgen zu:

$$\lambda = E[\ln x] = \mu_{\ln x} = \ln \mu_x - \frac{1}{2} \cdot \sigma_{\ln x}^2 \quad (3.15)$$

$$\zeta^2 = E[(\ln x - \lambda)^2] = \sigma_{\ln x}^2 = \ln(1 + v_x^2) \quad (3.16)$$

Durch Umformung ergeben sich hieraus die ersten beiden statistischen Momente einer lognormalverteilten Zufallsvariable X zu:

$$\mu_x = E[X] = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) \quad (3.17)$$

$$\sigma_x^2 = E[(X - \mu_x)^2] = \mu_x^2 \left[\exp(\zeta^2) - 1\right] \quad (3.18)$$

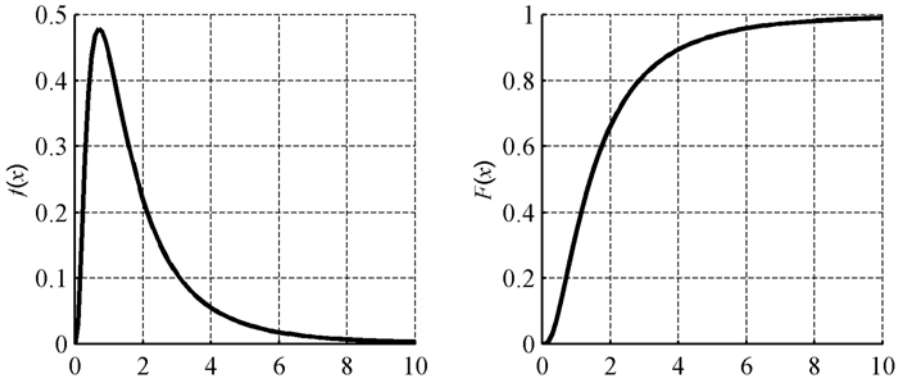


Abb. 3.3: Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion einer lognormalverteilten Zufallsvariablen

Die Lognormalverteilung ist nicht symmetrisch zu ihrem Erwartungswert und besitzt eine positive Schiefe. In Zuverlässigkeitsuntersuchungen von Tragwerken wird sie für die stochastische Modellierung von Materialfestigkeiten eingesetzt, da sie nur positive Werte liefert und eine Linksschiefe aufweist, die bei vielen Versuchsauswertungen auftritt. Für kleine Variationskoeffizienten ($v_x \leq 10\%$) nähert sich die logarithmische Normalverteilung der Normalverteilung an, sodass dann die Näherung gilt:

$$\sigma_u = v_x; \quad m_u = \ln m_x \tag{3.19}$$

3.4.4 Gumbelverteilung

Die Gumbelverteilung gehört zu den Extremwertverteilungen vom Typ I und eignet sich zur Beschreibung der stochastischen Eigenschaften von Extremwerten zeitabhängiger Zufallsvariablen. Für die Tragwerkszuverlässigkeit ist die Extremwertverteilung Typ I für Größtwerte von großer Bedeutung. Ihre Wahrscheinlichkeitsdichte- und Verteilungsfunktion ist definiert durch:

$$f(x) = a \cdot \exp\{-a \cdot (x-u) - \exp[-a \cdot (x-u)]\} \tag{3.20}$$

$$F(x) = \exp\{-\exp[-a(x-u)]\} \tag{3.21}$$

Diese doppelte Exponentialfunktion besitzt zwei freie Parameter:

$$u = \mu_x - \frac{\gamma \cdot \sqrt{6}}{\pi} \cdot \sigma_x \tag{3.22}$$

$$a = \frac{\pi}{\sigma_x \cdot \sqrt{6}} \tag{3.23}$$

wobei mit $\gamma = 0,5772156649\dots$ die Euler-Konstante einzusetzen ist.

Die ersten beiden statistischen Momente einer gumbelverteilten Zufallsvariable ergeben sich zu:

$$\mu_x = u + \frac{\gamma}{a} \quad (3.24)$$

$$\sigma_x = \frac{\pi}{a \cdot \sqrt{6}} \quad (3.25)$$

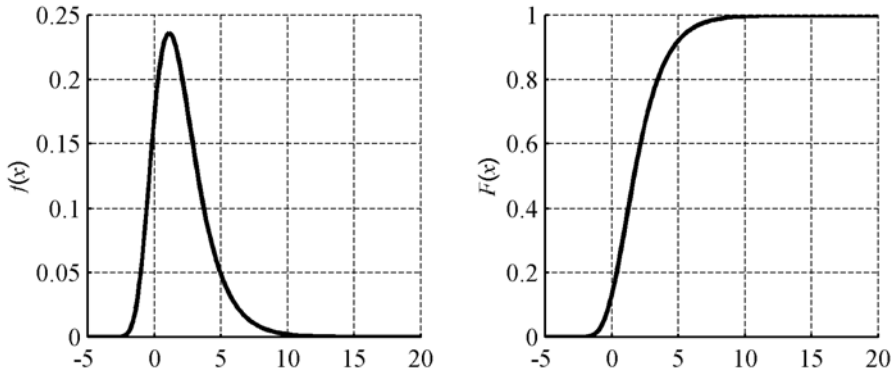


Abb. 3.4: Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion einer gumbelverteilten Zufallsvariablen

In der Zuverlässigkeitstheorie wird die Gumbelverteilung (EV-I) für die stochastische Modellierung der Maximalwerte zeitlich veränderlicher Einwirkungen wie z. B. Nutzlasten in Gebäuden, Wind- und Schneelasten für einen definierten Bezugszeitraum verwendet.

3.5 Mehrdimensionale Zufallsvariablen und ihre Verteilungen

3.5.1 Gemeinsame Verteilungen

Im Ingenieurwesen sind vielfältige Aufgabenstellungen zu bearbeiten, bei denen jeweils viele verschiedene Einflussfaktoren gleichzeitig zu berücksichtigen sind. Diese zufälligen Gegebenheiten lassen sich in den meisten Fällen durch Funktionen näherungsweise beschreiben, den sogenannten Verteilungsfunktionen dieser zufälligen Einflüsse. In diesen Fällen sind gemeinsame Verteilungsfunktionen bzw. die gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichten von Interesse. Ein Beispiel natürlicher mehrdimensionaler Zufallsvariablen sind die Klimadaten einer meteorologischen Messstation, bei der gleichzeitig Strahlungskomponenten, Windgeschwindigkeit, Windrichtung und die Temperatur gemessen werden.

In der vorliegenden Arbeit sollen überwiegend zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen betrachtet werden, da höherdimensionale Fälle den gleichen Gesetzmäßigkeiten folgen. Im Bauwesen wird bei der Beurteilung der Tragfähigkeit ebenfalls eine mehrdimensionale Verteilungsdichte aus den Verteilungsdichten des Widerstands R und der Einwirkung E gebildet. Die erforderlichen mathematischen Operationen zur Ermittlung der gemeinsamen Verbunddichte von R und E werden nachfolgend erläutert.

Die gemeinsame Verteilungsfunktion von zwei stetigen Zufallsvariablen X und Y bestimmt sich allgemein nach:

$$\begin{aligned}
 F_{X,Y}(x,y) &= P((X \leq x) \cap (Y \leq y)) = P((-\infty \leq X \leq x) \cap (-\infty \leq Y \leq y)) \\
 &= \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f_{X,Y}(x,y) dy dx
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

Durch Ableiten der Verteilungsfunktion bestimmt sich die Verbundverteilungsdichte:

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} F_{X,Y}(x,y)
 \tag{3.27}$$

Für den Fall, dass die Eintrittswahrscheinlichkeit für das Ereignis X unter der Bedingung, dass das Ereignis Y schon eingetreten ist, gesucht wird, bezeichnet man dies auch als bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$f_{x|y}(x,y) = \frac{f_{x,y}(x,y)}{f_y(y)} = \frac{\text{gemeinsame Verteilungsdichte}}{\text{Randverteilungsdichte}}
 \tag{3.28}$$

Für jede der beiden Zufallsvariablen X und Y kann eine sogenannte „Randverteilung“ bestimmt werden. Man erhält ihre Verteilungsdichte aus der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion durch Integration über alle anderen Variablen:

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{x,y}(x,y) dy \quad \text{bzw.} \quad f_y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{x,y}(x,y) dx
 \tag{3.29}$$

Die Randverteilung der Zufallsvariablen X in x -Richtung ergibt sich somit durch Integration der Verbunddichte $f_{X,Y}(x,y)$ über alle y -Werte. Die gerade behandelte Problematik ist grafisch in Abb. 3.5 dargestellt, und dient zur Veranschaulichung für das später vorgestellte Verfahren der zweidimensionalen Zuverlässigkeitsanalyse. Die in Abb. 3.5 dargestellten Ellipsen, sogenannte Isolinien, stellen die jeweils gleichen Werte der Verbunddichte dar.

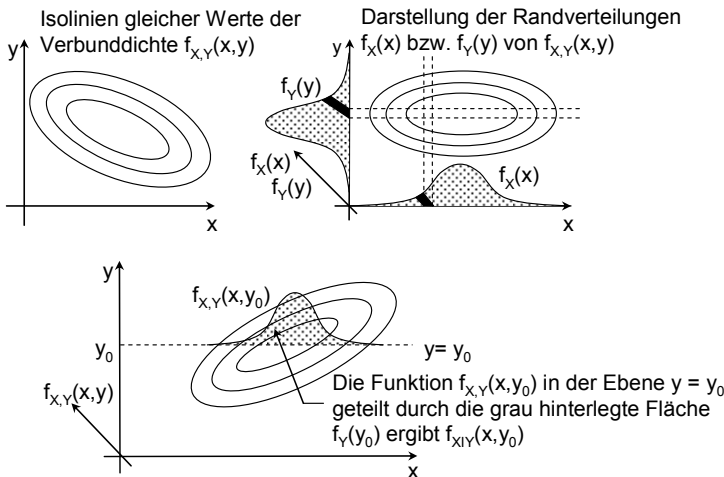


Abb. 3.5: Darstellung verschiedener Verteilungsdichten von zweidimensionalen Zufallsvariablen nach Benjamin, J. R. & Cornell, C. A. 1970

Eine besondere Bedeutung hat im Bauwesen der Fall der stochastischen Unabhängigkeit von Zufallsvariablen. Für diesen Fall folgt die Gleichung (3.28) zu:

$$f_{x|y}(x, y) = f_x(x) \quad (3.30)$$

Die Stammfunktion der Verteilung berechnet sich somit zu:

$$F_{x|y}(x, y) = F_x(x) \quad (3.31)$$

Die Verbundverteilungsdichte gemäß Formel (3.27) ergibt sich für stochastisch unabhängigen Funktionen durch Multiplikation der beiden Randverteilungsdichten:

$$f_{x,y}(x, y) = f_x(x) \cdot f_y(y) \quad (3.32)$$

3.5.2 Funktionaler Zusammenhang von Verteilungen

Den Bemessungsaufgaben von Tragwerksteilen liegt eine Vielzahl unterschiedlicher Zufallsvariablen zugrunde. Diese streuenden Größen werden durch Verteilungsfunktionen beschrieben, die mithilfe mathematischer Operatoren in einem funktionalen Zusammenhang stehen können. Ergebnisse mathematischer Operationen von Verteilungsfunktionen haben wiederum streuende Größen zur Folge (siehe z. B. *Plate, E. J. 1993*). Die Berechnung der resultierenden Verteilung führt meist zu sehr komplizierten Ausdrücken. Die Bestimmung der mathematischen Lösungen kann nur in seltenen Fällen analytisch erfolgen. Häufig sind hierzu numerische Integrations- oder Simulationsverfahren erforderlich.

Ist die Ergebnisfunktion nur von einer Zufallsvariablen abhängig, so ergibt sich deren Verteilung aus:

$$F_y(y) = F_x(g^{-1}(y)) = \int_{-\infty}^{g^{-1}(y)} f_x(x) dx \quad (3.33)$$

Aus Differenziation der Stammfunktion $F_y(y)$ folgt die Verteilungsdichtefunktion $f_y(y)$:

$$f_y(y) = f_x(g^{-1}(y)) \cdot \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \quad (3.34)$$

Stehen die Zufallsvariablen der Bemessungsaufgabe in einem additiven Zusammenhang, bestimmt sich die gemeinsame Verteilungsdichte der Summe zweier Zufallsvariablen $Z = a \cdot X + b \cdot Y$ zu:

$$f_z(z) = \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{x,y}\left(\frac{z-by}{a}, y\right) dy \quad (3.35)$$

Liegen stochastisch unabhängig normalverteilte Zufallsvariablen vor, so ist deren Summe wiederum normalverteilt (*Benjamin, J. R. & Cornell, C. A. 1970*).

Einen weiteren Sonderfall stellt der Quotient zweier Zufallsvariablen $Z = X / Y$ dar. Die gemeinsame Verteilungsdichte errechnet sich zu:

$$f_Z(z) = |y| \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(zy, y) dy \quad (3.36)$$

Die Verteilungsdichtefunktion für das Produkt zweier Zufallsvariablen $Z = X \cdot Y$ folgt zu:

$$f_Z(z) = \frac{1}{|y|} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}\left(\frac{z}{y}, y\right) dy \quad (3.37)$$

Für unabhängige, lognormalverteilte Zufallsvariablen ist das Produkt bzw. der Quotient daraus wiederum logarithmisch normalverteilt.

Die entsprechende Verteilungsfunktion $F_Z(z)$ erhält man wiederum durch Integration der resultierenden Verteilungsdichte $f_Z(z)$. Werden zwei stochastisch unabhängige Zufallsvariablen X und Y betrachtet, kann die gemeinsame Verteilungsdichtefunktion nach Gleichung (3.32) durch die Produkte der Randdichten bestimmt werden.

3.5.3 Statistische Momente

Zur Beschreibung einer Verteilung bzw. einer Verteilungsdichte sind neben der Verteilungsfunktion auch deren statistische Parameter notwendig. In Analogie zur Technischen Mechanik spricht man in diesem Zusammenhang auch von „Statistischen Momenten“ (Spaethe, G. 1992). Als Moment erster Ordnung wird der Mittelwert m_x , als Moment zweiter Ordnung die Varianz σ_x^2 und daraus abgeleitet die Standardabweichung σ_x bezeichnet. Momente höherer Ordnung sind die Schiefe γ_x (Maß für die Asymmetrie; bei symmetrischen Verteilungen ist $\gamma_x = 0$) und der Exzess ε_x . Der Exzess beschreibt die Form des Gipfels der Verteilung. Bei der Normalverteilung ist $\varepsilon_x = 0$. Ist der Gipfel spitzer, so ist $\varepsilon_x > 0$. Ist er flacher als bei der Normalverteilung so ist $\varepsilon_x < 0$.

Der Mittelwert m_x , der dem Erwartungswert entspricht, lässt sich im diskreten Fall für eine Anzahl von n Werten berechnen mit:

$$m_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.38)$$

Im Fall einer kontinuierlichen Verteilung $f_X(x)$ errechnet sich der Mittelwert m_x nach:

$$m_x = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) dx \quad (3.39)$$

Für den Erwartungswert von zwei Funktionen $g_1(X, Y)$ und $g_2(X, Y)$ gilt weiter auch:

$$E[g_1(X, Y) + g_2(X, Y)] = E[g_1(X, Y)] + E[g_2(X, Y)] \quad (3.40)$$

Der Mittelwert beschreibt die zentrale Tendenz einer Zufallsvariablen, wohingegen die Varianz ein Maß für die Unsicherheit oder Zufälligkeit einer Zufallsvariablen darstellt. Für eine diskrete Verteilung kann die Varianz wie folgt bestimmt werden:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - m_x)^2 \quad (3.41)$$

Die Varianz ergibt sich bei einer kontinuierlichen Verteilung zu:

$$\sigma_x^2 = \text{VAR}[X] = E[(X - \mu_x)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^2 \cdot f_x(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f_x(x) dx - \mu_x^2 \quad (3.42)$$

Aus Gleichung (3.40) kann für die Varianz folgender Zusammenhang abgeleitet werden:

$$\text{VAR}[X] = E[X^2] - E^2[X] \quad (3.43)$$

In der Praxis spielt Varianz eine untergeordnete Rolle. Vielmehr wird die Standardabweichung verwendet, die sich aus der positiven Wurzel der Varianz berechnet.

$$\sigma_x = \sqrt{\text{VAR}[X]} \geq 0 \quad (3.44)$$

Um die Streuungen unterschiedlicher Verteilungen miteinander vergleichen zu können, wird der Variationskoeffizient verwendet, da die Standardabweichung aufgrund ihrer Abhängigkeit vom Mittelwert alleine nicht aussagekräftig ist. Setzt man die Standardabweichung in Relation zum Mittelwert, folgt hieraus der Variationskoeffizient als dimensionslose Größe zur Beschreibung der Streuung von Basisvariablen.

$$V_x = \frac{\sigma_x}{m_x} \quad (3.45)$$

Stehen in einem Ereignis mehrere Zufallsvariablen in einem funktionalen Zusammenhang $Z = g(X, Y)$, so ist neben der gemeinsamen Verteilung Z auch der Mittelwert von Interesse. Für den Erwartungswert und die Varianz folgt somit:

$$E[X, Y] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \cdot f_{X,Y}(x, y) dx dy \quad (3.46)$$

$$\text{VAR}[X, Y] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (g(x, y) - E[X, Y])^2 \cdot f_{X,Y}(x, y) dx dy \quad (3.47)$$

Liegt ein linearer Zusammenhang $Z = a \cdot X + b \cdot Y$ zweier Zufallsvariablen vor, so gilt:

$$E[aX + bY] = a \cdot E[X] + b \cdot E[Y] \quad (3.48)$$

$$\text{VAR}[aX + bY] = a^2 \cdot \text{VAR}[X] + b^2 \cdot \text{VAR}[Y] + 2 \cdot a \cdot b \cdot \text{COV}[X, Y] \quad (3.49)$$

COV steht für die Kovarianz. Sie erfasst die gegenseitige Abhängigkeit zweier Zufallsvariablen. Eine einfache Formel für die Kovarianz erhält man aus der Erwartungswertbildung:

$$\begin{aligned} \text{COV}[X, Y] &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E[X]) \cdot (y - E[Y]) \cdot f_{X,Y}(x, y) dx dy \\ &= E[XY] - E[X] \cdot E[Y] \end{aligned} \quad (3.50)$$

Für den Fall, dass die eingehenden Zufallsvariablen unabhängig voneinander sind, nimmt die Kovarianz den Wert null an:

$$\text{COV}[X, Y] = 0 \quad (3.51)$$

Weiterhin beschreibt der dimensionslose Korrelationskoeffizient $\rho_{X,Y}$, in welchem Maß eine lineare Abhängigkeit zwischen zwei Zufallsvariablen besteht.

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{COV}[X, Y]}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \quad \text{mit} \quad -1 \leq \rho_{X,Y} \leq 1 \quad (3.52)$$

Bei großen Korrelationskoeffizienten (nahe +1,0) neigen die Realisierungen von X und Y dazu, gleichzeitig große Werte relativ zum Mittelwert anzunehmen (gleichgerichtete Korrelation). Bei negativem $\rho_{X,Y}$ treten häufig kleine Werte X mit großen Werten Y oder umgekehrt auf (gegenläufige Korrelation). Zwei Zufallsvariablen heißen unkorreliert, wenn $\rho_{X,Y} = 0$ ist. Zwei unabhängige Zufallsgrößen sind stets unkorreliert, aber unkorrelierte Zufallsgrößen sind nicht immer unabhängig (Spaethe, G. 1992).

Besteht ein multiplikativer Zusammenhang $Z = X \cdot Y$ zwischen zwei stochastisch unabhängigen Zufallsvariablen, so gilt:

$$E[X \cdot Y] = E[X] \cdot E[Y] \quad (3.53)$$

$$\text{VAR}[X \cdot Y] = E[X]^2 \cdot \text{VAR}[Y] + E[Y]^2 \cdot \text{VAR}[X] + \text{VAR}[X] \cdot \text{VAR}[Y] \quad (3.54)$$

Betrachtet man den Variationskoeffizienten nach Gleichung (3.55), so wird das Produkt der Quadrate der Variationskoeffizienten oft vernachlässigt, da sich nur bei sehr großen Variationskoeffizienten nennenswerte Abweichungen ergeben.

$$V[X \cdot Y] = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2 + V_X^2 \cdot V_Y^2} \quad (3.55)$$

Wird eine Zufallsvariable mit einer Konstanten c multipliziert, so ergeben sich für $Z = c \cdot X$ der Erwartungswert, Varianz und Variationskoeffizient nach:

$$E[c \cdot X] = c \cdot E[X] \quad (3.56)$$

$$\text{VAR}[c \cdot X] = c^2 \cdot \text{VAR}[X] \quad (3.57)$$

$$V[c \cdot X] = V_X \quad (3.58)$$

Die statistischen Momente können nur in seltenen Fällen analytisch bestimmt werden, wenn die Zufallsvariablen in einem beliebig funktionalen Zusammenhang stehen. Dies gilt gerade dann, wenn keine abgesicherten Informationen bezüglich der Verteilung der Basisvariablen vorliegen. Jedoch kann in vielen Fällen eine ausreichend genaue approximative Lösung gefunden werden. Bei beliebigen, nicht-

linearen Funktionen kann eine statistische Linearisierung vorgenommen werden, sodass die Verteilungsparameter näherungsweise berechnet werden können. Die Funktion der Zufallsvariablen wird dann im Mittelwert in einer Taylorreihe entwickelt, wobei die Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden. Für unkorrelierte Basisvariablen mit dem funktionalen Zusammenhang $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ einer nach allen Basisvariablen differenzierbaren Funktion kann der Erwartungswert und die Varianz näherungsweise berechnet werden:

$$E[Z] \approx g(m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}) \quad (3.59)$$

$$\text{VAR}[Z] \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \bigg|_{m} \right)^2 \cdot \text{VAR}[X_i] \quad (3.60)$$

Für kleine Variationskoeffizienten der Zufallsvariablen strebt die Näherungsfunktion stark der exakten Lösung entgegen, wobei die Abweichung bei Variationskoeffizienten kleiner 10 % vernachlässigbar gering ausfällt („Gauß’sches Fehlerfortpflanzungsgesetz“).

3.5.4 Transformation von Verteilungen

Aus den bekannten Verteilungstypen lassen sich durch geeignete Transformationen neue Verteilungen gewinnen. Wie bereits erwähnt, kommt der Familie der Normalverteilungen in der Zuverlässigkeitstheorie eine große Bedeutung zu. Für jede beliebige Verteilung besteht die Möglichkeit der Transformation in eine Normalverteilung, worauf in der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung (FORM) zurückgegriffen wird. Die durch Transformation gewonnene Normalverteilung U_i weist - in bestimmten Bereichen - die gleiche Auftretenswahrscheinlichkeit wie die Ausgangsfunktion $F_i(x_i)$ auf. Voraussetzung hierfür ist die Existenz einer Umkehrfunktion für die Ausgangsverteilung. Für einen Vektor mit unabhängigen Basisvariablen gilt:

$$F_i(x_i) = \Phi(u_i) \quad (3.61)$$

Durch Umformung ergibt sich:

$$X_i = F_i^{-1}(\Phi(u_i)) \quad (3.62)$$

$$U_i = \Phi^{-1}(F_i(x_i)) \quad (3.63)$$

Exemplarisch wird die Transformation am Beispiel der Gumbel-Verteilung mit ihren Parametern a und u aufgezeigt:

$$F_i(x_i) = \exp\left(-\exp(-a \cdot (x - u))\right) = \Phi(u_i) \quad (3.64)$$

$$X_i = u - \frac{\ln(-\ln(\Phi(u_i)))}{a} \quad (3.65)$$

$$U_i = \Phi^{-1}\left(\exp\left(-\exp(-a \cdot (x - u))\right)\right) \quad (3.66)$$

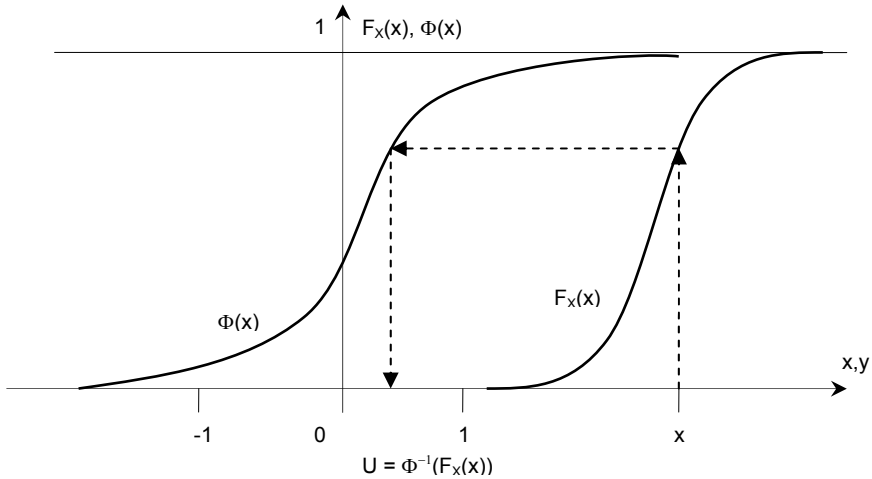


Abb. 3.6: Transformation von $U = \Phi^{-1}(F_X(x))$

Für korrelierte Zufallsvariablen muss die Transformation nacheinander ausgeführt werden. Diese Methode wird als Rosenblatt-Transformation bezeichnet, wobei auch noch weitere Verfahren wie z. B. die Nataf-Transformation angewendet werden (siehe *Melchers R. E. 1999*).

Aufgrund der großen Bedeutung in der Zuverlässigkeitstheorie wird abschließend die Transformationsbeziehung zwischen Normal- und Lognormalverteilung aufgezeigt. Für eine lognormalverteilte Basisvariable X mit dem Mittelwert m_x und dem Variationskoeffizienten v_x ist $\ln(X)$ normalverteilt mit den Parametern m_u und s_u .

$$m_u = \ln(m_x) - 0,5 \cdot \ln(1 + v_x^2) \tag{3.67}$$

$$s_u = \sqrt{\ln(1 + v_x^2)} \tag{3.68}$$

3.6 Parameterschätzung auf Grundlage von Versuchsdaten

3.6.1 Allgemeines

Zur Beurteilung der Tragfähigkeit von Bestandsbauten müssen Bauwerksdaten des zu bewertenden Gebäudes beschafft werden. Dies kann durch eine umfassende Bestandsaufnahme erfolgen, indem Messungen und Materialprobeentnahmen zur experimentellen Bestimmung der Baustofffestigkeiten durchgeführt werden. Alle am Bauwerk gewonnenen Daten stellen Zufallsvariablen dar, für die zunächst die statistischen Parameter bestimmt werden müssen. Deswegen spricht man auch von Parameterbestimmung oder präziser von Parameterschätzung, da diese Parameter ebenfalls Zufallsvariablen darstellen, die stark vom Stichprobenumfang n abhängen. Mit der Zunahme des Stichprobenumfangs ($\lim n \rightarrow \infty$) streben die geschätzten Parameter gegen die wahren statistischen Größen und lassen so Rückschlüsse auf deren Grundgesamtheit zu. Für die Parameterschätzung existieren verschiedene mathematische Verfahren, wobei die Güte der Schätzungen durch statistische Testverfahren bewertet werden kann.

3.6.2 Momentenmethode

Aufgrund der begrenzten Leistungsfähigkeit von Rechenmaschinen war man in den Anfängen der Zuverlässigkeitstheorie bestrebt, mithilfe von Vereinfachungen eine analytische Lösung des Problems zu finden. Daher hat man früher die sogenannte „Momentenmethode“ verwendet. Wie die Bezeichnung aussagt, wurde bei der Parameterschätzung einer Stichprobe auf die ersten beiden statistischen Momente zurückgegriffen. Der Schätzer \bar{x} für den Mittelwert m_x und s^2 für die Varianz kann auf Grundlage der vorhanden Stichprobe wie folgt bestimmt werden (Fischer, L. 2001):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = m_x \quad (3.69)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.70)$$

Ein Nachteil dieser Methode ist, dass sich die berechneten Momente in Abhängigkeit des Stichprobenumfangs ändern. Somit ist die Zuverlässigkeit der Schätzung sehr zweifelhaft. Aus diesem Grund bedient sich die Statistik eines Vertrauens- bzw. Konfidenzintervalls, das eine Aussage trifft, mit welcher vorgegebenen Wahrscheinlichkeit der zu schätzende Parameter der Grundgesamtheit innerhalb oder außerhalb des gewählten Wertebereichs liegt. Bei der Betrachtung des Konfidenzintervalls für den Mittelwert muss nach bekannter und unbekannter Standardabweichung unterschieden werden. Der Vertrauensbereich für den normalverteilten Mittelwert bei bekannter Standardabweichung bestimmt sich für die Aussagewahrscheinlichkeit $P = 1 - \alpha$ zu:

$$P\left(\bar{x} - u_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \leq m_X \leq \bar{x} + u_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad \text{mit} \quad u_{1-\alpha/2} = \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \quad (3.71)$$

Aus Gleichung (3.71) ist ersichtlich, dass der angestrebte Vertrauensbereich stark von dem Stichprobenumfang n abhängt. In *Fischer, L. 2001* werden Angaben zum Stichprobenumfang für die Bestimmung von Quantilwerten für unterschiedliche Vertrauensniveaus zusammengestellt. Als Konfidenzniveau wird im Bauwesen i. d. R. $P = 0,95$ (d. h. $\alpha = 0,05$) angestrebt (vgl. *DIN EN 1990 2002*), aber auch geringere Vertrauensniveaus wie beispielweise beim Baustahl mit $P = 0,75$ (*DIBT-Anpassungsrichtlinie 1996*) sind möglich. In *Fischer, L. 1995* wird in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten ein Vertrauensniveau $P = 1 - \alpha$ von 0,75 für große und 0,90 für kleine Variationskoeffizienten vorgeschlagen.

Ist die Standardabweichung unbekannt, so folgt das Konfidenzintervall für den normalverteilten Mittelwert nach *Fischer, L. 2001* unter Verwendung der t -Verteilung mit dem Freiheitsgrad $n - 1$ zu:

$$P\left(\bar{x} - t_{n-1, 1-\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq m_X \leq \bar{x} + t_{n-1, 1-\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha \quad (3.72)$$

Vergleicht man beide genannten Ansätze, so kann ab einem Stichprobenumfang von $n \geq 25$ unabhängigen Einzelwerten zur Bestimmung des Mittelwertes die Streuung der unbekannt Standardabweichung vernachlässigt werden.

Wird das Konfidenzintervall für die Varianz σ_X^2 bei unbekanntem Mittelwert m_X gesucht, so berechnet es sich mithilfe der χ^2 -Verteilung (Freiheitsgrad $n - 1$) zu:

$$P\left(\frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{n-1, 1-\alpha/2}^2} \leq \sigma_X^2 \leq \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{n-1, \alpha/2}^2}\right) = 1 - \alpha \quad (3.73)$$

3.6.3 Maximum-Likelihood-Prinzip

Neben der Momentenmethode, bei der die Parameter der Schätzfunktion aus den Momenten berechnet werden, ist im Ingenieurwesen auch die Maximum-Likelihood-Methode (*MLM*) weit verbreitet. Die *MLM* ermöglicht die direkte Parameterschätzung der gewählten Verteilungsfunktion für eine beliebig differenzierbare Verteilung. Dabei werden die Parameter der Verteilungsfunktion derart bestimmt, dass die zu untersuchende Stichprobe (gemessene Daten) die maximale Auftretenswahrscheinlichkeit für die gesuchten Parameter aufweist (Prinzip der größten Plausibilität). Liegt beispielsweise eine Stichprobe mit n unabhängigen, stetig verteilten Zufallsvariablen x_1, \dots, x_i vor, lässt sich die gemeinsame Dichte der Stichprobe unter Berücksichtigung der unbekannt Parameter λ_i der Dichtefunktion $f_{\theta}(x)$ wie folgt berechnen:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n | \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i) = f_{\theta}(x_1 | \lambda_1, \dots, \lambda_i) \cdot \dots \cdot f_{\theta}(x_n | \lambda_1, \dots, \lambda_i) \quad (3.74)$$

Die angegebene L-Funktion (3.74) wird Likelihood-Funktion genannt. Erreicht die Funktion ihr Maximum bzw. Minimum, so haben die gesuchten Parameter λ_i die maximale Auftretenswahrscheinlichkeit. Je nach unterstellter Verteilungsfunktion der

Realisierungen der Zufallsvariablen x_i kann es mathematisch einfacher sein, wenn die L-Funktion logarithmiert wird (Log-Likelihood-Funktion). Die Log-Likelihood-Funktion erreicht ihr Maximum, wenn die partiellen Ableitungen nach den einzelnen Parametern λ_i null werden und die zweiten Ableitungen negativ sind.

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \lambda_1} = 0, \frac{\partial \ln(L)}{\partial \lambda_2} = 0, \dots, \frac{\partial \ln(L)}{\partial \lambda_i} = 0 \quad (3.75)$$

Aus Gleichung (3.75) folgt ein Gleichungssystem zur Bestimmung der gesuchten Parameter λ_i , die auch Maximum-Likelihood-Schätzer (der gesuchten Parameter) genannt werden. Mit den Parametern lassen sich z. B. die statistischen Momente der angenommenen Verteilung bestimmen. Gegenüber der Momentenmethode hat die MLM den Vorteil, dass die Varianzen und Kovarianzen der geschätzten Parameter in Abhängigkeit des Stichprobenumfangs n direkt zu ermitteln sind. Das Verfahren ist besonders für geringe Stichprobenumfänge geeignet, was i. d. R. bei Bestandsaufnahmen zutrifft.

Beispiele zum gerade aufgezeigten Verfahren sind in *Plate, E. J. 1993* und *Fischer, L. 2001* ersichtlich. Exemplarisch wird hieraus die Likelihood-Dichte mit den unbekanntem Parametern der Stichprobe s (Standardabweichung) und m (Mittelwert) bei Annahme einer Normalverteilung betrachtet:

$$L = \prod_{i=1}^n \frac{1}{s \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x_i - m}{s}\right)^2\right) = \left(\frac{1}{s \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}}\right)^n \cdot \exp\left(-\frac{1}{2 \cdot s^2} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2\right) \quad (3.76)$$

Durch Logarithmieren ergibt sich die Log-Likelihood-Funktion:

$$\ln L = -\frac{n}{2} \cdot \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \cdot \ln(s^2) - \frac{1}{2 \cdot s^2} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 \quad (3.77)$$

Die Maximum-Likelihood-Schätzer für die Standardabweichung s und den Mittelwert m der Stichprobe ergeben sich zu:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial s} = -\frac{n}{s} + \frac{1}{s^3} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 \quad (3.78)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial m} = \frac{1}{s^2} \cdot \left(-n \cdot m + \sum_{i=1}^n x_i\right) \quad (3.79)$$

3.6.4 Bayes'sches Updating

Anders als bei neu zu errichtenden Bauwerken, bei denen in der Planungsphase für die Tragwerkseigenschaften nur angestrebte Zielwerte festgelegt sind, können bei Bestandsbauten mithilfe einer Bestandsaufnahme z. B. die tatsächlich vorhandenen Materialkennwerte in die Tragwerksbeurteilung einfließen. Diese Zusatzinformationen können, unter Zugrundelegung von Vorinformationen (Prior-Informationen) der Baustoffkennwerte und der geometrischen Größen aus der Erstellungsphase,

verwendet werden, um eine Zuschärfung dieser Zielwerte vorzunehmen. Ebenso ist es möglich, Erfahrungen und Informationen aus anderen Bauwerken zu nutzen, um eine Zuschärfung der gewünschten Zufallsvariablen zu erzielen (JCSS 2001). Weiter ist zu bedenken, dass die Materialprobeentnahme am Bauwerk kostenintensiv und tragwerksschädigend ist, und diese daher auf ein vernünftiges Maß reduziert werden sollte. Allerdings führen die Methoden der klassischen Statistik insbesondere bei einer geringen Anzahl von Stichproben zu sehr konservativen Aussagen (vgl. Rackwitz, R. 1981; Fischer, L. 2001), da weder die bisherigen praktischen Erfahrungen, noch das intuitive Ingenieurgefühl berücksichtigt werden. Sind mehrere Bauwerke zu beurteilen, so können evtl. Informationen aufgrund der gleichen Erstellungszeit, Ausführungskolonne und Materialien genutzt werden.

Der Satz von Bayes gestattet die Verarbeitung zusätzlicher Informationen bei der Abschätzung von Wahrscheinlichkeiten bestimmter Ereignisse. Ausgehend von der sogenannten a-priori-Verteilung, d. h. dass aufgrund von Erwartungen, die auf früheren Erfahrungen bzw. Studien beruhen, und durch neue, am Bauwerk gewonnene Informationen, kann eine a-posteriori-Verteilung festgelegt werden. Durch wiederholtes Nehmen einer Stichprobe (oder: wiederholte Zufallsexperimente) wird die Form der Bayes'schen a-posteriori-Verteilung determiniert.

Bedingte Wahrscheinlichkeiten sind die Basis für die Verwendung von neuen Informationen zur Entscheidungsfindung. Die bedingte Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses E_i , wenn das Ereignis A bereits eingetreten ist, wird definiert zu:

$$P(E_i|A) = \frac{P(A|E_i) \cdot P(E_i)}{P(A)} = \frac{P(A|E_i) \cdot P(E_i)}{\sum_{i=1}^n P(A|E_i) \cdot P(E_i)} \quad (3.80)$$

Voraussetzung hierfür ist, dass die beiden Ereignisse nicht unabhängig voneinander sind. Die Wahrscheinlichkeit $P(E_i|A)$ wird als a-posteriori und die $P(E_i)$ als a-priori Wahrscheinlichkeit bezeichnet. Für $P(E_i|A)$ wird in der Regel eine Likelihood-Funktion nach Abschnitt 3.6.3 unterstellt.

Im Gegensatz zur klassischen Statistik geht das Verfahren nach Bayes davon aus, dass die zu schätzenden Parameter θ_i (z. B. Mittelwert μ_x oder Standardabweichung σ_x) einer Verteilung keine konstanten Werte sind sondern ebenfalls Zufallsvariablen darstellen, die mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit als zutreffend unterstellt werden können. Priorinformationen für Bestandsbauten können z. B. Versuchsreihen und Erfahrungen aus anderen Bauwerken oder Bauwerksbereichen sein, die einen gewissen Zusammenhang erkennen lassen, wie z. B. der gleichen Erstellungszeit, Bauweise oder geografischen Lage zugeordnet werden können bzw. aus ähnlichen Baustoffen oder von der gleichen Baufirma erstellt wurden. Somit stellt die Schätzung der Parameter θ_i immer eine bedingte Wahrscheinlichkeit $P(\theta_i|x)$ dar. Würde eine ausreichende Datenbasis aus der Grundgesamtheit zur Bestimmung der gesuchten Parameter θ_i vorliegen, wäre die Ungewissheit vernachlässigbar gering und die Parameter θ_i würden konstante Werte annehmen.

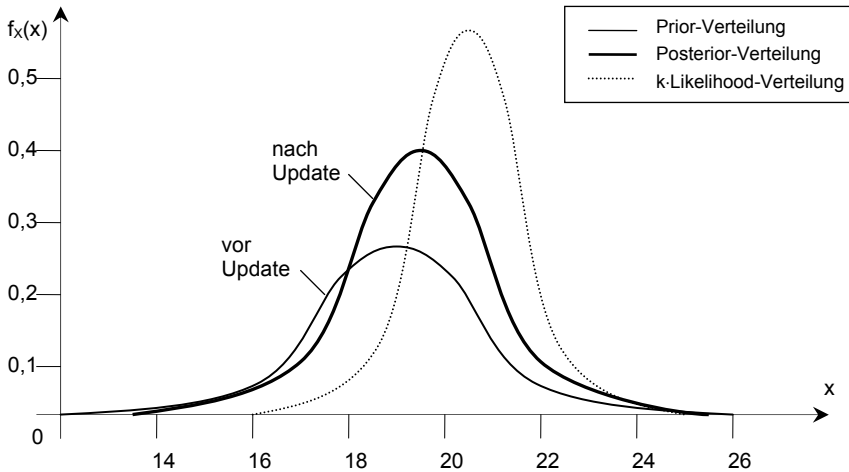


Abb. 3.7: Daten-Update am Beispiel eines normalverteilten Mittelwertes

Die geschätzten Prior-Parameter unterliegen ebenfalls einer statistischen Verteilung, die unter Berücksichtigung der neu ermittelten Daten präzisiert werden kann. Als anschauliches Beispiel für die Schätzung eines normalverteilten Mittelwertes der Betondruckfestigkeit kann Abb. 3.7 dienen. Hierin sind die Verteilungsfunktionen der Druckfestigkeitsmittelwerte vor und nach dem Update sowie die k -fache Likelihood-Verteilungsfunktion schematisch dargestellt. Zu erkennen ist die Verbesserung der Größe des Mittelwertes als auch der Streuung der Posterior-Dichtefunktion durch das Update. Anzumerken ist, dass die Prior- als auch die Posterior-dichte nicht demselben Verteilungstyp entsprechen muss (siehe Programmbeschreibung *RCP 2004* bzw. *JCSS 2001*).

Die mathematische Vorgehensweise für die Zuschärfung von Bauwerksdaten wird nachfolgend kurz beschrieben. Ausführliche Informationen hierzu finden sich unter anderem in *Plate, E. J. 1993*, *Rackwitz, R. 1981*, *Struck, W. 1979* sowie in *JCSS 2000*. Unter Verwendung des Theorems von Bayes nach Gleichung (3.80) können die erforderlichen Dichtefunktionen zur Verbesserung des Schätzparameters θ verknüpft werden:

$$f_{\theta}(\theta|x) = \frac{f_X(x|\theta) \cdot f_{\theta}(\theta)}{f_X(x)} = \frac{f_X(x|\theta) \cdot f_{\theta}(\theta)}{\int f_X(x|\theta) \cdot f_{\theta}(\theta) d\theta} \quad (3.81)$$

In dieser Gleichung ist $f_{\theta}(\theta|x)$ die gesuchte Posteriorverteilungsdichte des Schätzparameters θ und $f_{\theta}(\theta)$ die Dichtefunktion, die alle Vorinformationen des Parameters θ zusammenfasst, die sogenannte Priorverteilungsdichte. Weiter ist $f_X(x|\theta)$ die Dichtefunktion einer von θ abhängigen Zufallsvariablen. Die Gleichung (3.81) wird über den Wertebereich von θ integriert. Die im Nenner stehende, unbekannte Dichtefunktion $f_X(x)$ beschreibt hierbei die Dichte $f_X(x|\theta)$ ohne den Einfluss der Streuung des Parameters θ . Die Verteilungsdichtefunktion $f_X(x|\theta)$ kann dabei auch aus der Likelihoodfunktion $L(\theta|x)$ von θ der neu gemessenen, unkorrelierten Daten entwickelt werden:

$$L(\theta|x) = f_x(x|\theta) = f_x(x_1|\theta) \cdot f_x(x_2|\theta) \cdot \dots \cdot f_x(x_n|\theta) = \prod_{i=1}^n f_x(x_i|\theta) \quad (3.82)$$

Die Likelihoodfunktion beschreibt, wie die neuen Daten x_i unter Annahme des zu ermittelnden oder zu verbessernden Parameters θ die Gleichung (3.81) beeinflussen. Anzumerken ist noch, dass das im Nenner stehende Integral in (3.81) den Wert Eins annimmt und daher $f_\theta(\theta|x)$ zu einer wirklichen Verteilungsdichte wird. Mithilfe der Prior-Verteilung $f_\theta(\theta)$ von θ erhält man die oft verwendete Kurzform der Posteriorverteilungsdichte unter Verwendung des Bayes'schen Theorems zu:

$$f_\theta(\theta|x) = k \cdot L(\theta|x) \cdot f_\theta(\theta) \quad (3.83)$$

Kann für die neu gemessenen Daten eine Normalverteilung unterstellt werden, so ergibt sich die Likelihoodfunktion (3.82) für $\theta = \mu_x$ bei unkorrelierten Datenpunkten x_i zu:

$$\begin{aligned} L(\mu_x|x) &\sim \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(x_i - \mu_x)^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right] \\ &\approx \frac{1}{\sigma_x^n} \cdot \exp\left[-\frac{(\bar{x} - \mu_x)^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right] \cdot \exp\left[-\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right] \end{aligned} \quad (3.84)$$

Die Likelihoodfunktion kann, wie oben angegeben, umgeformt werden, da der Mittelwert der Stichprobe $\bar{x} = 1/n \cdot \sum x_i$ und die Varianz $\sigma_x^2 = \sigma_x^2/n$ entspricht, und ferner $\sum(x_i - \bar{x}) = 0$ gilt.

Der Updateprozess kann beliebig oft wiederholt werden, wobei die Posterioridichte des vorangegangenen Schritts als Priordichte im nächsten Schritt verwendet wird. Somit kann mit immer neu ermittelten Daten eine stetige Verbesserung der Abschätzung vorgenommen werden. Vergrößert sich der Stichprobenumfang, so nähert sich die Verteilung der unbekannt Parameter der Likelihoodfunktion und die Prior-Verteilung der wahren Verteilung der Zufallsgröße X an. Somit tritt eine Wichtung der Aussagesignifikanz der beiden Verteilungsfunktionen auf. Die Priorverteilung mit kleiner Standardabweichung σ_0 wird durch Multiplikation mit der Likelihoodfunktion daher kaum verbessert. Es kann gefolgert werden, dass der Vorgang des „Updatens“ besonders effektiv ist, wenn nur wenige Vorinformationen vorliegen und die zu schätzenden Parameter eine große Streuung aufweisen. Ein Spezialfall hierfür stellt die sogenannte diffuse Priorverteilung dar, d. h. es ist keinerlei Information über die Verteilungsfunktion des gesuchten Parameters im Voraus vorhanden, sodass jeder mögliche Wert für θ gleich wahrscheinlich ist. Die Priorverteilung hat somit keinen Einfluss auf die Posteriorverteilung. Tritt nun der Parameter θ in linearer Kombination mit den Daten in der Likelihoodfunktion auf, so ist die Priorverteilung konstant, und kann durch den konstanten Faktor c , der ebenfalls den Faktor k nach Gleichung (3.83) beinhaltet, in die Posterioridichte einfließen. Die Gleichung (3.83) vereinfacht sich daher zu:

$$f_\theta(\theta|x) = c \cdot L(\theta|x) \quad (3.85)$$

Falls man die ermittelte Posterioridichte nicht direkt in der Zuverlässigkeitsanalyse verwenden will, können die streuenden Parameter mittels Integration eliminiert werden. Somit ergibt sich die sogenannte Bayes'sche Dichte bzw. die prädikative Dichte der Zufallsvariablen X .

$$f_Y(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x|\theta) \cdot f_\theta(\theta|x) d\theta \quad (3.86)$$

Ist die Dichte der Zufallsvariablen X vorgegeben, so wird die Priordichte und die Posterioridichte des Schätzparameters θ dem gleichen Verteilungstyp entstammen. Dieses Phänomen wird auch als konjugierte Priorverteilung bezeichnet. Eine umfangreiche Zusammenstellung dieser Funktionen und deren Parameter für verschiedene mögliche Verteilungen der Zufallsvariablen X finden sich in *JCSS 2001*, *Plate, E. J. 1993* und *RCP 2004*.

Für häufige Problemstellungen der Parameterschätzung beim Bauen im Bestand werden einige Lösungsansätze nachfolgend diskutiert.

Wird eine Mittelwertschätzung mit diffuser Vorinformation (Stichprobe der Anzahl n der normalverteilten Werte x_1, x_2, \dots, x_n) vorgenommen (normalverteilte Grundgesamtheit und bekannter Grundgesamtheitsvarianz σ_x^2), so kann die Posterioridichte für den Parameter $\theta = \mu_x$ allgemein angegeben werden zu:

$$f_\theta(\theta = \mu_x | x_1, x_2, \dots, x_n) = k \cdot L(\theta = \mu_x | x_1, x_2, \dots, x_n) = k \cdot \exp\left[-\frac{(\bar{x} - \mu_x)^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right] \quad (3.87)$$

Dabei ist die Posteriorverteilung bis auf eine Konstante identisch mit der Likelihoodfunktion nach Gleichung (3.84). In der Konstanten k der Priorverteilung ist gemäß *Plate, E. J. 1993* auch der in Gleichung (3.84) vorhandene Term enthalten:

$$\frac{1}{\sigma_x^n} \cdot \exp\left[-\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right] \quad (3.88)$$

Die Posterioridichte kann mithilfe des Stichprobenmittels \bar{x} beschrieben werden zu:

$$f_\theta(\mu_x | \bar{x}, \sigma_x^2) = k \cdot L(\mu_x | \bar{x}) = \frac{1}{\sigma_x \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{(\bar{x} - \mu_x)^2}{2 \cdot \sigma_x^2}\right] \quad (3.89)$$

Verwendet man für diese und die nachfolgenden Beispiele die einheitlich definierten Parameter nach *JCSS 2000* und *JCSS 2001*, so schreibt sich die Posterioridichte für den zu schätzenden Mittelwert $\theta = \mu_x = \mu''$ aus (3.89) zu:

$$f_\theta(\mu'' | \mu = \bar{x}, \sigma_x^2, \mu', \sigma'^2 = \sigma''^2) = k \cdot L(\mu'' | \mu) = \frac{1}{\sigma'' \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\mu - \mu''}{\sigma''}\right)^2\right] \quad (3.90)$$

Hierin ist σ bzw. σ_x die zugrunde gelegte bekannte Standardabweichung der Stichprobe und $\mu = \bar{x}$ der als normalverteilt vermutete, unbekannte Mittelwert. Als Vorinformation ist die Priordichte mit Mittelwert μ' bzw. m' und Standardabweichung σ' bzw. s' sowie Probenumfang n' bekannt. Falls der Probenumfang der Vorinformation n' , wie oft der Fall, unbekannt ist, kann der Zusammenhang der Parameter von Prior- und Posteriorverteilung sowie der Likelihoodfunktion durch algebraische Umformung anhand nachfolgender Beziehungen aufgestellt werden:

$$\mu'' = \frac{\frac{\mu'}{n'} + \frac{\bar{x}}{n}}{\frac{1}{n'} + \frac{1}{n}} \quad (3.91)$$

$$\sigma'' = \sqrt{\frac{\frac{\sigma_x^2}{n'} \cdot \frac{\sigma'^2}{n}}{\frac{\sigma'^2}{n'} + \frac{\sigma_x^2}{n}}} \quad (3.92)$$

wobei die Wichtung der einzelnen Varianzen mit

$$n' = \frac{\sigma_x^2}{\sigma'^2} \quad (3.93)$$

erfolgt, da sonst eine kleine, aus der Priorverteilung abgeleitete Stichprobe das gleiche Gewicht wie eine große Stichprobe erhält.

Ohne Prior-Informationen ist der Bayes-Schätzer für den Mittelwert (bei bekannter Varianz) identisch mit dem Mittelwertschätzer nach Momenten- oder Maximum-Likelihood-Verfahren. Die Aufgabenstellung lässt sich allerdings nur mit der Bayes-Methode lösen, da nicht alle Daten, die zur Priorverteilung führen, bekannt sind.

Da es sich bei der Aufgabenstellung um eine diffuse Priorverteilung handelt, kann hier vorausgesetzt werden, dass $\sigma_x^2 = \sigma'^2$ gilt. Ein Zahlenbeispiel hierzu findet sich in *JCSS 2001*. Angemerkt sei, dass das Verfahren nur funktioniert, wenn die Varianz der Vorinformation größer als die der Stichprobe ist. Ist dies nicht so, kann nach *Plate, E. J. 1993* vorgegangen werden.

Im häufigen Fall von normalverteilten Eingangsgrößen ist eine mathematische Lösung des Problems vorhanden. Dabei wird für die normalverteilte Dichte der Basisvariablen X mit unbekanntem Mittelwert m und unbekannter Varianz s^2 als Priorverteilung eine Gamma-Normal-Verteilung gemäß Gleichung (3.94) unterstellt (vgl. *RCP 2004*). Ihre Dichte wird mit $f_{M,\Sigma}(\mu, \sigma)$ bezeichnet, wobei M für Mittelwert und Σ für Standardabweichung der wahren Werte der gegebenen Stichprobe (\bar{x}, s, n) steht.

$$f_{M,\Sigma}(\mu, \sigma) = \frac{\sqrt{n}}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{n}{2} \cdot \left(\frac{(\mu - m)}{\sigma}\right)^2\right] \cdot \frac{\left(\frac{v}{2}\right)^{\frac{v}{2}} \cdot \frac{2}{s} \cdot \left(\frac{s^2}{\sigma^2}\right)^{\frac{v+1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \cdot \exp\left[\left(-\frac{v \cdot s^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)\right] \quad (3.94)$$

In diesem besonderen Fall entspricht die Priordichte gleich der Posteriordichte.

Die Parameter der Posteriordichte ergeben sich zu:

$$n'' = n + n' \tag{3.95}$$

$$v'' = v' + v + \delta(n') \tag{3.96}$$

$$m'' = \frac{(n \cdot m + n' \cdot m')}{n''} \tag{3.97}$$

$$s'' = \sqrt{\frac{(v' \cdot s'^2) + (n' \cdot m'^2) + (v \cdot s^2) + (n \cdot m^2) - (n'' \cdot m''^2)}{v''}} \tag{3.98}$$

Dabei bedeuten die verwendeten Parameter:

- m Mittelwert
 - s Standardabweichung
 - n Stichprobenumfang
 - v Freiheitsgrad der t -Verteilung (für die Zusatzinformation gilt: $v = n - 1$)
- mit $v = n - 1$; gilt analog auch für n' und n''
- $\delta(n') = 0$; für $n' = 0$; gilt analog auch für n' und n''
- $\delta(n') = 1$; für $n' > 0$; gilt analog auch für n' und n''

Im Allgemeinen wird zur Unterscheidung der Parameter der verschiedenen Verteilungen für die der Priorverteilung ein Hochkomma und für alle Parameter der Posteriorverteilung zwei Hochkommata verwendet. Die Parameter der gemessenen Stichprobe erhalten kein Hochkomma.

Neben der Berücksichtigung von direkten Messwerten ist auch die Verwendung von Vorinformationen wie z. B. geschätzten statistischen Momenten m_i und s_i auf Basis früherer Untersuchungen oder Experteneinschätzungen etc. im aufgezeigten Verfahren möglich. Hierzu müssen die gegebenen Informationen in äquivalente Stichprobengrößen (n', v', m', s') der Gamma-Normal-Verteilung umgerechnet werden. Die von *Rackwitz, R. 1982* entwickelten Gleichungen (3.99) bis (3.103) sind dafür hilfreich.

$$\bar{h} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \frac{1}{s_i^2}; \quad \hat{h} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \frac{m_i}{s_i^2}; \quad \tilde{h} = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \ln\left(\frac{1}{s_i^2}\right) \quad h = \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k \frac{m_i^2}{s_i^2} \tag{3.99}$$

$$m' = \frac{\hat{h}}{h} \tag{3.100}$$

$$s' = \frac{1}{\sqrt{\tilde{h}}} \tag{3.101}$$

$$n' = \frac{1}{h - \frac{\hat{h}^2}{h}} \tag{3.102}$$

$$v' = \frac{1}{\ln(\bar{h}) - \bar{h}} \quad (3.103)$$

Angemerkt sei, dass der funktionale Zusammenhang zwischen Freiheitsgrad und Stichprobenumfang $v' = n' - 1$ von vorheriger Seite hier seine Gültigkeit verliert.

Die Bayes-Dichte, der zuvor normalverteilten Zufallsvariablen X , folgt nach Rackwitz, R 1981 einer modifizierten t -Verteilung:

$$f_Y(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot v''} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{v''+1}{2}\right)}{s'' \cdot \sqrt{\frac{n''+1}{n''}} \cdot \Gamma\left(\frac{v''}{2}\right)} \cdot \left[1 + \frac{t^2}{v''}\right]^{-\frac{v''+1}{2}} \quad (3.104)$$

$$\text{mit } t = \frac{y - m''}{s''} \cdot \sqrt{\frac{n''}{n''+1}}$$

Für hinreichend große Werte von n konvergiert die t -Verteilung hin zur Normalverteilung, sodass in vielen Fällen die Bayes-Verteilung durch die Normalverteilung approximiert werden kann.

Die bisherigen Verfahren wurden unter Annahme normalverteilter Zufallsvariablen hergeleitet. Widerstandsgrößen werden gerade für die probabilistische Betrachtungsweise als lognormalverteilt definiert, um negative Bemessungswerte der Materialien zu vermeiden. Eine analoge Vorgehensweise nach den Gleichungen (3.94) bis (3.104) ist trotzdem möglich, wenn die Eingangsgrößen in lognormalverteilte Basisvariablen transformiert werden. Wird die Lognormalverteilung durch den Mittelwert m_x und Variationskoeffizient v_x beschrieben, so können die normalverteilten Größen m_u und s_u anhand der Formeln (3.67) und (3.68) ermittelt werden.

Werden in den Gleichungen (3.94) bis (3.104) die Parameter m bzw. m' und s bzw. s' durch m_u und s_u ersetzt, können diese für das Update von m_u und s_u verwendet werden. Allerdings muss die Bayes-Dichte nach Formel (3.104) mit der Log- t -Verteilung bestimmt werden:

$$t = \frac{\ln(y) - m_u''}{s_u''} \cdot \sqrt{\frac{n''}{n''+1}} \quad (3.105)$$

Gemäß JCSS 2000 kann für Stichproben von $n'' > 10$ und $v'' > 10$ die Log- t -Verteilung durch die herkömmliche Lognormalverteilung hinreichend genau mit den nachfolgenden Parametern m_u und s_u angenähert werden:

$$m_u = m_u'' \quad (3.106)$$

$$s_u = s_u'' \cdot \sqrt{\frac{n''}{n''-1} \cdot \frac{v''}{v''-2}} \quad (3.107)$$

Durch Rücktransformation können die gesuchten Größen der Lognormalverteilung gewonnen werden zu:

$$m_x = \exp(m_u - 0,5 \cdot s_u^2) \quad (3.108)$$

$$v_x = \sqrt{\exp(s_u^2) - 1} \quad (3.109)$$

Die bisher aufgezeigten Gleichungen ermöglichen nun eine Schätzung der statistischen Momente unter Berücksichtigung von Vorinformationen verschiedener Art.

In *JCSS 2000* und *JCSS 2001* sowie in *ISO 12491 1997* wird das Bayes'sche Schätzverfahren zur Bestimmung charakteristischer Werte von normal- und lognormalverteilten Basisvariablen aufgezeigt. Ist eine Zufallsvariable X normalverteilt mit den Parametern μ und σ , dann ist es zweckdienlich eine Prior-Verteilungsdichte für μ und σ zu unterstellen nach:

$$f'(\mu, \sigma) = k \cdot \sigma^{-v'+\delta(n')+1} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot [v' \cdot s'^2 + n' \cdot (\mu - m')^2]\right\} \quad (3.110)$$

Darin stellt k eine normalverteilte Konstante dar. Die weiteren Parameter entsprechen den Parameterbeschreibungen der Gleichungen (3.95) bis (3.98).

Aus den Vorinformationen und den aus der Bestandsaufnahme gewonnenen Zusatzinformationen kann mithilfe des Bayes-Verfahren wiederum eine verbesserte Verteilungsfunktion der betrachteten Basisvariablen bestimmt werden. Mithilfe der Definition des charakteristischen Wertes (Gleichung (3.183)) können die Priorinformationen nach Gleichung (3.110) und das Beobachtungsergebnis mit dem Stichprobenmittelwert m und der zugehörigen Standardabweichung s kombiniert werden. Ergebnis ist die Posterior-Verteilung für den unbekanntem Mittelwert und die Standardabweichung der betrachteten Zufallsvariablen X , die ebenfalls durch Gleichung (3.110) ausgedrückt werden kann, allerdings mit den aktualisierten Parametern mithilfe der Gleichungen (3.95) bis (3.98) (*JCSS 2000*).

Die vorausgesagte Verteilungsdichtefunktion für zufällig gewählte Elemente ergibt sich aus dem Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit zu (vgl. Gleichung (3.86)):

$$f_x(X) = \int f_x(X|q) \cdot f_q(q) dq \quad (3.111)$$

wobei die Dichtefunktion $f(X)$ als statistische Beschreibung von x innerhalb einer großen Anzahl von zufällig ausgewählten Elementen verstanden werden kann.

Somit ergibt sich der vorhergesagte Wert der Zufallsvariablen X unter Zuhilfenahme von Formel (3.111) zu:

$$X = m'' + t_{v''} \cdot s'' \cdot \sqrt{\frac{n'' + 1}{n''}} \quad (3.112)$$

Hierbei liegt $t_{v''}$ eine zentrale t -Verteilung (Student-Verteilung) zugrunde.

Für den Fall einer bekannten Standardabweichung σ gelten die Gleichungen (3.95) bis (3.97) immer noch für den Posterior-Mittelwert. Der Schätzwert der Zufalls-

variablen X bestimmt sich anhand nachfolgender Gleichung, wobei der Faktor u normalverteilt ist:

$$X = m'' + u \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{n'' + 1}{n''}} \quad (3.113)$$

Der charakteristische Wert (gesuchter Quantilwert) der Zufallsvariable X ergibt sich folglich bei bekannter Standardabweichung σ mit $u(p_x) = \Phi^{-1}(p_x)$ als p -Quantil der Standardnormalverteilung zu:

$$x_c = m'' + u(p_x) \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{n'' + 1}{n''}} \quad (3.114)$$

und bei unbekanntem σ zu:

$$x_c = m'' + t_{v''}(p_x) \cdot s'' \cdot \sqrt{\frac{n'' + 1}{n''}} \quad (3.115)$$

Hierbei ist $t_{v''}(p_x)$ das Quantil der Student'schen- t -Verteilung. Ein analoges Vorgehen ist auch in *Rackwitz, R. 1981* zu finden, wobei hier insbesondere auf die Bestimmung des Bemessungswertes eingegangen wird.

Streben n'' und v'' gegen unendlich, ergibt sich der charakteristische Wert für beide Fälle bei normalverteilten Zufallsvariablen zu:

$$x_c = m'' + u(p_x) \cdot s'' \quad (3.116)$$

Hierbei wird s'' gleich σ gesetzt.

Die Parameter der Priorverteilung (m' , s' , n' und v') sind für verschiedene Betonfestigkeitsklassen in *JCSS 2000* angegeben. Die Parameter m , s , n und v werden aus den Ergebnissen der durchgeführten Festigkeitsprüfungen des betrachteten Materials berechnet. Für Bestandsbauten können diese Parameter auch verwendet werden, allerdings ist dann eine größere Standardabweichung s' z. B. nach *Schnell, J.; Fischer, A.; Loch, M. 2008* einzusetzen.

Ist die Zufallsvariable X lognormalverteilt, dann hat die Zufallsvariable $Y = \ln(X)$ eine normalverteilte Verteilungsdichte. Alle in diesem Abschnitt angegebenen Formeln für die Zufallsvariable X können auch für die Zufallsvariable Y unter Zuhilfenahme der Beziehung $X = \exp(Y)$ zur Bestimmung der Ergebnisse von X verwendet werden.

Baupraktische Beispiele zu den aufgezeigten Problemstellungen können in *JCSS 2000*, *JCSS 2001* sowie *Plate, E. J. 1993* nachgeschlagen werden.

3.7 Tragwerkszuverlässigkeit

3.7.1 Historische Entwicklung

Im 19. Jahrhundert hat die Ingenieurwissenschaft damit begonnen, sich mit der Zuverlässigkeit von Tragwerken zu beschäftigen. Damals erfolgte die Tragwerksberechnung auf Grundlage der Elastizitätstheorie und zulässiger Spannungen, die mithilfe von empirisch bestimmten Sicherheitsbeiwerten auf Basis von Erfahrungswerten abgemindert wurden.

Die Grundlage der modernen Sicherheitstheorie für Tragwerke wurde um 1950 gelegt. Ende der 60er Jahre des letzten Jahrhunderts wurde bereits ein Teilsicherheitskonzept zur Bemessung von Tragwerken entwickelt, wobei das größte Problem bei der Ermittlung der Sicherheitsbeiwerte die mangelhafte oder fehlende Datengrundlage darstellte. Als weiterhin problematisch erwies sich die Berechnung der aus dem Berechnungsmodell resultierenden, mehrdimensionalen Wahrscheinlichkeitsintegrale, die in der Regel nicht analytisch möglich war. Da auch die Computertechnik zu diesem Zeitpunkt noch nicht ausgereift war, wurden in den 1970er Jahren Näherungslösungen für diese Problemstellung entwickelt.

Erst im Jahr 1976 wurde auf internationaler Ebene vom CEB (Euro-International Committee for Concrete) die Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (*FORM*) zur Lösung der komplizierten Wahrscheinlichkeitsintegrale erarbeitet (*CEB 1976*). Noch im gleichen Jahr wurde das *Joint Committee on Structural Safety* (kurz: *JCSS*) gegründet, das sich mit der Weiterentwicklung der Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen beschäftigt. Beide genannten Organisationen arbeiten darüber hinaus an einer Zuschärfung der Datengrundlage auf Einwirkungs- und Widerstandseite. Eine Verfeinerung dieser Näherungslösung wurde schließlich mit der Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung (*SORM*) erreicht. Sowohl *FORM* als auch *SORM* sind heute Standardmethoden für die Berechnung der Bauwerkssicherheit im konstruktiven Ingenieurwesen.

Auf Basis der nationalen und internationalen Entwicklungen wurden im Jahr 1981 allgemeine Grundlagen zur Berechnung der Sicherheit von baulichen Anlagen (*Grusibau 1981*) zusammengefasst. Durch die Verwendung moderner Computertechnik ist es heute möglich, komplexe Wahrscheinlichkeitsintegrale und somit die rechnerische Versagenswahrscheinlichkeit exakt zu bestimmen.

Darüber hinaus wird mit einer Monte-Carlo-Simulation die statistische Auswertung von nicht geschlossen berechenbaren Grenzzustandsfunktionen ermöglicht.

Der Probabilistic Model Code (*JCSS 2000*) stellt die international anerkannten Regeln zur Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeit zusammen. Darin werden umfangreiche Angaben zu statistischen Parametern, die als Eingangswerte in die probabilistische Berechnung von Tragwerken dienen, aufgezeigt. Weiter werden die Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse hinsichtlich ihrer Komplexität in verschiedene Stufen eingeteilt. Tab. 3.1 zeigt die verschiedenen Stufen der probabilistischen Berechnung in der Zuverlässigkeitstheorie auf. Die Komplexität und Genauigkeit nimmt von Stufe I zur Stufe IV hin zu, während demgegenüber die Praxisrelevanz

abnimmt. Hansen, M. 2004 gibt einen Überblick über die einzelnen Zuverlässigkeitsmethoden und zeigt die Vor- und Nachteile dieser Methoden auf.

Tab. 3.1: Einordnung probabilistischer Verfahren nach Glowienka, S. 2007

Stufe	Berechnungsmethode	Wahrscheinlichkeitsverteilung	Grenzzustandsfunktionen	Sicherheitsmaß; Ergebnis
I semi-probabilistisch	Kalibrierung	nicht verwendet	-	Teilsicherheitsfaktoren
II probabilistische Näherungsverfahren	FOSM	ausschließlich Normalverteilung	Lineare Approximation	approximative Versagenswahrscheinlichkeit
	FORM, SORM	alle Typen	Lineare / quadratische Approximation	
III probabilistisch exakte Verfahren	numerische Integration und Monte Carlo Simulation	alle Typen	beliebig	theoretisch exakte Versagenswahrscheinlichkeit
IV probabilistische Optimierung	siehe Stufe II und III	alle Typen	beliebig unter Einbeziehung ökonomischer Daten	stochastisch optimierte Konstruktionen

3.7.2 Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse nach DIN 1055-100

Die verschiedenen existierenden Methoden zur Beurteilung der Bauwerkssicherheit lassen sich in einem Schaubild gemäß *DIN 1055-100 2001* darstellen (siehe Abb. 3.8). Darin wird der Zusammenhang dieser einzelnen Methoden deutlich. Die hier für die Zuverlässigkeitsverfahren verwendeten verschiedenen Stufen I bis III entsprechen denen nach Tab. 3.1.

Die aktuellen Einwirkungs- und Bemessungsnormen basieren auf dem semi-probabilistischen Sicherheitskonzept (Stufe I - Verfahren). Der Tragsicherheitsnachweis nach Gleichung (3.118) wird deterministisch geführt, wobei ein ausreichender Sicherheitsabstand durch die Einführung von Beiwerten auf Einwirkungs- und Widerstandsseite sichergestellt wird. Diese Teilsicherheitsbeiwerte berücksichtigen die statistischen Unsicherheiten der Einwirkungs- und Widerstandsgrößen. Vorteil dieses Konzeptes ist die Vergleichbarkeit der Sicherheit zwischen verschiedenen Tragsystemen, die aus den unterschiedlichsten Werkstoffen erstellt sein können. Die Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte beruht im Wesentlichen auf der Methode I a nach Abb. 3.8, wobei diese nach den genaueren Verfahren der Stufen II (probabilistische Näherungsverfahren) und III (probabilistisch exakte Verfahren) kalibriert werden. Verbesserungen können durch Einbeziehung der Methode I c (Methoden der Mess- und Versuchsauswertung) vorgenommen werden. Angemerkt sei, dass die in *DIN 1055-100 2001* festgeschriebenen Teilsicherheitsbeiwerte im Hinblick auf das Sicherheitsniveau festgelegt wurden, das in der früheren Normung zugrunde lag. Dadurch sollte vermieden werden, dass alle Bauwerke die vor Einführung des

semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzeptes erstellt wurden, hinsichtlich ihrer Tragwerkszuverlässigkeit hinterfragt werden. Bisher wurden die Teilsicherheitsbeiwerte der aktuellen Normung nicht exakt probabilistisch begründet - es lässt sich aber durch die Wahl ihrer Größe eine Tendenz zu den exakteren Ergebnissen, resultierend aus den Stufe II- und Stufe III-Verfahren, erkennen.

Im *Anhang B* der *DIN 1055-100 2001* wird die Vorgehensweise des hier mit Stufe II bezeichneten Verfahrens festgeschrieben und der Zuverlässigkeitsindex β als Maß für die Zuverlässigkeit des Tragwerks verstanden. In den nachfolgenden Abschnitten werden die einzelnen Methoden näher beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Parameterstudien zur Ermittlung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte überwiegend mit dem Stufe II-Verfahren FORM (First-Order-Reliability-Method) geführt.

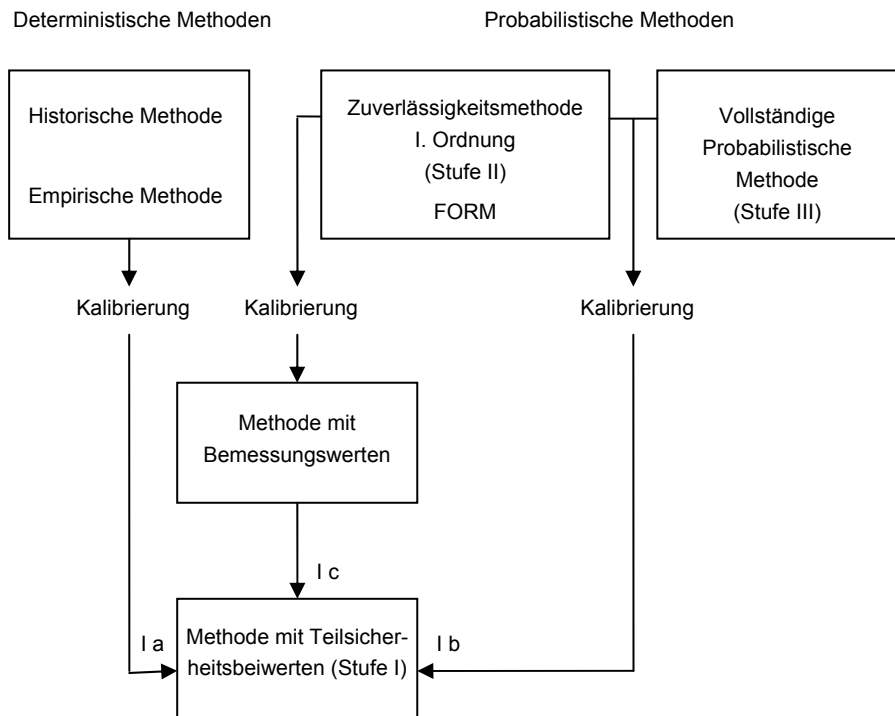


Abb. 3.8: Überblick über die Methoden der Zuverlässigkeitsanalyse nach *DIN 1055-100 2001*

3.7.3 Mathematische Definition der Tragwerkszuverlässigkeit

Die Tragwerkszuverlässigkeit wird durch den Sicherheitsindex β oder die Versagenswahrscheinlichkeit P_F definiert. Die Versagenswahrscheinlichkeit muss in vielen Fällen als Funktion der Zeit beschrieben werden, da ein Großteil der Basisvariablen zeitvariant ist. Die nachfolgenden Ausführungen beschäftigen sich ausschließlich mit zeitinvarianten Zuverlässigkeitsproblemen.

Die Berechnung der Zuverlässigkeit beruht auf der Beschreibung der jeweils auftretenden Versagensart, die durch die sogenannte Grenzzustandsfunktion beschrieben wird. Diese Grenzfunktion beinhaltet die Einwirkungen auf das Bauteil sowie seinen Widerstand und trennt den Versagensbereich von dem sicheren Bereich (siehe Abb. 3.1). Hierbei ist die Qualität des stochastischen Modells von großer Bedeutung. Genauso ist eine realistische Abschätzung der statistischen Kenngrößen der in das Modell einfließenden Basisvariablen vorzunehmen.

Grundsätzlich gilt ein Bauteil als sicher, wenn die Einwirkung E kleiner als der Bauteilwiderstand R ist, während hingegen ein Versagen eintritt, wenn die Beanspruchung den Widerstand überschreitet. Hieraus ergibt sich die Sicherheitsmarge Z für die einfachste Form der Grenzzustandsfunktion zu:

$$Z = g(R, E) = R - E \quad (3.117)$$

Sind Einwirkung und Widerstand gleich groß, so befindet sich das Tragwerk im Grenzzustand der Tragfähigkeit:

$$Z = g(R, E) = R - E = 0 \quad (3.118)$$

In der Regel sind die beiden Größen R und E unabhängige Zufallsvariablen mit kontinuierlichen Verteilungsdichten $f_R(r)$ und $f_E(e)$. Somit wird aus Z eine Zufallsgröße mit der Verteilung F_Z :

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_E(e) \cdot F_R(z + e) \, de \quad (3.119)$$

Durch Lösen des folgenden Faltungsintegrals resultiert die theoretische Versagenswahrscheinlichkeit P_F zu:

$$P_F = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_R(r) \cdot f_E(e) \, dr \, de = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(e) \cdot f_E(e) \, de \quad (3.120)$$

Aus der Formulierung der Versagenswahrscheinlichkeit kann die Zuverlässigkeit des Tragwerks R_F als Gegenereignis angegeben werden zu:

$$R_F = 1 - P_F \quad (3.121)$$

Wenn R und E normalverteilte Größen sind, dann folgt auch Z der Normalverteilung mit den statistischen Momenten:

$$\begin{aligned} m_Z &= m_R - m_E \\ \sigma_Z &= \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \end{aligned} \quad (3.122)$$

Unter diesen Voraussetzungen kann die Versagenswahrscheinlichkeit in diesem Fall exakt berechnet werden:

$$P_F = \Phi \left(- \frac{m_R - m_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \right) \quad (3.123)$$

Grafisch stellen sich die drei eben behandelten Verteilungsgrößen in Abb. 3.9 dar.

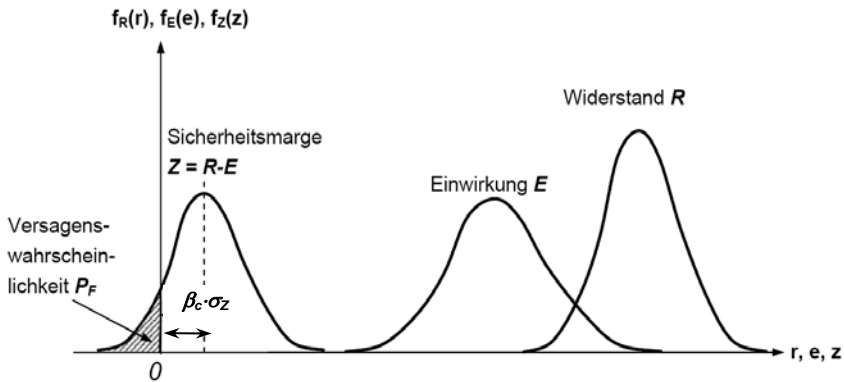


Abb. 3.9: Verteilungsdichte von Einwirkung, Widerstand und Sicherheitsmarge bei normalverteilten Einflussgrößen

Der Zuverlässigkeitsindex β_c wurde von *Cornell, C. A. 1969* als Maß für die Tragwerkszuverlässigkeit eingeführt, da dieser allgemeingültig und unabhängig von den Verteilungsfunktionen der einzelnen Basisvariablen definiert werden kann:

$$\beta_c = \frac{E[Z]}{\sqrt{\text{VAR}[Z]}} = \frac{m_Z}{\sigma_Z} \quad (3.124)$$

Die Berechnung der gemeinsamen Momente erfolgt dabei näherungsweise unter Verwendung einer Taylorreihenentwicklung für den Erwartungswert und die Varianz:

$$E[Z] \approx g(m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}) \quad (3.125)$$

$$\text{VAR}[Z] \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{m} \right)^2 \cdot \text{VAR}(X_i) \quad (3.126)$$

Der eindeutige Vorteil dieser Definitionsweise ist, dass nur wenige Informationen über die stochastischen Eigenschaften der Basisvariablen bekannt sein müssen, nämlich der Mittelwert und die Standardabweichung.

Die Berechnung des Sicherheitsindex' nach *Cornell, C. A. 1969* ist zwar sehr einfach, birgt aber auch gewisse Nachteile. Hauptproblem hierbei ist, dass er abhängig von der speziellen mathematischen Formulierung der Grenzzustandsgleichung $g(x)$ ist. Das rührt daher, dass der Startpunkt der Taylorreihenentwicklung nicht auf $g(x)$ liegt. Die Grenzzustandsfunktion kann in verschiedenen mathematischen und mechanischen Arten formuliert werden wie beispielsweise auf Schnittgrößen- oder Spannungsebene. Dabei können bei der rechnerischen Zuverlässigkeit nach *Cornell, C. A. 1969* signifikante Unterschiede erwachsen (*Madsen et. al. 1986*). Dieses Invarianzproblem wurde frühzeitig erkannt und durch *Hasofer, A. M.; Lind, N. C. 1974* verbessert, indem die Basisvariablen in den Standardraum transformiert werden und anschließend die Reihenentwicklung im Versagenspunkt durchzuführen ist. Der Zuverlässigkeitsindex β_{HL} nach Hasofer und Lind ist als kürzester Abstand zwischen dem Koordinatenursprung und der

Grenzzustandsfunktion im Versagenspunkt u^* (siehe Abb. 3.10) definiert, was zu einer iterativen Optimierungsaufgabe mit u_i als Basisvariable im Standardnormalraum führt:

$$\beta_{HL} = \min \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} \quad (3.127)$$

Wird R und E in den Standardnormalraum transformiert, kann die Grenzzustandsfunktion für normalverteilte Basisvariablen dort wie folgt beschrieben werden:

$$Z = g(\tilde{R}, \tilde{E}) = \tilde{R} \cdot \sigma_R - \tilde{E} \cdot \sigma_E + m_R - m_E = 0 \quad (3.128)$$

Hierbei sind die transformierten Zufallsgrößen:

$$\tilde{R} = \frac{R - m_R}{\sigma_R} \quad \text{und} \quad \tilde{E} = \frac{E - m_E}{\sigma_E} \quad (3.129)$$

Stellt man die Geradengleichung (3.128) in der Hesse'schen Normalform dar, folgt aus der Umformung:

$$Z = g(U_1, U_2) = \alpha_E \cdot \tilde{E} - \alpha_R \cdot \tilde{R} - \beta = 0 \quad (3.130)$$

mit den zugehörigen Parametern:

$$\alpha_R = \cos \psi_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\sigma_E/\sigma_R)^2}} \quad (3.131)$$

$$\alpha_E = \cos \psi_E = \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = \frac{\sigma_E/\sigma_R}{\sqrt{1 + (\sigma_E/\sigma_R)^2}} \quad (3.132)$$

$$\beta = \frac{m_R - m_E}{\alpha_R \cdot \sigma_R + \alpha_E \cdot \sigma_E} = \frac{m_R - m_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (3.133)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit kann nun direkt aus dem Zuverlässigkeitsindex β unter Verwendung der Standardnormalverteilung berechnet werden:

$$P_F = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta) = \Phi\left(-\frac{m_R - m_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}}\right) \quad (3.134)$$

Die Vorfaktoren α_E und α_R werden aufgrund ihres signifikanten Einflusses auf die Versagenswahrscheinlichkeit als Sensitivitätsfaktoren bzw. Wichtungsfaktoren bezeichnet und entsprechen dem Richtungskosinus des Bemessungspunktes nach Gleichung (3.136). Sie nehmen stets Werte zwischen $-1 \leq \alpha_i \leq +1$ an. Generell gilt für diese: je größer der Sensitivitätsfaktor der jeweiligen Zufallsvariablen ist, umso größer ihr Einfluss hinsichtlich der Bauteilzuverlässigkeit. Im zweidimensionalen Fall ist es möglich, das Zuverlässigkeitsproblem grafisch darzustellen (Abb. 3.10). Die Ellipsen bzw. Kreise in Abb. 3.10 beschreiben Linien gleicher Wahrscheinlichkeit.

Fällt man das Lot vom Ursprung des transformierten Koordinatensystems auf die Grenzzustandsfunktion, so erhält man den Bemessungspunkt am Lotfußpunkt. Er ist derjenige Versagenspunkt, der über die größte Wahrscheinlichkeitsdichte verfügt.

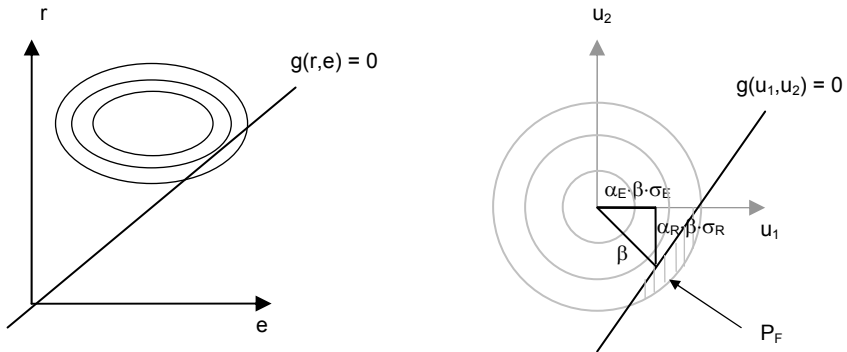


Abb. 3.10: Darstellung zur zweidimensionalen Zuverlässigkeitsanalyse in wahren und transformierten Koordinaten

Aus der geometrischen Beziehung ergibt sich zwischen den Sensitivitätsfaktoren α_i der allgemeine Zusammenhang:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (3.135)$$

Im standardisierten Normalraum ergeben sich die Koordinaten des Bemessungspunktes zu:

$$u_i = -\alpha_i \cdot \beta \quad (3.136)$$

Die Koordinaten des Bemessungspunktes im Originalraum der Basisvariablen, welche den Quantilwerten der Normalverteilung von Einwirkung und Widerstand im Versagenspunkt entsprechen, erhält man durch Rücktransformation:

$$r^* = m_R + \alpha_R \cdot \beta \cdot \sigma_R \quad (3.137)$$

$$e^* = m_E + \alpha_E \cdot \beta \cdot \sigma_E \quad (3.138)$$

Die Bemessungswerte R_d des Widerstandes und der Einwirkung E_d können nun mithilfe der Sensitivitätsfaktoren α_i berechnet werden.

In der Regel sind Einwirkung und Widerstand von einer Vielzahl von Variablen abhängig, sodass man im allgemeinen Fall über einen n -dimensionalen Wahrscheinlichkeitsraum integrieren muss. Die Versagenswahrscheinlichkeit errechnet sich dann nach:

$$P_f = \int \dots \int_{g(x_1, \dots, x_n) \leq 0} f_X(x_1, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (3.139)$$

Allgemein können die Wichtungsfaktoren α und der Zuverlässigkeitsindex β wie folgt gewonnen werden (Pottharst, R. 1977):

$$\alpha_i = \frac{\left. \frac{\partial g}{\partial y_i} \right|_{y^*}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\left. \frac{\partial g}{\partial y_i} \right|_{y^*} \right)^2}} \quad \text{mit } i = 1, 2, \dots, n \quad (3.140)$$

mit der Transformationsbeziehung
$$y_i = \frac{x_i - m_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad (3.141)$$

und der Grenzzustandsfläche
$$g(m_{x_1} + \sigma_{x_1} \cdot y_1 + \dots + m_{x_m} + \sigma_{x_m} \cdot y_m) \quad (3.142)$$

Der Zuverlässigkeitsindex ergibt sich somit zu:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^m \left. \frac{\partial g}{\partial y_i} \right|_{y^*} \cdot y_i^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\left. \frac{\partial g}{\partial y_i} \right|_{y^*} \right)^2}} \quad (3.143)$$

Die Werte der Basisvariablen im Bemessungspunkt werden mit y_i^* bezeichnet. Die explizite Herleitung der Sensitivitätsbeiwerte für normal-, lognormal- und gumbelverteilte Basisvariablen ist in Daus, S. 2007 dokumentiert.

Da der Bemessungspunkt zur Berechnung des Zuverlässigkeitsindex vor Beginn der Berechnung bekannt sein muss, ist ein iteratives Vorgehen zur Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeit zu empfehlen.

Wenn neben der Größe des Erwartungswertes und der Varianz zusätzliche Informationen über die statistische Verteilungsfunktion der Basisvariablen vorliegen, kann die Berechnungsgenauigkeit der Versagenswahrscheinlichkeit im Hinblick auf das mathematisch exakte Ergebnis deutlich gesteigert werden.

3.8 Probabilistische Näherungsverfahren

3.8.1 Momentenmethode (FOSM)

Aus den vorangestellten Seiten wird ersichtlich, dass das Rechnen mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen immer mit dem Lösen komplexer Integrale einhergeht. Ein geeignetes Näherungsverfahren zur Berechnung der theoretischen Versagenswahrscheinlichkeit stellt die Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung dar. Hierzu muss zwischen der **First Order Second Moment Method (FOSM)** und der allgemeinen Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (**FORM**), die später erläutert wird, differenziert werden.

Sind nur wenige Informationen der einzelnen Basisvariablen vorhanden wie z. B. Erwartungswerte, Varianzen und evtl. Kovarianzen (Second Moment) bietet sich die Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeit mithilfe der Momentenmethode (FOSM) an, da hierzu keine Aussagen hinsichtlich der Verteilungsfunktionen der Zufallsvariablen erforderlich sind. Vereinfacht wird den Zufallsvariablen, unabhängig von deren tatsächlicher Verteilung, eine Normalverteilung unterstellt (Stewart & Melchers 1997), da durch die alleinige Berücksichtigung der ersten beiden statistischen Momente diese Verteilung eindeutig definiert ist. Ebenso wird eine linearisierte Grenzzustandsfunktion zugrunde gelegt, wobei evtl. nichtlineare Funktionen in geeignete lineare Grenzzustandsfunktionen in Anlehnung an Abschnitt 3.5.4 transformiert werden (siehe Abb. 3.11).

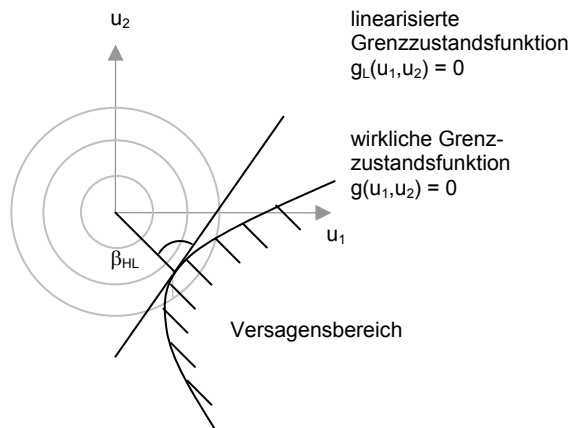


Abb. 3.11: Nichtlineare und linearisierte Grenzzustandsfunktion im Standardnormalraum

Die durch eine Taylorreihe ausgedrückte Grenzzustandsfunktion wird derart vereinfacht, indem nur das erste Reihenglied (First Order) für die weitere Berechnung verwendet wird. Zur Genauigkeitssteigerung der Zuverlässigkeitsberechnung wird die Taylorreihe dabei im iterativ bestimmten Versagenspunkt \vec{u}^* (u_1, u_2, \dots, u_n) entwickelt, d. h. es wird eine tangentielle Ebene an die exakte Versagensfunktion angelegt. Die Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeit erfolgt im oben dargestellten Standardnormalraum, in den alle Basisvariablen transformiert werden. Nach Hasofer, A. M. & Lind, N. C. 1974 ist der Zuverlässigkeitsindex β_{HL} als der kürzeste Abstand (Lot auf die Tangentialebene) von Koordinatenursprung und Versagenspunkt definiert. Ein Nachteil dieser Lösungsmethode ist, dass der Fehler um so größer wird, je größer die Versagenswahrscheinlichkeit ist bzw. je näher sich die Grenzzustandsfunktion am Koordinatenursprung im standardisierten Raum befindet. Problematisch für die Ergebnisgenauigkeit ist ferner, wenn die Verteilungsfunktionen der verwendeten Basisvariablen stark von der Normalverteilung abweichen. Dies ist gerade bei veränderlichen Einwirkungen der Fall, die i. d. R. durch Extremwertverteilungen wie z. B. der Gumbel-Verteilung approximiert werden.

3.8.2 Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (FORM)

Im Gegensatz zur Momentenmethode können durch die Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung weitere gesicherte Informationen über den Verteilungstyp der Basisvariablen genutzt werden. Diese zusätzlichen Daten beruhen nicht unbedingt auf statistischen Erkenntnissen, sondern können auch durch theoretische Überlegungen gewonnen werden.

FORM (**F**irst **O**rdner **R**eliability **M**ethod) gehört zu den sogenannten Stufe II Verfahren (s. Abb. 3.8) und stellt somit ein probabilistisches Näherungsverfahren gemäß Abschnitt 3.7.3 dar. In der praktischen Anwendung werden vereinfachte Rechenverfahren für die im Rahmen der probabilistischen Analysen zu lösenden komplexen mathematischen Problemstellungen, verwendet. Die Entwicklung der Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung ist eng mit den Namen Lind, Rackwitz und Fießler verbunden.

Der Grundgedanke dieses Verfahrens besteht darin, alle Basisvariablen X_i in standardisierte, normalverteilte Zufallsgrößen Y_i zu transformieren (s. Abschnitt 3.5.4). Der Raum der Basisvariablen X_i wird als Originalraum und der Raum der Zufallsgröße Y_i als standardisierter Raum bezeichnet. Die lineare Grenzzustandsgleichung $g(x)$ im Originalraum mit den nicht-zufälligen Konstanten c_i sowie die in den Standardnormalraum transformierte Gleichung $h(y)$ definieren sich wie folgt:

$$g(x) = c_0 + c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + \dots + c_n \cdot x_n = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i \quad (3.144)$$

$$h(y) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cdot m_{x_i} + \sum_{i=1}^n c_i \cdot \sigma_{x_i} \cdot y_i = 0 \quad (3.145)$$

Für normalverteilte Basisvariablen und bei linearen Grenzzustandsgleichungen erhält man relativ einfache Lösungen, wobei der wesentliche Teil des Sicherheitsnachweises auf die Bestimmung des kürzesten Abstands zwischen Koordinatenursprung und Grenzzustandsgleichung im standardisierten Raum zurückgeführt wird.

An diese Lösung lehnt sich die FORM als Näherungslösung für den allgemeinen, nichtlinearen und nicht normalverteilten Fall an. Hierzu ist es notwendig, dass die Basisvariablen in standardisiert normalverteilte Zufallsgrößen transformiert werden (s. Abschnitt 3.7.3).

Die Grenzzustandsfunktion wird in FORM mithilfe einer Taylorreihe im Versagenspunkt linearisiert, wobei vereinfacht nur die ersten Glieder bei der Reihenentwicklung berücksichtigt werden. Eine Überführung der Gleichung (3.145) in die Hesse'sche Normalform nach Gleichung (3.146) liefert den Zuverlässigkeitsindex β sowie die Sensitivitätsfaktoren α_i .

$$h(y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot y_i + \beta = 0 \quad (3.146)$$

$$\alpha_i = \frac{c_i \cdot \sigma_{x_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot \sigma_{x_i})^2}}; \quad \beta = \frac{c_0 \cdot \sum_{i=1}^n c_i \cdot m_{x_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot \sigma_{x_i})^2}} \quad (3.147)$$

Durch Rücktransformation der Basisvariablen lassen sich die realen Bemessungswerte in Anlehnung an Abschnitt 3.7.3 bestimmen.

Zur Zuverlässigkeitsbestimmung von Tragwerken mit FORM wurde der Algorithmus nach *Rackwitz, R. & Fiessler, B. 1978* entwickelt. Mithilfe dieses Prozesses werden nicht normalverteilte Basisvariablen unter Verwendung einer einfachen statistischen Näherung in normalverteilte Zufallsvariablen transformiert, sodass beide Verteilungen in der Umgebung des Bemessungspunktes relativ gut übereinstimmen. In Fachkreisen ist das beschriebene Verfahren auch als „Normal-Tail-Approximation“ bekannt. Das Ablaufschema für den Rackwitz-Fiessler Algorithmus sowie Beispiele hierzu sind in *Spaethe, G. 1992* sowie in *Glowienka, S. 2007* in ausführlicher Form dargestellt. Die FORM-Methode wird später in Abschnitt 3.11.3 zur Erläuterung des Bemessungspunkt-Verfahrens verwendet. Weiter erfolgen die Parameterstudien zur Ausweisung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte am Ende dieser Arbeit auf Grundlage dieser Theorie.

3.8.3 Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung (SORM)

Liegt ein stark nichtlineares strukturelles Verhalten vor, stellt die Linearisierung der Grenzzustandsfunktion nach Zuverlässigkeitstheorie I. Ordnung (FORM) nur eine grobe Näherung dar, sodass die Vorteile einer genauen Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften der Basisvariablen wieder verloren gehen. Ein verfeinertes Verfahren ist durch die Berücksichtigung der Glieder höherer Ordnung bei der Entwicklung der Grenzzustandsfunktion in eine Taylor-Reihe gegeben. In der Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung (kurz: SORM = **S**econd **O**rdern **R**eliability **M**ethod) wird die Krümmung der Grenzzustandsfunktion durch die quadratischen Glieder der Grenzzustandsfunktion berücksichtigt, was wiederum mit einem höheren Rechenaufwand verknüpft ist. Gemäß *Spaethe, G. 1992* kann die Grenzzustandsfunktion nach SORM im standardisierten Raum formuliert werden zu:

$$h(\vec{y}) = h(\vec{y}^*) + (\vec{y} - \vec{y}^*)^T \cdot \nabla h(\vec{y}^*) + \frac{1}{2} \cdot (\vec{y} - \vec{y}^*)^T \cdot B_y \cdot (\vec{y} - \vec{y}^*) = 0 \quad (3.148)$$

$$\text{mit} \quad h(\vec{y}) = h(F_{x_1}^{-1}(\Phi(y_1)), \dots, F_{x_m}^{-1}(\Phi(y_m))) \quad (3.149)$$

Darin ist B_y die Matrix der zweiten und gemischten Ableitungen von $h(\vec{y})$ im standardisierten Raum an der Stelle des Bemessungspunktes. Ausführlich wird die Vorgehensweise der Näherungsmethode in *Spaethe, G. 1992* und *Glowienka, S. 2007* beschrieben. Das Ergebnis der Zuverlässigkeitstheorie II. Ordnung liegt sehr nahe an der exakten Lösung. Bei stark gekrümmten Grenzzustandsgleichungen wird mit der SORM eine wesentliche Verbesserung des Ergebnisses gegenüber der FORM-Lösung erzielt.

3.9 Probabilistisch exakte Verfahren

3.9.1 Analytische Lösung

Können sämtliche Entwurfsvariablen einer Konstruktion mithilfe ihrer Verteilungsfunktionen formuliert werden, so kann die Versagenswahrscheinlichkeit durch Lösung des Faltungsintegrals gemäß Gleichung (3.120) berechnet werden. Die mathematisch exakte Lösung erfolgt dann analytisch.

Bei vollständiger Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X kann jedem Punkt x des n -dimensionalen Raumes der Basisvariablen eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte zugeordnet werden. Treten zwei Basisvariablen X_1 und X_2 auf, beschreibt die gemeinsame Verteilungsfunktion $f_{X_1 X_2}(x_1, x_2)$ nach Gleichung (3.27) diese Zuordnung. Die isometrische Darstellung für $X_1 = E$ und $X_2 = R$ kann Abb. 3.1 entnommen werden. Die Versagenswahrscheinlichkeit $P_F = P(g(x) < 0)$ entspricht dem n -dimensionalen Integral der gemeinsamen Verteilungsdichte $f_{X_1 X_2}(x_1, x_2)$ über dem Versagensbereich.

Im Sonderfall normalverteilter Basisvariablen X_i und einer linearen Grenzzustandsfunktion $g(x)$ lässt sich die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit in geschlossener Form durchführen (s. Abschnitt 3.8.2). Daher werden in Näherungsverfahren nicht-normalverteilte Basisvariablen und nichtlineare Grenzzustandsgleichungen geeignet approximiert, um mit vertretbarem Aufwand zu annehmbaren Ergebnissen für die Versagenswahrscheinlichkeit zu gelangen.

3.9.2 Numerische Integration

Mit Ausnahme der in Abschnitt 3.9.1 beschriebenen Sonderfälle kann die Integration der Gleichung (3.120) nur numerisch erfolgen. Der Rechenaufwand steigt mit wachsender Anzahl an Basisvariablen stark an, sodass diese Methode nur in Fällen mit wenigen Basisvariablen effizient ist (≤ 5 Basisvariablen). Die einfachste Form von numerischen Integrationsverfahren (auch Quadraturregeln genannt) sind u. a. die Trapez- und die Simpson-Regel. Im Rahmen der Zuverlässigkeitstheorie kommen jedoch leistungsfähigere Verfahren wie die adaptive Simpson-Regel oder die Gauß-Hermite Quadraturformel zum Einsatz (siehe *Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A. 1989*). Zusammenfassend lässt sich allerdings feststellen, dass sich numerische Integrationsverfahren nur beschränkt zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit eignen.

3.9.3 Monte-Carlo-Methode

Eine weitere Klasse der numerischen Lösungsverfahren bildet die sogenannte stochastische Simulation, die als „Monte Carlo Methode“ (MCM) oder auch Methode der statistischen Versuche bezeichnet wird. Sie löst wahrscheinlichkeitstheoretische Probleme mit statistischen Mitteln. Die Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Anzahl der simulierten Versagensereignisse x geteilt durch die Gesamtanzahl der Simulationen N :

$$P_F = \frac{x}{N} \quad (3.150)$$

Betrachtet man nun den Variationskoeffizienten für kleine Werte der zu schätzenden Wahrscheinlichkeit P_F , so folgt nach Rackwitz, R. 2004:

$$V(P_F) = \frac{\sqrt{N \cdot P_F \cdot (1 - P_F)}}{N \cdot P_F} \approx \frac{1}{\sqrt{N \cdot P_F}} \quad (3.151)$$

Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (3.150) ist bei der Monte-Carlo Methode relativ einfach. Aus der Gleichung (3.151) wird allerdings ersichtlich, dass eine sehr große Anzahl N ($N \gg 1/P_F$) von Simulationen notwendig ist, um einen vertrauenswürdigen Schätzwert mit kleinem Variationskoeffizienten und damit ein angemessenes Konfidenzintervall berechnen zu können. Bei einer üblichen Versagenswahrscheinlichkeit im Bauwesen von 10^{-6} , die mit einem statistischen Fehler von 10 % abgeschätzt werden kann, sind für diese Methode demnach 10^8 Realisationen erforderlich. Somit erfordert ein akzeptables Konfidenzintervall eine große Anzahl von Simulationen, was enorme Rechnerkapazitäten in Anspruch nimmt. Eine Einschränkung dieser Kapazitäten kann mit weiterentwickelten Verfahren wie z. B. Importance Sampling (gewichtete Simulation), Adaptive Monte Carlo oder Spherical Sampling erzielt werden. Die genannten Methoden sind in Rackwitz, R. 2004, Melchers, R. E. 1999 und Six, M. 2001 dargestellt.

3.10 Zielwert der Zuverlässigkeit

3.10.1 Zuverlässigkeitsindex β

In den aktuellen Regelwerken, die nur teilweise probabilistisch begründet sind, wird ein einheitliches Zuverlässigkeitsniveau angestrebt. In diesem Kontext ist auf den operativen Charakter der mithilfe der Zuverlässigkeitstheorie berechenbaren Versagenswahrscheinlichkeiten hinzuweisen.

Der Parameter β ist eine zentrale Größe in der Zuverlässigkeitstheorie und wird in der Literatur häufig auch als Sicherheitsindex bezeichnet.

Der Zuverlässigkeitsindex β beschreibt die Überlebenswahrscheinlichkeit $P_S = 1 - P_F$. Da der Bauwerkswiderstand R sowie die Beanspruchung E , die dem Bauwerkswiderstand gegenübergestellt wird, Zufallsvariablen sind, wird die Grenzzustandsfunktion $g(R, E)$ nach Gleichung (3.117) auch als Zufallsgröße angesehen. Ist $g(R, E) > 0$, so kann Überleben der Tragkonstruktion unterstellt werden.

Wenn die Grenzzustandsfunktion als normalverteilt angenommen wird, so darf die Versagenswahrscheinlichkeit P_F durch den negativen Zuverlässigkeitsindex $-\beta$ beschrieben werden:

$$P_F = P(g(R, E) \leq 0) = \Phi(-\beta) \quad \text{bzw.} \quad \beta = -\Phi^{-1}(P_F) = \Phi^{-1}(1 - P_F) \quad (3.152)$$

Aus der Gleichung (3.152) wird der Zuverlässigkeitsindex β für unterschiedliche Versagenswahrscheinlichkeiten in Tab. 3.2 angegeben.

Tab. 3.2: Beziehung zwischen dem Zuverlässigkeitsindex β und der Versagenswahrscheinlichkeit P_F bei normalverteilter Grenzzustandsfunktion

P_F	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
β	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20

Für den Fall, dass die Grenzzustandsfunktion nicht normalverteilt ist, darf die Gleichung (3.152) als Näherung für die Abhängigkeit von Versagenswahrscheinlichkeit P_F und Sicherheitsindex β verstanden werden. Da Einwirkungen i. d. R. zeitabhängig sind, ist es sinnvoll den Sicherheitsindex β auf den gleichen Bezugszeitraum T zu beziehen. Daher wird für den Sicherheitsindex β oft auch die Bezeichnung β_T verwendet.

3.10.2 Ansätze zur Optimierung baulicher Anlagen

Zweck jeder Ingenieurertätigkeit ist, den Nutzen, der aus Entwurf, Errichtung und Unterhaltung des Tragwerks für die vorgesehene Nutzung entstehen kann, zu maximieren. Diese Problemstellung stellt somit eine Optimierungsaufgabe dar. In diesem Abschnitt wird nur ein kurzer Einblick in diese komplexe Thematik gegeben. Ausführlich wird dieses Thema vor allem in *Rosenblueth, E. & Mendoza, E. 1971* und *JCSS 2001* sowie *Rackwitz, R. 2000, Rackwitz, R. 2001* bzw. *Rackwitz, R. 2002* behandelt. Da eine 100 %-ige Sicherheit einer baulichen Anlage nicht sichergestellt werden kann, wird die Frage nach dem akzeptablen Risiko eines Gebäudeeinsturzes aufgeworfen. Der Zielwert der Zuverlässigkeit bzw. die zulässige Versagenswahrscheinlichkeit wird als Optimum zwischen Risiko und Kosten für ein Bauwerk verstanden. Der ökonomische Nutzen stellt eine skalare Größe dar, die monetär bewertet werden muss, indem soziale und gesellschaftliche Aspekte in Geldeinheiten ausgedrückt werden. Gemäß *Rosenblueth, E. & Mendoza, E. 1971* ist folgende Zielfunktion zur Optimierung von baulichen Anlagen auf ökonomischer Basis geeignet:

$$Z(\vec{p}) = B(\vec{p}) - C(\vec{p}) - D(\vec{p}) \tag{3.153}$$

In Gleichung (3.153) bezeichnet p den Vektor der Bemessungsparameter und $B(p)$ stellt den Erwartungswert des Nutzens der baulichen Anlage dar. Um diesen auf eine Zeiteinheit zu beziehen, wird die Variable b eingeführt. Der Erwartungswert der Errichtungskosten $C(p)$ folgt aus Gleichung (3.154).

$$C(\vec{p}) = C_0 + \sum c_i \cdot p_i \text{ wobei i. d. R. gilt: } C_0 \gg \sum c_i \cdot p_i \tag{3.154}$$

Der Erwartungswert des Risikos $D(p)$ einer baulichen Anlage wird aus dem Produkt der direkten Versagenskosten – inkl. Abbruch und Abräumkosten $H(p)$ – und der Versagenswahrscheinlichkeit P_F gebildet.

Im Sinne der statischen Entscheidungstheorie sind jeweils die Erwartungswerte der Komponenten zu verwenden. Desweiteren kann in den meisten Anwendungsfällen $B(p) = B$ gesetzt werden, da der Nutzen i. d. R. von den Bemessungsparametern unabhängig ist (*Rackwitz, R. 2004*). Aus wirtschaftlichen Überlegungen ist nur eine

positive Zielfunktion für alle Beteiligten sinnvoll. Unter Annahme, dass C und D mindestens einmal nach p differenzierbar sind und C mit jeder Komponente von p wächst, während D abfällt, hat die Zielfunktion ein Optimum (siehe Abb. 3.12).

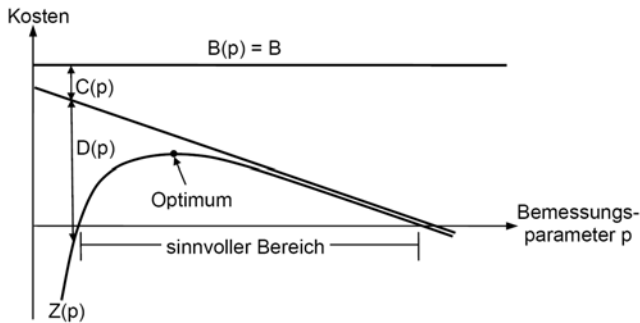


Abb. 3.12: Grafische Darstellung der Zielfunktion in Abhängigkeit der erwarteten Kostenanteile nach Rackwitz, R. 2004

Da die Entscheidung über Bauvorhaben jedoch bereits zum Zeitpunkt $t = 0$ getroffen wird, müssen alle eingehenden Parameter verzinst werden. Zu diesem Zweck kann näherungsweise eine kontinuierliche Verzinsung angenommen werden:

$$\delta(t) = \exp(-r \cdot t) \quad (3.155)$$

Die Variable r bezeichnet den Realzinssatz und t die betrachtete Zeitspanne. Für den Zinssatz r sollte ein Mittelwert über einen angemessenen großen Zeitraum angenommen werden, um den Einfluss zeitlicher Unterschiede des Zinssatzes realistisch zu erfassen bzw. zu minimieren. Somit ergibt sich für den Nutzen im Zeitraum T nach JCSS 2001:

$$B^*(p) = \int_0^T b(t) \cdot \delta(t) = \frac{b}{r} \cdot (1 - \exp(-r \cdot t)) \quad (3.156)$$

Der Erwartungswert der Schadenskosten zum Zeitpunkt $t = 0$ folgt mit JCSS 2001 zu:

$$D(p) = D \cdot \delta(t) = D_0 \cdot \exp(-r \cdot t) \quad (3.157)$$

Nach JCSS 2000 errechnet sich r bei einem jährlichen Zinssatz r' zu:

$$r = \ln(1 + r') \quad (3.158)$$

Liegt zeitinvariantes Tragwerksversagen bzw. Versagen direkt nach der Fertigstellung bzw. während der Erstellung vor, so ergibt sich schließlich Gleichung (3.153) gemäß JCSS 2001 zu:

$$Z(p) = B^*(p) - C(p) - (B^*(p) + H(p)) \cdot P_F(p) \quad (3.159)$$

Wird das Tragwerk nach dem Versagen sofort wieder aufgebaut, so kann nach JCSS 2001 folgende Zielfunktion angesetzt werden:

$$Z(p) = B^*(p) - C(p) - (C(p) + H(p)) \cdot \frac{P_F(p)}{1 - P_F(p)} \quad (3.160)$$

Dabei wird unterstellt, dass der Entwurf im Hinblick auf die Zuverlässigkeit bereits optimal war und somit keine Änderungen bezüglich der Parameter vorgenommen werden müssen. Diese Annahme ist rein theoretisch, da das Bauwerk nach einem Einsturz sicherlich modifiziert werden würde.

Zur Berücksichtigung des zeitabhängigen Versagens werden in der Tragwerkszuverlässigkeit zeitabhängige Belastungsereignisse häufig durch einen Poisson-Prozess (s. auch Abschnitt 5.2.3) modelliert. Unter der Annahme, dass ein Tragwerksversagen nur unter einem extremen Lastereignis auftritt, folgt die Versagenswahrscheinlichkeit ebenfalls einem Poisson-Prozess. Aufgrund des funktionalen Zusammenhangs wird der Parameter $\lambda(p)$ auch als Versagensrate bezeichnet. Für einen großen Zeitraum $T \rightarrow \infty$ ergibt sich gemäß *JCSS 2001* die Zielfunktion unter der Annahme, dass das Tragwerk nach dem Einsturz aufgegeben wird zu:

$$Z(p) = \frac{b}{r} - C(p) - \left(\frac{b}{r} + H(p) \right) \cdot \frac{\lambda(p)}{r + \lambda(p)} \quad (3.161)$$

Für den Fall, dass das Gebäude nach dem Einsturz wieder aufgebaut wird, lautet die Zielfunktion unter der Annahme einer im Vergleich zur Bauzeit vernachlässigbaren Nutzungsdauer:

$$Z(p) = \frac{b}{r} - C(p) - (C(p) + H(p)) \cdot \frac{\lambda(p)}{r} \quad (3.162)$$

Da die direkten Schadenskosten i. d. R. unabhängig von den Bemessungsparametern sind, kann meist $H(p) = H$ gesetzt werden. Die Schadenskosten werden vor allem durch die Bewertung von menschlichen Opfern beeinflusst, die hierfür in ein Geldäquivalent pro Opfer umgerechnet werden müssen. Es handelt sich dabei nicht um die Kosten für ein Menschenleben, sondern vielmehr um den gesellschaftlich akzeptablen finanziellen Aufwand, um ein Menschenleben zu retten. Zur Bestimmung der Lebensrettungskosten gibt es verschiedene Ansätze. Der sogenannte Life Quality Index L (LQI) wird dafür häufig verwendet (*Rackwitz, R. 2001*). Eine ausführliche Darstellung dieses Verfahrens geben *Rackwitz, R. & Streicher, H. 2002*. Aus dem LQI ergibt sich das sogenannte *ICAF* (Implied Cost of Averting a Fatality) (s. z. B. *Faber, M. H. 2005*). Dieser Wert ist u. a. vom Bruttosozialprodukt und der Lebenserwartung abhängig. Für ein Bauvorhaben in Mitteleuropa ergibt sich für das *ICAF* ungefähr ein Wert von 2.000.000 EUR pro gerettetem Menschenleben. Für die Anwendung auf bauliche Anlagen muss noch die Anzahl der zu erwartenden Opfer N_F hinzugefügt werden.

$$H_F = k \cdot N_F \cdot ICAF \quad (3.163)$$

Mit H_F werden die unverzinsten Lebensrettungskosten bezeichnet. Der Faktor k (mit $0,01 \leq k \leq 1,0$) erfasst die Wahrscheinlichkeit, bei einem Einsturz ein Menschenleben zu verlieren. In diesem Zusammenhang ist auch die zu erwartende Versagensart

(duktil oder spröde) von Bedeutung. Für massive Konstruktionen empfiehlt Rackwitz, R. 2004 einen Wert $k = 0,5$.

3.10.3 Festlegung des erforderlichen Sicherheitsniveaus

In der *Grusibau 1981* wurde zum ersten Mal in der Normengeschichte der Bundesrepublik Deutschland ein baustoff- und bauartübergreifendes Sicherheitskonzept in Anlehnung an europäische Entwicklungen formuliert. Hierin wird im Hinblick auf die möglichen Versagensfolgen baulicher Anlagen für Mensch und Umwelt eine Differenzierung in Form von Sicherheitsklassen vorgenommen.

Tab. 3.3: Sicherheitsklassen nach *Grusibau 1981*

Klasse	Mögliche Folgen von Gefährdungen, die	
	vorwiegend die Tragfähigkeit betreffen	vorwiegend die Gebrauchstauglichkeit betreffen ¹⁾
1	Keine Gefahr für Menschenleben und geringe wirtschaftliche Folgen	Geringe wirtschaftliche Folgen, geringe Beeinträchtigung der Nutzung
2	Gefahr für Menschenleben und / oder beachtliche wirtschaftliche Folgen	Beachtliche wirtschaftliche Folgen, beachtliche Beeinträchtigung der Nutzung
3	Große Bedeutung der baulichen Anlage für die Öffentlichkeit	Große wirtschaftliche Folgen, große Beeinträchtigung der Nutzung
1) besteht bei Verlust der Gebrauchstauglichkeit Gefahr für Leib und Leben (z. B. Undichtigkeit von Behältern und Leitungen mit gefährlichen Stoffen) so wird dieser wie ein Verlust der Tragfähigkeit betrachtet		

Diesen Sicherheitsklassen wurde der Sicherheitsindex β für einen Bezugszeitraum von einem Jahr zugewiesen. Nach *Grusibau 1981* sind die meisten Bauwerke in die Sicherheitsklasse 2 einzuordnen. Bei den in Tab. 3.4 angegebenen Zuverlässigkeitsindizes handelt es sich um Zielwerte, die bis zu $\Delta\beta_1 = 0,5$ (für den Bezugszeitraum von einem Jahr) unterschritten werden dürfen.

Tab. 3.4: Sicherheitsindex β nach *Grusibau 1981* für den Bezugszeitraum von einem Jahr

Grenzzustand	Sicherheitsklassen		
	1	2	3
Grenzzustand der Gebrauchsfähigkeit (auch Rissbildung und Schwingungsempfindlichkeit) ¹⁾	2,5	3,0	3,5
Grenzzustand der Tragfähigkeit (Kollaps, Bruch, Gleiten, Instabilität)	4,2	4,7	5,2
1) Hierbei wird angenommen, dass Kriterien für die Gebrauchsfähigkeit nicht schon einen Sicherheitsabstand enthalten.			

Eine ähnliche Definition der Sicherheits- bzw. Schadensfolgeklassen findet sich in der europäischen Normung wieder, um ideelle und materielle Wertverluste zu beziffern. Die Klassifizierung nach *DIN EN 1990 2002* kann den Tab. 3.5 und Tab. 3.6 entnommen werden. Diese stimmt sehr gut mit den Festlegungen nach *Grusibau 1981* überein.

Tab. 3.5: Schadensfolgeklassen CC (Consequences Classes) nach *DIN EN 1990 2002*

Schadensfolgeklasse	Merkmale	Beispiele
CC 3	Hohe Gefahr für den Verlust von Menschenleben oder sehr große wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Tribünen öffentlicher Gebäude mit hohen Versagensfolgen (z. B. Konzerthallen)
CC 2	Mittlere Gefahr für den Verlust von Menschenleben, beträchtliche wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Wohn- und Bürogebäude, öffentliche Gebäude mit mittleren Versagensfolgen (z. B. Bürogebäude)
CC 1	Niedrige Folgen für Menschenleben und kleine oder vernachlässigbare wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Landwirtschaftliche Gebäude ohne regelmäßigen Personenverkehr (z. B. Scheunen, Gewächshäuser)

Den Schadensfolgeklassen nach Tab. 3.5 können die sogenannten Zuverlässigkeitsklassen nach Tab. 3.6 zugeordnet werden, was eine Verknüpfung der gesellschaftlich tolerierten Versagenswahrscheinlichkeit zur Folge hat. Der Standardfall stellt die Schadensfolgeklasse CC 2 für herkömmliche Bauwerke mit einer geplanten Nutzungsdauer von 50 Jahren dar.

Tab. 3.6: Zuverlässigkeitsklassen RC (Reliability Class) nach *DIN EN 1990 2002*

Zuverlässigkeitsklasse	Zuverlässigkeitsindex β (50 Jahre)	Versagenswahrscheinlichkeit P_F
RC 3	4,3	$8,5 \cdot 10^{-6}$
RC 2	3,8	$7,2 \cdot 10^{-5}$
RC 1	3,3	$4,8 \cdot 10^{-4}$

Angemerkt sei, dass die Sicherheitsklassen 1 - 3 nach *Grusibau 1981* gleichbedeutend den Zuverlässigkeitsklassen RC nach *DIN EN 1990 2002* sind. Die Klassifizierung bezieht sich auf die Zuverlässigkeit, für die ein Tragwerk ausgelegt werden soll. Zur Sicherstellung der angestrebten Versagenswahrscheinlichkeit wurden in *DIN EN 1990 2002* Überwachungsmaßnahmen installiert, um durch Kontrolle evtl. Fehlerquellen der zu berücksichtigenden Zufallsvariablen zu reduzieren (*Hansen, M. 2004*). Die Überwachungsstufen DSL 1 bis DSL 3 in Tab. 3.7 sind mit den Zuverlässigkeitsklassen RC 1 bis RC 3 von Tab. 3.6 verknüpft und definieren die Mindestanforderungen der Kontrolle der Planungsgrundlagen.

In einigen europäischen Ländern, wie beispielsweise Frankreich, werden bei permanenter Überwachung höhere Ausnutzungsgrade der Baustoffe und geringere Vorhaltemaße erlaubt. Dies entspricht allerdings nicht der deutschen Sicherheitsphilosophie mit einer Ausnahme, dass bei Fertigteilwerken mit ständig überwachter Herstellung der Teilsicherheitsbeiwert für Beton von $\gamma_c = 1,50$ auf 1,35 abgesenkt werden darf. Neben einer Planungsüberwachung wird auch durch die Einführung der Überwachungsstufen für die Ausführung eine Qualitätssicherung gemäß Tab. 3.8 angestrebt.

Tab. 3.7: Überwachungsmaßnahmen bei der Planung nach *DIN EN 1990 2002*

Überwachungsmaßnahmen bei der Planung	Merkmale	Mindestanforderungen an die Prüfung statischer Berechnungen, von Zeichnungen und Anweisungen
DSL 3 in Verbindung mit RC 3	Verstärkte Überwachung	Prüfung durch unabhängige Drittstelle: Prüfung durch eine von der Planungsstelle organisatorisch unabhängige Prüfstelle (Fremdüberwachung)
DSL 2 in Verbindung mit RC 2	Normale Überwachung	Prüfung durch eine von der Planungsstelle organisatorisch unabhängige Prüfstelle in der eigenen Organisation (Eigenüberwachung durch eigene Prüfstelle)
DSL 1 in Verbindung mit RC 1	Normale Überwachung	Eigenüberwachung: Prüfung durch die Planungsstelle selbst

Die normative Festlegung qualitätssichernder Maßnahmen im Stahlbetonbau ist u. a. in *DIN 1045-3 2008* festgelegt.

Tab. 3.8: Überwachungsstufen für die Herstellung nach *DIN EN 1990 2002*

Überwachungsmaßnahmen bei der Herstellung	Merkmale	Anforderungen
IL 3 in Verbindung mit RC 3	Verstärkte Überwachung	Prüfung durch unabhängige Drittstelle: (Fremdüberwachung)
IL 2 in Verbindung mit RC 2	Normale Überwachung	Überwachung durch Überwachungsstelle der eigenen Organisation
IL 1 in Verbindung mit RC 1	Normale Überwachung	Eigenüberwachung

3.10.4 Zielwerte des Zuverlässigkeitsindex´

Die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit bzw. des Zuverlässigkeitsindex´ β kann sehr empfindlich auf Veränderungen im stochastischen Modell reagieren, insbesondere dann, wenn sehr kleine Versagenswahrscheinlichkeiten auftreten. Der β -Wert als baupraktisches, aber statistisch und wahrscheinlichkeitstheoretisch begründetes Maß ist als bedingte Wahrscheinlichkeit formuliert und von verschiedenen Faktoren wie z. B. dem Verteilungstyp der Basisvariablen oder der Zeit abhängig. Infolge zeitabhängiger Einwirkungen und Materialeigenschaften ist auch die Versagenswahrscheinlichkeit zeitabhängig. Somit ist es unerlässlich, einen Bezugszeitraum festzulegen, wenn die Versagenswahrscheinlichkeit als Sicherheitsmaß herangezogen werden soll.

Als Bezugszeitraum wird in der Regel die vorgesehene Nutzungs- oder die anvisierte Lebensdauer des Tragwerkes gewählt. In *DIN EN 1990 2002* werden in Tab. 3.9 einige Nutzungszeiträume für Tragwerke angegeben. Gemäß *DIN 1055-100 2001*

beschreibt die Nutzungsdauer den Zeitraum, in dem ein Bauwerk bei Instandhaltung aber ohne nennenswerte Instandsetzung genutzt werden kann.

Tab. 3.9: Klassifizierung der Nutzungsdauer nach *DIN EN 1990 2002*

Klasse der Nutzungsdauer	Planungsgröße der Nutzungsdauer in [Jahren]	Beispiele
1	10	Tragwerke mit befristeter Standzeit
2	10 - 25	Austauschbare Tragwerksteile (z. B. Lager)
3	15 - 30	Landwirtschaftlich genutzte u. ähnliche Tragwerke
4	50	Gebäude oder andere gewöhnliche Tragwerke
5	100	Monumentale Gebäude, Brücken, etc.

Im Probabilistic Model Code (*JCSS 2000*) wird bei der Festlegung der erforderlichen Tragwerkszuverlässigkeit neben den Folgen des Tragwerksversagens auch hinsichtlich der relativen Kosten der Sicherheit unterschieden. Der Zielwert der zulässigen Versagenswahrscheinlichkeit steigt an, wenn die Konsequenzen eines Versagens groß und die relativen Kosten für eine Steigerung der Tragwerkszuverlässigkeit klein sind. Die in Tab. 3.10 aufgelisteten Zielwerte gelten bei Verwendung von gängigen stochastischen Modellen für Einwirkungen und Widerstand und berücksichtigen nicht das Versagen infolge menschlichen Fehlverhaltens. Die tabellierten Zielwerte können sowohl auf Systemebene als auch auf Bauteilebene angewendet werden, wobei der Unterschied darin besteht, dass die Kosten zur Steigerung der Zuverlässigkeit eines einzelnen Bauteils wesentlich kleiner sind als diejenigen für ein gesamtes Gebäude (*Vrouwenfelder, T. 2002*). Somit ist der zulässige Grenzwert der Versagenswahrscheinlichkeit für ein System i. d. R. kleiner als für ein Einzelbauteil, wenn Versagenskosten der gleichen Größenordnung unterstellt werden. Die Bewertung der Folgen im Versagensfall erfolgt in Tab. 3.10 und Tab. 3.11 anhand des Verhältniswertes ρ von Gesamtkosten (Baukosten und direkte Kosten infolge des Versagens) und Baukosten. Ebenso ist im *JCSS 2000* eine Beschreibung der Schadensfolgeklassen zu finden, die große Ähnlichkeiten zu denen in *DIN 1055-100 2001* und *DIN EN 1990 2002* aufweisen. Für extreme Schadensfolgeklassen, d. h. ρ ist größer als 10, findet sich im *JCSS 2000* keinerlei Angabe zur Zielzuverlässigkeit. Vielmehr wird dort empfohlen, eine ökonomisch optimale Versagenswahrscheinlichkeit zu wählen, was jedoch auch zum Ergebnis führen kann, dass es sinnvoll ist, die geplante Baumaßnahme unter den gegebenen Randbedingungen nicht durchzuführen.

Im Vergleich zu dem im *JCSS 2000* empfohlenen Zielwert von $\beta = 4,2$ (bezogen auf ein Jahr) wird in *DIN 1055-100 2001* und in *DIN EN 1990 2002* ein konservativerer Zielzuverlässigkeitsindex von $\beta = 4,7$ gewählt. Weiter fehlt in *DIN 1055-100 2001* die Möglichkeit, für Gebäude niedrigerer Priorität die Sicherheitsbeiwerte abzusenken bzw. im Umkehrschluss bei Bauwerken mit sehr großer Wichtigkeit eine größere Zielzuverlässigkeit zu fordern wie es nach Tab. 3.10 vorgeschlagen wird.

Weiter bleibt dem Ingenieur freigestellt, welchen Bezugszeitraum er für seine probabilistischen Untersuchungen zugrunde legt. Jedoch ist darauf zu achten, dass dann die Einwirkung und der Widerstand auch für diesen Zeitraum zu definieren sind.

Tab. 3.10: Zielwerte für den Zuverlässigkeitsindex und die Versagenswahrscheinlichkeit nach JCSS 2000 für den Bezugszeitraum von einem Jahr

Relative Kosten für eine Steigerung der Tragwerkszuverlässigkeit	Versagenskonsequenzen		
	Gering ¹⁾	Mittel ²⁾	Groß ³⁾
Groß (A)	$\beta = 3,1 (P_F \approx 10^{-3})$	$\beta = 3,3 (P_F \approx 5 \cdot 10^{-4})$	$\beta = 3,7 (P_F \approx 10^{-4})$
Mittel (B)	$\beta = 3,7 (P_F \approx 10^{-4})$	$\beta = 4,2 (P_F \approx 10^{-5})$ ⁴⁾	$\beta = 4,4 (P_F \approx 5 \cdot 10^{-6})$
Klein (C)	$\beta = 4,2 (P_F \approx 10^{-5})$	$\beta = 4,4 (P_F \approx 5 \cdot 10^{-5})$	$\beta = 4,7 (P_F \approx 10^{-6})$

1) $\rho = \text{Gesamtkosten} / \text{Baukosten} = (\text{Baukosten} + \text{direkte Kosten des Versagens}) / \text{Baukosten} < 2$
 2) $2 \leq \rho < 5$
 3) $5 \leq \rho < 10$
 4) Dieser Wert wird als Richtwert für Standardfälle empfohlen.

Gemäß *DIN 1055-100 2001* kann eine Umrechnung des Zuverlässigkeitsindex' für unterschiedliche Bezugszeiträume näherungsweise unter Verwendung der Standardnormalverteilung Φ mithilfe der nachfolgenden Gleichung erfolgen:

$$\Phi(\beta_n) \approx [\Phi(\beta_1)]^n \tag{3.164}$$

In Gleichung (3.164) bedeutet

β_n der Zuverlässigkeitsindex für den Bezugszeitraum von n Jahren

β_1 der Zuverlässigkeitsindex für den Bezugszeitraum von einem Jahr.

Bezieht man nun die Werte in Tab. 3.10 nach *JCSS 2000* auf einen Bezugszeitraum von $n = 50$ Jahren, so ergeben sich die Zielwerte nach Tab. 3.11. Anzumerken ist weiter, dass nach *JCSS 2001* bei der Bewertung der Versagenskonsequenzen die Versagensform (spröde oder duktil) genauso berücksichtigt werden sollte wie eine Differenzierung hinsichtlich der Bedeutung eines Bauteils im Gesamttragwerk. Ebenso sollte die Redundanz eines Tragwerks (statisch bestimmt – statisch unbestimmt) konsequenterweise bei Überlegungen hinsichtlich der Zielzuverlässigkeit mit einfließen. Bei der Kostenbeurteilung zur Steigerung der Sicherheit müssen gemäß *JCSS 2001* die Variationskoeffizienten der Basisvariablen – insbesondere der Einwirkungen – beachtet werden. Bei mittleren Variationskoeffizienten von $0,1 < v_x < 0,3$ empfiehlt *JCSS 2001* die Klasse (B), während hingegen z. B. bei Erdbebenbeanspruchung die Klasse (A) gewählt werden sollte, da die Kosten zur Steigerung der Tragfähigkeit unverhältnismäßig groß sind.

Der Sicherheitsindex β stellt nicht unbedingt ein Indiz für die wirkliche Versagenshäufigkeit dar. Die tatsächliche Versagenswahrscheinlichkeit steht im Wesentlichen mit dem menschlichen Versagen im Zusammenhang, das bei der Bestimmung der Teilsicherheitsbeiwerte unberücksichtigt bleibt.

Die Zielwerte des Zuverlässigkeitsindex' nach *DIN 1055-100 2001* werden in Tab. 3.12 zusammengefasst. Die Definition eines Zielwertes lässt auch hier darauf schließen, dass Abweichungen vom Zielwert in einem begrenzten Rahmen zulässig sind, was allerdings in *DIN 1055-100 2001* nicht explizit erwähnt wird, jedoch aus dem dort festgeschriebenen Verfahren zur Kalibrierung der Bemessungswerte (Abschnitt 3.11.3) klar hervorgeht.

Tab. 3.11: Zielwerte für den Zuverlässigkeitsindex und die Versagenswahrscheinlichkeit nach JCSS 2000 für den Bezugszeitraum von 50 Jahren

Relative Kosten für eine Steigerung der Tragwerkszuverlässigkeit	Versagenskonsequenzen		
	Gering ¹⁾	Mittel ²⁾	Groß ³⁾
Groß (A)	$\beta = 1,7 (P_f \approx 5 \cdot 10^{-2})$	$\beta = 2,0 (P_f \approx 3 \cdot 10^{-2})$	$\beta = 2,6 (P_f \approx 5 \cdot 10^{-3})$
Mittel (B)	$\beta = 2,6 (P_f \approx 5 \cdot 10^{-3})$	$\beta = 3,2 (P_f \approx 7 \cdot 10^{-4})$ ⁴⁾	$\beta = 3,5 (P_f \approx 3 \cdot 10^{-4})$
Klein (C)	$\beta = 3,2 (P_f \approx 7 \cdot 10^{-4})$	$\beta = 3,5 (P_f \approx 3 \cdot 10^{-4})$	$\beta = 3,8 (P_f \approx 7 \cdot 10^{-5})$

1) $\rho = \text{Gesamtkosten/Baukosten} = (\text{Baukosten} + \text{direkte Kosten des Versagens})/\text{Baukosten} < 2$
 2) $2 \leq \rho < 5$
 3) $5 \leq \rho < 10$
 4) Dieser Wert wird als Richtwert für Standardfälle empfohlen

Tab. 3.12: Zielwert des Zuverlässigkeitsindex' β für Bauteile nach DIN 1055-100 2001 Anhang B für unterschiedliche Bezugszeiträume

Grenzzustand	Zielwert des Zuverlässigkeitsindex'	
	1 Jahr	50 Jahre
Tragfähigkeit	4,7	3,8
Ermüdung	-	1,5 bis 3,8 ¹⁾
Gebrauchstauglichkeit	3,0	1,5

1) abhängig von der Prüfbarkeit, Instandsetzbarkeit und Schadenstoleranz

Nach DIN 1055-100 2001 sind die Bemessungswerte von Widerstand und Einwirkung derart festzulegen, dass sie den Werten der Basisvariablen im Bemessungspunkt x^* entsprechen. Der Bemessungspunkt darf mit der Zuverlässigkeitstheorie 1. Ordnung ermittelt werden, d. h. die Grenzzustandsfunktion darf im Bemessungspunkt durch eine Geradengleichung approximiert werden (vgl. Abschnitt 3.8.2). Das Verhältnis des Bemessungswertes zum Mittelwert ist von dem erforderlichen Sicherheitsindex β , der Sensitivität α , der Standardabweichung σ und der Verteilungsfunktion der jeweiligen Zufallsvariable abhängig (s. Tab. 3.14) und somit variabel. Demnach sind theoretisch auch die Teilsicherheitsbeiwerte variabel. Um aber Nachweise mit konstanten Teilsicherheitsbeiwerten zu ermöglichen, erlaubt die DIN 1055-100 2001 eine Entkopplung von Einwirkungs- und Widerstandsseite. Folglich dürfen gemäß DIN 1055-100 für $\beta_{T=50} = 3,8$ konstante Wichtungsfaktoren $\alpha_E = -0,7$ und $\alpha_R = +0,8$ verwendet werden, wenn das Verhältnis der Standardabweichungen von Widerstand und Einwirkung im Intervall $0,16 < \sigma_E/\sigma_R < 7,60$ liegt. Sind nun Einwirkung E und Widerstand R unkorreliert und normalverteilt, so ergibt sich die minimale und maximale Tragwerkszuverlässigkeit wie folgt:

Das Einsetzen der festen Wichtungsfaktoren zur Berechnung der Koordinaten von x^* bzw. y^* im Standardnormalraum nach Gleichung (3.136) für $\beta_{Ziel} = 3,8$ liefert:

$$\begin{aligned}
 y_E^* &= 0,7 \cdot \beta_{Ziel} = 2,66 \\
 y_R^* &= -0,8 \cdot \beta_{Ziel} = -3,04
 \end{aligned}
 \tag{3.165}$$

Im Originalraum errechnen sich die Koordinaten des Bemessungspunktes zu:

$$\begin{aligned} x_E^* &= \mu_E + 0,7 \cdot \sigma_E \cdot \beta_{Ziel} \\ x_R^* &= \mu_R - 0,8 \cdot \sigma_R \cdot \beta_{Ziel} \end{aligned} \quad (3.166)$$

Der Maximalwert der Zuverlässigkeit ist nun der Abstand y^* zum Koordinatenursprung:

$$\max \beta_{ist} = \sqrt{\sum y_i^2} = \beta_{Ziel} \cdot \sqrt{0,8^2 + 0,7^2} = 1,063 \cdot \beta_{Ziel} = 4,04 \quad (3.167)$$

Die Minimalwerte der Zielzuverlässigkeit stellen sich ein, wenn das Verhältnis der Standardabweichungen gerade die Intervallgrenzen $\sigma_E/\sigma_R = 0,16$ bzw. $\sigma_E/\sigma_R = 7,60$ erreicht.

Aus der Hesse'schen Normalform der Grenzzustandsgeraden nach Gleichung (3.130) ergibt sich der Zuverlässigkeitsindex β_{ist} analog nach Gleichung (3.133). Da im betrachteten Grenzzustand die Bemessungswerte von Einwirkung E_d und Widerstand R_d gerade gleich groß sind, kann unter Zuhilfenahme der festen Wichtungsfaktoren $\alpha_E = -0,7$ und $\alpha_R = 0,8$ geschrieben werden:

$$x_E^* = \mu_E + 0,7 \cdot \sigma_E \cdot \beta_{Ziel} = x_R^* = \mu_R - 0,8 \cdot \sigma_R \cdot \beta_{Ziel} \quad (3.168)$$

Umformen und Verknüpfen mit der Formel für β_{ist} (Gl. (3.133)) führt zum nachfolgenden Zusammenhang:

$$\beta_{ist} = \frac{\beta_{Ziel} \cdot (0,8 \cdot \sigma_R + 0,7 \cdot \sigma_E)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} = \frac{\beta_{Ziel} \cdot (0,8 + 0,7 \cdot (\sigma_E/\sigma_R))}{\sqrt{1 + (\sigma_E/\sigma_R)^2}} \quad (3.169)$$

Durch Einsetzen der Intervallgrenzen σ_E/σ_R und des Zielwerts des Sicherheitsindex' $\beta_{Ziel} = 3,8$ in die vorangestellte Gleichung ergibt sich:

$$\begin{aligned} \min \beta_{ist} &= 0,9 \cdot \beta_{Ziel} = 3,42 \quad \text{für } (\sigma_E/\sigma_R) = 0,16 \\ \min \beta_{ist} &= 0,8 \cdot \beta_{Ziel} = 3,04 \quad \text{für } (\sigma_E/\sigma_R) = 7,60 \end{aligned} \quad (3.170)$$

Grafisch wird der gerade beschriebene Sachverhalt nach Grünberg, J. 2004 nachfolgend in Abb. 3.13 veranschaulicht.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass bei der Kalibrierung von Bemessungs- bzw. Teilsicherheitsbeiwerten nach Vorgaben der *DIN 1055-100 2001* Unterschreitungen des geforderten Zielwertes $\beta_{50,Ziel} = 3,8$ für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren auf einen minimalen Zielwert von $\beta_{50,min} = 3,04$ auftreten können. Mithilfe der Gleichung (3.164) kann der Mindestwert $\beta_{t,min} = 4,07$ bestimmt werden.

Nachfolgend angeführte Tabelle (Tab. 3.13) soll die nach *DIN 1055-100 2001* auftretenden Schwankungen des Zielzuverlässigkeitsindex' β verdeutlichen.

Der Zielwert der Zuverlässigkeit gilt nach *DIN 1055-100 2001* eigentlich nur für Neubauten. Für eine sicherheitstheoretische Bewertung von Bestandsbauten ist hierzu allerdings keine Angabe zu finden. Gemäß *JCSS 2000* und *JCSS 2001* ist für bestehende Tragwerke ein geringeres Zielsicherheitsniveau als $\beta = 3,8$ (Bezugszeitraum 50 Jahre) anzustreben. Ein fester Wert der anzustrebenden Versagenswahrscheinlichkeit P_F bzw. zum Sicherheitsindex β wird nicht ausgewiesen.

Tab. 3.13: Ziel-, Mindest- und Maximalwert des Zuverlässigkeitsindex' β für den Grenzzustand der Tragfähigkeit

Sicherheitsindex β	Bezugszeitraum	
	1 Jahr	50 Jahre
Zielwert von β nach DIN 1055-100 2001	4,70	3,80
Zielwert von β nach DIN EN 1990 2002	4,20	3,21 ²⁾
Mindestwert von β nach: DIN 1055-100 JCSS 2001 Grusibau 1981	4,07 ¹⁾	3,04
	4,20	3,20
	4,20	3,21 ²⁾
Maximalwert von β	4,88 ¹⁾	4,04

1) berechnet mit Gleichung (3.164) aus $\beta_{50,min}$
 2) berechnet mit Gleichung (3.164) aus $\beta_{1,min}$

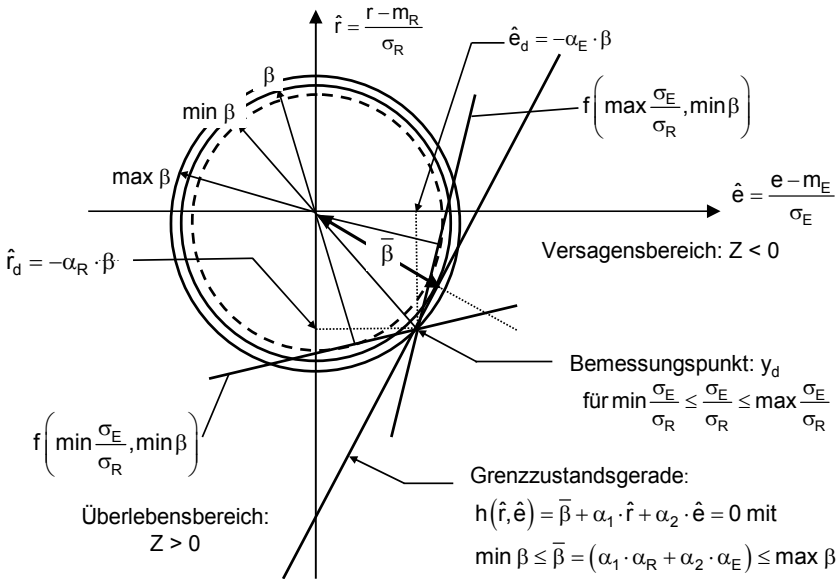


Abb. 3.13: Minimaler und maximaler Zielwert des Zuverlässigkeitsindex' im Standardnormalraum nach Grünberg, J. 2004

Diamantidis, D. 2007 empfiehlt für Bestandsbauten eine Abminderung des Sicherheitsindex' β_1 um 0,5 in Bezug auf die β_T -Werte in DIN EN 1990-2002-10, wo für Neubauten ein Wert von $\beta_1 = 4,20$ für ein Jahr vorgeschlagen wird. Begründet wird diese Abminderung durch die Zunahme der Informationsfülle bei Bestandsbauten sowie die Möglichkeit zur Überprüfung der Zuverlässigkeit und eventueller Versagensfolgen. Weiter erfolgt die Zuverlässigkeitsüberprüfung in der Probabilistik zugeschrärfte auf die jeweilige Versagensfolge. Einen weiteren wichtigen Aspekt stellt die Einschränkung von menschlichen Fehlern in der Planungs- und Erstellungsphase sowie das Versagen von Qualitätsmanagementsystemen im Gegensatz zu Neubauten dar. Diese Fehler sowie frühere Unkenntnisse können aufgrund der bisherigen Standzeit der Tragwerke zumindest eingeschränkt werden.

Wird in Anlehnung an *DIN 1055-100 2001* ein Bezugszeitraum von 50 Jahren gewählt, so berechnet sich β_{50} mithilfe der Gleichung (3.164) für Neubauten gemäß der Zielzuverlässigkeit von $\beta_1 = 4,20$ nach *DIN EN 1990-2002-10* zu 3,21. So führt z. B. *Glowienka, S. 2007* probabilistische Untersuchungen an Mauerwerksneubauten gemäß den Empfehlungen des *JCSS 2001* für $\beta_{50,min} = 3,20$ durch. Die Zielzuverlässigkeit für Bestandsbauten beträgt bei Abminderung um $\Delta\beta = 0,5$ nach *Diamantidis, D. 2007* $\beta_1 = 3,70$ bzw. transformiert auf 50 Jahre $\beta_{50} = 2,55$. Bei Anwendung dieser Vorgehensweise auf die in *DIN 1055-100 2001* unterstellten Werte des Zielzuverlässigkeitsindex' ergeben sich die Zielwerte $\beta_1 = 4,20$ bzw. $\beta_{50} = 3,20$.

Nach den oben angeführten Erläuterungen zum Zielzuverlässigkeitsindex werden somit alle in dieser Arbeit durchgeführten probabilistischen Untersuchungen zur Kalibrierung der Teilsicherheitsbeiwerte von Bestandsbauten mit einem Sicherheitsindex $\beta_{50} = 3,20$ geführt. Diese Wahl kann weiter dadurch begründet werden, dass die Kalibrierung der Teilsicherheitsbeiwerte für die jeweilige Versagensart, bestimmte Lastverhältnisse g_k / q_k , verschiedene Arten von veränderlichen Einwirkungen sowie unterschiedliche Streuungen der am Nachweis beteiligten Basisvariablen abgestimmt ist.

3.11 Umsetzung der Zuverlässigkeitstheorie in Bauwerksnormen

3.11.1 Baupraktische Sicherheitskonzepte

In der baupraktischen Bemessung von Tragwerken sind die bereits beschriebenen Zuverlässigkeitsverfahren aufgrund des erheblichen zeitlichen Aufwands und der Komplexität der probabilistischen Methoden meist nur wenig praktikabel. Probabilistische Analysen kommen daher bisher nur bei der Bemessung von Sonderbauten von großem wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Interesse zum Einsatz.

Mögliche Anwendungsgebiete liegen z. B. im Kraftwerks- oder Pipelinebau. Hierbei handelt es sich um Spezialbauten, die entweder einer „Serienproduktion“ unterliegen oder mit außergewöhnlich hohen Risiken für die Bevölkerung und die Umwelt verbunden sind wie z. B. Staudämme oder Kernkraftwerke. Da im Bauwesen in der Regel nur Unikate erstellt werden, ist eine Optimierung der Konstruktion mit probabilistischen Methoden nur in den wenigsten Fällen sinnvoll und ökonomisch vertretbar.

Für die allgemeine Tragwerksbemessung wurde daher ein vereinfachter Lösungsansatz zur Sicherstellung des normativ geforderten Zuverlässigkeitsniveaus entwickelt. Hierbei bedient man sich der Quantilwerten der Einwirkungen und der Materialkennwerte sowie der sogenannten Sicherheitsfaktoren γ , welche die rechnerische Tragfähigkeit derart modifizieren, dass ein rechnerisches Versagen nur in sehr seltenen Fällen eintritt. Nachteil dieser vereinfachten Methode ist allerdings, dass die optimale Ausnutzung der Materialien im Hinblick auf das erforderliche Zuverlässigkeitsniveau nicht sichergestellt werden kann.

Die aktuellen europäischen Normen weisen Teilsicherheitsbeiwerte auf Einwirkungs- und Widerstandsseite aus, die die jeweiligen Modellunsicherheiten γ_{Ed} bzw. γ_{Rd} mitfassen (Abb. 3.14). Näheres hierzu kann in Abschnitt 3.13.1 nachgelesen werden.

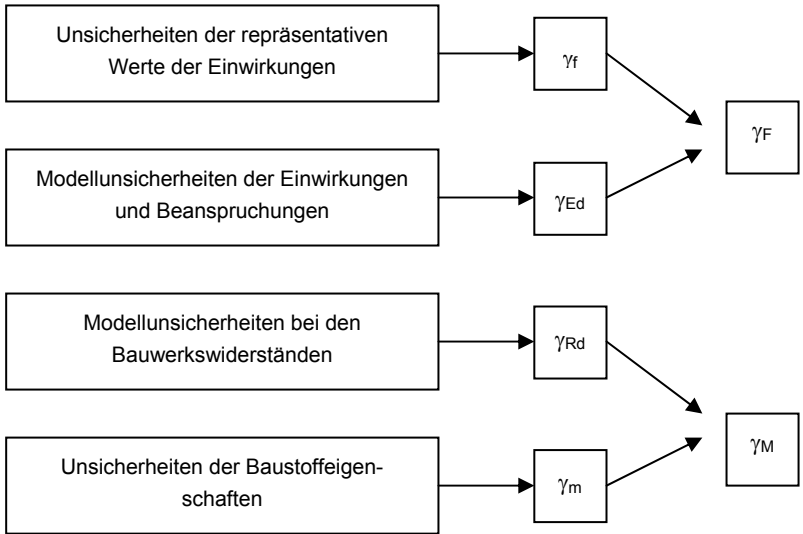


Abb. 3.14: Beziehung zwischen den einzelnen Teilsicherheitsbeiwerten in *DIN 1055-100 2001*

Da in die Bemessungsgleichungen eine Vielzahl von Basisvariablen Eingang findet, ist die Anpassung der Normlösung an die der Zuverlässigkeitstheorie umso besser, je mehr Teilsicherheitsbeiwerte zum Einsatz kommen. Theoretisch könnte man für jede streuende Basisvariable einen Teilsicherheitsbeiwert definieren, was allerdings die Umsetzung in Bemessungsverfahren nicht praktikabel gestaltet.

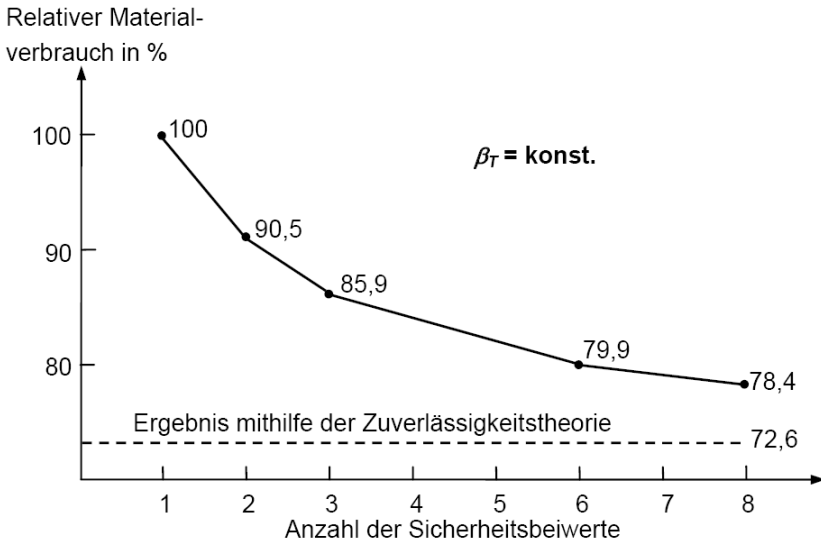


Abb. 3.15: Prozentualer Materialverbrauch in Abhängigkeit der Flexibilität der Norm bei gleicher zulässiger Versagenswahrscheinlichkeit nach *Spaethe, G. 1992*

Spaethe, G. 1992 hat sich mit dieser Thematik beschäftigt und den Materialverbrauch hinsichtlich der Anzahl der verwendeten Teilsicherheitsbeiwerte grafisch ausgewertet. In Abb. 3.15 ist zu erkennen, dass mit zunehmender Anzahl von Teilsicherheitsbeiwerten der relative Materialverbrauch zu dem infolge probabilistischer Bemessung konvergiert. Dieser liegt bei einem relativen Materialverbrauch von ca. 73 % bezogen auf einen 100 %-igen Materialverbrauch, falls die Bemessung mit einem globalen Sicherheitsfaktor erfolgt. Die Verwendung einiger weniger Sicherheitsbeiwerte bei der Tragwerksbemessung bringt eine beachtliche Materialersparnis gegenüber der Anwendung eines globalen Sicherheitsfaktors.

3.11.2 Methoden zur probabilistisch fundierten Definition von Teilsicherheitsbeiwerten

Die Festlegung von Teilsicherheitsbeiwerten für die semiprobabilistische Bemessung von Tragwerken zur Sicherstellung des gewünschten Zuverlässigkeitsniveaus ist eine zentrale Aufgabenstellung der Zuverlässigkeitstheorie im Bauwesen. Unter Zuhilfenahme der statistischen Informationen der vorhandenen Basisvariablen ist es möglich, Sicherheitselemente γ zur Erzielung des in der Norm geforderten Sicherheitsniveaus zu kalibrieren. Allgemein werden diese Sicherheitselemente aus dem Verhältnis des charakteristischen Wertes und des Bemessungswertes bestimmt. Für den Teilsicherheitsbeiwert der Einwirkungen γ_E bzw. des Widerstands γ_R gilt:

$$\gamma_E = \frac{E_d}{E_k} \text{ bzw. } \gamma_R = \frac{R_k}{R_d} \quad (3.171)$$

Die Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten folgt im Allgemeinen einem zweigleisigen Vorgehen, wie das Schaubild in Abb. 3.16 zeigt.

Zu Beginn müssen alle Randbedingungen der Kalibrierung festgelegt und alle repräsentativen Bauteile zusammengestellt werden. Darüber hinaus sind die verwendeten deterministischen Bemessungsmodelle zu spezifizieren. Hieraus ergibt sich die Definition des stochastischen Modells zur Ermittlung der Zuverlässigkeit. Das Modell muss sowohl die Widerstands- als auch die Einwirkungsseite relativ exakt erfassen. Weiter muss der gewünschte Zielwert der Zuverlässigkeit auf Basis der bisherigen Erfahrungen oder durch eine probabilistische Risikooptimierung (Rackwitz, R. 2004) festgesetzt werden.

Der weitere Ablauf bei der Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten kann auf Grundlage der vorangestellten Definitionen mithilfe von unterschiedlichen Verfahren erfolgen. Hierbei haben sich in der Fachwelt zwei Verfahren durchgesetzt (s. Abb. 3.16). Eine Methode zur Bestimmung der Sicherheitselemente ist die Verwendung der geschätzten Sensitivitätsfaktoren, mit denen die Bemessungswerte der eingehenden Basisvariablen X_d bei vorgegebenen Zuverlässigkeitsindex β_T berechnet werden. Die gesuchten Teilsicherheitsbeiwerte ermitteln sich nach Gleichung (3.171) in Abhängigkeit von den zugehörigen charakteristischen Werten X_k .

Diese erste Methode ist allerdings nur für einfache Systeme, die über eine lineare Grenzzustandsfunktion verfügen geeignet, da hier keine direkte Berechnung der

Versagenswahrscheinlichkeit erfolgt. Das Ergebnis hängt somit sehr stark von der Qualität der geschätzten Sensitivitätsfaktoren ab. Daher können erhebliche Abweichungen von dem gewünschten Zuverlässigkeitsniveau auftreten.

Das zweite Verfahren, bei dem die Versagenswahrscheinlichkeit auf probabilistischer Basis für jede untersuchte Bemessungssituation berechnet wird, ermöglicht eine genauere Erfassung der Randbedingungen. Ebenso ist eine Kombination beider Verfahren für eine Vorabschätzung der Teilsicherheitsbeiwerte sinnvoll.

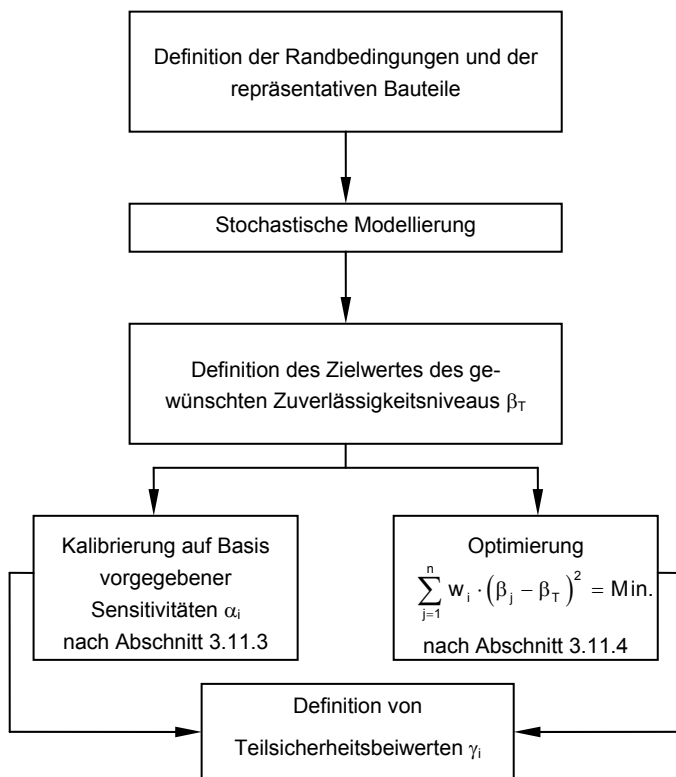


Abb. 3.16: Methoden zur Definition von Teilsicherheitsbeiwerten auf probabilistischer Basis bei vorgegebenem Zuverlässigkeitsindex nach *Glowienka, S. 2007*

Heute ist es möglich, die Größe der Versagenswahrscheinlichkeit P_F sowie der Sicherheitsbeiwerte γ zur Erfüllung des gewünschten Zielwertes der Zuverlässigkeit mithilfe der gerade beschriebenen Verfahren zu berechnen. Jedoch wurden die meisten Teilsicherheitsbeiwerte in den aktuellen Normen wie *DIN EN 1990 2002* bzw. *DIN 1055-100 2001* nur grob durch Kalibrierung anhand der Vorgängernormen festgelegt.

3.11.3 Bestimmung von Teilsicherheitsfaktoren auf Basis von Bemessungswerten

Die Kalibrierung von Teilsicherheitsfaktoren ist relativ einfach, wenn eine lineare Grenzzustandsfunktion in vereinfachter Form mit wenigen Basisvariablen formuliert werden kann.

Wenn ebenfalls die Sensitivitätsfaktoren α_i bekannt sind, können die zugehörigen Bemessungswerte der Basisvariablen und hieraus die Teilsicherheitsfaktoren ermittelt werden. Diese vereinfachte Vorgehensweise ist nach der derzeit gültigen Norm *DIN 1055-100 2001 Anhang B* zur Ermittlung von Teilsicherheitsbeiwerten zulässig.

Der gesuchte Quantilwert der Basisvariablen im Bemessungspunkt ergibt sich hiernach aus den geschätzten Sensitivitätsfaktoren α_i sowie dem Zielwert der Zuverlässigkeit β_T unter Berücksichtigung der statistischen Eigenschaften der in der Bemessung eingebundenen Basisvariablen. Die dabei benötigten Gleichungen zur Festlegung der Bemessungswerte sind in Tab. 3.14 zusammengestellt.

Tab. 3.14: Bemessungswerte häufig verwendeter Verteilungsfunktionen *DIN 1055-100 2001*

Verteilung	Bemessungswert ¹⁾	Parameter
Normal	$m_x - \alpha_x \cdot \beta \cdot \sigma_x$	-
Lognormal	$m_x \cdot \exp\left(-0,5 \cdot \ln(1 + V_x^2) - \alpha_x \cdot \beta \cdot \sqrt{\ln(1 + V_x^2)}\right)$ $\approx m_x \cdot \exp(-\alpha_x \cdot \beta \cdot V_x)$	-
Gumbel	$u - \frac{1}{a} \cdot \ln(-\ln \Phi(-\alpha_x \cdot \beta))$	$u = \mu - \frac{0,5772}{a}; a = \frac{\pi}{\sigma \cdot \sqrt{6}}$
1) Für ein vorgegebenes Zuverlässigkeitsniveau ist β durch β_T zu ersetzen.		

Im Rahmen dieser Arbeit werden die resultierenden Sensitivitätsfaktoren wie folgt definiert:

$\alpha_E < 0$ für Einwirkungen (i. A. für ungünstig wirkende Basisvariablen)

$\alpha_R > 0$ für Widerstandsgrößen (i. A. für günstig wirkende Basisvariablen)

Für den Fall von normalverteilten Einwirkungs- und Widerstandsgrößen können die Bemessungswerte sowie die resultierenden Teilsicherheitsbeiwerte mithilfe von Tab. 3.14 und Gleichung (3.171) direkt angegeben werden zu:

$$\gamma_E = \frac{E_d}{E_k} = \frac{m_E - \alpha_E \cdot \beta \cdot \sigma_E}{m_E + k_E \cdot \sigma_E} = \frac{1 - \alpha_E \cdot \beta \cdot V_E}{1 + k_E \cdot V_E} \quad \text{mit } V_E = \frac{\sigma_E}{m_E} \quad (3.172)$$

$$\gamma_R = \frac{R_k}{R_d} = \frac{m_R - k_R \cdot \sigma_R}{m_R - \alpha_R \cdot \beta \cdot \sigma_R} = \frac{1 - k_R \cdot V_R}{1 - \alpha_R \cdot \beta \cdot V_R} \quad \text{mit } V_R = \frac{\sigma_R}{m_R} \quad (3.173)$$

Die Faktoren k_E und k_R zur Bestimmung der charakteristischen Werte der normal- bzw. lognormalverteilten Einwirkungs- und Widerstandsgrößen finden sich in Abhängigkeit der Stichprobenanzahl n und dem Konfidenzniveau in *Fischer, L. 2001*. Für $n = +\infty$ bestimmen sich die k -Faktoren für normal- bzw. lognormalverteilte Basisvariablen gemäß Tab. 3.15.

Tab. 3.15: Zusammenhang zwischen p -Quantile und k -Faktor für die Stichprobenanzahl $n = \infty$

Quantile p	0,025	0,05	0,10	0,50	0,95	0,98	0,99
k_E bzw. k_R	1,960	1,645	1,282	0	-1,645	-2,054	-2,326

Oft werden Widerstandsgrößen auch als lognormale Größen modelliert. Für diesen Fall erhält man die gesuchten Teilsicherheitsbeiwerte γ_R zu:

$$\gamma_R = \frac{R_k}{R_d} = \frac{m_R \cdot \exp(-k_R \cdot V_R - 0,5 \cdot V_R^2)}{m_R \cdot \exp(-\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R - 0,5 \cdot V_R^2)} = \exp(V_R(\alpha_R \cdot \beta \cdot V_R - k_R)) \quad (3.174)$$

Angemerkt sei, dass für $V_R < 0,2$ die $0,5 \cdot V^2$ -Terme in Gleichung (3.174) vernachlässigt werden können.

Für veränderliche, gumbelverteilte Einwirkungen folgt der Teilsicherheitsbeiwert zu:

$$\gamma_E = \frac{E_d}{E_k} = \frac{u - \frac{1}{a} \cdot \ln(-\ln \Phi(\alpha_x \cdot \beta))}{u - \frac{1}{a} \cdot \ln(-\ln(p))} \quad \text{mit } u = \mu - \frac{0,5772 \cdot v \cdot \mu \cdot \sqrt{6}}{\pi}; a = \frac{\pi}{\sigma \cdot \sqrt{6}} \quad (3.175)$$

Eingesetzt und umformuliert bestimmt sich der Teilsicherheitsbeiwert γ_E einer gumbelverteilten Einwirkung für den Bezugszeitraum T und den Variationskoeffizienten der Last $v_{Q,T}$ zu:

$$\begin{aligned} \gamma_E = \frac{E_d}{E_k} &= \frac{m_{Q,T} \cdot (1 - \sqrt{6}/\pi \cdot v_{Q,T} \cdot (0,577216) + \ln(-\ln \Phi(-\alpha_E \cdot \beta)))}{m_{Q,T} \cdot (1 - \sqrt{6}/\pi \cdot v_{Q,T} \cdot (0,577216) + \ln(-\ln(p)^T))} = \\ &= \frac{1 - \sqrt{6}/\pi \cdot v_{Q,T} \cdot (0,577216) + \ln(-\ln \Phi(-\alpha_E \cdot \beta))}{1 - \sqrt{6}/\pi \cdot v_{Q,T} \cdot (0,577216) + \ln(-\ln(p)^T)} \end{aligned} \quad (3.176)$$

Die Schwierigkeit dieses Verfahrens besteht in der realistischen Festlegung der Sensitivitätsfaktoren, da diese einen wesentlichen Einfluss auf die Qualität der Teilsicherheitsbeiwerte haben. Nach *Pottharst, R. 1977* haben Untersuchungen an einfachen Systemen mit linearem Verhalten gezeigt, dass sich baustoffübergreifend bei Verwendung der beiden Sensitivitätsfaktoren $\alpha_R = +0,9$ und $\alpha_E = -0,6$ akzeptable Abweichungen vom gewählten Zuverlässigkeitsniveau unter baupraktischen Randbedingungen ergeben. Dabei gelten die gerade vorgestellten Wichtungsfaktoren für die jeweiligen Variablen auf Einwirkungs- und Widerstandsseite, die die

Zuverlässigkeit des vorhandenen Systems entscheidend beeinflussen. Für die übrigen Basisvariablen mit kleineren Streuungen und untergeordneter Bedeutung hinsichtlich der Zuverlässigkeit der Konstruktion wird von *Pottharst, R. 1977* die Verwendung von $\alpha_i = \pm 0,4$ vorgeschlagen.

Ähnliche Werte für die vereinfachte Abschätzung der Sensitivitäten finden sich in *DIN 1055-100 2001* und *DIN EN 1990 2002*, wonach $\alpha_R = +0,8$ und $\alpha_E = -0,7$ für übliche Verhältnisse zwischen der Streuung des Widerstandes und der Einwirkungen vorgeschlagen werden. Für Basisvariablen von untergeordneter Bedeutung für die Tragwerkszuverlässigkeit bzw. für die Begleiteinwirkungen schlägt die Norm *DIN 1055-100 2001* genauso wie *Pottharst, R. 1977* $\alpha_i = \pm 0,4$ vor. Demgegenüber sollen Basisvariablen mit dominierendem Einfluss bzw. für die Leiteinwirkung auf die Zuverlässigkeit einen Sensitivitätsfaktor $\alpha_i = \pm 1,0$ erhalten (*Grünberg J. 2004*).

In *DIN 1055-100 2001* ist die Verwendung der konstanten Wichtungsfaktoren $\alpha_E = -0,7$ und $\alpha_R = +0,8$ an das Verhältnis der Standardabweichungen von Widerstand und Einwirkung geknüpft, das im Intervall $0,16 < \sigma_E/\sigma_R < 7,60$ liegen muss. Die Darstellung der Wichtungsfaktoren in Abb. 3.17 für unterschiedliche Verhältnisse σ_E/σ_R erfolgt durch Anwendung der Gleichungen (3.131) und (3.132). Zu erkennen ist, dass für ein Verhältnis σ_E/σ_R von etwa Eins die Größe der festen Wichtungsfaktoren annähernd zutreffend ist. Für große Verhältnismerte σ_E/σ_R sinkt der Wichtungsfaktor des Widerstands stark ab, was eigentlich zu einem kleineren Teilsicherheitsbeiwert γ_R führt. Der Wichtungsfaktor der Einwirkung hingegen wird betragsmäßig größer und liefert größere Teilsicherheitsbeiwerte γ_E . Der Ansatz des festen Wichtungsfaktors α_R liegt somit für Verhältnisse $\sigma_E/\sigma_R > 1$ auf der sicheren und für α_E auf der unsicheren Seite.

Gemäß dem Vorschlag von *Hosser, D. 1978* wurden die festen Wichtungsfaktoren α_E und α_R so bestimmt, dass der anvisierte Zielzuverlässigkeitsindex $\beta = 3,8$ nicht wesentlich unterschritten wird. In *Grusibau 1981* wird eine zulässige Unterschreitung von $\Delta\beta = 0,5$ angegeben. Der maximale β -Wert wird gemäß Gleichung (3.167) zu $\beta_{max} = 1,06 \cdot \beta$ festgelegt.

Werden die Grenzwerte für den Sicherheitsindex β aufgrund des Streuungsverhältnisses σ_E/σ_R nicht eingehalten, so sind zusätzliche Wichtungsfaktoren nach Gleichung (3.177) zu berücksichtigen. Dies gilt insbesondere dann, wenn mehrere Basisvariablen auf Einwirkungs- und Widerstandsseite vorliegen, sodass zusätzliche Wichtungsfaktoren $\alpha_{E,i}$ und $\alpha_{R,i}$ neben den festen Wichtungsfaktoren α_E und α_R benötigt werden. Vereinfachend werden für die Einwirkung E_1 bzw. den Widerstand R_1 mit dem größten Streuungseinfluss (Leitwert) die vollen Bemessungswerte und für alle anderen, mit $\alpha_{E,i}$ und $\alpha_{R,i}$ abgeminderte Bemessungswerte (Begleitwerte) nach Gleichung (3.177) angesetzt.

$$\begin{aligned} \alpha_{R,1} &= \alpha_{E,1} = 1,0 && \text{Leiteinwirkung} \\ \alpha_{R,i} &= \alpha_{E,i} = 0,4 && \text{Begleiteinwirkung} \end{aligned} \tag{3.177}$$

Die Bemessungswerte der Beanspruchung E_d und der Beanspruchbarkeit R_d werden derart definiert, dass sie mindestens den Wahrscheinlichkeiten für ungünstige Über- bzw. Unterschreitungen nach Gleichung (3.178) entsprechen.

$$\begin{aligned}
 P(E \geq E_d) &= \Phi(+\alpha_E \cdot \beta) = \Phi(-0,7 \cdot \beta) \\
 P(R \geq R_d) &= \Phi(-\alpha_R \cdot \beta) = \Phi(-0,8 \cdot \beta)
 \end{aligned}
 \tag{3.178}$$

Liegen mehrere einwirkende und widerstehende Basisvariablen vor, so wird die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines ungünstigeren Wertes für den Leitwert weiterhin nach Gleichung (3.178) und für die Begleitwerte nach Gleichung. (3.179) bestimmt.

$$\begin{aligned}
 P(E \geq E_d) &= \Phi(-0,4 \cdot 0,7 \cdot \beta) = \Phi(-0,28 \cdot \beta) \\
 P(R \geq R_d) &= \Phi(-0,4 \cdot 0,8 \cdot \beta) = \Phi(-0,32 \cdot \beta)
 \end{aligned}
 \tag{3.179}$$

Durch die getrennte Behandlung der Einwirkungen und Widerstände vereinfacht sich die Untersuchung für einen Grenzzustand wesentlich.

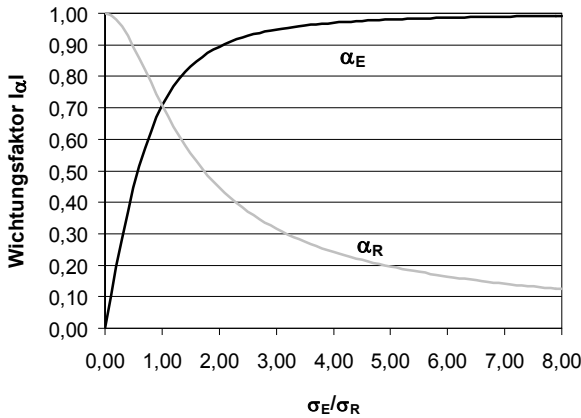


Abb. 3.17: Abhängigkeit der Wichtungsfaktoren α_E und α_R (Absolutwerte) vom Verhältnis der Streuungen der Einwirkung σ_E und des Widerstands σ_R

Die Qualität der Teilsicherheitsfaktorschätzung auf Basis fester Wichtungsfaktoren kann durch Einsetzen der Bemessungswerte in die Grenzzustandsgleichung überprüft werden, indem das Ergebnis schließlich einen Wert nahe null ergeben muss. Tritt hierbei ein negatives Ergebnis auf, ist davon auszugehen, dass das vorher festgesetzte Zuverlässigkeitsniveau unterschritten wird, wohingegen positive Werte eine mehr als ausreichende Zuverlässigkeit sicherstellen.

Abschließend ist aber anzumerken, dass die gerade beschriebene Vorgehensweise nicht immer das gewünschte Zuverlässigkeitsniveau sicherstellt, da das tatsächlich vorhandene Zuverlässigkeitsniveau nicht direkt berechnet wird.

Aufgrund der Rotationssymmetrie der Verteilungsdichte im Standardnormalraum kann das dreidimensionale Problem nach Abb. 3.1 in ein zweidimensionales Problem nach Abb. 3.18 überführt werden. Durch Drehung des Koordinatensystems um den Winkel ψ_E wird der direkte Zusammenhang zwischen Sicherheitsindex β und der Versagenswahrscheinlichkeit P_F ersichtlich. Weiter ist in Abb. 3.18 die Grenz-

zustandsgerade eingezeichnet, die den Versagensbereich vom Nichtversagensbereich trennt.

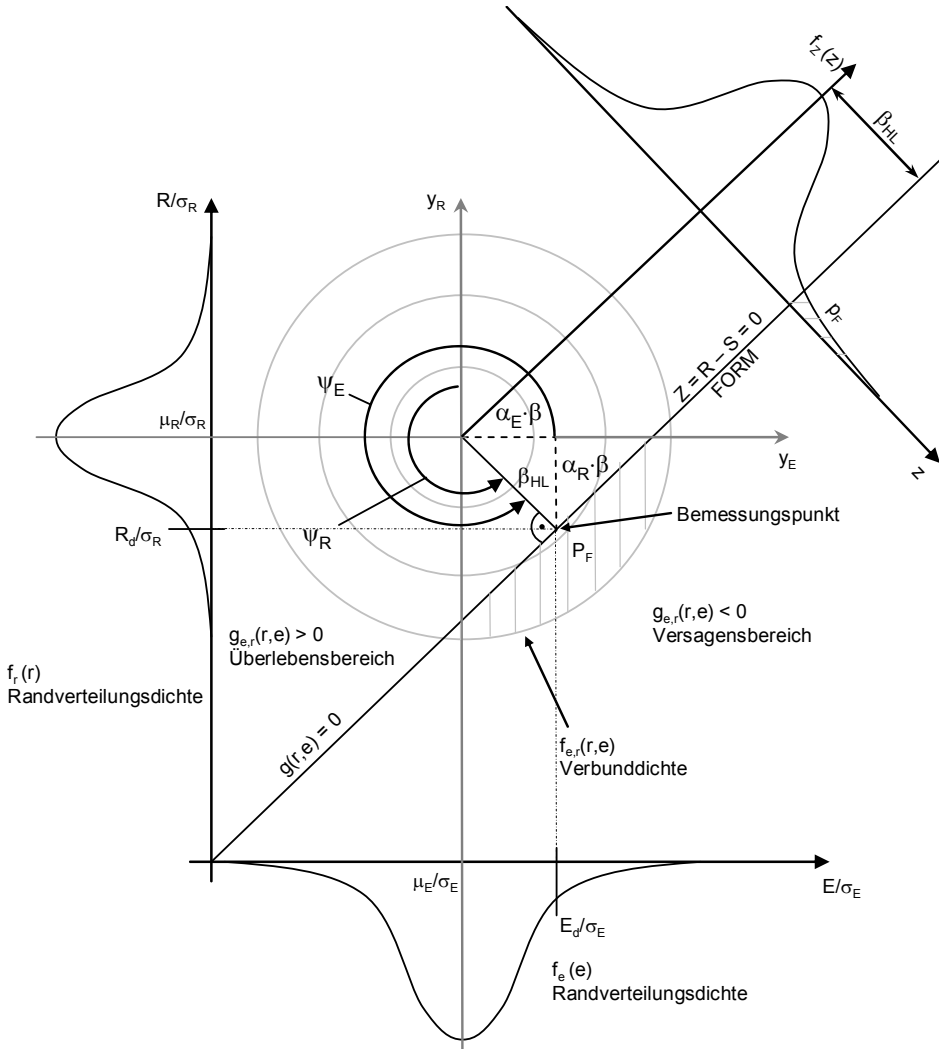


Abb. 3.18: Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte der Einwirkung E und Widerstand R im standardisierten Raum mit Grenzzustandsgerade und Zuverlässigkeitsindex β_{HL}

Auf der Grenzzustandsgerade befinden sich alle möglichen Bemessungspunkte, von denen nur derjenige mit dem kürzesten Abstand zum Ursprung des Koordinatensystems (y_R, y_E) die größte Wahrscheinlichkeitsdichte besitzt. Der kürzeste Abstand zwischen Koordinatenursprung und dem Bemessungspunkt stellt das Lot auf die Grenzzustandsgerade dar. Der Abstand dieses Bemessungspunktes (Lotfußpunkt) zum Koordinatenursprung entspricht dem Zuverlässigkeitsindex β_{HL} . Die Orientierung dieses Normalenvektors im Standardnormalraum, welche durch die Sensitivitäts- bzw. Wichtungsfaktoren definiert ist, gibt darüber Aufschluss, in welchem Maße die

Streuung einer bestimmten Basisvariablen zur Versagenswahrscheinlichkeit beiträgt. Die Koordinaten des Bemessungspunktes ergeben sich im Originalraum durch Rücktransformation gemäß der Gleichungen (3.137) und (3.138).

3.11.4 Bestimmung von optimierten Teilsicherheitsfaktoren

Im Gegensatz zur Kalibrierung von Sicherheitsbeiwerten auf Basis vorgegebener Sensitivitätsfaktoren α_i (s. Abschnitt 3.11.3) stellt die direkte probabilistische Optimierung ein genaueres Verfahren dar. Hierbei werden die gesuchten Teilsicherheitsbeiwerte mithilfe von Parameterstudien iterativ bestimmt. Eine optimale semiprobabilistische Bemessung ergibt sich, wenn die Abweichungen von dem definierten Zielwert der Zuverlässigkeit β_T für einen vorgegebenen Bezugszeitraum T minimal werden.

$$\text{Minimum} = \sum_{j=1}^n w_j \cdot (\beta_j - \beta_T)^2 \quad (3.180)$$

Das Iterationsverfahren beginnt zunächst mit der Schätzung der Größe der Teilsicherheitsfaktoren. Mit diesen werden verschiedene Bemessungssituationen untersucht und der jeweilige Zuverlässigkeitsindex β_j berechnet. Weiter besteht hierbei die Möglichkeit eine Wichtung w_j für die einzelnen Bemessungssituationen vorzunehmen, wenn diese beispielsweise unterschiedliche Auftretenswahrscheinlichkeiten oder Auswirkungen haben.

Der große Vorteil des Verfahrens ist in der expliziten Erfassung der vorhandenen Versagenswahrscheinlichkeit für beliebige Grenzzustandsfunktionen begründet. Somit ist es auch bei der vorhandenen Interaktion zwischen Einwirkung und Widerstand bei Bauteilnachweisen geeignet. Die Methode ermöglicht eine genaue Anpassung an das angestrebte Zielzuverlässigkeitsniveau und liefert eine tendenzielle Aussage über die Auswirkung der modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte. Als Nachteil des Verfahrens ist der hohe Rechenaufwand anzuführen, da für alle möglichen Bemessungssituationen die Versagenswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit der gewählten Teilsicherheitsbeiwerte berechnet werden müssen, was gerade bei komplizierten Grenzzustandsgleichungen mit vielen Basisvariablen hinsichtlich des Aufwandes nicht zu unterschätzen ist.

3.11.5 Bestimmung von Sicherheitselementen aus Experimenten

Die Bestimmung von Sicherheitselementen wie z. B. von charakteristischen Werten oder Bemessungswerten wurde schon im *Heft 467* vom *DAfStb 1996* erläutert und in der Belastungsrichtlinie *DAfStb 2000* weiterentwickelt. Auf europäischer Ebene wird im *Anhang D* der *DIN EN 1990 2002* eine Möglichkeit zur Definition von Teilsicherheitsbeiwerten für den Tragwiderstand auf Basis von Bauteilversuchen aufgezeigt. Wie oben schon erläutert, ist die Qualität dieser Methode stark von der Anzahl der durchgeführten Versuche abhängig. Die Versuchsanzahl ist von entscheidender Bedeutung, da die Vertrauenswürdigkeit der Versuchsergebnisse und deren statistischer Momente mit steigender Versuchsanzahl ebenfalls anwächst (s. Abschnitt 3.6). Aus wirtschaftlichen Gründen ist man aber stets bestrebt die

Versuchszahl zu minimieren. Weiter ist die Einbeziehung von Vorinformationen bezüglich der statistischen Momente z. B. aus anderen oder ähnlichen Versuchsreihen von großer Bedeutung, da die Bestimmungsgleichungen zur Berechnung des Bemessungswertes X_d auf das Bayes'sche Verfahren (Abschnitt 3.6.4) zurückzuführen sind. Als weiterführende Literatur hierzu kann *Rackwitz, R. 1981* empfohlen werden.

Nach *DIN EN 1990 2002* und *DIN EN 13791 2008* kann der Bemessungswert des Tragwiderstandes direkt bestimmt werden mithilfe der Formeln:

$$X_d = \eta_d \cdot m_x \cdot (1 - k_{d,n} \cdot v_x) \quad \text{für normalverteilte Größen} \quad (3.181)$$

$$X_d = \eta_d \cdot \exp(m_y - k_{d,n} \cdot s_y) \quad \text{für lognormalverteilte Größen} \quad (3.182)$$

Hierbei sind die verwendeten Parameter:

η_d = Faktor zur Abdeckung aller Unsicherheiten, die durch die Versuche selbst nicht erfasst werden (Modellunsicherheiten); er hängt maßgeblich von der Versuchsart und dem Baustoff ab.

$k_{d,n}$ = Faktor zur Bestimmung des Bemessungswertes nach *Tabelle D 2* der *DIN EN 1990 2002* in Abhängigkeit vom Versuchsumfang sowie dass der Bemessungswert dem Produkt $\alpha_R \cdot \beta = 0,8 \cdot 3,80 = 3,04$ entspricht.

m_x = Mittelwert aus den Versuchen mit zugehörigen Variationskoeffizient v_x

$$m_y = m_y = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \quad \text{Mittelwert der Versuchsreihe}$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - m_y)^2} \quad \text{Schätzwert der Standardabweichung, falls } v_x \text{ nicht aus Vorinformationen bekannt ist.}$$

Weitergehende Hinweise sowie weitere Methoden zur versuchsgestützten Bestimmung von Teilsicherheitsfaktoren mithilfe von Regressionsanalysen sind ebenfalls in *DIN EN 1990 2002* zu finden. Das Verfahren kann auf die bei der Bestandsaufnahme gewonnenen Proben gemäß Abschnitt 2.5 angewendet werden. Liegen geringe Variationskoeffizienten der Materialkennwerte vor, so sind auch Stichproben mit geringerem Umfang zu vertreten.

3.12 Herleitung von Sicherheitselementen

3.12.1 Nennwert, charakteristischer Wert, repräsentativer Wert

Nennwerte sind die Grundlage für die statische Berechnung und gehen zusammen mit den Sicherheits- bzw. Teilsicherheitsfaktoren in die Versagensgleichung (Grenzzustandsfunktion) nach Norm ein. Weiter sind sie die Basis für Kontrollen während der Materialherstellung, Bauausführung und der Nutzung.

Auf Materialseite der Grenzzustandsfunktion sind die Nennwerte diejenigen Werte, die mit einer definierten Wahrscheinlichkeit die Tragwerkssicherheit gewährleisten müssen. Die Nennwerte werden statistisch definiert und als charakteristische Werte bezeichnet, wenn hierzu ausreichendes Datenmaterial vorhanden ist.

Auf Einwirkungsseite bilden die vom Menschen verursachten Tragwerksbelastungen Nennwerte, wenn es sich hierbei um die für den Nutzer maßgebende Belastung handelt, für deren Einhaltung er selbst verantwortlich ist. Bei naturbedingten Einwirkungen wie z. B. Schnee und Wind werden die Nennwerte mithilfe statistischer Methoden festgelegt.

Einwirkungen und Widerstände werden durch charakteristische Werte beschrieben. Es handelt sich hierbei um Quantilwerte von statistischen Verteilungen, die berechnet, beobachtet oder abgeschätzt werden können oder sich in einem Versuch nachweisen lassen. Charakteristische Werte sind definierte Quantile, die einem bestimmten Vertrauensniveau auf definierter statistischer Grundlage entsprechen.

Im semiprobabilistischen Sicherheitskonzept nach *DIN 1055-100 2001* wird der charakteristische Wert als wichtigster repräsentativer Wert einer Einwirkung oder einer Baustoffeigenschaft bezeichnet. Wobei der repräsentative Wert derjenige Wert ist, der der Nachweisführung in den Grenzzuständen zugrunde liegt. Der charakteristische Wert wird mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit im Bezugszeitraum unter Berücksichtigung der Nutzungsdauer des Tragwerks und der entsprechenden Bemessungssituation nicht über- oder unterschritten. Nach dieser Definition kann der charakteristische Wert x_k auch als Quantilwert x_p bezeichnet werden:

$$x_p = F_X^{-1}(p) \quad (3.183)$$

Das heißt der Quantilwert x_p bzw. das p -Quantil ist der x -Wert (Abszisse), für den die Verteilungsfunktion F_X die Wahrscheinlichkeit p annimmt. Die Umkehrfunktion F_X^{-1} kann für verschiedene Typen von Verteilungsfunktionen gebildet werden. Liegt beispielsweise eine Normalverteilung vor, so kann der Quantilwert bzw. der charakteristische Wert mithilfe des Mittelwertes m und der Standardabweichung σ wie folgt angegeben werden:

$$x_k = m_x + \sigma_x \cdot \Phi^{-1}(p) = m_x \left(1 + \Phi^{-1}(p) \cdot v_x \right) \quad (3.184)$$

Die Standardnormalverteilung Φ^{-1} der Wahrscheinlichkeit p ist z. B. in *Fischer, L. 2001* in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang und dem Vertrauensinter-

vall mithilfe des Faktors k_1 tabelliert. Der gesuchte Quantilwert der Normalverteilung kann somit formuliert werden zu:

$$x_k = m_x + k_1 \cdot \sigma_x = m_x (1 + k_1 \cdot v_x) \quad (3.185)$$

Der Faktor k_1 zur Bestimmung des 5 %-Quantils (Widerstand) nimmt für einen Stichprobenumfang von $n = +\infty$ für alle Konfidenzniveaus den Wert $k_1 = -1,645$ und für das 95 %-Quantil (z. B. ständige Einwirkung) $k_1 = +1,645$ an (vgl. Tab. 3.15).

Die charakteristischen Werte lognormalverteilter Zufallsvariablen von z. B. Materialfestigkeiten errechnen sich nach:

$$x_k = \exp(m_x + \sigma_x \cdot \Phi^{-1}(p)) = m_x \cdot \exp(\Phi^{-1}(p) \cdot v_x) \quad (3.186)$$

Analog zur Normalverteilung können auch hier zur Berechnung des Quantilwertes Vereinfachungen durch Einführung des Faktors k_2 (siehe *Fischer, L. 2003* und *Fischer, L. 2001* sowie *Fischer, L. 1995*) vorgenommen werden.

$$x_k = m_x \cdot \exp(\Phi^{-1}(p) \cdot v_x) = k_2 \cdot m_x \quad (3.187)$$

Der Faktor k_2 beinhaltet für das gesuchte p-Quantil den Stichprobenumfang n , das Vertrauensintervall $P = 1 - \alpha$ sowie der Variationskoeffizient der Stichprobe.

Quantilwerte werden in der Regel auf der Widerstandsseite als untere Werte mit geringer Unterschreitungswahrscheinlichkeit (bei Materialfestigkeiten als 5 %-Quantile) und auf der Einwirkungsseite als obere Werte mit hoher Unterschreitungswahrscheinlichkeit definiert. Bei zeitlich veränderlichen Einwirkungen werden die Quantilwerte der Extremwertverteilungen bestimmten Bezugszeiträumen zugeordnet.

Die charakteristischen Werte der Einwirkungen sind in der Normenreihe DIN 1055 festgeschrieben und die charakteristischen Baustoffkennwerte sind in den jeweiligen Baustoffnormen dokumentiert. Die Bemessungswerte von Einwirkung und Widerstand werden aus charakteristischen Werten gebildet.

Der charakteristische Wert einer ständigen Einwirkung wird bei einer Variationsbreite $v_G \leq 0,1$ als einziger Wert G_k und bei einem Variationskoeffizienten $v_G > 0,1$ als oberer Wert $G_{k,sup}$ und als unterer Wert $G_{k,inf}$ ermittelt. Die Variationsbreite $v_G \leq 0,1$ unterstellt, dass die ständige Einwirkung sich während der geplanten Nutzungsdauer nicht wesentlich ändert. Ist jedoch das Tragwerk sehr empfindlich gegenüber Änderungen der ständigen Einwirkung, sollten auch bei kleinen Variationskoeffizienten v_G zwei charakteristische Werte, nämlich $G_{k,inf}$ als 5 %-Quantil und $G_{k,sup}$ als 95 %-Quantil, verwendet werden (*Grünberg, J. 2004*).

Bei veränderlichen Einwirkungen entspricht der charakteristische Wert Q_k einem oberen Wert, der während des festgelegten Bezugszeitraumes mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird (95 %- bzw. 98 %-Quantil), oder einem festgelegten Nennwert, falls die Wahrscheinlichkeitsverteilung unbekannt ist. Für eine zeitabhängige veränderliche Einwirkung ist der charakteristische Wert so festgelegt, dass er mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % während einer Bezugsdauer von einem Jahr nicht überschritten wird bzw. nicht häufiger als im Mittel einmal

in 50 Jahren erreicht oder überschritten wird. Der charakteristische Wert einer gumbelverteilten, zeitvarianten Basisvariablen bestimmt sich zu:

$$x_{k,T} = m_{Q,T} \cdot \left(1 - \sqrt{6}/\pi \cdot v_{Q,T} \cdot (0,577216) + \ln(-\ln(p)^T) \right) \quad (3.188)$$

Ausführliche Informationen zur Berechnung charakteristischer Werte für unterschiedliche Bezugszeiträume sind in Grünberg, J. 2004 und Spaethe, G. 1992 niedergeschrieben.

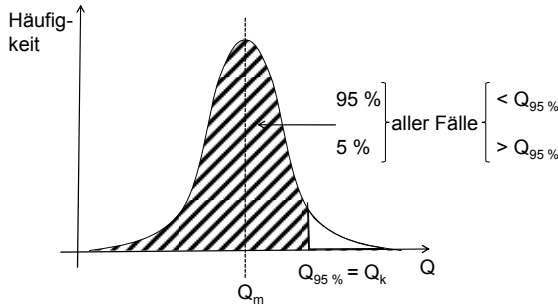


Abb. 3.19: Verteilungsfunktion mit Erklärung des 95%-Quantils

Als repräsentativer Wert der Einwirkung wird der Wert einer veränderlichen Einwirkung bezeichnet, der für die Nachweisführung nach neuer Normengeneration in unterschiedlichen Grenzzuständen zugrunde liegt. Der wichtigste repräsentative Wert einer veränderlichen Einwirkung ist der charakteristische Wert Q_k , von dem ausgehend durch Abminderungsfaktoren folgende Werte definiert werden:

- Kombinationswert $\psi_0 \cdot Q_k$,
- der häufige Wert $\psi_1 \cdot Q_k$ und
- der quasi-ständige Wert $\psi_2 \cdot Q_k$.

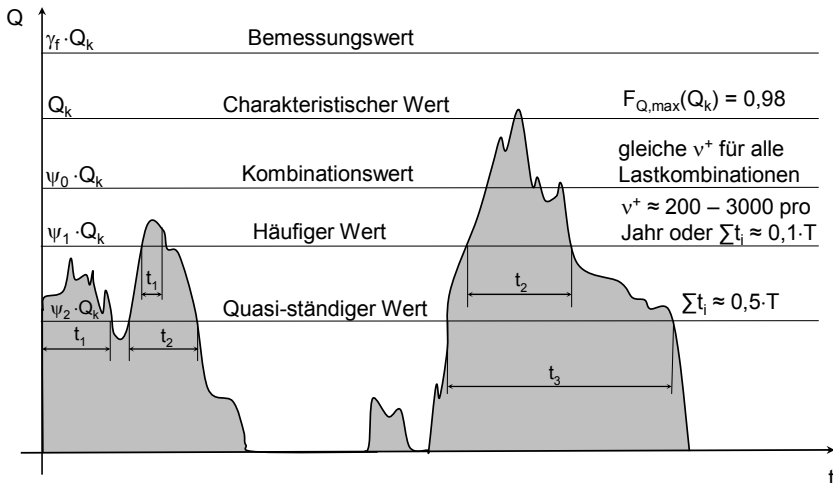


Abb. 3.20: Repräsentative Werte einer zeitlich veränderlichen Einwirkung im Teilsicherheitskonzept nach DIN 1055-100 2001

3.12.2 Zentraler und globaler Sicherheitsfaktor

Greift man auf das Abschnitt 3.11.3 zurück, so kann der Sicherheitsindex β nach Gleichung (3.133) mithilfe des zentralen Sicherheitsfaktors $\gamma_0 = \gamma_{ges} = m_R - m_S$ für normalverteilte Zufallsgrößen R und E sowie den Variationskoeffizienten v_R und v_E bestimmt werden zu:

$$\beta = \frac{\gamma_{ges} - 1}{\sqrt{\gamma_{ges}^2 \cdot v_R^2 + v_E^2}} \quad (3.189)$$

Das Auflösen von Gleichung (3.189) ergibt den zentralen Sicherheitsfaktor γ_{ges} :

$$\gamma_{ges} = \frac{1 + \beta \cdot \sqrt{v_R^2 + v_E^2} - \beta^2 \cdot v_R^2 \cdot v_E^2}{1 - \beta^2 \cdot v_R^2} \quad (3.190)$$

Durch Umformung (Rackwitz, R. 1996; Heunisch, M. 1972) kann Gleichung (3.190) auch geschrieben werden (mit $\alpha_E = -0,7$ und $\alpha_R = +0,8$):

$$\gamma_{ges} = \frac{m_R}{m_E} = \frac{1 - \beta \cdot \alpha_E \cdot v_E}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot v_R} \quad (3.191)$$

Sind die Zufallsgrößen R und E unabhängig und logarithmisch normalverteilt, dann sind die Zufallsgrößen $U_R = \ln R$ und $U_E = \ln E$ normalverteilt mit den Parametern (siehe Abschnitt 3.5.4):

$$m_{U_R} = \ln m_R - 0,5 \cdot \ln(1 + v_R^2); \sigma_{U_R} = \sqrt{\ln(1 + v_R^2)} \quad m_{U_E}, \sigma_{U_E} \text{ analog.} \quad (3.192)$$

Somit kann der Sicherheitsindex β für lognormalverteilte Zufallsgrößen angegeben werden zu:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{m_{U_R} - m_{U_E}}{\sqrt{\sigma_{U_R}^2 + \sigma_{U_E}^2}} = \frac{\ln m_R - \ln m_E + 0,5 \cdot \ln(1 + v_E^2) - 0,5 \cdot \ln(1 + v_R^2)}{\sqrt{\ln(1 + v_R^2) + \ln(1 + v_E^2)}} = \\ &= \frac{\gamma_{ges} + 0,5 \cdot \ln(1 + v_E^2) - 0,5 \cdot \ln(1 + v_R^2)}{\sqrt{\ln(1 + v_R^2) + \ln(1 + v_E^2)}} \end{aligned} \quad (3.193)$$

Das Sicherheitsmaß der traditionellen, empirischen Vorgehensweise, ist der Sicherheitsbeiwert γ_{GI} . Dieser definiert sich nach alter Normengeneration zu:

$$\gamma_{GI} = \frac{\text{Beanspruchbarkeit}}{\text{Beanspruchung}} = \frac{r_k}{e_k} \geq 1,0 \quad (3.194)$$

Dieser Quotient berechnet sich aus den Nennwerten $x_{i,k}$ sowie γ_{GI} und wird daher auch als Nennsicherheitsfaktor bezeichnet. Genauer formuliert handelt es sich hierbei um den Quotienten zweier Kennwerte der Einwirkung und des Widerstandes die ober- bzw. unterhalb der 50 %-Quantile liegen. Hingegen ist nach Pott-harst, R. 1977 der Quotient aus Quantilen und Mittelwerten der zentrale Teilsicherheitsfaktor nach Abb. 3.21.

Für normalverteilte Zufallsgrößen ergibt sich der globale Sicherheitsbeiwert:

$$\gamma_{GI} = \frac{1 + v_R \cdot \Phi^{-1}(q_R)}{1 + v_E \cdot \Phi^{-1}(q_E)} \cdot \frac{1 + \beta \cdot \sqrt{v_R^2 + v_E^2 - \beta^2 \cdot v_R^2 \cdot v_E^2}}{1 - \beta^2 \cdot v_R^2} \quad (3.195)$$

Anzumerken ist, dass für den Widerstand die Unterschreitungswahrscheinlichkeit $q_R = 0,05$ und für die Einwirkung $q_E = 0,95$ angesetzt wurde. Gleichung (3.195) ist nur brauchbar für kleine Variationskoeffizienten des Widerstands ($v_R \ll 1/\text{erf } \beta$), da sonst die zulässige Versagenswahrscheinlichkeit überschritten wird bzw. die Formel auch für negative Sicherheitsindizes brauchbare γ_{GL} -Werte liefert.

Der Nennsicherheitsfaktor nach Gleichung (3.195) kann umgeformt auch angegeben werden zu:

$$\gamma_{GI} = \gamma_{\text{ges}} \cdot \frac{1 - v_R \cdot \Phi^{-1}(q_R)}{1 + v_E \cdot \Phi^{-1}(q_E)} = \frac{m_R}{m_S} \cdot \frac{1 - v_R \cdot \Phi^{-1}(q_R)}{1 + v_E \cdot \Phi^{-1}(q_E)} \quad (3.196)$$

Berücksichtigt man die Gleichung (3.191), so kann der globale Sicherheitsfaktor nach Gleichung (3.196) auf die Quantile bezogen werden:

$$\gamma_{GI} = \frac{1 - \beta \cdot \alpha_E \cdot v_E}{1 + v_E \cdot \Phi^{-1}(q_E)} \cdot \frac{1 - v_R \cdot \Phi^{-1}(q_R)}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot v_R} = \gamma_E \cdot \gamma_R \quad (3.197)$$

Die Teilsicherheitsfaktoren γ_E und γ_R lauten dann:

$$\gamma_E = \frac{E_d}{E_k} = \frac{1 - \beta \cdot \alpha_E \cdot v_E}{1 + v_E \cdot \Phi^{-1}(q_E)}; \quad \gamma_R = \frac{R_k}{R_d} = \frac{1 - v_R \cdot \Phi^{-1}(q_R)}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot v_R} \quad (3.198)$$

In älteren Ausgaben der DIN 1045 wurden die Streuungen der Einwirkungen E_k und des Materials R_k mittels globalen Sicherheitsbeiwerts γ_{GI} auf der Einwirkungsseite berücksichtigt. Der Sicherheitsbeiwert γ_{GI} stellt den Sicherheitsabstand der Realisierungen von Widerstand r_k und Einwirkung e_k sicher:

$$\bar{g} = (x_k, \gamma_{GI}) = r_k - \gamma_{GI} \cdot e_k \quad (3.199)$$

Theoretisch gesehen ist der globale Sicherheitsbeiwert kein Sicherheitsmaß, da die Versagenswahrscheinlichkeit neben dem globalen Sicherheitsbeiwert auch von der Definition der Nennwerte, den Verteilungen der einzelnen Basisvariablen und dem betrachteten mechanischen Problem abhängt. Somit ist die Verwendung des globalen Sicherheitsfaktors zur Beurteilung der Sicherheit als Sicherheitsmaß für den praktisch tätigen Ingenieur meist nicht aussagekräftig.

In vielen älteren Normen wird der Tragsicherheitsnachweis auch auf dem Niveau der zulässigen Spannungen geführt. Infolge der Division des Nennwertes $x_{R,k}$ der Beanspruchung mit dem Sicherheitsbeiwert γ_{GI} wird das Vergleichsniveau in einen relativ geringen Beanspruchungsbereich mit linear-elastischen Werkstoffverhalten gelegt.

$$\frac{e_k}{A} = \sigma \leq \text{zul } \sigma = \frac{x_{R,k}}{\text{erf } \gamma} \quad (3.200)$$

Somit wird hier der Tragfähigkeitsnachweis auf einem Niveau geführt, das weit unterhalb des Grenzzustandes der Tragfähigkeit liegt, da mit der Methode der zulässigen Spannungen keine Beziehung zu physikalisch begründeten Grenzzuständen hergestellt werden kann. Abschließend kann nach *Spaethe, G. 1992* festgestellt werden, dass aus theoretischer Sicht der globale Sicherheitsbeiwert sowie die zulässigen Spannungen einfache praktische Hilfsmittel sind, um eine genügend kleine Versagenswahrscheinlichkeit zu gewährleisten.

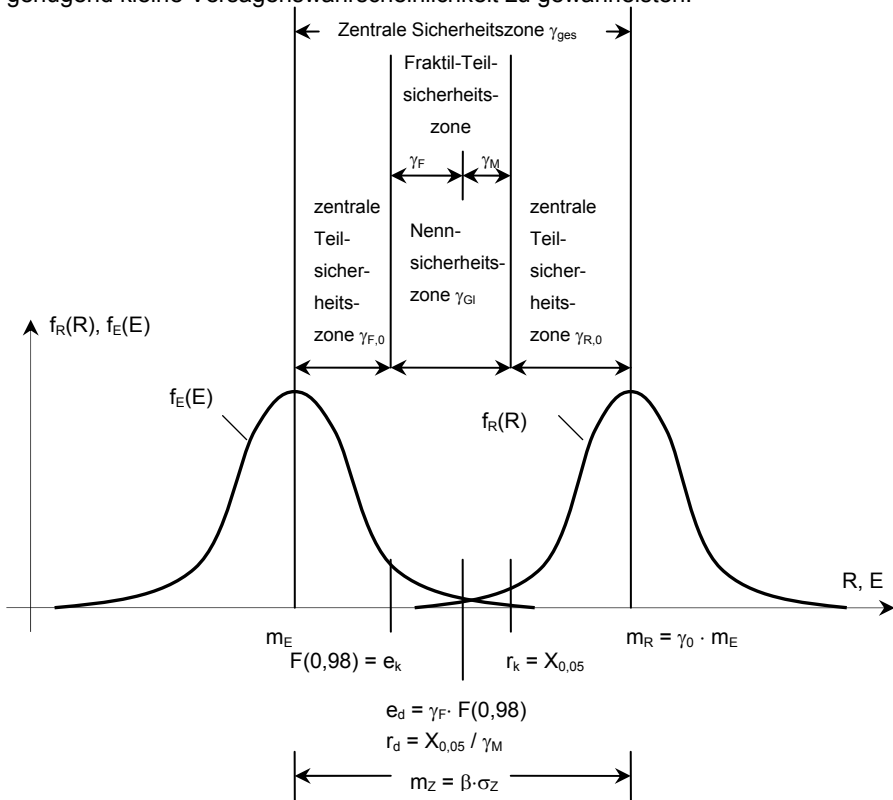


Abb. 3.21: Zusammenhang der Sicherheitszonen sowie Sicherheitsfaktoren

3.12.3 Aufspaltung des globalen Sicherheitsfaktors

Um eine größere Ausnutzung der Tragfähigkeit zu erzielen und die Unterscheidung zwischen ständigen und veränderlichen Lasten mit ihren Streuungen besser erfassen zu können, ist ein einziger Sicherheitsbeiwert schlecht geeignet. Größere Flexibilität kann durch die vereinfachte Aufspaltung des globalen Sicherheitsbeiwertes in einen Produkt- oder Summenansatz erlangt werden.

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \cdot \dots \cdot \gamma_i \quad (3.201)$$

Genau diesen Ansatz wählt *Dartsch, B. 1990* zur Beurteilung von bestehenden Stahlbetonkonstruktionen, die unter Vorankündigung versagen. Er bezieht sich

hierbei auf die Arbeit von *Kordina, K. 1967*, der folgende ingenieurmäßige Aufspaltung des globalen Sicherheitsfaktors in vier Hauptgruppen vorgenommen hat:

- Modellunsicherheiten in den Lastannahmen: $\gamma_1 = 1,15$
- Unsicherheiten in Berechnungsannahmen und Tragwerksmodell: $\gamma_2 = 1,15$
- Unsicherheiten der Baustoffe: $\gamma_3 = 1,10$
- Unsicherheiten der Bauausführung: $\gamma_4 = 1,20$

Der Gesamtsicherheitsbeiwert ergibt sich nun aus der Multiplikation der einzelnen Sicherheitsbeiwerte der Unsicherheiten für Versagen mit Vorankündigung zu:

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \cdot \gamma_4 = 1,15 \cdot 1,15 \cdot 1,10 \cdot 1,20 \approx 1,75 \quad (3.202)$$

In Tab. 3.16 werden die reduzierten Sicherheitsbeiwerte für Bestandsbauten unter der Voraussetzung einer qualifizierten Bestandsaufnahme nach *Dartsch, B. 1990* zusammengestellt.

Gemäß *Dartsch* ist eine Abminderung einzelner Teilsicherheitsfaktoren bei denjenigen Größen gerechtfertigt, die sich unmittelbar messen lassen. Somit kann eine Einschränkung der einzelnen Unsicherheiten vorgenommen werden. An einem analysierten Bestandsbauteil können Einflüsse aus der Bauausführung ausgeschlossen, zugespitzte Berechnungsgrundlagen zugrunde gelegt sowie die messbaren Größen wie Baustoffeigenschaften und ständige Lasten bestimmt werden. Unsicherheiten treten dann hauptsächlich noch durch die einwirkenden äußeren Verkehrslasten auf. Eine Abminderung des Teilsicherheitsbeiwertes der messbaren Größen auf 1,0 darf nicht erfolgen, da gewisse Restunsicherheiten bzw. Streuungen der Einflussgrößen über das betrachtete Bauteil vorhanden sind. Grundlegende Voraussetzung ist allerdings eine sorgfältige Bestandsaufnahme mit angeschlossener statistischer Auswertung. Betrachtet man das Verhältnis 1,75 / 1,40 der beiden resultierenden Gesamtsicherheitsbeiwerte aus Tab. 3.16, dann ergibt sich eine 25 %-ige Erhöhung der Bemessungsschnittgrößen.

Tab. 3.16: Modifizierte Sicherheitsbeiwerte für Bestandsbauten nach *DIN 1045 1988*

Einflüsse	Sicherheitsbeiwerte	
	nach DIN 1045	nach Bestandsaufnahme (modifiziert)
Lastannahmen (ständig)	1,05	1,025
Lastannahmen (veränderlich)	1,10	1,10
Rechengrundlagen /-modell	1,15	1,075
Baustoffkennwerte	1,10	1,05
Qualität der Bauausführung	1,20	1,10
Gesamtsicherheitsbeiwert	1,75	1,40

Die nach *Dartsch, B. 1990* ingenieurmäßige Herleitung modifizierter Teilsicherheitsfaktoren für Bestandsbauten stellt ein einfaches Hilfsmittel dar und ist nicht probabilistisch begründet. Die geforderte Zielzuverlässigkeit wird nur in wenigen Fällen erreicht. Hingegen erfolgt in Abschnitt 8 die Kalibrierung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte wesentlich genauer mithilfe probabilistischer Methoden.

3.13 Teilsicherheitsbeiwerte in der Baupraxis

3.13.1 Teilsicherheitsbeiwerte in der Methode der Grenzzustände

3.13.1.1 Grundsätze

Die Methode der Grenzzustände mit Teilsicherheitsbeiwerten bildet die Grundlage für die Nachweisgleichungen der vereinheitlichten, europäischen Normen. Bei dieser Methode werden die Teilsicherheitsbeiwerte an den Stellen in den Algorithmen zur Berechnung der Grenzzustände eingeführt, an denen zufällige Streuungen verursacht werden. Sie werden den Nennwerten der einzelnen Basisvariablen oder den Funktionen von Nennwerten zugeordnet. Die Zuordnung kann als Multiplikator, Divisor oder additives Element erfolgen. Durch diese Operanden entstehen aus den Nennwerten Bemessungswerte, mit denen der Sicherheitsnachweis der Grenzzustände geführt wird.

Nach *Spaethe, G. 1992* werden vier verschiedene Typen von Teilsicherheitsbeiwerten im europäischen Normenwerk unterschieden:

- γ_f Teilsicherheitsbeiwert, der die Streuungen der Lasten abdeckt (Lastfaktor)
- γ_m Teilsicherheitsbeiwert, der die Streuungen der Baumaterialien und des Baugrundes erfasst (Materialfaktor)
- $\gamma_{Ed}; \gamma_{Rd}$ Teilsicherheitsbeiwerte zur Erfassung der Modellungenauigkeiten
- γ_n Teilsicherheitsbeiwert, der die Folgen eines potenziellen Versagens berücksichtigt

3.13.1.2 Lastfaktor γ_f

Der Lastfaktor erfasst die natürlichen Streuungen der Lasten, evtl. mögliche Ungenauigkeiten im stochastischen Lastmodell und Abweichungen von den normalen Nutzungsbedingungen. Weiter soll der Lastfaktor baustoffunabhängig sein und vom betrachteten Grenzzustand abhängen. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit werden hier größere Werte zugrunde gelegt, als für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. In der Regel sind die Lastfaktoren für Gebrauchstauglichkeitsnachweise $\gamma_f = 1,00$ zu setzen. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit müssen für ständig wirkende Lasten wie Eigenlast, Ausbaulast, Vorspannung oder Erddruck jeweils zwei unterschiedliche Teilsicherheitsfaktoren festgelegt werden, je nach günstiger oder ungünstiger Wirkung der Last.

3.13.1.3 Materialfaktor γ_m

Die Unsicherheiten infolge der Streuungen der Baustoff- und Bodeneigenschaften sollen mit dem Materialfaktor γ_m erfasst werden. Weiter werden hier die ungünstigen Abweichungen vom charakteristischen Materialwert und die Ungewissheiten zwischen den Materialeigenschaften im Bauwerk und an den Prüfkörpern bei Prüfverfahren festgestellten Messwerten berücksichtigt. Auch Ungenauigkeiten in den theoretischen Modellen zur rechnerischen Erfassung der Querschnittstragfähig-

keit sowie der Einfluss der Abweichungen der Querschnittsgeometrie können hiermit abgedeckt werden. I. d. R. erfolgt dies aber durch den Faktor γ_{Rd} . Weiter stehen die Baustoffstreuungen in engem Zusammenhang mit den Qualitätssicherungs- und Kontrollmaßnahmen bei der Bauteilherstellung und der Baustoffverarbeitung.

Somit wird eine tiefere Aufspaltung des Teilsicherheitsbeiwertes für Material in Produktform empfohlen:

$$\gamma_m = \gamma_{m1} \cdot \gamma_{m2} \cdot \gamma_{m3} \cdot \gamma_{m4} \cdot \gamma_n \quad (3.40)$$

mit

- γ_{m1} Faktor, abhängig vom Variationskoeffizienten der Festigkeit und dem Variationskoeffizienten des Umrechnungsfaktors von der Prüf- zur Bauwerksfestigkeit
- γ_{m2} Faktor, abhängig von der Genauigkeit des analytischen Modells (in DIN 1055-100 schon in γ_{Rd} enthalten)
- γ_{m3} Faktor, abhängig von der Vorankündigung des Bruches (spröde / duktil)
- γ_{m4} Faktor, abhängig von der Strenge der Qualitätssicherungs- und Kontrollmaßnahmen
- γ_n Wertigkeitsfaktor, abhängig von den Versagensfolgen (Schadensfolgeklassen)

Bei der Nachrechnung bestehender Bauwerke liegen zahlreiche Kenntnisse über das Bauwerk vor. Die Baustoffe sind bereits vorhanden und die genauere experimentelle Analyse der tatsächlich vorhandenen Eigenschaften kann zum Ansatz verminderter Streuungen führen. Somit steht einer Abminderung des Materialteilsicherheitsfaktors nichts im Wege. Eine Reduzierung dieser Faktoren wird nach neuer Normengeneration für außergewöhnliche Belastungen und Erdbeben bereits praktiziert.

3.13.1.4 Erfassung der Modellungenauigkeiten: γ_{Ed} bzw. γ_{Rd}

Bei der Tragwerksberechnung müssen vereinfachte Annahmen für das Verhalten der Systeme, der Querschnitte, Baustoffe, Verbindungen, der Beanspruchungen etc. gemacht werden, damit überhaupt ein Nachweis mit einigermaßen vertretbarem Aufwand zu bewerkstelligen ist. Die dadurch entstehenden Fehler werden auch Modellunsicherheiten genannt und haben systematischen oder stochastischen Charakter. Die Aufspaltung der Modellunsicherheiten erfolgt in γ_{Rd} zur Abdeckung der Unsicherheiten der Modelle zur Ermittlung der Beanspruchbarkeit und in γ_{Ed} für die Vereinfachungen bei der Erfassung der Beanspruchung (siehe Abschnitte 4.5 und 5.5). In den aktuellen Normen werden die Modellungenauigkeiten γ_{Rd} und γ_{Ed} mit den beiden Teilsicherheitsbeiwerten γ_m und γ_f verknüpft und liefern die Teilsicherheitsbeiwerte γ_M und γ_F zur semiprobabilistischen Nachweisführung.

3.13.1.5 Teilsicherheitsbeiwert γ_n zur Differenzierung des Sicherheitsniveaus

Das Sicherheitsniveau der Baukonstruktionen kann entsprechend der wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Bedeutung sowie der Schwere der Folgen bei deren potenziellen Versagen differenziert betrachtet werden. Im *DIN EN 1990 2002* erfolgt

die Differenzierung mit dem Faktor $K_{F_I} = \gamma_n$ und wird dem Bemessungswert der Einwirkungen zugeschlagen (vgl. Abschnitt 3.10.3).

Tab. 3.17: Wertigkeitsfaktoren K_{F_I} für Einwirkungen nach DIN EN 1990 2002

K_{F_I} -Beiwerte für Einwirkungen	Zuverlässigkeitsklasse		
	RC 1	RC 2	RC 3
K_{F_I}	0,9	1,0	1,1

Mit dem Wertigkeitsfaktor kann nur der Anteil der Versagenswahrscheinlichkeit beeinflusst werden, der vom Sicherheitsabstand der Bemessung abhängig ist. Eine Kompensation von menschlichen Fehlern ist nicht möglich. Hierzu dienen Qualitätssicherungs- und Kontrollmaßnahmen.

3.13.2 Nachweis nach dem Verfahren der Teilsicherheitsbeiwerte

In Tab. 3.18 ist die Struktur des Bemessungskonzeptes nach DIN 1055-100 2001 dargestellt. Generell wird bei der Nachweisführung zwischen dem Grenzzustand der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit unterschieden. Für eine Bemessung müssen zuerst die Tragwerks- und Lastmodelle für die maßgebenden Bemessungssituationen der Grenzzustände entwickelt werden. Nachzuweisen ist, dass die Grenzzustände nicht überschritten werden, wenn die Bemessungswerte der Einwirkungen, der Baustoffeigenschaften und geometrischen Werte in den Versagensmodellen verwendet werden.

Tab. 3.18: Struktur des Bemessungskonzeptes nach DIN 1055-100 2001

Grenzzustand	Tragfähigkeit	Gebrauchstauglichkeit
Anforderungen	Sicherheit von Personen Sicherheit des Tragwerks	Wohlbefinden von Personen Funktion des Tragwerks Erscheinungsbild
Nachweiskriterien	Verlust von Lagesicherheit Festigkeitsversagen Stabilitätsversagen Versagen durch Materialermüdung	Verformungen und Verschiebungen Schwingungen Schäden (einschl. Rissbildung) Schäden durch Materialermüdung
Bemessungssituationen	ständige vorübergehende außergewöhnliche Erdbeben	charakteristische seltene häufige quasi-ständige
Beanspruchung	Bemessungswert der Beanspruchung z. B.: destabilisierende Einwirkungen, Schnittgrößen	Bemessungswert der Beanspruchung z. B.: Spannungen, Rissbreiten, Verformungen
Widerstand	Bemessungswert des Tragwiderstandes (Beanspruchbarkeit) z. B.: stabilisierende Einwirkungen, Materialfestigkeiten, Querschnittswiderstände	Bemessungswert des Gebrauchstauglichkeitskriteriums z. B.: Dekompression, Grenzwerte für Spannungen, Rissbreiten, Verformungen

3.14 Kombinationsregeln und Faktoren

Treten mehrere veränderliche Einwirkungen, die unabhängig voneinander sind auf, so sind diese zu kombinieren. Erfolgt die Lastmodellierung über Extremwertverteilungen in einem Bezugszeitraum, führt dies zu einer konservativen Bemessung, da die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Auftretens zweier Extremwerte relativ gering ist. Eine relativ genaue Erfassung des gemeinsamen Auftretens von veränderlichen Einwirkungen ist nur mithilfe geeignet modellierter, zeitabhängiger Zufallsfolgen, sogenannten stochastischen Rechteckprozessen möglich (vgl. Abschnitt 5.2.5). In der Praxis werden hierfür Kombinationsbeiwerte verwendet, die die geringe Wahrscheinlichkeit gleichzeitig auftretender Extremwerte berücksichtigen. Statistische Auswertungen von Auftretensraten und Einwirkungsdauern von Lasten liegen nur vereinzelt vor, sodass geeignete Vereinfachungen für die Lastfallkombinationen getroffen werden müssen.

Viele Ansätze zur Herleitung von Kombinationsbeiwerten gehen auf *Turkstra, C. J. 1970* zurück (s. Abschnitt 5.2.5). Gemäß *JCSS 2000* wird eine modifizierte Turkstra-Regel nach *Ferry Borges, J. & Castanheta, M. 1971* vorgeschlagen, die auch als Bemessungswertmethode bezeichnet wird. Danach ist der Bezugszeitraum jeder zeitvarianten Einwirkung zunächst in eine Anzahl von Zeitintervallen gleicher Länge τ_i einzuteilen (s. Abb. 3.22) und es gilt $\tau_1 \geq \tau_2$.

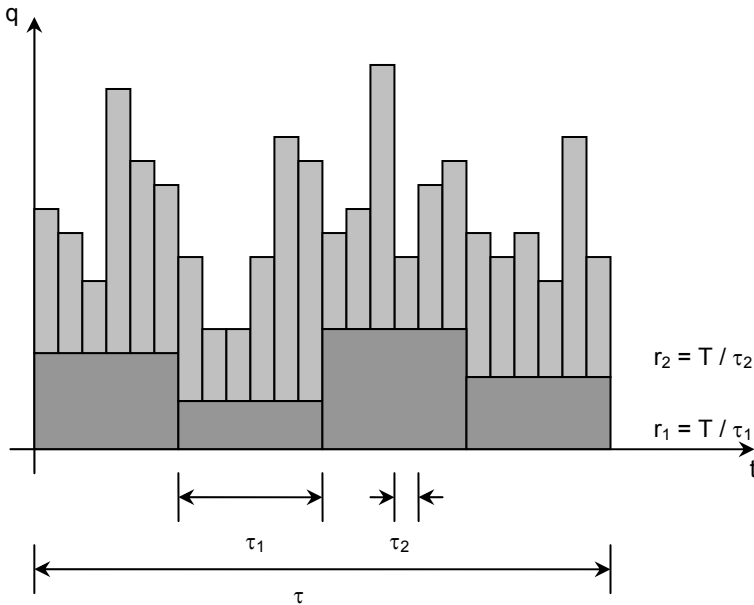


Abb. 3.22: Borges-Castanheta-Modell (FBC-Modell) für zwei zeitabhängige Einwirkungen

Der Kombinationsbeiwert hängt vom größten Grundzeitintervall τ_1 , dem Bezugszeitraum T sowie der Verteilungsfunktion ab. Als Bezugszeitraum wird i. d. R. die Nutzungsdauer des Tragwerks gewählt. Die Lastwechsel im Bezugszeitraum werden mit r_i bezeichnet (s. Abb. 3.22). Die Voraussetzungen zur Anwendung des Modells

von *Ferry Borges, J. & Castanheta, M. 1971* können in *Hansen, M. 2004* oder *Grünberg, J. 2004* nachgelesen werden.

Der Kombinationsbeiwert ψ_0 für veränderliche Lasten beschreibt das Verhältnis von Begleiteinwirkung und Leiteinwirkung allgemein:

$$\psi_0 = \frac{F(\text{Begleiteinwirkung})}{F(\text{Leiteinwirkung})} \quad (3.203)$$

Die Verteilungsfunktion der Extremwerte $F_{Q,max}(x_i)$ kann aus der Anzahl der Lastwechsel r_i und deren Verteilungsfunktion $F_i(x_i)$ im Grundzeitintervall τ_i mit den Gleichungen (5.39) und (5.40) berechnet werden.

Mit dem Zuverlässigkeitsindex β' für das größte Grundzeitintervall T_1 an der Stelle des gewichteten Zuverlässigkeitsindex für die Beanspruchung $\alpha_E \cdot \beta' = 0,7 \cdot \beta'$ folgen die Kombinationsbeiwerte $\psi_{0,i}$ zu:

$$\psi_{0,i} = \frac{F_{Q,max}^{-1}(\Phi(0,4 \cdot \beta'))^{r_i}}{F_{Q,max}^{-1}(\Phi(\beta'))^{r_i}} = \frac{F_{Q,max}^{-1}(\exp(r_i \cdot \Phi(0,4 \cdot \beta')))}{F_{Q,max}^{-1}(\Phi(0,7 \cdot \beta))} \quad (3.204)$$

$$\text{mit } \beta' = -\Phi^{-1}(\Phi(+\alpha_E \cdot \beta)/r_i) \quad r_i = T/\tau_i \quad (3.205)$$

Analog dieser Vorgehensweise können auch die Kombinationsbeiwerte der quasi-ständigen Einwirkungen ψ_2 und der häufigen Einwirkungen ψ_1 ermittelt werden. Eine umfangreiche Herleitung der Kombinationsbeiwerte ist in *Hansen, M. 2004* und *Grünberg, J. 2004* zu finden.

3.15 Besonderheiten bei bestehenden Bauwerken

Bei bestehenden Bauwerken liegen zusätzliche Informationen von Bauwerkseigenschaften aus der bisherigen Standzeit gegenüber einem neu zu errichtenden Bauwerk vor oder sie können durch Untersuchungen am Bauwerk gewonnen werden. Im Rahmen einer Bestandsaufnahme können zerstörungsfreie Prüfungen, Probeentnahmen und deren Prüfung, Probelastungen, Ermittlung der geometrischen Abmessungen und Zuschärfung der tatsächlichen vorhandenen ständigen oder veränderlichen Lasten vorgenommen werden. Diese Erkenntnisse verändern die Ungewissheiten bzw. schränken diese ein.

So können Zusatzinformationen beispielweise zu Änderungen in den Verteilungstypen und den statistischen Kenngrößen der Basisvariablen bzw. Änderungen der Grenzzustandsgleichung oder Einbau zusätzlicher Bedingungen, deren Erfüllung oder Nichterfüllung in der Vergangenheit bestätigt wurde, berücksichtigt werden.

Eine weitere Besonderheit bei Bestandsbauten ist die i. d. R. geringere restliche Nutzungsdauer. Eine verminderte Nutzungsdauer führt über eine geringere Anzahl der Belastungszustände bei variablen Lasten zu herabgesetzten Extremwerten.

Weiter sei erwähnt, dass die Kosten für eine Erhöhung der Sicherheit einer bestehenden Konstruktion in der Regel sehr hoch sind. Eine Verstärkung einer bestehenden Konstruktion ist wesentlich teurer als eine Änderung im Entwurfsstadium. Dies rechtfertigt aufwendige Bestandsaufnahmen zur Gewinnung zusätzlicher Informationen über den Bauwerkszustand und die Durchführung probabilistischer Berechnungen zur präziseren Erfassung der Sicherheit.

Hohe Verstärkungskosten sowie verminderte Nutzungsdauern rechtfertigen, über eine Veränderung des erforderlichen Sicherheitsniveaus nachzudenken.

In *Schneider, J. 1994* wird die Kalibrierung des Sicherheitsniveaus für ein spezielles Bestandsbauwerk anhand der aktuellen Normen für Neubauten wie folgt empfohlen:

- Dimensionierung der Konstruktion mit Normen, deren Sicherheitsniveau allgemein akzeptiert ist;
- Berechnung des Sicherheitsindex' β_0 für die so bemessene Konstruktion mit Basisvariablen, die der Norm zugrunde liegen;
- Sammlung aller Informationen über den realen Zustand der Konstruktion;
- Berechnung des Sicherheitsindex' β für die tatsächlichen Abmessungen unter Berücksichtigung aller präzisierten Informationen des aktuellen Bauwerkszustands.

Nach *Schneider, J. 1994* wird die Konstruktion als sicher angesehen, wenn $\beta \geq \beta_0$ ist.

Die beschriebene Vorgehensweise muss mithilfe einer zuverlässigkeitstheoretischen Bemessung erfolgen, die zurzeit in der Praxis nicht verbreitet ist. Mit den im Rahmen dieser Arbeit ermittelten, modifizierten Teilsicherheitsfaktoren soll auf Grundlage einer Bestandsaufnahme eine semiprobabilistische Nachweisführung für ein einheitliches Zuverlässigkeitsniveau ermöglicht werden.

4 Tragwiderstand von Stahlbetonbauteilen

4.1 Einführung

Der Tragwiderstand R der Bauteile setzt sich aus mehreren Anteilen zusammen. Neben der Bauteilgeometrie müssen auch die Materialkennwerte von Beton und Bewehrungsstahl betrachtet werden. Ein weiterer Aspekt beim Bauen im Bestand ist die Ausführungsqualität bei der Errichtung und die evtl. Bauteilschädigung durch Alterungseinflüsse.

Nachfolgend werden die einzelnen Einflussfaktoren, welche die Größe des Bauteilwiderstandes beeinflussen, diskutiert. Dabei werden die Variationskoeffizienten der Einflussgrößen für anschließende Parameterstudien nach umfangreicher Sichtung der Literatur festgelegt. Teilweise fällt die Größe der Streuungen auf Grundlage einer vorab durchgeführten Bestandsaufnahme geringer aus.

Anzumerken ist, dass in diesem Abschnitt kein Bezug auf mögliche Alterungserscheinungen wie Betonabplatzungen oder Korrosion der Bewehrung genommen wird. Eine regelmäßige Instandhaltung des Bauwerks während der bisherigen Nutzungsdauer bzw. im Rahmen der anstehenden Umbaumaßnahme wird unterstellt.

4.2 Bauteilgeometrie und Querschnittswerte

4.2.1 Betonquerschnitt

Der Bauteilquerschnitt ist je nach Ausführungsqualität gewissen geometrischen Schwankungen unterworfen. Diese i. d. R. normalverteilten Schwankungen wirken sich durch die Verknüpfung in der Grenzzustandsgleichung sowohl auf Einwirkungs- als auch auf Widerstandsseite aus. Die Größe des Bauteileigengewichts beeinflusst die Einwirkungsseite und der tatsächlich vorhandene Querschnitt der maßgebenden Nachweisstelle steuert u. a. die Größe des Bauteilwiderstands. Beide Einflüsse werden bei der probabilistischen Bemessung implementiert.

Nach *JCSS 2000* und *Rackwitz, R. 1996* entspricht der Mittelwert (50%-Quantil) der Abweichung $\Delta\mu_a$ von der Sollabmessung eines Betonquerschnittes dem Nominalwert a_{nom} (s. auch Abschnitt 5.3.2). Im *JCSS 2000* wird folgender Ansatz für die Abweichungen von den Stahlbetonsollquerschnitten verwendet:

$$\begin{aligned} a_{nom} < 1000 \text{ mm:} & \quad \Delta\mu_a = 0,003 \cdot a_{nom} & \quad \sigma_a = 4 \text{ mm} + 0,006 \cdot a_{nom} \\ a_{nom} \geq 1000 \text{ mm:} & \quad \Delta\mu_a = 3 \text{ mm} & \quad \sigma_a = 10 \text{ mm} \end{aligned}$$

Eine genauere Aufschlüsselung der geometrischen Abweichungen einzelner Bauteile kann in *Hansen, M. 2004* nachgeschlagen werden. Dieser weist generell für Fertigteile ein Variationskoeffizient $v_x = 0,8 \%$ und für Ortbetonbauteile $v_x = 2,0 \%$ aus.

Auch *Hosser, D. 1978* gibt für Ortbetonbauteile mit Abmessungen kleiner 1,0 m ebenfalls eine Streuung von $v_x = 2,0 \%$, bei größeren Bauteilen sogar nur noch

$v_x = 1,0 \%$ an. In *Six, M. 2001* und *Glowienka, S. 2007* werden deterministische Werte verwendet, d. h. es werden keinerlei Streuungen unterstellt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird aufgrund punktueller Bestandsaufnahme eine Querschnittsstreuung von $v_x = 2,0 \%$ verwendet. Dies hat den Vorteil, dass man sich auf wenige relevante Nachweisschnitte konzentrieren kann und auch evtl. nicht einsehbare Bauteilbereiche mit abgedeckt sind.

Weitere Grundlagen zur probabilistischen Modellierung des Betonquerschnitts sind in Abschnitt 5.3.2 bei der Modellierung der Bauteileigenlast beschrieben.

4.2.2 Betondeckung / Randabstand der Bewehrung

Angaben zur Streuung der Betondeckung finden sich in zahlreichen Quellen. Im *JCSS 2000* wird dabei nach Art des Bauteils sowie Lage der Bewehrung im Bauteil (oben bzw. unten) unterschieden und nach folgendem Ansatz verfahren:

Obere Bewehrung:	$\mu_c = c_{nom} + 10 \text{ mm}$	$\sigma_c = 10 \text{ mm}$	normalverteilt
Untere Bewehrung:	$\mu_c = c_{nom}$	$\sigma_c = 10 \text{ mm}$	normalverteilt

Diese Erkenntnisse werden dazu verwendet, die Schwerpunktlage d_1 des Betonstahls im Bauteil vom gezogenen Bauteilrand aus festzulegen.

In dem Maß d_1 sind die Informationen zur Betondeckung, Lage der Bewehrung sowie der vorhandene Stabdurchmesser enthalten. Geht aufgrund mangelnder Informationen nur der Randabstand in die probabilistischen Untersuchungen ein, so kann für diesen gemäß *Hosser, D. 1978* ein Variationskoeffizient von 20 % unterstellt werden. Weiter setzt *Hosser, D. 1978* eine konstante Standardabweichung der Betondeckung voraus. Gemäß seinen Untersuchungen sind bei üblichen Bauteilabmessungen mittlere Standardabweichungen von ca. 7,5 mm für Ortbetonbauteile und etwa 5,0 mm bei Fertigteilen festzustellen.

Auch *Pottharst, R. 1977* verwendet für die Betondeckung einen Variationskoeffizienten von $v_x = 20 \%$. Im Rahmen dieser Arbeit wird für Bestandsbauten ein Wert $v_x = 12,5 \%$ über die Bauteillänge bei vorab durchgeführter Bestandsaufnahme, die eine Bestimmung der Lage der Bewehrung (z. B. durch punktuelles Freilegen oder Verwendung von geeigneten technischen Geräten) beinhaltet, als sinnvoll erachtet.

4.2.3 Statische Nutzhöhe des Betonbauteils

Die Nutzhöhe des Betonbauteils setzt sich aus der Bauteilhöhe h abzüglich des Randabstands der Bewehrung d_1 zusammen. Wird aber direkt die statische Nutzhöhe verwendet, so schlägt *Hansen, M. 2004* bei völliger Unkenntnis eine Variation von 4 % vor, sonst differenziert er zwischen Fertigteilen ($v_x = 1,0 \%$) und Ortbetonbauteilen mit $v_x = 2,5 \%$.

Pottharst, R. 1977 schlägt für Ortbetonbauteile einen ähnlich großen Wert mit $v_x = 2,0 \%$ vor. Dieser wird auch in den weiteren Ausführungen zur Kalibrierung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte verwendet.

4.2.4 Betonstahl

Die Querschnittsfläche der im Bauteil eingelegten Bewehrung ist nur sehr geringen Streuungen unterworfen. Gemäß *JCSS 2000* kann hierfür eine Normalverteilung mit einem Mittelwert gleich dem Nominalwert und einem Variationskoeffizienten von 2 % verwendet werden. Ähnliche Werte werden auch in *Rußwurm, D. 1988* vorgeschlagen.

Nach *DIN 488-2 1986* darf die Querschnittsfläche der Bewehrungsstäbe vom Nennquerschnitt abweichen. Die Abweichungen gliedern sich nach Größe des Stabdurchmessers:

Stabquerschnitte mit $\varnothing \leq 8 \text{ mm}$:	$v_x \approx \pm 6,0 \%$
Stabquerschnitte mit $\varnothing > 8 \text{ mm}$:	$v_x \approx \pm 4,5 \%$

Gemäß *Spaethe, G. 1992* besteht zwischen der charakteristischen Streckgrenze f_{yk} und der Querschnittsfläche des Bewehrungsstahls eine direkte Korrelation (s. Abschnitt 4.3.1.1).

In *Pottharst, R. 1977* wird einerseits zwischen der im Bauteil eingelegten Bewehrungsmenge und der in den Ausführungsunterlagen ausgewiesenen Menge unterschieden, wofür ein Variationskoeffizient von 5 % genannt wird. Andererseits muss auch für die Abweichung von der Nennfläche des Bewehrungsstabes ein Variationskoeffizient von $v_x = 2,4 \%$ berücksichtigt werden. *Hosser, D. 1978* untermauert diese Aussage und weist für Querschnittsflächenabweichungen einen Wert von $v_x = 2,5 \%$ aus.

Hansen, M. 2004 unterscheidet bei dünnen Stäben zwischen Variationskoeffizienten der Längsbewehrung, die im Intervall von $1,0 \% \leq v_x \leq 3,0 \%$ und für Bügel im Bereich von $4,0 \% \leq v_x \leq 8,0 \%$ liegen. Bei dickeren Bewehrungsstäben können die Streuungen vernachlässigt werden. Generell schlägt er wie *Hosser, D. 1978* auch eine Streuung von $v_x = 2,5 \%$ vor.

JCSS 2000 empfiehlt einen Variationskoeffizienten von $v_x = 2,0 \%$. Die Variation des Nenndurchmessers kann allerdings auch durch eine größere Streuung der Streckgrenze mit berücksichtigt werden (s. Abschnitt 4.3.1.1). Diese Vorgehensweise wird später angewendet, da die im Bauteil vorhandene Bewehrungsmenge durch eine Bestandsaufnahme relativ genau ermittelt werden kann.

4.2.5 Systemabmessungen

Die Streuung der Stützweite kann z. B. aus den Lageabweichungen der Stützen bzw. Wände bestimmt werden. Der lichte Abstand zwischen den vertikalen Traggliedern kann gemäß *Maaß, G.; Rackwitz, R. 1980* mit einem Mittelwert von $\mu_{\Delta L} \approx -10$ bis $+8 \text{ mm}$ und einer zugehörigen Standardabweichung $\sigma_{\Delta L} \approx 7$ bis 14 mm angegeben werden. In der Regel wird hierbei zwischen Stützen und Wänden unterschieden. Systemabmessungen können bei Zuverlässigkeitsbetrachtungen auf Querschnittsebene indirekt durch die Modellunsicherheiten der Beanspruchungen berücksichtigt oder direkt den Einwirkungen zugeschlagen werden.

4.3 Statistische Kenngrößen der Materialkennwerte

Die charakteristischen Werte der Materialfestigkeiten werden in der Regel als 5 %-Quantile angegeben. Als Verteilungsfunktion wird häufig die linksschiefe logarithmische Normalverteilung gewählt. Diese birgt den Vorteil, dass Sie keine negativen Festigkeitswerte liefert. Für andere Materialkennwerte wie Rohdichte, E-Modul, Reibungskoeffizienten, Haft- und Schwindbeiwerte werden Mittelwerte empfohlen.

4.3.1 Betonstahl

4.3.1.1 Streckgrenze

Die in DIN 1045-1 2008 definierte Spannungs-Dehnungslinie von Betonstahl stellt sich für warm gewalzte Stähle als bilineare Funktion dar. Wichtigstes Kriterium zur Charakterisierung des Betonstahls ist die Streckgrenze f_y , die in Abhängigkeit der 0,2 % Dehngrenze angegeben wird. Der Variationskoeffizient der Streckgrenze hängt von mehreren Faktoren ab: dem Stabprofil, Herstellerwerk und dem Produktionsjahr.

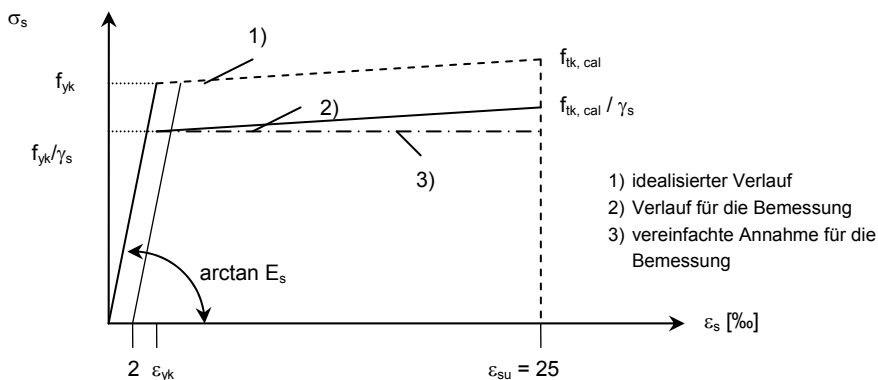


Abb. 4.1: Rechnerische Spannungs-Dehnungslinie des Betonstahls für die Bemessung nach DIN 1045-1 2008

In Spaethe, G. 1992 findet man folgende Auflistung der Variationskoeffizienten v_x :

- Gleiches Stabprofil, gleiches Herstellerwerk: $v_x = 0,01 \dots 0,04$
- Unterschiedliche Stabprofile, gleiches Herstellerwerk: $v_x = 0,04 \dots 0,07$
- Gleiches Stabprofil, unterschiedliches Herstellerwerk: $v_x = 0,05 \dots 0,08$
- Unterschiedliche Profile, verschiedene Herstellerwerke: $v_x = 0,06 \dots 0,12$

In der Literatur wird der Variationskoeffizient v_x der Streckgrenze im Bereich zwischen 4 % und 10 % angegeben, wobei festzustellen ist, dass bei größerem v_x meistens schon die Schwankung der Querschnittsfläche des Bewehrungsstahls mit eingeflossen ist.

Im *JCSS 2000* wird die Standardabweichung unabhängig von der Festigkeitsklasse mit konstant $\sigma_y = 30 \text{ N/mm}^2$ festgesetzt und der Mittelwert der Streckgrenze wird definiert zu:

$$f_{ym} = f_{yk} + 2 \cdot \sigma_y \quad (4.1)$$

mit: f_{yk} charakteristischer Wert der Streckgrenze
 σ_y Standardabweichung der Streckgrenze

Somit ergibt sich nach *JCSS 2000* für einen BSt 500 ein Mittelwert der Streckgrenze von $f_{ym} = 560 \text{ N/mm}^2$, was einen Variationskoeffizienten von $v_x = 5,4 \%$ zufolge hat. Dieser Variationskoeffizient erfasst allerdings nicht die Schwankungen der Querschnittsfläche der Bewehrungsstähle mit dem Nominalwert als Mittelwert und einer Streuung von 1 % bis 3 % (vgl. Abschnitt 4.2.4).

Für den heute im Allgemeinen gebräuchlichen Stahl BSt 500 (BSt IV) errechnet sich Mittelwert und Standardabweichung bei einem Variationskoeffizienten von 5,4 % unter Zugrundelegung einer Lognormalverteilung zu:

$$\begin{aligned} f_{yk} &= f_{5\%} = 500 \text{ N/mm}^2 \\ f_{ym} &= f_{yk} / \exp(-1,645 \cdot v_x) = 500 / \exp(-1,645 \cdot 0,054) \\ &= 546,4 \text{ N/mm}^2 \approx 550 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_y &= f_{ym} \cdot v_x = 550 \cdot 0,054 = 29,7 \text{ N/mm}^2 \approx 30 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Für den Betonstahl BSt 420 (BSt III) folgt:

$$\begin{aligned} f_{yk} &= f_{5\%} = 420 \text{ N/mm}^2 \\ f_{ym} &= 420 / \exp(-1,645 \cdot 0,054) = 459,0 \text{ N/mm}^2 \approx 460 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_y &= f_{ym} \cdot v_x = 460 \cdot 0,054 = 25 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Und für Betonstahl BSt 220 bzw. BSt I (Bezeichnung nach alter Norm) ergibt sich der Mittelwert und die Standardabweichung zu:

$$\begin{aligned} f_{yk} &= f_{5\%} = 220 \text{ N/mm}^2 \\ f_{ym} &= 220 / \exp(-1,645 \cdot 0,054) = 240,4 \text{ N/mm}^2 \approx 240 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_y &= f_{ym} \cdot v_x = 240 \cdot 0,054 = 13 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Wenn in den probabilistischen Berechnungen die Querschnittsflächenstreuung nicht explizit betrachtet wird, sollte die Berücksichtigung über einen höheren Variationskoeffizienten der Streckgrenze von $v_x = 6 \%$ erfolgen. Als Verteilungsfunktion kann für die Streckgrenze gemäß *JCSS 2000* eine Normalverteilung, nach *Spaethe, G. 1992* auch eine Lognormalverteilung analog zu anderen Materialkennwerten unterstellt werden. Eine Lognormalverteilung kann ebenfalls dadurch begründet werden, da die überwiegende Anzahl der Stichproben eine positive Schiefe zeigt. Der Grund hierfür liegt in der Qualitätskontrolle, die Mindergüten aussortiert bzw. in niedrigere Güteklassen einstuft.

Pottharst, R. 1977, Hosser, D. 1978 sowie *Six, M. 2001* schlagen alle einen Variationskoeffizienten von $v_x = 6 \%$ vor, wobei jedoch die Abweichung von der

Sollquerschnittsfläche nicht betrachtet wird. *Heunisch, M. 1972* weist einen Wert von $v_x = 5 \%$ aus, allerdings wird für Torstahl $v_x = 6 \%$ angegeben.

Da es sich gerade bei älteren Stahlbetonbauteilen im Bestand meist um schwach bewehrte Bauteile handelt, wird die Streuung der Nettoquerschnittsfläche des Bewehrungsstahls vernachlässigt und eine lognormalverteilte Streckgrenze mit einem Variationskoeffizienten von $v_x = 5,4 \%$ für alle Stahlgüten unterstellt.

Mit zunehmender Stahlgüte steigt die Standardabweichung an, aber in der Regel nicht so stark wie der Mittelwert, sodass der Variationskoeffizient etwas abfällt und für niedrigere Stahlgüten höhere Werte und für hohe Stahlgüten niedrigere Werte von den oben aufgeführten Variationskoeffizienten zu erwarten sind.

4.3.1.2 Elastizitätsmodul

Nach *JCSS 2000* wird das Elastizitätsmodul als konstante Größe ($\sigma = 0$) zu $E_s = 205.000 \text{ N/mm}^2$ definiert. In *Spaethe, G. 1992* wird ein Variationskoeffizient $v_x = 0,02 - 0,06$ vorgeschlagen.

4.3.1.3 Querdehnungszahl

Der Variationskoeffizient der Querdehnungszahl wird von *Spaethe, G. 1992* mit $v_x = 0,03$ angegeben.

4.3.2 Beton

Wichtigste Ursachen für die Streuungen der Betoneigenschaften sind die Streuungen der Eigenschaften der einzelnen Komponenten, die Streuungen in der Zusammensetzung, die zufälligen Einflüsse während des Mischvorgangs, des Transportes, des Einbaus und der Nachbehandlung sowie die Unterschiede in der Qualitätsüberwachung, der Kontrolle und der Prüfverfahren.

4.3.2.1 Druckfestigkeit

In den aktuellen deutschen und europäischen Stahlbetonbaunormen ist die charakteristische Betondruckfestigkeit f_{ck} als 5 %-Quantil der Grundgesamtheit einer Festigkeitsklasse definiert. Die Grundgesamtheit setzt sich hierbei aus allen möglichen Messungen an 28 Tage alten Zylindern mit einem Durchmesser $d = 150 \text{ mm}$ und einer Höhe $h = 300 \text{ mm}$ zusammen. Der Mittelwert der Betondruckfestigkeit errechnet sich in den oben genannten Normen zu:

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,645 \cdot 5 \text{ N/mm}^2 \approx f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2 \quad (4.5)$$

Unter Annahme einer Normalverteilung ergibt sich hieraus eine konstante Standardabweichung von 5 N/mm^2 für alle Festigkeitsklassen, d. h. der Variationskoeffizient der Druckfestigkeit sinkt mit zunehmender Festigkeitsklasse. Diese Festlegung ist auf Untersuchungen von *Rüsch, H. et al. gemäß DAfStb Heft 206 1969* zurückzuführen. Aus diesen Untersuchungen lässt sich folgern, dass der Zusammenhang zwischen Standardabweichung und mittlerer Festigkeit im Wesentlichen durch die von der angestrebten Festigkeit unabhängige Streuung der w/z -Werte bestimmt wird.

Probabilistische Untersuchungen aller Festigkeitsklassen mit einheitlichen Variationskoeffizienten sind problematisch. Daher erfolgen die probabilistischen Analysen über einen Wertebereich der Betonstreuungen unabhängig von der Druckfestigkeitsklasse.

Über eine geeignete Verteilungsfunktion der Druckfestigkeit gibt es unterschiedliche Angaben. *DAfStb Heft 206 1969* empfiehlt zur Beschreibung der Zufallsvariablen Druckfestigkeit eine Normalverteilung, was nach *Rüsch, H. et al.* in 92,8 % aller Fälle zutreffend ist. Neuere Veröffentlichungen wie z. B. von *König, G. et al. 1998* und *JCSS 2000* empfehlen eine Lognormalverteilung, die auch den nachfolgenden Parameterstudien unterstellt wird.

Die Annahme einer Normalverteilung erweist sich im Zusammenhang mit probabilistischen Untersuchungen als problematisch, da sie prinzipiell auch hier wieder negative Realisationen der Betondruckfestigkeit zulässt, was physikalisch nicht möglich ist. Daher wird in der Literatur die Verwendung einer logarithmischen Normalverteilung mit einer konstanten Standardabweichung von 5 N/mm² empfohlen.

Nach *Spaethe, G. 1992* zeigt das vorhandene Datenmaterial der Druckfestigkeiten, dass in den mittleren und höheren Festigkeitsbereichen mit einer konstanten Standardabweichung und in den unteren Festigkeitsbereichen mit einem konstanten Variationskoeffizienten v_x zu rechnen ist. Für die Grenzen zwischen beiden Bereichen werden mittlere Betonfestigkeiten zwischen 12,5 und 28 N/mm² genannt.

Die statistischen Parameter der Druckfestigkeitsverteilung sind stark von der Fertigungsqualität sowie der installierten Kontrollmechanismen abhängig, was in *Spaethe, G. 1992* ausführlich beschrieben wird.

Die in Tab. 4.1 angegebenen Variationskoeffizienten berücksichtigen Streuungen, die durch die Prüfung selbst hervorgerufen werden. Die Prüfstreuung schwankt zwischen $v_x = 0,05$ und $v_x = 0,08$ und beträgt im Mittel ca. $v_x = 0,04$.

Tab. 4.1: Statistische Daten für die Druckfestigkeit von Normalbeton nach *Spaethe, G. 1992*

Qualität der Fertigung und Kontrolle	Variationskoeffizient für Beton mit einer mittleren Druckfestigkeit $f_{cm} < 20 \text{ N/mm}^2$	Standardabweichung für Beton mit einer mittleren Druckfestigkeit $f_{cm} \geq 20 \text{ N/mm}^2$
Betonwerke mit guten Ausgangsstoffen, geschultem Personal und einwandfreier Fertigungskontrolle	$v_x = 0,125 \dots 0,20$ 0,15	$\sigma_x = 2,5 \dots 4,0$ 3,0
Größere Baustellen und Transportbeton mit normalen Fertigungs- und Kontrollbedingungen	$v_x = 0,20 \dots 0,275$ 0,225	$\sigma_x = 4,0 \dots 5,5$ 4,5
Kleinere Baustellen mit Herstellung des Betons auf der Baustelle	$v_x = 0,275 \dots 0,35$ 0,30	$\sigma_x = 5,5 \dots 7,0$ 6,0

Im *JCSS 2000* ist eine stochastische Modellierung des Betontragverhaltens implementiert, welches die grundlegenden Kenngrößen als Zufallsvariablen X_{ci}

beinhaltet. Für die Bemessung im Stahlbetonbau sind vier Betonkenngrößen wesentlich:

- Betondruckfestigkeit f_c statistische Variable: X_{c1}
- Betonzugfestigkeit f_{ct} statistische Variable: X_{c2}
- Elastizitätsmodul des Betons E_c statistische Variable: X_{c3}
- Bruchdehnung des Betons ε_{cu} statistische Variable: X_{c4}

Alle genannten Zufallsvariablen X_{ci} weisen deutliche Korrelationen auf. Daher werden in der Regel die Betondruckfestigkeit bestimmt und alle anderen Größen anhand einer analytischen Beziehung in Abhängigkeit der 28-Tage-Zylinderdruckfestigkeit angegeben. Alle oben genannten Betonkenngrößen werden nun in Abhängigkeit verschiedener Einflussfaktoren, die wiederum selbst Zufallsvariablen sind, im *JCSS 2000* beschrieben. Hilfestellung hierzu kann die Arbeit von *Hansen, M. 2004* bieten. Der Ansatz der Betondruckfestigkeit gemäß *JCSS 2000* führt zu einem komplexen Modell, das für die angestrebten Ergebnisse dieser Arbeit jedoch zu aufwendig erscheint. Anzumerken ist weiter, dass alle im *JCSS 2000* definierten Parameter der Betondruckfestigkeit für Neubauten gelten und somit für Bestandsbauten unbrauchbar sind. Durch Erhöhung der Werte der tabellierten Standardabweichungen könnten die höheren Materialstreuungen im Bestand näherungsweise berücksichtigt werden. Zu bedenken ist auch, dass die Bauwerksfestigkeit in der Regel etwa 15 % geringer als die Prüfkörperfestigkeit ausfällt.

4.3.2.2 Wahl der Variationskoeffizienten

Über die Streuungen historischer Betonfestigkeiten gibt es nur wenige Informationen. Die Ergebnisse eines intensiven Literaturstudiums bzgl. der Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit werden nachfolgend zusammengestellt:

Walz, K. 1976 hat sich bzgl. der Nacherhärtung der Betone in den 20-er und 40-er Jahren des vergangenen Jahrhunderts beschäftigt. Angaben zu Variationskoeffizienten konnten hier nicht gemacht werden, aber dafür andere wichtige Erkenntnisse über ältere Betone gewonnen werden. So wurde festgestellt, dass die Zunahme der Druckfestigkeit im Mittel zwischen 2,3 und 3,1 gegenüber der damaligen 28 Tage Festigkeit beträgt. Weiter lieferten Betone mit einem Zementgehalt von 200 kg/m³ etwa die 3,3-fache Druckfestigkeitssteigerung und Betone mit einem Zementgehalt von 300 kg/m³ die 2,1-fache Festigkeitssteigerung gegenüber der Würfelfestigkeit von 28 Tagen.

Im *DAfStb Heft 206 1969* werden Druckfestigkeitsprüfungen an Baustellenbetonen analysiert und ausgewertet. Die Daten von Baustellen der Jahre 1940 bis 1963 wurden durch eine weltweite Umfrage von Rüschi, Sell und Rackwitz zusammengetragen. Der Großteil der Daten stammt allerdings von Bauvorhaben von Mitte der 50-er bis Anfang der 60-er Jahre. Bei den Baustellen wurde nach Bauwerksart differenziert und die Streuungen der Standardabweichung s der mittleren Betonfestigkeiten \bar{X} ausgewertet. Die Auswertung der Beobachtungsergebnisse ergab Werte der Standardabweichung von $s = 1$ bis 10 N/mm².

Die Standardabweichung s beträgt im Mittel rund $4,7 \text{ N/mm}^2$ ab einer mittleren Würfel­festigkeit von rund 30 N/mm^2 (siehe Abb. 4.2). Für geringere Druckfestigkeiten steigt sie parabelförmig an:

$$s = \frac{1}{0,197 + \frac{3,19}{x^2}} \quad [\text{N/mm}^2] \quad (4.6)$$

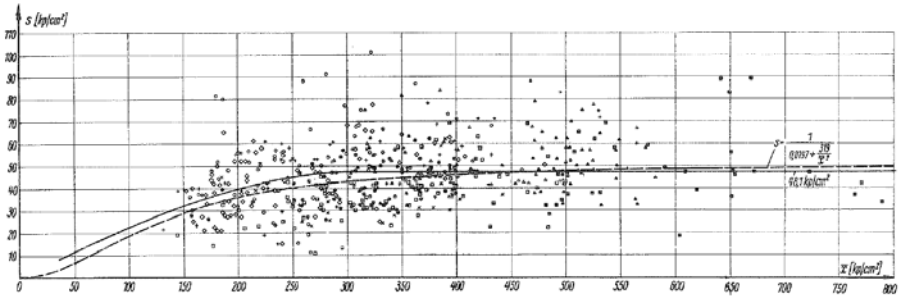


Abb. 4.2: Standardabweichung s der mittleren Druckfestigkeit \bar{x} aller Baustellenbeobachtungen nach DAfStb Heft 206 1969

Eine Abschätzung der gemäß DAfStb Heft 206 1969 zu erwartenden Standardabweichung wird in Schnell, J.; Fischer, A.; Loch, M. 2008 ausführlich diskutiert und in einer Tabelle nach Qualitätsmerkmalen zusammengestellt. Die Werte in Abb. 4.3 für den normalen Hochbau resultieren aus Abb. 4.2.

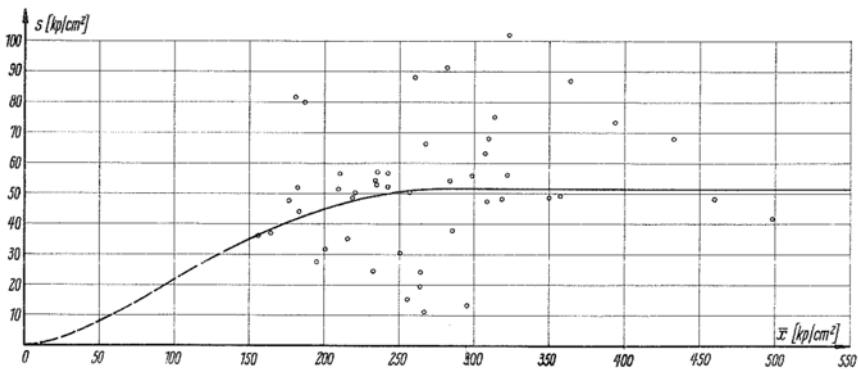


Abb. 4.3: Standardabweichung s der mittleren Druckfestigkeit \bar{x} aus Beobachtungen von normalen Hochbau - Baustellen der 1950-iger Jahre nach DAfStb Heft 206 1969

Von Ende der 80-er bis Ende der 90-er Jahre haben König, G. et al. 1998 Untersuchungen zur sicheren Betonproduktion durchgeführt. Hierbei wird zur Beprobung ein Konfidenzintervall $P = 1 - \alpha = 0,75$ als sinnvoll erachtet. König, G. et al. 1998 definieren weiter vier Einflussfaktoren für die Festigkeitsstreuungen eines Bauteils in einem Tragwerk:

- Streuung innerhalb einer Betonmischung (Variationskoeffizient $v_M \approx 0,03$)
- Streuung zwischen verschiedenen Betonmischungen, wenn das Tragwerk aus mehr als einer Betonmischung hergestellt wurde (Variationskoeffizient $v_{MM} \approx 0,10$ für Ortbetonbauteile; für Fertigteile etwa $v_{MM} \approx 0,05$)
- Systematische Streuungen zwischen identischen Bauteilen (Variationskoeffizient $v_T \approx 0,05$ für Stützen; $v_T \approx 0,06$ für andere Bauteile)
- Systematische Streuungen zwischen verschiedenen Bauteilen, wenn das Tragwerk aus mehr als einem Element besteht (Variationskoeffizient $v_{TT} \approx 0,05$)

Die Zusammenstellung möglicher Kombinationen der einzelnen Streuungsanteile kann der untenstehenden Tabelle entnommen werden:

Tab. 4.2: Variationskoeffizient der Bauwerksfestigkeit nach *König, G. et al. 1998*

Typ des Tragwerks	ein Bauteil	mehrere Bauteile
aus einer Betonmischung	$v_x = \sqrt{(v_M^2 + v_T^2)}$ 0,067	$v_x = \sqrt{(v_M^2 + v_T^2 + v_{TT}^2)}$ 0,084
aus mehreren Betonmischungen	$v_x = \sqrt{(v_M^2 + v_T^2 + v_{MM}^2)}$	$v_x = \sqrt{(v_M^2 + v_T^2 + v_{MM}^2 + v_{TT}^2)}$
Ortbeton:	= 0,120	= 0,130
Fertigteile:	= 0,090	= 0,103

Anzumerken ist, dass sich bei den Werten in Tab. 4.2 um Werte der Bauwerksfestigkeit und nicht um Probekörperfestigkeiten handelt. Die Autoren verweisen hier auf *Lewandowski, R. 1971*, der herausgefunden hat, dass das Verhältnis der Mittelwerte von Bauwerksdruckfestigkeit zur Probewürfelfestigkeit ca. 0,85, der 5 %-Quantilwerte 0,78 und das Verhältnis der 5 %-Quantilwerte der Bauwerksfestigkeit zur Nennfestigkeit ca. 0,73 beträgt.

Weiter werden in der Arbeit von *König, G. et al. 1998* die statistischen Ergebnisse von *Trezos, C. G. 1995* untersucht. Dieser hat die Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit am Bauwerk sowie die Verhältnisse der Mittelwerte der Bauwerksfestigkeit f_b und Würfeldruckfestigkeit f_{ck} wie folgt angegeben:

- Balken: $v_x = 10 \%$ $f_b/f_{ck} = 0,8 - 1,0$
- Platten: $v_x = 20 \%$ $f_b/f_{ck} = 0,8 - 1,0$
- Stützen: $v_x = 10 - 20 \%$ $f_b/f_{ck} = 0,8 - 0,95$

Der Umrechnungsfaktor von Würfeldruckfestigkeit und Bauwerksfestigkeit $f_b/f_{ck} = 0,85$ wird gemäß *König, G. et al. 1998* im Sicherheitskonzept nach Eurocode im Teilsicherheitsbeiwert für Beton berücksichtigt. Dieser Teilsicherheitsbeiwert besteht aus zwei Anteilen:

- 1.) $\gamma_M = 1,30$: Faktor berücksichtigt eine ungünstige Abweichung der Betondruckfestigkeit von der charakteristischen Festigkeit f_{ck} , die Modellunsicherheiten, die Streuungen der geometrischen Parameter und das Sicherheitsniveau. Hierbei errechnet sich der resultierende Variationskoeffizient der Betondruckfestigkeit $v_x = 0,166$ näherungsweise aus den Anteilen der Materialeigenschaften

$v_x = 0,15$, den Modellunsicherheiten $v_x = 0,05$ sowie den geometrischen Parametern $v_x = 0,05$. Errechnet man den Teilsicherheitsbeiwert für Beton nur für die Abweichung der Materialeigenschaften, so ergibt sich ein Wert von $\gamma_{M,1} = 1,23$. Der Anteil der Streuung der geometrischen Parameter und der Modellunsicherheiten folgt dann zu $\gamma_{M,2} = 1,05$.

- 2.) $\gamma_{conv} = 1,15$ ist ein Umrechnungsfaktor, der die Abminderung der Bauwerksfestigkeit f_b gegenüber der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} am Probewürfel berücksichtigt. In der Literatur wird oft auch der inverse Wert 0,85 zitiert.

In *König, G. et al. 1998* folgern die Autoren, dass die Abweichung der 5 %-Quantile der Grundgesamtheit der Probekörperdruckfestigkeit und der am Bauwerk angetroffenen Festigkeit durch $\gamma_{conv} = 1,15$ ausreichend abgedeckt ist. Dies lässt die Schlussfolgerung zu: Werden an einem Bauwerk Bohrkerne entnommen und deren Festigkeit ermittelt, so entfällt der Umrechnungsfaktor $\gamma_{conv} = 1,15$.

Im Rahmen des Umbaus des Berliner Olympiastadions zur Fußball-Weltmeisterschaft 2006 wurde die bestehende Betonstruktur aus dem Jahr 1934 bis 1936 eingehend untersucht (*Specht, M. 2003*). Leider wurden keinerlei statistische Auswertungen vorgenommen, da das Tragwerk nur auf die Mindestfestigkeit von $\beta_{wN} = 9 \text{ N/mm}^2$, was etwa einem charakteristischen Wert $f_{ck} = 7 \text{ N/mm}^2$ entspricht, geprüft wurde. Bauteile, die eine kleinere Nennfestigkeit β_{wN} aufwiesen, wurden abgebrochen. Alle Bauteiltypen wiesen sehr große Streuungen der Betondruckfestigkeit auf. Bei der überwiegenden Zahl der Bauteile lag eine Betondruckfestigkeit β_{wN} von 9 bis 12 N/mm^2 vor. Bei Stützen und Unterzügen schwankte die Nennfestigkeit β_{wN} zwischen 9 und 28 N/mm^2 , für die Tribünenträger lag β_{wN} bei 10 bis 30 N/mm^2 und der oberste Betonring der Konstruktion wies β_{wN} -Werte von 37 bis 58 N/mm^2 aus. Dieses Beispiel verdeutlicht, dass im Bestand i. d. R. große Streuungen der Betonfestigkeit vorliegen und somit keine eindeutige Eingrenzung der Streuungen möglich ist.

Neuere Untersuchungen von *Tue, N. V. 2007* zeigen, dass die Standardabweichung der Druckfestigkeit neuerer Betone mit der Festigkeit zunimmt und mit nachfolgender Gleichung beschrieben werden kann:

$$s = \frac{f_{ck}}{100} + 3,25 \left[\text{N/mm}^2 \right] \quad (4.7)$$

Bezogen auf die Festigkeit fällt der Variationskoeffizient mit zunehmender Festigkeit ab, denn der Anstieg der Festigkeit ist viel größer als der Zuwachs der Standardabweichung (siehe Abb. 4.4).

Unter Annahme einer Normalverteilung nennt *Tue, N. V. 2007* für die Standardabweichung normalfester Betone folgende statistische Größen:

- Mittelwert der Standardabweichung $s_m = 3,5 \text{ N/mm}^2$
- 5 %-Quantile der Standardabweichung $s_{5\%} = 1,3 \text{ N/mm}^2$
- 95 %-Quantile der Standardabweichung $s_{95\%} = 5,6 \text{ N/mm}^2$

Vergleicht man die mittlere Standardabweichung mit den Ergebnissen von *DAfStb Heft 206 1969*, so zeigt sich, dass sich die Qualität der heutigen Betonproduktion verbessert hat.

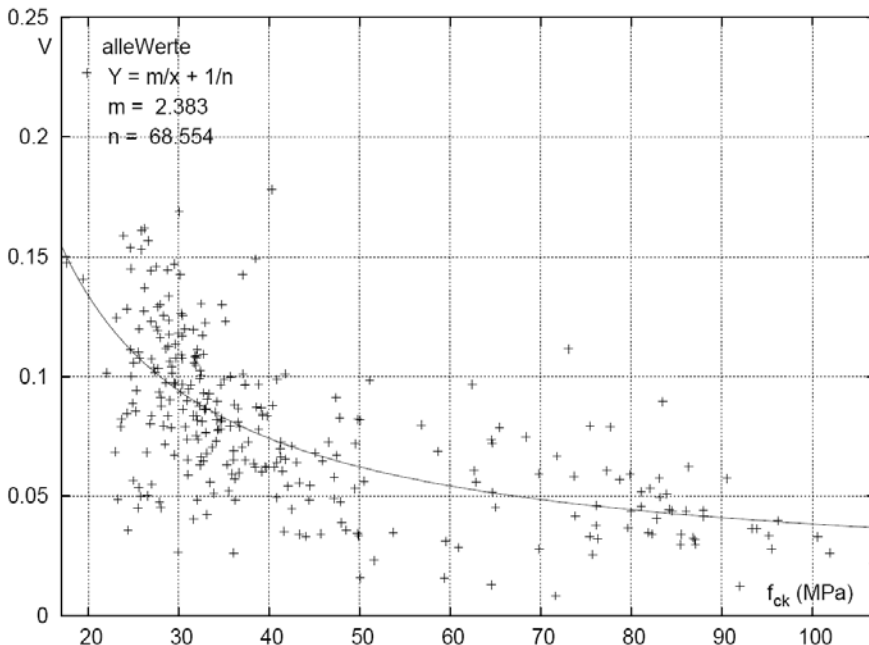


Abb. 4.4: Abhängigkeit der Variationskoeffizienten von der charakteristischen Festigkeit nach *Tue, N. V. 2007*

Alle oben stehenden Ausführungen zeigen, dass aufgrund der spärlichen und stark variierenden Datengrundlage keine Zuordnung der Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit zum Erstellungszeitraum, der Baustellengröße und Bauteilart sowie der Ausführungsqualität vorgenommen werden kann. Daher werden alle nachfolgenden probabilistischen Untersuchungen für unterschiedliche Variationskoeffizienten durchgeführt. Ein weiterer Vorteil dieser Herangehensweise liegt darin begründet, dass bei Betrachtung der verschiedenen Druckfestigkeitsklassen der Variationskoeffizient aufgrund der Annahme einer festen Standardabweichung veränderlich ist.

Tab. 4.3 zeigt eine Zusammenstellung der Variationskoeffizienten nach aktueller Norm *DIN 1045-1 2008* sowie die Ergebnisse der Untersuchungen von *Tue, N. V. 2007* und *Rüsch, H. et al. (DAfStb Heft 206 1969)*. Der Variationskoeffizient der Betondruckfestigkeit der Spalte 3 in Tab. 4.3 wurde anhand des 5 %-Quantils f_{ck} und des Mittelwertes f_{cm} der Betondruckfestigkeit für die Betondruckfestigkeitsklassen nach *DIN 1045-1* kalibriert. Zum Vergleich werden die Variationskoeffizienten bei Annahme einer konstanten Standardabweichung von $\sigma = 5 \text{ N/mm}^2$ in Spalte 5 angeführt, die geringer gegenüber den Werten der Spalte 3 ausfallen. In Spalte 4 werden die daraus resultierenden Standardabweichungen angegeben. Die Variationskoeffizienten v_x der Untersuchungen von *Tue, N. V. 2007* wurden für die

jeweilige Festigkeitsklasse aus Abb. 4.4 abgelesen und der Mittelwert f_{cm} daraus zurückgerechnet. Zum Vergleich wurden auch die Ergebnisse nach Rüsç in Tab. 4.3 aufgelistet, wobei die Zuordnung in die Druckfestigkeitsklasse nach *DBV-Merkblatt 2008* unterstellt wird. Die Standardabweichung ist aus Abb. 4.3 abgelesen und die Betonstreuung hieraus ermittelt worden.

Wie in Tab. 4.3 festzustellen ist, variiert der Variationskoeffizient der Betondruckfestigkeit über die Betonfestigkeitsklasse. Ebenso sind Unterschiede aufgrund der unterschiedlichen Standardabweichungen der Betone aus den verschiedenen Jahrzehnten festzustellen. Um die Parameterstudien zur Kalibrierung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für alle Betongütern durchzuführen, erfolgen diese in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten des Betons. Dies macht insofern Sinn, da der Variationskoeffizient durch den Mittelwert und die Standardabweichung der im Rahmen der Bestandsaufnahme entnommenen Bohrerkerne zur Bestimmung des charakteristischen Wertes f_{ck} ohnehin indirekt vorliegt.

Tab. 4.3: Vergleich der statistischen Daten der Druckfestigkeit von normalfesten Betonen

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Druckfestigkeitsklasse nach DIN 1045-1	DIN 1045-1 2008				Tue, N. V. 2007		DAfStb Heft 206 1969	
		an f_{ck} kalibriert	$f_{cm} \cdot v_x$	v_x für $\sigma = 5 \text{ N/mm}^2$ (konst.)	aus Abb. 4.4	aus f_{ck} zurückgerechnet	aus Abb. 4.3	errechnet
	f_{cm} [N/mm ²]	v_x []	σ [N/mm ²]	$v_x = \sigma/f_{cm}$	v_x []	f_{cm} [N/mm ²]	s [N/mm ²]	v_x []
C8/10	16	0,392	6,272	0,313	0,312	13,9	3,8	0,238
C12/15	20	0,291	5,820	0,250	0,210	17,3	4,6	0,230
C16/20	24	0,233	5,592	0,208	0,163	21,2	5,0	0,200
C20/25	28	0,195	5,460	0,179	0,135	25,2	5,2	0,186
C25/30	33	0,162	5,346	0,152	0,120	30,7	5,2	0,158
C30/37	38	0,138	5,244	0,132	0,090	34,9	5,2	0,137
C35/45	43	0,121	5,203	0,116	0,080	40,0	5,2	0,121
C40/50	48	0,108	5,184	0,104	0,075	45,4	5,2	0,108
C45/55	53	0,097	5,141	0,094	0,070	50,6	5,2	0,098
C50/60	58	0,088	5,104	0,086	0,065	55,7	5,2	0,090

4.3.2.3 Zugfestigkeit

Die Betonzugfestigkeit spielt bei Systembetrachtungen (Tension Stiffening) sowie bei unbewehrten bzw. nicht-querkraftbewehrten Betonbauteilen eine entscheidende Rolle. Bei reinen Querschnittsuntersuchungen kann sie meist vernachlässigt werden. Weiter ist sie von einer Vielzahl von Parametern abhängig und weist gemäß *Spaethe, G. 1992* eine größere Streuung im Vergleich zur Betondruckfestigkeit auf. Zwischen dem Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit f_{ctm} und der charakteristischen Betondruckfestigkeit f_{ck} besteht eine nichtlineare Korrelation gemäß Gleichung (4.8).

Definition des Bauteilwiderstandes

Nach *DIN 1045-1 2008* steht die Betonzugfestigkeit mit der Betondruckfestigkeit in nachfolgender Beziehung:

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (4.8)$$

mit f_{ctm} = Mittelwert der Zugfestigkeit

f_{ck} = charakteristische Zylinderdruckfestigkeit

Über die Größenordnung der Streuung sind in der Literatur kaum Angaben vorhanden, jedoch sind in *DIN 1045-1 2008* Hinweise auf das 5 %- und 95 %-Quantil zu finden. Das 5 %-Quantil berechnet sich zu $0,7 \cdot f_{ctm}$ und das 95 %-Quantil zu $1,3 \cdot f_{ctm}$. Im Rahmen der Zuverlässigkeitsanalysen wird von der folgenden verallgemeinerten, nichtlinearen Korrelationsfunktion ausgegangen:

$$f_{ct} = \alpha_{ct} \cdot (f_c - 8)^{2/3} \quad (4.9)$$

Nach *JCSS 2000* wird für den Vorfaktor α_{ct} eine Lognormalverteilung mit Mittelwert $\mu_{\alpha_{ct}} = 0,3$ und einem Variationskoeffizienten $v_{\alpha_{ct}} = 30 \%$ angesetzt. In *Spaethe, G. 1992* wird als Verteilungsfunktion eine Normalverteilung vorgeschlagen. Mithilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes kann die Streuung von f_{ct} abgeschätzt werden zu:

$$v_{ct} = v_{\alpha_{ct}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot \sigma_c}{3 \cdot v_{\alpha_{ct}} \cdot (f_{cm} - 8)} \right)^2} \quad (4.10)$$

Die Streuung der Zugfestigkeit ist wiederum von der Betondruckfestigkeit abhängig und nimmt nach *Six, M. 2001* Werte der Größenordnung von etwa 30 % bis 40 % an. Gemäß *Hansen, M. 2004* wurden Streuungen von 17 - 20 % in *DIN 1045-1* zugrunde gelegt.

Die Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit werden in Tab. 4.4 zusammengestellt, da diese u. a. für die Parameterstudien unbewehrter Bauteile benötigt werden. Weiter wird z. B. beim Querkraftnachweis unbewehrter Bauteile zwar in der Bemessungsgleichung die Betondruckfestigkeit eingesetzt, in Wirklichkeit liegt aber die Betonzugfestigkeit zugrunde. Um nun Rückschlüsse von der Streuung der Druckfestigkeit auf die der Zugfestigkeit zu ziehen, soll Tab. 4.4 verwendet werden.

Tab. 4.4: Variationskoeffizient der Betonzugfestigkeit (Festigkeitswerte in [N/mm²])

f_{ck}	8	12	16	20	25	30	35	40	45	50
f_{cm}	16	20	24	28	33	38	43	48	53	58
f_{ctm}	1,2	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1
$f_{ctk 0,05}$	0,84	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9
$v_{x, fctm}$	0,21	0,22	0,22	0,22	0,21	0,22	0,22	0,20	0,20	0,20
$v_{x, fck}$	0,39	0,29	0,23	0,20	0,16	0,14	0,12	0,11	0,10	0,09
Δv_x	-0,18	-0,07	-0,01	+0,02	+0,05	+0,08	+0,10	+0,09	+0,10	+0,11

Angemerkt sei in diesem Zusammenhang, dass aus den am Bauwerk gezogenen Bohrkernen nur schwer die Zugfestigkeit ermittelt werden kann. Somit ist ein

Rückschluss auf die Druckfestigkeitsstreuung hilfreich. Dies sollte aber in Hinblick auf den Mittelwert der Druckfestigkeit geschehen.

Aus Tab. 4.4 folgt eine annähernd konstante Streuung der Betonzugfestigkeit von ca. $v_x = 0,21$. Ab einer mittleren Druckfestigkeit $f_{cm} = 30 \text{ N/mm}^2$ wird anhand eigener Überlegungen und der vorne angefügten Untersuchungen empfohlen, bei Nachweisen, in denen die Betonzugfestigkeit beteiligt ist, auf der sicheren Seite liegend eine Erhöhung des Variationskoeffizienten der Druckfestigkeit um ca. 10 % vorzunehmen. Für Betone mit geringerer mittlerer Druckfestigkeit kann der Variationskoeffizient der Druckfestigkeit abdeckend verwendet werden.

4.4 Verwendete Bemessungsmodelle

Nach *DIN 1045-1 2008* wird zur Querschnittsbemessung die idealisierte Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons in Form des Parabel-Rechteck-Diagramms nach Abb. 4.6 für die Biegedruckzone zugrunde gelegt. Die Parabel wird für nichtlineare Schnittgrößenermittlung bzw. Verformungsberechnungen dabei durch ein Polynom nach Gleichung (4.11) ersetzt, dessen Parameter aus den Kennwerten Elastizitätsmodul, Druckfestigkeit und einer charakteristischen Stauchung ε_{c1} bestimmt werden.

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = - \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \right) \quad 0 \geq \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c1u} \quad (4.11)$$

Hierbei werden die Parameter $\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1u}$ und $k = -1,1 \cdot E_{c0} \cdot \varepsilon_{c1} / f_c$ verwendet. Der Faktor k beschreibt das Verhältnis des Tangentenmoduls im Ursprung zum Sekantenmodul bei einer Druckfestigkeit von f_c / ε_{c1} (siehe *Six, M. 2001*).

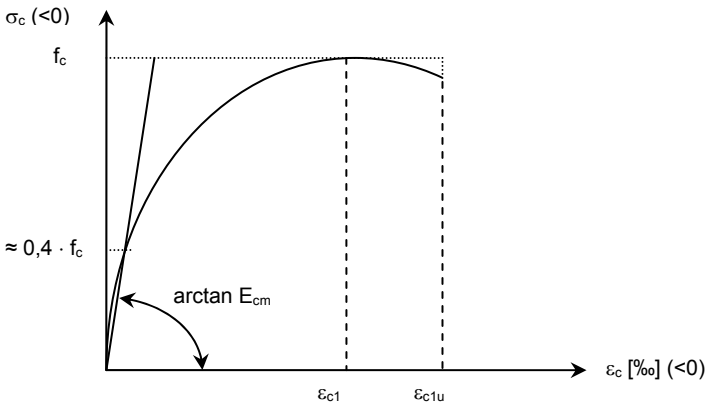


Abb. 4.5: Spannungs-Dehnungslinie von Beton nach *DIN 1045-1 2008*

Für die Querschnittsbemessung nach Parabel-Rechteck-Diagramm für normalfeste Betone werden folgende Funktionen zugrunde gelegt:

$$\sigma_c = -f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad 0 \leq |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c2u}| \quad (4.12)$$

$$\sigma_c = -f_{cd} \quad |\varepsilon_{c2}| \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{c2u}| \quad (4.13)$$

Mit ε_{c2} wird die Dehnung bei Erreichen der Druckfestigkeit und mit ε_{c2u} die maximal zulässige Stauchung bezeichnet. Bei $\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{c2u}$ hat die Funktion (4.12) für alle Exponenten n eine horizontale Tangente. Für $n = 2$, $\varepsilon_{c2} = -2 ‰$ und $\varepsilon_{c2u} = -3,5 ‰$ ergibt sich das Parabel-Rechteck-Diagramm, und für $n = 1$, $\varepsilon_{c2} = -1,35 ‰$ und $\varepsilon_{c2u} = -3,5 ‰$ folgt die bilineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Hierbei ist der Bemessungswert der Druckfestigkeit definiert zu:

$$f_{cd} = \frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.14)$$

Der Dauerlastfaktor α deckt eigentlich zwei Einflüsse ab (Reineck, K.-H. 1999). Einerseits dient dieser zur Erfassung der Umrechnung von der Zylinderdruckfestigkeit des Prüfkörpers auf die einachsige Druckfestigkeit des schlanken Prismas und andererseits für den Effekt der Dauerlast. Der erste Einfluss kann durch die Randbedingung $f_{1c} = 0,95 \cdot f_{c,cyl}$ berücksichtigt werden und somit verbleibt für den Einfluss der Dauerlast ein Abminderungswert von etwa 0,9.

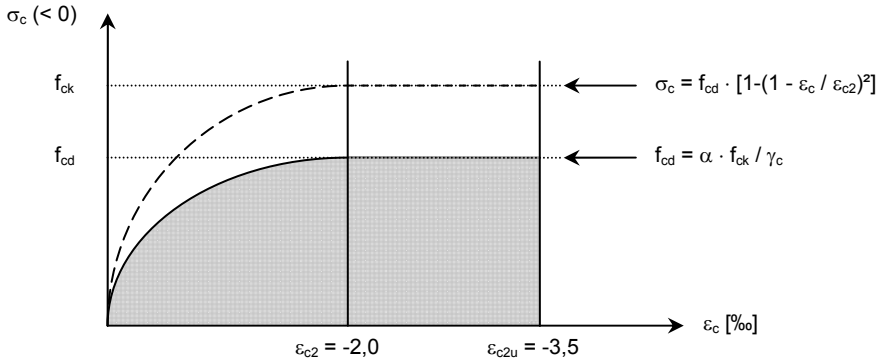


Abb. 4.6: Parabel-Rechteck-Diagramm für Normalbeton bis C50/60 nach DIN 1045-1 2008

Um aus der Spannungsverteilung der Biegedruckzone die resultierende Betondruckkraft F_{cd} bestimmen zu können, wird der Völligkeitsbeiwert α_R und der Lagebeiwert k_a eingeführt. Die Lage der resultierenden Betondruckkraft zur Herleitung der Grenzzustandsgleichung für Biegung mit und ohne Längskraft ist von der Form der Spannungs-Dehnungs-Beziehung sowie der Querschnittsgeometrie abhängig und wird durch den Randabstand a vom gestauchten Rand aus angegeben.

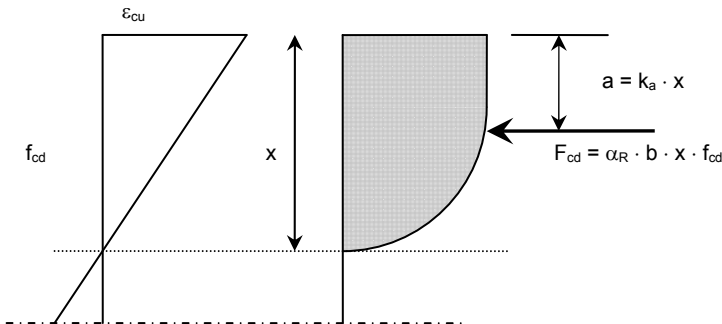


Abb. 4.7: Kenngrößen der Biegedruckzone

Die Kennwerte α_R und k_a sind abhängig vom vorhandenen Dehnungszustand und ergeben sich für den Parabelanteil ($|\epsilon_c| \leq 2,0 \text{ ‰}$) zu:

Definition des Bauteilwiderstandes

$$\alpha_R = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{c2} - \frac{1}{12} \cdot \varepsilon_{c2}^2 \quad (4.15)$$

$$k_a = \frac{8 - \varepsilon_{c2}}{4 \cdot (6 - \varepsilon_{c2})} \quad (4.16)$$

Liegt die Betondehnung im Bereich $0\text{‰} < |\varepsilon_c| \leq 3,5\text{‰}$ so setzt sich die Betondruckkraft aus einem Parabel- und einem Rechteckanteil zusammen. In diesem Fall ergibt sich der Völligkeitsbeiwert α_R und der Lagebeiwert k_a für den Rechteckanteil ($2\text{‰} < |\varepsilon_c| \leq 3,5\text{‰}$) nach den Formeln:

$$\alpha_R = \left(1 - \frac{2}{3 \cdot \varepsilon_{c2}} \right) \quad (4.17)$$

$$k_a = \frac{\varepsilon_{c2} \cdot (3 \cdot \varepsilon_{c2} - 4) + 2}{2 \cdot \varepsilon_{c2} \cdot (3 \cdot \varepsilon_{c2} - 2)} \quad (4.18)$$

Grafisch lassen sich die beiden Kennwerte für unterschiedliche Dehnungen ε_{c2} wie folgt darstellen:

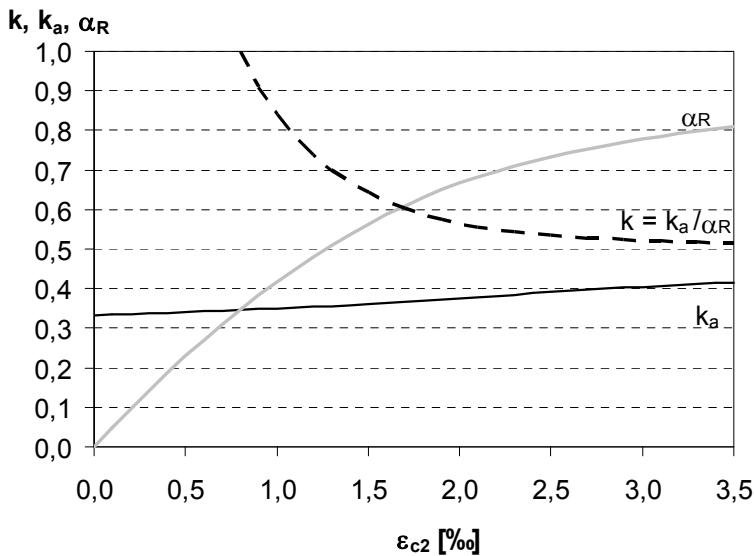
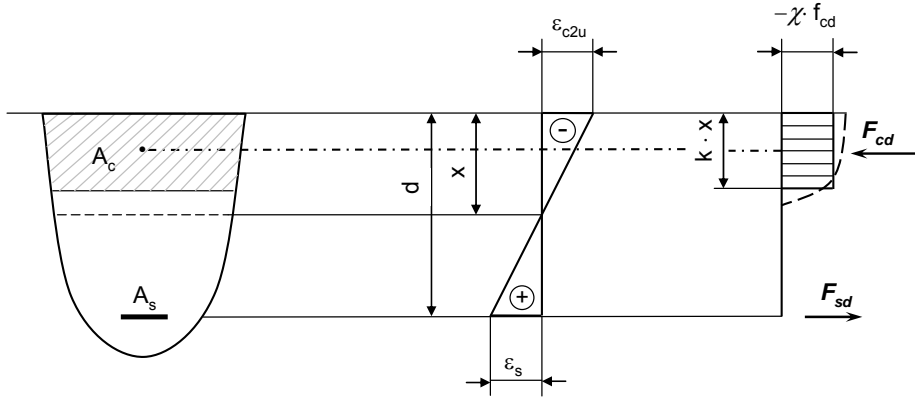


Abb. 4.8: Völligkeitsbeiwert α_R und der Lagebeiwert k_a der Biegedruckzone für den Rechteckquerschnitt im Zustand II

Ebenso werden die Grenzzustandsgleichungen für Biegung und Biegung mit Normalkraft mit dem nach *DIN 1045-1 2008* angegebenen Näherungsverfahren unter Zuhilfenahme des Spannungsblocks (Rechteck-Diagramm) hergeleitet. Liegt die Nulllinie im Querschnitt, so darf eine rechteckige Spannungsverteilung mit $\sigma_c = \chi \cdot f_{cd}$ in der Druckzone $k \cdot x$ gemäß Abb. 4.9 angenommen werden. Im Eurocode 2 wird eine höhere Ausnutzung der Betondruckzone unterstellt, was allerdings aufgrund der

geringen Bedeutung der Betondruckfestigkeit bei Biegezugversagen keinen Einfluss auf die nachfolgend ausgewiesenen modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte hat.

Die Verwendung des Spannungsblocks anstelle des Parabel-Rechteckdiagramms zur Beschreibung der Betondruckzone hat den großen Vorteil, dass eine Betrachtung der Dehnungsverteilung im Querschnitt entfallen kann. Das Verfahren liegt auf der sicheren Seite.



Legende:

χ	$\approx 0,95$	für $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$
χ	$= 1,05 - f_{ck} / 500$	für $f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$
k	$= 0,80$	für $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$
k	$= 1,0 - f_{ck} / 250$	für $f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2$

Abb. 4.9: Näherungsverfahren „Spannungsblock“ nach DIN 1045-1 2008

4.5 Modellunsicherheiten auf Widerstandsseite

4.5.1 Allgemeines

Für die Bemessung von Bauteilen und Tragwerken müssen für die baupraktische Anwendung sowie für die probabilistische Analyse der Zuverlässigkeit vereinfachte Modelle zur Berechnung der maximalen Traglast definiert werden. Dabei wird die rechnerische Traglast R aus den in das Modell eingehenden Parametern X_i ermittelt, die in den meisten Fällen Zufallsvariablen darstellen.

$$R = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4.19)$$

Der reale Wert der Traglast R' beinhaltet zusätzlich die Unsicherheiten θ_i aus der Approximation der Traglast R durch ein mathematisch-mechanisches Modell und durch menschliches Fehlverhalten bei der Planung und bei der Bauausführung. Die letztgenannten Einflüsse können durch den Einsatz von qualifizierten Arbeitskräften minimiert werden.

$$R' = f(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \quad (4.20)$$

Als Modellunsicherheit des Widerstands kann prinzipiell die Abweichung zwischen der im Versuch erzielten und der rechnerisch ermittelten Traglast definiert werden. Generell muss zwischen Unsicherheiten infolge der Anpassung des Rechenmodells an die Realität und zwischen statistisch bedingten Unsicherheiten unterschieden werden. Obwohl beide Größen direkt mit dem experimentellen Untersuchungsumfang verknüpft sind, können Modellunsicherheiten bei der Definition von praxistauglichen Bemessungsmodellen nicht gänzlich ausgeschlossen werden.

Weiter ist nicht zu vergessen, dass die zur Modellbildung benötigten experimentellen Untersuchungen aus ökonomischen Gründen auf ein Mindestmaß reduziert werden und hieraus schließlich i. d. R. eine nicht 100 %-ig zutreffende Schlussfolgerung gezogen wird. In einigen Fällen liegen für die entsprechende Basisvariable nur unzureichende Informationen vor, sodass eine empirische Schätzung von Parametern erfolgen muss, oder die Basisvariable als deterministisch angesehen wird und die Abweichungen in die Modellunsicherheiten einfließen. Weiter sind evtl. vorhandene Korrelationen der in die Bemessung eingehenden Basisvariablen oft unbekannt oder sie werden vernachlässigt.

Im Folgenden wird ein Überblick über die Modellunsicherheiten des Tragwiderstandes von Stahlbetonbauteilen gegeben. Modellunsicherheiten sind ebenfalls auf Einwirkungsseite vorzufinden, was später in Abschnitt 5.5 erläutert wird.

4.5.2 Definition der Modellunsicherheiten

Wie oben dargestellt, können die Modellunsicherheiten in zwei Gruppen unterteilt werden: zum einen die statistisch bedingten Unsicherheiten und zum anderen die Unsicherheiten infolge von vereinfachten Abbildungen der Realität in der Zuverlässigkeitsanalyse. Als typische Beispiele für statistisch bedingte Modellunsicherheiten sind zu nennen:

- Schätzung von Parametern aus kleinen Stichproben
- Festlegung von Verteilungen
- Festlegung von Grenzzuständen
- deterministische Festsetzung von Variablen zur Reduzierung des Rechenaufwandes
- Vereinfachungen bei der statistischen Analyse (z. B. lineare Grenzzustandsfunktion bzw. Unabhängigkeit von Einwirkung und Widerstand oder einzelnen Grenzzuständen, wie z. B. Biegung und Schub)
- Messungenaugigkeiten
- Vernachlässigung von unbekanntem Korrelationen

Statistische Abweichungen können zum überwiegenden Teil durch eine Erhöhung des jeweiligen Datenumfanges zur Festlegung der Verteilung und ihren statistischen Parametern reduziert werden.

Auf Abweichungen infolge von Vereinfachungen bei probabilistischen Berechnungen kann trotz moderner Computer nicht verzichtet werden. Die Rechengenauigkeit kann hierdurch zwar gesteigert werden, aber die Festlegung der Randbedingungen wie beispielsweise die Korrelationen und die statistischen Eigenschaften der verwendeten Basisvariablen, welche die Realität abbilden sollen, stellt nach wie vor ein zentrales Problem dar. Die Begründung liegt in der Wirtschaftlichkeit, da im Bauwesen umfangreiche statistische Analysen für die Vielzahl der eingehenden Parameter unmöglich sind. Für solche Modellunsicherheiten können die nachfolgenden typischen Beispiele angeführt werden:

- Vereinfachte Modellierung der Spannungs-Dehnungsbeziehung
- Berechnung des Tragwiderstandes anhand einer ggf. vereinfachten mathematischen Beziehung
- Annahme eines zeitunabhängigen Werkstoffverhaltens bzw. Widerstandes im Stahlbetonbau (Karbonatisierung, vereinfachte Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden)
- Vereinfachte Schnittgrößenermittlung unter Vernachlässigung der Nichtlinearität des Werkstoffes
- Vereinfachte Erfassung des statischen Systems und Vernachlässigung von Systemredundanzen (Modellsicherheiten)
- Erfassung von bisher nicht erklärbaren oder unbekanntem Phänomenen

Die Modellunsicherheiten lassen sich durch Forschung, Validierung und Optimierung der verwendeten Modelle verringern. In der baupraktischen Bemessung werden stets abdeckende, auf der sicheren Seite liegende Annahmen getroffen, sodass entweder die Einwirkungen über- oder der Tragwiderstand aufgrund von Einzelbauteilbetrachtungen oder Vernachlässigung günstig wirkender Einspannungen unterschätzt wird.

Um verlässliche Aussagen über die Modellunsicherheiten treffen zu können, muss eine Vielzahl von Versuchen für die unterschiedlichen Versagenskriterien nach-

gerechnet werden. Angaben über die Modellunsicherheiten auf Widerstandsseite sind in *JCSS 2000* sowie in *Hansen M. 2004* zu finden.

Tab. 4.5: Stochastische Modellierung der Modellunsicherheiten auf Widerstandsseite θ_R nach *Hansen, M. 2004*

Versagen infolge	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient
Normalkraft	LN / N	1,00	0,05 (0,01 bis 0,15)
Biegung	LN / N	1,025	0,07 (0,01 bis 0,15)
Querkraft	LN / N	1,10	0,10 (0,01 bis 0,15)
Durchstanzen	LN / N	1,10	0,015 (0,05 bis 0,25)

Die in Klammern angegebene Streubreite der Variationskoeffizienten in Tab. 4.5 gehen auf ein umfangreiches Literaturstudium der einzelnen Versagensarten von *Hansen M. 2004* zurück. Als wichtigste Literaturquellen von Tab. 4.5 sind die Arbeiten von *Vrouwenvelder, T. 1996* und *König et. al. 1985* zu nennen. Die Werte der Variationskoeffizienten vor den Klammern sowie die angegebenen Mittelwerte wurden von *Hansen M. 2004* im Rahmen seiner Untersuchungen als sinnvoll erachtet.

Tab. 4.6: Stochastische Modellierung der Modellunsicherheiten auf Widerstandsseite θ_R nach *JCSS 2000*

Versagen infolge	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient
Normalkraft	LN	1,00	0,05
Biegung	LN	1,20	0,15 ¹⁾
Querkraft	LN	1,40	0,25
Verbundverhalten	LN	1,00	0,10

1) berücksichtigt die gleichzeitigen Effekte aus Normal- und Querkraften sowie Theorie II. Ordnung

Im Rahmen dieser Arbeit werden im Folgenden die statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten des Widerstandes im Allgemeinen nach Tab. 4.7 bzw. für die Querkraftbeanspruchbarkeit die statistischen Parameter gemäß Tab. 4.9 differenziert nach Tragwiderstand verwendet. Auswirkung der Wahl der Modellunsicherheiten auf die Bauteilzuverlässigkeit bei den drei Tragwiderständen des Querkraftnachweises wurden ausführlich in *Braml, Fischer, Keuser, Schnell 2009* diskutiert.

Tab. 4.7: Verwendete statistische Kennwerte der Modellunsicherheiten auf Widerstandsseite

Versagen infolge	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient
Normalkraft	LN	1,00	0,05
Biegung	LN	1,10	0,07
Querkraft ¹⁾	LN	1,1	0,15
Querkraft Einzellast	LN	1,4	0,20 – 0,25

1) für Gleichstreckenlast

Literaturstudien über statistische Kennwerte der Modellunsicherheiten für probabilistische Untersuchungen der Querkrafttragfähigkeit ergaben eine direkte Abhängigkeit hinsichtlich der zugrunde gelegten Querkraftmodelle (siehe Tab. 4.8). Das in *DIN 1045-1 2008* verwendete Querkraftmodell wurde von *Hansen M. 2004* und *Faber, M. H. 2005* untersucht und lieferte gute Ergebnisse. Als geeignet hat sich nach *Braml, Fischer, Keuser, Schnell 2009* die Kombination von beiden Ansätzen herauskristallisiert.

Tab. 4.8: Statistische Kennwerte der Modellunsicherheit auf Widerstandsseite θ_R für Querkraft

Quelle	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient
<i>JCSS 2000</i>	LN	1,40	0,25
<i>Faber, M. H. 2005</i>	LN	1,00	0,10 – 0,20
<i>Brehm, E. et al. 2008</i>	LN	1,00	0,20
<i>Hansen, M. 2004</i>	LN / N	1,10	0,10
<i>Kautsch, R. 2010 (ETB)</i>	LN / N	1,17	0,16
<i>Kautsch, R. 2010 (TB)</i>	LN / N	1,49	0,27

Tab. 4.9: Statistische Kennwerte der Modellunsicherheiten auf Widerstandsseite für Querkraft

Versagensart	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient
$V_{Rd,ct}$	LN	1,00	0,15
$V_{Rd,sy}$	LN	1,10	0,10
$V_{Rd,max}$	LN	1,1	0,15

4.6 Zusammenfassung

In Tab. 4.10 sind alle in den Parameterstudien verwendeten Basisvariablen der Widerstandsseite mit ihren statistischen Kenngrößen aufgelistet. Die Tabelle umfasst die Materialkennwerte, die geometrischen Größen sowie die Modellunsicherheiten auf Widerstandsseite. Die charakteristischen Werte der Materialfestigkeiten stellen 5 %-Quantilwerte dar. Für die geometrischen Größen ist die Definition als 50 %-Quantil sinnvoll, wobei sich in der Literatur manchmal auch die ungünstige Definition als 5 %-Quantil findet. Dies macht wenig Sinn, da z. B. das Vorhaltemaß zur Festlegung der Betondeckung bzw. des Randabstandes der Bewehrung gewisse Toleranzen abdeckt. Die hier angegebenen Modellunsicherheiten stellen 50 %-Quantile dar, da diese gemäß *DIN 1045-1 2008* multiplikativ im Teilsicherheitsbeiwert berücksichtigt werden.

Tab. 4.10: Zusammenfassung der statistischen Kenngrößen des Bauteilwiderstands

	Basisvariable	Ver- teilung	Stat. Kenngrößen		Bemerkung
			$m_{x,i}/X_{k,i}$	$v_{x,i} [-]$	
Widerstand	Betondruckfestigkeit f_{cm} [N/mm ²]	LN	20 / 12	0,292	C12/15
	Betondruckfestigkeit f_{cm} [N/mm ²]	LN	28 / 20	0,195	C20/25
	Betondruckfestigkeit f_{cm} [N/mm ²]	LN	38 / 30	0,138	C30/37
	Betondruckfestigkeit f_{cm} [N/mm ²]	LN	58 / 50	0,088	C50/60
	Betonzugfestigkeit f_{ctm} [N/mm ²]	LN	1,6 / 1,1	0,216	C12/15
	Betonzugfestigkeit f_{ctm} [N/mm ²]	LN	2,9 / 2,0	0,215	C30/37
	Betonzugfestigkeit f_{ctm} [N/mm ²]	LN	4,1 / 2,9	0,200	C50/60
	Stahlzugfestigkeit f_{ym} [N/mm ²]	LN	240 / 220	0,054	BSt I
	Stahlzugfestigkeit f_{ym} [N/mm ²]	LN	460 / 420	0,054	BSt III
	Stahlzugfestigkeit f_{ym} [N/mm ²]	LN	550 / 500	0,054	BSt IV
	Geometrie b, h [m]	N	1,00 / 1,00	0,02	-
	Statische Nutzhöhe d [m]	N	1,00 / 1,00	0,02	-
Randabstand Bewehrung d_t [m]	N	1,00 / 0,80	0,125	-	
Modellunsicherheit	Normalkrafttragfähigkeit θ_{R1} [-]	LN	1,00 / 1,00	0,05	-
	Querkrafttragfähigkeit $\theta_{VRd,ct}$ [-]	LN	1,10 / 1,10	0,15	Gleichstreckenlast
	Querkrafttragfähigkeit $\theta_{VRd,sy}$ [-]	LN	1,10 / 1,10	0,10	Gleichstreckenlast
	Querkrafttragfähigkeit θ_{R2} [-]	LN	1,10 / 1,10	0,20 - 0,25	Einzellast
	Querkrafttragfähigkeit $\theta_{VRd,max}$ [-]	LN	1,10 / 1,10	0,15	Gleichstreckenlast
	Biegetragfähigkeit θ_{MRd} [-]	LN	1,10 / 1,10	0,07	-

5 Einwirkungen auf Tragwerke

5.1 Einführung

Bauwerke sind für alle im Laufe ihrer beabsichtigten Nutzungsdauer auftretenden Einwirkungen auszulegen. Bestandsbauten haben in ihrer bisherigen Standzeit eine Belastungsgeschichte erfahren und müssen für eine weitere geplante Nutzungsdauer in der Lage sein, den Beanspruchungen zu widerstehen. Die auf Bauwerke anzusetzenden Einwirkungen werden traditionell in bauart- und bauweisenübergreifenden Baubestimmungen (z. B. DIN 1055) vorgeschrieben. Zum Teil werden auch in Sondervorschriften z. B. für Schornsteine, Antennen, Straßen- und Eisenbahnbrücken die anzusetzenden Einwirkungen festgesetzt.

Einwirkungen können durch den Menschen und durch die natürliche Umgebung erzeugt werden, wobei die Einwirkungsintensität i. d. R. statistischen Schwankungen unterliegt. Für probabilistische Untersuchungen von Tragwerken ist es somit wichtig, geeignete Verteilungsfunktionen für die Einwirkungen zu finden und deren Parameter zu quantifizieren. Schwierig ist hierbei, dass in vielen Fällen keine ausreichende Datenbasis der einzelnen Einwirkung vorhanden ist, da z. B. kein ausreichend großer Beobachtungszeitraum zur Verfügung steht bzw. zu wenige Daten vorliegen, die daher als nicht repräsentativ anzusehen sind.

Generell wird zwischen zeitlich näherungsweise konstanten, sogenannten ständigen Einwirkungen und zeitlich veränderlicher Einwirkungen differenziert. Ständige Einwirkungen sind beispielsweise Konstruktionseigenlast und Ausbaulast, wohingegen Nutzlasten, Wind- und Schneelasten veränderliche Einwirkungen darstellen. Die genannten Beanspruchungen variieren hinsichtlich ihrer statistischen Eigenschaften signifikant. Ständige Einwirkungen können relativ genau durch Kenntnis der Abmessungen und Wichte bestimmt werden und weisen üblicherweise relativ geringe Streuungen auf. Dies ist u. a. durch das zeitlich unabhängige Verhalten begründet. Veränderliche und außergewöhnliche Einwirkungen sind aufgrund ihrer zeitlichen und örtlichen Variabilität schwer voraussagbar, was sich in großen Streuungen widerspiegelt.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die wichtigsten im Hochbau auftretenden Einwirkungen behandelt. Nachfolgend werden daher die Beanspruchungen infolge Konstruktionseigenlast, Nutzlast, Wind- und Schneelast näher erläutert. Als weiterführende Literatur zu Einwirkungen auf Tragwerke wird *Rackwitz, R. 1996* und *Madsen et al. 1986* empfohlen.

Bei Berechnungen von Tragwerken müssen nicht nur die statistischen Schwankungen der beteiligten Zufallsvariablen erfasst werden sondern auch die Berechnungsmodelle, die zur Schnittgrößenverteilung auf das Tragwerk führen. Diese Modelle selbst sind mit Ungenauigkeiten behaftet, die in der Tragwerksberechnung berücksichtigt werden müssen. Auf Modellunsicherheiten der Beanspruchungen wird am Ende des Abschnitts eingegangen.

5.2 Grundlagen der Modellierung und Festlegung von Lasten

5.2.1 Allgemeines

Unter Einwirkungen werden im Rahmen dieser Arbeit alle Erscheinungen verstanden, die Spannungen oder andere Wirkungen im Bauwerk erzeugen. Somit ist die Eigenlast einer Baustruktur ebenso eine Einwirkung wie z. B. der natürliche Wind, da beide Spannungen hervorrufen. Allerdings entsteht z. B. im Fall Wind erst eine Belastung für das Tragwerk durch Transformation, d. h. das die Einwirkung beschreibende Geschwindigkeitsfeld muss durch physikalische Gesetze in Winddrücke umgewandelt werden. Die Winddrücke erzeugen am Tragwerk eine Tragwerksantwort (Auswirkung) in Form von Schnittgrößen oder Verformungen.

In der Regel sind Einwirkungen zeitlich und räumlich veränderlich. Ihre zeitliche Variabilität genauso wie ihre räumliche Verteilung sind nur in seltenen Fällen deterministisch bekannt und müssen durch Zufallsvariablen, Zufallsprozesse oder sogar Zufallsfelder angemessen beschrieben werden. Für Anwendungen in der Zuverlässigkeitstheorie wird versucht, die zeitlich veränderlichen Einwirkungen mithilfe stochastischer Prozesse abzubilden, was mit unvermeidbaren Informationsverlusten einhergeht. Für probabilistische Betrachtungen ist es sinnvoll, die zeitlich und räumlich variablen Einwirkungen mit einer einzigen Verteilungsfunktion möglichst genau zu beschreiben. Als Verteilungsfunktionen zur Beschreibung solcher Einwirkungen sind Extremwertverteilungen hilfreich (s. Abschnitt 5.2.2).

Ständige Einwirkungen - mit Ausnahme der Erdlasten - können statistisch präziser bestimmt werden, da sie räumlich und zeitlich nahezu unveränderlich sind. Sie verfügen meist über sehr geringe Streuungen und können - je nach Nachweis - günstig oder ungünstig auf das Tragwerk wirken. Hierfür ist der charakteristische Wert stets als Mittelwert definiert.

Der charakteristische Wert veränderlicher Einwirkungen, der dem selten auftretenden Wert entspricht, ist nach *DIN 1055-100 2001* als 98 %-Quantil einer Extremwertverteilung für einen bestimmten Bezugszeitraum definiert. Für Wind- und Schneelasten wird darin der 98 %-Quantilwert für den Bezugszeitraum von einem Jahr angenommen, wohingegen für Nutzlasten ein Bezugszeitraum von 50 Jahren unterstellt wird. Die Verwendung des 98 %-Quantilwerts sagt aus, dass dieser Wert in 2 % aller Fälle im Bezugszeitraum überschritten wird bzw. einmal in 50 Jahren. Die gewählte Definition ist insofern sinnvoll, da häufig Langzeitmessungen der Belastungen fehlen und daher die Intensität der Einwirkung nur für kurze Beobachtungszeiträume bekannt ist. Eine Umrechnung der veränderlichen Einwirkungen auf andere Bezugszeiträume kann mithilfe der Extremwerttheorie erfolgen (siehe z. B. *Spaethe, G. 1992*).

Nach *Grünberg, J. 2004* weist *Anhang B* der *DIN 1055-100 2001* die Bestimmung von charakteristischen Werten zeitlich veränderlicher Einwirkungen für eine beliebig gewählte Nutzungsdauer aus. Somit entspricht hier der charakteristische Wert dem Wert, der im Mittel im gewählten Nutzungszeitraum nur einmal überschritten wird. Statistisch betrachtet entspricht dies dem Modalwert (Wert mit der größten Häufigkeit), d. h. dem Maximum der Verteilungsdichtefunktion. Gemäß *Grün-*

berg, J. 2004 ergeben sich für die Nutzungsdauer von 50 Jahren unter Annahme einer Gumbelverteilung für beide aufgezeigten Methoden annähernd gleich große charakteristische Werte. Bei Nachweisen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit werden durch die Multiplikation der charakteristischen Werte mit Kombinationsbeiwerten repräsentative Werte erzeugt (s. Abschnitt 3.12.1).

5.2.2 Stationäre Zufallsfolgen

Fast alle veränderlichen Einwirkungen streuen stark über Zeit und Raum. Abb. 5.1 veranschaulicht schematisch den zeitlichen Verlauf einer Einwirkung $X(t)$ und stellt den Zusammenhang zwischen der Verteilungsdichte der Momentanwerte $f(x)$ über einen beliebigen Zeitraum sowie der Verteilungsdichte der maximalen Extremwerte $f_{max}(x)$ im Beobachtungszeitraum T dar:

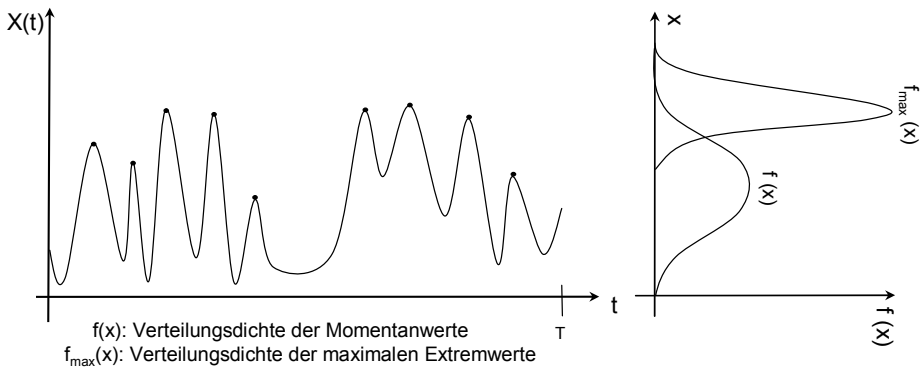


Abb. 5.1: Stochastisches Modell eines stetigen Lastmodells einer zeitlich veränderlichen Einwirkung

Die Extremwerte der veränderlichen Lasten sind im Bauwesen von großer Bedeutung, da das Bauteilversagen definitionsgemäß ein sehr seltenes Ereignis darstellt und daher nur in extremen Einwirkungssituationen auftritt. Zur Modellierung dieser seltenen Extremwertereignisse wird auf Extremwertverteilungen zurückgegriffen. Die Verteilung der Momentanwerte wird direkt aus Messungen gewonnen. Für die Verteilung der Extremwerte hingegen muss die zeitliche Abhängigkeit der veränderlichen Einwirkung berücksichtigt werden.

Eine stark vereinfachte, in der Praxis jedoch oft ausreichende Darstellung zeitveränderlicher Lasten ist die Darstellung durch zeitveränderliche Zufallsfolgen. In Abb. 5.2 ist der Verlauf einer solchen Folge rechteckiger Lastimpulse mit konstanter Zeitdauer d beispielhaft angegeben. Diese Zufallsfolge ändert ihre Amplitude zu den Zeiten $t_i = i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n$). Es gilt Stationarität. Die einzelnen Amplituden sind unabhängig voneinander und streuen ausschließlich nach dem Verteilungsgesetz $F_X(x)$. Die zufälligen Eigenschaften des Lastprozesses werden in diesem einfachen Modell nur durch die Zufallsgröße der Lasthöhe dargestellt.

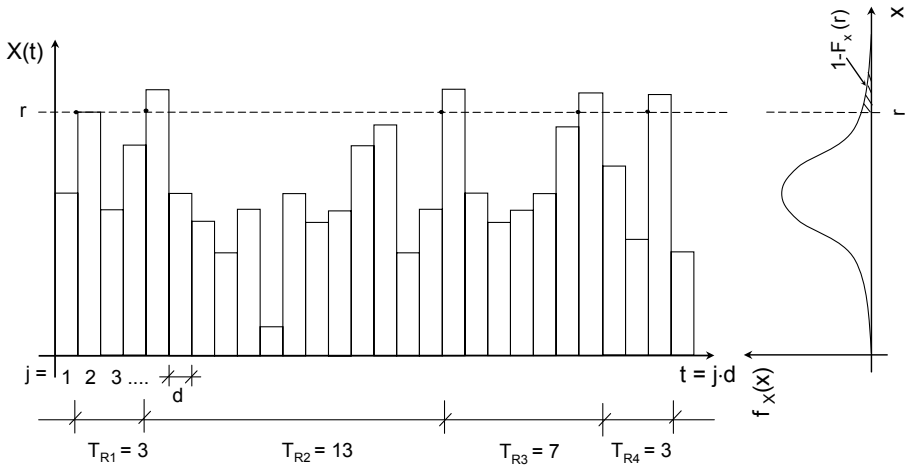


Abb. 5.2: Approximierte Zufallsfolge für einen realen Lastprozess

Bei solchen Folgen von Belastungszuständen ist die Frage von Interesse, in welchen zeitlichen Abständen T_R ein bestimmter Niveaumwert r wieder überschritten wird. Die Zahl j zwischen den Überschreitungen wird als Wiederholungsperiode oder Rückkehrperiode T_R bezeichnet. T_R ist eine diskrete Zufallsgröße, die mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit die Werte $j = 1, 2, 3, \dots$ annehmen kann. Die Wahrscheinlichkeit, dass $T_R = j$ ist, entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass in der Folge der x -Werte diese $j - 1$ kleiner als r sind und dann einmal größer als r :

$$P(T_R = j) = [P(X \leq r)]^{j-1} \cdot P(X > r) = [F_X(r)]^{j-1} \cdot (1 - F_X(r)) \quad (5.1)$$

Die Verteilungsfunktion von T_R bestimmt sich zu:

$$\begin{aligned} F_{T_R}(j) &= P(T_R \leq j) = \sum_{i=1}^j P(T_R = i) = (1 - F_X(r)) \cdot \sum_{i=1}^j F_X^{i-1}(r) = \\ &= (1 - F_X(r)) \cdot \frac{1 - F_X^j(r)}{1 - F_X(r)} = 1 - F_X^j(r) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Diese Verteilung hat dann den Mittelwert m_{TR} der Wiederkehrperiode:

$$m_{T_R} = \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot P(T_R = i) = (1 - F_X(r)) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot F_X^{i-1}(r) = \frac{1}{1 - F_X(r)} \quad (5.3)$$

Unter Wiederholungsperiode wird genau dieser Wert, also die mittlere Wiederkehrperiode verstanden. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis mit der mittleren Wiederkehrperiode von m_{TR} Jahren im Zeitraum von j Jahren eintritt beträgt:

$$F_{T_R}(j) = 1 - F_X^j(r) = 1 - \left(1 - \frac{1}{m_{T_R}}\right)^j \quad (5.4)$$

Somit tritt ein 100-Jahres-Ereignis im Zeitraum von 100 Jahren mit der Wahrscheinlichkeit ein von:

$$F_{T_R}(100) = 1 - \left(1 - \frac{1}{100}\right)^{100} = 0,634 \quad (5.5)$$

Nach diesen 100 Jahren tritt das Ereignis mit der Gegenwahrscheinlichkeit von 0,366 auf. Hierbei ist anzumerken, dass wenn in der Ingenieurpraxis von z. B. einem 100-Jahres-Hochwasser gesprochen wird, diese Zahl oft deterministisch interpretiert wird. Es ist falsch, anzunehmen, dass ein 100-Jahres-Hochwasser auch tatsächlich alle 100 Jahre eintritt. Vielmehr bedeutet es, dass es im Mittel alle 100 Jahre eintritt.

Weiter ist anzumerken, dass die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten des Niveaueswertes r in jedem Zeitintervall gleich groß ist, nämlich:

$$P(X > x) = 1 - F_X(r) = \frac{1}{m_{T_R}} \quad (5.6)$$

Diese Wahrscheinlichkeit ist unabhängig davon, ob in früheren Zeitintervallen bereits Überschreitungen stattgefunden haben oder nicht. Weitere Beispiele zu diesem Themenkomplex können *Spaethe, G. 1992* entnommen werden.

Häufig jedoch werden der Bezugszeitraum der Beobachtungen und der Bezugszeitraum des Sicherheitsnachweises nicht übereinstimmen. Letzterer Zeitraum ist i. d. R. größer. Die Verteilung der unabhängigen Größtwerte der Beanspruchung $F_{max}(x)$ (Maximalwert der Last) für einen längeren Zeitraum bzw. für die Nutzungsdauer $T_{Ri} = n \cdot d$ berechnet sich zu:

$$F_Y(x) = F_{max}(x) = (F_X(x))^n \quad (5.7)$$

$$f_Y(x) = f_{max}(x) = n \cdot (F_X(x))^{n-1} \cdot f_X(x) \quad (5.8)$$

Auch die Verteilung der unabhängigen Kleinstwerte $F_Z(x)$ (Minimalwert der Last) kann hieraus angegeben werden zu:

$$F_Z(x) = F_{min}(x) = 1 - (1 - F_X(x))^n \quad (5.9)$$

$$f_Z(x) = f_{min}(x) = n \cdot (1 - F_X(x))^{n-1} \cdot f_X(x) \quad (5.10)$$

Das Verhältnis n (n ganzzahlig) steht in den Gleichungen (5.7) bis (5.10) bzw. bei zufälligen Folgen von unabhängigen Belastungszuständen wie z. B. nach Abb. 5.2 für:

$$n = \frac{\text{Bezugszeitraum des Sicherheitsnachweises } t_{SN}}{\text{Beobachtungszeitraum } t_B} \quad (5.11)$$

Für große n konvergieren diese Verteilungen gegen einen der drei Typen der asymptotischen Extremwertverteilungen. Beispielsweise konvergiert die Normalverteilung gegen den Typ I (Gumbelverteilung), da ihre Dichte beiderseits unbegrenzt

ist. Weitere Typen sind die Fréchet- (Typ II) und Weibullverteilung (Typ III), die aufgrund ihrer Rechtsschiefe für die Modellierung von Kleinstwerten verwendet wird.

Die Gumbelverteilung eignet sich sehr gut zur Modellierung von zeitlich veränderlichen Einwirkungen, wenn ein größeres Zeitintervall wie die Lebensdauer eines Gebäudes betrachtet wird. Es gilt folgende Verteilungsfunktion im Bezugszeitraum des Sicherheitsnachweises t_{SN} :

$$F_X^{t_{SN}}(x) = \left(F_X^{t_B}(x) \right)^n = \left(\exp\left(-\exp\left(-a \cdot (x - u_{t_B})\right)\right) \right)^n = \exp\left(n \left(-\exp\left(-a \cdot (x - u_{t_B})\right)\right)\right) = \exp\left(\left(-\exp\left(-a \cdot (x - u_{t_B})\right)\right) + \ln n\right)$$

mit $n = t_{SN}/t_B$; und den Parameter der Gumbelverteilung a, u (5.12)

Das heißt, die Gumbelverteilung im Bezugszeitraum t_{SN} ergibt sich im Allgemeinen aus der Gumbelverteilung im Beobachtungszeitraum t_B durch eine Verschiebung auf der x -Achse um den Betrag $(\ln n)/a$ (s. Abb. 5.3). Dementsprechend verschieben sich nach Gleichung (5.12) auch der Modalwert u und der Mittelwert m_x , d. h. sie wachsen gegenüber der Ausgangsverteilung an, während die Standardabweichung σ_x ihre Größe nicht ändert:

$$u_{t_{SN}} = u_{t_B} + \frac{\ln n}{a} = u_{t_B} + \sigma_x \cdot \ln n \cdot \frac{\sqrt{6}}{\pi}$$
(5.13)

$$m_{t_{SN}} = m_{t_B} + \frac{\ln n}{a} = m_{t_B} + \sigma_x \cdot \ln n \cdot \frac{\sqrt{6}}{\pi}$$
(5.14)

Dies bedeutet somit auch, dass bei längeren Bezugszeiträumen größere Extremwerte häufiger sind.

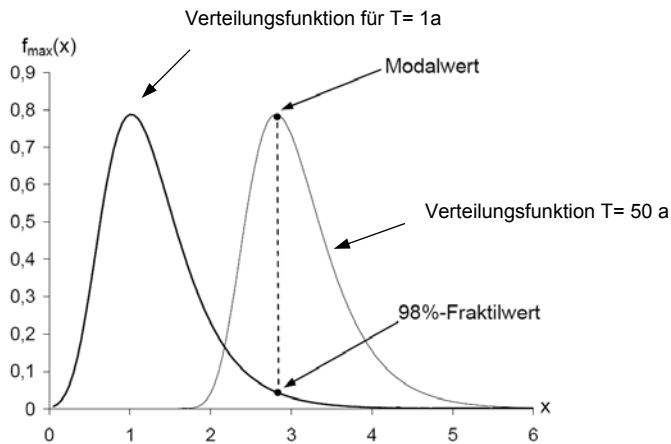


Abb. 5.3: Darstellung der Gumbelverteilung für die Bezugszeiträume 1 Jahr und 50 Jahre
 Beispielsweise wird der charakteristische Wert der Wind- und Schneelast als 98 %-Quantilwert bezogen auf ein Jahr festgelegt. Im Sicherheitsnachweis z. B. für

50 Jahre entspricht der 98 %-Quantilwert von einem Jahr dem Modalwert von 50 Jahren (s. Abb. 5.3). Somit entstehen die Extremwertverteilungen vom Typ I für unterschiedliche Zeiträume T bezogen auf Beobachtungen von einem Jahr durch eine Verschiebung der Verteilungskurve um den Betrag $\ln(T)$ auf der Abszisse. Die statistischen Momente der Extremwertverteilung vom Typ I können mithilfe der nachfolgenden Gleichungen für beliebige Bezugszeiträume T bestimmt werden:

$$m_T = m_1 + 0,78 \cdot \sigma \cdot \ln(T) \quad (5.15)$$

$$\sigma_T = \sigma_1 \quad (5.16)$$

Somit kann für jede beliebige Restnutzungsdauer eine Umrechnung der veränderlichen Einwirkungen vorgenommen werden (s. *Grünberg, J. 2004*). Anzumerken ist allerdings, dass durch die Festlegungen nach Gleichung (5.15) und (5.16) unterschiedliche Variationskoeffizienten resultieren:

$$v_{1\text{Jahr}} = \frac{\mu_1}{\sigma_1} \leq v_{x\text{Jahre}} = \frac{\mu_x}{\sigma_x} \quad \text{wobei } x \geq 1 \quad (5.17)$$

Ist die Widerstandsseite zeitlich konstant, deterministisch oder nahezu deterministisch, sodass die veränderliche Last dominiert, lassen sich einfache Umrechnungsformeln nach *Spaethe, G. 1992* für unterschiedliche Bezugszeiträume t_1, t_2 für die Versagenswahrscheinlichkeit und den Sicherheitsindex β_v angeben:

$$P_F(t_2) = 1 - \left(1 - P_F(t_1)\right)^{\frac{t_2}{t_1}} \quad (5.18)$$

$$\beta_v(t_2) = \Phi^{-1} \left(\Phi \left(\beta_v(t_1) \right)^{\frac{t_2}{t_1}} \right) \quad (5.19)$$

5.2.3 Erneuerungsprozesse zeitvarianter Einwirkungen

Oftmals ändern veränderliche Einwirkungen ihre Lastintensität zu diskreten Zeitpunkten (z.B. bei Nutzlasten infolge Umzug oder Renovierung), sodass die vereinfachte Berücksichtigung unter Verwendung der Extremwerttheorie mit konstanter Pulsdauer nach Abschnitt 5.2.2 zu ungenauen Ergebnissen führt. Mit sogenannten Erneuerungsprozessen kann eine wirklichkeitsnahe Modellierung der zeitlichen Variabilität erfolgen und stellt somit eine hinreichend genaue Approximation des zeitlichen Verhaltens der Basisvariablen dar (s. *Spaethe, G. 1992*). Der Vorteil der Erneuerungsprozesse - auch Punkt- oder Zählprozesse genannt - ist die Verwendung von mathematisch geschlossenen Lösungen. Der Erneuerungsprozess $N(t)$ beschreibt die Anzahl N der bis zum Zeitpunkt t eingetretenen Lasterneuerungen. Somit ist $N(t)$ ein diskreter Zufallsprozess, der nur ganzzahlige, positive Werte annimmt. Der einfachste und zur Lastbeschreibung am häufigsten verwendete Erneuerungsprozess ist der Poissonprozess, für den die Anzahl der Laständerungen $N(t)$ bis zum Zeitpunkt t poissonverteilt ist und die Zeitdifferenzen zwischen den Erneuerungspunkten exponential verteilt sind:

$$P(N(t) = n) = \frac{(\lambda \cdot t)^n}{n!} \cdot \exp(-\lambda \cdot t) \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.20)$$

Der Parameter λ beschreibt hierbei die Anzahl der Erneuerungspunkte je Zeiteinheit und wird auch Erneuerungsrate oder Intensität genannt.

Der Poisson-Prozess eignet sich sehr gut zur Modellierung seltener Ereignisse bzw. seltener Niveauüberschreitungen, wobei die Wahrscheinlichkeit einer Überschreitung mit der Zeit ansteigt. Von einer Niveauüberschreitung spricht man, wenn die Realisierungen eines stochastischen Prozesses das gewählte Niveau r überschreiten. Dies wird auch als positive Niveaureuzung ν^+ verstanden, wohingegen man bei Niveauunterschreitung von einer negativen Niveaureuzung ν^- spricht.

Die mittlere Anzahl positiver Niveaureuzungen im Bezugszeitraum T erhält man durch Integration über die Zeit:

$$E[N^+(r)] = \int_0^T \nu^+(r, t) dt \quad (5.21)$$

Im stationären Fall, in dem die Verteilung unabhängig vom Zeitsprung mit zeitlich konstanten ν^+ ist, folgt die mittlere Anzahl im Zeitraum T zu:

$$E[N^+(r)] = \nu^+(r) \cdot T = \lambda \quad (5.22)$$

Die Wahrscheinlichkeit, das Niveau r im Zeitraum T genau n -Mal (n : poissonverteilt) zu überschreiten, ergibt sich zu:

$$P(N(r) = n) = \frac{(\nu^+(r) \cdot T)^n}{n!} \cdot \exp(-\nu^+(r) \cdot T) \quad (5.23)$$

Die Verteilungsfunktion $F_{\max X}(r)$ der Extremwerte der Größtwerte eines Prozesses $X(t)$ ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass im Zeitraum T keine Überschreitung des Niveaus r auftritt ($N(r) = 0$):

$$F_{\max X}(r) = P(\max X(t) \leq r) = P(N(r) = 0) = \exp(-\nu^+(r) \cdot T) \approx 1 - \nu^+(r) \cdot T \quad (5.24)$$

Somit ergibt sich durch Umformung von Gleichung (5.24) eine einfache Näherung zwischen Niveaureuzungsrate $\nu^+(r)$ und Extremwertverteilung:

$$\nu^+(r) \approx -\frac{1}{T} \cdot \ln(F_{\max X}(r)) \approx \frac{1}{T} \cdot (1 - F_{\max X}(r)) \quad (5.25)$$

Viele veränderliche Lasten ändern ihre Lasthöhe bzw. Lastintensität nur zu diskreten Zeiten und bleiben in den Zeiträumen dazwischen annähernd konstant. Hierzu werden Lasten aus Einrichtungen, Möbeln oder Lagergüter gezählt. Diese Belastungen können mathematisch durch sogenannte Pulsprozesse mit „Rechteckwellen“ erfasst werden, wenn man den Zeitintervallen D_n eines Erneuerungsprozesses $N(t)$ zufällige, in D_n konstante X_n zuordnet. Dabei sind die Lastintensitäten X_n mit $n = 1, 2, \dots$ unabhängige, identisch verteilte Zufallsgrößen. Bei Nutzlasten aus Einrichtungsgegenständen nimmt die Last bei Lastwechseln den Wert null an. Weiter

besteht die Möglichkeit, dass der Lastwert x der neuen Last vernachlässigbar klein oder auch gleich Null ist. Für Rechteck-Pulsprozesse mit Pausen wird die Verteilungsfunktion der Spitzenwerte der realen Pulse $F_X(x)$ erweitert zu:

$$F_X(x) = p + q \cdot F_Y(x) \quad (5.26)$$

In Gleichung (5.26) steht p für die Wahrscheinlichkeit die Last „Null“ anzutreffen und $q = 1 - p$ ist die Wahrscheinlichkeit eine Last mit beliebiger Größe zu erhalten. Die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ wird häufig auch als Verteilung der Momentanwerte veränderlicher Lasten bezeichnet. Oft besitzen solche Lastprozesse auch „fiktive“ Erneuerungspunkte (s. Abb. 5.4) an denen keine bzw. Lasten der Größe null eingeleitet werden. Diese Punkte sind nicht beobachtbar und damit auch nicht deren Erneuerungsrate.

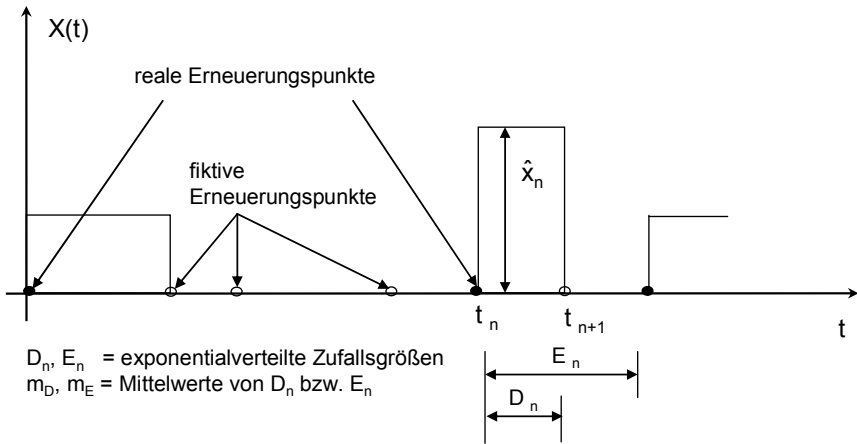


Abb. 5.4: Realisierungen eines Pulsprozesses mit Pausen

Die Erneuerungsrate λ für den beschriebenen Gesamtprozess beträgt somit:

$$\lambda = \frac{1}{m_E} \quad (5.27)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Prozess aktiv ist, errechnet sich zu:

$$q = \frac{m_D}{m_E} \quad (5.28)$$

Darin bezeichnet man mit m_E den Mittelwert der realen, gemessenen Zeitintervalle zwischen den Laständerungen und mit m_D den Mittelwert der exponentialverteilten Lastdauer. Gemäß *Spaethe, G. 1992* ergibt sich die mittlere Niveaureuzungsrate v^+ für die beschriebenen rechteckförmigen Pulsprozesse:

$$v^+(r) = \lambda \cdot F_X(r) \cdot (1 - F_X(r)) \quad (5.29)$$

Für Prozesse ohne Rückkehr zum Nullniveau nach einer Laständerung ergibt sich:

$$v^+(r) = \lambda \cdot (1 - F_X(r)) \quad (5.30)$$

5.2.4 Kombination zeitabhängiger Einwirkungen bei stochastischen Prozessen

Treten mehrere zufällige, zeitabhängige Lasten $X_i(t)$ auf, dann werden die Extremwerte der verschiedenen Lastprozesse mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht zusammenfallen. Somit ist keine Lösung nur allein mit Extremwertverteilungen aufzufinden. Es muss hier eine Vielzahl von Informationen über den wahrscheinlichen Prozessverlauf verarbeitet werden. Beispielhaft kann hier das Zusammenwirken von Wind- und Schneelasten angeführt werden. Die maximale Einwirkung $S_{\max}(T)$ ergibt sich aus der Linearkombination der Einzeleinwirkungen $S_i(t)$ im Bezugszeitraum T :

$$S_{\max}(T) = \max\{S_1(t) + S_2(t) + \dots + S_m(t)\} \quad (5.31)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit bei Berücksichtigung verschiedener veränderlicher Einwirkungen errechnet sich aus folgender Bedingung:

$$P_F = P(g(X_1(t), X_2(t), \dots, X_i(t), \dots, X_m(t)) < 0 \mid t \in [0, T]) \quad (5.32)$$

Das Tragwerk versagt, wenn der zeitabhängige Zufallsvektor nach (5.33) zu einem Zeitpunkt t im Zeitraum $0 < t \leq T$ mindestens einmal den sicheren Bereich $g(x) \geq 0$ verlässt und in den unsicheren Bereich eintritt:

$$\vec{X} = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_i(t), \dots, X_m(t))^T \quad (5.33)$$

Mithilfe stochastischer Prozesse und der Austrittsrate v^+ , die eine Kreuzung der Grenzzustandsfunktion in Richtung vom sicheren Bereich hin zum unsicheren beschreibt, kann die Versagenswahrscheinlichkeit für diese instationäre Aufgabengstellung ermittelt werden nach:

$$P_F(T) \leq P_F(0) + \int_0^T v^+(t) dt \quad (5.34)$$

Die Wahrscheinlichkeit $P_F(0)$ beschreibt das Tragwerksversagen zu Beginn der Nutzungsdauer ($t = 0$) und kann nach Gleichung (5.26) erfasst werden. Für stationäre Prozesse ($v^+ = \text{konst.}$), bei denen die Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion unabhängig von der Lage des Zeitsprungs sind, folgt:

$$P_F(T) \leq P_F(0) + v^+ \cdot T \quad (5.35)$$

Der Anteil des Terms $P_F(0)$ am Gesamtergebnis ist sehr klein und kann daher in den Formeln (5.34) und (5.35) vernachlässigt werden, da der Term $v^+ \cdot T$ dominiert:

$$P_F(T) \approx \int_0^T v^+(t) dt \quad \text{bzw.} \quad P_F(T) \approx v^+ \cdot T \quad (5.36)$$

Somit lässt sich das Problem auf die Ermittlung der Ausfallrate v^+ reduzieren. Die geschlossene mathematische Lösung hierfür liegt allerdings nur für Sonderfälle, wie

z. B. den stationären, zweiparametrischen Rechteckwellenprozess vor. Dieser Spezialfall hat in der Zuverlässigkeitstheorie hinsichtlich der Lastkombinationen eine große Bedeutung. In den meisten Fällen stellt der Widerstand R eine zeitlich konstante Zufallsvariable dar, sodass sich die Ausfallrate v^+ hierfür bestimmt zu:

$$v^+(R) = \sum_{i=1}^m q_i \cdot \lambda_i \cdot \Phi(-\beta_i) \quad (5.37)$$

Ein gleichzeitiges Springen mehrerer Lasten ist hier nicht möglich. Die Parameter q_i und λ ergeben sich aus den Formeln (5.27) und (5.28). Mit β_i wird der Zuverlässigkeitsindex unter Verwendung der Verteilung der Spitzenwerte des Zufallsprozesses i bezeichnet, ohne Berücksichtigung, ob der Prozess aktiv ist ($q_i = 1,0$). Ausführliche Erläuterungen mit Beispielen hierzu sind in *Spaethe, G. 1992* zu finden.

5.2.5 Vereinfachte stochastische Modellierung von Lastkombinationen

Eine Vereinfachung der komplexen Modellierung mehrerer zeitvarianter Einwirkungen stellt die Überführung in ein zeitunabhängiges Problem dar. Diese Approximation ist natürlich nur eine Näherung, die aber ausreichend genaue Ergebnisse liefert und sich deshalb aufgrund ihrer einfachen Handhabung in der Zuverlässigkeitstheorie bewährt hat. Die Näherungsannahme zur Superposition von Lastfällen wurde von *Turkstra, C. J. 1970* formuliert und dient seither als Grundlage für Lastkombinationsregeln in verschiedenen Normen. Grundgedanke der Theorie ist die Feststellung, dass es sehr unwahrscheinlich ist, dass mehrere unkorrelierte, zeitabhängige Einwirkungen zum selben Zeitpunkt ihr individuelles Maximum erreichen und dadurch ein Tragwerksversagen auslösen. Vielmehr wird das Tragwerksversagen durch den Maximalwert, von nur einer der gleichzeitig auftretenden veränderlichen Einwirkungen, hervorgerufen. Die Regel von *Turkstra, C. J. 1970* reduziert die zeitlich kontinuierliche Betrachtung der Einwirkungskombinationen auf einige wenige diskrete Zeitpunkte, in denen jeweils eine der beteiligten veränderlichen Einwirkungen ihr Maximum im Bezugszeitraum T erreicht. Dazu wird jede veränderliche Einwirkung einmal mit ihrer Extremwertverteilung berücksichtigt und alle anderen begleitenden Einwirkungen mit der Verteilung ihrer Momentanwerte ($q_i = 1,0$) superponiert. Zur Erläuterung des beschriebenen Sachverhalts dient Abb. 5.5. Die Superposition kann für alle sinnvollen Kombinationen der Einwirkungen erfolgen. Aus der Anzahl n der Kombinationen wird diejenige maßgebend, welche die maximale Gesamteinwirkung liefert und somit die größte Versagenswahrscheinlichkeit hervorruft.

Die maximale Gesamteinwirkung folgt aus der Summe n der vorhandenen Einwirkungen:

$$\max_T \{S_1(t) + S_2(t) + \dots + S_m(t)\} \approx \left\{ \begin{array}{l} \max_T S_1(t) + S_2(t^*) + \dots + S_m(t^*) \\ \vdots \\ S_1(t^*) + S_2(t^*) + \dots + \max_T S_m(t) \end{array} \right\} \quad (5.38)$$

Darin ist t^* ein beliebiger Zeitpunkt im Intervall $[0, T]$ wie z. B. in Abb. 5.5 ersichtlich ist. Die Turkstra-Regel gilt nur für unabhängige Einwirkungen und kleine Versagenswahrscheinlichkeiten. Beide Randbedingungen sind bei baupraktischen Problemstellungen prinzipiell vorzufinden. Gemäß *Spaethe G. 1992* stimmen die Grundannahmen der Turkstra-Regel gut mit den Beobachtungen in der Realität überein, nachdem Bauteilversagen, welches nicht auf menschliches Fehlverhalten zurückgeht, meist zu einem Zeitpunkt auftritt, an dem irgendeine vorhandene Einwirkung ihren Maximalwert erreicht. Nur in seltenen Fällen wurde Versagen bei Kombination mehrerer, gleichzeitig auftretender Einwirkungen beobachtet, worin keine Einwirkung ihren Extremwert erreicht hat. Die Turkstra-Regel stellt somit eine wichtige Methode zur Berücksichtigung mehrerer zeitlich veränderlicher, gleichzeitig auftretender aber unabhängiger Einwirkungen in der Zuverlässigkeitstheorie dar.

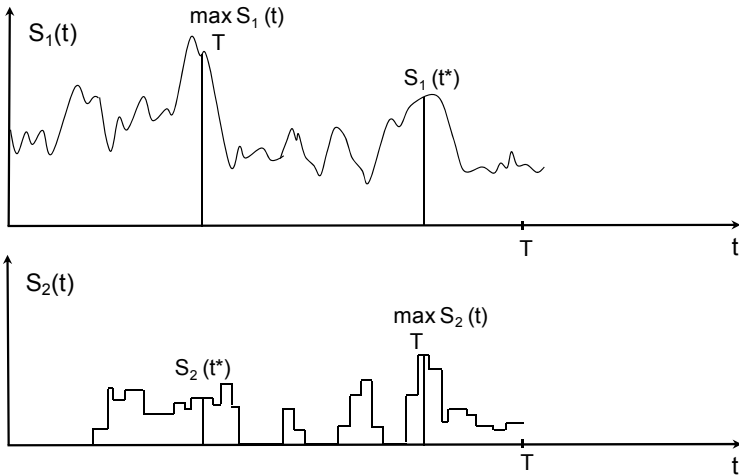


Abb. 5.5: Erläuterung der Turkstra'schen Regel für zwei zeitlich veränderliche Einwirkungen

Eine Verfeinerung der Turkstra-Regel kann durch die Berücksichtigung der zeitlichen Dauer des Lastimpulses erfolgen. Dem Vorschlag von *Ferry Borges, J. & Castanheta, M. 1971* folgend werden die unterschiedlichen zeitvarianten aber unabhängigen Lasten als Pulsprozess mit Rechteckwellen modelliert. Vereinfacht wird die Lastgeschichte r_i durch zeitlich konstante Grundzeitintervalle $T_i = T / r_i \cdot t$, wie in Abb. 3.22 dargestellt, modelliert. Die Lastintensitäten und die Grundzeitintervalle sind für alle Lasten mit der Auftretenswahrscheinlichkeit p_i und der Lastintensität x_i unabhängig. Die Verteilung der Maximalwerte $F_{i,max}(x_i)$ im Grundzeitintervall t_i ergeben sich nach *Schobbe, W. 1982* mit:

$$F_{i,max}(x_i) = (1 - p_i \cdot (1 - F_i(x_i)))^{w_i} \quad (5.39)$$

Im häufigen Fall einer permanenten Einwirkung $p_i = 1,0$ folgt:

$$F_{i,max}(x_i) = (F_i(x_i))^{w_i} \quad (5.40)$$

Die Koeffizienten r_i in Abb. 3.22 ergeben sich aus dem Umfang der zu untersuchenden Kombinationen und der Anzahl der zeitlich veränderlichen Einwirkungen l

an der Gesamtzahl n . Sie berücksichtigen die individuelle Anzahl der Lastwechsel im Intervall T . Die Koeffizienten r_i und die resultierenden Lastkombinationen sind dem Kombinationsvorschlag von *Schobbe, W. 1982* folgend in Tab. 5.1 dargestellt, wobei die Einwirkungen gemäß ihrer Lastwechselzahl w_i aufsteigend zu sortieren sind ($r_i \leq r_{i+1}$). Ständige Einwirkungen haben die Lastwechselzahl $w_i = 1$. Die maßgebende Kombination ist diejenige, welche die maximale Einwirkung und somit die höchste Versagenswahrscheinlichkeit liefert.

Tab. 5.1: Kombinationsschema und Lastwechselzahlen für die Kombination mehrerer zeitlich variabler Lasten nach *Schobbe, W. 1982*

Einwirkungsnummer	$n-l+1$	$n-l+2$	$n-l+3$...	n
Anzahl der Lastwechsel in T	r_{n-l+1}	r_{n-l+2}	r_{n-l+3}	...	r_n
Kombination	Lastwechselzahlen w_i				
1	r_{n-l+1}	$\frac{r_{n-l+2}}{r_{n-l+1}}$	$\frac{r_{n-l+3}}{r_{n-l+2}}$...	$\frac{r_n}{r_{n-l}}$
2	1	r_{n-l+2}	$\frac{r_{n-l+3}}{r_{n-l+2}}$...	$\frac{r_n}{r_{n-l}}$
3	1	1	r_{n-l+3}	...	$\frac{r_n}{r_{n-l}}$
...
l	1	1	1	...	r_n

5.2.6 Modellierung der räumlichen Wirkung von Lasten

Die Modellierung der räumlichen Variabilität von Lasten erfolgt mithilfe stochastischer Felder. Da Einwirkungen oftmals aus einer Vielzahl von einzelnen Lasten bestehen, die in der Bemessungspraxis nicht diskret modelliert werden können, werden diese Einzellasten durch eine äquivalente, gleichförmig verteilte Bemessungslast approximiert, da die „reale“ Lastwirkung nur in seltenen Fällen für Detailnachweise benötigt wird. Diese Gleichlast muss selbstverständlich eine zur „realen“ Last äquivalente Lastwirkung – z. B. Schnittgröße – liefern. Dies ist gemäß *Rackwitz, R. 1996* näherungsweise dann der Fall, wenn die Nutzlastordinate $L(x, y)$ multipliziert mit der Ordinate der Einflussfläche $i(x, y)$ des statischen Systems äquivalent dem Produkt aus Gleichlast q und Einflussfläche $i(x, y)$ ist. Zur Veranschaulichung des Sachverhalts ist Abb. 5.6 hilfreich.

Angemerkt sei, dass die Gleichlast q nicht zwangsläufig der Last L entspricht, da in q bereits der sogenannte Filtereffekt des Tragwerks enthalten ist. Eigentlich müsste korrekterweise für jede Schnittgröße eine individuelle gleichförmige Einwirkung definiert werden, was nicht praktikabel ist. Für die praxisgerechte Festlegung von Einwirkungen wird dabei vereinfacht eine umhüllende Einflusslinie verwendet (s. Abschnitt 5.4). Deswegen wird häufig die Einflusslinie für das maximale Biegemoment verwendet, da in diesem Fall räumliche Streuungen eine besonders große Auswirkung haben.

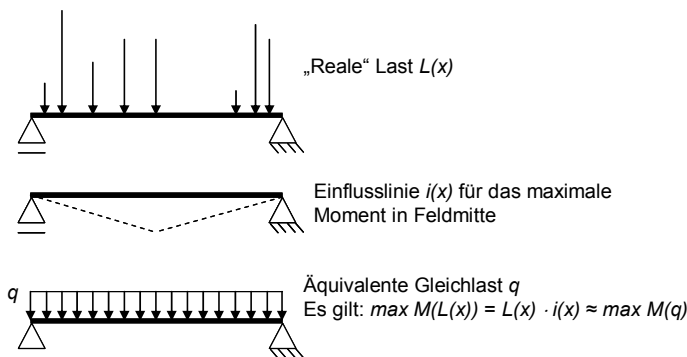


Abb. 5.6: Übergang von der „realen“ Last zur Lastwirkung und äquivalenter Gleichlast nach Glowienka, S. 2007

Für den statischen Fall und eine linear elastische Schnittgrößenermittlung lässt sich die auf die Einzugsfläche A bezogene Lastwirkung S_j zur Einwirkung $L(x, y)$ allgemein formulieren:

$$S_j(A) = \int_A L(x, y) \cdot i(x, y) dA \quad (5.41)$$

Der Erwartungswert und die Varianz der Schnittgröße infolge einer zufälligen Einwirkung $L(x, y)$ ergibt sich gemäß Rackwitz, R. 1996 zu:

$$E[S_j(A)] = E\left[\int_A L(x, y) \cdot i_j(x, y) dx dy\right] = E[L(x, y)] \cdot \int_A i(x, y) dx dy \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} \text{VAR}[S_j(A)] &= \text{COV}\left[\int_A i_j(x_1, y_1) \cdot L(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \int_A i_j(x_2, y_2) \cdot L(x_2, y_2) dx_2 dy_2\right] \\ &= \iint_{A A} i_j(x_1, y_1) \cdot i_j(x_2, y_2) \text{COV}[L(x_1, y_1), L(x_2, y_2)] dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \end{aligned} \quad (5.43)$$

Aus Gründen der mathematischen Handhabung wird das stochastische Feld $L(x, y)$ i. d. R. als homogen angenommen, sodass Lastkonzentrationen an bestimmten Stellen, wie z. B. durch Einrichtungsgegenstände an Wänden, vernachlässigt werden. Für die Kovarianzfunktion $\text{COV}[L(x_1, y_1), L(x_2, y_2)]$ können theoretisch verschiedene mathematische Funktionen verwendet werden, wobei eine wissenschaftliche Begründung für eine bestimmte Funktion i. d. R. nicht vorliegt. Die meisten Funktionen lassen sich dabei mithilfe des Korrelationsradius ρ_0 darstellen (s. Rackwitz, R. 1996). Ein Überblick über übliche Kovarianzfunktionen findet sich bei Madsen et al. 1986. Für die praktische Berechnung sind diese Überlegungen jedoch zu kompliziert, sodass letztlich die statischen Momente einer äquivalenten, gleichförmig verteilten Einwirkung q_{equ} benötigt werden. In Rackwitz, R. 1996 sind diesbezüglich folgende Gleichungen für Erwartungswert und Varianz zu finden:

$$E(q_{\text{equ}}) = E[L(x, y)] \quad (5.44)$$

$$\text{VAR}[q_{\text{equ}}] \approx \text{VAR}[L_{\text{equ}}] \cdot \pi \cdot \rho_0^2 = \frac{\int_A i_j^2(x, y) dx dy}{\left(\int_A i_j(x, y) dx dy \right)^2} \quad (5.45)$$

In der Praxis wird häufig das Modell des weißen Rauschens in Gleichung (5.45) verwendet mit dem Korrelationsradius:

$$\rho_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad (5.46)$$

Im Modell des weißen Rauschens besitzen die einzelnen Punkte des Zufallsfeldes keine räumliche Korrelation. Diese Annahme liegt gemäß *Madsen et al. 1986* auf der sicheren Seite. Das dargestellte Modell hat sich weitestgehend zur theoretischen Beschreibung von räumlich veränderlichen Einwirkungen durchgesetzt und wird unten zur Beschreibung von Nutzlasten in Gebäuden verwendet.

5.3 Ständige Einwirkungen

5.3.1 Allgemeines

Ständige Einwirkungen auf Bauteile im üblichen Hochbau setzen sich aus der Eigenlast des Tragwerks sowie den Ausbaulasten (z. B. Estrich, Putz, Boden- und Wandbeläge, abgehängte Decken, Dämmstoffe sowie Versorgungsleitungen etc.) zusammen. Die Streuungen dieser ständigen Einwirkungen resultieren aus denen der Bauteilabmessungen und Baustoffwichten und fallen je nach Bauteil und Baustoff sehr unterschiedlich aus. Die Variationskoeffizienten der Eigenlasten tragender Bauteile sind gering und betragen z. B. für Stahlbauteile $v_x = 1\%$ und Stahlbetonbauteile $v_x = 4\%$ (s. *JCSS 2000*). Im Gegensatz zur Konstruktionseigenlast weisen Ausbaulasten (z. B. Estrich aufgrund stark variierender Estrichdicke) größere Streuungen auf. Im Rahmen dieser Arbeit findet hierzu keine Differenzierung statt und daher werden die Streuungen der Eigen- und Ausbaulast vereinfacht zusammengefasst. Als Begründung kann u. a. hierfür der i. d. R. geringe Anteil der Ausbaulast an der Gesamteigenlast der Konstruktion dienen.

Mögliche Ursachen für Ungewissheiten in der Vorhersage der Eigenlasten können Streuungen in der Dichte der Materialien, Abweichungen der Abmessungen von den Sollwerten, Ungewissheiten in der endgültigen Wahl der Baustoffe, Lastanteile von Verbindungselementen, spätere Änderungen im Ausbau, Vereinfachungen in den Berechnungsansätzen und die Wirkung von Umwelteinflüssen auf die Baustoffe (z. B. Wasseraufnahme) sein.

Bei der Ermittlung der Zufallsvariablen der ständigen Einwirkungen ist gemäß *Grusibau 1981* nach der Größe des Variationskoeffizienten zu differenzieren. Treten bei ständigen Lasten kleine Variationskoeffizienten auf ($v_x \leq 0,1$), dann ist der Mittelwert (50 %-Quantil) zu betrachten. Für ständige Einwirkungen mit größeren Variationskoeffizienten ($v_x > 0,1$) ist nochmals eine Unterteilung vorzunehmen: bei ungünstiger Wirkung ist das 95 %-Quantil zu verwenden - bei günstiger Lastwirkung

das 5 %-Quantil. Als Verteilungsfunktion der Konstruktionseigenlast bietet sich im Allgemeinen eine Normalverteilung an.

Die Eigenlast der tragenden Konstruktion ist unmittelbarer Bestandteil des Tragsystems und wirkt während der gesamten Lebensdauer ohne wesentliche Änderung. Die Eigenlast der nicht tragenden Bauteile kann sich während der gesamten Lebensdauer durch Reparaturen und Modernisierungen verändern. Diese Veränderungen können sowohl die Größe als auch die räumliche Verteilung der Last betreffen.

Die Eigenlast lässt sich als Produkt zweier Zufallsgrößen, des Raumgewichts und des Volumens darstellen. Die Streuung des Volumens ist abhängig von der Streuung der geometrischen Abmessungen. Die Mittelwerte der Abmessungen stimmen in der Regel mit den geplanten Abmessungen überein. Allerdings ist im Betonbau bei kleinen Abmessungen die Tendenz zu etwas vergrößerten mittleren Abmessungen (bis zu 2 cm) zu beobachten (*Graubner, C.-A.; Glowienka, S. 2005*).

DIN EN 1990 2002 empfiehlt zur Beurteilung der Zufallsvariablen Geometrie die charakteristischen Werte aus den Mittelwerten zu bilden. Nach *Spaethe, G. 1992* ist eine Einteilung in Eigenlast der Tragkonstruktion und der Eigenlast nicht tragender Elemente sinnvoll.

Bei stark bewehrten Stahlbetonkonstruktionen sollte der Bewehrungsprozentsatz gesondert berücksichtigt werden. Da im Bestand bei älteren Stahlbetonbauteilen aber i. d. R schwach bewehrte Bauteile anzutreffen sind, wird hierauf verzichtet.

Bei Baustoffen, die eine Wasseraufnahmefähigkeit besitzen, ist dies zu beachten und gegebenenfalls vom durchfeuchteten Zustand auszugehen.

Obwohl die Eigenlasten im deterministischen Bauteilnachweis wesentlichen Einfluss haben, ist ihre Sensitivität in den meisten Fällen eher gering, wie die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren in den Abschnitten 6 bis 8 zeigt. In Abschnitt 7 ist die Veränderung der Sensitivität der Eigenlast für unterschiedliche Lastverhältnisse ständig / veränderlich (g_k / q_k) aufgezeigt. Angemerkt sei, dass im üblichen Geschosshochbau das Lastverhältnis $g_k / q_k \approx 70 / 30$ vorherrscht. Die geringe Sensitivität der Eigenlast ist in den vergleichsweise kleinen Streuungen begründet. Hohe, stark streuende veränderliche Lastanteile verstärken diesen Effekt sogar.

5.3.2 Modellierung der Konstruktionseigenlast

5.3.2.1 Allgemeines

Die schwerkraftbedingten Eigenlasten lastabtragender Strukturen entstehen schon in der Errichtungszeit und bleiben dann über die Standzeit des Tragwerks im Wesentlichen konstant. Allerdings können die Eigenlasten nicht tragender Bauteile wie Beläge, Anstriche oder Trennwände Veränderungen unterworfen sein. Diese müssen gegebenenfalls als veränderliche Last in der Bauteilberechnung Eingang finden. In vielen Fällen ist eine strikte Trennung zwischen veränderlichen und unveränderlichen Eigenlasten nicht möglich. Die Bauteileigenlast ist eine ständige Einwirkung, deren Änderung mit der Zeit um ihren Mittelwert gering ist und langsam verläuft.

Eigene Überlegungen haben gezeigt, dass bei Gebäuden des üblichen Hochbaus in Beton- und Mauerwerksbauweise der Anteil des Konstruktionseigengewichts in den vertikalen, lastabtragenden Bauteilen im Durchschnitt etwa bei 70 % liegt. Bei horizontal abtragenden Bauteilen wie z. B. Deckenplatten und Balken kann der Eigenlastanteil in Einzelfällen auch deutlich unter dem Wert 70 v. H. liegen.

Das Eigengewicht tragender Bauteile kann nach folgender Beziehung angegeben werden:

$$dG = \gamma \cdot dV \quad (5.47)$$

Hierbei beschreibt γ die Wichte in $[\text{kN/m}^3]$ und dG das Gewicht pro Volumenelement dV . Abweichungen entstehen in der Regel durch räumliche Streuungen des spezifischen Gewichts (Wichte), Streuungen der Abmessungen und für einige Baustoffe durch äußere Einwirkungen wie Feuchtigkeit oder Verdichtung.

Die Streuungen der Bauteilabmessungen können im Allgemeinen erfasst werden durch:

$$a = a_0 + \Delta a(\xi) \quad (5.48)$$

Hierbei ist $a_0 = a_{\text{nominal}}$ die vorgesehene Abmessung und $\Delta a(\xi) = \Delta a_1 + \Delta a_2(\xi)$ beschreibt ein Zufallsfeld, welches sich aus einer die Streuungen zwischen Bauteilen, Bauwerken etc. beschreibenden Komponente Δa_1 und einer die Streuung innerhalb der Bauteile erfassenden Komponente $\Delta a_2(\xi)$ zusammensetzt. Die beiden Komponenten besitzen jeweils den Mittelwert null.

Die Größe der Standardabweichung der ersten Komponente ist ein Maß für die Qualität der Produktion bzw. Bauausführung. Sie kann in der Regel als einfache Zufallsvariable angesehen werden. Genauso kann auch die zweite Komponente als Qualitätsmaßstab angesehen werden. In ihr kommen meist unvermeidliche Streuungen in der laufenden Produktion zum Ausdruck. Die Modellierung erfolgt als Zufallsfeld mit dem Mittelwert null und einem Korrelationsradius, der für die meisten Bauteile in der Größenordnung der Bauteillängsrichtung anzusehen ist. Weiter können die Abweichungen der Bauteilabmessungen in den verschiedenen Richtungen als unabhängig voneinander angesehen werden.

In Abhängigkeit vom eingesetzten Baustoff können die jeweiligen Streuungskomponenten überwiegen. In den meisten Fällen ist jedoch eine Unterscheidung der beiden Komponenten nicht zwingend notwendig. In der Regel ist $E[a] = a_0$ und für die Gesamtstreuung gilt:

$$\text{Var}[\Delta a] = \text{Var}[\Delta a_1] + \text{Var}[\Delta a_2(\xi)] \quad (5.49)$$

Somit kann auch das spezifische Gewicht γ in analoger Weise modelliert werden:

$$\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma \quad (5.50)$$

Die Größe $\Delta\gamma$ kann auch als Zufallsfeld beschrieben werden. Allerdings liegen nur wenige Beobachtungen vor. Daher muss die Beschreibung als einfache Zufallsvariable genügen. Das Eigengewicht folgt damit zu:

$$G = \int \gamma \cdot dV \quad (5.51)$$

Wobei näherungsweise

$$E[G] \approx E[V] + V[\gamma] \quad (5.52)$$

gilt und

$$V^2[G] \approx \sum_{i=1}^n V^2[a_i] + V^2[\gamma] \quad (5.53)$$

mit $n = 1, 2$ und / oder 3 und $V[\cdot]$: den Variationskoeffizienten der angegebenen Variablen.

Desweiteren darf sowohl für die Wichte als auch für die Abmessungen als Verteilungsfunktion eine Lognormalverteilung angenommen werden. Bei kleinen Variationskoeffizienten kann ohne einen Verlust der Genauigkeit auch eine Normalverteilung unterstellt werden.

Für eine genauere Einschätzung der durch streuende Eigenlasten hervorgerufenen statistischen Eigenschaften von Schnittgrößen genügt es, Zufallsfelder zu unterstellen, die eine ausreichend schnell abfallende Korrelationsfunktion besitzen. Dabei ist nach wenigen einschlägigen Messungen der Korrelationsmaßstab l_0 sowohl für die Abmessungen als auch für die Wichte in der Größenordnung der (transversalen) Bauteilabmessungen anzunehmen. Die Schnittgröße S folgt mithilfe der beiden Gleichungen (5.48) und (5.50):

$$S = \int_{V(\xi)} i(\xi) \gamma(\xi) d\xi = E[S] + \Delta S \quad (5.54)$$

mit $V(\xi)$: der zufälligen Oberfläche des Bauteils,

$i(\xi)$: der Einflusslinie und mit

$$E[S] \approx E[\gamma(\xi)]_{V_0} \int i(\xi) d\xi \quad (5.55)$$

$$\Delta S = \int_{V_0} \Delta\gamma(\xi) \cdot i(\xi) d\xi + E[\gamma]_{\Delta V(\xi)} \int i(\xi) d\xi \quad (5.56)$$

Hierbei wird die Unabhängigkeit zwischen Wichte und den Abmessungen unterstellt, und V_0 als das nominelle, mittlere Volumen eingeführt. Vereinbarungsgemäß ist der Mittelwert der Größe ΔS gleich null ($E[\Delta\gamma(\xi)] = 0$). Die Varianz des ersten Terms kann näherungsweise bestimmt werden:

$$\text{Var} \left[\int_{V_0} \Delta\gamma(\xi) \cdot i(\xi) d\xi \right] \approx l_0 \cdot \text{Var} [\Delta\gamma(\xi)] \cdot \int_{V_0} i^2(\xi) d\xi \quad (5.57)$$

Exakte Berechnungen des zweiten Terms in Gleichung (5.56) sind schwierig, da hierfür ein Integral über zufällige Grenzen zu bilden ist. Genauere Berechnungen können insbesondere für die Wahrung des indifferenten Gleichgewichtes bei Waagebalken z. B. bei Brücken im Freivorbau oder ähnlichen Aufgabenstellungen erforderlich werden.

Tab. 5.2: Anhaltswerte für Mittelwert und Streuungen der Wichte von Baustoffen nach Rackwitz, R. 1996

Material	Mittelwert [kN/m ³]	Variationskoeffizient [-]
Beton		
Normalbeton ¹⁾ C ≤ 20 [N/mm ²]	23,5	0,04
C > 40 [N/mm ²]	24,5	0,03
Leichtbeton ²⁾	9 – 20	0,05 - 0,15
Gasbeton ³⁾	7 – 15	0,05 - 0,15
Schwerbeton für besondere Zwecke ²⁾	> 28	0,03 - 0,10
Mauerwerk aus künstlichen Steinen²⁾	-	≈ 0,05
Mauerwerk aus natürlichen Steinen		
Basalt, Diorit, Gabbro	28 – 31	≈ 0,05
Basaltlava	24	≈ 0,05
Granit, Porphy	28	≈ 0,05
Kalkstein, Marmor, Sandstein	26 – 28	≈ 0,05
Metalle		
Stahl	78,5	< 0,01
Gusseisen	73	< 0,03
Aluminium (-legierungen)	28	< 0,03
Blei	112	≈ 0,03
Bronze, Messing	83	< 0,03
Kupfer	89	< 0,03
Zink	69	< 0,03
Zinn	75	< 0,03
Holz³⁾		
Fichte, Tanne (Picea)	4,4	≈ 0,1
Kiefer, Lärche (Pinus)	5,1	≈ 0,1
Lärche (Larix)	6,6	≈ 0,1
Buche (Fagus)	6,8	≈ 0,1
Eiche (Quercus)	7,5	≈ 0,1
verleimt. Brettschichtholz	4,5	≈ 0,07
<p>1) ohne Bewehrung bei üblichen Umweltbedingungen, für Stahlbeton ist der Mittelwert um rund 1 [kN/m³] zu erhöhen. Für trockenen Beton kann der angegebene Wert um 1 [kN/m³] vermindert werden, für Frischbeton sind die angegebenen Werte um 1 [kN/m³] zu erhöhen.</p> <p>2) hängt von der Art und Herstellungsweise bzw. Festigkeitsklasse ab.</p> <p>3) bei einem Feuchtigkeitsgehalt von 12 %: die Wichte für andere Feuchtigkeitsgehalte x berechnet sich näherungsweise nach $Y(x\%) = Y(12\%) + (x\% - 12\%) / 12\%$.</p>		

Die vorliegende Arbeit unterstellt, dass bei der Eigenlast von der Modellierung als stochastisches Feld abgesehen wird, da dieser Effekt nur bei größeren räumlichen Streuungen - wie z. B. bei Nutzlasten - einen signifikanten Einfluss hat. Somit wird

vereinfacht eine 100 %-ige Korrelation der Ordinate des Eigengewichts und weiter eine gleichmäßige Verteilung des Eigengewichts angenommen.

Statistische Angaben für Eigenlasten wie Mittelwerte und Streuungen von Wichten und Abmessungen können den Tab. 5.2 und Tab. 5.3 entnommen werden. Weiterführende Informationen zu statistischen Parametern der Wichten von Baustoffen und Lagergütern sowie von Abmessungen sind in *Rackwitz, R. 1996* und *Spaethe, G. 1992* zusammengestellt.

Signifikante Unterschiede bei der Bestimmung des Eigengewichts resultieren nicht alleine aus den Streuungen der Materialwichten der Einzelkomponenten sondern auch aus den Bauteilabmessungen und sind oftmals von der Fertigungsweise des Bauteils abhängig. Somit sind aufgrund der Fertigungsgenauigkeit in Fertigteilverken die Sollabmessungen von Betonbauteilen wesentlich besser zu erzielen als bei vor Ort geschalteten Betonbauteilen.

Tab. 5.3: Anhaltswerte für Streuungen (Standardabweichungen) von Bauteilabmessungen nach *Rackwitz, R. 1996*

Bauwerk oder Bauteil	Streuung zwischen Einheiten in [mm]	Streuung innerhalb der Einheiten in [mm]
Betonbauteile $a_{nom} \leq 1000$ mm $a_{nom} \geq 1000$ mm	0,003 a_{nom} 3 mm	4 + 0,006 a_{nom} 10 mm
Mauerwerk unverputzt verputzt	0,02 a_{nom} 0,02 a_{nom}	0,04 a_{nom} 0,04 a_{nom}
Walzstahl Profilträger, Fläche A Stahlbleche, Dicke t	0,01 A_{nom} 0,01 t_{nom}	0,04 A_{nom} 0,02 t_{nom}
Holzbauteile gesägte Holzbauteile verleimte Träger	0,05 a_{nom} ≈ 0	2 mm 1 mm

5.3.2.2 Eigenlast von Stahlbetonbauteilen

Die Eigenlaststreuungen von Stahl- und Spannbetonbauteilen setzen sich aus der Streuung der Festbeton- und Stahlwichte, der eingebauten Stahlmenge sowie den geometrischen Abweichungen zusammen. Bei großflächigen Bauteilen hängt die Eigenlastschwankung hauptsächlich von der Betonwichte und der Platten- bzw. Wandstärke ab. Bei Unterzügen und Stützen hat auch die Breite einen signifikanten Einfluss. Eigene Parameterstudien für Deckenplatten zeigen, dass bei geringen Deckenstärken die Schwankungen der Plattendicke einen ausschlaggebenden Einfluss auf die Bauteilzuverlässigkeit haben. Im *JCSS 2000* sind Abweichungen von Plattendicken angegeben, die innerhalb eines Streubereiches von 7 mm bis 25 mm liegen. Dementsprechend sind bei größeren Plattenstärken die Eigenlaststreuungen weniger von den Streuungen der Bauteildicke, vielmehr jedoch von der Streuung der

Betonwichte abhängig. Untersuchungen von *Graubner, C.-A.; Glowienka, S. 2005* haben für die Festbetonwichte einen Mittelwert von $\gamma = 23 \text{ kN/m}^3$ mit dem zugehörigen Variationskoeffizienten von $v_x = 2,5 \%$ ergeben. Fasst man alle Einflüsse von Baustoffwichte, Bauteilabmessungen sowie Bewehrungsgrad zusammen, so folgt hieraus ein Mittelwert von $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$ bei einem Variationskoeffizienten von $v_x = 6,0 \%$.

Der Bewehrungsgrad ist eine wichtige Einflussgröße hinsichtlich des Mittelwertes der Deckeneigenlast, jedoch nicht für dessen Streuung, da die Schwankungen bezüglich des Stahleigengewichtes vernachlässigbar klein sind. Die Größe des durchschnittlichen Bewehrungsgrades ist für die Festlegung der Größe des charakteristischen Wertes ein maßgebender Einflussparameter. Legt man gemäß *DIN 1055-100 2001* einen charakteristischen Wert von 25 kN/m^3 zugrunde, dann beinhaltet diese Definition einen durchschnittlichen Bewehrungsgrad von 3% bei einer Festbetonrohweite von $23,5 \text{ kN/m}^3$.

Für Stahlbetondecken des üblichen Hochbaus mit Deckenstärken zwischen 16 cm bis 18 cm ergibt sich i. d. R. ein Variationskoeffizient des Deckeneigengewichts von ca. 4% . Die Variationskoeffizienten des Eigengewichts von Stahlbetonplatten für unterschiedliche Dicken und Festbetonwichten kann Abb. 7.15 entnommen werden.

Um die Schwankung des Eigengewichts der Gesamtdecke zu ermitteln, muss auch der Deckenaufbau bewertet werden. Beim Einbau von Fließestrich resultiert die Schwankung des Estrichgewichtes hauptsächlich aus der Estrichdicke. Dies ist aber wiederum auch abhängig von der Ebenheit der vorhandenen Stahlbetondecke. Somit wird der Variationskoeffizient des Estrichgewichtes zu 20% angenommen, was zum größten Teil aus der Streuung der Estrichstärke herrührt. Grund hierfür ist, dass bei einer durchschnittlichen Estrichstärke von ca. 5 cm die Schwankung der Wichte eher einen geringen Einfluss auf die Gesamtstreuung des Eigengewichtes der Deckenkonstruktion hat.

Tab. 5.4: Statistische Kenngrößen für Stahlbetondecken nach *Glowienka, S. 2007*

Deckenaufbau	Dicke h [cm]	m_x [kN/m ²]	σ_x [mm]	v_x [%]
Stahlbetonkonstruktion	16,0	3,95	0,22	5,5
Zementestrich ¹⁾	5,0	1,10	0,22	20
Fliesenbelag ²⁾	1,0	0,30	0,03	10
1) Parameter wurden ingenieurmäßig abgeschätzt				
2) Werte inklusive Fliesenkleber				

Da es baupraktisch nicht sinnvoll ist, unterschiedliche Teilsicherheitsbeiwerte für Eigenlast und Ausbaulast festzusetzen, wird im Folgenden ein Gesamtvariationskoeffizient $V_{G,ges}$ allgemein ermittelt. Dieser Koeffizient kann in Abhängigkeit des Verhältnisses von Bauteileigenlast und Ausbaulast berechnet werden. Hierzu wird der Parameter c definiert:

$$c = \frac{G_{\text{Eigengewicht}}}{G_{\text{Eigengewicht}} + G_{\text{Ausbaulast}}} \tag{5.58}$$

Die statistischen Momente der Gesamtkonstruktionseigenlast bestimmen sich unter Berücksichtigung des Verhältnisses c (bei unabhängigen Basisvariablen) zu:

$$m_{G, ges} = c \cdot m_{G, Eigengewicht} + (1 - c) \cdot m_{G, Ausbaulast} \quad (5.59)$$

$$v_{G, ges} = \sqrt{c^2 \cdot v_{G, Eigengewicht}^2 + (1 - c)^2 \cdot v_{G, Ausbaulast}^2} \quad (5.60)$$

Exemplarisch werden der Erwartungswert und der Variationskoeffizient einer Stahlbetondecke mit Ausbaulasten mit den statistischen Parametern gemäß Tab. 5.4 errechnet. Der Erwartungswert (Mittelwert) der Deckenlast folgt hierfür zu:

$$\begin{aligned} E[g_{Decke}] &= E[g_{Stahlbeton}] + E[g_{Estrich}] + E[g_{Belag}] = \\ &= 3,95 + 1,10 + 0,30 = 5,35 \text{ [kN/m}^2\text{]} \end{aligned} \quad (5.61)$$

Bei Annahme unabhängiger Basisvariablen berechnet sich die Varianz der Deckenlast im Allgemeinen zu:

$$VAR[g_{Decke}] = VAR[g_{Stahlbeton}] + VAR[g_{Estrich}] + VAR[g_{Belag}] \quad (5.62)$$

Die Varianz und die Streuung V berechnen sich für das gewählte Beispiel zu:

$$VAR[g_{Decke}] = 0,22^2 + 0,22^2 + 0,03^2 = 0,098 \text{ [kN/m}^2\text{]}^2 \quad (5.63)$$

$$V[g_{Decke}] = \frac{\sqrt{VAR[g_{Decke}]}}{E[g_{Decke}]} = \frac{\sqrt{0,098 \text{ [kN/m}^2\text{]}^2}}{5,35 \text{ [kN/m}^2\text{]}} = 0,059 \approx 6\% \quad (5.64)$$

Die Streuung der Deckeneigenlast kann für übliche Hochbauten als repräsentativ angesehen werden.

Statistische Kenngrößen von leichten Trennwänden können lognormalverteilt mit einem Variationskoeffizienten von $v_x = 40 - 50\%$ angesetzt werden. Nähere Informationen hierzu finden sich in *Vrouwenfelder, A. C. W.; Siemes, A. J. M. 1987* sowie in *Hausmann, G. 2007*.

5.4 Modellierung von Nutzlasten

5.4.1 Grundlagen

Verkehrslasten in Gebäuden werden im Wesentlichen durch das Gewicht von Möbeln, Einrichtung, Lagergüter und Personen verursacht. Sie sind zufällige Funktionen des Ortes und der Zeit. Um eine mathematische Modellierung durchzuführen, müssen die Randbedingungen festgelegt werden, die diese hohe Fluktuation der Einwirkung und die Schwierigkeit, diese vorherzusagen, erfassen.

Zur wirklichkeitsnahen stochastischen Beschreibung teilt man Nutzlasten in zwei Arten ein: die kurz- und die langfristig wirkenden Lasten. Der ständig (langzeitig) wirkende Lastanteil ist nur selten Änderungen unterworfen. Der kurzzeitig, intermittierende Lastanteil, der nur selten vorkommt, kurz andauert und mit relativ hohen Lastintensitäten verbunden ist, ist hingegen völlig variabel.

Zu den ständig wirkenden Lasten zählen Einrichtungsgegenstände in Büro- oder Wohngebäuden sowie Lagergüter und Maschinen. Auch Personen, die sich unter normalem Betrieb in Gebäuden aufhalten, werden als ständig wirkende Nutzlast angesehen. Langzeitig wirkende Verkehrslasten sind nahezu ständig vorhanden und ändern sich nur selten. Diese Lasten wirken oft über mehrere Jahre relativ gleichbleibend, bis ein plötzlicher Wechsel in der Lasthöhe z. B. durch einen Umzug oder einer Nutzungsänderung eintritt. Mathematisch lässt sich das zeitabhängige Verhalten dieser Lasten sehr gut mithilfe von Pulsprozessen mit rechteckiger Pulsform beschreiben (s. Abschnitt 5.2.2).

Als Beispiele für intermittierende Lasten sind Renovierungszustände zu nennen, bei denen hohe Lastintensitäten durch das Zusammenstellen von Möbeln entstehen. Ebenso können Personenansammlungen während Feiern und Versammlungen sowie Notstandssituationen dadurch beschrieben werden.

Die kurzzeitigen Lastprozesse sind im *CIB W81 1989 b* näher beschrieben. Die Standardabweichung einer äquivalenten, örtlich verteilten Last hängt sehr stark von der Größe der betrachteten Belastungsfläche ab. Je größer die zu einer Schnittgröße gehörende Einzugsfläche ist, desto kleiner ist die Standardabweichung der Last und somit auch der obere Quantilwert der äquivalenten, gleichmäßig verteilten Lasten. Die Häufigkeitsverteilungen zeigen stets eine positive Schiefe. Als Verteilungstypen kommen daher Gammaverteilungen, aber auch logarithmische Normalverteilungen oder Extremwertverteilungen vom Typ I (auch als Gumbelverteilung bezeichnet; s. *Spaethe, G. 1992*) in Frage. Die Schiefe nimmt aber mit zunehmender Lasteinflussfläche ab und für sehr große Flächen nähert sich die Verteilung in Übereinstimmung mit dem zentralen Grenzwertsatz immer stärker der Normalverteilung an.

Während man sich bei langfristig wirkenden Verkehrslasten auf sehr viele Messdaten stützen kann, muss bei kurzzeitiger Lasteinwirkung eine ingenieurmäßige Abschätzung vorgenommen werden. Eine Zusammenstellung der statistischen Parameter von langfristig und kurzzeitig wirkenden Nutzlastkomponenten nach *JCSS 2000* bzw. *Chalk & Corotis 1980* erfolgt in Tab. 5.6.

Die intermittierenden Lasten sind für Extremwerte während einer bestimmten Nutzungsdauer von entscheidender Bedeutung. Am besten können beide Lastanteile durch sogenannte Pulsprozesse modelliert werden, wobei die Lastanteile jeweils durch die Lastintensität, Lastdauer und den Zeitraum zwischen zwei Lastperioden beschrieben werden können. Der zeitliche Verlauf der Gesamtnutzlast wird durch Superposition beider Lastanteile erzielt. Zur Erläuterung ist ein typischer Last-Zeitverlauf für Hochbauten in Abb. 5.7 dargestellt.

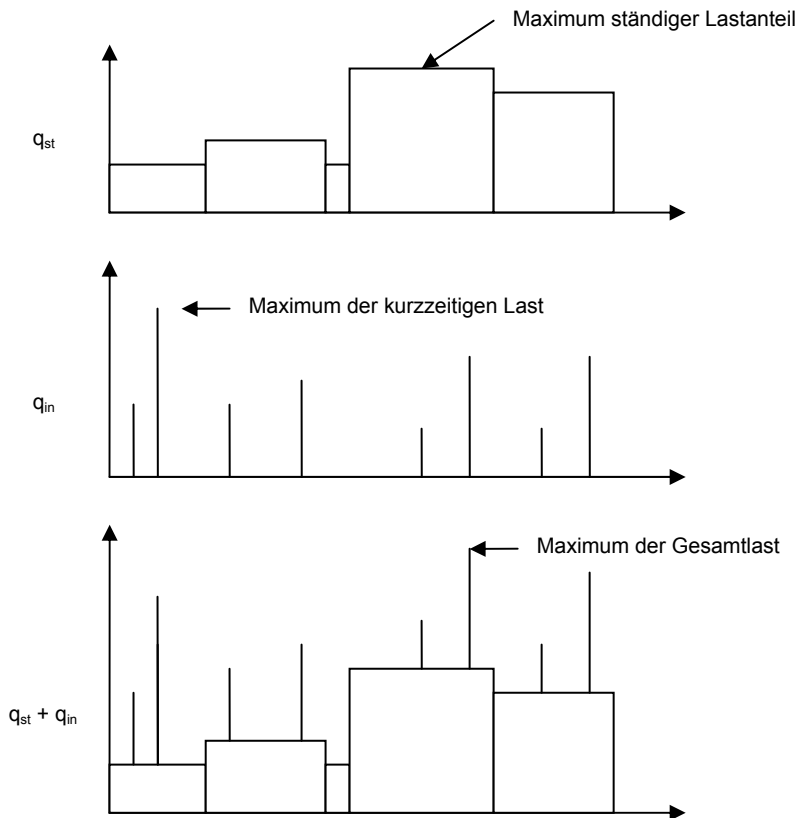


Abb. 5.7: Prinzipdarstellung des zeitlichen Verlaufs von Nutzlasten

5.4.1.1 Räumliche Variabilität

Zur Modellierung der zufälligen räumlichen Verteilung von Nutzlasten $W(x,y)$ empfiehlt CIB 1989 b folgendes Modell, welches sich in der Zuverlässigkeitstheorie durchgesetzt hat und Grundlage nationaler und internationaler Normung ist:

$$W(x,y) = m + V + U(x,y) \tag{5.65}$$

Darin sind:

- m Mittelwert der Last in Abhängigkeit der Nutzungsart; dieser wird in der Regel deterministisch angenommen
- V Zufallsvariable mit dem Mittelwert null zur Berücksichtigung der Streuungen der Last zwischen unabhängigen Flächen innerhalb eines Stockwerkes oder zwischen mehreren Geschossen
- $U(x, y)$ homogenes Zufallsfeld mit dem Mittelwert null, das die räumliche Fluktuation der Last innerhalb einer bestimmten Bezugsfläche beschreibt.

Da es sich bei $U(x, y)$ um ein homogenes Zufallsfeld handelt, werden räumliche und lokale Lastverdichtungen vernachlässigt, wobei sich zeigt, dass deren Einfluss für die daraus resultierenden Schnittgrößen von geringer Bedeutung ist (*Rackwitz, R. 1996*). Es wird häufig mit dem Korrelationsradius ρ_0 spezifiziert, der in der Größenordnung von 0,5 m bis 1,5 m liegt, was typischen Möbelabmessungen entspricht. Die beiden Zufallsgrößen V und $U(x, y)$ werden als unkorreliert angenommen.

Schnittgrößen $S_j(A)$ infolge $W(x, y)$ können unter Berücksichtigung der Elastizitätstheorie aus dem Produkt von $W(x, y)$ und den Ordinaten der Einflussfläche $i(x, y)$ berechnet werden, wenn eine Superposition einzelner Lastfälle erlaubt ist.

$$S_j(A) = \int_A W(x, y) \cdot i(x, y) dA \quad (5.66)$$

Mithilfe dieser Lastwirkung kann für die praktische Anwendung eine räumlich zufällig verteilte Last $W(x, y)$ in eine gleichförmig verteilte Ersatzflächenlast überführt werden:

$$\int_A q \cdot i(x, y) dA = \int_A W(x, y) \cdot i(x, y) dA \quad (5.67)$$

Die äquivalente, gleichförmig verteilte Nutzlast q_{equ} (vgl. Abb. 5.8) ergibt sich durch Umformung der obigen Gleichung (5.67) zu:

$$q_{equ} = \frac{\int_A W(x, y) \cdot i(x, y) dA}{\int_A i(x, y) dA} \quad (5.68)$$

Somit ergibt sich streng genommen für jede Schnitt- oder Verformungsgröße eine andere gleichförmig verteilte Ersatzflächenlast, was aber für die Praxis nur wenig geeignet ist. Nach *Rackwitz, R. 1996* dürfen die statistischen Momente für gleichförmige Nutzlasten nach folgender Vorgehensweise ermittelt werden:

$$E(q_{equ}) = \frac{E \left[\int_A W(x, y) \cdot i(x, y) dA \right]}{\int_A i(x, y) dA} = \frac{E[W(x, y)] \cdot \int_A i(x, y) dA}{\int_A i(x, y) dA} = E[W(x, y)] = m_{q_{equ}} \quad (5.69)$$

Die Varianz wird wie folgt angegeben:

$$\text{VAR}[q_{\text{equ}}] = \frac{\text{VAR}\left[\int_A W(x,y) \cdot i(x,y) dA\right]}{\left(\int_A i(x,y) dA\right)^2} \approx \sigma_V^2 + \sigma_U^2 \cdot \frac{A_0}{A} \cdot \kappa \quad (5.70)$$

Die Varianz der äquivalenten Nutzlast setzt sich folglich aus zwei Teilen zusammen: der Varianz σ_V^2 der Zufallsgröße V , die die Streuung zwischen unabhängigen Flächen innerhalb eines Stockwerks oder zwischen mehreren Stockwerken berücksichtigt, sowie der Varianz σ_U^2 des stochastischen Feldes $U(x,y)$. Die Kovarianz zweier gleichförmig verteilter Lasten $q_{1,\text{equ}}$ und $q_{2,\text{equ}}$ in einem Geschoss bzw. in verschiedenen Stockwerken wird in *JCSS 2000* mit σ_V^2 angegeben. Der Varianzreduktionsfaktor κ_{red} beschreibt die Tatsache, dass die Streuungen innerhalb des stochastischen Feldes bei großen belasteten Flächen an Bedeutung verlieren. Nach Meinung von *Faber M. H. 2005* und *Rackwitz, R. 1996* darf der Anteil aus dem stochastischen Feld, insbesondere bei großen Einzugsflächen A , ganz vernachlässigt werden, was zu $\kappa_{\text{red}} = 0$ führt. Vereinfacht wird die Gleichung (5.70) durch:

$$\kappa_{\text{red}} \approx \frac{A_0}{A} \cdot \kappa \leq 1 \quad (5.71)$$

Darin bezeichnen A_0 die Größe der Bezugsfläche der durchgeführten Lastmessung und A die Größe der betrachteten Einflussfläche.

Neben der Größe der betrachteten Flächen wird κ_{red} auch von dem Lastkonzentrationsfaktor κ beeinflusst. Der Faktor κ hängt von der Form der Einflussfläche ab und berücksichtigt somit das zugrunde gelegte statische System (s. Abschnitt 5.4.1.2). Somit kann der Lastkonzentrationsfaktor mithilfe der Einflussflächenfunktion definiert werden:

$$\kappa \approx A \cdot \frac{\int_A i^2(x,y) dA}{\left(\int_A i(x,y) dA\right)^2} \quad (5.72)$$

Für Einflussflächen $A < A_0$ sollte nach *JCSS 2000* $A = A_0$ gesetzt werden. Der Faktor κ_{red} dient dann zur Reduktion der Varianz der Nutzlast ($0 < \kappa_{\text{red}} \leq 1,0$), sodass für kleine Einflussflächen nach *Madsen et al. 1986* $\kappa_{\text{red}} = 1,0$ gesetzt werden darf. Auf Grundlage von Lastmessungen werden die Schätzwerte der statistischen Momente m , σ_V und σ_U von q_{equ} für den ständig wirkenden und den intermittierenden Lastanteil in Tab. 5.6 zusammengefasst. Als Verteilungsfunktion für die äquivalente Gleichlast q_{equ} schlägt *JCSS 2000* eine Gammaverteilung vor. Zu bedenken ist allerdings, dass es sich bei den angegebenen Werten um Momentanwerte handelt, die ggf. noch in entsprechende Extremwertverteilungen überführt werden müssen (siehe Abschnitt 5.4.1.3).

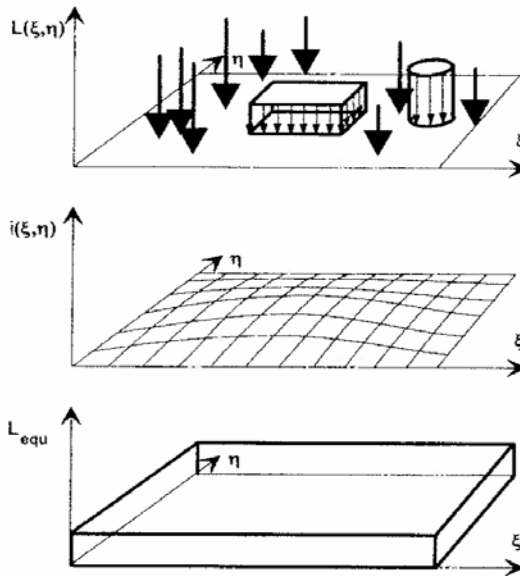


Abb. 5.8: Zufällige räumliche Verteilung von Hochbaulasten und äquivalente gleichförmig verteilte Last nach Rackwitz, R. 1996

Da kurzzeitige Nutzlasten einer verhältnismäßig großen Streuung unterliegen, werden sie durch ein stochastisches Feld abgebildet, sodass der Anteil σ_v in Gleichung (5.70) zu null gesetzt werden darf. Dies bedeutet, dass dieser Teil der Gesamtlast gerade bei kleinen Einflussflächen, wie z. B. bei Treppen, Treppendeckeln und Balkonen, einen signifikanten Einfluss hat. Aus diesem Grund sind die normativ geforderten Nutzlasten für solche Flächen vergleichsweise hoch. Die Wahrscheinlichkeit eines gleichzeitigen Auftretens von transienten Nutzlasten in einem Geschoss ist gemäß Rackwitz, R. 1996 als sehr klein einzuschätzen. Zur Abschätzung der statistischen Parameter der transienten Nutzlast liegen bislang nur wenige, realistische Messergebnisse vor - insbesondere für die Einwirkungsdauer. Auf der Grundlage der derzeit vorhandenen Messergebnisse ist in Rackwitz, R. 1996 festzustellen, dass Mittelwert m_{in} und Standardabweichung $\sigma_{u,in}$ der äquivalenten, gleichförmig verteilten, kurzzeitigen Nutzlast nahezu gleich groß sind (vgl. Tab. 5.6) und daher die Annahme einer Exponentialverteilung für transiente Nutzlasten sinnvoll ist.

5.4.1.2 Bestimmung von Lastkonzentrationsfaktoren

Der Lastkonzentrationsfaktor hängt offensichtlich von der Form der Einflussfläche ab und berücksichtigt damit einerseits das vorhandene statische System, und andererseits die zu untersuchende Lastwirkung und deren Ort.

Im JCSS 2000, CIB W81 1989b und in Melchers R. E. 1999 werden für verschiedene im Hochbau übliche statische Systeme κ -Werte im Bereich zwischen 1,0 und 2,5 angegeben. Die in diesem Abschnitt angegebenen κ -Werte beziehen sich ausschließlich auf Schnittgrößen und nicht auf Lastwirkungseffekte. Eine größere

Völligkeit der Einflusslinie ergibt kleine κ -Werte und umgekehrt. Weiter bedeutet ein kleinerer Lastkonzentrationsfaktor, dass der Einfluss der Streuung aus dem stochastischen Feld kleiner wird, was letztlich zu einer kleineren Gesamtstreuung der Nutzlast führt.

In Tab. 5.5 sind Lastkonzentrationsfaktoren κ für Schnittgrößen aus verschiedenen Literaturquellen für Platten und Balken in Abhängigkeit der vorherrschenden Belastung zusammengestellt. Bis auf die Angaben nach *JCSS 2000* stimmen die einzelnen Literaturquellen recht gut überein. Eine ausführliche Herleitung sowie Beispiele zur Bestimmung von Lastkonzentrationsfaktoren κ sind in *Hausmann, G. 2007* und *Glowienka, S. 2007* zu finden. Insbesondere in *Hausmann, G. 2007* werden umfangreiche Informationen zu κ -Werten für Durchbiegungsberechnungen von Platten zusammengestellt.

Tab. 5.5: Angaben zum Lastkonzentrationsfaktor κ in der Literatur

Literaturquelle	Platten (Feldmoment)	Platten (Randmoment)	Platten (Stützenlasten)	Balken (allgemein)	Balken (Feldmoment)	Balken (Endmoment)	Balken (Querkraft)
<i>Rackwitz, R. 1996</i>	1,5	k. A.	k. A.	2,0 - 2,5	k. A.	k. A.	k. A.
<i>Melchers, R. 1999</i>	k. A.	k. A.	2,2	2,04	2,76	k. A.	k. A.
<i>CIB W81 1989b¹⁾</i>	1,5	1,6	2,2	k. A.	2,0 - 2,7	2,0	2,5
<i>JCSS 2000</i>	2,0	2,4	k. A.	2,0	k. A.	k. A.	1,4

1) Balken: Durchlaufträger
k. A.: keine Angaben in der Literaturstelle vorhanden

5.4.1.3 Zeitliche Änderungen der Verkehrslast

Die zeitlichen Änderungen des quasi-stationären äquivalenten Nutzlastanteils können näherungsweise mit einem Poisson-Prozess beschrieben werden, da entsprechende Langzeitmessungen fehlen. Die Modellierung als Poisson-Prozess mit der Intensität ν (Laständerung / Zeiteinheit) hat sich dabei - aufgrund der einfachen Handhabung - als brauchbar erwiesen. Die Extremwertverteilung der maximalen quasi-ständigen Nutzlast $F_{qs,max}(x)$ im Referenzzeitraum T ergibt sich aus der Wahrscheinlichkeit für einen Lastwechsel multipliziert mit der Verteilungsfunktion $F_{qs}(x)$ der Einwirkung.

$$F_{qs,max}(x) = F_{qs}(x) \cdot \exp(-\nu \cdot T) \tag{5.73}$$

Die Intensität ν des Prozesses ergibt sich aus der bedingten Wahrscheinlichkeit, dass bereits ein Lastwechsel stattgefunden hat und die nachfolgend wirkende Last größer ist als die vorherige. Unter der Annahme der Unabhängigkeit der Ereignisse ergibt sich die Lastintensität zu (s. *Marten, K. 1975*):

$$\nu = F_{qs}(x) \cdot (1 - F_{qs}(x)) \cdot \lambda_s \tag{5.74}$$

Dabei wird die durchschnittliche Lastwechselrate in Abhängigkeit von der Gebäudenutzung durch den Parameter λ_s definiert. Mit Gleichung (5.74) folgt $F_{qs,max}$ zu:

$$F_{qs,max}(x) = F_{qs}(x) \cdot \exp\left(-F_{qs}(x) \cdot (1 - F_{q_{equ}}(x)) \cdot \lambda_s \cdot T\right) \tag{5.75}$$

Für Extremlasten konvergiert die Verteilungsfunktion der quasi-ständigen Nutzlast $F_{qs}(x)$ gegen den Wert 1 und die Gleichung (5.75) vereinfacht sich zu:

$$F_{qs,max}(x) \approx \exp\left(-\lambda_s \cdot T \cdot (1 - F_{qs}(x))\right) \quad (5.76)$$

Rackwitz, R. 1996 schlägt nachfolgende Approximationsgleichung zur Berechnung des p -Quantilwertes dieser Verteilung vor:

$$x_{k,p} \approx F_{qs}^{-1} \cdot \left(1 + \frac{\ln(p)}{\lambda_s \cdot T}\right) \quad (5.77)$$

Die Verteilung der maximalen Extremwerte der transienten (kurzzeitigen) Nutzlasten mit der Auftrittsrate λ_t ergibt sich aus ähnlichen Überlegungen analog Gleichung (5.76) zu:

$$\tilde{F}_{qt,max}(x) \approx \exp\left(-\lambda_s \cdot T \cdot (1 - F_{qt}(x))\right) \quad (5.78)$$

Die Kombination beider Lastanteile kann mithilfe eines FBC-Modells erfolgen (s. Abschnitt 3.14). Hierfür müssen beide Lastanteile auf eine gemeinsame Dauer bezogen werden (vgl. Abschnitt 5.2.2). Da die transienten Nutzlasten in der Regel nur von kurzer Dauer sind und seltener auftreten, ist es sinnvoll, die resultierende Gesamtnutzlast auf die Dauer der quasi-ständigen Nutzlast zu beziehen. Die Transformation der kurzzeitigen Einwirkungen in eine quasi-ständige Einwirkung liefert die Verteilungsfunktion (vgl. *Rackwitz, R. 1996*):

$$F_{qt,max}(x) \approx \frac{\lambda_s}{\lambda_s + \lambda_t \cdot (1 - F_{qt}(x))} \quad (5.79)$$

Analog zur Vorgehensweise für die Berechnung der Maximallast lässt sich die Verteilungsfunktion für die minimalen Extremwerte der quasi-ständigen Nutzlast wie folgt angeben:

$$F_{qs,min}(x) \approx 1 - \exp\left(-\lambda_s \cdot T \cdot F_{qs}(x)\right) \quad (5.80)$$

5.4.1.4 Verteilung der Gesamtnutzlast

Die Verteilung der Gesamtnutzlast ergibt sich aus der Summation der quasi-ständigen und der kurzzeitig wirkenden Lastanteile, wobei eine entsprechende Unabhängigkeit beider Anteile unterstellt wird. Auf Grundlage von Lastmessungen können die statistischen Momente von q_{equ} für die ständigen und intermittierenden Nutzlastanteile angegeben werden. Die nachfolgend angeführte Tab. 5.6 stellt die entsprechenden Parameter für unterschiedliche Nutzungsklassen nach *JCSS 2000* zusammen. Hierbei ist zu beachten, dass die angegebenen Werte nur Momentanwerte darstellen, die ggf. noch in die entsprechende Extremwertverteilung überführt werden müssen. Die statistischen Kenngrößen der Gesamtnutzlast können nun aus den statistischen Parametern der beiden Lastanteile aus Tab. 5.6 berechnet werden. Zuvor müssen jedoch die resultierenden statistischen Kenngrößen der quasi-ständigen und kurzzeitigen Nutzlastanteile ermittelt werden. Die resultierenden

statistischen Momente der quasi-ständigen Nutzlasten lassen sich für die Mittelwerte $m_{q_{equ}} = m_q$ mit Gleichung (5.69) und für die Standardabweichungen gemäß Gleichung (5.70) durch einfache Überlagerung der Anteile σ_v und σ_u berechnen. Für die kurzzeitigen Nutzlasten ist eine analoge Vorgehensweise möglich, wobei σ_v generell gleich null ist. Dies gilt auch, wenn die kurzzeitigen Nutzlasten nicht durch eine Exponentialverteilung modelliert werden. Die resultierenden statistischen Momente der Momentanwerte der beiden Nutzlastanteile sind für verschiedene Lasteinflussflächen in Tab. 5.7 zusammengefasst.

Tab. 5.6: Statistische Momentanwerte der Nutzlastkomponenten für die stochastische Nutzlastmodellierung in Abhängigkeit der Nutzungsart nach JCSS 2000

Nutzung	Bezugsfläche A_0 m ²	Ständig wirkender Lastanteil				Intermittierender Lastanteil			
		m_{st} [kN/m ²]	$\sigma_{v,st}^{1)}$ [kN/m ²]	$\sigma_{u,st}^{2)}$ [kN/m ²]	$1/\lambda^{3)}$ [a]	m_{in} [kN/m ²]	$\sigma_{u,in}^{2)}$ [kN/m ²]	$1/\lambda^{3)}$ [a]	$d_p^{4)}$ [d]
Büro	20	0,5	0,30	0,6	5	0,2	0,4	0,3	1 - 3
Wohnen	20	0,3	0,15	0,3	7	0,3	0,4	1,0	1 - 3
Lobby	20	0,2	0,15	0,3	10	0,4	0,6	1,0	1 - 3
Hotelzimmer	20	0,3	0,05	0,1	10	0,2	0,4	0,1	1 - 3
Krankenzimmer	20	0,4	0,30	0,6	5 - 10	0,2	0,4	1,0	1 - 3
Labor	20	0,7	0,40	0,8	5 - 10	-	-	-	-
Bibliothek	20	1,7	0,5	1,0	> 10	-	-	-	-
Verkaufsräume									
Erdgeschoss	100	0,9	0,6	1,6	1 - 5	0,4	1,1	1,1	1 - 14
Obergeschoss	100	0,9	0,6	1,6	1 - 5	0,4	1,1	1,1	1 - 14
Schulräume	100	0,6	0,15	0,4	> 10	0,5	1,4	0,3	1 - 5
Fabriken									
leichter Betrieb	100	1,0	1,00	2,8	5 - 10	-	-	-	-
schwerer Betrieb	100	3,0	1,50	4,1	5 - 10	-	-	-	-

1) Streuung der Zufallsvariablen V zur Berücksichtigung der Streuung zwischen unabhängigen Flächen
 2) Streuung aus der räumlichen Fluktuation der Last innerhalb der Bezugsfläche
 3) Lastwechselrate
 4) durchschnittliche Lastdauer

Gemäß JCSS 2000 wird für den Ansatz der Verteilungsfunktion des ständig wirkenden Lastanteils eine Gammaverteilung und für den kurzfristig wirkenden Lastanteil eine Exponentialverteilung bei Lastflächen $A = A_0$ bzw. eine Gamma-verteilung für sehr große Lastflächen (hier abdeckend 1000 m² unterstellt) verwendet. Für die Exponentialverteilung der kurzzeitigen Nutzlast in Tab. 5.7 entspricht der Mittelwert m_p auch der Standardabweichung σ_p .

Für die Überlagerung der quasi-ständigen und der kurzzeitig wirkenden Nutzlasten zur Berechnung der Verteilung der gleichmäßig verteilten Gesamtnutzlast $q_{tot,max}$ muss das Faltungsintegral nach Gleichung (5.81) gelöst werden.

$$F_{q_{tot,max}}(x) = \int_0^x F_{q_{t,max}}(x-z) \cdot f_{qs}(z) dz \tag{5.81}$$

Tab. 5.7: Statistische Kenngrößen der Momentanwerte der Nutzlastanteile für unterschiedliche Einflussflächen auf Basis von Tab. 5.6

Nutzung	Bezugsfläche	Quasi-ständige Nutzlast						Kurzzeitige Nutzlast					
		Verteilung: Gamma						Verteilung: Exponential / Gamma					
	$A = A_0^{(1)}$			$A = 1000 \text{ m}^2$			$A = A_0^{(1)}$			$A = 1000 \text{ m}^2$			
	m_q	σ_q	$1/\lambda_s$	m_q	σ_q	$1/\lambda_s$	m_p	σ_p	$1/\lambda_t$	m_p	σ_p	$1/\lambda_t$	
Büro	20	0,5	0,67	5	0,5	0,32 ²⁾	5	0,2	0,20	0,3	0,2	0,08 ²⁾	0,3
Wohnen	20	0,3	0,34	7	0,3	0,16 ²⁾	7	0,3	0,30	1,0	0,3	0,08 ²⁾	1,0
Schulzimmer	100	0,6	0,43	>10	0,6	0,23	>10	0,5	0,50	0,3	0,5	0,50	0,3
Lobby	20	0,2	0,34	10	0,2	0,16 ²⁾	10	0,4	0,4	1,0	0,4	0,12 ²⁾	0,4
Hotelzimmer	20	0,3	0,11	10	0,3	0,05 ²⁾	10	0,2	0,2	0,1	0,2	0,08 ²⁾	0,2
Krankenzimmer	20	0,4	0,67	5-10	0,4	0,32 ²⁾	5-10	0,2	0,2	1,0	0,2	0,08 ²⁾	0,2
Labor	20	0,7	0,89	5-10	0,7	0,43 ²⁾	5-10	-	-	-	-	-	-
Bibliothek	20	1,7	1,12	>10	1,7	0,54 ²⁾	>10	-	-	-	-	-	-
Verkaufsräume	100	0,9	1,71	1-5	0,9	0,68	1-5	0,4	0,4	1,1	0,4	0,22	1,1
Fabrik (leicht)	100	1,0	2,97	5-10	1,0	1,15	5-10	-	-	-	-	-	-
Fabrik (schwer)	100	3,0	4,37	5-10	3,0	1,71	5-10	-	-	-	-	-	-

1) Es wurde $\kappa_{red} = A_0/A \cdot \kappa$ zu 1,0 gesetzt.
 2) Es wurde κ zu 2,0 gesetzt. Somit folgt $\kappa_{red} = A_0/A \cdot \kappa = 0,04$.

Die Lösung des Integrals in Gleichung (5.81) ist bei Verwendung üblicher Verteilungsfunktionen meist nur numerisch oder durch Monte-Carlo-Simulation möglich. Die numerisch berechnete Verteilungsfunktion sollte anschließend zur weiteren Verwendung im Rahmen zuverlässigkeitstheoretischer Analysen durch eine bekannte Extremwertverteilung approximiert werden. Hierfür wird häufig eine Gumbelverteilung verwendet, wobei diese i. d. R nur für große Bezugszeiträume $T \geq 50$ Jahre eine zufriedenstellende Näherung insbesondere für die Extremwertbereiche darstellt (s. *Glowienka, S. 2007* und *Hausmann, G. 2007*). In *Glowienka, S. 2007* sind die statistischen Momente der Maximalwerte der an einer Gumbelverteilung approximierten Gesamtnutzlast für verschiedene Raumnutzungen, Bezugszeiträume und Lasteinzugsflächen aufgelistet. Die Werte wurden dort mithilfe einer Monte-Carlo-Simulation berechnet.

In der Tab. 5.8 findet sich gemäß *Hausmann, G. 2007* eine Auflistung zur Berechnung der statistischen Momente der Extremwertverteilung verschiedener Nutzungsarten zur Berechnung der charakteristischen Werte der Gesamtnutzlast.

Eine Zusammenstellung der statistischen Kenngrößen der Gesamtnutzlast für unterschiedliche Nutzungsarten (Bezugszeitraum 50 Jahre) und für verschiedene Einflussflächen unter Anwendung der ausgewiesenen Formeln nach Tab. 5.8 findet sich in Tab. 5.9. Weiter sind darin auch jeweils die charakteristischen Werte (Modalwert für 50 Jahre) der Gesamtnutzlast aufgelistet. Zum Vergleich sind die Lastwerte der Lastnorm *DIN 1055-3 2006* angegeben. Gemäß *DIN 1055-100 2001* werden Nutzlasten als 98 %-Quantilwert für einen Bezugszeitraum von einem Jahr definiert. Dieser entspricht näherungsweise dem Modalwert für den Bezugszeitraum

von 50 Jahren, d. h. der Lastwert wird im Mittel einmal in 50 Jahren erreicht oder überschritten.

Tab. 5.8: Formeln zur Berechnung der statistischen Momente für Extremwertverteilungen verschiedener Nutzungsarten in Abhängigkeit des Varianzreduktionsfaktors κ_{red} für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren nach Hausmann, G. 2007

Nutzungsart	Mittelwert m_{qtot} in [kN/m ²]	Standardabweichung σ_{qtot} in [kN/m ²]
Büro	$m_{qtot} = 1,90 + 0,82 \cdot \kappa_{red} - 0,18 \cdot \kappa_{red}^2$	$\sigma_{qtot} = 0,36 + 0,57 \cdot \kappa_{red}$
Wohnen	$m_{qtot} = 1,70 + 0,15 \cdot \kappa_{red}$	$\sigma_{qtot} = 0,40 + 0,11 \cdot \kappa_{red}$
Empfangshallen	$m_{qtot} = 2,00 + 0,10 \cdot \kappa_{red}$	$\sigma_{qtot} = 0,53 + 0,094 \cdot \kappa_{red}$
Hotelzimmer	$m_{qtot} = 1,70 + 0,024 \cdot \kappa_{red}$	$\sigma_{qtot} = 0,26 + 0,011 \cdot \kappa_{red}$
Krankenzimmer	$m_{qtot} = 1,50 + 0,68 \cdot \kappa_{red} - 0,24 \cdot \kappa_{red}^2$	$\sigma_{qtot} = 0,37 + 0,75 \cdot \kappa_{red} - 0,20 \cdot \kappa_{red}^2$
Verkaufsräume	$m_{qtot} = 3,20 + 4,30 \cdot \kappa_{red} - 1,10 \cdot \kappa_{red}^2$	$\sigma_{qtot} = 0,69 + 2,70 \cdot \kappa_{red} - 0,33 \cdot \kappa_{red}^2$
Schulräume	$m_{qtot} = 3,50 + 0,13 \cdot \kappa_{red}$	$\sigma_{qtot} = 0,65 + 0,09 \cdot \kappa_{red}$
Bibliothek	$m_{qtot} = 2,40 + 1,20 \cdot \kappa_{red} - 0,30 \cdot \kappa_{red}^2$	$\sigma_{qtot} = 0,48 + 0,96 \cdot \kappa_{red} - 0,18 \cdot \kappa_{red}^2$
Labor	$m_{qtot} = 1,30 + 1,10 \cdot \kappa_{red} - 0,36 \cdot \kappa_{red}^2$	$\sigma_{qtot} = 0,43 + 0,96 \cdot \kappa_{red} - 0,16 \cdot \kappa_{red}^2$
Fabriken: leichter Betrieb	$m_{qtot} = 2,70 + 3,60 \cdot \kappa_{red} - 2,10 \cdot \kappa_{red}^2$	$\sigma_{qtot} = 1,40 + 5,10 \cdot \kappa_{red} - 2,20 \cdot \kappa_{red}^2$
schwerer Betrieb	$m_{qtot} = 5,50 + 7,20 \cdot \kappa_{red} - 3,00 \cdot \kappa_{red}^2$	$\sigma_{qtot} = 1,60 + 6,20 \cdot \kappa_{red} - 1,70 \cdot \kappa_{red}^2$

Die Ergebnisse in Tab. 5.9 zeigen für praxisrelevante Einflussflächen eine signifikante Dominanz des kurzzeitig wirkenden Nutzlastenanteils. Vor allem für die Streuung der Gesamtnutzlast ist dies festzustellen, da diese bei großen Einflussflächen deutlich abnimmt, was auf den geringeren Einfluss des stochastischen Feldes und somit auch der kurzzeitigen Nutzlasten zurückzuführen ist.

Tab. 5.9: Werte der statistischen Momente für Extremwertverteilungen der Gesamtnutzlast verschiedener Nutzungsarten mit $\kappa = 1,0$ für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren

Nutzungsart	Fläche A_0 [m ²]	q_k nach DIN 1055	$A = A_0$				$A = 1000 \text{ m}^2$			
			m_{qtot} in [kN/m ²]	σ_{qtot} in [kN/m ²]	v_x [-]	q_k [kN/m ²]	m_{qtot} in [kN/m ²]	σ_{qtot} in [kN/m ²]	v_x [-]	q_k [kN/m ²]
Büro	20	2,0	2,54	0,93	0,37	2,12	1,91	0,37	0,19	1,75
Wohnen	20	1,5	1,85	0,51	0,28	1,62	1,70	0,40	0,23	1,52
Empfangshallen	20	3,0	2,10	0,62	0,30	1,82	2,00	0,53	0,27	1,76
Hotelzimmer	20	1,5	1,72	0,27	0,16	1,60	1,70	0,26	0,15	1,59
Krankenzimmer	20	1,5	1,94	0,92	0,47	1,53	1,51	0,38	0,25	1,34
Verkaufsräume	100	5,0	6,40	3,06	0,48	2,40	3,62	0,44	0,12	3,43
Schulräume	100	3,0	3,63	0,74	0,20	3,30	3,51	0,66	0,19	3,21
Bibliothek	20	6,0	3,30	1,26	0,38	2,74	2,42	0,50	0,21	2,19
Labor	20	3,0	2,04	1,23	0,60	1,50	1,32	0,45	0,34	1,12
Fabriken: leichter Betrieb	100	5,0	4,20	4,30	1,02	2,27	3,04	1,89	0,62	2,19
schwerer Betrieb	100	7,5	9,70	6,17	0,64	6,91	6,19	2,20	0,36	5,19

In *Glowienka, S. 2007* zeigt sich weiter, dass für steigende Bezugszeiträume die Standardabweichungen der Gesamtnutzlast nahezu konstant bleiben, während sich die Mittelwerte erhöhen. Dieses Phänomen ist typisch für Extremwertverteilungen, die gegen die Gumbelverteilung konvergieren (vgl. Abschnitt 5.2.2).

In Tab. 5.9 sind teilweise signifikante Abweichungen der Modalwerte gegenüber den Werten nach *DIN 1055-3 2006* festzustellen. In *Glowienka, S. 2007* weisen die ermittelten 98 %-Quantilwerte für den Bezugszeitraum von einem Jahr sowie die Modalwerte für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren Abweichungen ebenso untereinander als auch gegenüber *DIN 1055-3 2006* auf, was als bedenklich anzusehen ist, da in *DIN 1055-100 2001* beide Möglichkeiten zur Definition von charakteristischen Werten zugelassen sind.

Es kann jedoch festgestellt werden, dass in der Fachwelt über die Größe der statistischen Momente für den Extremwert von Nutzlasten ein uneinheitliches Meinungsbild vorhanden ist, wie Tab. 5.10 exemplarisch darstellt.

Tab. 5.10: Gegenüberstellung Verteilung der Gesamtnutzlast nach *CIB W81 1989 b*, *Rackwitz, R. 1996* und *DIN 1055-3 2002* für den Bezugszeitraum von 50 Jahren

Nutzung	<i>CIB</i>	<i>CIB</i>	<i>CIB</i>	<i>CIB</i>	<i>CIB</i>	<i>Rack-</i>	<i>Rack-</i>	<i>Rack-</i>	<i>Rack-</i>	<i>DIN</i>
	<i>W81</i>	<i>W81</i>	<i>W81</i>	<i>W81</i>	<i>W81</i>	<i>witz</i>	<i>witz</i>	<i>witz</i>	<i>witz</i>	
	<i>1989b</i>	<i>1989b</i>	<i>1989b</i>	<i>1989b</i>	<i>1989b</i>	<i>1996</i>	<i>1996</i>	<i>1996</i>	<i>1996</i>	<i>1055-3</i>
	Fläche	m_{qtot} in	σ_{qtot}	$v_{q,50}$	q_k	m_{qtot} in	σ_{qtot}	$v_{q,50}$	q_k	q_k
	m ²	[kN/m ²]	[kN/m ²]	[-]	[kN/m ²]	[kN/m ²]	[kN/m ²]	[-]	[kN/m ²]	[kN/m ²]
Büro	18,6	2,64	0,49	0,19	2,42	1,81	0,37	0,20	1,65	2,0
Wohnen	18,6	1,73	0,34	0,20	1,57	1,52	0,44	0,29	1,32	1,5
Hotelzimmer	18,6	2,20	0,30	0,14	2,06	1,47	0,33	0,22	1,32	1,5
Verkaufsraum EG	93	2,73	0,30	0,11	2,60	3,37	0,62	0,18	3,10	5,0
Verkaufsraum OG	93	2,73	0,52	0,19	2,50	2,96	0,76	0,26	2,61	5,0
Schulräume	93	1,63	0,20	0,12	1,54	2,65	0,95	0,36	2,22	3,0

Diese Unterschiede sind zum Teil in den abweichenden Einflussflächen, Lastdauern oder unterschiedlichen Annahmen bezüglich der Verteilungsfunktionen der Lastanteile begründet. Zur Berechnung der Extremnutzlasten wurde für alle angegebenen Quellen einheitlich das in Abschnitt 5.4.1.3 beschriebene Nutzlastmodell angewendet.

Die Variationskoeffizienten verschiedener Nutzlastarten für den Bezugszeitraum von 50 Jahren aus diverser Fachliteratur sind in Tab. 5.11 zusammengestellt. Hierbei sind teilweise wiederum signifikante Abweichungen festzustellen. In der letzten Spalte wird ein eigener Vorschlag für Variationskoeffizienten unterbreitet. Hierbei kristallisiert sich heraus, dass ein Variationskoeffizient von $v_{q,50} = 20\%$ abdeckend für viele Nutzungsarten verwendet werden kann. Teilweise sind zwar größere Werte ausgewiesen, was allerdings auf die relativ kleinen Bezugsflächen von $A_0 = 20\text{ m}^2$ zurückzuführen ist. Da für größere Nutzungsflächen der Variationskoeffizient sinkt und heute im Zuge von Umbaumaßnahmen in der Tendenz eher größere Räume angestrebt werden, erscheint eine abdeckende Annahme des Variationskoeffizienten $v_{q,50} = 20\%$ als angemessen. Dies wird auch von *Sørensen, J. D. 2002* untermauert,

der ebenfalls diesen Variationskoeffizienten für Nutzlasten empfiehlt. Im Rahmen dieser Arbeit werden die probabilistischen Parameterstudien mit einem Variationskoeffizienten der gumbelverteilten Nutzlast von $v_{q,50} = 20\%$ geführt.

Tab. 5.11: Zusammenstellung der Variationskoeffizienten für Nutzlasten aus der Fachliteratur sowie eigener Vorschlag zur weiteren Verwendung im Rahmen dieser Arbeit für den Bezugszeitraum von 50 Jahren

Nutzung	Bezugsfläche A_o [m ²]	<i>Rackwitz, R. 1996</i>	<i>CIB W81 1989 b</i>	<i>Chalk & Corotis¹ 1980</i>	<i>Glowienka, S. 2007</i>	<i>Eigener Vorschlag</i>
		$v_{q,50}$	$v_{q,50}$	$v_{q,50}$	$v_{q,50}$	$v_{q,50}$
Büro	20	0,20	0,19	0,185	0,37	0,20
Wohnen	20	0,29	0,20	0,197	0,28	0,20
Empfangshallen	20	0,39	-	-	-	0,35
Hotelzimmer	20	0,22	0,14	0,14	-	0,20
Krankenzimmer	20	0,33	-	-	-	0,30
Verkaufsräume EG	100	0,18	0,11	0,11	-	0,20
Verkaufsräume OG	100	0,26	0,19	0,19	-	0,20
Schulräume	100	0,36	0,12	0,12	0,19	0,20

5.4.2 Modellierung der Schneelast

5.4.2.1 Allgemeines

Die Größe der Schneelast ist von verschiedenen Einflüssen abhängig. Gemäß *JCSS 2000* ist neben der geografischen und klimatischen Lage des Bauwerks auch nach der Gebäudeform und -höhe, der Dachform sowie der Wärmeleitfähigkeit der Dachhaut zu verifizieren. Stochastische Schneelastmodelle finden sich in *JCSS 2000*, *Scheuermann, G. 2000*, *Sørensen, J. D. 2002* sowie in *Vrouwenvelder, A. C. W. M. & Siemes, A. J. M. 1987*, wovon sich das Modell von *Scheuermann, G. 2002* am besten eignet. Das Modell des Probabilistic Model Code (*JCSS 2000*) berücksichtigt zwar alle oben genannten Einflussparameter, es enthält jedoch keine Angaben zur wirkenden Schneelast auf dem Boden. Diese Angaben sind durch Beobachtungen für den jeweiligen Standort zu bestimmen. Die Modelle von *Sørensen, J. D. 2002* und *Vrouwenvelder, A. C. W. M. & Siemes, A. J. M. 1987* wurden zur Kalibrierung der dänischen bzw. niederländischen Normen verwendet, und eignen sich aufgrund der klimatischen Randbedingungen nicht. *Scheuermann, G. 2002* hingegen hat statistische Daten aus verschiedenen Regionen Deutschlands ausgewertet und daraus einen Variationskoeffizienten von 25 % für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren abgeleitet (s. auch *Grünberg, J. 2004*). Relativ flächendeckende Schneehöhenmessungen reichen in Deutschland bis in die 1950-er Jahre zurück. Die Schneehöhenmessungen geben zunächst keinen Aufschluss über die wirkende Schneelast, da die Dichteunterschiede z. B. von Pulverschnee und Nassschnee erheblich sein können. Aus den Schneehöhen werden dann die Schneelasten über eine Schneelastfaktorfunktion berechnet. In der Schneelastnorm *DIN 1055-5 2005* liegt eine Schneezonekarte vor, die auf Grundlage von gemessenen Wasseräquivalenten an 330 Messstellen in einem europäisch einheitlichen Auswertungsverfahren entwickelt wurde. Nach *DIN 1055-5* ist für den Wert der charakteristischen Schneelast s_k ein 98 %-Quantil, bezogen auf ein Jahr, anzusetzen. Aufgrund der Tragwerksbemessung für eine Nutzungsdauer von 50 Jahren ist diese Last in diesen Zeitraum zu transformieren (*Grünberg, J. 2004*).

5.4.2.2 Schneelast in Abhängigkeit der Geländehöhe und Klimazone

Spitzenwerte von Schneehöhen können sowohl durch einzelne starke Schneefälle als auch durch Akkumulation mehrerer Schneefälle über einen bestimmten Zeitraum entstehen. Nach *Rackwitz, R. 1996* ist der Schneelastprozess in Mitteleuropa in mindestens drei typische Klimaregionen zu unterteilen:

Bei maritimem Klima entstehen die extremen Schneelasten in durch Tauperioden deutlich voneinander abgesetzten Schneefallperioden. Hierzu zählen in Deutschland die Küstenregionen der Nord- und Ostsee sowie das anschließende Binnentiefland.

In Bereichen des gemäßigten Klimas können die extremen Schneelasten sowohl durch einzelne, als auch durch Überlagerung mehrerer Schneefälle, mit oder ohne dazwischen liegenden Tauperioden, entstehen. Hierzu zählen alle küstenfernen Gebiete insbesondere der Mittelgebirgsraum und das Voralpenland.

In Ostdeutschland herrscht teilweise auch kontinentales Klima vor. Die extremen Schneelasten entstehen durch die nicht wesentlich durch Tauperioden unterbrochene Akkumulation von Schneefällen vornehmlich gegen Ende des Winters.

5.4.2.3 Verteilungsfunktion der Schneehöhen und -lasten

Umfangreiche Auswertungen der Schneehöhen von *Rackwitz, R. 1996* ergeben, dass die Folge der jährlichen Höchstwerte der Schneedecke unabhängig und stationär ist. Jede Klimazone muss aufgrund der Messdaten mit unterschiedlichen Verteilungsfunktionen beschrieben werden. Für Schneelasten des maritimen Klimas bietet sich eine Gumbelverteilung an, hingegen ist bei kontinentalem Klima eine Normalverteilung zu verwenden. Betrachtet man immer nur einzelne Schneefälle, so können unter stationären Voraussetzungen auch die Extremwerte für kontinentales, gemäßigt sowie näherungsweise maritimes Klima durch eine Gammaverteilung (s. z. B. *Spaethe, G. 1992, JCSS 2000*) approximiert werden:

$$F_S(x) = \int_0^x \frac{\lambda \cdot (\lambda \cdot t)^{k-1}}{\Gamma(k)} \cdot \exp[-\lambda \cdot t] dt \quad (5.82)$$

Die statistischen Momente sind:

$$\begin{aligned} m_S &= E[S] = k/\lambda \\ \sigma_S^2 &= \text{VAR}[S] = k/\lambda^2 \end{aligned} \quad (5.83)$$

Die Gammafunktion $\Gamma(k)$ bestimmt sich zu:

$$\Gamma(k) = \int_0^{+\infty} t^{k-1} \cdot e^{-t} dt \quad (5.84)$$

Da die Anwendung der Gammaverteilung recht umständlich ist, schlägt *Rackwitz, R. 1996* die Gumbelverteilung vor, die bezogen auf N -Jahre die asymptotische Extremwertverteilung der Gammaverteilung ist.

$$F_{\max S}(x) = F_S^N(x) \quad (5.85)$$

Somit darf der Quantilwert s_N mit N -jähriger mittlerer Wiederkehrperiode näherungsweise mit Gleichung (5.86) ermittelt werden, wobei $u_s = m_s - 0,57722 / a_s$ und $a_s = 1,2826 \sigma_s$ ist (Abschnitt 3.4.4).

$$s_N = u_s - \frac{1}{a_s} \cdot \ln \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{N} \right) \right] \quad (5.86)$$

Untersuchungen haben gezeigt, dass die beste Verteilungsfunktion der Schneehöhe nicht immer auch die Beste für die Schneelast sein muss. In *Hansen, M. 2004* sind Vorschläge für Verteilungen von Messwerten für Schneefallhöhen für verschiedene Regionen Deutschlands zu finden.

5.4.2.4 Schneedichte, charakteristischer Wert der Grundsneelast

Bei Umrechnung von Schneehöhen in Schneelasten ist zu beachten, dass der Zeitpunkt der maximalen Schneehöhe, aufgrund unterschiedlicher Schneedichten über die Schneehöhe, nicht zwangsläufig mit dem Zeitpunkt der maximalen Schneelasten übereinstimmt. Frischer Schnee hat eine Dichte von ca. 50 bis 100 kg/m³. Die Schneedichte steigt mit dem Alter der Schneedecke infolge Umkristallisation, Windverfrachtung und Frost-Tau-Wechsel an. Ebenso nimmt die Dichte mit der Schneetiefe durch gewichtsbedingte Komprimierung zu. Im Spätwinter oder bei Schneeansammlungen können Schneedichten von über 300 kg/m³ erzielt werden. In *Rackwitz, R. 1996* wird in Anlehnung an *JCSS 2000* eine Dichtefunktion für Schnee angegeben:

$$\rho_m(s) = \frac{\rho_m \cdot \lambda}{s} \cdot \ln \left[1 + \frac{\rho_0}{\rho_\infty} \cdot \left(\exp\left(\frac{s}{\lambda}\right) - 1 \right) \right] \quad (5.87)$$

In Gleichung (5.87) gehen die Schneehöhe s [m], die Oberflächendichte der Schneedecke ρ_0 [kg/m³], ein oberer Grenzwert der Dichte ρ_∞ und eine Skalierungskonstante λ ein. Diese Parameter wurden anhand von Beobachtungen kalibriert und sind in *Rackwitz, R. 1996* mit den Werten $\rho_0 = 170$ kg/m³, $\rho_\infty = 500$ kg/m³, und $\lambda = 0,85$ m angegeben.

Die Bodensneelast B berechnet sich somit mit folgender Formel:

$$B = \rho_m(s) \cdot g \cdot s \quad (5.88)$$

Dieser Ansatz weist im Vergleich zu realen Beobachtungen eine gewisse Streuung auf, die mit zunehmender Schneehöhe abnimmt (Variationskoeffizient von 15 bis 25 %).

Analog zur Windlast wird der charakteristische Wert der Schneelast nach aktueller Norm *DIN 1055-5 2005* als 98 %-Quantil für den Bezugszeitraum von einem Jahr definiert. Die Umrechnung auf andere Bezugszeiträume kann gemäß Abschnitt 5.2.2 erfolgen. Die auf dem 98 %-Quantilwert beruhenden Grundsneelasten können überschlägig nach Gleichung (5.86) für die Klima- und Schneelastzone berechnet werden (s. hierzu *Rackwitz, R. 1996*). Der 98 %-Quantilwert der Jahresextremwerte entspricht einer Wiederholungsperiode von 50 Jahren. Über diesen Zeitraum liegen fast flächendeckend Messdaten für Deutschland vor.

5.4.2.5 Dachschneelast

Nach *Rackwitz, R. 1996* können die auf die horizontale Einheitsfläche bezogenen Dachschneelasten D aus den Bodensneelasten (Gleichung (5.88)) anhand des folgenden Ansatzes ermittelt werden:

$$D = K \cdot F \cdot E \cdot T \cdot B \quad (5.89)$$

Die Variablen in Gleichung (5.89) sind definiert als:

K = Umrechnungsfaktor für die Grundschneelasten auf Dächern

F = Formfaktor

E = Faktor zur Berücksichtigung des Windeinflusses

T = Faktor zur Berücksichtigung der thermischen Bedingungen

Der Faktor K stellt einen mittleren Reduktionsfaktor dar, der für unterschiedliche Randbedingungen immer $K \leq 1$ ist. Oft wird K zu 0,8 gewählt, mit einem Variationskoeffizienten, der im Einzelfall zwischen 15 bis 25 % streuen kann. Der Formfaktor F berücksichtigt die aktuelle Geometrie des Daches sowie die Dachneigung und stellt eine streuende Größe dar. Der Formfaktor kann unterschiedlich ausfallen, je nachdem ob es sich um frisch gefallenen Schnee (Neuschnee) oder um eine Akkumulation von mehreren Schneefällen (Altschnee) handelt. In verschiedenen Regelwerken sind weitere Angaben für die räumliche Verteilung der Schneelasten für unterschiedliche Dachformen zu finden. Außer für Flachdächer wird meist auch das Produkt aus $K \cdot F$ angegeben. In *DIN 1055-5 2005* wird dieses Produkt der Formbeiwerte mit μ_i bezeichnet und für verschiedene Dachformen angegeben.

In *Rackwitz, R. 1996* werden als Ergebnis umfangreicher Untersuchungen folgende Richtwerte für die Faktoren E und T angegeben:

$E = 1,00$	windgeschützte Lage
$E = 0,70$	ausgesetzte Lage
$T = 1,00$	gute Dachisolation bzw. ungeheizter Innenraum
$T = 0,80$	schlechte Dachisolation bzw. geheizter Innenraum

Bei maritimen Klima d. h. bei relativ kurzer Liegedauer des Schnees ist immer $T = 1,00$ anzusetzen. Der Ansatz nach Gleichung (5.89) erfasst zwar wichtige Einflussfaktoren in der Tendenz richtig, trotzdem ist die Korrelation zwischen Beobachtung und Modell jedoch noch unbefriedigend. Das Verhältnis zwischen der errechneten Dachschneelast und der Beobachtung liegt im Mittel ungefähr bei Eins. Die Streuungen sind allerdings mit einem festgesetzten Variationskoeffizient von 40 % erheblich.

Abschließend kann festgestellt werden, dass Schneelasten auf Dächern stark streuen, da schon die auf dem Boden beobachteten Lasten Variationskoeffizienten von 30 bis 70 Prozent, bezogen auf ein Jahr, aufweisen. Für die Lasten auf Dächern kommen aber noch zusätzliche Faktoren hinzu und bei ihrer Festlegung bestehen erhebliche Unsicherheiten, vor allem beim Ansatz von ungleichmäßig verteilten, durch Wind verfrachtete Schneemassen. Somit ist mindestens ein Variationskoeffizient der Schneelast $v_x = 0,80$ pro Jahr zu unterstellen. Für den Bezugszeitraum von 50 Jahren wird in *Grünberg, J. 2004* ein Mittelwert für den Variationskoeffizienten der Schneelast von 25 % bei Unterstellung einer Gumbelverteilung angegeben, was in den probabilistischen Untersuchungen verwendet wird.

5.4.3 Modellierung der Windlast

5.4.3.1 Allgemeines

Der natürliche Wind entsteht aus der über der Erde ungleichmäßig verteilten Sonneneinstrahlung sowie Wärmeabstrahlung und den daraus resultierenden Temperaturunterschieden in der Atmosphäre. Insbesondere ist die Atmosphäre am Äquator wärmer als an den Polen. Somit steigen am Äquator warme Luftmassen auf und ziehen bodennahe, kältere Luft aus der Umgebung nach, was zu Druckunterschieden in der Atmosphäre führt. Durch die Erdrotation werden die aufsteigenden Luftmassen abgelenkt und kehren im Bereich der Wendekreise zum Boden zurück. Die Druckunterschiede erzeugen die Windeinwirkungen, die im Bereich der Erdoberfläche durch deren Rauigkeit behindert und somit abgebremst werden.

Der natürliche Wind kann als eine Grundströmung mit Wirkung einer Zusatzbewegung infolge der Böigkeit der Windes erklärt werden. Danach kann die Windlast in eine quasi-statische Grundlast und einen dynamischen Lastanteil unterteilt werden.

Diese Arbeit beschäftigt sich im Wesentlichen mit der stochastischen Modellierung der Windeinwirkung. Ausführliche Erläuterungen zur Erfassung und Beschreibung des Windes sind in *Rackwitz, R. 1996* sowie *Hansen, M. 2004* zu finden.

5.4.3.2 Beschreibung des Windes

Der Wind ist eine turbulente, sich zeitlich und örtlich zufällig ändernde Luftbewegung. Für die praktische Anwendung werden in *DIN 1055-4 2005* vier Windzonen mit unterschiedlichen, gemittelten Windgeschwindigkeiten für Deutschland festgelegt. Windbeanspruchungen auf Gebäude werden durch den Geschwindigkeitsdruck q ausgedrückt, wobei hier zwischen Windsog und Winddruck differenziert wird. Der Geschwindigkeitsdruck ist von der Windgeschwindigkeit v und der Dichte der Luft ρ abhängig:

$$q = \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \approx \frac{v^2}{1600} \quad \text{mit } \rho = 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx \frac{1}{800} \frac{\text{kNs}^2}{\text{m}^4} \quad (5.90)$$

Den vier Windzonen sind Mittelwerte der Windgeschwindigkeiten v_{ref} zugeordnet die zwischen 22,5 m/s und 30 m/s betragen. Diese Windgeschwindigkeiten gelten in einer Referenzhöhe von 10 Metern über der Geländeoberfläche bei ebenem und offenem Gelände und stellen einen Mittelwert über einen Beobachtungszeitraum von 10 Minuten bei einer jährlichen Überschreitungswahrscheinlichkeit von $p = 0,02$ (98 %-Quantil; Wiederkehrperiode 50 Jahre) dar. Die Windgeschwindigkeiten in den aufeinanderfolgenden 10-minütigen Intervallen sind stochastisch unabhängig voneinander. Üblich ist nach *Spaethe, G. 1992* auch eine Mittelungszeit von einer Stunde. Eine Abhängigkeit ist im Allgemeinen nach 6 bis 12 Stunden abgeklungen. In *Spaethe, G. 1992* werden statistische Parameter der einzelnen Geländekategorien für Stunden- und 10-Minuten-Mittel der Jahresextrema angegeben.

Wegen der vorhandenen Saisonalität der Windgeschwindigkeit ist es sinnvoll die Verteilung der Jahresextremwerte zu betrachten, welche in sehr guter Näherung unabhängig sind. Nach *Rackwitz, R. 1996* kann fast unabhängig vom lokalen Klima ein Variationskoeffizient von 14 % für die Jahresextremwerte der gumbelverteilten Windgeschwindigkeiten unterstellt werden. Zur Bestimmung der Parameter der Gumbelverteilung sollte mindestens ein Beobachtungszeitraum von 20 Jahren vorhanden sein. Zur Erfassung des lokalen Windklimas, d. h. der Windstärken und ihrer Überschreitungswahrscheinlichkeiten, werden repräsentative Messstellen gewählt. Das Windklima ist durch räumliche, örtliche und zeitliche Abhängigkeit charakterisiert.

Sollen nun aus den 10-Minuten-Mitteln Aussagen für die Extremwerte größerer Bezugszeiträume getätigt werden, so kann mithilfe der Gleichung (5.91) eine erste, relativ grobe Näherung angegeben werden. Darin bedeuten N die Gesamtanzahl der 10-Minuten-Intervalle im Bezugszeitraum $[0, T]$, ε ein Korrekturbeiwert ($\varepsilon \approx 0,2$) und \bar{u} die Gradientengeschwindigkeit (s. *Rackwitz, R. 1996; JCSS 2000*).

$$F_{\max(\bar{u}),T}(x) \approx F_{\bar{u}}(x)^{\varepsilon N} = \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{\sigma} \right)^k \right] \right\}^{\varepsilon N} \quad (5.91)$$

Die Modellierung von Windbeanspruchungen ist sehr komplex, da sie von vielen zufälligen Parametern abhängt. Wichtigste Einflussgrößen hierbei sind die klimatischen Verhältnisse, die Geländebeschaffenheit, die Lage und die Form sowie das dynamische Verhalten der Baustruktur. Die aus der Windbeanspruchung resultierende Tragwerksantwort ergibt sich aus der Interaktion zwischen der Windeinwirkung und dem Schwingungsverhalten des Bauwerks, was eine wirklichkeitsnahe Tragwerksberechnung sehr erschwert. So spielt bei schwingungsanfälligen Gebäuden die Böigkeit des Windes eine wesentliche Rolle, da sich infolge von Frequenzüberlagerungen eine erhebliche Steigerung der Windbelastung auf das Bauwerk gegenüber der rein statischen Windbeanspruchung ergibt. Dynamische Wind- und Bauwerkseinflüsse werden in der Praxis durch den sogenannten Böenreaktionsfaktor erfasst. Dieser erhöht den aus der mittleren Windgeschwindigkeit - ohne Böeneinfluss - resultierenden Geschwindigkeitsdruck. Der Böenreaktionsfaktor berücksichtigt neben den dynamischen Eigenschaften der Struktur auch die Böigkeit des Windes und muss deshalb auch bei nicht schwingungsanfälligen Bauwerken angesetzt werden. Nach *Schuëller, G. 1981* stellt der Böenreaktionsfaktor eine Zufallsvariable aufgrund der statistischen Eigenschaften der bauwerkserregenden Windgeschwindigkeiten dar und wird somit als Quantilwert definiert.

Bei nicht schwingungsanfälligen Gebäuden kann eine quasi-statische Ersatzwindlast berechnet werden, die auch als Böengeschwindigkeitsdruck bezeichnet wird und die dynamischen Windeffekte berücksichtigt. Da die Böigkeit ein lokales Phänomen von kurzer Dauer darstellt, wird sie bei kleineren Gebäuden als vollflächig wirkend unterstellt. Aus dieser Überlegung resultiert die Mittelung der Momentan- und Böengeschwindigkeit zur Bestimmung des Böengeschwindigkeitsdruckes, da nach *Schuëller, G. 1981* eine Bemessung rein für die Böengeschwindigkeit unrealistisch

und vor allem unwirtschaftlich wäre. Eine genaue Beschreibung der Windlast mit sämtlichen komplexen Zusammenhängen ist nur unter Verwendung von vereinfachten Ansätzen und mithilfe entsprechender Annahmen möglich.

5.4.3.3 Vereinfachtes stochastisches Modell

In *Rackwitz, R, 1996* und *JCSS 2000* sind komplexe stochastische Modelle zur Beschreibung der Windeinwirkung dargestellt, welche die strömungstechnischen und mathematischen Hintergründe sehr präzise erfassen. In der vorliegenden Arbeit werden vereinfachte Ansätze gewählt, da herkömmliche, nicht schwingungsanfällige Hochbauten im Bestand behandelt werden. Gebäude gelten als nicht schwingungsanfällig, wenn der Resonanzanteil der Windbeanspruchung weniger als 10 % beträgt und daher vernachlässigbar ist. Ein vereinfachtes stochastisches Modell der Windeinwirkungen auf Gebäude wird in *König, G.; Hosser, D. 1982* aufgezeigt, welches übliche Windeinwirkungen auf Gebäude in Deutschland hinreichend genau erfasst. Nach *DIN 1055-4 2005* folgt die Windeinwirkung w aus der Multiplikation des Geschwindigkeitsdruckes q mit dem aerodynamischen Beiwert c_p , der die Bauwerksgeometrie und Windwirkungsrichtung erfasst:

$$w = c_p \cdot q \tag{5.92}$$

Der Geschwindigkeitsdruck berechnet sich auf Basis der Bernoulligleichung aus der Windgeschwindigkeit nach Gleichung (5.90).

Die Windgeschwindigkeit $v_z(t)$ in der Höhe z_G über der Geländeoberkante setzt sich aus einem nur langsam mit der Zeit veränderlichen Anteil \bar{v}_z und einem turbulenten Anteil aus der Böigkeit $v'_z(t)$ des Windes zusammen.

$$v_z = \bar{v}_z + v'_z(t) \tag{5.93}$$

Die Windgeschwindigkeit \bar{v}_z ist abhängig von der Rauigkeit der Geländeoberfläche, was durch den Parameter α im Exponenten berücksichtigt wird:

$$\bar{v}_z = \bar{v}_G \cdot \left(\frac{z}{z_G} \right)^\alpha \tag{5.94}$$

Mit z_G wird die Gradientenhöhe bezeichnet, ab der die Windgeschwindigkeit nahezu unabhängig von der Höhe ist (siehe Abb. 5.9). Die Variable \bar{v}_G steht somit für die Jahresextremwerte der Gradientengeschwindigkeit, die i. d. R. durch eine Gumbelverteilung beschrieben werden kann. Nach *König, G. & Hosser, D. 1982* bzw. *Schobbe, W. 1982* folgen die statistischen Verteilungsparameter (10-Minuten-Mittel) für Normallagen in Deutschland bezogen auf ein Jahr zu:

$$\begin{aligned} m_{\bar{v}_G} &= 29,6 \text{ m/s} \\ V_{\bar{v}_G} &= 0,12 \end{aligned} \tag{5.95}$$

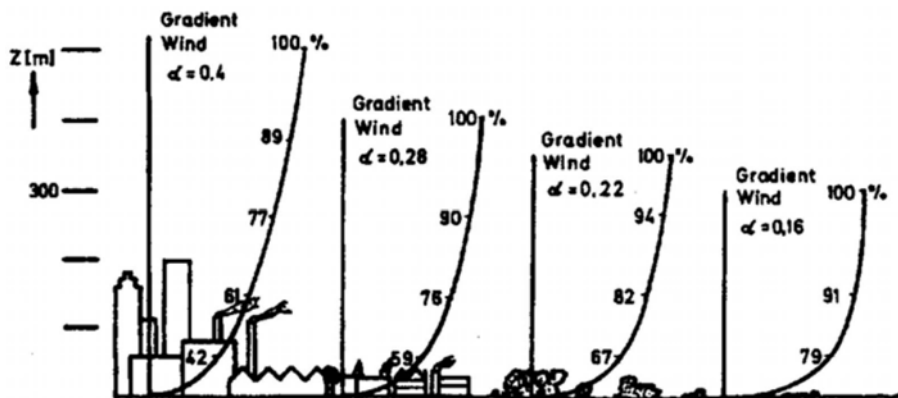


Abb. 5.9: Windprofil für verschiedene Geländekategorien nach *Davenport, A. G. 1961*

Gemäß *König, G.; Hosser, D. 1982* kann für den resultierenden Geschwindigkeitsdruck \bar{q}_G ebenfalls eine Gumbelverteilung unterstellt werden. Der Mittelwert hierfür errechnet sich aus Gleichung (5.90). Der Variationskoeffizient kann gemäß *JCSS 2000* als das Doppelte des Variationskoeffizienten der Windgeschwindigkeit $V_{\bar{v}_G}$ angenommen werden:

$$m_{\bar{q}_G} = 0,548 \text{ kN/m}^2 \quad (5.96)$$

$$V_{\bar{q}_G,1} = 2 \cdot V_{\bar{v}_G} = 2 \cdot 0,12 = 0,24$$

Der turbulente Anteil der Windgeschwindigkeit aus Gleichung (5.93) berechnet sich mithilfe der Gradientengeschwindigkeit und des Böenfaktors ξ . Der Böenfaktor wird dabei auf die Referenzhöhe $z_1 = 10 \text{ m}$ bezogen.

$$v'_z(t) = \bar{v}_G \cdot \xi \cdot \left(\frac{z_1}{z_G} \right)^\alpha \quad (5.97)$$

Die Böenwindgeschwindigkeit ergibt sich nun durch Einsetzen der Gleichungen (5.94) und (5.97) in Formel (5.93):

$$v_z = \bar{v}_G \cdot \left[\left(\frac{z}{z_G} \right)^\alpha + \xi \cdot \left(\frac{z_1}{z_G} \right)^\alpha \right] \quad (5.98)$$

Die einzelnen Parameter α , ξ und z_G nach *König, G.; Hosser, D. 1982* zur Berechnung der Böenwindgeschwindigkeit werden in Tab. 5.12 zusammengefasst. In Abb. 5.9 werden weitere α -Werte sowie Gradientenhöhen angegeben, jedoch kein Böenfaktor ξ .

Tab. 5.12: Berechnungsparameter der Böenwindgeschwindigkeit (*König, G. & Hosser, D. 1982*)

Geländekategorie	α	ξ	z_G [m]
Offenes Gelände	0,16	0,56	200
Stadt	0,28	0,98	400

Somit ergibt sich für das dargestellte Modell der Mittelwert der Windlast m_w infolge des Böengeschwindigkeitsdruckes durch Einsetzen von Gleichung (5.98) in (5.90) zu:

$$m_{v_z} = m_w = \frac{c_p}{1600} \cdot \left\{ \bar{v}_G \cdot \left[\left(\frac{z}{z_G} \right)^\alpha + \xi \cdot \left(\frac{z_1}{z_G} \right)^\alpha \right] \right\}^2 \quad [\text{kN/m}^2] \quad (5.99)$$

Der Variationskoeffizient der resultierenden Windeinwirkung $V_{w,1}$ auf ein Gebäude oder Bauteil folgt aus der Überlagerung der Variationskoeffizienten des aerodynamischen c_p -Wertes und des Geschwindigkeitsdruckes. Der Variationskoeffizient des c_p -Wertes wird in Anlehnung an *JCSS 2000* mit $v_{x,cp} = 0,10$ gewählt. Für den Bezugszeitraum von einem Jahr bestimmt sich der Variationskoeffizient nach Gleichung (3.55) näherungsweise zu:

$$V_{w,1} \approx \sqrt{V_{q_G,1}^2 + V_{c_p,1}^2} = \sqrt{0,24^2 + 0,10^2} = 0,26 \quad (5.100)$$

Rackwitz, R. 1996 schlägt einen Variationskoeffizienten der Windeinwirkung in derselben Größenordnung mit 0,30 für den Bezugszeitraum von einem Jahr vor. Der Vergleich des charakteristischen Böengeschwindigkeitsdruckes gemäß *DIN 1055-4 2005* mit dem 98 %-Quantilwert des Windgeschwindigkeitsdruckes (ohne den Einfluss des c_p -Wertes: $c_p = 1,0$) des gewählten vereinfachten stochastischen Modells weist eine relativ gute Übereinstimmung auf.

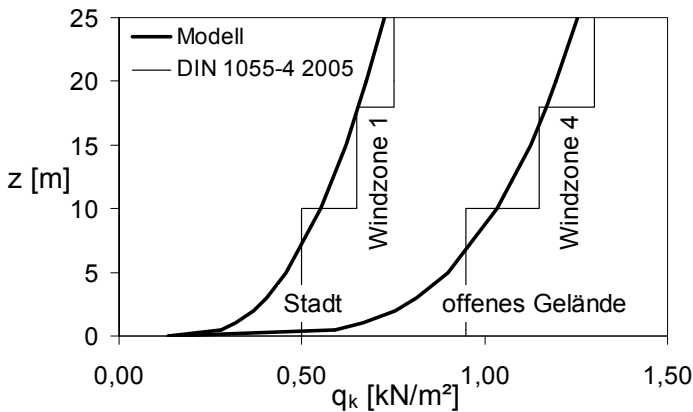


Abb. 5.10: Charakteristischer Geschwindigkeitsdruck nach *DIN 1055-4 2005* und vereinfachtes stochastisches Modell

Wird die Windlast für Bezugszeiträume verschieden von einem Jahr benötigt, so müssen die statistischen Momente der Jahresmaxima der Windgeschwindigkeit mithilfe der Gleichungen (5.15) und (5.16) umgerechnet werden. Da die Nutzlasten i. d. R. für eine Bezugsdauer von 50 Jahren definiert werden, ist der gleiche Bezugszeitraum auch für die Windlast sinnvoll. Die statistischen Momente der Windlast für den Zeitraum von 50 Jahren ergeben sich zu:

$$\frac{m_{w,50}}{m_{w,1}} = 1 + 0,78 \cdot V_{w,1} \cdot \ln(50) = 1 + 0,78 \cdot 0,26 \cdot \ln(50) = 1,79 \quad (5.101)$$

$$V_{w,50} = \frac{\sigma_{w,1}}{m_{50}} = \frac{\sigma_{w,50}}{m_{50}} = \frac{0,26}{1,79} \approx 0,15 \quad (5.102)$$

Wird die Windlast mit weiteren veränderlichen Einwirkungen überlagert, so sind die Momentanwerte der Windeinwirkung zu verwenden. Angaben hierfür finden sich in *Spaethe, G. 1992. Glowienka, S. 2007* weist hierfür näherungsweise folgende Parameter aus:

$$\frac{m_{w,50}}{m_{\text{momentan}}} \approx 0,16 \quad (5.103)$$

$$V_{w,\text{momentan}} \approx 1,00 \quad (5.104)$$

5.5 Modellunsicherheiten der Beanspruchung

5.5.1 Allgemeines

Ebenso wie bei der Berechnung des maximalen Tragwiderstandes liegen auch bei der Festschreibung der Bauteileinwirkungen Unsicherheiten bei der Schnittgrößenermittlung vor, die im probabilistischen Modell berücksichtigt werden müssen. Hierbei ist anzumerken, dass hinsichtlich der Unsicherheiten der Lastmodelle dies in der Probabilistik oftmals durch einen erhöhten Variationskoeffizienten der Last nach *CIB W81 1996* erfolgt.

Die Modellunsicherheiten bei der Berechnung der Schnittgrößenverläufe resultieren zum einen aus den Vereinfachungen bei der Berechnung und zum anderen aus dem verwendeten Verfahren der Schnittgrößenermittlung selbst und führen somit zu Abweichungen von der Realität.

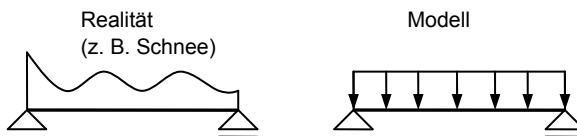


Abb. 5.11: Modellunsicherheiten für Beanspruchungen

Exemplarisch können folgende Vereinfachungen auf Einwirkungsseite angeführt werden:

- Verwendung von Lastmodellen zur Beschreibung der Realität (z. B. Nutzlasten als Gleichstreckenlasten oder das „Verschmieren“ von Lasten etc.)
- Festlegen von spezifischen Baustoffwichten bei Mehrkomponentenwerkstoffen wie z. B. die Wichte von Stahlbeton
- Vereinfachte Ermittlung von Einwirkungen auf Sekundärtragglieder (Lasteinzugsflächenverfahren)
- Schnittgrößenermittlung mit konstanten Steifigkeiten unter Vernachlässigung der Rissbildung im Massivbau
- Vereinfachungen bei der Wahl des statischen Systems (z. B. Vernachlässigung von evtl. Einspannungen an Auflagern)
- Vernachlässigung bzw. vereinfachte Berücksichtigung von Sekundärlastfällen wie Kriechen und Schwinden oder Zwang
- Annahme eines linearen Verhaltens zwischen Laststeigerung und Schnittgrößenanstieg (z. B. Rissbildungen, Veränderung der wirksamen Querschnittsfläche)

Streuungen der Systemsteifigkeit werden in der Regel bei der Schnittgrößenermittlung nach Theorie I. Ordnung in der probabilistischen Bemessung vernachlässigt, sodass dieser Einfluss durch die Modellunsicherheit auf Einwirkungsseite miterfasst werden muss.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass im Stahlbetonbau die Schnittgrößenermittlung im Allgemeinen nach der Elastizitätstheorie erfolgt, wobei für den Werkstoff Beton ein ausgeprägtes nichtlineares Verhalten anzutreffen ist, woraus entsprechende Reserven bzw. Modellsicherheiten entstehen. Nach *DIN 1045-1 2008* sind für die Stahlbetonbemessung drei vereinfachte Verfahren möglich: die Anwendung des Parabel-Rechteck-Diagramms, das einfachere bilineare Diagramm und der Spannungsblock.

Problematisch bei der Festlegung der Modellunsicherheiten auf Schnittgrößenseite ist, dass Schnittgrößen nicht direkt messbar sind. Zur Quantifizierung dieser Unsicherheiten ist ein Vergleich mit den Ergebnissen aus einer Finite-Element-Berechnung hilfreich. Hierbei sind die spezifischen Werkstoffeigenschaften möglichst realistisch abzubilden und in den Finite-Elementen zu implementieren.

Abweichungen auf Einwirkungsseite sind somit praktisch kaum zu vermeiden und können auch durch eine sehr genaue Erfassung der vorhandenen Einwirkungen sowie einer nichtlinearen Berechnung von massiven Konstruktionen nur reduziert aber nicht vollständig ausgeschlossen werden. Der Mehraufwand zur Erzielung einer höheren Genauigkeit ist hier oft nicht gerechtfertigt und für zuverlässigkeitstheoretische Untersuchungen nur in Einzelfällen sinnvoll.

5.5.2 Quantifizierung der Modellunsicherheiten der Schnittgrößen

Die Berücksichtigung der Modellunsicherheiten bei der Schnittgrößenermittlung kann direkt durch Einführung einer Zufallsvariablen in der Grenzzustandsfunktion oder durch Erhöhung des Variationskoeffizienten der Einwirkung erfolgen. Treten mehrere korrelierte Einwirkungen gleichzeitig auf, so macht es Sinn eine Basisvariable für die Modellunsicherheit einzuführen, die für alle Einwirkungen gleichermaßen gilt. Üblicherweise werden die Modellunsicherheiten der Einwirkungen θ_E in Form eines Multiplikators auf der Einwirkungsseite der Grenzzustandsfunktion berücksichtigt.

$$\text{Schnittgröße } S(\theta_E, E_1, \dots, E_n) = \theta_E \cdot \sum_{i=1}^n S(E_i) \quad (5.105)$$

Resultieren Schnittgrößen aus unterschiedlichen Einwirkungen wie z. B. das Moment aus Wind und die Normalkraft aus der Auflast bei Betrachtung einer Stahlbetonstütze, müssen die Modellunsicherheiten aufgespalten und den Einwirkungen zugeordnet werden. Die Größe der Modellunsicherheit wird vom Modellierungsumfang gesteuert, was insbesondere bei statisch unbestimmten Systemen, bei denen die Steifigkeitsstreuung zu beachten ist, von Interesse ist. Steifigkeitsstreuungen werden häufig bei probabilistischen Untersuchungen vernachlässigt, was bei statisch bestimmten Systemen geringer einzustufen ist als bei unbestimmten Systemen. Somit ist die Modellunsicherheit zwangsläufig stark von der Wahl des statischen Systems abhängig. Häufig werden bei der Modellierung von Tragwerken vorhandene Einspannungen oder mehraxiale Spannungszustände auf der sicheren Seite liegend vernachlässigt, wodurch die Traglast oftmals unterschätzt und somit die einwirkende Schnittgröße überschätzt wird. In diesem Fall können Modellunsicherheiten daher vernachlässigt bzw. als Modellsicherheiten in die Berechnung einfließen. Allerdings ist die Quantifizierung dieser Streuungen sehr schwer, da sie

vom Modellierungsgrad und dem vorhandenen statischen System abhängig sind. Schätzwerte für Modellunsicherheiten der Schnittgrößenermittlung bei Rahmensystemen und Platten sind gemäß *JCSS 2000* in Tab. 5.13 angegeben.

Tab. 5.13: Stochastische Modellierung der Modellunsicherheiten der Schnittgrößen auf Einwirkungsseite nach *JCSS 2000*

Schnittgröße	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient
Rahmenmomente	LN	1,00	0,10
Normalkräfte in Rahmen	LN	1,00	0,05
Querkräfte in Rahmen	LN	1,00	0,10
Plattenmomente	LN	1,00	0,20
Plattennormalkräfte	LN	1,00	0,10

Im Rahmen dieser Arbeit werden in Anlehnung an *JCSS 2000* und diverse andere Literaturquellen die statistischen Kennwerte der Modellunsicherheiten auf Einwirkungsseite in der nachfolgenden Tabelle aufgelistet.

Tab. 5.14: Stochastische Modellierung der Modellunsicherheiten der Einwirkungen für die Kalibrierung der Teilsicherheitsbeiwerte nach *Braml, Fischer, Keuser, Schnell 2009*

Schnittgröße infolge	Verteilung	Mittelwert	Variationskoeffizient	Anmerkung
Normalkraft	N / LN	1,00	0,05	-
Biegung (Stabtragwerke)	N / LN	1,00	0,07	-
Biegung (Flächentragwerke)	N / LN	1,00	0,10	-
Querkraft (Stabtragwerke)	N / LN	1,00	0,17	auflagernahe Einzellast
Querkraft (Stabtragwerke)	N / LN	1,00	0,12	Gleichstreckenlast
Querkraft (Flächentragwerke)	N / LN	1,00	0,10	Gleichstreckenlast
Durchstanzen	N / LN	1,00	0,15	(für alle Stützenarten)

5.5.3 Berücksichtigung von Modellunsicherheiten bei der Bemessung

Für die Beurteilung der Zuverlässigkeit von Bauteilen ist das stochastische bzw. mechanische Modell zur Berechnung der maximalen Traglasten und zugehörigen Einwirkungen von großer Bedeutung. Dabei wird zur Quantifizierung der Zuverlässigkeit ein gut kalibriertes stochastisches Modell benötigt. Da kein Modell die Realität exakt abbildet, ist die zuverlässigkeitstheoretische Berechnung der Größe der Modellunsicherheit von großer Wichtigkeit. Die statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheit sollten hinreichend genau aus einer großen Anzahl von experimentellen Untersuchungen bestimmt werden. Andernfalls müssen sie auf Basis von Expertenschätzungen festgesetzt werden. Die Berücksichtigung von Modellunsicherheiten bei der Bemessung von Tragwerken kann auf unterschiedliche Art und Weise erfolgen. Üblicherweise werden sie in Form von multiplikativen und additiven Sicherheitselementen im Sicherheitskonzept berücksichtigt. Dabei werden Abweichungen von geplanten Abmessungen als additive Sicherheitselemente aufgefasst, da sie einen Mittelwert von null aufweisen und somit positive oder negative Auswirkungen haben können. Als Beispiel hierfür ist die ungewollte

Lastausmitte e_a bei der Stützenbemessung nach dem Modellstützenverfahren zu nennen. In anderen Fällen ist die Berücksichtigung der Modellunsicherheit multiplikativ durch Erhöhung der Teilsicherheitsfaktoren möglich, sodass die Grenzzustandsgleichung in allgemeiner Form dann lautet:

$$\theta_E \cdot E_k \cdot \gamma_f \leq \frac{R_k}{\gamma_m \cdot \theta_R} \Leftrightarrow E_k \cdot \gamma_F \leq \frac{R_k}{\gamma_M} \quad (5.106)$$

In Gleichung (5.106) werden die Variablen θ_E und θ_R der Modellunsicherheiten auf Einwirkungs- und Widerstandsseite eingeführt. Die Definition der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgt analog zu *DIN 1055-100 2001* (siehe Abschnitt 3.11.1). Modellunsicherheiten bei der Schnittgrößenermittlung können durch Annahmen, auf der sicheren Seite liegend, berücksichtigt bzw. minimiert werden. Die Berücksichtigung der Modellunsicherheiten stellt weniger ein Problem dar, vielmehr die realistische Quantifizierung und sinnvolle Abschätzung der statistischen Parameter. Hinsichtlich der Größe der stochastischen Parameter der Modellunsicherheiten gibt es verschiedene Aussagen in diverser Fachliteratur wie Tab. 5.15 zeigt.

Tab. 5.15: Zusammenstellung statistischer Kennwerte der Modellunsicherheiten in der Literatur

Literaturquelle	Variationskoeffizient	Anmerkungen
Hansen, M. 2004	$V_{iR} = 0,05 - 0,15^{1)}$ $V_{iE} = 0,10$	Abhängig vom betrachteten Grenzzustand
JCSS 2000	$V_{iR} = 0,05 - 0,10^{1)}$ $V_{iE} = 0,05 - 0,25^{1)}$	V_{iR} anhängig vom verwendeten Material; V_{iE} Schnittgrößen in Rahmentragw. und Platten
Schneider, J. 1996	$V_{iR} = 0,05 - 0,20$ $V_{iE} = 0,05 - 0,30$	Abhängig vom betrachteten Grenzzustand $V_{iE} = 0,05$ für Eigenlast, im ULS ggf. $V_{iE} = 0$
Taerwe, L. 1993	$V_{iR} = 0,05 - 0,20$	Abhängig vom Grenzzustand; falls charakteristischer Wert 5 %-Quantil, Reduzierung möglich
Vrouwenvelder, T. 1987	$V_{iR} = 0,05 - 0,30^{1)}$ $V_{iE} = 0,05 - 0,20^{1)}$	Abhängig vom betrachteten Nachweis; $V_{iE} = 0,05$ für Eigenlast
1) Mittelwerte größer als 1,0 je nach betrachtetem Grenzzustand möglich		

Die Streubreite der Modellunsicherheiten weist auf eine Abhängigkeit von Material, Einwirkung, dem verwendeten Modell und des betrachteten Grenzzustandes hin. Wird plastisches Werkstoffverhalten unterstellt, so sind der Mittelwert und ggf. auch der Variationskoeffizient gegenüber elastischem Verhalten signifikant höher. Sinnvoll ist daher, unterschiedliche Teilsicherheitsbeiwerte in Abhängigkeit der betrachteten Bemessungssituation (Biegung, Querkraft, Normalkraft, etc.) festzuschreiben, wie es in amerikanischen Normen der Fall ist. Alternativ kann eine Anpassung auch durch eine entsprechende Definition der charakteristischen Werte erfolgen.

Auf der Widerstandsseite wird für die Modellunsicherheit eine Lognormalverteilung gewählt, um negative Werte auszuschließen. Auf der Einwirkungsseite kann auch eine Normalverteilung verwendet werden.

5.6 Zusammenfassung

In Abschnitt 5 wurden die wesentlichen Grundlagen der Lastmodellierung erläutert und die erforderlichen statistischen Kenngrößen für die zuverlässigkeitstheoretische Analyse im Stahlbetonbau behandelt. In Tab. 5.16 sind ausgewählte Ergebnisse kurz zusammengefasst. Weiterführende Informationen sind in der Literatur wie z. B. *Spaethe, G. 1992, Rackwitz, R. 1996, JCSS 2000* und *Hansen, M. 2004* sowie in den *CIB-Reports* der Arbeitsgruppe *W81* zu finden. Weiter sind die Modellunsicherheiten der Beanspruchungen angegeben.

Tab. 5.16: Zusammenstellung der statistischen Kenngrößen der Einwirkung

	Basisvariable	Verteilung	Statistische Kenngrößen		Bemerkung
			$m_{x,i}/X_{k,i}$	$v_{x,i}$	
Einwirkung	Konstruktionseigenlast [-]	N	1,00	0,06	Inkl. Ausbaulast
	Konstruktionseigenlast [-]	N	1,00	0,04	Stahlbetontragwerk
	Nutzlast Büro ²⁾ [kN/m ²]	GUM	2,54/2,21	0,37	(A ₀ = 20m ²) κ_{red} = 1,0
	Nutzlast Wohnen ²⁾ [kN/m ²]	GUM	1,85/1,62	0,28	(A ₀ = 20m ²) κ_{red} = 1,0
	Nutzlast Schulzimmer ²⁾ [kN/m ²]	GUM	3,63/3,30	0,20	(A ₀ = 100m ²) κ_{red} = 1,0
	Momentanwert der Nutzlast [kN/m ²]	Gamma	1,30/ -	0,24	nur kurzzeitiger Anteil
	Windlast ²⁾ [-]	GUM	1,07 ¹⁾	0,15	abh. v. div. Parameter
	Momentanwert der Windlast [-]	Gamma	0,16 ¹⁾	1,00	-
	Schneelast ²⁾ [-]	GUM	1,13 ¹⁾	0,25	abh. v. div. Parameter
Modellunsicherheit	Normalkraftbeanspruchung θ_N	N	1,00/1,00	0,05	-
	Biegemomentbeanspruchung θ_M	N	1,00/1,00	0,07	Stabtragwerke
	Biegemomentbeanspruchung θ_M	N	1,00/1,00	0,10	Flächentragwerke
	Querkraftbeanspruchung $\theta_{V,q}$	N	1,00/1,00	0,10	Stabtragwerke ³⁾
	Querkraftbeanspruchung $\theta_{V,Q}$	N	1,00/1,00	0,17	Stabtragwerke ⁴⁾
	Querkraftbeanspruchung $\theta_{V,q}$	N	1,00/1,00	0,10	Flächentragwerke ³⁾
1) Verhältniswert Mittelwert / charakteristischer Wert 2) Verteilung der maximalen Extremwerte für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren 3) Gleichstreckenbelastung 4) Einzellast (auflagernah)					

6 Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen im Bestand

6.1 Einführung

Die grundlegendste Anforderung an Bauwerke ist, dass sie standsicher sein müssen. Im Vergleich zu anderen technischen Belangen wird die Frage der Sicherheit von Bauwerken in der Öffentlichkeit in der Regel nicht wahrgenommen. Ausnahmen bilden aktuelle Schadensereignisse, die für kurze Zeit in den Blickpunkt rücken.

Der Begriff der Sicherheit beschreibt das Maß der Bewahrung oder des Erreichens eines vorgegebenen Zustandes. Im Bauwesen versteht man unter Sicherheit die qualitative Fähigkeit eines Tragwerkes, Einwirkungen jeglicher Art zu widerstehen (s. *DIN 1055-100 2001* und *DIN ISO 2394 1998*). Natürlich kann ein Tragwerk nicht allen möglichen Einwirkungen widerstehen, aber es muss gegen die meisten der Einwirkungen in einem ausreichenden Maß standsicher sein. Die Entscheidung, ob ein Bauwerk sicher oder unsicher ist, muss mit einem quantitativen Maß beschrieben werden. Dazu wird im Bauwesen der Begriff Zuverlässigkeit verwendet. Diese wird in den heute vorhandenen Bauvorschriften als Wahrscheinlichkeit wiedergegeben. Durch den Vergleich von Wahrscheinlichkeiten kann somit eine Aussage über die Sicherheit der Bauwerke angestellt werden. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist eine mathematische Methode zur Beschreibung zufälliger Ereignisse. Im Bauwesen basiert sie auf Häufigkeitsinformationen von Schadensfällen aus der Vergangenheit und erlaubt so Rückschlüsse auf die Wahrscheinlichkeit solcher Ereignisse. Den zufälligen Schadensereignissen werden so Wahrscheinlichkeiten für ihr Eintreten zugeordnet.

Die rechnerisch vorhandene Zuverlässigkeit wird anhand eines gewählten Berechnungsmodells ermittelt, das alle streuenden Einflussgrößen auf Widerstand- und Einwirkungsseite beinhaltet. Als Ergebnis der Untersuchung erhält man die Versagenswahrscheinlichkeit eines Bauteils bzw. Tragsystems. Neben den streuenden Materialgrößen und Einwirkungen wird die reale Tragwerkszuverlässigkeit signifikant von der Qualität der Planung und Ausführung bestimmt und somit von der Qualifizierung aller am Bau beteiligten Personen. Die Erfassung der Planungs- und Ausführungsqualität in probabilistischen Untersuchungen gestaltet sich generell schwierig und wird daher i. d. R. nicht vorgenommen. Somit stellt die rechnerisch ermittelte Versagenswahrscheinlichkeit nur eine operative Größe dar, da sich diese ausschließlich aus den Streuungen der Einwirkungen, des Materials und der Versagensmodelle ergibt. Die operative Versagenswahrscheinlichkeit dient daher als Entscheidungshilfe bei Beurteilung der Zuverlässigkeit und macht Tragwerke somit vergleichbar. Bei Bestandsbauwerken kann die Planungs- und Ausführungsqualität zumindest teilweise durch Sichtung von Planungsunterlagen sowie Bauwerksuntersuchungen und der Tatsache, dass das Bauwerk schon eine gewisse Standzeit aufweist, eingeschätzt werden. Informationen aus einer vorausgegangen Bestandsaufnahme - wie z. B. die Geometrie, Materialkennwerte oder die Größe der Eigenlast - können in den Zuverlässigkeitsanalysen berücksichtigt werden.

In diesem Abschnitt wird die rechnerisch vorhandene Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen unter Verwendung der derzeit gültigen Teilsicherheitsbeiwerte

analysiert. Dabei wird überprüft, ob bei Bestandsbauten aus Stahlbeton das definierte Zielzuverlässigkeitsniveau gemäß *DIN 1055-100 2001* erreicht wird. Hierbei wird allerdings die Durchführung einer Bestandsaufnahme vorausgesetzt, womit eine Einschränkung der Streuungen - vor allem der Widerstandsgrößen - vorgenommen werden kann.

6.2 Grundlage der Zuverlässigkeitsanalyse von Stahlbetonbauteilen

6.2.1 Allgemeines

Die in den aktuellen Normen verankerten Bemessungsverfahren haben den Anspruch, die Zuverlässigkeit von Bauwerken sicherzustellen. Im Stahlbetonbau bedient man sich des semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzepts, das auf probabilistischen Überlegungen beruht.

Die Versagenswahrscheinlichkeit P_F einer Konstruktion kann aus der Zuverlässigkeit Z dieser Struktur errechnet werden. Die Versagenswahrscheinlichkeit P_F einer Struktur lässt sich durch den Tragwiderstand und die Einwirkungsgrößen bestimmen. Diese beiden Einflussgrößen finden sich in der Beschreibung des Grenzzustandes wieder. Dieser Grenzzustand entscheidet zwischen Erfüllung und Nichterfüllung der Tragwerkssicherheit, die durch die Versagens- bzw. Überlebenswahrscheinlichkeit ausgedrückt werden kann. Zur Berechnung der repräsentativen Werte der Versagenswahrscheinlichkeit P_F sollte eine Vielzahl von Stichproben aus der Grundgesamtheit vorliegen. Dies ist bei Baukonstruktionen im Gegensatz zu Massenerzeugnissen - wo umfangreiche Stichproben möglich sind - problematisch. Ihr Ausfall ist ein seltenes Ereignis und daher ist die Versagenswahrscheinlichkeit sehr klein, wie in *Spaethe, G. 1992* zu entnehmen ist. Weiter handelt es sich bei jedem Bauwerk um ein Unikat, über das keine Versagensdaten für eine Schadensstatistik vorliegen. Bauwerke bestehen allerdings aus mehreren Komponenten, die durch deren Eigenschaften (Betondruckfestigkeit, Stahlzugfestigkeit etc.) charakterisiert werden. Diese Baustoffeigenschaften (Basisvariablen) besitzen aber Massencharakter und somit lassen sich natürliche Streuungen der Eigenschaften feststellen. Die Streuungen der mechanischen Eigenschaften und somit auch die mechanischen Eigenschaften der Bauwerkskomponenten hängen von physikalischen und statistischen Unsicherheiten sowie von den Modellunsicherheiten ab. Die Formulierung des Tragwiderstandes hat daher mindestens diese drei vorhandenen Unsicherheiten zu berücksichtigen. Somit streut die Größe „Tragwiderstand“ selbst und kann daher als Zufallsvariable angesehen werden. Eine Gegenüberstellung der beiden Zufallsvariablen Einwirkung und Tragwiderstand liefert die Versagenswahrscheinlichkeit, die mit diversen statistischen Methoden ermittelt werden kann.

Während der Planungsphase des Bauwerks wird die Tragfähigkeit der Konstruktion i. d. R. nicht zu 100 % ausgenutzt, was eine Steigerung der Zuverlässigkeit gegenüber dem geforderten Zielzuverlässigkeitsniveau darstellt, das dem Bemessungskonzept zugrunde liegt. Ein weiterer Aspekt ist, dass viele Festlegungen in den historischen Stahlbetonbaunormen auf die Gebrauchstauglichkeit der Bauteile zielen und somit im Grenzzustand der Tragfähigkeit Reserven zur Verfügung stehen.

Für die folgenden Analysen wird jedoch von einer vollständigen Ausnutzung des Bauteils ausgegangen, da die Standsicherheitsüberprüfungen im Bestand meistens aus Nutzungsänderungen resultieren und diese meistens mit einer Steigerung der direkten Einwirkungen einhergehen.

Die Zuverlässigkeit des untersuchten Bauteils errechnet sich mit der Kenntnis der statistischen Kenngrößen der eingehenden Basisvariablen unter Verwendung der Grenzzustandsfunktion. Die ermittelte Zuverlässigkeit des Bauteils sollte stets das geforderte Zielzuverlässigkeitsniveau gerade erreichen bzw. überschreiten (s. Abschnitt 3.10.4). Der anzustrebende Zielwert wird z. B. in *DIN 1055-100 2001* baustoff- und bauwerksübergreifend definiert. Da die Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen stark von der Streuung der zeitlich veränderlichen Einwirkung abhängt, muss ein sinnvoller Bezugszeitraum gewählt werden. Aufgrund der Erkenntnisse in Abschnitt 5 und im Zusammenhang mit der Definition der charakteristischen Werte der Einwirkungen in DIN 1055 wird ein einheitlicher Bezugszeitraum von 50 Jahren gewählt. Somit ist die Zielzuverlässigkeit für Neubauten in *DIN 1055-100 2001* zu $\beta_{\text{Ziel}} = 3,8$ definiert. Für Bestandsbauten kann in Anlehnung z. B. an *JCSS 2000* oder *JCSS 2001* ein geringeres Zuverlässigkeitsniveau gewählt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird für Bestandsbauten als unterstes Zielzuverlässigkeitsniveau $\beta_{\text{min}} = 3,2$ für duktilen Versagen angestrebt (s. Abschnitt 3.10.4). Bei sprödem Versagen wie z. B. bei unbewehrten Bauteilen oder querkraftbeanspruchten, nicht-querkraftbewehrten Bauteilen wird ein Zielzuverlässigkeitsniveau $\beta_{\text{min}} = 3,8$ anvisiert.

Alle nachfolgenden Berechnungen werden an Einzelbauteilen durchgeführt. Es wird hierbei unterstellt, dass ein Versagen des untersuchten Bauteils auf Querschnittsebene mit dem Versagen der Gesamtstruktur einhergeht. Diese Annahme liegt oft auf der sicheren Seite, da es bei Stahlbetontragwerken i. d. R. aufgrund ihrer hohen statischen Unbestimmtheit zu Lastumlagerungen kommt. Diese Fähigkeit führt dazu, dass Stahlbetonkonstruktionen oft eine höhere Zuverlässigkeit aufweisen, als ursprünglich unterstellt wurde. Zu bedenken ist weiter, dass das Umlagerungspotenzial stark von dem statischen System, den geometrischen Randbedingungen und somit individuell von der betrachtenden Konstruktion abhängt, sodass eine Quantifizierung der Zuverlässigkeitssteigerung infolge Umlagerung nicht möglich ist.

6.2.2 Durchführung der Zuverlässigkeitsanalyse

Die rechnerische Tragwerkszuverlässigkeit wird von vielen Einflussparametern gesteuert. Zur Bestimmung der Tragwerkszuverlässigkeit (siehe Abb. 6.1) ist die maßgebende Versagensart herauszufiltern. Zuvor müssen allerdings die Randbedingungen wie z. B. die verwendeten Materialien und die auftretenden Einwirkungen festgelegt werden. Für manche Bauwerkstypen kann sogar ein bestimmtes Lastverhältnis von ständiger und veränderlicher Einwirkung vorausgesetzt werden.

Zur Ermittlung des vorhandenen Zuverlässigkeitsniveaus der Bauweise ist eine ausreichende Anzahl von repräsentativen Bauteilen von Bestandsbauten auszuwählen. In einem nächsten Schritt ist die Grenzzustandsfunktion zu formulieren, die das tatsächliche Versagen möglichst exakt beschreibt und alle die Bauteilzuverlässigkeit beeinflussenden streuenden Größen berücksichtigt.

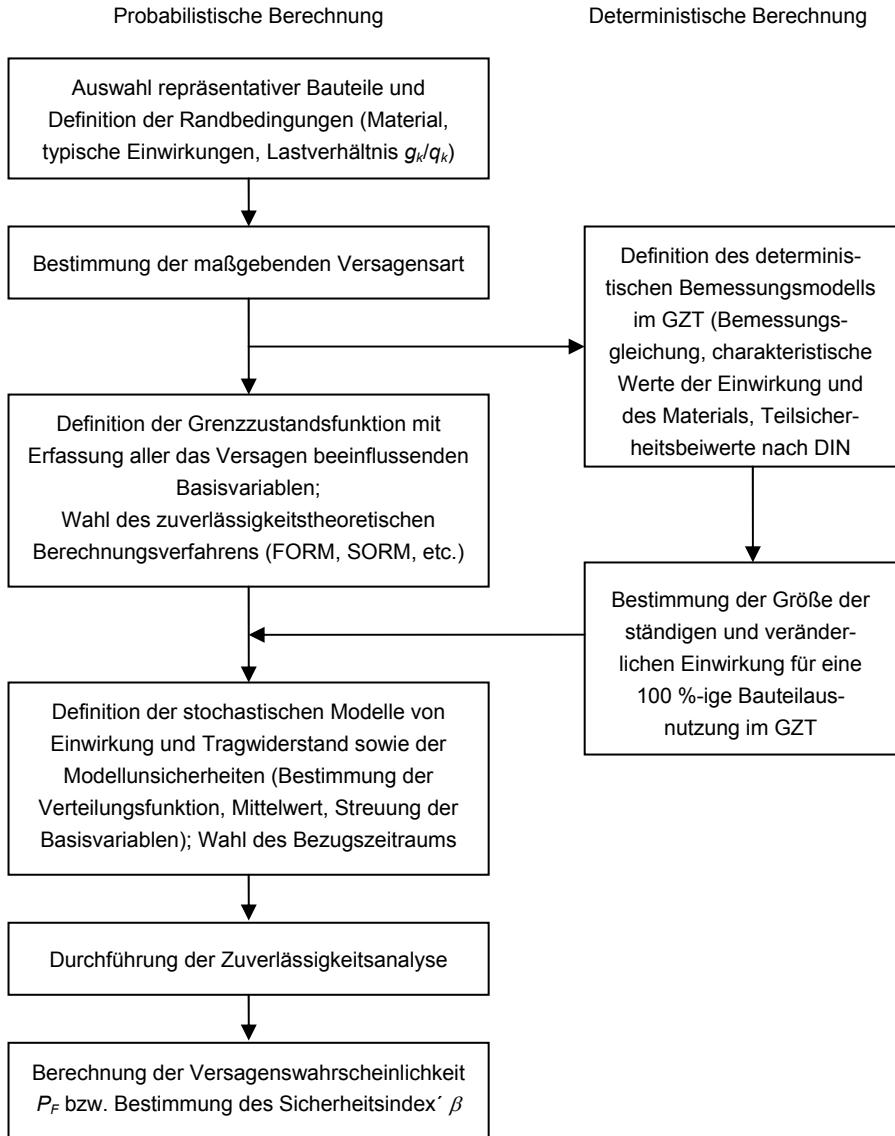


Abb. 6.1: Durchführung der Zuverlässigkeitsanalyse von Stahlbetonbauteilen

Die Basisvariablen benötigen ein gut kalibriertes stochastisches Modell, das alle vorhandenen Informationen beinhaltet und so die Realität möglichst wirklichkeitsnah abbildet. Dafür sind die vorhandenen Modellunsicherheiten des mechanischen Modells und des Beanspruchungsmodells zu beachten. Für alle streuenden Größen sind die statistischen Kenngrößen wie Verteilungsfunktion, Mittelwert und Streuung zu definieren. Die Quantifizierung von Mittelwert und Streuung erfolgt anhand der ermittelten Werte von Widerstand und Einwirkung in der deterministischen Berechnung. Hierzu ist das deterministische Bemessungsmodell im Grenzzustand der

Tragfähigkeit für das Versagenkriterium heranzuziehen. Angemerkt sei, dass die Grenzzustandsfunktion in der Regel komplizierter als die Bemessungsgleichung des deterministischen Modells ist, da normative Modelle oft Vereinfachungen und konservative Annahmen für die baupraktische Anwendung beinhalten. Der Widerstand und die Einwirkung müssen unter Verwendung der charakteristischen Werte der Materialien und Einwirkungen und den in *DIN 1055-100 2001* bzw. *DIN 1045-1 2008* niedergeschriebenen Teilsicherheitsbeiwerten für die gewählten geometrischen Größen gerade gleich groß sein. Die hieraus errechneten charakteristischen Werte der ständigen und veränderlichen Einwirkungen quantifizieren unter Berücksichtigung des gewählten Bezugszeitraums den Mittelwert und die Standardabweichung dieser Basisvariablen in der probabilistischen Berechnung. Nachdem alle Basisvariablen quantifiziert sind, kann die Zuverlässigkeitsanalyse mit dem gewählten Berechnungsverfahren erfolgen. Ergebnis der Zuverlässigkeitsbetrachtung ist die Ausweisung einer Versagenswahrscheinlichkeit des Bauteils für die betrachtete Versagensart. Zur besseren Veranschaulichung der Bauteilzuverlässigkeit erfolgt oft die Ausweisung eines Sicherheitsindex β . Abschließend muss eine Bewertung der Bauteilzuverlässigkeit im Hinblick auf das angestrebte Zielzuverlässigkeitsniveau erfolgen. Angemerkt sei, dass das probabilistische Modell weitestgehend unabhängig von dem deterministischen Bemessungsmodell entwickelt wird und somit auch Einflussgrößen beinhalten kann, die in dem deterministischen Versagensmodell keinen Eingang finden.

6.2.3 Definition typischer Bauteile für die Zuverlässigkeitsanalyse

Die rechnerische Tragwerkszuverlässigkeit wird überwiegend von den geometrischen Größen, den vorhandenen Einwirkungen sowie den Materialeigenschaften gesteuert. Aus den genannten Randbedingungen ergibt sich eine Vielzahl von theoretisch möglichen Bemessungssituationen, die zu untersuchen sind. In einer allgemeinen Zuverlässigkeitsanalyse werden daher typische Randbedingungen von Bestandsbauteilen festgesetzt - wie beispielsweise durch die Wahl des untersuchten Bewehrungsgrades. Hierdurch wird die Bewehrungsmenge mit den Querschnittsabmessungen verknüpft und es resultieren für Bauteile mit typischen Bewehrungsgraden auch plausible Bauteilabmessungen. Weiter kann durch eine geschickte Normierung von Geometrie, Betondruckfestigkeit und Stahlzugfestigkeit die Anzahl der durchzuführenden Zuverlässigkeitsanalysen reduziert werden.

Bei Betrachtung der Einwirkungen auf typische Stahlbetonhochbauten lässt sich eine Dominanz der ständigen Einwirkungen aus Bauteileigenlast und Ausbaulasten erkennen. Als veränderliche Einwirkungen auf Geschossbauten sind die vorhandenen Nutzlasten i. d. R. bemessungsbestimmend. Die Schneelast ist nur in Einzelfällen z. B. bei Stahlbetondächern für das Bauteilversagen maßgebend und ist daher genauso wie die Windlast meist von untergeordneter Bedeutung. Somit erfolgt die Zuverlässigkeitsanalyse überwiegend für ständige Lasten und Nutzlasten, wobei im normalen Hochbau (Wohn- und Bürogebäude) das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ vorherrschend ist. Auswirkungen auf die Bauteilzuverlässigkeit für den Fall vorherrschender Schnee- und Windlasten werden exemplarisch untersucht und mit den Zuverlässigkeiten bei Wirkung von Nutzlasten verglichen.

6.2.4 Deterministische Bemessungsgleichungen, Teilsicherheitsbeiwerte

Die baupraktische Bemessung von Stahlbetonbauteilen erfolgt anhand vereinfachter Modelle um den Berechnungsaufwand relativ gering zu halten und dem Tragwerksplaner die Möglichkeit einer Plausibilitätskontrolle zu ermöglichen. Dieses vereinfachte Vorgehen wird auch im Sicherheitskonzept weiter verfolgt. Obwohl mit zunehmender Anzahl an Teilsicherheitsbeiwerten gemäß *Spaethe, G. 1992* die Wirtschaftlichkeit steigt, steht dies jedoch im Widerspruch zu einer einfachen Handhabung. Weiter erhöht ein komplexes Sicherheitskonzept die Fehleranfälligkeit bei der Berechnung, wenn z. B. ein maßgebender Lastfall übersehen oder falsche Teilsicherheitsbeiwerte verwendet werden. Trotz der aufgeführten Vereinfachungen erscheint es umso wichtiger, die in die Bemessung eingehenden Größen sowie Randbedingungen präzise zu definieren.

Grundsätzlich sind Bestandsbauten mit den aktuell gültigen Normen auf ihre Standsicherheit nachzuweisen. Daher wird für die deterministische Betrachtung auf die Bemessungsgleichungen in der Stahlbetonnorm *DIN 1045-1 2008* zurückgegriffen. Die einzelnen Bemessungsgleichungen werden hier nicht weiter erläutert. Der überwiegende Anteil der Bauteile im normalen Hochbau ist biegebeansprucht. Aufgrund geringer Bewehrungsgrade bei Stahlbetonbauteilen im Bestand tritt somit häufig Biegezugversagen ein. Weiter ist in diesem Zusammenhang die Querkrafttragfähigkeit zu beurteilen, wobei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung besondere Aufmerksamkeit zu widmen ist. Ebenfalls wird das Durchstanzen von Platten analysiert, was einem räumlichen Querkraftversagen entspricht. Zu bedenken ist weiter, dass viele Wohn- und Bürogebäude Mauerwerksgebäude mit Stahlbetondecken sind. Vereinzelt treten in solchen Gebäuden Stützen und Wände auf, die zentrisch gedrückt sind und aufgrund ihrer geringen Schlankheit nach Theorie I. Ordnung nachgewiesen werden können.

Im semiprobabilistischen Teilsicherheitskonzept werden zur Beurteilung der Tragwerkssicherheit die Bemessungswerte von Einwirkung und Widerstand gegenübergestellt. Der Bemessungswert der Einwirkungen bestimmt sich für die verwendete ständige und vorübergehende Bemessungssituation (Grundkombination) nach *DIN 1055-100 2001* zu:

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{j \geq 2} \gamma_{Q,j} \cdot \psi_{0,j} \cdot Q_{k,j} \right\} \quad (6.1)$$

Weiter wird in *Anhang A* der *DIN 1055-100 2001* eine vereinfachte Grundkombination für Hochbauten angegeben:

$$E_d = \gamma_G \cdot E_{G,k} + \gamma_Q \cdot Q_{k,1} \quad (6.2)$$

Diese vereinfachte Grundkombination, in der die maßgebende veränderliche Einwirkung wie z. B. die Nutzlast eingeht, wird im Weiteren für die Zuverlässigkeitsstudien verwendet. Vor dem Hintergrund, dass sich Nutzlasten aus einem ständigen und einem kurzzeitigen Lastanteil - mit relativ geringer Auftretenswahrscheinlichkeit und kurzer Dauer - zusammensetzen und der Extremwert der Bemessungsnutzlast nur in seltenen Fällen erreicht wird, ist ein gleichzeitiges Auftreten über mehrere

Geschosse extrem unwahrscheinlich. Eine Zusammenfassung aller veränderlichen Einwirkungen für die Zuverlässigkeitsstudien an Stützen oder Wänden liegt somit weit auf der sicheren Seite, da in der Kombinationsgleichung (6.1) ein Kombinationswert $\psi_0 = 0,7$ für weitere Geschossnutzlasten zu unterstellen ist. Die Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkungen werden für Stahlbetonbauteile in Tab. 6.1 zusammengestellt.

Tab. 6.1: Teilsicherheitsbeiwerte für Einwirkungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Wirkung	Ständige Einwirkung γ_G	Veränderliche Einwirkung γ_Q
Günstige Auswirkung	1,00	0
Ungünstige Auswirkung	1,35	1,50

Weiter wird die Möglichkeit nach *DIN 1055-100 2001* wahrgenommen alle ständigen, unabhängigen Einwirkungen im Gebäude zu einer günstig bzw. ungünstig wirkenden Beanspruchung zusammenzufassen. Der Bemessungswert des Tragwiderstands errechnet sich bei linear-elastischer Schnittgrößenermittlung oder bei plastischen Berechnungen für Stahlbetonbauteile aus:

$$R_d = R \left\{ \frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_c}, \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \right\} \quad (6.3)$$

Dabei werden die Teilsicherheitsbeiwerte der Baustoffe aus Tab. 6.2 unterstellt.

Tab. 6.2: Verwendete Teilsicherheitsbeiwerte der Baustoffeigenschaften nach DIN 1045-1

Kombination	Unbewehrter Beton γ_c	Stahlbeton γ_c	Betonstahl γ_s
Grundkombination	1,80	1,50	1,15

6.3 Probabilistische Modellierung des Querschnittstragverhaltens

6.3.1 Allgemeines

Im vorliegenden Abschnitt werden die Grenzzustandsgleichungen zur Bestimmung der Bauteilzuverlässigkeit für die im Stahlbetonbau üblichen Versagensarten auf Querschnittsebene hergeleitet. Erfahrungsgemäß weisen Bauteile von Bestandsbauten Defizite auf der Widerstandsseite in Form von zu geringer vorhandener Bewehrung sowie ungenügender Materialfestigkeit bei Beton auf. So tritt bei biegebeanspruchten Bauteilen aufgrund des zu geringen Bewehrungsgehaltes der Biegezugbruch als häufige rechnerische Versagensursache ein. Durch Rissbildung geht das Bauteil vom Zustand I in den Zustand II über, sodass sich die Betonzugspannungen in den Bewehrungsstahl umlagern und von diesem aufgenommen werden müssen. Ein Versagen der Betondruckzone ist möglich, falls die Betondruckfestigkeit aufgrund der schlechten Verarbeitung oder der Betonrezeptur sehr gering ist. Allerdings tritt Biegedruckbruch in der Regel bei stark bewehrten Querschnitten ein, die bei älteren Stahlbetonbauteilen im Bestand eher eine Ausnahme darstellen und daher nicht weiter untersucht werden. Stabilitätsversagen von biegebeanspruchten Trägern kann aufgrund der geringen Schlankheiten der Bauteile des üblichen Hochbaus weitgehend ausgeschlossen werden.

In den deterministischen Gleichungen erfolgt die Bezeichnung der Variablen gemäß *DIN 1045-1 2008*. Grundsätzlich sind alle Variablenbezeichnungen zu Beginn der Arbeit erläutert. Hier werden die wichtigsten Abkürzungen zusammengestellt:

f_{ct} bzw. f_{ct}	mittlere Zug- bzw. Druckfestigkeit des Betons
f_y	mittlere Stahlzugfestigkeit
$\theta_{R,N}$	Modellunsicherheit der Normalkrafttragfähigkeit
$\theta_{R,V}$	Modellunsicherheit der Querkrafttragfähigkeit
$\theta_{R,M}$	Modellunsicherheit der Biegetragfähigkeit
$\theta_{E,N}$	Modellunsicherheit der Normalkrafteinwirkung
$\theta_{E,V}$	Modellunsicherheit der Querkraftbeanspruchung
$\theta_{E,M}$	Modellunsicherheit der Biegebeanspruchung
α	Dauerstandsfaktor mit $\alpha = 0,85$
b, h	Breite bzw. Höhe des Betonquerschnitts
x, ξ	Druckzonenhöhe bzw. bezogene Druckzonenhöhe
z, ζ	innerer Hebelarm bzw. bezogener innerer Hebelarm
N_G, N_Q, n_G, n_Q	ständige bzw. veränderliche Normalkraftbeanspruchung
M_G, M_Q	ständige bzw. veränderliche Momentenbeanspruchung
V_G, V_Q, v_G, v_Q	ständige bzw. veränderliche Querkraftbeanspruchung
A_c, A_{s1}, A_{s2}	Beton- bzw. Stahlquerschnittsfläche

Bei biegebeanspruchten Bauteilen muss neben dem Biegeversagen auch das Querkraftversagen betrachtet werden. Vielerorts ist in älteren Bauteilen keine oder nur unzureichende Querkraftbewehrung vorhanden. Oft wurden die Aufbiegungen

der Längsbewehrung an den Auflagern als Querkraftbewehrung angerechnet, oder die eingebaute Querkraftbewehrung besteht vollständig aus Schubzulagen. Für die drei Querkrafttragwiderstände werden die Grenzzustandsgleichungen in Anlehnung an die Versagensmodelle der *DIN 1045-1 2008* erarbeitet. Durchstanzen stellt eine Art räumliches Querkraftversagen bei Platten dar. Die Grenzzustandsgleichungen hierzu werden am Ende des Abschnitts hergeleitet.

Auch unbewehrte Bauteile sind desöfteren in Bestandsbauten anzutreffen. Die Herleitung der Grenzzustandsgleichungen unbewehrter Bauteile, die auf Biegung, Querkraft und zentrischen Druck beansprucht werden, ist ausführlich dokumentiert.

Anzumerken ist, dass alle Basisvariablen sowie empirisch ermittelte Vorfaktoren immer mit ihren Mittelwerten in den Grenzzustandsgleichungen zu berücksichtigen sind. In die normativen Bemessungsformeln hingegen gehen nur Quantilwerte ein um die geforderte Zielzuverlässigkeit zu erreichen oder sogar zu übertreffen.

6.3.2 Grenzzustandsgleichung für reine Zugbeanspruchung

Die Grenzzustandsgleichungen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit von rein auf Zug beanspruchten, symmetrisch bewehrten Stahlbetonbauteilen werden nachfolgend aufgezeigt.

Solange die Zugkrafttragfähigkeit $N_{cr,d}$ des Betons nicht überschritten ist, nimmt dieser die einwirkende zentrische Zugkraft komplett auf. Der Bewehrungsstahl ist noch nicht aktiviert.

$$N_{cr,d} = A_c \cdot f_{ctm} = b \cdot h \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} / \gamma_c \quad (6.4)$$

Die Grenzzustandsgleichung für die probabilistischen Untersuchungen stellt sich somit für die ständigen Längskrafteinwirkungen N_G und die veränderlichen Einwirkungen N_Q wie folgt dar:

$$Z_{\text{zentrischer Zug}} = \theta_{R,N} \cdot b \cdot h \cdot 0,3 \cdot f_{ct}^{2/3} - \theta_{E,N} (N_G + N_Q) \quad (6.5)$$

Wird die Betonzugfestigkeit im Betonquerschnitt A_C überschritten, fällt der Beton für zentrischen Zug komplett aus. Die äußeren Einwirkungen gehen dann komplett vom Beton- auf den Stahlquerschnitt A_{s1} und A_{s2} (symmetrisch bewehrt) über. Die Grenzzugkraft N_{Rd} ist erreicht bei:

$$N_{Rd} = (A_{s1} + A_{s2}) \cdot f_{yd} = (A_{s1} + A_{s2}) \cdot f_{yk} / \gamma_s \quad (6.6)$$

Die Grenzzustandsgleichung Z für die probabilistischen Untersuchungen wird mit der mittleren Stahlzugfestigkeit f_y angegeben:

$$Z_{\text{zentrischer Zug}} = \theta_{R,N} \cdot (A_{s1} + A_{s2}) \cdot f_y - \theta_{E,N} (N_G + N_Q) \quad (6.7)$$

6.3.3 Grenzzustandsgleichung für eine zentrische Druckkraft

Der Grenzzustand der Tragfähigkeit unbewehrter Betonbauteile für eine zentrische Druckbelastung infolge N_G und N_Q kann der Gleichung (6.8) entnommen werden.

$$N_{Rd} = A_c \cdot f_{cd} = A_c \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c - (\gamma_G \cdot N_G + \gamma_Q \cdot N_Q) = N_{Ed} \quad (6.8)$$

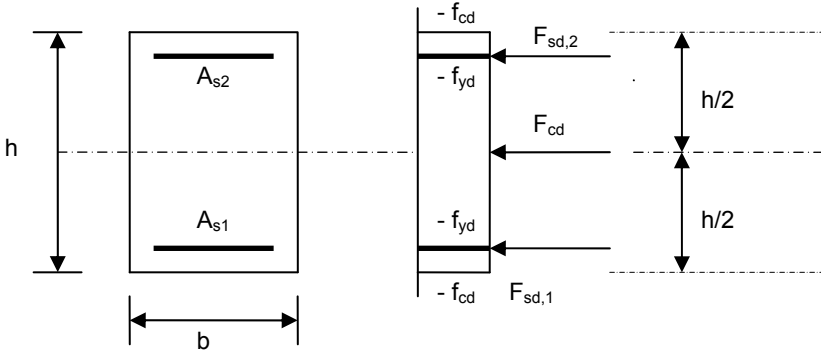


Abb. 6.2: Rechteckquerschnitt unter Druckbeanspruchung

Die Grenzzustandsgleichung Z für die probabilistischen Untersuchungen stellt sich mit dem Dauerstandsfaktor α und der mittleren Betondruckfestigkeit f_c wie folgt dar:

$$Z_{\text{zentrischer Druck}} = \theta_{R,N} \cdot b \cdot h \cdot \alpha \cdot f_c - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \quad (6.9)$$

Bei bewehrten Betonbauteilen muss der Traganteil der Bewehrung zusätzlich berücksichtigt werden:

$$N_{Rd} = A_c \cdot f_{cd} + (A_{s1} + A_{s2}) \sigma_{sd} \quad (6.10)$$

Die Grenzzustandsgleichung für die probabilistischen Untersuchungen wird mit der mittleren Stahlzugfestigkeit f_y sowie der mittleren Betondruckfestigkeit f_c angegeben:

$$Z_{\text{zentrischer Druck}} = \theta_{R,N} \cdot (b \cdot h \cdot \alpha \cdot f_c + (A_{s1} + A_{s2}) \cdot f_y) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \quad (6.11)$$

Bei Formulierung von Gleichung (6.11) in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrades stellt sich die aufnehmbare Druckkraft des Querschnitts wie folgt dar:

$$Z_{\text{zentrischer Druck}} = \theta_{R,N} \cdot b \cdot h \cdot (\alpha \cdot f_c + \rho_l \cdot f_y) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \quad (6.12)$$

mit ρ_l Längsbewehrungsgrad des Druckgliedes $\rho_l = \frac{A_{s1} + A_{s2}}{b \cdot h} = \frac{A_{s,tot}}{b \cdot h}$

6.3.4 Grenzzustandsgleichung für reine Biegebeanspruchung

6.3.4.1 Unbewehrter Rechteckquerschnitt

Die Herleitung der probabilistischen Grenzzustandsgleichung für reine Biegebeanspruchung bei unbewehrten Bauteilen ist hier aufgezeigt. Das einwirkende Moment entspricht gerade dem Bruchmoment des Querschnitts:

$$M_{Rd} = M_{cr} = M_{Ed} \quad (6.13)$$

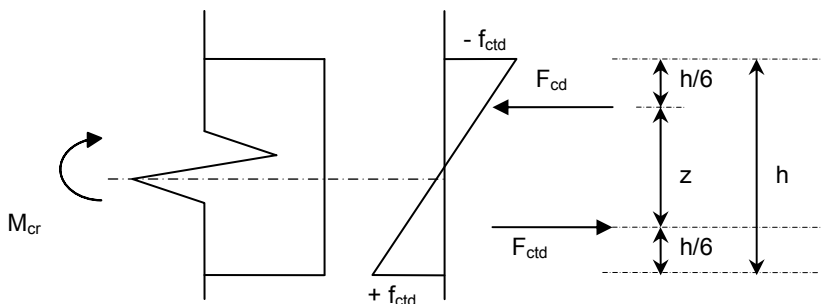


Abb. 6.3: Unbewehrter Rechteckquerschnitt unter einachsiger Biegung

Biegebeanspruchte Bauteile sind, mit Ausnahme unbewehrter Fundamente, seit Einführung der *DIN 1045-1 2001* grundsätzlich immer mit einer Mindestbewehrung zu versehen. Da bei älteren Bestandsbauten neben Fundamenten auch andere unbewehrte Biegebauteile vorkommen können, werden hierzu ebenfalls Zuverlässigkeitsuntersuchungen angestellt. Bei der Ermittlung des Rissmomentes M_{cr} ist nicht die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} sondern der Bemessungswert f_{ctd} zu verwenden:

$$f_{ctd} = f_{ctk;0,05m} / \gamma_c \quad \text{mit } \gamma_c = 1,8 \text{ für unbewehrten Beton} \quad (6.14)$$

Zur Ermittlung des Bruchmomentes M_{cr} muss die Betonzug- bzw. Betondruckkraft definiert werden. Die Betonzugkraft F_{ctd} folgt mit dem 5 %-Quantil der Betonzugfestigkeit $f_{ctk;0,05}$ zu:

$$F_{ctd} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2} \cdot b \cdot f_{ctd} = \frac{h}{4} \cdot b \cdot \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c} \quad (6.15)$$

Die Bestimmung des inneren Hebelarms z ergibt:

$$z = h - \frac{h}{3} = \frac{2}{3}h \quad (6.16)$$

Das Bruchmoment M_{cr} bestimmt sich somit zu:

$$M_{cr} = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c} \quad (6.17)$$

Die probabilistische Grenzzustandsgleichung für Biegung bei unbewehrten Rechteckquerschnitten stellt sich unter Verwendung der mittleren Betonzugfestigkeit f_{ct} dar zu:

$$Z_{\text{Biegung}} = \theta_{R,M} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot f_{ct} - \theta_{E,M} (M_G + M_Q) \quad (6.18)$$

6.3.4.2 Einfach bewehrter Rechteckquerschnitt

Die Grenzzustandsgleichung für reine Biegebeanspruchung zur probabilistischen Untersuchung von Bauteilen wird nachfolgend hergeleitet. Hierfür wird das einwirkende Moment M_{Ed} dem Bauteilwiderstand M_{Rd} gegenübergestellt:

$$M_{Rd} = M_{Ed} \quad (6.19)$$

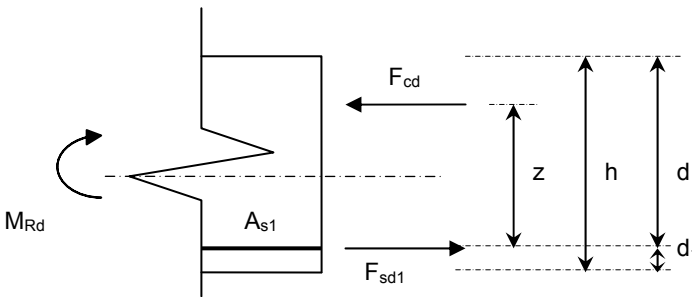


Abb. 6.4: Einfach bewehrter Rechteckquerschnitt unter einachsiger Biegung

Zur Ermittlung des Bruchmomentes M_{Rd} müssen die Stahlzug- sowie die Betondruckkraft definiert werden. Die Betondruckkraft F_{cd} folgt mit der bezogenen Druckzonenhöhe ξ und dem Völligkeitsbeiwert α_R zu:

$$F_{cd} = b \cdot x \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (6.20)$$

$$\xi = \frac{x}{d} \quad (6.21)$$

$$F_{cd} = b \cdot \xi \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (6.22)$$

Die Stahlzugkraft F_{sd1} bestimmt sich mit der Zugbewehrung A_{s1} und der Stahlspannung σ_{s1} zu:

$$F_{sd1} = A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \quad (6.23)$$

Es wird unterstellt, dass der Stahl den Bemessungswert der Streckgrenze f_{yd} erreicht:

$$F_{sd1} = A_{s1} \cdot f_{yd} \quad (6.24)$$

Der innere Hebelarm z folgt aus der statischen Nutzhöhe d abzüglich der Lage der Betondruckkraft a bzw. mit dem Höhenbeiwert k_a :

$$z = d - a = d - k_a \cdot \xi \cdot d = d \cdot (1 - k_a \cdot \xi) \quad (6.25)$$

Die Betondruckkraft F_{cd} muss mit der Stahlzugkraft F_{sd1} im Gleichgewicht stehen ($\Sigma N = 0$):

$$F_{sd1} = F_{cd} \quad (6.26)$$

$$F_{cd} = b \cdot \xi \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c = A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s = F_{sd1} \quad (6.27)$$

Das Auflösen der Gleichung nach der bezogenen Druckzonenhöhe ξ ergibt somit:

$$\xi = \frac{A_{S1} \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \quad (6.28)$$

Einsetzen von ξ in die Gleichung des Bruchmomentes M_{Rd} liefert:

$$M_{Rd} = F_{sd1} \cdot z = F_{sd1} \cdot d \cdot (1 - k_a \cdot \xi) \quad (6.29)$$

Durch Umformung folgt:

$$M_{Rd} = F_{sd1} \cdot d \cdot (1 - k_a \cdot \xi) = A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s \cdot d \cdot \left(1 - k_a \cdot \frac{A_{S1} \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \right) \quad (6.30)$$
$$M_{Rd} = A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s \cdot d \cdot \left(1 - \frac{k_a}{\alpha_R} \cdot \frac{A_{S1} \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \right)$$

Die probabilistische Formulierung der Grenzzustandsgleichung für die Biegetragfähigkeit auf Grundlage der Gleichgewichtsbeziehungen am Querschnitt im gerissenen Zustand ergibt sich zu:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \cdot A_{S1} \cdot f_y \cdot d \cdot \left(1 - k \cdot \frac{A_{S1} \cdot f_y}{b \cdot d \cdot \alpha \cdot f_c} \right) - \theta_{E,M} \cdot (M_G + M_Q) = 0 \quad (6.31)$$

mit $k = \frac{k_a}{\alpha_R}$

Die Ermittlung der Grenzzustandsgleichung für reine Biegung auf Grundlage des Parabel-Rechteck-Diagramms gestaltet sich aufgrund der beiden veränderlichen Parameter k_a und α_R als schwierig, da diese von der Dehnungsverteilung im Querschnitt abhängen (s. Abschnitt 4.4).

Für die zahlreich durchzuführenden Parameterstudien ist diese Gleichung aufgrund des variablen Faktors k nur begrenzt brauchbar und die Formulierung der Grenzzustandsgleichung für Biegezugversagen erfolgt daher vereinfacht mithilfe des Spannungsblocks (vgl. Abschnitt 4.4). Die Grenzzustandsgleichung wird nachfolgend hergeleitet:

Die Betondruckkraft F_{cd} folgt mit der bezogenen Druckzonenhöhe ξ nach Gl. (6.21) und dem Völligkeitsbeiwert $k = 0,8$ sowie der Beiwert der Betonfestigkeitsklasse $\chi = 0,95$ zu:

$$F_{cd} = b \cdot k \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (6.32)$$

$$F_{cd} = b \cdot k \cdot \xi \cdot d \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (6.33)$$

Die Stahlzugkraft F_{sd1} errechnet sich nach Gleichung (6.23) bzw. (6.24). Die Bestimmung des inneren Hebelarms z liefert hier:

$$z = d - a = d - \frac{x}{2} \cdot k = d - \frac{k}{2} \cdot \xi \cdot d = d \cdot \left(1 - \frac{k}{2} \cdot \xi\right) = d \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) \quad (6.34)$$

Die Betondruckkraft steht nach Gleichung (6.26) mit der Stahlzugkraft im Gleichgewicht:

$$F_{cd} = b \cdot k \cdot \xi \cdot d \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c = A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s = F_{sd1} \quad (6.35)$$

Das Auflösen der Gleichung (6.35) nach der bezogenen Druckzonenhöhe ξ ergibt:

$$\xi = \frac{A_{S1} \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot k \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} = \frac{A_{S1} \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot 0,34 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \quad (6.36)$$

Einsetzen der Druckzonenhöhe ξ in die Gleichung des Bruchmoments liefert:

$$M_{Rd} = F_{sd1} \cdot z = F_{sd1} \cdot d \cdot \left(1 - \frac{k}{2} \cdot \xi\right) \quad (6.37)$$

Daraus folgt:

$$M_{Rd} = F_{sd1} \cdot d \cdot \left(1 - \frac{k}{2} \cdot \xi\right) = A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s \cdot d \cdot \left(1 - \frac{k}{2} \cdot \frac{A_{S1} \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot k \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s}\right) \quad (6.38)$$

$$M_{Rd} = A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s \cdot d \cdot \left(1 - \frac{A_{S1} \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{2 \cdot b \cdot d \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s}\right)$$

Die probabilistische Grenzzustandsgleichung für die Biegetragfähigkeit auf Grundlage der Gleichgewichtsbeziehungen am Querschnitt im gerissenen Zustand formuliert sich zu:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \cdot A_{S1} \cdot f_y \cdot d \cdot \left(1 - \frac{A_{S1} \cdot f_y}{2 \cdot b \cdot d \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_c}\right) - \theta_{E,M} (M_G + M_Q) \quad (6.39)$$

6.3.4.3 Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung

Für Bauteile mit vorhandener Druckbewehrung muss die Grenzzustandsgleichung (6.39) um den Traganteil der Druckbewehrung F_{sd2} erweitert werden.

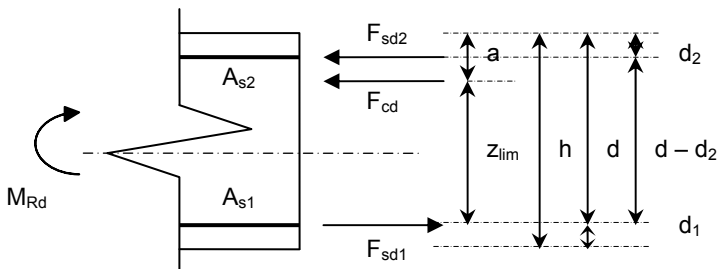


Abb. 6.5: Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung unter reiner Biegung

Die Betondruckkraft F_{cd} bestimmt sich wieder nach Gleichung (6.22) und die Stahlzugkräfte F_{sd1} und F_{sd2} ergeben sich allgemein zu:

$$F_{sd1} = A_{S1} \cdot \sigma_{S1} \quad (6.40)$$

$$F_{sd2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} \quad (6.41)$$

Es wird unterstellt, dass die untere Stahllage F_{sd1} ihre Streckgrenze erreicht (Gleichung (6.24)), was bei der oberen Stahllage F_{sd2} nicht unbedingt erfolgen muss:

$$F_{sd2} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} \quad \text{mit } \sigma_{S2} \leq f_{yd} \quad (6.42)$$

Die Betondruckkraft muss mit den Stahlkräften im Gleichgewicht stehen ($\Sigma N = 0$):

$$F_{sd1} = F_{cd} + F_{sd2} \quad (6.43)$$

$$F_{cd} = b \cdot \xi \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c = A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s - A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / \gamma_s = F_{sd1} - F_{sd2} \quad (6.44)$$

Auflösen der Gleichung nach ξ :

$$\xi = \frac{(A_{S1} - A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / f_{yk}) \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \quad (6.45)$$

Einsetzen in das Momentengleichgewicht um die untere Stahllage mit dem inneren Hebelarm z nach Gleichung (6.25) ergibt:

$$M_{Rd} = F_{sd2} \cdot (d - d_2) + F_{cd} \cdot (d - a) = F_{sd2} \cdot (d - d_2) + F_{cd} \cdot d \cdot (1 - k_a \cdot \xi) \quad (6.46)$$

$$M_{Rd} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) + b \cdot \xi \cdot d^2 \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (1 - k_a \cdot \xi) =$$

$$M_{Rd} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) + b \cdot d^2 \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (\xi - k_a \cdot \xi^2) =$$

$$M_{Rd} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) + b \cdot d^2 \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot$$

$$\left(\frac{(A_{S1} - A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / f_{yk}) \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} - k_a \cdot \left(\frac{(A_{S1} - A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / f_{yk}) \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \right)^2 \right)$$

$$M_{Rd} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) + \frac{d \cdot (A_{S1} - A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / f_{yk}) \cdot f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$- k_a \cdot \left(\frac{\left(A_{S1}^2 \cdot f_{yk}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / f_{yk} + (A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / f_{yk})^2 \right) \cdot f_{yk}^2 \cdot \gamma_c}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s^2} \right)$$

$$M_{Rd} = A_{S2} \cdot \sigma_{S2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) +$$

$$\left(\frac{d \cdot (A_{S1} \cdot f_{yk} - A_{S2} \cdot \sigma_{S2})}{\gamma_s} + k_a \cdot \left(\frac{\left(A_{S1}^2 \cdot f_{yk}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot \sigma_{S2} \cdot f_{yk} + (A_{S2} \cdot \sigma_{S2})^2 \right) \cdot \gamma_c}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s^2} \right) \right) \quad (6.47)$$

Die allgemeine probabilistische Formulierung der Grenzzustandsgleichung für die Biegetragfähigkeit auf Grundlage der Gleichgewichtsbeziehungen am druckbewehrten Querschnitt im gerissenen Zustand resultiert zu:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \cdot \left(\frac{A_{S2} \cdot \sigma_{sm2} \cdot (d - d_2) + d \cdot (A_{S1} \cdot f_y - A_{S2} \cdot \sigma_{sm2}) - k_a \cdot \frac{A_{S1}^2 \cdot f_y^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot \sigma_{sm2} \cdot f_y + (A_{S2} \cdot \sigma_{sm2})^2}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_c}}{\gamma_s} \right) - \theta_{E,M} (M_G + M_Q) \quad (6.48)$$

Schwach bewehrte Bauteile mit Druckbewehrung treten i.d.R nur selten auf, und werden im Rahmen der Arbeit nicht weiter verfolgt. Gleichung (6.48) beinhaltet die mittlere Stahlspannung der Druckbewehrung. Diese kann ersetzt werden, indem man die Stahlspannung σ_{s2} aus Formel (6.44) ermittelt. Setzt man diese Spannung in die Bruchmomentgleichung (6.47) ein, ohne den Parameter ξ zu eliminieren, folgt:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= A_{S2} \cdot \sigma_{s2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) + b \cdot d^2 \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (\xi - k_a \cdot \xi^2) = \\ &= A_{S2} / \gamma_s \cdot \left(\frac{A_{S1} \cdot f_{yk}}{A_{S2}} - \frac{b \cdot \xi \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s}{\gamma_c \cdot A_{S2}} \right) \cdot (d - d_2) + \\ &\quad + b \cdot d^2 \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (\xi - k_a \cdot \xi^2) \\ M_{Rd} &= A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s \cdot (d - d_2) + b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (d_2 \cdot \xi - d \cdot k_a \cdot \xi^2) \end{aligned} \quad (6.49)$$

Aus wirtschaftlichen Gründen (Ausnutzung der Streckgrenze der Bewehrung) wird die Druckzone im Bauteil nach *DIN 1045-1 2008* bei statisch bestimmten Bauteilen mit vollständiger Umschürung der Biegedruckzone auf $\xi_{lim} = 0,617$ begrenzt. Bei dieser Druckzonenhöhe wird gerade noch die Streckgrenze des Stahls erreicht und die Gleichung (6.49) für das Bruchmoment schreibt sich zu:

$$M_{Rd} = A_{S1} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot (d - d_2) + b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot (d_2 \cdot \xi_{lim} - d \cdot k_a \cdot \xi_{lim}^2) \quad (6.50)$$

Die Grenzzustandsgleichung nach Formel (6.50) lautet dann:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \left(A_{S1} \cdot f_y \cdot (d - d_2) + b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_c \cdot (d_2 \cdot \xi_{lim} - d \cdot k_a \cdot \xi_{lim}^2) \right) - \theta_{E,M} (M_G + M_Q) \quad (6.51)$$

Wird in Gleichung (6.47) unterstellt, dass die Stahlspannung der Druckbewehrung ebenfalls die Streckgrenze erreicht, vereinfacht sich diese zu:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= A_{S2} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot (d - d_2) + \left(\frac{d \cdot f_{yk} \cdot (A_{S1} - A_{S2}) - k_a \cdot \gamma_c \cdot \left(\frac{A_{S1}^2 \cdot f_{yk}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot f_{yk}^2 + (A_{S2} \cdot f_{yk})^2}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s^2} \right)}{\gamma_s} \right) = \\ &= \frac{A_{S2} \cdot f_{yk}}{\gamma_s} \cdot (d - d_2) + (A_{S1} - A_{S2}) \cdot \frac{f_{yk} \cdot d}{\gamma_s} \cdot \left(1 - k_a \cdot \frac{(A_{S1} - A_{S2}) \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s^2} \right) \end{aligned} \quad (6.52)$$

Die Grenzzustandsgleichung für gleichzeitiges Fließen von Zug- und Druckbewehrung stellt sich mithilfe von Gleichung (6.52) dar zu:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \left(A_{S2} \cdot f_y \cdot (d - d_2) + (A_{S1} - A_{S2}) \cdot f_y \cdot d \cdot \left(1 - k_a \cdot \frac{(A_{S1} - A_{S2}) \cdot f_y}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_c} \right) \right) - \theta_{E,M} (M_G + M_Q) \quad (6.53)$$

Zur Vereinfachung der Grenzzustandsgleichungen (6.48), (6.51) und (6.53) werden diese auch unter Zugrundelegung des Spannungsblockes nachfolgend angegeben:

Das Bruchmoment für den druckbewehrten Querschnitt unter reiner Biegebeanspruchung beträgt:

$$M_{Rd} = A_{S2} \cdot \sigma_{s2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) + \left(\frac{d \cdot (A_{S1} \cdot f_{yk} - A_{S2} \cdot \sigma_{s2})}{\gamma_s} - \frac{(A_{S1}^2 \cdot f_{yk}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot \sigma_{s2} \cdot f_{yk} + (A_{S2} \cdot \sigma_{s2})^2) \cdot \gamma_c}{2 \cdot b \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s^2} \right) \quad (6.54)$$

Im Allgemeinen folgt die probabilistische Grenzzustandsgleichung zu:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \cdot \left(\frac{A_{S2} \cdot \sigma_{sm2} \cdot (d - d_2) + d \cdot (A_{S1} \cdot f_y - A_{S2} \cdot \sigma_{sm2})}{\frac{A_{S1}^2 \cdot f_y^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot \sigma_{sm2} \cdot f_y + (A_{S2} \cdot \sigma_{sm2})^2}{2 \cdot b \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_c}} \right) - \theta_{E,M} (M_G + M_Q) \quad (6.55)$$

Durch Eliminierung der Stahlspannung σ_{s2} ergibt sich das Bruchmoment zu:

$$M_{Rd} = A_{S1} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot (d - d_2) + b \cdot d \cdot k \cdot \chi \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot (d_2 \cdot \xi - d \cdot k / 2 \cdot \xi^2) \quad (6.56)$$

Mit der Begrenzung der Druckzonenhöhe resultiert die Grenzzustandsfunktion zu:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \left(A_{S1} \cdot f_y \cdot (d - d_2) + b \cdot d \cdot k \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_c \cdot (d_2 \cdot \xi_{lim} - d \cdot \frac{k}{2} \cdot \xi_{lim}^2) \right) - \theta_{E,M} (M_G + M_Q) \quad (6.57)$$

Erreicht die Druckbewehrung schließlich auch die Streckgrenze, dann ergibt sich die probabilistische Grenzzustandsgleichung gemäß:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \left(A_{S2} \cdot f_y \cdot (d - d_2) + (A_{S1} - A_{S2}) \cdot f_y \cdot d \cdot \left(1 - \frac{(A_{S1} - A_{S2}) \cdot f_y}{2 \cdot b \cdot \chi \cdot \alpha \cdot f_c} \right) \right) - \theta_{E,M} (M_G + M_Q) \quad (6.58)$$

6.3.4.4 Überprüfung der Versagensart Biegezugbruch

Alle in den vorangestellten Abschnitten ermittelten Grenzzustandsgleichungen für reine Biegung von bewehrten Stahlbetonbauteilen unterstellen Biegezugversagen. Diese Versagensart ist bei schwach bewehrten Stahlbetonbauteilen sehr wahrscheinlich, muss aber überprüft werden. Gleiches gilt auch für die Grenzzustandsfunktionen von Stahlbetonbauteilen, die unter Biegung mit Längskrafteinfluss stehen (s. Abschnitt 6.3.5). Die Überprüfung der Versagensart kann auf zwei Arten erfolgen. Zum einen kann eine deterministische Herangehensweise unter Verwendung des allgemeinen Bemessungsdiagramms zur Bestimmung der Betonstahldehnung und zum anderen die probabilistische Überprüfung der aufgestellten Grenzzustandsgleichung erfolgen.

Als einfaches Mittel bietet sich für Rechteckquerschnitte, die durch reine Biegung oder Biegung mit Längskraft beansprucht werden, das allgemeine Bemessungsdiagramm an (*DAfStb Heft 425 1992*). Die Besonderheit, dass alle Parameter in dimensionsloser Form angegeben sind, macht es für alle Stahlgüten sowie Betonfestigkeitsklassen anwendbar. Weiter gilt das Diagramm für beliebige Spannungsdehnungslinien und für beliebige Teilsicherheitsbeiwerte für Beton $\gamma_{c,mod}$ und Betonstahl $\gamma_{s,mod}$. Somit kann für den praxiserprobten Ingenieur ein einfaches Hilfsmittel zur Überprüfung der Versagensart empfohlen werden. Aus dem Kräfte- und Momentengleichgewicht, das dem allgemeinen Bemessungsdiagramm (Abb. 6.6) zugrunde liegt, ergibt sich der erforderliche Bewehrungsquerschnitt zu:

$$A_{s1} = \frac{1}{\sigma_{s1}} \left[\frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed} \right] \quad (6.59)$$

Zur Bemessung von rechteckigen Stahlbetonquerschnitten genügt das Ablesen des bezogenen Hebelarms der inneren Kräfte $\zeta = z/d$.

Da bei Bestandsbauten die vorhandene Bewehrung i. d. R. bekannt ist, kann die Gleichung (6.59) nach σ_{s1} aufgelöst werden:

$$\sigma_{s1} \triangleq \sigma_{s1,d} = \frac{1}{A_{s1}} \left[\frac{M_{Eds}}{\zeta \cdot d} + N_{Ed} \right] \leq \frac{f_{yk}}{\gamma_{s,mod}} \quad (6.60)$$

Als Eingangsgrößen für das allgemeine Bemessungsdiagramm wird das auf die Schwerachse bezogene Moment M_{Eds} analog der Gleichung (6.71) in dimensionsloser Form benötigt:

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad \text{mit } f_{cd} = \frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_{c,mod}} \quad (6.61)$$

Analog kann auch die auftretende Normalkraft für den Fall, dass Biegung mit Normalkraft auftritt, dimensionslos geschrieben werden:

$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot d \cdot f_{cd}} \quad \text{mit } f_{cd} = \frac{\alpha \cdot f_{ck}}{\gamma_{c,mod}} \quad (6.62)$$

Aus dem allgemeinen Bemessungsdiagramm kann die Stahldehnung ε_{s1} sowie der bezogene Hebelarm der inneren Kräfte ζ abgelesen werden. Anhand der Stahldehnung kann beurteilt werden, ob die Bewehrung im Querschnitt fließt.

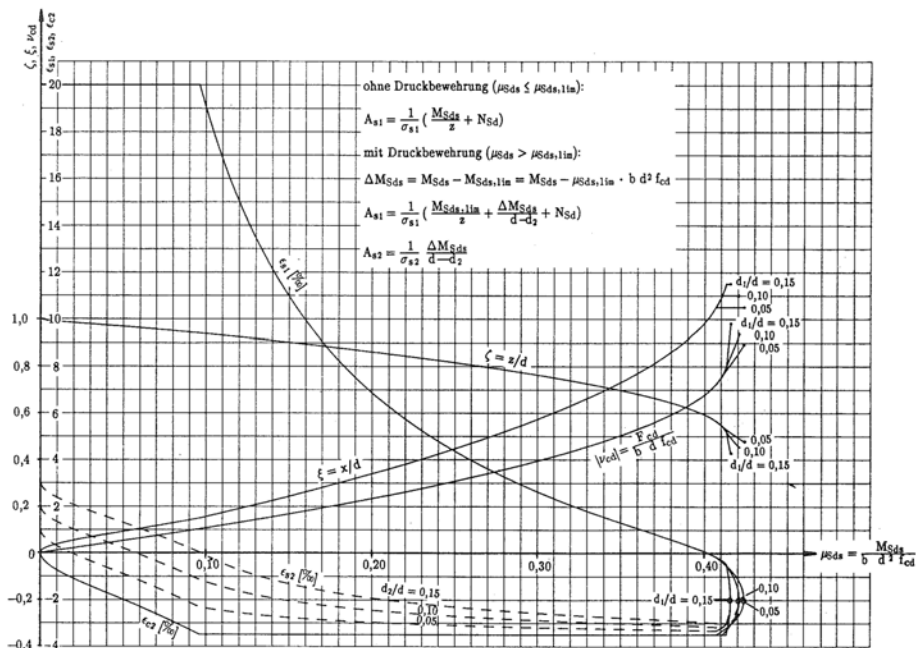


Abb. 6.6: Allgemeines Bemessungsdiagramm für Rechteckquerschnitte nach DAfStb Heft 425 1992

Die Bestimmung der charakteristischen Fließdehnung erfolgt nach Gleichung (6.63). Zu beachten ist, dass in der alten DIN 1045 das E-Modul mit $E_s = 210.000 \text{ N/mm}^2$ festgelegt war und nach DIN 1045-1 2008 $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$ unterstellt wird.

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s1,k} = f_{y,k} / E_s \quad \text{z. B. für BSt 500: } \varepsilon_{s1,k} = 500/200.000 = 2,5\text{‰} \quad (6.63)$$

Somit kann Fließen der Bewehrung unterstellt werden, wenn z. B. eine charakteristische Stahldehnung ε_s bei einem BSt 420 von 2,0 ‰ bzw. BSt 500 von 2,5 ‰ vorliegt. Die obere Dehnungsbegrenzung nach DIN 1045-1 beträgt 25 ‰ und nach altem Normenstand für die Zeit nach 1972 5 ‰. Gemäß DBV-Merkblatt 2008 kann die höhere rechnerische Bruchdehnung von 25 ‰ auch fast ausnahmslos für alle älteren Stähle angewendet werden, da diese ein ausgeprägtes Fließplateau aufweisen. Die Stahlspannung im bestehenden Bauteil lässt sich somit bestimmen zu:

$$\sigma_{s1} \triangleq \sigma_{s1,d} = \frac{\varepsilon_{s1,k} \cdot E_s}{\gamma_{s,mod}} = \frac{1}{A_{s1}} \left[\frac{M_{Eds}}{\zeta \cdot d} + N_{Ed} \right] \leq \frac{f_{yk}}{\gamma_{s,mod}} \quad (6.64)$$

Mithilfe der bezogenen Größen folgt die Beziehung (6.64) zu:

$$\frac{b \cdot d \cdot \alpha \cdot f_{ck}}{A_{s1} \cdot \gamma_{c,mod}} \cdot \left[\frac{\mu_{Eds}}{\zeta} + v_{Ed} \right] \leq \frac{f_{yk}}{\gamma_{s,mod}}; \quad \left[\frac{\mu_{Eds}}{\zeta} + v_{Ed} \right] \leq \frac{A_{s1} \cdot f_{yk} \cdot \gamma_{c,mod}}{b \cdot d \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_{s,mod}} = \omega^* \quad (6.65)$$

Mit der angegebenen Beziehung lässt sich nun für jede Betonstahlsorte die charakteristische Stahldehnung bzw. –spannung zur Überprüfung ob Biegezugversagen eintritt, feststellen.

6.3.4.5 Überprüfung des Versagens zentrisch gedrückter Bauteile

Für Rechteckquerschnitte mit Druckbewehrung ($\mu_{Eds} > \mu_{Eds,lim}$) kann die Vorgehensweise unter Zuhilfenahme von *DAfStb Heft 425 1992* analog erfolgen.

Die probabilistische Überprüfung der unterstellten Versagensart erfolgt über die aufgestellte Grenzzustandsgleichung. Ergebnis einer probabilistischen Bemessung sind die Sensitivitätsfaktoren α_i und der Zuverlässigkeitsindex β . Mithilfe dieser beiden Werte können die Bemessungswerte der Basisvariablen und deren Teilsicherheitsbeiwerte bestimmt werden (s. Abschnitt 3.11.3).

Setzt man nun die Bemessungswerte oder die charakteristischen Werte sowie deren Teilsicherheitsbeiwerte in die Grenzzustandsfunktion ein, so müssen Einwirkungs- und Widerstandsseite gleich groß sein, d. h. die Grenzzustandsgleichung muss annähernd null werden. Nachfolgend soll dies anhand eines einfachen Beispiels einer zentrisch gedrückten Stahlbetonstütze erläutert werden:

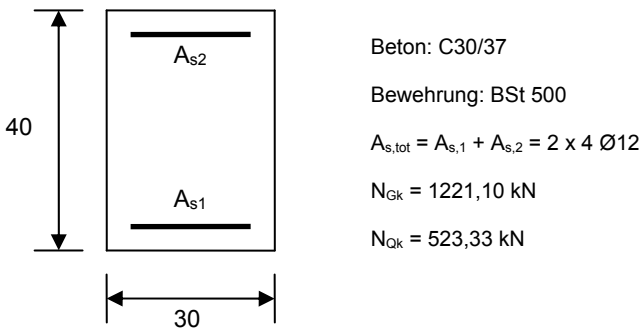


Abb. 6.7: Zentrisch gedrückter, symmetrisch bewehrter Rechteckquerschnitt

Die deterministische Querschnittsbemessung nach DIN 1045-1 (Querschnitt zu 100 % ausgenutzt) folgt zu:

$$\begin{aligned}
 N_{Rd} &\geq N_{Ed} \\
 N_{Rd} &= b \cdot h \cdot \alpha_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + A_{s,tot} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s}; \quad N_{Ed} = \gamma_G \cdot N_{G,k} + \gamma_Q \cdot N_{Q,k} \\
 N_{Ed} &= 1,35 \cdot 1221,1 + 1,50 \cdot 522,3 = 2433,5 \\
 N_{Rd} &= 30 \cdot 40 \cdot 0,85 \cdot \frac{3,0}{1,50} + 9,05 \cdot \frac{50}{1,15} = 2433,5 \text{ kN} \geq N_{Ed}
 \end{aligned}
 \tag{6.66}$$

Der probabilistische Berechnungsansatz (Grenzzustandsgleichung) wird zur Überprüfung des Spannungsversagens benötigt:

$$g(\theta_{R,N}, b, h, f_c, A_s, f_y, \theta_{E,N}, N_G, N_Q) = \theta_{R,N} \cdot b \cdot h \cdot 0,85 \cdot f_c + A_s \cdot f_y - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) = 0
 \tag{6.67}$$

Der Sicherheitsindex $\beta = 5,993$ und die Sensitivitätsfaktoren α_i bestimmen sich unter Verwendung des Rechenprogramms COMREL (RCP 2004) mit den statistischen Kenngrößen der Basisvariablen gemäß Tab. 6.3.

Tab. 6.3: Stochastische Modellierung der Basisvariablen

Basisvariable	Verteilung	m_x	v_x	Sensitivitätsfaktoren α_i	Bemessungswerte X_d
Breite b [cm]	konstant	30	-	0	30
Höhe h [cm]	konstant	40	-	0	40
Bewehrung $A_{s,tot}$ [cm ²]	konstant	9,05	-	0	9,05
Beton f_c [kN/cm ²]	lognormal	3,8	13 %	-0,51	2,538
Stahl f_y [kN/cm ²]	lognormal	55	6 %	-0,04	54,03
Modell R $\theta_{R,N}$ [-]	lognormal	1,1	10 %	-0,47	0,828
Modell E $\theta_{E,N}$ [-]	lognormal	1,0	5 %	+0,23	1,072
Ständige Last N_G [kN]	normal	1221,1	10 %	+0,24	1396,85
Veränderliche Last N_Q [kN]	Gumbel	256,5	40 %	+0,64	982,12

Die Bemessungswerte X_d errechnen sich mit $\beta = 5,993$ und den nachfolgenden Gleichungen zu (s. Abschnitt 3.11.3):

Widerstandsseite: $X_d = m_x - \alpha_i \cdot \beta \cdot \sigma$ bei Normalverteilung

$X_d = m_x \cdot \exp\left(-\alpha_i \cdot \beta \cdot v_x - 0,5 \cdot v_x^2\right)$ bei Lognormalverteilung

Einwirkungsseite: $X_d = m_x - \alpha_i \cdot \beta \cdot \sigma$ bei Normalverteilung

$X_d = u - \frac{1}{a} \cdot \ln\left(-\ln\left(\Phi(-\alpha_i \cdot \beta)\right)\right)$ bei Gumbelverteilung

Tab. 6.4: Berechnung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte γ_{mod} für die gewählten statistischen Kenngrößen der Basisvariablen auf Basis der Bemessungswerte

Basisvariable	Bemessungswert X_d	Charakteristischer Wert X_k	Teilsicherheitsbeiwert γ_{mod}
Breite b [cm]	30	30	1,00
Höhe h [cm]	40	40	1,00
Bewehrung $A_{s,tot}$ [cm ²]	9,05	9,05	1,00
Beton f_c [kN/cm ²]	2,538	3,8	1,497
Stahl f_y [kN/cm ²]	54,03	55,0	1,018
Modell R $\theta_{R,N}$ [-]	0,828	1,1	1,328
Modell E $\theta_{E,N}$ [-]	1,072	1,0	1,072
Ständige Last N_G [kN]	1396,85	1221,10	1,144
Veränderliche Last N_Q [kN]	982,12	522,33	1,880

Einsetzen der Bemessungswerte aus Tab. 6.4 in die Grenzzustandsgleichung ergibt:

$$g(\theta_{R,N}, b, h, f_c, A_s, f_y, \theta_{E,N}, N_G, N_Q) = 0,828 \cdot (30 \cdot 40 \cdot 0,85 \cdot 2,538 + 9,05 \cdot 54,03) - 1,072 \cdot (1396,85 + 982,12) = 2549 - 2550 \approx 0 \quad (6.68)$$

Alternativ kann die Überprüfung mithilfe der charakteristischen Werte in Verbindung mit den errechneten Teilsicherheitsbeiwerten gemäß Tab. 6.4 erfolgen: Bei konstant angenommenen Basisvariablen ergeben sich konsequenterweise Teilsicherheitsbeiwerte von jeweils 1,0. Die Teilsicherheitsbeiwerte der streuenden Basisvariablen folgen analog den Gleichungen (3.172) und (3.173) für die unterstellte Verteilungsfunktion. Einsetzen der Werte aus Tab. 6.4 in die Grenzzustandsgleichung ergibt:

$$\begin{aligned} g(\theta_{R,N}, b, h, f_{ck}, A_s, f_{yk}, \theta_{E,N}, N_{GK}, N_{QK}) &= \frac{\theta_{R,N}}{\gamma_R} \cdot \left(b \cdot h \cdot 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_{fc}} + A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_{fy}} \right) \\ &\quad - \gamma_E \cdot \theta_{E,N} \cdot (\gamma_G \cdot N_{GK} + \gamma_Q \cdot N_{QK}) = \\ &= \frac{1,10}{1,328} \cdot \left(b \cdot h \cdot 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,497} + A_s \cdot \frac{f_{yk}}{1,018} \right) \\ &\quad - 1,072 \cdot 1,0 \cdot (1,144 \cdot N_{GK} + 1,880 \cdot N_{QK}) = \quad (6.69) \\ &= b \cdot h \cdot 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{1,81} + A_s \cdot \frac{f_{yk}}{1,23} - 1,23 \cdot N_{GK} + 2,02 \cdot N_{QK} = \\ &= 30 \cdot 40 \cdot 0,85 \cdot \frac{3,8}{1,81} + 9,05 \cdot \frac{55}{1,23} - 1,23 \cdot 1221,1 + 2,02 \cdot 522,33 = \\ &= 2559,7 - 2557,0 \approx 0 \end{aligned}$$

Die Gleichung (6.69) ist derart aufbereitet, dass die Teilsicherheitsfaktoren mit denen der DIN 1055-100 bzw. DIN 1045-1 verglichen werden können.

Auf Einwirkungsseite wird deutlich, dass in der Bemessungsnorm der Sicherheitsbeiwert der ständigen Last zu hoch und der, der veränderlichen Last zu niedrig gewählt wurde. Auf Widerstandsseite muss berücksichtigt werden, dass für die Festigkeiten die Mittelwerte unterstellt wurden und keine 5 %-Quantilwerte. Bezieht man die Teilsicherheitsbeiwerte nun auf die Quantilwerte, so ergeben sich für $\gamma_{c,mod} = 1,42$ und für $\gamma_{s,mod} = 1,12$. Hier kann die Vermutung geäußert werden, dass in DIN 1045-1 die Sicherheitsbeiwerte für Beton und für Betonstahl für übliche Materialstreuungen etwas zu groß angesetzt wurden.

6.3.5 Grenzzustandsgleichung für Biegung mit Längskraft

6.3.5.1 Einfach bewehrter Rechteckquerschnitt

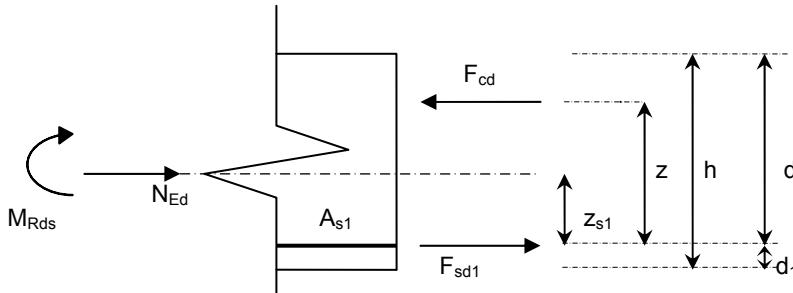


Abb. 6.8: Einfach bewehrter Rechteckquerschnitt unter einachsiger Biegung mit Längskraft

Aus dem Gleichgewicht am System nach Abb. 6.8 folgt:

$$M_{Rds} \stackrel{!}{=} M_{Eds} \quad (6.70)$$

$$M_{Eds} = M_{Ed} - N_{Ed} \cdot z_{s1} \quad (6.71)$$

$$z_{s1} = \frac{h}{2} - d_1 = \frac{d + d_1}{2} - d_1 = \frac{d - d_1}{2} \quad (6.72)$$

Die Betondruckkraft F_{cd} berechnet sich wieder aus Gleichung (6.22) und die Stahlzugkraft F_{sd1} ermittelt sich, für den unterstellten Fall, dass der Stahl seine Streckgrenze erreicht, mit Gleichung (6.24).

Die Betondruckkraft muss mit der Stahlzugkraft und der äußeren Einwirkung im Gleichgewicht stehen ($\sum N = 0$):

$$F_{sd1} + N_{Ed} = F_{cd} \quad \text{mit } N_{Ed} \text{ als Druckkraft positiv!} \quad (6.73)$$

$$F_{cd} = b \cdot \xi \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c = A_{s1} \cdot f_{yk} / \gamma_s + N_{Ed} = F_{sd1} + N_{Ed} \quad (6.74)$$

Das Auflösen der Gleichung nach der bezogenen Druckzonenhöhe ξ führt zu:

$$\xi = \frac{A_{s1} \cdot f_{yk} / \gamma_s + N_{Ed}}{b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c} \quad (6.75)$$

Wird das Momentengleichgewicht um den Angriffspunkt der Stahlzugkraft gebildet, dann bestimmt sich das Bruchmoment mit dem Hebelarm z nach Gleichung (6.25) zu:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= F_{cd} \cdot z - N_{Ed} \cdot z_{s1} = (F_{sd1} + N_{Ed}) \cdot z - N_{Ed} \cdot z_{s1} = \\ &= F_{sd1} \cdot z + N_{Ed} \cdot (z - z_{s1}) \end{aligned} \quad (6.76)$$

Mit $z_{s1} = d - h / 2$ und $z = d \cdot (1 - k_a \cdot \xi)$ kann geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 M_{Rd} &= F_{sd1} \cdot z + N_{Ed} \cdot (z - z_{s1}) \\
 &= F_{sd1} \cdot d \cdot (1 - k_a \cdot \xi) + N_{Ed} \cdot [d \cdot (1 - k_a \cdot \xi) - (d - h / 2)] \\
 &= (F_{sd1} + N_{Ed}) \cdot d \cdot (1 - k_a \cdot \xi) + N_{Ed} (h / 2 - d) \\
 &= (A_{s1} \cdot f_{yk} / \gamma_s + N_{Ed}) \cdot \left[d - k_a \cdot \frac{A_{s1} \cdot f_{yk} / \gamma_s + N_{Ed}}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c} \right] + N_{Ed} \left(\frac{d_1 - d}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{6.77}$$

Die probabilistische Formulierung der Grenzzustandsgleichung für die Biegetragfähigkeit auf Grundlage der Gleichgewichtsbeziehungen am Querschnitt im gerissenen Zustand stellt sich dar zu:

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{Biegezug}} &= \theta_{R,M} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\left(A_{s1} \cdot f_y + \theta_{E,N} (N_G + N_Q) \right) \cdot \left[d - k \cdot \frac{A_{s1} \cdot f_y + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q)}{b \cdot \alpha \cdot f_c} \right] \\ &+ \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \left(\frac{d_1 - d}{2} \right) \end{aligned} \right\} \\
 &\quad - \theta_{E,M} \cdot (M_G + M_Q) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \frac{d - d_1}{2} \\
 \text{mit } k &= \frac{k_a}{\alpha_R}
 \end{aligned} \tag{6.78}$$

Problematisch ist hier der gemischte Term aus Widerstandsgrößen und Einwirkung. Somit ist keine strikte Trennung in Widerstands- und Einwirkungsseite vorhanden. Weiter erhält man ein Produkt aus den Modellunsicherheiten des Widerstands und der Einwirkung. Diese Tatsache macht eine Rückrechnung der Teilsicherheitsbeiwerte für die einwirkende Normalkraft komplizierter.

Vereinfachend kann auch hier der Spannungsblock unterstellt werden. Somit ergibt sich die probabilistische Grenzzustandsfunktion zu:

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{Biegezug}} &= \theta_{R,M} \cdot \left\{ \begin{aligned} &\left(A_{s1} \cdot f_y + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \right) \cdot \left[d - \frac{A_{s1} \cdot f_y + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q)}{2 \cdot b \cdot \kappa \cdot \alpha \cdot f_c} \right] \\ &+ \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \left(\frac{d_1 - d}{2} \right) \end{aligned} \right\} \\
 &\quad - \theta_{E,M} \cdot (M_G + M_Q) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \frac{d - d_1}{2}
 \end{aligned} \tag{6.79}$$

Grundsätzlich können die in diesem und dem nachfolgenden Abschnitt hergeleiteten Grenzzustandsfunktionen zur Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten verwendet werden. Dies muss im Hinblick auf unterschiedliche Dehnungsebenen im Querschnitt für jedes Verhältnis von Moment zu Normalkraft erfolgen. Erschwerend kommt hinzu, dass gleiche Dehnungsverteilungen für unterschiedliche Kombinationen von gleichzeitig wirkender Normalkraft und Moment möglich sind.

6.3.5.2 Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung

Die Grenzzustandsgleichung für den Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung unter Biegung und Längskraft wird nachfolgend entwickelt.

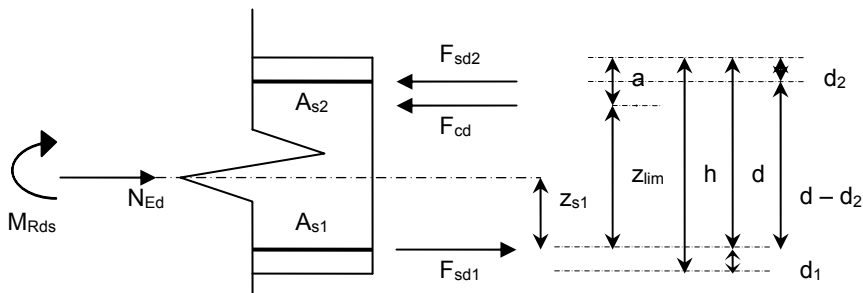


Abb. 6.9: Rechteckquerschnitt mit Druckbewehrung unter einachsiger Biegung mit Längskraft

Die Herleitung der Gleichung erfolgt zuerst wieder in allgemeiner Form.

Aus dem Systemgleichgewicht folgt:

$$M_{Rds} = M_{Eds} \quad (6.80)$$

Die Betondruckkraft F_{cd} berechnet sich wieder nach Gleichung (6.22) und die Stahlzugkraft F_{sd1} ermittelt sich, für den unterstellten Fall, dass der Stahl seine Streckgrenze erreicht, mit Gleichung (6.24). Die untere Stahllage muss gemäß Gleichung (6.42) die Streckgrenze nicht zwingend erreichen.

Die Betondruckkraft muss mit den Stahlkräften und den äußeren Kräften im Gleichgewicht stehen ($\sum N = 0$):

$$F_{sd1} = F_{cd} + F_{sd2} - N_{Ed} \quad \text{mit } N_{Ed} \text{ als Druckkraft positiv!} \quad (6.81)$$

$$F_{cd} = b \cdot \xi \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = A_{S1} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} - A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{\gamma_s} + N_{Ed} = F_{sd1} - F_{sd2} + N_{Ed} \quad (6.82)$$

Auflösen der Gleichung nach ξ :

$$\xi = \frac{(A_{S1} - A_{S2} \cdot \sigma_{s2} / f_{yk} + N_{Ed}) \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \quad (6.83)$$

Einsetzen aller Variablen in das Momentengleichgewicht um die untere Stahllage mit dem inneren Hebelarm z nach Gleichung (6.25) liefert:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= F_{sd2} \cdot (d - d_2) + F_{cd} \cdot (d - a) - N_{Ed} \cdot z_{s1} = \\ &= F_{sd2} \cdot (d - d_2) + F_{cd} \cdot d \cdot (1 - k_a \cdot \xi) - N_{Ed} \cdot \frac{(d - d_1)}{2} \end{aligned} \quad (6.84)$$

Damit folgt weiter:

$$\begin{aligned}
 M_{Rd} &= A_{S2} \cdot \sigma_{s2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + b \cdot d^2 \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (\xi - k_a \cdot \xi^2) = \\
 M_{Rd} &= A_{S2} \cdot \sigma_{s2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + b \cdot d^2 \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot \\
 &\quad \left(\frac{\left(A_{S1} - A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{f_{yk}} + N_{Ed} \right) \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} - k_a \cdot \left(\frac{\left(A_{S1} - A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{f_{yk}} + N_{Ed} \right) \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \right)^2 \right) \\
 M_{Rd} &= A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{\gamma_s} \cdot (d - d_2) - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + d \cdot \left(A_{S1} - A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{f_{yk}} + N_{Ed} \right) \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} - k_a \cdot f_{yk}^2 \cdot \gamma_c \\
 &\quad \left(\frac{\left(A_{S1}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{f_{yk}} + 2 \cdot A_{S1}^2 \cdot N_{Ed} - 2 \cdot A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{f_{yk}} \cdot N_{Ed} + \left(A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{f_{yk}} \right)^2 + N_{Ed}^2 \right)}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s^2} \right)
 \end{aligned} \tag{6.85}$$

Die allgemeine probabilistische Grenzzustandsgleichung für die Biegetragfähigkeit auf Grundlage der Gleichgewichtsbeziehungen am druckbewehrten Querschnitt im gerissenen Zustand formuliert sich zu:

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{Biegezug}} &= \theta_{R,M} \cdot \left(\begin{aligned} & A_{S2} \cdot \sigma_{sm2} \cdot (d - d_2) - \frac{\theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q)}{2} \cdot (d - d_1) \\ & + d \cdot \left((A_{S1} - A_{S2}) \cdot \frac{\sigma_{sm2}}{f_y} + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \right) \cdot f_y \\ & \frac{k_a \cdot f_y^2}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_k} \cdot \left(\begin{aligned} & A_{S1}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{sm2}}{f_y} + 2 \cdot A_{S1}^2 \cdot \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \\ & - 2 \cdot A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{sm2}}{f_y} \cdot \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) + \left(A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{sm2}}{f_y} \right)^2 \\ & + (\theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q))^2 \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \\
 &\quad - \theta_{E,M} \cdot (M_G + M_Q) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \frac{d - d_1}{2}
 \end{aligned} \tag{6.86}$$

Die Gleichung (6.86) beinhaltet die mittlere Stahlspannung σ_{sm2} der Druckbewehrung. Diese kann eliminiert werden, in dem man die Stahlspannung σ_{s2} aus

Formel (6.82) ermittelt. Setzt man diese Spannung in die Bruchmomentengleichung (6.85) ein, ergibt sich ohne den Parameter ξ zu eliminieren:

$$\begin{aligned}
 M_{Rd} &= A_{S2} \cdot \sigma_{s2} / \gamma_s \cdot (d - d_2) - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + b \cdot d^2 \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (\xi - k_a \cdot \xi^2) \\
 M_{Rd} &= A_{S2} / \gamma_s \cdot \left(\frac{A_{S1} \cdot f_{yk}}{A_{S2}} + \frac{N_{Ed} \cdot \gamma_s}{A_{S2}} - \frac{b \cdot \xi \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s}{\gamma_c \cdot A_{S2}} \right) \cdot (d - d_2) \\
 &\quad - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + b \cdot d^2 \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (\xi - k_a \cdot \xi^2) \quad (6.87) \\
 M_{Rd} &= \left(A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s + N_{Ed} - b \cdot \xi \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \cdot (d - d_2) - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + \\
 &\quad + b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (d \cdot \xi - d \cdot k_a \cdot \xi^2)
 \end{aligned}$$

Um die Streckgrenze der Bewehrung auszunutzen, wird die Druckzone im Bauteil nach *DIN 1045-1 2008* auf $\xi_{lim} = 0,617$ begrenzt und die Gleichung (6.85) resultiert zu:

$$\begin{aligned}
 M_{Rd} &= \left(A_{S1} \cdot f_{yk} / \gamma_s + N_{Ed} - b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \cdot (d - d_2) - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + \\
 &\quad + b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_c \cdot (d \cdot \xi_{lim} - d \cdot k_a \cdot \xi_{lim}^2) \quad (6.88)
 \end{aligned}$$

Die Grenzzustandsgleichung formuliert sich auf Grundlage der Formel (6.88) zu:

$$\begin{aligned}
 Z_{Biegezug} &= \theta_{R,M} \left(\frac{\left(A_{S1} \cdot f_y + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) - b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_c \right) \cdot (d - d_2) - \right. \\
 &\quad \left. \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + b \cdot d \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_c \cdot (d \cdot \xi_{lim} - d \cdot k_a \cdot \xi_{lim}^2) \right) \\
 &\quad - \theta_{E,M} \cdot (M_G + M_Q) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \frac{d - d_1}{2} \quad (6.89)
 \end{aligned}$$

Wird in Gleichung (6.85) unterstellt, dass die Stahlspannung der Druckbewehrung ebenfalls die Streckgrenze erreicht, vereinfacht sich diese nochmals zu:

$$\begin{aligned}
 M_{Rd} &= A_{S2} \cdot f_{yk} / \gamma_s \cdot (d - d_2) - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + d \cdot (A_{S1} - A_{S2} + N_{Ed}) \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} - k_a \cdot \\
 &\quad \left(\frac{A_{S1}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} + 2 \cdot A_{S1} \cdot N_{Ed} - 2 \cdot A_{S2} \cdot A_{S2} + A_{S2}^2 + N_{Ed}^2}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s^2} \right) \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c \quad (6.90)
 \end{aligned}$$

Die Grenzzustandsgleichung für probabilistische Analysen stellt sich anhand Gleichung (6.90) dar zu:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \cdot \left(\begin{array}{l} A_{S2} \cdot f_y \cdot (d - d_2) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + \\ d \cdot (A_{S1} - A_{S2} + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q)) \cdot f_y \\ - k_a \cdot \frac{f_y^2}{b \cdot \alpha_R \cdot \alpha \cdot f_c} \cdot \left(A_{S1}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} + 2 \cdot A_{S1}^2 \cdot \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \right) \\ - 2 \cdot A_{S2} + A_{S2}^2 + \theta_{E,N}^2 \cdot (N_G + N_Q)^2 \end{array} \right) - \theta_{E,M} \cdot (M_G + M_Q) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \frac{d - d_1}{2} \quad (6.91)$$

Zur Vereinfachung der Gleichungen (6.86), (6.89) und (6.91) werden diese auch unter Zugrundelegung des Spannungsblockes nachfolgend hergeleitet.

Das Bruchmoment für den druckbewehrten Querschnitt unter Biegebeanspruchung mit Normalkraft beträgt allgemein:

$$M_{Rd} = A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{\gamma_s} \cdot (d - d_2) - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + d \cdot (A_{S1} - A_{S2} \cdot \sigma_{s2} / f_{yk} + N_{Ed}) \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} - \frac{k}{2} \cdot \frac{f_{yk}^2 \cdot \gamma_c}{b \cdot k \cdot \kappa \cdot \alpha \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s^2} \cdot \left(\begin{array}{l} A_{S1}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{f_{yk}} + 2 \cdot A_{S1}^2 \cdot N_{Ed} \\ - 2 \cdot A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{f_{yk}} \cdot N_{Ed} + \left(A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{s2}}{f_{yk}} \right)^2 + N_{Ed}^2 \end{array} \right) \quad (6.92)$$

Die allgemeine probabilistische Grenzzustandsgleichung resultiert aus Gleichung (6.92) zu:

$$Z_{\text{Biegezug}} = \theta_{R,M} \cdot \left(\begin{array}{l} A_{S2} \cdot \sigma_{sm2} \cdot (d - d_2) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) \\ + d \cdot \left((A_{S1} - A_{S2}) \cdot \frac{\sigma_{sm2}}{f_y} + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \right) \cdot f_y \\ - \frac{f_y^2}{2 \cdot b \cdot \kappa \cdot \alpha \cdot f_k} \cdot \left(\begin{array}{l} A_{S1}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{sm2}}{f_y} + 2 \cdot A_{S1}^2 \cdot \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \\ - 2 \cdot A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{sm2}}{f_y} \cdot \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) + \left(A_{S2} \cdot \frac{\sigma_{sm2}}{f_y} \right)^2 \\ + \theta_{E,N}^2 \cdot (N_G + N_Q)^2 \end{array} \right) \\ - \theta_{E,M} \cdot (M_G + M_Q) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \frac{d - d_1}{2} \end{array} \right) \quad (6.93)$$

Durch Elimination der Stahlspannung σ_{s2} ergibt sich das Bruchmoment zu:

$$M_{Rd} = \left(A_{S1} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} + N_{Ed} - b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot k \cdot \kappa \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \right) \cdot (d - d_2) - N_{Ed} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + b \cdot d \cdot k \cdot \kappa \cdot \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot \left(d \cdot \xi_{lim} - d \cdot \frac{k}{2} \cdot \xi_{lim}^2 \right) \quad (6.94)$$

Durch Begrenzung der Druckzonenhöhe auf ξ_{lim} ergibt sich die Grenzzustandsfunktion für das Bruchmoment:

$$Z_{Biegezug} = \theta_{R,M} \left(\left(A_{S1} \cdot f_y + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) - b \cdot \xi_{lim} \cdot d \cdot k \cdot \kappa \cdot \alpha \cdot f_c \right) \cdot (d - d_2) - \theta_E \cdot N_{sm} \cdot \left(\frac{d - d_1}{2} \right) + b \cdot d \cdot k \cdot \kappa \cdot \alpha \cdot f_c \cdot \left(d \cdot \xi_{lim} - d \cdot \frac{k}{2} \cdot \xi_{lim}^2 \right) - \theta_{E,M} \cdot (M_G + M_Q) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \frac{d - d_1}{2} \right) \quad (6.95)$$

Erreicht die Druckbewehrung schließlich auch die Streckgrenze, folgt die Grenzzustandsgleichung zu:

$$Z_{Biegezug} = \theta_{R,M} \cdot \left(\left(A_{S2} \cdot f_y \cdot (d - d_2) - \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \left(\frac{d - d_2}{2} \right) + d \cdot \left(A_{S1} - A_{S2} + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \right) \cdot f_y - \frac{f_y^2}{2 \cdot b \cdot k \cdot \alpha \cdot f_c} \cdot \left(A_{S1}^2 - 2 \cdot A_{S1} \cdot A_{S2} + 2 \cdot A_{S1}^2 \cdot \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \right) \right) \cdot \left(-2 \cdot A_{S2} + A_{S2}^2 + \theta_{E,N}^2 \cdot (N_G + N_Q)^2 \right) - \theta_{E,M} \cdot (M_G + M_Q) + \theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q) \cdot \frac{d - d_1}{2} \right) \quad (6.96)$$

6.3.6 Querkraftversagen unbewehrter Bauteile

6.3.6.1 Allgemeines

Bei Bestandsbauten treten vereinzelt unbewehrte Bauteile auf, die neben Druck und Biegung auch durch Querkraft beansprucht werden. In *DIN 1045-1 2008* kann mithilfe der Gleichung (72) die Querkrafttragfähigkeit für ungerissene, unbewehrte Bauteile nachgewiesen werden.

6.3.6.2 Grenzzustandsgleichung

Bei ungerissenen Bauteilen kann die Querkrafttragfähigkeit direkt mit der technischen Biegelehre unter Verwendung der Hauptspannungsgleichung (6.97) sowie der allgemeinen Gleichung der Schubspannung (6.98) ermittelt werden:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (6.97)$$

$$\tau = \tau_{xy} = \frac{V_Z(x) \cdot S_y(x)}{I_y(x) \cdot b(x)} \quad (6.98)$$

Einsetzen der Gleichung (6.98) in die Gleichung (6.97) liefert:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \left(\frac{V_Z \cdot S_y}{I_y \cdot b}\right)^2} \quad (6.99)$$

Auflösen nach der Querkraft V_Z und Zusammenfassen des Terms unter der Wurzel ergibt:

$$V_Z = \frac{I_y \cdot b}{S_y} \sqrt{\left(\sigma_1 - \frac{\sigma_x}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2} = \frac{I_y \cdot b}{S_y} \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_x \cdot \sigma_1} \quad (6.100)$$

In *DIN 1045-1 2008* wird für die Hauptspannung σ_1 der Bemessungswert $f_{ctk;0,05} / \gamma_c$ gesetzt. Die Spannung σ_x stellt den Bemessungswert der äußeren Betonlängsspannung σ_{cd} auf Höhe des Querschnittschwerpunktes dar. Die Formel (72) der *DIN 1045-1* folgt zu:

$$V_{Rd,ct} = \frac{I_y \cdot b}{S_y} \sqrt{\left(\frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c}\right)^2 - \sigma_{cd} \cdot \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c}} \quad (6.101)$$

Die probabilistische Grenzzustandsgleichung errechnet sich unter Verwendung des Mittelwertes der Betonzugspannung bei Rechteckquerschnitten zu:

$$Z_{\text{Querkraft unbew.}} = \theta_{R,Vct} \cdot \frac{I_y \cdot b}{S_y} \cdot \sqrt{f_{ct}^2 - \frac{\theta_E \cdot (N_G + N_Q)}{b \cdot h} \cdot f_{ct} - \theta_{E,V} \cdot (V_G + V_Q)} \quad (6.102)$$

6.3.7 Grenzzustandsgleichungen für Querkraftversagen bewehrter Bauteile

6.3.7.1 Allgemeines

Das Querkraftversagen von Stahlbetonquerschnitten wird per Definition in drei Versagensarten eingeteilt. Beim *Biegeschubversagen* bildet sich der zum Versagen führende Riss aus einem Biegeriss. Bei Bauteilen mit profiliertem Zuggurt können sich Schubzugrisse bilden, wenn sich in den Stegen profilierter Balken geneigte Risse bilden, die nicht bis zum gezogenen Rand hin durchlaufen und damit nicht aus Biegerissen entstehen. Man spricht hier vom *Schubzugbruch*. Beim *Druckstrebenversagen* wachsen die Druckspannungen in den schrägen Druckstreben so stark an, bis der durch die Schubrissbildung vorgeschädigte Beton versagt.

Das in den derzeitigen Bemessungsnormen angewandte Tragmodell des allgemeinen Gelenkfachwerks mit variabler Druckstrebenneigung bildet die Grundlage für Querkraftnachweise bei Bauteilen mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung. Zusätzlich werden die Tragwirkungen wie Rissverzahnung, Dübelwirkung sowie der Traganteil der Druckzone aktiviert, die bei Trägern ohne Querkraftbewehrung die Haupttraganteile darstellen (s. hierzu *Zink, M. 2000, Reineck, K.-H. 1999, Reineck, K.-H. 2006*).

Zur Erfassung des Querkrafttragverhaltens wurden umfangreiche theoretische und experimentelle Forschungen durchgeführt, die jedoch bisher nicht zu einer eindeutigen Lösung führen. Daher existieren heute unterschiedliche Modelle zur Beschreibung des Querkrafttragverhaltens. In Deutschland wird die Querkrafttragfähigkeit auf der Grundlage der *DIN 1045-1 2008* nachgewiesen. Nach DIN 1045-1 wird nach Bauteilen mit und ohne erforderliche Querkraftbewehrung unterschieden. Im Rahmen probabilistischer Berechnungen können diese Bemessungsgleichungen als Grenzzustandsfunktionen verwendet werden. Zusätzlich müssen die Modellunsicherheiten der Beanspruchung, des Tragwiderstands sowie alle Basisvariablen mit ihren Mittelwerten in den Grenzzustandsfunktionen berücksichtigt werden.

Die Vorfaktoren der Bemessungsgleichungen für die Querkrafttragfähigkeit in DIN 1045-1 wurden überwiegend empirisch ermittelt und stellen charakteristische Werte bzw. Bemessungswerte dar. Eine Bewertung des mechanischen Modells hinsichtlich der korrekten Erfassung des Tragverhaltens kann durch die Einführung von Modellunsicherheiten erfolgen.

Die Grenzzustandsfunktion für querkraftbeanspruchte Bauteile im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergibt sich grundsätzlich durch die Gegenüberstellung von einwirkender Querkraft V_E und dem Querkraftwiderstand V_R im maßgebenden Bauteilschnitt:

$$g(R, E) = V_R - V_E = 0 \quad (6.103)$$

Die Querkrafttragfähigkeit wird gemäß *DIN 1045-1 2008* anhand von drei Versagensmechanismen bewertet: die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung $V_{Rd,ct}$, der Traganteil der Querkraftbewehrung $V_{Rd,sy}$ sowie die Druckstrebentragfähigkeit $V_{Rd,max}$.

6.3.7.2 Bauteile ohne Querkraftbewehrung

Alle wesentlichen Einflussparameter für die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung werden in *DIN 1045-1 2008* durch einen Produktansatz nach Gleichung (6.104) berücksichtigt:

$$V_{Rd,ct} = \left[c_d \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,12 \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (6.104)$$

mit:

c_d = c_k / γ_c Bemessungswert des empirischen Vorfaktors nach Norm

κ = $1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ Beiwert für den Einfluss der Bauteilhöhe (d in [mm])

η_1 = 1,0 Tragfähigkeitsbeiwert für Normalbeton

ρ_l = $A_{sl} / b_w \cdot d \leq 0,02$ Längsbewehrungsgrad der Zugbewehrung

f_{ck} charakteristischer Wert der Betondruckfestigkeit

σ_{cd} = N_{Ed} / A_c Bemessungswert der Betonlängsspannung in Höhe des Schwerpunkts des Querschnitts

b_w kleinste Querschnittsbreite innerhalb der Zugzone des Querschnitts

d statische Nutzhöhe der Biegebewehrung

Durch Ausformulierung der Gleichung (6.104) ergibt sich $V_{Rd,ct}$ nun zu:

$$V_{Rd,ct} = \left[c_d \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d \cdot 1000}} \right) \cdot \eta_1 \cdot \left(100 \cdot \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \cdot f_{ck} \right)^{1/3} - 0,12 \cdot \frac{N_{Ed}}{A_c} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (6.105)$$

Problematisch bei diesem Nachweisformat ist, dass eigentlich die Betonzugfestigkeit die Tragfähigkeit bestimmt, aber diese durch die Betondruckfestigkeit in der Bemessungsgleichung ausgedrückt wird. Somit ist hier die Streuung der Zugfestigkeit maßgebend. Die Bestimmung dieser ist allerdings anhand von Bohrkernen schwierig. Anzumerken ist, dass die Streuung der Zugfestigkeit zumindest bei Rückrechnung aus *DIN 1045-1* für höhere Betongüten wesentlich größer ist. Bisher ist die Beziehung zwischen Druckfestigkeits- und Zugfestigkeitsstreuungen bei Bestandsbauten nicht ausreichend erforscht. Auch könnten andere Querkraftmodelle, die z. B. direkt auf der Betonzugfestigkeit aufbauen, das Querschnittsversagen besser erfassen.

Die Grenzzustandsfunktion der Probabilistik für die Querkrafttragfähigkeit biegebewehrter Bauteile ohne Querkraftbewehrung kann direkt aus Gleichung (6.105) unter Verwendung der Mittelwerte allgemein angegeben werden:

$$V_{ct}^R = \theta_{R,Vct} \cdot \left[0,20 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d \cdot 1000}} \right) \cdot \eta_1 \cdot \left(100 \cdot \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \cdot f_c \right)^{1/3} - 0,26 \cdot \frac{\theta_{E,N} (N_G + N_Q)}{b \cdot h} \right] \cdot b_w \cdot d - \theta_{E,V} (V_G + V_Q) \quad (6.106)$$

Nachfolgend werden nur die für eine probabilistische Berechnung zusätzlich eingeführten Variablen erläutert.

Die Größe $\theta_{R,Vct}$ stellt die Modellunsicherheit für die Querkrafttragfähigkeit eines Bauteils ohne Querkraftbewehrung dar. $\theta_{E,V}$ und $\theta_{E,N}$ bezeichnen die Tragwerksmodellunsicherheit für Querkraft- bzw. Normalkraftbeanspruchung. Mit V_G wird die Querkraftbeanspruchung infolge ständiger Last und mit V_Q diejenige infolge veränderlicher Last bezeichnet.

Große Bedeutung kommt in Gleichung (6.106) dem für die probabilistische Berechnung angepassten Vorfaktor 0,20 zu, der in *DIN 1045-1 2008* aus dem Term $c_k / \gamma_c = 0,15 / \gamma_c$ hervorgeht. Der Wert 0,15 stellt das 5 %-Quantil des empirisch ermittelten Vorfaktors dar. In *DAfStb Heft 525 2003* sind Versuchsergebnisse aufgeführt, die u. a. zur Festlegung des empirischen Faktors für das erforderliche Sicherheitsniveau $\beta = 3,8$ (50 Jahre) herangezogen wurden.

Die nachfolgende Tabelle gibt einen Überblick über die in der Literatur genannten Werte des empirischen Vorfaktors, die auf unterschiedlichen Auswerteverfahren der Versuchsdatenbanken basieren.

Tab. 6.5: Literaturangaben des empirischen Vorfaktors $c_d = 0,20$ in (6.106)

Quelle	Empfohlener Mittelwert	Berechneter 5 %-Quantilwert	Verteilungsdichtefunktion	Variationskoeffizient v_x
<i>Reineck, K.-H. 1999</i>	0,20	0,134	N	0,20
<i>Zink, M. 2000</i>	0,18	0,121	N	0,20
<i>DAfStb Heft 525 2003</i>	0,20	0,14	LN	0,20
<i>DIN 1045-1 2008</i>	0,23*	0,15	N	0,20
<i>DIN EN 1992-1-1 2005</i>	0,27*	0,18	N	0,20
*errechneter Wert unter Annahme des Variationskoeffizienten				

Gemäß *Zink, M. 2000* und *Reineck, K.-H. 1999* liegt der in *DIN 1045-1 2008* gewählte Vorfaktor etwas auf der unsicheren Seite. Das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung wird danach etwas überschätzt. Dies bestätigen auch die Ausführungen in *Brehm, E. et al. 2008*, in welche die experimentellen Untersuchungen der letzten Jahrzehnte von *Specht, M. 2003*, *Scholz, H. 1995*, *Grimm, R. 1997* und *Fischer, J. 1997* eingeflossen sind. Für probabilistische Berechnungen müsste deshalb die Modellunsicherheit für die Querkrafttragfähigkeit eines Stahlbetonbauteils ohne Querkraftbewehrung gemäß *Reineck, K.-H. 1999* mit $\theta_{R,Vct}$ kleiner 1,0 gewählt werden.

Der Faktor κ in Gleichung (6.104) stellt einen Maßstabsfaktor dar. Aus den Querkraftdatenbanken ist zu erkennen, dass die Querkrafttragfähigkeit mit zunehmender Bauteilhöhe abnimmt. Grund hierfür ist im Wesentlichen der mit zunehmender Bauteilhöhe abnehmende Einfluss der Steifigkeit der Zugbewehrung (Verdübelungswirkung).

Auffällig in Gleichung (6.104) ist weiter, dass in der Formulierung der Versagensart $V_{Rd,ct}$ kein Dauerstandsbeiwert α_c vorhanden ist. Dies resultiert daher, dass nicht die Betondruckfestigkeit in die Bemessungsgleichung eingeht, sondern die Betonzugfestigkeit von maßgebender Bedeutung ist (*Reineck, K.-H. 1999*). Gemäß *Reineck, K.-H. 1999* deckt der Dauerstandsbeiwert α_c eigentlich zwei Ursachen ab: zum einen wird der eigentliche Abminderungsbeiwert der Dauerlast mit ca. 0,90

berücksichtigt, und zum anderen muss zusätzlich die Umrechnung der Zylinderdruckfestigkeit des Prüfkörpers auf die einachsige Druckfestigkeit des schlanken Prismas erfasst werden, was zu einer weiteren Reduktion von etwa 5 % führt.

Der empirische Vorfaktor $c_{d,N} = 0,12$ zur Beschreibung des äußeren Normalkrafteinflusses stellt einen Bemessungswert dar. Der charakteristische Wert ergibt sich durch Multiplikation mit dem Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,50$ zu 0,18. Hieraus bestimmt sich der Mittelwert unter der Annahme einer Lognormalverteilung. Angaben zum Variationskoeffizienten sind in der Literatur nicht zu finden. Es ist aber zu vermuten, dass der Variationskoeffizient in Anlehnung an den Vorfaktor $c_d = 0,15$ ebenfalls um ca. 20 % schwankt. Im Hinblick auf die Versuchsdatenbank (Reineck, K.-H. 1999) wäre aufgrund der geringen Anzahl von Versuchen mit Normalkrafteinwirkung eher ein etwas höherer Variationskoeffizient zu wählen. Andererseits kann vermutet werden, dass diese wenigen Versuche mit einer großen Sorgfalt ausgeführt wurden, was für ein geringes v_x sprechen würde. Experten schlagen somit Abweichungen Δv_x von maximal $\pm 5\%$ in Bezug auf den Variationskoeffizienten des Vorfaktors $c_d = 0,15$ vor.

Probabilistisch betrachtet führt ein geringerer Variationskoeffizient v_x zu einem geringeren Mittelwert $m_{cd,N}$ und somit zu einer niedrigeren Zuverlässigkeit bei Betrachtung dieses Versagensfalls. Wird ein höherer Wert von v_x unterstellt, so steigt die Bauteilzuverlässigkeit bei Betrachtung dieser Versagensart. Nachfolgend werden folgende Mittelwerte für unterschiedliche v_x ermittelt:

Mittelwert $m_{cd,N}$ für $v_x = 15\%$:	$m_{cd,N} = 0,233$
Mittelwert $m_{cd,N}$ für $v_x = 20\%$:	$m_{cd,N} = 0,254$
Mittelwert $m_{cd,N}$ für $v_x = 25\%$:	$m_{cd,N} = 0,278$

Für alle weiteren Untersuchungen wird der Mittelwert $m_{cd,N} = 0,26$ verwendet, was einem Variationskoeffizienten $v_x = 21,1\%$ entspricht.

Die vorliegende Arbeit beschränkt sich für den bei Bestandsbauten überwiegend auftretenden Fall der reinen Biegung. Somit stellt sich die Grenzzustandsgleichung $V_{Rd,ct}$ für Normalbeton wie folgt dar:

$$V_{ct}^R = \theta_{R,Vct} \cdot \left[0,20 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d \cdot 1000}} \right) \cdot \left(100 \cdot \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \cdot f_c \right)^{1/3} \right] \cdot b_w \cdot d - \theta_{E,V} (V_G + V_Q) \quad (6.107)$$

6.3.7.3 Mindesttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung

In *DIN 1045-1 2008* wurde ein unterer Grenzwert für die Mindesttragfähigkeit von nicht schubbewehrten Bauteilen eingeführt.

$$V_{Rd,ct,min} = \left[\eta_1 \cdot \frac{k_1}{\gamma_c} \cdot \sqrt{k^3 \cdot f_{ck}} \cdot -0,12 \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (6.108)$$

mit	$\kappa_1 = 0,0525$	für $d < 600$ mm
	$\kappa_1 = 0,0375$	für $d > 800$ mm
	$\gamma_c = 1,8$	für unbewehrten Beton

Der Mindestwert der Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,ct,min}$ für biegebewehrte Bauteile ohne Querkraftbewehrung stellt im eigentlichen Sinn keinen Grenzzustand bzw. Versagenszustand dar und wird daher für die probabilistischen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

6.3.7.4 Bauteile mit Querkraftbewehrung

Für Bauteile mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung ist zur Begrenzung des Druckstrebenneigungswinkels nach *DIN 1045-1 2008* die Rissreibungskraft $V_{Rd,c}$ zu ermitteln:

$$V_{Rd,c} = c_j \cdot 0,48 \cdot \eta_1 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot \left(1 + 1,2 \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{cd}} \right) \cdot b_w \cdot z \quad (6.109)$$

Hierbei darf im Allgemeinen für den Hebelarm $z = 0,9 \cdot d$ angenommen werden. Jedoch ist der Größtwert auf $z = d - c_{v,l} - 30$ mm bzw. $z = d - 2 \cdot c_{v,l}$ zu begrenzen. Mit $c_{v,l}$ wird das Verlegemaß der Längsbewehrung in der Betondruckzone bezeichnet.

Der Druckstrebenneigungswinkel θ (Winkel zwischen der Betondruckstrebe und der Bauteilachse) soll nach Gleichung (73) der *DIN 1045-1 2008* innerhalb folgender Grenzen liegen:

$$0,58 \leq \cot \theta \leq \frac{1,2 - 1,4 \cdot \sigma_{cd} / f_{cd}}{1 - V_{Rd,c} / V_{Ed}} \leq 3,0 \quad (6.110)$$

Der untere Grenzwert von $\theta = 18,4^\circ$ ($\cot \theta = 3,0$) wird vor allem maßgebend, wenn der Term im Nenner von Gleichung (6.110) für $V_{Rd,c} \geq V_{Ed}$ negativ wird. Der Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,sy}$ von Bauteilen mit geneigter Bügelbewehrung ergibt sich nach Norm zu:

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (6.111)$$

Der Neigungswinkel α wird durch die Anordnung der Querkraftbewehrung und der Bauteillängsachse gebildet. Bei Bauteilen mit senkrecht zur Bauteillängsachse liegender Querkraftbewehrung ($\alpha = 90^\circ$) kann die Gleichung (6.111) formuliert werden:

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot \cot \theta \quad (6.112)$$

Vereinfacht kann nach *DIN 1045-1 2008* $z = 0,9 \cdot d$ gesetzt werden. Durch Einführung des Querkraftbewehrungsgrades stellt sich die Gleichung (6.112) wie folgt dar:

$$V_{Rd,sy} = \rho_w \cdot b_w \cdot f_{yd} \cdot 0,9 \cdot d \cdot \cot \theta \quad \text{mit} \quad \rho_w = \frac{A_{sw}}{s_w \cdot b_w \cdot \sin \alpha} \quad (6.113)$$

Gemäß DIN 1045-1 darf in Gleichungen (6.111) bis (6.113) bei reiner Biegung für den Druckstrebenneigungswinkel abdeckend zu $\cot \theta = 1,2$ angesetzt werden. Dies gilt auch für die Beanspruchung infolge Biegung und Längsdruckkraft. Tritt Biegung unter Längszugbeanspruchung auf, so beträgt $\cot \theta$ näherungsweise 1,0.

Die Grenzzustandsfunktion für querkraftbeanspruchte Bauteile mit rechnerisch erforderlicher Querkraftbewehrung ergibt sich zu:

$$V_{sy}^R = \theta_{R,vsy} \cdot \left(\frac{A_{sw}}{s_w} \cdot f_y \cdot 0,9 \cdot d \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \right) - \theta_{E,V} (V_G + V_Q) \quad (6.114)$$

Bei senkrecht zur Bauteillängsachse angeordneter Querkraftbewehrung vereinfacht sich der obige Term zu:

$$V_{sy}^R = \theta_{R,vsy} \cdot (\rho_w \cdot b_w \cdot f_y \cdot 0,9 \cdot d \cdot \cot \theta) - \theta_E (V_G + V_Q) \quad (6.115)$$

Mit $\theta_{R,vsy}$ wird die Modellunsicherheit für die Querkrafttragfähigkeit eines biegebewehrten Bauteils mit Querkraftbewehrung bezeichnet. Dabei folgt die Neigung der Druckstreben in Anlehnung an *DIN 1045-1 2008* bei üblichen Bestandsbauten für Bauteile ohne Längskraft in probabilistischer Form zu:

$$0,58 \leq \cot \theta = \frac{1,2}{1 - \frac{\theta_{R,c} \cdot 0,425 \cdot \eta_1 \cdot f_c^{1/3} \cdot b_w \cdot z}{\theta_E \cdot (V_G + V_Q)}} \leq 3,0 \quad (6.116)$$

Der Betontraganteil $V_{Rd,c}$ ist in (6.116) bereits enthalten. Dieser wurde ebenfalls empirisch aus Versuchsergebnissen abgeleitet. Die zugehörige Modellunsicherheit wird hier mit $\theta_{R,c}$ bezeichnet. Der Faktor 0,425 in Gleichung (6.116) resultiert aus dem Term $c_j \cdot 0,48$ nach *DIN 1045-1 2008*. Der Rauigkeitsbeiwert c_j wird dabei mit 0,5 angegeben. Der Vorfaktor $0,5 \cdot 0,48 = 0,24$ stellt einen Bemessungswert dar, der den Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,50$ beinhaltet. Damit errechnet sich das 5 %-Quantil zu 0,36. Die Überführung in den Mittelwert von 0,425 errechnet sich unter Verwendung einer Lognormalverteilung mit einem Variationskoeffizienten von 10 %. Die probabilistische Formulierung der Rissreibungskraft kann somit separat angegeben werden:

$$V_c^R = \theta_{R,vc} \left[0,425 \cdot \eta_1 \cdot f_c^{\frac{1}{3}} \cdot \left(1 + 2,6 \cdot \frac{\theta_{E,N} \cdot (N_G + N_Q)}{b \cdot h}{\alpha \cdot f_c} \right) \right] \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d \quad (6.117)$$

Neben dem Nachweis der Zugstrebe $V_{Rd,sy}$ muss auch der Grenzzustand für das Versagen der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ bei querkraftbeanspruchten, querkraftbewehrten Bauteilen untersucht werden. *DIN 1045-1 2008* gibt die maximale Druckstrebentragfähigkeit bei Neigung der Querkraftbewehrung unter dem Winkel α zur Bauteilachse allgemein mit Gleichung (78) an:

$$V_{Rd,max} = b_w \cdot z \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} \quad (6.118)$$

Für Bauteile mit Querkraftbewehrung rechtwinklig zur Bauteilachse ($\alpha = 90^\circ$) sowie dem inneren Hebelarm $z = 0,9 \cdot d$ vereinfacht sich die Gleichung (6.118) zu:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (6.119)$$

Allgemein kann der Druckstrebenachweis für reine Biegung und Biegung mit Längsdruckkraft bei Ansatz von $\cot \theta = 1,2$ bei senkrechter Querkraftbewehrung mit $\cot(\alpha = 90^\circ) = 0$ formuliert werden:

$$V_{Rd,max} = b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \frac{1,2 + \cot \alpha}{1 + 1,2^2} = \frac{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}}{1,2 + 1/1,2} \quad (6.120)$$

Die Grenzzustandsfunktion für das Versagen der Druckstrebe kann gemäß *DIN 1045-1 2008* wie folgt angegeben werden:

$$V_{max}^R = \theta_{R,Vmax} \cdot \frac{b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \alpha_c \cdot 0,85 \cdot f_c}{\cot \theta + \tan \theta} - \theta_{E,V} (V_G + V_Q) \quad (6.121)$$

Dabei stellt $\theta_{R,Vmax}$ die Modellunsicherheit für den Widerstand dar. Der Abminderungswert für die Druckstrebenfestigkeit α_c in den Gleichungen (6.118) bis (6.121) berücksichtigt bei gerissenen Trägerstegen die Abminderung der Stegdruckfestigkeit gegenüber der einachsigen Betondruckfestigkeit (Prismendruckfestigkeit). Diese Abminderung ist aufgrund der Querkzugspannungen, die durch die Verbundwirkung der die Druckstrebe kreuzenden Bewehrung hervorgerufen werden, erforderlich. Der Wert α_c wurde empirisch ermittelt und wird für den Fall, dass die Druckstrebe parallel zu den Rissen verläuft, was nur bei hoher Querkraftbeanspruchung bzw. sehr hohen Bügelbewehrungsgraden vorkommt, in *Kollegger, J., Mehlhorn, G. 1990* mit 0,80 bis 0,85 angegeben. Gemäß *Reineck, K.-H. 2001* kann bei „Fachwerkmodellen mit Rissreibung“, welches der *DIN 1045-1 2008* zugrunde liegt, der Abminderungswert mit $\alpha_c = 0,80$ festgelegt werden. Auf der Grundlage der Plastizitätstheorie und des Modells der „variablen Druckstrebenneigung“ in *DIN EN 1992-1-1 2005*, das gegenüber der *DIN 1045-1* flachere Druckstreben zulässt und damit die Richtung der Druckstreben deutlich von der Rissrichtung abweichen können, sind niedrigere Werte als in *DIN 1045-1* anzusetzen, so z. B. ein Wert $\alpha_c = 0,552$ für Beton der Festigkeitsklasse C20/25.

Gemäß *Reineck, K.-H. 2001* wurde „in *DIN 1045-1* nach längeren Diskussionen sehr vorsichtig der geringfügig niedrigere Wert $\alpha_c = 0,75$ festgelegt“. Grundsätzlich handelt es sich bei α_c für die probabilistische Berechnung um einen Mittelwert. Für die weiteren Parameterstudien wird ein Mittelwert von $\alpha_c = 0,80$ gewählt.

Die Grenzzustandsgleichungen dieses Abschnitts wurden ohne eine Längskraftbeanspruchung hergeleitet, da dies bei herkömmlichen Bestandshochbauten eher einen Sonderfall darstellt.

6.3.8 Grenzzustandsgleichung für Durchstanzen

6.3.8.1 Platten oder Fundamente ohne Durchstanzbewehrung

Analog zu den Querkraftnachweisen im vorangestellten Abschnitt erfolgt nun hier die probabilistische Betrachtung für die Durchstanztragfähigkeit. Das Durchstanzen stellt einen Sonderfall des Querkraftversagens bei räumlicher Betrachtungsweise dar. Die Einflussparameter auf die Durchstanztragfähigkeit von Bauteilen ohne Durchstanzbewehrung entsprechen denen der Querkrafttragfähigkeit und somit wird auch hier ein Produktansatz gewählt:

$$V_{Rd,ct} = \left[c_d \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - c_{d,N} \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot d \quad (6.122)$$

Der Unterschied zur Gleichung (6.104) liegt in der auf den Umfang bezogenen Formulierung des Nachweises mit dem angepassten Vorfaktor c_d . Aufgrund der räumlichen Beanspruchung liegt die Durchstanztragfähigkeit in der Regel 20 % höher als bei der im ebenen Schnitt betrachteten Querkrafttragfähigkeit. In *DIN 1045-1 2008* wird für den Vorfaktor $c_d = 0,14$ als charakteristischer Wert angesetzt. Anders als im *Model Code 1990* wird bei *Reineck, K.-H. 1999* der Sicherheitsbeiwert des Widerstandes auf den Vorfaktor c_d bezogen. Der Faktor κ entspricht dem für Querkraftnachweise nach Abschnitt 6.3.7.2. Der Bemessungswert der Durchstanztragfähigkeit ergibt sich somit zu:

$$V_{Rd,ct} = \left[\frac{0,14 \cdot 1,5}{\gamma_c} \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - \frac{0,12 \cdot 1,5}{\gamma_c} \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot d \quad (6.123)$$

Der Term mit σ_{cd} darf nur tragfähigkeitssteigernd angesetzt werden, wenn eine vorhandene Drucknormalspannung zu jeder Zeit und in ihrer vollen Größe vorhanden ist. Vorhandene Zugspannungen sind hingegen immer zu berücksichtigen. Die probabilistische Grenzzustandsgleichung zur Beschreibung des Durchstanzens folgt zu:

$$V_{ct}^R = \theta_R \left[0,2965 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,26 \cdot \theta_{E,N} \cdot \frac{(n_G + n_Q)}{b \cdot h} \right] \cdot d - \theta_E \cdot \frac{(v_G + v_Q)}{u} \cdot \beta \quad (6.124)$$

Anzumerken ist hier, dass bei Bestandsbauten das Vorhandensein einer äußeren, ständig vorhandenen Längsdruckspannung eher eine Ausnahme darstellt und daher der zweite Term in der eckigen Klammer der Formel (6.124) entfällt. Der charakteristische Wert des Vorfaktors c_d entspricht $c_k = 0,21$. Der Mittelwert von c_d folgt wieder unter Annahme einer Lognormalverteilung mit $v_x = 0,20$ zu $m_{cd} = 0,2965$. Der Vorfaktor $c_{d,N}$ für die Längskrafteinwirkung ist analog zu $V_{Rd,ct}$ zu verwenden.

Bei der räumlichen Betrachtung der Querkrafttragfähigkeit ergibt sich im Unterschied zur eindimensionalen Betrachtungsweise die Definition der einzelnen Gleichungsparameter d und ρ_l als mittlere Werte zu:

$$d = (d_x + d_y) / 2 \quad (6.125)$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \quad \begin{cases} \leq 0,50 \cdot f_{cd} / f_{yd} \\ \leq 0,02 \end{cases} \quad (6.126)$$

6.3.8.2 Platten oder Fundamente mit Durchstanzbewehrung

Nach *DIN 1045-1 2008* ist zuerst die Druckstrebe längs des kritischen Rundschnitts zu führen. Dabei ist der Bemessungswert des Bauteilwiderstandes 1,5-mal so groß wie der Durchstanzwiderstand unbewehrter Bauteile. Auch hier gilt, dass σ_{cd} nur tragfähigkeitssteigernd berücksichtigt werden darf, wenn die vorhandene Drucknormalspannung ständig und in unveränderter Größe vorhanden ist. Hingegen sind evtl. auftretende Zugspannungen immer anzusetzen.

$$v_{Rd,max} = 1,5 \cdot v_{Rd,ct} = \left[\frac{0,315}{\gamma_c} \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - \frac{0,18 \cdot 1,5}{\gamma_c} \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot d \quad (6.127)$$

Die Bezeichnungen der Variablen in den deterministischen Versagensgleichungen sind analog zu *DIN 1045-1 2008* gewählt.

Probabilistisch formuliert stellt sich die Gleichung (6.127) dar zu:

$$v_{max}^R = \theta_{R,vct} \left[0,445 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,382 \cdot \frac{\theta_{E,n} \cdot (n_G + n_Q)}{b \cdot h} \right] \cdot d - \theta_{E,v} \cdot \frac{(v_G + v_Q)}{u} \cdot \beta \quad (6.128)$$

Der charakteristische Wert des Vorfaktors $1,5 \cdot c_d$ entspricht $c_k = 0,315$. Der Mittelwert zum charakteristischen Wert $c_k = 0,315$ errechnet sich wieder unter Annahme einer Lognormalverteilung mit $v_x = 0,20$ zu $m_{cd} = 0,445$. Der Mittelwert des Vorfaktors $c_{d,N}$ für die Längskrafteinwirkung folgt mit Ansatz einer Lognormalverteilung bei einem Variationskoeffizienten von 20 % zu 0,382. Die äußeren Einwirkungen werden auf den Umfang u des Nachweisschnittes, versehen mit dem Korrekturfaktor β zur Berücksichtigung der Lastausmitten, bezogen.

Weiter muss nach *DIN 1045-1 2008* der Traganteil der Durchstanzbewehrung in jedem kritischen Rundschnitt überprüft werden. Im ersten kritischen Rundschnitt bei $0,5 \cdot d$ vom Stützenrand beträgt der Bauteilwiderstand:

$$v_{Rd,sy} = v_{Rd,c} + \frac{\kappa_s \cdot A_{sw} \cdot f_{yk} / \gamma_s}{u} = \left[\frac{0,21}{\gamma_c} \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \sigma_{cd} \right] \cdot d + \frac{\kappa_s \cdot A_{sw} \cdot f_{yk} / \gamma_s}{u} \quad (6.129)$$

Der Beiwert κ_s beschreibt den Einfluss der Bauteilhöhe auf die Wirksamkeit der Bewehrung. Für Bauteile mit einer mittleren Nutzhöhe von $d = 400$ mm beträgt $\kappa_s = 0,7$. Für Werte $d > 400$ mm nimmt κ_s Werte zwischen 0,7 und 1,0 gemäß der

Gleichung (110) in *DIN 1045-1 2008* an. Die Gleichung (6.129) folgt für probabilistische Analysen zu:

$$v_{sy}^R = \theta_{R,vsy} \left[\begin{aligned} & \left[0,2965 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} - 0,26 \cdot \frac{\theta_{E,n} \cdot (n_G + n_Q)}{b \cdot h} \right] \cdot d \\ & + \frac{\kappa_s \cdot A_{sw} \cdot f_y}{u} \end{aligned} \right] - \theta_{E,v} \cdot (v_G + v_Q) / u \cdot \beta \quad (6.130)$$

Der Mittelwert des Vorfaktors $c_k = 0,21$ bestimmt sich analog zu Abschnitt 6.3.8.1. Für alle weiteren Rundschnitte im Abstand $s_w \leq 0,75 \cdot d$ ergibt sich der Traganteil zu:

$$v_{Rd,sy} = \left[\frac{0,21}{\gamma_c} \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,12 \sigma_{cd} + \frac{\kappa_s \cdot A_{sw} \cdot f_{yk} / \gamma_s}{u \cdot s_w} \right] \cdot d \quad (6.131)$$

Mit dem Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung $\rho_w = A_{sw} / (s_w \cdot u)$ vereinfacht sich die oben stehende Gleichung, wobei mit s_w die wirksame Breite der Bewehrungsreihe und mit u der Umfang des Nachweisschnittes nach *DIN 1045-1 2008* bezeichnet wird. Auch hierfür kann die probabilistische Grenzzustandsfunktion angegeben werden:

$$v_{sy}^R = \theta_{R,vsy} \left[0,2965 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} - 0,26 \cdot \frac{\theta_{E,n} \cdot (n_G + n_Q)}{b \cdot h} + \kappa_s \cdot \rho_w \cdot f_y \right] \cdot d - \theta_{E,v} \cdot (v_G + v_Q) / u \cdot \beta \quad (6.132)$$

Ebenso muss die Querkrafttragfähigkeit außerhalb des durchstanzbewehrten Bereichs (Abstand $1,5 \cdot d$ von der letzten Bewehrungsreihe) in der Lage sein, die in diesem Schnitt vorhandene Querkraft aufzunehmen. Im äußeren Rundschnitt ist der Tragwiderstand $v_{Rd,ct,a}$ nachzuweisen:

$$v_{Rd,ct,a} = \kappa_a \left[\frac{0,21}{\gamma_c} \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,12 \sigma_{cd} \right] \cdot d \quad (6.133)$$

Die probabilistische Grenzzustandsgleichung des Tragwiderstands lautet hierfür:

$$v_{ct,a}^R = \theta_R \left[0,2965 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,26 \cdot \theta_{E,n} \cdot \frac{(n_G + n_Q)}{b \cdot h} \right] \kappa_a \cdot d - \theta_E \cdot (v_G + v_Q) / u \cdot \beta \quad (6.134)$$

In den beiden obigen Gleichungen beschreibt der Beiwert κ_a die Tragfähigkeit im Übergangsbereich zur herkömmlichen Plattentragfähigkeit und ist wie folgt definiert:

$$\kappa_a = 1 - 0,29 \cdot \frac{l_w}{3,5 \cdot d} \geq 0,71 \quad (6.135)$$

In angegebenen Gleichungen dieses Abschnitts wurden die Längsdruckspannungen σ_{cd} mitberücksichtigt. Treten diese wie beispielweise bei vorgespannten Decken auf,

so erhält man die Grenzzustandsgleichungen wieder in Abhängigkeit der äußeren Einwirkungen. Beim Bauen im Bestand treten nur selten Platten mit Betonnormalspannungen auf. Derartige Durchstanznachweise werden daher in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

6.4 Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen im Bestand

6.4.1 Allgemeines

Die Zuverlässigkeitsuntersuchungen werden für ausgewählte Versagensarten im Grenzzustand der Tragfähigkeit geführt, d. h. der Querschnitt ist immer zu 100 % ausgenutzt. Die Bemessungswerte der Materialkennwerte und der Einwirkungen wurden mit den Teilsicherheitsbeiwerten nach *DIN 1055-100 2001* bzw. *DIN 1045-1 2008* ermittelt. Neben den Diagrammen der Zuverlässigkeitsverläufe werden auch die Sensitivitätsfaktoren dargestellt, um die maßgebenden Einflussgrößen der jeweiligen Versagensart festzustellen. Als Bezugszeitraum für die Zuverlässigkeitsuntersuchungen wird die Nutzungsdauer von 50 Jahren für herkömmliche Hochbauten angesetzt. Da die durchgeführten Untersuchungen wirklichkeitsnah erfolgen sollen, wird für den üblichen Hochbau ein Verhältnis der ständigen Lasten / veränderlichen Lasten von $g_k / q_k = 70 / 30$ gewählt.

6.4.2 Verwendete Basisvariablen

Für eine probabilistische Zuverlässigkeitsanalyse von Stahlbetonbauteilen sind Informationen über die statistischen Kennwerte aller in der Grenzzustandsgleichung verwendeten Basisvariablen erforderlich. In Abschnitt 4 wurden zunächst die Basisvariablen der Widerstandseite und deren Streuungen behandelt. Anschließend wurden in Abschnitt 5 die möglichen Einwirkungen diskutiert. Hier muss zwischen ständigen und veränderlichen Einwirkungen unterschieden werden. Veränderliche Einwirkungen sind im Gegensatz zu ständigen Einwirkungen zeitabhängig, wenn beispielsweise Alterungseffekte unberücksichtigt bleiben.

In Abschnitt 5.4 wurde bereits intensiv auf die hohe Schwankungsbreite der Streuungen bei Nutzlasten eingegangen. Die weiteren Analysen werden für eine Streuung der Jahres-Extremwerte für den Bezugszeitraum von 50 Jahren mit einem Variationskoeffizienten von 20 % berücksichtigt. Dieser Wert gilt für Wohn- und Bürogebäude in Anlehnung an die Empfehlungen des *CIB W81 1989 b*, die auf Lastmessungen von *Chalk & Corotis 1980* beruhen und als wissenschaftlich abgesichert gelten.

Für die 50-Jahres-Extremwerte der Schneelast kann nach *Grünberg, J. 2004* ein Variationskoeffizient von 25 % unterstellt werden. Die 50-Jahres-Extremwerte der Windlast besitzen einen Variationskoeffizienten von 15 %.

In Tab. 6.6 sind alle in den Zuverlässigkeitsanalysen verwendeten Basisvariablen zusammengestellt. Von großer Bedeutung bei solchen Analysen ist das Verhältnis von charakteristischem Wert $X_{k,i}$ zum Mittelwert $m_{x,i}$, das für alle Basisvariablen angegeben ist. Ein weiterer Vorteil dieser Definition der statistischen Kenngrößen ist die Erfassung sämtlicher Betondruckfestigkeiten und Stahlgüten in den Zuverlässigkeitsanalysen. Im Vergleich zu normativ definierten charakteristischen Werten können sich im Einzelfall ggf. Abweichungen ergeben.

Tab. 6.6: Verwendete Basisvariablen in den probabilistischen Analysen (dimensionslos)

Basisvariable		Verteilung	Stat. Kenngrößen		Bemerkung
			$m_{x,i}/X_{k,i}$	$v_{x,i}$	
Widerstand	Betondruckfestigkeit f_{cm} [-]	LN	1,2667 ¹⁾	0,138 ²⁾	C30/37
	Betonzugfestigkeit f_{ctm} [-]	LN	1,45 ¹⁾	0,215 ²⁾	C30/37
	Stahlzugfestigkeit f_{ym} [-]	LN	1,106	0,06	BSt I, BSt III, BSt IV
	Stahlzugfestigkeit f_{ym} [-]	LN	1,094	0,054	BSt I, BSt III, BSt IV
	Geometrie b, h [-]	N	1,00	0,02	-
	Statische Nutzhöhe d [-]	N	1,00	0,02	-
	Randabstand der Bewehrung d_f [-]	N	0,98	0,125	-
Modellsicherheit	Normalkrafttragfähigkeit $\theta_{R,N}$	LN	1,00	0,05	-
	Querkrafttragfähigkeit $\theta_{R,Vct}$	LN	1,00	0,15	Gleichstreckenlast
	Querkrafttragfähigkeit $\theta_{R,Vsy}$	LN	1,00	0,10	Gleichstreckenlast $m_{\theta VRd, sy} = 1,10$
	Querkrafttragfähigkeit $\theta_{R,V}$	LN	1,00	0,20 - 0,25	Einzellast
	Querkrafttragfähigkeit $\theta_{R,Vmax}$	LN	1,00	0,15	Gleichstreckenlast $m_{\theta VRd, max} = 1,10$
	Biegetragfähigkeit $\theta_{R,M}$	LN	1,00	0,10	$m_{\theta MRd} = 1,10$
	Normalkraftbeanspruchung $\theta_{E,N}$	N	1,00	0,05	-
	Biegemomentbeanspruchung $\theta_{E,M}$	N	1,00	0,07 - 0,10	Stabtragwerke
	Biegemomentbeanspruchung $\theta_{E,M}$	N	1,00	0,10	Flächentragwerke
	Querkraftbeanspruchung $\theta_{E,Vq}$	N	1,00	0,10	Stabtragwerke Gleichstreckenlast
	Querkraftbeanspruchung $\theta_{E,VQ}$	N	1,00	0,17	Stabtragw./auflagernahe Einzellast
	Querkraftbeanspruchung $\theta_{V,q}$	N	1,00	0,10	Flächentragwerke Gleichstreckenlast
Einwirkung	Konstruktionseigenlast [-]	N	1,00	0,06	inkl. Ausbaulast
	Konstruktionseigenlast [-]	N	1,00	0,04	reiner Stahlbeton
	Nutzlast ³⁾ [-]	GUM	1,10	0,20	üblicher Hochbau
	Momentanwert der Nutzlast [-]	GAM	0,20	1,00	-
	Windlast ³⁾ [-]	GUM	1,07	0,15	-
	Momentanwert der Windlast [-]	GAM	0,16	1,00	-
	Schneelast ³⁾ [-]	GUM	1,13	0,25	-

1) abhängig von der Betondruckfestigkeitsklasse bzw. vom Variationskoeffizienten
2) Variation des Variationskoeffizienten im Intervall $v_x = 0,10$ bis $0,40$
3) Verteilung der maximalen Extremwerte für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren

6.4.3 Zuverlässigkeitsanalyse nach Versagensart

6.4.3.1 Zentrischer Druck

Bei druckbeanspruchten Bauteilen ist zwischen Spannungs- und Stabilitätsversagen zu unterscheiden. Stützen in Bestandsbauten weisen meistens geringe Betonfestigkeiten sowie einen geringen Bewehrungsgehalt auf. Für diesen Fall ist das Auftreten eines Spannungsversagens bei nahezu zentrischer Druckbeanspruchung sehr wahrscheinlich.

Im Rahmen dieser Arbeit werden nicht-stabilitätsgefährdete Bauteile behandelt. Eine Betrachtung am verformten System kann nach *DIN 1045-1 2008* entfallen, wenn die kritische Schlankheit nach den Formeln (6.136) und (6.137) nicht überschritten wird.

$$\lambda_{\text{crit}} \leq 25 \quad \text{für } |v_{\text{Ed}}| \geq 0,41 \quad (6.136)$$

$$\lambda_{\text{crit}} \leq \frac{16}{\sqrt{v_{\text{Ed}}}} \quad \text{mit } v_{\text{Ed}} = \frac{N_{\text{Ed}}}{A_c \cdot f_{\text{cd}}} \quad \text{für } |v_{\text{Ed}}| < 0,41 \quad (6.137)$$

Für Stützen in unverschieblichen Tragwerken, die zwischen den Stützenenden nicht durch Querlasten beansprucht werden, gilt weiterhin:

$$\lambda_{\text{crit}} \leq 25 \cdot (2 - e_{01}/e_{02}) \quad \text{mit } |e_{01}| \leq |e_{02}| \quad (6.138)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Stützenenden auf mindestens $N_{Rd} = N_{Ed}$ und $M_{Rd} > N_{Ed} \cdot h / 20$ zu bemessen sind. Wenn diese genannten Bedingungen eingehalten sind, dürfen diese Druckglieder nach Theorie I. Ordnung nachgewiesen werden.

Die probabilistischen Untersuchungen zentrisch belasteter Druckglieder werden mit der Grenzzustandsgleichung (6.12) durchgeführt. Als ständige Einwirkungen werden die Bauteileigenlast sowie Lasten aus der aufgehenden Konstruktion angesetzt. Bei veränderlichen Einwirkungen ist je nach ihrer Art zu differenzieren. Druckglieder im Bestand verfügen meist über geringe Bewehrungsgehalte. Die Mindestbewehrungsmenge sowie -durchmesser nach *DIN 1045-1 2008* werden oft nicht eingehalten. Die maximal mögliche Bewehrungsmenge nach aktueller Norm von 9 % im Gegensatz schon. Daher wurden die Parameterstudien für festgesetzte Bewehrungsgehalte von 1 % bis maximal 9 % der Betonquerschnittsfläche durchgeführt. Dabei wurde unterstellt, dass mindestens jeweils ein Bewehrungsseisen pro Stützenecke und eine nahezu symmetrische Bewehrungsverteilung im Querschnitt über die Bauteillänge vorhanden ist sowie eine ausreichende Verbügelung sichergestellt ist.

In Abb. 6.10 ist der Sicherheitsindex β für einen Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit von $v_x = 0,15$ über den Längsbewehrungsgrad ρ_l dargestellt. Das Diagramm gilt für alle Betonfestigkeitsklassen sowie Stahlgüten für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren. Aus Abb. 6.10 ist klar zu erkennen, dass bei Unterstellung üblicher Randbedingungen ausreichend Abstand zum Zielzuverlässigkeitsniveau von $\beta_{\text{Ziel}} = 3,8$ vorhanden ist. Die Form der Zuverlässigkeitskurve ist stark von der Streuung des Betons abhängig (siehe Abschnitt 8.2.8). Die Sensitivität verschiebt sich mit wachsendem ρ_l vom Beton hin zum Betonstahl.

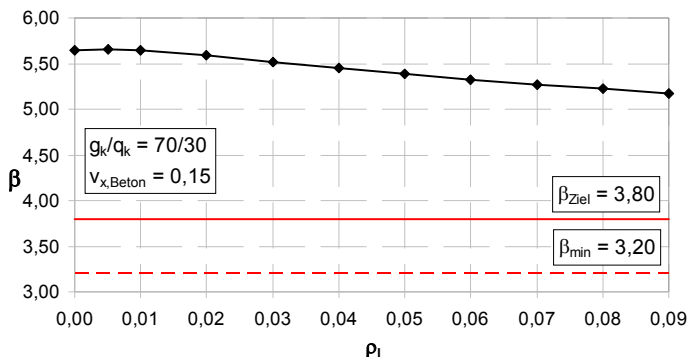


Abb. 6.10: Zuverlässigkeit zentrisch gedrückter Querschnitte in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad ρ_l für den Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit von $v_x = 0,15$; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ (Nutzlastbeanspruchung; Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1045-1)

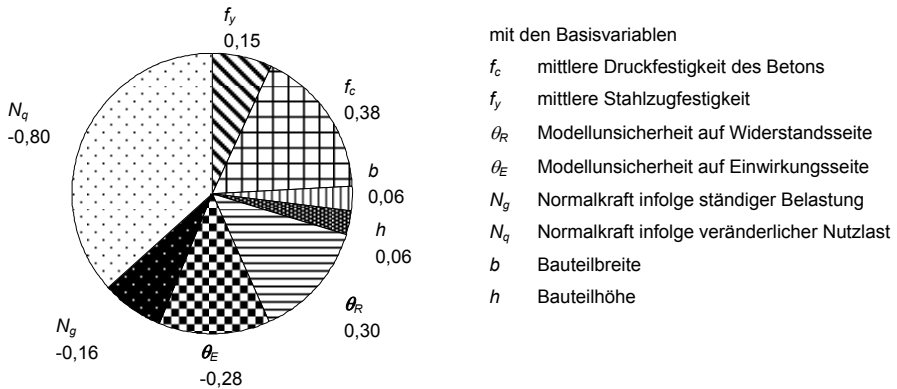
Weiter ist zu klären, wie sich die Veränderung der Betondruckfestigkeitsstreuungen auf den Verlauf der Zuverlässigkeitskurve auswirkt. Um dies einzuschätzen, muss der Einfluss aller streuenden Basisvariablen hinsichtlich der Querschnittszuverlässigkeit bestimmt werden. Die Sensitivitätsfaktoren geben Aufschluss darüber, welche Basisvariablen die Zuverlässigkeit steuern. Generell gilt, je größer die dargestellte zugehörige Fläche bzw. je größer der absolute Wert der einzelnen Basisvariablen, umso größer ist die Beeinflussung der Bauteilzuverlässigkeit durch diese. In Abb. 6.11 ist deutlich zu erkennen, dass die Bauteilzuverlässigkeit zentrisch gedrückter Querschnitte wesentlich von der Betondruckfestigkeit, den Modellunsicherheiten auf Einwirkungs- und Widerstandsseite sowie veränderlichen Einwirkung abhängt.

Zur Beurteilung, ob die Widerstands- oder Einwirkungsseite den Zuverlässigkeitsnachweis bestimmt, müssen die resultierenden Sensitivitätsfaktoren α_R und α_E ermittelt werden:

$$\alpha_R = \sqrt{\alpha_b^2 + \alpha_h^2 + \alpha_{\theta_R}^2 + \alpha_{f_c}^2 + \alpha_{f_y}^2} = \sqrt{0,06^2 + 0,06^2 + 0,30^2 + 0,38^2 + 0,15^2} = +0,51 \quad (6.139)$$

$$\alpha_E = -\sqrt{\alpha_{\theta_E}^2 + \alpha_{N_g}^2 + \alpha_{N_q}^2} = -\sqrt{(-0,28)^2 + (-0,16)^2 + (-0,80)^2} = -0,86 \quad (6.140)$$

Für die Parameterkonstellation nach Abb. 6.11 ist hier eine Dominanz der Einwirkungsseite zu erkennen. Gemäß der Vorzeichendefinition in Abschnitt 3.11.3 erhält im Rahmen dieser Arbeit α_R immer ein positives und α_E ein negatives Vorzeichen. Somit folgt hier α_R zu +0,51 und α_E zu -0,86, d. h. dass veränderliche Einwirkungen mit großen Variationskoeffizienten die Bauteilzuverlässigkeit negativ beeinflussen.



- mit den Basisvariablen
- f_c mittlere Druckfestigkeit des Betons
 - f_y mittlere Stahzugfestigkeit
 - θ_R Modellunsicherheit auf Widerstandsseite
 - θ_E Modellunsicherheit auf Einwirkungsseite
 - N_g Normalkraft infolge ständiger Belastung
 - N_q Normalkraft infolge veränderlicher Nutzlast
 - b Bauteilbreite
 - h Bauteilhöhe

Abb. 6.11: Sensitivitätsfaktoren für zentrischen Druck für den Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,04$ und dem Variationskoeffizienten für Beton von $v_x = 0,15$ sowie das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

6.4.3.2 Biegezugversagen

Die überwiegende Anzahl von Bauteilen in Tragwerken ist biegebeansprucht. Zu unterscheiden ist zwischen Beanspruchung auf reine Biegung sowie Biegung mit Längskraft. Eine Betrachtung für Biegung mit Längskraftbeanspruchung betrifft nur einen geringen Anteil der biegebeanspruchten Bauteile im Bestand (insbesondere Stahlbetonstützen). Daher werden diese Bauteile im Rahmen der Untersuchungen nicht betrachtet.

Die Zuverlässigkeitsbetrachtungen werden somit für einseitig bewehrte Rechteckquerschnitte von Platten und Biegebalken mit unterschiedlichen Bewehrungsgehalten geführt. Die Bewehrungsmenge dieser Biegebauteile kann bei Bestandsbauten die Mindestbiegebewehrung nach heute gültiger Norm unterschreiten. Die durchgeführten Untersuchungen decken alle Querschnittsabmessungen sowie Beton- und Stahlgüten ab. Die probabilistischen Analysen für Biegezugversagen wurden mit der Grenzzustandsgleichung (6.39) durchgeführt. Als ständige Einwirkungen werden die Bauteileigenlast sowie Ausbaulasten angesetzt. Bei veränderlichen Einwirkungen ist wieder nach ihrer Art zu differenzieren. In diesem Abschnitt wird eine Nutzlastbeanspruchung unterstellt.

Der Sicherheitsindex β für Biegezugversagen ist in Abb. 6.12 für einen Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit von $v_x = 0,15$ für variable Längsbewehrungsgrade ρ_l aufgezeichnet. In Abb. 6.12 ist klar zu erkennen, dass unter Verwendung der statistischen Kenngrößen nach Tab. 6.6 die Zuverlässigkeitskurve mit zunehmendem Längsbewehrungsgrad ansteigt und sich somit immer weiter vom Zielzuverlässigkeitsniveau $\beta_{Ziel} = 3,8$ entfernt. Für geringe Längsbewehrungsgrade wird β_{Ziel} fast erreicht. Eine Abstufung der Teilsicherheitsbeiwerte nach Bewehrungsmenge und Lastverhältnis ist hier anzustreben.

Zur Auswirkung der Variation der Betondruckfestigkeitsstreuungen auf die Querschnittszuverlässigkeit muss wiederum eine Betrachtung der Sensitivitätsfaktoren durchgeführt werden. Gemäß Abb. 6.13 beeinflusst die Betondruckfestigkeit die

Bauteilzuverlässigkeit nicht. Wesentliche Basisvariablen sind die Modellunsicherheiten der Einwirkungs- und Widerstandsseite sowie die Stahlzugfestigkeit und die veränderliche Einwirkung selbst.

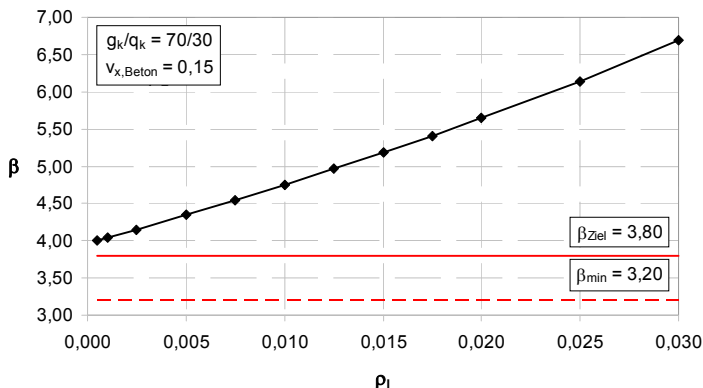
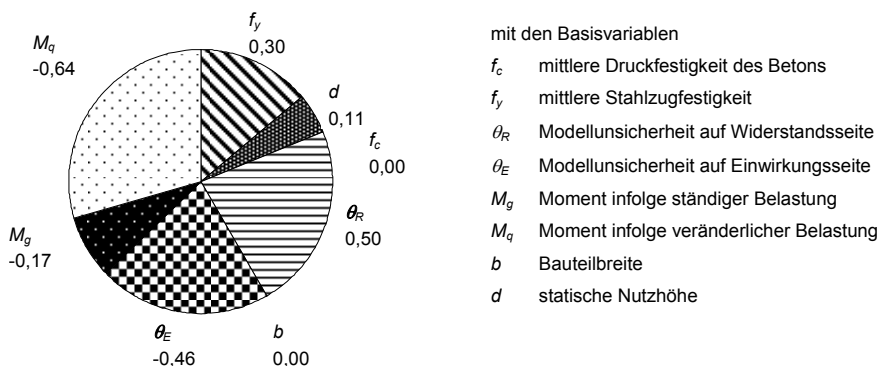


Abb. 6.12: Zuverlässigkeit von Biegebauteilen aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ (Variationskoeffizient Beton $v_x = 0,15$; Nutzlast)



- mit den Basisvariablen
- f_c mittlere Druckfestigkeit des Betons
 - f_y mittlere Stahlzugfestigkeit
 - θ_R Modellunsicherheit auf Widerstandsseite
 - θ_E Modellunsicherheit auf Einwirkungsseite
 - M_g Moment infolge ständiger Belastung
 - M_q Moment infolge veränderlicher Belastung
 - b Bauteilbreite
 - d statische Nutzhöhe

Abb. 6.13: Sensitivitätsfaktoren für Biegezugversagen bei einem Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,04$ und einem Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,15$ bei einem Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ (Nutzlastbeanspruchung)

Die resultierenden Sensitivitätsfaktoren errechnen sich aus der Verteilung der Wichtungsfaktoren in Abb. 6.13 zu $\alpha_R = +0,59$ und $\alpha_E = -0,81$. Somit beeinflusst die Einwirkungsseite überwiegend die Bauteilzuverlässigkeit. Keine Rolle hingegen spielt in diesem Fall die Streuung der Betondruckfestigkeit, da der Sensitivitätsfaktor für f_c annähernd null ist.

6.4.3.3 Querkraftversagen

Bei Querkraftversagen ist hinsichtlich der drei Versagensarten zu differenzieren. Der Abschnitt beschäftigt sich in Anlehnung an *Braml, Fischer, Keuser, Schnell 2009* mit der Querkrafttragfähigkeit querkraftbewehrter und nicht querkraftbewehrter Stahl-

betonbauteile. Die einzelnen Versagensformen werden nachfolgend für eine Nutzlastbeanspruchung näher erläutert.

Zuerst wird die Zuverlässigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung untersucht. Hierzu wird der Tragwiderstand $V_{Rd,ct}$ nach Grenzzustandsgleichung (6.107) für eine Gleichstreckenbelastung betrachtet. Der Sicherheitsindex β wird in Abb. 6.14 über den Längsbewehrungsgrad ρ_l des Bauteils aufgetragen. Dabei stellt der maximal zulässige Wert $\rho_l = 0,02$ gemäß *DIN 1045-1 2008* die obere Grenze dar. Weiter wird hier ein etwas höherer Variationskoeffizient $v_x = 0,20$ für Beton gewählt, da in der Grenzzustandsgleichung implizit die Betonzugfestigkeit berücksichtigt wird.

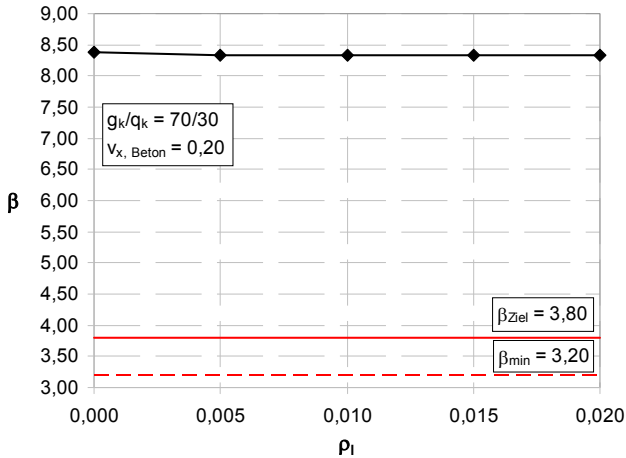


Abb. 6.14: Zuverlässigkeit des Tragwiderstands $V_{Rd,ct}$ aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad für einen Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,20$

Der Verlauf des Sicherheitsindex β in Abb. 6.14 bleibt über den nicht streuenden Längsbewehrungsgrad auf sehr hohem Zuverlässigkeitsniveau annähernd konstant. Erklärung hierfür kann die sehr konservative Formulierung der Versagensgleichung aufgrund der stark streuenden Betonzugfestigkeit sein. Zu vermuten ist auch, dass aufgrund des spröden Bauteilversagens ein höheres Zuverlässigkeitsniveau gewählt wurde.

Aufschluss über den Einfluss der einzelnen Basisvariablen hinsichtlich der Bauteilzuverlässigkeit gibt die Verteilung der Sensitivitäten in Abb. 6.15. Großen Einfluss haben die Modellunsicherheiten der Einwirkungs- und Widerstandsseite sowie die veränderlichen Einwirkungen. In der Versagensgleichung wird die Betonzugfestigkeit durch die Betondruckfestigkeit ausgedrückt. Diese hat aufgrund der niedrigen Sensitivität einen eher geringen Einfluss auf die Zuverlässigkeit. Der Einfluss des Betons wird auch dadurch gemindert, dass f_c mit Wurzel in die Grenzzustandsgleichung eingeht. Die geometrischen Größen haben nur geringen Einfluss auf die Bauteilzuverlässigkeit. Die resultierenden Sensitivitätsfaktoren bestimmen sich hierfür zu $\alpha_R = +0,77$ und $\alpha_E = -0,63$, was den Schluss zulässt, dass die Bauteilzuverlässigkeit überwiegend vom Bauteilwiderstand gesteuert wird. Zu erwähnen ist allerdings, dass die Studien für den üblichen Fall einer Gleichstreckenbelastung von

Bauteilen durchgeführt wurden. Untersuchungen der Versagensart $V_{Rd,ct}$ für auflager- nahe Einzellasten von *Brehm, E. et al. 2008* zeigen einen Zuverlässigkeitsabfall. Bei genauer Kenntnis der Belastung ist hier Potenzial zur Absenkung von Teilsicherheits- beiwerten vorhanden.

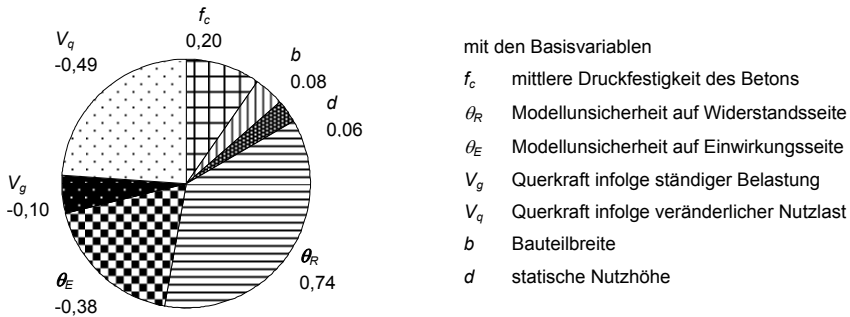


Abb. 6.15: Sensitivitätsfaktoren des Tragwiderstands $V_{Rd,ct}$ für den Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,01$ mit dem Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,20$ unter Gleichstrecken- belastung

Bei Bauteilen mit Querkraftversagen muss der Tragwiderstand der Querkraft- bewehrung $V_{Rd,sy}$ überprüft werden. Die Zuverlässigkeitsanalyse erfolgt mithilfe der Grenzzustandsgleichung (6.114). Als wirkende Lasten werden Eigen- und Ausbau- last sowie Nutzlasten im Verhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ angesetzt.

Der Verlauf des Sicherheitsindex' β für Versagen der Querkraftbewehrung ist in Abb. 6.16 für einen Variationskoeffizienten der Stahlstreckgrenze von $v_x = 6\%$ über den Querkraftbewehrungsgrad ρ_w aufgetragen. Die Zuverlässigkeitskurve bleibt über den Querkraftbewehrungsgrad konstant und trifft das Zielzuverlässigkeitsniveau $\beta_{Ziel} = 3,8$ unter Verwendung der statistischen Kenngrößen nach Tab. 6.6 sehr gut.

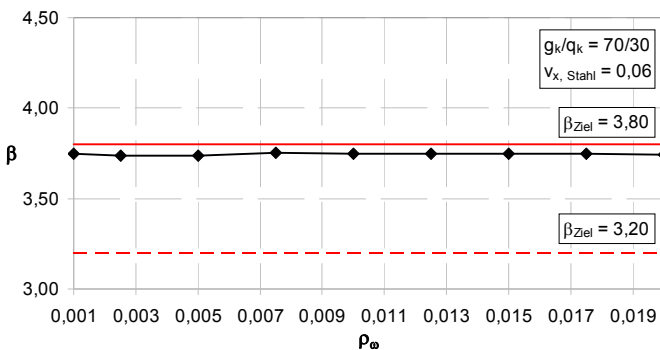


Abb. 6.16: Zuverlässigkeit des Tragwiderstands $V_{Rd,sy}$ aufgetragen über den Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung ρ_w für eine Nutzlastbeanspruchung

Die zuverlässigkeitsbestimmenden Basisvariablen resultieren wiederum aus der Betrachtung der Sensitivitäten in Abb. 6.17. Wesentliche Einflussgrößen sind hier

wieder die Modellunsicherheiten der Einwirkungs- und Widerstandsseite sowie die veränderliche Einwirkung. Die Stahlstreckgrenze hat aufgrund ihrer üblicherweise geringen Streuung keinen allzu großen Einfluss. Allerdings erhöht sich bei einer Zunahme der Streckgrenzenstreuung hier auch deren Sensitivität. Somit ergeben sich in diesem Fall die resultierenden Sensitivitätsfaktoren zu $\alpha_R = +0,63$ und $\alpha_E = -0,78$. Die Zuverlässigkeit wird auch hier weitgehend von den Bauteilbeanspruchungen gesteuert.

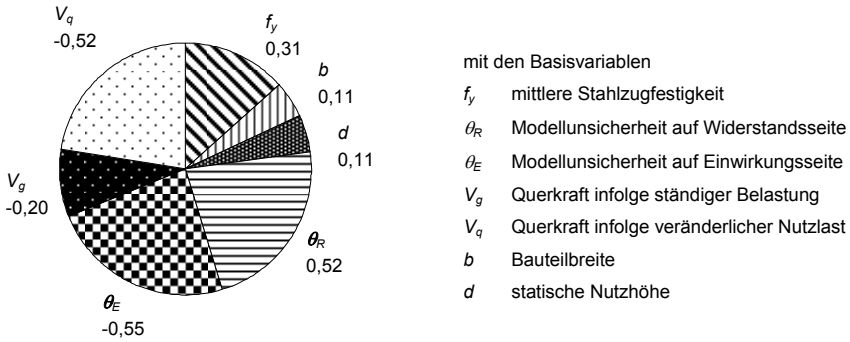


Abb. 6.17: Sensitivitätsfaktoren des Tragwiderstands $V_{Rd,sy}$ für den Querkraftbewehrungsgrad von $\rho_w = 0,01$ und einem Variationskoeffizienten von Stahl $v_x = 0,06$; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

Bei querkraftbeanspruchten Bauteilen ist immer auch das Versagen der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ zu betrachten. Das Versagen wird durch die Grenzzustandsgleichung (6.121) beschrieben.

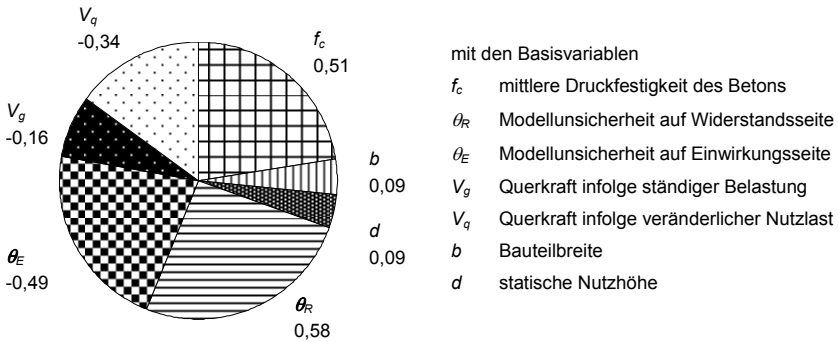


Abb. 6.18: Sensitivitätsfaktoren des Tragwiderstands $V_{Rd,max}$ für den Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und dem Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,20$; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

Der Zuverlässigkeitsindex liegt bei Verwendung der statistischen Kenngrößen nach Tab. 6.6 und für einen Variationskoeffizienten $v_x = 15\%$ von Beton bei $\beta_{50} = 4,47$. Als Beanspruchungen werden Eigen- und Ausbaulast sowie Nutzlasten im Verhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ unterstellt.

Zuverlässigkeitsbestimmend sind hier die Basisvariablen der Modellunsicherheit von Einwirkungs- und Widerstandsseite sowie die Betondruckfestigkeit (s. Abb. 6.18). Die veränderliche Einwirkung beeinflusst die Zuverlässigkeit hier nur mäßig. Die statische Nutzhöhe, die Bauteilbreite und die ständige Last wirken sich aufgrund ihrer vergleichsweise niedrigen Streuung wieder nur gering aus. Die Zuverlässigkeit wird hier stark von der Widerstandsseite gesteuert, denn die resultierenden Sensitivitätsfaktoren errechnen sich zu $\alpha_R = +0,78$ und $\alpha_E = -0,62$. Folglich sinkt für größere Streuungen der Betondruckfestigkeit die Bauteilzuverlässigkeit relativ stark.

6.4.3.4 Durchstanzen

Durchstanzen bei Stahlbetonbauteilen wird analog zum Querkraftversagen in DIN 1045-1 auch in drei Versagensarten unterteilt. Zuerst werden Flächentragwerke ohne Querkraftbewehrung auf ihre Zuverlässigkeit untersucht. Bei Bestandsbauten werden i. d. R. Bauteile ohne permanente Normalkrafteinwirkung z. B. aus Vorspannung vorgefunden. Daher wird der Tragwiderstand $v_{Rd,ct}$ längs des kritischen Rundschnitts ohne den Traganteil infolge einer Längsdruckkraft nach Grenzzustandsgleichung (6.124) betrachtet.

Der Sicherheitsindex β verläuft in Abb. 6.19 nahezu konstant über den Längsbewehrungsgrad ρ_l des Bauteils. Dabei stellt der maximal zulässige Wert $\rho_l = 0,02$ gemäß *DIN 1045-1 2008* wieder die obere Grenze dar. Auch hier wird ein erhöhter Variationskoeffizient $v_x = 0,20$ der Betondruckfestigkeit gewählt, da in der Grenzzustandsgleichung implizit die stärker streuende Betonzugfestigkeit berücksichtigt wird.

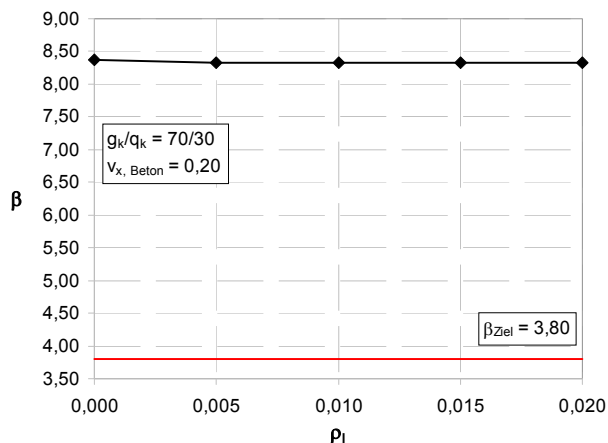


Abb. 6.19: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd,ct}$ nicht querkräftbewehrter Flächentragwerken aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad ρ_l für $v_{x,Beton} = 0,20$ bei Nutzlastbeanspruchung

Analog zur Querkraftversagensart $V_{Rd,ct}$ bleibt der Verlauf des Sicherheitsindex β über den Längsbewehrungsgrad auf sehr hohem Zuverlässigkeitsniveau annähernd konstant. Die Zuverlässigkeit liegt aufgrund des erhöhten Vorfaktors c_d in (6.124) etwas über der infolge Querkraftversagens. Gründe für das hohe Zuverlässigkeitsniveau wurden schon in Abschnitt 6.4.3.3 genannt.

Die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren für $V_{Rd,ct}$ in Abb. 6.20 stellt sich analog der Gewichtung für Querkraftversagen $V_{Rd,ct}$ dar. Überwiegend zuverlässigkeitsbestimmend ist die Modellunsicherheit der Widerstandsseite θ_R , wie in *Braml, Fischer, Keuser, Schnell 2009* ausführlich erläutert wird. Weiter haben die veränderliche Einwirkung und die Modellunsicherheit der Beanspruchung eine große Gewichtung. Die Betonzugfestigkeit, ausgedrückt durch die Betondruckfestigkeit, hat mit wachsender Streuung einen immer größer werdenden Einfluss. Die geometrischen Größen sind von untergeordneter Bedeutung für die Bauteilzuverlässigkeit. Die Zuverlässigkeit wird hier analog zu $V_{Rd,ct}$ stark von der Widerstandsseite gesteuert, denn die resultierenden Sensitivitätsfaktoren ergeben sich aus Abb. 6.20 zu $\alpha_R = +0,78$ und $\alpha_E = -0,63$. Hier ist bei genauer Kenntnis der Einflussgrößen eine Anpassung der Teilsicherheitsbeiwerte sinnvoll.

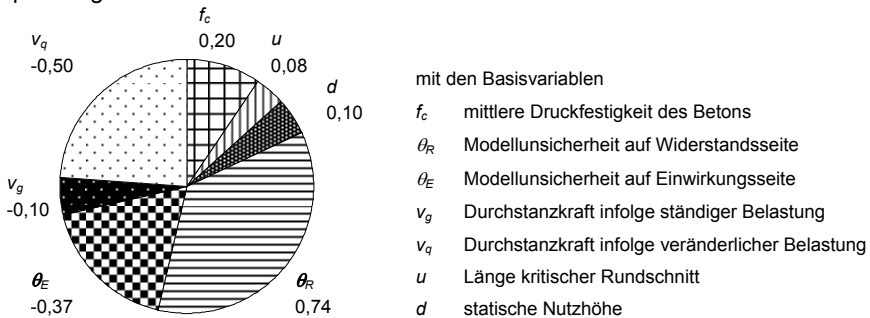


Abb. 6.20: Verteilung der Sensitivitätsfaktoren von Bauteilen ohne Durchstanzbewehrung $V_{Rd,ct}$ infolge Nutzlastbeanspruchung ($g_k / q_k = 70 / 30$, $v_{x,Beton} = 0,20$)

Bei Bauteilen mit Durchstanzbewehrung muss die Druckstrebe $V_{Rd,max}$ und die Durchstanzbewehrung $V_{Rd,sy}$ im kritischen Rundschnitt überprüft werden. Die Zuverlässigkeitsanalyse zum Nachweis der Durchstanzbewehrung erfolgt mithilfe der Grenzzustandsgleichung (6.130). Als wirkende Lasten werden Eigen- und Ausbaulast sowie eine veränderliche Nutzlast im Verhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ unterstellt. Der Verlauf des Sicherheitsindex' β für Versagen der Durchstanzbewehrung im betrachteten Rundschnitt ist in Abb. 6.21 für Variationskoeffizienten der Stahlstreckgrenze von $v_x = 6\%$ und der Betondruckfestigkeit von $v_x = 15\%$ über den Längsbewehrungsgrad ρ_l aufgetragen.

Für die Untersuchungen wurde ein Querkraftbewehrungsgrad von $\rho_w = 0,002$ und $\rho_w = 0,01$ unterstellt. Die Zuverlässigkeitskurve steigt für geringe Längsbewehrungsgrade zuerst stark an, bevor sie abflacht und sich in Abb. 6.21 ab ca. $\rho_l = 0,015$ asymptotisch einem Zuverlässigkeitsniveau annähert. Das angestrebte Zielzuverlässigkeitsniveau von $\beta_{Ziel} = 3,8$ wird mit den statistischen Kenngrößen nach Tab. 6.6 für geringe Querkraftbewehrungsgrade immer übertroffen. Hingegen ist für Bestandsbauten mit hohen Querkraftbewehrungsgraden von ca. 1% oder mehr und gleichzeitig sehr geringen Längsbewehrungsgraden $\rho_l < 0,5\%$ ein starker Zuverlässigkeitsabfall zu beobachten (s. Abschnitt 8.2.7.2). Die gerade beschriebene Kombination ist allerdings in der Praxis kaum anzutreffen. Für Bestandsbauten bietet sich somit

eine Festlegung von modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten in Abhängigkeit von Längs- und Querkraftbewehrungsgrad an.

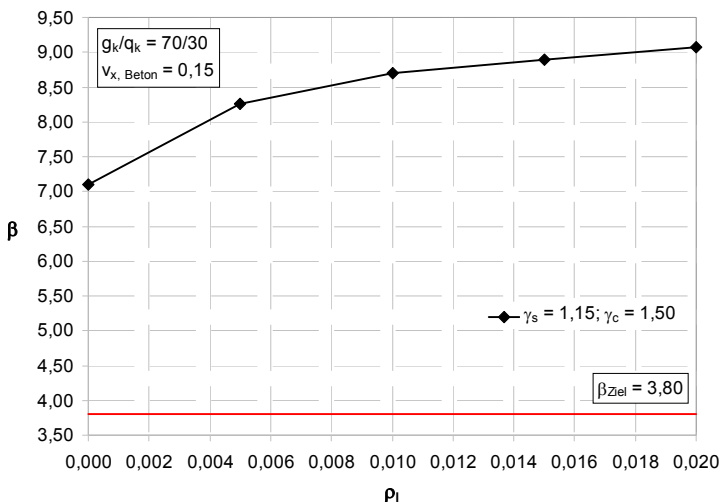


Abb. 6.21: Zuverlässigkeit der Durchstanzbewehrung im kritischen Rundschnitt $v_{Rd,sy}$ über den Längsbewehrungsgrad ρ_l bei einem Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung von $\rho_w = 0,002$ und den Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,15$ und Stahl $v_x = 0,06$

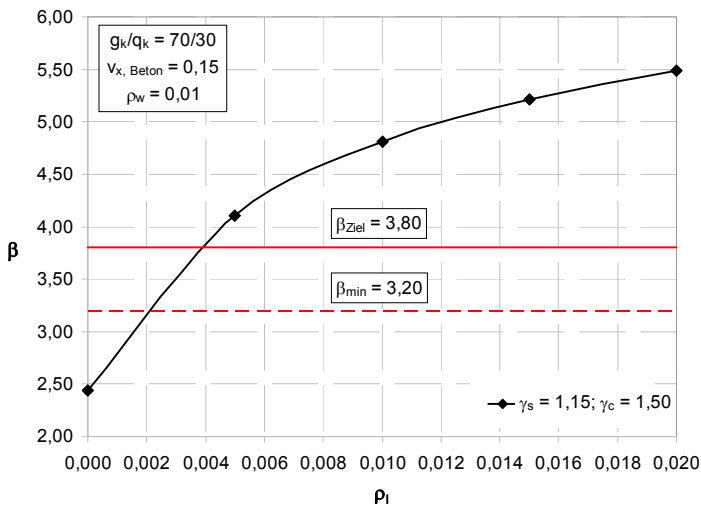


Abb. 6.22: Zuverlässigkeit der Durchstanzbewehrung im kritischen Rundschnitt $v_{Rd,sy}$ über den Längsbewehrungsgrad ρ_l bei einem Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung von $\rho_w = 0,01$ und den Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,15$ und Stahl $v_x = 0,06$

Für den Querkraftbewehrungsgrad $\rho_w \geq 0,01$ % ist generell ein massiver Zuverlässigkeitsabfall aufgrund der Dominanz des Querkraftbewehrungstraganteils festzustellen (s. Abb. 6.22). Hohe Querkraftbewehrungsgrade sind im Zusammenhang mit

geringen Längsbewehrungsgraden auszuschließen und somit ist der Bereich niedriger Längsbewehrungsgrade für die Praxis ohne große Bedeutung.

An der Verteilung der Sensitivitäten in Abb. 6.24 ist eine Steigerung des Wertes der Stahlstreckgrenze sowie der Modellunsicherheiten bei einer Verminderung der veränderlichen Last gegenüber Abb. 6.23 zu erkennen. Die Betrachtung der Sensitivitäten für $v_{Rd, sy}$ in Abb. 6.23 liefert für geringe Querkraftbewehrungsgrade nur geringfügige Veränderungen gegenüber Abb. 6.20 für $v_{Rd, ct}$. Dominierend ist neben der veränderlichen Einwirkung und der Modellunsicherheit der Beanspruchung vor allem die Modellunsicherheit des Widerstands. Die Sensitivität der Betondruckfestigkeit ist abgesunken, da eine geringere Streuung unterstellt wurde. Die Stahlstreckgrenze spielt aufgrund ihrer geringen Streuung keine Rolle.

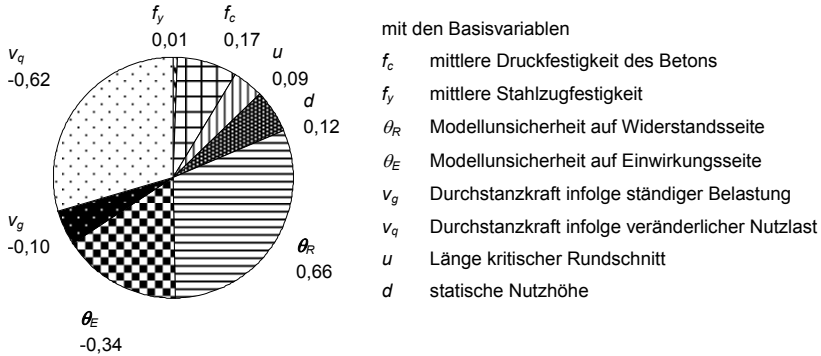


Abb. 6.23: Sensitivitätsfaktoren für den Durchstanznachweis $v_{Rd, sy}$ im kritischen Rundschnitt für den Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ bei einem Querkraftbewehrungsgrad von $\rho_w = 0,002$ (Beton $v_x = 0,15$ und Stahl $v_x = 0,06$ bei $g_k / q_k = 70 / 30$)

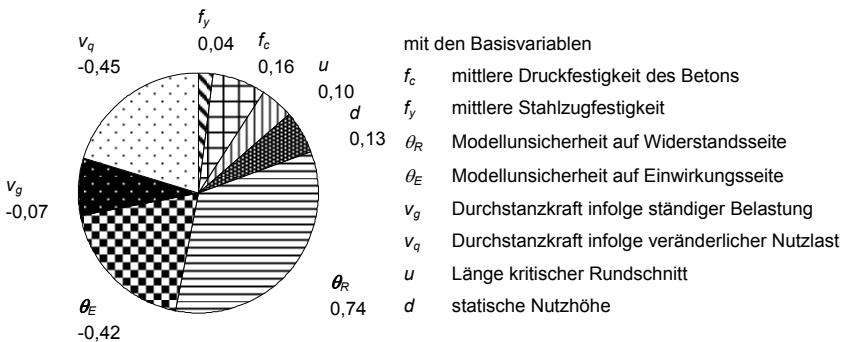


Abb. 6.24: Sensitivitätsfaktoren für den Durchstanznachweis $v_{Rd, sy}$ im kritischen Rundschnitt für den Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und Querkraftbewehrungsgrad von $\rho_w = 0,01$ (Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,15$ und Stahl $v_x = 0,06$; $g_k / q_k = 70 / 30$)

Die Zuverlässigkeit wird hier wiederum von der Widerstandsseite dominiert, denn die resultierenden Sensitivitätsfaktoren folgen für Abb. 6.23 zu $\alpha_R = +0,79$ und $\alpha_E = -0,61$. Größere Streuungen der Materialkennwerte wirken sich hier nur mäßig

auf die Zuverlässigkeit aus. Für Abb. 6.24 errechnen sich die resultierenden Sensitivitätsfaktoren zu $\alpha_R = +0,78$ und $\alpha_E = -0,62$.

Der Tragwiderstand der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ im kritischen Rundschnitt wird durch die Grenzzustandsgleichung (6.128) erfasst. Der Zuverlässigkeitsindex verläuft bei Verwendung der statistischen Kenngrößen nach Tab. 6.6 analog der Zuverlässigkeitskurve für $V_{Rd,ct}$ in Abb. 6.19. Dies ist keineswegs verwunderlich, da sich die Grenzzustandsfunktionen deterministisch nur durch den Faktor 1,5 unterscheiden und im betrachteten Grenzzustand der Tragfähigkeit die Einwirkungs- und Widerstandsseite um jeweils diesen Betrag erhöht werden. Die Zuverlässigkeit ändert sich dadurch nicht.

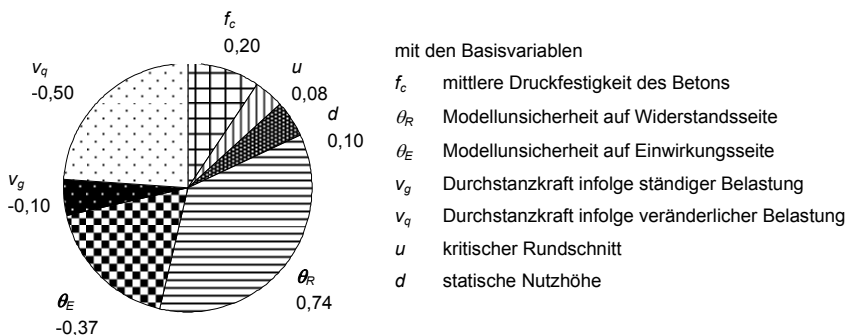


Abb. 6.25: Sensitivitätsfaktoren für Durchstanzen $V_{Rd,max}$ für den Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,01$ und einem Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,20$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ infolge Nutzlastbeanspruchung

Aufgrund des großen Einflusses der Modellunsicherheit des Widerstands folgen die resultierenden Sensitivitätsfaktoren zu $\alpha_R = +0,78$ und $\alpha_E = -0,63$. Die Widerstandsseite dominiert deshalb auch die Bauteilzuverlässigkeit. Zweitgrößten Einfluss auf die Zuverlässigkeit hat die veränderliche Einwirkung gefolgt von der Modellunsicherheit der Beanspruchungsgröße und der Betondruckfestigkeit. Die ständige Einwirkung, die statische Nutzhöhe sowie die Bauteilbreite wirken sich aufgrund ihrer vergleichsweise niedrigen Streuung hier auf die Zuverlässigkeit nur gering aus. Für größere Streuungen der veränderlichen Einwirkungen sinkt die Bauteilzuverlässigkeit stark. Für große Betondruckfestigkeitsstreuungen sinkt die Zuverlässigkeit nur moderat ab.

6.4.3.5 Biegeversagen unbewehrter Bauteile

Unbewehrte Bauteile treten in Bestandsbauten häufig auf. Nach *DIN 1045-1 2008* werden Bauteile ohne Bewehrung und Bauteile mit einer Bewehrung, die unterhalb der jeweils erforderlichen Mindestbewehrung liegt, als unbewehrte Bauteile behandelt. In diesem und den folgenden Abschnitten soll ausschließlich die Zuverlässigkeit von Bauteilen ohne Bewehrung betrachtet werden, da Bauteile welche die Mindestbewehrung unterschreiten in den vorangestellten Abschnitten mitbehandelt wurden. Beispiele für unbewehrte Bauteile sind Stützen, Wände und Fundamente, die auch in der aktuellen Bemessungsnorm geregelt sind. Tritt in

Bauteilen ohne Bewehrung Biegung auf, so kommt es zum Versagen, wenn die Betonzugfestigkeit f_{ctd} am äußeren Querschnittsrand auf der Zugseite überschritten wird. Mit den statistischen Kenngrößen der in der Grenzzustandsfunktion (6.18) verwendeten Basisvariablen nach Tab. 6.6 errechnet sich im Grenzzustand der Tragfähigkeit ein Sicherheitsindex $\beta = 5,81$ für das Lastverhältnis ständige Last zur Nutzlast von 70 / 30. Dabei wurde für unbewehrte Bauteile ein Teilsicherheitsbeiwert für Beton von $\gamma_c = 1,80$ unterstellt und ein Variationskoeffizient der Betonzugfestigkeit von 20 % angenommen. Für weitere Zugfestigkeitsstreuungen ist die Bauteilzuverlässigkeit aus Abb. 8.54 ersichtlich.

Die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren ist für den beschriebenen Fall in Abb. 6.26 dargestellt. Die Betonzugfestigkeit steuert neben der veränderlichen Einwirkung sowie die beiden Modellunsicherheiten die Bauteilzuverlässigkeit maßgeblich. Mäßigen Einfluss auf die Zuverlässigkeit haben die statische Nutzhöhe sowie die ständigen Einwirkungen. Die resultierenden Sensitivitätsfaktoren ergeben sich daher zu $\alpha_R = +0,78$ und $\alpha_E = -0,62$, d. h. die Widerstandsseite dominiert hier wieder die Bauteilzuverlässigkeit. Die Bauteilbreite beeinflusst die Zuverlässigkeit nur gering. Aus der Verteilung der Sensitivitätsfaktoren leitet sich für große Streuungen der veränderlichen Einwirkungen und der Betondruckfestigkeit eine enorme Verminderung der Bauteilzuverlässigkeit ab.

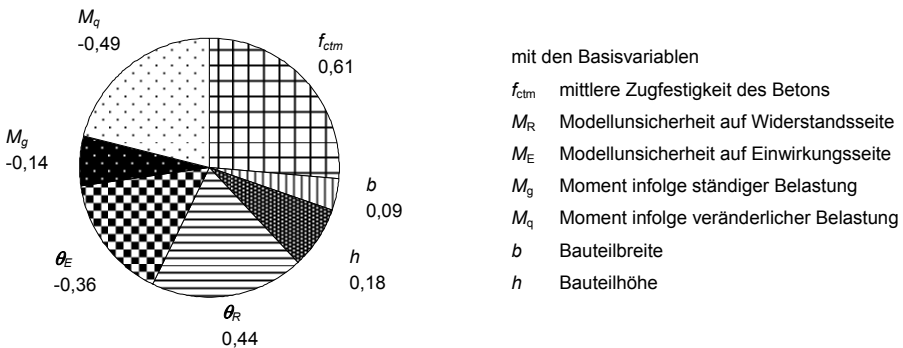


Abb. 6.26: Sensitivitätsfaktoren bei Biegeversagen unbewehrter Bauteile für einen Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,20$ und einem Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

6.4.3.6 Querkraftversagen unbewehrter Bauteile

Stehen Bauteile ohne Bewehrung unter Biegebeanspruchung, so kann ebenfalls eine Querkraftbeanspruchung vorhanden sein. Der Querkraftnachweis kann dann an ungerissenen Querschnitten bzw. Querschnittsteilen mithilfe der schiefen Hauptzugspannungen geführt werden. Die Grenzzustandsfunktion (6.102) für Bauteile ohne Längsspannungen liefert für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ einen Sicherheitsindex von $\beta = 4,91$ bei einem Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit von 20 %. Für die Modellunsicherheiten der Beanspruchung und des Widerstands wird abweichend von Tab. 6.6 ein Mittelwert von $\mu_\theta = 1,0$ und ein Variationskoeffizient von 15 % angenommen.

Die Bauteilzuverlässigkeit wird aufgrund der Verteilung der Sensitivitätsfaktoren in Abb. 6.27 von der Modellunsicherheit des Widerstands und der Betonzugfestigkeit beherrscht. Auf Einwirkungsseite heben sich die Modellunsicherheit der Beanspruchung und die veränderliche Last hervor. Die ständigen Einwirkungen und die geometrischen Größen haben aufgrund ihrer geringen Streuung kaum eine Auswirkung auf die Gesamtzuverlässigkeit. Dementsprechend stellen sich die resultierenden Sensitivitätsfaktoren zu $\alpha_R = +0,81$ und $\alpha_E = -0,60$ dar. Größere Streuungen der Betondruckfestigkeit beeinflussen hier die Bauteilzuverlässigkeit signifikant.

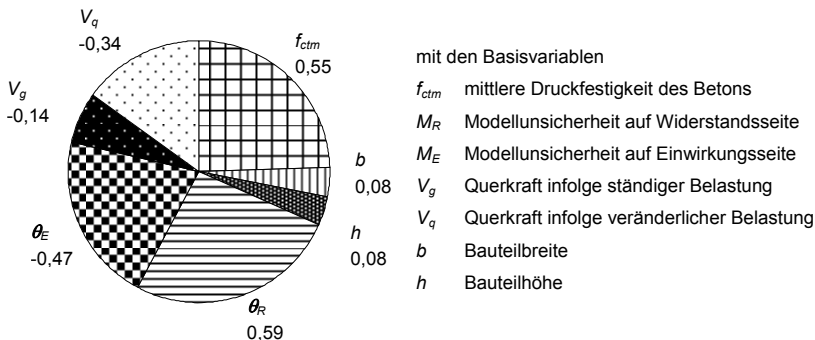


Abb. 6.27: Sensitivitätsfaktoren für die Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,ct}$ unbewehrter Bauteile ohne Betonlängsspannungen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ bei einem Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 0,20$ unter Nutzlastbeanspruchung

6.4.3.7 Druckversagen unbewehrter Bauteile

Die probabilistischen Untersuchungen zentrisch belasteter, unbewehrter Druckglieder können ebenfalls mit der Grenzzustandsgleichung (6.12) durchgeführt werden, indem der Traganteil der Bewehrung entfällt.

In Abb. 6.28 ist der Verlauf des Sicherheitsindex β für verschiedene Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit dargestellt. Hierin wurden die Lastverhältnisse $g_k / q_k = 70 / 30$ und $g_k / q_k = 50 / 50$ betrachtet. Dabei wurden die statistischen Kenngrößen der verwendeten Basisvariablen nach Tab. 6.6 für den Bezugszeitraum von 50 Jahren unterstellt.

Die Sensitivitätsfaktoren der beteiligten Basisvariablen sind für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ in Abb. 6.29 ersichtlich. Darin zeigt sich deutlich die Dominanz der veränderlichen Einwirkung und der Betondruckfestigkeit. Mäßigen Einfluss üben die Modellunsicherheiten der Beanspruchungen und des Widerstands aus. Die Basisvariablen der Bauteilbreite b und –höhe h haben eine untergeordnete Bedeutung. Somit ist klar zu erkennen, dass größere Streuungen der veränderlichen Einwirkungen sowie der Betondruckfestigkeit großen Einfluss auf die Bauteilzuverlässigkeit nehmen. Die resultierenden Sensitivitätsfaktoren des Widerstands und der

Einwirkung errechnen sich für den Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit von $v_x = 0,15$ zu $\alpha_R = +0,67$ und $\alpha_E = -0,74$.

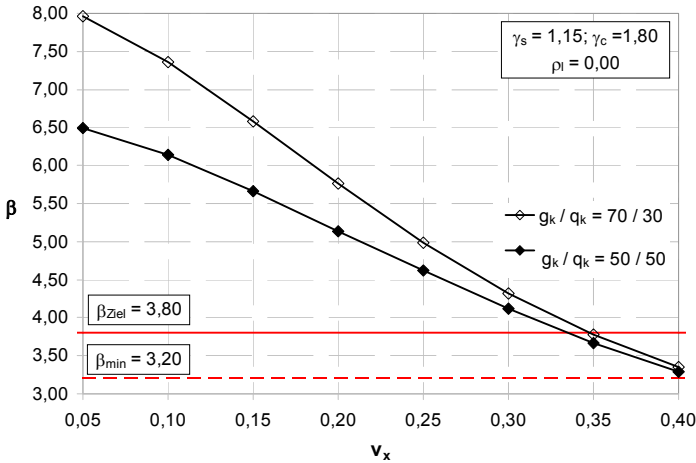
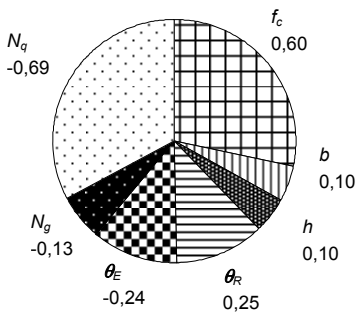


Abb. 6.28: Zuverlässigkeitskurven für Druckversagen N_{Rd} unbewehrter Druckglieder für unterschiedliche Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit und Lastverhältnisse infolge Nutzlastbeanspruchung



mit den Basisvariablen

- f_c mittlere Druckfestigkeit des Betons
- M_R Modellunsicherheit auf Widerstandsseite
- M_E Modellunsicherheit auf Einwirkungsseite
- N_g Normalkraft infolge ständiger Belastung
- M_q Normalkraft infolge veränderlicher Belastung
- b Bauteilbreite
- h Bauteilhöhe

Abb. 6.29: Sensitivitätsfaktoren für Druckversagen N_{Rd} unbewehrter Druckglieder für den Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit $v_x = 0,15$ bei einem Lastverhältnis von $g_k / q_k = 70 / 30$ unter Nutzlastbeanspruchung

Für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ verkleinern sich die Sensitivitätsfaktoren der Betondruckfestigkeit und der ständigen Einwirkung relativ stark sowie die der Modellunsicherheiten von Widerstand bzw. Beanspruchung mäßig. Die Gewichtung der Bauteilabmessungen bleibt nahezu unverändert. Die Sensitivität der veränderlichen Einwirkung hingegen vergrößert sich signifikant. Mit zunehmender Betonstreuung steigt deren Sensitivität im Vergleich zum Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ weniger stark an, da sich die Sensitivität der veränderlichen Last massiv vergrößert und somit die geringer streuenden Basisvariablen beeinflusst. Die resultierenden Sensitivitätsfaktoren des Widerstands und der Einwirkung folgen für einen Variationskoeffizienten $v_x = 0,15$ der Betondruckfestigkeit zu $\alpha_R = +0,57$ und $\alpha_E = -0,82$. Hieraus ist eine

klare Dominanz der Einwirkungsseite hinsichtlich der Querschnittszuverlässigkeit zu beobachten.

6.5 Zusammenfassung

Im Abschnitt 6 wurde die Durchführung der Zuverlässigkeitsanalyse bei Stahlbetonbauteilen erläutert. Hierzu sind die Grenzzustandsgleichungen für die jeweilige Versagensart von großer Bedeutung. Die Grenzzustandsgleichungen wurden auf Querschnittsebene für alle gängigen Nachweise beim Bauen im Bestand - mit Ausnahme von Stabilitätsnachweisen - hergeleitet. Die statistischen Kenngrößen der für die weiteren Zuverlässigkeitsanalysen benötigten Basisvariablen wurden anhand der recherchierten Informationen getrennt nach Widerstandsgrößen (Abschnitt 4) und Einwirkungsgrößen (Abschnitt 5) für Bestandsbauten in der Tab. 6.6 zusammengestellt.

Abschließend wurden Zuverlässigkeitsuntersuchungen ausgewählter Versagensarten unter Annahme üblicher Bauteilstreuungen durchgeführt. Dabei wurden die Teilsicherheitsfaktoren für Einwirkungen und Materialkennwerte nach *DIN 1055-100 2001* bzw. *DIN 1045-1 2008* unterstellt. Die durchgeführten Zuverlässigkeitsanalysen zeigen für alle Versagensarten unterschiedliche Zuverlässigkeitsniveaus und lassen eine starke Abhängigkeit der Bauteilzuverlässigkeit hinsichtlich der streuenden Größen erkennen. Eine genaue Analyse zur Auswirkung dieser Streuungen erfolgt im nachfolgenden Abschnitt. Die Ausweisung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte zur semiprobabilistischen Nachweisführung von Bestandsbauten, differenziert nach den Streuungen der Widerstandsgrößen und Lastverhältnissen g_k / q_k , wird aufgrund der hier festgestellten unterschiedlichen Zuverlässigkeitsniveaus als sinnvoll erachtet.

7 Probabilistische Untersuchungen von Bestandsbauten

7.1 Einführung

Zur Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten für das Bauen im Bestand müssen probabilistische Parameterstudien durchgeführt werden. Wie schon im vorangestellten Abschnitt dargestellt, sollten zuerst die Auswirkungen der verschiedenen Randbedingungen auf die Zuverlässigkeit der jeweiligen Versagensart untersucht werden. Unter Randbedingungen wird in diesem Zusammenhang das Zusammenspiel der einzelnen Basisvariablen mit unterschiedlichen Variationskoeffizienten, verschiedene Lastverhältnisse sowie unterschiedlichen Ansätzen für die Modellunsicherheiten verstanden. Diese Vorgehensweise ist zur Einschätzung der Zuverlässigkeitsänderungen bei Variation der Randbedingungen für spätere Parameterstudien zur Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten hilfreich.

Als Hilfsmittel zur Beurteilung der die Zuverlässigkeit maßgebend beeinflussenden Basisvariablen können die Sensitivitätsfaktoren genutzt werden. Diese geben z. B. darüber Aufschluss, welche Basisvariablen die Zuverlässigkeit maßgeblich steuern. Somit können die maßgebenden Stellschrauben für die späteren Parameterstudien herausgearbeitet werden. Weiter helfen die Sensitivitätsfaktoren, die Änderung der Bauteilzuverlässigkeit bei Veränderung der Randbedingungen einzuschätzen.

Beim Bauen im Bestand können durch eine Bestandsanalyse verschiedene Einflussparameter genau erfasst werden, die sich auf die Tragsicherheitsbeurteilung durchaus auch positiv auswirken können, da Streuungen von Basisvariablen eingeschränkt werden können. Diese Argumente werden hauptsächlich zur Ausweisung reduzierter Teilsicherheitsbeiwerte in der Belastungsrichtlinie *DAfStb 2000* angeführt. Im Rahmen probabilistischer Analysen wird die Zuverlässigkeit einzelner Versagensarten bei Anwendung reduzierter Teilsicherheitsbeiwerte bewertet.

Zur Vereinfachung der Parameterstudien wird das Lastverhältnis der ständigen und veränderlichen Einwirkungen gebildet. Die durchgeführte Normierung der Grenzzustandsgleichung ermöglicht es, alle geometrischen Größen sowie alle Beton- und Stahlfestigkeiten zu erfassen und somit den Aufwand bei den anstehenden Parameterstudien signifikant zu reduzieren. Im Rahmen der Normierung werden sogenannte bezogene Schnittgrößen gebildet, d. h. die tatsächliche Beanspruchung wird auf die Beanspruchbarkeit des vorhandenen Querschnitts hinsichtlich der Versagensart bezogen und in die normierte Grenzzustandsfunktion eingebracht.

7.2 Einwirkungsverhältnis

Der Zuverlässigkeitsindex β ist stark vom Verhältnis der ständigen zu veränderlichen Einwirkungen abhängig. Bei steigendem Verkehrslastanteil ist ein deutlicher Zuverlässigkeitsabfall über alle Versagensarten festzustellen. In den anstehenden Parameterstudien soll zur Vereinfachung das charakteristische Einwirkungsverhältnis η verwendet werden:

$$\eta = \frac{G_k}{G_k + Q_k} \quad (7.1)$$

Das Einwirkungsverhältnis η beträgt bei herkömmlichen Gebäuden in Massivbauweise etwa 0,7. Treten in Gebäuden hohe Verkehrslasten auf, so sinkt der Verhältniswert η ab. In dieser Arbeit wird als untere Grenze ein Wert $\eta = 0,5$ angenommen.

Eine ausführliche Literaturrecherche von *Hansen, M. 2004* zu möglichen Lastverhältnissen liefert übliche Verhältniswerte η von 0,22 bis 0,79 für den baupraktischen Bereich. Wobei angemerkt sei, dass Verhältniswerte η nahe 0,22 z. B. für leichte Stahlkonstruktionen repräsentativ sind.

Durch Umformen von Gleichung (7.1) können die charakteristischen Werte G_k und Q_k wie folgt implizit angegeben werden:

$$G_k = \frac{\eta}{1 - \eta} \cdot Q_k \quad (7.2)$$

$$Q_k = \frac{1 - \eta}{\eta} \cdot G_k \quad (7.3)$$

Durch die Einführung des charakteristischen Einwirkungsverhältnisses η kann nun die auf den Querschnitt einwirkende Gesamtbeanspruchung allein durch die ständige Einwirkung mithilfe der Gleichungen (7.1) bis (7.3) ausgedrückt werden:

$$E_{k,ges} = G_k \cdot \left[\eta + (1 + \eta) \cdot \frac{(1 - \eta)}{\eta} \right] \quad (7.4)$$

Näherungsweise kann die Einwirkungsseite nach Gleichung (7.4) in den normierten Parameterstudien wie folgt berücksichtigt werden:

$$E_{k,ges} = G_k + \frac{1 - \eta}{\eta} \cdot Q_k \quad (7.5)$$

7.3 Normierung der Grenzzustandsgleichungen

Um alle möglichen Bauteilgeometrien, Materialfestigkeiten von Beton und Betonstahl sowie alle Lastverhältnisse zu erfassen, werden sämtliche Grenzzustandsgleichungen normiert. Hierzu werden bezogene Größen gebildet, welche die Beanspruchung und die Beanspruchbarkeit für die betrachtete Versagensart am zu untersuchenden Bauteil erfassen. Die Vorgehensweise der angewandten Normierung wird anhand einer zentrisch gedrückten Stahlbetonstütze erläutert.

Die bezogene, dimensionslose Normalkraft n stellt sich wie folgt dar:

$$n = \frac{G_k}{b \cdot h \cdot f_{ck}} \quad (7.6)$$

Über den Faktor n können die Betongüte, die Bauteilabmessungen sowie die einwirkende charakteristische Gesamtlast gesteuert werden. Der bezogene Wert n

bestimmt sich deterministisch für den betrachteten Querschnitt im Grenzzustand der Tragfähigkeit und beinhaltet implizit alle Informationen des zu analysierenden Bauteilquerschnitts wie z. B. auch den vorhandenen Bewehrungsgrad. Das heißt, dass für jeden Bewehrungsgrad, jede Beton- und Stahlgüte sowie jedes Lastverhältnis unter Beachtung der Bauteilgeometrie ein neuer Wert n bestimmt werden muss.

Die bezogene Größe n steuert nun den normierten Nachweis für Spannungsversagen (vgl. Gleichung (6.12)):

$$Z_{\text{Spannungsversagen}} = \theta_{R,N} \cdot (b \cdot h \cdot \alpha \cdot f_c + \rho_l \cdot f_y \cdot X_1) - \theta_{E,N} \cdot \left(N_G + \frac{1-\eta}{\eta} \cdot N_Q \right) \cdot n \quad (7.7)$$

In die normierte Grenzzustandsgleichung gehen die auf die charakteristischen Werte bezogenen Mittelwerte der Basisvariablen aus Tab. 6.6 ein. Zu beachten ist hier allerdings, dass das unterschiedliche Tragvermögen des Betons und des Bewehrungsstahls berücksichtigt werden muss. Dies erfolgt durch die Einführung der Verhältnisvariablen X_1 :

$$X_1 = \frac{f_{yk}}{f_{ck}} \quad (7.8)$$

Die aufgezeigte Normierung kann somit auf alle anderen Versagensarten wie z. B. Biege- oder Querkraftversagen angewendet werden. Hierzu müssen immer die für die jeweilige Versagensart benötigten bezogenen Schnittgrößen gebildet werden.

7.4 Auswirkung auf die Zuverlässigkeit bei Variation der Einflussgrößen

7.4.1 Allgemeines

Die Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen wird stark von den Streuungen der Einwirkungen, Materialkennwerten und Querschnittswerten sowie den Modellunsicherheiten von Beanspruchung und mechanischem Modell gesteuert. Weiter ist das Lastverhältnis g_k / q_k und der Bewehrungsgehalt des Bauteils von entscheidender Bedeutung. Die Auswirkungen bei Variation der genannten Parameter auf die Zuverlässigkeit werden nachfolgend zusammengestellt. Die Zuverlässigkeitsvergleiche beziehen sich immer auf die Zuverlässigkeit, die mit den statistischen Kenngrößen der Basisvariablen nach Tab. 6.6 erzielt wird. Weiter wird auf das im Hochbau überwiegend vorherrschende Lastverhältnis von Eigenlast zu Nutzlast $g_k / q_k = 70 / 30$ Bezug genommen. Die Zuverlässigkeitsänderung lässt sich sehr gut durch die Verschiebung der Gewichtung der einzelnen Basisvariablen anhand deren Sensitivitäten α_i beobachten. Die Variation der Basisvariablenstreuung hat je nach Versagensart unterschiedliche Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit. Die Untersuchungen werden wiederum für eine 100 %-ige Bauteilausnutzung unter Verwendung der Teilsicherheitsbeiwerte nach den aktuell gültigen Normen DIN 1045-1 bzw. DIN 1055-100 für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren durchgeführt.

7.4.2 Streuung der Betondruckfestigkeit

Die Streuung der Betondruckfestigkeit bei Bestandsbauten ist aufgrund der mangelnden Datenbasis schwer einzuschätzen. Ebenso ist es schwierig, von der Erstellungszeit des Gebäudes auf die darin vorhandene Druckfestigkeit und deren Streuung zu schließen. Dieser Sachverhalt wurde bereits in Abschnitt 4.3.2 ausführlich diskutiert. Eine gute Orientierungshilfe stellen die Erkenntnisse von Spaethe, G. 1992 dar, die in Tab. 4.1 in Abhängigkeit von der Baustellengröße ausgewiesen sind. Zur Bestimmung der im Bauwerk vorhandenen Betondruckfestigkeit sollten im Rahmen einer Bestandsaufnahme Bohrkernentnahmen werden, deren Prüfung eine Aussage über den Mittelwert der Betondruckfestigkeit mit zugehöriger Standardabweichung für das betrachtete Bauteil bzw. Bauwerk liefert (s. Abschnitt 2.5). Aus Gründen der Vergleichbarkeit wird nachfolgend immer der gleiche Variationskoeffizient der Betondruckfestigkeit verwendet. Als Basis dient ein normalfester Beton mit einem heute üblichen Variationskoeffizienten von 15 % (siehe Abb. 4.4). Da die Betondruckfestigkeit die größte streuende Größe der Widerstandsseite darstellt, wird dieser hier besondere Aufmerksamkeit gewidmet.

Für die Versagensart Biegezugversagen zeigt sich bei Veränderung des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit keinerlei Auswirkung auf die Bauteilzuverlässigkeit, da deren Sensitivitätsfaktor α_{fc} immer nahezu null ist.

Abb. 7.1 zeigt die Zuverlässigkeitskurven zentrisch gedrückter Druckglieder mit unterschiedlichen Bewehrungsgehalten. Der größte Zuverlässigkeitsverlust bei steigendem Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit ergibt sich für unbewehrte, zentrisch beanspruchte Druckglieder ($\rho_l = 0,00$).

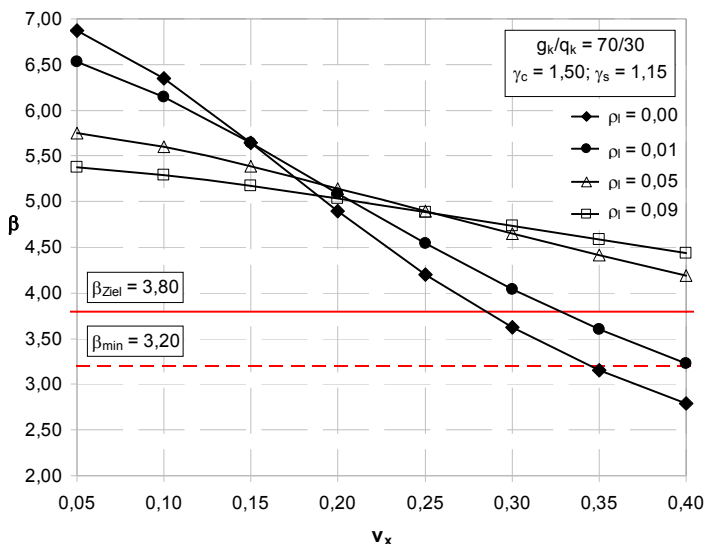


Abb. 7.1: Zuverlässigkeit zentrisch gedrückter Querschnitte in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade ρ_l , Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ (Nutzlast; γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100)

Je größer der Bewehrungsgehalt umso geringer ist die Beeinflussung durch die Betondruckfestigkeitsstreuung f_c , da der Betontraganteil an der Gesamtlast abnimmt.

Durch die Variation der Streuung von f_c verändern sich auch die Sensitivitätsfaktoren, wie in Tab. 7.1 und Tab. 7.2 zu erkennen ist. Tab. 7.1 stellt die Werte für einen Längsbewehrungsgrad von 1 % und Tab. 7.2 für einen maximalen Bewehrungsgrad von 9 % zusammen. Grundsätzlich ist ein starker Zuwachs des Sensitivitätsfaktors der Betondruckfestigkeit α_{fc} mit steigendem Variationskoeffizienten des Betons ersichtlich. Im Gegenzug fällt der Sensitivitätsfaktor der veränderlichen Einwirkung α_{NQ} ab. Die Widerstandsseite erhält aufgrund der am stärksten streuenden Basisvariable Beton großen Einfluss auf die Zuverlässigkeit. Die Sensitivitäten der Modellunsicherheiten für den Widerstand α_{tR} und die Einwirkung α_{tE} ändern sich nur leicht. Bei allen weiteren Sensitivitäten treten nur geringfügige Änderungen ein.

Tab. 7.1: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i für zentrischen Druck bei variablen Betonstreuungen und einem Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,01$ (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fy}	α_{fc}	α_b	α_h	α_{tR}	α_{tE}	α_{NG}	α_{NQ}	α_R	α_E
0,05	6,26	0,05	0,20	0,10	0,10	0,30	-0,28	-0,13	-0,86	0,39	-0,91
0,10	6,15	0,05	0,38	0,10	0,10	0,29	-0,27	-0,14	-0,81	0,50	-0,87
0,15	5,64	0,06	0,53	0,09	0,09	0,28	-0,26	-0,15	-0,73	0,62	-0,79
0,20	5,09	0,07	0,65	0,08	0,08	0,27	-0,25	-0,16	-0,63	0,72	-0,70
0,25	4,54	0,07	0,75	0,08	0,08	0,26	-0,24	-0,17	-0,52	0,80	-0,60
0,30	4,04	0,07	0,82	0,07	0,07	0,24	-0,23	-0,17	-0,41	0,86	-0,50
0,35	3,60	0,07	0,86	0,06	0,06	0,22	-0,22	-0,17	-0,34	0,89	-0,44
0,40	3,23	0,07	0,89	0,06	0,06	0,21	-0,20	-0,16	-0,29	0,92	-0,39

In Tab. 7.1 und Tab. 7.2 ist eine klare Verschiebung der die Zuverlässigkeit bestimmenden, resultierenden Sensitivitätsfaktoren von der Einwirkungsseite hin zur Widerstandsseite für anwachsende Betonvariationskoeffizienten festzustellen. In Tab. 7.2 ist aufgrund des hohen Stahlgehaltes eine geringere Absenkung des β -Wertes für variable Betonstreuungen zu erkennen.

Tab. 7.2: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i für zentrischen Druck und einem Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,09$ (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlastbeanspruchung)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fy}	α_{fc}	α_b	α_h	α_{tR}	α_{tE}	α_{NG}	α_{NQ}	α_R	α_E
0,05	5,38	0,20	0,10	0,05	0,05	0,31	-0,29	-0,16	-0,86	0,39	-0,92
0,10	5,29	0,21	0,19	0,05	0,05	0,31	-0,29	-0,16	-0,84	0,43	-0,90
0,15	5,18	0,21	0,27	0,05	0,05	0,31	-0,29	-0,17	-0,82	0,47	-0,89
0,20	5,03	0,22	0,33	0,04	0,04	0,31	-0,29	-0,17	-0,80	0,51	-0,87
0,25	4,88	0,23	0,38	0,04	0,04	0,30	-0,29	-0,17	-0,77	0,54	-0,84
0,30	4,73	0,23	0,42	0,04	0,04	0,30	-0,28	-0,18	-0,75	0,57	-0,82
0,35	4,58	0,24	0,48	0,04	0,04	0,30	-0,28	-0,18	-0,71	0,59	-0,80
0,40	4,44	0,25	0,48	0,03	0,03	0,30	-0,29	-0,19	-0,71	0,62	-0,79

Die Zuverlässigkeitskurve $V_{Rd,ct}$ in Abb. 7.2 von nicht querkraftbewehrten Bauteilen fällt für größere Betondruckfestigkeitsstreuungen leicht ab. Dies gilt analog auch für die Versagensart Durchstanzen nicht querkraftbewehrter Platten für die beiden Nachweisformate $V_{Rd,ct}$ und $V_{Rd,max}$.

Die Analysen zeigen, dass die Sensitivitätsfaktoren des Tragwiderstands $V_{Rd,ct}$ nahezu unabhängig vom vorhandenen Längsbewehrungsgrad sind. Ein Anstieg der Betondruckfestigkeitsstreuung hat nur mäßigen Einfluss auf die Querschnittszuverlässigkeit, wie die Verteilung der Wichtungsfaktoren in Tab. 7.3 zeigt. Zwar wächst die Sensitivität α_{fc} an, aber alle anderen Sensitivitäten ändern sich nur geringfügig. Somit erfolgt bei den resultierenden Wichtungsfaktoren auch nur ein geringer Zuwachs für die Sensitivität der Widerstandsseite α_R . Die Begründung liefert die Grenzzustandsgleichung (6.107), da hier f_c mit dem Exponenten 1/3 versehen ist. Das Nachweisformat weist eine sehr hohe Zuverlässigkeit auf.

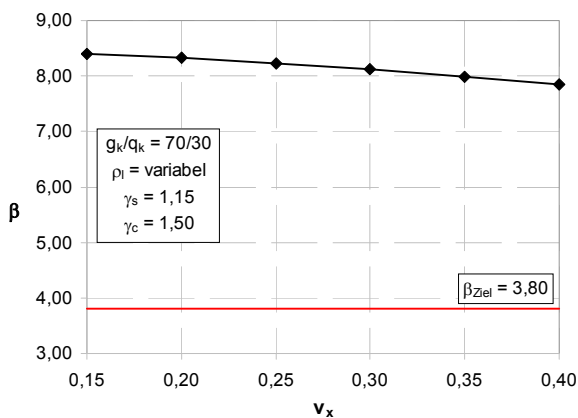


Abb. 7.2: Zuverlässigkeit des Tragwiderstands $V_{Rd,ct}$ nicht querkraftbewehrter Bauteile aufgetragen über den Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit für alle Längsbewehrungsgrade ρ_l (Teilsicherheitsbeiwerte nach Norm), Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ (Nutzlastbeanspruchung; γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100)

Tab. 7.3: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i des Querkrafttragwiderstands $V_{Rd,ct}$ für den Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,01$ (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlastbeanspruchung)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fc}	α_b	α_d	α_{dR}	α_{dE}	α_{VG}	α_{VQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,15	8,41	0,15	0,08	0,06	0,75	-0,38	-0,10	-0,50	1,00	0,77	-0,64
0,20	8,33	0,20	0,08	0,06	0,74	-0,38	-0,10	-0,49	1,00	0,77	-0,63
0,25	8,23	0,24	0,08	0,06	0,74	-0,38	-0,10	-0,48	1,00	0,78	-0,62
0,30	8,12	0,29	0,07	0,06	0,73	-0,38	-0,10	-0,47	1,00	0,79	-0,61
0,35	7,99	0,33	0,07	0,06	0,72	-0,38	-0,11	-0,46	1,00	0,80	-0,61
0,40	7,86	0,37	0,07	0,06	0,71	-0,37	-0,11	-0,44	1,00	0,81	-0,59

Tritt eine Querkraftbelastung auf, so muss auch stets der Tragwiderstand der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ überprüft werden. Hierbei spielt die Betondruckfestigkeit und

deren Streuung eine große Rolle. Abb. 7.3 zeigt erwartungsgemäß einen Zuverlässigkeitsabfall mit steigendem Variationskoeffizienten v_x des Betons. Die Kurve fällt bei etwa $v_x = 25\%$ unter den in DIN 1055-100 angestrebten Zielzuverlässigkeitsindex $\beta_{Ziel} = 3,8$.

Der Zuverlässigkeitsabfall geht mit der Zunahme des Sensitivitätsfaktors der Betondruckfestigkeit gemäß Tab. 7.4 einher. Es zeigt sich – ähnlich wie bei der zentrisch gedrückten Stütze – eine rapide Abnahme des Sensitivitätsfaktors der veränderlichen Belastung α_{VQ} für große Streuungen des Betons. Die weiteren Wichtungsfaktoren ändern sich wieder nur geringfügig. Somit erfährt die Widerstandsseite mit zunehmendem Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit eine größere Wichtung, wie an den zuverlässigkeitsbestimmenden resultierenden Sensitivitätsfaktoren ersichtlich ist.

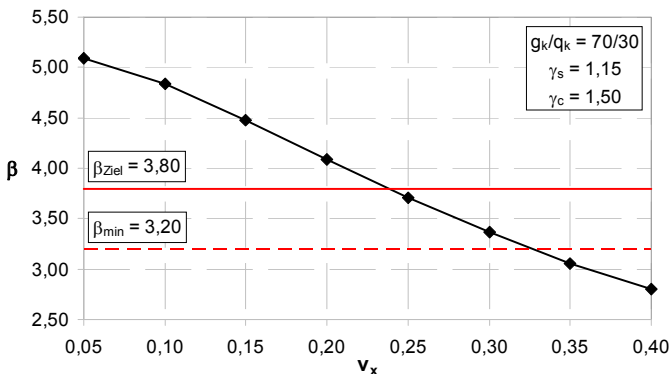


Abb. 7.3: Zuverlässigkeit des Tragwiderstands der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlastbeanspruchung; γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100)

Tab. 7.4: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i bei Druckstrebenversagen $V_{Rd,max}$ für verschiedene Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1, Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fc}	α_b	α_d	α_{fR}	α_{fE}	α_{VG}	α_{VQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,05	5,09	0,19	0,10	0,10	0,65	-0,52	-0,16	-0,48	1,00	0,69	-0,73
0,10	4,84	0,36	0,09	0,09	0,62	-0,51	-0,16	-0,42	1,00	0,73	-0,68
0,15	4,47	0,51	0,09	0,09	0,58	-0,49	-0,16	-0,34	1,00	0,78	-0,62
0,20	4,09	0,62	0,08	0,08	0,53	-0,47	-0,15	-0,28	1,00	0,82	-0,57
0,25	3,71	0,70	0,07	0,07	0,48	-0,44	-0,14	-0,24	1,00	0,85	-0,57
0,30	3,37	0,76	0,07	0,07	0,44	-0,41	-0,13	-0,20	1,00	0,88	-0,47
0,35	3,06	0,80	0,06	0,06	0,40	-0,38	-0,12	-0,18	1,00	0,90	-0,44
0,40	2,80	0,83	0,05	0,05	0,37	-0,36	-0,11	-0,16	1,00	0,91	-0,41

Die Bemessungsgleichung für Durchstanzen querkraftbewehrter Bauteile $v_{Rd,sy}$ in DIN 1045-1 2008 setzt sich aus dem Betontraganteil ohne Querkraftbewehrung und den Traganteil der Durchstanzbewehrung zusammen. Zu erkennen ist hier, dass

insbesondere für geringe Querkraftbewehrungsgrade der Nachweis vom Betontraganteil dominiert wird. Somit entspricht der Verlauf der Zuverlässigkeitskurve über variable Variationskoeffizienten annähernd dem Kurvenverlauf von $V_{Rd,ct}$. Durch Kombination der beiden Traganteile wird der Einfluss einer ansteigenden Betondruckfestigkeitsstreuung abgeschwächt, was an den Sensitivitätsfaktoren in Tab. 7.5 ersichtlich ist. Der Zuwachs der Sensitivität α_{fc} geht wiederum mit einer leichten Abnahme des Faktors α_{vQ} einher. Die resultierenden Sensitivitätsfaktoren α_R und α_E verändern sich kaum – was ein Indiz für den geringen Einfluss der Druckfestigkeitsstreuung des Betons bei hohem Querkraftbewehrungsgehalt ist. Die α -Werte in Tab. 7.5 wurden exemplarisch für einen Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und einen Querkraftbewehrungsgrad $\rho_w = 0,01$ ausgewiesen. Die α -Werte ändern sich für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade nicht und können auch für sehr hohe Querkraftbewehrungsgrade als repräsentativ angesehen werden.

Tab. 7.5: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i des Durchstantragwiderstands $V_{Rd,sy}$ bei einem Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,01$ und einem Querkraftbewehrungsgrad von $\rho_w = 0,01$ (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlastbeanspruchung)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fy}	α_{fc}	α_u	α_h	α_{fR}	α_{fE}	α_{vG}	α_{vQ}	α_R	α_E
0,15	4,81	0,04	0,16	0,10	0,13	0,74	-0,42	-0,17	-0,45	0,78	-0,64
0,20	4,76	0,04	0,21	0,10	0,13	0,73	-0,42	-0,17	-0,44	0,78	-0,63
0,25	4,69	0,04	0,26	0,10	0,13	0,72	-0,41	-0,17	-0,42	0,78	-0,61
0,30	4,61	0,04	0,31	0,10	0,13	0,72	-0,41	-0,17	-0,41	0,80	-0,60
0,35	4,53	0,05	0,35	0,10	0,13	0,71	-0,41	-0,17	-0,39	0,81	-0,59
0,40	4,44	0,05	0,39	0,09	0,12	0,70	-0,40	-0,17	-0,38	0,82	-0,58

Bei unbewehrten Bauteilen hat die Streuung der Betonzugfestigkeit erwartungsgemäß einen großen Einfluss. Der Sicherheitsindex β sinkt nach Abb. 7.4 mit zunehmender Materialstreuung bei unbewehrten Biegebauteilen linear ab, liegt aber immer über dem geforderten Zielwert von $\beta_{Ziel} = 3,8$. Als statistische Kenngrößen der Modellunsicherheiten wird auf Beanspruchungs- und Widerstandsseite ein Mittelwert $\mu_\theta = 1,00$ mit einer Schwankung von $v_x = 0,15$ unterstellt. Der Mittelwert wurde zu eins gewählt, da das mechanische Modell exakt erfasst wird und für die Beanspruchung keinerlei Umlagerungsmöglichkeiten sowie Steifigkeitsveränderungen am Bauteil vorhanden sind.

Die Sensitivitätsfaktoren stellen sich für unbewehrte Biegebauteile gemäß Tab. 7.6 für die unterschiedlichen Betonzugfestigkeitsvariationskoeffizienten dar. Wie erwartet, steigt die Betonsensitivität α_{fc} und die Sensitivität der veränderlichen Einwirkung α_{MQ} sowie der Einfluss der Modellunsicherheiten nimmt ab. Die Sensitivitätsfaktoren der Bauteilbreite α_b sowie der ständigen Einwirkung α_{MG} bleiben nahezu konstant, während sich die Sensitivität der Bauteilhöhe α_h leicht verringert. Die resultierenden Wichtungsfaktoren auf Einwirkungs- und Widerstandsseite α_E und α_R verändern sich für variierende Streuung der Betondruckfestigkeit sehr stark.

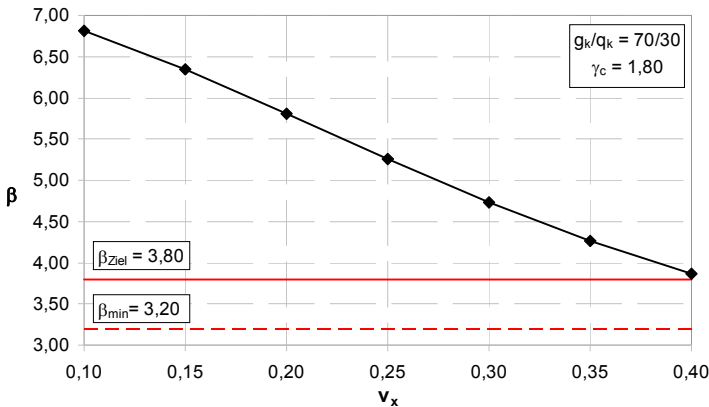


Abb. 7.4: Zuverlässigkeit unbewehrter Biegebauteile M_{Rd} aufgetragen über den Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast; γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100)

Tab. 7.6: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i der Querschnittszuverlässigkeit unbewehrter Biegebauteile für Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN, Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fct}	α_b	α_h	α_{dR}	α_{dE}	α_{MG}	α_{MQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,10	6,81	0,34	0,10	0,20	0,49	-0,39	-0,13	-0,66	1,00	0,64	-0,78
0,15	6,35	0,48	0,09	0,19	0,46	-0,38	-0,13	-0,59	1,00	0,70	-0,71
0,20	5,81	0,61	0,09	0,18	0,44	-0,36	-0,14	-0,49	1,00	0,78	-0,62
0,25	5,25	0,71	0,08	0,17	0,41	-0,35	-0,14	-0,38	1,00	0,84	-0,54
0,30	4,73	0,78	0,08	0,15	0,38	-0,33	-0,14	-0,30	1,00	0,88	-0,47
0,35	4,26	0,83	0,07	0,14	0,34	-0,30	-0,13	-0,25	1,00	0,91	-0,41
0,40	3,86	0,86	0,06	0,13	0,31	-0,28	-0,12	-0,21	1,00	0,93	-0,37

Bei Analyse der Querkrafttragfähigkeit unbewehrter Bauteile ohne Normkrafteinwirkung stellt sich ein ähnlicher Verlauf der Zuverlässigkeitskurve wie für Biegeversagen ein. Die statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten werden wieder auf Beanspruchungs- und Widerstandsseite mit dem Mittelwert $\mu_\theta = 1,00$ und einer Schwankung von $v_x = 0,15$ angenommen.

Die Sensitivitätsfaktoren sind für unbewehrte, querkraftbeanspruchte Bauteile in Tab. 7.7 für unterschiedliche Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit aufgeschrieben. Die steigende Materialstreuung führt zu einem Anwachsen der Sensitivität der Betonzugfestigkeit α_{fc} und zu einer Abnahme der Sensitivität der veränderlichen Einwirkung α_{MQ} sowie der Modellunsicherheiten. Die Sensitivitätsfaktoren der geometrischen Größen α_b und α_d sowie die der ständigen Einwirkung α_{MG} sind aufgrund ihrer geringen Streuung klein und verändern sich kaum. Da sich die einzelnen Wichtungsfaktoren jeweils auf Einwirkungs- und Widerstandsseite weitgehend ausgleichen, verändern sich die resultierenden Sensitivitäten α_R und α_E relativ wenig.

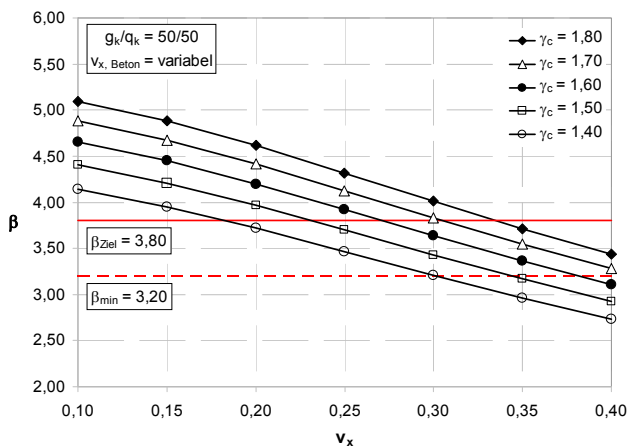


Abb. 7.5: Zuverlässigkeit $V_{Rd,ct}$ unbewehrter, querkraftbeanspruchter Bauteile in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100)

Tab. 7.7: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i unbewehrter, querkraftbeanspruchter Bauteile $V_{Rd,ct}$ für verschiedene Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit (TSBW nach DIN 1045-1; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fc}	α_b	α_d	α_{tR}	α_{tE}	α_{VG}	α_{VQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,10	5,56	0,31	0,09	0,09	0,66	-0,47	-0,14	-0,47	1,00	0,74	-0,68
0,15	5,28	0,44	0,09	0,09	0,63	-0,46	-0,14	-0,40	1,00	0,78	-0,63
0,20	4,91	0,55	0,08	0,08	0,59	-0,47	-0,14	-0,34	1,00	0,81	-0,60
0,25	4,52	0,64	0,07	0,07	0,55	-0,43	-0,14	-0,28	1,00	0,85	-0,53
0,30	4,15	0,70	0,07	0,07	0,51	-0,41	-0,13	-0,24	1,00	0,87	-0,49
0,35	3,81	0,75	0,06	0,06	0,47	-0,39	-0,12	-0,21	1,00	0,89	-0,46
0,40	3,50	0,79	0,06	0,06	0,43	-0,37	-0,11	-0,18	1,00	0,90	-0,43

7.4.3 Streuung der Stahlzugfestigkeit

Die Streuung der Stahlzugfestigkeit ist wesentlich geringer als die der Betondruckfestigkeit, was durch die Homogenität des Werkstoffs sowie den relativ geringen Einflussfaktoren bei der Baustoffherstellung begründet werden kann. Die Streuungen lassen sich nach Stahlcharge, Profilgröße und Herstellerwerk quantifizieren (siehe Abschnitt 4.3.1). Gemäß Abschnitt 6.4.3 spielt die Stahlstreckgrenze bei dem Nachweis des Biegezugversagens und der Querkraftbewehrung $V_{Rd,sy}$ eine große Rolle. Bei zentrisch gedrückten Querschnitten hat die Stahlstreckgrenze nur einen mäßigen Einfluss, je nachdem wie hoch der Bewehrungsgrad ist. Anzuführen ist weiter, dass beim Nachweis der vorhandenen Querkraftbewehrung für die Versagensart Durchstanzen aufgrund der vernachlässigbaren Sensitivität der Stahlstreckgrenze eine Variation der Stahlstreuung insbesondere bei geringen Querkraftbewehrungsgraden keine nennenswerte Auswirkung auf die Bauteilzuverlässigkeit hat. Bei allen anderen bisher behandelten Versagensarten spielt die

Stahlstreckgrenze bzw. deren Variation keine Rolle. Die durchgeführten Untersuchungen greifen wieder auf die statistischen Kenngrößen in Tab. 6.6 zurück.

Im Regelfall wird der Streckgrenze ein Variationskoeffizient von ca. 5 % zugewiesen. Darin ist oftmals schon die Schwankung der Querschnittsfläche der einzelnen Bewehrungsstäbe mitberücksichtigt. Der Sicherheitsindex β in Abb. 7.6 verändert sich für Variationskoeffizienten kleiner als 5 % nur wenig, fällt für große Werte allerdings nahezu linear ab. Somit ist der Zuverlässigkeitsverlust bei geringen Stahlstreuungen nicht so gravierend, wie ein Blick auf die Größe der Sensitivitätsfaktoren vermuten lässt. Die Veränderung der Verteilungen der Sensitivitätsfaktoren für unterschiedliche Variationskoeffizienten der Stahlstreckgrenze ist für Biegezugversagen in Tab. 7.8 ersichtlich.

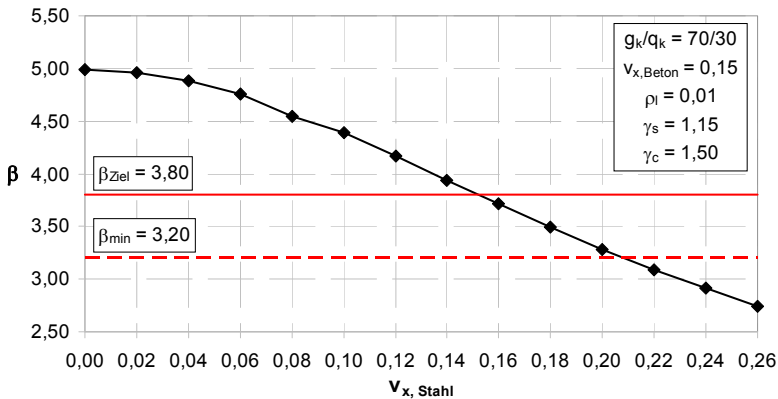


Abb. 7.6: Zuverlässigkeit hinsichtlich Biegezugversagen M_{Rd} in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten v_x der Stahlstreckgrenze infolge einer Nutzlastbeanspruchung; γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100

Tab. 7.8: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i bei Biegezugversagen für den Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und einen Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit von $v_x = 0,15$ für verschiedene Streuungen Stahlstreckgrenze (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fy}	α_{fc}	α_b	α_d	α_{dR}	α_{dE}	α_{MG}	α_{MQ}	α_R	α_E
0,00	5,00	0,00	0,00	0,00	0,12	0,52	-0,46	-0,17	-0,69	0,53	-0,85
0,02	4,96	0,10	0,00	0,00	0,12	0,51	-0,46	-0,17	-0,69	0,53	-0,85
0,04	4,88	0,20	0,00	0,00	0,11	0,51	-0,46	-0,17	-0,67	0,56	-0,83
0,06	4,75	0,30	0,00	0,00	0,11	0,50	-0,46	-0,17	-0,64	0,59	-0,81
0,08	4,55	0,39	0,00	0,00	0,11	0,50	-0,45	-0,18	-0,59	0,64	-0,76
0,10	4,39	0,48	0,00	0,00	0,11	0,48	-0,45	-0,18	-0,54	0,69	-0,73
0,12	4,17	0,56	0,00	0,00	0,11	0,47	-0,44	-0,18	-0,48	0,74	-0,68
0,14	3,94	0,63	0,00	0,00	0,10	0,45	-0,43	-0,18	-0,42	0,78	-0,63
0,16	3,71	0,68	0,00	0,00	0,10	0,43	-0,41	-0,17	-0,37	0,81	-0,58
0,18	3,49	0,73	0,00	0,00	0,09	0,41	-0,40	-0,17	-0,33	0,84	-0,55
0,20	3,28	0,76	0,00	0,00	0,09	0,39	-0,38	-0,16	-0,30	0,86	-0,51

Das starke Anwachsen des α_{fy} -Wertes der Stahlstreckgrenze unterstreicht die Dominanz dieser Basisvariablen hinsichtlich Biegezugversagens. Entsprechend stark sinkt allerdings der Sensitivitätsfaktor der veränderlichen Einwirkung α_{MQ} . Die Sensitivitäten der beiden Modellunsicherheiten verändern sich mäßig. Demgegenüber ist kaum eine Veränderung des α -Faktors der ständigen Einwirkungen und der Bauteilhöhe zu erkennen. Anzumerken ist hier zudem, dass sehr große Streuungen der Betondruckfestigkeit und der Bauteilbreite bei Biegezugversagen keinerlei Einfluss auf die Querschnittszuverlässigkeit nehmen. Die grafische Darstellung der Sensitivitätsfaktorenänderung für Biegezugversagen erfolgt in Abb. 7.7. Hierin sind die gerade beschriebenen Effekte klar zu erkennen. Die α_r -Werte sind betragsmäßig dargestellt.

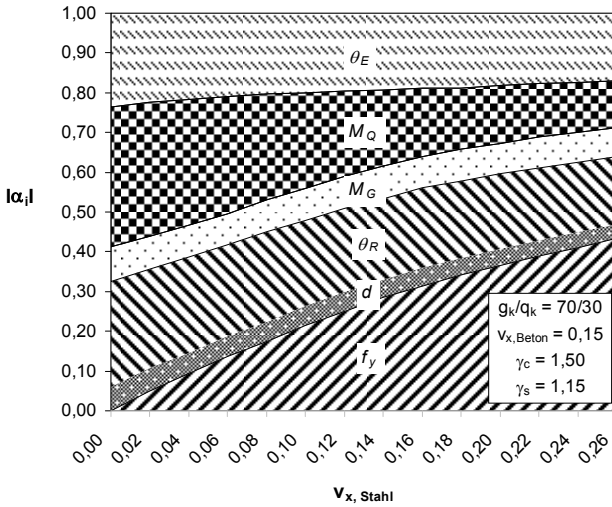


Abb. 7.7: Änderung der Sensitivitätsfaktoren für Biegezugversagen bei Variation der Zugfestigkeitsstreuung des Stahls für einen Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit von $v_x = 0,15$ und für $\rho_l = 0,01$ (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

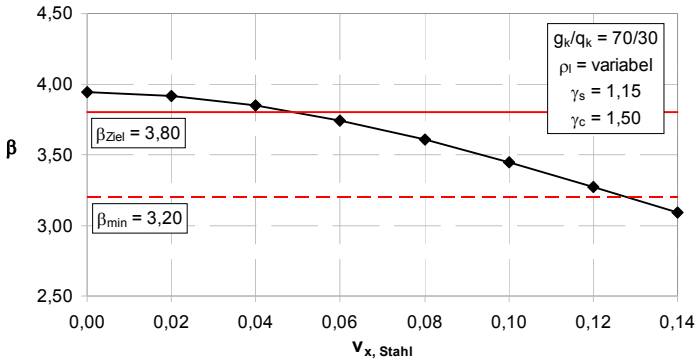


Abb. 7.8: Zuverlässigkeitskurve des Tragwiderstands $V_{Rd,sy}$ über die Streuung der Stahlstreckgrenze (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast; γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100)

Neben dem Biegezugversagen wird kurz auf die Zuverlässigkeit hinsichtlich Querkraftversagen querkräftbewehrter Bauteile eingegangen. Die Variation der Betonstahlstreuung wirkt sich nur auf den Nachweis der Zugstrebe aus. Der Verlauf der Zuverlässigkeitskurve des Nachweisformats $V_{Rd, sy}$ ist in Abb. 7.8 dargestellt. Zu erkennen ist, dass der Zuverlässigkeitsabfall mit wachsender Stahlstreuung etwas geringer als für Biegezugversagen in Abb. 7.6 ausfällt. Auf eine detaillierte Aufschlüsselung der Sensitivitäten wird hier verzichtet.

7.4.4 Streuung der geometrischen Größen

7.4.4.1 Breite, Höhe

Die Basisvariablen Bauteilbreite und -höhe haben aufgrund ihrer geringen Streuungen kaum Auswirkung auf die Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauteilen. Bei vorangegangener Bestandsaufnahme kann gemäß Abschnitt 4.2 für die Abmessungen des betrachteten Bauteils ein Variationskoeffizient von etwa 2 % unterstellt werden. Diese Festlegung erfolgte, um die geometrischen Abweichungen der Abmessungen zwischen zwei Messpunkten bzw. in Bauteilbereichen, die aus diversen Gründen nicht aufnehmbar sind, zu erfassen. Für die vorausgesetzte Streuung der Querschnittsabmessungen ergeben sich Werte der Sensitivitätsfaktoren α_b bzw. α_h in der Größenordnung von 0,06 bis 0,11. Bei Biegezugversagen hat beispielsweise die Bauteilbreite fast keinen Einfluss auf die Bauteilzuverlässigkeit. Bei unbewehrten Bauteilen hat die Bauteilhöhe z. B. für Biegeversagen jedoch eine größere Auswirkung auf die Zuverlässigkeit als bei bewehrten Bauteilen, was durch die Größe des Sensitivitätsfaktors $\alpha_h = 0,18$ in Abb. 6.26 zu erkennen ist.

Aus den bisher beschriebenen Parameterstudien lässt sich weiter ableiten, dass für immer größer werdende Materialstreuungen von Beton und Stahl der Einfluss der streuenden geometrischen Größen auf die Bauteilzuverlässigkeit abnimmt. Exemplarisch ist in Abb. 7.9 der Verlauf des Sicherheitsindex β über die Variation der Bauteilbreite b für Biegezugversagen aufgetragen (γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100).

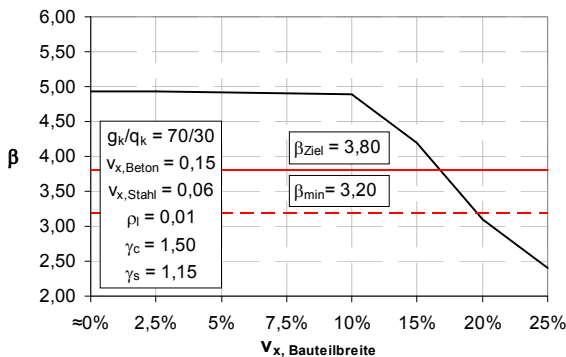


Abb. 7.9: Zuverlässigkeitskurve für Biegezugversagen bei Variation der Bauteilbreite b für den Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und Variationskoeffizienten des Stahls von $v_x = 0,06$ und der Betondruckfestigkeit von $v_x = 0,15$ (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$)

Die Zuverlässigkeit ändert sich bis zu einer Streuung der Bauteilbreite von 10 % fast nicht, danach fällt sie allerdings stark ab. Aus der Verteilung der Sensitivitätsfaktoren nach Abb. 7.10 kann die Erklärung abgeleitet werden.

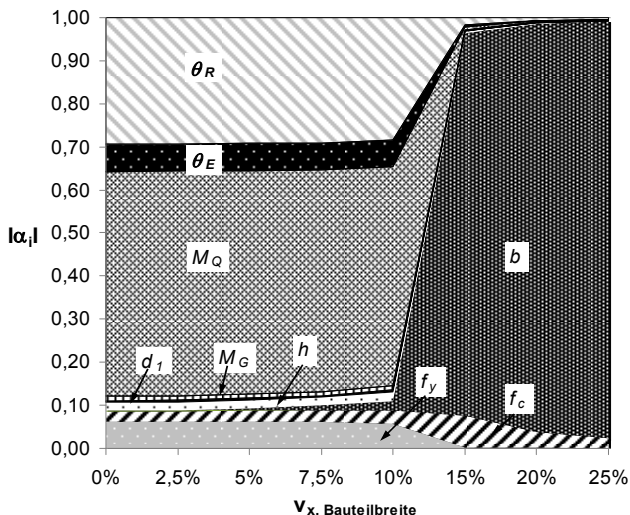


Abb. 7.10: Änderung der Sensitivitätsfaktoren für Biegezugversagen bei Variation der Bauteilbreite b für Variationskoeffizienten der Stahlstreckgrenze von $v_x = 0,06$ und der Betondruckfestigkeit $v_x = 0,15$ für $\rho_l = 0,01$ (Teilsicherheitsbeiwerte nach Norm; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlastbeanspruchung)

Die Beurteilung, inwieweit eine Abweichung der Bauteilhöhe h vom angestrebten Sollwert die Bauteilzuverlässigkeit beeinflusst, wird am Beispiel der Versagensart Biegezugversagen in Abb. 7.11 ersichtlich.

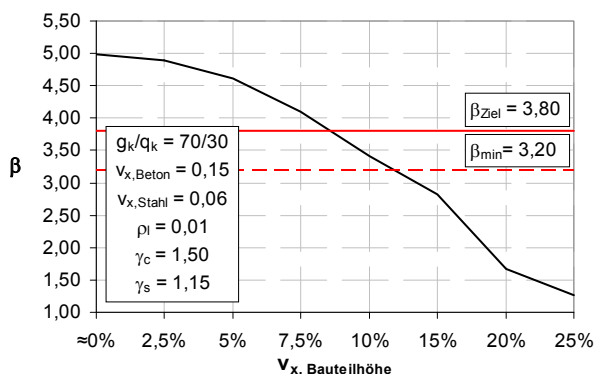


Abb. 7.11: Zuverlässigkeitskurve für Biegezugversagen bei Variation der Bauteilhöhe h für den Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und Variationskoeffizienten des Stahls von $v_x = 6\%$ und der Betondruckfestigkeit $v_x = 15\%$ (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast; γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100)

Im Vergleich zur Bauteilbreite reagiert die Bauteilzuverlässigkeit bei Abweichungen der Bauteilhöhe vom Sollmaß wesentlich sensibler. Hier kann es schon ab einer Streuung der Bauteilhöhe von ca. 3 % zu einem merklichen Zuverlässigkeitsverlust kommen. Der Zuverlässigkeitsabfall infolge Variation der Bauteilhöhe erfolgt nicht so schlagartig wie im Falle der Bauteilbreite, was sich wiederum durch die Veränderungen der Sensitivitätsfaktoren darstellt.

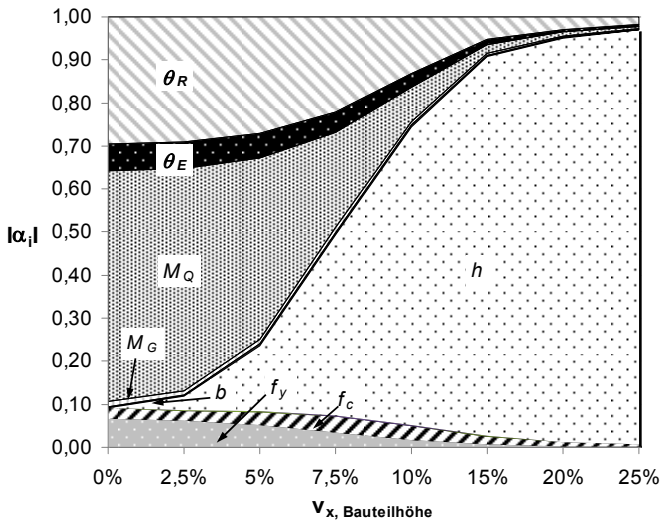


Abb. 7.12: Änderung der Sensitivitätsfaktoren für Biegezugversagen bei Variation der Bauteilhöhe h für Variationskoeffizienten des Stahls von $v_x = 6\%$ und des Betons von $v_x = 15\%$ bei $\rho_1 = 0,01$ (TSBW nach Norm; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

7.4.4.2 Nutzhöhe, Randabstand

Um eine Aussage hinsichtlich der Beeinflussung der Bauteilsicherheit bei Abweichung der Bewehrung von der Sollage treffen zu können, kann für Biegezugversagen die Abb. 7.13 ausgewertet werden. Bei einer Abweichung des Randabstandes der Bewehrung d_1 von bis zu 40 % ist kaum eine Beeinträchtigung der Bauteilzuverlässigkeit zu erwarten. Absolut gesehen erscheint eine solche Abweichung erst einmal beruhigend. Betrachtet man allerdings Bestandsbauten, bei denen die Betondeckung in der Regel ca. $c_{nom} = 2,0\text{ cm}$ beträgt und z. B. ein Bewehrungsstab $d_s = 20\text{ mm}$ vorhanden ist, berechnet sich d_1 zu 3,0 cm. Ein Variationskoeffizient von 40 % ergibt somit ein Maß von 1,2 cm, was bei mäßiger Bauausführung schnell erreicht werden kann. Für den gerade beschriebenen Fall würde eine Abweichung von 100 % einer Verdoppelung von $d_1 = 3,0\text{ cm}$ auf 6,0 cm entsprechen, was bei schlechter Bauausführung ebenfalls noch realistisch erscheint.

Die Auswirkung der Streuung des Randabstandes auf die Sensitivitätsfaktoren ist in Abb. 7.14 dargestellt. Bis zu einem Variationskoeffizienten von ca. 40 % ist aufgrund der konstanten Zuverlässigkeit in Abb. 7.13 kaum eine Veränderung der einzelnen Sensitivitäten zu erkennen. Danach ist eine klare Abnahme des Sensitivitätsfaktors

insbesondere der veränderlichen Einwirkung α_{MQ} sowie der Modellunsicherheit des mechanischen Modells $\alpha_{\theta R}$ für größere Variationskoeffizienten von d_1 zu beobachten.

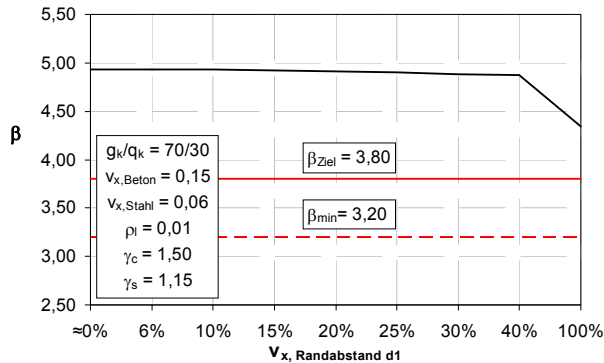


Abb. 7.13: Zuverlässigkeitskurve für Biegezugversagen bei Variation des Randabstands der Bewehrung d_1 für den Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und Variationskoeffizienten der Stahlzugfestigkeit von $v_x = 6\%$ (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast; γ_G, γ_Q gemäß DIN 1055-100)

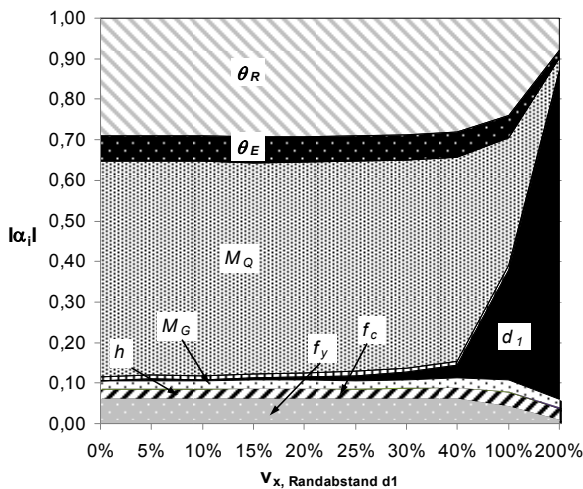


Abb. 7.14: Sensitivitätsfaktoren für Biegezugversagen bei Variation des Bewehrungsrandabstands d_1 für Variationskoeffizienten des Stahls von $v_x = 6\%$ und des Betons von $v_x = 15\%$ bei $\rho_l = 0,01$ (TSBW nach Norm; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

7.4.5 Streuung der Modellunsicherheit

Die Modellunsicherheiten sind generell hinsichtlich der Beanspruchung und des Tragwiderstands zu unterscheiden. Die bisher geführten Zuverlässigkeitsstudien, insbesondere Untersuchungen der Modellunsicherheiten des Tragwiderstands in *Braml, Fischer, Keuser, Schnell 2009* sowie *Fischer, Schnell, Braml, Keuser 2009* lassen den Schluss zu, dass das Verhältnis von angesetztem Mittelwert der

Modellunsicherheit und zugehörigem Variationskoeffizienten zuverlässigkeitsbestimmend ist.

Die Modellunsicherheiten wirken sich je nach Versagensart unterschiedlich auf die Bauteilzuverlässigkeit aus. Sehr großen Einfluss haben die Modellunsicherheiten der Widerstände gemäß Tab. 6.6 für die Versagensarten $V_{Rd,ct}$ und $V_{Rd,max}$ der Querkraft und bei allen drei Nachweisformaten des Durchstanzens. Beim Biegezugversagen von Stahlbetonbauteilen sowie bei Querkraftversagensart $V_{Rd,sy}$ und dem Querkraftnachweis unbewehrter Bauteile nehmen die Modellunsicherheiten ebenfalls eine stark bestimmende Rolle ein. Für Bauteile, die unter zentrischer Druckbelastung stehen sowie bei unbewehrten Biegebauteilen üben die Modelle der Einwirkungen und Widerstände nur mäßigen Einfluss aus.

Generell ist festzustellen, dass für die gewählten Modellunsicherheiten die Sensitivitätsfaktoren für die Widerstandsseite $\alpha_{\theta R}$ immer größer oder zumindest annähernd gleich den Sensitivitätsfaktoren der Beanspruchungen $\alpha_{\theta E}$ sind. Mit zunehmender Streuung z. B. der Materialkennwerte geht immer ein Rückgang der Sensitivität der Modellunsicherheiten einher, wie in den Abschnitten 7.4.2 und 7.4.3 zu erkennen ist.

In *Braml, Fischer, Keuser, Schnell 2009* wurde die Auswirkung auf die Zuverlässigkeit bei der Variation der Mittelwerte sowie der Streuungen der Modellunsicherheiten auf Widerstandsseite untersucht. Mit steigendem Mittelwert steigt die Zuverlässigkeit, während hingegen die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren annähernd gleich bleibt. Bei Erhöhung des Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit fällt die Zuverlässigkeit ab und die Sensitivitätsfaktoren verändern sich. Insbesondere wächst die Sensitivität der Modellunsicherheit mit zunehmender Streuung.

Eine Anhebung des Mittelwertes der Modellunsicherheit der Beanspruchung führt ebenso zu einer geringeren Bauteilzuverlässigkeit wie eine Vergrößerung der Streuungen, wobei eine Erhöhung der Streuung sehr große Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit hat. Beispielsweise wird ein Stahlbeton-Zweifeldträger unter Gleichstreckenlast resultierend aus Eigenlast und Nutzlast ($g_k / q_k = 70 / 30$) betrachtet. Durch Rissbildung findet eine Veränderung der Steifigkeitsverteilung über die Trägerlänge statt, die zu einer Umlagerung der Schnittgrößen führt. Der Mittelwert der Modellunsicherheit der Last wird immer mit $\mu_{\theta E} = 1,0$ festgesetzt und für den ungerissenen Zustand wird die Streuung mit $v_{\theta E} = 10\%$ angesetzt. Die statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheit der Widerstandsseite werden nicht verändert und nach Tab. 6.6 gewählt. Der Sicherheitsindex steigt nun für das beschriebene Beispiel von $\beta = 6,0$ ($v_{\theta E} = 10\%$) auf $\beta = 6,7$ ($v_{\theta E} = 0\%$) an. Die Sensitivität der Modellunsicherheit ändert sich somit ebenfalls von $\alpha_{\theta E} = 0,42$ ($v_{\theta E} = 10\%$) auf $\alpha_{\theta E} = 0$. Für die restlichen Sensitivitätsfaktoren ergeben sich kaum Änderungen, was auch an den resultierenden Sensitivitätsfaktoren ersichtlich ist: für $v_{\theta E} = 10\%$ ist $\alpha_E = 0,82$ anstelle von $\alpha_E = 0,80$ und die Wichtung der Widerstandsseite steigt von $\alpha_R = 0,57$ ($v_{\theta E} = 10\%$) auf $\alpha_R = 0,60$. Angemerkt sei, dass die Schnittgrößen nicht verändert wurden, da für die einwirkenden Schnittgrößen eine 100 %-ige Ausnutzung unterstellt wurde.

7.4.6 Streuung der Einwirkung

Hinsichtlich der Auswirkungen der Streuungen von Einwirkungen ist grundsätzlich nach ständigen und veränderlichen Einwirkungen zu differenzieren. Die Streuungen der ständigen Einwirkungen sind im Gegensatz zu denen der veränderlichen Einwirkungen in der Regel gering. Die Streuung der veränderlichen Einwirkung bezieht sich immer auf einen Bezugszeitraum (s. Abschnitt 5.2.2), während die der ständigen Einwirkungen davon unabhängig sind. Die Veränderung der Einwirkungsstreuung haben somit unterschiedlich starke Auswirkungen und werden nachfolgend getrennt betrachtet.

7.4.6.1 Ständige Einwirkungen

Die Streuung der ständigen Einwirkungen hat eine geringe Schwankungsbreite. Für die reine Bauteileigenlast kann bei Stahlbetonbauteilen i. d. R. mit einem Variationskoeffizienten von etwa 4 % gerechnet werden. Die Ausbaulasten wie z. B. Zementestrich ($v_x \approx 20\%$) oder Fußbodenbeläge ($v_x \approx 10\%$) weisen wesentlich größere Schwankungen ihrer Eigenlast auf, die den Variationskoeffizienten der resultierenden Gesamteigenlast beeinflussen (s. Abschnitt 5.3). Die reine Stahlbetoneigenlast schwankt infolge der Festbetonwichte sowie der Bauteilabmessungen. Diese Schwankungen wirken sich bei geringen Bauteildicken wesentlich gravierender aus als bei großen Bauteilabmessungen (s. Abb. 7.15). Die Streuungen der Gesamtlast aus Stahlbetoneigenlast und Ausbaulasten verhalten sich mit zunehmenden Bauteilabmessungen in Abb. 7.15 analog dem Kurvenverlauf des Variationskoeffizienten der Festbetonwichte.

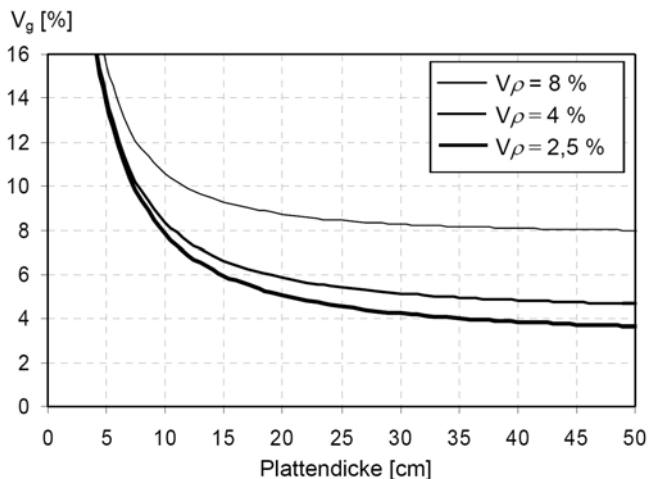


Abb. 7.15: Variationskoeffizient der Eigenlast von Stahlbetonplatten in Abhängigkeit der Plattendicke h und dem Variationskoeffizienten v_ρ der Festbetonwichte nach *Glowienka*, S. 2007

Je massiver die Stahlbetonkonstruktion, desto geringer ist daher die Schwankung der Gesamteigenlast. Bei herkömmlichen Stahlbetondecken im Hochbau mit einer Plattendicke von mindestens 14 cm haben Ausbaulasten mit großen Schwankungs-

breiten einen mäßigen Einfluss auf den Variationskoeffizienten der Gesamteigenlast. Somit kann für herkömmliche Stahlbetonkonstruktionen im Hochbau bei üblichen Streuungen aller ständigen Lastanteile ein Gesamtvariationskoeffizient von ca. 6 bis 7 % unterstellt werden.

Eigene Untersuchungen zeigen, dass geringe Schwankungen von üblichen Variationskoeffizienten der Gesamteigenlast nur geringe Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit der jeweiligen Versagenskriterien haben. Dies ist dadurch begründet, dass fast alle anderen, in die betrachtete Grenzzustandsfunktion einfließenden Basisvariablen aufgrund ihrer Streuungen, einen wesentlich größeren Einfluss auf die Bauteilzuverlässigkeit nehmen.

7.4.6.2 Veränderliche Einwirkungen

Im Gegensatz zu den ständigen Einwirkungen besitzen die veränderlichen Einwirkungen wesentlich größere Streuungen und damit eine größere Sensitivität. Bei veränderlichen Einwirkungen ist nach der jeweiligen Lastart wie Nutz-, Schnee- oder Windlast zu differenzieren. Im Rahmen dieser Arbeit werden überwiegend Nutzlasten für Büro- und Wohngebäude mit einem Variationskoeffizienten von 20 % für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren untersucht. Die Variationskoeffizienten der Nutzlasten sind stark von der Nutzlastkategorie abhängig. Generell gilt auch hier: je größer die Streuung der veränderlichen Einwirkung, umso größer auch die Auswirkung auf die Bauteilzuverlässigkeit. Im Vergleich zur Nutzlast zeigen die probabilistischen Analysen, dass für die Windlast aufgrund der geringeren Streuung eine höhere Zuverlässigkeit und für die stärker streuende Schneelast eine geringere Bauteilzuverlässigkeit resultiert.

7.4.7 Lastverhältnis ständiger zu veränderlicher Einwirkung

Das am Bauteil vorherrschende Lastverhältnis von ständiger und veränderlicher Einwirkung ist für die Bauteilzuverlässigkeit von großer Bedeutung. Nimmt der Anteil der stark streuenden veränderlichen Einwirkung an der Gesamteinwirkung bei üblichen statistischen Kenngrößen aller Basisvariablen zu, so sinkt die Zuverlässigkeit ab. In Abb. 7.16 sind drei verschiedene charakteristische Lastverhältnisse für Biegezugversagen bei Stahlbetonbauteilen dargestellt: $g_k / q_k = 70 / 30$; $60 / 40$ und $50 / 50$.

Ein Zuverlässigkeitsabfall bei steigendem veränderlichen Lastanteil ist für alle Versagensarten festzustellen. In Tab. 7.9 ist eine Zusammenstellung der Reduktion des Sicherheitsindex β für unterschiedliche Versagensarten bei Unterstellung üblicher statistischer Kenngrößen der Basisvariablen gemäß Tab. 6.6 zu finden.

Werden z. B. für die Materialkennwerte auf Widerstandsseite sehr große Streuungen wie für Beton $v_x = 0,40$ oder Stahl $v_x = 0,14$ unterstellt, so ist kaum oder gar kein Zuverlässigkeitsabfall festzustellen. Dies hängt damit zusammen, dass die veränderliche Einwirkung nicht mehr die größte Streuung aufweist und daher sich deren Sensitivitätsfaktor verkleinert (s. Abschnitt 7.4.2 und 7.4.3).

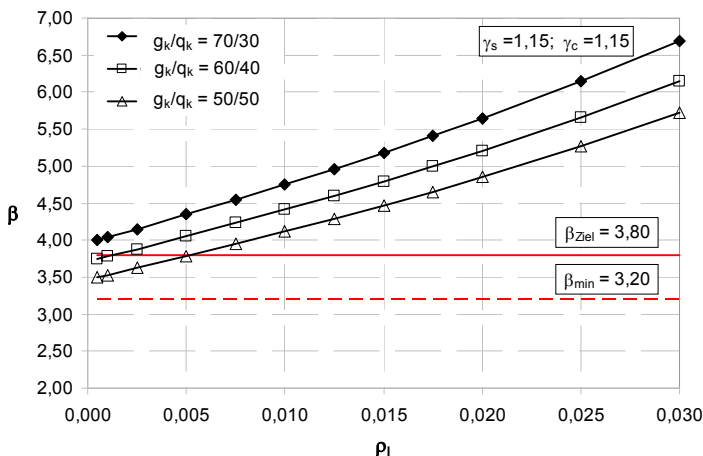


Abb. 7.16: Zuverlässigkeitskurven für Biegezugversagen aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad ρ_l für unterschiedliche Lastverhältnisse und Variationskoeffizienten von Beton $v_x = 40\%$ (Nutzlastbeanspruchung; Kurven gelten näherungsweise auch für Betonstreuungen $v_x \leq 40\%$)

Tab. 7.9: Zuverlässigkeitsabfall $\Delta\beta$ der Versagensarten für die Lastverhältnisse $g_k/q_k = 50/50$ gegenüber $g_k/q_k = 70/30$ (Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1045-1; Variablenstreuungen gemäß Tab. 6.6; Nutzlastbeanspruchung)

Versagensart	$\Delta\beta$
Zentrischer Druck N_{Rd}	1,0
Biegezugversagen M_{Rd}	0,9
Querkraftversagen $V_{Rd,ct}$	0,7
Querkraftversagen $V_{Rd,sy}$	0,4
Querkraftversagen $V_{Rd,max}$	0,4
Durchstanzen $V_{Rd,ct}, V_{Rd,sy}, V_{Rd,max}$	0,8
Biegezugversagen unbewehrter Bauteile M_{Rd}	0,9
Querkraftversagen unbewehrter Bauteile $V_{Rd,ct}$	0,5

Eine Veränderung des Lastverhältnisses geht immer auch mit der Veränderung der Sensitivitätsfaktoren α_i einher. Abb. 7.17 zeigt exemplarisch einen zentrisch gedrückten Stahlbetonquerschnitt für repräsentative Variationskoeffizienten der beteiligten Basisvariablen.

Die Sensitivitätsfaktoren der ständigen und veränderlichen Einwirkung werden getrennt ausgewiesen. Für die ständige Last ist aufgrund deren geringer Streuung keine dominierende Rolle festzustellen. Im Gegensatz hierzu hat die veränderliche Einwirkung stets eine zuverlässigkeitsbestimmende Funktion. Mit steigendem veränderlichem Lastanteil ist ein Zuverlässigkeitsabfall zu beobachten.

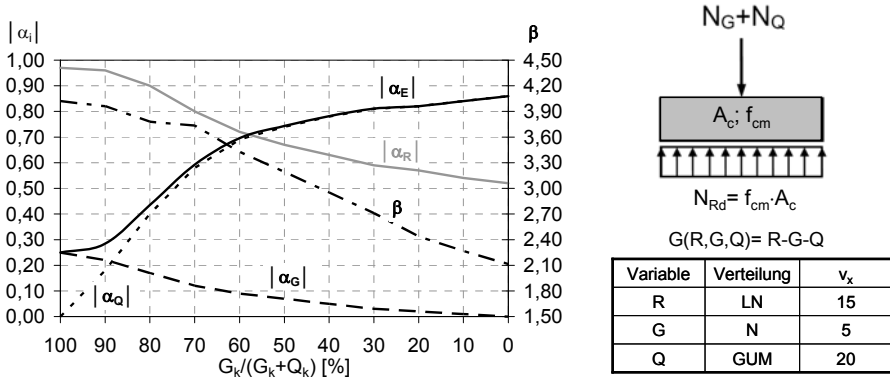


Abb. 7.17: Verteilung der Sensitivitätsfaktoren α_i und Verlauf der Bauteilzuverlässigkeit in Abhängigkeit des Eigenlastanteils an der Gesamtlast für die angegebenen statistischen Kenngrößen der Basisvariablen

7.4.8 Auswirkung des Längsbewehrungsgrads

Hat die Zunahme des Längsbewehrungsgrades eine überproportionale Steigerung der Tragfähigkeit zur Folge, so kann hierdurch eine Zuverlässigkeitssteigerung der Querschnittstragfähigkeit festgestellt werden. Beispiele hierfür sind der zentrisch gedrückte Stahlbetonquerschnitt in Abb. 7.18 sowie auf Biegezugversagen beanspruchte Stahlbetonbauteile (s. Abb. 6.12). Die Steigerung des Bewehrungsgehaltes hat einen Zuverlässigkeitsanstieg zur Folge, aber auf die Verteilung der Sensitivitäten nur wenig Einfluss (Tab. 7.10).

Zwar nimmt die Sensitivität des veränderlichen Lastanteils (absolut gesehen) leicht zu, die resultierenden Sensitivitäten von Einwirkung und Widerstand ändern sich allerdings kaum. Die Zunahme der Bewehrung führt aufgrund der geringen Stahlstreuung somit zum Anstieg des Sicherheitsindex'.

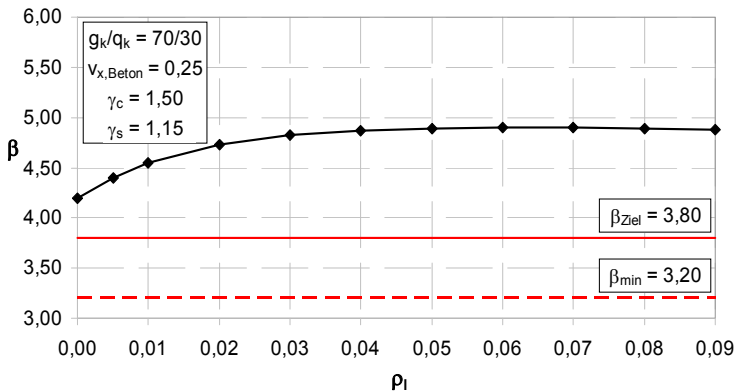


Abb. 7.18: Zuverlässigkeitskurve zentrisch gedrückter Querschnitte aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad für Nutzlastbeanspruchung

Tab. 7.10: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i bei Biegezugversagen für variable Längsbewehrungsgrade ρ_l und Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit $v_x = 0,40$ bei einer Streuung der Stahlstreckgrenze $v_s = 0,06$ (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
ρ_l	β	α_{fy}	α_{fc}	α_b	α_d	α_{tR}	α_{tE}	α_{MG}	α_{MQ}	α_R	α_E
0,001	4,04	0,31	0,00	0,00	0,12	0,52	-0,48	-0,19	-0,58	0,62	-0,78
0,005	4,35	0,31	0,00	0,00	0,12	0,52	-0,47	-0,18	-0,61	0,62	-0,79
0,010	4,75	0,30	0,01	0,00	0,11	0,50	-0,46	-0,17	-0,64	0,59	-0,81
0,015	5,18	0,29	0,01	0,00	0,11	0,49	-0,44	-0,16	-0,66	0,58	-0,81
0,020	5,64	0,29	0,02	0,00	0,11	0,48	-0,43	-0,15	-0,68	0,57	-0,82
0,025	6,14	0,28	0,02	0,00	0,11	0,48	-0,42	-0,14	-0,70	0,57	-0,83
0,030	6,68	0,28	0,03	0,00	0,11	0,47	-0,41	-0,13	-0,71	0,56	-0,83

Bei zentrisch gedrückten Stahlbetonquerschnitten ist allerdings die Besonderheit festzustellen, dass für Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit $v_x < 20\%$ mit steigendem Längsbewehrungsgehalt ein Zuverlässigkeitsabfall auftritt (s. Abb. 6.10). Grund hierfür ist, dass der Sensitivitätsfaktor der veränderlichen Last für alle Längsbewehrungsgrade auf sehr hohem Niveau annähernd konstant bleibt, während bei größeren Streuungen der Betondruckfestigkeit eine Abnahme der Sensitivität der veränderlichen Einwirkung bei gleichzeitiger Abnahme der Sensitivität des stark streuenden Betons mit dem Anstieg der Sensitivität des gering streuenden Stahls einhergeht. Hingegen ist bei Nachweisen, bei denen eine annähernd proportionale Tragfähigkeitszunahme mit der Steigerung des Bewehrungsgrades erfolgt, keinerlei Veränderung der Zuverlässigkeit zu erkennen. Beispiele hierfür sind die Erhöhung des Längsbewehrungsgrades zur Steigerung der Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,ct}$ nicht querkraftbewehrter Bauteile (s. Abb. 6.14) oder Erhöhung der Querkraftbewehrung bei Nachweis der Zugstrebe $V_{Rd,sy}$ bei querkraftbewehrten Stahlbetonbauteilen (s. Abb. 6.16).

7.4.9 Annahme einer falschen Verteilungsfunktion

Wird im Rahmen einer Bestandsaufnahme nur eine begrenzte Anzahl an Baustoffproben entnommen und daher evtl. eine falsche Verteilungsfunktion zugrunde gelegt, so kann die Bauteilzuverlässigkeit falsch eingeschätzt werden. Da Materialkennwerte in der Regel einer Lognormalverteilung oder Normalverteilung folgen, begeht man bei falscher Verteilungsannahme bei Variationskoeffizienten größer als 10% einen Fehler. Dieser Fehler wächst mit zunehmenden Variationskoeffizienten des Baustoffs. Eigene Untersuchungen haben ergeben, dass für sehr große Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit ($v_x = 0,30$ bis $0,40$) ein Zuverlässigkeitsabfall bei z. B. Querkraftversagen $V_{Rd,ct}$ von ca. $\Delta\beta = 0,3$ auftritt, wenn anstelle einer Lognormalverteilung eine Normalverteilung für die Betondruckfestigkeit angenommen wird. Daher wird vorgeschlagen, den Fehler der falschen Verteilungsannahme der Materialkennwerte später in Abhängigkeit von der Stichprobenanzahl durch Einführung eines zusätzlichen Sicherheitselementes zu kompensieren (s. Abschnitt 8.6).

7.5 Bewertung der Zuverlässigkeit bei Anwendung der DAfStb-Belastungsrichtlinie

7.5.1 Allgemeines

Die vom Deutschen Ausschuss für Stahlbeton verfasste Richtlinie „Belastungsversuche an Betonbauwerken“ (DAfStb 2000) gilt für Bauwerke des Hochbaus aus Beton und Stahlbeton.

Die Belastungsversuche an Tragwerken dürfen den Standsicherheitsnachweis von bestehenden Bauwerken in begründeten Fällen ergänzen, wenn dieser trotz gründlicher Bauwerksuntersuchung und nach statischer Berechnung nicht erbracht werden kann. Gemäß der Vorbemerkung der Richtlinie beschränkt sich deren Anwendung auf schadhafte oder umzunutzende Bestandsbauten, bei denen die Kenntnisse des Berechnungsmodells und des Zusammenwirkens der einzelnen Bauteile sowie die Wirksamkeit durchgeführter Verstärkungsmaßnahmen nicht ausreichen.

Neben Regeln zur Durchführung und Auswertung solcher Belastungsversuche werden auch Vorschläge zur Nachrechnung von Bestandsbauten gemacht. Zur Beurteilung des Bauwerkszustandes sind alle vorhandenen Bauwerksunterlagen zu bewerten und fehlende Informationen hinsichtlich des Tragverhaltens, der Geometrie und der Baustoffkennwerte zu ergänzen. Die Nachweise sind danach unter Anwendung des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes, das jeweils für Einwirkungen und Widerstände Teilsicherheitsfaktoren zugrunde legt, zu führen.

Ist sichergestellt, dass die ständigen Einwirkungen, die charakteristischen Festigkeiten der Baustoffe durch Untersuchungen bekannt sind, dürfen deren Teilsicherheitsbeiwerte abweichend von *DIN 1045-1 2001* bzw. *DIN 1055-100 2001* (Werte in Klammern) wie folgt angesetzt werden:

- Teilsicherheitsbeiwert für ständige Einwirkungen: $\gamma_G = 1,15$ ($\gamma_G = 1,35$)
- Teilsicherheitsbeiwert für Beton: $\gamma_c = 1,40$ ($\gamma_c = 1,50$)
- Teilsicherheitsbeiwert für Betonstahl: $\gamma_s = 1,10$ ($\gamma_s = 1,15$)

Weitergehende Abminderungen der oben aufgeführten Teilsicherheitsbeiwerte sind im Einzelfall möglich, bedürfen aber einer Begründung. Eine Abänderung des Teilsicherheitsbeiwertes für veränderliche Einwirkungen nicht erlaubt ist. Die Festlegung der reduzierten Teilsicherheitsbeiwerte geht auf den Sachstandsbericht „Verstärken von Betonbauteilen“ zurück, der als *DAfStb Heft 467 1996* erschienen ist.

Nachfolgend werden mit den in der DAfStb-Belastungsrichtlinie empfohlenen Sicherheitsbeiwerten probabilistische Untersuchungen zur Bauteilzuverlässigkeit für unterschiedliche Grenzzustände der Tragfähigkeit durchgeführt.

Quast, U. 2003 gibt Hinweise darauf, dass die reduzierten Teilsicherheitsbeiwerte nach DAfStb 2000 nur für ein Lastverhältnis der ständigen Einwirkung G_k und der veränderlichen Einwirkung Q_k von $G_k / (G_k + Q_k) = 0,7$ gilt. Desweiteren wird in

Quast, U. 2003 angenommen, dass die ständige Einwirkung in Konstruktionseigenlast G_{1k} und Ausbaulast G_{2k} im Verhältnis $G_{1k} / (G_{1k} + G_{2k}) = 0,7$ zu unterteilen ist. Demnach wären nach Quast, U. 2003 alle Lastverhältnisse $G_k / (G_k + Q_k) \geq 0,7$ erlaubt. Da keinerlei explizite Formulierung zum vorherrschenden Lastverhältnis in der DAfStb-Belastungsrichtlinie zu finden ist, werden nachfolgend auch Lastverhältnisse $G_k / (G_k + Q_k) < 0,7$ untersucht.

Für den Vergleich des Sicherheitsniveaus des rechnerischen und experimentellen Tragfähigkeitsnachweises müssen gemäß Manleitner, S., et. al. 2001 nachfolgende Einzelkriterien betrachtet werden: die Streuungen und Abweichungen der Einwirkungen, der Materialeigenschaften und der geometrischen Größen, die systematischen Fehler durch vereinfachende Rechenannahmen, die zeitliche Veränderung der Einwirkungen und Materialeigenschaften sowie Ausführungsfehler durch mangelnde Qualifikation oder Informationsverlust und grobe Fehler bzw. strafbare Handlungen. Bis auf die genannten Fehlerquellen und die Alterungserscheinungen des Materials sind oben genannten Unsicherheiten bereits durch die herkömmlichen Sicherheitsbeiwerte miterfasst. Ausführungsfehler sowie grob fahrlässige Fehler werden allerdings durch die Probelastung überwiegend erkannt. Die bessere Kenntnis aller in diesem Abschnitt aufgeführten Unsicherheiten ermöglicht es, die theoretische Versagenswahrscheinlichkeit durch Belastungsversuche genauer zu erfassen.

Nachfolgend wird untersucht, welche Zuverlässigkeit bei Anwendung der reduzierten Teilsicherheitsbeiwerte für die einzelnen Versagensarten von Stahlbetonbauteilen mit unterschiedlichen Lastverhältnissen g_k / q_k zu erwarten ist. Alle hier aufgeführten Untersuchungen erfolgen für eine 100 %-ige Querschnittsausnutzung im Grenzzustand der Tragfähigkeit. Die statistischen Kenngrößen der verwendeten Basisvariablen werden gemäß Tab. 6.6 für eine vorangestellte Bestandsaufnahme unterstellt. Als Zielzuverlässigkeitsniveau wird das in der DIN 1055-100 2001 angestrebte Sicherheitsniveau $\beta_{Ziel} = 3,8$ für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren gewählt.

7.5.2 Zuverlässigkeit hinsichtlich Biegezugversagen

Die Untersuchungen werden für unterschiedliche Lastverhältnisse von ständiger und veränderlicher Einwirkung durchgeführt. Die grafische Darstellung der Zuverlässigkeitskurven erfolgt für Biegezugversagen über den Längsbewehrungsgrad ρ_l in Abb. 7.19. Nach Abschnitt 7.4.2 hat die Streuung der Betondruckfestigkeit aufgrund der hier sehr kleinen Sensitivität der Betondruckfestigkeit keine Auswirkung auf die Bauteilzuverlässigkeit. Abb. 7.19 ist aufgrund einer Normierung der Grenzzustandsgleichung für alle Betongüten und Betondruckfestigkeitsstreuungen anwendbar. Die Streuung der Stahlstreckgrenze wurde zu $v_x = 0,06$ angenommen. Generell ist festzustellen, dass die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren, der am Nachweis beteiligten Basisvariablen, keine Abweichungen zu den Zuverlässigkeitsuntersuchungen mit den Teilsicherheitsbeiwerten nach DIN 1045-1 2008 aufweisen.

Aus Abb. 7.19 ist eine Zuverlässigkeitssteigerung für alle eingetragenen Kurven mit zunehmendem Längsbewehrungsgrad zu erkennen. Die geringeren Teilsicherheitsbeiwerte nach DAfStb-Belastungsrichtlinie führen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ dazu, dass der Zuverlässigkeitsindex β für Biegezugversagen um ca. 0,9 gegenüber der Zuverlässigkeit nach DIN 1045-1 abfällt. Bei einem Lastver-

hältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ tritt hingegen nur eine Reduzierung des Sicherheitsindex' β von ca. 0,7 auf. Dies ist darin begründet, dass im GZT infolge der Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_G bei einem 70 %-igen ständigen Lastanteil eine größere Steigerung der stark streuenden Einwirkungen erfolgt, als bei einem 50 %-igen ständigen Lastanteil an der Gesamtlast. Weiter wird aus Abb. 7.19 ersichtlich, dass für alle Lastverhältnisse das Zielzuverlässigkeitsniveau $\beta = 3,8$ bei Anwendung der Belastungsrichtlinie zumindest für geringe Bewehrungsgrade unterschritten wird. Gerade geringe Bewehrungsmengen sind aber für Bestandsbauteile typisch. Für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ geschieht dies bei Bewehrungsgehalten ρ_l kleiner 0,9 %, für $g_k / q_k = 60 / 40$ bei $\rho_l < 1,1$ % und bei dem Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ für $\rho_l < 1,5$ %. Sogar das von *Diamantidis, D. 2007* für Bestandsbauten empfohlene akzeptable Sicherheitsniveau von $\beta = 3,2$ wird von allen Kurven der Belastungsrichtlinie für Bewehrungsgrade kleiner $\rho_l = 0,4$ % leicht unterschritten.

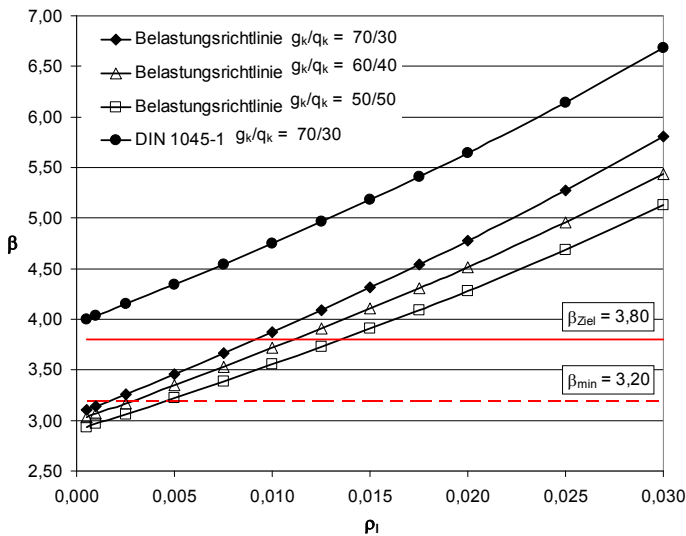


Abb. 7.19: Zuverlässigkeit der Versagensart Biegezugversagen in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad ρ_l für verschiedene Lastverhältnisse von ständiger zu veränderlicher Last bei Anwendung der Teilsicherheitsfaktoren nach Belastungsrichtlinie und DIN 1045-1 ($v_{x,Beton} \leq 0,40$, $v_{x,Stahl} = 0,06$)

Die Kurven der jeweiligen Lastverhältnisse sind ähnlich und verlaufen nahezu parallel zueinander. Bei Lastverhältnissen mit größerem veränderlichen Lastanteil verflachen die Zuverlässigkeitskurven zunehmend.

Alle aufgezeigten Ergebnisse gelten für Wohn- bzw. Büronutzlasten mit einem Variationskoeffizienten von ca. 20 %. Werden Bauteile anderer Nutzung wie z. B. für Schulräume, Fabrik- und Produktionsstätten untersucht, liefert die Nachbemessung mit den reduzierten Teilsicherheitsbeiwerten nach Belastungsrichtlinie keine hinreichende Zuverlässigkeit. Hier liegt eine massive Überschätzung der Tragfähigkeit der Bauteile vor. Gleiches gilt für die Einwirkung Schnee, für die ein Variationskoeffizient in der Größenordnung bis ca. $v_x = 0,40$ vorliegt. Parameterstudien haben

gezeigt, dass bei diesen stark streuenden Einwirkungen ein weiterer Abfall der oben aufgezeigten Zuverlässigkeitskurven um mindestens $\Delta\beta = 0,5$ eintritt.

7.5.3 Zuverlässigkeit bei Querkraftbeanspruchung

Die Bewertung der Zuverlässigkeit von querkraftbeanspruchten Bauteilen erfolgt gemäß der Bemessungsnorm *DIN 1045-1 2008* anhand der drei Versagensarten. Grundsätzlich ist dabei aber zwischen Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung zu unterscheiden. Die drei Bauteilwiderstände $V_{Rd,ct}$, $V_{Rd,sy}$ und $V_{Rd,max}$ werden nachfolgend hinsichtlich der Zuverlässigkeit bei Anwendung der Belastungsrichtlinie diskutiert.

7.5.3.1 Versagensart $V_{Rd,ct}$

Bei Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung wie z. B. Geschossdecken oder Fundamenten ist der Bauteilwiderstand $V_{Rd,ct}$ zu untersuchen. Die Zuverlässigkeit des Betontraganteils $V_{Rd,ct}$ liegt bei Verwendung der Teilsicherheitsbeiwerte nach Bemessungsnorm sowie Belastungsrichtlinie weit oberhalb der in *DIN 1055-100 2001* geforderten Zielzuverlässigkeit $\beta = 3,8$. Die Kurven der einzelnen Lastverhältnisse von *DIN 1045-1* und *DAfStb 2000* verlaufen wiederum nahezu parallel.

Als statistische Kenngrößen der Modellunsicherheiten wird auf Beanspruchungs- und Widerstandsseite von einem Mittelwert $\mu_\theta = 1,00$ mit einer Schwankung θ_R von $v_x = 0,20$ und für θ_E von $v_x = 0,15$ ausgegangen. Für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ ist für die Belastungsrichtlinie mit einer Reduzierung des Sicherheitsindex' $\Delta\beta$ von etwa 0,65 und für $g_k / q_k = 50 / 50$ um $\Delta\beta = 0,47$ zu rechnen.

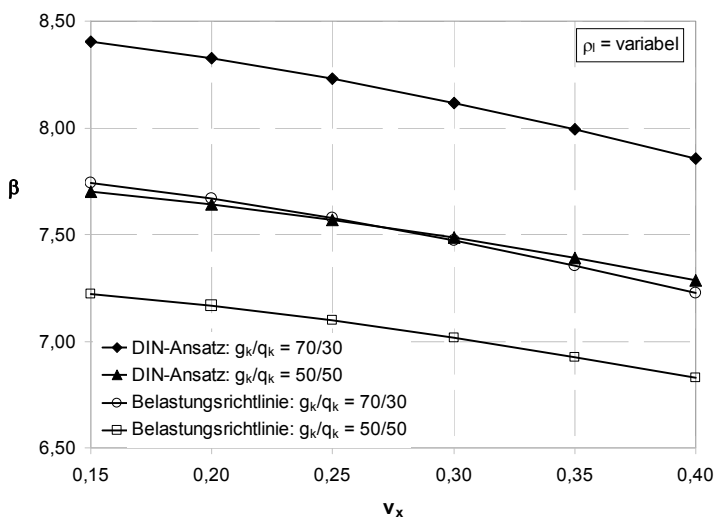


Abb. 7.20: Zuverlässigkeit nicht querkraftbewehrter Bauteile $V_{Rd,ct}$ in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit für unterschiedliche Lastverhältnisse von g_k/q_k und Teilsicherheitsbeiwerte nach DAfStb-Belastungsrichtlinie und *DIN 1045-1*

Die Zuverlässigkeitsverläufe in Abb. 7.20 sind für alle Längsbewehrungsgrade repräsentativ, da sich die Zuverlässigkeit aufgrund des vernachlässigbar streuenden Längsbewehrungsgrades nicht ändert. Eine Steigerung des Längsbewehrungsgrades ist direkt proportional zur Steigerung der Tragfähigkeit. Angemerkt sei, dass sich auch hier die Sensitivitäten bei Anwendung der Belastungsrichtlinie gegenüber der Bemessungsnorm nicht verändern.

7.5.3.2 Versagensart $V_{Rd,sy}$

Bei querkraftbewehrten Bauteilen muss die Tragfähigkeit der Zugstrebe und somit der vorhandenen Querkraftbewehrung überprüft werden. Die Tragwerkszuverlässigkeit wird - ähnlich wie bei der Versagensart $V_{Rd,ct}$ - nicht vom Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung ρ_w beeinflusst. Es fällt generell auf, dass das Zuverlässigkeitsniveau des Zugstrebenachweises $V_{Rd,sy}$ in Abb. 7.21 wesentlich geringer ausfällt, als für den reinen Betontraganteil $V_{Rd,ct}$. Anzumerken ist, dass in Abb. 7.21 die Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,sy}$ für unterschiedliche Streuungen der Stahlstreckgrenze dargestellt sind. Eine Variation der Streckgrenzestreuung hat sehr großen Einfluss auf die Querschnittszuverlässigkeit. Für übliche Streuungen von 5 bis 6 % wird das Zielzuverlässigkeitsniveau $\beta = 3,8$ für das im Hochbau vorherrschende Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ nach Bemessungsnorm gerade erreicht, während es hingegen für ein Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ unterschritten wird. Bei der Nachweisführung mit reduzierten Teilsicherheitsfaktoren der Belastungsrichtlinie fällt die Zuverlässigkeit deutlich ab. Für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ zeigt sich eine Verminderung des Zuverlässigkeitsniveaus in der Größenordnung von $\Delta\beta = 0,9$.

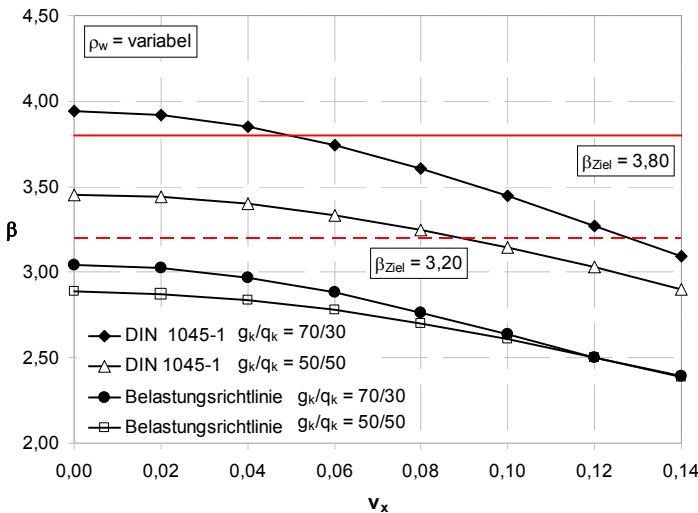


Abb. 7.21: Zuverlässigkeit von $V_{Rd,sy}$ nach DAfStb-Belastungsrichtlinie und *DIN 1045-1 2008* für unterschiedliche Streuungen der Stahlzugfestigkeit ($\rho_w \geq 0,5 \text{ ‰}$)

Weiter zeigt Abb. 7.21 einen verstärkten Zuverlässigkeitsabfall für größere Stahlstreuungen. Anzumerken ist allerdings, dass die Zuverlässigkeitskurven der Belastungsrichtlinie für unterschiedliche Lastverhältnisse wesentlich enger

beieinanderliegen, als diejenigen bei Anwendung der Teilsicherheitsbeiwerte der DIN 1045-1. Es wird daher vermutet, dass eine Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes der ständigen Einwirkung von $\gamma_G = 1,35$ auf $\gamma_G = 1,15$ für dieses Phänomen verantwortlich ist. Dadurch wird die aufnehmbare Belastung im Grenzzustand der Tragfähigkeit überdurchschnittlich gesteigert. Eine Veränderung der Sensitivitäten für die Nachweisführung mit verschiedenen Teilsicherheitsbeiwerten ist nicht zu erkennen. Die Anwendung der Belastungsrichtlinie ist für $V_{Rd,sy}$ somit zu überdenken, da für alle Lastverhältnisse von ständiger zu veränderlicher Einwirkung sogar immer die untere Grenze $\beta_{min} = 3,2$ durchbrochen wird. Als statistische Kenngrößen der Modellunsicherheiten wurde auf Beanspruchungsseite ein Mittelwert $\mu_{\theta E} = 1,00$ mit $v_x = 0,12$ und auf Widerstandsseite ein Mittelwert $\mu_{\theta R} = 1,10$ mit einer Schwankung $v_x = 0,10$ unterstellt.

7.5.3.3 Versagensart $V_{Rd,max}$

Bei Bauteilen mit Querkraftbewehrung muss neben dem Zugstrebenachweis immer auch die Tragfähigkeit der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ untersucht werden. Hierbei hat die Streuung der Betondruckfestigkeit einen sehr großen Einfluss auf die Zuverlässigkeit (s. Abb. 7.22). Bei Neubauten liegen i. d. R. Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit je nach Festigkeitsklasse zwischen $v_x = 7$ bis 15 % vor, während bei Bestandsbauten wesentlich höhere Streuungen bis zu 40 % anzutreffen sind.

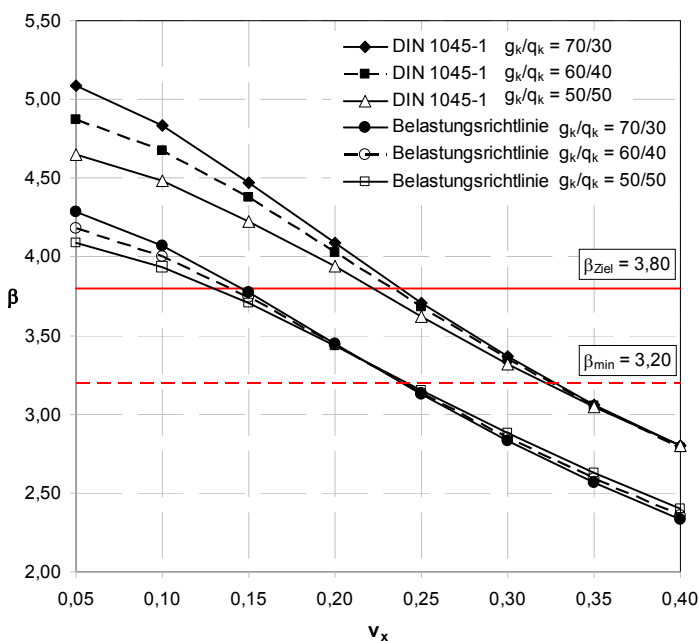


Abb. 7.22: Zuverlässigkeit des Druckstrebenachweises $V_{Rd,max}$ nach DAfStb-Belastungsrichtlinie und *DIN 1045-1 2008* für verschiedene Streuungen der Betondruckfestigkeit

Bei Nachweisführung nach Bemessungsnorm DIN 1045-1 wird das Zielzuverlässigkeitsniveau bei Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit $v_x \geq 22$ % unter-

schritten. Bei Anwendung der Belastungsrichtlinie ist dies schon bei einem Variationskoeffizienten von etwa $v_x = 13\%$ der Fall.

Die Zuverlässigkeitskurven der Belastungsrichtlinie liegen für verschiedene Lastverhältnisse enger zusammen als bei Nachweisführung mit den Teilsicherheitsbeiwerten nach DIN 1045-1. Es lässt sich aber eine gewisse Parallelität der beiden Kurvenpakete feststellen.

7.5.4 Zuverlässigkeit bei Durchstanzen

Die Zuverlässigkeit von durchstanzgefährdeten Bauteilen wurde für die Versagensarten $V_{Rd,ct}$, $V_{Rd,sy}$ sowie $V_{Rd,max}$ untersucht. In allen Nachweisschnitten ist für geringe Querkraftbewehrungsgrade eine klare Analogie zu den Zuverlässigkeitskurven des Querkraftnachweises $V_{Rd,ct}$ in Abb. 7.20 zu erkennen. Das Zuverlässigkeitsniveau ist allerdings für $V_{Rd,ct}$, $V_{Rd,max}$ sowie für sehr geringe Bewehrungsgrade der Querkraftbewehrung bei der Versagensart $V_{Rd,sy}$ etwas höher. Liegen hohe Bewehrungsgrade der Querkraftbewehrung ρ_w vor, so fällt die Querschnittszuverlässigkeit massiv ab. Beispielweise liegt eine Abminderung von $\beta = 3,5$ zumindest für geringe Längsbewehrungsgrade ρ_l zwischen den untersuchten Bewehrungsgraden von $\rho_w = 0,002$ und $\rho_w = 0,01$ vor.

Da für Durchstanzen kein Sicherheitsdefizit bei Anwendung der Teilsicherheitsbeiwerte nach *DAfStb 2000* zu erkennen ist, erfolgen hierfür keine weiteren Zuverlässigkeitsuntersuchungen.

7.5.5 Zuverlässigkeit zentrisch gedrückter Bauteile

Die Belastungsrichtlinie weist in Abschnitt 4.4 verminderte Teilsicherheitsbeiwerte für Stahl, Beton und die ständigen Einwirkungen aus. Betrachtet man unbewehrte Bauteile, so ist zu vermuten, dass hiernach der Teilsicherheitsbeiwert von Beton $\gamma_c = 1,80$ auf $\gamma_c = 1,40$ abgesenkt werden dürfte. Dies führt zu einer sehr großen Reduktion der Bauteilzuverlässigkeit. Es wird daher angenommen, dass sich die Ausweisung der Teilsicherheitsbeiwerte in Abschnitt 4.4 der Belastungsrichtlinie nur auf bewehrte Betonbauteile bezieht. Exemplarisch wird hier auf die Untersuchung einer zentrisch gedrückten, unbewehrten Stütze in Abb. 7.23 verwiesen.

Der Zuverlässigkeitsabfall für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ erfolgt von $\beta = 7,90$ auf $\beta = 5,82$ und ist sehr gravierend. Das entspricht der Differenz von $\Delta\beta = 2,08$. Aufgrund dieses enormen Zuverlässigkeitsabfalls werden keine weiteren Untersuchungen für diverse Versagensarten bei unbewehrten Bauteilen durchgeführt.

Im weiteren Verlauf werden bewehrte, zentrisch gedrückte, nicht stabilitätsgefährdete Bauteile bei Wohn- und Büronutzung betrachtet. Tritt in den Abbildungen ein Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0$ auf, wird damit ein Bewehrungsgrad von annähernd null verstanden.

In Abb. 7.24 ist zu erkennen, dass der Verlauf der Zuverlässigkeitskurven zentrisch gedrückter Bauteile stark vom Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit abhängt. Weiter ist ersichtlich, dass die Querschnittszuverlässigkeit mit zunehmendem Längsbewehrungsgehalt bei geringen Streuungen der Betondruckfestigkeit

abfällt, während sie für große Betondruckfestigkeitsstreuungen bei steigendem Bewehrungsgehalt ansteigt. Desweiteren liegen die Zuverlässigkeitskurven für unterschiedliche Lastverhältnisse g_k / q_k bei großen Streuungen der Betondruckfestigkeit sehr eng zusammen. Für geringe Bewehrungsgrade liegt sogar die Kurve des Lastverhältnisses $g_k / q_k = 50 / 50$ teilweise über der Kurve für 70 % ständigen Lastanteil. Dies liegt daran, dass die Sensitivität der veränderlichen Einwirkung aufgrund der sehr hohen Sensitivität der stark streuenden Betondruckfestigkeit so stark abfällt, dass die Widerstandsseite die Zuverlässigkeit maßgeblich steuert.

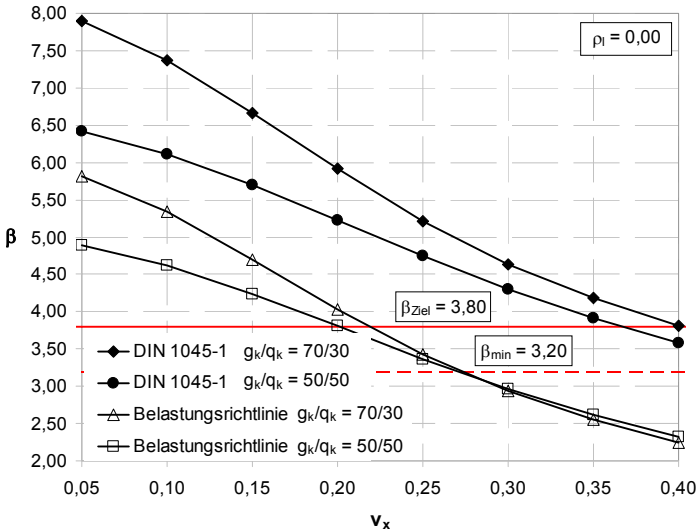


Abb. 7.23: Zuverlässigkeit von unbewehrten, zentrisch gedrückten Bauteilen aufgetragen über die Streuung der Betondruckfestigkeit

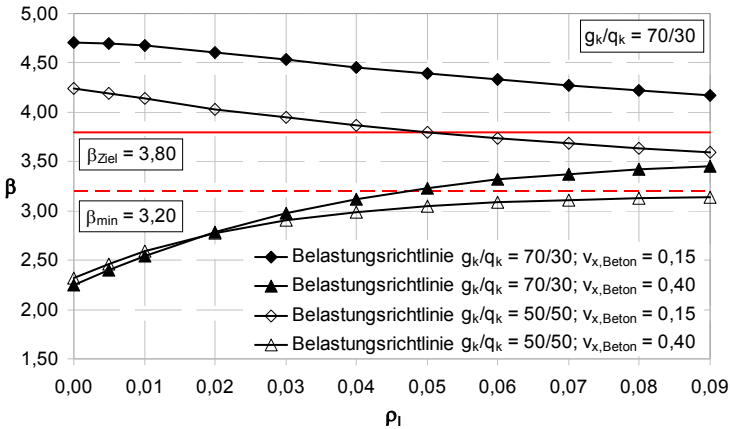


Abb. 7.24: Zuverlässigkeit zentrisch gedrückter Bauteile aufgetragen über den Bewehrungsgehalt ρ_I

Bei Betrachtung der Querschnittszuverlässigkeit aufgetragen über die Betondruckfestigkeitsstreuung, kann diese Gegebenheit für große Betonstreuungen in Abb. 7.25 wieder festgestellt werden.

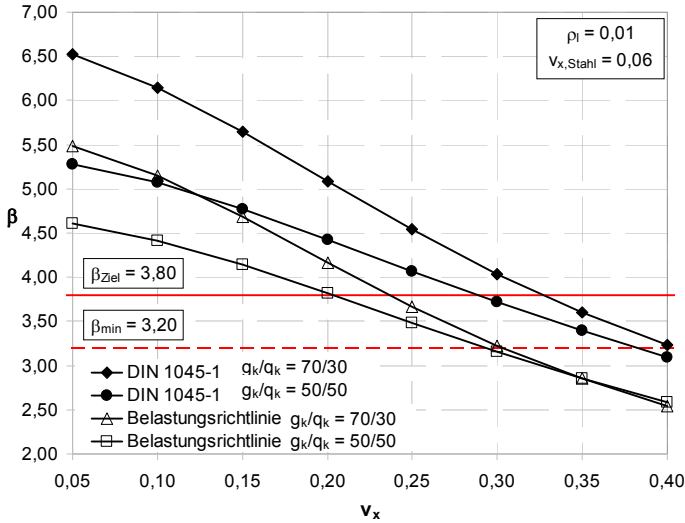


Abb. 7.25: Querschnittszuverlässigkeit zentrisch gedrückter, schwach bewehrter Bauteile ($\rho_l = 1\%$) aufgetragen über die Betondruckfestigkeitsstreuung

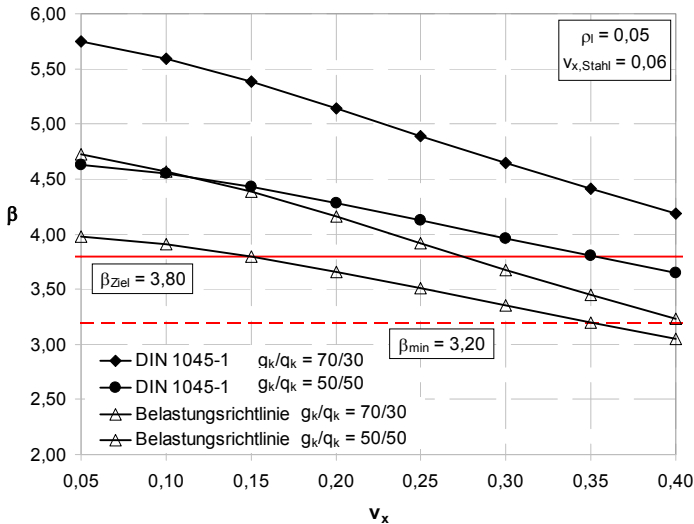


Abb. 7.26: Querschnittszuverlässigkeit zentrisch gedrückter, stark bewehrter Bauteile ($\rho_l = 5\%$) aufgetragen über die Betondruckfestigkeitsstreuung

Die Zuverlässigkeitskurven der unterschiedlichen Lastverhältnisse nähern sich bei größer werdenden Betondruckfestigkeitsstreuungen einander an. Je höher der Längsbewehrungsgrad dieser Bauteile ist, desto mehr tritt die gerade eben

beschriebene Beobachtung in den Hintergrund. Dies wird in der Abb. 7.26 für stark bewehrte, zentrisch gedrückte Bauteile ($\rho_l = 5\%$) genauso deutlich wie bei zentrisch gedrückten Stahlbetonstützen mit einem maximalen Bewehrungsgehalt von $\rho_l = 9\%$ (s. Abb. 7.27).

Mit steigendem Bewehrungsgehalt ist in den Abb. 7.25 bis Abb. 7.27 ein Zuverlässigkeitsabfall bei geringen Betonstreuungen und ein Zuverlässigkeitsanstieg bei hohen Streuungen zu erkennen. Zudem verflachen die Zuverlässigkeitskurven zunehmend, da der Stahltraganteil eine immer größere Rolle spielt, der Betontraganteil abnimmt und somit die Streuungen des Betons einen geringeren Einfluss auf die Bauteilzuverlässigkeit erhalten. Der Variationskoeffizient des Bewehrungsstahls wurden jeweils konstant bei $v_x = 6\%$ gehalten.

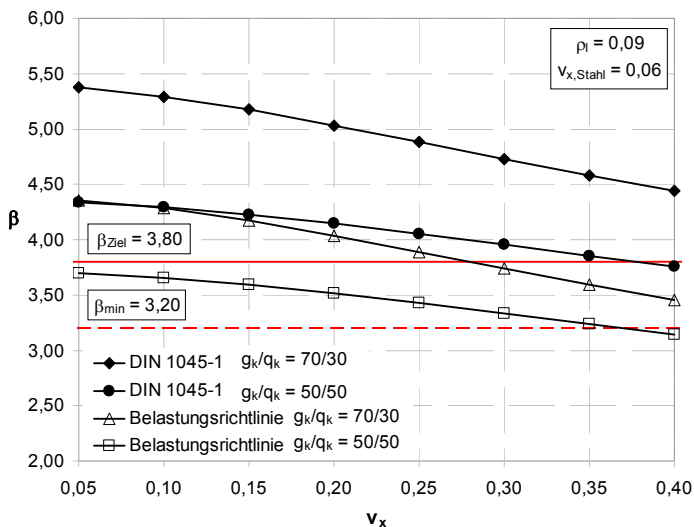


Abb. 7.27: Querschnittszuverlässigkeit zentrisch gedrückter Bauteile aufgetragen über die Betondruckfestigkeitsstreuung für den maximalen Stützenbewehrungsgrad $\rho_l = 9\%$

7.5.6 Bewertung der Untersuchungsergebnisse

Die durchgeführten Parameterstudien für verschiedene Versagensarten bei Anwendung der Teilsicherheitsbeiwerte nach *DAfStb 2000* zeigen, dass für den jeweiligen Tragsicherheitsnachweis eine Absenkung des Zuverlässigkeitsniveaus gegenüber der herkömmlichen Bemessungsnorm erfolgt. Es wird darauf hingewiesen, dass alle hier aufgezeigten Ausführungen ausschließlich für normale Wohn- und Bürogebäude und für veränderliche Einwirkungen mit einem Variationskoeffizienten v_x kleiner als 20% für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren gelten, wobei die für diesen Zeitraum gemäß Tab. 6.6 ausgewiesenen statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten unterstellt wurden. Bauteile, die z. B. hauptsächlich auf stark streuende Schneelasten oder allgemein für einen hohen veränderlichen Lastanteil ausgelegt werden, unterschreiten das geforderte Zuverlässigkeitsniveau von $\beta_{Ziel} = 3,8$ teils deutlich. Deswegen ist zu diskutieren, ob ein geringeres Zielzuverlässigkeitsniveau, wie es beispielsweise in *JCSS 2001* für Bestandsbauten vorgeschla-

gen wird, hier als Maßstab empfohlen werden sollte. Mit der Wahl von $\beta_{min} = 3,2$ wurde versucht, ein solches abgesenktes Mindestzuverlässigkeitsniveau für Bestandsbauten aufzuzeigen, was bei der Zuverlässigkeitsbewertung von Bestandsbauten nach Belastungsrichtlinie als sinnvoll erscheint. Wird keine Absenkung des Zielzuverlässigkeitsniveaus für bestehende Tragwerke vorgenommen, so kann festgestellt werden, dass bis auf die Querkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung ein Sicherheitsdefizit vorliegt, und dies nicht nur, wenn große Materialstreuungen am Bestandsbauwerk ermittelt wurden.

Abschließend kann festgehalten werden, dass eine pauschale Anwendung der Teilsicherheitsbeiwerte nach Belastungsrichtlinie bei Tragsicherheitsnachweisen in vielen Fällen das momentan geforderte Sicherheitsniveau von $\beta_{Ziel} = 3,8$ nicht erfüllt. Für die Zielzuverlässigkeit von $\beta_{Ziel} = 3,2$ hingegen wird bei Verwendung der Teilsicherheitsbeiwerte nach Belastungsrichtlinie für viele Nachweisformate je nach Materialstreuung das Zuverlässigkeitsniveau übertroffen.

Gerade die Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes für die ständigen Einwirkungen von $\gamma_G = 1,35$ auf $\gamma_G = 1,15$ ist hinsichtlich der geforderten Bauteilzuverlässigkeit sehr problematisch. Beim Bauteilnachweis im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit den Teilsicherheitsbeiwerten der Einwirkungen nach *DIN 1055-100 2001* gleicht der etwas zu hohe Sicherheitsbeiwert der ständigen Last $\gamma_G = 1,35$ den eigentlich mit $\gamma_Q = 1,50$ zu niedrig festgelegten Teilsicherheitsbeiwert der veränderlichen Einwirkung überwiegend aus. Teilweise wird der zu geringe Teilsicherheitsbeiwert γ_Q auch von dem etwas zu hoch festgesetzten Teilsicherheitsbeiwert der Betonfestigkeit $\gamma_c = 1,50$ kompensiert - für den Fall, dass übliche Betonstreuungen vorliegen. Daher ist von einer Absenkung der Sicherheitsbeiwerte der Einwirkungen insbesondere bei gleichzeitiger Abminderung der Material sicherheiten dringend abzuraten. Vielmehr sollten die Sicherheitsbeiwerte der Materialseite in Abhängigkeit der Baustoffstreuungen angepasst werden. Ebenso sollte auch bei Ausweisung der Teilsicherheitsbeiwerte nach der Versagensart jedoch zumindest nach dem Lastverhältnis und evtl. der Lastart differenziert werden. Eine derart detaillierte Betrachtung der Randbedingungen stellt allerdings eine einfache, praxisgerechte Bemessung von Bestandsbauten in Frage.

8 Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Bestandsbauten

8.1 Einführung

Die Tragwerksbemessung stellt immer einen Kompromiss zwischen der möglichst hohen Ausnutzung der eingesetzten Materialien und einer ausreichenden Zuverlässigkeit dar. Baupraktisch soll dieser Anforderung an die Tragwerksplanung durch eine dem Aufwand angemessene Festlegung von Berechnungsmodellen und zugehörigen Sicherheitselementen entsprochen werden.

Für das Bauwesen werden die Einwirkungen auf Gebäude in der Norm DIN 1055 definiert. Hierin werden Lastannahmen für Bauwerke festgeschrieben, die bauartübergreifend Anwendung finden. Genauso wird in Teil 100 der Norm das bauart- und baustoffübergreifende Sicherheitskonzept geregelt. Darin sind in Tabelle A.3 (Anhang A) die Teilsicherheitsbeiwerte im Grenzzustand der Tragfähigkeit angegeben. Die Teilsicherheitsbeiwerte auf der Bauteilwiderstandsseite sind in den einzelnen Baustoffnormen definiert. So werden z. B. in der *DIN 1045-1 2008* für den Werkstoff Stahlbeton die Materialsicherheitsbeiwerte für Beton γ_c und für Bewehrungsstahl γ_s festgesetzt.

Durch die Grenzzustandsgleichungen der unterschiedlichen Versagensarten sind Einwirkung und Bauteilwiderstand miteinander verknüpft, d. h. die Materialsicherheitsbeiwerte stehen in Interaktion mit den Teilsicherheitsbeiwerten der Einwirkungen. Wird nun entweder auf Einwirkungs- oder auf Widerstandsseite der Sicherheitsbeiwert modifiziert, so beeinflusst dies den auf der jeweils unveränderten Seite der Grenzzustandsgleichung vorhandenen Teilsicherheitsbeiwert. Im Hinblick auf die in DIN 1055-100 baustoffübergreifend geregelten Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkungen werden im Rahmen dieser Arbeit nur die baustoffspezifischen Teilsicherheitsbeiwerte auf der Widerstandsseite optimiert, um die gewünschte Zuverlässigkeit zu erzielen. Die nach Norm geforderte Zuverlässigkeit der Bauteile soll bei den nachfolgenden Untersuchungen keineswegs in Frage gestellt werden.

In den nachfolgenden Abschnitten wird eine Vielzahl von Stahlbetonbauteilen unter unterschiedlichen Einwirkungen untersucht. Daraus werden Vorschläge für optimierte Teilsicherheitsfaktoren auf der Widerstandsseite abgeleitet.

Gerade bei bestehenden Gebäuden aus dem letzten Jahrhundert wurde aufgrund der hohen Materialkosten für Bewehrungsstahl eine sehr wirtschaftliche Bemessung vorgenommen, was sich in der Bewehrungswahl niedergeschlagen hat. Dementsprechend liegen meist schwach bewehrte Bauteile vor, die in vielen Fällen bei Nachweisen nach aktueller Norm DIN 1045-1, wie z. B. bei Biegezugversagen mit hohen veränderlichen Lastanteilen oder großen Festigkeitsstreuungen, keine ausreichende Zuverlässigkeit aufweisen.

Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass auf Grundlage probabilistischer Analysen die nachfolgend ausgewiesenen Teilsicherheitsbeiwerte nur nach Durchführung einer umfassenden Bestandsaufnahme angewendet werden dürfen. Die für die probabilistischen Analysen angenommenen Randbedingungen müssen im Rahmen der Bestandsaufnahme überprüft werden.

8.2 Zuverlässigkeitstheoretische Optimierung von Teilsicherheitsbeiwerten

8.2.1 Allgemeines

Erfahrungsgemäß bereiten die Bauteilnachweise beim Bauen im Bestand Probleme, da der Tragfähigkeitsnachweis dieser bestehenden Bauteile, insbesondere bei Laststeigerungen, nach neuem semiprobabilistischen Normenkonzept in vielen Fällen nicht erfüllt werden kann.

Grundvoraussetzung für den Nachweis von Bauteilen im Bestand ist das Vorhandensein von Bauteilinformationen wie der geometrischen Größen, der verwendeten Materialien und deren Kennwerte sowie die auftretenden Einwirkungen. In den wenigsten Fällen sind alle Informationen für das nachzuweisende Bauteil aus der Erstellungs- oder letzten Umbauphase dokumentiert, sodass eine umfassende Bestandsaufnahme vor Ort erforderlich wird. Ist diese erfolgt, so kann auf Grundlage dieser zugeschrärfte Bauwerkskenntnisse eine Modifizierung der Teilsicherheitsbeiwerte vorgenommen werden. Dies bedeutet, dass die Unsicherheiten nach Abb. 2.1, die noch in der Erstellungsphase vorhanden waren, eingegrenzt werden.

Die Zuverlässigkeitsanalysen von Stahlbetonbauteilen in Abschnitt 6.4 wurden unter Verwendung der Teilsicherheitsfaktoren gemäß *DIN 1055-100 2001* bzw. *DIN 1045-1 2008* durchgeführt. Dabei wurden teils erhebliche Abweichungen vom geforderten Zielzuverlässigkeitsniveau festgestellt. Die Streuungen wurden zwar unter Annahme einer zuvor geführten Bestandsaufnahme eingeschränkt, dennoch sind beispielweise beim Querkraftnachweis querkraftbewehrter Bauteile schon bei geringen Materialstreuungen Unterschreitungen des Zielzuverlässigkeitsniveaus festzustellen. Generell ist ein mehr oder weniger ausgeprägter Abfall der Zuverlässigkeit für große Materialstreuungen für die einzelnen Versagensarten zu verzeichnen. Liegt ein großer veränderlicher Lastanteil infolge veränderlicher Einwirkungen, wie Nutz- oder Schneelast vor, ist ein starker Zuverlässigkeitsabfall festzustellen. Deswegen müssten eigentlich bei dominierenden veränderlichen Einwirkungen deren Teilsicherheitsbeiwerte erhöht werden. Da allerdings die Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkungen bauartübergreifend in *DIN 1055-100* definiert sind, wäre dies jedoch in der Praxis kaum umsetzbar. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit auf eine Modifikation der Teilsicherheitsfaktoren der Einwirkungen verzichtet. Auf der Widerstandsseite ist es wesentlich einfacher, Sicherheitsfaktoren für unterschiedliche Randbedingungen auszuweisen, da diese Werte in den materialspezifischen Normen und Zulassungen definiert sind. Die im Folgenden ausgewiesenen Teilsicherheitsbeiwerte von Beton und Bewehrungsstahl gelten für Bestandsbauten mit Kenntnis über die Streuungen von Material und Geometrie. Da die Teilsicherheitsfaktoren immer auf das gewählte Bemessungsmodell sowie die charakteristischen Werte der Basisvariablen bezogen sind, wird stets das deterministische Bemessungsmodell nach *DIN 1045-1 2008* unterstellt.

8.2.2 Vereinfachtes Verfahren nach DIN 1055-100

Mithilfe des in *Anhang B* der *DIN 1055-100 2001* beschriebenen Verfahrens ist eine einfache Bestimmung von Teilsicherheitsbeiwerten möglich. Die Ermittlung erfolgt unter Verwendung kalibrierter Bemessungswerte auf Basis von geschätzten Sensitivitätsfaktoren (s. Abschnitt 3.11.3).

Die eingeführten Sicherheitselemente müssen weiterhin alle Unsicherheiten, die im Rahmen der Bemessung auftreten können berücksichtigen. Theoretisch ist die Ausweisung von Teilsicherheitsbeiwerten für jede streuende Basisvariable für den betrachteten Versagenszustand möglich. Für die praktische Anwendung des Sicherheitskonzepts ist eine Beschränkung der Anzahl der Teilsicherheitsbeiwerte sinnvoll. Daher können beispielsweise auf der Widerstandsseite die beiden lognormalverteilten Basisvariablen von Material und Modell zu einer gemeinsamen Basisvariablen zusammengefasst werden. Auf Einwirkungsseite gestaltet sich dies etwas schwieriger, da hier i. d. R. unterschiedliche Verteilungsfunktionen für Modellunsicherheit und Einwirkungen auftreten. Näherungsweise kann aber aufgrund der relativ geringen Streuung der Modellunsicherheit eine Zusammenfassung erfolgen, da die Abweichungen im Gegensatz zu einer getrennten Betrachtung vernachlässigbar sind.

In *DIN 1055-100 2001* werden bei der Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte für charakteristische Werte der Einwirkungen und der Materialkennwerte i. d. R. Quantilwerte verwendet, wohingegen die Modellunsicherheiten im semiprobabilistischen Konzept nicht explizit angegeben sind und daher mit einem Wert $\theta_j = 1,00$ (50 %-Quantil) unterstellt werden. Beispielsweise liefert eine gemeinsame Verteilung mit Erfassung der Streuungen von Widerstand und Modellunsicherheit nicht den charakteristischen Materialkennwert des Widerstands (5 %-Quantil), auf den der Teilsicherheitsbeiwert zu beziehen ist. Der charakteristische Wert der Baustofffestigkeiten inklusive der Modellunsicherheiten des Widerstands $R_{k,tot}$ entspricht somit z. B. dem charakteristischen Wert der Betondruckfestigkeit f_{ck} .

$$R_{k,tot} = f_{ck} \cdot \theta_{R,k} = f_{ck} \cdot 1,00 = f_{ck} \quad (8.1)$$

Ebenso kann auch für die Einwirkungen $E_{Fk,tot}$ verfahren werden:

$$E_{Fk,tot} = E_k \cdot \theta_{E,k} = E_k \cdot 1,00 = E_k \quad (8.2)$$

Nach *DIN 1055-100 2001* müssen die Teilsicherheitsbeiwerte auf Einwirkungs- und Widerstandsseite jeweils die Modellunsicherheiten beinhalten. Die Teilsicherheitsbeiwerte für Stahlbetonbauwerke im Bestand lassen sich auf Grundlage der Gleichung (3.171) unter Verwendung der festen Wichtungsfaktoren $\alpha_E = -0,7$ und $\alpha_R = +0,8$ nach Anhang B der *DIN 1055-100* bestimmen. Weiter werden die statistischen Kenngrößen der Basisvariablen nach Tab. 6.6 verwendet. Die Gleichungen zur Bestimmung der Bemessungswerte R_d und E_d sind in Abschnitt 3.11.3 angegeben. In den Bemessungswerten werden somit die Modellunsicherheiten berücksichtigt:

$$\gamma_R = \frac{R_k}{R_d(\text{inkl. Modell})} \quad \text{und} \quad \gamma_E = \frac{E_d(\text{inkl. Modell})}{E_k} \quad (8.3)$$

Die Ausweisung der statistischen Kenngrößen der Basisvariablen X_i unter Berücksichtigung der Modellunsicherheiten in Tab. 8.1 dienen zur Bestimmung der Bemessungswerte. In Anlehnung an Abschnitt 3.5.3 bestimmen sich der Mittelwert sowie der Variationskoeffizient zweier stochastisch unabhängiger Zufallsvariablen zu:

$$m_{X_i + \text{Modell } \theta} = m_{X_i} \cdot m_{\text{Modell } \theta} \quad (8.4)$$

$$v_{X_i + \text{Modell } \theta} = \sqrt{(v_{X_i})^2 + (v_{\text{Modell } \theta})^2} \quad (8.5)$$

Die Variationskoeffizienten der Modellunsicherheiten sind anhand der Literatur in Abschnitt 4.5.2 für die Beanspruchbarkeit und in Abschnitt 5.5.2 für die Beanspruchungen zusammengestellt. Auf der Widerstandsseite wird für die Modellunsicherheit eine Lognormalverteilung gewählt, um negative Werte auszuschließen. Auf der Einwirkungsseite kann auch eine Normalverteilung verwendet werden. Die Streuung der Modellunsicherheit zur Bestimmung der Teilsicherheitsbeiwerte wird für Beton in Abhängigkeit der betrachteten Versagensart zu 10 % bzw. 15 % und für die Stahlzugfestigkeit zu 5 % gewählt. Für die Variationskoeffizienten der Modellunsicherheiten der ständigen Einwirkungen wird 5 % und für die der veränderlichen 10 % unterstellt. Die charakteristischen Werte X_k der Basisvariablen können mit den statistischen Kenngrößen gemäß Abschnitt 3.12.1 ermittelt werden.

Die auf Grundlage des Bemessungspunktes errechneten Teilsicherheitsbeiwerte sind in Tab. 8.1 aufgelistet. Für die Konstruktionseigenlast sind auch die Teilsicherheitsbeiwerte für die Begleiteinwirkung mit $\alpha_E = -0,4$ angegeben, was z. B. bei gleichzeitigem Auftreten von Eigenlast und veränderlicher Einwirkung benötigt wird.

Die errechneten Teilsicherheitsbeiwerte in Tab. 8.1 weichen teilweise signifikant von denen der Bemessungsnormen DIN 1055-100 und DIN 1045-1 ab. Der Teilsicherheitsbeiwert für Beton γ_c weist große Unterschiede je nach verwendetem Variationskoeffizienten der Materialfestigkeit und der Modellunsicherheit $v_{\text{Modell } \theta}$ auf. Für die Festigkeitsklasse C30/37 resultiert nach DIN 1045-1 ein Variationskoeffizient von 0,138 wonach sich für $v_{\text{Modell } \theta} = 0,10$ ein $\gamma_c = 1,34$ ergibt. Wird allerdings $v_{\text{Modell } \theta} = 0,15$ unterstellt, so wird $\gamma_c = 1,50$ nach Norm erzielt. Werden in Tragsicherheitsnachweisen Betondruckfestigkeiten mit Variationskoeffizienten größer 20 % angesetzt, sind für γ_c Werte größer als 1,50 anzusetzen. Der Sicherheitsbeiwert für Stahl kann mit diesem Verfahren analog zu DIN 1045-1 mit $\gamma_s = 1,15$ bestimmt werden.

Auf Einwirkungsseite fallen einerseits die deutlich erhöhten Teilsicherheitsfaktoren für veränderliche Einwirkungen auf. Andererseits sind auch niedrigere Beiwerte für ständige Einwirkungen ablesbar. Dies lässt die Schlussfolgerung zu, dass der zu niedrige Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_Q = 1,50$ der veränderlichen Einwirkung teilweise durch den zu hohen Sicherheitsbeiwert der ständigen Einwirkungen $\gamma_G = 1,35$ ausgeglichen wird. Für ungünstig wirkende ständige Lasten ergeben sich Sicherheitsbeiwerte im Bereich von $\gamma_G = 1,10$ bis 1,21.

Die Sicherheitsbeiwerte für veränderliche Einwirkungen in Tab. 8.1 errechnen sich in der angegebenen Größe, wenn die veränderliche Einwirkung in Verbindung mit einer gleichzeitig wirkenden ständigen Einwirkung auftritt. Somit ergibt sich für die Windlast

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

ein Sicherheitsbeiwert von $\gamma_Q = 1,87$, für Nutzlasten $\gamma_Q = 2,05$ und für Schneelasten sogar ein Teilsicherheitsbeiwert von $\gamma_Q = 2,31$.

Tab. 8.1: Kalibrierte Teilsicherheitsbeiwerte auf Basis von festen Sensitivitätsfaktoren für den Bezugszeitraum von 50 Jahren ($\beta_T = 3,8$) nach Anhang B der DIN 1055-100 2001

Basisvariable		Vert.	Material	Stat. Kenngrößen		$ \alpha_i $	γ_{mod}
				$m_{x,i}/X_{k,i}$	$V_{x,i}$		
Widerstand	Betondruckfestigkeit f_{ck} inkl. Modell (Beton: $v_x = 0,05$)	LN	C30/37	1,087	0,05 ³⁾ 0,11 ⁴⁾	0,8	1,29 1,50
	Betondruckfestigkeit f_{ck} inkl. Modell (Beton: $v_x = 0,138$)	LN	C30/37	1,267 ¹⁾	0,17 ³⁾ 0,20 ⁴⁾	0,8	1,34 1,50
	Betondruckfestigkeit f_{ck} inkl. Modell (Beton: $v_x = 0,20$)	LN	C30/37	1,413 ¹⁾	0,22 ³⁾ 0,25 ⁴⁾	0,8	1,42 1,56
	Betondruckfestigkeit f_{ck} inkl. Modell (Beton: $v_x = 0,30$)	LN	C30/37	1,692 ¹⁾	0,32 ³⁾ 0,34 ⁴⁾	0,8	1,65 1,76
	Betondruckfestigkeit f_{ck} inkl. Modell (Beton: $v_x = 0,40$)	LN	C30/37	1,692 ¹⁾	0,41 ³⁾ 0,43 ⁴⁾	0,8	1,86 2,00
	Betonzugfestigkeit f_{ctk} inkl. Modell	LN	C20/25	1,45 ¹⁾	0,22 ³⁾	0,8	1,38
	Stahlzugfestigkeit f_{yk} inkl. Modell	LN	- ⁸⁾	1,106 ¹⁾	0,08 ⁵⁾	0,8	1,15
Einwirkung	Konstruktionseigenlast günstig ⁶⁾	N	-	1,00 ¹⁾	0,08	0,7	0,88
	Konstruktionseigenlast ungünstig ⁶⁾					0,4	1,12
	Konstruktionseigenlast ungünstig ⁷⁾	N	-	1,00	0,06	0,7	1,21
	Konstruktionseigenlast ungünstig ⁷⁾					0,4	1,10
	Nutzlast (gesamt) ²⁾	GUM	-	1,10 ¹⁾	0,22	0,7	2,05
	Nutzlast (nur kurzzeitiger Anteil) ²⁾	GUM	-	0,86 ¹⁾	0,26	0,7	1,73
	Schneelast ²⁾	GUM	-	1,13 ¹⁾	0,27	0,7	2,31
Windlast ²⁾	GUM	-	1,08 ¹⁾	0,19	0,7	1,87	

1) charakteristischer Wert des Modells $X_{k,Modell} = 1,00$
2) Verteilung der maximalen Extremwerte für den Bezugszeitraum von 50 Jahren
3) mit $v_x = 10\%$ für die Modellunsicherheit
4) mit $v_x = 15\%$ für die Modellunsicherheit
5) mit $v_x = 5\%$ für die Modellunsicherheit
6) inkl. Ausbaulast
7) reine Stahlbetonkonstruktion
8) für alle Stahlgüten

Abschließend kann angemerkt werden, dass sich dieses Verfahren aufgrund der u. a. vereinfachten Annahme der Sensitivitätsfaktoren nur für die Vorkalibrierung zur Bestimmung der Größe des jeweiligen Teilsicherheitsbeiwertes verwendet werden sollte, da hierbei das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau nicht exakt getroffen wird. Zu bedenken ist im Sinne der praktischen Umsetzung durch Normengremien auch der besondere Aspekt, dass aufgrund des einheitlichen, baustoffübergreifenden Sicherheitskonzeptes der DIN 1055-100 2001 von einer Definition abweichender Teilsicherheitsbeiwerten der Beanspruchungen abzuraten ist. Somit bleibt nur die Möglichkeit zur Modifikation der Materialsicherheitsfaktoren der einzelnen Bauweisen. Durch die Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von den festgesetzten Sicherheitsbeiwerten der Einwirkungen nach DIN 1055-100 können die Teilsicherheitsfaktoren γ_M der Materialien für das angestrebte Zielzuver-

lässigkeitsniveau eingestellt werden. Weiter ist bei dieser Methode der direkten Optimierung die Auswirkung der modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte auf das Zuverlässigkeitsniveau sofort ersichtlich.

8.2.3 Lösungsansatz zur Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte

Die Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte in dieser Arbeit wird aufgrund der Komplexität der Aufgabenstellung mithilfe der Methode der direkten Optimierung unter Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit gelöst (s. Abschnitt 3.11.4). Die durchgeführten Parameterstudien der betrachteten Versagensarten zeigen, dass die Sensitivitäten der einzelnen Basisvariablen für verschiedene Streuungen der Widerstandsgrößen signifikanten Schwankungen unterliegen und daher die vereinfachte Methode unter Verwendung von geschätzten Sensitivitätsfaktoren für die angestrebte Optimierung zu ungenau ist.

Bei der direkten Optimierung muss der Zuverlässigkeitsindex β bzw. die Versagenswahrscheinlichkeit P_F für alle analysierten Versagensarten direkt berechnet werden. Die umfangreichen Zuverlässigkeitsberechnungen erfolgen auf Grundlage der in den vorangestellten Abschnitten aufgezeigten probabilistischen Modellen sowie den statistischen Kenngrößen der Basisvariablen in Tab. 6.6. Dabei werden überwiegend die Lastverhältnisse $g_k / q_k = 70 / 30$ und $50 / 50$ betrachtet.

Eine Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgt nur auf der Widerstandsseite für Beton γ_c und Betonstahl γ_s . Die Materialsicherheitsbeiwerte werden in Abhängigkeit der jeweiligen Versagensart, der Materialstreuung, dem Bewehrungsgrad und dem Lastverhältnis g_k / q_k ausgewiesen. Die Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkungen bleiben unangetastet, da diese bauart- und baustoffübergreifend in *DIN 1055-100 2001* geregelt sind.

Als Zielwert der Zuverlässigkeit ist für Neubauten entsprechend der *DIN 1055-100 2001* der Sicherheitsindex $\beta_T = 3,8$ für den Bezugszeitraum von 50 Jahren zu wählen. Für eine Bewertung von Bestandsbauten ist allerdings keine Angabe zu finden. Gemäß *JCSS 2000* und *JCSS 2001* ist für bestehende Tragwerke ein geringeres Sicherheitsniveau anzustreben. Ein fester Wert der anzustrebenden Versagenswahrscheinlichkeit bzw. zum Sicherheitsindex β_T wird nicht ausgewiesen. *Diamantidis, D. 2007* schlägt für Bestandsbauten eine Abminderung des Sicherheitsindex' β_1 um 0,5 in Bezug auf die β_T -Werte in *DIN EN 1990-2002-10* vor. Bei Anwendung dieses Verfahrens auf *DIN 1055-100 2001* ergeben sich die Zielzuverlässigkeiten $\beta_1 = 4,20$ bzw. $\beta_{50} = 3,20$, worauf die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte in Abhängigkeit von der Versagensart nachfolgend kalibriert werden.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass der Zielwert β_T ausschließlich nur eine Rechengröße darstellt und somit eine Differenzierung der Zuverlässigkeit einzelner Tragglieder ermöglicht. Daher steht er auch nicht in direktem Zusammenhang mit der realen Versagenswahrscheinlichkeit eines Bauwerkes. In *Sørensen, J. D. 2002* wird der Sicherheitsindex β_T hingegen als Mittelwert über alle Bauteile eines Gebäudes gesehen und ist somit als Zielwert für Bauwerke aufzufassen. Diese Definition deckt sich auch mit den Ausführungen in der *Grusibau 1981*.

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

Für alle durchgeführten Analysen wird stets eine 100 %-ige Querschnittsausnutzung des vorhandenen Bauteilquerschnitts im Hinblick auf die jeweilige Versagensart nach Bemessungsnorm DIN 1045-1 unterstellt. Eventuell vorhandene Tragreserven der Bestandsbauwerke zum Errichtungszeitpunkt können hier nicht positiv berücksichtigt werden.

Im Rahmen der Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte für Bestandsbauten müssen die verschiedenen Versagensarten durch repräsentative Lastverhältnisse, Betondruckfestigkeitsstreuungen und Längs- bzw. Querkraftbewehrungsgrade untersucht werden. Die durchgeführten probabilistischen Parameterstudien sind in Tab. 8.2 zusammengestellt. Eine Variation der Stahlstreckgrenze ist i. d. R. nicht notwendig, da die Materialstreuungen mit 5 bis 6 % sehr gering sind. Jedoch wurden für Biegezugversagen sowie dem Querkraftnachweis der Zugstrebe $V_{Rd,sy}$ Analysen über die Auswirkung von Stahlstreuungen durchgeführt, da hier die Sensitivität der Stahlstreckgrenze sehr groß ist.

Tab. 8.2: Übersicht der analysierten Versagensarten mit den behandelten Beanspruchungen

Versagensart	Lastverhältnis g_k/q_k	Lastart	Variationskoeffizient Beton / (Stahl)	Bewehrungsgrade
zentrischer Druck N_{Rd} bewehrt / unbewehrt	70:30	Nutzlast	5,0 % - 40,0 % (6,0 %)	$\rho_l = 0 - 9,0 \%$
	50:50	Schnee		
Biegezugversagen M_{Rd}	70:30	Nutzlast	5,0 % - 40,0 % (0 - 26,0 %)	$\rho_l = 0,05 - 3,0 \%$
	60:40	Schnee		
	50:50	Wind		
Querkraftversagen $V_{Rd,ct}$	70:30	Nutzlast	15,0 % - 40,0 % (keine Angabe)	$\rho_l = 0 - 2,0 \%$
	50:50			
Querkraftversagen $V_{Rd,sy}$	70:30	Nutzlast	(keine Angabe) (0 % - 14,0 %)	$\rho_w = 0 - 2,0 \%$
	50:50	Schnee		
Querkraftversagen $V_{Rd,max}$	70:30	Nutzlast	5,0 % - 40,0 % (keine Angabe)	-
	50:50	Schnee		
Durchstanzen $V_{Rd,ct}$	70:30	Nutzlast	15,0 % - 40,0 % (keine Angabe)	$\rho_l = 0,1 - 2,0 \%$
	50:50			
Durchstanzen $V_{Rd,sy}$	70:30	Nutzlast	15,0 % - 40,0 % (6,0 %)	$\rho_w = 1,0 - 2,0 \%$ $\rho_l = 0,1 - 2,0 \%$
	50:50	Schnee		
Durchstanzen $V_{Rd,max}$	70:30	Nutzlast	15,0 % - 40,0 % (6,0 %)	$\rho_l = 0 - 2,0 \%$
	50:50			
Biegebeanspruchung unbew. Bauteile	70:30	Nutzlast	10,0 % - 40,0 %	-
	50:50	Schnee		
Querkraftbeanspruchung unbew. Bauteile	70:30	Nutzlast	10,0 % - 40,0 %	-
	50:50	Schnee		

Die Parameterstudien wurden überwiegend für Nutzlastbeanspruchung infolge Wohnraum- oder Büronutzung durchgeführt. Ebenso erfolgten auch Untersuchungen für Schnee- und Windlasten, um Rückschlüsse auf die Auswirkungen hinsichtlich der Querschnittszuverlässigkeit im Vergleich zur Nutzlast zu ziehen. Generell ist festzustellen, dass die Bauteilbeanspruchung infolge Schneelast, aufgrund ihrer

großen Streuung eine Absenkung des Zuverlässigkeitsniveaus gegenüber Nutzlastbeanspruchung hervorruft, während hingegen für eine Windbeanspruchung eine geringfügig höhere Zuverlässigkeit als bei einer Nutzlastbeanspruchung resultiert. Daher wird auf eine explizite Zuverlässigkeitsuntersuchung für Wind verzichtet und es können die Zuverlässigkeitskurven infolge einer Nutzlast auch abdeckend für eine Windlast verwendet werden. Aufgrund der Normierung der Grenzzustandsgleichungen sind die erzielten Ergebnisse für alle Betondruckfestigkeiten und alle Stahlgüten für unterschiedliche Materialstreuungen repräsentativ.

Da es sich bei der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit von Stahlbetonbauteilen in vielen Fällen um ein Lastkombinationsproblem handeln kann, muss die Auftretenswahrscheinlichkeit der verschiedenen zeitlich veränderlichen Einwirkungen berücksichtigt werden. Lastkombinationen mit ständigen und mehreren veränderlichen Einwirkungen wurden nicht untersucht, da die von *Glowienka, S. 2007* hierzu durchgeführten Zuverlässigkeitsanalysen zeigen, dass eine Überlagerung von 50-Jahres-Extremwerten mit den Momentanwerten weiterer veränderlicher Einwirkungen unter Verwendung von Kombinationsbeiwerten überwiegend höhere Zuverlässigkeiten bei der betrachteten Versagensart liefern. Das bedeutet, dass die Leiteinwirkung der veränderlichen Einwirkungen im herkömmlichen Hochbau fast immer die stark streuende Nutzlast darstellt. Bei Dachdecken kann manchmal auch die Schneelast maßgebend werden – wobei jedoch bei großen Schneemengen das Vorhandensein einer Nutzlast ausgeschlossen werden kann. Zu beachten ist weiter, dass für die meisten Regionen Deutschlands die ständigen Lasten der Stahlbetonkonstruktion wesentlich größer sind, als der Lastanteil infolge Schnees. Daher wird auf eine Betrachtung von Lastfallkombinationen verzichtet und immer nur die wirkenden ständigen Einwirkungen zusammen mit der jeweiligen veränderlichen Leiteinwirkung betrachtet. Schadensereignisse der Vergangenheit zeigen, dass das Versagen aufgrund einer einzigen veränderlichen Einwirkung eintrat und nicht infolge von mehreren, gleichzeitig wirkenden veränderlichen Lasten.

Nachfolgend erfolgt die Festlegung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte differenziert nach der jeweiligen Versagensart. Hierzu wird auf die bereits gewonnenen Erkenntnisse aus Abschnitt 7.4 zurückgegriffen. Die generelle Vorgehensweise zur Kalibrierung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte ist aus Abb. 8.1 zu entnehmen. Anzumerken ist, dass bei der Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten für Bestandsbauten sowohl niedrigere als auch höhere Teilsicherheitsbeiwerte als in *DIN 1045-1 2008* festgesetzt, ermittelt werden. Durch die Verknüpfung der Widerstands- und Einwirkungsgrößen in der Grenzzustandsgleichung kann die Querschnittszuverlässigkeit allein durch die Festlegung der Material Sicherheitsbeiwerte gesteuert werden. Daher können auch die Randbedingungen auf der Einwirkungsseite wie Lastverhältnis g_k / q_k und die verschiedenen Streuungen der Einwirkungen miteingefasst werden.

Die Kalibrierung der Teilsicherheitsbeiwerte für die jeweilige Versagensart erfolgt in mehreren Iterationsschritten für die vorgegebenen Randbedingungen wie Streuungen des Materials, der Geometrie, der Einwirkungen sowie für das vorherrschende Lastverhältnis von ständigen und veränderlichen Einwirkungen bis das vorgegebene Zielzuverlässigkeitsniveau erreicht ist.

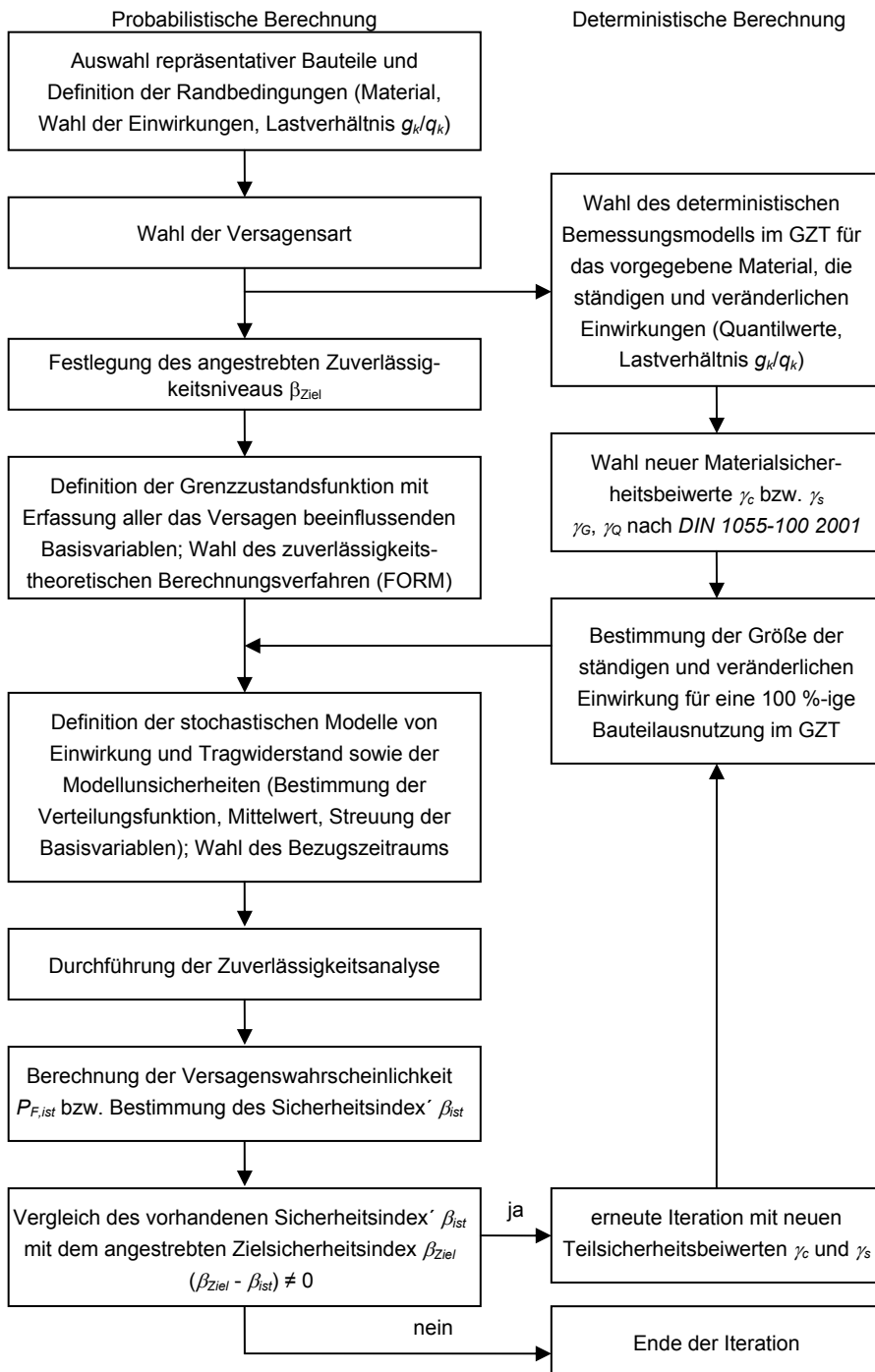


Abb. 8.1: Kalibrierung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für Bestandsbauten

Als untere Grenze für die probabilistische Teilsicherheitsbeiwertkalibrierung wird für Beton $\gamma_c = 1,00$ gewählt. Rechnerisch sind auch Teilsicherheitsbeiwerte kleiner 1,00 möglich, was allerdings der Praxis nur schwer vermittelbar ist. Weiter kann man folgern, dass das Nachweisformat das Versagen nicht exakt erfasst, zu weit auf der sicheren Seite liegt und eine sehr hohe Zuverlässigkeit vorliegt. Ein weiteres Argument liefert die Definition der Teilsicherheitsbeiwerte nach Abb. 3.14, da der Teilsicherheitsbeiwert der Modellunsicherheit γ_{Rd} eigentlich größer als 1,0 sein sollte.

Da in der Regel die Entnahme von Betonstahlproben sehr zerstörend für das Tragwerk ist, wird nur eine stark begrenzte Anzahl von Proben entnommen. Oft liegen recht gute Informationen über den bei Errichtung eingebauten Betonstahl vor, sodass die statistischen Kenngrößen relativ gut eingegrenzt werden können. Um das verbleibende Restrisiko aufgrund des sehr begrenzten Probenumfangs zu reduzieren sowie vorhandene Modellunsicherheiten zu erfassen, wird minimal ein γ_s von 1,05 ausgewiesen. Eine obere Grenze für die Größe der Teilsicherheitsbeiwerte wird nicht gesetzt, sodass durchaus wesentlich größere Sicherheitsbeiwerte als $\gamma_c = 1,50$ bzw. $\gamma_c = 1,80$ und $\gamma_s = 1,15$ auftreten können.

8.2.4 Teilsicherheitsbeiwerte für Biegezugversagen

Die Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgt für die Lastverhältnisse g_k / q_k von 70 / 30, 60 / 40 und 50 / 50 in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad der Bauteile. Eine Differenzierung hinsichtlich der Streuung der Betondruckfestigkeit kann aufgrund der zu vernachlässigenden Sensitivität der Betondruckfestigkeit im Biegezugnachweis entfallen (s. Abb. 6.13). Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit hat vor allem die Streuung der Stahlstreckgrenze, die wiederum auch bei älteren Stählen sehr gering ausfällt. Somit wurden alle Zuverlässigkeitsanalysen mit einem Variationskoeffizienten der Stahlstreckgrenze von $v_x = 0,06$ geführt. Geringere Streuungen führen zu keiner wesentlichen Zuverlässigkeitssteigerung. Treten jedoch größere Streuungen der Stahlstreckgrenze auf, so ist mit einer Absenkung des Zuverlässigkeitsniveaus z. B. für Nutzlastbeanspruchung gemäß Abb. 7.6 zu rechnen. Die nachfolgenden Untersuchungen gelten für alle Stahlgüten und Betongüten bis einschließlich der Festigkeitsklasse C50/60. Für die nachfolgend nicht explizit erwähnten Basisvariablen werden die statistischen Kenngrößen gemäß Tab. 6.6 unterstellt.

8.2.4.1 Variation des Materialsicherheitsbeiwertes γ_c

Zuerst wird die Auswirkung auf die Querschnittszuverlässigkeit bei Variation des Teilsicherheitsbeiwertes für Beton γ_c untersucht. Aus Abb. 6.12 wird ersichtlich, dass gerade für Bauteile mit großen Längsbewehrungsgraden ein enormes Zuverlässigkeitspotenzial vorhanden ist. Die Abminderung des Sicherheitsbeiwertes γ_c hat eine Verminderung der Steigung der Zuverlässigkeitskurve zu Folge. In Abb. 8.2 ist klar zu erkennen, dass der Materialsicherheitsbeiwert von Beton für geringe Längsbewehrungsgrade einen geringen Einfluss auf das Zuverlässigkeitsniveau hat. Der oberste Kurvenverlauf in Abb. 8.2 bzw. Abb. 8.3 stellt das Zuverlässigkeitsniveau bei Anwendung der Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_c = 1,50$ und $\gamma_s = 1,15$ nach DIN 1045-1 dar. Aus der Darstellung für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ wird weiter ersichtlich,

dass bei einem Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,02$ ein Zuverlässigkeitsabfall von etwa $\Delta\beta = 0,75$ bei einer Absenkung des Materialfaktors auf $\gamma_c = 1,00$ gegenüber dem Normenwert $\gamma_c = 1,50$ auftritt. Die Kurvenverläufe für unterschiedliche Materialbeiwerte γ_c ergeben ein fächerförmigen Verlauf, der oberhalb der angestrebten Zielzuverlässigkeit von $\beta_{Ziel} = 3,8$ angeordnet ist. Die Sensitivitätsfaktoren α_i ändern sich bei einer Absenkung des Sicherheitsbeiwertes γ_c nicht. Für eine Schneebeanspruchung ist in Abb. 8.3 eine Verschiebung der der Zuverlässigkeitskurven gegenüber einer Nutzlastwirkung gemäß Abb. 8.2 nach unten zu erkennen.

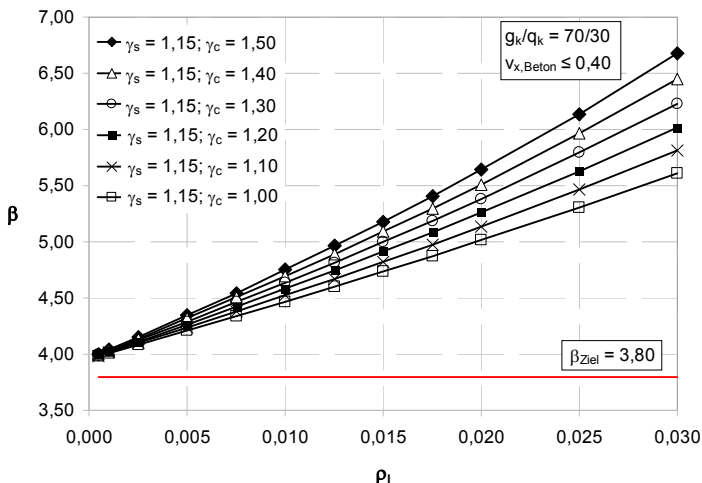


Abb. 8.2: Zuverlässigkeitskurven für Biegezugversagen von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlastbeanspruchung für ein Lastverhältnis von $g_k / q_k = 70 / 30$

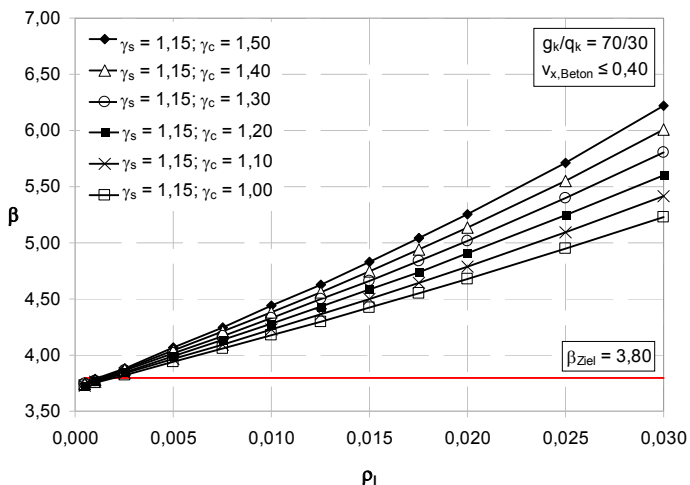


Abb. 8.3: Zuverlässigkeitskurven für Biegezugversagen von Stahlbetonbauteilen infolge Schneebeanspruchung für ein Lastverhältnis von $g_k / q_k = 70 / 30$

Die Zuverlässigkeitskurven für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 60/40$ sind für ausgewählte Sicherheitsbeiwerte γ_c in Abb. 8.4 dargestellt. Auch hier liegt eine fächerartige Kurvenschar durch Variation des Material Sicherheitsbeiwertes γ_c vor. Der einzige Unterschied zum Kurvenverlauf des Lastverhältnisses $g_k/q_k = 70/30$ ist eine Verschiebung nach unten auf ein um ca. $\Delta\beta = 0,30$ geringeres Zuverlässigkeitsniveau.

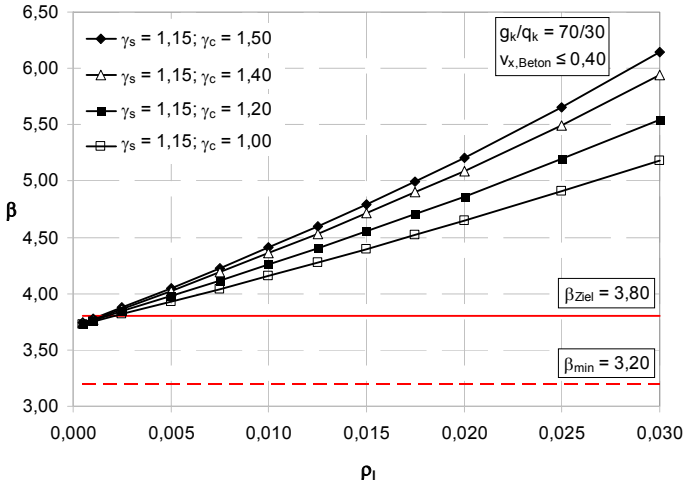


Abb. 8.4: Zuverlässigkeitskurven für Biegezugversagen von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlastbeanspruchung für ein Lastverhältnis von $g_k/q_k = 60/40$

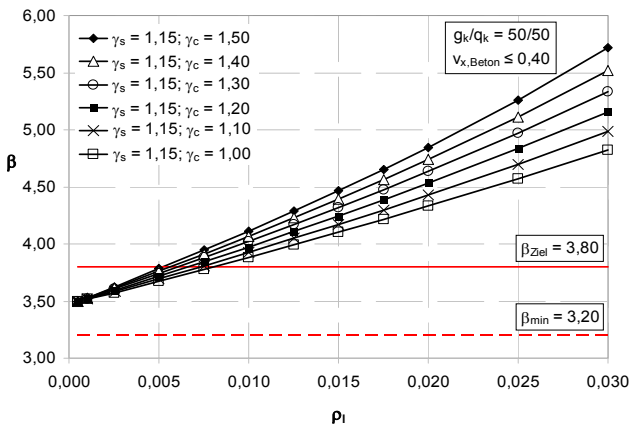


Abb. 8.5: Zuverlässigkeitskurven für Biegezugversagen von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlastbeanspruchung für ein Lastverhältnis von $g_k/q_k = 50/50$

Für herkömmliche Massivbauten im Geschosswohnungsbau ergibt sich überwiegend ein Verhältnis von ständigen Lasten zu veränderlichen Lasten von $g_k/q_k = 70/30$. Wie bereits festgestellt, hat die veränderliche Einwirkung – u. a. aufgrund ihres großen Variationskoeffizienten - einen signifikanten Einfluss auf die Bauteilzuverlässigkeit. Demnach wird als Grenzfall unterstellt, dass die Nutzlast maximal genauso groß wie die ständige Belastung werden kann. Erwartungsgemäß sinkt die

Zuverlässigkeit mit Zunahme des veränderlichen Lastanteils (s. Abb. 8.5). Je nach Längsbewehrungsgrad sinkt die Zuverlässigkeit für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ um etwa $\Delta\beta = 0,50$ bis $0,8$ im Vergleich zu $g_k / q_k = 70 / 30$. Der Verlauf der Kurvenschar gestaltet sich analog zu den bereits analysierten Lastverhältnissen.

Bei Betrachtung der Sensitivitätsfaktoren lassen sich keine Veränderungen bei Variation des Sicherheitsbeiwertes γ_c für die jeweiligen Lastverhältnisse erkennen. Über die verschiedenen Lastverhältnisse ist allerdings eine leichte Verschiebung der Sensitivität hin zur Einwirkungsseite zu erkennen, da der Anteil der stark streuenden veränderlichen Einwirkung zunimmt. Ein Vergleich der Sensitivitäten für unterschiedliche Lastverhältnisse g_k / q_k bei Nutzlastbeanspruchung kann mithilfe Tab. 7.10 (70 / 30) und Tab. 8.3 (50 / 50) erfolgen. Hierbei wird ersichtlich, dass die Sensitivitäten der Modellunsicherheiten $\alpha_{\beta R}$ bzw. $\alpha_{\beta E}$, sowie der ständigen Einwirkung α_{MG} absinken, und im Gegenzug die Sensitivität der veränderlichen Einwirkung α_{MQ} stark ansteigt. Dies erklärt den Zuverlässigkeitsabfall bei großen veränderlichen Lastanteilen. Somit verändern sich auch die resultierenden Sensitivitätsfaktoren, was betragsmäßig zu einer Verringerung von α_R und zu einer Vergrößerung von α_E führt.

Tab. 8.3: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i bei Biegezugversagen für variable Längsbewehrungsgrade ρ_l , einem Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit $v_x = 0,40$ und einer Streuung der Stahlstreckgrenze $v_x = 0,06$ (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1, Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$, Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
ρ_l	β	α_{fy}	α_{fc}	α_b	α_d	$\alpha_{\beta R}$	$\alpha_{\beta E}$	α_{MG}	α_{MQ}	α_R	α_E
0,001	3,53	0,25	0,00	0,00	0,09	0,43	-0,41	-0,10	-0,75	0,51	-0,86
0,005	3,78	0,25	0,00	0,00	0,09	0,42	-0,40	-0,09	-0,76	0,50	-0,86
0,010	4,11	0,24	0,01	0,00	0,09	0,41	-0,39	-0,09	-0,78	0,48	-0,88
0,015	4,47	0,24	0,01	0,00	0,09	0,41	-0,38	-0,08	-0,79	0,48	-0,88
0,020	4,85	0,24	0,02	0,00	0,09	0,40	-0,37	-0,07	-0,79	0,48	-0,88
0,025	5,26	0,23	0,02	0,00	0,09	0,40	-0,37	-0,07	-0,80	0,47	-0,88
0,030	5,72	0,23	0,02	0,00	0,12	0,40	-0,36	-0,07	-0,80	0,47	-0,88

8.2.4.2 Variation des Materialsicherheitsbeiwertes γ_s

Nach der Variation des Teilsicherheitsbeiwertes von Beton wird nun die Auswirkung für die Wahl geringerer Sicherheitsbeiwerte des Bewehrungsstahls γ_s untersucht. Dabei werden wieder die bereits unterstellten Lastverhältnisse analysiert und unterschiedliche Kombinationen der Teilsicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s betrachtet. Bei Variation des Sicherheitsbeiwertes γ_s ist eine Auffächerung der Zuverlässigkeitskurven für kleine Längsbewehrungsgrade ρ_l für die oberen drei Kurven in Abb. 8.6 zu erkennen. Eine Absenkung des Sicherheitsbeiwertes γ_s bei großen Längsbewehrungsgraden ist hierfür kaum ersichtlich. Betrachtet man nun die Kombinationen der Materialsicherheitsbeiwerte für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ ist generell eine Verflachung der Kurven in Abb. 8.6 festzustellen. Hält man den Sicherheitsbeiwert γ_s konstant bei $1,05$, so stellen sich die Kurvenverläufe analog denen bei Variation von γ_c dar, allerdings auf einem um ca. $\Delta\beta = 0,50$ geringeren Niveau. Eine Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_s auf $1,00$ ist gerade für

geringe Längsbewehrungsgrade kritisch und wird nicht weiter verfolgt. Für Biegezugversagen wird der Materialbeiwert für Stahl $\gamma_s = 1,05$ als unterste Grenze gewählt.

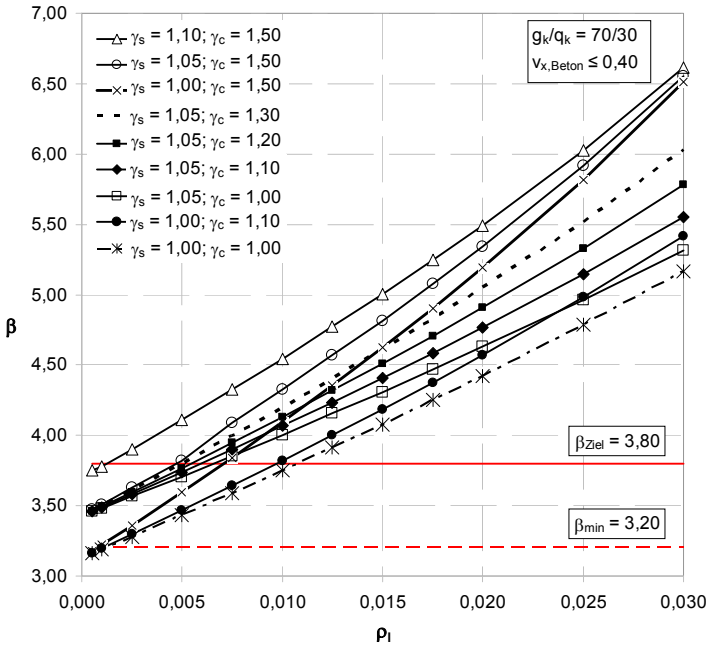


Abb. 8.6: Zuverlässigkeit für Biegezugversagen von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast bei Variation der Sicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

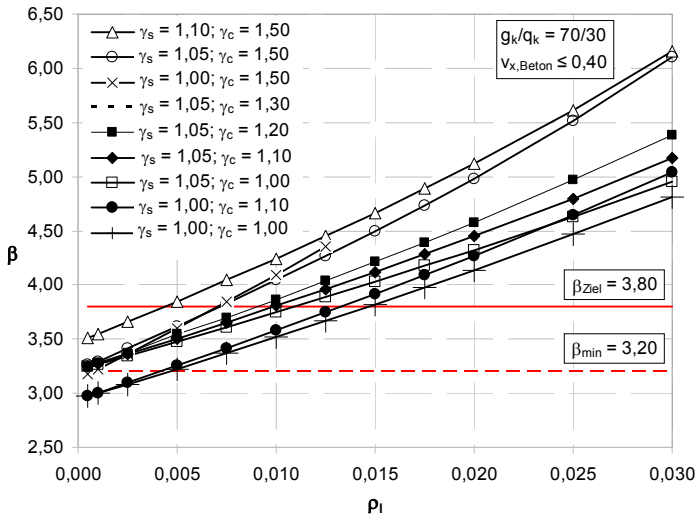


Abb. 8.7: Zuverlässigkeitskurven für Biegezugversagen bei Stahlbetonbauteilen infolge Schneelast bei Variation von γ_c und γ_s für das Lastverhältnis von $g_k / q_k = 70 / 30$

Die Zuverlässigkeitskurven für Schneelastbeanspruchung sind für die untersuchten Teilsicherheitsbeiwert-Kombinationen in Abb. 8.7 ersichtlich. Der Zuverlässigkeitsabfall der ausgewählten Kurven im Vergleich zur Nutzlastbeanspruchung bei vergleichbaren Randbedingungen ist klar zu erkennen.

Das Lastverhältnis $g_k/q_k = 60/40$ wird nur für Nutzlastbeanspruchung untersucht. Für verschiedene Kombinationen der Material Sicherheitsfaktoren sind die Kurvenverläufe in Abb. 8.8 dargestellt.

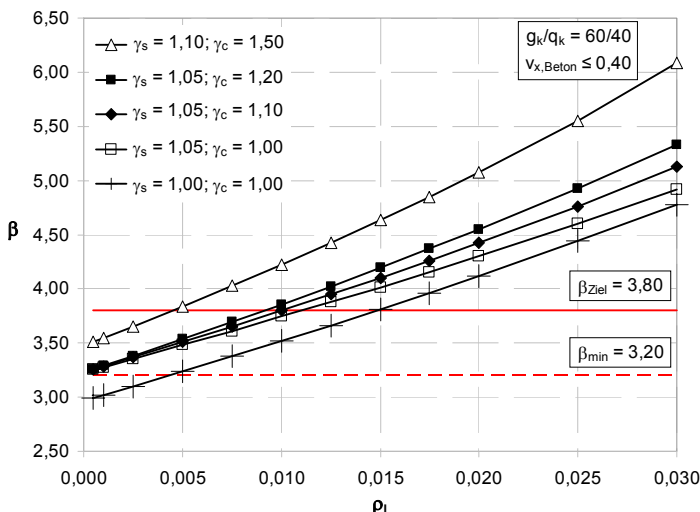


Abb. 8.8: Zuverlässigkeitskurven für Biegezugversagen von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlastbeanspruchung bei Variation der Sicherheitsbeiwerte von γ_c und γ_s für ein Lastverhältnis von $g_k/q_k = 60/40$

Die Zuverlässigkeitskurven bei Absenkung von γ_s bzw. kombinierter Absenkung von γ_s und γ_c sind in Abb. 8.9 für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 50/50$ ersichtlich. Die Kurvenverläufe verhalten sich für die jeweilige Modifikation der Sicherheitsbeiwerte ähnlich denen für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$, wobei eine Verschiebung um etwa $\Delta\beta = 0,5$ nach unten erfolgt.

In Abb. 8.10 sind die Zuverlässigkeitskurven für Schneebeanspruchung für gleich große ständige sowie veränderliche Lastanteile aufgetragen.

Ein Blick auf die Sensitivitätsfaktoren der untersuchten Teilsicherheitsbeiwert-Kombinationen zeigt keine weiteren Veränderungen, da sich die Sensitivitäten weder bei Variation von γ_c als auch bei γ_s ändern. Für unterschiedliche Materialstreuungen sind Änderungen vorhanden.

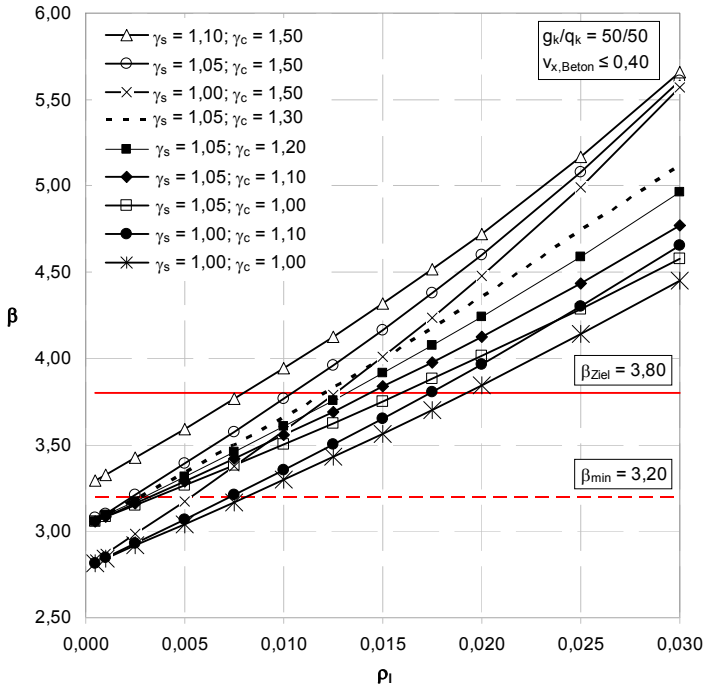


Abb. 8.9: Zuverlässigkeitskurven für Biegezugversagen infolge Nutzlastbeanspruchung bei Variation der Sicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

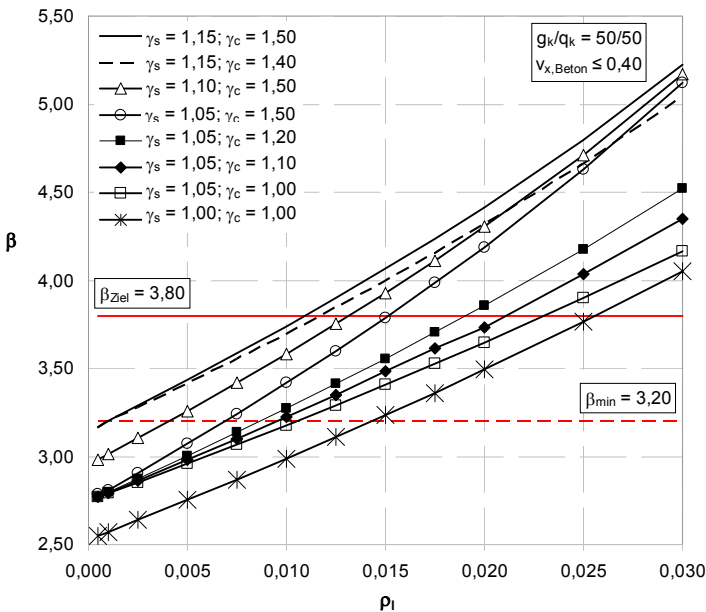


Abb. 8.10: Zuverlässigkeitskurven für Biegezugversagen infolge Schneelast bei Variation der Sicherheitsbeiwerte von γ_c und γ_s für ein Lastverhältnis von $g_k / q_k = 50 / 50$

8.2.4.3 Erkenntnisse aus den Untersuchungen für Biegezugversagen

Für eine spätere Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte bei Biegezugversagen werden die grundlegenden Erkenntnisse der Zuverlässigkeitsanalysen kurz zusammengefasst:

Es ist festzustellen, dass die Zuverlässigkeit des Bauteils mit der Zunahme des Längsbewehrungsgrades ρ_l steigt. Weiter kann kaum ein Zuverlässigkeitsanstieg mit zunehmender Bauteilhöhe festgestellt werden. Generell ist festzuhalten, dass mit steigendem veränderlichen Lastanteil die Zuverlässigkeit deutlich absinkt. Eine Unterscheidung der Teilsicherheitsbeiwerte hinsichtlich der Betondruckfestigkeitsstreuung ist nicht erforderlich. Die Ausweisung der Teilsicherheitsbeiwerte ist aber an die übliche Streuung der Stahlstreckgrenze geknüpft.

8.2.5 Querkraftnachweis bei nicht querkraftbewehrten Bauteilen

Eine Biegebeanspruchung von Bauteilen geht mit einer Querkraftbeanspruchung einher. Da das Maximum der Biegebeanspruchung und Querkraftbeanspruchung je nach statischem System und Laststellung in den meisten Fällen nicht an der gleichen Stelle auftritt, müssen die jeweiligen Nachweise nicht zwangsläufig mit den gleichen Sicherheitsbeiwerten geführt werden. Somit ist eine Zuordnung der modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte hinsichtlich des Nachweisformats sinnvoll. Weiter besteht keine Interaktion zwischen Querkraft- und Biegebemessung der Nachweisgleichungen in *DIN 1045-1 2008*. Hier muss in erster Linie der reine Betontraganteil nachgewiesen werden. Der Nachweis der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ wird i. d. R. nicht maßgebend, wenn keine nennenswerte Längskraftbeanspruchung vorliegt.

8.2.5.1 Teilsicherheitsbeiwert γ_c für nicht querkraftbewehrte Bauteile

Zuerst werden nicht querkraftbewehrte Bauteile wie z. B. Decken- oder Bodenplatten bzw. Fundamente betrachtet. Die Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgt für die Lastverhältnisse g_k/q_k von 70 / 30 und 50 / 50. Als veränderliche Lasten werden Wind- und Nutzlastbeanspruchung unterstellt. Auf eine explizite Untersuchung für eine Bauteilbeanspruchung infolge Schneelast wird aufgrund der hohen Querschnittszuverlässigkeit verzichtet. In die Nachweisgleichung des Betontraganteils $V_{Rd,ct}$ querkraftbeanspruchter Bauteile geht nur der Sicherheitsbeiwert des Betons γ_c ein. Eine Differenzierung hinsichtlich der Streuung der Betondruckfestigkeit bzw. Zugfestigkeit wird aufgrund deren mäßig großer Sensitivität vorgenommen (s. Abb. 6.15). Die nachfolgenden Untersuchungen gelten für alle Stahlgüten und Betongüten bis C50/60. Für die Basisvariablen werden wieder die statistischen Kenngrößen gemäß Tab. 6.6 unterstellt. Als statistische Kenngrößen der Modellunsicherheiten wird jedoch auf Beanspruchungsseite ein Mittelwert $\mu_{\sigma E} = 1,00$ mit $v_x = 0,20$ unterstellt. Der Teilsicherheitsbeiwert für Stahl wird somit konstant mit 1,15 nach *DIN 1045-1* angenommen – spielt aber für den Nachweis keinerlei Rolle.

Die Zuverlässigkeitskurve für $\gamma_c = 1,50$ wurde schon in Abb. 6.14 dargestellt. Hieraus ist ersichtlich, dass kaum ein Einfluss des Längsbewehrungsgrades auf die Querschnittszuverlässigkeit vorliegt. Dies ist auch für alle anderen Teilsicherheitsbeiwerte γ_c der Fall. Daher erfolgt die Darstellung der Zuverlässigkeitskurven der

diversen Teilsicherheitsbeiwertkombinationen über den Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit. Aufgrund der mäßigen Sensitivität der Betonzugfestigkeit erfolgt nur ein geringer Zuverlässigkeitsabfall aller Kurven mit zunehmender Betonstreuung. Die Zuverlässigkeit für dieses Nachweisformat ist für die untersuchten Lastverhältnisse in Abb. 8.11 und Abb. 8.12 relativ hoch. Dies lässt darauf schließen, dass das Bemessungsmodell weit auf der sicheren Seite liegt bzw. die Zugfestigkeit des Betons zu konservativ festgelegt wurde.

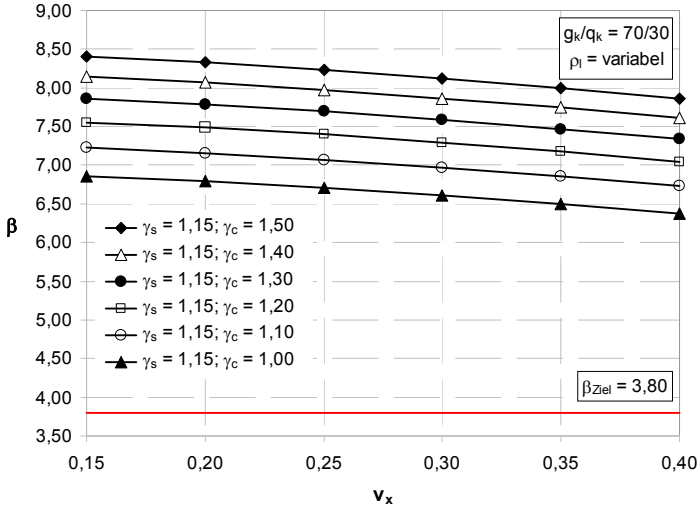


Abb. 8.11: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,ct}$ nicht querkraftbewehrter Stahlbetonbauteile bei Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für ein Lastverhältnis von $g_k / q_k = 70 / 30$

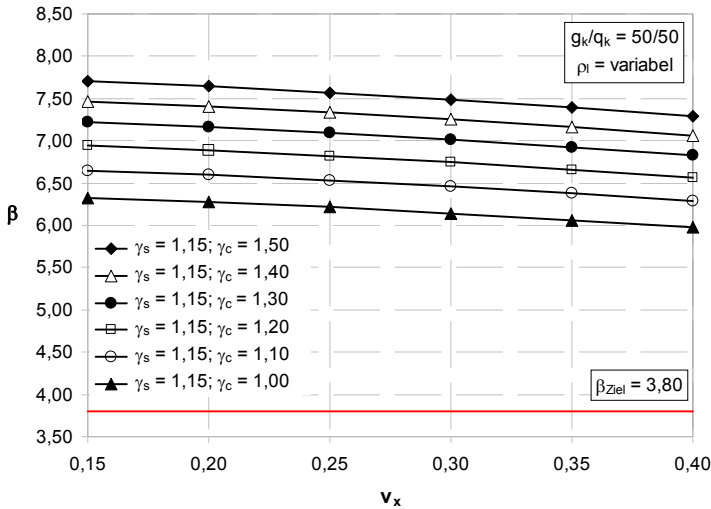


Abb. 8.12: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,ct}$ nicht querkraftbewehrter Stahlbetonbauteile bei Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für ein Lastverhältnis von $g_k / q_k = 50 / 50$

Ein höheres Sicherheitsniveau für sprödes Versagen ist durchaus erstrebenswert. Die Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes für Beton auf $\gamma_c = 1,00$ kann trotzdem vorgenommen werden.

Da sich die zugrunde gelegte Streuung auf die Betonzugfestigkeit bezieht und diese i. d. R. höher als die der Betondruckfestigkeit ist, wurde ein Streubereich von 15 bis 40 % gewählt. Die Kurven weisen für $g_k/q_k = 50/50$ wiederum ein geringeres Zuverlässigkeitsniveau aus und liegen untereinander näher zusammen.

Die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren für das jeweilige Lastverhältnis g_k/q_k ändert sich durch die Variation der Teilsicherheitsbeiwerte sowie für die verschiedenen Längsbewehrungsgrade ρ_l nahezu nicht. In Tab. 7.3 wurde bereits die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$ niedergeschrieben. In Tab. 8.4 erfolgt dies nun für das Verhältnis $g_k/q_k = 50/50$.

Tab. 8.4: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i des Betontragwiderstands $V_{Rd,ct}$ (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1, Lastverhältnis $g_k/q_k = 50/50$, Nutzlast, Längsbewehrungsgrad ρ_l variabel)

v_x	Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i										
	β	α_{fc}	α_b	α_d	α_{lR}	α_{lE}	α_{VG}	α_{VQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,15	7,73	0,13	0,07	0,06	0,67	-0,36	-0,05	-0,63	1,00	0,69	-0,73
0,20	7,67	0,18	0,07	0,06	0,67	-0,36	-0,05	-0,62	1,00	0,70	-0,72
0,25	7,59	0,22	0,07	0,06	0,66	-0,36	-0,05	-0,61	1,00	0,70	-0,71
0,30	7,51	0,26	0,07	0,06	0,66	-0,35	-0,05	-0,61	1,00	0,72	-0,71
0,35	7,41	0,30	0,07	0,06	0,65	-0,35	-0,05	-0,60	1,00	0,72	-0,70
0,40	7,31	0,33	0,07	0,06	0,64	-0,35	-0,05	-0,59	1,00	0,73	-0,69

Mit steigendem Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit ändern sich die Sensitivitäten nur wenig, was den geringen Zuverlässigkeitsabfall erklärt. Weiter verschiebt sich die Gewichtung der Sensitivitäten hin zur Widerstandsseite.

8.2.6 Querkraftnachweis bei querkraftbewehrten Bauteilen

Bei querkraftbewehrten Bauteilen muss sowohl die Zugstrebe $V_{Rd,sy}$ als auch die Druckstrebe $V_{Rd,max}$ des zur Nachweisführung gewählten Fachwerkmodells überprüft werden. Die beiden Nachweisformate weisen aufgrund des gleich zu wählenden Druckstrebenneigungswinkels θ eine vollständige Korrelation auf. Zuerst wird das Nachweisformat der Zugstrebe $V_{Rd,sy}$ für unterschiedliche Teilsicherheitsbeiwerte des Bewehrungsstahls γ_s betrachtet. Der Nachweis ist völlig unabhängig von der Streuung der Betondruckfestigkeit und somit auch vom Teilsicherheitsbeiwert γ_c . Anschließend erfolgt die Zuverlässigkeitsanalyse der Druckstrebe $V_{Rd,max}$, die stark von der Betonfestigkeitsstreuung beeinflusst wird. Hierbei spielt der Teilsicherheitsbeiwert des Stahls γ_s wiederum keine Rolle.

Für die nachfolgend nicht explizit erwähnten Basisvariablen werden wieder die statistischen Kenngrößen gemäß Tab. 6.6 verwendet. Als statistische Kenngrößen der Modellunsicherheiten für $V_{Rd,sy}$ wird auf Beanspruchungsseite ein Mittelwert $\mu_{lE} = 1,00$ mit $v_x = 0,12$ und auf Widerstandsseite ein Mittelwert $\mu_{lR} = 1,10$ mit einer

Schwankung $v_x = 0,10$ unterstellt. Die nachfolgenden Untersuchungen können für alle Beton- (bis C50/60) und Stahlgüten verwendet werden.

8.2.6.1 Variation der Sicherheitsbeiwerte γ_s für den Zugstrebenachweis

Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit hat beim Zugstrebenachweis vor allem die Streuung der Stahlstreckgrenze, die i. d. R. mit $v_x = 6\%$ sehr gering ausfällt. Aufgrund der großen Sensibilität des Nachweisformates erfolgt jedoch eine Betrachtung für verschiedene Stahlstreuungen. Der Zugstrebenachweis $V_{Rd,sy}$ trifft für übliche Stahlstreuungen von 5 bis 6% den angestrebten Zielzuverlässigkeitsindex $\beta = 3,8$ sehr gut. In Abb. 8.13 ist zu erkennen, dass die Zuverlässigkeit mit steigendem Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung konstant bleibt, d. h. die Querschnittszuverlässigkeit ist unabhängig vom Querkraftbewehrungsgrad. Für Variationskoeffizienten des Stahls kleiner $v_x = 6\%$ kann für Bestandsbauten aufgrund der genauen Kenntnis aller Basisvariablen eine maximale Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_s auf 1,05 vorgenommen werden.

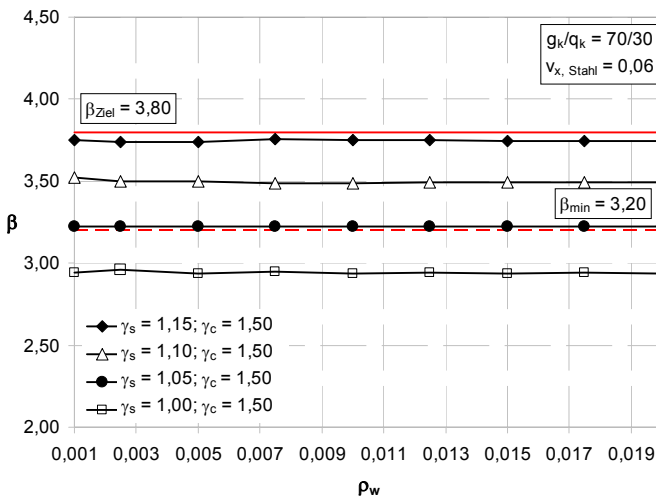


Abb. 8.13: Zuverlässigkeitsverlauf $V_{Rd,sy}$ querkraftbewehrter Stahlbetonbauteile mit Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

Treten größere Festigkeitsstreuungen des Stahls auf, so fällt die Querschnittszuverlässigkeit ab. Für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ stellen sich die Zuverlässigkeitsverläufe für verschiedene Teilsicherheitsbeiwerte γ_s bei einer veränderlichen Einwirkung von Nutz- und Schneelast gemäß Abb. 8.14 und Abb. 8.15 dar.

Bei großen Variationskoeffizienten der Stahlstreckgrenze muss eine Anhebung des Sicherheitsbeiwertes γ_s erfolgen, um das angestrebte Zuverlässigkeitsniveau zu erreichen. Gerade Abb. 8.15 zeigt, dass bei Auftreten von Schneelasten das geforderte Zielzuverlässigkeitsniveau von $\beta = 3,8$ auch für geringe Stahlstreuungen unterschritten wird. Dies bestätigt die schon in Abschnitt 8.2.2 angestellte Vermutung, dass der Teilsicherheitsbeiwert der veränderlichen Einwirkung mit $\gamma_Q = 1,50$

für Schnee zu gering ausfällt. Der Sicherheitsindex fällt für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$ bei Auftreten einer Schneelast um etwa $\Delta\beta = 0,3$ gegenüber der Wirkung einer Wind- oder Nutzlast auf das betrachtete Bauteil ab.

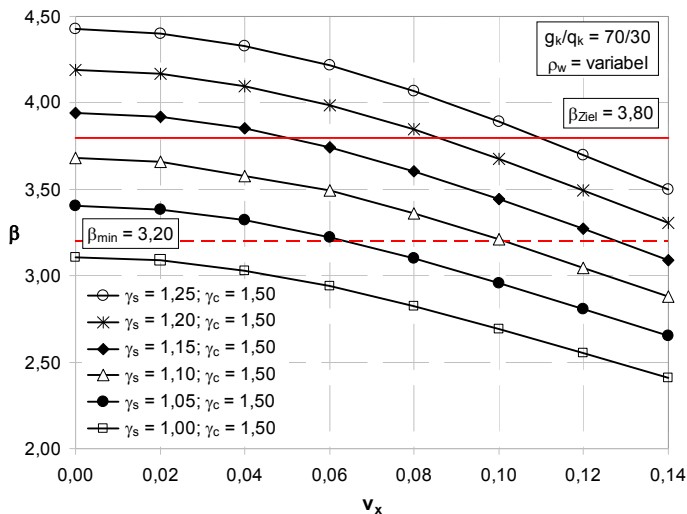


Abb. 8.14: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,sy}$ querkräftbewehrter Stahlbetonbauteile bei Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$ für unterschiedliche Stahlstreuungen

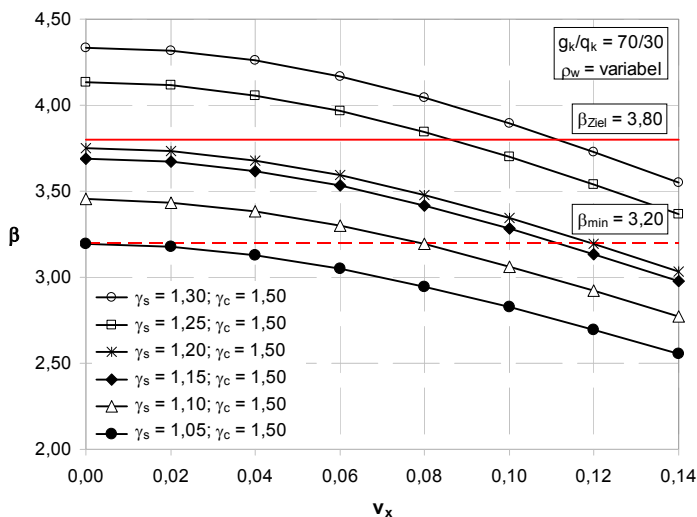


Abb. 8.15: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,sy}$ querkräftbewehrter Stahlbetonbauteile bei Querkraftbeanspruchung infolge Schneelast für unterschiedliche Stahlstreuungen für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$

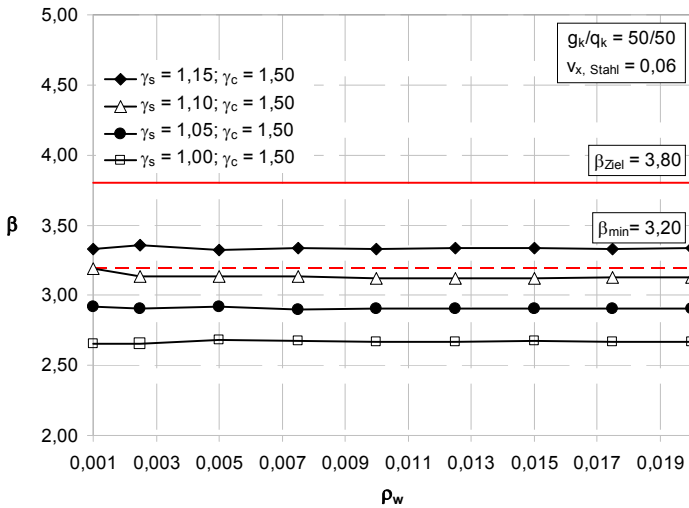


Abb. 8.16: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,sy}$ querkraftbewehrter Stahlbetonbauteile bei Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

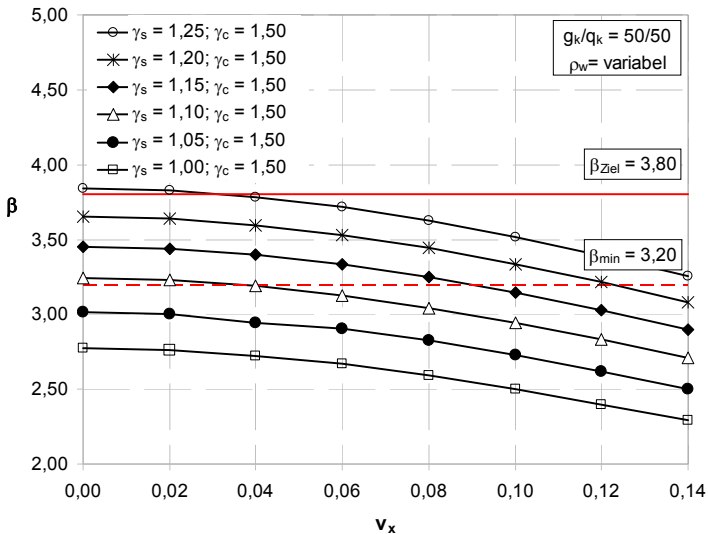


Abb. 8.17: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,sy}$ querkraftbewehrter Stahlbetonbauteile bei Nutzlastbeanspruchung für unterschiedliche Stahlstreuungen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

Die Zuverlässigkeitskurven für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ verlaufen auf einem um etwa $\Delta\beta = 0,5$ geringeren Niveau, wobei die Kurvenform gleich bleibt. Dieser Zuverlässigkeitsabfall führt dazu, dass sogar für eine Nutzlast- oder Windbeanspruchung des Bauteils der Sicherheitsindex $\beta_{Ziel} = 3,8$ massiv unterschritten wird (siehe Abb. 8.16 und Abb. 8.17). Allerdings liegt die Zuverlässigkeitskurve für Stahlstreuungen kleiner 10 % gerade noch über dem gewählten Mindestwert des Sicherheitsin-

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

dex' $\beta_{Ziel} = 3,2$. Somit müssen für größere Stahlstreuungen höhere Teilsicherheitsbeiwerte als $\gamma_s = 1,15$ verwendet werden.

Ein Vergleich der Zuverlässigkeitskurven für gleich große ständige und veränderliche Einwirkungen ergibt für Schneelastbeanspruchung (Abb. 8.18) ein Abschlag auf den Sicherheitsindex β von ca. $\Delta\beta = 0,4$ gegenüber einer Nutzlast (Abb. 8.17). Ebenso fällt auf, dass für dieses Lastverhältnis die einzelnen Zuverlässigkeitskurven der jeweiligen Teilsicherheitsbeiwertkombinationen enger zusammen liegen als für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$. Bei gleichzeitiger Wirkung und Größe von Schnee- und Eigenlast sollte generell eine Anhebung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_s erfolgen.

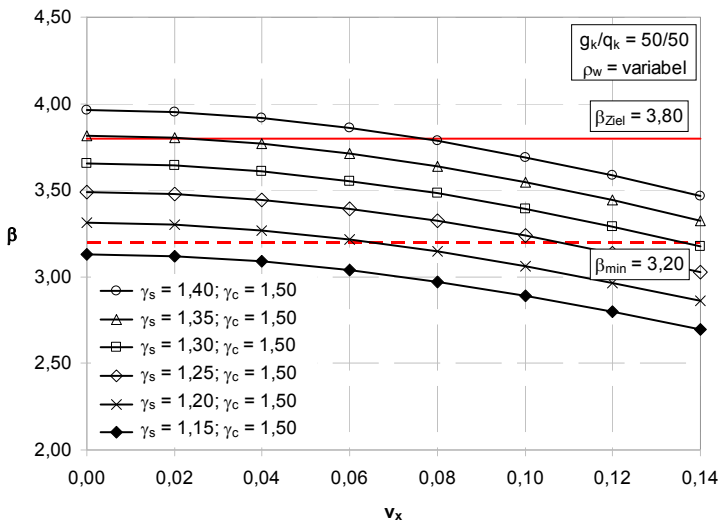


Abb. 8.18: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,sy}$ querkraftbewehrter Stahlbetonbauteile bei Querkraftbeanspruchung infolge Schneelast für unterschiedliche Stahlstreuungen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

Ein Blick auf die Sensitivitätsfaktoren des Zugstrebennachweises zeigt, dass für verschiedene Teilsicherheitsbeiwerte γ_s kaum eine Veränderung der Sensitivitätsfaktoren des jeweiligen Lastverhältnisses und der Lastart erfolgt. Werden Lastverhältnisse und Lastart variiert, so können die Veränderungen der Sensitivitäten in Tab. 8.5 abgelesen werden.

Tab. 8.5: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i bei Zugstrebenversagen $V_{Rd,sy}$ (Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1045-1, ρ_w variabel, $v_{x,Stahl} = 0,06$)

Lastkombination	Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i									
	β	α_{fy}	α_b	α_d	α_{tR}	α_{tE}	α_{VG}	α_{VQ}	α_R	α_E
$0,7g_k + 0,3p_k$	3,75	0,31	0,11	0,11	0,52	-0,55	-0,20	-0,52	0,63	-0,78
$0,5g_k + 0,5p_k$	3,33	0,25	0,09	0,09	0,42	-0,47	-0,10	-0,71	0,51	-0,86
$0,7g_k + 0,3s_k$	3,53	0,28	0,11	0,11	0,48	-0,52	-0,17	-0,61	0,58	-0,82
$0,5g_k + 0,5s_k$	3,03	0,23	0,09	0,09	0,39	-0,44	-0,09	-0,76	0,47	-0,88

Die Schneelast beeinflusst aufgrund ihrer großen Streuung die Zuverlässigkeit stärker als eine Nutz- oder Windlast.

8.2.6.2 Variation der Sicherheitsbeiwerte γ_c für den Druckstrebenachweis

Neben der Zuverlässigkeitsanalyse der Zugstrebe muss auch eine probabilistische Bewertung der Druckstreben Tragfähigkeit erfolgen. Hierzu wird auf die Grenzzustandsgleichung (6.121) zurückgegriffen. Da auf Widerstandsseite neben den schwach streuenden geometrischen Größen nur der Materialkennwert der Betondruckfestigkeit eingeht, erfolgt die Darstellung der Querschnittszuverlässigkeit in den nachfolgenden Diagrammen über die Druckfestigkeitsstreuung des Betons. In diesem Abschnitt werden die Zuverlässigkeitsstudien für verschiedene Lastverhältnisse g_k/q_k und die veränderlichen Einwirkungen Nutz- und Schneelast angestellt. Als statistische Kenngrößen der Modellunsicherheiten für $V_{Rd,max}$ wird auf Beanspruchungsseite ein Mittelwert $\mu_{\theta E} = 1,00$ mit $v_x = 0,15$ und auf Widerstandsseite ein Mittelwert $\mu_{\theta R} = 1,10$ mit einem Variationskoeffizienten von $v_x = 0,15$ unterstellt.

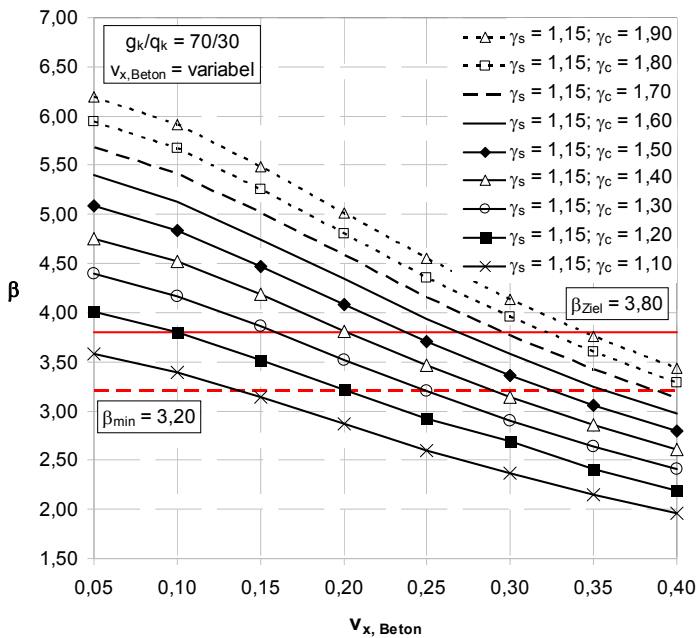


Abb. 8.19: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,max}$ für Stahlbetonbauteile infolge Nutzlastbeanspruchung für unterschiedliche Betondruckfestigkeitsstreuungen für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$

Zuerst wird das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$ untersucht. Abb. 8.19 und Abb. 8.20 zeigen einen Zuverlässigkeitsabfall mit steigendem Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit. Bei Anwendung der Teilsicherheitsbeiwerte nach *DIN 1045-1 2008* liegt die Zuverlässigkeitskurve für Nutzlastbeanspruchung bei Druckfestigkeitsstreuungen $v_x \leq 23\%$ oberhalb des Zielwertes der Zuverlässigkeit $\beta = 3,8$ und sinkt für größere Streuungen sogar unter den festgelegten Mindestwert

β_{min} . Daher kann für geringe Druckfestigkeitsstreuungen eine Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_c erfolgen, während hingegen für größere Variationskoeffizienten eine Erhöhung des Sicherheitsbeiwertes vorgenommen werden muss.

Resultiert die Querkraftbeanspruchung aus ständigen Lasten bei gleichzeitig wirkender Schneelast, so sinkt das Zuverlässigkeitsniveau nur leicht ab. Dies hängt mit der nur mäßigen Sensitivität der veränderlichen Einwirkung zusammen. Das Nachweisformat wird hauptsächlich durch die Modellunsicherheiten gesteuert (siehe hierzu *Braml, Fischer, Keuser, Schnell 2009*).

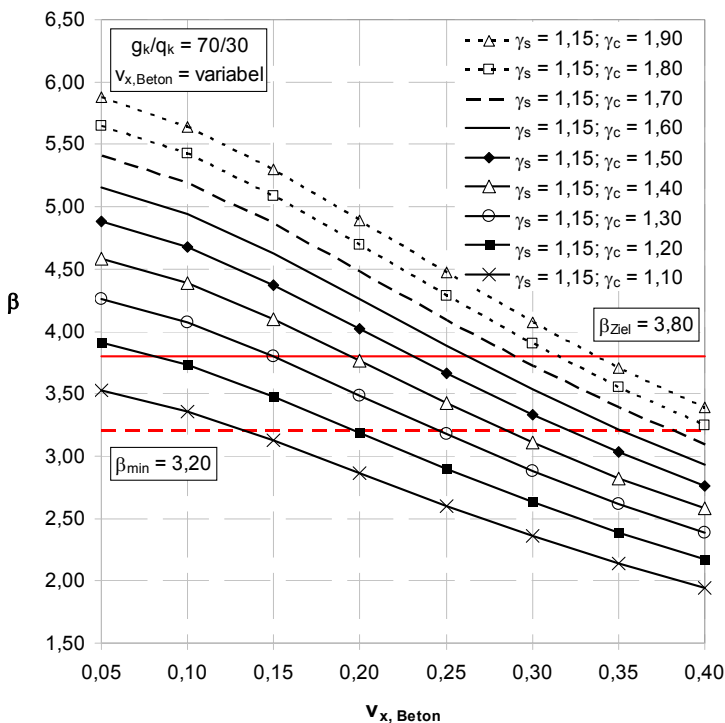


Abb. 8.20: Zuverlässigkeitskurven des Tragwiderstands $V_{Rd,max}$ für Stahlbetonbauteile bei Querkraftbeanspruchung infolge Schneelast aufgetragen über die Streuung der Betondruckfestigkeit für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

Die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ bei Nutzlastbeanspruchung wurde bereits in Tab. 7.4 zusammengestellt. Die Sensitivitäten für Schneelastbeanspruchung für dieses Lastverhältnis unterscheiden sich nur leicht und sind in Tab. 8.6 aufgelistet.

Die Zuverlässigkeitskurven des Lastverhältnisses $g_k / q_k = 60 / 40$ sind hier nicht dargestellt, da der Verlauf der Kurven näherungsweise denen des Lastverhältnisses $g_k / q_k = 70 / 30$ entspricht. Hierfür weicht auch die Verteilung der Sensitivitäten nur geringfügig von denen in Tab. 7.4 ab.

Tab. 8.6: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i des Druckstrebentragwiderstands $V_{Rd,max}$ für verschiedene Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit (Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1045-1, Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Schneelast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fc}	α_b	α_d	α_{fR}	α_{fE}	α_{VG}	α_{VQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,05	4,88	0,17	0,09	0,09	0,64	-0,48	-0,13	-0,55	1,00	0,67	-0,74
0,10	4,67	0,33	0,08	0,08	0,62	-0,47	-0,13	-0,50	1,00	0,71	-0,70
0,15	4,37	0,47	0,08	0,08	0,59	-0,46	-0,13	-0,44	1,00	0,76	-0,65
0,20	4,02	0,58	0,07	0,07	0,55	-0,44	-0,13	-0,36	1,00	0,81	-0,58
0,25	3,66	0,67	0,07	0,07	0,51	-0,42	-0,13	-0,31	1,00	0,85	-0,54
0,30	3,33	0,73	0,07	0,07	0,47	-0,39	-0,12	-0,26	1,00	0,87	-0,48
0,35	3,03	0,78	0,06	0,06	0,43	-0,37	-0,11	-0,26	1,00	0,89	-0,45
0,40	2,76	0,82	0,05	0,05	0,39	-0,35	-0,10	-0,20	1,00	0,91	-0,42

Für das betrachtete Grenzlastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ können die Zuverlässigkeitskurvenverläufe für unterschiedliche Teilsicherheitsbeiwerte γ_c infolge Nutzlast der Abb. 8.21 und infolge Schneeeinwirkung der Abb. 8.22 entnommen werden.

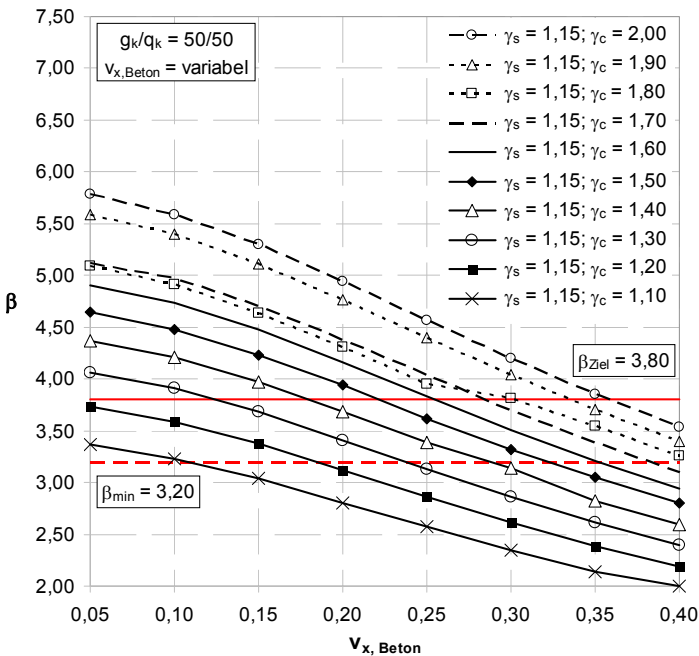


Abb. 8.21: Zuverlässigkeitskurven des Tragwiderstands $V_{Rd,max}$ von Stahlbetonbauteilen bei Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ für unterschiedliche Streuungen der Betondruckfestigkeit

Mit zunehmendem veränderlichen Lastanteil lässt sich eine leichte Verflachung der Zuverlässigkeitskurven feststellen. In Tab. 8.7 ist die Verteilung der Wichtungsfaktoren α_i des Tragwiderstands $V_{Rd,max}$ infolge Nutzlastbeanspruchung dargestellt.

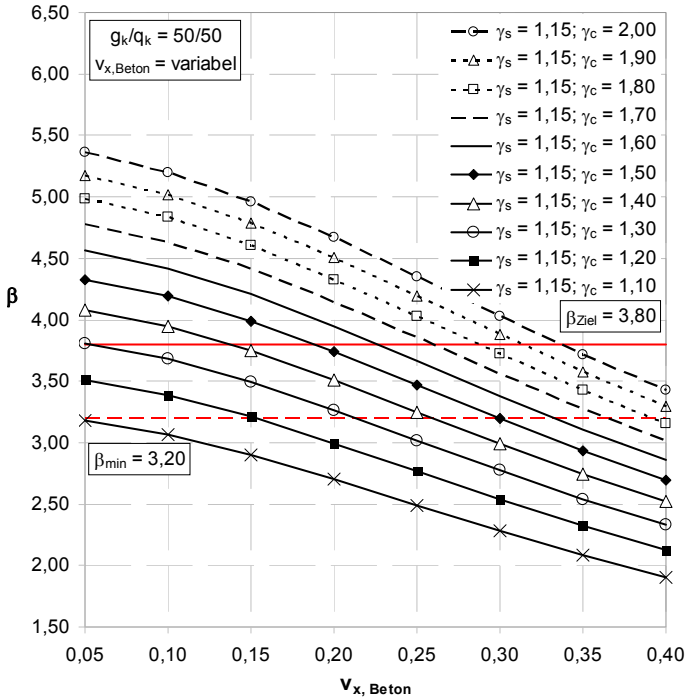


Abb. 8.22: Zuverlässigkeitskurven der Druckstreben­tragfähigkeit $V_{Rd,max}$ infolge Schneelast für unterschiedliche Betondruckfestigkeitsstreuungen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

Tab. 8.7: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i bei Druckstrebenversagen $V_{Rd,max}$ für diverse Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1, Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$; Nutzlastbeanspruchung)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fc}	α_b	α_d	α_{dR}	α_{dE}	α_{VG}	α_{VQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,05	4,69	0,16	0,08	0,08	0,55	-0,46	-0,08	-0,67	1,00	0,58	-0,82
0,10	4,48	0,31	0,08	0,08	0,53	-0,46	-0,08	-0,63	1,00	0,62	-0,78
0,15	4,23	0,45	0,08	0,08	0,51	-0,45	-0,08	-0,57	1,00	0,69	-0,73
0,20	3,94	0,56	0,07	0,07	0,49	-0,43	-0,08	-0,49	1,00	0,75	-0,66
0,25	3,62	0,65	0,07	0,07	0,45	-0,42	-0,08	-0,42	1,00	0,80	-0,60
0,30	3,32	0,72	0,06	0,06	0,42	-0,39	-0,08	-0,36	1,00	0,84	-0,54
0,35	3,05	0,78	0,06	0,06	0,39	-0,37	-0,08	-0,31	1,00	0,88	-0,49
0,40	2,80	0,81	0,05	0,05	0,36	-0,35	-0,07	-0,28	1,00	0,89	-0,45

Der Vergleich mit Tab. 7.4 zeigt hier deutlich eine Abnahme der Sensitivitäten der Modellunsicherheiten von Widerstand θ_R und Beanspruchung θ_E . Dies geht allerdings mit einem Anstieg der Sensitivität α_{VQ} des großen Lastanteils der stark streuenden, veränderlichen Einwirkung einher. Vergleicht man die Zuverlässigkeit der Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast mit derjenigen infolge Schneelast, so ist eine Verminderung des Sicherheitsindex' um etwa $\Delta\beta = 0,5$ zu erkennen.

Abschließend kann festgestellt werden, dass beim Nachweis querkräftbewehrter Bauteile das Bemessungskonzept nach *DIN 1045-1 2008* das angestrebte Zielzuverlässigkeitsniveau für heute übliche Beton- und Stahlstreuungen sehr gut trifft. Der Nachweis $V_{Rd,ct}$ für nicht querkräftbewehrte Bauteile liegt allerdings aus probabilistischer Sicht weit auf der sicheren Seite und liefert daher bei Ansatz einer lognormalverteilten Modellunsicherheit auf Widerstandsseite sehr hohe Zuverlässigkeiten. Wird in Anlehnung an die Versuche von *Reineck, K.-H. 1999* allerdings für $V_{Rd,ct}$ ein normalverteiltes Widerstandsmodell unterstellt, so fällt die Zuverlässigkeit teilweise stark ab, ist aber für alle untersuchten Lastverhältnisse und -arten größer als $\beta_{50} = 4,0$.

8.2.7 Teilsicherheitsfaktoren für Durchstanzen

Die Versagensart Durchstanzen differenziert ebenfalls zwischen querkräftbewehrten und nicht querkräftbewehrten Bauteilen. Die Zuverlässigkeit des Durchstanznachweises dieser beiden Bauteilarten wird stark von der Zuverlässigkeit des Betontraganteils gesteuert. Da Durchstanzen eigentlich nur eine räumliche Betrachtungsweise des Querkraftversagens darstellt, lassen sich hier direkte Parallelen zum Querkrafttraganteil $V_{Rd,ct}$ in Abschnitt 8.2.5 erkennen. Alle drei Nachweisformate für Durchstanzen gehen aus der Bemessungsgleichung des Betontraganteils hervor, da z. B. die maximal aufnehmbare, räumliche Druckstrebenkraft $v_{Rd,max}$ nach *DIN 1045-1 2008* gerade als das 1,5-fache des Betontraganteils $V_{Rd,ct}$ definiert ist. Auch für den Nachweis der Zugstrebe $v_{Rd,sy}$ des räumlichen Fachwerkmodells setzt sich die Gesamttragfähigkeit überwiegend aus dem Traganteil des Betons und dem relativ geringen Traganteil der vorhandenen Durchstanzbewehrung zusammen. Somit wird die Zuverlässigkeit der Versagensart $v_{Rd,sy}$ fast ausschließlich durch den Betontraganteil $V_{Rd,ct}$ gesteuert.

Da das Zuverlässigkeitsniveau des Betontraganteils bei Querkraftnachweisen hoch ist, kann dies auch für Durchstanznachweise, zumindest für geringe Querkraftbewehrungsgrade, erwartet werden, da hier die gleichen Basisvariablen mit den statistischen Kenngrößen nach Tab. 6.6 einfließen. Die Wahl der Modellunsicherheiten von Widerstand und Beanspruchung der Versagensart $v_{Rd,ct}$ erfolgt analog zum Querkraftnachweis. Für den Nachweis $v_{Rd,max}$ werden als statistische Kenngrößen der Modellunsicherheiten auf Beanspruchungs- und Widerstandsseite ein Mittelwert $\mu_{\theta} = 1,00$ mit einer Schwankung von $v_x = 0,15$ unterstellt. Für den Nachweis $v_{Rd,sy}$ werden als statistische Kenngrößen der Modellunsicherheiten auf Beanspruchungsseite ein Mittelwert $\mu_{\theta E} = 1,00$ mit $v_x = 0,10$ und auf Widerstandsseite ein Mittelwert $\mu_{\theta R} = 1,00$ mit einer Schwankung $v_x = 0,15$ unterstellt. Auf eine explizite Betrachtung der Versagensart für Schneelast wird verzichtet.

8.2.7.1 Durchstanzen bei nicht querkräftbewehrten Bauteilen

Die Zuverlässigkeitsstudien der Querkrafttragfähigkeit längs des kritischen Rundschnitts $V_{Rd,ct}$ erfolgen für den Streubereich der Betonzugfestigkeit von $v_x = 15$ bis 40 % über verschiedene Längsbewehrungsgrade ρ_l . Dabei wird die Grenzzustandsgleichung (6.124) verwendet, die den Versagenszustand beschreibt. Ergebnis dieser Untersuchungen ist, dass der Sicherheitsindex β - wie schon beim Querkraftnachweis $V_{Rd,ct}$ - nahezu konstant über den Längsbewehrungsgrad verläuft.

Die Betonzugfestigkeit besitzt auch bei der Versagensart Durchstanzen eine eher mäßige Sensitivität. Somit ist auch der Zuverlässigkeitsabfall mit steigender Streuung der Betonzugfestigkeit gering, wie in Abb. 8.23 und Abb. 8.24 für unterschiedliche Lastverhältnisse g_k / q_k ersichtlich ist.

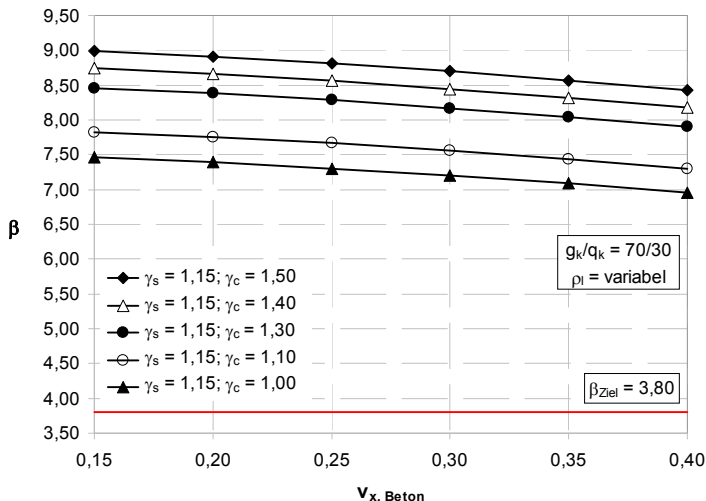


Abb. 8.23: Zuverlässigkeitskurven für den Betontraganteil $v_{Rd,ct}$ bei Durchstanzen bei einer Beanspruchung infolge Nutzlast für unterschiedliche Betonzugfestigkeitsstreuungen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

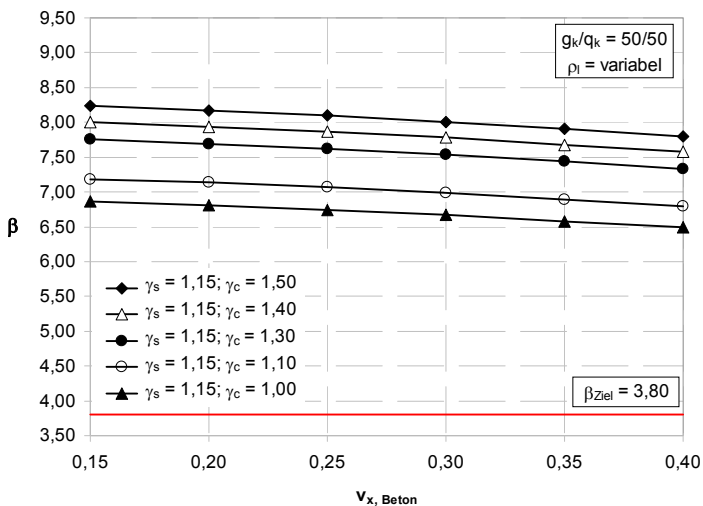


Abb. 8.24: Zuverlässigkeit der Versagensart Durchstanzen $v_{Rd,ct}$ von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast für unterschiedliche Streuungen der Betonzugfestigkeit für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

Beispielsweise fällt der Sicherheitsindex zwischen der Betonzugfestigkeitsstreuung von $v_x = 15\%$ und der Streuung von 40% um den Wert $\Delta\beta = 0,5$ ab. Für das

Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ (Abb. 8.23) kann ein Anstieg der Querschnittszuverlässigkeit bei Durchstanzen um $\Delta\beta = 0,55$ gegenüber Querkraftversagen festgestellt werden (siehe Abb. 8.11).

Erwartungsgemäß fällt die Zuverlässigkeit der Versagensart Durchstanzen bei höheren veränderlichen Lastanteilen wieder geringer aus. In Abb. 8.24 sind die Zuverlässigkeitskurven infolge Nutzlastbeanspruchung für das betrachtete Grenzlastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ aufgetragen. Die Kurven des Sicherheitsindex verlaufen in Abb. 8.24 um den Differenzbetrag von etwa $\Delta\beta = 0,75$ niedriger als in Abb. 8.23 bei einer 70 %-igen Beanspruchung infolge ständiger Einwirkungen. Zieht man wiederum den Vergleich zum Querkraftnachweis, liegt die Querschnittszuverlässigkeit bei der Versagensart Durchstanzen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ um ca. $\Delta\beta = 0,5$ höher gegenüber dem Tragwiderstand $V_{Rd,ct}$ bei Querkraftversagen (siehe Abb. 8.12).

Der Blick auf die Sensitivitätsfaktoren ergibt wiederum einen Aufschluss über die zuverlässigkeitsbestimmenden Basisvariablen. Die Sensitivitäten für den Querkraftnachweis $V_{Rd,ct}$ nach Tab. 7.3 gelten auch für den Durchstanznachweis $V_{Rd,ct}$. Lediglich die Sensitivität der statischen Nutzhöhe steigt von $\alpha_d = 0,06$ bei $V_{Rd,ct}$ auf $\alpha_d = 0,10$ bei Durchstanzen.

Für eine Bauteilbeanspruchung infolge Schneelast erfolgt aufgrund der größeren Streuung der Schneelast gegenüber der Nutzlast ein Zuverlässigkeitsabfall. In Tab. 8.8 ist der Sicherheitsindex für verschiedene Lastverhältnisse und Betonzugfestigkeitsstreuungen der beiden Beanspruchungen exemplarisch dargestellt.

Tab. 8.8: Zuverlässigkeitsvergleich der Versagensart Durchstanzen $v_{Rd,ct}$ bei nicht querkraftbewehrten Bauteilen für die Beanspruchungen Nutzlast und Schneelast

Lastverhältnis g_k / q_k	Variations- koeffizient Beton v_x	Sicherheitsindex β		Differenz $\Delta\beta$
		Nutzlast	Schneelast	
70 / 30	15,0 %	7,46	7,19	-0,27
70 / 30	40,0 %	6,96	6,75	-0,21
50 / 50	15,0 %	5,65	5,33	-0,32
50 / 50	40,0 %	5,32	5,05	-0,27

8.2.7.2 Durchstanzen bei querkraftbewehrten Stahlbetonbauteilen

Die Nachweisführung gegen Durchstanzen bei querkraftbewehrten Bauteilen erfolgt in zwei Schritten. Einerseits muss die Tragfähigkeit des räumlichen Druckstrebenachweises $v_{Rd,max}$ im kritischen Rundschnitt erfolgen und andererseits muss die Tragfähigkeit der einzelnen Bewehrungsreihen $v_{Rd,sy}$ nachgewiesen werden. Wie eingangs bereits erwähnt, hat der reine Betontraganteil maßgeblichen Einfluss auf die Tragfähigkeit und steuert somit auch die Zuverlässigkeit der beiden Nachweise.

Zuerst wird die Zuverlässigkeit im kritischen Schnitt für $v_{Rd,max}$ untersucht. Hierbei treten exakt die gleichen Zuverlässigkeitskurven für alle Lastverhältnisse auf wie bei dem Versagen des Betontraganteils. Dies ist insofern nicht verwunderlich, da der Faktor 1,50 in Gleichung (6.127) lediglich den Tragwiderstand und somit gleichzeitig

auch die Einwirkung um das gleiche Maß im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) anhebt. Im GZT sind deswegen keine Zuverlässigkeitsveränderungen zu erwarten, wie in Abb. 8.25 und Abb. 8.26 im Vergleich mit Grafiken in Abschnitt 8.2.7.1 ersichtlich wird.

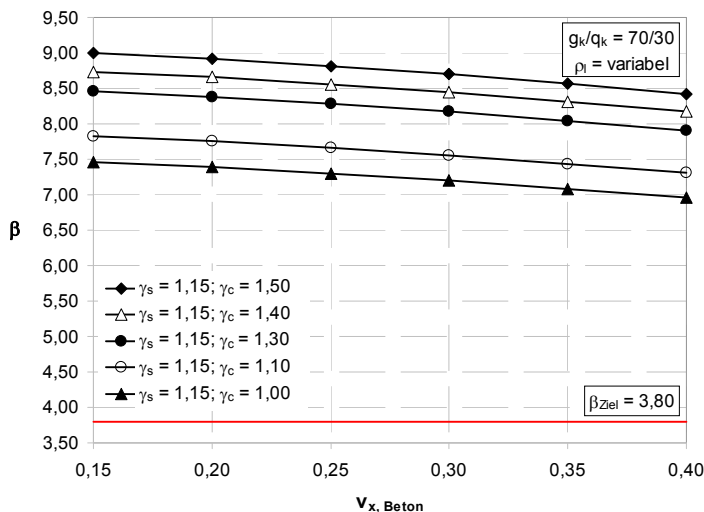


Abb. 8.25: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd,max}$ von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlastbeanspruchung für unterschiedliche Streuungen der Betondruckfestigkeit für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

Da keinerlei Veränderungen der Zuverlässigkeitskurven von $v_{Rd,ct}$ und $v_{Rd,max}$ auftreten, sind auch keine Änderungen der Sensitivitätsfaktoren zu erwarten. Die Verteilung der Sensitivitäten können dem Querkraftnachweis $v_{Rd,ct}$ entnommen werden. Für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ kann die Verteilung der Sensitivitäten in Tab. 7.3 und für 50 / 50 die in Tab. 8.4 als repräsentativ angesehen werden.

Das Nachweisformat $v_{Rd,sy}$ bei Bauteilen mit Durchstanzbewehrung setzt sich aus dem Beton- und Bewehrungstraganteil nach Gleichung (6.131) zusammen, wobei der Betontraganteil die Querschnittstragfähigkeit dominiert. Im Hinblick auf das bereits untersuchte Tragverhalten querkraftbewehrter Bauteile kann vermutet werden, dass die Gesamtzuverlässigkeit des Durchstanznachweises $v_{Rd,sy}$ infolge der hohen Zuverlässigkeit des Betontraganteils durch die geringere Zuverlässigkeit des Bewehrungstraganteils etwas gegenüber der Querschnittszuverlässigkeit von $v_{Rd,ct}$ vermindert wird. Die Ermittlung der Querschnittszuverlässigkeit für den Nachweis der einzelnen Bewehrungsreihen kann vereinfacht anhand der äußeren Bewehrungsreihe betrachtet werden. Diese unterscheidet sich von der ersten Bewehrungsreihe dadurch, dass hier zusätzlich noch der streuende Parameter der statischen Nutzhöhe im Bewehrungstraganteil vorhanden ist. Dieser schwankt allerdings nur geringfügig um seinen Sollwert, sodass kaum eine geringere Querschnittszuverlässigkeit gegenüber dem Nachweis der ersten Bewehrungsreihe festzustellen ist.

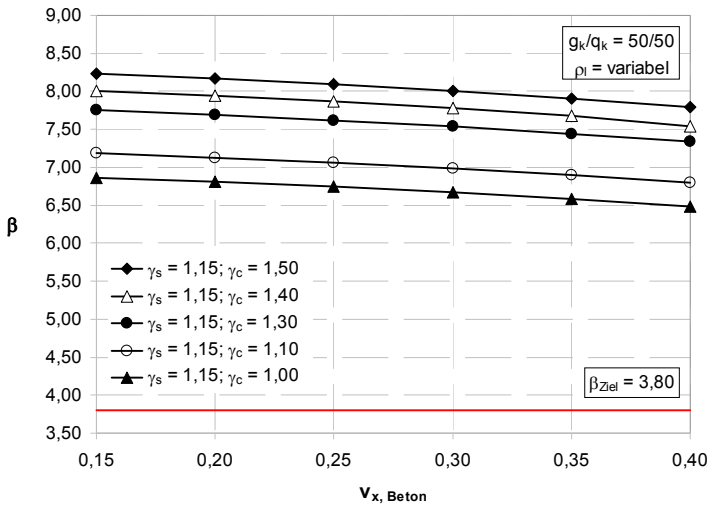


Abb. 8.26: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd,max}$ von Stahlbetonbauteilen bei Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für unterschiedliche Betondruckfestigkeitsstreuungen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

Die Diskussion der Querschnittszuverlässigkeit nach der Grenzzustandsgleichung (6.132) erfolgt einerseits mithilfe der Darstellung des Sicherheitsindex' über den Längsbewehrungsgrad ρ_l bei festgesetztem Querkraftbewehrungsgrad für unterschiedliche Variationskoeffizienten des Betons. Als untere Grenze wird der Querkraftbewehrungsgrad $\rho_w = 0,002$ und als obere Grenze wird $\rho_w = 0,01$ gewählt. Der höhere Querkraftbewehrungsgrad weist aufgrund der gerade dargelegten Ausführungen eine geringere Zuverlässigkeit auf. Mit steigendem Bewehrungsgehalt der Querkraftbewehrung gewinnt dieser zunehmend an Bedeutung, liefert aber eine niedrigere Zuverlässigkeit. Zum anderen erfolgt die Darstellung der Zuverlässigkeit in Abhängigkeit der Streuung des Betons, da der Betontraganteil im Nachweisformat stark dominiert. Die Dominanz des Betontraganteils nimmt jedoch mit zunehmendem Querkraftbewehrungsgrad ab. Die Zuverlässigkeitskurven werden für eine Variation des Materialsicherheitsbeiwertes γ_c dargestellt. Eine Variation von γ_s ist für geringe Bewehrungsgrade der Querkraftbewehrung wenig sinnvoll, da der Querkraftbewehrungstraganteil für diese Bauteile gering ist (s. Abb. 8.32). Liegt jedoch ein hoher Bewehrungsgehalt der Querkraftbewehrung vor, so hat die Abminderung von γ_s einen wesentlich größeren Einfluss auf die Zuverlässigkeit gegenüber γ_c , wie z. B. in Abb. 8.34 zu erkennen ist. Daher wird maximal eine Absenkung des Materialsicherheitsbeiwertes für Stahl γ_s auf 1,10 und 1,05 untersucht. Für die Nachweise wird keine Differenzierung hinsichtlich der Stahlstreuungen vorgenommen. Alle Zuverlässigkeitsanalysen werden wieder mit einem Variationskoeffizienten der Stahlstreckgrenze von $v_x = 6\%$ geführt. Zuerst erfolgt die Betrachtung der Zuverlässigkeit des Querkraftbewehrungsgrades $\rho_w = 0,002$, der in etwa den Mindestbewehrungsgrad der Querkraftbewehrung aller Betongüten abdeckt. Exemplarisch werden hier die Ergebnisse der Parameterstudien für die Betonstreuungen $v_x = 15\%$ und 40% gewählt. In den Abb. 8.27 bis Abb. 8.31 ist für alle Lastverhältnisse sowie für alle

Betonstreuen zeigen ein Zuverlässigkeitsanstieg mit zunehmendem Längsbewehrungsgrad zu erkennen.

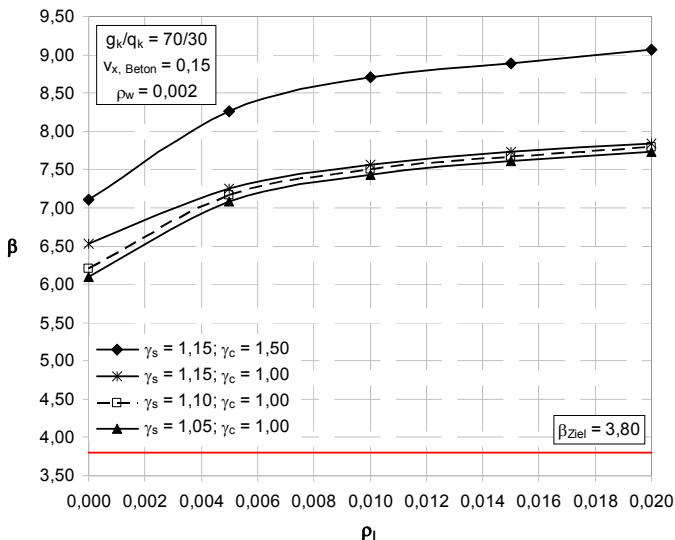


Abb. 8.27: Zuverlässigkeit der Durchstanzttragfähigkeit $v_{Rd,sy}$ von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad ρ_l (Streuung des Betons $v_x = 15\%$; Querkraftbewehrungsgrad $\rho_w = 2\%$; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$)

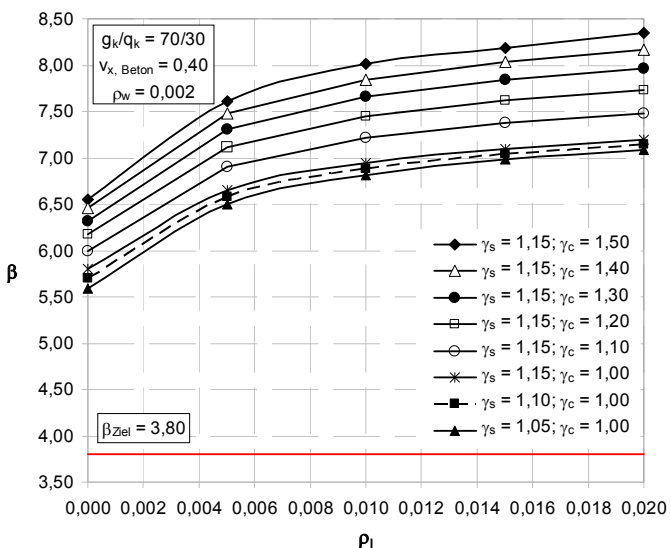


Abb. 8.28: Zuverlässigkeit der Durchstanzttragfähigkeit $v_{Rd,sy}$ aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad ρ_l (Streuung des Betons $v_x = 40\%$; Querkraftbewehrungsgrad $\rho_w = 2\%$; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

Anzumerken ist hier, dass die geringen Zuverlässigkeiten für niedrige Längsbewehrungsgrade daher resultieren, dass der Betontraganteil stark durch den Längsbewehrungsgrad ρ_l bestimmt und für niedrige ρ_l hier die Querschnittszuverlässigkeit vom Querkraftbewehrungsanteil beeinflusst wird, auch wenn dieser relativ gering ist.

Bei einem Vergleich der beiden Diagramme von Abb. 8.28 und Abb. 8.29 kann ein Zuverlässigkeitsabfall um $\Delta\beta = 0,6$ für den größeren veränderlichen Lastanteil von 50 % festgestellt werden.

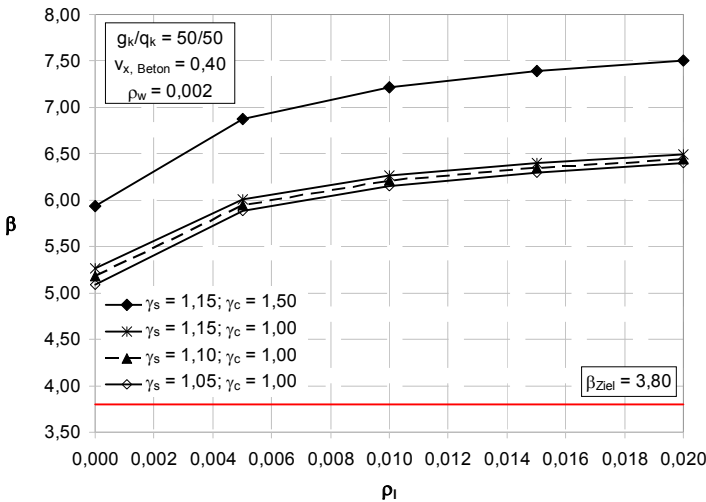


Abb. 8.29: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd, sy}$ von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad ρ_l (Streuung des Betons $v_x = 0,40$; $\rho_w = 0,002$; Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$)

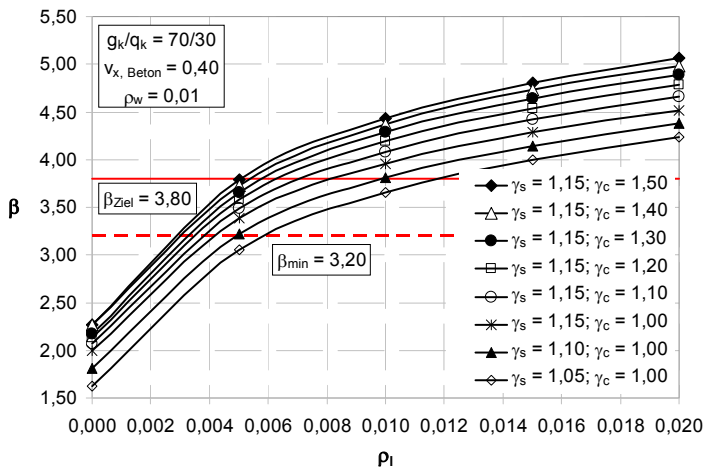


Abb. 8.30: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd, sy}$ dargestellt über den Längsbewehrungsgrad ρ_l ($v_{x, \text{Beton}} = 40\%$; $\rho_w = 0,01$; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast)

Bei Betrachtung der gewählten Obergrenze des Querkraftbewehrungsgrades von $\rho_w = 0,01$ ist der schon angesprochene Aspekt der geringen Querschnittszuverlässigkeit für geringe Längsbewehrungsgrade wesentlich ausgeprägter ersichtlich. Auch für geringe Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit ist eine große Unterschreitung für kleine Längsbewehrungsgrade ρ_l erkennbar. Angemerkt sei, dass hohe Querkraftbewehrungsgrade in Verbindung mit geringen Längsbewehrungsgraden nicht praxisüblich sind.

Für einen Variationskoeffizienten von Beton von $v_x = 0,15$ liegen die Kurven in Abb. 8.30 um ca. $\Delta\beta = 0,5$ tiefer. Die Zielzuverlässigkeit von $\beta = 3,8$ wird in Abb. 8.30 für Längsbewehrungsgrade kleiner $\rho_l = 0,5\%$ immer unterschritten. Ein erhöhter veränderlicher Lastanteil von 50 % führt in Abb. 8.31 nochmals zu einer Absenkung der Zuverlässigkeit gegenüber Abb. 8.30.

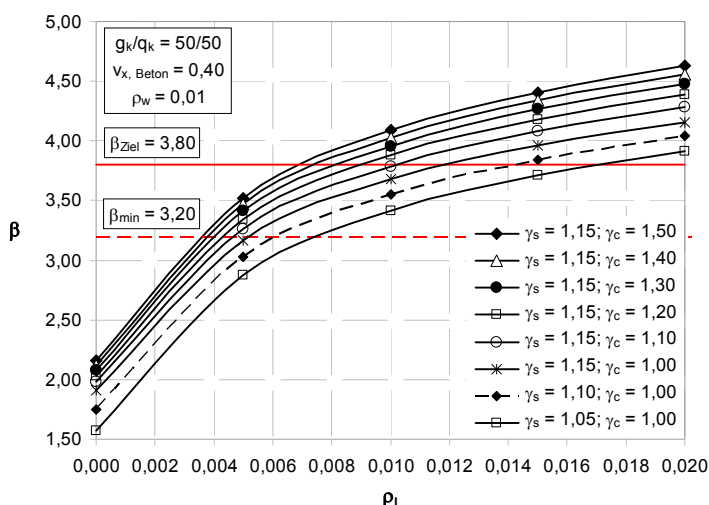


Abb. 8.31: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd,sy}$ von Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad ρ_l bei einer Streuung des Betons von $v_x = 0,40$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ ($\rho_w = 0,01$)

Der Einfluss der Betonzugfestigkeitsstreuung auf die Querschnittszuverlässigkeit kann mithilfe der Darstellungen in Abb. 8.32 bis Abb. 8.35 besser erfasst werden.

Die schrittweise Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_c für den Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung $\rho_w = 0,002$ ruft in Abb. 8.32 einen wesentlich stärkeren Abfall der Zuverlässigkeit hervor als eine Verminderung des Sicherheitsbeiwertes γ_s . Generell kann festgestellt werden, dass für sehr geringe Querkraftbewehrungsgrade bzw. Bauteile ohne Querkraftbewehrung die Zuverlässigkeit für Nutzlastbeanspruchung weit über der angestrebten Zielzuverlässigkeit liegt. Dies gilt sowohl für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ in Abb. 8.32 als auch für $g_k / q_k = 50 / 50$ in Abb. 8.33. Für die Beanspruchung Schneelast kann dies bestätigt werden, allerdings verlaufen die Kurven auf einem etwas geringeren Zuverlässigkeitsniveau. Für hohe Querkraftbewehrungsgrade ist auch in den nachfolgenden Diagrammen der große Zuverlässigkeitsabfall gegenüber Abb. 8.32 und Abb. 8.33 ersichtlich. Da die Zuverlässig-

keitskurven für große Längsbewehrungsgrade noch über dem Sicherheitsindex von $\beta = 3,8$ liegen, kann z. B. für $\rho_l = 0,01$ eine Absenkung der Zuverlässigkeitskurven für $v_x = 0,15$ um $\Delta\beta = 0,7$ und für $v_x = 0,40$ um etwa $\Delta\beta = 0,63$ festgestellt werden.

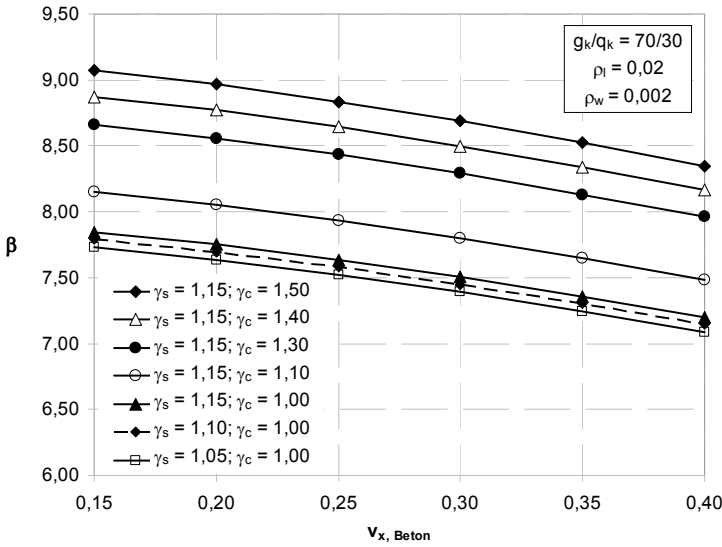


Abb. 8.32: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd, sy}$ für unterschiedliche Betonzugfestigkeitsstreuungen (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Nutzlast; $\rho_w = 2 \text{ ‰}$; $\rho_l = 2 \text{ ‰}$)

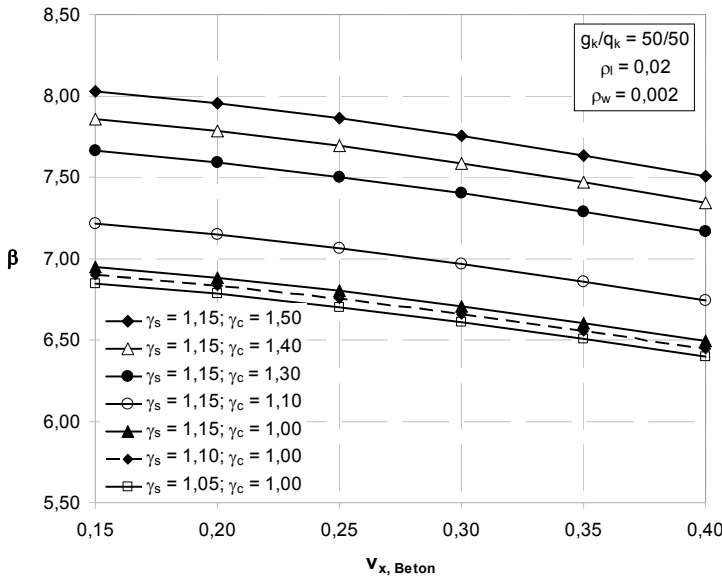


Abb. 8.33: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd, sy}$ bei Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für unterschiedliche Betondruckfestigkeitsstreuungen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ ($\rho_w = 0,002$; $\rho_l = 0,02$)

In Tab. 8.9 erfolgt die Darstellung der Sensitivitäten in Abhängigkeit der Streuungen des Betons für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ bei einem Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung von $\rho_w = 0,01$. Die Betrachtung für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade ρ_l kann entfallen, da sich hierfür die Sensitivitäten nicht oder nur minimal verändern. Die Sensitivitäten für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ wurden für die gerade genannten Randbedingungen schon in Tab. 7.5 zusammengefasst.

Tab. 8.9: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i des Durchstanzwiderstands $V_{Rd,sy}$ bei einem Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und Querkraftbewehrungsgrad $\rho_w = 0,01$ für variable Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit sowie einer Streuung Stahlstreckgrenze $v_x = 0,06$ (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1, Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$, Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fy}	α_{fc}	α_b	α_d	α_{iR}	α_{iE}	α_{VG}	α_{VQ}	α_R	α_E
0,15	4,34	0,04	0,13	0,08	0,11	0,61	-0,35	-0,08	-0,68	0,64	-0,77
0,20	4,38	0,04	0,18	0,08	0,11	0,61	-0,35	-0,08	-0,67	0,65	-0,76
0,25	4,26	0,04	0,22	0,08	0,11	0,60	-0,35	-0,08	-0,66	0,65	-0,75
0,30	4,21	0,04	0,26	0,08	0,11	0,60	-0,35	-0,08	-0,65	0,66	-0,74
0,35	4,15	0,04	0,30	0,08	0,11	0,60	-0,35	-0,08	-0,64	0,69	-0,73
0,40	4,09	0,04	0,33	0,08	0,11	0,59	-0,35	-0,08	-0,63	0,69	-0,73

Für die in den Parameterstudien gewählte untere Grenze des Querkraftbewehrungsgrades $\rho_w = 0,002$ werden hier exemplarisch die Sensitivitätsfaktoren der streuenden Basisvariablen für den Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ in Tab. 8.10 aufgezeigt. Eine Variation der Teilsicherheitsbeiwerte auf Widerstandsseite sowie des Längsbewehrungsgrades ruft wieder annähernd die gleichen Werte für die Sensitivitätsfaktoren hervor.

Tab. 8.10: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i des Durchstanzwiderstands $V_{Rd,sy}$ für einen Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und einen Querkraftbewehrungsgrad $\rho_w = 0,002$ für variable Variationskoeffizienten des Betons bei einer Streuung der Stahlstreckgrenze $v_x = 0,06$ (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1, Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$, Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fy}	α_{fc}	α_b	α_d	α_{iR}	α_{iE}	α_{VG}	α_{VQ}	α_R	α_E
0,15	8,70	0,01	0,17	0,09	0,12	0,66	-0,34	-0,10	-0,62	0,70	-0,71
0,20	8,60	0,01	0,22	0,09	0,08	0,66	-0,34	-0,10	-0,62	0,71	-0,71
0,25	8,48	0,01	0,27	0,09	0,07	0,65	-0,34	-0,10	-0,61	0,71	-0,71
0,30	8,34	0,01	0,32	0,09	0,07	0,64	-0,34	-0,10	-0,59	0,72	-0,69
0,35	8,18	0,01	0,36	0,09	0,07	0,63	-0,33	-0,11	-0,58	0,73	-0,68
0,40	8,02	0,01	0,41	0,08	0,07	0,62	-0,33	-0,11	-0,56	0,75	-0,66

Auf eine Darstellung der Sensitivitäten für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ wird verzichtet. Erfahrungsgemäß verschiebt sich die Sensitivität für größere veränderliche Lastanteile weg von der Widerstandsseite und hin zur Einwirkungsseite. Ebenfalls ist festzuhalten, dass sich die Sensitivitäten bei Variation der Teilsicherheitsbeiwerte für die jeweilige Streuung nicht ändern.

Zur Vervollständigung werden in Abb. 8.34 und Abb. 8.35 die Zuverlässigkeitskurven für den Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung von $\rho_w = 1\%$ bei Variation der Streuung des Betons für die beiden Lastverhältnisse $g_k / q_k = 70 / 30$ und $g_k / q_k = 50 / 50$ aufgezeigt.

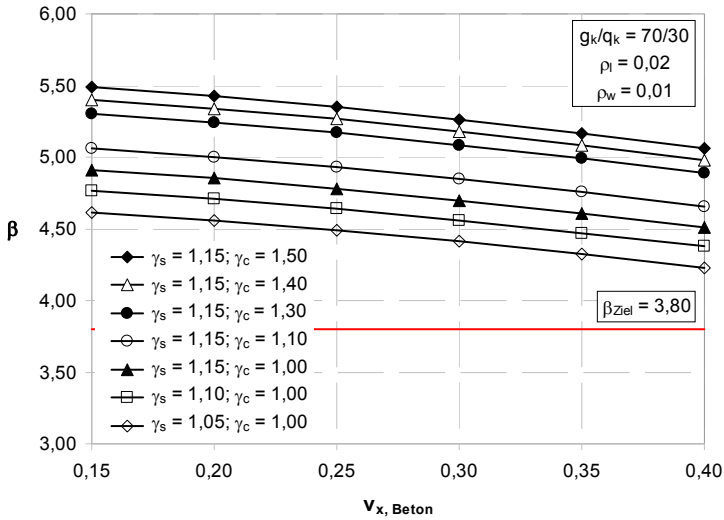


Abb. 8.34: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd, sy}$ bei Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für unterschiedliche Betonzugfestigkeitsstreuungen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ ($\rho_w = 0,01; \rho_l = 0,02$)

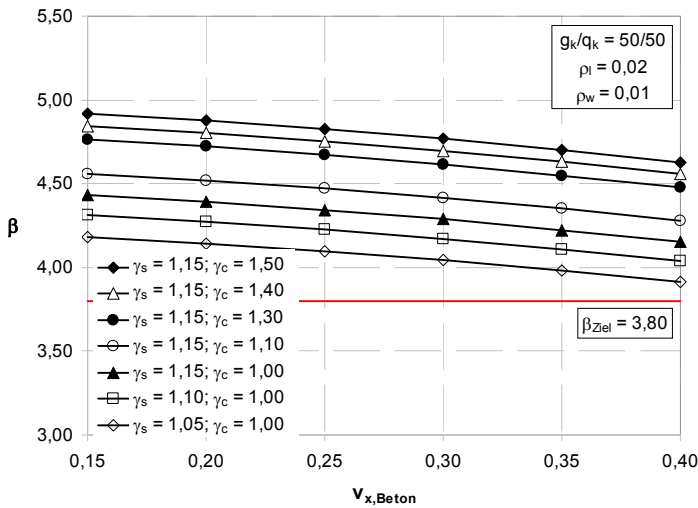


Abb. 8.35: Zuverlässigkeit des Durchstanzwiderstands $v_{Rd, sy}$ bei Querkraftbeanspruchung infolge Nutzlast für unterschiedliche Betondruckfestigkeitsstreuungen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ ($\rho_w = 0,01; \rho_l = 0,02$)

8.2.8 Teilsicherheitsbeiwerte bewehrter, zentrisch gedrückter Querschnitte

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Zuverlässigkeit von überwiegend zentrisch gedrückten, nicht stabilitätsgefährdeten Stahlbetonbauteilen. Somit wird hier nur reines Spannungsversagen behandelt.

Die Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgt für die Lastverhältnisse g_k/q_k von 70 / 30 und 50 / 50 in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad der Bauteile. Dabei wird eine Differenzierung hinsichtlich der Streuung der Betondruckfestigkeit vorgenommen. Die Streuung der Stahlstreckgrenze wird konstant mit $v_x = 0,06$ angenommen, da in Bestandsbauteilen i. d. R. sehr geringe Längsbewehrungsgrade anzutreffen sind, und daher nur geringe Auswirkungen auf die Zuverlässigkeit zu erwarten sind. Desweiteren fällt die Streuung der Stahlstreckgrenze auch bei älteren Stählen sehr gering aus. Die nachfolgenden Untersuchungen können für alle Beton- und Stahlgüten als repräsentativ angesehen werden. Für die nachfolgend nicht explizit erwähnten Basisvariablen werden die statistischen Kenngrößen gemäß Tab. 6.6 unterstellt.

Zum Spannungsversagen von druckbeanspruchten Bauteilen wurden umfassende Parameterstudien durchgeführt, wobei in diesem Abschnitt nur eine Auswahl der signifikanten Darstellungen erfolgt. Zur Festlegung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte wird aber auf alle durchgeführten Zuverlässigkeitsanalysen zurückgegriffen. Da sich die Gesamttragfähigkeit zentrisch gedrückter Stahlbetonquerschnitte aus dem Betontraganteil und dem Stahltraganteil zusammensetzt, wird eine Variation beider Materialsicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s durchgeführt.

8.2.8.1 Variation des Teilsicherheitsbeiwertes γ_c

Zuerst wird der Einfluss auf die Querschnittszuverlässigkeit bei Variation des Teilsicherheitsbeiwertes für Beton γ_c untersucht. Hierzu wird die Bauteilzuverlässigkeit über den Längsbewehrungsgrad bis zu einem maximalen Bewehrungsgehalt von 9 % analysiert. Für das Lastverhältnis g_k/q_k von 70 / 30 ergeben sich unterschiedliche Kurvenverläufe des Sicherheitsindex β in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeitsstreuung (s. z. B. Abb. 8.36 und Abb. 8.37). Die Ursache hierfür liegt am überwiegenden Traganteil des Betons an der Gesamttragfähigkeit. Liegt ein geringer Variationskoeffizient der Betondruckfestigkeit vor, ist dessen Sensitivität für verschiedene Bewehrungsgehalte relativ gering. Für große Variationskoeffizienten des Betons wird ein hoher Sensitivitätsfaktor für diese Basisvariable hervorgerufen. Dies gilt insbesondere für geringe Bewehrungsgehalte, denn hier bestimmt der Betontraganteil die Gesamttragfähigkeit maßgeblich. Mit der Zunahme des Längsbewehrungsgrades ist eine Reduktion des Betontraganteils an der Gesamttragfähigkeit und somit eine Abnahme der Druckfestigkeitssensitivität ersichtlich (Tab. 8.11). Für große Bewehrungsgehalte ändern sich die Sensitivitätsfaktoren in Tab. 8.11 nur noch geringfügig, da hier der Einfluss des Stahltraganteils in Erscheinung tritt. Weiter kann festgestellt werden, dass sich für unterschiedliche Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit die Sensitivitätsfaktoren mit Ausnahme der Sensitivität des Betons kaum ändern und somit als repräsentativ für diese Versagensart angesehen werden können. Die Sensitivität des Betons für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70 / 30$ ist bei einer

Streuung von $v_x = 40\%$ um etwa 0,10 größer und für geringere Streuungen entsprechend niedriger, wie z. B. bei $v_x = 20\%$ um ca. 0,10 oder $v_x = 10\%$ um etwa 0,25 bezogen auf Tab. 8.11. Die Änderung der Sensitivitäten der einzelnen Basisvariablen bei Variation der Teilsicherheitsbeiwerte für die jeweiligen Betondruckfestigkeitsstreuungen ist vernachlässigbar.

Tab. 8.11: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i bei zentrischem Druck für eine Betonstreuung von $v_x = 30\%$ und verschiedene Längsbewehrungsgrade ρ_l (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1, Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$, Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
ρ_l	β	α_{fy}	α_{fc}	α_b	α_h	α_{dR}	α_{dE}	α_{NG}	α_{NQ}	α_R	α_E
0,01	4,04	0,07	0,82	0,07	0,07	0,24	-0,23	-0,17	-0,41	0,86	-0,50
0,02	4,32	0,12	0,73	0,06	0,06	0,27	-0,25	-0,18	-0,53	0,79	-0,61
0,03	4,48	0,15	0,65	0,06	0,06	0,28	-0,26	-0,18	-0,61	0,73	-0,69
0,04	4,58	0,17	0,59	0,05	0,05	0,29	-0,27	-0,18	-0,66	0,68	-0,74
0,05	4,65	0,19	0,54	0,05	0,05	0,29	-0,27	-0,18	-0,69	0,65	-0,76
0,06	4,69	0,20	0,50	0,04	0,04	0,30	-0,28	-0,18	-0,71	0,62	-0,78
0,07	4,71	0,22	0,47	0,04	0,04	0,30	-0,28	-0,18	-0,73	0,60	-0,80
0,08	4,72	0,22	0,44	0,04	0,04	0,30	-0,28	-0,18	-0,74	0,58	-0,81
0,09	4,73	0,23	0,42	0,04	0,04	0,30	-0,28	-0,18	-0,75	0,57	-0,82

In Abb. 8.36 sind die Zuverlässigkeitskurven für eine geringe Streuung der Betondruckfestigkeit von 10 % über den Bewehrungsgehalt des Druckgliedes aufgetragen.

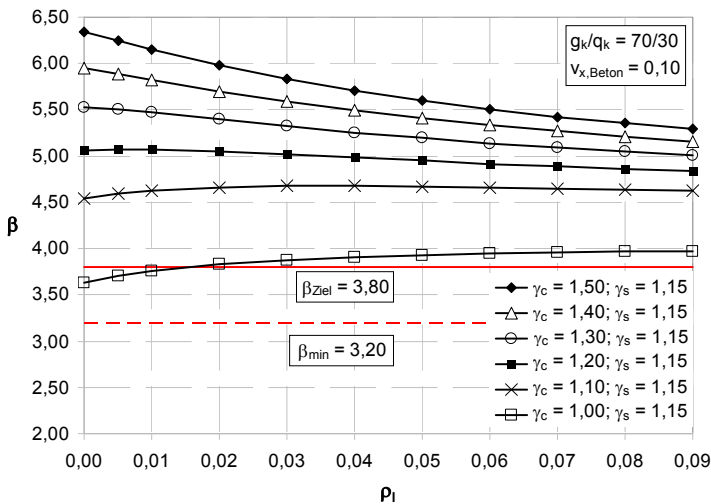


Abb. 8.36: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade und einer Betondruckfestigkeitsstreuung von $v_x = 0,10$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

Für Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_c > 1,20$ verlaufen die Kurven monoton fallend, während sie für z. B. $\gamma_c > 1,00$ und 1,10 über den Bewehrungsgrad monoton steigend

verlaufen. Als untere Grenze wird ein Sicherheitsbeiwert γ_c von 1,00 gewählt, womit die Zielzuverlässigkeit $\beta = 3,8$ für den Bezugszeitraum von 50 Jahren für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ gut getroffen wird.

In Abb. 8.37 sind die Zuverlässigkeitskurven für einen Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit von $v_x = 0,40$ dargestellt. Mit Abnahme des Betontraganteils bei gleichzeitiger Zunahme des Stahltraganteils an der Gesamttragfähigkeit steigt die Querschnittszuverlässigkeit an. Dies kann durch den Rückgang des stark streuenden Betontraganteils bei gleichzeitiger Zunahme des gering streuenden Stahltraganteils an der Gesamttragfähigkeit begründet werden. Für geringe Längsbewehrungsgrade ρ_l ist eine Anhebung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_c zu empfehlen, wohingegen für hohe Bewehrungsgrade auch eine Absenkung des Sicherheitsbeiwertes zu vertreten ist. Die Darstellung der Zuverlässigkeitskurven über den Variationskoeffizienten sind in Abschnitt 8.2.8.3 ersichtlich.

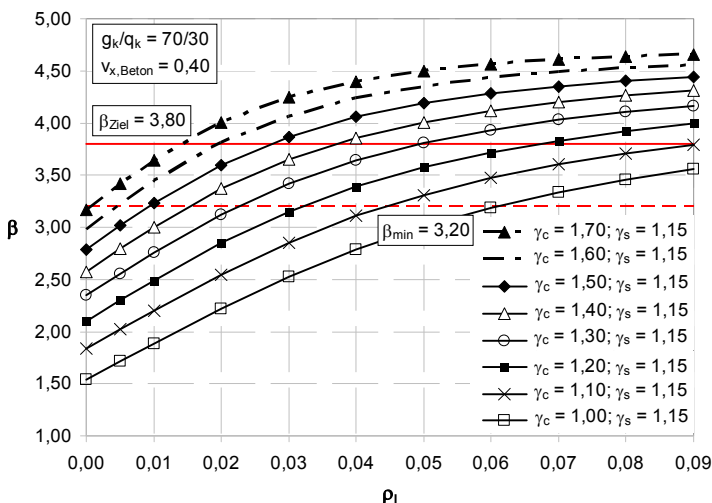


Abb. 8.37: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade und einer Betondruckfestigkeitsstreuung von $v_x = 0,40$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

Die Sensitivitätsfaktoren für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ für verschiedene Betonstreuungen wurden für schwach bewehrte Querschnitte ($\rho_l = 0,01$) schon in Tab. 7.1 zusammengefasst. Der Verlauf der resultierenden Sensitivitätsfaktoren α_R und α_E ist für unterschiedliche Bewehrungsgehalte sowie Streuungen der Betondruckfestigkeit in Abb. 8.38 exemplarisch zusammengestellt. Ab einem Bewehrungsgehalt über $\rho_l = 4 \%$ ist hier keinerlei Einfluss auf die resultierenden Sensitivitäten zu erkennen. Für größere Druckfestigkeitsstreuungen ist eine Zunahme der Gewichtung der Widerstandsseite α_R ersichtlich.

Die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ kann für Nutzlastbeanspruchung der Tab. 8.12 entnommen werden. Diese gilt auch für die Variationen der Teilsicherheitsbeiwerte auf Widerstandsseite.

Ein Vergleich mit den Sensitivitätsfaktoren nach Tab. 7.1 zeigt nur geringe Veränderungen auf der Widerstandsseite. Auf Einwirkungsseite ist eine Verringerung der Sensitivität der ständigen Last α_{NG} zugunsten einer Vergrößerung der veränderlichen Last α_{NQ} zu erkennen. Bei den resultierenden Sensitivitäten ist in Tab. 8.12 für α_R eine leichte Verringerung und dementsprechend für die Beanspruchung α_E eine Zunahme zu erkennen.

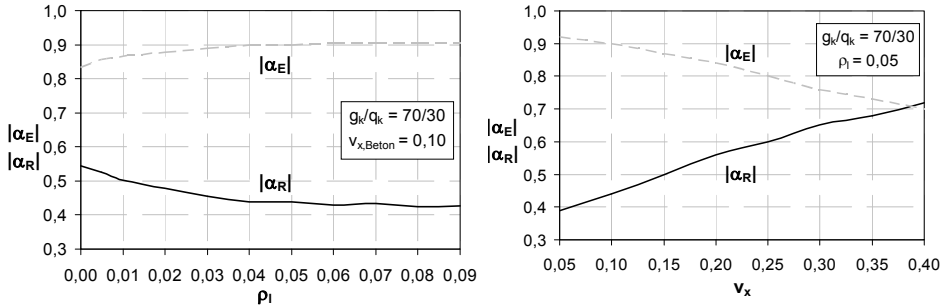


Abb. 8.38: Resultierende Sensitivitätsfaktoren zentrisch gedrückter Stahlbetonquerschnitte infolge Nutzlast für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade sowie diverse Betondruckfestigkeitsstreuungen

Tab. 8.12: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i bei zentrischem Druck für den Längsbewehrungsgrad $\rho_l = 0,01$ und verschiedene Betonstreuungen (Teilsicherheitsfaktoren nach DIN 1045-1, Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$, Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fT}	α_{fC}	α_b	α_h	α_{fR}	α_{fE}	α_{NG}	α_{NQ}	α_R	α_E
0,05	5,28	0,04	0,17	0,08	0,08	0,25	-0,23	-0,07	-0,91	0,33	-0,94
0,10	5,07	0,04	0,32	0,08	0,08	0,24	-0,23	-0,07	-0,88	0,42	-0,91
0,15	4,77	0,05	0,44	0,08	0,08	0,23	-0,22	-0,08	-0,83	0,51	-0,86
0,20	4,43	0,05	0,55	0,07	0,07	0,22	-0,20	-0,09	-0,76	0,60	-0,79
0,25	4,07	0,05	0,64	0,07	0,07	0,21	-0,20	-0,09	-0,69	0,68	-0,72
0,30	3,72	0,05	0,72	0,06	0,06	0,20	-0,20	-0,09	-0,62	0,75	-0,66
0,35	3,40	0,06	0,78	0,06	0,06	0,20	-0,19	-0,09	-0,54	0,81	-0,58
0,40	3,10	0,06	0,83	0,05	0,05	0,19	-0,18	-0,09	-0,48	0,86	-0,52

Der Verlauf des Sicherheitsindex' über den Längsbewehrungsgehalt zentrischer Druckglieder für $g_k / q_k = 50 / 50$ und unterschiedliche γ_c ist für eine Betonstreuung von 10 % in Abb. 8.39 dargestellt. Im Vergleich mit dem Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ in Abb. 8.36 liegt der Sicherheitsindex β bei 50 % veränderlicher Nutzlast je nach Teilsicherheitsbeiwert γ_c um 0,7 bis 1,0 niedriger. Die Form der Zuverlässigkeitskurven der einzelnen γ_c - Werte beider Lastverhältnisse ist näherungsweise gleich.

Bei größeren Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit wie z. B. $v_x = 0,40$ nach Abb. 8.40 fällt der Sicherheitsindex β für geringe Bewehrungsgrade bei

größeren veränderlichen Nutzlastanteilen kaum ab. Jedoch für größere Bewehrungsgehalte ist ein flacherer Kurvenverlauf gegenüber Abb. 8.37 zu erkennen, was somit zu einer Verringerung der Querschnittszuverlässigkeit um ca. $\Delta\beta = 0,65$ führt.

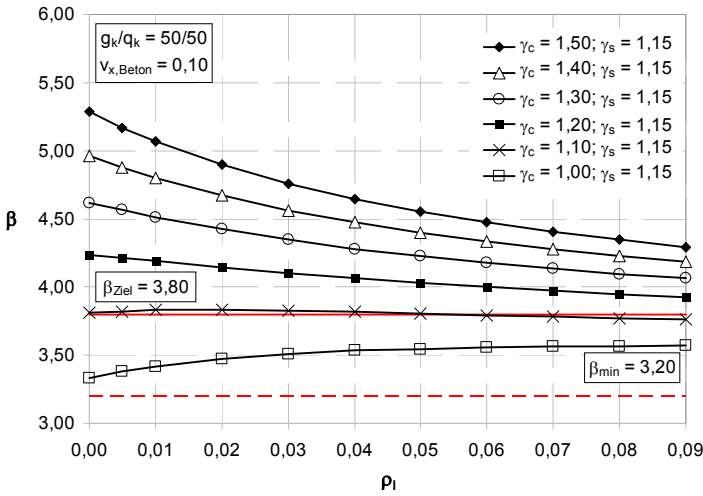


Abb. 8.39: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade und einer Betondruckfestigkeitsstreuung von $v_x = 0,10$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

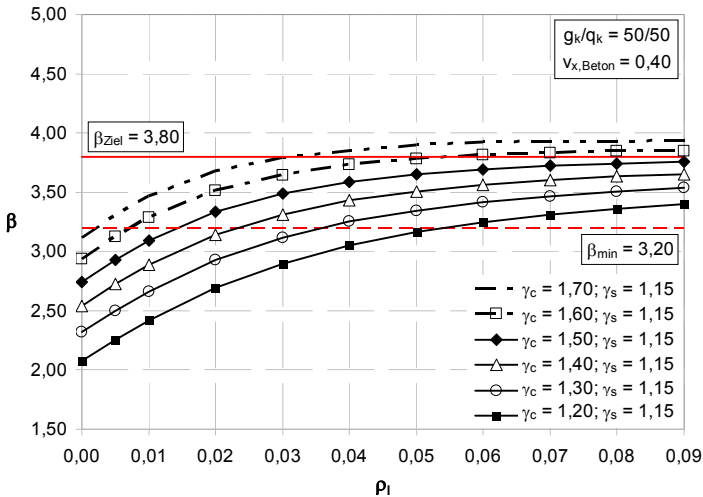


Abb. 8.40: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade bei einer Betondruckfestigkeitsstreuung von $v_x = 0,40$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

In Abb. 8.41 ist exemplarisch der Verlauf der resultierenden Sensitivitätsfaktoren für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ ersichtlich. Generell ist für höhere veränderliche

Lastanteile im Vergleich zu Abb. 8.38 ein größerer α_E -Wert und damit verbunden ein kleiner Wert für α_R festzustellen.

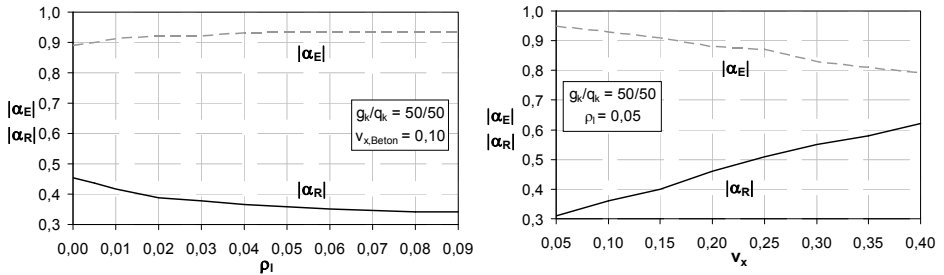


Abb. 8.41: Resultierende Sensitivitätsfaktoren zentrisch gedrückter Stahlbetonquerschnitte infolge Nutzlast bei einem Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade sowie diverse Betondruckfestigkeitsstreuungen

Die Zuverlässigkeitskurven für ständige Lasten bei gleichzeitiger Wirkung einer Schneelast verlaufen aufgrund der größeren Streuung der veränderlichen Last generell auf einem niedrigeren Niveau. Die Größe der Absenkung des Sicherheitsindex' ist abhängig von der Streuung der Betondruckfestigkeit, dem Lastverhältnis g_k / q_k und dem Längsbewehrungsgehalt, wie in Tab. 8.19 abgelesen werden kann. Bei geringen Betondruckfestigkeitsstreuungen spielt der Bewehrungsgehalt keine Rolle, für große Streuungen hingegen schon. Die Form der Zuverlässigkeitskurven ändert sich für eine Schneelast im Vergleich zur Nutzlast nicht.

Tab. 8.13: Änderung des Zuverlässigkeitsindex' $\Delta\beta$ bei Schneebeanspruchung gegenüber einer Nutzlastbeanspruchung für zentrischen Druck (für andere Druckfestigkeitsstreuungen v_x kann $\Delta\beta$ näherungsweise interpoliert werden)

g_k / q_k	ρ_l	$v_x = 10 \%$	$v_x = 40 \%$
		$\Delta\beta$	$\Delta\beta$
70 / 30	0,005	-0,50	-0,05
	0,020	-0,50	-0,15
	0,050	-0,50	-0,29
	0,090	-0,50	-0,35
50 / 50	0,005	-0,50	-0,10
	0,020	-0,50	-0,24
	0,050	-0,50	-0,34
	0,090	-0,50	-0,40

In Abb. 8.42 und Abb. 8.43 sind exemplarisch die Zuverlässigkeitskurven der beiden Lastverhältnisse über den Längsbewehrungsgrad ρ_l für den Variationskoeffizienten $v_x = 0,40$ dargestellt. Insbesondere für geringe Bewehrungsgehalte ist bei Bauteilen unter Schneebelastung eine Anhebung des Teilsicherheitsbeiwerts γ_c anzustreben.

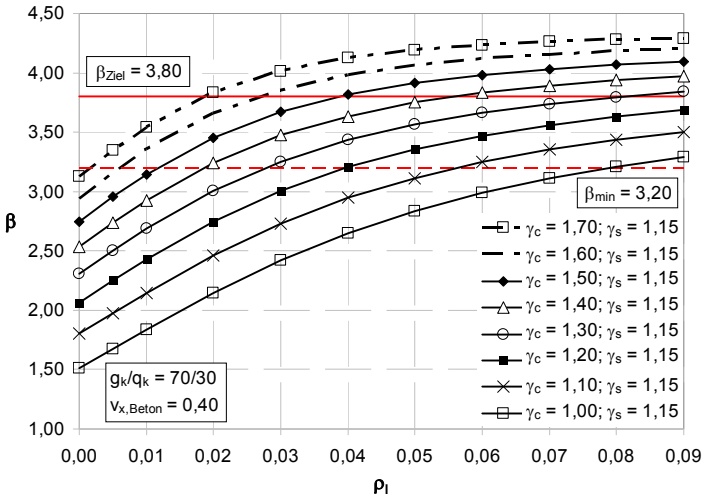


Abb. 8.42: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Schneelastbeanspruchung aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad bei einer Betondruckfestigkeitsstreuung von $v_x = 0,40$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

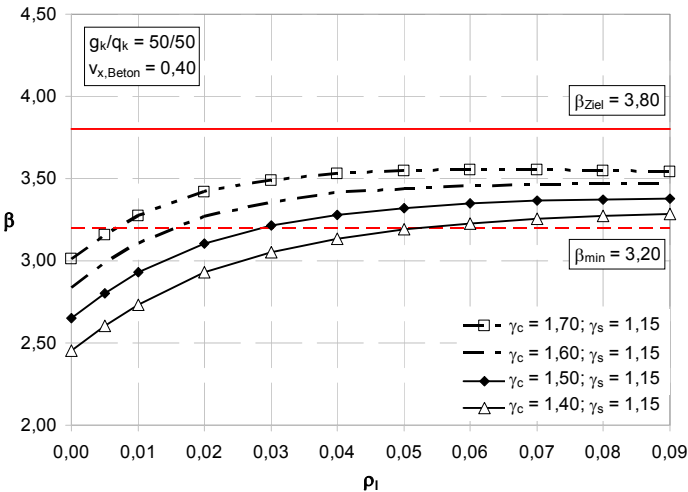


Abb. 8.43: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Schneebeanspruchung aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad bei einer Betondruckfestigkeitsstreuung von $v_x = 0,40$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

8.2.8.2 Variation des Teilsicherheitsbeiwertes γ_s

Auf eine explizite Darstellung der Variation des Teilsicherheitsbeiwertes γ_s wird verzichtet, da dieser aufgrund des geringen Stahltraganteils am Gesamttragwiderstand kaum Einfluss auf die Zuverlässigkeit des Bauteils hat. Für Bestandsbauteile, die i. d. R. geringe Bewehrungsgehalte besitzen, wird daher für Wind- und Nutzlastbeanspruchung eine Abminderung auf $\gamma_s = 1,05$ vorgeschlagen. Die

Zuverlässigkeitskurven für $\gamma_s = 1,05$ in Kombination mit einer Anpassung von γ_c werden in Abschnitt 8.2.8.3 aufgezeigt.

8.2.8.3 Kombinationen der Teilsicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s

Der Abschnitt zeigt die Zuverlässigkeitsverläufe für verschiedene Kombinationen der Teilsicherheitsbeiwerte der Widerstandsseite. Als Referenzkurve ist der Verlauf des Sicherheitsindex β für die Teilsicherheitsbeiwerte nach *DIN 1045-1 2008* angegeben. Zuerst werden die Kurvenverläufe der Teilsicherheitskombinationen über den Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$ der gewählten Längsbewehrungsgrade $\rho_l = 0,01, 0,05$ und $0,09$ dargestellt. Für Variationskoeffizienten $v_x \leq 15\%$ ist mit steigendem Bewehrungsgehalt ein Zuverlässigkeitsabfall für $\gamma_c > 1,20$ festzustellen. Liegt hingegen die Streuung der Betondruckfestigkeit $v_x \geq 20\%$, so ist mit steigendem Bewehrungsgehalt für alle Teilsicherheitsbeiwertkombinationen ein Zuverlässigkeitsanstieg zu erkennen. Der gerade beschriebene Sachverhalt lässt die Zuverlässigkeitskurven in Abb. 8.44 bis Abb. 8.46 mit zunehmenden Längsbewehrungsgrad immer mehr abflachen.

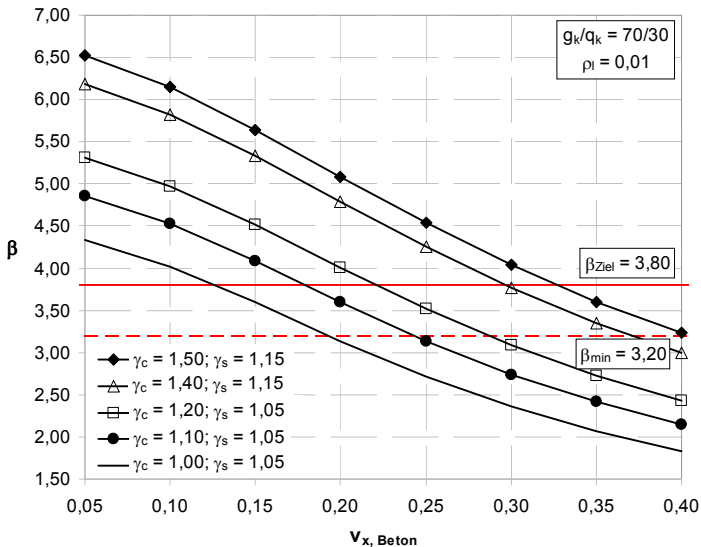


Abb. 8.44: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast für unterschiedliche Betondruckfestigkeitsstreuungen und einem Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,01$ für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$

Als untere Grenzlinie wird die Kombination der Material Sicherheitsbeiwerte $\gamma_c = 1,00$ und $\gamma_s = 1,05$ in die Diagramme eingezeichnet. Eine Absenkung der Teilsicherheitsbeiwerte ist für geringe Druckfestigkeitsstreuungen des Betons möglich. Sind allerdings größere Betonfestigkeitsstreuungen vorhanden, kann auch eine Anhebung des Sicherheitsbeiwertes γ_c notwendig werden. Für das Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$ ist keine Anhebung des Sicherheitsbeiwertes größer $\gamma_c = 1,50$ erforderlich.

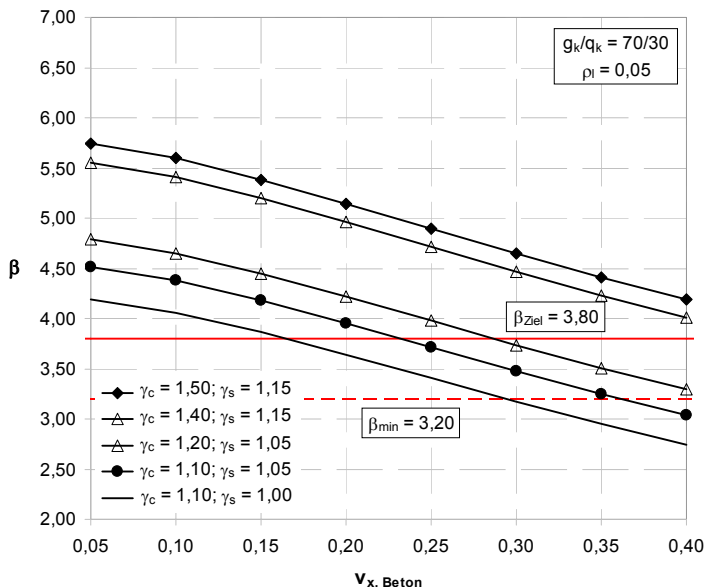


Abb. 8.45: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast für unterschiedliche Betondruckfestigkeitsstreuungen und einem Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,05$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

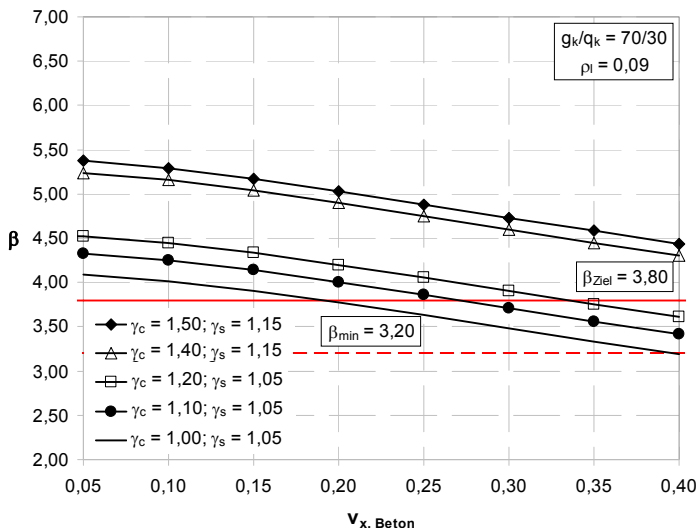


Abb. 8.46: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast für unterschiedliche Betondruckfestigkeitsstreuungen und einem Längsbewehrungsgrad von $\rho_l = 0,09$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

Die Diagramme in Abb. 8.47 bis Abb. 8.49 zeigen die Zuverlässigkeitsverläufe für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ bei Nutzlastbeanspruchung. Die zunehmende Verflachung der Kurven mit steigendem Längsbewehrungsgehalt ρ_l ist auch für

höhere veränderliche Lastanteile zu beobachten. Weiter greift hier der Effekt, dass die stark streuende veränderliche Last die negative Auswirkung der hohen Druckfestigkeitsstreuungen abfedert. Somit ist nur bei geringen Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit ein enormer Zuverlässigkeitsabfall gegenüber dem Lastverhältnis $g_k/q_k = 70/30$ der Abb. 8.44 bis Abb. 8.46 zu verzeichnen.

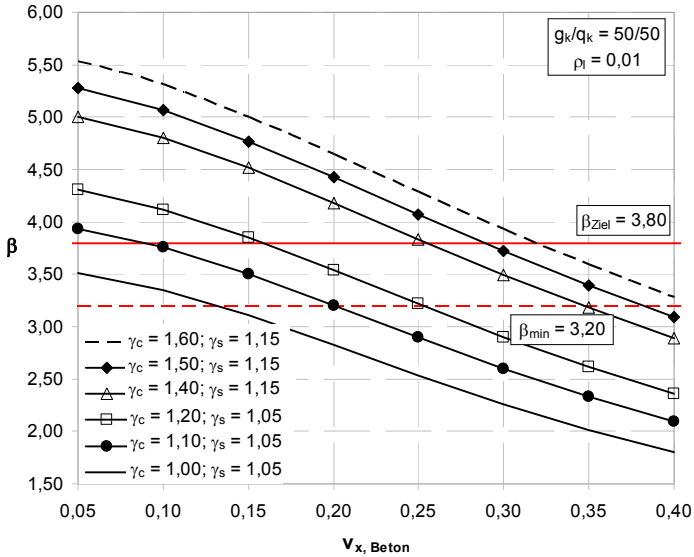


Abb. 8.47: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} zentrisch gedrückter Stahlbetonbauteile infolge Nutzlast für unterschiedliche Betonstreuungen (Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$; $\rho_l = 0,01$)

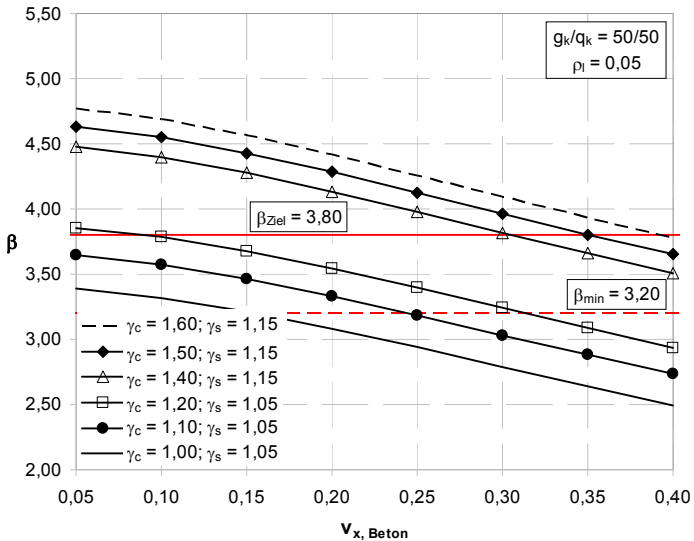


Abb. 8.48: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} zentrisch gedrückter Stahlbetonbauteile infolge Nutzlast für unterschiedliche Betonstreuungen (Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$; $\rho_l = 0,05$)

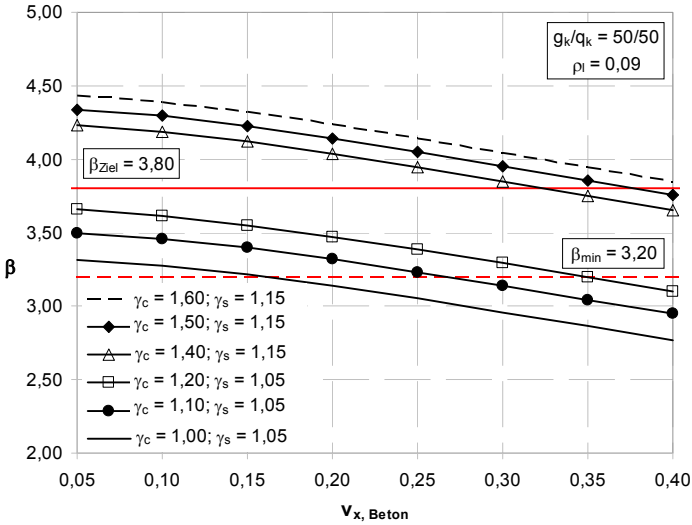


Abb. 8.49: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} zentrisch gedrückter Stahlbetonbauteile infolge Nutzlast für unterschiedliche Betondruckfestigkeitsstreuungen v_x (Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$; $\rho_l = 0,09$)

Ein Blick auf die Abb. 8.50 und Abb. 8.51 in denen die Zuverlässigkeitskurven über den Bewehrungsgrad ρ_l aufgetragen sind, zeigt wiederum für hohe Variationskoeffizienten des Betons einen Zuverlässigkeitsanstieg mit anwachsendem Bewehrungsgehalt.

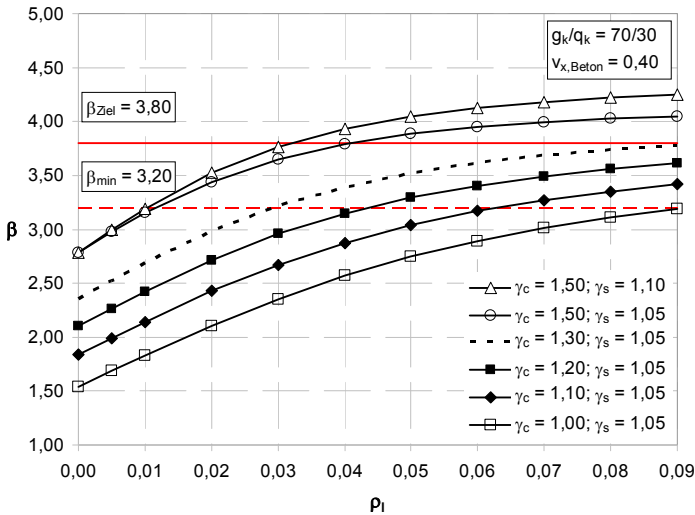


Abb. 8.50: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} zentrisch gedrückter Stahlbetonbauteile infolge Nutzlast aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$; Betondruckfestigkeitsstreuung von $v_x = 0,40$)

Eine Variation des Sicherheitsbeiwertes γ_s hat für geringe Bewehrungsgehalte kleiner 2 % erwartungsgemäß kaum Auswirkungen. Die Variation von γ_s führt bei konstantem γ_c hier immer zu einem fächerförmigen Zuverlässigkeitskurvenverlauf.

Der Zuverlässigkeitsabfall infolge eines erhöhten veränderlichen Lastanteils ist auch hier deutlich zu erkennen. Für geringe Betondruckfestigkeitsstreuungen verlaufen die Kurven entsprechend der Abb. 8.36 und Abb. 8.39. Für geringe Längsbewehrungsgehalte ändern sich die Zuverlässigkeiten auch hier wiederum nur sehr gering bis gar nicht, während hingegen bei Bewehrungsgehalten von 9 % bei einer Absenkung des Sicherheitsbeiwertes γ_s um jeweils 0,05 hierfür immer maximal ein Zuverlässigkeitsverlust von ca. $\Delta\beta = 0,2$ für alle Betonfestigkeitsstreuungen in den Parameterstudien und über alle Verhältnisse g_k / q_k festzustellen ist.

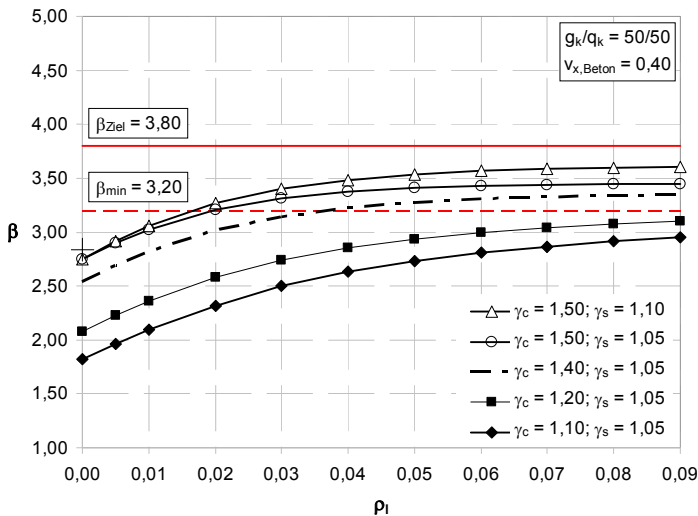


Abb. 8.51: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten Stahlbetonbauteilen infolge Nutzlast aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad bei einer Betondruckfestigkeitsstreuung von $v_x = 0,40$ für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

8.2.8.4 Ergebnisse der Parameterstudien zentrisch gedrückter Querschnitte

Aus den Variationen der beiden Teilsicherheitsfaktoren γ_c für Beton und γ_s für Stahl bei Spannungsversagen von nicht stabilitätsgefährdeten Druckgliedern haben sich folgende Erkenntnisse herauskristallisiert:

- Bei Anwendung der Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1045-1 kann bei Wind- und Nutzlastbeanspruchung für $g_k / q_k = 70 / 30$ und Längsbewehrungsgraden $\rho_l < 3 \%$ bei Betondruckfestigkeitsstreuungen $v_x \geq 0,20$ eine Unterschreitung von $\beta_{Ziel} = 3,8$ festgestellt werden. Für das Lastverhältnis $g_k = q_k$ wird mit den gerade genannten Randbedingungen sogar der festgesetzte Mindestwert für Bestandsbauten von $\beta_{min} = 3,2$ unterschritten.

- Die Zuverlässigkeitskurven mit größerem veränderlichen Lastanteil, aufgetragen über den Längsbewehrungsgrad ρ_l , verlaufen stets flacher als Kurven mit kleinerem veränderlichen Lastanteil.
- Für Variationskoeffizienten des Betons $v_x \geq 0,20$ ist mit steigendem Längsbewehrungsgehalt eine Zuverlässigkeitssteigerung für Wind- und Nutzlastbeanspruchung zu erkennen. Für eine Schneebelastung tritt dieser Effekt erst bei Variationskoeffizienten größer 30 % auf. Bei geringen Druckfestigkeitsstreuungen des Betons ist ein leichter Abfall der Querschnittszuverlässigkeit über den Längsbewehrungsgehalt zu verzeichnen.
- Steigt die Streuung der Betondruckfestigkeit an, so ist generell eine Abnahme der Zuverlässigkeit zu verzeichnen. Dies gilt insbesondere für geringe Längsbewehrungsgrade.
- Die Variation der Streckgrenzenstreuung des Betonstahls hat bei geringen Bewehrungsgehalten kaum einen Einfluss auf die Zuverlässigkeit der untersuchten Druckglieder. Mit wachsendem Bewehrungsgehalt nimmt die Zuverlässigkeit für größere Stahlstreuungen ab.
- Unterschiedliche Bauteilabmessungen rufen keine Veränderung der Zuverlässigkeit hervor.

Die aus den Untersuchungen für zentrisch gedrückte Querschnitte gewonnenen Erkenntnisse werden später für die Festlegung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte genutzt.

8.2.9 Teilsicherheitsbeiwerte für unbewehrte Bauteile

Bauteile ohne Bewehrung sind in Bestandsbauten häufig anzutreffen. Im Rahmen dieser Arbeit werden unter unbewehrten Bauteilen reine Betonbauteile ohne jegliche Bewehrung verstanden. Daher ist nur die Variation des Sicherheitsbeiwertes γ_c für Beton durchzuführen. Die statistische Modellierung der Basisvariablen erfolgt für die Parameterstudien gemäß Tab. 6.6. Im Folgenden werden unbewehrte Bauteile unter zentrischem Druck, Biegung und Querkraftbeanspruchung auf ihre Zuverlässigkeit hin untersucht. Aufgrund des spröden Versagens unbewehrter Bauteile wird ein minimaler Sicherheitsindex $\beta = 3,80$ angestrebt.

8.2.9.1 Teilsicherheitsbeiwert γ_c für zentrisch gedrückte Bauteile

In Abb. 8.52 und Abb. 8.53 werden die Zuverlässigkeitskurven infolge Nutzlastbeanspruchung für unterschiedliche Teilsicherheitsbeiwerte des Betons γ_c aufgezeigt. Die statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten von Widerstands- und Einwirkungsseite werden dabei mit einem Mittelwert 1,0 und der Streuung von 5 % gewählt.

Die Zuverlässigkeitskurven fallen für beide untersuchten Lastverhältnisse $g_k / q_k = 70 / 30$ und $g_k / q_k = 50 / 50$ relativ schnell ab, wobei der Zuverlässigkeitsabfall bei $g_k / q_k = 50 / 50$ wieder bei großen Variationskoeffizienten des Betons abgemindert wird. Eine Vergrößerung des veränderlichen Lastanteils führt bei geringen Betonstreuungen in Abb. 8.52 zu einem großen Zuverlässigkeitsabfall im Vergleich zu Abb. 8.53.

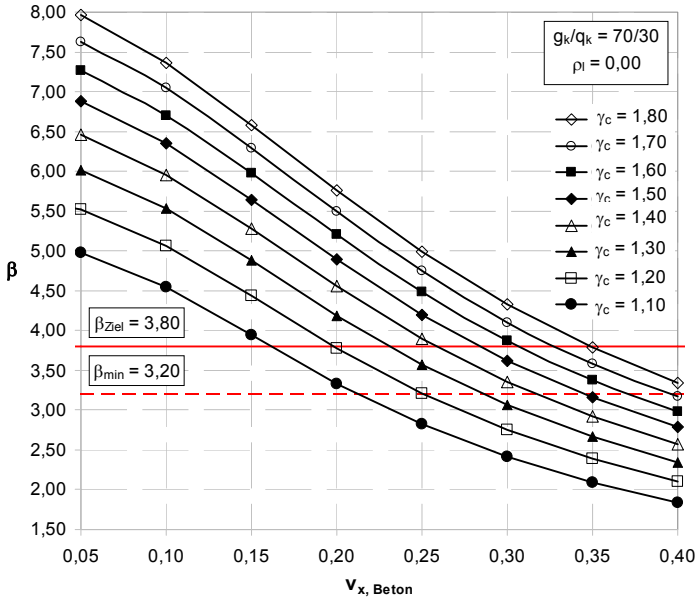


Abb. 8.52: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten, unbewehrten Betonbauteilen infolge Nutzlast aufgetragen über die Streuung der Betondruckfestigkeit v_x für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

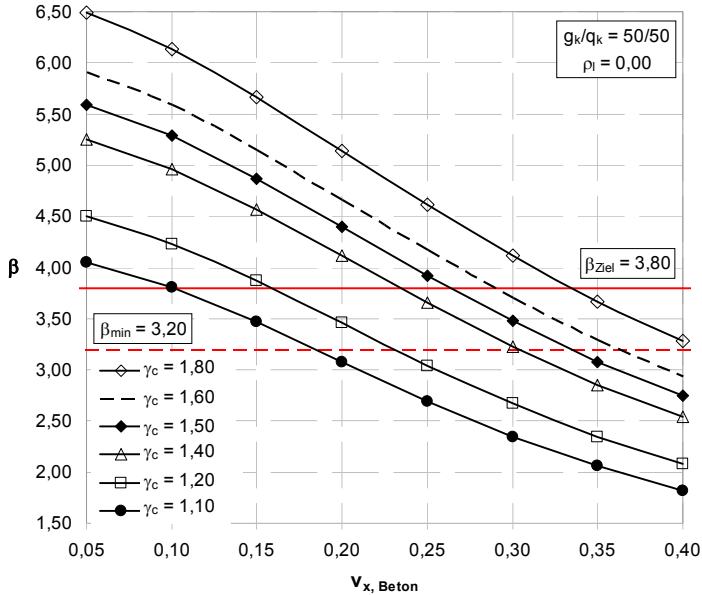


Abb. 8.53: Zuverlässigkeitskurven N_{Rd} von zentrisch gedrückten, unbewehrten Betonbauteilen infolge Nutzlast aufgetragen über die Streuung der Betondruckfestigkeit v_x für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

In Tab. 8.14 erfolgt die Aufschlüsselung der Sensitivitätsfaktoren über die Streuung der Betondruckfestigkeit für 70 % ständige Last und 30 % Nutzlastanteil. Die Sensitivitätsfaktoren sind für alle Variationen von γ_c repräsentativ.

Tab. 8.14: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i unbewehrter, zentrisch gedrückter Bauteile (Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1045-1; Lastverhältnis $g_k / q_k = 70/30$; Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
V_x	β	α_{fct}	α_b	α_h	α_{fR}	α_{fE}	α_{NG}	α_{NQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,05	7,96	0,24	0,12	0,12	0,30	-0,27	-0,11	-0,86	1,00	0,42	-0,91
0,10	7,36	0,44	0,11	0,11	0,28	-0,25	-0,12	-0,79	1,00	0,54	-0,84
0,15	6,58	0,60	0,10	0,10	0,25	-0,24	-0,13	-0,69	1,00	0,67	-0,74
0,20	5,77	0,74	0,10	0,10	0,24	-0,22	-0,14	-0,56	1,00	0,79	-0,62
0,25	4,99	0,84	0,09	0,09	0,22	-0,21	-0,15	-0,40	1,00	0,88	-0,48
0,30	4,32	0,90	0,08	0,08	0,19	-0,19	-0,14	-0,29	1,00	0,93	-0,37
0,35	3,78	0,93	0,07	0,07	0,17	-0,17	-0,13	-0,23	1,00	0,95	-0,31
0,40	3,35	0,95	0,06	0,06	0,15	-0,15	-0,12	-0,19	1,00	0,97	-0,27

Die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ bei Nutzlastbeanspruchung kann Tab. 8.15 entnommen werden. Der hohe, stark streuende veränderliche Lastanteil mildert die Auswirkung großer Betondruckfestigkeitsstreuungen. Generell ist in Tab. 8.15 wieder eine Verschiebung der Zuverlässigkeitsgewichtung hin zur Einwirkungsseite festzustellen.

Tab. 8.15: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i unbewehrter, zentrisch gedrückter Bauteile (Teilsicherheitsbeiwerte nach DIN 1045-1; Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$; Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
V_x	β	α_{fct}	α_b	α_h	α_{fR}	α_{fE}	α_{NG}	α_{NQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,05	6,49	0,20	0,10	0,10	0,25	-0,23	-0,06	-0,91	1,00	0,35	-0,94
0,10	6,14	0,37	0,09	0,09	0,23	-0,22	-0,06	-0,86	1,00	0,45	-0,89
0,15	5,66	0,51	0,09	0,09	0,22	-0,20	-0,07	-0,79	1,00	0,57	-0,82
0,20	5,14	0,63	0,08	0,08	0,20	-0,19	-0,07	-0,71	1,00	0,67	-0,74
0,25	4,62	0,73	0,08	0,08	0,19	-0,18	-0,08	-0,62	1,00	0,76	-0,65
0,30	4,12	0,82	0,07	0,07	0,17	-0,17	-0,08	-0,51	1,00	0,84	-0,54
0,35	3,67	0,87	0,06	0,06	0,16	-0,16	-0,08	-0,41	1,00	0,89	-0,45
0,40	3,28	0,91	0,06	0,06	0,15	-0,14	-0,08	-0,34	1,00	0,93	-0,38

Für die veränderliche Einwirkung Schneelast wurden nur einzelne Zuverlässigkeitsuntersuchungen angestellt. Die Zuverlässigkeit für zentrisch belastete Druckglieder bei Schneebelastung liegt auch hier niedriger als für Nutzlasten. Die Abminderung gemäß Tab. 8.16 kann mit hinreichender Genauigkeit auf die Zuverlässigkeitskurven in Abb. 8.52 und Abb. 8.53 angewendet werden. Mithilfe der Tab. 8.16 können nun später die Teilsicherheitsbeiwerte γ_c unbewehrter, zentrisch gedrückter Bauteile für Schneelast bestimmt werden.

Tab. 8.16: Änderung des Zuverlässigkeitsindex' $\Delta\beta$ bei Schneebeanspruchung gegenüber einer Nutzlastbeanspruchung für unbewehrte, zentrisch gedrückter Bauteile

Streuung Betondruckfestigkeit v_x	$g_k / q_k = 50 / 50$	$g_k / q_k = 70 / 30$
	$\Delta\beta$	$\Delta\beta$
0,10	-0,50	-0,52
0,15	-0,43	-0,37
0,20	-0,33	-0,24
0,25	-0,25	-0,14
0,30	-0,18	-0,08
0,35	-0,13	-0,06
0,40	-0,10	-0,05

8.2.9.2 Teilsicherheitsbeiwert γ_c für unbewehrte Biegebauteile

Der Sicherheitsindex β wird in Abb. 8.54 und Abb. 8.55 über die Streuung der Betonzugfestigkeit aufgetragen. Für die beiden untersuchten Lastverhältnisse $g_k / q_k = 70 / 30$ und $50 / 50$ wird der gewählte Zielwert der Zuverlässigkeit $\beta = 3,8$ für sehr große Betonstreuungen gerade noch erreicht. Liegen geringere Zugfestigkeitsstreuungen vor, so ist mit höheren Zuverlässigkeiten zu rechnen. Deswegen werden geringere Teilsicherheitsbeiwerte für Nutz- und Windbeanspruchung in den Diagrammen untersucht. Generell ist wiederum ein Absinken des Sicherheitsindex' mit zunehmender Streuung der Betonzugfestigkeit festzustellen.

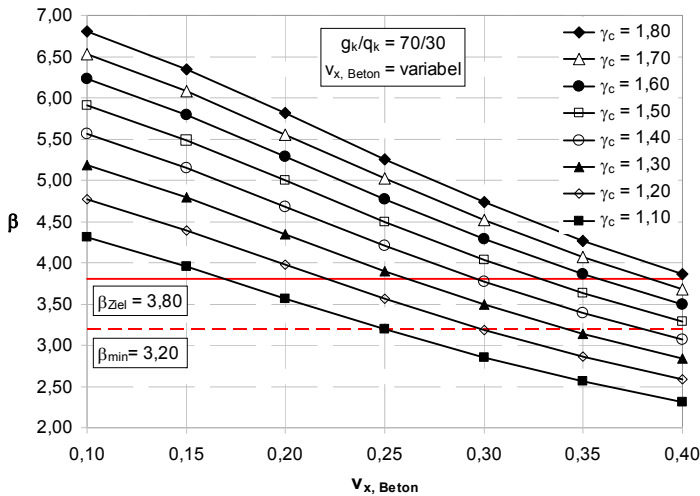


Abb. 8.54: Zuverlässigkeitskurven M_{Rd} von biegebeanspruchten, unbewehrten Betonbauteilen infolge Nutzlastbeanspruchung aufgetragen über die Betonzugfestigkeitsstreuung für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

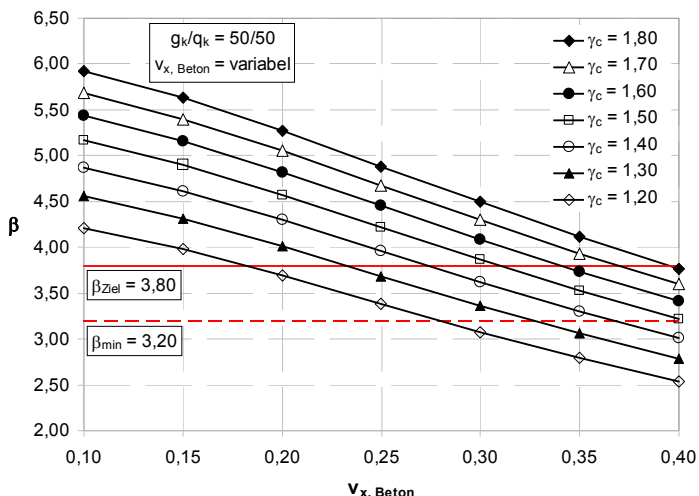


Abb. 8.55: Zuverlässigkeitskurven M_{Rd} von biegebeanspruchten, unbewehrten Betonbauteilen infolge Nutzlastbeanspruchung aufgetragen über die Betonzugfestigkeitsstreuung für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

Die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren wurde schon für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ in Tab. 7.6 niedergeschrieben. In Tab. 8.17 wird die Aufschlüsselung der Wichtungsfaktoren für das Lastverhältnis $g_k = q_k$ aufgezeigt. Für beide Lastverhältnisse ist jeweils eine starke Zunahme der Sensitivität der Betonzugfestigkeit mit Steigerung der Betonstreuungen zu erkennen. Im Gegenzug nehmen die Modellunsicherheiten leicht und die Sensitivität der veränderlichen Einwirkung stark ab. Die resultierenden Wichtungsfaktoren sind somit stark von dem Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit abhängig. Die Sensitivitäten der einzelnen streuenden Basisvariablen ändern sich auch hier für unterschiedliche γ_c nicht.

Tab. 8.17: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i unbewehrter Biegebauteile M_{Rd} (Lastverhältnis $g_k / q_k = 50/50$; Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
V_x	β	α_{fct}	α_b	α_h	α_{DR}	α_{DE}	α_{MG}	α_{MQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,10	5,93	0,29	0,08	0,17	0,42	-0,35	-0,06	-0,76	1,00	0,54	-0,84
0,15	5,63	0,41	0,08	0,16	0,40	-0,34	-0,06	-0,72	1,00	0,60	-0,80
0,20	5,27	0,52	0,08	0,15	0,38	-0,32	-0,07	-0,67	1,00	0,67	-0,75
0,25	4,88	0,62	0,07	0,15	0,36	-0,31	-0,07	-0,60	1,00	0,74	-0,68
0,30	4,49	0,70	0,07	0,14	0,34	-0,30	-0,07	-0,52	1,00	0,79	-0,60
0,35	4,12	0,77	0,06	0,13	0,32	-0,29	-0,08	-0,44	1,00	0,85	-0,53
0,40	3,77	0,82	0,06	0,12	0,30	-0,27	-0,07	-0,38	1,00	0,88	-0,47

Die Abb. 8.56 und Abb. 8.57 zeigen den Verlauf des Sicherheitsindex β unbewehrter Biegebauteile infolge Schneebeanspruchung. Im Vergleich zu den zuvor angefügten Abb. 8.54 und Abb. 8.55 ist insbesondere bei geringen Betonstreuungen eine Zuverlässigkeitsminderung zu erkennen. Die Steigung der Zuverlässigkeitskurven nimmt ab, sodass eine mögliche Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes auf

Materialeite für Schneebeanspruchung geringer als bei Nutzlastwirkung ausfällt. Für geringe Betonstreuungen ist für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ die Ausweisung von $\gamma_c = 1,10$ und für $g_k / q_k = 50 / 50$ von $\gamma_c = 1,20$ möglich.

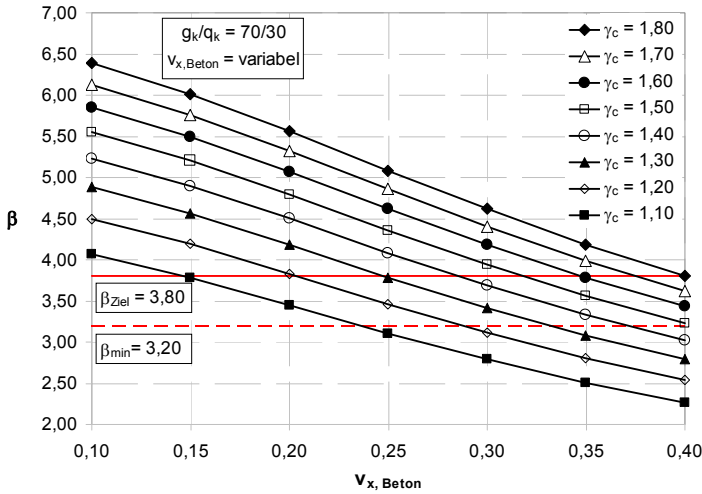


Abb. 8.56: Zuverlässigkeitskurven M_{Rd} von biegebeanspruchten, unbewehrten Betonbauteilen bei Schneebeanspruchung aufgetragen über die Betonzugfestigkeitsstreuung für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

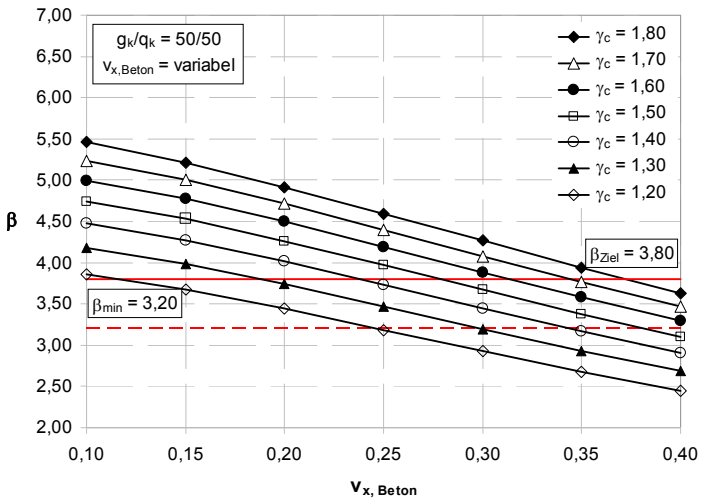


Abb. 8.57: Zuverlässigkeitskurven M_{Rd} von biegebeanspruchten, unbewehrten Betonbauteilen bei Schneebeanspruchung aufgetragen über die Betonzugfestigkeitsstreuung für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

Liegen Variationskoeffizienten von 40 % für die Betonzugfestigkeit vor, so erfüllt der Teilsicherheitsbeiwert nach DIN 1045-1 $\gamma_c = 1,80$ die angestrebte Zielzuverlässigkeit von $\beta = 3,8$ gerade noch.

8.2.9.3 Teilsicherheitsbeiwert γ_c für querkraftbeanspruchte unbewehrte Bauteile

Die Durchführung der Parameterstudien erfolgte für unbewehrte, querkraftbeanspruchte Bauteile gemäß der Grenzzustandsgleichung (6.102) allerdings ohne Längskraft, da sonst wiederum eine Iteration über die Dehnungsebene erfolgen müsste. Die Querkraft hat i. d. R. eine Momentenwirkung zur Folge, sodass die maßgebende Momenten-Normalkraft-Konstellation zu ermitteln wäre.

Die Parameterstudien wurden auch hier für Nutzlast- und Schneelastbeanspruchung durchgeführt. Dabei wurden die statistischen Kenngrößen der Modellunsicherheiten für Widerstand und Beanspruchung mit einem Mittelwert von 1,0 und einer Streuung von 15 % gewählt.

Die Zuverlässigkeit fällt wieder mit dem Vorhandensein großer Materialstreuungen in den hier aufgezeigten Diagrammen ab. Durch Variation von γ_c erfolgt nahezu eine Parallelverschiebung der Zuverlässigkeitskurven. Geringe Materialstreuungen rufen für die Versagensart für den Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,80$ eine relativ hohe Zuverlässigkeit hervor.

Die Verteilung der Sensitivitäten der Basisvariablen für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ infolge Nutzlast ist in Tab. 7.7 nachzulesen. Die Aufschlüsselung der Sensitivitätsfaktoren für $g_k = q_k$ ist in Tab. 8.18 zu sehen. Für übliche Betonzugfestigkeitsstreuungen von $v_x = 20\%$ werden die resultierenden Wichtungsfaktoren von $\alpha_R = +0,8$ und $\alpha_E = -0,7$ gemäß *DIN 1055-100 2001* recht gut getroffen.

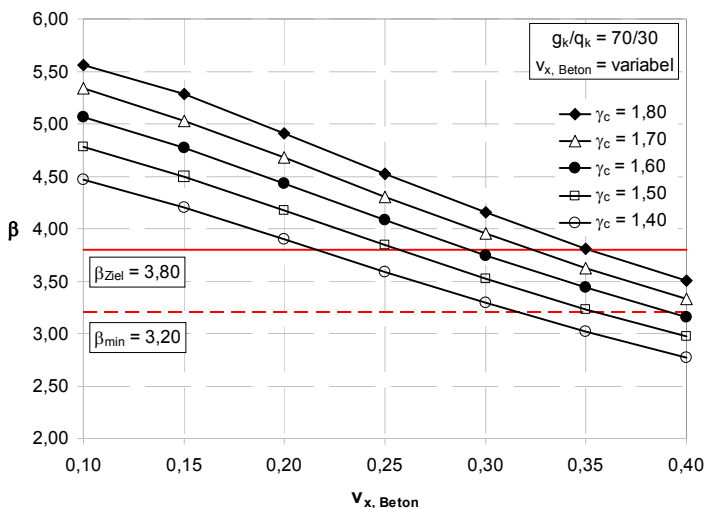


Abb. 8.58: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,ct}$ querkraftbeanspruchter, unbewehrter Bauteile infolge Nutzlast dargestellt über der Streuung des Betons (Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$)

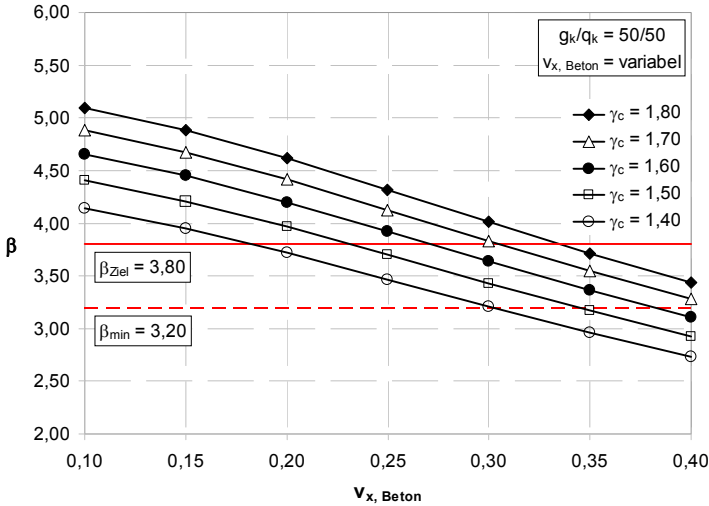


Abb. 8.59: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,ct}$ querkraftbeanspruchter, unbewehrter Bauteile infolge Nutzlast aufgetragen über der Streuung des Betons (Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$)

Die Parameterstudien für unbewehrte, querkraftbeanspruchte Betonbauteile unter Schneelast zeigen in Abb. 8.60 und Abb. 8.61 eine niedrigere Zuverlässigkeit als infolge Nutzlast. Zu beobachten ist, dass sich für niedrigere Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit v_x eine höhere Zuverlässigkeitsminderung $\Delta\beta$ gegenüber Nutzlastbeanspruchung als für größere Betonstreuungen ergibt. Beispielsweise tritt für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ bei $v_x = 0,10$ eine Abminderung von $\Delta\beta = 0,20$, bei $v_x = 0,20$ um $\Delta\beta = 0,13$ und für $v_x = 0,40$ von $\Delta\beta = 0,05$ auf. Liegt ein Lastverhältnis von $g_k / q_k = 50 / 50$ vor, so fällt die Zuverlässigkeitsminderung für Schneebeanspruchung etwas größer aus. Bei einer Betonzugfestigkeitsstreuung von 0,10 % ergibt sich ein Abschlag auf den Sicherheitsindex β von $\Delta\beta = 0,30$, für die eine Streuung von $v_x = 0,20$ folgt $\Delta\beta = 0,24$ und für $v_x = 40\%$ ergibt eine Minderung von $\Delta\beta = 0,10$ gegenüber einer Nutzlastwirkung.

Tab. 8.18: Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i für unbewehrte, querkraftbeanspruchte Bauteile des Traganteils $V_{Rd,ct}$ (Lastverhältnis $g_k / q_k = 50/50$; Nutzlast)

Zuverlässigkeitsindex β und Sensitivitätsfaktoren α_i											
v_x	β	α_{fct}	α_b	α_h	α_{fR}	α_{fE}	α_{VG}	α_{VQ}	$\sqrt{\sum \alpha_i^2}$	α_R	α_E
0,10	5,10	0,26	0,08	0,08	0,56	-0,43	-0,07	-0,65	1,00	0,63	-0,78
0,15	4,88	0,38	0,07	0,07	0,54	-0,42	-0,07	-0,61	1,00	0,67	-0,74
0,20	4,61	0,49	0,07	0,07	0,52	-0,41	-0,07	-0,55	1,00	0,72	-0,69
0,25	4,32	0,58	0,07	0,07	0,50	-0,40	-0,08	-0,49	1,00	0,77	-0,64
0,30	4,01	0,66	0,06	0,06	0,47	-0,39	-0,08	-0,43	1,00	0,81	-0,59
0,35	3,72	0,72	0,06	0,06	0,45	-0,37	-0,07	-0,37	1,00	0,85	-0,53
0,40	3,44	0,76	0,06	0,06	0,42	-0,35	-0,07	-0,33	1,00	0,87	-0,49

Die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren α_i bei Schneebeanspruchung entspricht näherungsweise derjenigen infolge Nutzlast, mit der Ausnahme, dass sich alle

Sensitivitäten minimal verringern. Nur die der veränderlichen Schneelast erhöht sich um ca. $\Delta\alpha_{VQ} = 0,05$. Auf eine explizite Darstellung der Sensitivitätsfaktoren wird daher verzichtet.

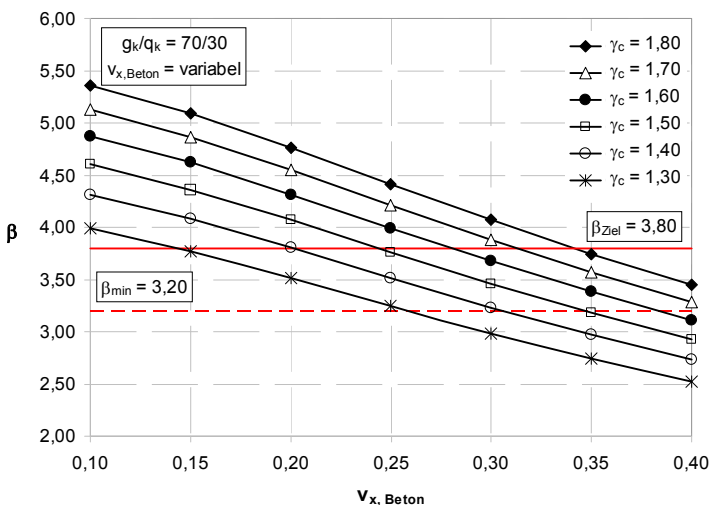


Abb. 8.60: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,ct}$ von querkraftbeanspruchten, unbewehrten Betonbauteilen infolge Schneelast aufgetragen über die Betonzugfestigkeitsstreuung für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$

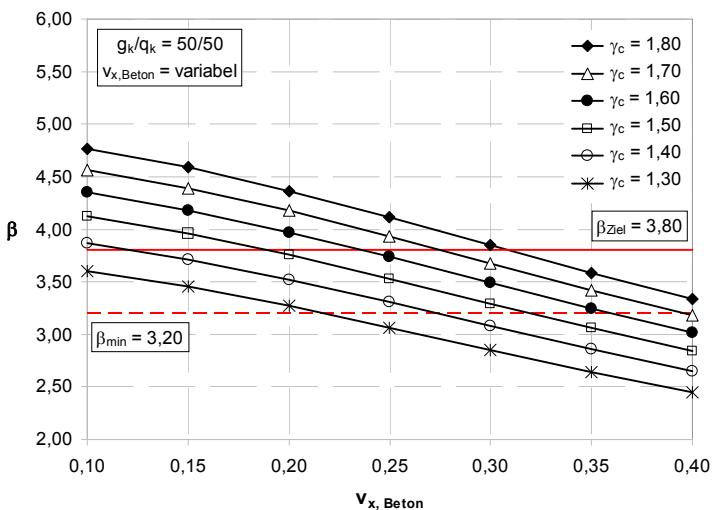


Abb. 8.61: Zuverlässigkeitskurven $V_{Rd,ct}$ von querkraftbeanspruchten, unbewehrten Betonbauteilen infolge Schneelast aufgetragen über die Betonzugfestigkeitsstreuung für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$

8.3 Berücksichtigung von Monitoringmaßnahmen

Im Allgemeinen wird die dauerhafte Überwachung von Objekten bzw. Gebäuden als Monitoring bezeichnet. Zur kontinuierlichen Beobachtung von Tragwerken über einen festgelegten Bezugszeitraum sind heute geeignete Techniken vorhanden. Bevor Monitoringmaßnahmen angestrebt werden, muss eine klare Bestimmung der zu messenden Größen an den jeweils maßgebenden Stellen am Bauwerk mit dazu geeigneter Messtechnik erfolgen. Die erfassten Daten können heute mithilfe von Fernübertragung dem Speicherungssystem zugeführt werden, um eine Auswertung und Interpretation der Ergebnisse vornehmen zu können.

Durch Monitoring am Bauwerk sind unterschiedliche Größen messbar wie z. B. Verformungen, Verschiebungen und Verdrehungen. Diese gemessenen Größen erlauben es - Kenntnisse der eingesetzten Baustoffe vorausgesetzt - einen Rückschluss auf die auftretenden Schnittgrößen zu ziehen.

Werden die Tragwerksbelastungen analysiert, so lassen sich die auftretenden Maximalwerte sowie die Streuungen der Einwirkungen ermitteln. Diese Bestimmung der tatsächlich vorhandenen Einwirkungen kann zu einer geringeren Tragwerksbelastung bzw. einer höheren Tragwerkszuverlässigkeit führen, was zur Reduktion von Teilsicherheitsbeiwerten genutzt werden kann.

Da für fast alle Bauteilnachweise die veränderlichen Einwirkungen - infolge relativ großer Sensitivitätsfaktoren - einen entscheidenden Einfluss auf die Zuverlässigkeit des Tragwerks haben, hat eine Begrenzung der Streuung einen nicht zu unterschätzenden Einfluss.

In der Regel steht für eine Auswertung von veränderlichen Einwirkungen, wie z. B. für Nutzlasten, kein Datenmaterial aus Langzeitstudien für das betrachtete oder zumindest für ein vergleichbares Bestandsgebäude zur Verfügung. Derartige Beobachtungen sind aus wirtschaftlichen Gründen in vielen Fällen unverhältnismäßig. Daher wird im Rahmen dieser Arbeit auf eine Zuschärfung der statistischen Kenngrößen der veränderlichen Einwirkungen verzichtet. Jedoch ist eine schärfere Eingrenzung der statistischen Kenngrößen der ständigen Lasten infolge einer Bestandsaufnahme in manchen Fällen möglich. Diese Tatsache wird in den Parameterstudien zur Festlegung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte durch eine Reduktion der Laststreuungen berücksichtigt.

8.4 Berücksichtigung einer Restnutzungsdauer

In manchen Fällen ist es erforderlich, bestehende Bauwerke für eine begrenzte Nutzungszeit statisch zu bewerten. Für eine festgesetzte Restnutzungsdauer ist es angebracht, Überlegungen hinsichtlich der noch zu sicherzustellenden Zuverlässigkeit anzustellen.

Unter Restnutzungsdauer eines bestehenden Bauwerks wird diejenige Zeit verstanden, während der das Bauwerk gemäß aktualisiertem Nutzungsplan noch in Betrieb bleiben soll bzw. darf. Sie legt gegebenenfalls auch den Zeitpunkt fest, bei dem im Hinblick auf eine weitere Nutzung eine erneute Beurteilung der Tragsicherheit erfolgen muss (vgl. SIA 462 1994).

Sicherlich macht es wenig Sinn, die Versagenswahrscheinlichkeit von Neubauten zugrunde zu legen, da die Restnutzungsdauer in den meisten Fällen einen wesentlich geringeren Zeitraum umfasst als die für Neubauten anvisierten Nutzungszeiträume von 50 bzw. 100 Jahren.

Gemäß der Schweizer Norm SIA 269 2007 wird eine ausreichende Tragsicherheit bzw. Gebrauchstauglichkeit für die vorgesehene Restnutzungsdauer erfüllt, wenn der vorhandene Zuverlässigkeitsindex β den Zielwert des Zuverlässigkeitsindex' β_0 mindestens erreicht:

$$\beta = \Phi^{-1}(p_f) \geq \beta_0 \tag{8.6}$$

mit: Φ^{-1} Standardnormalverteilung

p_f Versagenswahrscheinlichkeit eines Bauteils oder Bauwerks

β_0 Zielwert des Zuverlässigkeitsindex'

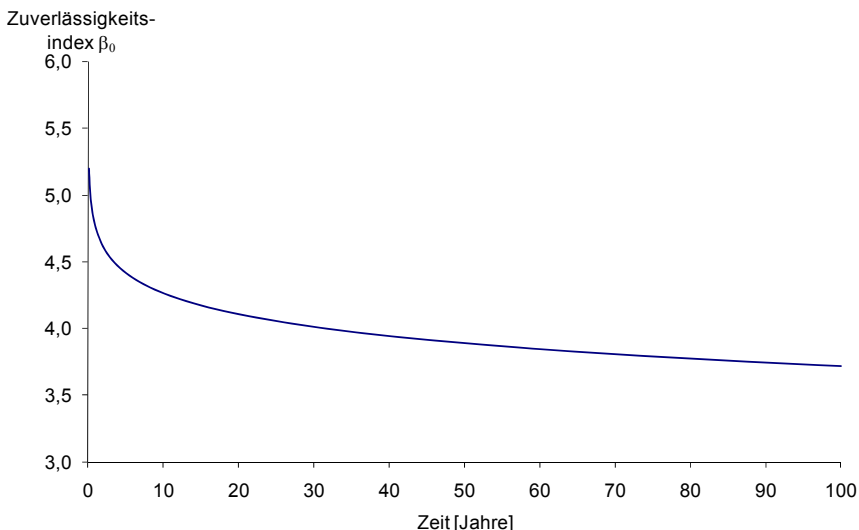


Abb. 8.62: Verlauf des Zielzuverlässigkeitsindex' β_0 über die Zeit

Neben der Festlegung eines akzeptablen Sicherheitsniveaus kann für die verringerte Nutzungszeit auch ein verminderter charakteristischer Wert der veränderlichen Einwirkungen gewählt werden. Die Gumbelverteilung eignet sich sehr gut zur Modellierung von zeitlich veränderlichen Einwirkungen, wenn ein größeres Zeitintervall wie die Lebensdauer eines Gebäudes betrachtet wird. Hinsichtlich der zeitlichen Variabilität besitzt die Gumbelverteilung die Besonderheit, dass mit wachsendem Betrachtungszeitraum auch der Mittelwert ansteigt, wobei die Standardabweichung konstant bleibt. Dementsprechend fällt der Mittelwert der Einwirkung für geringere Bezugszeiträume, was letztlich zu geringeren charakteristischen Werten der veränderlichen Einwirkung führt (siehe Abschnitt 5.2.2). Somit kann für jede beliebige Restnutzungsdauer eine Umrechnung der veränderlichen Einwirkungen vorgenommen werden. Die auf den betrachteten Zeitraum transformierten Einwirkungen können dann in die Parameterstudien zur Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte einfließen.

Auf eine explizite Ausweisung von Teilsicherheitsbeiwerten in Abhängigkeit der Restnutzungsdauer wird aufgrund der bisherigen umfassenden Auswertungen für den Bezugszeitraum von 50 Jahren verzichtet. Vielmehr wird empfohlen einen verminderten charakteristischen Wert (s. Abschn. 3.12.1) der veränderlichen Einwirkung mithilfe von Mittelwert und Standardabweichung nach Gleichungen (5.15) und (5.16) zu bestimmen und für diesen zu bemessen. Als Sicherheitsniveau für Bestandsbauten bei Nutzungszeiten von 5 bis 25 Jahren wird empfohlen, einen β -Wert von etwa 3,8, bei weniger als 5 Jahren ein Wert von ca. 4,0 anzustreben, bei Unterstellung der Abminderung von β_1 gemäß *Diamantidis, D. 2007* um $\Delta\beta = 0,5$. Für den Tragsicherheitsnachweis können modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte aus den Zuverlässigkeitskurven in Abschnitt 8.2 für die Versagensart und das gewählte Zuverlässigkeitsniveau abgelesen werden. Diese Vorgehensweise liegt auf der sicheren Seite, da für geringere Bezugszeiträume die Zuverlässigkeitskurven aufgrund von geringeren Mittelwerten bzw. auch Streuungen der veränderlichen Einwirkungen i. d. R. auf einem höheren Niveau verlaufen.

8.5 Ausweisung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte

Die semiprobabilistische Nachweisführung von Bestandsbauten kann mithilfe modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für die einzelnen Versagensarten erfolgen. Durch genauere Erfassung der statistischen Kenngrößen der vorhandenen Basisvariablen kann eine exaktere Nachweisführung mit angepassten Teilsicherheitsbeiwerten auf Widerstandsseite für das gewünschte Zuverlässigkeitsniveau erfolgen. Die Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte beschränkt sich ausschließlich auf den Teilsicherheitsbeiwert γ_c für den Baustoff Beton und γ_s für Bewehrungsstahl. Die Teilsicherheitsbeiwerte der ständigen und veränderlichen Einwirkungen gemäß *DIN 1055-100 2001* bleiben unverändert. In Abschnitt 8.2 wurden die aus den Parameterstudien gewonnenen Zuverlässigkeitskurven der verschiedenen Versagensarten für unterschiedliche Kombinationen der Material Sicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s in Abhängigkeit der Materialstreuungen dokumentiert. Die Zuverlässigkeitskurven werden hier im Hinblick auf die Materialstreuung, das Lastverhältnis g_k / q_k sowie die Lastart tabellarisch für die jeweilige Versagensart für einen Bezugszeitraum von 50 Jahren ausgewertet. Da es sich bei allen hier ausgewiesenen Teilsicherheitsbeiwerten um näherungsweise aus Diagrammen abgelesene und nicht exakt bestimmte Werte handelt, werden die Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' und γ_s' nachfolgend mit einem Hochkomma versehen.

Da i. d. R. nur wenige Materialproben aus der Bestandsaufnahme vorliegen und somit eine Restunsicherheit bei der Bestimmung der charakteristischen Baustofffestigkeit verbleibt, wird für den modifizierten Teilsicherheitsbeiwert des Betons $\gamma_{c,mod}$ ein sogenannter Übertragungsfaktor γ_{TF} (s. Abschnitt 8.6) auf den in der Tabelle ausgewiesenen Sicherheitsbeiwert γ_c' bzw. γ_s' multipliziert. Für den Teilsicherheitsbeiwert des Bewehrungsstahls wird der Übertragungsfaktor zu 1,0 gesetzt, da das Entnehmen von Stahlproben meistens mit einer massiven Schädigung des Bauteils verbunden ist. Die Stahlstreuungen fallen auch für ältere Stähle erfahrungsgemäß sehr niedrig aus und können anhand der Errichtungszeit des Gebäudes sehr gut eingegrenzt werden. Um die verbleibenden Restrisiken aufgrund der geringen Probenanzahl und größeren Stahlstreuungen einzugrenzen, wird maximal eine Absenkung des Sicherheitsbeiwertes γ_s' auf 1,05 vorgenommen.

8.5.1 Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch beanspruchte Stahlbetondruckglieder

In Tab. 8.19 werden die Teilsicherheitsbeiwerte für im Hochbau übliche Lastverhältnisse von $g_k / (g_k + q_k) \geq 0,7$ für zentrisch gedrückte, nicht stabilitätsgefährdete Bauteile unter Nutzlast- sowie Windlastbeanspruchung ausgewiesen.

In den hier aufgeführten Tabellen Tab. 8.19 bis Tab. 8.22 darf sowohl vertikal zwischen den Zeilen der Betondruckfestigkeitsstreuungen als auch horizontal zwischen den Spalten des Längsbewehrungsgrades ρ_l näherungsweise linear interpoliert werden. Alle hier aufgeführten Tabellen gelten für sämtliche Betonstahlgüten und Betondruckfestigkeitsklassen bis C50/60.

Tab. 8.19: Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte, nicht stabilitätsgefährdete Bauteile in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrads ρ_l und Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_x für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ ($q_k = \text{Nutz- / Windlast}$)

Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte Querschnitte										
Lastverhältnis $g_k / q_k \geq 70 / 30$										
ρ_l	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
v_x	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor γ_{TF}									
	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c
	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s
$\leq 0,15$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,20	1,10	1,10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,25	1,20	1,20	1,10	1,10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,30	1,40	1,30	1,20	1,20	1,10	1,10	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,35	1,50	1,40	1,40	1,30	1,20	1,20	1,10	1,10	1,00	1,00
	1,15	1,15	1,10	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,40	1,70	1,60	1,50	1,30	1,30	1,20	1,20	1,20	1,10	1,10
	1,15	1,15	1,15	1,10	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,05$
- für Betongüten bis C50/60

In Tab. 8.19 kann für Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit $v_x \leq 0,15$ einheitlich der Materialsicherheitsbeiwert für Beton zu $\gamma'_c = 1,00$ und für den Bewehrungsstahl zu $\gamma'_s = 1,05$ angenommen werden. Dies lässt darauf schließen, dass hier eigentlich noch geringere Teilsicherheitsbeiwerte auszuweisen wären.

Da der Praxis Teilsicherheitsbeiwerte kleiner Eins nur schwer zu vermitteln sind, werden für Beton nur Werte $\gamma'_c \geq 1,00$ ausgewiesen. Für größere Streuungen der Betondruckfestigkeit muss weiter nach dem vorhandenen Längsbewehrungsgrad ρ_l differenziert werden. Für Variationskoeffizienten $v_x \leq 0,35$ können Teilsicherheitsbeiwerte von γ_c und γ_s kleiner als in *DIN 1045-1 2008* ausgewiesen werden. Liegen Betonfestigkeitsstreuungen von $v_x \geq 40 \%$ vor, muss eine Anhebung der Teilsicherheitsbeiwerte über die in *DIN 1045-1* angegebenen Werte erfolgen.

Sind ständige und veränderliche Einwirkungen gleich groß, so sind die Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte, nicht stabilitätsgefährdete Bauteile unter Wind- und Nutzlastbeanspruchung der Tab. 8.20 zu entnehmen. Gemäß der Tab. 8.20 für das charakteristische Lastverhältnis $g_k / (g_k + q_k) = 0,5$ können für Betonfestigkeitsstreuungen $v_x \leq 10 \%$ wieder Materialsicherheitsbeiwerte unabhängig vom Längsbewehrungsgrad von $\gamma'_c = 1,00$ für Beton und $\gamma'_s = 1,05$ für Bewehrungsstahl ausgewiesen werden. Für eine Streuung des Betons von $v_x = 0,15$ kann für alle Bewehrungsgehalte die Teilsicherheitsbeiwertkombination von $\gamma'_c = 1,10$ und

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

$\gamma_s' = 1,05$ angesetzt werden. Für Variationskoeffizienten des Betons $v_x \geq 0,35$ müssen zumindest für geringe Bewehrungsgehalte Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_c' > 1,50$ zur Sicherstellung der gewünschten Bauteilzuverlässigkeit festgelegt werden. Generell ist für einen größeren veränderlichen Lastanteil mit höheren Material-sicherheitsbeiwerten zu rechnen.

Tab. 8.20: Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte, nicht stabilitätsgefährdete Bauteile in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrads ρ_l und Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_x für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ ($q_k =$ Nutz- / Windlast)

Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte Querschnitte										
Lastverhältnis $g_k / q_k \geq 50 / 50$										
ρ_l	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
v_x	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor für γ_{TF}									
	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'
	γ_s'	γ_s'	γ_s'	γ_s'	γ_s'	γ_s'	γ_s'	γ_s'	γ_s'	γ_s'
$\leq 0,10$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,15	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,20	1,20	1,20	1,20	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,25	1,30	1,30	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,10
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,30	1,40	1,40	1,30	1,30	1,30	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20
	1,10	1,10	1,05	1,05	1,05	1,10	1,10	1,05	1,05	1,05
0,35	1,60	1,60	1,40	1,40	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,15	1,15	1,15	1,10	1,10	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,40	1,70	1,60	1,50	1,50	1,50	1,50	1,40	1,40	1,40	1,30
	1,15	1,15	1,15	1,10	1,05	1,05	1,10	1,10	1,05	1,05

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,05$
- für Betongüten bis C50/60

Die in Tab. 8.20 ausgewiesenen Teilsicherheitsbeiwerte sollen hier die Lastverhältnisse $0,7 \geq g_k / (g_k + q_k) \geq 0,5$ abdecken. Für Lastverhältnisse $g_k / (g_k + q_k)$ zwischen den gewählten Verhältnissen von 0,5 und 0,7 kann ebenfalls näherungsweise linear interpoliert werden.

Alle im Abschnitt 8.5 angeführten Tabellen sind natürlich auch für $g_k / (g_k + q_k) > 0,7$ anzuwenden, da die darin angegebenen Teilsicherheitsbeiwerte auf der sicheren Seite liegen.

In Tab. 8.21 und Tab. 8.22 werden nun explizit für das Auftreten von ständigen Lasten und gleichzeitig wirkender Schneelast Material-sicherheitsbeiwerte für die Lastverhältnisse $g_k / q_k = 70 / 30$ und $50 / 50$ ausgewiesen. Die genannten Tabellen können auch abdeckend für die veränderlichen Einwirkungen Wind-, Schnee- und

Nutzlast verwendet werden. Die Interpolation innerhalb der beiden Tabellen sowie zwischen den Lastverhältnissen ist auch hier erlaubt.

Tab. 8.21: Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte, nicht stabilitätsgefährdete Bauteile in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrads ρ_l und Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_x für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 70 / 30$ ($q_k =$ Schneelast)

Teilsicherheitsbeiwerte γ' für zentrisch gedrückte Querschnitte										
Lastverhältnis $g_k / q_k \geq 70 / 30$										
ρ_l	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
v_x	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor γ_{TF}									
	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c	γ'_c
	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s	γ'_s
$\leq 0,15$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,20	1,10	1,10	1,10	1,10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,25	1,30	1,20	1,20	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,00
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,30	1,40	1,30	1,30	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,10
	1,15	1,10	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,35	1,60	1,50	1,40	1,30	1,30	1,20	1,20	1,20	1,20	1,10
	1,15	1,15	1,15	1,10	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
0,40	1,70	1,60	1,40	1,40	1,40	1,30	1,30	1,30	1,30	1,20
	1,15	1,15	1,15	1,10	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,05$
- für Betongüten bis C50/60

In Tab. 8.21 kann wiederum für Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit $v_x \leq 0,15$ einheitlich die Kombination der Materialsicherheitsbeiwert für Beton und Bewehrungsstahl mit $\gamma'_c = 1,00$ und $\gamma'_s = 1,05$ unterstellt werden. Für größere Streuungen der Betondruckfestigkeit muss wieder nach dem vorhandenen Längsbewehrungsgrad ρ_l unterschieden werden. Für Variationskoeffizienten $v_x \leq 0,30$ fallen die Materialteilsicherheitsbeiwerte kleiner als in *DIN 1045-1 2008* aus und für $v_x \geq 35$ % können die Teilsicherheitsbeiwerte auch größer werden.

Für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ ist gemäß Tab. 8.22 für die Materialsicherheitsbeiwerte stets nach dem Längsbewehrungsgrad ρ_l und der Betonstreuung zu differenzieren.

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

Tab. 8.22: Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte, nicht stabilitätsgefährdete Bauteile in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrads ρ_l und Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_x für das Lastverhältnis $g_k / q_k = 50 / 50$ ($q_k =$ Schneelast)

Teilsicherheitsbeiwerte γ' für zentrisch gedrückte Querschnitte										
Lastverhältnis $g_k / q_k \geq 50 / 50$										
ρ_l	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
v_x	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor für γ_{TF}									
	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s
0,05	1,10	1,10	1,10	1,10	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,10
0,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,30
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,10	1,05
0,15	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,30	1,30	1,20	1,30
	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,10	1,05
0,20	1,20	1,20	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,10	1,10	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,10	1,10
0,25	1,40	1,40	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,15	1,15	1,15	1,15	1,10	1,10	1,10	1,15	1,15	1,15
0,30	1,50	1,40	1,40	1,40	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15
0,35	1,60	1,60	1,50	1,50	1,40	1,40	1,40	1,40	1,40	1,40
	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15
0,40	1,80	1,70	1,60	1,60	1,50	1,50	1,50	1,50	1,40	1,40
	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15	1,15

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,05$
- für Betongüten bis C50/60

8.5.2 Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Biegezugversagen

Die Ausweisung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis Biegezugversagen bei Tragwerken im Bestand erfolgt auch hier in tabellarischer Form für unterschiedliche Lastverhältnisse g_k / q_k sowie für verschiedene veränderliche Lastarten. In den Parameterstudien wurde aufgrund der vernachlässigbaren Sensitivität der Betondruckfestigkeit kaum ein Zuverlässigkeitsabfall über die betrachteten Betonstreuungen im Bereich von $0,05 \leq v_x \leq 0,40$ festgestellt. Daher erfolgt die Ausweisung der Teilsicherheitsbeiwerte γ'_s und γ'_c unabhängig von der Streuung der Betondruckfestigkeit in Tab. 8.23 und Tab. 8.24. Die Tabellen sind für sämtliche Betonstahlgüten und Betondruckfestigkeitsklassen bis C50/60 anwendbar.

Tab. 8.23: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Biegezugversagen in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad ρ für Nutzlast- und Windbeanspruchung

Teilsicherheitsbeiwerte γ' für Biegezugversagen für Betonstreifen $v_x < 0,40$				
Teilsicherheitsbeiwerte ohne Übertragungsfaktoren γ_{TF}				
ρ	TSBW	Lastverhältnis g_k / q_k		
		70 / 30	60 / 40	50 / 50
0,0010	γ_c'	1,00	1,00	1,30
	γ_s'	1,05	1,05	1,10
0,0050	γ_c'	1,00	1,00	1,30
	γ_s'	1,05	1,05	1,05
0,0075	γ_c'	1,00	1,00	1,20
	γ_s'	1,05	1,05	1,05
0,0100	γ_c'	1,00	1,00	1,10
	γ_s'	1,05	1,05	1,05
$\geq 0,0125$	γ_c'	1,00	1,00	1,00
$\leq 0,030$	γ_s'	1,05	1,05	1,05

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,03$
- Variationskoeffizient statische Nutzhöhe: $v_x \leq 0,02$
- für Betongüten bis C50/60

Tab. 8.24: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Biegezugversagen in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad ρ für Schneelastbeanspruchung

Teilsicherheitsbeiwerte γ' für Biegezugversagen für Betonstreifen $v_x < 0,40$				
Teilsicherheitsbeiwerte ohne Übertragungsfaktoren γ_{TF}				
ρ	TSBW	Lastverhältnis g_k / q_k		
		70 / 30	60 / 40	50 / 50
0,0010	γ_c'	1,10	1,20	1,30
	γ_s'	1,10	1,15	1,20
0,0050	γ_c'	1,20	1,20	1,20
	γ_s'	1,05	1,10	1,15
0,0075	γ_c'	1,00	1,10	1,20
	γ_s'	1,05	1,05	1,10
0,0100	γ_c'	1,00	1,00	1,30
	γ_s'	1,05	1,05	1,05
0,0125	γ_c'	1,00	1,00	1,10
	γ_s'	1,05	1,05	1,05
$\geq 0,015$	γ_c'	1,00	1,00	1,00
$\leq 0,030$	γ_s'	1,05	1,05	1,05

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient von Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,03$
- Variationskoeffizient statische Nutzhöhe: $v_x \leq 0,02$
- für Betongüten bis C50/60

Tab. 8.23 gilt für den Nachweis von Biegebauteilen bei einer Beanspruchung infolge Nutzlast aufgeschlüsselt für das vorherrschende Lastverhältnis g_k / q_k . Es ist festzustellen, dass für die beiden Lastverhältnisse $g_k / q_k = 70 / 30$ und $60 / 40$ unabhängig vom vorhandenen Längsbewehrungsgrad ρ_l Teilsicherheitsbeiwerte von $\gamma_c' = 1,00$ und $\gamma_s' = 1,05$ ausgewiesen werden. Der Grund hierfür ist, dass eigentlich eine weitere Absenkung dieser Sicherheitsbeiwerte möglich gewesen wäre.

In Tab. 8.24 muss eine stärkere Untergliederung der Teilsicherheitsbeiwerte für die stärker streuende Schneelast vorgenommen werden.

Grundsätzlich ist in Tab. 8.23 und Tab. 8.24 eine Interpolation zwischen den Lastverhältnissen g_k / q_k sowie den angegebenen Längsbewehrungsgraden erlaubt.

Liegen größere Stahlstreuungen vor, dann kann in Anlehnung an Abb. 7.6 näherungsweise der Teilsicherheitsbeiwert γ_s folgendermaßen angepasst werden: steigt die Streuung der Stahlstreckgrenze um $\Delta v_x = 2 \%$, so ist jeweils eine Anhebung des Teilsicherheitsbeiwertes für Betonstahl um $\Delta \gamma_s' = 0,05$ vorzunehmen.

Liegen größere Streuungen der Bauteilhöhe vor, so ist der Nachweis mit einer geringeren Bauteilhöhe zu führen, die die in den Randbedingungen genannte Streubreite nach unten einhält.

8.5.3 Teilsicherheitsbeiwerte für Querkraftversagen nicht querkraftbewehrter Bauteile

In diesem Abschnitt werden modifizierte Materialsicherheitsbeiwerte von Beton γ_c für Querkraftversagen von nicht querkraftbewehrten Bauteilen ausgewiesen. Die Festlegung der Sicherheitsbeiwerte erfolgt unabhängig vom vorhandenen Längsbewehrungsgrad der Bauteile in Tab. 8.25.

Tab. 8.25: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für Querkraftversagen nicht querkraftbewehrter Bauteile $V_{Rd,ct}$ für alle Längsbewehrungsgrade ρ_l ohne Längskraft

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte γ' für Querkraftversagen nicht querkraftbewehrter Bauteile $V_{Rd,ct}$ für Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit $v_x < 0,40$ ($\rho_l = \text{variabel}$)				
Teilsicherheitsbeiwerte ohne Übertragungsfaktoren γ_{TF}				
Beanspruchung infolge	TSBW	Lastverhältnis g_k / q_k		
		70 / 30	60 / 40	50 / 50
Nutzlast	γ_c'	1,00	1,00	1,00
Wind	γ_c'	1,00	1,00	1,00
Schnee	γ_c'	1,00	1,00	1,00

Randbedingungen:

- gilt für alle Betonstahlgüten
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient statische Nutzhöhe: $v_x \leq 0,03$
- gilt für Betongüten bis C50/60

Aufgrund der hohen Zuverlässigkeit dieser Versagensart muss hier nicht nach der vorhandenen Betonfestigkeitsstreuung v_x differenziert werden, da das Zielzuverlässigkeitsniveau für $v_x \leq 40 \%$ immer überschritten wird. Ebenfalls kann auf eine

Differenzierung hinsichtlich der veränderlichen Lastart entfallen. Die Auswertungen beziehen sich auf Bauteile ohne Längskraftbelastung.

8.5.4 Teilsicherheitsbeiwerte für Querkraftversagen querkraftbewehrter Stahlbetonbauteile

Für querkraftbewehrte Bauteile muss das Versagen der Zugstrebe sowie der Druckstrebe des nach *DIN 1045-1 2008* unterstellten Fachwerkmodells überprüft werden.

Für den Nachweis gegen Zugstrebenversagen $V_{Rd,sy}$ (Versagen der Querkraftbewehrung) sind die Teilsicherheitsbeiwerte γ_s' in Abhängigkeit des anzutreffenden Lastverhältnisses sowie die jeweilige veränderliche Einwirkung in Tab. 8.26 ausgewiesen. Mit steigendem veränderlichen Lastanteil ist eine Anhebung des Sicherheitsbeiwertes γ_s' erforderlich. Abdeckend können auch hier die Teilsicherheitsbeiwerte für Schneelast für alle untersuchten veränderlichen Lasten angewendet werden.

Für den Fall, dass größere Variationskoeffizienten der Betonstahlstreckgrenze als $v_x = 6\%$ vorliegen, kann näherungsweise analog zur Versagensart Biegezugversagen gemäß Abschnitt 8.5.2 verfahren werden.

Tab. 8.26: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Querkraftversagen querkraftbewehrter Bauteile; Nachweis der Zugstrebe $V_{Rd,sy}$

Teilsicherheitsbeiwerte γ' für Querkraftversagen querkraftbewehrter Bauteile $V_{Rd,sy}$				
Beanspruchung infolge	TSBW	Lastverhältnis g_k / q_k		
		70 / 30	60 / 40	50 / 50
Nutzlast	γ_s'	1,05	1,10	1,15
Wind	γ_s'	1,05	1,10	1,15
Schnee	γ_s'	1,10	1,15	1,20

Randbedingungen:

- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient statische Nutzhöhe: $v_x \leq 0,03$
- gilt für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient von Stahl: $v_x \leq 0,06$

Neben dem Zugstrebenachweis muss immer auch das Versagen der Betondruckstrebe $V_{Rd,max}$ untersucht werden. Die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für diese Versagensart sind in Tab. 8.27 für die jeweils vorliegende Streuung der Betondruckfestigkeit v_x ausgewiesen. Weiter wird in der Tabelle nach der veränderlichen Lastart sowie dem charakteristischen Lastverhältnis g_k / q_k unterschieden. Das Nachweisformat $V_{Rd,max}$ wird stark von der Streuung der Betondruckfestigkeit beeinflusst, was die Veränderung der Teilsicherheitsbeiwerte erklärt.

Liegen nur wenige Betonproben ($n < 30$) zur Bestimmung der statistischen Kenngrößen der Betondruckfestigkeit vor, so ist auch hier für den Teilsicherheitsbeiwert des Betons ein Übertragungsfaktor γ_{TF} zu berücksichtigen.

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

Die ausgewiesenen Teilsicherheitsbeiwerte können für alle Betonstahlgüten sowie für Betone bis zur Druckfestigkeitsklasse C50/60 angewendet werden. Grundsätzlich ist auch hier eine lineare Interpolation zwischen den Lastverhältnissen g_k / q_k erlaubt.

Tab. 8.27: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Querkraftversagen in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit; Nachweis der Druckstrebe $V_{Rd,max}$

Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für Querkraftversagen querkraftbewehrter Bauteile für den Druckstrebenachweis $V_{Rd,max}$						
Teilsicherheitsbeiwerte ohne Übertragungsfaktoren γ_{TF}						
Lastart	Nutzlast / Windlast			Schneelast		
Betonstreuung	Lastverhältnis g_k / q_k			Lastverhältnis g_k / q_k		
	70 / 30	60 / 40	50 / 50	70 / 30	60 / 40	50 / 50
v_x	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'
0,05	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,20
0,10	1,10	1,10	1,20	1,10	1,20	1,20
0,15	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,30
0,20	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,40
0,25	1,40	1,40	1,40	1,40	1,40	1,50
0,30	1,50	1,50	1,50	1,50	1,60	1,60
0,35	1,70	1,70	1,70	1,70	1,80	1,80
0,40	1,80	1,80	1,90	1,90	1,90	1,90

Randbedingungen:

- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient statische Nutzhöhe: $v_x \leq 0,03$
- gilt für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient von Stahl: $v_x \leq 0,06$
- gilt für Betongüten bis C50/60

8.5.5 Teilsicherheitsbeiwerte für Durchstanzen bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung

Der Nachweis der Betontragfähigkeit $V_{Rd,ct}$ bei Durchstanzen von nicht querkraftbewehrten Stahlbetonbauteilen kann mit den Teilsicherheitsbeiwerten der Tab. 8.25 geführt werden. Für die Anwendung dieser Sicherheitsbeiwerte γ_c' gelten die Randbedingungen, die in Abschnitt 8.5.3 niedergeschrieben sind.

8.5.6 Teilsicherheitsbeiwerte für Durchstanzen querkraftbewehrter Bauteile

Der Durchstanznachweis für querkraftbewehrte Stahlbetonbauteile gemäß *DIN 1045-1 2008* gliedert sich in zwei Schritte. Zuerst muss die maximale Querkrafttragfähigkeit $V_{Rd,max}$ im kritischen Rundschnitt überprüft werden. Da die Zuverlässigkeitskurven der Versagensart $V_{Rd,max}$ identisch mit denen des Betontraganteils $V_{Rd,ct}$ sind, können die Teilsicherheitsbeiwerte in Tab. 8.25 auch für den Nachweis von $V_{Rd,max}$ verwendet werden. Hier gelten wiederum die Randbedingungen für die Versagensart $V_{Rd,ct}$ gemäß Abschnitt 8.5.3.

Der Nachweis des vorhandenen Durchstanzwiderstands für den jeweiligen Nachweisschnitt setzt sich aus dem Betontraganteil $V_{Rd,ct}$ sowie dem Traganteil der

vorhandenen Querkraftbewehrung zusammen. Für sehr geringe Bewehrungsgehalte der Querkraftbewehrung von $\rho_w \leq 0,005$ (bei Längsbewehrungsgraden $\rho_l \geq 0,001$) und für Querkraftbewehrungsgrade von $\rho_w \leq 0,007$ (für $\rho_l \geq 0,004$) können auch hier die Teilsicherheitsbeiwerte gemäß Tab. 8.25 für die veränderlichen Einwirkungen Wind, Schnee und Nutzlast verwendet werden.

Tab. 8.28: Teilsicherheitsbeiwerte für Durchstanznachweise $V_{Rd,sy}$, für querkraftbewehrte Bauteile in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrads ρ_l und Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit v_x für Wind- und Nutzlast

Teilsicherheitsbeiwerte γ' für den Durchstanznachweis $V_{Rd,sy}$ querkraftbewehrter Bauteile mit einem Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung von $\rho_w = 0,01$ (Wind- und Nutzlast)							
Lastverhältnis	$g_k / q_k \geq 70 / 30$			$g_k / q_k \geq 50 / 50$			
ρ_l	0,004	0,006	$\geq 0,008$	0,004	0,006	0,008	$\geq 0,010$
Betonstreuung v_x	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor für γ_{TF}						
	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s
$\leq 0,15$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	1,15	1,05	1,05	1,15	1,10	1,05	1,05
0,20	1,00	1,00	1,00	1,10	1,00	1,00	1,00
	1,15	1,05	1,05	1,15	1,10	1,05	1,05
0,25	1,10	1,10	1,00	1,10	1,00	1,00	1,00
	1,15	1,05	1,05	1,15	1,15	1,10	1,05
0,30	1,10	1,00	1,00	1,20	1,00	1,00	1,00
	1,15	1,10	1,05	1,15	1,15	1,10	1,05
0,35	1,20	1,10	1,00	1,30	1,00	1,00	1,00
	1,15	1,10	1,05	1,15	1,15	1,10	1,05
0,40	1,20	1,10	1,00	1,50	1,10	1,00	1,00
	1,15	1,10	1,05	1,15	1,15	1,10	1,05

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe bzw. der statischen Nutzhöhe: $v_x \leq 0,04$
- für Betongüten bis C50/60

Liegen allerdings größere Bewehrungsgehalte der Querkraftbewehrung ρ_w vor, so sind die Teilsicherheitsbeiwerte hinsichtlich der Streuung des Betons sowie nach dem vorhandenen Längsbewehrungsgrad zu differenzieren. Die Teilsicherheitsbeiwerte γ'_s und γ'_c sind für Wind- und Nutzlastbeanspruchung der Tab. 8.28 zu entnehmen.

Treten in Bestandsbauteilen Querkraftbewehrungsgrade verschieden von $\rho_w = 0,007$ und $\rho_w = 0,01$ auf, so darf näherungsweise zwischen Tab. 8.25 und der Tab. 8.28 bzw. Tab. 8.29 linear interpoliert werden. Gleiches gilt auch für unterschiedliche Längsbewehrungsgrade in den beiden Tabellen. Größere Bewehrungsgrade der Querkraftbewehrung als $\rho_w = 0,01$ wurden nicht untersucht, da diese bei Bestandsbauten eher untypisch sind. Ist der Längsbewehrungsgrad sehr hoch, besitzen auch Bauteile mit hohen Querkraftbewehrungsgraden eine recht hohe Zuverlässigkeit. In

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

der Regel wird aber aus baupraktischen Gründen auf die Anordnung einer Durchstanzbewehrung verzichtet und falls erforderlich die Bauteildicke bzw. der Längsbewehrungsgehalt erhöht, was ebenfalls zu einer höheren Zuverlässigkeit führt. Die Kombination aus geringem Längsbewehrungsgehalt und einer hohen Querkraftbewehrung liefert geringe Zuverlässigkeiten und ist baupraktisch nicht sinnvoll.

Tab. 8.29: Teilsicherheitsbeiwerte für Durchstanznachweise $V_{Rd,sy}$, für querkraftbewehrte Bauteile in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrads ρ_l und Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit v_x für Schneelast

Teilsicherheitsbeiwerte γ' für den Durchstanznachweis $V_{Rd,sy}$ querkraftbewehrter Bauteile mit einem Bewehrungsgrad der Querkraftbewehrung von $\rho_w = 0,01$ (Schneelast)									
Lastverhältnis	$g_k / q_k \geq 70 / 30$				$g_k / q_k \geq 50 / 50$				
ρ_l	0,004	0,006	0,008	$\geq 0,010$	0,004	0,006	0,008	0,010	$\geq 0,012$
Betonstreueung v_x	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor für γ_{TF}								
	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s
$\leq 0,15$	1,10 1,15	1,10 1,10	1,00 1,05	1,00 1,05	1,50 1,15	1,20 1,15	1,00 1,10	1,00 1,05	1,00 1,05
0,20	1,10 1,15	1,00 1,15	1,00 1,10	1,00 1,05	1,40 1,15	1,20 1,15	1,00 1,15	1,00 1,05	1,00 1,05
0,25	1,10 1,15	1,00 1,15	1,00 1,10	1,00 1,05	1,40 1,15	1,30 1,15	1,10 1,15	1,10 1,05	1,00 1,05
0,30	1,20 1,15	1,00 1,15	1,00 1,10	1,00 1,05	1,50 1,15	1,30 1,15	1,10 1,15	1,10 1,05	1,00 1,05
0,35	1,30 1,15	1,10 1,15	1,00 1,10	1,00 1,05	1,60 1,15	1,40 1,15	1,10 1,15	1,10 1,05	1,00 1,05
0,40	1,50 1,15	1,10 1,15	1,00 1,10	1,00 1,05	2,00 1,15	1,40 1,15	1,10 1,15	1,10 1,05	1,00 1,05

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe bzw. der statischen Nutzhöhe: $v_x \leq 0,04$
- für Betongütern bis C50/60

Die hier ausgewiesenen Teilsicherheitsbeiwerte sind für alle Betonstahlgüten sowie für Betone bis zur Druckfestigkeitsklasse C50/60 gültig. Der Übertragungsfaktor γ_{TF} (siehe Abschnitt 8.6) ist insbesondere für den Material Sicherheitsbeiwert des Betons γ'_c auch hier zu berücksichtigen.

8.5.7 Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für unbewehrte Biegebauteile

Aufgrund des spröden Versagens wird ein minimaler Sicherheitsindex von $\beta = 3,8$ angestrebt, d. h. im Gegensatz zu bewehrten Bauteilen im Bestand wird das Sicherheitsniveau um $\Delta\beta = 0,6$ angehoben. In den Zuverlässigkeitsanalysen wurde für heute übliche Betonstreueungen festgestellt, dass für den nach *DIN 1045-1 2008*

anzuwendenden Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_c = 1,80$ ebenfalls ein großer Sicherheitsabstand vorhanden ist.

In Tab. 8.30 werden Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für den Nachweis unbewehrter Biegebauteile für unterschiedliche Lastverhältnisse, Betonstreuungen sowie für die Beanspruchungsarten Schnee, Wind und Nutzlast ausgewiesen. Die Sicherheitsbeiwerte hängen bei unbewehrten Bauteilen sehr stark von der Streuung der Betonfestigkeit ab.

Tab. 8.30: Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für unbewehrte Biegebauteile in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit v_x

Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für unbewehrte Biegebauteile				
Lastart	Nutzlast / Windlast		Schneelast	
Lastverhältnis	$g_k / q_k \geq 70 / 30$	$g_k / q_k \geq 50 / 50$	$g_k / q_k \geq 70 / 30$	$g_k / q_k \geq 50 / 50$
Betonstreuung	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor für γ_{TF}			
v_x	γ_c'	γ_c'	γ_c'	γ_c'
$\leq 0,10$	1,00	1,10	1,10	1,20
0,15	1,10	1,20	1,20	1,30
0,20	1,20	1,30	1,20	1,40
0,25	1,30	1,40	1,40	1,50
0,30	1,40	1,50	1,50	1,60
0,35	1,60	1,70	1,70	1,80
0,40	1,80	1,80	1,80	1,90

Randbedingungen für die in den Nachweis eingehenden Parameter:

- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,03$
- für Betongüten bis C50/60

Für dieses Nachweisformat können abdeckend die beiden linken Spalten der Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' der Schneelast für alle behandelten veränderlichen Lasten herangezogen werden. Aufgrund der im Vergleich zur Nutzlast größeren Streuung der Schneelast resultieren hierfür auch größere Teilsicherheitsbeiwerte. Eine lineare Interpolation zwischen den Lastverhältnissen g_k / q_k in Tab. 8.30 ist grundsätzlich erlaubt.

8.5.8 Teilsicherheitsbeiwerte unbewehrter, querkraftbeanspruchter Bauteile

Für den Nachweis von querkraftbeanspruchten, unbewehrten Bauteilen wird ebenfalls das Sicherheitsniveau $\beta = 3,8$ für den Bezugszeitraum 50 Jahre angestrebt. Die in Tab. 8.31 angegebenen Sicherheitsbeiwerte γ_c' sind für den Querkraftnachweis ohne Wirkung einer Längskraft gültig. Die Ausweisung der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgt wieder in Abhängigkeit der Streuung der Betonzugfestigkeit. Für sehr große Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit sind Teilsicherheitsbeiwerte bis $\gamma_c' = 2,20$ erforderlich.

Liegen andere Lastverhältnisse g_k / q_k vor, kann für die angegebenen Teilsicherheitsbeiwerte in Tab. 8.31 eine lineare Interpolation zwischen den einzelnen Lastverhältnissen g_k / q_k erfolgen.

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

Tab. 8.31: Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für querkraftbeanspruchte, unbewehrte Bauteile mit vernachlässigbarer Längsdruckkraft in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit v_x

Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für unbewehrte, querkraftbeanspruchte Bauteile				
Lastart	Nutzlast / Windlast		Schneelast	
Lastverhältnis	$g_k / q_k \geq 70 / 30$	$g_k / q_k \geq 50 / 50$	$g_k / q_k \geq 70 / 30$	$g_k / q_k \geq 50 / 50$
Betonstreuung	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor für γ_{TF}			
	v_x	γ_c	γ_c	γ_c
$\leq 0,10$	1,20	1,30	1,30	1,40
0,15	1,30	1,40	1,30	1,50
0,20	1,40	1,50	1,40	1,60
0,25	1,50	1,60	1,60	1,70
0,30	1,70	1,70	1,70	1,80
0,35	1,80	1,90	1,90	2,00
0,40	2,00	2,10	2,10	2,20

Randbedingungen für die in den Nachweis eingehenden Parameter:

- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,04$
- für Betongütern bis C50/60

8.5.9 Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte, unbewehrte Bauteile

Die Bemessung von zentrisch gedrückten, unbewehrten Bestandsbauteilen kann mithilfe der in Tab. 8.32 ausgewiesenen Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' erfolgen.

Die Kalibrierung der Teilsicherheitsbeiwerte in Tab. 8.32 erfolgte ebenfalls für das Sicherheitsniveau von $\beta = 3,8$. Zur Ermittlung der Teilsicherheitsbeiwerte für weitere Lastverhältnisse ist eine lineare Interpolation der Werte in Tab. 8.32 erlaubt.

Tab. 8.32: Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für zentrisch gedrückte, nicht stabilitätsgefährdete Betonbauteile in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_x

Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für unbewehrte, zentrisch gedrückte Bauteile				
Lastart	Nutzlast / Windlast		Schneelast	
Lastverhältnis	$g_k / q_k \geq 70 / 30$	$g_k / q_k \geq 50 / 50$	$g_k / q_k \geq 70 / 30$	$g_k / q_k \geq 50 / 50$
Betonstreuung	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor für γ_{TF}			
	v_x	γ_c	γ_c	γ_c
$\leq 0,05$	1,00	1,10	1,10	1,20
0,10	1,00	1,10	1,10	1,30
0,15	1,10	1,20	1,20	1,40
0,20	1,30	1,40	1,30	1,50
0,25	1,40	1,50	1,50	1,60
0,30	1,60	1,70	1,70	1,70
0,35	1,90	1,90	1,90	1,90
0,40	2,10	2,20	2,10	2,10

Randbedingungen für die in den Nachweis eingehenden Parametern:

- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,05$
- Für Betongütern bis C50/60

8.6 Bestimmung des Übertragungsfaktors γ_{TF}

Für die semiprobabilistische Nachweisführung von Bestandsbauten sind die Bemessungswerte der Festigkeiten von Beton und Betonstahl erforderlich. Zur Bestimmung der Bemessungswerte werden u. a. die charakteristischen Festigkeiten der Materialien als auch die Teilsicherheitsbeiwerte der Baustoffe benötigt. Aus den im Zuge der Bestandsaufnahme am Bauwerk entnommenen Materialproben können die statistischen Kenngrößen der Baustofffestigkeiten - wie Mittelwerte und Standardabweichungen - z. B. nach Abschnitt 3.6 bestimmt werden. Die Ermittlung der charakteristischen Baustofffestigkeit kann mithilfe von *Fischer, L. 1995* bzw. *Fischer, L. 2001* und *Fischer, L. 2003* in Abhängigkeit der vorhandenen Stichprobenanzahl n für das gewünschte Konfidenzniveau $P = 1 - \alpha = 0,90$ bestimmt werden. Im Rahmen der Bestandsaufnahme kann nur eine begrenzte Anzahl an Materialproben an Bauteilen entnommen werden, da sonst das Tragwerk zu stark beschädigt wird und dies auch wirtschaftlich nicht sinnvoll ist. Somit verbleibt aufgrund der stichprobenartigen Bestandsaufnahme hinsichtlich der tatsächlich vorhandenen Baustofffestigkeit im Bauwerk ein gewisses Restrisiko.

Die aus den probabilistischen Parameterstudien gewonnenen Teilsicherheitsfaktoren γ_c' und γ_s' wurden unter Zugrundelegung einer logarithmischen Normalverteilung der Baustoffe ermittelt. Ergibt sich für die entnommenen Materialproben eine andere Verteilungsfunktion, wie z. B. eine Normalverteilung für die Betondruckfestigkeit, so entsteht für Materialstreuungen größer als $v_x = 10\%$ ein nicht vernachlässigbarer Fehler. Aufgrund einer fehlerhaften Annahme der Verteilungsfunktion resultieren für größere Variationskoeffizienten des Materials andere Zuverlässigkeiten als in Abschnitt 8.2 ausgewiesen. Der Variationskoeffizient v_x der untersuchten Baustofffestigkeit bestimmt sich nach Gleichung (3.45) aus dem Quotienten von Standardabweichung und Mittelwert der Baustofffestigkeit. Zu berücksichtigen ist hierbei auch, dass je nach Versagensart unterschiedliche Zuverlässigkeitsänderungen $\Delta\beta$ die Folge sind. Beispielsweise ergibt sich als Verteilungsfunktion der am Bauwerk entnommenen Bohrkern für die Betondruckfestigkeit eine Normalverteilung anstelle der bei der Teilsicherheitsbeiwertermittlung unterstellten Lognormalverteilung. Das Ergebnis der probabilistischen Analyse der verschiedenen Versagensarten liefert bei einer Normalverteilungsannahme in der Regel eine um ca. $\Delta\beta \approx 0,30$ (bei $v_{x,Beton} = 20\%$) bzw. $\Delta\beta \approx 0,50$ (bei $30\% \leq v_{x,Beton} \leq 40\%$) niedrigere Zuverlässigkeit gegenüber der für die Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte unterstellten Lognormalverteilung. Weiter wurde festgestellt, dass je nach Versagensart eine Abweichung von $\Delta\gamma_c = 0,1$ eine Auswirkung auf die Änderung des Zuverlässigkeitsindex' zwischen $\Delta\beta = 0,10$ und $\Delta\beta = 0,30$ hervorruft. Ebenso ist zu bedenken, dass durch die Probenentnahme an repräsentativen Stellen eines Bauteils bzw. an mehreren Bauteilen unterschiedliche Festigkeiten auftreten können und auch evtl. Fehlstellen nicht getroffen bzw. nicht erkannt werden können. Somit handelt es sich den entnommenen Proben um eine Stichprobe mit sehr kleinem Stichprobenumfang und nicht um die Grundgesamtheit.

Da erst ab einer Stichprobenanzahl n von mehr als $n = 30$ für die zu untersuchende Materialeigenschaft davon ausgegangen werden kann, dass die Verteilungsfunktion und die statistischen Kenngrößen der Grundgesamtheit der Betonfestigkeit ausreichend genau erfasst wurden, ist zumindest für den Beton für $n < 30$ die

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

Ausweisung eines sogenannten Übertragungsfaktors $\gamma_{TF,c}$ nach Tab. 8.33 erforderlich.

Tab. 8.33: Ausweisung eines Übertragungsfaktors $\gamma_{TF,c}$ für den Teilsicherheitsbeiwert des Betons γ_c' in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_x

Übertragungsfaktor γ_{TF} für den Teilsicherheitsbeiwert γ_c'			
Betonfestigkeitsstreuung	$v_x < 15 \%$	$15 \% < v_x < 30 \%$	$v_x > 30 \%$
$\gamma_{TF,c}$	1,05	1,10	1,15

Durch die in Abschnitt 8.2.3 getroffene Definition der unteren Grenze für den Teilsicherheitsbeiwert des Betonstahls $\gamma_s' = 1,05$ sind evtl. vorhandene Abweichungen von den tatsächlich vorhandenen statistischen Kenngrößen der Materialfestigkeit ausreichend abgedeckt. Der Übertragungsfaktor $\gamma_{TF,s}$ für den Teilsicherheitsbeiwert des Betonstahls γ_s' beträgt demnach 1,0.

8.7 Nachweisführung mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten

Zur semiprobabilistischen Nachweisführung von Bestandsbauten müssen die in Abschnitt 8.5 ausgewiesenen, probabilistisch fundierten Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' und γ_s' mit dem Übertragungsfaktor γ_{TF} versehen werden. Die modifizierten Teilsicherheitsfaktoren zur Bestimmung der Bemessungswerte der Baustofffestigkeiten bestimmen sich nach Gleichung (8.7) für Beton und nach Gleichung (8.8) für Betonstahl.

$$\gamma_{c,mod} = \gamma_c' \cdot \gamma_{TF} \quad (8.7)$$

$$\gamma_{s,mod} = \gamma_s' \cdot \gamma_{TF,s} = \gamma_s' \cdot 1,0 = \gamma_s' \quad (8.8)$$

Die Bemessungswerte der Betondruckfestigkeit f_{cd} bzw. der Stahlzugfestigkeit f_{yk} berechnen sich somit wie folgt:

$$f_{cd} = \alpha \cdot f_{ck} / \gamma_{c,mod} \quad \text{bzw.} \quad f_{yd} = f_{yk} / \gamma_{s,mod} \quad (8.9)$$

Für die charakteristische Betonfestigkeit ist der direkt aus der Stichprobe ermittelte 5 %-Quantilwert zu verwenden, da die Bauwerksfestigkeit mit der an den entnommenen Bohrkernen ermittelten Festigkeit übereinstimmt.

Angemerkt sei, dass für den Tragsicherheitsnachweis von Beton- und Stahlbetonbauteilen im Bestand die Teilsicherheitsfaktoren der Einwirkungen gemäß *DIN 1055-100 2001* unverändert anzuwenden sind.

Die Anwendung der hier ausgewiesenen modifizierten Teilsicherheitsfaktoren $\gamma_{c,mod}$ bzw. $\gamma_{s,mod}$ ermöglicht die Nachweisführung für verschiedene Versagensarten, Lastverhältnisse, Lastarten und Materialstreuungen mit einem einheitlichen Zuverlässigkeitsniveau. Für geringe Materialstreuungen ergeben sich in der Regel je nach Lastverhältnis g_k / q_k geringere Materialsicherheitsbeiwerte während hingegen für große Materialstreuungen größere Teilsicherheitsbeiwerte als in *DIN 1045-1 2008* ausgewiesen zu erwarten sind.

8.8 Optimierte Sensitivitätsfaktoren

In allen durchgeführten Zuverlässigkeitsanalysen wurden jeweils die Versagenswahrscheinlichkeit P_F bzw. der Sicherheitsindex β sowie die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren α_i bestimmt. Da unterschiedliche Bauteilzuverlässigkeiten hinsichtlich der Versagensart, dem Lastverhältnis und der Streuung der Baustoffkennwerte sowie der Einwirkungen in den durchgeführten Analysen festgestellt wurden, folgen somit je nach vorliegenden Randbedingungen verschiedene Verteilungen der Sensitivitätsfaktoren.

Eine Zusammenstellung der Sensitivitäten differenziert nach Versagensart und Lastverhältnis $\eta = G_k / (G_k + Q_k)$ findet sich für bewehrte Stahlbetonbauteile in Tab. 8.34 für Variationskoeffizienten von Beton von $v_x = 15\%$ und $v_x = 40\%$ für einen Sicherheitsindex von $\beta = 3,2$. Für unbewehrte Betonbauteile erfolgt die Zusammenstellung der Sensitivitätsfaktoren in Tab. 8.35 für das Zuverlässigkeitsniveau $\beta = 3,8$.

Zum Vergleich werden die festen Wichtungsfaktoren $\alpha_R = +0,8$ und $\alpha_E = -0,7$ nach Anhang B der DIN 1055-100 2001 angegeben. Diese gelten übergreifend für alle Nachweisarten und Lastverhältnisse des Zuverlässigkeitsniveaus $\beta = 3,8$.

Tab. 8.34: Resultierende Sensitivitätsfaktoren α_R und α_E für Stahlbetonbauteile im Bestand in Abhängigkeit von der Versagensart und der Streuung des Betons v_x

Resultierende Sensitivitätsfaktoren α_R und α_E für Stahlbetonbauteile im Bestand								
Variationskoeffizient Beton	$v_x = 15\%$				$v_x = 40\%$			
Lastverhältnis $\eta = G_k / (G_k + Q_k)$	$\eta = 0,7$		$\eta = 0,5$		$\eta = 0,7$		$\eta = 0,5$	
Res. Sensitivitätsfaktoren	α_R	α_E	α_R	α_E	α_R	α_E	α_R	α_E
zentrischer Druck N_{Rd}	0,62 ¹⁾	-0,80 ¹⁾	0,51 ¹⁾	-0,86 ¹⁾	0,90 ¹⁾	-0,40 ¹⁾	0,86 ¹⁾	-0,52 ¹⁾
	0,47 ²⁾	-0,89 ²⁾	0,39 ²⁾	-0,92 ²⁾	0,60 ²⁾	-0,80 ²⁾	0,53 ²⁾	-0,84 ²⁾
Biegezugversagen M_{Rd}	0,59	-0,81	0,50	-0,88	0,59	-0,81	0,50	-0,88
Querkraft $V_{Rd,ct}$	0,74	-0,64	0,70	-0,73	0,81	-0,60	0,73	0,69
Querkraft $V_{Rd,sy}$	0,63	-0,82	0,51	-0,88	0,63	-0,82	0,51	-0,88
Querkraft $V_{Rd,max}$	0,76	-0,65	0,69	-0,73	0,90	-0,41	0,89	-0,47
Durchstanzen $V_{Rd,ct}$	0,74	-0,64	0,70	-0,73	0,81	-0,60	0,73	0,69
Durchstanzen $V_{Rd,sy}$	0,70 ³⁾	-0,71 ³⁾	0,61 ³⁾	-0,79 ³⁾	0,75 ³⁾	-0,66 ³⁾	0,66 ³⁾	-0,74 ³⁾
	0,78 ⁴⁾	-0,64 ⁴⁾	0,64 ⁴⁾	-0,77 ⁴⁾	0,82 ⁴⁾	-0,58 ⁴⁾	0,69 ⁴⁾	-0,73 ⁴⁾
Durchstanzen $V_{Rd,max}$	0,74	-0,64	0,70	-0,73	0,81	-0,60	0,73	0,69
DIN 1055-100 Anhang B	0,80	-0,70	0,80	-0,70	0,80	-0,70	0,80	-0,70

Anmerkungen:
 1) schwach bewehrte Querschnitte $\rho_l = 0,01$
 2) stark bewehrte Querschnitte $\rho_l = 0,09$
 3) schwach querkraftbewehrte Querschnitte $\rho_w \leq 0,007$
 4) stark querkraftbewehrte Querschnitte $\rho_w > 0,007$

In den Tab. 8.34 und Tab. 8.35 wird ersichtlich, dass gerade für unterschiedliche Lastverhältnisse g_k / q_k sowie für verschiedene Streuungen des Betons große Unterschiede der resultierenden Wichtungsfaktoren auftreten.

Neue feste Wichtungsfaktoren haben einen Einfluss auf die Bestimmung der Teilsicherheitsbeiwerte gemäß Abschnitt 3.11.3. Für die Widerstandsseite liefern größere Wichtungsfaktoren α_R kleinere Bemessungswerte und somit einen höheren Teilsicherheitsbeiwert. Ein größerer Sensitivitätsfaktor α_E liefert einen größeren Bemessungswert der Einwirkung und daher ebenfalls einen größeren Teilsicherheitsbeiwert der Einwirkung. Liegen geringere resultierende Sensitivitäten vor, so errechnen sich niedrigere Teilsicherheitsbeiwerte.

Tab. 8.35: Resultierende Sensitivitätsfaktoren α_R und α_E unbewehrter Betonbauteile im Bestand in Abhängigkeit von der Streuung des Betons v_x

Resultierende Sensitivitätsfaktoren α_R und α_E für Betonbauteile im Bestand								
Variationskoeffizient Beton	$v_x = 15 \%$				$v_x = 40 \%$			
Lastverhältnis $\eta = G_k / (Q_k + G_k)$	$\eta = 0,7$		$\eta = 0,5$		$\eta = 0,7$		$\eta = 0,5$	
Res. Sensitivitätsfaktoren	α_R	α_E	α_R	α_E	α_R	α_E	α_R	α_E
zentrischer Druck N_{Rd}	0,67	-0,74	0,57	-0,82	0,95	-0,31	0,90	-0,45
Biegezugversagen M_{Rd}	0,70	-0,71	0,60	-0,80	0,93	-0,37	0,87	-0,50
Querkraft $V_{Rd,ct}$	0,78	-0,63	0,67	-0,74	0,90	-0,43	0,87	-0,50
DIN 1055-100 Anhang B	0,80	-0,70	0,80	-0,70	0,80	-0,70	0,80	-0,70

Auf eine Empfehlung für einen neuen resultierenden Wichtungsfaktor auf Einwirkungsseite wird zumindest für niedrige Materialstreuungen verzichtet, da im Rahmen dieser Arbeit nur die Teilsicherheitsbeiwerte auf der Widerstandsseite angepasst werden. Der in *DIN 1055-100 2001* angegebene Wert $\alpha_E = -0,7$ passt eigentlich sehr gut. Zu überlegen ist, ob nicht bei sehr großen Materialstreuungen eine Modifikation auf $\alpha_E = -0,75$ sinnvoll wäre.

Für den resultierenden Sensitivitätsfaktor auf Widerstandsseite wird für alle Lastverhältnisse ein $\alpha_R = +0,75$ bei geringen Materialstreuungen $v_x \leq 15 \%$ für bewehrte und unbewehrte Betonbauteilen vorgeschlagen. Liegen hingegen Materialstreuungen von 15 % bis zu 40 % vor, so wird für Stahlbetonbauteile eine Anhebung auf $\alpha_R = +0,85$ empfohlen. Dies gilt insbesondere dann, wenn ein niedrigeres Sicherheitsniveau als $\beta = 3,8$ bei Bestandsbauten angestrebt wird. Die nachfolgenden Gleichungen zeigen Teilsicherheitsbeiwerte für Beton unterschiedlicher Streuungen für den Sicherheitsindex $\beta = 3,2$:

$$\gamma_{c,mod} = \exp\left(\left(\alpha_R \cdot \beta - 1,645\right) \cdot v_x\right) = \exp\left(\left(0,75 \cdot 3,2 - 1,645\right) \cdot 0,15\right) = 1,12 \quad (8.10)$$

$$\gamma_{c,mod} = \exp\left(\left(\alpha_R \cdot \beta - 1,645\right) \cdot v_x\right) = \exp\left(\left(0,85 \cdot 3,2 - 1,645\right) \cdot 0,4\right) = 1,54 \quad (8.11)$$

Für unbewehrte Bauteile mit sehr großen Materialstreuungen bis $v_x = 40 \%$ sollte der resultierende Sensitivitätsfaktor auf Materialseite auf $\alpha_R = +0,95$ angehoben werden.

Exemplarisch wird der Teilsicherheitsbeiwert für Beton ($v_x = 0,40$) für den Sicherheitsindex $\beta = 3,8$ berechnet:

$$\gamma_{c,mod} = \exp\left(\left(\alpha_R \cdot \beta - 1,645\right) \cdot v_x\right) = \exp\left(\left(0,95 \cdot 3,8 - 1,645\right) \cdot 0,4\right) = 2,20 \quad (8.12)$$

$$\gamma_{c,mod} = \exp\left(\left(\alpha_R \cdot \beta - 1,645\right) \cdot v_x\right) = \exp\left(\left(0,95 \cdot 3,2 - 1,645\right) \cdot 0,4\right) = 1,75 \quad (8.13)$$

Die Ergebnisse der Gleichungen (8.10) bis (8.12) zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Sicherheitsbeiwerten, die aus den probabilistischen Parameterstudien in Abschnitt 8.2 hergeleitet wurden. Für unbewehrte Bauteile sollte keine Absenkung des Sicherheitsindex' auf $\beta = 3,2$ vorgenommen werden, da der Teilsicherheitsbeiwert gegenüber der probabilistischen Kalibrierung sonst zu gering ausfällt (vgl. Gleichungen (8.12) und (8.13)). Angemerkt sei, dass in den ausgewiesenen resultierenden Sensitivitätsfaktoren in Tab. 8.34 und Tab. 8.35 die Modellunsicherheiten der jeweiligen Versagensart bereits berücksichtigt sind.

8.9 Zusammenfassung

Die in Abschnitt 8.2.2 kalibrierten Teilsicherheitsbeiwerte auf der Basis von Bemessungswerten zeigen mithilfe der festen Wichtungsfaktoren von Einwirkung α_E und Widerstand α_R unabhängig von der Versagensart die Tendenz für die evtl. Größenordnung der probabilistisch zu bestimmenden Teilsicherheitsbeiwerte auf.

Die Durchführung der Parameterstudien gemäß der in Abschnitt 8.2.3 vorgestellten Vorgehensweise erfolgt für verschiedene Versagensarten wie z. B. Biegezugversagen, Querkraft, Durchstanzen sowie Spannungsversagen zentrisch gedrückter, nicht stabilitätsgefährdeter Bauteile. Die Parameterstudien erfolgen auf Basis der statistischen Kenngrößen der Basisvariablen in Tab. 6.6 für unterschiedliche Lastverhältnisse g_k / q_k und Lastkombinationen von ständigen Lasten und veränderlicher Einwirkung wie Nutz- und Schneelast. Zur Festlegung der Teilsicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s auf Materialseite für bewehrte und unbewehrte Betonbauteile muss die Zuverlässigkeit hinsichtlich der jeweiligen Versagensart für verschiedene Materialstreuungen untersucht werden.

Auf Basis umfangreicher Parameterstudien für verschiedene Beton- und Stahlstreuungen sowie den exemplarisch aufgezeigten Ergebnissen in Abschnitt 8.2 wurden Teilsicherheitsbeiwerte für Bestandsbauten nach Materialstreuung, Versagensart, Lastverhältnis g_k / q_k , Bewehrungsgehalt und veränderlicher Lastart in Tab. 8.19 bis Tab. 8.32 von Abschnitt 8.5 ausgewiesen. Diese detailliert untergliederten Tabellen für mögliche Teilsicherheitsbeiwertkombinationen von γ_c' und γ_s' werden nun in diesem Abschnitt zusammengefasst.

Es wird nochmals ausdrücklich darauf hingewiesen, dass alle hier angegebenen Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' und γ_s' nur nach Durchführung einer qualifizierten Bestandsaufnahme, welche die in den probabilistischen Analysen unterstellten Randbedingungen bestätigen, angewendet werden dürfen.

Tab. 8.36 zeigt die Teilsicherheitsbeiwerte zur Nachweisführung für die verschiedenen Versagensarten von unbewehrten Bauteilen für alle Lastfallkombinationen sowie alle Lastverhältnisse $G_k / (G_k + Q_k) \geq 0,5$ in Abhängigkeit der am Bauwerk festgestellten Betonfestigkeitsstreuungen.

Tab. 8.36: Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' unbewehrter Betonbauteile in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_x (Nutz-, Wind-, Schneelast)

Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis unbewehrter Bauteile ohne Übertragungsfaktor γ_{TF}								
v_x	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
γ_c'	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	2,00	2,20
Randbedingungen für die in den Nachweis eingehenden Parameter: <ul style="list-style-type: none"> • Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$ • Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,03$ • für Betongüten bis C50/60 								

Beim Nachweis unbewehrter Bauteile sowie bei Nachweisen bewehrter Bauteile, bei denen die Betonzugfestigkeit direkt oder indirekt in das Nachweisformat eingeht, müssen auch deren Streuungen explizit berücksichtigt werden. In Tab. 4.4 werden

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

die aus DIN 1045-1 zurückgerechneten Variationskoeffizienten der Druck- und Zugfestigkeit miteinander verglichen.

Auf Basis dieser Auswertung wird nachfolgende vereinfachte Vorgehensweise zur Gewinnung des Variationskoeffizienten der Zugfestigkeit empfohlen: ab einer mittleren Betonzugfestigkeit von $f_{cm} = 25$ bis 35 N/mm^2 sollte eine Erhöhung um $\Delta v_x = 0,05$ und ab einer mittleren Druckfestigkeit von $f_{cm} \geq 35 \text{ N/mm}^2$ eine Anhebung des Variationskoeffizienten der Druckfestigkeit um $\Delta v_x = 0,10$ vorgenommen werden. Bei bewehrten Bauteilen gilt dies für den Querkraftnachweis $V_{Rd,ct}$ sowie für die Durchstanznachweise $V_{Rd,ct}$ und $V_{Rd,sy}$, da hier immer die Betonzugfestigkeit im Nachweisformat erscheint.

Tab. 8.37 zeigt mögliche Kombinationen der Materialsicherheitsbeiwerte von γ_c' und γ_s' zur Nachweisführung zentrisch belasteter, nicht stabilitätsgefährdeter Bauteile in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit.

Tab. 8.37: Teilsicherheitsbeiwerte γ_c für den Nachweis zentrisch belasteter nicht stabilitätsgefährdeter Druckglieder in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_x (Nutz-, Wind-, Schneelast; $g_k/q_k \geq 50 / 50$)

Teilsicherheitsbeiwerte für zentrisch gedrückte Querschnitte ohne Übertragungsfaktor γ_{TF}								
v_x	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
γ_c'	1,20	1,30	1,30	1,30	1,40	1,50	1,60	1,80
γ_s'	1,05	1,05	1,05	1,10	1,15	1,15	1,15	1,15

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe: $v_x \leq 0,05$
- für Betongütern bis C50/60
- $\rho_s \leq 0,090$

Schwach bewehrte Biegebauteile versagen in der Regel infolge Biegezugversagen. Diese Bestandsbauteile können mit den Sicherheitsbeiwerten in Tab. 8.38 differenziert nach Lastart und Lastverhältnis nachgewiesen werden.

Tab. 8.38: Teilsicherheitsbeiwerte für Biegezugversagen für Betonstreifen $v_x < 0,40$

Teilsicherheitsbeiwerte für Biegezugversagen ohne Übertragungsfaktor γ_{TF}						
Lastart	Nutzlast / Windlast			Schneelast		
Lastverhältnis g_k / q_k	70 / 30	60 / 40	50 / 50	70 / 30	60 / 40	50 / 50
γ_c'	1,00	1,00	1,10	1,10	1,20	1,50
γ_s'	1,05	1,05	1,05	1,10	1,15	1,15

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe und statische Nutzhöhe: $v_x \leq 0,03$
- für Betongütern bis C50/60
- $\rho_s \leq 0,030$

Der Nachweis des Betontraganteils $V_{Rd,ct}$ für Querkraftversagen bzw. $v_{Rd,ct}$ und $v_{Rd,max}$ für Durchstanzungen kann unabhängig vom vorhandenen Längsbewehrungsgrad sowie

von den Materialstreuungen der Baustoffe einheitlich mit $\gamma_c' = 1,00$ festgelegt werden, da hier eine ausreichende Zuverlässigkeit festgestellt wurde.

Der Zugstrebenachweis $V_{Rd,sy}$ von querkraftbeanspruchten Bauteilen kann mit den ermittelten Sicherheitsbeiwerten γ_s' gemäß Tab. 8.39 geführt werden. Hierbei ist allerdings eine Differenzierung hinsichtlich des Lastverhältnisses g_k / q_k sinnvoll.

Für den Nachweis der Druckstreben Tragfähigkeit $V_{Rd,max}$ ist die Materialstreuung des Betons von großer Bedeutung und daher erfolgt die Definition des Teilsicherheitsbeiwertes γ_c' in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit in Tab. 8.40.

Für den Durchstanznachweis $V_{Rd,sy}$ von stark schubbewehrten Bauteilen mit Querkraftbewehrungsgraden von $\rho_w = 0,007$ bis $\rho_w = 0,01$ können die Sicherheitsbeiwerte in Tab. 8.41 für alle untersuchten Lastfallkombinationen und veränderlichen Lastarten abdeckend angewendet werden. Da sich die Durchstanztragfähigkeit aus dem Beton- und Stahltraganteil zusammensetzt, muss für den Betontraganteil eine Differenzierung nach Längsbewehrungsgrad ρ_l und Betonstreuung v_x erfolgen.

Tab. 8.39: Teilsicherheitsbeiwerte γ_s' für Querkraftversagen $V_{Rd,sy}$ (Nutz-, Wind-, Schneelast)

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Querkraftnachweis der Zugstrebe $V_{Rd,sy}$			
Lastverhältnis g_k / q_k	70 / 30	60 / 40	50 / 50
γ_s'	1,10	1,15	1,20

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe und statische Nutzhöhe: $v_x \leq 0,03$

Tab. 8.40: Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für den Druckstrebenachweis $V_{Rd,max}$ bei querkraftbeanspruchten Bauteilen in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit v_x (Nutz-, Wind-, Schneelast)

Teilsicherheitsbeiwerte γ_c' für Querkraftversagen querkraftbewehrter Bauteile für den Druckstrebenachweis $V_{Rd,max}$			
Teilsicherheitsbeiwerte ohne Übertragungsfaktoren γ_{TF}			
Betonstreuung v_x	Lastverhältnis g_k / q_k		
	70 / 30	60 / 40	50 / 50
	γ_c'	γ_c'	γ_c'
0,05	1,10	1,10	1,20
0,10	1,10	1,20	1,20
0,15	1,20	1,20	1,30
0,20	1,30	1,30	1,40
0,25	1,40	1,40	1,50
0,30	1,50	1,60	1,60
0,35	1,70	1,80	1,80
0,40	1,90	1,90	1,90

Randbedingungen:

- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe und statische Nutzhöhe: $v_x \leq 0,03$
- gilt für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient von Stahl: $v_x \leq 0,06$

Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

Die hier in den Tab. 8.36 bis Tab. 8.41 abdeckend zusammengefassten Teilsicherheitsbeiwerte zum Nachweis von Bestandsbauten müssen zur Eingrenzung von Restrisiken und aufgrund evtl. begrenzter Stichprobenentnahme bei der Bestandsaufnahme mit einem Übertragungsfaktor γ_{TF} nach Abschnitt 8.6 versehen werden. Somit kann ein modifizierter Teilsicherheitsbeiwert für Beton $\gamma_{c,mod}$ nach Gleichung (8.7) zur semiprobabilistischen Nachweisführung verwendet werden. Für den Materialsicherheitsbeiwert des Betonstahls ergibt sich der für die Nachweisführung erforderliche Teilsicherheitsbeiwert zu $\gamma_{s,mod} = \gamma'_s$.

Tab. 8.41: Teilsicherheitsbeiwerte für den Durchstanznachweis $v_{Rd,sy}$, für querkraftbewehrte Bauteile in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrads ρ_l und Variationskoeffizienten der Betonzugfestigkeit v_x (Nutz-, Wind-, Schneelast)

Teilsicherheitsbeiwerte γ' für den Durchstanznachweis $v_{Rd,sy}$ querkraftbewehrter Bauteile mit einem Querkraftbewehrungsgrad von $0,007 \leq \rho_w \leq 0,01$					
Lastverhältnis	$G_k / (G_k + Q_k) \geq 0,5$				
ρ_l	0,004	0,006	0,008	0,010	$\geq 0,012$
Betonstreuung v_x	Teilsicherheitsfaktoren ohne Übertragungsfaktor für γ_{TF}				
	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s	γ'_c γ'_s
$\leq 0,15$	1,50	1,20	1,00	1,00	1,00
	1,15	1,15	1,10	1,05	1,05
0,20	1,40	1,20	1,00	1,00	1,00
	1,15	1,15	1,15	1,05	1,05
0,25	1,40	1,30	1,10	1,10	1,00
	1,15	1,15	1,15	1,05	1,05
0,30	1,50	1,30	1,10	1,10	1,00
	1,15	1,15	1,15	1,05	1,05
0,35	1,60	1,40	1,10	1,10	1,00
	1,15	1,15	1,15	1,05	1,05
0,40	2,00	1,40	1,10	1,10	1,00
	1,15	1,15	1,15	1,05	1,05

Randbedingungen:

- für alle Betonstahlgüten mit Variationskoeffizient Stahl: $v_x \leq 0,06$
- Variationskoeffizient Bauteilbreite: $v_x \leq 0,05$
- Variationskoeffizient Bauteilhöhe und statische Nutzhöhe: $v_x \leq 0,05$
- für Betongüten bis C50/60

Angemerkt sei, dass in Abschnitt 8.3 die Zuschärfung der statistischen Kenngrößen der Einwirkungen mithilfe der Installation eines Monitoringsystems zur Bauwerksüberwachung aufskizziert wird. Weiter wird in Abschnitt 8.4 eine einfache Lösungsmöglichkeit zum Umgang mit variablen Restnutzungsdauern für Bestandsbauten aufgezeigt.

Weiter werden in Abschnitt 8.8 optimierte, resultierende Sensitivitätsfaktoren α_R und α_E zur Bestimmung von Teilsicherheitsbeiwerten mit dem Verfahren der Bemessungswerte nach Abschnitt 3.11.3 getrennt nach bewehrten und unbewehrten Betonbauteilen ausgewiesen. Die Werte der optimierten Sensitivitätsfaktoren resultieren aus den umfangreichen Parameterstudien zur Kalibrierung der modifizier-

ten Teilsicherheitsbeiwerte. Es konnte festgestellt werden, dass diese Sensitivitätsfaktoren neben dem Lastverhältnis $\eta = G_k / (G_k + Q_k)$ auch stark von der vorherrschenden Betonstreueung v_x sowie von der Versagensart abhängig sind. Die in *Anhang B* der *DIN 1055-100 2001* abdeckend angegebenen festen Wichtungsfaktoren $\alpha_R = +0,8$ und $\alpha_E = -0,7$ können nicht immer bestätigt werden. Liegen geringere resultierende Sensitivitätsfaktoren vor, so errechnen sich hierfür auch geringere Teilsicherheitsbeiwerte.

9 Resümee und Ausblick

Bauen im Bestand hat in den letzten Jahren stark an Bedeutung gewonnen und seit geraumer Zeit sogar das Neubaufvolumen überschritten. Die Gründe hierfür sind vielschichtig und gerade unter dem Aspekt der Nachhaltigkeit stellt Bauen im Bestand einen starken potenziellen Zukunftsmarkt dar.

Zielsetzung dieser Arbeit war die probabilistisch fundierte Festlegung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte zur semiprobabilistischen Nachweisführung von Stahlbetonbauteilen im Bestand gemäß *DIN 1045-1 2008*. Dabei bleiben die Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkungen gemäß *DIN 1055-100 2001* mit $\gamma_G = 1,35$ für ständige und $\gamma_Q = 1,50$ für veränderliche Lasten unverändert, da diese bauartübergreifend geregelt sind. Vielmehr wird eine Anpassung der Teilsicherheitsbeiwerte der Materialkennwerte angestrebt, da die Baustoffkennwerte im Rahmen einer Bestandsaufnahme am Tragwerk direkt ermittelt werden können. Im semiprobabilistischen Sicherheitskonzept der *DIN 1045-1* wird durch die Festlegung von Teilsicherheitsbeiwerten und charakteristischen Werten der Einwirkungen und der Materialkennwerte je nach Versagensart das angestrebte Zielzuverlässigkeitsniveau von $\beta = 3,8$ für Neubauten bei einer unterstellten Nutzungsdauer von 50 Jahren mehr oder weniger gut getroffen.

Die Motivation zur Bearbeitung des Themas bestand darin, dass aufgrund der zunehmenden Bautätigkeit im Bestand immer öfter Probleme bei der Nachweisführung mit aktuellen Normen auftreten, da die Nachweisführung in vielen Fällen bei strikter Anwendung z. B. bei Laststeigerungen nicht erfolgreich ist. Alle bisher in Deutschland gültigen Bemessungsnormen sind ganz überwiegend für Neubauten konzipiert und können für Bestandsbauten nicht direkt angewendet werden, da entweder die Materialkennwerte nicht bekannt sind, die Streuungen der Baumaterialien nicht den heute üblichen Streuungen entsprechen oder auch die bauliche Durchbildung nicht mit den heutigen Konstruktionsregeln vergleichbar ist. Abweichungen von Konstruktionsregeln werden im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt.

Die aktuellen Normen berücksichtigen die zum Zeitpunkt der Planung vorhandenen Unsicherheiten gemäß Abb. 2.1. Bei Bestandsbauten können die noch aus der Planungs- und Errichtungsphase vorhandenen Unsicherheiten zumindest eingeschränkt werden, da gewisse Einflussgrößen bestimmbar sind. In der Regel liegen keine oder kaum Informationen über die zu betrachtenden Bestandsbauten vor, da Unterlagen wie Schal- und Bewehrungspläne sowie Statische Berechnungen nicht auffindbar sind, wie eine Umfrage unter Tragwerksplanern von *Schnell, J.; Fischer, A. 2008* zeigt. Daher müssen im Rahmen einer qualifizierten Bestandsaufnahme Tragwerksinformationen gewonnen werden, um den Standsicherheitsnachweis relativ exakt führen zu können. Eine Bestandsaufnahme liefert beispielsweise Informationen über die vorhandene Bauteilgeometrie, die statischen Systeme, die lichten Spannweiten sowie Lage und Menge der Bewehrung. Weiter können die Materialkennwerte von Beton und Betonstahl durch Entnahme von Materialproben bestimmt werden und auch die ständigen Tragwerkslasten zugeschärft werden. Darüber hinaus erfolgt die Sichtung auf Schäden oder Alterungseinflüsse, auf die in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen wurde.

Der Nachweis von Bestandsbauten erfolgt in vielen Fällen mit ingenieurmäßigen Herangehensweisen wie z. B. Lastvergleichen. Da die ständigen Eigen- und Ausbaulasten relativ genau zu ermitteln sind und evtl. bisher ungenutzte Lastreserven in der Tragstruktur vorhanden sind, können Bauteile vereinzelt erfolgreich nach neuem Normenkonzept nachgewiesen werden. In vielen Fällen reichen diese Lastreserven nicht aus bzw. es sind keinerlei Reserven vorhanden. Dann wird oft eine Absenkung des Teilsicherheitsbeiwertes der ständigen Last mit dem Argument der genaueren Lasterfassung angestrebt, wie es z. B. in Richtlinien niedergeschrieben ist. Beispielhaft können hier die Belastungsrichtlinie *DAfStb 2000* oder die Richtlinie der Deutschen Bahn zur Bewertung von massiven Brückenkonstruktionen (*DB-Richtlinie 805 2002*) angeführt werden. Von einer Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte mit einer derartigen ingenieurmäßigen Denkweise muss allerdings eher abgeraten, da dies in vielen Fällen zu einer großen Absenkung der Bauteilzuverlässigkeit führen kann. Die Erklärung hierfür liegt hauptsächlich darin, dass Einwirkung und Widerstand in der Grenzzustandsgleichung für jede Versagensart miteinander verknüpft sind. Die in DIN 1055-100 niedergeschriebenen Teilsicherheitsbeiwerte wurden abdeckend für alle Bauarten und baustoffübergreifend sowie für übliche Materialstreuungen festgelegt. Sie geben einen gewissen Trend wieder, der anhand einzelner probabilistischer Analysen zu erkennen war und aus baupraktischer Sicht sinnvoll erscheint. Die Festsetzung des Sicherheitsbeiwertes der ständigen Last γ_G ist in der Tat eigentlich zu hoch ebenso wie es die Sicherheitsbeiwerte auf Materialseite für geringe Variationskoeffizienten sind. Demgegenüber steht allerdings je nach Art der veränderlichen Einwirkung ein zu geringer Teilsicherheitsbeiwert der veränderlichen Einwirkung. Durch die Verknüpfung von Einwirkungs- und Widerstandsseite gleicht der zu hohe ständige Lastbeiwert γ_G den zu niedrigen Sicherheitsbeiwert γ_Q nahezu aus. Dadurch wird das Dilemma des ingenieurmäßig begründeten Absenkens des Sicherheitsbeiwertes der ständigen Last deutlich. Eine Modifikation von Teilsicherheitsbeiwerten sollte daher nur von Fachleuten, mit umfangreichen Kenntnissen der Probabilistik durchgeführt werden.

Die Grundlagen der Zuverlässigkeitstheorie sowie die praktische Umsetzung dieser in das praxistaugliche semiprobabilistische Sicherheitskonzept wurden in Abschnitt 3 erläutert. Ebenso wurden Überlegungen hinsichtlich des für Bestandsbauten anzustrebenden Zielzuverlässigkeitsniveaus angestellt. Gemäß den Probabilistic Model Codes *JCSS 2000* sowie *JCSS 2001* wird für Bestandsbauten ein niedrigerer Zielwert des Zuverlässigkeitsindex β empfohlen, da die Kosten, einen Bestandsbau auf ein gewisses Sicherheitsniveau anzuheben, wesentlich größer sind was ökonomisch nicht sinnvoll ist gegenüber einem Projekt, das sich gerade erst in der Planungsphase befindet. Ein weiteres Argument ist, dass das Gebäude bisher über Jahre hinweg sämtlichen Einwirkungen standgehalten hat und daher evtl. Fehler aus der Planungs- und Errichtungsphase weitgehend ausgeschlossen werden können. Eine Größenordnung zur Absenkung des Zuverlässigkeitsniveaus wird in den Probabilistic Model Codes nicht genannt. Angaben hierzu finden sich allerdings in den Ausführungen von *Diamantidis, D. 2007*, der eine Abminderung um $\Delta\beta = 0,5$ bezogen auf den Zielzuverlässigkeitsindex $\beta = 4,7$ für den Bezugszeitraum von einem Jahr empfiehlt.

In den darauffolgenden Abschnitten wurden die Ergebnisse ausführlicher Literaturstudien zu den statistischen Kenngrößen der in die Versagensarten eingehenden Basisvariablen zusammengestellt. Die stochastische Modellierung der streuenden Basisvariablen auf Widerstandsseite erfolgte in Abschnitt 4. Die Basisvariablen der Einwirkungsseite wurden im Abschnitt 5 dieser Arbeit diskutiert. Zur Durchführung probabilistischer Analysen für die jeweilige Versagensart ist die sogenannte Grenzzustandsfunktion (s. Abschnitt 6) zu ermitteln, in der die streuenden Einflussgrößen von Einwirkungs- und Widerstandsseite miteinander verknüpft sind. Die Grenzzustandsgleichung soll das jeweilige Tragwerksversagen möglichst exakt beschreiben. Dazu können auch andere bzw. bessere Bemessungsmodelle als in DIN 1045-1 zugrunde gelegt, verwendet werden. Die Grenzzustandsfunktionen wurden in Abschnitt 6 für verschiedene, häufig behandelte Versagensmechanismen ausführlich hergeleitet.

Die probabilistischen Analysen haben gezeigt, dass eigentlich eine Differenzierung der Teilsicherheitsbeiwerte nach Versagensart, Lastverhältnis und Streuungen der Einflussgrößen erfolgen müsste, um das gewünschte Sicherheitsniveau relativ exakt zu treffen. Eine große Rolle spielt das Einwirkungsverhältnis von ständiger zu veränderlicher Last, das für herkömmliche Hochbauten etwa bei $g_k / q_k = 70 / 30$ liegt. Generell ist festzustellen, dass hohe ständige Lastanteile $G_k / (G_k + Q_k) > 0,7$ relativ hohe Zuverlässigkeiten liefern. Treten allerdings hohe veränderliche, stark streuende Lastanteile wie z. B. eine Schneelast auf, so kann das in DIN 1055-100 geforderte Zielzuverlässigkeitsniveau auch unterschritten werden. Zuverlässigkeitstheoretische Untersuchungen der einzelnen Versagensarten mit heute üblichen Streuungen der Basisvariablen wurden in Abschnitt 6 vorgenommen. Weiter enthält Tab. 6.6 eine Zusammenstellung der statistischen Kenngrößen, die im Rahmen dieser Arbeit, falls nicht anders vermerkt, verwendet wurden.

In Tab. 6.6 wurden zwar die für Bestandsbauten typischen stochastischen Modelle der Basisvariablen zusammengestellt. Jedoch treten häufig auch andere Randbedingungen bzw. Streuungen an Bestandsbauten auf. Um deren Auswirkungen auf die Bauteilzuverlässigkeit einschätzen zu können, wurden in Abschnitt 7 verschiedene Randbedingungen untersucht. Grundsätzlich kann je nach Versagensart festgestellt werden, dass insbesondere die Materialfestigkeiten, die Bewehrungsgrade sowie die veränderlichen Einwirkungen sehr großen Einfluss auf die Zuverlässigkeit haben. Dies wird am besten anhand der Sensitivitätsfaktoren ersichtlich, die die Wichtung der Basisvariablen in der Grenzzustandsgleichung wiedergeben. Weiter erfolgt eine kritische Bewertung der Bauteilzuverlässigkeit bei Verwendung der Teilsicherheitsbeiwerte gemäß Belastungsrichtlinie *DAfStb 2000*. Auf die teilweise kritische Absenkung des Sicherheitsbeiwertes der ständigen Lasten von $\gamma_G = 1,35$ auf 1,15 wurde eingegangen. Problematisch wirkt sich dies gerade bei hohen veränderlichen Lastanteilen sowie großen Materialstreuungen aus, die im Bestand häufig anzutreffen sind.

Die am Bauwerk gewonnenen Informationen über die Basisvariablen der Widerstandsseite sowie der wirkenden ständigen Lasten können sich auch durchaus positiv auf die Bewertung der Tragwerkszuverlässigkeit auswirken, da bei einer sorgfältigen Beton- und Betonstahlherstellung und gewissenhafter Bauausführung

geringere Variationskoeffizienten aller streuenden Größen und evtl. höhere Mittelwerte der Materialkennwerte anzutreffen sind.

Andererseits können aufgrund einer mangelhaften Verarbeitung auch größere Materialstreuungen insbesondere bei Baustellenbetonen resultieren. In diesen Fällen ist es wichtig zu wissen, ob bei strikter Anwendung der DIN 1045-1 kein Sicherheitsdefizit vorhanden ist.

Zur exakten Ermittlung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für Bestandsbauten war eine Vielzahl von probabilistischen Analysen erforderlich. Um eine Größenordnung zur Festsetzung der modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte für Materialkennwerte und Einwirkungen in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten zu erhalten, wurden diese näherungsweise anhand des im Anhang B der DIN 1055-100 aufgezeigten Verfahrens der Bemessungswerte kalibriert. Hierbei war die signifikante Auswirkung der Streuungen für die einzelnen Teilsicherheitsbeiwerte ersichtlich, die in Tab. 8.1 ausgewiesen wurden.

Dadurch, dass im Rahmen dieser Arbeit nur die Teilsicherheitsbeiwerte der Widerstandsseite verändert werden, mussten die verschiedenen Randbedingungen der Einwirkungsseite in den Materialsicherheitsbeiwerten γ_c und γ_s mitberücksichtigt werden. Dies ist aber keineswegs weiter problematisch, da die Verknüpfung von Einwirkung und Widerstand durch die Grenzzustandsgleichung erfolgt und somit evtl. vorhandene Defizite oder Konservativitäten der Einwirkungsseite durch die Widerstandsseite jeweils mit ausgeglichen werden können. Die Parameterstudien wurden separat für jede betrachtete Versagensart durchgeführt. Es wurden die Versagensarten zentrischer Druck, Biegezugversagen, Querkraftversagen sowie Durchstanzen für bewehrte und unbewehrte Bauteile behandelt. Dazu wurden verschiedene Materialstreuungen des Betons und des Betonstahls, diverse Längs- und Querkraftbewehrungsgrade, Lastverhältnisse g_k / q_k mit den veränderlichen Lastarten wie Nutzlasten, Wind- und Schneelasten untersucht. Die Ergebnisse dieser probabilistischen Analysen sind für die jeweilige Versagensart in ausgewählten Diagrammen in Abschnitt 8 zusammengestellt. Die Diagramme zeigen die Verläufe des Sicherheitsindex β für unterschiedliche Kombinationen der Teilsicherheitsbeiwerte γ_c und γ_s aufgetragen über die Materialstreuungen von Beton bzw. Betonstahl in Abhängigkeit des vorhandenen Längs- oder Querkraftbewehrungsgrades. Weiter wurde hierbei eine Differenzierung hinsichtlich des Lastverhältnisses sowie der Art der veränderlichen Einwirkung vorgenommen. Die Variationskoeffizienten v_x der Materialien ermitteln sich aus den Stichproben, die im Zuge der Bestandsaufnahme gewonnen wurden. Die Bestimmung der charakteristischen Festigkeitswerte erfolgt mithilfe des Mittelwertes m_x sowie der Standardabweichung σ_x der Stichprobe.

Die ausgewiesenen Zuverlässigkeitskurven bei Nutzlastbeanspruchung können ohne Weiteres auch für die Wirkung der weniger streuenden Windlast abdeckend verwendet werden. Hingegen werden für die stärker streuende Schneelast separate Diagramme ausgewiesen.

Anhand der angefertigten Zuverlässigkeitskurven konnten Materialteilsicherheitsbeiwerte tabellarisch ausgewiesen werden. Dabei sei angemerkt, dass der Material-sicherheitsbeiwert des Betonstahls maximal auf $\gamma_{s,mod} = 1,05$ abgesenkt wurde, um

verbleibende Restrisiken infolge geringer Probenanzahl auszuschließen, da eine umfassende Bewehrungsprobenentnahme das Bauwerk unnötig stark schädigt. Der Teilsicherheitsbeiwert für Beton wurde hingegen bis auf $\gamma_c' = 1,00$ abgesenkt. Dieser ist jedoch noch mit einem sogenannten Übertragungsfaktor $\gamma_{TF,c}$ in Abhängigkeit der Betonstreuung zu multiplizieren, um evtl. Restunsicherheiten infolge der Bohrkernentnahme zu kompensieren. Der modifizierte Teilsicherheitsbeiwert für Beton folgt somit aus dem Produkt $\gamma_c' \cdot \gamma_{TF,c} = \gamma_{c,mod}$. Angemerkt sei, dass je nach vorherrschender Randbedingung, wie z. B. bei hohen veränderlichen Lastanteilen oder großen Materialstreuungen, auch größere Teilsicherheitsbeiwerte als in DIN 1045-1 ausgewiesen, resultieren können.

Bei allen durchgeführten Parameterstudien wurde stets auch immer die Verteilung der Sensitivitätsfaktoren α_i dokumentiert, um die Auswirkungen der einzelnen Basisvariablen bei unterschiedlichen Randbedingungen hinsichtlich der Zuverlässigkeit bewerten zu können. Dies wurde zur Festlegung neuer, fester Wichtungsfaktoren α_R und α_E für Bestandsbauten genutzt.

Abschließend kann festgestellt werden, dass bei genauer Erfassung der stochastischen Modelle prozentuale Laststeigerungen im günstigsten Fall je nach Versagensart von bis zu 50 % erzielt werden können. Dies gilt insbesondere für die Querkrafttragfähigkeit nicht querkraftbewehrter Bauteile. Auch bei biegebeanspruchten Bauteilen, bei denen Biegezugversagen maßgebend wird, sind zumindest für hohe Bewehrungsgrade Tragfähigkeitssteigerungen bis zu 30 % bei Einhaltung des Zielzuverlässigkeitsniveaus möglich.

Die im Rahmen dieser Arbeit ausgewiesenen modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte ermöglichen eine optimale wirtschaftliche Bemessung von Bestandsbauten aus Stahlbeton unter Einhaltung eines für alle Versagensarten einheitlichen Zuverlässigkeitsniveaus. Mithilfe der Informationen aus einer vorangestellten Bestandsaufnahme kann der Tragsicherheitsnachweis zielsicher geführt werden. Eine probabilistisch fundierte Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten sollte für alle zukünftigen Bauwerksnormen aus ökonomischer Sicht angestrebt werden. Weiter sollte eine Differenzierung der erforderlichen Zielzuverlässigkeit der einzelnen Bauwerke hinsichtlich Schadensfolgeklassen gemäß *DIN EN 1990 2002* erfolgen. Weiterer Forschungsbedarf wird in der Möglichkeit gesehen, verschiedene Alterungseffekte, Restnutzungsdauern sowie Überwachungsmaßnahmen in den Nachweisformaten der semiprobabilistischen Bauwerksbemessung zu berücksichtigen.

Literaturverzeichnis

ARGEBAU 2006: Konferenz für Städtebau, Bau- und Wohnungswesen zuständigen Minister und Senatoren der Länder (ARGEBAU): Hinweise für die Überprüfung der Standsicherheit von baulichen Anlagen durch den Eigentümer / Verfügungsberechtigten: Fassung September 2006. In: DIBt Mitteilungen 6/2006. Berlin, Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, 2006.

ARGEBAU 2008: Fachkommission Bautechnik der Bauministerkonferenz: Hinweise und Beispiele zum Vorgehen beim Nachweis der Standsicherheit beim Bauen im Bestand, Stand 07. 04. 2008, Berlin, 2008.

Benjamin, J. R. & Cornell, C. A. 1970: Probability Statics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill Book Company, New York, 1970.

Ferry Borges, J. & Castanheta, M. 1971: Structural Safety, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1971.

Braml, Fischer, Keuser, Schnell 2009: Braml, T., Fischer, A., Keuser, M., Schnell, J.: Beurteilung der Zuverlässigkeit von Bestandstragwerken hinsichtlich einer Querkraftbeanspruchung, Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 12, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2009.

Brehm, E. et al. 2008: Brehm, E., Schmidt, H.; Graubner, C.-A.: Model Uncertainties for Shear Capacity Prediction of Reinforced Concrete Members, 6.th. International Probabilistic Workshop, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, November 2008.

Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A. 1989: Taschenbuch der Mathematik, Leipzig, BSB Teubner, 1989.

Bonin, L. 1994: Kleine Stichprobenumfänge. Materialprüfung 36 (1994) H. 11-12, Seite 482 bis 485. Hanser Verlag, München, 1994.

Chalk & Corotis 1980: Chalk, P. L. & Corotis, R. B.: Probability Model for Design Live Loads, Journal of the Structural Division, Vol.106, No. ST10, October 1980.

CEB 1976: First-Order Reliability Concepts for Design Codes, CEB-Bulletin d'Information, No.112, 1976.

CIB W81 1989 a: Actions on Structures, Self-weight loads, Report No. 115, Rotterdam, June 1989.

CIB W81 1989 b: Actions on Structures, Live Load in Buildings, Report No. 116, Rotterdam, June 1989.

CIB W81 1991: Actions on Structures, Snow Loads, Report No. 141, Rotterdam, September 1991.

CIB W81 1996: Actions on Structures, General Principles, Report No. 201, Rotterdam, November 1996.

Cornell, C. A. 1969: A Probability Based Structural Code, ACI Journal, Vol.66, No. 12, 1969.

DAfStb 2000: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Richtlinie Belastungsversuche an Massivbauwerken; Beuth-Verlag, Ausgabe 09/2000.

DAfStb Heft 206 1969: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 206: Statistische Analyse der Betonfestigkeit – Bericht von Rüschi, H., Sell, R. und Rackwitz, R., Verlag Ernst & Sohn, Berlin, Ausgabe 1969.

DAfStb Heft 425 1992: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 425: Bemessungshilfsmittel zu Eurocode 2 Teil 1, Beuth-Verlag, Berlin, Ausgabe 1992.

DAfStb Heft 467 1996: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 467: Verstärken von Betonbauteilen - Sachstandsbericht, Beuth-Verlag, Berlin, Ausgabe 1996.

DAfStb Heft 525 2003: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Heft 525: Erläuterungen zur DIN 1045-1, Beuth-Verlag, Berlin, Ausgabe 09/2003.

DAfStb Heft 526 2003: Erläuterungen zu den Normen DIN EN 206-1, DIN 1045-2, DIN 1045-3, DIN 1045-4 und DIN 4226.Hrsg. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2003.

Dartsch, B. 1990: Bauen heute in alter Substanz. Aktuelle Hinweise und historische Baubestimmungen. Verlag R. Müller, Köln, 1990.

Daus, S. 2007: Zuverlässigkeit des Klebeverbundes von nachträglich verstärkten Betonbauteilen – Sicherheitskonzept für den Verbundnachweis von oberflächlich geklebter Bewehrung, Dissertation, Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt, 2007.

Davenport, A. G. 1961: The application of statistical concepts to the wind loading of structures, Proceedings of the Institution of Civil Engineers; Heft 19, Seite 449 – 472, 1961.

DBV Heft 17 2009: Deutscher Beton und Bautechnik-Verein E.V.: Heft 17: Häufige Fehlerquellen beim Bauen im Bestand; Autoren: Jürgen Schnell, Alexander Fischer, Hrsg. Deutscher Beton und Bautechnik-Verein E.V., Eigenverlag, Berlin, 2009.

DBV Merkblatt 2008: Bauen im Bestand – Beton und Betonstahl; Deutscher Beton und Bautechnik-Verein E.V., Berlin, Januar 2008.

DIBT-Anpassungsrichtlinie 1996: Anpassungsrichtlinie Stahlbau; Mitteilungen Deutsches Institut für Bautechnik: Sonderheft 11/1, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1996.

Diamantidis, D. 2007: Diamantidis, D., Holicky, M.: Assessment of existing structures – On the applicability of the JCSS recommendations in Aspects of Structural Reliability– Faber, Vrouwenvelder, Zilch (Hrsg.), Herbert Utz Verlag München, 2007.

Faber, M. H. 2005: Risk and Safety in Civil Engineering, Swiss Federal Institute of Technology, ETHZ, Zürich, 2005.

Fingerloos, F., Schnell, J. 2008: Standsicherheit und Brandschutz von Bestandsbauwerken - besondere Herausforderungen für die Planung, Beton- und Stahlbetonbau 103, Heft 11, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2008.

Fingerloos, F., Schnell, J. 2009: Tragwerksplanung im Bestand, Betonkalender 2009, Seite 1-51, Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin 2009.

Fischer, A.; Schnell, J. 2008 a: Determination of Partial Safety Factors for Existing Structures. 6th International Probabilistic Workshop, November 2008, Darmstadt, Germany.

Fischer, A.; Schnell, J. 2008: Häufige Fehler beim Bauen im Bestand – Ergebnisse einer Expertenbefragung, 52. Betontage, 12.-14. Februar 2008, Neu-Ulm, Tagungsband.

Fischer, J. 1997: Versagensmodell für schubslanke Balken. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 480. Berlin, Köln: Beuth, 1997.

Fischer, L. 1995: Bestimmung des 5%-Quantils im Zuge der Bauwerksprüfung – Bezugnahme auf DIN-Normen und Eurocodes. Bautechnik 72 (1995), H. 11, S. 712-722.

Fischer, L. 2001: Das neue Sicherheitskonzept im Bauwesen – Ein Leitfaden für Bauingenieure, Architekten und Studenten. Bautechnik Spezial. Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH, Berlin, 2001.

Fischer, L. 2003: Charakteristische Werte – ihre Bedeutung und Berechnung – Diskussion einiger aktueller Sachverhalte zur neuen Normengeneration. Bauingenieur 78 (2003), S. 179-186.

Fischer, Schnell, Braml, Keuser 2009: Braml, T., Fischer, A., Keuser, M., Schnell, J.: Reliability analysis of reinforced structural elements in existing structures subjected to shear force. 7th International Probabilistic Workshop, November 2009, Delft, The Netherlands.

Glowienka, S. 2007: Zuverlässigkeit von Mauerwerkswänden aus großformatigen Steinen, Dissertation, Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt, 2007.

Graubner, C.-A.; Glowienka, S. 2005: Zuverlässigkeitsanalysen von Stahlbetondruckgliedern unter besonderer Berücksichtigung des Teilsicherheitsbeiwertes γ_G auf der Einwirkungsseite, Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben V 425 des DAfStb, Berlin, 2005.

Grimm, R. 1997: Einfluss bruchmechanischer Kenngrößen auf das Biege- und Schubtragverhalten hochfester Betone; Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 477. Berlin, Köln: Beuth, 1997.

Grusibau 1981: Grundlagen zur Feststellung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. NABau, Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag GmbH, Berlin/Köln, 1981.

Grünberg, J. 2004: Grundlagen der Tragwerksplanung – Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln für den konstruktiven Ingenieurbau. Erläuterungen zu DIN 1055-100. Praxis Bauwesen, Beuth Verlag 2004.

Hansen, M. 2004: Zur Auswirkung von Überwachungsmaßnahmen auf die Zuverlässigkeit von Betonbauteilen. Dissertation, Universität Hannover, 2004.

Hasofer, A. M.; Lind, N. C. 1974: An Exact and Invariant First Order Reliability Format, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 100, No. EM1, 1974.

Hausmann, G. 2007: Verformungsvorhersage vorgespannter Flachdecken unter Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften. Dissertation, Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt, 2007.

Heunisch, M. 1972: Zur statistischen Sicherheitstheorie im Stahlbetonbau, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 16, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1972.

Hosser, D. 1978: Tragfähigkeit und Zuverlässigkeit von Stahlbetondruckgliedern: Vereinfachte Nachweise bei beliebigen Einwirkungen und Randbedingungen, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 28, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1978.

IPP 2007: Ingenieursozietät IPP – Prof. Peil & Partner: <http://www.ippbs.de/bauwerks.html>.

JCSS 2000: Probabilistic Model Code, Joint Committee on Structural Safety, www.jcss.ethz.ch, 2000.

JCSS 2001: Probabilistic Assessment of Existing Structures, RILEM Publications, S.A.R.L., 2001.

Kautsch, R. 2010: Beitrag zur Nachweisführung von querkraftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten unter kombinierter Biege- und Schubbeanspruchung auf Grundlage der Erweiterten Technischen Biegelehre, Dissertation Technische Universität Kaiserslautern, Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion, Kaiserslautern 2010.

Kollegger, J., Mehlhorn, G. 1990: Experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons bei einer Querkzugbeanspruchung. DAfStb Heft 413, Beuth Verlag, Berlin 1990.

König, G.; Hosser, D. 1982: Baupraktische Beispiele und Hinweise zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen nach Empfehlung des NABau, Bauingenieur 57, Springer Verlag Berlin, 1982.

König et al. 1985: König, G.; Hosser, D.; Wittke, B.: Basic Note on Model Uncertainties. in CEB 170-85, 1985.

König, G. et al. 1998: König, G.; Soukhov, D.; Jungwirth, D.: Sichere Betonproduktion für Stahlbetontragwerke – Schlussbericht – DBV-Nr. 199. Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart, 1998.

Kordina, K. 1967: Sicherheitsfragen im Bauwesen, Vortrag auf dem Betonseminar in Hannover, März 1967.

Lewandowski, R. 1971: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten anhand von Gütewürfeln und Betonbohrproben, 1971.

Madsen et al. 1986: Madsen, H. O., Krenk, S., Lind, N. C.: Methods of structural safety, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1986.

Manleitner, S. et. al. 2001: Manleitner, S., Opitz, H., Steffens, K.: Belastungsversuche an Betonbauwerken, Beton- und Stahlbetonbau 96, Heft 7, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2002.

Marten, K. 1975: Zur Festlegung wirklichkeitsnaher Nutzlasten und Lastabminderungsfaktoren, Dissertation, TH Darmstadt, 1975.

Maaß, G.; Rackwitz, R. 1980: Maßabweichungen bei Bauwerken in Ortbeton, Beton- und Stahlbetonbau 75, Seite 9 - 13, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1980.

Melchers, R. E. 1999: Structural reliability and prediction, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 1999.

Plate, E. J. 1993: Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure. Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin, 1993.

Pottharst, R. 1977: Zur Wahl eines einheitlichen Sicherheitskonzeptes für den konstruktiven Ingenieurbau, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 22, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1977.

Quast, U. 2003: Kritische Anmerkungen zu Belastungsversuchen. In: Der Prüflingenieur Oktober 2003, Seite 38 – 46; Hrsg. Bundesvereinigung der Prüflingenieure für Bautechnik e.V., Hamburg, 2003.

Rackwitz, R. & Fiessler, B. 1978: Structural Reliability under combined random load sequences, Computer and Structures, Vol. 9; 1978.

Rackwitz, R. 1981: Zur Statistik von Eignungs- und Zulassungsversuchen für Bauteile. In: Bauingenieur 56, Springer-Verlag, Berlin, 1981.

Rackwitz, R. 1982: Predictive distribution of strength under control, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke (SFB 96), Heft 66, TU München, München, 1982.

Rackwitz, R. 1996: Einwirkungen auf Bauwerke. In: Mehlhorn, G. (Hrsg.): Der Ingenieurbau: Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1996.

Rackwitz, R. 2000: The Basis of Code Making and Reliability Verification, Structural Safety, Vol. 22, No. 1, 2000.

Rackwitz, R. 2001: A new Approach for Setting Target Reliabilities, Proc. IABSE Conference, Malta, 2001.

Rackwitz, R. 2002: Zuverlässigkeit von Tragwerken. In: Zilch, K. (Hrsg.): Handbuch für Bauingenieure, Berlin, Springer-Verlag 2001.

Rackwitz, R. 2004: Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau, TU München, München, 2004.

RCP 2004: STRUREL, A Structural Reliability Analysis Program-System, Modul: COMREL, RCP GmbH. München, 2004.

Rackwitz, R. & Streicher, H. 2002: Optimization on target reliabilities, JCSS workshop on reliability based code calibration, Zürich, 2002.

Reineck, K.-H. 1999: Querkraftbemessung von Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung in DIN 1045-1 – Erläuterungen und Vergleiche mit Versuchen; Teilbericht zum Abschlussbericht für das DIBT-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98: Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfesten und hochfesten Beton nach DIN 1045-1; Institut für Konstruktion und Entwurf II; Universität Stuttgart; Dezember 1999.

Reineck, K.-H. 2001: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung. In: Bauingenieur 76, Nr. 4., S. 168-179. 2001.

Reineck, K.-H. 2006: Überprüfung des Mindestwertes der Querkrafttragfähigkeit in EN 1992-1-1 – Projekt A3; DIBT-Forschungsvorhaben ZP 52-5-7.270-1218/05: Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren; Universität Stuttgart; Dezember 2006.

Rosenblueth, E. & Mendoza, E. 1971: Reliability Optimization in Isostatic Structures, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 97, No. EM6, 1971.

Rußwurm, D. 1988: Teilsicherheitsbeiwerte für Werkstoffwiderstände, Betonwerk + Fertigertechnik, Heft 10, Seite 30 - 36, 1988.

Scheuermann, G. 2002: Beitrag zur Kombination klimatischer Lasten; Schriftenreihe Stahlbau – RWTH Aachen, Shaker Verlag, 2002.

Schneider, J. 1994: Schneider, Jörg: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen, Verlag der Fachvereine Zürich, Zürich 1994.

Schneider, J. 1996: Schneider, Jörg: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen, 2. überarbeitete Ausgabe, Verlag der Fachvereine Zürich, Zürich 1996.

Schnell, J.; Fischer, A. 2008: Strukturierte Erfassung häufigster Fehler beim Bauen im Bestand, Schlussbericht zum Forschungsvorhaben DBV 270, Kaiserslautern, November 2008.

Schnell, J.; Fischer, A.; Loch, M. 2008: Anwendung von Teilsicherheitsbeiwerten auf Bestandsbauten im Hochbau, Schlussbericht zum BBR-Forschungsauftrag, Kaiserslautern, Mai 2008.

Schobbe, W. 1982: Konzept zur Definition und Kombination von Lasten im Rahmen der deutschen Sicherheitsrichtlinie, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 31, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1982.

- Scholz, H. 1995:** Ein Querkraftmodell für Bauteile ohne Schubbewehrung im Bruchzustand aus normalfestem und hochfestem Beton, Technische Universität Berlin, 1995.
- Six, M. 2001:** Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Stahlbetonbau, Dissertation, Institut für Massivbau, TU Darmstadt, 2001.
- Sørensen, J. D. 2002:** Calibration of Partial Safety Factors in Danish Structural Codes, JCSS Workshop on Reliability based Code Calibration, Zürich 2002.
- Spaethe, G. 1992:** Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, Springer Verlag, Wien 1992.
- Specht, M. 2003:** Betonsanierung am Berliner Olympiastadion, Vortragsveranstaltung 2003 am Berliner Olympiastadion Univ.-Prof. a.D. Dr.-Ing. Manfred Specht, WISSBAU Beratende Ingenieurgesellschaft mbH (WISSBAU) Berlin 2003.
- Statistisches Bundesamt 2004:** Mikrozensus - Zusatzerhebung 2002, Bestand und Struktur der Wohneinheiten, Wohnsituation der Haushalte. Hrsg. Statistisches Bundesamt, Wiesbaden, 2004.
- Stewart & Melchers 1997:** Probabilistic Risk Assessment of Engineering Systems, Chapman & Hall, London, 1997.
- Struck, W. 1979:** Zur Berechnung von einseitigen, unteren Grenzwerten bei der statistischen Auswertung von Messergebnissen unter Berücksichtigung von Vorinformationen mittels der Bayes'schen Methode, Die Bautechnik 55 (1979), S.49 – 53.
- Trezos, C. G. 1995:** Characteristic concrete strength of existing structures. Document of Joint Committee on Structural Safety (JCSS), 1995.
- Tue, N. V. 2007:** Statistische Auswertung der Betonqualität - Folgerungen für die Bauwerkssicherheit. Kongressunterlagen der 51. BetonTage, Neu-Ulm, 2007.
- Turkstra, C. J. 1970:** Theory of Structural Design Decisions, Study No. 2, Ontario, Canada; Solid Mechanics Division, University of Waterloo.
- Vrouwenvelder, T. 2002:** Reliability Based Code calibration: The use of the JCSS Probabilistic Model Code, Workshop on Code Calibration, Zurich, March 21/22 2002.
- Vrouwenvelder, A. C. W. M.; Siemes, A. J. M. 1987:** Probabilistic calibration procedure for the derivation of partial safety factors for the Netherlands building codes, Heron Vol.32, No. 4, 1987.
- Vrouwenvelder, T. 1996:** JCSS Working Dokument on Eurocode random variable models. Incomplete second draft, TNO, Delft, 1996.
- Walz, K. 1976:** Festigkeitsentwicklung von Beton bis zum Alter von 30 und 50 Jahren, Band 3/76. Düsseldorf, Beton Verlag GmbH, 1976.
- Zink, M. 2000:** Zum Biegeschubversagen schlanker Bauteile aus Hochleistungsbeton mit und ohne Vorspannung; aus der Reihe „Forschung für die Praxis“ am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Leipzig; Stuttgart, Leipzig: B. G. Teubner Verlag, 2000.

Technische Regelwerke

DB-Richtlinie 805 2002: Tragsicherheit bestehender Brückenbauwerke. Deutsche Bahn, gültig ab 01. 09. 2002.

DIN 1045 1988: Beton und Stahlbeton: Bemessung und Ausführung, Deutsches Institut für Normung e. V., Beuth Verlag Berlin, Fassung Juli 1988.

DIN 1045-1 2008: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Deutsches Institut für Normung e. V. August 2008.

DIN 1045-2 2008: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 2: Beton; Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Anwendungsregeln zu DIN EN 206-1, Fassung August 2008.

DIN 1045-3 2008: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 2: Beton; Festlegung, Bauausführung, Deutsches Institut für Normung e. V., August 2008.

DIN 488-1 1984: Betonstahl – Teil 1: Sorten, Eigenschaften, Kennzeichnung, Deutsches Institut für Normung e.V., Fassung September 1984.

DIN 488-2 1986: Betonstahl – Teil 2: Betonstahl – Betonstabstahl – Maße und Gewichte, Deutsches Institut für Normung e.V., Fassung Juni 1986.

DIN 1055-3 2006: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten; Deutsches Institut für Normung e. V., Fassung März 2006.

DIN 1055-4 2005: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 4: Windlasten; Deutsches Institut für Normung e. V., Fassung März 2005.

DIN 1055-5 2005: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 5: Schnee- und Eislasten; Deutsches Institut für Normung e. V., Fassung Juli 2005.

DIN 1055-100 2001: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln; Deutsches Institut für Normung e.V., Fassung März 2001.

DIN EN 206-1; 2001: Beton - Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Juli 2001.

DIN EN1990 2002: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung, Beuth Verlag, Berlin, Oktober 2002.

DIN EN 1992-1-1 2005: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004. Fassung Oktober 2005.

DIN EN 10080 2005: Stahl für die Bewehrung von Beton – Schweißgeeigneter Betonstahl – Allgemeines, Deutsche Fassung, Beuth Verlag, Berlin, August 2005.

DIN EN 12504-1 2000: Prüfung von Beton in Bauwerken – Teil 1: Bohrkernproben – Herstellung, Untersuchung und Prüfung von Druck; Beuth Verlag, Berlin, September 2000.

DIN EN 13791 2008: Bewertung der Druckfestigkeit von Beton in Bauwerken oder in Bauwerksteilen; Deutsche Fassung EN 13791: 2007, Beuth Verlag, Berlin, Mai 2008.

DIN ISO 2394 1998: General principles on reliability for structures; ISO 1998.

ISO 12491 1997: Statistical methods for quality control of building materials and components; International Organization for Standardization (ISO), Genf, 1997.

ISO 13822 2003: Bases for design of structures – Assessment of existing structures; International Organization for Standardization (ISO), Genf, 2003.

Model Code 1990: CEB FIP model code 1990, Euro-International Committee for Concrete, Lausanne, 1990.

SIA 269 2007: Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein: SIA 269: Grundlagen der Erhaltung von Tragwerken; Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich Entwurf 03/2007.

SIA 462 1994: Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein: SIA 462: Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Bauwerke; Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich 1994.

SIA 469 1997: Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein: SIA 469: Erhaltung von Bauwerken; Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich 1997.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Alexander Fischer
Geburtsdatum: 16. 02. 1975
Geburtsort: Alzenau in Unterfranken
Familienstand: ledig
Staatsangehörigkeit: deutsch

Beruflicher Werdegang:

03/2002 - heute Tragwerksplanung bei der HOCHTIEF Construction AG –
HOCHTIEF Consult IKS Energy in Frankfurt am Main
02/2007 - 01/2010 Entsendung zur Promotion an die Technische Universität
Kaiserslautern, Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion zu
Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell

Hochschulausbildung

04/1998 – 01/2002 Technische Universität Darmstadt
Hauptstudium Bauingenieurwesen; Diplom
10/1996 - 03/1998 Technische Hochschule Darmstadt
Grundstudium Bauingenieurwesen, Vordiplom

Wehrdienst

07/1995 – 04/1996 Stabsdienstsoldat in der Panzerjägerkompanie 360 in
Kühlsheim/Baden-Württemberg

Schulbildung

09/1986 – 06/1995 Hanns-Seidel Gymnasium, Hösbach
Abitur