

# **Beitrag zur Bestimmung von charakteristischen Werkstofffestigkeiten in Bestandstragwerken aus Stahlbeton**

Vom Fachbereich  
Bauingenieurwesen  
der Technischen Universität Kaiserslautern  
zur Verleihung des akademischen Grades

**DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)**

genehmigte

**DISSERTATION**

von

**Dipl.-Ing. Markus Loch**

aus Kaiserslautern

Dekan:	Prof. Dr. Robert Jüpner
1. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell
2. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Breit
Tag der mündlichen Prüfung:	20.03.2014

Kaiserslautern 2014

(D 386)



## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion an der Technischen Universität Kaiserslautern bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell. Ihm danke ich sehr herzlich sowohl für die Betreuung und Begutachtung dieser Arbeit als auch für das stets entgegengebrachte Vertrauen bei der Übertragung von interessanten Aufgaben in der Lehre und Forschung.

Herzlich Danken möchte ich auch Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Breit für die Übernahme des Koreferates sowie die vielfältigen Anregungen und Hinweise.

Ebenso gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Kurz für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Außerdem möchte ich mich bei den Kolleginnen und Kollegen des Fachgebietes Massivbau und Baukonstruktion sowie den Mitarbeitern des Labors für konstruktiven Ingenieurbau für die kollegiale und freundschaftliche Zusammenarbeit bedanken.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. Christian Balzer, Herrn Dr. Robert Kautsch und Herrn Dipl.-Ing. Andreas Wilhelm für die Durchsicht dieser Arbeit.

Abschließend möchte ich mich besonders herzlich bei meiner Partnerin Karin Kopf, meiner Familie und meinen Freunden für ihre Geduld und Verständnis sowie die stetige Unterstützung bedanken. Sie haben einen wesentlichen Teil dazu beigetragen, diese Arbeit erfolgreich abzuschließen.

Kaiserslautern, den 23.03.2014

Markus Loch



Markus Loch

**Beitrag zur Bestimmung von charakteristischen  
Werkstofffestigkeiten in Bestandtragwerken aus  
Stahlbeton**



## **Inhalt**

<b>Inhalt</b>	<b>i</b>
<b>Bezeichnungen</b>	<b>v</b>
<b>Zusammenfassung</b>	<b>viii</b>
<b>Abstract</b>	<b>viii</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
<b>2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen</b>	<b>5</b>
2.1 Allgemeines	5
2.2 Statistische Grundlagen	6
2.2.1 Einführung	6
2.2.2 Erwartungswerte und statistische Momente	7
2.2.3 Stetige Verteilungsfunktionen	9
2.2.3.1 Gleichverteilung	9
2.2.3.2 Normalverteilung	10
2.2.3.3 Logarithmische Normalverteilung	12
2.3 Beton	15
2.3.1 Definition der charakteristischen Betondruckfestigkeit	15
2.3.2 Aktuelle Prüfbedingungen zur Ermittlung der Betondruckfestigkeit	16
2.3.3 Erscheinungsverlauf der Fassungen von Regelwerken bezüglich der Betondruckfestigkeit	17
2.3.4 Umrechnung von Betondruckfestigkeiten aus Vorgängernormen	20
2.3.4.1 Allgemeines	20
2.3.4.2 Prüfkörperformen	20
2.3.4.3 Lagerungsbedingungen der Prüfkörper	22
2.3.4.4 Prüfzeitpunkt	24
2.3.4.5 Belastungsgeschwindigkeit bei Betondruckprüfungen	24
2.3.5 Statistische Kenngrößen der Betondruckfestigkeit	25
2.3.5.1 Verteilungsfunktion der Betondruckfestigkeit	25
2.3.5.2 Standardabweichung und Variationskoeffizient der Betondruckfestigkeit	26
2.3.6 Charakteristische Druckfestigkeiten für nicht güteüberwachte Betone von 1916 bis 1972 (1980)	29
2.3.7 Güteüberwachte Betone von 1943 bis 1972 (1980)	31
2.3.7.1 Geforderte Güteüberwachung von 1943 bis 1972 (1980)	31

2.3.7.2 Einfluss der Güteüberwachung auf die charakteristische Druckfestigkeit	31
2.3.7.3 Charakteristische Druckfestigkeiten güteüberwachter Betone von 1943 bis 1972 (1980)	34
2.3.8 Charakteristische Druckfestigkeiten der Betonfestigkeitsklassen von 1972 bis 2001	36
2.3.9 Charakteristische Druckfestigkeiten der Betonfestigkeitsklassen von 1980 bis 1990 (DDR)	38
2.3.10 Anmerkungen zu den tabellierten Festigkeitswerten	39
2.3.11 Vergleich mit Festigkeitswerten anderer Literaturquellen und Regelwerke	39
2.3.11.1 Nachrechnungsrichtlinie für bestehende Straßenbrücken	39
2.3.11.2 Schnell u. Loch 2009 und Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e. V. 2008	40
2.3.11.3 DIBt-Zuordnungen	41
2.3.11.4 DB-Richtlinie 805	41
2.4 Betonstahl	43
2.4.1 Aktuelle Anforderungen an Betonstahl	43
2.4.2 Aktuelle Normenwerke für Betonstahl	44
2.4.3 Aktuelle Prüfbedingungen für Betonstabstahl	45
2.4.3.1 Allgemeines	45
2.4.3.2 Probenzustand und -maße	45
2.4.3.3 Obere Streckgrenze $R_{eH}$	45
2.4.3.4 Dehngrenze $R_{p0,2}$	47
2.4.3.5 Zugfestigkeit $R_m$	48
2.4.3.6 Gesamtdehnung bei Höchstkraft $A_{gt}$	48
2.4.3.7 Bruchdehnung $A$	48
2.4.4 Aktuelle Prüfbedingungen für Betonstahlmatten	49
2.4.5 Erscheinungsverlauf der Fassungen von Regelwerken bezüglich der mechanischen Eigenschaften von Betonstählen	49
2.4.6 Vergleich zwischen den Prüfbedingungen des früheren und des aktuellen Normenwerks	52
2.4.6.1 Allgemeines	52
2.4.6.2 Probenzustand und -maße	52
2.4.6.3 Prüfgeschwindigkeit	53
2.4.6.4 Ermittlung der Festigkeitseigenschaften	54
2.4.6.5 Gesamtdehnung unter Höchstkraft $A_{gt}$	55
2.4.7 Statistische Kennwerte von Betonstählen verschiedener Zeitperioden	58
2.4.7.1 Betonstähle vor 1972	58
2.4.7.2 Betonstähle ab 1972	65
2.4.8 Charakteristische Werkstoffkennwerte von Betonstählen	67

2.4.8.1	Hinweise und Erläuterungen zu den tabellierten Werkstoffkennwerten von Betonstählen	67
2.4.8.2	Vergleich mit Festigkeitswerten anderer Literaturquellen und Regelwerke	72
<b>3</b>	<b>Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen</b>	<b>73</b>
3.1	Allgemeines	73
3.2	Beschreibende Statistik	73
3.2.1	Grundgesamtheit	73
3.2.2	Stichprobenparameter	74
3.2.3	Relative Häufigkeitsverteilungen und empirische Verteilung einer Stichprobe	75
3.3	Inferenz	78
3.3.1	Allgemeines	78
3.3.2	Grafische Abschätzung einer analytischen Verteilungsfunktion anhand von Stichprobendaten	78
3.3.3	Punktschätzung der Gesamtheitsparameter	82
3.3.3.1	Allgemeines	82
3.3.3.2	Momentenmethode	82
3.3.3.3	Maximum Likelihood Methode	83
3.3.4	Schätzung der Parametergüte	85
3.3.4.1	Konfidenzzahlen und Konfidenzgrenzen von Parametern	85
3.3.4.2	Konfidenzintervalle für die Parameter normalverteilter Gesamtheiten	86
3.3.5	Anpassungstest	89
3.3.6	Konfidenzgrenzen von Quantilen	91
3.3.6.1	Allgemeines	91
3.3.6.2	Normalverteilte Gesamtheiten	91
3.3.6.3	Lognormalverteilte Gesamtheiten	95
3.4	Bayes Ansatz	99
3.4.1	Einführung	99
3.4.2	Posteriorverteilung der Normalverteilung	103
3.4.2.1	Allgemeines	103
3.4.2.2	Anwendung unter Berücksichtigung von diffusen Vorinformationen	103
3.4.2.3	Anwendung unter Berücksichtigung von Vorinformationen	104
3.4.3	Bestimmung von Quantilwerten mit dem Bayesverfahren	107
3.4.3.1	Normalverteilung mit unbekanntem Parametern ( $\mu, \sigma$ )	107
3.4.3.2	Normalverteilung mit bekannter Standardabweichung $\sigma$	109
3.4.3.3	Logarithmische Normalverteilung	110
3.5	Beton	111

3.5.1	Einleitung	111
3.5.2	Bestimmung der Betondruckfestigkeit nach DIN EN 13791	111
3.5.2.1	Allgemeines	111
3.5.2.2	Ermittlung der charakteristischen Betondruckfestigkeit	113
3.5.2.3	Formale Schwächen	114
3.5.2.4	Vergleich	116
3.5.3	Empfohlene Vorgehensweise zur Bestimmung der Festigkeit von Bauwerksbeton	122
3.5.3.1	Allgemeine Schritte	122
3.5.3.2	Festlegung von Untersuchungsbereichen	122
3.5.3.3	Entnahme und Prüfung der Bohrkern	123
3.5.3.4	Umrechnung in äquivalente Zylinderfestigkeiten	124
3.5.3.5	Statistische Auswertung der In-situ-Festigkeiten	124
3.5.3.6	Bestimmung der charakteristischen In-situ-Festigkeit	125
3.5.4	Verwendung von Vorinformationen zur Bestimmung von charakteristischen Betondruckfestigkeiten	125
3.5.4.1	Allgemeines	125
3.5.4.2	Updating von Würfeldruckfestigkeiten	126
3.5.5	Verwendung der charakteristischen In-situ-Betondruckfestigkeit zur Nachrechnung bestehender Tragwerke	128
3.5.5.1	Allgemeines	128
3.5.5.2	Möglichkeit I: mit üblichen Teilsicherheitsbeiwerten	128
3.5.5.3	Möglichkeit II: mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten	129
3.6	Betonstahl	130
3.6.1	Einleitung	130
3.6.2	Verifikation von Betonstählen	130
3.6.3	Empfohlene Vorgehensweise zur Bestimmung der mechanischen Kennwerte von Betonstahl	130
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>132</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>136</b>
	<b>Anhang zu Kapitel 3</b>	<b>148</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>151</b>

## Bezeichnungen

### Formelzeichen – große lateinische Buchstaben

- A Querschnittsfläche (z. B. Betonquerschnitt:  $A_c$ ); Dehnung von Probestäben aus Betonstahl (z. B. Gesamtdehnung bei Höchstkraft:  $A_{gt}$ )
- E Erwartungswert (z. B. Erwartungswert von  $X$ :  $E\{X\}$ )
- F Kraft (z. B. resultierende Druckkraft der Betondruckzone:  $F_c$ ); definierte Menge
- K Kurtosis, Maß für die Konzentration einer Verteilungsdichte um ihren Höchstwert
- N Normalkraft; Schlusszahl einer Programmschleife
- M Moment einer Stichprobe
- U Verteilungsfunktion der Gleichverteilung
- P Wahrscheinlichkeit (probability)

### Formelzeichen – kleine lateinische Buchstaben

- f Festigkeit (z. B. mittlere Betondruckfestigkeit:  $f_{cm}$ )
- n Stichprobenumfang
- m Moment einer Verteilungsdichte
- p Wahrscheinlichkeit
- v Variationskoeffizient der Stichprobe
- s Standardabweichung der Stichprobe

### Formelzeichen – große griechische Buchstaben

- $\Phi$  Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung; Bezeichnung für eine definierte Menge
- $\theta$  Verteilungsparameter als Zufallsvariable betrachtet

### Formelzeichen – kleine griechische Buchstaben

- $\alpha$  Irrtumswahrscheinlichkeit, Signifikanzzahl
- $\beta$  Sicherheitsindex; veraltet Betondruckfestigkeit (z. B. Betondruckfestigkeit eines Würfels mit 200 mm Kantenlänge:  $\beta_{w200}$ )
- $\gamma$  Teilsicherheitsbeiwert
- $\delta$  Nichtzentralitätsparameter
- $\varepsilon$  Dehnung
- $\theta$  Realisation eines Verteilungsparameters

## Bezeichnungen

---

$\mu$	Mittelwert der Grundgesamtheit
$v$	Freiheitsgrad
$\sigma$	Standardabweichung der Grundgesamtheit
$\varphi$	Dichte der Standardnormalverteilung

### **Indizes – arabische Zahlen**

5%	5%-Quantile (z. B. 5%-Quantile der Standardabweichung: $\sigma_{5\%}$ )
95%	95%-Quantile (z. B. 95%-Quantile der Standardabweichung: $\sigma_{95\%}$ )
150	Kantenlänge eines Betonwürfels (z. B. Druckfestigkeit eines Würfels mit 150 mm Kantenlänge: $f_{cm,cube150}$ )
200	Kantenlänge eines Betonwürfels (z. B. Druckfestigkeit eines Würfels mit 200 mm Kantenlänge: $f_{c,cube200}$ )

### **Indizes – kleine lateinische Buchstaben**

c	Beton (z. B. Betondruckfestigkeit: $f_c$ )
cube	Form des Prüfkörpers zur Bestimmung der Betondruckfestigkeit, hier: Würfel
cyl	Form des Prüfkörpers zur Bestimmung der Betondruckfestigkeit, hier: Zylinder
d	Bemessungswert (z. B. Bemessungswert der Betondruckfestigkeit: $f_{cd}$ )
g	Grundgesamtheit
gef	gefordert (z. B. geforderte mittlere Betondruckfestigkeit: $f_{cm,gef}$ )
h	Laufvariable
k	charakteristisch (z. B. charakteristische Betondruckfestigkeit: $f_{ck}$ )
m	Mittelwert (z. B. mittlere Betondruckfestigkeit: $f_{cm}$ )
min	Mindestwert (z. B.: Mindestwert der Würfelfestigkeit: $f_{c,cube200,min}$ )
n	Stichprobenumfang
sim	numerisch simulierter Wert (z. B.: simulierte charakteristische Würfelfestigkeit: $f_{ck,cube200,sim}$ )
w	Würfel (veraltet, z. B.: Betondruckfestigkeit eines Würfels mit 200 mm Kantenlänge: $\beta_{w200}$ )

### **Zusammengesetzte Formelzeichen**

$A_n$	Nennquerschnitt nach <i>DIN 488-1:2009</i>
$C_{sx}$	Schiefeparameter der Zufallsvariablen X
$C_{vx}$	Variationskoeffizient der Zufallsvariablen X
$Ex_x$	Exzess der Zufallsvariablen X

---

$L_0$	Anfangsmesslänge der Zugprobe nach <i>DIN EN ISO 6892-1:2009</i>
$L_c$	Versuchslänge der Zugprobe nach <i>DIN EN ISO 6892-1:2009</i>
$L_t$	Gesamtlänge der Zugprobe nach <i>DIN EN ISO 6892-1:2009</i>
$L_U$	Messlänge nach dem Bruch der Zugprobe nach <i>DIN EN ISO 6892-1:2009</i>
$R_{eH}$	obere Streckgrenze nach <i>DIN EN ISO 15630-1:2011</i>
$R_m$	Zugfestigkeit nach <i>DIN EN ISO 15630-1:2011</i>
$R_{p0,2}$	0,2%-Dehngrenze, nichtproportionale Verlängerung nach <i>DIN EN ISO 15630-1:2011</i>
$S_0$	Anfangsquerschnitt innerhalb einer Versuchslänge nach <i>DIN EN ISO 6892-1:2009</i>
$\chi^2$	Chi-Quadrat-Verteilung
$\Theta$	Vektor von Verteilungsparametern, die jeweils als Zufallsvariable betrachtet werden
$\tilde{x}_{50}$	Median oder Zentralwert einer Verteilung

### **Weitere Formelzeichen**

$U$	Vereinigung
$\tilde{s}$	erwartungstreue Standardabweichung der Stichprobe
$\bar{x}$	Mittelwert der Stichprobe
$\hat{x}_p$	Schätzer eines p-Quantils
$\propto$	Proportionalitätszeichen

## **Zusammenfassung**

Zum Nachweis der Tragfähigkeit bestehender Tragwerke benötigt der Tragwerksplaner charakteristische Werkstoffeigenschaften der verwendeten Baustoffe. Diese Werte können meist nicht direkt und ohne weitere Überlegungen aus älteren Normen, Richtlinien, Zulassungen oder von geprüften Bestandsunterlagen übernommen werden. Da die Neuberechnung grundsätzlich immer nach aktuellem Normenwerk zu erfolgen hat, sind die Werkstoffkennwerte gemäß der seinerzeits gültigen Normfestlegungen an die aktuellen Bezugswerte anzupassen.

Auf der Grundlage einer umfangreichen Literaturrecherche sind für die Baustoffe Beton und Betonstahl charakteristische Kenngrößen der maßgeblichen mechanischen Werkstoffeigenschaften in der vorliegenden Arbeit bestimmt worden. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt anhand von Tabellen, welchen die charakteristischen Kennwerte für die Werkstoffgüten einzelner Zeitperioden entnommen werden können.

In Fällen, in denen keine oder nur unzureichende Informationen über ein zu bewertendes Bauwerk vorliegen, sind die charakteristischen Werkstoffkennwerte anhand von Bauwerksuntersuchungen zu bestimmen.

In der vorliegenden Arbeit werden Konzepte beschrieben, welche die zu beachtenden Besonderheiten bei der Bestimmung der charakteristischen Werkstoffeigenschaften von Beton und Betonstahl anhand von Prüfergebnissen aus Bauwerksuntersuchungen berücksichtigen. Diese Konzepte enthalten unter anderem Empfehlungen für die Festlegung von Prüfbereichen und Stichprobenumfängen sowie Hinweise für die Probenentnahme von Betonbohrkernen und Stahlbetonstäben.

## **Abstract**

In order to verify the design resistance of existing structures, the structural engineer requires the characteristic material properties of the used building materials. In most cases, those values cannot be taken from older standards, guidelines, technical approvals or original drawings without conversion and further readjustments. While the recalculation always has to be done using current codes, the material data of former codes has to be adapted to current reference values.

Based on a comprehensive literature research for the materials concrete and reinforcement the characteristic parameters of the relevant mechanical properties of materials have been determined as part of the following thesis. The presentation of results is given on tables, from which the characteristic values of the material can be concluded for specific times.

In cases with no or inadequate information about a structure, characteristic values of material properties are determined by material testing.

As part of the following thesis, concepts are described to assess the characteristic material properties of concrete and reinforcement in existing structures by material testing regarding their specific conditions. These concepts include among others recommendations for the determination of test ranges in the probed structure and details for the extraction of drilled concrete cores and reinforcement bars.

## 1 Einführung

Die Bestimmung von charakteristischen Werkstofffestigkeiten in Bestandsbauwerken aus Stahlbeton ist ein Teilbereich des übergeordneten Themengebiets Bauen im Bestand, das in den letzten Jahren eine immer wichtigere Rolle im Bauwesen eingenommen hat. Wie bereits in *Schnell et al. 2009* erläutert, sind unter Bauen im Bestand jene Maßnahmen zu verstehen, die zur Instandhaltung, Verbesserung oder Änderung von baulichen Anlagen dienen. Ihr Marktvolumen hat in den 2000er Jahren das des Neubaus übertraffen (vgl. Abb. 1.1 links).

Die Gründe hierfür sind, wie eine Expertenbefragung in *Schnell u. Fischer 2009* unter Tragwerksplanern und Bauunternehmen zeigt, die Stadtentwicklung, der Sanierungsbedarf, Eigentümerwechsel und vor allem die Umnutzung von Bestandsbauten.

Dabei erfordern Planung, Bemessung, Konstruktion und Ausführung die ganze Breite des Ingenieurwissens, wie es auch bei Neubauten erforderlich ist. Hinzu tritt aber eine Vielzahl von Fragen hinsichtlich genehmigungsrechtlicher und sicherheitstheoretischer Aspekte. Weiterhin erfordert der sachgerechte Umgang mit vorhandener Bausubstanz umfangreiche Kenntnisse von historisch verwendeten Werkstoffen, Konstruktionen und Standards/Normen. Fehlende Klarheit bei der Festlegung von Anforderungen zur Standsicherheit begrenzt tendenziell die Bereitschaft zur Weiternutzung bestehender Bausubstanz und damit das Bestreben nach Nachhaltigkeit im Baubereich.

Hinsichtlich sicherheitstheoretischer Zusammenhänge wurden am Fachgebiet Masivbau und Baukonstruktion der Technischen Universität Kaiserslautern unter der Leitung von Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell die dringend benötigten Voraussetzungen für ein wissenschaftlich belegbares Vorgehen geschaffen, um Sicherheitsdefizite ebenso wie Überdimensionierungen bei einer Neubemessung von Bestands-tragwerken aus Stahlbeton vermeiden zu können.

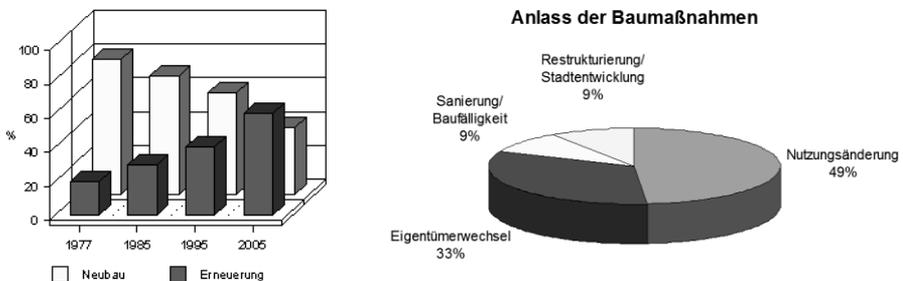


Abb. 1.1: links Umlagerung der Bauinvestitionen IPU 2008, rechts Anlass der Baumaßnahmen in Bestandsbauten Schnell u. Fischer 2009

## 1 Einführung

---

Die diesbezüglichen Untersuchungen wurden in den folgenden Forschungsprojekten durchgeführt, welche die Grundlage der vorliegenden Arbeit bilden:

- „Teilsicherheitsbeiwerte für Bestandsbauten“(Aktenzeichen: Z 6 – 10.08.18.7 – 06.8 / II 2 – F20-06-019) *Schnell et al. 2009*,
- „Bauen im Bestand – Bewertung der Anwendbarkeit aktueller Bewehrungs- und Konstruktionsregeln im Stahlbetonbau“(Aktenzeichen: Z 6 – 10.08.18.7-08.6/ II 2 – F20-08-014) *Schnell et al. 2012a*,

gefördert mit Mitteln des Bundesamtes für Bauwesen und Raumordnung (BBR), sowie das Forschungsprojekt:

- „Aspekte der Standsicherheit beim Bauen im Bestand“ *Bindseil et al. 2009*, *Bindseil et al. 2011*,

gefördert mit Mitteln des Förderprogramms „Wissen schafft Zukunft“ des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur Rheinland-Pfalz.

Die betrachteten Zeiträume beschränken sich dabei auf das letzte Jahrhundert, was laut Mikrozensus des Statistischen Bundesamtes aus dem Jahr 2002 (*Statistisches Bundesamt 2004*) bei Wohngebäuden 94,3 % des vorhandenen Bestands abdeckt (vgl. Abb. 1.2).

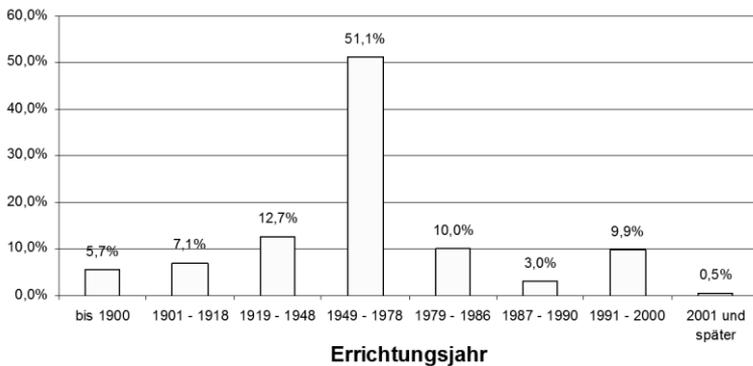


Abb. 1.2: Prozentualer Anteil des gesamten Wohngebäudebestands nach Errichtungsjahr, nach *Statistisches Bundesamt 2004*

Grundsätzlich ergeben sich folgende Situationen, wenn für ein bestehendes Tragwerk eine aktuelle statische Berechnung erstellt werden soll, weil aufgrund von Umnutzung, Umbau, Lasterhöhung etc. bestehende Tragwerksteile zusätzlich beansprucht werden:

### **I. Nachrechnung bestehender Tragwerke ohne zusätzliche Informationen aus einer Bestandsaufnahme**

Das Tragwerk wurde nach seinerzeit gültigen Normen bemessen. Eine ausreichend umfangreiche Probenentnahme aus dem Bauwerk ist nicht möglich – z. B. weil das Gebäude zum Zeitpunkt der Nachbemessung genutzt wird. Liegen allerdings Informationen über die verbauten Werkstoffe anhand von Bestandsunterlagen vor, so können diese grundsätzlich für die Nachrechnung verwendet werden.

Die Nachrechnung hat für gewöhnlich immer nach aktuellem Normenwerk zu erfolgen, welches das semiprobabilistische Nachweiskonzept verwendet. Die Anwendung des semiprobabilistischen Nachweiskonzepts setzt voraus, dass die auf der Widerstandsseite benötigten Werkstoffkennwerte als sogenannte charakteristische Kenngrößen vorliegen, d. h. dass sie unter Annahme einer statistischen Verteilung mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit auftreten (Quantil) und somit eine Werkstoffeigenschaft als Zufallsvariable zu betrachten ist.

Im Laufe der Zeit haben sich die in den Regelwerken für die Bemessung von Tragwerken aus Stahlbeton verwendeten Nachweiskonzepte jedoch wiederholt geändert, weshalb die in früheren Normfassungen angegebenen Werkstoffkennwerte nicht direkt und ohne weitere Überlegung für eine Nachrechnung nach aktuellem Normenwerk verwendet werden können. Ein weiterer Grund hierfür sind auch Unterschiede in den seinerzeit gültigen Prüfvorschriften der einzelnen Werkstoffeigenschaften im Vergleich zu den aktuell geforderten Referenzgrößen, da die Messergebnisse einer untersuchten Werkstoffeigenschaft entscheidend von der Versuchsdurchführung abhängen.

Für die Umbewertung von den in früheren Normen angegebenen Werkstoffkennwerten in die aktuell geforderten charakteristischen Werkstoffkennwerte werden daher in Kapitel 2 zunächst die statistischen Grundlagen in kurzer Form erläutert, die für die Betrachtung einer Werkstoffeigenschaft als Zufallsvariable benötigt werden.

Im Anschluss daran werden jeweils für die Baustoffe Beton (Abschnitt 2.3) und Betonstahl (Abschnitt 2.4) die aktuellen Prüfbedingungen der maßgebenden Werkstoffeigenschaften mit den Prüfbedingungen früherer Normengenerationen verglichen. Auf der Basis einer umfangreichen Literaturrecherche werden die festgestellten Abweichungen bewertet und die in früheren Normen angegebenen Werkstoffkennwerte – soweit erforderlich – durch entsprechende Umrechnungsfaktoren an die aktuell geforderten Referenzgrößen angepasst.

Unter Berücksichtigung der für die jeweilige Werkstoffeigenschaft üblichen Verteilung und des zum Produktionszeitpunkts vorliegenden Streuniveaus, werden dann die maßgeblichen charakteristischen Werkstoffkennwerte für Betone und Betonstähle für verschiedene Zeitperioden des letzten Jahrhunderts berechnet und die Ergebnisse in tabellarischer Form dargestellt.

### **II. Nachrechnung bestehender Tragwerke mit Informationen aus einer Bestandsaufnahme**

In Fällen, bei denen keine ausreichenden Informationen über ein zu bewertendes Tragwerk vorliegen oder Zweifel über die Aussagekraft der vorhandenen Bauwerksinformationen bestehen, muss eine Bestandsaufnahme durchgeführt werden. Eine solche Bestandsaufnahme liefert die benötigten Informationen über Festigkeiten, Abmessungen etc. auf deren Grundlage die Nachrechnung nach aktuellem Normenwerk erfolgt. Hierbei werden auch die statistischen Kennwerte der Werkstoffeigenschaften erfasst, auf deren Basis die Teilsicherheitsbeiwerte in Einzelfallentscheidungen modifiziert werden können, wie es z. B. in *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e. V. 2013* beschrieben wird.

In Kapitel 3 werden daher zunächst die erforderlichen Grundlagen der beschreibenden Statistik zusammengestellt, die für die statistische Auswertung von Stichproben einer untersuchten Werkstoffeigenschaft benötigt werden und, mit deren Hilfe die statistischen Parameter dieser Stichproben bestimmt werden. Im Anschluss daran wird erläutert, welche Methoden zur Verfügung stehen, um aus den statistischen Kenngrößen einer Stichprobe die Kenngrößen der entsprechenden Grundgesamtheit der untersuchten Werkstoffeigenschaft abzuleiten. Hierbei wird zwischen den Verfahren der „klassischen“ Statistik (Abschnitt 3.3) und der Vorgehensweise auf Grundlage der sogenannten Bayesschen Statistik (Abschnitt 3.4) unterschieden. Die zuletzt genannte erlaubt es, auch Vorinformationen in allgemeinerer Form bei der Bestimmung von charakteristischen Kennwerten ( $p$ -Quantilen) zu berücksichtigen.

Danach werden die zu beachtenden Besonderheiten bei der Bestimmung der maßgeblichen charakteristischen Werkstoffeigenschaften von Beton (Abschnitt 3.5) und Betonstahl (Abschnitt 3.6) behandelt und entsprechende Konzepte zur baupraktischen Durchführung vorgestellt.

## **2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen**

### **2.1 Allgemeines**

Liegen für ein zu bewertendes Bauwerk Informationen über die verbauten Werkstoffe anhand von Bestandsunterlagen vor (z. B. statische Berechnungen, Ausführungspläne, etc.), so können deren Werkstoffkennwerte, die in den seinerzeit gültigen Normen, Richtlinien oder Zulassungen festgelegt sind, nicht ohne Weiteres für die Bemessung nach aktuellem Normenwerk verwendet werden.

Dies begründet sich zum einen aus dem statistischen Gesichtspunkt der Definition von charakteristischen Werkstoffkennwerten, die nach *DIN EN 1990:2010* beschrieben sind als „Wert einer Baustoffeigenschaft [...] mit bestimmter Auftretenswahrscheinlichkeit bei unbegrenzter Probenzahl. Dieser Wert entspricht i. d. R. einem bestimmten Fraktile [= Quantile] der statistischen Verteilung [...]“. Zum anderen stellen Werkstoffkennwerte keine physikalisch bedingten Absolutwerte dar. Die Messergebnisse hängen entscheidend von der Versuchsdurchführung ab.

Daher ist es erforderlich, die geforderten Quantile unter der Annahme der für die jeweilige Werkstoffeigenschaft üblichen Verteilung und des zum Produktionszeitpunkts vorliegenden Streuniveaus zu bestimmen. Des Weiteren sind die zum Verwendungszeitpunkt gültigen Prüfbestimmungen mit den heutigen zu vergleichen und Abweichungen zu den aktuell geforderten Referenzgrößen durch entsprechende Umrechnungsfaktoren anzupassen.

Somit lassen sich für „historische“ Werkstoffe charakteristische Werte ableiten, wenn die Annahme erfüllt ist, dass die mechanischen Werkstoffkennwerte der verbauten Werkstoffe den Anforderungen der zum damaligen Zeitpunkt gültigen Normbestimmungen entsprechen.

Wie die Erfahrung jedoch zeigt, trifft diese Annahme nicht immer bei Bestandsbauten zu, weshalb die in diesem Kapitel angegebenen charakteristischen Werkstoffkennwerte zunächst als Anhaltswerte zu bewerten sind. Bei der tatsächlichen Analyse der Standsicherheit einer baulichen Anlage müssen daher für die weiteren Planungsschritte die getroffenen Annahmen durch eine entsprechende Bestandsaufnahme eines sachkundigen Planers nach Kapitel 3 verifiziert werden.

Dies gilt insbesondere für solche Fälle, in denen nur eine geringe Informationsdichte über das zu bewertende Bauwerk vorliegt und somit die Maßnahmen zur Erfassung des Bauwerkszustandes einen erhöhten Aufwand erfordern.

## 2.2 Statistische Grundlagen

### 2.2.1 Einführung

Die eingangs genannte Definition einer charakteristischen Kenngröße nach *DIN EN 1990:2010* erfordert, dass die Werkstoffeigenschaft  $X$  als Zufallsvariable aufgefasst wird. Gemäß *Hartung et al. 2009* ordnet eine Zufallsvariable im Allgemeinen den Ergebnissen eines Zufallsexperiments, für die Wahrscheinlichkeiten angebar sind, reelle Zahlen zu. Der Wert  $x$ , den die Zufallsvariable  $X$  bei der Durchführung eines Zufallsexperiments annimmt, wird dabei als Realisation von  $X$  bezeichnet. Die oben geforderte unbegrenzte Probenzahl bei der Ermittlung des  $p$ -Quantils entspricht somit allen möglichen Realisierungen der Zufallsvariablen  $X$  und ist daher identisch mit der Grundgesamtheit der betrachteten Werkstoffeigenschaft.

Da es sich bei den hier betrachteten Werkstoffeigenschaften meist um metrisch skalierbare Merkmale wie Druck- oder Zugfestigkeiten handelt, beschränken sich die folgenden Erläuterungen auf stetige Zufallsvariablen.

Diese werden anhand von sogenannten Wahrscheinlichkeitsverteilungen – kurz Verteilungsfunktionen – beschrieben. Die Verteilungsfunktion  $F_X$  der stetigen Zufallsvariablen  $X$  gibt hierbei die Wahrscheinlichkeit  $P$  (probability) an, mit der ein bestimmter Wert  $x$  der Zufallsvariablen  $X$  unterschritten wird, d. h.:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = P_u(x). \quad (2.1)$$

Die Ableitung der Verteilungsfunktion  $F_X$  wird als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion oder kurz Dichtefunktion  $f_X$  bezeichnet:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad \text{und} \quad F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) \cdot dx. \quad (2.2)$$

Die Dichtefunktion  $f_X$  und die Verteilungsfunktion  $F_X$  einer Zufallsvariablen  $X$  sind durch folgende Eigenschaften charakterisiert (vgl. *Hartung et al. 2009, Plate 1993*):

1.  $f_X$  ist immer nicht negativ, da weder Häufigkeiten noch Bandbreiten negativ sein können,
2.  $F_X$  ist monoton nicht fallend, d. h. für  $x_1 < x_2$  ist  $F_X(x_1) \leq F_X(x_2)$ ,
3. die Größe der Gesamtfläche unterhalb des Graphen von  $f_X$  zwischen  $x = -\infty$  und  $x = +\infty$  muss gleich 1 sein, d. h. es gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \cdot dx = 1. \quad (2.3)$$

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass jede einzelne Realisation  $x$  einer stetigen Zufallsvariablen  $X$  eine Wahrscheinlichkeit von null hat, was sich aus folgender Grenzwertbetrachtung nach *Hartung et al. 2009* ergibt:

$$\begin{aligned} P(X = x) &= P(X \leq x) - P(X < x) = F_X(x) - \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h < 0}} P(X \leq x + h) \\ &= F_X(x) - \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h < 0}} F_X(x + h) = 0. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Diese Betrachtung ist hilfreich bei der Interpretation von Grenzwerten, wie sie in Abschnitt 3.3.4.1 behandelt werden, da sie verdeutlicht, dass die getroffenen Wahrscheinlichkeitsaussagen für die Realisationen eines Wertebereiches und nicht für einen expliziten Wert gelten.

### 2.2.2 Erwartungswerte und statistische Momente

Um die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsvariablen zu beschreiben, werden statistische Kenngrößen benötigt, die sich z. B. in Lage- und Streuungsparameter unterteilen lassen.

In allgemeiner Form lassen sich die wichtigsten dieser Parameter einer Zufallsvariablen  $X$  über den Erwartungswert einer beliebigen stetigen Funktion  $g(x)$  mit:

$$E\{g(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f_x(x) \cdot dx \tag{2.5}$$

bestimmen.

Der Mittelwert  $\mu_x$  als wichtigster Lageparameter einer Zufallsvariablen  $X$  ergibt sich daher aus dem Erwartungswert:

$$E\{X\} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_x(x) \cdot dx = \mu_x. \tag{2.6}$$

Die Varianz  $\sigma_x^2$  als wichtigster Streuungsparameter einer Zufallsvariablen  $X$  ergibt sich aus dem Erwartungswert:

$$E\{X - E\{X\}\}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f_x(x) \cdot dx = \text{Var}\{X\} = \sigma_x^2. \tag{2.7}$$

Ersetzt man in Gleichung (2.5) die beliebige Funktion  $g(x)$  durch eine Exponentialfunktion  $x^q$ , erhält man die sogenannten  $q$ -ten Momente  $m_{xq}$  einer Zufallsvariablen  $X$  als Sonderfall der Erwartungswerte:

$$m_{xq} = \int_{-\infty}^{\infty} x^q \cdot f_x(x) \cdot dx. \tag{2.8}$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung (2.6) ist zu erkennen, dass das 1. Moment  $m_{x1}$  einer Zufallsvariablen  $X$  dem Mittelwert  $\mu_x$  entspricht:

$$m_{x1} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_x(x) \cdot dx = \mu_x. \tag{2.9}$$

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Bezieht man die Momente einer Zufallsvariablen  $X$  auf deren Mittelwert  $\mu_x$ , so erhält man deren  $q$ -te Zentralmomente mit:

$$m_{cxq} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^q \cdot f_x(x) \cdot dx. \quad (2.10)$$

Das 2. Zentralmoment  $m_{cx2}$  entspricht dabei der Varianz  $\sigma_x^2$ , wie der Vergleich mit Gleichung (2.7) zeigt:

$$m_{cx2} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f_x(x) \cdot dx = \sigma_x^2. \quad (2.11)$$

Über das 3. und 4. Zentralmoment lassen sich die Schiefe  $C_{sx}$  und der Exzess  $Ex_x$  einer Verteilung bestimmen:

$$C_{sx} = \frac{m_{cx3}}{(m_{cx2})^{3/2}}, \quad (2.12)$$

$$Ex_x = \frac{m_{cx4}}{m_{cx2}^2} - 3. \quad (2.13)$$

Dabei ist die Schiefe  $C_{sx}$  das Maß für die Symmetrie einer Verteilungsdichte, die bei symmetrischen Verteilungen den Wert null aufweist. Der Exzess  $Ex_x$  beschreibt, wie stark die Wölbung einer Verteilungsdichte von einer Normalverteilung abweicht. Bei einer Normalverteilung nimmt  $Ex_x$  den Wert null an, während er bei geringeren Wölbungen im Vergleich zur Normalverteilung  $< 0$  und bei höheren Wölbungen  $> 0$  ist.

Somit lässt sich eine Verteilungsdichte  $f_x(x)$  vollständig anhand ihrer Momente bestimmen, wie auch in *Plate 1993* gezeigt wird.

In den folgenden Abschnitten werden jene Verteilungsfunktionen stetiger Zufallsvariablen kurz beschrieben, welche zur Bestimmung von charakteristischen Werkstoffkennwerten früherer Normengenerationen benötigt werden. Hierbei werden sowohl die Verteilungsfunktionen als auch die Parameter der betrachteten Grundgesamtheiten als bekannt vorausgesetzt.

Auf Fragestellungen zur Wahl der Verteilungsfunktion und deren Parameter anhand von Stichproben, wie es bei der Bestimmung von charakteristischen Werkstoffkennwerten aus Bauwerksuntersuchungen notwendig ist, wird in Abschnitt 3.3 eingegangen.

## 2.2.3 Stetige Verteilungsfunktionen

### 2.2.3.1 Gleichverteilung

Die einfachste stetige Verteilungsfunktion stellt die Gleichverteilung oder auch Rechteckverteilung  $U(a, b)$  (U für *uniform*) dar. Hierbei haben alle Werte des Intervalls  $[a, b]$  die gleiche Chance, eine Realisation der Zufallsvariablen  $X$  zu sein. Ihre Verteilungsdichte entspricht Abb. 2.1 (Bsp. für  $a = 3$  und  $b = 9$ ) und ergibt sich zu:

$$u_x(x) = \frac{1}{b-a} \text{ für alle } a < x < b; 0 \text{ für alle anderen } x. \quad (2.14)$$

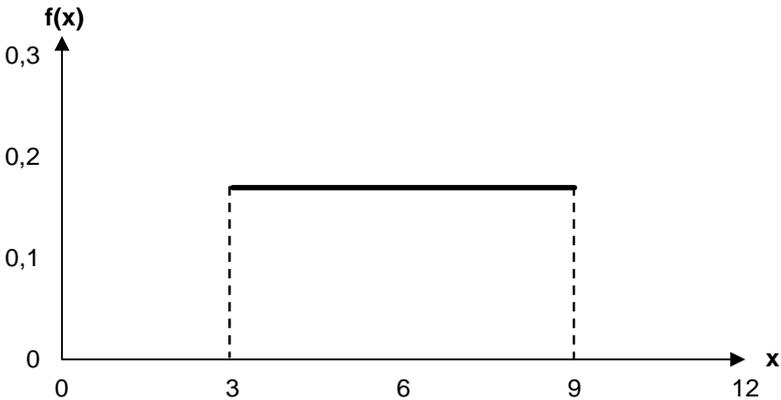


Abb. 2.1: Beispiel: Verteilungsdichte der Gleichverteilung  $U(3, 9)$

Die dazugehörige Verteilungsfunktion ist in Abb. 2.2 dargestellt und lautet:

$$U_x(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x < a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{für } a < x < b, \\ 1, & \text{für } x > b. \end{cases} \quad (2.15)$$

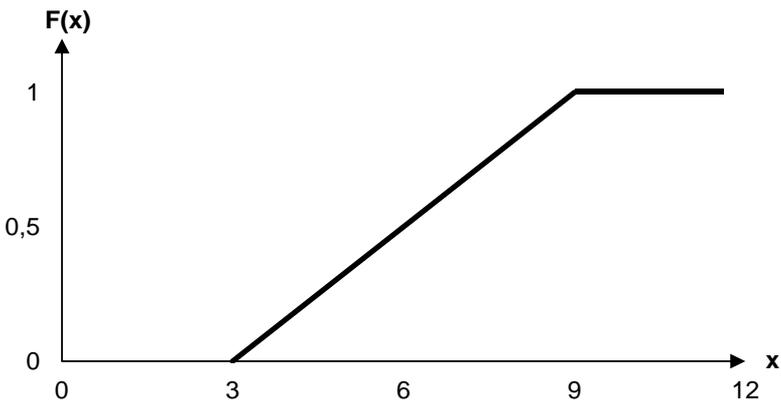


Abb. 2.2: Beispiel: Verteilungsfunktion der Gleichverteilung  $U(3, 9)$

Aus den Parametern a und b der Gleichverteilung U(a, b) ergeben sich der Mittelwert  $\mu_x$  und die Varianz  $\sigma_x^2$  wie folgt:

$$\begin{aligned}\mu_x &= \frac{1}{2}(a+b), \\ \sigma_x^2 &= \frac{(b-a)^2}{12}.\end{aligned}\tag{2.16}$$

Die Gleichverteilung U(3,9) wird in Abschnitt 2.3.7.2 verwendet, um Standardabweichungen in einem Bereich zwischen 3 und 9 N/mm<sup>2</sup> zu beschreiben, die bei normalverteilten Würfeldruckfestigkeiten auftreten.

### 2.2.3.2 Normalverteilung

Aufgrund des Zentralen Grenzwertsatzes, der besagt, dass eine Zufallsvariable als normalverteilt angenommen werden kann, wenn sie aus dem additiven Zusammenwirken vieler stochastisch unabhängiger und beliebig verteilter Zufallsvariablen resultiert, nimmt die Normalverteilung eine bedeutende Rolle in der Statistik ein. Auf dieser Basis sind viele Schätz- und Testverfahren für statistische Parameter entwickelt. Deren Ergebnisse erweisen sich selbst bei einer Abweichung von der Normalverteilungsannahme als relativ unempfindlich, wie in *Hartung et al. 2009* angemerkt wird. Die Verteilungsdichte der zweiparametrischen Normalverteilung  $N(\mu_x, \sigma_x)$ , welche nach K. F. Gauß (1779-1855) auch als Gauß'sche Glockenkurve bezeichnet wird, ergibt sich aus:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}}\tag{2.17}$$

und hat als Verteilungsfunktion:

$$F_x(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}} \cdot e^{-\frac{(\xi-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \cdot d\xi.\tag{2.18}$$

Diese Funktion ist nicht in geschlossener Form lösbar. Daher wird sie über:

$$Y = \frac{X-\mu_x}{\sigma_x}\tag{2.19}$$

in die sogenannte Standardnormalverteilung  $N(0,1)$  (vgl. Abb. 2.4):

$$\Phi(y) = \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{\xi^2}{2}} \cdot d\xi\tag{2.20}$$

transformiert, deren Lösungen z. B. in *Hartung et al. 2009* oder *Plate 1993* tabelliert sind. Die Dichte der  $N(0,1)$ -Verteilung (vgl. Abb. 2.3) lautet:

$$\varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{y^2}{2}}.\tag{2.21}$$

Aus Gleichung (2.20) und (2.21) erhält man die Verteilungsfunktion und die Dichte der  $N(\mu_x, \sigma_x)$ -Verteilung mit:

$$F_x(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right) \text{ und } f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x} \cdot \varphi\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right). \quad (2.22)$$

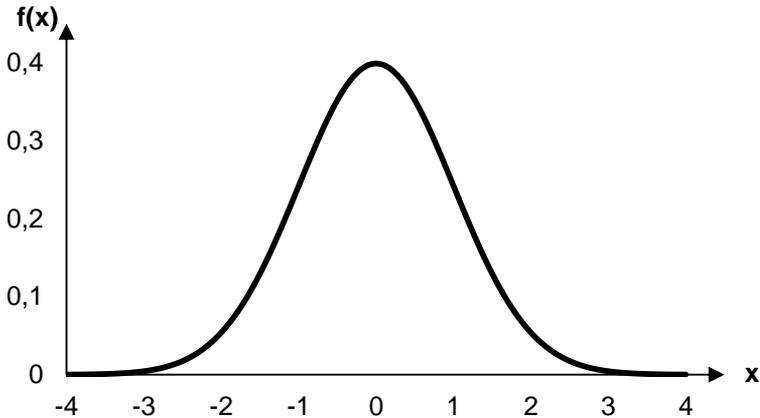


Abb. 2.3: Dichtefunktion der  $N(0,1)$ -Verteilung (Standardnormalverteilung)

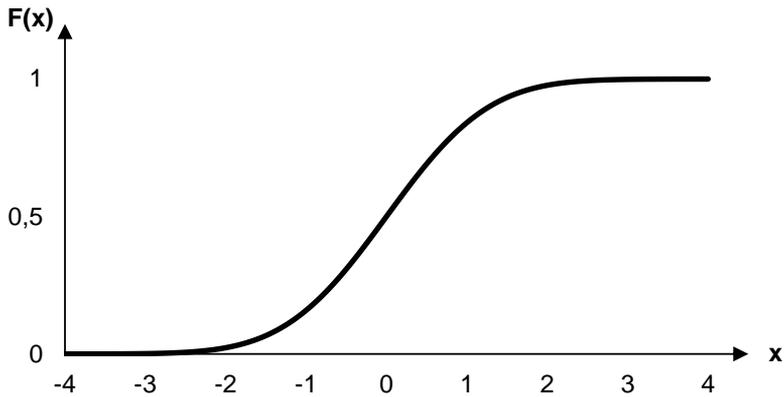


Abb. 2.4: Verteilungsfunktion der  $N(0,1)$ -Verteilung (Standardnormalverteilung)

Die Momente der Normalverteilung  $N(\mu_x, \sigma_x)$  sind durch die Parameter gegeben mit:

$$\begin{aligned} m_{x1} &= \mu_x, \\ m_{cx2} &= \sigma_x^2, \\ m_{cx3} &= 0, \\ m_{cx4} &= 3\sigma_x^4. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Daraus lässt sich ablesen, dass eine Normalverteilung immer symmetrisch ist und einen Exzess von 0 aufweist.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Aus der Umkehrfunktion der Standardnormalverteilung  $\Phi^{-1}(p)$  ergeben sich die Quantile mit der Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $p$  mit:

$$x_{N,p} = \mu_x + \Phi^{-1}(p) \cdot \sigma_x \quad (2.24)$$

Durch die Achsensymmetrie im Mittelwert  $\mu_x$  lässt sich die Normalverteilung vollständig durch die Parameter  $\mu_x$  und  $\sigma_x$  beschreiben. Sie verläuft sowohl in positiver als auch in negativer Achsrichtung gegen unendlich und nimmt nicht den Wert null an.

### 2.2.3.3 Logarithmische Normalverteilung

In Fällen, bei denen unter der Normalverteilungsannahme die charakteristischen Festigkeiten negative Werte annehmen, was aus physikalischer Sicht nicht möglich ist, führt die Transformation der Zufallsvariablen  $X$  mit:

$$y = \ln(x) \text{ für } x > 0 \quad (2.25)$$

zu sinnvolleren Ergebnissen. Folgt die Zufallsvariable  $Y$  der Normalverteilung, so ist  $X$  logarithmisch normal (lognormal) verteilt  $LN(\mu_y, \sigma_y^2)$ . Ihre zweiparametrische Verteilungsdichte und Verteilungsfunktion ergeben sich für Werte von  $x > 0$  nach Gleichung (2.26) und (2.27). Die Auftretenswahrscheinlichkeit für negative Werte von  $x$  ist null.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_y \cdot x} \cdot e^{-\frac{(\ln x - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2}}, \quad (2.26)$$

$$F_X(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_y \cdot \xi} \cdot e^{-\frac{(\ln \xi - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2}} \cdot d\xi. \quad (2.27)$$

Der Erwartungswert und die Varianz einer lognormalverteilten Zufallsvariablen  $X$  sind:

$$E\{X\} = \mu_X = \exp\left(\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}\right), \quad (2.28)$$

$$\text{Var}\{X\} = \sigma_X^2 = \mu_X^2 \cdot \left(e^{\sigma_y^2} - 1\right). \quad (2.29)$$

Diese stehen mit den Parametern der transformierten Zufallsvariablen  $Y$  in folgender Beziehung:

$$E\{Y\} = \mu_y = \ln(\mu_X) - \sigma_y^2 / 2, \quad (2.30)$$

$$\text{Var}\{Y\} = \sigma_y^2 = \ln\left(1 + C_{vXg}^2\right), \quad (2.31)$$

mit:

$$C_{vXg} = \frac{\sigma_X}{\mu_X}. \quad (2.32)$$

Daneben besitzt die lognormalverteilte Zufallsvariable  $X$  eine Schiefe und eine Kurtosis (Maß für die Konzentration der Verteilungsdichte um den höchsten Wert), welche sich aus:

$$C_{\text{sxg}} = \frac{\exp(3\sigma_y^2) - 3\exp(\sigma_y^2) + 2}{(\exp(\sigma_y^2) - 1)^{3/2}} \quad (2.33)$$

und

$$K_{\text{xg}} = \exp(4\sigma_y^2) + 2\exp(3\sigma_y^2) + 3\exp(2\sigma_y^2) - 3 \quad (2.34)$$

ergeben.

Wie Abb. 2.5 zeigt, ist die Verteilungsdichte einer  $\text{LN}(\mu_y, \sigma_y^2)$ -verteilten Zufallsvariablen  $X$  nicht symmetrisch. Ihre Schiefe  $C_{\text{sx}}$  ist stets größer als null (positiv), was auch als rechtsschief bezeichnet wird.

Die  $p$ -Quantile der  $\text{LN}(\mu_y, \sigma_y^2)$ -verteilten Zufallsvariablen  $X$  lassen sich ebenfalls mithilfe der Umkehrfunktion der Standardnormalverteilung  $\Phi^{-1}(p)$  bestimmen:

$$x_{\text{NL},p} = \exp(\mu_y + \Phi^{-1}(p) \cdot \sigma_y). \quad (2.35)$$

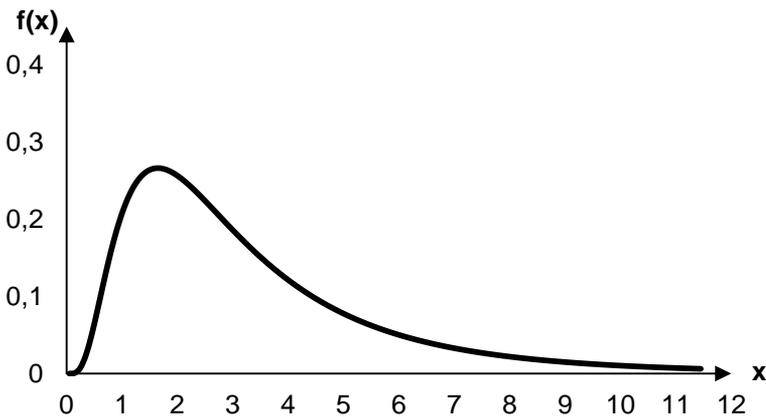


Abb. 2.5: Beispiel: Verteilungsdichte der  $\text{LN}(\mu_y = 1, \sigma_y^2 = 0,5)$ -verteilten Zufallsvariablen  $X$

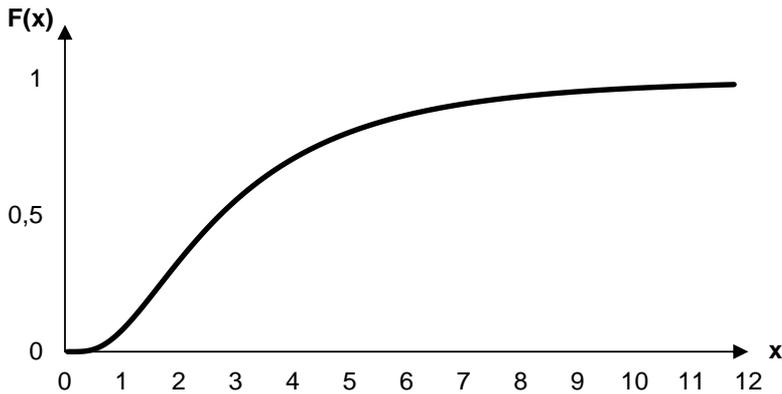


Abb. 2.6: Beispiel: Verteilungsfunktion der  $LN(\mu_y = 1, \sigma_y^2 = 0,5)$ -verteilten Zufallsvariablen  $X$

Weist eine betrachtete Zufallsvariable  $X$  einen Mindestwert von  $x_0 > 0$  auf, so kann dies über die Transformation:

$$y = \ln(x - x_0) \text{ für } x > x_0 \quad (2.36)$$

berücksichtigt werden. Die entsprechende dreiparametrische Verteilungsdichte (vgl. Abb. 2.7) wird über folgende Gleichung beschrieben:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_y \cdot (x - x_0)} \cdot e^{-\frac{(\ln(x-x_0) - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2}} \quad (2.37)$$

Nach *Plate 1993* lässt sich der Positionsparameter  $x_0$  anhand der Beziehung zwischen der Schiefe  $C_{sXg}$  und des Variationskoeffizienten  $C_{vXg}$  der Zufallsvariablen  $X$  mit:

$$C_{sXg} = 3 \cdot C_{vXg} + C_{vXg}^3 \quad (2.38)$$

bestimmen. Diese Gleichung ist über:

$$C_{vXg} = A^{1/3} + B^{1/3} = \frac{\sigma_x}{\mu_x - x_0} \quad (2.39)$$

geschlossen lösbar, wobei:

$$A = \frac{1}{2} \cdot C_{sX} + \sqrt{\frac{1}{4} \cdot C_{sX}^2 + 1} \quad (2.40)$$

und

$$B = \frac{1}{2} \cdot C_{sX} - \sqrt{\frac{1}{4} \cdot C_{sX}^2 + 1} \quad (2.41)$$

ist.

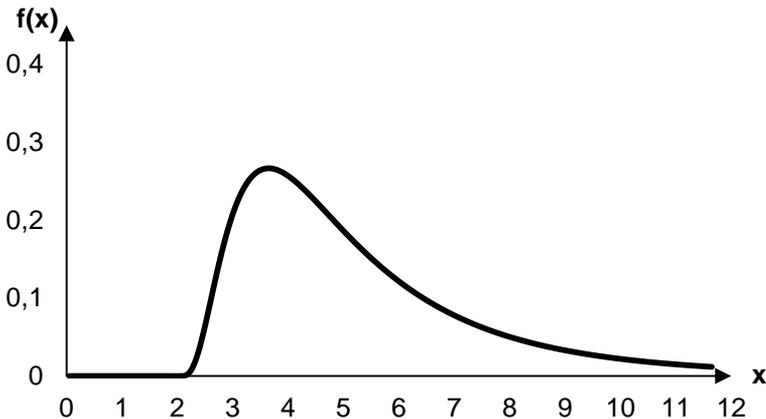


Abb. 2.7: Beispiel: Verteilungsdichte der dreiparametrischen  $LN(\mu_y = 1, \sigma_y^2 = 0,5, x_0 = 2)$  verteilten Zufallsvariablen  $X$

## 2.3 Beton

### 2.3.1 Definition der charakteristischen Betondruckfestigkeit

Die Druckfestigkeit des Betons nimmt in der Reihe der Werkstoffkennwerte einen wichtigen Platz ein. Sie stellt für die Bemessung von Tragwerken aus Beton und Stahlbeton den Ausgangswert für die Widerstandsseite im Grenzzustand der Tragfähigkeit dar. Aus ihr lassen sich die weiteren benötigten Kennwerte wie der E-Modul und die Zugfestigkeit für die einzelnen Druckfestigkeitsklassen ableiten.

Die charakteristische Betondruckfestigkeit  $f_{ck}$  wird mit der Einführung des semiprobabilistischen Sicherheitskonzepts in *DIN 1045-1:2001* erstmals definiert und ist weder in *DIN 1045-1:2008* noch in *DIN EN 1992-1-1:2011* mit *DIN EN 1992-1-1/NA:2011* (im Folgenden *EC 2*) verändert. Sie bezieht sich auf die charakteristische Mindestdruckfestigkeit von Zylindern  $f_{ck,cyl}$  wie sie in den Festigkeitsklassen nach *DIN EN 206-1:2001* und *DIN 1045-2:2008* definiert ist (vgl. Tab. 2.1). Die Druckfestigkeitsprüfung der Probezylinder (Höhe/Durchmesser = 150/300 mm) erfolgt nach 28 Tagen Erhärtung, wobei die Probekörper zwischen dem Ausschalen und der Druckprüfung feucht zu lagern sind (vgl. *DIN EN 12390-2:2009*). Die charakteristische Druckfestigkeit entspricht dem Festigkeitswert, unter den 5 % der Grundgesamtheit aller möglichen Festigkeitswerte der Menge des betrachteten Betons fallen (5%-Quantil).

Tab. 2.1: Druckfestigkeitsklassen für Normalbeton nach *DIN EN 206-1:2001*, Tab. 7

Druckfestigkeits- klasse	Charakteristische Mindestdruckfestigkeit von Zylindern	Charakteristische Mindestdruckfestigkeit von Würfeln	Verhältnis $f_{ck,cube} / f_{ck,cyl}$ [-]
	$f_{ck,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck,cube}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	
C8/10	8	10	1,25
C12/15	12	15	1,25
C16/20	16	20	1,25
C20/25	20	25	1,25
C25/30	25	30	1,20
C30/37	30	37	1,23
C35/45	35	45	1,29
C40/50	40	50	1,25
C45/55	45	55	1,22
C50/60	50	60	1,20
C55/67	55	67	1,22
C60/75	60	75	1,25
C70/85	70	85	1,21
C80/95	80	95	1,19
C90/105	90	105	1,17
C100/115	100	115	1,15

### 2.3.2 Aktuelle Prüfbedingungen zur Ermittlung der Betondruckfestigkeit

Die Herstellung und Lagerung der Probekörper erfolgt nach *DIN EN 12390-2:2009*. Die Referenzlagerung nach *DIN EN 12390-2:2009* verlangt, dass die Probekörper bei einer Temperatur von  $(20 \pm 5)$  °C mindestens 16 h - jedoch nicht länger als 3 Tage - in ihrer Form verbleiben müssen, wobei sie vor Stoß, Rütteln und Austrocknen zu schützen sind. Nach dem Ausschalen sind die Probekörper in Wasser bis zum Prüfbeginn bei einer Temperatur von  $(20 \pm 2)$  °C oder in einer Feuchtekammer bei  $(20 \pm 2)$  °C und einer relativen Luftfeuchte  $U$  von  $\geq 95$  % zu lagern. Diese Referenzlagerung entspricht auf europäischer Ebene den Anforderungen nach *DIN EN 206-1:2001* für Probekörper zur Bestimmung der Druckfestigkeit. Sie weicht allerdings von der in Deutschland gemäß *DIN 1045-2:2008* geforderten Standardlagerung („Trockenlagerung“) ab, was in Abschnitt 2.3.4.3 näher erläutert wird.

Die anschließende Druckprüfung nach 28 Tagen Erhärtung wird entsprechend *DIN EN 12390-3:2009* durchgeführt. Dabei werden die Probekörper in einer Druckprüfmaschine nach *DIN EN 12390-4:2000* bis zum Bruch belastet. Als stetig aufzubringende Geschwindigkeit der Prüflast ist eine Belastungsgeschwindigkeit von  $(0,6 \pm 0,2)$  MPa/s ( $N/(mm^2 \cdot s)$ ) einzustellen, wobei die gewählte Belastungsgeschwindigkeit mit  $\pm 10$  % einzuhalten ist. Die erreichte Bruchlast wird aufgezeichnet und dient zur Berechnung der Druckfestigkeit:

$$f_c = \frac{F}{A_c} \quad (2.42)$$

mit:  $f_c$       Druckfestigkeit [MPa] bzw. [N/mm<sup>2</sup>],  
 $F$           Höchstkraft beim Bruch [N],  
 $A_c$         Fläche des Probenquerschnitts, auf den die Druckbeanspruchung wirkt [mm<sup>2</sup>].

### 2.3.3      Erscheinungsverlauf der Fassungen von Regelwerken bezüglich der Betondruckfestigkeit

Die „Vorläufigen Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Eisenbetonbauten“ wurden vom Verband Deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine und dem Deutschen Betonverein VDAIV 1904 erstellt und im Herbst 1904 allen deutschen Bundesstaaten mit der Bitte um Einführung vorgelegt. Preußen hatte allerdings schon am 16. April 1904 die „Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten“ Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1904 erlassen, die in einzelnen Punkten von den Leitsätzen VDAIV 1904 abweichen. Da die „Preußischen Bestimmungen“ und deren Fassung von 1907 Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1907 nur in Preußen galten, blieben die „Vorläufigen Leitsätze“ VDAIV 1904 bis zum Erscheinen der ersten Reichsbestimmungen im Jahre 1916 in großen Teilen Deutschlands die maßgebende Grundlage für die Bemessung und Ausführung von Eisenbetonbauwerken (Deutscher Beton-Verein (E.V.) 1949).

Die „Bestimmungen für Ausführungen von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton“ des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton von 1916 (Deutscher Ausschuss für Eisenbeton 1916) wurden nahezu ohne Veränderung von allen deutschen Bundesstaaten eingeführt (Ramm 2007). Die nachfolgenden Bestimmungen des DAfEb wurden ab 1925 als DIN-Normen herausgegeben (DIN 1045:1925). Die Fassung der DIN 1045 von 1943 (DIN 1045:1943) galt zunächst auch in der DDR, wurde aber dann ab 1963 durch den Fachbereichsstandard TGL 0-1045:1963 ersetzt, weshalb in den beiden nachfolgenden Tabellen für den Zeitraum von 1963 bis 1990 die TGL-Standards im Geltungsbereich der ehemaligen DDR parallel angegeben sind. Mit der Einführung des Einheitlichen Technischen Vorschriftenwerks des Betonbaus (ETV Beton) lag bereits 1980 in der DDR ein Vorschriftenwerk auf der Basis des semiprobabilistischen Sicherheitskonzepts vor, das jedoch wie auch alle anderen DDR-Standards mit der Wiedervereinigung von 1990 durch entsprechende DIN-Normen abgelöst wurde.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.2: Normen und Bestimmungen für die Konstruktion und Bemessung von Tragwerken aus Beton und Stahlbeton sowie für die Festlegungen der Werkstoffeigenschaften und -prüfungen von Beton ab 1904

<b>Zeitraum</b>	<b>Bemessung</b>	<b>Betoneigenschaften</b>
1904 – 1907	Vorläufige Leitsätze 1904 Preußische Bestimmungen 1904	-
1907 – 1916	Vorläufige Leitsätze 1904 Preußische Bestimmungen 1907	Bestimmungen des DAfEb für Bauten aus Stampfbeton. Normen für verglei- chende Druckversuche mit Stampfbeton 1908
1916 – 1925	Bestimmungen des DAfEb 1916	Anhang der Bestimmungen des DAfEb 1916
1925 – 1932	Bestimmungen des DAfEb 1925 DIN 1045:1925-09 DIN 1046:1925-09 DIN 1047:1925-09	DIN 1048:1925-09
1932 – 1937	Bestimmungen des DAfEb 1932 DIN 1045:1932-04 DIN 1046:1932-04 DIN 1047:1932-04	DIN 1048:1932-04
1937 – 1943	DIN 1045:1937-05 DIN 1046:1937-05 DIN 1047:1937-05	DIN 1048:1937-10
1943 – 1959	DIN 1045:1943-03; Ä:1943-12; Ä:1944-06; Ä:1952-07 DIN 1046:1943-08; 1957-03 DIN 1047:1944-04 DIN 4223:1951-03 DIN 4225:1943-12; 1951-02; 1953-08 DIN 4229:1943-01 DIN 4231:1949-07	DIN 1048:1944-04
1959 – 1972	DIN 1045:1959-11 DIN 1046:1957-03 DIN 1047:1944-04 DIN 4225:1953-08; 1960-07 DIN 4231:1949-07	DIN 1048:1944-04 DIN 4163:1951-02

2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.2 (Fortsetzung)

<b>Zeitraum</b>	<b>Bemessung</b>	<b>Betoneigenschaften</b>
1963 – 1980 (DDR)	TGL 0-1045:1963-04; 1973-04 TGL 0-1046:1963-01 TGL 0-1047:1963-03 TGL- 0-4225:1963-04	TGL 0-1048: 1963-03 TGL 11422:1964-03 TGL 21094/01:1969-12 TGL 21094/04:1969-12 TGL 33433/01:1976-06 TGL 33433/04:1976-06
1972 – 1978	DIN 1045:1972-01 DIN 4225:1960-07	DIN 1048 Bl. 1:1972-01 DIN 1084 Bl. 1-3:1972-02 DIN 4163:1951-02
1978 – 1988	DIN 1045:1978-12 DIN 4225:1960-07	DIN 1048 Teil 1:1978-12 DIN 1084 Teil 1-3:1978-12
1980 – 1990 (DDR)	TGL 33402:1980-10 TGL 33405/01:1980-10	TGL 33403:1980-10; Ä:1986-04 TGL 33411/01:1979-06 TGL 33433/01:1979-06 TGL 33433/04:1979-06; 1984-09
1988 – 2001	DIN 1045:1988-07	DIN 1048 Teil 1:1978-12 DIN 1048 Teil 5:1991-06 DIN 1084 Teil 1-3:1978-12
ab 2001	DIN 1045-1:2001-07; 2008-08 DIN 1045-1 Ber. 1:2002-07 DIN 1045-1 Ber. 2:2005-06 DIN EN 1992-1-1:2011-01	DIN EN 206-1:2001-07 DIN EN 206-1/A1:2004-10 DIN EN 206-1/A2:2005-09 DIN 1045-2:2001-07; 2008-08 DIN 1045-2/A1:2005-01 DIN 1045-2/A2:2007-06 DIN 1045-3:2001-07; 2008-08; 2012-03 DIN 1045-3 Ber.1:2002-06; 2013-07 DIN 1045-3/A1:2005-01 DIN 1048 Teil 5:1991-06 DIN EN 12390-1:2001-02 DIN EN 12390-2:2001-06; 2009-08 DIN EN 12390-3:2002-04; 2009-07 DIN EN 13670:2011-03

### 2.3.4 Umrechnung von Betondruckfestigkeiten aus Vorgängernormen

#### 2.3.4.1 Allgemeines

In den folgenden Abschnitten wird die Ermittlung der Betondruckfestigkeit gemäß den Normbestimmungen verschiedener Zeiträume des letzten Jahrhunderts mit den aktuell gültigen Prüfbedingungen verglichen, da die Versuchsdurchführung einen signifikanten Einfluss auf die ermittelten Messergebnisse hat. Bei der Ermittlung der Betondruckfestigkeit sind das solche Regelungen, die folgende Kriterien bei der Versuchsdurchführung festlegen:

- Geometrie der Probekörper,
- Lagerungsbedingungen,
- Prüfzeitpunkt,
- Belastungsgeschwindigkeit.

Die zu berücksichtigenden Normen bzw. Bestimmungen der einzelnen Zeiträume sind der vorhergehenden Übersicht in Abschnitt 2.3.3 zu entnehmen. Die Unterteilung der Zeiträume bezieht sich auf die Gültigkeitsdauer der für die Bemessung und Konstruktion von Tragwerken aus Beton und Stahlbeton anzuwendenden Normen bzw. Bestimmungen.

#### 2.3.4.2 Prüfkörperformen

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht der in Deutschland verwendeten Probekörperformen, die als Referenzform zur Festlegung der geforderten Betondruckfestigkeiten in den einzelnen Zeitperioden dienen.

Tab. 2.3: Übersicht zu Referenzformen für Probekörper aus Normalbeton

Zeitraum	Referenzform zur Ermittlung der Betondruckfestigkeiten	Regelung
1904-1916	Würfelform, Kantenlänge = 300 mm	<i>Vorläufige Leitsätze Preußische Bestimmungen</i>
1916-1925	Würfelform, Kantenlänge = 300 mm (Beton) Kantenlänge = 200 mm (Eisenbeton)	Anhang DAfEb (1916)
1925-1972	Würfelform, Kantenlänge = 200 mm	DIN 1048
1963-1980 (DDR)		TGL 0-1048
1972-1988		DIN 1045
1980-1990 (DDR)	Würfelform, Kantenlänge = 150 mm	TGL 33433/04
1988-2001	Würfelform, Kantenlänge = 200 mm	DIN 1045:1988
ab 2001	Zylinderform, Durchmesser/Höhe = 150/300 mm	DIN 1045-1:2001;2008 DIN EN 1992-1-1:2011

Die gewählte Gestalt und Abmessung eines Betonprobekörpers haben einen entscheidenden Einfluss auf die gemessene Bruchfestigkeit. Dies hat zwei Gründe (vgl. *Schäper 2004*): Zum einen weist ein Probekörper aus Normalbeton mit geringerem Volumen eine geringere Fehlstellenwahrscheinlichkeit auf als ein vergleichbarer Probekörper mit größerem Volumen, wodurch eine scheinbar höhere Festigkeit des gleichen Werkstoffes gemessen wird; zum andern erfolgt beim Druckversuch die Belastung über Stahlplatten. Die Reibung zwischen diesen Platten und dem Beton führt zu einer Querdehnungsbehinderung, die das Aufspalten der Probe in den Endbereichen behindert. Dadurch bilden sich Druckkegel, die sich bei den sehr gedrunge- nen würfelförmigen Proben im Zentrum aufeinander abstützen. Der Würfeldruckversuch liefert deshalb ein überhöhtes Ergebnis. Der Zylinderdruckversuch ist praktisch frei von Querdehnungsbehinderungen und bildet daher ein einaxial gedrücktes Bauteil besser ab.

Die Abhängigkeit zwischen Probenform und gemessener Druckfestigkeit wurde z. B. schon von *Gehler 1927* untersucht. Aus ihnen leitet *Gehler 1932* folgende Abhängigkeit zwischen der Druckfestigkeit des Betons und der Kantenlänge der Würfel her:

Tab. 2.4: Umrechnungsfaktoren der Würfeldruckfestigkeit bezogen auf den 20-cm-Würfel nach *Gehler 1932*

Kantenlänge [cm]	5	7	10	15	20	25	30
<b>Verhältnismerte der Druckfestigkeit</b>	1,40	1,25	1,15	1,05	1,00	0,95	0,90

In *DIN 1045:1988 Absatz 7.4.3.5.3 (1)* wird die Beziehung zwischen der Druckfestigkeit des Würfels mit 200 mm Kantenlänge  $\beta_{W200}$  und der des Würfels mit 150 mm Kantenlänge  $\beta_{W150}$  mit:

$$\beta_{W200} = 0,95 \beta_{W150} \quad (2.43)$$

beschrieben, was in etwa dem Reziprokwert von 1,05 entspricht, den *Gehler 1932* als Verhältnismerte angibt (vgl. Tab. 2.4).

In der Literaturlauswertung von *Bonzel 1959* sind für Normalbeton Verhältnismerte zwischen den Druckfestigkeiten von Würfeln mit 200 mm Kantenlänge und Zylindern ( $h = 2 d \approx 300$  mm) aufgeführt, die zwischen 1,30 und 1,10 liegen. Sie nehmen mit wachsendem Betonalter und wachsender Betondruckfestigkeit ab.

In diesem Bereich liegen auch die Umrechnungsfaktoren, wie sie in *DIN 1045:1988 Absatz 7.4.3.5.3 (2)* zur Ableitung der Würfeldruckfestigkeit  $\beta_{W200}$  aus der Betondruckfestigkeit an Zylindern  $\beta_{cyl}$  mit 150 mm Durchmesser und 300 mm Höhe angegeben sind:

- Festigkeitsklasse B 15 und geringer mit:

$$\beta_{W200} = 1,25 \beta_{cyl} \quad (2.44)$$

- Festigkeitsklassen B 25 und höher mit:

$$\beta_{W200} = 1,18 \beta_{cyl} \quad (2.45)$$

Betrachtet man die Verhältniswerte zwischen den charakteristischen Mindestdruckfestigkeiten von Zylindern ( $h/d = 300/150$  mm) und Würfeln (Kantenlänge = 150 mm)  $f_{ck,cube} / f_{ck,cyl}$  der aktuellen Druckfestigkeitsklassen (vgl. Tab. 2.1) nach *DIN EN 206-1:2001* so liegen sie im Mittel bei 1,24 für normalfesten Beton und im Mittel bei 1,20 für höherfesten Beton.

Mit Bezug auf die oben genannten Untersuchungen wird in dieser Arbeit als Umrechnungsfaktor zwischen Würfelproben mit 200 mm Kantenlänge und Würfelproben mit 150 mm Kantenlänge folgender vereinfachter Ansatz gewählt:

$$\frac{f_{c,cube150}}{f_{c,cube200}} = k_{150/200} = 1,05. \quad (2.46)$$

Mit Bezug auf *DIN EN 206-1:2001* wird vereinfachend für die Umrechnung zwischen Würfelproben mit Kantenlänge 150 mm und Zylinderproben mit 150 mm Durchmesser und 300 mm Höhe als Umrechnungsfaktor für alle Druckfestigkeitsklassen gewählt:

$$\frac{f_{c,cyl}}{f_{c,cube150}} = k_{cyl/cube} = 0,82. \quad (2.47)$$

### 2.3.4.3 Lagerungsbedingungen der Prüfkörper

#### Heutige Lagerungsbedingungen

Wie in Abschnitt 2.3.2 erläutert, gilt als Referenzlagerung der Probekörper die Lagerung in Wasser, weil zum einen davon ausgegangen wird, dass bei richtiger Ausführung der Wasserlagerung die Einflussgrößen auf Druckfestigkeitsschwankungen am geringsten sind (*Deutscher Ausschuss für Stahlbeton 2003*) und zum andern in Wasser gelagerte, geometrisch gleiche Probekörper geringere Druckfestigkeiten infolge des allseitig wirkenden Porenwasserüberdrucks aufweisen als trocken gelagerte (*Schäper 2004*).

In Deutschland gilt gemäß den Forderungen der *DIN 1045-2:2008* allerdings nicht die Wasserlagerung als Standardlagerung. Abweichend von *DIN EN 12390-2:2009* werden dort die Lagerungsbedingungen nach *Anhang NA* der *DIN EN 12390-2:2001* gefordert. Diese entsprechen weitestgehend den vorher üblichen Regelungen der *DIN 1048-5:1991* für „Trockenlagerung“.

Gemäß den Regelungen für eine „Trockenlagerung“ nach *Anhang NA* der *DIN EN 12390-2:2001* sind die Probekörper nach der Herstellung für  $(24 \pm 2)$  h in den Formen bei einer Lufttemperatur von 15 °C bis 22 °C in einem geschlossenen Raum vor Zugluft geschützt zu lagern und gegen Austrocknen, z. B. durch Abdecken mit einer PE-Folie, zu schützen. Während des Erstarrens sind die Probekörper vor Erschütterungen, z. B. beim Befördern, zu bewahren. Nach  $(24 \pm 2)$  h sind die Probekörper zu entformen und 6 Tage auf Rosten in einem Wasserbad mit Leitungswasser von  $(20 \pm 2)$  °C zu lagern. Alternativ können die Probekörper auch 6 Tage auf einem Lattenrost in einer Feuchtekammer mit  $(20 \pm 2)$  °C und  $\geq 95$  % rel. Luftfeuchtigkeit gelagert werden.

Im Alter von 7 Tagen nach der Herstellung werden die Probekörper aus dem Wasserbad bzw. der Feuchtekammer entnommen und bis zur Prüfung in einem geschlossenen Raum bei einer Temperatur von 15 °C bis 22 °C auf einem Lattenrost gelagert. Sie sind vor direkter Zugluft zu schützen.

Um einen Vergleich zwischen der „Trockenlagerung“ und der Referenzlagerung in Wasser zu ermöglichen, gibt *DIN 1045-2:2008* folgende Umrechnungsfaktoren für Normalbeton und hochfesten Normalbeton an, die auf den Ergebnissen von *Donauer u. Wöhnl 1986* beruhen:

$$\begin{aligned} f_{c,cube} &= 0,92 f_{c,dry} \leq C50 / 60, \\ f_{c,cube} &= 0,95 f_{c,dry} \geq C50 / 60. \end{aligned} \quad (2.48)$$

### **Lagerung der Probekörper vor 1916**

Die *Vorläufigen Leitsätze* von 1904 (*VDAIV 1904*) fordern die Prüfung der Druckfestigkeit an 30 cm Würfeln, die unter normalen Witterungsverhältnissen 28 Tage erhärteten. Die *preußischen Bestimmungen* von 1904 (*Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1904*) und 1907 (*Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1907*) legen keine Lagerungsbedingungen fest. Der oben angegebene Lagerungsfaktor kann daher nicht für die Beurteilung von Betonen verwendet werden, die vor 1916 hergestellt wurden, weshalb diese nicht in den nachfolgenden Tabellen enthalten sind.

### **Lagerung der Probekörper von 1916 bis 1943**

Im Anhang der „*Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton*“ (*Deutscher Ausschuß für Eisenbeton 1916*) wurden erstmals präzise Lagerungsbedingungen der Probekörper festgelegt. Die Probekörper sollten mindestens 24 Stunden in der Form verbleiben und anschließend in einem geschlossenen frostfreien Raum bis zum Tag der Prüfung oder des Versands auf Lattenrosten gelagert werden. Dabei mussten die Probekörper vom zweiten bis zum Tag der Prüfung oder des Versands mit Tüchern bedeckt werden, die vom zweiten bis zum siebten Tag feucht zu halten waren. Diese Bedingungen wurden sowohl in der ersten Ausgabe der *DIN 1048:1925* von 1925 als auch in den folgenden Ausgaben von 1932 (*DIN 1048:1932*) und 1937 (*DIN 1048:1937*) übernommen. Dabei wurde die Lufttemperatur des Lager-raums mit einem Temperaturbereich von +12° bis +25 °C festgelegt.

Da diese Lagerungsbedingungen weitgehend mit denen im Anhang NA der *DIN EN 12390-2:2009* beschriebenen Anforderungen übereinstimmen (Lagerung unter feuchten Tüchern statt Wasserbad oder Feuchtekammer), wird die Anwendung des oben genannten Lagerungsfaktors zur Umrechnung der Betondruckfestigkeit auch für solche Betone als sinnvoll erachtet, die gemäß den seinerzeit gültigen Bestimmungen zwischen 1916 und 1943 produziert und geprüft wurden.

### **Lagerung der Probekörper ab 1943**

Die Lagerung der Probekörper für die Druckfestigkeitsprüfung nach *Anhang NA* der *DIN EN 12390-2:2001* entspricht grundsätzlich der Lagerung nach *DIN 1048:1944* in der Fassung von 1943 (Eignungs- und Güteprüfung) und blieb auch in den folgenden Ausgaben (*DIN 1048 Blatt 1:1972*; *DIN 1048 Teil 1:1978*; *DIN 1048-5:1991*) nahezu

unverändert. Das Gleiche gilt für die Lagerungsbedingungen gemäß den Standards im Geltungsgebiet der ehemaligen DDR (*TGL 0-1048:1963*, *TGL 21094/01:1969* und *TGL 33433/01:1979*). Daher ist die Anwendung des oben genannten Faktors zur Berücksichtigung der Lagerungsbedingungen bei der Umrechnung der Betondruckfestigkeit für Betone, die gemäß den zuvor genannten Regelungen ab 1943 produziert und geprüft wurden, ohne Einschränkungen möglich.

### **2.3.4.4 Prüfzeitpunkt**

Die Druckfestigkeit von Probekörpern wird im Allgemeinen nach einer Lagerung (entsprechend den Randbedingungen in Abschnitt 2.3.4.3) von 28 Tagen geprüft. Dieser Prüfzeitpunkt wurde bereits in den *preußischen Bestimmungen von 1904* (*Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1904*) festgelegt und wurde bis in die heutige Zeit in allen nachfolgenden Normen bzw. Standards übernommen. Damit kann für alle Betone von 1904 bis heute die Druckfestigkeit nach 28 Tagen als Referenzfestigkeit betrachtet werden.

### **2.3.4.5 Belastungsgeschwindigkeit bei Betondruckprüfungen**

#### **Heutige Belastungsgeschwindigkeit**

In der zurzeit gültigen Norm *DIN EN 12390-3:2009* zur Prüfung der Druckfestigkeit von Betonprobekörpern ist die stetig aufzubringende Prüflast mit einer Geschwindigkeit von  $(0,6 \pm 0,2)$  MPa/s ( $\text{N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$ ) festgelegt. Diese Belastungsgeschwindigkeit ist mit einer maximalen Abweichung von  $\pm 10\%$  bis zum Erreichen der Bruchlast einzuhalten. Eine weitere Anpassung der erreichten Druckfestigkeit in Abhängigkeit von der Belastungsgeschwindigkeit erfolgt nicht.

#### **Belastungsgeschwindigkeit vor 1916**

Sowohl die *Vorläufigen Leitsätze von 1904* (*VDAIV 1904*) als auch die Fassungen der *Preußischen Bestimmungen von 1904* (*Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1904*) und 1907 (*Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1907*) legen keinerlei Regelungen über die einzuhaltende Belastungsgeschwindigkeit bei Druckprüfungen von Betonprobekörpern fest.

#### **Belastungsgeschwindigkeit von 1916 bis 1925**

Die Bestimmungen des *DAfEb von 1916* (*Deutscher Ausschuss für Eisenbeton 1916*) fordern, den Druck auf die Probekörper langsam und stetig zu steigern, wobei die Geschwindigkeit rund  $1,0 \text{ kg}/\text{cm}^2$  pro Sekunde ( $\approx 0,1 \text{ N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$ ) betragen soll.

#### **Belastungsgeschwindigkeit von 1925 bis 1972**

Die Fassungen der *DIN 1048* (*DIN 1048:1925*, *DIN 1048:1932*, *DIN 1048:1937*, *DIN 1048:1944*) sowie die *TGL 0-1048:1963* geben als zulässigen Bereich der Spannungszunahme  $2,0$  bis  $3,0 \text{ kg}/\text{cm}^2$  in der Sekunde an ( $\approx 0,2$  bis  $0,3 \text{ N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$ ).

#### **Belastungsgeschwindigkeiten von 1972 bis 2002**

Ab *DIN 1048 Blatt 1:1972* wird eine Steigerung der Druckspannung von ungefähr  $0,5 \text{ N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$  gefordert. Die *TGL 33433/04:1979* erlaubt als Geschwindigkeit der Spannungszunahme einen Bereich von  $0,5$  bis  $1,0 \text{ N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$ .

## **Belastungsgeschwindigkeit von 2002 bis 2009**

In *DIN EN 12390-3:2002* wird als Geschwindigkeit der stetig aufzubringenden Prüflast ein Bereich von 0,2 MPa/s ( $\text{N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$ ) bis 1,0 MPa/s ( $\text{N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$ ) vorgegeben, wobei die gewählte Belastungsgeschwindigkeit mit einer maximalen Abweichung von  $\pm 10\%$  einzuhalten ist.

Somit ist zwar der zulässige Bereich der zu wählenden Belastungsgeschwindigkeit zwischen *DIN EN 12390-3:2002* und der aktuell gültigen *DIN EN 12390-3:2009* enger gefasst. Deren Einfluss auf die Prüfergebnisse wird jedoch an keiner weiteren Stelle bezüglich der Bemessung berücksichtigt und kann daher als vernachlässigbar eingeschätzt werden.

Bei der in dieser Arbeit vorgenommenen Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit früherer Normengenerationen werden die Prüfbedingungen zur Durchführung von Druckversuchen an Betonkörpern als vergleichbar angesehen, da ab 1916 alle geforderten Prüfgeschwindigkeiten in den Bestimmungen, Normen oder Standards innerhalb des in *DIN EN 12390-3:2002* vorgegebenen Geschwindigkeitsbereichs oder darunter liegen, weshalb es keines Anpassungsfaktors bedarf. Diese Annahme liegt auf der sicheren Seite, da im Allgemeinen bei niedrigeren Belastungsgeschwindigkeiten auch niedrigere Betondruckfestigkeiten bei der Prüfung ermittelt werden (vgl. *Grübl et al. 2001*).

### **2.3.5 Statistische Kenngrößen der Betondruckfestigkeit**

#### **2.3.5.1 Verteilungsfunktion der Betondruckfestigkeit**

In *Rüsch et al. 1969* werden die Gesetzmäßigkeiten der Streuung der Druckfestigkeit von Betonprobekörpern untersucht. Die Ergebnisse beruhen auf der statistischen Auswertung von Beobachtungsergebnissen, die anhand einer internationalen Umfrage gesammelt wurden. Dabei hat sich herausgestellt, dass die Festigkeitswerte der Prüfkörper bei 829 untersuchten Stichproben zu 92,8 % als Normalverteilung vorliegen. Es wird aber auch angemerkt, dass es bei niedrigen Betongütern sinnvoll sein kann, von einer logarithmischen Normalverteilung auszugehen.

Auch in der Untersuchung von *König et al. 1998* bezüglich des statistischen Konformitätskriteriums der Vornorm *prEN 206:1997* wird die Normalverteilung oder logarithmische Normalverteilung zur Beschreibung der Streuung der Betondruckfestigkeit vorgeschlagen.

Bei der in diesem Kapitel vorgenommenen Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit früherer Normengenerationen wird die Betondruckfestigkeit auf der sicheren Seite liegend als normalverteilt angenommen, da sich daraus niedrigere charakteristische Werte ergeben als unter Annahme einer logarithmischen Normalverteilung.

### 2.3.5.2 Standardabweichung und Variationskoeffizient der Betondruckfestigkeit

Nach *Rüsch et al. 1969* ist die Standardabweichung  $s$  der mittleren Betondruckfestigkeiten  $f_{cm,cube200}$  abhängig von der Art und Gleichmäßigkeit der Grundwerkstoffe, von den technischen und betrieblichen Einrichtungen der Betonherstellung, von der Sorgfalt und beruflichen Qualifikation des ausführenden Personals, von der Witterung, von der Dauer der Betonierarbeiten und vom Grad der Überwachung. Die Auswertung der Beobachtungsergebnisse ergab Werte der Standardabweichung von  $s = 1$  bis  $10 \text{ N/mm}^2$  (vgl. Abb. 2.8).

Die Standardabweichung beträgt im Mittel rund  $4,7 \text{ N/mm}^2$  ab einer mittleren Würfel-  
festigkeit  $f_{cm,cube200}$  von rund  $30 \text{ N/mm}^2$ . Für geringere Druckfestigkeiten steigt sie in etwa einer Parabel folgend an. Über eine entsprechende Regressionsrechnung in *Rüsch et al. 1969* ergibt sich das mittlere Streuungsverhalten über der mittleren Druckfestigkeit für Betone der 1950er und frühen 1960er Jahre wie folgt:

$$s = \frac{1}{0,197 + \frac{31,9}{f_{cm,cube200}^2}} \left[ \text{N/mm}^2 \right]. \quad (2.49)$$

Aufgrund der bei der Auswertung in *Rüsch et al. 1969* gesammelten Erfahrungen werden die zu erwartenden Standardabweichungen mit der während der Produktion herrschenden Sorgfalt bei der Überwachung in folgende Beziehung nach Tab. 2.5 zueinander gestellt.

Die abgeschätzten Standardabweichungen nach Tab. 2.5 repräsentieren das Streuniveau der Betondruckfestigkeit in den 1950er und frühen 1960er Jahren, da sie sich zum vorwiegenden Teil aus Kennwerten von Baustellen dieser Zeitperiode ableiten.

Etwas engere Bereiche für die Standardabweichungen in Abhängigkeit von der Qualität der Fertigung und der Kontrolle werden in *Spaethe 1992* genannt (vgl. Tab. 2.6). Da dort keine Zuordnung zu einer Zeitperiode angegeben wird, ist ein direkter Vergleich mit den Angaben der Tab. 2.5 nicht möglich.

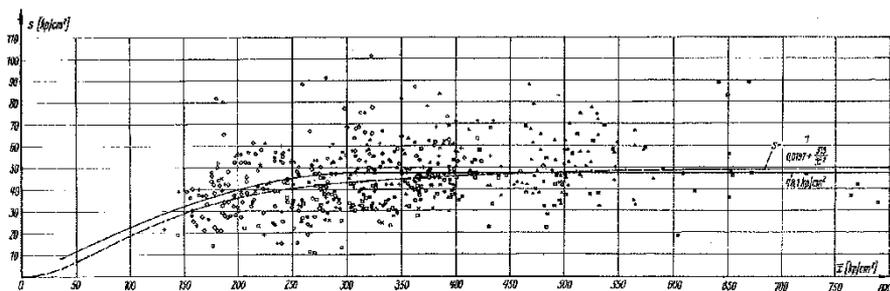


Abb. 2.8: Streuverhalten der Betondruckfestigkeit auf Baustellen der 1950er Jahre ( $\bar{x} \triangleq f_{cm,cube200}$ ), aus *Rüsch et al. 1969*

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.5: Vorschlag für die Bewertung der Qualität der Betonherstellung anhand des Wertes der Standardabweichung (aus *Rüsch et al. 1969*)

Sorgfalt bei der Überwachung	Kleine Baustelle, keine Betonproben, Zumessung nach Volumen, Überwachung durch Polier	Mittlere Baustelle, 3 – 10 Betonproben, Zumessung nach Volumen oder Gewicht, Überwachung durch Polier	Großbaustelle, 30 und mehr Betonproben, Zumessung nach Gewicht, Überwachung durch Betoningenieur
Urteil	Standardabweichung von Würfelproben [N/mm <sup>2</sup> ]		
sehr gut	5	4	3
gut	6	5	4
annehmbar	8	6,5	5
nachlässig	9	8	7

Tab. 2.6: Standardabweichungen und Variationskoeffizienten für die Druckfestigkeit von Beton, nach *Spaethe 1992*

Qualität der Fertigung und Kontrolle	Variationskoeffizient für Beton mit einer mittleren Druckfestigkeit < 20 N/mm <sup>2</sup>	Standardabweichung für Beton mit einer mittleren Druckfestigkeit ≥ 20 N/mm <sup>2</sup>
Betonwerke mit guten Ausgangsstoffen, geschultem Personal und einwandfreier Fertigungskontrolle	$C_v = 0,125 \dots 0,20$ <b>0,15</b>	$s = 2,5 \dots 4,0$ <b>3,0</b>
Größere Baustellen und Transportbeton mit normalen Fertigungs- und Kontrollbedingungen	$C_v = 0,20 \dots 0,275$ <b>0,225</b>	$s = 4,0 \dots 5,5$ <b>4,5</b>
Kleinere Baustellen mit Herstellung des Betons auf der Baustelle	$C_v = 0,275 \dots 0,35$ <b>0,30</b>	$s = 5,5 \dots 7,0$ <b>6,0</b>

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Jüngere Untersuchungen von *Tue 2007* zeigen, dass die Standardabweichung der Druckfestigkeit mit der Festigkeit zunimmt und mit folgender Gleichung beschrieben werden kann:

$$\sigma = \frac{f_{ck}}{100} + 3,25 \left[ \text{N/mm}^2 \right]. \quad (2.50)$$

Unter Annahme einer Normalverteilung nennt *Tue 2007* für normalfeste und für hochfeste Betone folgende statistische Größen:

- Normalbeton:

Mittelwert der Standardabweichung	$\sigma_m = 3,5 \text{ N/mm}^2$ ,
5%-Quantil der Standardabweichung	$\sigma_{5\%} = 1,3 \text{ N/mm}^2$ ,
95%-Quantil der Standardabweichung	$\sigma_{95\%} = 5,6 \text{ N/mm}^2$ .
- Hochfester Beton:

Mittelwert der Standardabweichung	$\sigma_m = 4,2 \text{ N/mm}^2$ ,
5%-Quantil der Standardabweichung	$\sigma_{5\%} = 0,8 \text{ N/mm}^2$ ,
95%-Quantil der Standardabweichung	$\sigma_{95\%} = 7,6 \text{ N/mm}^2$ .

Vergleicht man die mittlere Standardabweichung mit den Untersuchungen von *Rüsch et al. 1969*, so zeigt sich, dass sich die Qualität der Betonproduktion in jüngerer Zeit verbessert hat.

*Zäschke 2003* erläutert, dass der angenommene Schätzwert für die Standardabweichung der Grundgesamtheit  $\sigma$  für kleine Stichprobenumfänge  $n$  bei der Festlegung des Bestätigungskriteriums nach *DIN EN 206-1:2001* und *DIN 1045-2:2008* für einen Beton aus einer Betonfamilie an der oberen Grenze des Bereiches repräsentativer Erfahrungswerte bei  $\sigma = 5 \text{ N/mm}^2$  liege.

In *DIN 1045-1:2008* und *EC 2 (DIN EN 1992-1-1:2011)* ist die Standardabweichung  $\sigma$  in den dortigen Tabellen implizit über die analytische Beziehung der mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm}$  zur charakteristischen Druckfestigkeit  $f_{ck}$  gegeben:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \left[ \text{N/mm}^2 \right]. \quad (2.51)$$

Da  $f_{ck}$  dem 5%-Quantil einer Normalverteilung entspricht:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,645 \cdot \sigma \quad (2.52)$$

ergibt sich aus den beiden Gleichungen eine Standardabweichung von  $\sigma = 4,86 \text{ N/mm}^2$ , was annähernd mit dem oben genannten Wert von *Zäschke 2003* übereinstimmt.

### 2.3.6 Charakteristische Druckfestigkeiten für nicht güteüberwachte Betone von 1916 bis 1972 (1980)

Die vorläufigen Leitsätze VDAIV 1904 und die preußischen Bestimmungen von 1904 (Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1904) und 1907 (Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1907) fordern, dass die mittlere Druckfestigkeit an Würfeln mit 30 cm Seitenlänge nach 28 Tagen nachgewiesen werden soll. Die Herstellung und Lagerung der Probekörper sowie die Durchführung der Prüfung wurden nicht näher geregelt. Ein Vergleich mit den aktuellen Prüfbedingungen wird daher als nicht möglich angesehen.

Aufgrund des Anhangs „Bestimmungen für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton“ der Bestimmungen des DAfEb von 1916 (Deutscher Ausschuss für Eisenbeton 1916), die ab 1925 in DIN 1048:1925 übernommen wurden, wird davon ausgegangen, dass die Ergebnisse von Druckversuchen an Probekörpern aus Beton seit 1916 als vergleichbar mit aktuellen Prüfergebnissen betrachtet werden können. Dies ist grundlegende Voraussetzung für eine Umrechnung der mittleren Betondruckfestigkeit, die bis 1972 als Kenngröße für die Betondruckfestigkeit in den jeweiligen Normfassungen der DIN 1045 diente, auf das 5%-Quantil der Betondruckfestigkeit.

Für Betone, die im Zeitraum zwischen 1916 bis 1943 produziert wurden, sowie für die nicht güteüberwachte Güteklasse B 120 der DIN 1045:1943, DIN 1045:1959 (gültig bis 1972) sowie TGL 0-1045:1963 und TGL 0-1045:1973 (gültig bis 1980) erfolgt diese Berechnung nach Gleichung (2.53). Dabei wird die Verteilungsfunktion der einzelnen zu betrachtenden Betone auf der sicheren Seite liegend als Normalverteilung angenommen. Die jeweiligen Erwartungswerte  $\mu$  entsprechen den geforderten mittleren Druckfestigkeiten ( $\mu = f_{cm,gef} = f_{cm,cube200}$ ). Die angenommene Standardabweichung  $\sigma$  basiert auf dem Ergebnis der Regressionsrechnung von Rüscher et al. 1969 nach Gleichung (2.49), welche das mittlere Streuniveau der Betondruckfestigkeit von Probekörpern repräsentiert, die auf Baustellen der 1950er und frühen 1960er Jahre hergestellt wurden. Für zuvor hergestellte Betone stellt diese Annahme daher nur eine Extrapolation dar. Genauere Annahmen können jedoch nicht getroffen werden, da für frühere Zeiträume keine entsprechenden statistischen Auswertungen zugänglich sind.

Unter Berücksichtigung der oben genannten Umrechnungsfaktoren für unterschiedliche Geometrie und Lagerungsbedingungen der Probekörper ergeben sich die 5%-Quantile der charakteristischen Betondruckfestigkeiten für die im Zeitraum zwischen 1916 bis 1943 produzierten Betone sowie für die nicht güteüberwachte Güteklasse B 120 nach folgender Gleichung:

$$f_{ck,cyl} = (f_{cm,cube200} - 1,645 \cdot \sigma) \cdot k_{150/200} \cdot k_{cyl/cube} \cdot k_L \quad (2.53)$$

Somit berechnet sich die charakteristische Zylinderfestigkeit z. B. eines Betons nach DIN 1045:1937, der eine erforderliche Würfelfestigkeit nach 28 Tagen von  $W_{b28} = 160 \text{ kg/cm}^2 (\cong 16 \text{ N/mm}^2)$  aufweisen muss, mit:

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

$$\begin{aligned}
 f_{ck,cyl} &= (f_{cm,cube200} - 1,645 \cdot \sigma) \cdot k_{150/200} \cdot k_{cyl/cube} \cdot k_L \\
 &= (16 - 1,645 \cdot 3,1) \cdot 1,05 \cdot 0,82 \cdot 0,92 \\
 &= 8,6 \text{ N/mm}^2.
 \end{aligned}$$

Die charakteristischen Druckfestigkeiten für weitere Betone aus verschiedenen Zeiträumen und deren Zuordnung in eine aktuelle Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* sind Tab. 2.7 zu entnehmen.

Tab. 2.7: Charakteristische Betondruckfestigkeiten für Betonklassifizierungen von 1916 bis 1943 und die nicht güteüberwachte Güteklasse B 120 sowie eine mögliche Zuordnung in eine Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001*

Zeitraum	geforderte Betonfestigkeit bzw. Güteklasse	Charakteristische Druckfestigkeit $f_{ck,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Festigkeitsklasse nach DIN EN 206-1 (mögliche Zuordnung) <sup>1)</sup>
1916 - 1925 DAfEb 1916	$W_{28} = 150 \text{ kg/cm}^2$	8,0	C8/10
	$W_{28} = 180 \text{ kg/cm}^2$	9,8	C8/10
1925 - 1932 DIN 1045:1925-09	$W_{b28} = 100 \text{ kg/cm}^2$	5,4	-
	$W_{b28} = 130 \text{ kg/cm}^2$	6,9	-
	$W_{b28} = 180 \text{ kg/cm}^2$	9,8	C8/10
1932 - 1943 DIN 1045:1932-05 DIN 1045:1937-05	$W_{b28} = 120 \text{ kg/cm}^2$	6,4	-
	$W_{b28} = 160 \text{ kg/cm}^2$	8,6	C8/10
	$W_{b28} = 210 \text{ kg/cm}^2$	11,8	C12/15
1943 - 1972 DIN 1045:1943-03 DIN 1045:1959-11 TGL bis 1980 TGL 0-1045:1963-04 TGL 0-1045:1973-04	B 120	6,4	-
<sup>1)</sup> Zuordnung gilt nur für die Umrechnung einer früheren Betonfestigkeit bzw. Güteklasse in eine aktuelle Festigkeitsklasse (s. Abschnitt 2.3.10).			

### **2.3.7 Güteüberwachte Betone von 1943 bis 1972 (1980)**

#### **2.3.7.1 Geforderte Güteüberwachung von 1943 bis 1972 (1980)**

Ab *DIN 1045:1943* werden Betone in Güteklassen eingeteilt, die bis *DIN 1045:1972* bzw. *TGL 33411/01:1979* (gültig ab 1980) unverändert bleiben. An sie werden erstmals explizite Regeln zum Nachweis der Güte während der Bauausführung gestellt. Sie legen fest, dass für Betone ab Güteklasse B 160 in folgenden Fällen jeweils drei Probewürfel zur Güteprüfung herzustellen sind:

- allgemein je 200 m<sup>3</sup> Beton,
- für größere Betonageabschnitte, bei denen der Beton ohne Unterbrechung eingebracht wird, je 500 m<sup>3</sup> Beton,
- bei Veränderung der Verhältnisse, die bei früheren Prüfungen nicht vorlagen,
- je Bauwerk.

Der Nachweis der Güteklasse gilt als erfüllt, wenn zum einen keiner der einzelnen Probekörper eine geringere Festigkeit als 85 % der geforderten Druckfestigkeit aufweist und zum anderen die mittlere Festigkeit der drei Würfelproben die geforderte Druckfestigkeit erreicht oder überschreitet.

Die gleichen Anforderungen gelten für die Betongüten B 400 und B 600 der *DIN 4227:1953* sowie der entsprechenden Standards *TGL 0-1045:1963* und *TGL 0-4227:1963*.

#### **2.3.7.2 Einfluss der Güteüberwachung auf die charakteristische Druckfestigkeit**

Setzt man voraus, dass Betone in Bauwerken aus jener Zeitperiode (1943 – 1972 bzw. 1980 auf dem Hoheitsgebiet der ehemaligen DDR) so eingestellt wurden, dass sie diese Anforderungen erfüllen, oder dass Betone, welche diese Anforderungen nicht erfüllen, durch Rückbau der entsprechenden Bauteile oder Rückstufung in eine geringere Festigkeitsklasse aus der geforderten Festigkeitsklasse „gefiltert“ wurden, so hat dies einen Einfluss auf die statistische Verteilung der Druckfestigkeit des produzierten Betons, der in *Schnell et al. 2010* näher untersucht und im Folgenden auszugsweise wiedergegeben wird.

Um diesen Einfluss zu untersuchen, wird anders als in Abschnitt 2.3.6 die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Druckfestigkeit einzelner Betongüten nicht analytisch betrachtet, sondern mithilfe des Programms *MATLAB (The MathWorks 2010)* auf Grundlage von statistischen Kennwerten der betrachteten Zeitperiode numerisch simuliert. Wie bereits bei Betonen nach Abschnitt 2.3.6 werden die Betongüten als normalverteilt mit Mittelwerten entsprechend den geforderten mittleren Festigkeiten  $f_{cm,gef}$  angenommen. Für die Annahme der Standardabweichung wird hingegen die zu erwartende Bandbreite nach Tab. 2.5 betrachtet, die zwischen 3 und 9 N/mm<sup>2</sup> liegt. Dies geschieht anhand einer stetigen Gleichverteilung  $U(3,9)$ , vgl. Abschnitt 2.2.3.1.

Diese Ausgangsverteilungen werden einem Test unterzogen, der den Güteanforderungen der *DIN 1045:1943* entspricht:

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

- I. Für jeden vorgegebenen Mittelwert wird eine Stichprobe vom Umfang  $n = 3$  in jedem Testschritt zufällig aus der Menge einer betrachteten Betongüte ausgewählt, deren vorgegebener Mittelwert  $f_{cm,cube200}$  dem geforderten Mittelwert einer Betongüte  $f_{cm,gef}$  entspricht. Die drei Druckfestigkeiten einer Stichprobe seien  $f_{c1}$ ,  $f_{c2}$  und  $f_{c3}$ .
- II. Die zufällige Stichprobe wird entsprechend den Güteanforderungen des Abschnitts 2.3.7.1 getestet. Das heißt, dass die folgenden Bedingungen erfüllt sein müssen:
$$\frac{1}{3}(f_{c1} + f_{c2} + f_{c3}) \geq f_{cm,gef}, \quad (2.54)$$
$$\min\{f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}\} \geq 0,85 \cdot f_{cm,gef}.$$
- III. Der Schritt (II.) wird so lange wiederholt, bis eine vorgegebene Anzahl von Stichproben den Test erfüllt.

Die Bestimmung des 5%-Quantils eines güteüberwachten Betons erfolgt über einen Algorithmus. In diesem sei die Menge der realisierbaren Festigkeiten einer Betongüte, welche die Bedingungen der Güteanforderungen erfüllen, definiert als  $\Phi$ . Des Weiteren sei  $N$  die Schlusszahl. Die Einzelschritte der mit *The MathWorks 2010* vorgenommenen Simulation lauteten wie folgt:

- I. Zu Beginn des Tests seien  $\Phi = \emptyset$  und  $i = 0$ .
- II. Wähle  $F = \{f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}\}$ , wobei  $f_{c1}$ ,  $f_{c2}$ ,  $f_{c3}$  identisch unabhängig normalverteilt mit Mittelwert  $f_{cm,gef}$  und Standardabweichung aus  $U(3,9)$  seien.
- III. Teste die Bedingungen nach (2.54). Falls die Stichprobenwerte die beiden Bedingungen erfüllen, sei:
$$\Phi = \Phi \cup F, i = i + 1.$$
- IV. Wiederhole (II.) und (III.) bis  $i = N$  (mit  $N = 1000$  zur Bestimmung eines ausreichend genauen 5%-Quantils).
- V. Sortiere alle Elemente aus der Menge  $\Phi$  in aufsteigender Reihenfolge und ermittle das 5%-Quantil  $f_{ck,cube200,N}$ , das dem  $(0,05 \cdot N)$ -ten Wert der sortierten Werte entspricht.

Ein Vergleich der Ergebnisse nach 100 Durchläufen und 1.000 Durchläufen des beschriebenen Algorithmus zeigt, dass die daraus berechneten mittleren 5%-Quantile der charakteristischen Würfeldruckfestigkeiten der betrachteten Betongüten  $f_{ck,cube200,sim}$  nur geringfügig voneinander abweichen ( $< 0,1 \text{ N/mm}^2$ ), weshalb auf eine weitere Erhöhung der Durchlaufzahl verzichtet wird. Die auf 1.000 Durchläufen basierenden mittleren 5%-Quantile der charakteristischen Würfeldruckfestigkeiten  $f_{ck,cube200,sim}$  sowie deren Standardabweichungen sind für die betrachteten Betongüten in Tab. 2.8 dargestellt.

Es zeigt sich, dass die Berücksichtigung von Konfidenzintervallen (vgl. Abschnitt 3.3.4) für die berechneten mittleren 5%-Quantile  $f_{ck,cube200,sim}$  nicht erforderlich ist, da selbst die Konfidenzintervalle der Betongüten B 600, B 450 und B 300 mit den größten Standardabweichungen zwischen 1,0278 und 0,1969  $\text{N/mm}^2$  lediglich eng begrenzte Bereiche bei einem Konfidenzniveau von 0,95 annehmen, vgl. Tab. 2.9. Für die unteren Betongüten B 160 und B 225 lässt sich dies bereits anhand der geringen Standardabweichungen von weniger als 0,1  $\text{N/mm}^2$  ableiten.

Tab. 2.8: Simulierte 5%-Quantile  $f_{ck,cube200,sim}$  güteüberwachter Betonfestigkeiten, aus Schnell et al. 2010

Güteklasse	$f_{cm,gef}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck,cube200,sim}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Standardabweichung [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{c,cube200,min}$ (0,85 · $f_{cm,gef}$ ) [N/mm <sup>2</sup> ]
B 600	60	54,8114	1,0278	51,00
B 450	45	40,5754	0,5892	38,25
B 300	30	26,7329	0,1969	25,50
B 225	22,5	20,0024	0,0766	19,12
B 160	16	14,2556	0,0763	13,60

Tab. 2.9: Konfidenzintervalle der mittleren 5%-Quantile der charakteristischen Würfeldruckfestigkeiten (Konfidenzniveau = 0,95), aus Schnell et al. 2010

Güteklasse	$f_{ck,cube200,sim}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Konfidenzintervall [N/mm <sup>2</sup> ]
B 600	54,8114	[54,7477 , 54,8751]
B 450	40,5754	[40,5389 , 40,6119]
B 300	26,7329	[26,7207 , 26,7451]
B 225	20,0024	[19,9977 , 20,0071]
B 160	14,2556	[14,2509 , 14,2603]

Die grafischen Darstellungen in Abb. 2.9 geben einen Eindruck von dem Einfluss der Güteüberwachung auf die Ausgangsverteilung einer Betongüte, die mithilfe des oben beschriebenen Algorithmus simuliert wird.

Die mit Strichlinie dargestellte Kurve entspricht jeweils der ursprünglichen Dichtefunktion, mit dem Mittelwert  $f_{cm,gef}$  und der Standardabweichung aus U(3,9). Die resultierende Dichtefunktion, die sich aus den akzeptierten simulierten Stichproben entsprechend den Kriterien der Güteüberwachung ergibt, entspricht der mit Volllinie dargestellten Kurve.

Daraus lassen sich folgende anschauliche Merkmale ableiten:

- Die neue Dichtefunktion ist nach rechts verschoben. Das heißt, dass nach endlich vielen Schritten des hier durchgeführten Tests der resultierende Mittelwert einer güteüberwachten Betongüte offensichtlich größer ist als der Ausgangsmittelwert.
- Die neue Dichtefunktion ist schmaler als die ursprüngliche Dichtefunktion. Sie konzentriert sich stärker um den neuen Mittelwert, was einer Verringerung der Standardabweichung entspricht.
- Die beiden oben genannten Merkmale gelten für die gesamte Bandbreite der betrachteten Betongüten, was für eine allgemeine Gültigkeit der Methode spricht.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

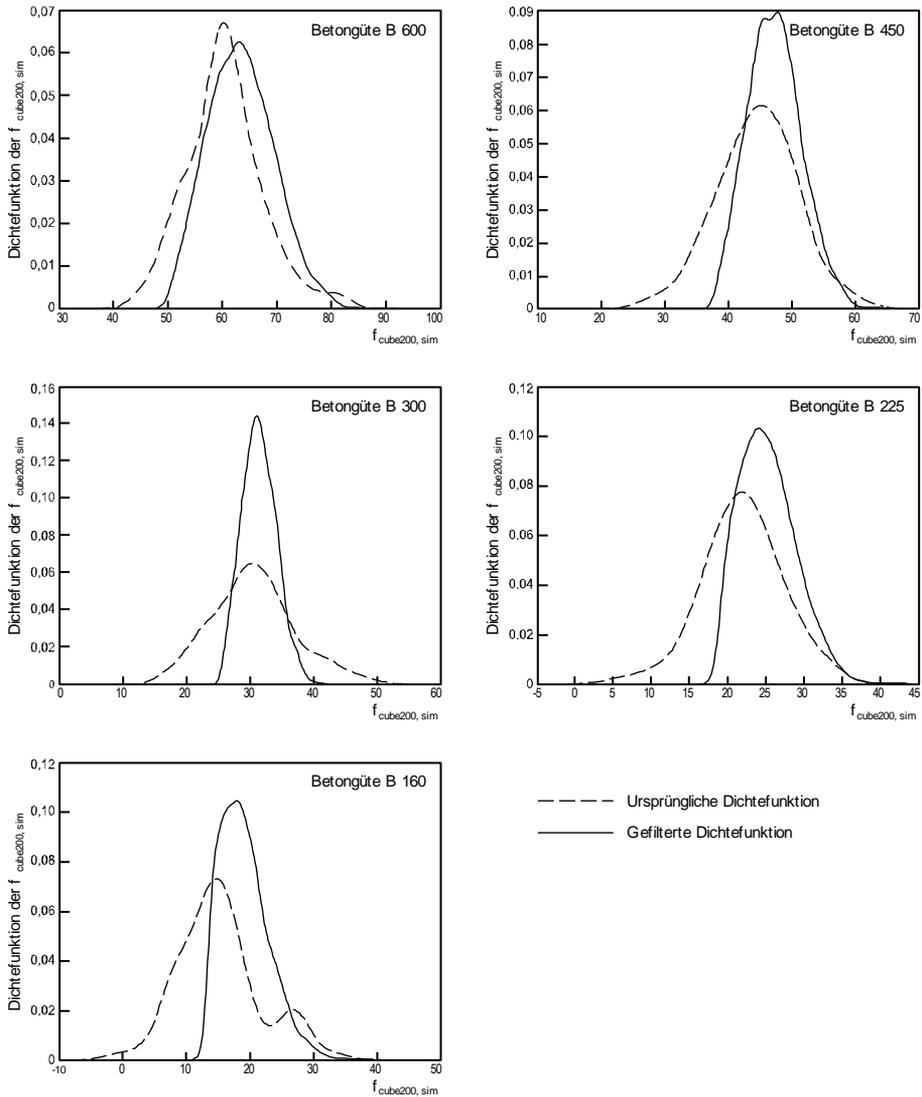


Abb. 2.9: Grafische Darstellung des Einflusses der Güterüberwachung auf die Ausgangsverteilungen der untersuchten Betongüten, nach Schnell et al. 2010

### 2.3.7.3 Charakteristische Druckfestigkeiten güteüberwachter Betone von 1943 bis 1972 (1980)

In Tab. 2.8 sind neben den ermittelten 5%-Quantilen der Druckfestigkeiten  $f_{\text{ck}, \text{cube}200, \text{sim}}$  auch die Mindestwerte  $f_{\text{c}, \text{cube}200, \text{min}}$  angegeben, die jede einzelne Würfelprobe gemäß den Güteklassen nach *DIN 1045:1943*, *DIN 1045:1959*, *DIN 4227:1953* (gültig bis 1972) sowie *TGL 0-1045:1963*, *TGL 0-1045:1973* und *TGL 0-4227:1963* (gültig bis 1980) erreichen muss. Es zeigt sich, dass die Werte der ermittelten 5%-Quantile  $f_{\text{ck}, \text{cube}200, \text{sim}}$  im Bereich der untersuchten Standardabweichungen stets höhere Werte erreichen als die geforderten Mindestwerte  $f_{\text{c}, \text{cube}200, \text{min}}$ .

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Für eine ingenieurmäßige Abschätzung der charakteristischen Betondruckfestigkeiten  $f_{ck}$  der betrachteten Güteklassen wird es daher als sinnvoll erachtet, die charakteristische Würfeldruckfestigkeit  $f_{ck,cube200}$  mit der geforderten Mindestdruckfestigkeit  $f_{c,cube200,min}$  gleich zu setzen:

$$f_{ck,cube200} = f_{c,cube200,min} = 0,85 \cdot f_{cm,gef} \quad (2.55)$$

Basierend auf der Auswertung von realen Ergebnissen der Güteüberwachung von Transportbeton aus dem Zeitraum von 1964 bis 1974 wird in *Zilch et al. 2012* gezeigt, dass diese Abschätzung für die Betongüten B 225, B 300 und B 450 eine auf der sicheren Seite liegende, zulässige Annahme darstellt.

Vergleichbar mit der Vorgehensweise in Abschnitt 2.3.6 unter Berücksichtigung der dort genannten Umrechnungsfaktoren ergibt sich die charakteristische Betondruckfestigkeit mit:

$$f_{ck,cyl} = 0,85 \cdot f_{cm,gef} \cdot k_{150/200} \cdot k_{cyl/cube} \cdot k_L \quad (2.56)$$

Die entsprechenden Werte der einzelnen Betongüteklassen und deren Zuordnung in eine aktuelle Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* sind Tab. 2.10 zu entnehmen.

Tab. 2.10: Charakteristische Betondruckfestigkeiten für güteüberwachte Betone von 1916 bis 1972 (1980) sowie eine mögliche Zuordnung in eine Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001*

Zeitraum	Güteklasse	Charakteristische Druckfestigkeit $f_{ck,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Festigkeitsklasse nach DIN EN 206-1 (mögliche Zuordnung) <sup>1)</sup>
1943 - 1972	B 160	10,8	C8/10
DIN 1045:1943-03	B 225	15,1	C12/15
DIN 1045:1959-11	B 300	20,2	C20/25
DIN 4227:1953-10	B 450	30,3	C30/37
TGL bis 1980	B 600	40,4	C40/50
TGL 0-1045:1963-04			
TGL 0-1045:1973-04			
TGL 0-4227:1963-05			

<sup>1)</sup> Zuordnung gilt nur für die Umrechnung einer früheren Güteklasse in eine aktuelle Festigkeitsklasse (s. Abschnitt 2.3.10).

### 2.3.8 Charakteristische Druckfestigkeiten der Betonfestigkeitsklassen von 1972 bis 2001

Da die Festlegung der Nenndruckfestigkeit  $\beta_{WN}$  ab *DIN 1045:1972* als 5%-Quantil der Grundgesamtheit definiert ist, sind für die Umrechnung auf die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit nur die Umrechnungsfaktoren für die unterschiedliche Probeform und die unterschiedliche Lagerung zu berücksichtigen:

$$\beta_{WN} = f_{ck,cube,200} \quad (2.57)$$

$$f_{ck,cyl} = f_{ck,cube200} \cdot k_{150/200} \cdot k_{cube/cyl} \cdot k_L \quad (2.58)$$

Im Zuge des gesetzlichen Einheitenwechsels auf SI-Einheiten wurden 1978 die Bezeichnungen der Betonklassen nach *DIN 1045:1972* vereinfacht mit dem Faktor 10 von  $\text{kp/cm}^2$  auf  $\text{N/mm}^2$  umgerechnet (Bn 300→B 30).

Die charakteristischen Druckfestigkeiten der Festigkeitsklassen aus den Zeiträumen zwischen 1972 und 2001 sowie deren Zuordnung in eine aktuelle Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* sind Tab. 2.11 zu entnehmen.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.11: Charakteristische Betondruckfestigkeiten der Betonfestigkeitsklassen der DIN 1045 von 1972 bis 2001 sowie eine mögliche Zuordnung in eine Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001*

Zeitraum	Festigkeits- klasse	Charakteristische Druckfestigkeit $f_{ck,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Festigkeitsklasse nach DIN EN 206-1 (mögliche Zuord- nung) <sup>1)</sup>
1972 - 1978  DIN 1045:1972-01	Bn 50	4,0	-
	Bn 100	7,9	C8/10
	Bn 150	11,9	C12/15
	Bn 250	19,8	C20/25
	Bn 350	27,7	C25/30
	Bn 450	35,6	C35/45
	Bn 550	43,6	C40/50
1978 - 2001  DIN 1045:1978-12  DIN 1045:1988-07	B 5	4,0	-
	B 10	7,9	C8/10
	B 15	11,9	C12/15
	B 25	19,8	C20/25
	B 35	27,7	C25/30
	B 45	35,6	C35/45
	B 55	43,6	C40/50
<sup>1)</sup> Zuordnung gilt nur für die Umrechnung einer früheren Festigkeitsklasse in eine aktuelle Festigkeitsklasse (s. Abschnitt 2.3.10).			

**2.3.9 Charakteristische Druckfestigkeiten der Betonfestigkeitsklassen von 1980 bis 1990 (DDR)**

In den Einheitlich Technischen Vorschriftenwerken des Betonbaus war die Norm-Würfeldruckfestigkeit  $R^n$  nach TGL 33411/01:1979 als 5%-Quantil des 28 Tage alten 150 mm Würfels definiert. Wie bereits im Abschnitt 2.3.4.3 erläutert, entspricht die Lagerung der Probewürfel grundsätzlich der „Trockenlagerung“ nach Anhang NA der DIN EN 12390-2:2001. Zur Umrechnung auf die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit sind daher nur die Faktoren  $k_{cube/cyl}$  und  $k_L$  zu berücksichtigen:

$$R^n = f_{ck,cube150} \tag{2.59}$$

$$f_{ck,cyl} = f_{ck,cube150} \cdot k_{cube/cyl} \cdot k_L \tag{2.60}$$

Die nach Gleichung (2.60) ermittelten charakteristischen Druckfestigkeiten der einzelnen Vorzugsbetonklassen nach TGL 33411/01:1979 sind in Tab. 2.12 tabelliert.

Tab. 2.12: Charakteristische Betondruckfestigkeiten der Betonklassen der TGL 33411/01:1979 von 1980 bis 1990 sowie eine mögliche Zuordnung in eine Festigkeitsklasse nach DIN EN 206-1:2001

Zeitraum	Betonklasse	Charakteristische Druckfestigkeit $f_{ck,cyl}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Festigkeitsklasse nach DIN EN 206-1 (mögliche Zuordnung) <sup>1)</sup>
TGL von 1980 - 1990 TGL 33411/01:1979-06	Bk 5	3,8	-
	Bk 7,5	5,7	-
	Bk 10	7,5	~C8/10
	Bk 15	11,3	~C12/15
	Bk 20	15,1	C12/15
	Bk 25	18,9	C16/20
	Bk 35	26,4	C25/30
	Bk 45	33,9	C30/37
	Bk 55	41,5	C40/50

1) Zuordnung gilt nur für die Umrechnung einer früheren Betonklasse in eine aktuelle Festigkeitsklasse (s. Abschnitt 2.3.10).

### 2.3.10 Anmerkungen zu den tabellierten Festigkeitswerten

Die in Tab. 2.7 und Tab. 2.10 bis Tab. 2.12 genannten möglichen Zuordnungen in eine Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* gelten grundsätzlich nur, wenn eine Festigkeitsklasse einer früheren Zeitperiode in eine heutige umgerechnet werden soll. So kann z. B. ein Beton der Festigkeitsklasse C40/50 nicht der Festigkeitsklasse B 55 zugeordnet werden, wenn zum Vergleich ein Nachweis entsprechend *DIN 1045:1972* geführt wird. Dies gilt für alle „historischen“ Betone der oben genannten Tabellen, deren rechnerisch ermittelte charakteristische Zylinderdruckfestigkeit  $f_{ck,cyl}$  den Wert der zugeordneten Festigkeitsklasse übersteigt. So erreicht ein Beton der Festigkeitsklasse C40/50 mit einer charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit von  $f_{ck,cyl} = 40 \text{ N/mm}^2$  lediglich eine charakteristische Würfel Festigkeit nach Umstellung der Gleichung (2.58) von:

$$\beta_{WN} = f_{ck,cube200} = \frac{f_{ck,cyl}}{k_{150/200} \cdot k_{cube/cyl} \cdot k_L} = \frac{40}{1,05 \cdot 0,82 \cdot 0,92} \quad (2.61)$$
$$= 50,5 \text{ N/mm}^2.$$

Dieser Wert liegt unter der seinerzeit geforderten Nennfestigkeit eines B 55 von  $\beta_{WN} = 55 \text{ N/mm}^2$  und wäre somit der nächst kleineren Betonklasse zuzuordnen.

Wie bereits in Abschnitt 2.1 angegeben, können die hier tabellierten charakteristischen Betondruckfestigkeiten zunächst nur einer Vorbemessung dienen und müssen anhand einer Bauwerksuntersuchung verifiziert werden.

In *Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung 2011* gilt diese Einschränkung nur für Brückenbauwerke und deren Betone, die vor 1953 produziert wurden, wobei sich der gewählte Zeitpunkt lediglich auf die erste Fassung der *DIN 4227:1953* bezieht. Wie bereits in *Schnell et al. 2012b* erläutert, sollte daher dieser Zeitpunkt nicht als absolute Entscheidungsgrenze betrachtet werden, ob die vorgegebenen Tabellenwerte als sichere Annahmen verwendet werden können, sondern eher als Markierung einer Übergangsphase, in der sich die gesellschaftliche Lage nach den Wirren des Zweiten Weltkrieges soweit stabilisiert hatte, dass von einer gewissen „Normalität“ ausgegangen werden kann.

### 2.3.11 Vergleich mit Festigkeitswerten anderer Literaturquellen und Regelwerke

#### 2.3.11.1 Nachrechnungsrichtlinie für bestehende Straßenbrücken

Die in dieser Arbeit vorgestellte Vorgehensweise zur Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeiten früherer Normengenerationen wird bereits in der *Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung 2011)* angewendet.

Die Werte der charakteristischen Druckfestigkeit der dortigen *Tabellen 11.1* und *11.2* sind auf  $0,5 \text{ N/mm}^2$  entsprechend den hier berechneten Werten gerundet.

**2.3.11.2 Schnell u. Loch 2009 und Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008**

Für den Werkstoff Beton liegen bereits zugeordnete charakteristische Druckfestigkeiten in *Schnell u. Loch 2009* und *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008* vor.

Die Berechnung der charakteristischen Betondruckfestigkeit erfolgt in *Schnell u. Loch 2009* anhand eines analytischen Ansatzes mit statistischen Kennwerten, die auch in der vorliegenden Arbeit verwendet werden und die in Abschnitt 2.3.5 erläutert sind. Bei diesem Ansatz werden anhand eines angenommenen Bereichs der Produktionsqualität (annehmbare Überwachung bis sehr gute Überwachung während der Herstellung) die Standardabweichung oder der Variationskoeffizient der Grundgesamtheit als bekannt vorausgesetzt. Über die geforderten Mittelwerte der einzelnen Betongüten werden die zu erwartenden unteren und oberen Grenzen der charakteristischen Betondruckfestigkeiten für den betrachteten Bereich der Produktionsqualität ermittelt. Entsprechend dem in der vorliegenden Arbeit angenommenen mittleren Streuungsniveau liegen die hier berechneten Festigkeiten für nicht güteüberwachte Betone zwischen den in *Schnell u. Loch 2009* angegebenen Grenzen.

Die Zuordnung von charakteristischen Betondruckfestigkeiten in *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008* erfolgt über die Gleichsetzung der zwischen 1916 und 1972 zulässigen Betondruckspannungen bei zentrischer Beanspruchung mit den seit 2001 (*DIN 1045-1:2001*) definierten Bemessungswerten der Druckfestigkeit. Dabei wird angenommen, dass die Einflüsse aus Dauerbelastung, der Unterschied zwischen Prüfkörper- und Bauwerksfestigkeit und die damals erwarteten Streuungen der Bauqualität in den reduzierten zulässigen Spannungen abgebildet sind. Im Vergleich zu den ab 1925 produzierten nicht güteüberwachten Betonen der Tab. 2.7 ergeben sich mit diesem Ansatz höhere charakteristische Betondruckfestigkeiten.

Für güteüberwachte Betone nach Abschnitt 2.3.7.3 ergeben sich für den in der vorliegenden Arbeit verwendeten ingenieurmäßigen Ansatz zur Abschätzung der charakteristischen Betondruckfestigkeit  $f_{ck}$ , mit Ausnahme der Betongüte B 225, höhere Werte als nach denen in *Schnell u. Loch 2009* und *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008* verwendeten Umrechnungsansätzen (vgl. Tab. 2.13).

Die in Tab. 2.13 angegebenen Werte der charakteristischen Betondruckfestigkeit nach *Schnell u. Loch 2009* ergeben sich für mittlere Baustellen, deren Überwachung der Betonproduktion als „sehr gut“ mit einer Standardabweichung von  $4,0 \text{ N/mm}^2$  nach *Rüsch et al. 1969* angenommen wird. Die Bestimmung der 5%-Quantile erfolgt anhand der Ausgangsverteilung der Betonproduktion. Die positiven Effekte der Güteüberwachung – Erhöhung des Mittelwerts, Verringerung der Standardabweichung – werden nicht berücksichtigt. Des Weiteren hängen die nach *Schnell u. Loch 2009* bestimmten charakteristischen Betondruckfestigkeiten wesentlich von der jeweils angenommenen Produktionsqualität einer Baustelle ab. Bei dem in dieser Arbeit vorgestellten Ansatz kann diese Annahme entfallen, da die mögliche Bandbreite der auftretenden Standardabweichungen anhand einer Gleichverteilung dargestellt wird. Die charakteristischen Festigkeiten für die Betongüten B 600 und B 450 sind in *Schnell u. Loch 2009* nicht angegeben.

Tab. 2.13: Vergleich der ermittelten Betonfestigkeiten güteüberwachter Betone von 1943 bis 1972 (1980) mit den Umrechnungen nach *Schnell u. Loch 2009* und *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008*

Güteklasse	$f_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck}$ nach <i>Schnell u. Loch 2009</i> [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ck}$ nach <i>Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008</i> [N/mm <sup>2</sup> ]
B 600	40,4	-	35,0
B 450	30,3	-	28,0
B 300	20,2	18,0	20,0
B 225	15,1	12,3	16,0
B 160	10,8	8,3	10,0

Trotz des unterschiedlichen Ansatzes in *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008* stimmen die dortigen Ergebnisse mit denen der vorliegenden Arbeit für die Betongüten B 160 bis B 300 nahezu überein. Lediglich die für Spannbetonbauteile verwendeten Betongüten B 450 und B 600 weisen größere Abweichungen auf. Diese ergeben sich durch die konservativer gewählten zulässigen Druckspannungen in den damaligen Bemessungsnormen (*DIN 4227:1953*, *TGL 0-4227:1963*) für Betone mit höherer Festigkeit.

### 2.3.11.3 DIBt-Zuordnungen

Des Weiteren kann die Zuordnung der Festigkeitsklassen der *DIN 1045:1988* nach Tab. 2.11 nicht mit der Zuordnung des DIBts aus dem Jahr 2002 (s. *Hartz 2002*) verglichen werden. Die dort getroffenen Festlegungen gelten nur für den Fall, dass ein Beton mit einer Betonfestigkeitsklasse nach früherem Normenwerk bestellt wurde (z. B. B 35) und gemäß der Betonfestigkeitsklasse nach neuem Normenwerk geliefert wird (C30/37).

### 2.3.11.4 DB-Richtlinie 805

Die nach der Fassung 2002 der DB-Richtlinie 805 *Tragsicherheit bestehender Brückenbauwerke Deutsche Bahn 2002* anzunehmenden charakteristischen Betondruckfestigkeiten entsprechen für vor 1948 produzierte Betone den seinerzeit geforderten mittleren Würfelfestigkeiten. Für Einbauzeiten ab 1948 sind die Güteklassen nach Tab. 2.14 den Festigkeitsklassen nach *DIN 1045:1988* zuzuordnen. Diese Zuordnung ist auch in *Deutsche Bahn 2008* übernommen und dort durch die Festigkeitsklassen der *DIN EN 206-1:2001* erweitert.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.14: Zuordnung nach *Deutsche Bahn 2008*

B 160	B 225	B 300	B 450	-	-
Bn 100 B 10	Bn 150 B 15	Bn 250 B 25	Bn 350 B 35	Bn 450 B 45	Bn 550 B 55
C8/10	C12/15	C20/25	C30/37	C35/45	C45/55

Mit Ausnahme der Festigkeitsklasse Bn 550 bzw. B 55 entsprechen die Zuordnungen den Werten der Tab. 2.11. Auf welcher Grundlage die Zuordnungen der Festigkeitsklassen in *Deutsche Bahn 2002* und *Deutsche Bahn 2008* erfolgt, wird dort nicht näher erläutert.

## 2.4 Betonstahl

### 2.4.1 Aktuelle Anforderungen an Betonstahl

An folgende Kennwerte von Betonstahl werden Anforderungen gemäß *DIN 1045-1:2008* und *EC 2 (DIN EN 1992-1-1:2011 mit DIN EN 1992-1-1/NA:2011)* gestellt:

- Streckgrenze  $f_{yk}$  oder  $f_{0,2k}$ ,
- Verhältnis von Zugfestigkeit/Streckgrenze ( $f_t / f_y$ ),
- Dehnung bei Höchstkraft  $\epsilon_{uk}$  bzw.  $A_{gt}$ ,
- Ermüdungsfestigkeit,
- Bezogene Rippenfläche  $f_R$  für Nenndurchmesser  $d_s$ ,
- Unterschreitung des Nennquerschnitts,
- Biegefähigkeit,
- Schweißseignung.

Diese sind mit Ausnahme der Anforderungen an die Ermüdungsfestigkeit seit *DIN 1045-1:2001* unverändert.

Da im üblichen Hochbau von vorwiegend ruhenden Einwirkungen ausgegangen werden kann, wird im Folgenden die Ermüdungsfestigkeit bei der Bestimmung der charakteristischen Werte der mechanischen Eigenschaften von historischen Betonstählen nicht weiter berücksichtigt.

Den für die Bemessung von Stahlbetonbauteilen maßgebende Wert stellt die Streckgrenze dar. Daneben werden über das Verhältnis von Zugfestigkeit/Streckgrenze und der Dehnung bei Höchstkraft die Anforderungen an die Duktilität geregelt. Somit lässt sich die Betrachtung auf die Prüfungen der mechanischen Eigenschaften auf den Zugversuch beschränken.

Die oben genannte Streckgrenze  $f_y$  entspricht der im Zugversuch nach *DIN EN ISO 15630-1:2011* und *DIN EN ISO 15630-2:2011* ermittelten oberen Streckgrenze  $R_{eH}$ . Bei Betonstählen ohne ausgeprägte Streckgrenze (kaltverformte Stähle) entspricht die geforderte Streckgrenze  $f_{0,2}$  der 0,2%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$ .

Die Festlegungen und konstruktiven Regeln der *DIN 1045-1:2008* und *EC 2 (DIN EN 1992-1-1:2011 mit DIN EN 1992-1-1/NA:2011)* beziehen sich auf schweißgeeignete, gerippte Betonstähle mit einer charakteristischen Streckgrenze (5%-Quantil) von  $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ , deren Eigenschaften nach den Normen der Reihe *DIN 488* und in allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen näher geregelt sind. Für die in Bestandsbauwerken vorwiegend verbauten Betonstabstähle und Betonstahlmatten sind die mechanischen Eigenschaften nach *DIN 488-1:2009* festgelegt, die in Tab. 2.15 zusammengefasst sind.

Für den Nennquerschnitt erlaubt *DIN 488-1:2009* eine Unterschreitung von höchstens 4 %, definiert als 5%-Quantil der Grundgesamtheit, sowie eine Überschreitung von höchstens 6 %, definiert als 95%-Quantil der Grundgesamtheit.

Tab. 2.15: Mechanische Eigenschaften der Betonstähle nach *DIN 488-1:2009*

Stahlsorte	B500A	B500B
Erzeugnisform	Betonstahlmatten	Betonstabstahl, Betonstahlmatte
Duktilität	A = normalduktil	B = hochduktil
Streckgrenze $f_{yk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	500 (5%-Quantil)	
Verhältnis ( $f_t / f_y$ ) <sub>k</sub>	≥ 1,05 (10%-Quantil)	≥ 1,08 (10%-Quantil)
Stahldehnung unter Höchstkraft $\epsilon_{uk}$ bzw. $A_{gt}$ [%]	≥ 2,5 (10%-Quantil)	≥ 5,0 (10%-Quantil)
Verhältnis ( $f_y / f_{yk}$ ) ( $f_y$ = tatsächl. Streckgrenze)	-	≤ 1,3 (90%-Quantil)

#### 2.4.2 Aktuelle Normenwerke für Betonstahl

Seit Einführung der DIN-Reihe 488 im August 2009 liegt wieder ein zu den Bemessungsnormen kompatibles Regelwerk vor, das in Verbindung mit *DIN EN ISO 15630-1:2011* und *DIN EN ISO 15630-2:2011* ein ineinandergreifendes Konzept zur Regelung der Eigenschaften, Prüfung und Güteüberwachung von Betonstählen darstellt. Dies galt nicht für die zuvor gültige Fassung der *DIN 488-1:1984* in Kombination mit *DIN 1045-1:2001*, weshalb für diese Übergangsphase Regelungen bezüglich der Duktilität getroffen wurden, die in Abschnitt 2.4.6.5 näher erläutert sind.

Die Prüfungen von Betonstabstählen und Betonstahlmatten sind in den Normen *DIN EN ISO 15630-1:2011* und *DIN EN ISO 15630-2:2011* geregelt, die gemeinsam mit *DIN 488-1:2009* die Anforderungen und Definitionen für die Leistungsmerkmale von schweißgeeignetem Betonstahl festlegen. *DIN EN 1992-1-1:2011* verweist zwar auf *DIN EN 10080*; deren aktuelle Fassung (*DIN EN 10080:2005*) wurde jedoch nur kurzzeitig im Juni 2006 auf europäischer Ebene eingeführt, aber bereits sechs Monate später wieder zurückgezogen (vgl. *DIBt 2011a*).

Somit sind zurzeit *DIN 488-1:2009* bis *DIN 488-6:2010* gültig und in der Bauregelliste A Ausgabe 2011/1 des DIBt bauaufsichtlich eingeführt (*DIBt 2011b*). Die Durchführung des Zugversuchs erfolgt gemäß nationalem Vorwort der Normen *DIN EN ISO 15630-1:2011* und *DIN EN ISO 15630-2:2011* nach *DIN EN ISO 6892-1:2009*, welche im Allgemeinen die Zugversuche für metallische Werkstoffe bei Raumtemperatur regeln.

### 2.4.3 Aktuelle Prüfbedingungen für Betonstabstahl

#### 2.4.3.1 Allgemeines

Die Prüfbedingungen für Betonstabstähle sind in *DIN EN ISO 15630-1:2011* und nach *DIN EN ISO 6892-1:2009* wie folgt festgelegt:

Die beim Zugversuch eingesetzte Prüfeinrichtung muss nach *DIN EN ISO 7500-1:2004* überprüft und geeicht sein und mindestens der dort genannten Klasse 1 entsprechen, welche die Anforderungen an die Kraftmesseinrichtung der Prüfeinrichtung beschreibt.

Bei der Berechnung der Festigkeitseigenschaften (obere Streckgrenze  $R_{eH}$  oder 0,2%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$ , Zugfestigkeit  $R_m$ ) gilt der Nennquerschnitt  $A_n$  als Bezugsfläche.

#### 2.4.3.2 Probenzustand und -maße

Allgemein sind die Proben im Lieferzustand den Stäben zu entnehmen und als „unbearbeitete Probe“, d.h. der Querschnitt einer Probe bleibt unverändert, nach *DIN EN ISO 6892-1:2009* zu prüfen.

Für die Ermittlung der mechanischen Eigenschaften im Zugversuch können Proben aus geraden, warmgewalzten Stählen künstlich gealtert werden (*DIN 488-6:2010*). Hierbei wird die Probe für eine Stunde auf 100°C erwärmt, wobei die Temperatur auf  $\pm 10^\circ\text{C}$  zu halten ist. Anschließend wird die Probe bei ruhender Luft auf Raumtemperatur abgekühlt. Kaltverformte Betonstähle sind immer künstlich zu altern, wobei sie alternativ auf 250°C für eine halbe Stunde angelassen werden. Im Schiedsfall ist jedoch immer die Alterung mit 100°C maßgebend.

Für „unbearbeitete Proben“ ergibt sich die Gesamtlänge  $L_t$  aus der Art der Einspannung der Probe in der Prüfmaschine und der Versuchslänge  $L_c$  (Abstand zwischen den Einspannungen). Die benötigte Versuchslänge  $L_c$  muss so groß sein, dass die für die Bestimmung der Bruchdehnung  $A$  oder der Gesamtdehnung bei Höchstkraft  $A_{gt}$  benötigten Messmarken auf der Anfangsmesslänge  $L_0$  in einem Abstand von mindestens  $\sqrt{S_0}$  ( $S_0$  = Anfangsquerschnitt innerhalb der Versuchslänge) von den Einspannungen angebracht werden können (*DIN EN ISO 15630-1:2011* und *DIN EN ISO 6892-1:2009*). Lediglich bei Bestimmung der Bruchdehnung  $A$  ist die Anfangsmesslänge  $L_0$  mit dem fünffachen Nenndurchmesser  $d_s$  festgelegt.

#### 2.4.3.3 Obere Streckgrenze $R_{eH}$

Die nach *DIN 1045-1:2008* und *EC 2 (DIN EN 1992-1-1:2011 mit DIN EN 1992-1-1/NA:2011)* geforderte Streckgrenze entspricht der oberen Streckgrenze  $R_{eH}$ , welche nach *DIN EN ISO 6892-1:2009* als höchste Spannung definiert ist, bevor der erste deutliche Kraftabfall auftritt.

Zur Reduzierung der Streubreite von dehngeschwindigkeitsabhängigen Kennwerten empfiehlt *DIN EN ISO 6892-1:2009* die Prüfgeschwindigkeit basierend auf der Dehnungsgeschwindigkeit zu regulieren. Hierdurch wird auch bei unterschiedlichen Steifigkeiten von Prüfaufbauten die Vergleichbarkeit der Ergebnisse verbessert, vgl.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Aegerter und Wehrstedt 2007. Zur Verwendung von älteren Prüfmaschinen erlaubt jedoch *DIN EN ISO 6892-1:2009* nach wie vor die Möglichkeit, die Prüfgeschwindigkeit basierend auf der Spannungszunahmegeschwindigkeit zu steuern.

Bei der Ermittlung der oberen Streckgrenze  $R_{eH}$  muss die Querschnittsgeschwindigkeit der Maschine (Traversengeschwindigkeit) so konstant wie möglich gehalten werden und innerhalb der in Tab. 2.16 vorgegebenen Grenzen liegen. Bei dieser Vorgehensweise ist die Verwendung einer Längenänderungs-Messeinrichtung (Extensometer) nicht erforderlich.

Hieraus ergibt sich ein Bereich der zulässigen Spannungszunahmegeschwindigkeit bei Zugversuchen an Betonstählen zwischen  $6$  und  $60 \text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $\text{N}/(\text{mm}^2\cdot\text{s})$ ).

Die Länge der „unbearbeiteten Probe“ wird bei der Ermittlung der oberen Streckgrenze  $R_{eH}$  nicht näher festgelegt.

Tab. 2.16: Bereich der zulässigen Spannungszunahmegeschwindigkeit nach *DIN EN ISO 6892-1:2009*, Tabelle 3

Elastizitätsmodul des Werkstoffes [MPa]	Spannungszunahmegeschwindigkeit [MPa·s <sup>-1</sup> ]	
	min.	max.
< 150 000	2	20
≥ 150 000	6	60

#### 2.4.3.4 Dehngrenze $R_{p0,2}$

Bei nichtproportionalem Dehnungsverlauf wird die Steckgrenze durch die 0,2%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$  ersetzt. *DIN EN ISO 6892-1:2009* erläutert zwei Verfahren zur Bestimmung der 0,2% Dehngrenze  $R_{p0,2}$ :

- Das erste Verfahren erfolgt über die Auswertung des Kraft-Verlängerungs-Diagramms, indem eine Parallele zum geraden Teil der Kurve in einem Abstand gezeichnet wird, welcher der 0,2%-Dehnung auf der Abszisse entspricht. Die Ordinate des Schnittpunkts dieser Parallelen mit der Kraft-Verlängerungs-Kurve ergibt die der 0,2%-Dehngrenze bei nichtproportionaler Dehnung entsprechende Kraft. Die Dehngrenze wird durch Dividieren dieser Kraft durch den Anfangsquerschnitt  $S_0$  der Probe errechnet.
- Das zweite Verfahren findet Verwendung, falls der gerade Abschnitt des Kraft-Verlängerungs-Diagramms nicht ausreicht, um zeichnerisch eine Parallele mit genügender Genauigkeit bestimmen zu können. Wird während des Versuchs die erwartete 0,2%-Dehngrenze überschritten, wird die dazugehörige Kraft um 90% vermindert. Im Anschluss wird die Kraft wieder über den ursprünglichen Wert hinaus erhöht. Zur Bestimmung der 0,2%-Dehngrenze wird die Mittellinie durch die Hystereseschleife gezogen. Dann wird eine Parallele zu dieser Geraden in dem Abstand entsprechend der 0,2%-Dehnung vom Kurvenursprung (an der Abszisse gemessen) gezogen. Die Ordinate des Schnittpunktes dieser Parallelen mit der Kraft-Verlängerungs-Kurve ergibt die der 0,2%-Dehngrenze entsprechende Kraft. Die 0,2%-Dehngrenze wird durch Dividieren dieser Kraft durch den Anfangsquerschnitt der Probe ( $S_0$ ) errechnet. Die Bestimmung des Nullpunktes der Kraft-Verlängerungs-Kurve erfolgt über das Zeichnen einer Geraden parallel zu der durch die Hystereseschleife festgelegten Gerade als Tangente an die Kraft-Verlängerungs-Kurve. Der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Abszisse ergibt den tatsächlichen Nullpunkt der Kraft-Verlängerungskurve.

Ein weiteres Verfahren zur Ermittlung von  $R_{p0,2}$  wird in *DIN EN ISO 15630-1:2011* erläutert. Hierbei ist der lineare Teil des Kraft-Verlängerungs-Diagramms als Linie zu nehmen, welche die entsprechenden Punkte der Kraft-Verlängerungs-Kurve bei 20 % und 50 % der Höchstkraft im Zugversuch  $F_m$  berührt. Durch die Parallelverschiebung dieser Geraden erhält man wie oben beschrieben die 0,2%-Dehngrenze.

Während des Zugversuchs an Betonstählen mit nichtproportionaler Dehnung muss die Spannungszunahmegeschwindigkeit ebenfalls zwischen 6 und 60  $\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $\text{N}/(\text{mm}^2\cdot\text{s})$ ) nach Tab. 2.16 liegen. Im plastischen Bereich und bis zur Dehngrenze darf die Dehngeschwindigkeit nicht größer sein als  $0,0025 \text{ s}^{-1}$ .

Wenn die Prüfmaschine nicht in der Lage ist, die Dehngeschwindigkeit zu messen oder zu kontrollieren, ist eine entsprechende Spannungszunahmegeschwindigkeit nach Tab. 2.16 bis zum Ende des Fließens anzuwenden.

Die Länge der „unbearbeiteten Probe“ wird bei der Ermittlung der Dehngrenze  $R_{p0,2}$  nicht näher festgelegt.

### 2.4.3.5 Zugfestigkeit $R_m$

Die Zugfestigkeit  $R_m$  entspricht der Spannung unter der gemessenen Höchstzugkraft  $F_m$  bezogen auf den Nennquerschnitt  $A_n$ . Erfolgt die Ermittlung nach der Bestimmung der geforderten Streck- und Dehngrenzwerte, darf die Prüfgeschwindigkeit nach *DIN EN ISO 6892-1:2009* bis auf eine Dehngeschwindigkeit (oder entsprechende Traversengeschwindigkeit) von  $0,008 \text{ s}^{-1}$  erhöht werden.

### 2.4.3.6 Gesamtdehnung bei Höchstkraft $A_{gt}$

Gemäß *DIN EN ISO 6892-1:2009* wird die Gesamtdehnung bei Höchstkraft  $A_{gt}$  anhand einer Kraft/Extensometer-Dehnung-Kurve bestimmt.

Erfolgt die Bestimmung der Gesamtdehnung bei Höchstkraft  $A_{gt}$  ohne Dehnungsaufnehmer, ist das manuelle Verfahren nach *DIN EN ISO 15630-1:2011* anzuwenden. Hierbei sind vor Versuchsbeginn auf der freien Länge der Probe zwischen den Einspannungen Messmarken in gleich bleibenden Abständen anzubringen. Nach Versuchsende wird anhand der Messmarken die prozentuale nichtproportionale Dehnung bei Höchstkraft  $A_g$  bestimmt. Die Messung von  $A_g$  muss auf einer Messlänge von 100 mm in einem Abstand  $r_2$  von mindestens 50 mm oder dem doppelten Nenn Durchmesser des Stabs  $d_s$  (der größere Wert gilt) von der Bruchstelle erfolgen. Die Messung darf als ungültig betrachtet werden, wenn der Abstand  $r_1$ , zwischen der Einspannung und der Messlänge kleiner als 20 mm oder dem Nenndurchmesser  $d_s$  (der größere Wert gilt) ist, vgl. Abb. 2.10.

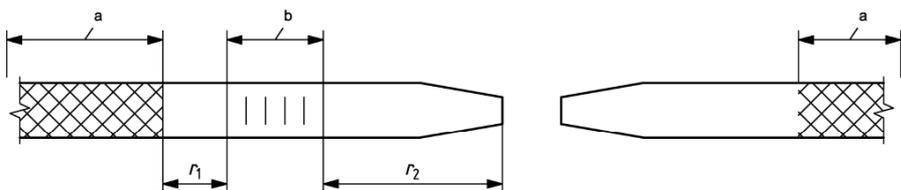


Abb. 2.10: Messung von  $A_g$  nach dem manuellen Verfahren, a: Einspannlänge; b: Messlänge 100 mm, aus *DIN EN ISO 15630-1:2011*

Die Dehnung unter Höchstkraft  $A_{gt}$  wird mit folgendem Ansatz bestimmt:

$$A_{gt} = A_g + R_m / 2000 [\%] \quad (2.62)$$

mit:  $A_g$             prozentuale nichtproportionale Dehnung bei Höchstkraft,  
 $R_m$             Zugfestigkeit in  $\text{N/mm}^2$ ,

wobei  $R_m/2000$  dem proportionalen Dehnungsanteil entspricht.

### 2.4.3.7 Bruchdehnung $A$

Die Bruchdehnung  $A$  gibt die prozentuale Verlängerung der Anfangsmesslänge  $L_0$  nach dem Bruch an:

$$A = \frac{L_u - L_0}{L_0} \cdot 100 [\%] \quad (2.63)$$

mit:  $L_u$  Messlänge nach dem Bruch der Probe,

$L_0$  Anfangsmesslänge der Probe.

Allgemein wird die Bruchdehnung  $A$  auf proportionale Proben mit der Anfangsmesslänge:

$$L_0 = k \cdot \sqrt{S_0} = 5,65 \cdot \sqrt{S_0} \quad (2.64)$$

bezogen.  $S_0$  ist dabei der geometrisch beliebige Anfangsquerschnitt innerhalb der Versuchslänge. Wird ein anderer Proportionalitätsfaktor als  $k = 5,65$  gewählt, so wird dies über einen Index am Formelzeichen  $A$  gekennzeichnet (z. B.  $A_{11,3}$  für  $k = 11,3$ ). Für runde Probenquerschnitte ergeben sich die Anfangsmesslängen vereinfacht zu:

$$\begin{aligned} k = 5,65: L_0 &= 5 \cdot d, \\ k = 11,3: L_0 &= 10 \cdot d. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Dies entspricht der Bruchdehnungsbeziehung nach *DIN 50145:1975* für kurze Proportionalstäbe  $A_5$  und lange Proportionalstäbe  $A_{10}$ , die in dieser Form bereits in *DIN 1605:1924* definiert sind.

Seit Einführung der *DIN 1045-1:2001* werden keine Anforderungen an die Bruchdehnung  $A_{10}$  der Betonstähle gestellt, sondern nur noch Anforderungen an die Gesamtdehnung unter Höchstkraft  $A_{gt}$ .

### **2.4.4 Aktuelle Prüfbedingungen für Betonstahlmatten**

Die Prüfung von Betonstahlmatten wird in *DIN EN ISO 15630-2:2011* und *DIN EN ISO 6892-1:2009* geregelt. Die Proben sind den geschweißten Matten im Lieferzustand zu entnehmen und müssen mindestens einen geschweißten Schnittpunkt enthalten.

Die Regelungen zur Ermittlung der in dieser Arbeit betrachteten mechanischen Eigenschaften ( $R_{eH}$ ,  $R_{p0,2}$ ,  $R_m$  und  $A_{gt}$ ) entsprechen denen des oberen Abschnitts 2.4.4.

### **2.4.5 Erscheinungsverlauf der Fassungen von Regelwerken bezüglich der mechanischen Eigenschaften von Betonstählen**

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über den Verlauf einzelner Normfassungen, welche die mechanischen Betonstahleigenschaften und deren Prüfung in verschiedenen Zeitperioden regelten. Die Einteilung der Zeitperioden orientiert sich dabei am Fassungsverlauf der Bemessungsnormen für Stahlbetonbauteile (vgl. Tab. 2.2). Für weitere Informationen über in Deutschland verwendete Betonstähle (Erscheinungsbild, Schweißeignung, etc.) wird auf die umfassende und detaillierte Datensammlung von *Bindseil, Schmitt 2002* und auf *Bargmann 2001* verwiesen.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.17: Normen und Bestimmungen für die Festlegungen der Werkstoffeigenschaften und Werkstoffprüfung von Betonstahl für verschiedene Zeiträume ab 1904

Zeitraum	Betonstahleigenschaften	Werkstoffprüfung (Zugprüfung)
1904 – 1907	-	-
1907 – 1916	-	-
1916 – 1925	<i>Vorschriften für Lieferung von Eisen und Stahl 1911</i> DIN 488:1923-07 [Gewicht u. Maße] DIN 1000:1921-03 DIN 1612:1924-09	DIN 1602:1924-06 DIN 1605:1924-06
1925 – 1932	DIN 488:1923-07 [Gewicht u. Maße] DIN 1000:1932-10; 1930-07 DIN 1612:1924-09	DIN 1602:1924-06; 1927-04; 1929-08 DIN 1605:1934-06; 1929-07
1932 – 1937	DIN 488:1932-05 [Gewicht u. Maße] DIN 1000:1930-07 DIN 1612:1932-01	DIN 1602:1929-08; 1936-03 DIN 1605:1929-07 DIN 1605-1:1936-02 DIN 1605-2:1936-02
1937 – 1943	DIN 488:1932-05; 1939-03 [Gewicht u. Maße] DIN 1000:1930-07 DIN 1612:1932-01	DIN 1602:1936-03 DIN 1605-1:1936-02 DIN 1605-2:1936-02
1943 – 1959	DIN 488:1939-03 [Gewicht u. Maße] DIN 1612:1943-03 Vorläufige Richtlinien zur Zulassung und Anwendung von Betonrippenstahl: 1952-03; 1954-10	DIN 1602:1944-02 DIN 1605-1:1936-02 DIN 1605-2:1936-02 DIN 50144:1944-10 DIN 50145:1952-06 DIN 50146:1951-05
1959 – 1972	DIN 488:1939-03 [Gewicht u. Maße] DIN 17100:1957-10 Vorläufige Richtlinien zur Zulassung und Anwendung von Rippenstahl:1954-10	DIN 1602:1944-02 DIN 50144:1944-10 DIN 50145:1952-06 DIN 50146:1951-05

Tab. 2.17 (Fortsetzung)

Zeitraum	Betonstahleigenschaften	Werkstoffprüfung (Zugprüfung)
1963 – 1980 (DDR)	TGL 101-054:1965-06 TGL 12 530/01:1972-12; 1979-09 TGL 12 530/02:1972-12; 1979-10 TGL 12530/03:1974-12 TGL 12530/04:1974-12 TGL 12 530/08:1973-12; 1974-11 TGL 12 530/09:1973-12; 1974-11; 1978-08 TGL 12 530/10:1976-06;1979-06	TGL 23897:1978-07
1972 – 1978	DIN 488-1:1972-04 DIN 488-2:1972-04 DIN 488-4:1972-04 Vornorm DIN 488-6:1974-08	DIN 488-3:1972-04 DIN 488-5:1972-04 DIN 50144:1944-10 DIN 50145:1952-06;1975-05 DIN 50146:1951-05
1978 – 1988	DIN 488-1:1972-04;1984-09 DIN 488-2:1972-04; 1986-06 DIN 488-4:1972-04; 1986-06 Vornorm DIN 488-6:1974-08 DIN 488-6:1986-06	DIN 488-3:1972-04; 1986-06 DIN 488-5:1972-04; 1986-06 DIN 50145:1975-05
1980 – 1990 (DDR)	TGL 12 530/01:1979-09 TGL 12 530/02:1979-10; 1982-12 TGL 12530/03:1974-12 TGL 12530/04:1983-11 TGL 12 530/08:1980-07 TGL 12 530/09:1978-08 TGL 12 530/10:1979-06	TGL 23 879:1978-07;1984-11 TGL 4395:1982-09
1988 – 2001	DIN 488-1:1984-09 DIN 488-2:1986-06 DIN 488-4:1986-06 DIN 488-6:1986-06 DIN 1013-1:1976-11	DIN 488-3:1986-06 DIN 488-5:1986-06 DIN 50145:1975-05 DIN EN 10002-1:1991-04
ab 2001	DIN 488-1:1984-09; 2009-08 DIN 488-2:1986-06; 2009-08 DIN 488-4:1986-06; 2009-08 DIN 488-6:1986-06; 2010-01	DIN 488-3:1986-06 DIN 488-5:1986-06 DIN EN ISO 15630-1:2002-09; 2011-02 DIN EN ISO 15630-2:2002-09; 2011-02 DIN EN 10002-1:2001-12 DIN EN ISO 6892-1:2009-12

## 2.4.6 Vergleich zwischen den Prüfbedingungen des früheren und des aktuellen Normenwerks

### 2.4.6.1 Allgemeines

Die ersten DIN-Normen für Zugversuche an metallischen Werkstoffen erschienen im Juni 1924 als *DIN 1602 Werkstoffprüfung; Begriffe (Festigkeitsversuche)*(*DIN 1602:1924*) und *DIN 1605 Werkstoffprüfung; Versuche* (*DIN 1605:1924*). In ihnen sind bereits die obere Streckgrenze  $R_{eH}$ , die 0,2%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$ , die Zugfestigkeit  $R_m$  als auch die Bruchdehnung am langen Proportionalstab  $A_{10}$  und am kurzem Proportionalstab  $A_5$  begrifflich definiert und deren Bestimmung festgelegt. Diese Festlegungen werden auch in den nachfolgenden Normenwerken übernommen (s. Tab. 2.17) und stimmen mit den aktuellen Festlegungen der *DIN EN ISO 6892-1:2009* überein.

Die Dehnung bei Höchstkraft  $A_{gt}$  wird erstmals in *DIN EN 10002-1:1991* begriffsmäßig festgelegt und ihre Bestimmung in *DIN EN ISO 15630-1:2002* geregelt. Die früheren Normenwerke beinhalten keinerlei Prüfbedingungen zur Bestimmung der Dehnung bei Höchstkraft  $A_{gt}$ .

### 2.4.6.2 Probenzustand und -maße

Bereits ab 1925 wird in *DIN 1045:1925* gefordert, dass „das Eisen [...] zum Zwecke der Prüfung weder abgedreht noch ausgeschmiedet oder ausgewalzt werden [darf]“ und die Proben dem Anlieferungszustand entsprechen müssen. Diese Forderung wird auch in den nachfolgenden Fassungen der DIN 1045 nicht verändert und in *DIN 488-3:1972* übernommen. Dort wird auch erstmals die künstliche Alterung durch Anlassen auf 250°C bei kaltverformten Stählen aufgenommen, die in Schiedsfällen als maßgebender Zustand festgelegt ist. In den früheren Normenwerken werden eine mögliche Alterungsanfälligkeit der Betonstähle und die daraus resultierenden Änderungen der mechanischen Eigenschaften (Erhöhung der Festigkeit in Verbindung mit einer Abnahme der plastischen Verformbarkeit und Zähigkeit) bei der Prüfung nicht berücksichtigt.

Nach *Baehre u. Käßlein 1993* sind diese Alterungsprozesse durch die große Anzahl der Einflussfaktoren (z. B. chemische Zusammensetzung der Stähle sowie deren Umformart, Umformgrad, Umformtemperatur und Abkühlbedingungen) im Allgemeinen nicht quantitativ zu charakterisieren. Wie in *Baer 2007* näher erläutert, gilt dies insbesondere für Stähle, die bis Mitte der 1970er Jahre im großen Umfang nach dem Thomas-Verfahren produziert wurden. Sie weisen zwar „vielfach einen gleichsweise hohen Stickstoffgehalt auf und neigen daher zur Versprödung durch Alterung“, gleichzeitig wird dort aber auch betont, dass eine pauschale Bewertung aller Thomasstähle nicht erfolgen sollte.

Dass ein erhöhter Stickstoffgehalt als ein alleiniger Schadensauslöser ausreichend ist, wird hingegen von *Brandes 2008* bezweifelt, da der Großteil von Materialproben der betreffenden Stähle aus jener Zeit trotz hoher Stickstoffgehalte kein sprödes Verhalten aufweist. Hierfür spricht auch, dass Flusstähle (wozu Thomasstähle zählen) allgemein die Anforderungen an das Bruchverhalten bei Raumtemperatur nach

*DIN EN 1993-1-1:2010* erfüllen, wie in *Lüddecke 2006* anhand der Auswertung von bis zu 557 Einzelzugversuchen an Flusstählen belegt wird. Diese sind mit den Anforderungen an die Duktilität von Betonstählen nach Abschnitt 2.4.1 vergleichbar.

Mit Bezug auf die oben genannten Literaturquellen lassen sich somit keine eindeutigen quantitativen Aussagen bezüglich des negativen Einflusses auf die plastische Verformbarkeit und Zähigkeit älterer Betonstähle infolge einer natürlichen Alterung treffen. Des Weiteren scheint sich die Gefahr der Versprödung auf einzelne Fälle zu beschränken. Im Rahmen der Bestimmung von charakteristischen Werkstoffkennwerten anhand früherer Normfestlegungen bleibt daher dieser mögliche zeitliche Einfluss auf Betonstähle, die vor 1972 produziert und ohne künstliche Alterung der Zugproben geprüft wurden, unberücksichtigt.

Bezüglich der Probenmaße wird in *DIN 1605:1924* als Mindestlänge zwischen den Einspannungen eine Versuchslänge von  $L_c = L_0 + d_s$  verlangt. In Abhängigkeit von der zu ermittelnden Bruchdehnung nach *DIN 1612:1924*, die dort allgemein für den kurzen (Bruchdehnung  $A_5$ ) und langen Proportionalstab (Bruchdehnung  $A_{10}$ ) festgelegt ist, beträgt die Messlänge  $L_0$  das fünf- oder zehnfache des Durchmessers  $d_s$ .

Ab *DIN 1045:1943* werden ausschließlich Bruchdehnungen am langen Proportionalstab gefordert, die bis *DIN 1045-1:2001* maßgeblich bleiben. Daraus resultiert in Verbindung mit *DIN 1605:1924* eine Mindestlänge zwischen den Einspannungen von  $L_c = 11 \cdot d_s$ . Sie wird in *DIN 488-3:1972* auf den zwanzigfachen Stabdurchmesser  $d_s$  erhöht und ab *DIN 488-3:1986* auf den fünfzehnfachen Durchmesser reduziert. Die in der nachfolgenden *DIN EN ISO 15630-1:2002* beinhalteten Regelungen bezüglich der Probenmaße stimmen mit den aktuellen Anforderungen nach Abschnitt 2.4.3.2 überein.

Da für die geforderten mechanischen Eigenschaften der Tab. 2.15 (Streck- bzw. Dehngrenze  $f_y$ , Zugfestigkeit  $f_t$  und Gesamtdehnung unter Höchstkraft  $A_{gt}$ ) im aktuellen Regelwerk keine expliziten Probenlängen angegeben werden, wird in der vorliegenden Arbeit davon ausgegangen, dass deren Einfluss auf die Messgrößen der genannten Eigenschaften vernachlässigbar ist. Daher können die in früheren Normenwerken vorgegebenen Werkstoffkennwerte trotz der vorliegenden Bandbreite von Versuchslängen  $L_c$  als vergleichbar betrachtet werden.

### **2.4.6.3 Prüfgeschwindigkeit**

Hinsichtlich der Prüfgeschwindigkeit beim Zugversuch werden die folgenden mechanischen Werkstoffkennwerte von Betonstählen ab 1936 als vergleichbar angesehen:

- obere Streckgrenze  $R_{eH}$ ,
- 0,2%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$ ,
- Zugfestigkeit  $R_m$ ,
- Bruchdehnung  $A_{10}$  oder  $A_5$ ,

da in diesem Jahr die Spannungszunahmegeschwindigkeit erstmals in *DIN 1605-2:1936* definiert wird. In den vorhergehenden Fassungen von 1924 (*DIN 1605:1924*) und 1929 *DIN 1605:1929* fehlen entsprechende Angaben. Es wird jedoch in der vorliegenden Arbeit davon ausgegangen, dass die in diesem Zeitraum verwendeten

Spannungszunahmegeschwindigkeiten sich nur unwesentlich von den Forderungen der *DIN 1605-2:1936* unterscheiden.

Die Spannungszunahmegeschwindigkeit beeinflusst die im Zugversuch ermittelten Arbeitslinien der Betonstähle. Allgemein steigen mit der Spannungszunahmegeschwindigkeit die Streckgrenze und die Zugfestigkeit an. Die Bruchdehnung nimmt häufig ebenfalls zu; sie kann aber auch abnehmen *Brandes u. Limberger 1985*. Die maximal erlaubten Spannungszunahmegeschwindigkeiten der *DIN 1605-2:1936* und *DIN 50146:1951* mit  $10 \text{ N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$  sowie *DIN 50145:1975* und *DIN EN 10002-1:1991* mit jeweils  $30 \text{ N}/(\text{mm}^2 \cdot \text{s})$  liegen im zulässigen Bereich der aktuellen *DIN EN ISO 6892-1:2009* (siehe Tab. 2.16). Daher wird in der vorliegenden Arbeit die Annahme getroffen, dass für den Vergleich der Werkstoffkennwerte der einzelnen Normengenerationen keine Umrechnungsfaktoren aus den unterschiedlichen Prüfgeschwindigkeiten notwendig sind.

#### 2.4.6.4 Ermittlung der Festigkeitseigenschaften

Gemäß *DIN EN ISO 15630-1:2011* erfolgt die Berechnung der Festigkeitseigenschaften ( $R_{eH}$  oder  $R_{p0,2}$ ,  $R_m$ ) mit dem Nennquerschnitt  $A_n$  der gerippten Betonstäbe als Bezugsfläche. In den vorangegangenen Normenwerken wird die Fläche des Ist-Querschnitts  $A_s$  als Bezugsfläche verwendet. Sie wird über Wägung der unbearbeiteten Probe mit folgender Gleichung berechnet:

$$A_s = \frac{1,274 \cdot G}{L} \left[ \text{cm}^2 \right] \quad (2.66)$$

mit: G            Gewicht der Probe in g,  
L            Länge der Probe in mm.

Die Dichte des Stahls wird dabei mit  $7,85 \text{ kg}/\text{dm}^3$  angenommen. Vergleicht man Spannungen  $\sigma_n$ , die über den Nennquerschnitt ermittelt werden, mit Spannungen  $\sigma_s$ , die bei gleicher Zugkraft  $Z$  über den Ist-Querschnitt berechnet werden, so stellt sich folgender Sachverhalt dar:

$$\frac{Z}{A_s} = \sigma_s > \sigma_n \text{ wenn } A_s < A_n, \quad (2.67)$$
$$\frac{Z}{A_s} = \sigma_s < \sigma_n \text{ wenn } A_s > A_n.$$

Im Kapitel *Erläuterungen* der *DIN 488-2:1986* wird davon ausgegangen, dass die Anforderungen gemäß *DIN 488-1:1984* - nach denen einerseits die Unterschreitung des Nennquerschnitts als 5%-Quantil höchstens 4% betragen darf und andererseits der Querschnitt im Mittel mindestens dem Nennquerschnitt entsprechen muss – dazu führen, dass der Nennquerschnitt und damit auch das Nenngewicht im statistischen Mittel der Lieferungen überschritten wird. Als Erfahrungswerte für die Überschreitung der mittleren Liefergewichte ( $\text{kg}/\text{m}$ ) werden beim Nenndurchmesser 6 mm 5 %, bei den Nenndurchmessern 8 bis 20 mm 3 % und bei den Nenndurchmessern 25 und 28 mm 2 % genannt (*DIN 488-2:1986*). Da die Anforderungen an den Nennquerschnitt auch bereits in der Fassung der *DIN 488 Teil 1* von 1972 galten, wird in der vorliegenden Arbeit davon ausgegangen, dass auch Betonstähle aus den 1970er Jahren im statistischen Mittel den Nennquerschnitt überschreiten. Die Ermittlung der „Ist-Festigkeit“ über den Nennquerschnitt würde somit zu einer Überschätzung der

von 1972 bis 2002 produzierten Betonstähle führen, weshalb keine Umrechnung der Festigkeitseigenschaften in der vorliegenden Arbeit für diese Zeitperiode erfolgt.

Für gerippte Betonstähle, die vor 1972 produziert wurden, liegen keine Angaben über die Streuung der Liefergewichte vor. Hier wird die Annahme getroffen, dass die produzierten Betonstähle im Mittel dem geforderten Nenngewicht entsprechen und somit keine Umrechnung der Festigkeitswerte erforderlich ist.

#### 2.4.6.5 Gesamtdehnung unter Höchstkraft $A_{gt}$

Die seit *DIN 1045-1:2001* gestellte Anforderung an die Gesamtdehnung unter Höchstkraft  $A_{gt}$  von Betonstählen zur Bewertung der Duktilität war wie bereits oben erwähnt, nicht Bestandteil der Festlegungen von Werkstoffeigenschaften in früheren Normenwerken. Dies galt auch für die Übergangszeit von 2001 bis zur bauaufsichtlichen Einführung der aktuellen DIN 488-Reihe im Jahre 2011. In diesem Zeitraum waren die Fassungen der DIN 1045-1 nicht kompatibel mit der in dieser Zeit noch gültigen *DIN 488-1:1984*, in der keine Duktilitätsklassen definiert sind.

Um dennoch die Anwendung der *DIN 1045-1:2001* zu ermöglichen, werden in *Rußwurm 2003* pragmatische Regelungen bezüglich der Zuordnung von Betonstählen in Duktilitätsklassen angegeben, die auf der Bewertung der seinerzeit auf dem Markt verfügbaren Stähle beruhen. Diese Bewertung wurde dort anhand von Daten vorgenommen, die bei der Fremdüberwachung angefallen sind. Die untersuchten Stähle werden nach *Rußwurm 2003* hinsichtlich ihrer Duktilität wie in Tab. 2.18 angegeben beurteilt.

In *Rußwurm 2003* wird jedoch auch dargestellt, dass hochgerippte Betonstahlmatten BSt 500 M (nach *DIN 488-4:1986*) nicht einmal die Anforderungen an die Duktilitätsklasse A (normalduktil) erfüllen. Untersuchungen an entsprechenden Matten ergaben für die zugrunde gelegten 10%-Quantile der Kenngrößen der Duktilität Werte, die in Tab. 2.19 den Anforderungen der Duktilitätsklasse A gegenübergestellt sind.

Tab. 2.18: Zuordnung von Betonstählen in Duktilitätsklassen A/B, vgl. *Rußwurm 2003*

Normalduktil (A)	Hochduktil (B)
BSt 500 M – Betonstahlmatte, tiefgerippt	BSt 500 S – Betonstabstahl
BSt 500 RK – Betonstahl im Ring, kaltgerippt	BSt 500 WR – Betonstahl im Ring, warmgerippt

Tab. 2.19: Vergleich der Eigenschaften von Betonstahlmatten, vgl. *Rußwurm 2003*

Anforderung	BSt 500 M (hochgerippt) nach <i>DIN 488-4:1986</i>	BSt 500 M (A) nach <i>DIN 1045-1:2001</i>
Verhältnis von Zugfestigkeit zu Streckgrenze $(f_t / f_y)_k$	1,032	1,05
Dehnung unter Höchstlast $A_{gt}$	1,67 %	2,5 %

Der relative Anteil an nicht bedingungsmäßigen Werten betrug bei der Stahldehnung unter Höchstkraft  $A_{gt}$  22 % und beim Verhältnis zwischen Zugfestigkeit und Streckgrenze  $f_t / f_y$  ca. 29 %. Ebenso wird der Ersatz der Bruchdehnung  $A_{10}$  durch die Dehnung unter Höchstkraft  $A_{gt}$  als nicht unproblematisch genannt, da zwischen den beiden Werten für Betonstahlmatten als auch für warmgewalzten Betonstahl in Ringen nur eine niedrige Korrelation besteht.

Wurden für die Bewehrung der Stahlbetonbauteile eines Gebäudes die oben genannten hochgerippten Betonstahlmatten BSt 500 M nach *DIN 488-4:1986* verwendet, so liegen unklare Duktilitätseigenschaften vor. Für die Neubemessung nach *DIN 1045-1:2008* und *EC 2 (DIN EN 1992-1-1:2011 mit DIN EN 1992-1-1/NA:2011)* bedeutet dies, dass nur die linear-elastischen Berechnungsverfahren zur Schnittgrößenermittlung ohne Einschränkungen angewendet werden können. Die linear-elastischen Berechnungen mit Umlagerung könnten zumindest wie für Betonstähle mit normaler Duktilität herangezogen werden, da sie bereits in früheren Fassungen der *DIN 1045* eine Umlagerung der Stützmomente um bis zu 15 % ohne entsprechende Duktilitätsanforderungen zulassen. Des Weiteren sollte bei der Biegebemessung mit diesen und älteren Betonstahlmatten im Grenzzustand der Tragfähigkeit die Stahldehnung auf  $\epsilon_{su} = 0,015$  begrenzt sowie auf die Ausnutzung des ansteigenden Astes der Spannungs-Dehnungs-Linie oberhalb der Streckgrenze verzichtet werden.

Für schweißbare Betonstabstähle nach *DIN 488-1:1984* zeigen die Untersuchungen von *Rußwurm 1988* den in Tab. 2.20 dargestellten Zusammenhang zwischen der Bruchdehnung des langen Proportionalstabs  $A_{10}$  und der Gleichmaßdehnung  $A_g$  (nichtproportionale Dehnung) nach der Herstellungsart der Stähle.

Für kaltverformte und warmgewalzte, unbehandelte Betonstähle wird in der vorliegenden Arbeit davon ausgegangen, dass die Verhältniswerte  $A_{10} / A_g$  der Tab. 2.20 auch für Betonstähle der Gruppe III K und III U nach *DIN 488-1:1972* verwendet werden können. Diese Stähle unterscheiden sich im Wesentlichen nur in ihrer chemischen Zusammensetzung, die bei den Stählen der Ausgabe von 1984 zur Sicherstellung der Schweißeignung verändert wurde (vgl. Kapitel *Erläuterungen* in *DIN 488-1:1984*). Die Nennwerte der Festigkeitseigenschaften blieben unverändert.

Setzt man die in den Ausgaben von 1972 und 1984 der *DIN 488* geforderten 5%-Quantile der Bruchdehnung  $A_{10} = 10 \%$  als erfüllt voraus, so ergeben sich über die Verhältniswerte nach *Rußwurm 1988* die Gleichmaßdehnungen  $A_g$  gemäß Tab. 2.21.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Somit können warmgewalzte, unbehandelte sowie aus der Walzhitze wärmebehandelte Betonstabstähle hinsichtlich ihrer Gesamtdehnung unter Höchstkraft  $A_{gt}$  in Duktilitätsklasse B (hochduktil) nach *DIN 1045-1:2008* und *EC 2 (DIN EN 1992-1-1:2011 mit DIN EN 1992-1-1/NA:2011)* eingeteilt werden, da sie selbst ohne den proportionalen Dehnungsanteil (s. Gleichung (2.62)) das geforderte 10 %-Quantil von 5 % erfüllen. Nach *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008* ist diese Zuordnung auch für ältere, naturharte (nicht kaltverformte oder kaltgereckte) Betonstabstähle ohne Einschränkungen möglich. Kaltgewalzter Betonstabstahl erreicht bei einer geforderten Zugfestigkeit  $R_m$  von  $500 \text{ N/mm}^2$  unter der getroffenen Annahme der Bruchdehnung  $A_{10}$  eine Gesamtdehnung unter Höchstkraft  $A_{gt}$  von 4,65% und ist somit der Duktilitätsklasse A (normalduktil) zuzuordnen.

Für die ebenfalls untersuchten geschweißten Betonstahlmatten (BSt 500 M) wird in *Rußwurm 1988* keine allgemeine Beziehung zwischen Bruchdehnung  $A_{10}$  und Gleichmaßdehnung  $A_g$  angegeben.

Für kaltverformte Betonstähle, die vor 1972 hergestellt wurden, kann keine allgemeine Einteilung in eine Duktilitätsklasse bezüglich der Gesamtdehnung unter Höchstkraft erfolgen, da keine Untersuchungen zu diesem Sachverhalt vorliegen.

Tab. 2.20: Verhältnis von Bruchdehnung  $A_{10}$  und Gleichmaßdehnung  $A_g$  und von schweißgeeigneten Betonstabstählen, vgl. *Rußwurm 1988*

Herstellungsart	$A_{10} / A_g$
kaltgewalzter Betonstahl	2,25
warmgewalzter, aus der Walzhitze wärmebehandelter Betonstahl	1,65
warmgewalzter, unbehandelter Betonstahl	1,55

Tab. 2.21: Gleichmaßdehnung  $A_g$  für Betonstabstähle verschiedener Herstellungsart, ermittelt über die Bruchdehnung  $A_{10} = 10\%$  mit dem Verhältniswert nach *Rußwurm 1988*

Herstellungsart	$A_g$ bei $A_{10} = 10\%$ [%]
kaltgewalzter Betonstahl	4,4
warmgewalzter, aus der Walzhitze wärmebehandelter Betonstahl	6,1
warmgewalzter, unbehandelter Betonstahl	6,5

## 2.4.7 Statistische Kennwerte von Betonstählen verschiedener Zeitperioden

### 2.4.7.1 Betonstähle vor 1972

Für Betonstähle, die vor 1972 produziert wurden, werden in der Fachliteratur über historische Betonstähle wie z. B. *Bindseil u. Schmitt 2002*, *Bargmann 2001* oder *Rußwurm 2000* keine statistische Kenngrößen bezüglich der oben genannten Werkstoffeigenschaften angeführt.

Eine Recherche im Archiv des Deutschen Instituts für Bautechnik in Berlin erbrachte ebenfalls keine weiteren Kenntnisse zum Streuungsverhalten von Betonstählen aus den 1960er Jahren. Unterlagen über Verlängerungsanträge zu allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen, die vor 1968 von den Bauaufsichtsbehörden der Länder erteilt wurden, liegen nur in geringer Anzahl vor und enthielten nicht die gesuchten statistischen Kennwerte der Werkstoffeigenschaften.

Die DB-Richtlinie *Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken Deutsche Bahn 2002* enthält ebenfalls keine statistischen Kenngrößen bezüglich der mechanischen Werkstoffeigenschaften von Betonstählen, gibt aber im *Modul 805.0103* Empfehlungen für die Annahmen der charakteristischen Werte (5%-Quantile):

- Für Betonstähle, die vor 1972 eingebaut wurden, dürfen für die Zugfestigkeit  $R_m$  und die Bruchdehnung  $A_{10}$  die in den Vorschriften der Produktionszeit geforderten Mindestwerte als charakteristische Werte zugrunde gelegt werden.
- Für die charakteristischen Werte der Streckgrenze (bzw. 0,2%-Dehngrenze)  $f_{yk}$  sind in Abhängigkeit vom Herstellungsjahr des Tragwerkes und der seinerzeitigen Betonstahlgüte die Werte der Tab. 2.22 anzunehmen.

Tab. 2.22: Charakteristische Werte  $f_{yk}$  der Betonstähle, nach *Deutsche Bahn 2002, Modul 805.0103, Tabelle 7*

Herstellungsjahr	Betonstahlgüte	$f_{yk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
vor 1930	-	130
	Handelseisen (Anm.: St 37)	210
von 1930 bis 1948	hochwertiger Betonstahl (Anm.: St 48 oder St 52)	260
ab 1948 bis 1972	I	245
	II, III; IV	315
ab 1972	es gilt DIN 1045 (Anm.: mit DIN 488)	

Ein Vergleich mit den zulässigen Stahlspannungen für Brückenbauwerke der betreffenden Zeiträume lässt darauf schließen, dass die empfohlenen Kennwerte auf der Gleichsetzung der damals zulässigen Spannungen mit den heutigen geforderten Bemessungswerten basieren (vgl. Abschnitt 2.3.11.2). Über die Multiplikation mit einem globalen Sicherheitsfaktor von  $\gamma_G = 1,75$  ergeben sich aus den zulässigen Stahlspannungen der damaligen Zeit (vgl. Tab. 2.23) die charakteristischen Streckgrenzen  $f_{yk}$  der Tab. 2.22. Daher können die charakteristischen Streckgrenzen ge-

mäß der DB-Richtlinie (*Deutsche Bahn 2002*) nur bedingt als statistische Kennwerte verwendet werden, da sie weniger die Produktionsqualität der damaligen Stahlherstellung, sondern vielmehr das damalige Sicherheitsniveau abbilden. Als Indiz hierfür können z. B. die zulässigen Spannungen der nicht hochwertigen Betonstähle bzw. des Betonstahl I bewertet werden, die zwischen 1916 und 1951 von 75 auf 140 N/mm<sup>2</sup> erhöht wurden. Die Streckgrenzen der entsprechenden Flusseisen und Flusstähle weisen nach *Bindseil u. Schmitt 2002* jedoch lediglich Werte zwischen 200 und 240 N/mm<sup>2</sup> auf.

Tab. 2.23: Zulässige Stahlspannungen (Zugspannungen) bei der Bemessung von Brückenbauwerken vor 1972

Zeitraum	Regelwerk	Anwendungsbereich und Werkstoff	Zulässige Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]
vor 1930	<i>Deutscher Ausschuß für Eisenbeton 1916</i>	Brücken unter Eisenbahngleisen, Eisen (Flusseisen und Flusstahl)	75
	<i>DIN 1045:1925</i>	Allgemein, Handelseisen (St 37)	120
von 1930 bis 1948	<i>DIN 1075:1930</i> und Nachfolger	Allgemein bei Straßen- und Eisenbahnbrücken, Eiseneinlagen (St 37)	120
		Allgemein bei Straßen- und Eisenbahnbrücken, hochwertiger Stahl (St 48 und St 52)	150
ab 1948 bis 1972	<i>DIN 1075:1951</i> und Nachfolger	Allgemein bei Biegung und Biegung mit Längskraft, Betonstahl I	140
		Allgemein (außer Platten) bei Biegung und Biegung mit Längskraft, Betonstahl II bis IV (Betonformstahl mit $d_s \leq 26$ mm)	180

Vor 1972 wurden Rundprofile als glatte Stabstahlbewehrung verbaut, die unabhängig von ihrer Verwendung als „Baustähle“ hergestellt wurden und deren Eigenschaften den Anforderungen der damals gültigen Baustahlnormen entsprechen mussten (DIN 1612 und DIN 17100, vgl. Tab. 2.17). Daher können auch statistische Untersuchungen an historischen Baustählen verwendet werden, um das Streuungsverhalten der mechanischen Eigenschaften von Bewehrungsstahl der jeweiligen Zeitperioden einschätzen zu können. Nach *Gehler u. Palen 1952* kam dabei im Wesentlichen der sog. Handelsbaustahl (St 00.12) zum Einsatz, von dem in *DIN 1045:1937* ausgegangen wird, dass er im Allgemeinen die Eigenschaften eines St 37.12 erfüllt. Gleichwohl wird in *DIN 1045:1943* ausdrücklich vorgeschrieben, bei Durchmessern > 30 mm einen St 37.12 als Betonstahl I zu verwenden.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Die zwischen 1916 und 1972 verwendeten Stähle sind sogenannte Flusstähle, die entsprechend dem Herstellungsverfahren in Bessemer-, Thomas-, Siemens-Martin-, Elektro- oder Oxygen-Stahl unterschieden werden. Detaillierte Erläuterungen zu den einzelnen Verfahrenstechniken können z. B. *Rußwurm 2000* oder *Reiche 2000* entnommen werden. Bis Mitte der 1950er Jahre wurden vor allem die Verfahren nach Bessemer, Siemens-Martin sowie nach Thomas eingesetzt, die dann jedoch immer mehr durch das Elektro- und Oxygen-Verfahren verdrängt wurden (*Burghardt u. Neuhoß 1982*).

Für Flusstähle, die zwischen 1860 und 1940 hergestellt wurden, sind in *Lüddecke 2006* statistische Kennwerte für die obere Streckgrenze  $R_{eH}$ , die Zugfestigkeit  $R_m$ , sowie die Bruchdehnung am kurzen Proportionalstab tabelliert (vgl. Tab. 2.24), die alle als normalverteilt angenommen werden. Sie sind das Ergebnis einer statistischen Auswertung von Einzelzugversuchen, die sich aus Zugversuchen der Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (unveröffentlicht) und aus Zugversuchen der Materialforschungs- und Prüfungsanstalt Leipzig (veröffentlicht in *Reiche u. Thomas 1999*) zusammensetzen. Die rund 300 Proben der Zugversuche des MFPA Leipzig wurden aus Walzprofilen entnommen, die aus 55 unterschiedlichen Objekten stammen. Der Herstellungszeitraum der untersuchten Objekte ist zwischen 1896 und 1936 datiert. Zu den in *Lüddecke 2006* verwendeten Zugversuchen der BAM sind keine weiteren Informationen hinterlegt.

Die vergleichsweise hohen Variationskoeffizienten der mechanischen Eigenschaften resultieren aus der betrachteten Grundgesamtheit. Diese umfasst sowohl mehrere Hersteller, verschiedene Herstellungsverfahren, unterschiedliche Profilarten und -dicken als auch einen langen Herstellungszeitraum.

Tab. 2.24: Statistische Kennwerte der mechanischen Eigenschaften von Flusstählen zwischen 1860 und 1940, nach *Lüddecke 2006*

<b>statistische Kennwerte</b>	<b><math>R_{eH}</math></b>	<b><math>R_m</math></b>	<b><math>A_5</math></b>
Anzahl Messwerte n	535	557	148
Mittelwert $\bar{x}$ [N/mm <sup>2</sup> ] bzw. [%]	290	395	35,1
Standardabweichung s [N/mm <sup>2</sup> ] bzw. [%]	43	50	6
Variationskoeffizient $C_v$	0,141	0,126	0,162
min. Wert [N/mm <sup>2</sup> ] bzw. [%]	163	217	10,5
max. Wert [N/mm <sup>2</sup> ] bzw. [%]	422	513	49,3

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Unter Annahme einer Normalverteilung ergeben sich aus den statistischen Kennwerten der Tab. 2.24 nach *DIN EN 1990:2010* für die charakteristische Streckgrenze  $f_{yk} = 219 \text{ N/mm}^2$  und für die charakteristische Zugfestigkeit  $f_{tk} = 312,5 \text{ N/mm}^2$  jeweils als 5%-Quantil sowie für die Bruchdehnung am kurzen Proportionalstab  $A_5 = 27,4 \%$  als 10%-Quantil.

Die statistische Auswertung von Stahlprüfungsergebnissen aus Bundesbahnabnahmen in *Petersen u. Hawranek 1974* zeigt, dass die mechanischen Eigenschaften von Baustählen im Zeitraum von 1949 bis 1952 sowie in den Jahren 1967 und 1971 einen engeren Streuungsbereich aufweisen. Die für die genannten Zeiträume ausgewerteten Abnahmeergebnisse der Stahlsorten St 37-2 und St 52-3 umfassen jeweils als Grundgesamtheit verschiedene Hersteller und Herstellungsverfahren sowie unterschiedliche Profilarten und -dicken. Die anhand von grafischen Auswertungen (bei Annahme einer Normalverteilung) in *Petersen u. Hawranek 1974* bestimmten statistischen Kennwerte sind für die Streckgrenze  $R_{eH}$ , die Zugfestigkeit  $R_m$  sowie die Bruchdehnung  $A_5$  in Tab. 2.25, und Tab. 2.26 Tab. 2.27 zusammengefasst. Die Kennwerte der Streckgrenzen von 1949 bis 1952 des St 37 basieren dabei auf einer früheren Datenauswertung von *Kollmar 1953*.

Aufgrund der hohen Messwertanzahl können die statistischen Kennwerte der Stichproben mit den Parametern der jeweiligen Grundgesamtheit gleichgesetzt werden. Unter Annahme einer Normalverteilung ergeben sich hieraus die tabellierte 5 %-Quantile  $x_{5\%,NV}$  für die Streckgrenze und Zugfestigkeit sowie die 10 %-Quantile  $x_{10\%,NV}$  für die Bruchdehnung am kurzen Proportionalstab, die nach Gleichung (2.24) berechnet sind.

Tab. 2.25: Statistische Kennwerte der Streckgrenze von Baustählen vor 1972, nach *Petersen u. Hawranek 1974*

<b>Streckgrenze <math>R_{eH}</math></b>						
<b>Stahlsorte</b>	St 37-2			St 52-3		
<b>Zeitraum</b>	1949-52	1967	1971	1949-52	1967	1971
<b>Anzahl der Messwerte n</b>	4232	ca. 620	ca. 700	2950	ca. 1290	ca.1460
<b>Mittelwert <math>\bar{x}</math> [N/mm<sup>2</sup>]</b>	277	284	283	388	402	402
<b>Standabw. s [N/mm<sup>2</sup>]</b>	21,5	18	19	14,2	19	22,5
<b>Var.-Koeffizient v [-]</b>	0,0775	0,0634	0,0671	0,0366	0,0472	0,0560
<b><math>x_{5\%,NV}</math> [N/mm<sup>2</sup>]</b>	242	254	252	365	371	365

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.26: Statistische Kennwerte der Zugfestigkeit von Baustählen aus den Jahren 1967 und 1971, nach *Petersen u. Hawranek 1974*

Zugfestigkeit $R_m$				
Stahlsorte	St 37-2		St 52-3	
Zeitraum	1967	1971	1967	1971
Anzahl der Messwerte n	ca. 620	ca. 700	ca. 1290	ca. 1460
Mittelwert $\bar{x}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	423	430	582	576
Standabw. s [N/mm <sup>2</sup> ]	17,5	18	23,5	24,3
Var.-Koeffizient v [-]	0,0413	0,0418	0,0404	0,0404
$x_{5\%,NV}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	394	400	543	536

Tab. 2.27: Statistische Kennwerte der Bruchdehnung von Baustählen aus den Jahren 1967 und 1971, nach *Petersen u. Hawranek 1974*

Bruchdehnung $A_5$				
Stahlsorte	St 37-2		St 52-3	
Zeitraum	1967	1971	1967	1971
Anzahl der Messwerte n	ca. 620	ca. 700	ca. 1290	ca. 1460
Mittelwert $\bar{x}$ [%]	32,5	32,2	keine Normalverteilung	
Standabw. s [%]	3,0	3,3		
Var.-Koeffizient v [-]	0,0922	0,1024		
$x_{10\%,NV}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	28,7	28,0		

Sowohl die in *Lüddecke 2006* betrachteten Flussstähle als auch die in *Petersen u. Hawranek 1974* untersuchte Stahlsorte St 37-2 wurden als übliche Betonstähle der Betonstahlgruppe I zugeordnet und vor 1972 im Stahlbetonbau verwendet. Nach *Rußwurm 2000* wird diese Einteilung von Betonstählen in Gruppen erstmals 1937 eingeführt und in *DIN 1045:1943* übernommen. Die Betonstähle werden dabei in vier Hauptgruppen gegliedert, wobei die hochwertigen Stähle der Hauptgruppen II bis IV jeweils wieder in a) naturharte Betonstähle und b) kaltgereckte Sonderbetonstähle zu unterscheiden sind. Die in *DIN 1045:1943* gestellten Anforderungen an Betonstähle sind als sogenannte Mindestanforderungen definiert. Sie fordern neben den Mindestwerten der *DIN 1612:1943* für die Zugfestigkeit und die Bruchdehnung eine Mindeststreckgrenze (vgl. Tab. 2.28).

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Der Vergleich mit dem 5%-Quantil der Streckgrenze der zwischen 1860 und 1940 produzierten Flusstähle der Tab. 2.24 zeigt, dass sie die in *DIN 1045:1943* geforderte Mindeststreckgrenze für Betonstahl I (Tab. 2.28) von 220 N/mm<sup>2</sup> nahezu erfüllt ( $f_{yk} = 219$  N/mm<sup>2</sup>). Die charakteristischen Streckgrenzen des St 37-2 der einzelnen Zeitperioden in Tab. 2.25 liegen im Mittel mit 29 N/mm<sup>2</sup> deutlich über dem dieser Mindeststreckgrenze. Dies gilt auch für den mittleren charakteristischen Wert des St 52-3, der mit 367 N/mm<sup>2</sup> über der Mindeststreckgrenze des Betonstahls II von 360 N/mm<sup>2</sup> liegt.

Tab. 2.28: Anforderungen an die Betonstahleigenschaften nach *DIN 1045:1943*

Gruppe	Bezeichnung	Durchmesser	Mindeststreckgrenze	Zugfestigkeit	Mindestbruchdehnung am langen Proportionalstab
		[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[%]
I	Betonstahl I	-	220	340 bis 500	18
IIa	Betonstahl II (naturhart)	≤ 18	360	500 bis 620	20
		> 18	340	500 bis 640	18
IIb	Sonderbetonstahl II (kaltgereckt)	≤ 18	360	≥ 500	14
		> 18	340		
IIIa	Betonstahl III (naturhart)	≤ 18	420	≥ 500	18
		> 18	400		
IIIb	Sonderbetonstahl III (kaltgereckt), nur als „Betonformstahl“	≤ 18	420	≥ 500	8
		> 18	400		
IVa	Betonstahl IV (naturhart)		500	-	16
IVb	Sonderbetonstahl IV (kaltgereckt), Matten		500	-	8

Der Quantilwert der Zugfestigkeit der Flusstähle wiederum unterschreitet die Mindestzugfestigkeit um rund 8 %. Dies ist jedoch als unkritisch zu erachten, da das für die Bemessung nach heutigem Normenwerk relevante 10%-Quantil des Verhältnisses zwischen Zugfestigkeit  $f_t$  und Streckgrenze  $f_y$  selbst den geforderten Wert von  $\geq 1,08$  bei Duktilitätsklasse B überschreitet. Gemäß der Auswertung von *Reiche u. Thomas 1999* liegt es im Mittel bei  $(f_t / f_y)_m = 1,48$  mit einem Variationskoeffizient von 0,094, woraus sich ein 10%-Quantil von  $(f_t / f_y)_{10\%} = 1,31$  nach *DIN EN 1990:2010* ergibt. Die charakteristischen Zugfestigkeiten der später hergestellten Baustähle der Tab. 2.26 liegen im Bereich der geforderten Zugfestigkeit des Betonstahls I (St 37-2) und des Betonstahls IIa (St 52-3), so dass davon ausgegangen werden kann, dass

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

sie ebenfalls das geforderte charakteristische Verhältnis zwischen Zugfestigkeit  $f_t$  und Streckgrenze  $f_y$  der Duktilitätsklasse B erfüllen.

Wie bereits in Abschnitt 2.4.6.5 erläutert, werden in früheren Normenwerken keine Anforderungen an die Gesamtdehnung unter Höchstkraft  $A_{gt}$  gestellt. Betrachtet man allerdings die typische Spannungs-Dehnungs-Linie eines St 37 (vgl. Abb. 2.11) und das 10%-Quantil der erreichten Bruchdehnung von  $A_5 = 27,4$  % der zwischen 1860 und 1940 hergestellten Flusstähle, so können diese ohne Weiteres der Duktilitätsklasse B zugeordnet werden, was auch für die in *Petersen u. Hawranek 1974* untersuchte Stahlsorte St 37-2 zutrifft. Die in *Petersen u. Hawranek 1974* untersuchte Verteilung der Bruchdehnung der Stahlsorte St 52-3 erfolgt anhand einer dreiparametrischen logarithmischen Normalverteilung. Für diese Verteilung entspricht die in *DIN 17100:1957* geforderte Bruchdehnung von  $A_5 = 22$  % einem Quantil von maximal 1,7 % für die betrachteten Zeiträume. Dementsprechend kann auch die Stahlsorte St 52-3 der Duktilitätsklasse B zugeordnet werden, wenn sie als Betonstahl IIa verwendet wurde.

Zusammenfassend können die oben genannten Untersuchungen als Indiz dafür bewertet werden, dass die Qualität der Stahlproduktion bereits vor 1972 ein Niveau erreichte, das die Gleichsetzung der damals geforderten Mindeststreckgrenzen als charakteristische 5%-Quantile rechtfertigt. Vereinfachend werden daher im Abschnitt 2.4.8 die vor 1972 verwendeten Betonstabstähle, Betonformstähle sowie Betonstahlmatten den Betonstahlsorten der *DIN 1045:1943* und deren entsprechenden charakteristischen Streckgrenzen  $f_{yk}$  zugeordnet.

Des Weiteren bestätigt die Literaturlauswertung die Annahme im Abschnitt 2.4.6.5, dass naturharte (nicht kaltverformte oder kaltgereckte) Betonstabstähle die charakteristischen Anforderungen der Duktilitätsklasse B erfüllen.

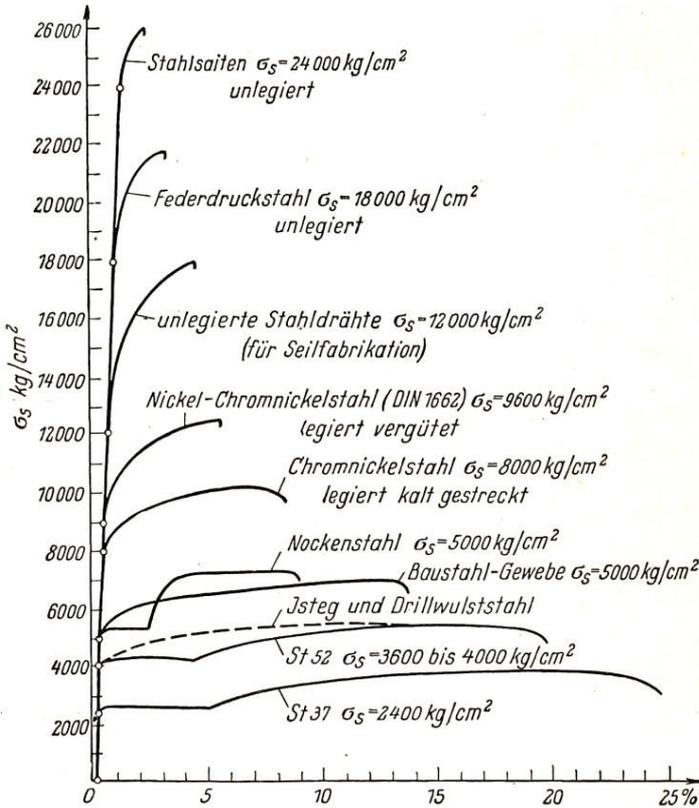


Abb. 2.11: Spannungs-Dehnungs-Linien verschiedener Stähle, die vor 1972 als Betonstahl verwendet wurden, aus Gehler u. Palen 1952

#### 2.4.7.2 Betonstähle ab 1972

Mit den Einführungen der Reihen DIN 488 und TGL 12530 von 1972 werden die mechanischen Werkstoffkennwerte der genormten Betonstähle erstmals in ganz Deutschland jeweils als 5%-Quantil der Grundgesamtheit definiert. Für Betonrippenstähle mit Zulassung legte der Arbeitskreis „Betonstähle“ des Ländersachverständigenausschusses in den westlichen Bundesländern bereits im April 1968 das 5%-Quantil der Festigkeitseigenschaften als Anforderungskriterium in den *Vorläufigen Richtlinien für die Güteüberwachung von Betonrippenstahl* (Ländersachverständigenausschuss: Arbeitskreis Betonstähle 1968) fest. Zuvor waren die Anforderungen als Mindestwerte festgelegt.

Für Betonstähle, die in den 1970er Jahren entsprechend *DIN 488-1:1972* produziert wurden, liegen statistische Kennwerte aus einer Untersuchung von *Rehm u. Rußwurm 1977* vor. Diese Untersuchung beinhaltet die Auswertung von Messergebnissen der Streckgrenze, Zugfestigkeit und Bruchdehnung an zwei Stahlsorten (BSt 42/50 RU, Stabstahl und BSt 50/55 RK, geschweißte Matten). Als eine Bezugseinheit diente die Produktion einer Gruppe von Werken (19 Mattenhersteller, 12 Stabstahlhersteller) innerhalb eines Zeitraums von zum Teil mehreren Jahren.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.29: Statistische Kennwerte von Betonstabstahl der Sorte BSt 42/50 RU, nach *Rehm u. Rußwurm 1977*

Bezugs- einheit	BSt 42/50 RU								
	R <sub>eH</sub> [N/mm <sup>2</sup> ] n = 7341			R <sub>m</sub> [N/mm <sup>2</sup> ] n = 4233			A <sub>10</sub> [%] n = 7366		
	Art	$\bar{x}$	s	Art	$\bar{x}$	s	Art	$\bar{x}$	s
<b>Mehrere Werke, meh- rere Jahre</b>	MV	470	27	NV	735	45	NV	16,5	2,5
Art : Art der Verteilung (NV: Normalverteilung; MV: Mischverteilung) $\bar{x}$ : Mittelwert s : Streuung									

Der Variationskoeffizient der Streckgrenze des Stabstahls  $C_v = 0,057$  liegt ungefähr am unteren Bereich, den *Spaethe 1992* für Variationskoeffizienten von unterschiedlichen Profilen aus verschiedenen Herstellerwerken mit 0,06 bis 0,12 angibt. Die Streckgrenze der Betonstahlmatten streut mit einem etwas höheren Variationskoeffizienten von  $C_v = 0,08$ . Unter der Annahme einer Normalverteilung ergibt sich als 5%-Quantil für die Streckgrenze des Stabstahls ein Wert von  $425 \text{ N/mm}^2$  und für die Betonstahlmatten ein Wert von  $527 \text{ N/mm}^2$ .

Tab. 2.30: Statistische Kennwerte von Betonstahlmatten der Sorte BSt 50/55 RK, nach *Rehm u. Rußwurm 1977*

Bezugs- einheit	BSt 50/55 RK								
	R <sub>eH</sub> [N/mm <sup>2</sup> ] n = 18678			R <sub>m</sub> [N/mm <sup>2</sup> ] n = 8398			A <sub>10</sub> [%] n = 19302		
	Art	$\bar{x}$	s	Art	$\bar{x}$	s	Art	$\bar{x}$	s
<b>Mehrere Werke, meh- rere Jahre</b>	MV	610	50	NV	658	44	MV	11,6	2,4
Art : Art der Verteilung (NV: Normalverteilung; MV: Mischverteilung) $\bar{x}$ : Mittelwert s : Streuung									

Die vom Deutschen Institut für Bautechnik zur Verfügung gestellten anonymisierten Überwachungsunterlagen von Betonstahlherstellern zeigen ebenfalls, dass die in den 1970er Jahren produzierten Betonstähle die gestellten Anforderungen an die Festigkeitswerte, die wie oben erwähnt ab 1972 als 5%-Quantile definiert sind, in der Regel überschreiten. Somit können die in *DIN 488-1:1972* geforderten Nennwerte der Betonstahlsorten auf der sicheren Seite liegend als 5%-Quantile angenommen werden.

Für Betonstähle, die gemäß der Reihe TGL 12530 ab 1972 produziert wurden, liegen keine statistischen Kennwerte aus der Produktion vor. In der vorliegenden Arbeit wird davon ausgegangen, dass die eingebauten Betonstähle die geforderten 5%-Quantile der Festigkeitseigenschaften einhalten und somit als charakteristische Werte angesetzt werden können.

## 2.4.8 Charakteristische Werkstoffkennwerte von Betonstählen

### 2.4.8.1 Hinweise und Erläuterungen zu den tabellierten Werkstoffkennwerten von Betonstählen

In den folgenden Tabellen sind die charakteristischen Streckgrenzen bzw. 0,2%-Dehngrenzen für Betonstähle – geordnet nach ihren Bezeichnungen – aus verschiedenen Zeitperioden zu entnehmen. Des Weiteren werden Betonstabstähle entsprechend den Duktilitätsklassen nach *DIN 488-1:2009* zugeordnet. Hierbei sind folgende Ansätze zugrunde gelegt:

- Wie in Abschnitt 2.4.6 erläutert, sind die Prüfbedingungen für Betonstabstähle früherer Normengenerationen mit den heutigen vergleichbar, weshalb keine Umrechnungsfaktoren zur Anpassung an die aktuellen Referenzgrößen erforderlich sind.
- Sowohl vor 1972 produzierte kaltverformte Betonstabstähle als auch Betonstahlmatten sind hinsichtlich ihrer Duktilität jeweils gesondert zu beurteilen.
- In Abhängigkeit von ihrer Herstellungsart können seit 1972 produzierte Betonstabstähle einer Duktilitätsklasse entsprechend Abschnitt 2.4.3.6 zugeordnet werden.
- Die Einordnung von Betonstabstahl in die Duktilitätsklasse B ist auch für ältere naturharte (nicht kaltverformte oder kaltgereckte) Betonstabstähle ohne Einschränkung möglich, wie es auch z. B. in *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e. V. 2008* empfohlen wird.
- Die in der Normenreihe DIN 488 und Standardreihe TGL 12530 von 1972 geforderten mechanischen Werkstoffkennwerte der genormten Betonstähle können als charakteristische Werkstoffkennwerte übernommen werden. Dies gilt ebenso für zwischen 1965 und 1972 nach *TGL 101-054:1965* produzierte Betonstähle.
- Als charakteristische Streckgrenze  $f_{yk}$  werden für vor 1972 produzierte Betonstabstähle die geforderten Mindestwerte der Streckgrenze nach *DIN 1045:1943* angenommen.
- Entsprechend *DIN 1045:1943* dürfen bei Stabdurchmessern  $\leq 18$  mm die charakteristischen Streckgrenzen für die Betonstahlgruppen II und III um  $20 \text{ N/mm}^2$  erhöht werden.
- Anhand von Erfahrungswerten aus der Fachliteratur (vgl. *Bindseil u. Schmitt 2002*) wird für Flusseisen und Flusstähle angenommen, dass sie auch vor 1943 die geforderten Mindestwerte der Streckgrenze der Betonstahlgüte I erfüllen.
- Die charakteristischen Streckgrenzen von Schweißeseisen und hochwertigem Baustahl St 48 entsprechen ebenfalls Erfahrungswerten aus der damaligen Zeit.
- Mit Ausnahme des hochwertigen Betonstahls St 52 und Betonformstählen mit Zulassung werden vor 1943 allgemein nur Mindestanforderungen an die Zugfestigkeit gestellt. Bei Verwendung der betreffenden Tabellenwerte zur Bemessung ist dies über eine Erhöhung des Teilsicherheitsbeiwerts  $\gamma_s$  um 10%

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

zu berücksichtigen, wie es auch in *Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung 2011* gefordert wird. Bei der Bewertung von Betonstählen anhand von Werkstoffuntersuchungen (vgl. Abschnitt 3.6.3) kann auf diese Erhöhung verzichtet werden.

Die hier vorgestellten Ansätze zur Festlegung von charakteristischen Werkstoffkennwerten von Betonstählen werden bereits in *Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung 2011* angewendet. Dort sind zur Berücksichtigung des von *DIN 1045-1:2008* und *EC 2* abweichenden Verbundverhaltens von glatten Betonstählen und Betonformstählen die in Tab. 2.31 angegebenen Verbundspannungen zu verwenden, wobei die günstige Wirkung von Endhaken berücksichtigt werden darf. Diese Bemessungswerte gelten für glatte Betonstähle bei guten Verbundbedingungen und sind bei mäßigen Verbundbedingungen mit dem Faktor 0,7 zu multiplizieren.

Sofern eine nicht vorwiegend ruhende Belastung zu berücksichtigen ist, dürfen die Werte der Tab. 2.31 generell nur mit dem 0,85-fachen Betrag in Rechnung gestellt werden.

Tab. 2.31: Bemessungswert der Verbundspannung glatter Stäbe  $f_{bd}$  bei guten Verbundbedingungen, nach *Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung 2011*

$f_{ck}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	12	16	20	25	30	35	45	45	50
$f_{bd}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
Diese Werte ergeben sich mit $\gamma_c = 1,5$ aus folgender Formel:									
$f_{bd} = 0,36 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{1}{\gamma_c}$									

Wie bereits in Abschnitt 2.1 und 2.3.10 erläutert, können auch die folgenden tabellierten charakteristischen Werkstoffkennwerte für Betonstähle zunächst nur als Anhaltswerte dienen, die durch Bauwerksuntersuchungen zu verifizieren sind.

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.32: Charakteristische Streckgrenzen und Duktilitätsklassen von Betonstab- und Betonformstählen verschiedener Zeitperioden

Bezeichnung	Stahlbezeichnung, Duktilitätsklasse in [...] nach [DIN 488-1:2009]	Verwendung	$f_{yk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
glatte Rundstähle DIN 1000 DIN 1612 DIN 17100 DIN 488	Schweißseisen, [-]	vor 1923	180 <sup>1) 2)</sup>
	Flusseisen; Flussstahl, [B] (Bauwerkseisen; Handelseisen)	vor 1925	220 <sup>1) 2)</sup>
	Flussstahl (Handelseisen: St 00.12, St 37.12), [B]	1925-1943	220 <sup>1) 2)</sup>
	Betonstahl I (St 00.12, St 37.12, St 33, St 37) [B]	1943-1972	220 <sup>2)</sup>
	BSt 220/340 GU (DIN 488), [B]	1972-1984	220 <sup>2)</sup>
	hochwertiger Baustahl St 48, [B]	1925-1932	290 <sup>1) 2)</sup>
	hochwertiger Beton- und Baustahl St 52, [B]	1932-1943	340 <sup>2) 3)</sup>
	Betonstahl IIa (St 52), [B]	1943-1972	340 <sup>2) 3)</sup>
glatte Rundstähle TGL 101-054 TGL 12530 TGL 33403	St A-0 Betonstahl I, [B]	1965-1985	220 <sup>2)</sup>
	St A-I Betonstahl I, [B]	1965-1990	240 <sup>2)</sup>
	St B-IV / St B-IV S, [-]	1972-1990	490 <sup>2)</sup>
Betonrippenstahl DIN 488	BSt 420/500 RU (III), [B]	1972-1984	420
	BSt 420/500 RK (III), [A]		
	BSt 420 S (III), [B]	seit 1984	420
	BSt 420 S (III) verwunden, [A]		
	BSt 500 S (IV), [B]		
BSt 500 S (IV) verwunden, [A]	500		
Betonrippenstahl TGL 101-054 TGL 12530 TGL 33403	St A-III, [B]	1965-1990	390
	St T-III, [B]	1976-1985	400
	St T-IV, [B]	1976-1990	490
	St B-IV RDP, [-] St B-IV S-RDP, [-]	1979-1990	
Quergerippter Betonformstahl mit Zulassung von 1952: QUERI-Stahl, Ilseder-Stahl, NORI-Stahl	Betonstahlgruppe I, [B]	1952-1963	220
	Betonstahlgruppe IIa, [B]		340 <sup>2) 3)</sup>
	Betonstahlgruppe IIIa, [B]		400 <sup>2) 4)</sup>
	Betonstahlgruppe IVa, [B]		500 <sup>2)</sup>

1) Erhöhung des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_s$  um 10 %  
2) Bei glatten Betonstählen und Betonformstählen ist deren von DIN 1045-1 und EC 2 abweichendes Verbundverhalten bei der Nachweisführung zu berücksichtigen.  
3) Erhöhung auf 360 N/mm<sup>2</sup> bei Stabdurchmessern  $\leq 18$  mm  
4) Erhöhung auf 420 N/mm<sup>2</sup> bei Stabdurchmessern  $\leq 18$  mm

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.33: Charakteristische Streckgrenzen und Duktilitätsklassen von Betonformstählen verschiedener Zeitperioden

Bezeichnung	Stahlbezeichnung, Duktilitätsklasse in [...] nach [DIN 488-1:2009]	Verwendung	$f_{yk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
Isteg-Stahl	min. St 37, durch Verwindung kaltverfestigt, [-]	1933-1942	340 <sup>2) 3)</sup>
Drillwulst-Stahl	St 52, kaltverformt [-]	1937-1941	340 <sup>2) 3)</sup>
	NS 38, [B]	1941-1943	340 <sup>2) 3)</sup>
	Betonstahl IIIa, [B]	1943-1956	400 <sup>2) 3)</sup>
Nocken-Stahl	St 52, [B]	1937-1943	340 <sup>2) 3)</sup>
	BSt IIIa, [B]	1943-1954	400 <sup>2) 4)</sup>
	BSt IVa, [B]	1943-1956	500 <sup>2)</sup>
Torstahl	Torstahl 36/15, [-]	1938-1943	360 <sup>2)</sup>
	Torstahl 40/10, [-]	1938-1943	400 <sup>2)</sup>
	Betonstahl IIIb, [-]	1943-1959	400 <sup>2) 4)</sup>
Rippen-Torstahl	Betonstabstahl IIIb, [-]	1962-1972	400 <sup>2) 4)</sup>
FILITON-Stahl	Betonstahl IIIb, [-]	1965-1969	
HI-BOND-A-Stahl	Betonstahl IIIa, [B]	1962-1973	
NORECK-Stahl	Betonstahl IIIb, [-]	1960-1967	
DIROC-Stahl	Betonstahl IIIa, [B]	1964-1969	
Stahl Becker KG	Betonstahl IIIa, [B]	1964-1969	
GEWI-Stahl	BSt 420/500 RU (III), [B]	seit 1974	
	BSt 500 S (IV), [B]	seit 1984	500
Betonformstahl vom Ring	BSt 500 WR (IV), [B]	seit 1984	500
	BSt 500 KR (IV), [A]		
Betonformstahl	BSt 420/500 RUS, [B] BSt 420/500 RTS, [B]	seit 1977	420
	BSt 500/550 RU (IV), [B] BSt 500/550 RK (IV), [A]	1973 -1984	500
	BSt 500/550 RUS, [B] BSt 500/550 RTS, [B]	1976-1984	500
	Betonstahl in Ringern mit Sonderrippung	BSt 500 WR, [A]	seit 1991
Kaltverformter, schrägerippter Betonformstahl	Betonstahl IIIb, [-]	1956-1962	400 <sup>2) 4)</sup>
	Betonstahl IVb, [-]		500 <sup>2)</sup>
Schrägerippter Betonformstahl	mit Einheitszulassung BSt IIIa, [B]	1964-1972	400 <sup>2)</sup>
<sup>1)</sup> Erhöhung des Teilsicherheitsbeiwertes $\gamma_s$ um 10 % <sup>2)</sup> Bei glatten Betonstählen und Betonformstählen ist deren von DIN 1045-1 und EC 2 abweichendes Verbundverhalten bei der Nachweisführung zu berücksichtigen. <sup>3)</sup> Erhöhung auf 360 N/mm <sup>2</sup> bei Stabdurchmessern $\leq 18$ mm <sup>4)</sup> Erhöhung auf 420 N/mm <sup>2</sup> bei Stabdurchmessern $\leq 18$ mm			

## 2 Charakteristische Werkstoffkennwerte früherer Normengenerationen

Tab. 2.34: Charakteristische Streckgrenzen von Betonstahlmatten verschiedener Zeitperioden

Betonstahlmatten <sup>1)</sup>	Stahlbezeichnung	Verwendung	$f_{yk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	
Baustahlgewebe B.St.G. mit glatten Stäben	ST 55 (IVb)	1932-1955	500 <sup>4)</sup>	
- mit Profilierung N, Q, R-Matten <sup>2)</sup>	Betonstahl IV B	1957-1973	500 <sup>4)</sup>	
Verbundstahlmatte mit Kunststoffknoten		1964-1969		
- mit Sonderprofilierung <sup>3)</sup>		1968-1973		
- mit Rippung				
- mit glatten Stäben	BSt 500/550 GK (IVb)	1972-1984	500	
	BSt 500 G (IV)	seit 1984		
- mit profilierten Stäben	BSt 500/550 PK (IVb)	1972-1984		
	BSt 500 P (IV)	seit 1984		
- mit gerippten Stäben	BSt 500/550 RK (IV)	1972-1984		
	BSt 500 M (IV)	seit 1984		
	BSt 630/700 RK	1977		630
	BSt 550 MW	1989		550

<sup>1)</sup> Lagermattenbezeichnung nach Gewebegeometrie  
ab 1955: Q – quadratisch (Q 92 bis Q 377); R – rechteckig (R 92 bis R 884); N – nichtstatisch (N47 bis N 141);  
ab 1961: A 92, B 131 – Randmatten  
ab 1972: Q – (Q 84 bis Q 513); R – (R 131 bis R589), K – rechteckig (K 664 bis K 884); N – (N 94 und N 141)  
ab 1984: Q – (Q 131 bis Q 670); R – (R 188 bis R 589); K – (K 664 bis K 884)  
<sup>2)</sup> ab 1957 zwei Rippenreihen; ab 1962 drei Rippenreihen  
<sup>3)</sup> sechs Rippenreihen  
<sup>4)</sup> Bei glatten und profilierten Stäben ist deren von DIN 1045-1 und EC 2 abweichendes Verbundverhalten bei der Nachweisführung zu berücksichtigen

#### **2.4.8.2 Vergleich mit Festigkeitswerten anderer Literaturquellen und Regelwerke**

Ein Vergleich zwischen den oben stehenden Tabellenwerten für Betonstähle und den Annahmen für charakteristische Streckgrenzen in *Deutsche Bahn 2002* und *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008* zeigt, dass die Werkstoffkennwerte voneinander abweichen. Der Grund hierfür liegt wie bereits in Abschnitt 2.4.7.1 beschrieben in den unterschiedlichen zugrunde gelegten Ansätzen. In *Deutsche Bahn 2002* und *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008* werden die charakteristischen Werte anhand der seinerzeit gültigen globalen Sicherheitsbeiwerte und der einst zulässigen Spannungen der Betonstähle bestimmt (vgl. z. B. *DIN 1075:1938* für Brückenbauwerke und *DIN 1045:1943* für den allgemeinen Hochbau).

### **3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen**

#### **3.1 Allgemeines**

Zur Verifizierung von Werkstoffgütern, die in den Abschnitten 2.3 und 2.4 bei der Ableitung von charakteristischen Werkstoffkennwerten unterstellt werden, und in Fällen, bei denen keine oder nur unzureichende Informationen über ein zu bewertendes Bauwerk vorliegen, sind die charakteristischen Werkstoffkennwerte anhand von Bauwerksuntersuchungen zu bestimmen.

Im Vergleich zur Vorgehensweise zur Bestimmung von charakteristischen Werkstoffkennwerten früherer Normengenerationen im vorherigen Kapitel werden in diesem Kapitel die Grundgesamtheiten zunächst als unbekannt angenommen. Sowohl die Art der Verteilungsfunktion der interessierenden Werkstoffeigenschaften als auch die dazugehörigen Parameter werden mit Hilfe von Stichprobenergebnissen aus Bauwerksuntersuchungen bestimmt.

Zunächst werden in den Abschnitten 3.2 bis 3.4 die statistischen Methoden erläutert, die im Allgemeinen – unabhängig von den betrachteten Werkstoffeigenschaften – für diese Aufgabenstellung zur Verfügung stehen. Die Betrachtung beschränkt sich auf normal- und lognormalverteilte Zufallsvariable, da diese im Allgemeinen zur statistischen Modellierung der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Werkstoffeigenschaften von Beton und Betonstahl verwendet werden (vgl. *Spaethe 1992*).

Die zu beachtenden Besonderheiten bei der Bestimmung der charakteristischen Werkstoffeigenschaften von Beton und Betonstahl werden in den Abschnitten 3.5 und 3.6 behandelt.

#### **3.2 Beschreibende Statistik**

##### **3.2.1 Grundgesamtheit**

Wie bereits in Abschnitt 2.1 erläutert, beziehen sich die zur Bemessung von Stahlbetonbauwerken benötigten charakteristischen Werkstoffkennwerte auf die Grundgesamtheit der jeweils betrachteten Werkstoffeigenschaft. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die in den Bemessungsnormen zugrunde gelegten Grundgesamtheiten der Werkstoffeigenschaften meist größere Geltungsbereiche abdecken müssen (z. B. gesamte Stahlproduktion aller Herstellerwerke, vgl. *Spaethe 1992*) als bei der Analyse der Tragfähigkeit einzelner Bestandsbauwerke. Die zu betrachtenden Grundgesamtheiten ergeben sich dabei sowohl aus den jeweiligen Fragestellungen, die durch die Tragwerksanalyse beantwortet werden sollen, als auch aus den physikalischen Randbedingungen, welche durch die Konstruktion und Ausführung des Tragwerks bestimmt sind.

Die unter den ersten Gesichtspunkt fallenden Fragestellungen sind in der Art zu unterscheiden, ob beispielsweise einzelne Bauteile oder ganze Bauteilgruppen (wie z. B. Unterzüge und Stützen) eines oder mehrerer Geschosse zu untersuchen sind. Unter den zweiten Gesichtspunkt fallen Ausprägungsunterschiede der betrachteten

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Werkstoffeigenschaft, die keinem zufälligen Prozess unterliegen, sondern auf einer systematischen Abweichung beruhen. Dazu zählen beispielsweise Betonierabschnitte mit unterschiedlichen Festigkeitsklassen oder Bewehrungsstähle mit unterschiedlichen Stabdurchmessern.

Liegen solche systematischen Abweichungen vor, so resultieren daraus streng genommen unterschiedliche Grundgesamtheiten, die jede für sich zu untersuchen sind. Eine Einteilung in einzelne Stabdurchmesser ist für die oben genannten Betonstähle relativ einfach zu erfüllen. Im Falle unterschiedlicher Betonfestigkeitsklassen kann eine solch klare Abgrenzung jedoch mitunter nur schwer oder gar nicht realisiert werden, wie in Abschnitt 3.5.3 näher erläutert wird.

Im Folgenden wird von der Annahme ausgegangen, dass eine interessierende Grundgesamtheit bezüglich ihres räumlichen Bereichs und ihrer physikalischen Eigenschaften klar abgegrenzt werden kann.

Aus der interessierenden Grundgesamtheit werden repräsentative Stichproben vom Umfang  $n$  entnommen. Zunächst werden daraus die Stichprobenparameter und die empirische Verteilung der Stichprobe bestimmt, um aus ihnen die Parameter und die analytische Verteilungsfunktion (vgl. Abschnitt 2.2.3) der Grundgesamtheit abzuleiten. Der Schluss von der Stichprobe mit endlichem Umfang  $n$  zur Grundgesamtheit mit Umfang  $n = \infty$  wird als Inferenz bezeichnet.

Dies entspricht auch der Definition der Wahrscheinlichkeit als Grenzprozess von relativen Häufigkeiten. Wie in *Plate 1993* näher erläutert, dient dabei die relative Häufigkeit  $n_x/n$  als Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass ein gemessener Wert  $x_i$  kleiner ist als ein festgelegter Punkt  $X$  auf der Merkmalsachse  $P(x_i \leq X)$ , d. h. dass in einer Stichprobe von  $n$  Werten  $n_x$  Werte  $x_i$  kleiner sind als  $X$ . Da die Stichprobe im Fall  $n = \infty$  die Gesamtheit exakt wiedergibt, lässt sich aus dem Grenzprozess

$$P(x_i < X) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_x}{n} = P_u(X) \quad (3.1)$$

die Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $P_u(X)$  bestimmen.

#### **3.2.2 Stichprobenparameter**

Um aus dem Informationsgehalt einer Stichprobe die statistischen Kenngrößen zu charakterisieren, können die  $q$ -ten Momente einer Stichprobe und der ihr entsprechenden relativen Häufigkeitsverteilung mit:

$$M_{xq} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^q \quad (3.2)$$

gebildet werden. Analog zu Abschnitt 2.2.2 erhält man aus dem ersten Moment das arithmetische Mittel der Stichprobe:

$$M_{x1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} . \quad (3.3)$$

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Bezieht man die q-ten Momente auf den Mittelwert, lautet die allgemeine Definitionsgleichung für das q-te Zentralmoment der Merkmalsgröße X:

$$M_{cxq} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^q. \quad (3.4)$$

Anhand der Zentralmomente von zweiter bis vierter Ordnung lassen sich die empirische Varianz  $s_x^2$ , der Variationskoeffizient  $C_{vx}$ , der Schiefekoeffizient  $C_{sx}$  und die Kurtosis  $K_x$  der Stichprobe wie folgt berechnen:

$$M_{cx2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = s_x^2, \quad (3.5)$$

$$C_{vx} = \frac{\sqrt{M_{cx2}}}{M_{x1}}, \quad (3.6)$$

$$C_{sx} = \frac{M_{cx3}}{(M_{cx2})^{3/2}}, \quad (3.7)$$

$$K_x = \frac{M_{cx4}}{(M_{cx2})^2}. \quad (3.8)$$

Im Gegensatz zum arithmetischen Mittel können diese Stichprobenparameter nicht ohne Weiteres als Schätzer für die Inferenz genutzt werden, da sie eine Abweichung vom wahren Wert bei unendlicher Probenanzahl aufweisen (einen sogenannten Bias) und somit keine erwartungstreue Schätzer sind, (vgl. Abschnitt 3.3.3).

Zwei weitere wichtige Lagemaße sind der Median  $\tilde{x}_{50}$  (oder Zentralwert) sowie der Modalwert  $x_{mod}$ . Auf der Merkmalsachse markiert der Median  $\tilde{x}_{50}$  den Punkt, bei dem gerade 50% aller Beobachtungswerte größer und 50% kleiner sind. Der Modalwert  $x_{mod}$  gibt den Wert einer beobachteten Ausprägung wie z. B. der Druckfestigkeit an, welche die größte Häufigkeit in der Beobachtungsreihe besitzt.

Weitere Lage- und Streuungsmaße, wie z. B. das gewogene harmonische Mittel oder der Quartilabstand, die jedoch in der vorliegenden Arbeit nicht verwendet werden, können der Fachliteratur wie z. B. *Graf et al. 1966*, *Plate 1993* oder *Hartung et al. 2009* entnommen werden.

#### **3.2.3 Relative Häufigkeitsverteilungen und empirische Verteilung einer Stichprobe**

Zur übersichtlichen Interpretation des Datenmaterials einer Stichprobe lässt sich diese grafisch als Histogramm und als Summenhäufigkeitskurve (auch empirische Verteilungsfunktion genannt) über die Merkmalsachse darstellen.

Wird das Histogramm über die relative Häufigkeitsverteilung aufgetragen, so werden die relativen Häufigkeiten  $n_j/n$  als Funktion der Merkmalswerte  $x$  betrachtet. Die meist metrischen Ausprägungen von Werkstoffeigenschaften erfordern die Zerlegung der entsprechenden Stichprobe in  $k$  Klassen mit einer Klassenbreite von  $\Delta x$ . Unter Annahme einer Gleichverteilung innerhalb einer Klasse  $j$  ergibt sich  $n_j$  aus der Anzahl

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

der Messwerte  $x_i$ , welche innerhalb des Intervalls  $x_j - 0,5 \cdot \Delta x \leq x_i < x_j + 0,5 \cdot \Delta x$  liegen. Die einzelnen Klassen werden anhand von Rechtecken dargestellt, deren Flächeninhalt der relativen Häufigkeit entspricht. Wählt man alle Klassenbreiten gleich, so lassen sich aus den Höhen der einzelnen Rechtecke die Relationen der Klassen zueinander erkennen. Abb. 3.1 zeigt ein solches Histogramm, das anhand eines Datensatzes mit  $n = 40$  Werten erstellt wurde. Die Werte entsprechen generierten Zufallszahlen, die einer simulierten Normalverteilung mit Mittelwert  $\mu = 20$  und  $\sigma = 6$  entnommen sind (vgl. Anhang).

Nach *Plate 1993* existiert zwar keine allgemeingültige Regel für die erforderliche Anzahl von Klassen aber einige „Faustregeln“. Beispielsweise kann nach *Sturges 1926* die Klassenanzahl  $k$  mit:

$$k = \log_2(n) + 1 \quad (3.9)$$

oder wie im Programm STATREL (*RCP GmbH 2009*) über:

$$5 \leq \sqrt{n} \leq 25 \quad (3.10)$$

abgeschätzt werden.

Das Gleiche gilt für die Wahl der Klassenbreite  $\Delta x$ . Als gute Näherung für unbekannt- te Verteilungen schlägt *Plate 1993* die Formel nach *Scott 1979* vor. Diese lautet:

$$\Delta x \approx \frac{3,49 \cdot \tilde{s}_x}{\sqrt[3]{n}} \quad (3.11)$$

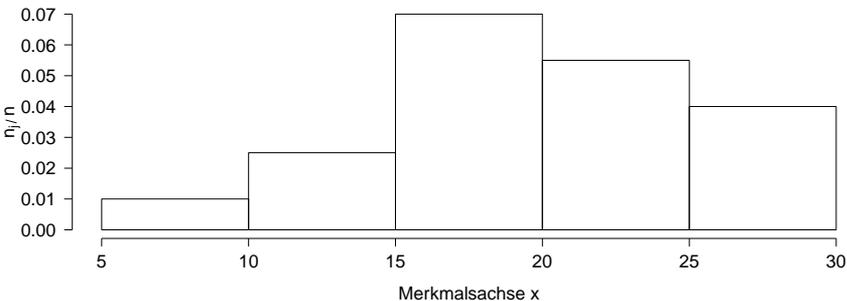


Abb. 3.1: Relative Häufigkeiten einer simulierten Stichprobe  $N(20, 6)$  als Histogramm dargestellt

Zur Bestimmung der empirischen Verteilungsfunktion werden die gemessenen Stichprobenwerte  $x_i$  der Größe nach geordnet, sodass man die Folge  $x_{(j)}$   $j = 1, 2, 3, \dots, n$  erhält. Dabei entspricht  $x_{(j)}$   $j = 1$  dem kleinsten und  $j = n$  dem größten Wert. Im Folgenden wird die sogenannte „Weibullformel“ zur grafischen Darstellung der empirischen Verteilungsfunktion gewählt, da sie sich nach *Plate 1993* besser eignet, die Randbereiche von Wahrscheinlichkeitsfunktionen abzubilden als andere Auftragungshilfen. Über sie erhält man den Mittelwert der Unterschreitungswahrscheinlichkeit des  $j$ -ten Stichprobenwertes aus  $n$  Werten:

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

$$F_n(x_{(j)}) = \frac{j}{n+1}. \quad (3.12)$$

Da keine Informationen über die empirische Verteilungsfunktion zwischen den geordneten Stichprobenwerten  $x_j$  vorliegen, ergibt sich eine Treppenfunktion mit Sprungstellen an den jeweiligen Stichprobenwerten  $x_j$  (vgl. Abb. 3.2).

Durch lineare Interpolation zwischen den geordneten Stichprobenwerten  $x_j$  kann eine solche Treppenfunktion „geglättet“ werden, so dass man eine sogenannte stetige empirische Verteilungsfunktion erhält (vgl. Abb. 3.3).

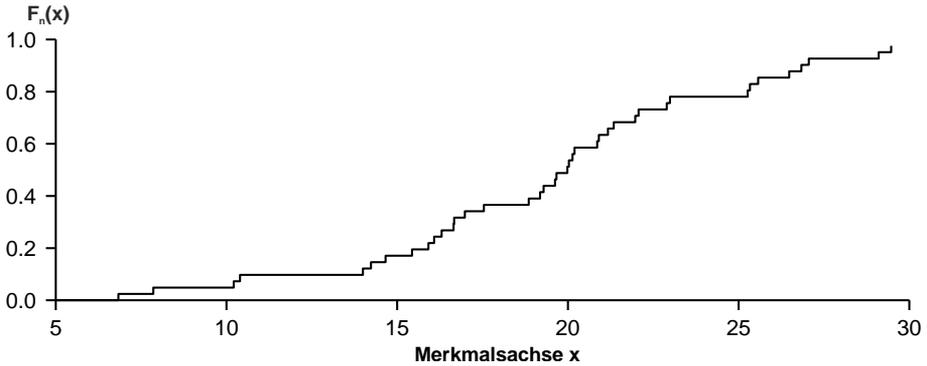


Abb. 3.2: Empirische Verteilungsfunktion einer simulierten Stichprobe  $N(20, 6)$  als Treppenkurve

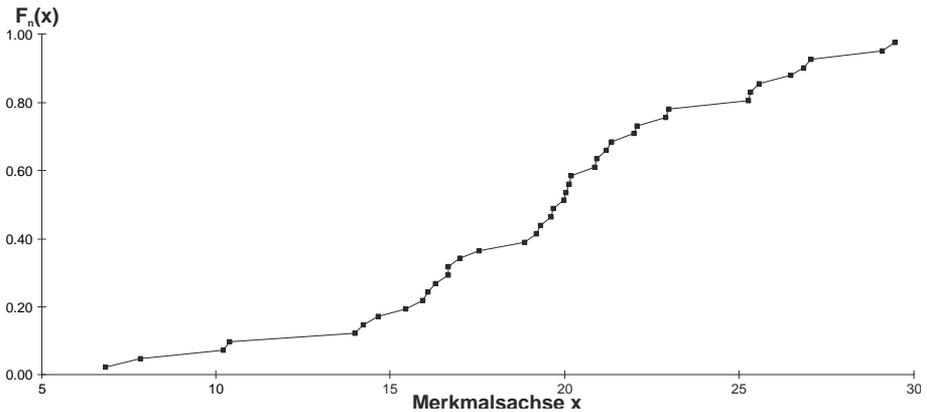


Abb. 3.3: Empirische Verteilungsfunktion einer simulierten Stichprobe  $N(20, 6)$  mit linearer Interpolation des Verlaufs zwischen den geordneten Stichprobenwerten  $x_j$

### 3.3 Inferenz

#### 3.3.1 Allgemeines

Als Inferenz wird der Schluss anhand des Informationsgehalts einer Stichprobe (Parameter und empirische Verteilung der Stichprobe) auf die Grundgesamtheit bezeichnet, aus der die Stichprobe entnommen worden ist. Hierbei wird davon ausgegangen, dass jede Realisierung  $x_i$  einer Stichprobe vom Umfang  $n$  selbst einer Zufallsvariable  $X_i$  entspricht, von denen wiederum angenommen wird, dass sie unabhängig, identisch verteilt sind, da sie aus der gleichen Gesamtheit stammen. Unter dieser Annahme erhält man nach *Plate 1993* für  $n$  Elemente  $x_i$  einer Stichprobe  $n$  Zufallsvariablen  $X_i$  mit identischen Erwartungswerten  $E\{X_i\}$ ,  $E\{(X_i - \mu_x)^2\}$  usw., woraus sich die Parameter  $u_{gk}$  (mit dem Zähler  $k = 1, 2, \dots$ ) der Gesamtheit schätzen lassen. Diese Schätzungen werden in der Statistik als Punktschätzungen bezeichnet, deren Güte mit Hilfe von Teststatistiken untersucht werden kann (s. Abschnitt 3.3.3). Allgemein führt die Erhöhung des Stichprobenumfangs  $n$  zu einer präziseren Schätzung der Parameter  $u_{gk}$  der Grundgesamtheit.

Im Gegensatz zu statistischen Auswertungen in der Qualitätsüberwachung, bei denen anhand von bereits durchgeführten Stichprobenentnahmen meist genauere Vorkenntnisse über die statistischen Eigenschaften eines überwachten Produktionsprozesses vorliegen, sind bei der statistischen Auswertung von Werkstoffproben aus Bestandsbauwerken sowohl die Parameter als auch die Formen der Verteilungsfunktionen im Normalfall unbekannt. Gleichwohl können empirische Erfahrungen vorliegen, die es erlauben, Hypothesen über die Wahrscheinlichkeitsstruktur der interessierenden Gesamtheit zu erstellen. Mit Hilfe von statistischen Testverfahren, die in Abschnitt 3.3.5 näher erläutert werden, kann quantifiziert werden, inwiefern die getroffenen Hypothesen mit denen aus der Stichprobe gewonnen Informationen übereinstimmen.

Zunächst werden jedoch im nächsten Abschnitt die Möglichkeiten der grafischen Analyse von Stichprobendaten gezeigt, die bei der Anpassung einer unterstellten theoretischen Verteilungsfunktion hilfreich sein können. Ausführlichere Erläuterungen zur grafischen Analyse von Stichprobendaten können z. B. aus *Plate 1993* und vor allem aus *D'Agostino u. Stephens 1986* entnommen werden.

#### 3.3.2 Grafische Abschätzung einer analytischen Verteilungsfunktion anhand von Stichprobendaten

Anhand der grafischen Darstellung einer empirischen Verteilungsfunktion lässt sich auf einfache Weise erkennen, ob die Datenmenge einer Stichprobe symmetrisch verteilt ist oder eine positive oder negative Schiefe aufweist. Dementsprechend kann auf eine mögliche theoretische Verteilungsfunktion geschlossen werden, welche die gleichen Merkmale aufweist. Beispielsweise lässt ein symmetrischer Verlauf einer empirischen Verteilungsdichte darauf schließen, dass die Stichprobe einer normalverteilten Gesamtheit entnommen wurde, während eine positive Schiefe eher auf eine logarithmische Normalverteilung schließen lässt (vgl. Abb. 3.4).

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

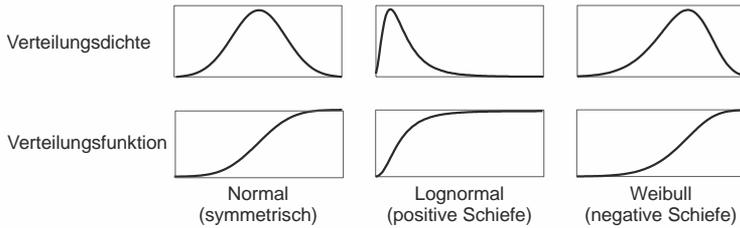


Abb. 3.4: Unterscheidung von Verteilungsfunktionen anhand ihrer Symmetrie und Schiefe (schematisch)

Betrachtet man beispielsweise den Verlauf der empirischen Verteilungskurven der vierzig simulierten Datenpunkte in Abb. 3.3, so ist deren nahezu symmetrische Verteilung gut zu erkennen. Wählt man dementsprechend als mögliche theoretische Verteilung eine Normalverteilung und trägt deren Verteilungskurve ebenfalls auf (vgl. Abb. 3.5), so zeigt sich eine befriedigende Übereinstimmung zwischen der empirischen und der gewählten Wahrscheinlichkeitsfunktion.

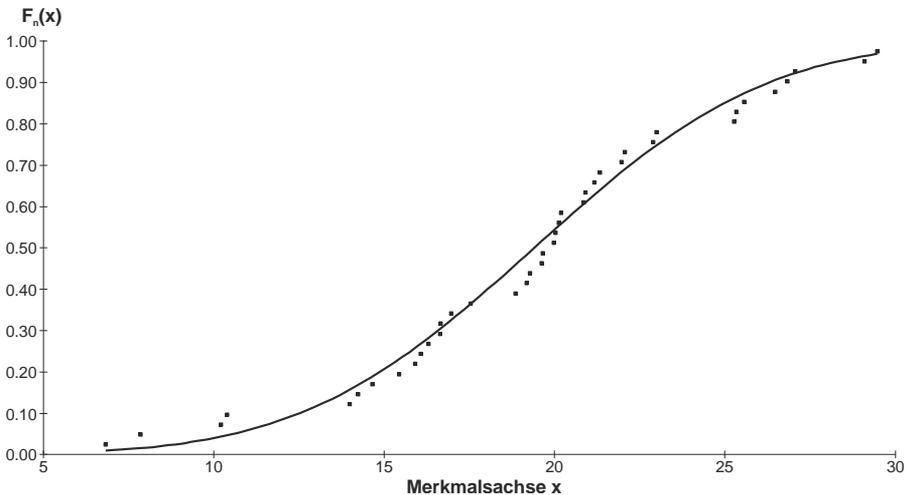


Abb. 3.5: Empirische Verteilungsfunktion simulierter Daten  $N(20, 6)$  (Punkte) und angepasste Normalverteilung

Eine weitere Möglichkeit der grafischen Analyse besteht in der Auftragung der Daten der empirischen Verteilungsfunktion auf sogenanntem Wahrscheinlichkeitspapier. Dabei wird die Wahrscheinlichkeitsachse in der Form skaliert, dass die Verteilungskurve der angenommenen Verteilung als Gerade abgebildet wird. Entsprechende Plots für unterschiedliche Verteilungstypen können zum Beispiel mit der kommerziellen Statistiksoftware STATREL (RCP GmbH 2009) oder dem frei lizenzierten Programm R (The R Foundation for Statistical Computing 2012) erstellt werden.

Trägt man die empirische Verteilungsfunktion der simulierten Daten  $N(20, 6)$  in ein Wahrscheinlichkeitspapier für Normalverteilung ein, so bilden die einzelnen Punkte annähernd eine Gerade ab. Zeichnet man diese Gerade „freihand“ in das Diagramm ein, so lassen sich damit bereits die Parameter der Normalverteilung abschätzen.

3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Der Mittelwert  $\mu$  entspricht dem Wert auf der Merkmalsachse, bei dem die Gerade eine Wahrscheinlichkeit von 50 % annimmt. Die Standardabweichung  $\sigma$  ergibt sich aus der absoluten Differenz zwischen dem Wert auf der Merkmalsachse, bei dem die Gerade eine Wahrscheinlichkeit von rund 16 oder 84 % annimmt, und dem Mittelwert  $\mu$  (vgl. Abb. 3.6).

Des Weiteren kann man mit dieser Darstellungsart die Güte der Anpassung von möglichen Verteilungen an eine empirische Verteilungskurve miteinander vergleichen, da die vertikalen und horizontalen Abstände der Punkte der empirischen Verteilungsfunktion von der Geraden der unterstellten theoretischen Funktion als Maß für die Güte gewertet werden können.

Vergleicht man beispielsweise die Anpassung der simulierten Daten  $N(20, 6)$  an eine Normalverteilung in Abb. 3.6 mit der Anpassung an eine logarithmische Normalverteilung in Abb. 3.7, so lässt sich erkennen, dass die Daten anhand der Normalverteilung besser abgebildet werden können.

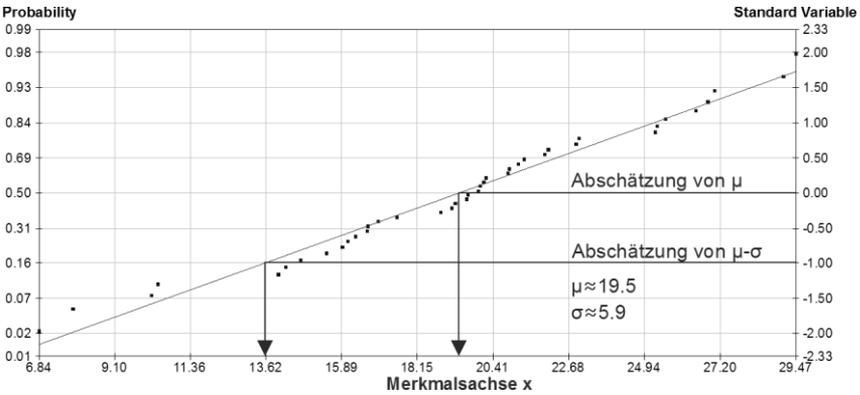


Abb. 3.6: Empirische Verteilungsfunktion simulierter Daten  $N(20, 6)$  (Punkte) in einem Wahrscheinlichkeitspapier mit Skala für Normalverteilung (vertikale Achse) und angepasster Normalverteilung (Gerade)

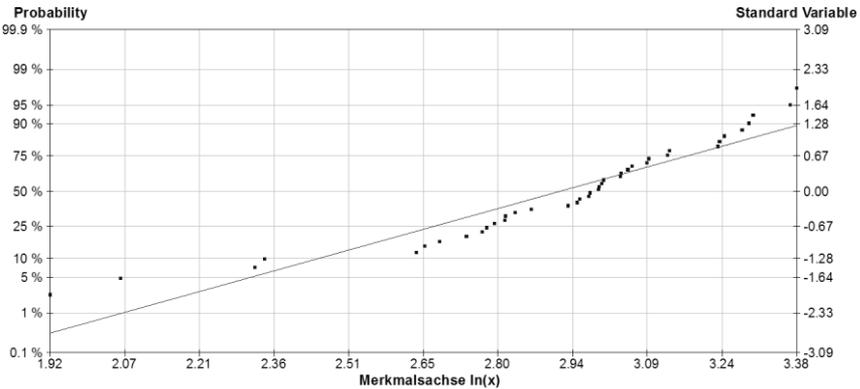


Abb. 3.7: Empirische Verteilungsfunktion logarithmierter simulierter Daten  $N(20, 6)$  (Punkte) in einem Wahrscheinlichkeitspapier mit Skala für Normalverteilung (vertikale Achse) und angepasster logarithmischer Normalverteilung (Gerade)

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Mit Hilfe der grafischen Datenanalyse auf Wahrscheinlichkeitspapier lassen sich aber auch Ursachen für die Abweichung von einer angenommenen Verteilung identifizieren, die z. B. durch Mischverteilungen oder Ausreißer entstehen.

Das Beispiel einer Mischverteilung zeigt der Wahrscheinlichkeitsplot auf Wahrscheinlichkeitspapier für Normalverteilung in Abb. 3.8. Die abgebildete Datenmenge  $LCN(.10, 3)$  mit  $n = 100$  Werten entstammt einer Simulation aus *D'Agostino u. Stephens 1986* (s. Anhang). Die Zufallszahlen sind in der Art generiert, dass sie einer Standardnormalverteilung  $N(0, 1)$  unterliegen, die jedoch durch eine weitere Normalverteilung  $N(3, 1)$  „verunreinigt“ ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zufallszahl der Störverteilung entnommen ist, liegt dabei bei 10 %.

Durch die Mischverteilung entstehen in Abb. 3.8 drei Bereiche. Unterhalb des 82. Perzentils (entspricht einem 82 %-Quantil) passen sich die Daten gut an eine Gerade an, was auch für den Bereich oberhalb des 93. Perzentils gilt. Zwischen dem 82. und 93. Perzentil entsteht eine Mischbereich, in dem sich beide Verteilungen nicht klar voneinander unterscheiden lassen. Zur Identifizierung von weiteren störenden Ursachen wird auf *D'Agostino u. Stephens 1986* verwiesen.

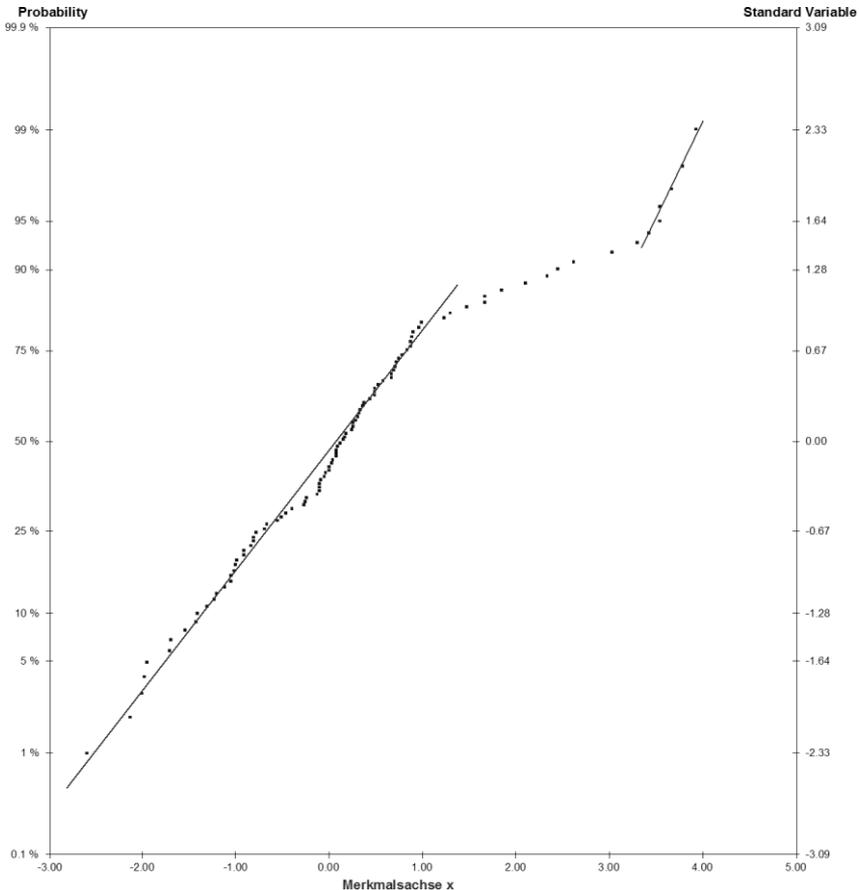


Abb. 3.8: Simulierte Mischverteilung  $LCN(.10, 3)$  nach *D'Agostino u. Stephens 1986*) in einem Wahrscheinlichkeitspapier mit Skala für Normalverteilung

### 3.3.3 Punktschätzung der Gesamtheitsparameter

#### 3.3.3.1 Allgemeines

Im Sinne der „klassischen“ Statistik wird bei der Punktschätzung eines Parameters  $\mu_g$  der Gesamtheit davon ausgegangen, dass es sich um einen konstanten Wert handelt. Die Qualität einer solchen Schätzung wird mit den Kriterien der Tab. 3.1 bewertet. Nach *Plate 1993* existiert jedoch keine Schätzfunktion, die sicherstellt, dass alle Kriterien gleichermaßen erfüllt werden. Es ist jedoch üblich, dem Kriterium der Erwartungstreue die größte Gewichtung beizumessen.

Im Ingenieurbereich werden in der Regel zwei Verfahren zur Punktschätzung von statistischen Parametern verwendet: die Momentenmethode und die Maximum-Likelihood-Methode. Diese werden in den beiden folgenden Abschnitten kurz umrissen.

Tab. 3.1: Kriterien von Punktschätzern

Kriterium	Beschreibung
Erwartungstreue	Eine Schätzfunktion liefert einen erwartungstreuen Schätzer, wenn ihr Erwartungswert dem wahren Wert des zu schätzenden Parameters entspricht.
Effizienz	Eine Schätzfunktion wird als effizient bezeichnet, wenn der mittlere quadratische Fehler zwischen Schätzer und dem wahren Wert des zu schätzenden Parameters ein Minimum darstellt.
Konsistenz	Eine konsistente Schätzfunktion konvergiert mit steigendem Stichprobenumfang gegen den wahren Wert des zu schätzenden Parameters.
Suffizienz	Eine suffiziente Schätzung verwendet sämtliche Informationen über den zu schätzenden Parameter, die in der Stichprobe enthalten sind.
Robustheit	Eine Schätzung heißt robust, wenn sie auf Ausreißer in der Stichprobe nur geringfügig reagiert.

#### 3.3.3.2 Momentenmethode

Durch Gleichsetzung der in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Momente  $m_{xq}$  einer angenommenen theoretischen Verteilungsfunktion mit den Momenten einer Stichprobe nach Abschnitt 3.2.2 können die entsprechenden Parameter der Gesamtheit geschätzt werden.

Hierbei dient das erste Moment der Stichprobe  $M_{x1}$  (Mittelwert  $\bar{x}$ ) nach Gleichung (3.3) als erwartungstreuer und effizienter Schätzer für den Mittelwert  $\mu_x$  der unterstellten Verteilungsfunktion, da gilt:

$$E\{\bar{x}\} = \mu_x . \quad (3.13)$$

Da die weiteren Erwartungswerte der Stichprobenparameter  $E\{u_k\}$  nicht mit den Parametern  $\mu_{gk}$  der Gesamtheit übereinstimmen, weisen sie einen sogenannten „Bias“

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

auf. Um dennoch erwartungstreue Schätzer  $\tilde{u}_k$  aus den Parametern  $u_k$  der Stichprobe zu erhalten, sind sie mit einem theoretischen Biaskorrekturfaktor zu versehen:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_x^2 &= \frac{n}{n-1} s_x^2 \\ &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 ,\end{aligned}\quad (3.14)$$

$$\tilde{C}_{vx} = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot C_{vx} , \quad (3.15)$$

$$\tilde{C}_{sx} = \frac{n^2}{(n-1)(n-2)} \cdot C_{sx} , \quad (3.16)$$

$$\tilde{K}_x = \frac{n^3}{(n-1)(n-2)(n-3)} \cdot K_x . \quad (3.17)$$

Die Momentenmethode liefert nach *Plate 1993* bei den niedrigen Momenten 1. und 2. Ordnung in vielen Fällen gute Schätzer für die zu beschreibende Dichtefunktion. Dies trifft jedoch nicht für die Schätzer der Momente höherer Ordnung zu, welche sensitiv auf Abweichungen innerhalb der Stichprobe reagieren, was insbesondere für kleine Stichprobenumfänge gilt. Sie sollten daher nur als grobe Näherung angesehen werden.

Die Momentenmethode hat jedoch den großen Vorteil, dass sie eine einfache Anwendbarkeit aufweist und daher auch für den praktischen Gebrauch geeignet ist.

#### **3.3.3.3 Maximum Likelihood Methode**

Bei der Maximum-Likelihood-Methode (Methode mit der maximalen Wahrscheinlichkeit) werden die Parameter  $u_k$ , mit  $k = 1, 2, \dots$  einer unterstellten Verteilungsfunktion so geschätzt, dass das Auftreten der gemessenen Stichprobenwerte  $x_i$  der Stichprobe vom Umfang  $n$  einer maximalen Wahrscheinlichkeit entspricht.

Daher muss bereits vor der Schätzung der Parameter  $u_k$  eine Verteilungsdichte  $f_x(x)$  gewählt werden. Unter der bereits oben genannten Annahme, dass alle Realisierungen  $x_i$  unabhängig, identisch verteilten Zufallsvariablen  $X_i$  entsprechen, lässt sich die bedingte Wahrscheinlichkeit der in der Stichprobe auftretenden Elemente  $x_i$  anhand der sogenannten Likelihoodfunktion beschreiben (vgl. *Plate 1993*):

$$\begin{aligned}L(x_1, x_2, \dots, x_n | u_1, u_2, \dots) \cdot (dx)^n = \\ f(x_1 | u_1, u_2, \dots) \cdot f(x_2 | u_1, u_2, \dots) \dots f(x_n | u_1, u_2, \dots) \cdot (dx)^n .\end{aligned}\quad (3.18)$$

Die Parameter  $u_1, u_2, \dots$  entsprechen dabei den Erwartungswerten  $E\{u_1\}, E\{u_2\}, \dots$  der Verteilung. Diese sind z. B. nach Gleichung (2.6) und (2.7)  $E\{u_1\} = \mu_x$  und  $E\{u_2\} = \sigma_x^2$ .

Die Maximum-Likelihood-Schätzer  $u_1^*, u_2^*, \dots$  sind nun so definiert, dass unter ihnen die Elemente  $x_1, x_2, \dots, x_n$  die größte Wahrscheinlichkeit annehmen und folglich die Likelihoodfunktion  $L$  einem Maximum entspricht. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn die

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

ersten partiellen Ableitungen der L-Funktion nach den einzelnen Parametern  $u_i$  zu null werden und die zweiten Ableitungen negativ sind.

Zur einfacheren Ableitung der Likelihoodfunktion kann deren Logarithmus abgeleitet werden, da dessen Maximum an derselben Stelle liegt wie bei der nicht-logarithmierten Dichtefunktion. Somit erhält man aus Gleichung (3.18) für die zu null gesetzten partiellen Ableitungen der einzelnen Parameter:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial u_1} = 0, \frac{\partial \ln(L)}{\partial u_2} = 0, \dots, \frac{\partial \ln(L)}{\partial u_n} = 0. \quad (3.19)$$

Durch die Lösung des sich daraus ergebenden Gleichungssystems erhält man die einzelnen Maximum-Likelihood-Schätzer  $u_1^*$ ,  $u_2^*$ , ...,  $u_n^*$  der Parameter der unterstellten Verteilungsfunktion.

Als Beispiel wird die Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode anhand der Normalverteilung mit unbekanntem Mittelwert  $\mu_x$  und unbekannter Varianz  $\sigma_x^2$  nach *Plate 1993* durchgeführt.

Die Likelihoodfunktion der Normalverteilungsdichte ergibt sich aus Gleichung (2.17) zu:

$$\begin{aligned} L(\mu_x, \sigma_x^2) &= \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \right)^n \cdot e^{-\frac{(x_1 - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \cdot e^{-\frac{(x_2 - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \cdot \dots \cdot e^{-\frac{(x_n - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \\ &= \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \right)^n \cdot e^{-R} \end{aligned} \quad (3.20)$$

mit:

$$R = \frac{1}{2\sigma_x^2} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2. \quad (3.21)$$

Die Logarithmierung der Gleichung (3.20) führt zu:

$$\ln L = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma_x^2) - \frac{1}{2\sigma_x^2} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2. \quad (3.22)$$

Durch Nullsetzen der partiellen Ableitungen nach  $\mu_x$  und  $\sigma_x^2$  der Gleichung (3.22) ergeben sich die die ML-Schätzer  $\mu_x^*$  und  $\sigma_x^{*2}$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln(L)}{\partial \mu_x} &= -\frac{1}{2\sigma_x^2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial}{\partial \mu_x} (x_i - \mu_x)^2 \right) = 0 \\ -\sum_{i=1}^n 2(x_i - \mu_x) &= 0 \rightarrow \mu_x^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \end{aligned} \quad (3.23)$$

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln(L)}{\partial \sigma_x^2} &= -\frac{n}{2\sigma_x^2} + \frac{1}{2\sigma_x^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x^*)^2 = 0 \\ \rightarrow \sigma_x^{*2} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x^*)^2 = s_x^2.\end{aligned}\tag{3.24}$$

Aus dem Beispiel ist ersichtlich, dass die ML-Schätzer der Parameter der Normalverteilung den Schätzern der Momentenmethode entsprechen, wobei auch hier die beste Schätzung für die Varianz nicht erwartungstreu ist.

Allgemein liefert die Maximum-Likelihood-Methode zwar effizientere Schätzer als die Momentenmethode. Da die Ergebnisse beider Methoden jedoch in vielen Fällen gleichwertig sind (vgl. *Zech 2004*), ist die Genauigkeit der Momentenmethode bei der Bestimmung von Werkstoffkennwerten aus Bestandsgebäuden ausreichend.

Wird zur Analyse der Bauwerksdaten Statistik-Software verwendet, sollten im Einzelfall die Parameter beider Methoden miteinander verglichen werden und diejenigen gewählt werden, welche die Datenwerte einer untersuchten Stichprobe am besten abbilden, was anhand der grafischen Methoden des Abschnitts 3.3.2 bewertet werden kann.

#### **3.3.4 Schätzung der Parametergüte**

##### **3.3.4.1 Konfidenzzahlen und Konfidenzgrenzen von Parametern**

Bei der Bestimmung eines erwartungstreuen Punktschätzers  $\tilde{u}_j$  ergibt sich dieser immer aus den gerade vorliegenden Elementen  $x_i$  einer Stichprobe  $j$  mit Umfang  $n$ . Somit streut der Parameter selbst und ist daher als eine Zufallsvariable  $U$  aufzufassen. Mit anderen Worten entspricht  $u_j$  einer Realisierung durch die  $j$ -te Stichprobe vom Umfang  $n$  der Zufallsvariablen  $U$ .

Durch die Beschreibung der Parameter  $u$  anhand von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen  $f_u(u)$  mit jeweiligem Mittelwert  $\mu_u$  und Varianz  $\sigma_u^2$  lassen sich sogenannte Konfidenzintervalle bestimmen, die auch als Vertrauensbereiche bezeichnet werden.

Ein Konfidenzintervall gibt mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\gamma = 1 - \alpha$  ( $\gamma$  = Konfidenzzahl) den möglichen Wertebereich eines gesuchten Parameters  $u_g$  an, welcher die Verteilungsdichte der interessierenden Gesamtheit  $f_x(x; u_g)$  beschreibt. Folglich entspricht die Wahrscheinlichkeit, dass der gesuchte Parameter  $u_g$  nicht im Konfidenzintervall liegt, dem Wert  $\alpha$  (= Irrtumswahrscheinlichkeit oder Signifikanzzahl). Unter der Annahme, dass  $u_g = E\{u_j\} = \mu_u$  entspricht, lässt sich aus dem Stichprobenparameter  $u_j$  der Bereich  $u_{\min} < \mu_u < u_{\max}$  bestimmen, in welchem sich  $\mu_u$  befinden kann.

Ein solches Konfidenzintervall wird wegen seiner beiden Konfidenzgrenzen  $u_{\min}$  und  $u_{\max}$  als zweiseitiges Konfidenzintervall bezeichnet. Wählt man als Grenze  $u_{\min} = -\infty$  oder  $u_{\max} = +\infty$ , so ergeben sich einseitig nach oben oder unten begrenzte Konfidenzintervalle, wie sie in Abb. 3.9 dargestellt sind.

An dieser Stelle sei zur Verdeutlichung angemerkt, dass eine Konfidenzgrenze selbst nicht den Wert des gesuchten Parameters  $u_g$  der Gesamtheit darstellt, der mit einer

3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Wahrscheinlichkeit von  $\gamma = 1 - \alpha$  auftritt, sondern lediglich den Bereich markiert, in dem der Parameter der Gesamtheit  $u_g$  mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\gamma = 1 - \alpha$  liegt (vgl. hierzu auch Abschnitt 2.2.1).

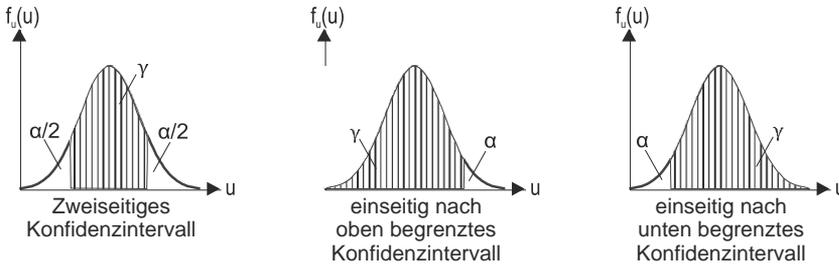


Abb. 3.9: Konfidenzintervalle mit Konfidenzniveau von  $\gamma = 1 - \alpha$  und einer Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  für zwei- und einseitige Intervallbegrenzungen

Da die Dichte  $f_u(u)$  selbst geschätzt werden muss, wird nach *Plate 1993* allgemein die Annahme getroffen, dass die untersuchte Grundgesamtheit  $f_x(x)$  annähernd normalverteilt ist, um überhaupt die Möglichkeit einer Schätzung zu erhalten.

Die im Folgenden beschriebene Bestimmung von Konfidenzintervallen für die Parameter von normalverteilten Grundgesamtheiten lassen sich auch für logarithmische Normalverteilungen verwenden, da eine transformierte Zufallsvariable  $Y = \ln(X)$  normalverteilt ist.

**3.3.4.2 Konfidenzintervalle für die Parameter normalverteilter Gesamtheiten**

Grundsätzlich ist bei der Schätzung der Parameter  $\mu_x$  und  $\sigma_x^2$  normalverteilter Gesamtheiten zu unterscheiden, ob bereits Vorinformationen über die zu schätzenden Parameter aus vorherigen Untersuchungen vorliegen oder nicht.

Da bei den in diesem Kapitel behandelten Fragestellungen üblicherweise keine Vorinformationen über den Mittelwert und die Varianz der Gesamtheit einer interessierenden Werkstoffeigenschaft vorliegen, beschränken sich die folgenden Angaben auf solche Fälle, bei denen keine Vorinformationen zur Verfügung stehen.

Das zweiseitige Konfidenzintervall für den Mittelwert  $\mu_x$  berechnet sich bei unbekannter Varianz  $\sigma_x^2$  der Gesamtheit aus den erwartungstreuen Stichprobenparametern für ein Konfidenzniveau von  $\gamma = 1 - \alpha$  mit:

$$\left[ \bar{x} - t_{n-1;1-\alpha/2} \cdot \frac{\tilde{s}_x}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{n-1;1-\alpha/2} \cdot \frac{\tilde{s}_x}{\sqrt{n}} \right]. \tag{3.25}$$

Die Grenzen eines entsprechenden einseitig nach unten oder oben begrenzten Konfidenzintervalls ergeben sich jeweils zu:

$$\mu_{x,min/max} = \bar{x} \mp t_{n-1;1-\alpha} \cdot \frac{\tilde{s}_x}{\sqrt{n}}. \tag{3.26}$$

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Dabei entspricht  $t_{m;p}$  dem dimensionslosen p-Quantil der sogenannten (zentralen) t-Verteilung (auch Studentsche t-Verteilung) mit m Freiheitsgraden. Ihre Dichte ist gegeben mit:

$$f_{t_m}(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{m+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \cdot \sqrt{\pi \cdot m}} \cdot \left(1 + \frac{x^2}{m}\right)^{-\frac{m+1}{2}} \quad (3.27)$$

und der Verteilungsfunktion:

$$F_{t_m}(x) = \int_{-\infty}^x f_{t_m}(\xi) d\xi. \quad (3.28)$$

Der in Gleichung (3.27) enthaltene Term  $\Gamma(\cdot)$  wird als Gammafunktion bezeichnet, welche allgemein nur numerisch gelöst werden kann und z. B. in *Hartung et al. 2009* vertafelt ist.

Die Dichte der t-Verteilung ist symmetrisch um null verteilt und konvergiert mit  $m \rightarrow \infty$  gegen die Standardnormalverteilung  $N(0,1)$ , vgl. Abb. 3.10.

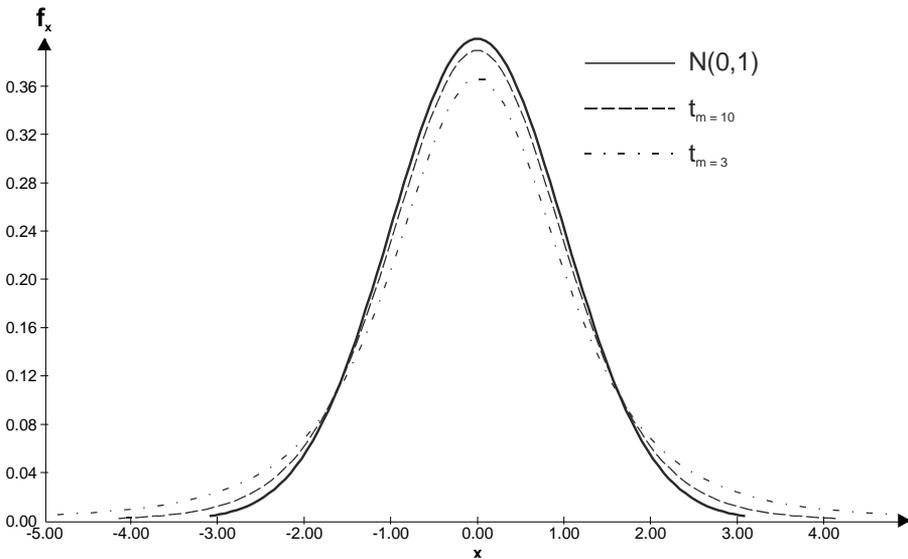


Abb. 3.10: Dichtefunktionen von t-Verteilungen mit  $m = 3$  und  $10$  Freiheitsgraden sowie einer Standardnormalverteilung  $N(0,1)$

Die p-Quantile der t-Verteilung sind für unterschiedliche Freiheitsgrade m in der einschlägigen Fachliteratur wie z. B. *Hartung et al. 2009* und *Plate 1993* vertafelt, wobei wegen der Symmetrie gilt:

$$t_{m;\alpha} = -t_{m;1-\alpha}. \quad (3.29)$$

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Bei unbekanntem Mittelwert  $\mu_x$  erhält man für ein Konfidenzniveau von  $\gamma = 1 - \alpha$  als zweiseitiges Konfidenzintervall für die Varianz  $\sigma_x^2$  die untere und obere Konfidenzgrenze aus:

$$\left[ \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{n-1; 1-\alpha/2}^2}; \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{n-1; \alpha/2}^2} \right]. \quad (3.30)$$

Die Grenzen eines entsprechenden einseitig nach unten oder oben begrenzten Konfidenzintervalls ergeben sich jeweils zu:

$$\sigma_{x, \min}^2 = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{n-1; 1-\alpha}^2}, \quad (3.31)$$
$$\sigma_{x, \max}^2 = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\chi_{n-1; \alpha}^2}.$$

Hierbei entspricht  $\chi_{m; p}^2$  dem p-Quantil der zentralen  $\chi^2$ -Verteilung (Chi-Quadrat-Verteilung) mit m Freiheitsgraden. Sie besitzt die Dichte:

$$f_{\chi_m^2}(x) = \frac{1}{2^{m/2} \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} \cdot x^{\frac{m}{2}-1} \cdot e^{-\frac{x}{2}}, \text{ für } x > 0. \quad (3.32)$$

Wie ihre grafische Darstellung in Abb. 3.11 zeigt, verläuft sie stets mit einer positiven Schiefe, welche sich aus dem Freiheitsgrad m mit:

$$C_{sx} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{m}} \quad (3.33)$$

ergibt.

Die p-Quantile der  $\chi^2$ -Verteilung sind für verschiedene Freiheitsgrade m tabelliert und können ebenso aus der oben bereits genannten Literatur entnommen werden.

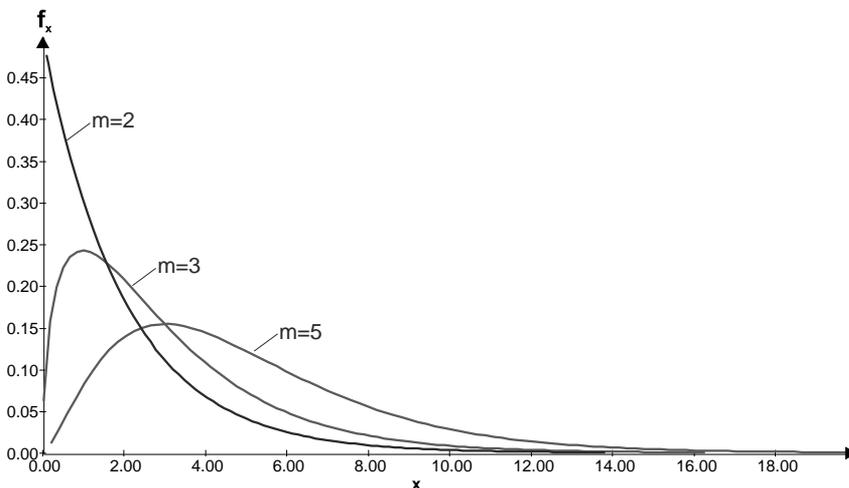


Abb. 3.11: Dichtefunktionen der  $\chi^2$ -Verteilung mit m = 2; 3 und 5 Freiheitsgraden

### 3.3.5 Anpassungstest

Neben der grafischen Analyse zur Anpassung eines Datensatzes einer Stichprobe an eine analytische Verteilungsfunktion existiert eine Gruppe von statistischen Testverfahren, mit denen überprüft werden kann, ob die beobachteten Stichprobenwerte tatsächlich einer Grundgesamtheit entnommen sind, welche der hypothetischen Verteilungsfunktion entspricht. Diese Testverfahren werden als Anpassungstests bezeichnet.

Allgemein wird bei der Anwendung von statistischen Tests überprüft, ob eine aufgestellte Nullhypothese  $H_0$  beibehalten werden kann oder durch eine Alternativhypothese  $H_1$  ersetzt werden muss. Die Tests sind im Allgemeinen so ausgelegt, dass nur die Entscheidung für die Alternativhypothese  $H_1$  mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit abgesichert ist. Lässt sich anhand eines Tests lediglich die Nullhypothese  $H_0$  bestätigen, so kann daraus nicht der Schluss gezogen werden, dass  $H_0$  auch tatsächlich zutrifft.

Anhand der Tests kann mit einer Wahrscheinlichkeit  $\alpha$  (oder auch Signifikanzzahl) abgesichert werden, dass bei einer Entscheidung für  $H_1$  die Wahrscheinlichkeit höchstens  $\alpha$  beträgt, dass in Wahrheit die Nullhypothese  $H_0$  gültig ist, was auch als Fehler 1. Art bezeichnet wird. Bei einer Entscheidung für die Nullhypothese  $H_0$  kann diese dennoch falsch sein, was man als Fehler 2. Art bezeichnet (vgl. Tab. 3.2). Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art ist mit  $1-\beta$  definiert. Sie kann aber nur in solchen Fällen bestimmt werden, in denen die Alternativhypothese  $H_1$  bekannt ist. Daher ergeben statistische Tests nur eine abgesicherte Aussage zum Signifikanzniveau  $\alpha$ , wenn die Nullhypothese  $H_0$  verworfen wird.

Allgemein wird in der Statistik als Signifikanzniveau oft der Wert  $\alpha = 5\%$  gewählt.

Tab. 3.2: Fehlerarten bei statistischen Tests

Gewählte Hypothese \ Tatsächlicher Sachverhalt	$H_0$	$H_1$
	$H_0$	-
$H_1$	Fehler 1. Art, mit Wahrscheinlichkeit $\alpha$	-

Bei einem Anpassungstest möchte man jedoch die Nullhypothese  $H_0$  bestätigen, dass die untersuchten Stichprobendaten aus der angenommenen Verteilung stammen. Man benötigt also einen Test, der mit hoher Wahrscheinlichkeit  $\beta$  die Nullhypothese  $H_0$  verwirft, wenn diese falsch ist. Denn nur dann verringert sich die Wahrscheinlichkeit  $1-\beta$  einen Fehler 2. Art zu begehen. Die Wahrscheinlichkeit  $\beta$  wird auch als Macht eines Tests oder Teststärke bezeichnet.

Bei der Bestimmung von charakteristischen Werkstoffkennwerten wird ein Anpassungstest benötigt, der die Hypothese:

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

- $H_0$ : die Stichprobendaten entstammen einer Normalverteilung  $N(\mu_{x0}, \sigma_{x0})$

gegen die Alternative:

- $H_1$ : die Stichprobendaten entstammen nicht einer Normalverteilung  $N(\mu_{x0}, \sigma_{x0})$

zum Signifikanzniveau  $\alpha$  getestet, wobei  $\mu_{x0}$  und  $\sigma_{x0}$  den geschätzten Parametern entsprechen.

In vielen Lehrbüchern der Statistik werden als Anpassungstests an die Normalverteilung der  $\chi^2$ -Anpassungstest und der Anpassungstest nach Kolmogoroff-Smirnov empfohlen. Wie jedoch Vergleichsuntersuchungen von *Stephens 1974* zeigen, besitzen diese Testverfahren nur eine geringe Teststärke. Der Anpassungstest auf Normalverteilung nach Anderson und Darling (*Anderson und Darling 1952*) weist höhere  $\beta$ -Wahrscheinlichkeiten auf, die Hypothese der Normalverteilung zu verwerfen, wenn die tatsächliche Verteilung nicht normalverteilt ist, wie die Simulationen von *Stephens 1974* mit unterschiedlichen Verteilungstypen zeigen. Daher wird in dieser Arbeit die Anwendung des Anderson-Darling-Anpassungstest empfohlen, der nach *D'Agostino u. Stephens 1986* ab einem Stichprobenumfang von  $n \geq 8$  verwertbare Testergebnisse bildet. Der Anpassungstest ist nach *D'Agostino u. Stephens 1986* wie folgt durchzuführen, wenn die Parameter der normalverteilten Gesamtheit  $N(\mu_x, \sigma_x)$  unbekannt sind und durch die erwartungstreuen Stichprobenparameter  $\bar{x}$  und  $\tilde{s}_x$  geschätzt werden:

1. Stichprobenwerte  $x_i$  der Größe nach ordnen, so dass man die Folge  $x_{(j)}$   $j = 1, 2, 3, \dots, n$  erhält, mit  $x_{(j)}$   $j = 1$  dem kleinsten und  $j = n$  dem größten Wert.
2. Berechnung der standardisierten Variablen  $w_{(j)}$ , für  $j = 1, \dots, n$ , aus:

$$w_{(j)} = \frac{(x_{(j)} - \bar{x})}{\tilde{s}_x}. \quad (3.34)$$

3. Berechnung der Wahrscheinlichkeiten  $p_{(j)} = \Phi(w_j)$  nach Gleichung (2.20) mit Hilfe der Standardnormalverteilung  $N(0, 1)$ .
4. Bestimmung der modifizierten Teststatistik  $A^*$ :

$$A^* = \left[ -n - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [(2j-1)] \left[ \ln(p_{(j)}) + \ln(1-p_{(n-j+1)}) \right] \right] \left( 1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2} \right). \quad (3.35)$$

5. Verwerfung der Nullhypothese  $H_0$ , dass die Daten einer Normalverteilung entstammen, zum Signifikanzniveau  $\alpha = 5\%$ , wenn  $A^* > 0,752$ .

Komfortabler lässt sich der Anpassungstest mit einer Statistiksoftware durchführen, wie z. B. R (*The R Foundation for Statistical Computing 2012*) und dem Package „nortest“ von *Gross 2012*. Dabei wird als Testergebnis ein sogenannter p-Wert ausgegeben, der das Niveau angibt, bei dem die Nullhypothese gerade abgelehnt wird. Bei einem (vorher!) festgesetztem Signifikanzniveau von  $\alpha = 5\%$  ist die Nullhypothese  $H_0$  demnach zu verwerfen, wenn als Testergebnis ein p-Wert kleiner als 0,05 vorliegt. Wie oben bereits erwähnt, bedeutet ein p-Wert größer als 0,05 jedoch nicht zwangsläufig, dass die Häufigkeitsverteilung der Daten der vorgegebenen Verteilung entspricht.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Der Anderson-Darling-Anpassungstest kann auch für logarithmische Normalverteilungen angewendet werden, indem die Stichprobendaten nach Gleichung (2.25) transformiert werden und die Parameter der normalverteilten Gesamtheit  $N(\mu_y, \sigma_y)$  anhand der Stichprobenparameter  $\bar{y}$  und  $\tilde{s}_y$  der transformierten Stichprobe bestimmt werden.

#### **3.3.6 Konfidenzgrenzen von Quantilen**

##### **3.3.6.1 Allgemeines**

Die für die Bemessung von Stahlbetonbauteilen benötigten charakteristischen Werkstoffkennwerte  $x_p$  entsprechen p-Quantilen, die sich auf die jeweilige Gesamtheit der Werkstoffeigenschaft X beziehen. Erfolgt die Bestimmung eines charakteristischen Wertes anhand einer Stichprobe, so ist dieser als Schätzer  $\hat{x}_p$  zu ermitteln, der mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  verbunden ist. Diese Unsicherheit wird über ein einseitig nach unten begrenztes Konfidenzintervall berücksichtigt, in dem der Wert der Gesamtheit mit einer Wahrscheinlichkeit  $\gamma$  (Konfidenzniveau oder Vertrauensniveau) liegt:

$$P(\hat{x}_p \leq x_p) = \gamma = 1 - \alpha . \quad (3.36)$$

In der Regel kann dabei ein Konfidenzniveau von  $(1 - \alpha) = 0,75$  festgelegt werden, wie es auch in *ISO 12491:1997*, *ACI 228.1R 1988* und *ACI 214.4R-10 2010* für gewöhnliche Gebäude angegeben wird. Dieser Wert besagt, dass der aus der Stichprobe geschätzte Quantilwert in 25% der Fälle unter- und in 75% der Fälle überschritten wird, was für die bauüblichen Anwendungsfälle als ausreichend erachtet wird.

Allgemein erfolgt die Bestimmung der unteren Konfidenzgrenze  $x_p^u$  eines p-Quantils bei unbekannter Standardabweichung  $\sigma_x$  der Grundgesamtheit aus den erwartungstreuen Punktschätzern einer Stichprobe über die Gleichung:

$$x_p^u = \bar{x} - k(n, p, 1 - \alpha, F_x(x)) \cdot \tilde{s}_x \quad (3.37)$$

mit:  $k(\cdot)$  Faktor, der vom Stichprobenumfang  $n$ , der Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $p$ , dem Konfidenzniveau  $\gamma = (1 - \alpha)$  und der Verteilungsfunktion  $F_x(x)$  abhängt.

Im Folgenden werden die Quantilschätzungen von normal- und lognormalverteilten Gesamtheiten erläutert.

##### **3.3.6.2 Normalverteilte Gesamtheiten**

Nach *Owen 1962* erfordert die exakte Bestimmung des k-Faktors in Gleichung (3.37) die Anwendung der nichtzentralen  $t_{m, \delta}$ -Verteilung mit dem Nichtzentralitätsparameter  $\delta$ :

$$P(t_{m, \delta} \leq k\sqrt{n}) = \gamma \quad (3.38)$$

mit Freiheitsgrad  $m = n - 1$  und

3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

$$\delta = \Phi^{-1}(1-p) \cdot \sqrt{n}, \tag{3.39}$$

wobei n dem Umfang der Stichprobe entspricht. Für  $\delta = 0$  wird sie zur zentralen  $t_m$ -Verteilung mit gleichem Freiheitsgrad m.

Nach *Hartung et al. 2009* ist unter einer  $t_{m,\delta}$ -Verteilung eine Zufallsvariable:

$$T_{m,\delta} = \sqrt{m} \frac{V}{W} \tag{3.40}$$

zu verstehen, wobei  $V \sim N(\delta, 1)$ ,  $W^2 \sim \chi_m^2$  verteilt sind und V, W voneinander statistisch unabhängig sind. Sie repräsentieren jeweils die Zufallsvariablen des aus der Stichprobe gewonnenen Mittelwerts und der Varianz. Ihre Dichte ist i.A. nicht mehr geschlossen darstellbar und die Berechnung der Verteilungsfunktion stellt ein anspruchsvolles numerisches Problem dar, zu dessen umfangreicher Lösung auf *Owen 1962* verwiesen wird. Des Weiteren lassen sich die benötigten  $\gamma$ -Quantile einer  $t_{m,\delta}$ -Verteilung mit Hilfe der Statistiksoftware R (*The R Foundation for Statistical Computing 2012*) berechnen, wobei der Nichtzentralitätsparameter  $\delta$  bei einem zu schätzenden 5%-Quantil in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang n wie folgt zu wählen ist:

$$\delta = \Phi^{-1}(1-0,05) \cdot \sqrt{n} = 1,645\sqrt{n}. \tag{3.41}$$

Für die praktische Anwendung sind exakte  $k$ -Faktoren in *DIN ISO 16269-6:2009* tabelliert. Für einseitige statistische Anteilsbereiche (Konfidenzintervalle) und bei unbekannter Standardabweichung  $\sigma_x$  der Gesamtheit sind die dort als  $k_3$  bezeichneten Faktoren zu verwenden. So ergibt sich eine exakte untere Konfidenzgrenze nach *DIN ISO 16269-6:2009* mit:

$$x_p^u = \bar{x} - k_3(n,p,1-\alpha) \cdot \tilde{s}_x. \tag{3.42}$$

Eine Zusammenstellung der  $k_3$ -Faktoren für die untere Grenze einer 5%-Quantile mit einseitigem Vertrauensniveau von  $(1 - \alpha) = 0,75$  unter Berücksichtigung des Stichprobenumfanges n (normalverteilt) ist Tab. 3.3 zu entnehmen.

Tab. 3.3: Faktor  $k_3$  nach *DIN ISO 16269-6:2009*

<b><math>k_3(n; p = 0,05; 1-\alpha = 0,75)</math></b>											
<b>n</b>	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	$\infty$
<b><math>k_3</math></b>	-	5,122	3,152	2,681	2,464	2,336	2,189	2,104	1,932	1,869	1,645

Neben den oben beschriebenen exakten  $k_3$ -Faktoren existieren auch einige Näherungslösungen, die im Folgenden verglichen werden.

Nach *Graf et al. 1966* ergibt sich für Stichprobenumfänge  $n \geq 5$  der Faktor  $k'_T$  für einseitige Anteilsbereiche bei unbekannter Varianz der Gesamtheit  $\sigma_x^2$  aus:

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

$$k'_T = \frac{2(n-1)}{2(n-1) - (\Phi^{-1}(1-\alpha))^2} \cdot \dots \left[ \Phi^{-1}(1-p) + \Phi^{-1}(1-\alpha) \sqrt{\frac{2(n-1) + n \cdot (\Phi^{-1}(1-p))^2 - (\Phi^{-1}(1-\alpha))^2}{2n(n-1)}} \right]. \quad (3.43)$$

Plate 1993 beschreibt einen Ansatz zur Bestimmung der Varianz des p-Quantils  $\text{VAR}\{x_p\} = \sigma_{x_p}^2$ , welche mit Hilfe einer Taylor-Reihenentwicklung angenähert wird. Er kann für unterschiedliche Verteilungstypen verwendet werden und schätzt die Varianz der p-Quantilen mit Hilfe der aus den Momenten berechneten Verteilungsparameter über den Ausdruck:

$$\sigma_{x_p}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n} \left[ 1 + K_p \cdot C_{sx} + \frac{K_p^2}{4} (K_x - 1) \right]. \quad (3.44)$$

Da die Schiefe  $C_{sx}$  einer Normalverteilung null und die Kurtosis  $K_x = 3$  beträgt, ergibt sich als Varianz:

$$\sigma_{x_p}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n} \left[ 1 + 0,5 \cdot K_p^2 \right] \quad (3.45)$$

mit:  $K_p = \Phi^{-1}(p)$ .

Der mittlere Schätzwert der p-Quantile  $\bar{x}_p$  wird vereinfacht angenommen über:

$$\bar{x}_p \approx \bar{x} + \Phi^{-1}(p) \cdot \tilde{s}_x. \quad (3.46)$$

Die untere Grenze des einseitigen Konfidenzintervalls zum Niveau  $\gamma$  ergibt sich anhand der erwartungstreuen Momentenschätzer der Stichprobe aus Gleichung (3.45) und (3.46) mit:

$$x_p^u = \bar{x} - \tilde{s}_x \left[ -\Phi^{-1}(p) + \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \cdot t_{n-1,\alpha} \cdot \sqrt{\frac{1 + 0,5 \cdot (\Phi^{-1}(p))^2}{n}} \right], \quad (3.47)$$

wobei der Klammerausdruck dem k-Faktor entspricht.

Für unterschiedliche einseitige Konfidenzniveaus und Stichprobenumfänge tabelliert Fischer 2003  $k_1$ -Faktoren für Normalverteilungen mit unbekannter Standardabweichung  $\sigma_x$ , die sich aus folgender Gleichung ergeben:

$$k_1 = \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \cdot \left( t_{n-1,p} + t_{n-1,\alpha} \cdot \sqrt{\frac{1 + 0,5 \cdot (\Phi^{-1}(1-\alpha))^2}{n}} \right). \quad (3.48)$$

Er bezieht sich dabei zwar auf Plate 1993, modifiziert den Ansatz jedoch in der Weise, dass er sowohl den p-Quantil- als auch Konfidenzanteil des Faktors über die zentrale  $t_m$ -Verteilung bildet. Des Weiteren verwendet er als  $K_p$ -Wert anstelle des p-

3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Quantils der Normalverteilung das  $(1-\alpha)$ -Quantil und wendet den Wurzelfaktor  $(1+1/n)^{1/2}$  auf den kompletten Ausdruck an. Die Gründe für diese Modifizierung werden jedoch in *Fischer 2003* nicht näher erläutert.

Vergleicht man alle hier vorgestellten Näherungslösungen mit *DIN ISO 16269-6:2009* bei einem einseitigen Konfidenzniveau von  $1 - \alpha = 0,75$  und unbekannter Standardabweichung bzw. Varianz der Grundgesamtheit (s. Abb. 3.12), so zeigt sich, dass die Näherungen von *Graf et al. 1966* und *Plate 1993* rund 12 % niedrigere k-Faktoren bei einem Stichprobenumfang von  $n = 5$  ergeben als *DIN ISO 16269-6:2009*. Der modifizierte Ansatz von *Fischer 2003* liefert einen rund 11 % höheren k-Faktor für ein 5%-Quantil, was für nachfolgende Bemessungsaufgaben einem Ergebnis auf der sicheren Seite entspricht.

Daher wird in der vorliegenden Arbeit eine Modifikation des Ansatzes von *Plate 1993* vorgenommen, der zwar auf der sicheren Seite liegt, sich jedoch etwas besser an die  $k_3$ -Faktoren der *DIN ISO 16269-6:2009* im Stichprobenbereich zwischen [5;8] annähert und sich wie folgt ergibt:

$$x_{p,N}^u = \bar{x} - \tilde{s}_x \left[ t_{n-1,p} + \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \cdot t_{n-1,\alpha} \cdot \sqrt{\frac{1 + 0,5 \cdot (\Phi^{-1}(p))^2}{n}} \right]. \tag{3.49}$$

Mit steigendem Stichprobenumfang nähern sich alle k-Faktoren der untersuchten Ansätze dem 5%-Quantil der Standardnormalverteilung an. Dieses beträgt [-1,65].

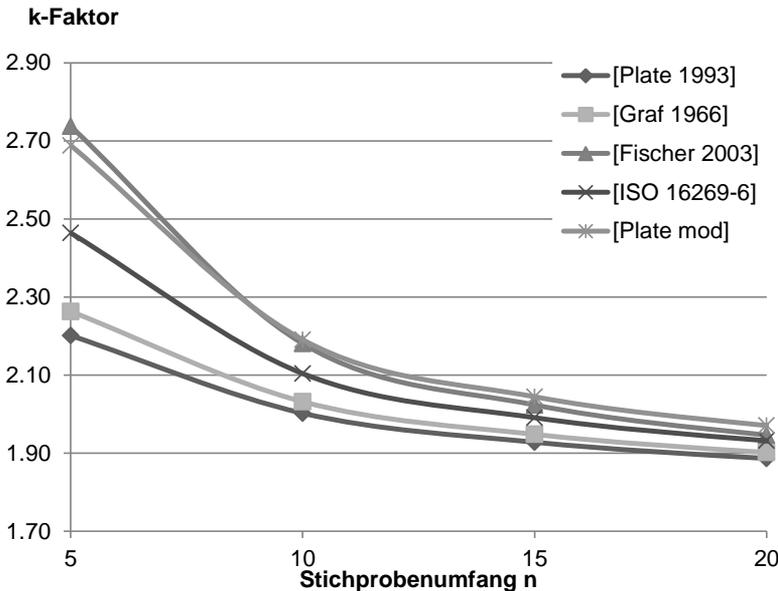


Abb. 3.12: k-Faktoren-Vergleich unterschiedlicher Ansätze für die untere Konfidenzgrenze eines 5%-Quantils bei einem Konfidenzniveau von 75 % und unbekannter Standardabweichung bzw. Varianz der normalverteilten Gesamtheit

### 3.3.6.3 Lognormalverteilte Gesamtheiten

Wie Schäper 2010 richtigerweise bemängelt, führen die Regelungen in einzelnen Anwendungsnormen (wie z. B. *DIN EN 14358:2007*) zur unsachgemäßen Anwendung der *DIN ISO 16269-6:2009* bei logarithmischen Normalverteilungen, was zu einer systematischen Überbewertung der charakteristischen Werkstoffkennwerte unter vorgegebenen Konfidenzniveaus führt.

Wie oben bereits erläutert, basieren die  $k_3$ -Faktoren der *DIN ISO 16269-6:2009* auf den  $\gamma$ -Quantilen einer nichtzentralen  $t_{m,\delta}$ -Verteilung. Diese setzt jedoch voraus, dass der Stichprobenmittelwert und die Varianz voneinander statistisch unabhängig sind. Eine Normalverteilung erfüllt diese Anforderung, da der erwartungstreue Schätzer für die Kovarianz zwischen Mittelwert und Varianz sich nach *Plate 1993* mit:

$$\text{COV} \{ \bar{x}, \tilde{s}_x \} = \frac{1}{n} \cdot m_{cx3} \quad (3.50)$$

berechnet und diese für eine Normalverteilung null ergibt (vgl. Gleichung (2.23)). Eine logarithmische Normalverteilung erfüllt diese Forderung allerdings nicht, da ihre Schiefe  $C_{s_{\text{sg}}}$  und somit auch ihr drittes zentrales Moment immer größer null sind.

Zur Bestimmung von unteren Konfidenzgrenzen logarithmischer Normalverteilungen existieren nur Näherungsverfahren. Hierzu zählt z. B. die bereits im vorherigen Abschnitt beschriebene Näherung durch eine Taylor-Reihenentwicklung, wie sie von *Plate 1993* und *Fischer 2003* vorgenommen wird. Die in Gleichung (3.44) verwendeten Terme der Schiefe  $C_{s_x}$  und der Kurtosis  $K_x$  lassen sich durch Umformung alleine anhand des Variationskoeffizienten  $C_{v_x}$  beschreiben. Wie bei der Normalverteilung wird auch im Folgenden in der vorliegenden Arbeit ein Ansatz zur Modifikation des Verfahrens nach *Plate 1993* verwendet, der zur Bildung des mittleren p-Quantils eine zentrale t-Verteilung nutzt. Daraus lässt sich ein  $k_2$ -Faktor berechnen, der vom Stichprobenumfang  $n$ , dem Konfidenzniveau  $1-\alpha$  und dem Variationskoeffizienten  $C_{v_x}$  der Stichprobe abhängt und wie folgt lautet:

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{1}{\sqrt{1+C_{v_x}^2}} \cdot \exp \left[ t_{p,n-1} \cdot \sqrt{\left(1+\frac{1}{n}\right) \cdot \ln(1+C_{v_x}^2)} \right] - \dots \\ &\dots - t_{\alpha,n-1} \cdot \sqrt{1+\frac{1}{n}} \cdot \sqrt{\frac{C_{v_x}^2}{n}} \cdot \dots \\ &\dots \cdot \sqrt{1+K_p \cdot (3C_{v_x} + C_{v_x}^3) + \dots} \\ &\dots \cdot \sqrt{\dots + 0,25 \cdot K_p^2 (\exp(4\sigma_y^2) + 2\exp(3\sigma_y^2) + 3\exp(4\sigma_y^2) - 3 - 1)} \end{aligned} \quad (3.51)$$

mit:

$$\sigma_y \approx s_y = \sqrt{\ln(1+C_{v_x}^2)} \quad (3.52)$$

und

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

$$K_p = \frac{1}{\sqrt{1+C_{vx}^2}} \cdot \exp \left[ -t_{p,n-1} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n}\right) \cdot \ln(1+C_{vx}^2)} \right] - 1 \quad (3.53)$$

Einzelne  $k_2$ -Faktoren sind für unterschiedliche Stichprobenumfänge und Variationskoeffizienten in Tab. 3.4 zusammengestellt und den  $k_2$ -Faktoren nach *Fischer 2003* (Klammerwerte) gegenübergestellt. Sie gelten für ein nach unten abgegrenztes Konfidenzniveau von 0,75 eines 5%-Quantils.

Tab. 3.4:  $k_2$ -Faktoren zur Bestimmung der unteren Grenze eines 5%-Quantils einer logarithmischen Normalverteilung bei einem Konfidenzniveau von 0,75 und Vergleich mit *Fischer 2003* (Klammerwerte)

$\frac{C_{vx}}{n}$	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
5	0.856 (0.868)	0.728 (0.745)	0.612 (0.630)	0.508 (0.522)	0.413 (0.422)	0.327 (0.327)
10	0.889 (0.894)	0.787 (0.793)	0.693 (0.698)	0.607 (0.609)	0.528 (0.525)	0.455 (0.445)
15	0.898 (0.901)	0.803 (0.808)	0.716 (0.719)	0.636 (0.636)	0.561 (0.557)	0.493 (0.483)
20	0.902 (0.905)	0.812 (0.815)	0.728 (0.730)	0.650 (0.649)	0.578 (0.573)	0.511 (0.502)
25	0.905 (0.907)	0.817 (0.819)	0.734 (0.736)	0.658 (0.658)	0.588 (0.584)	0.523 (0.514)
$\infty$	0.920 (0.920)	0.844 (0.844)	0.774 (0.774)	0.708 (0.708)	0.647 (0.647)	0.591 (0.591)

Die untere Konfidenzgrenze des p-Quantils einer logarithmischen Normalverteilung mit unbekannter Varianz  $\sigma^2$  ergibt sich aus den Parametern der Stichprobe mit einem Konfidenzniveau von  $\gamma = 1 - \alpha$  aus:

$$x_{p,NL}^u = \bar{x}_x \cdot k_2(C_{vx}, n, p, 1 - \alpha). \quad (3.54)$$

Der Vergleich zwischen den  $k_2$ -Faktoren nach *Fischer 2003* ( $C_{vx} = 0,30$ ) und denen nach oben beschriebener Modifikation gebildeten zeigt, dass sie bei einem Konfidenzniveau von 75 % nahezu identisch sind. Bei einem Konfidenzniveau von 90 % ergeben die nach dem Ansatz von *Fischer 2003* gebildeten  $k_2$ -Faktoren jedoch niedrigere Konfidenzgrenzen. Beide nähern sich bei einem Stichprobenumfang von  $n = \infty$  einem Wert von  $k_2 = 0,59$  an, woraus sich das 5%-Quantil bei Kenntnis der Parameter der Grundgesamtheit ergibt.

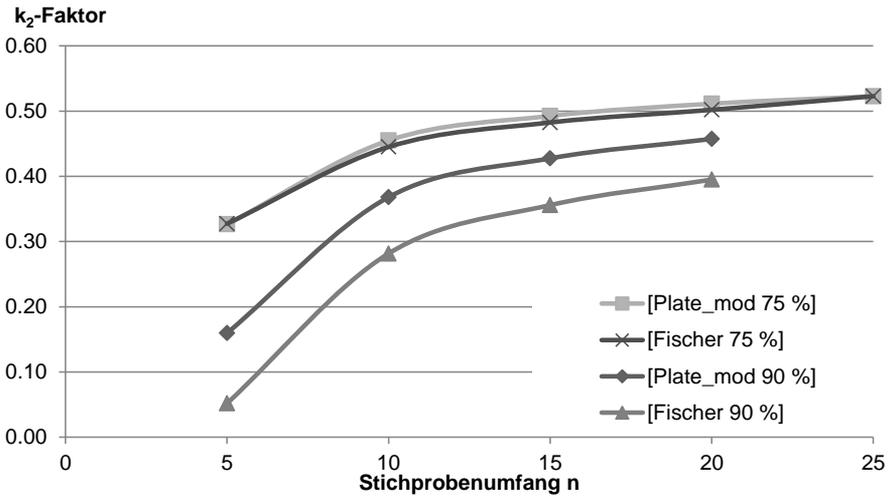


Abb. 3.13: Vergleich von  $k_2$ -Faktoren nach dem Ansatz von Fischer 2003 und einer Modifikation des Ansatzes nach Plate 1993, bei einem Variationskoeffizienten von  $C_{vx} = 0,30$  und Konfidenzniveaus von 75 % und 90 % für die unteren Grenzen von 5%-Quantilen

Eine weitere Methode zur Bestimmung der Konfidenzgrenzen von p-Quantilen unterschiedlicher Verteilungstypen wird von Zupan et al. 2007 vorgestellt. Der dort verwendete Algorithmus lässt sich für unterschiedliche Verteilungstypen einsetzen und beruht auf der Simulation entsprechender Zufallszahlen, anhand derer mit Hilfe der Bisektion (auch Intervallhalbierungsverfahren genannt) k-Faktoren bestimmt werden.

Die dort tabellierten Faktoren für die Bestimmung von unteren Konfidenzgrenzen mit einem Konfidenzniveau von 75 % für logarithmische Normalverteilungen gelten jedoch nur für Stichproben, die einen Variationskoeffizienten von  $C_{vc} = 0,1667$  aufweisen. Diese Einschränkung wird aber erst in Zupan u. Turk 2009 näher erläutert.

Als pragmatischer Ansatz wird in Schäper 2010 vorgeschlagen, die fehlerhafte Anwendung der DIN ISO 16269-6:2009 dadurch zu kompensieren, dass bei der Bestimmung der unteren Konfidenzgrenzen mit einem Konfidenzniveau von 75 % die  $k_3$ -Faktoren der DIN ISO 16269-6:2009 des 90 %igen Konfidenzniveaus verwendet werden. Hierdurch soll sichergestellt werden, dass das geforderte Niveau von 75 % tatsächlich eingehalten wird. Allerdings wird in Schäper 2010 darauf hingewiesen, dass zur Rechtfertigung dieses Ansatzes keine systematische Datenbasis vorliegt.

Ein Vergleich mit dem Ansatz von Zupan et al. 2007 und der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Modifikation des Ansatzes von Plate 1993 in Tab. 3.5 zeigt, dass die unteren Konfidenzgrenzen gemäß dem Vorschlag von Schäper 2010 zumindest bei einem Variationskoeffizienten von  $C_{vx} = 0,1667$  stets auf der sicheren Seite liegen. Die unteren Konfidenzgrenzen nach Gleichung (3.51) nähern sich von unten den Werten nach Zupan et al. 2007 mit steigendem Stichprobenumfang an.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Tab. 3.5: Untere Konfidenzgrenzen für 5 %-Quantile bei einem Konfidenzniveau von 75 % für verschiedene Stichprobenumfänge mit den Parametern  $\bar{x} = 30$  und  $s_x = 5$ , nach Zupan et al. 2007, der Modifikation von Plate 1993 und dem pragmatischen Ansatz nach Schäper 2010

<b>n</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>10</b>	<b>20</b>
[Zupan 2007]	16,31	18,26	19,155	20,035	20,635	21,33
[Plate_mod]	11,58	15,57	17,29	18,89	19,92	21,03
[Schäper 2010]	12,28	15,37	16,86	18,33	19,34	20,53

### 3.4 Bayes Ansatz

#### 3.4.1 Einführung

Die im vorigen Abschnitt beschriebenen Inferenzmethoden beruhen auf der Definition der Wahrscheinlichkeit als Grenzprozess der relativen Häufigkeiten von gleichartigen Ereignissen eines n-fach durchgeführten Zufallsexperiments nach Gleichung (3.1). Sie ergeben für eine sehr große Anzahl von Zufallsexperimenten und dem entsprechendem Stichprobenumfang die Verteilungsparameter  $u_{gk}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) der betrachteten Grundgesamtheit  $X$ , deren Werte als exakt und konstant angesehen werden  $f_X(x|u_{gk})$ . In *Plate 1993* und *ISO 12491:1997* wird diese Betrachtung oder Ansatz als „klassische“ Statistik bezeichnet.

Ein weiterer Ansatz beruht auf der Bayesschen Statistik. Diese ist nach dem englischen Mathematiker und presbyterianischen Prediger Thomas Bayes benannt, der im 18. Jahrhundert lebte (*Wikipedia 2013*).

Wie in *Plate 1993* oder *Box u. Tiao 1973* näher erläutert, basiert die Bayessche Statistik auf der sogenannten subjektiven Wahrscheinlichkeit. Bei diesem abstrakten Wahrscheinlichkeitsbegriff wird die Wahrscheinlichkeit als mathematischer Ausdruck verstanden, mit dessen Hilfe man den Grad der eigenen Abschätzung für das Eintreten eines bestimmten Ereignisses quantifiziert. Hierbei werden die Verteilungsparameter  $u_{gk}$  einer betrachteten Grundgesamtheit  $X$  im Vergleich zur „klassischen“ Statistik nicht mehr als Konstanten, sondern selbst als Zufallsvariablen  $\Theta_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) aufgefasst, die anhand von Wahrscheinlichkeitsdichten  $f_{\Theta_k}(\theta_k)$  beschrieben werden. Im Folgenden werden die Parameter als Vektor  $\underline{\theta}$  betrachtet, welcher die Zufallsvariable  $X$  beschreibt  $f_X(x|\underline{\theta})$ .

Der Bayessche Ansatz erlaubt es, Vorinformationen über die Verteilungsparameter einer betrachteten Grundgesamtheit zu berücksichtigen, die der Anwender als repräsentativ und plausibel bewertet und die z. B. auf dem eigenen Erfahrungsschatz oder Literaturangaben beruhen. Diese Vorinformationen gehen in die so genannte a-priori Verteilung oder auch kurz Priorverteilung  $f_{\underline{\theta}'}(\underline{\theta})$  ein. In Kombination mit neuen Informationen, die aus den Daten von aktuellen Stichproben gewonnen werden, geht aus der Priorverteilung  $f_{\underline{\theta}'}(\underline{\theta})$  die Posteriorverteilung  $f_{\underline{\theta}''}(\underline{\theta})$  hervor. Dieser Vorgang wird allgemein als das Updating der Priorverteilung bezeichnet.

Er beruht auf dem Theorem von Bayes:

$$P\{A_i|B\} = \frac{P\{A_i\} \cdot P\{B|A_i\}}{\sum_{j=1}^n P\{A_j\} \cdot P\{B|A_j\}}, \quad (3.55)$$

welches die Berechnung der Auftretenswahrscheinlichkeit eines Ereignisses  $A_i$  ermöglicht, sofern Ereignis  $B$  eingetreten ist. Hierbei muss gelten, dass die einzelnen Ereignisse  $A_i$  untereinander disjunkt sind, Ereignis  $B$  jedoch von den einzelnen Ereignissen  $A_i$  abhängt, vgl. z. B. *Hartung et al. 2009* oder *Plate 1993*.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Auf stetige Wahrscheinlichkeitsdichten angewandt, ergibt sich in Anlehnung an *Plate 1993* aus Gleichung (3.55) folgender Ausdruck, der den Updating-Prozess beschreibt:

$$f_{\underline{\theta}}''(\underline{\theta}) = \frac{L(\underline{\theta}|x_{1,\dots,n}) \cdot f_{\underline{\theta}}'(\underline{\theta})}{\int_{\underline{\theta}} L(\underline{\theta}|x_{1,\dots,n}) \cdot f_{\underline{\theta}}'(\underline{\theta}) \cdot d\underline{\theta}}. \quad (3.56)$$

Die aus einer aktuellen Stichprobe stammenden voneinander unabhängigen Resultate  $x_i$  vom Umfang  $n$  gehen dabei als die Likelihoodfunktion  $L(\underline{\theta}|x_1, \dots, x_n)$  der Parameter  $\underline{\theta}$  ein. Sie beschreibt, wie die Stichprobenresultate  $x_1, \dots, x_n$  die Posteriorverteilung für einen gegebenen Vektor von Parametern  $\underline{\theta}$  beeinflussen. Wie in *Rackwitz 1981* und *Plate 1993* erläutert, gilt dabei für statistisch unabhängige Stichprobenresultate  $x_i$ :

$$L(\underline{\theta}|x_{1,\dots,n}) = f_{x_1}(x_1|\underline{\theta}) \cdot \dots \cdot f_{x_n}(x_n|\underline{\theta}) = \prod_{i=1}^n f_{x_i}(x_i|\underline{\theta}). \quad (3.57)$$

*Plate 1993* als auch *Box u. Tiao 1973* zeigen, dass der Nenner in Gleichung (3.56) durch einen Skalierungsfaktor  $k^{-1}$  ersetzt werden kann. Er ist so zu bestimmen, dass das Integral der Posteriorverteilung  $f_{\underline{\theta}}''(\underline{\theta})$  über den zulässigen Bereich der Parameter  $\underline{\theta}$  den Wert eins annimmt. Somit lässt sich die Posteriorverteilung  $f_{\underline{\theta}}''(\underline{\theta})$  vereinfacht über den folgenden Ausdruck darstellen:

$$f_{\underline{\theta}}''(\underline{\theta}) = k \cdot L(\underline{\theta}|x_{1,\dots,n}) \cdot f_{\underline{\theta}}'(\underline{\theta}). \quad (3.58)$$

Noch einmal zusammengefasst, werden in Gleichung (3.58) die Informationen über das Streuverhalten der Verteilungsparameter  $\underline{\theta}$  einer Zufallsvariablen  $X$ , die vor der Durchführung einer Stichprobenentnahme vorhanden sind, anhand der Priorverteilung  $f_{\underline{\theta}}'(\underline{\theta})$  beschrieben. Diese wird mit Hilfe von neu gewonnenen Stichprobendaten, deren Informationsgehalt durch die Likelihoodfunktion  $L(\underline{\theta}|x_1, \dots, x_n)$  ausgedrückt wird, zur Posteriorverteilung  $f_{\underline{\theta}}''(\underline{\theta})$  „aktualisiert“. Die Posteriorverteilung  $f_{\underline{\theta}}''(\underline{\theta})$  stellt somit einen Ausdruck für das Streuverhalten der Verteilungsparameter  $\underline{\theta}$  dar, in welchem sowohl die Vorinformationen als auch die Erkenntnisse der Stichprobendaten miteinander kombiniert sind. Der Faktor  $k$  skaliert lediglich die Posteriorverteilung  $f_{\underline{\theta}}''(\underline{\theta})$ .

Hinsichtlich des Einflusses auf die Posteriorverteilung  $f_{\underline{\theta}}''(\underline{\theta})$  lassen sich allgemein folgende Kombinationsmöglichkeiten zwischen Vorinformation und Stichprobendaten voneinander unterscheiden (s. auch *Box u. Tiao 1973*):

- Fall A:  
Der Informationsgehalt der Likelihoodfunktion der Stichprobendaten ist geringer im Vergleich zur Priorverteilung.
- Fall B:  
Der Informationsgehalt der Likelihoodfunktion der Stichprobendaten hat eine höhere Aussagekraft als die Priorverteilung.
- Fall C:  
Der Informationsgehalt der Likelihoodfunktion der Stichprobendaten als auch die Priorverteilung haben die gleiche Aussagekraft.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Wie in Abb. 3.14 dargestellt, hat für Fall A die Priorverteilung einen größeren Einfluss auf die Posteriorverteilung als die Likelihoodfunktion, während im Fall B die Likelihoodfunktion einen größeren Einfluss hat als die Priorverteilung. Für Fall C zeigt sich der gleiche Einfluss der beiden Dichtefunktionen auf die Posteriorverteilung.

Einen besonderen Fall stellen Situationen dar, bei denen keine oder nur diffuse Vorinformationen über die Verteilungsparameter  $\theta$  einer Zufallsvariablen  $X$  vorliegen. Das heißt zunächst, dass über die Priorverteilung  $f_{\theta}'(\theta)$  keine Aussagen getroffen werden können und die Posteriorverteilung  $f_{\theta}''(\theta)$  dominant durch die Likelihoodfunktion der Stichprobendaten beeinflusst wird.

Um dennoch eine Aussage über die Priorverteilung  $f_{\theta}'(\theta)$  treffen zu können, kann vereinfachend als Näherung vorausgesetzt werden, dass alle Realisationen von  $\theta$  die gleiche Auftretenswahrscheinlichkeit besitzen, was einer konstanten Priorverteilung entspricht. Diese Annahme ist jedoch nur auf den aussagekräftigen Bereich der Likelihoodfunktion zu beschränken, um das lokale Verhalten der Priorverteilung zu beschreiben. Die Ausweitung dieser Annahme auf einen Bereich von  $\pm \infty$  würde weder mathematisch noch praktisch einen Sinn ergeben, wie in *Box u. Tiao 1973* ausführlich dargelegt wird, da es praktisch gesehen keine Situation gibt, bei der äußerst unwahrscheinliche Realisationen von  $\theta$  gewissermaßen nicht ausgeschlossen werden könnten.

Eine ausführliche Darstellung der Regeln zur Auswahl nichtinformativer Priorverteilungen kann z. B. *Box u. Tiao 1973* entnommen werden. Des Weiteren verweist *Plate 1993* auf *Berger 1985*, der weitere Überlegungen zur Lösung dieser nichttrivialen Problematik ausführt.

Im Folgenden wird die Anwendung des Bayes Ansatzes für normal und lognormalverteilte Zufallsvariablen  $X$  in kurzer Form dargestellt, um damit charakteristische Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen zu bestimmen. Hierbei wird unterschieden, ob bezüglich der zu untersuchenden Werkstoffeigenschaft Vorinformationen zum Streuungsverhalten vorliegen oder nicht (diffuse Vorinformationen).

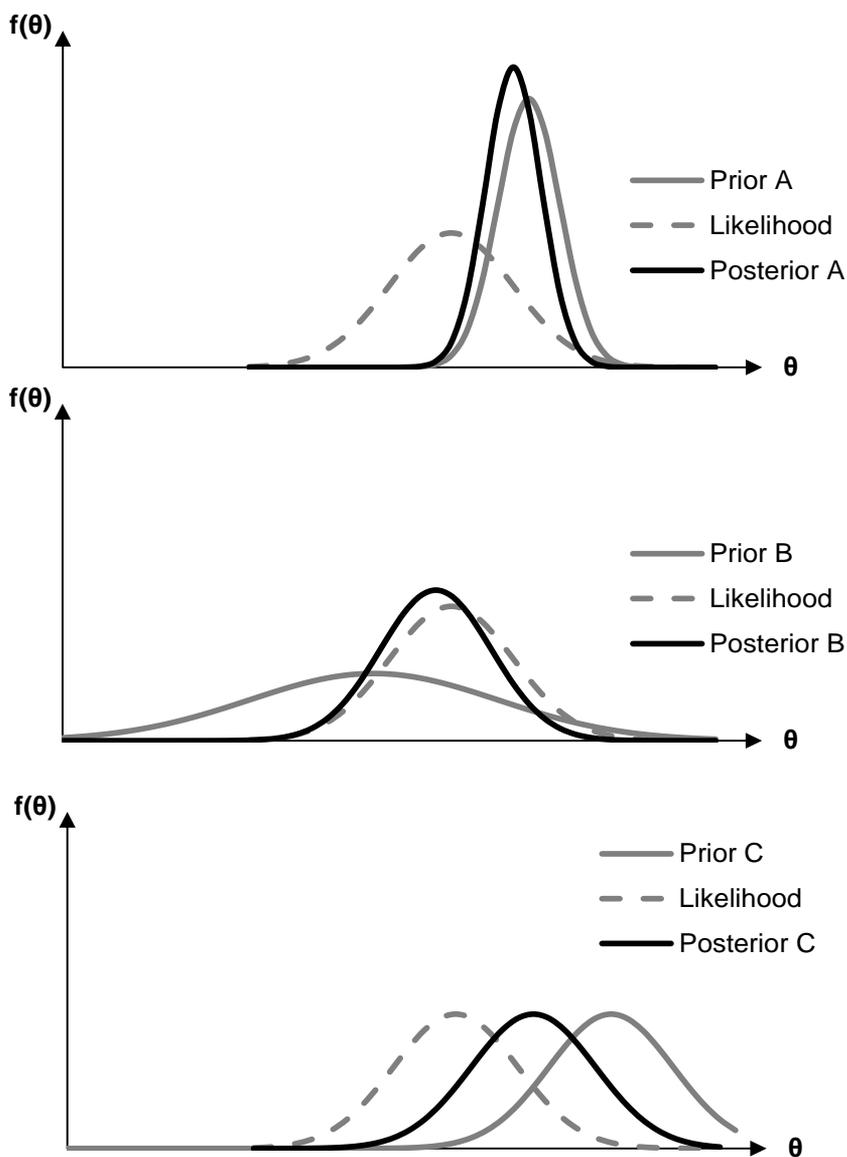


Abb. 3.14: Einfluss der Prior- und Likelihoodfunktion für Fall A, B und C

### 3.4.2 Posteriorverteilung der Normalverteilung

#### 3.4.2.1 Allgemeines

In allgemeiner Form lässt sich Gleichung (3.58) zur Beschreibung der Posteriorverteilung wie folgt ausdrücken:

$$f_{\Theta}''(\underline{\theta}) \propto L(\underline{\theta} | x_{1,\dots,n}) \cdot f_{\Theta}'(\underline{\theta}) . \quad (3.59)$$

Das bedeutet, dass sich die Posteriorverteilung proportional zum Produkt von Likelihoodfunktion und Priorverteilung verhält.

Für eine Stichprobe vom Umfang  $n$ , die aus einer normalverteilten Grundgesamtheit  $N(\mu_x, \sigma_x)$  entnommen wurde, deren Mittelwert  $\mu_x$  und Standardabweichung  $\sigma_x$  allerdings unbekannt sind, lautet die Likelihoodfunktion nach *Box u. Tiao 1973*:

$$L(\mu, \sigma | \bar{x}, \tilde{s}^2, n, v) \propto \sigma^{-n} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[ v\tilde{s}^2 + n(\mu - \bar{x})^2 \right] \right\} . \quad (3.60)$$

Wie dort gezeigt wird, sind zur Bestimmung der Likelihoodfunktion die Daten der Stichprobe nicht in expliziter Form notwendig, da die Stichprobenparameter  $\bar{x}$  und  $\tilde{s}^2$  diese erschöpfend (suffizient) abbilden. Allgemein steht  $v + 1$  als Freiheitsgrad, mit dem der Stichprobenparameter  $\tilde{s}^2$  bestimmt wird. Werden sowohl  $\bar{x}$  als auch  $\tilde{s}^2$  aus einer Stichprobe vom Umfang  $n$  bestimmt, erhält man als Freiheitsgrad  $v = n - 1$ .

Wie oben bereits erwähnt, werden die Verteilungsparameter selbst als Zufallsvariable angesehen. Für die Normalverteilung ergeben sich damit als Verteilungsdichten für den Mittelwert  $f_M(\mu)$  und für die Standardabweichung  $f_{\Sigma}(\sigma)$ , die beide näherungsweise als voneinander unabhängig angenommen werden. Als Posteriorverteilung für die Parameter einer Normalverteilung resultiert daraus:

$$f_{M,\Sigma}''(\mu, \sigma) \propto L(\mu, \sigma | \bar{x}, \tilde{s}^2, n, v) \cdot f_{M,\Sigma}'(\mu, \sigma) . \quad (3.61)$$

In den beiden folgenden Abschnitten wird beschrieben, welche Justierungen notwendig sind, um Gleichung (3.61) bei quasi nicht vorhandenen (diffusen) Vorinformationen und mit Vorinformationen anwenden zu können.

#### 3.4.2.2 Anwendung unter Berücksichtigung von diffusen Vorinformationen

Liegen bei der Untersuchung eines Datensatzes keinerlei Vorinformationen bezüglich der Streuungsparameter der normalverteilten Grundgesamtheit vor, aus der er entnommen wurde, so muss zur Anwendung der Gleichung (3.61) eine diffuse Priorverteilung verwendet werden. Dies gilt auch für solche Fälle, bei denen nur die Informationen des entnommenen Datensatzes in eine Analyse eingehen sollen.

Da die Dichtefunktionen des Mittelwertes  $f_M(\mu)$  sowie der Standardabweichung  $f_{\Sigma}(\sigma)$  als näherungsweise voneinander unabhängig angenommen werden können, lässt sich die gemeinsame Priorverteilung wie folgt definieren, s. *Box u. Tiao 1973*:

$$f_{M,\Sigma}'(\mu, \sigma) \doteq f_M'(\mu) \cdot f_{\Sigma}'(\sigma) . \quad (3.62)$$

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Für die Wahl der diffusen Priorverteilungen von  $\mu$  und  $\sigma$  zeigen sowohl *Box u. Tiao 1973* als auch *Plate 1993*, dass:

$$f_M^i(\mu) \propto c \text{ und } f_\Sigma^i(\sigma) \propto \sigma^{-1} \quad (3.63)$$

einer sinnvollen Annahme entsprechen.

Setzt man die Gleichungen (3.60) und (3.63) in Gleichung (3.61) ein, ergibt sich hieraus die Posteriorverteilung einer Normalverteilung, bei der sowohl  $\mu$  als auch  $\sigma$  unbekannt sind, und über die nur diffuse Vorinformationen vorliegen:

$$f_{M,\Sigma}''(\mu, \sigma) = k \sigma^{-(n+1)} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[ v\tilde{s}^2 + n(\mu - \bar{x})^2 \right]\right\}. \quad (3.64)$$

Die Konstante  $c$  aus (3.63) fließt dabei in den Skalierungsfaktor  $k$  ein, der die Posteriorverteilung wie oben angegeben anpasst, *Box u. Tiao 1973*:

$$k = \sqrt{\frac{n}{2\pi}} \left[ \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \right]^{-1} \left( \frac{v\tilde{s}^2}{2} \right)^{v/2}. \quad (3.65)$$

Unter Berücksichtigung, dass sowohl  $\bar{x}$  als auch  $\tilde{s}$  aus einer Stichprobe vom Umfang  $n$  bestimmt werden ( $v = n - 1$ ), ergibt sich die Posteriorverteilung alleine aus den Stichprobenparametern mit:

$$f_{M,\Sigma}''(\mu, \sigma | \bar{x}, \tilde{s}, n) = \sqrt{\frac{n}{2\pi}} \left[ \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right) \right]^{-1} \left( \frac{(n-1)\tilde{s}^2}{2} \right)^{\frac{n-1}{2}} \sigma^{-(n+1)} \times \dots \quad (3.66)$$
$$\dots \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[ (n-1)\tilde{s}^2 + n(\mu - \bar{x})^2 \right]\right\}.$$

Damit lässt sich die Dichtefunktion der Posteriorverteilung alleine erschöpfend aus den Stichprobenparametern bestimmen. Sie kann z. B. für Zuverlässigkeitsanalysen I. oder II. Ordnung durch entsprechende Transformationen oder durch probabilistisch exakte Verfahren verwendet werden, um die statistische Unsicherheit der verwendeten Verteilungsparameter einer normalverteilten Zufallsvariablen  $X \sim N_X(x|M, \Sigma)$  zu berücksichtigen.

Zur Bestimmung der Quantilwerte solcher Zufallsvariablen sind jedoch noch zusätzliche Schritte erforderlich, die in Abschnitt 3.4.3 erläutert werden.

#### **3.4.2.3 Anwendung unter Berücksichtigung von Vorinformationen**

Zur einfacheren mathematischen Handhabung des Bayesschen Theorems nach Gleichung (3.56) wird z. B. in *Rackwitz 1983* oder auch in *Diamantidis 2001* empfohlen, die Priorverteilung in Verbindung mit der Likelihoodfunktion so zu wählen, dass die daraus resultierende Posteriorverteilung die gleiche Form aufweist. Diese Arten von Verteilungen werden als natürlich konjugierte Verteilungen bezeichnet, die für verschiedene Verteilungstypen z. B. in *Diamantidis 2001* tabelliert sind.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Zur Darstellung der streuenden Parameter  $M$ ,  $\Sigma$  einer Normalverteilung, deren Mittelwert und Standardabweichung unbekannt sind, eignet sich die sogenannte Normal-Gamma-Verteilung (vgl. *Caspeele 2010* und *Diamantidis 2001*):

$$\begin{aligned} f'_{M,\Sigma}(\mu, \sigma) &= f'_{N\Gamma}(\mu, \sigma | \bar{x}', \tilde{s}', n', v') \\ &= f'_N(\mu | \bar{x}', n') \cdot f'_\Gamma(\sigma | \tilde{s}', v') \\ &= \sqrt{\frac{n'}{2\pi}} \sigma^{-1} \frac{\left(\frac{v'}{2}\right)^{\frac{v'}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v'}{2}\right)} \frac{2}{\tilde{s}'} \left(\frac{\tilde{s}'^2}{\sigma^2}\right)^{\frac{v'+1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[v' \tilde{s}'^2 + n'(\mu - \bar{x}')^2\right]\right\} \end{aligned} \quad (3.67)$$

Je nach Art der Vorinformation sind die Parameter der Priorverteilung  $\bar{x}'$ ,  $\tilde{s}'$ ,  $n'$  und  $v'$  unterschiedlich zu bestimmen.

Liegen einem Anwender z. B. nur die aus mehreren früheren Untersuchungen gebildeten Erwartungswerte  $E\{\mu, \sigma\}$  und Varianzen  $\text{VAR}\{\mu, \sigma\}$  vor, nicht jedoch die jeweiligen Mittelwerte und Standardabweichungen der einzelnen Stichproben, so können – basierend auf der Momentenmethode (vgl. Abschnitt 3.3.3.2) – die Parameter der Priorverteilung nach *Diamantidis 2001* mit Verweis auf *Raiffa u. Schlaifer 1961* bestimmt werden, indem folgendes Gleichungssystem gelöst wird:

$$E\{\mu\} = \bar{x}', \quad (3.68)$$

$$\text{VAR}\{\mu\} = \tilde{s}'^2 \frac{v'}{n'(v'-2)}, \quad (3.69)$$

$$E\{\sigma\} = \tilde{s}' \frac{\sqrt{\frac{1}{2} v' \cdot \Gamma\left(\frac{v'-1}{2}\right)}}{\Gamma\left(\frac{v'}{2}\right)}, \quad (3.70)$$

$$\text{VAR}\{\sigma\} = \tilde{s}'^2 \frac{v'}{v'-2} - (E\{\sigma\})^2. \quad (3.71)$$

Durch Umstellung von Gleichung (3.70) nach  $\tilde{s}'$  und Einsetzen in (3.71) erhält man die Gleichung:

$$\frac{\text{VAR}\{\sigma\}}{(E\{\sigma\})^2} + 1 = \left( \frac{\Gamma\left(\frac{v'}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v'-1}{2}\right)} \right)^2 \frac{v'}{v'-2}, \quad (3.72)$$

die aufgrund der darin enthaltenen Gammafunktion nur numerisch, z. B. mithilfe des Gleichungslösers in Excel (*Microsoft 2010*), für die gegebenen Werte von  $\text{VAR}\{\sigma\}$  und  $E\{\sigma\}$  nach  $v'$  gelöst werden kann. Danach sind die noch unbekannt Parameter  $\tilde{s}'$  und  $n'$  durch sukzessives Einsetzen in die Gleichungen (3.70) und (3.69) zu bestimmen.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Liegen jedoch die Vorinformationen in direkter Form von Datenpaaren der Stichprobenparameter  $\bar{x}_i$  und  $\bar{s}_i$  aus  $k$  Datensätzen vor, so können die Priorverteilungsparameter  $\bar{x}$ ,  $\bar{s}$ ,  $n'$  und  $v'$  als Maximum-Likelihood-Schätzer (vgl. Abschnitt 3.3.3.3) ermittelt werden. Nach *Rackwitz 1983* bestimmen sie sich mit  $m_i = \bar{x}$  und  $h_i = 1/\bar{s}_i^2$  sowie den Abkürzungen:

$$\begin{aligned}\bar{h} &= \frac{1}{k} \sum_1^k h_i ; \tilde{h} = \frac{1}{k} \sum_1^k \ln h_i ; \\ \hat{h} &= \frac{1}{k} \sum_1^k (h_i m_i) ; \tilde{h} = \sum_1^k (h_i m_i^2)\end{aligned}\tag{3.73}$$

wie folgt aus:

$$\bar{x}' = \frac{\hat{h}}{h},\tag{3.74}$$

$$n' = \left( \tilde{h} - \frac{\hat{h}^2}{h} \right)^{-1},\tag{3.75}$$

$$s' = \bar{h}^{-\frac{1}{2}},\tag{3.76}$$

$$\tilde{h} = \psi\left(\frac{v'}{2}\right) - \ln\left(\frac{v'}{2h}\right)\tag{3.77}$$

mit:

$$\psi\left(\frac{v'}{2}\right) = \ln\left(\frac{v'}{2}\right) - \frac{1}{v'} - \frac{1}{3v'^2} - \frac{2}{15v'^4} - \frac{16}{63v'^6} + \dots$$

Auch hier erfolgt die Bestimmung von  $v'$  durch die numerische Lösung der Gleichung (3.77). Für ausreichend große  $v'$  kann die vorherige Reihenentwicklung nach dem 2. Glied abgebrochen werden, so dass sich näherungsweise:

$$v' \approx \left[ \ln(\tilde{h}) - \tilde{h} \right]^{-1}\tag{3.78}$$

ergibt.

Da die Priorverteilung nach Gleichung (3.67) die Charaktereigenschaften einer natürlich konjugierten Verteilung aufweist, hat ihre entsprechende Posteriorverteilung die gleiche Form, wobei der Skalierungsfaktor  $k$  und die Likelihoodfunktion der neuen Stichprobendaten (vgl. Gleichung (3.58) bereits berücksichtigt sind:

$$\begin{aligned}f_{M,\Sigma}''(\mu, \sigma) &= \sqrt{\frac{n''}{2\pi}} \sigma^{-1} \frac{\left(\frac{v''}{2}\right)^{\frac{v''}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v''}{2}\right)} \frac{2}{\tilde{s}''} \left(\frac{\tilde{s}''^2}{\sigma^2}\right)^{\frac{v''+1}{2}} \times \dots \\ &\dots \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \left[ v'' \tilde{s}''^2 + n'' (\mu - \bar{x}'')^2 \right]\right\}.\end{aligned}\tag{3.79}$$

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Die Posteriorparameter  $\bar{x}''$ ,  $\tilde{s}''$ ,  $n''$  und  $v''$  ergeben sich aus den Priorparametern  $\bar{x}'$ ,  $\tilde{s}'$ ,  $n'$  sowie  $v'$  nach Gleichung (3.68) bis (3.72) bzw. Gleichung (3.74) bis (3.78) und den Stichprobenparametern  $\bar{x}$ ,  $\tilde{s}$ ,  $n$  und  $v$  eines neuen Datensatzes. Die entsprechenden Beziehungen lauten:

$$\bar{x}'' = \frac{\bar{x}'n' + \bar{x}n}{n''}, \quad (3.80)$$

$$n'' = n' + n, \quad (3.81)$$

$$\tilde{s}''^2 = \frac{1}{v''} [v' \tilde{s}'^2 + n' \bar{x}'^2] + [v \tilde{s}^2 + n \bar{x}^2] - n'' \bar{x}''^2, \quad (3.82)$$

$$v'' = [v' + \delta(n')] + [v + \delta(n)] - \delta(n'') \quad (3.83)$$

mit:

$$\delta(y) \equiv \begin{cases} 0 & \text{wenn } y = 0, \\ 1 & \text{wenn } y > 0. \end{cases}$$

Auch hier entspricht der Freiheitsgrad  $v = n - 1$ , wenn sowohl  $\bar{x}$  als auch  $\tilde{s}^2$  aus einer gemeinsamen Stichprobe vom Umfang  $n$  bestimmt werden.

Die so gewonnene Posteriorverteilung vereint damit die Vorinformationen und die Stichprobeninformation in einer Verteilungsdichte. Wie bereits oben angemerkt, kann sie für probabilistische Zuverlässigkeitsanalysen verwendet werden, um die statistische Unsicherheit der verwendeten Verteilungsparameter einer normalverteilten Zufallsvariablen  $X \sim N_X(x|M, \Sigma)$  zu berücksichtigen.

Die Schätzung eines p-Quantils der Zufallsvariablen  $X$  erfolgt mit Hilfe der sogenannten Prädiktorverteilung, die im folgenden Abschnitt erläutert wird.

#### **3.4.3 Bestimmung von Quantilwerten mit dem Bayesverfahren**

##### **3.4.3.1 Normalverteilung mit unbekanntem Parametern ( $\mu, \sigma$ )**

Bei Anwendung des Bayesverfahrens lässt sich die Wahrscheinlichkeit  $p$  für die zukünftige Ausprägung eines Merkmals  $X$  (was genau genommen einer Prognose entspricht) mithilfe der sogenannten Prädiktorverteilung berechnen. Sie beschreibt die Verteilung einer Zufallsvariablen  $X$  (z. B. die Betondruckfestigkeit) unter Berücksichtigung der Unbestimmtheit ihrer Verteilungsparameter  $\theta$ .

Für eine normalverteilte Zufallsvariable  $X \sim N_X(x|M, \Sigma)$  mit unbekanntem Parametern  $\mu$  und  $\sigma$  bestimmt sich die Prädiktorverteilung aus der doppelten Integration über die möglichen Bereiche der Verteilungsparameter  $M, \Sigma$ , die anhand der Posteriorverteilung nach Gleichung (3.66) oder (3.79) ausgedrückt werden, vgl. *Rackwitz 1981, Rackwitz 1983, Diamantidis 2001 und ISO 12491:1997*.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

$$\begin{aligned}
 F_X(x) &= \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_X(x|\mu, \sigma) f_{M,\Sigma}''(\mu, \sigma | \bar{x}'', \tilde{s}'', n'', v') d\sigma d\mu \\
 &= \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) f_{M,\Sigma}''(\mu, \sigma | \bar{x}'', \tilde{s}'', n'', v') d\sigma d\mu \\
 &= T_{v''}\left(\frac{x-\bar{x}''}{\tilde{s}''} \sqrt{\frac{n''}{1+n''}}\right).
 \end{aligned} \tag{3.84}$$

Dies entspricht einer zentralen t-Verteilung nach Gleichung (3.28) mit einem Freiheitsgrad  $v''$ .

Für eine vorgegebene Wahrscheinlichkeit  $p$  ergibt sich somit das  $p$ -Quantil einer normalverteilten Zufallsvariablen  $X$  über die inverse t-Verteilung aus den Parametern der Posteriorverteilung zu:

$$x_p = \bar{x}'' + t_{v'',p} \cdot \tilde{s}'' \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n''}}. \tag{3.85}$$

Liegen Vorinformationen in Form von Priorparametern  $\bar{x}'$ ,  $\tilde{s}'$ ,  $n'$  sowie  $v'$  nach Gleichung (3.68) bis (3.72) bzw. Gleichung (3.74) bis (3.78) vor, ergeben sich die Posteriorparameter  $\bar{x}''$ ,  $\tilde{s}''$ ,  $n''$  und  $v''$  in Kombination mit den Stichprobenparametern  $\bar{x}$ ,  $\tilde{s}$ ,  $n$  und  $v$  eines neuen Datensatzes entsprechend den Gleichungen (3.80) bis (3.83).

Können nur die Daten der vorliegenden Stichprobe genutzt werden (diffuse Vorinformation), entsprechen die Posteriorparameter unter der Bedingung  $n' = v' = 0$  den Stichprobenparametern, so dass sich das  $p$ -Quantil aus:

$$x_p = \bar{x} + t_{v,p} \cdot \tilde{s} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \tag{3.86}$$

bestimmt (vgl. *ISO 12491:1997*).

Dieser Ansatz wird auch in *DIN EN 1990:2010* verwendet, wobei die diffuse Vorinformation als „unsichere Vorverteilung“ bezeichnet wird. Das 5%-Quantil einer normalverteilten Zufallsvariablen wird dort in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang und dem Variationskoeffizienten der Stichprobe  $\tilde{C}_{vx}$  nach Gleichung (3.15) mit:

$$x_k = \bar{x} \cdot (1 - k_n \tilde{C}_{vx}) \tag{3.87}$$

festgelegt.

Für den dort als „Variationskoeffizient unbekannt“ titulierten Fall, ist  $k_n$  mit:

$$k_n = t_{n-1, p=0,05} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \tag{3.88}$$

gebildet und für verschiedene Stichprobenumfänge  $n$  tabelliert (vgl. Tab. 3.6).

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Tab. 3.6: Faktor  $k_n$  zur Bestimmung eines 5%-Quantils in Anlehnung an *DIN EN 1990:2010* ohne Informationen über den Variationskoeffizienten oder die Standardabweichung

<b><math>k_n</math> in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang</b>															
<b>n</b>	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	100	$\infty$
<b><math>k_n</math></b>	3,37	2,63	2,34	2,18	2,08	2,01	1,96	1,92	1,89	1,87	1,85	1,83	1,82	1,67	1,65

An dieser Stelle sei auf die unscharfe Formulierung „Variationskoeffizient unbekannt“ hingewiesen. Da der Variationskoeffizient aus Mittelwert und Standardabweichung abgeleitet wird, soll mit der oben genannten Formulierung zum Ausdruck gebracht werden, dass sowohl der Mittelwert  $\mu$  und als auch die Standardabweichung  $\sigma$  der unterstellten normverteilten Grundgesamtheit dem Anwender unbekannt sind. Für den hier betrachteten Fall ist diese „Zusammenfassung“ nachvollziehbar. Sie führt jedoch zu einer Inkonsistenz für den Fall, dass lediglich der Mittelwert unbekannt die Standardabweichung der Grundgesamtheit allerdings bekannt ist, was im nächsten Abschnitt näher ausgeführt wird.

Des Weiteren ist in *DIN EN 1990:2010* die Anmerkung enthalten, dass diese Vorgehensweise zu etwa gleichen Ergebnissen führt, wie die Methoden der klassischen Statistik (vgl. Abschnitt 3.3.6) bei einem gewählten Konfidenzniveau von 75 %. Hierbei sollte allerdings betont werden, dass dies lediglich einem Vergleich des Niveaus der Ergebnisse der beiden Verfahren entspricht, da ein direkter Vergleich aufgrund der oben beschriebenen unterschiedlichen Grundlagen nicht vorgenommen werden kann.

Für *Box u. Tiao 1973* stellt die Konfidenzverteilung des möglichen Wertebereichs eines zu schätzenden Parameters  $\theta$  lediglich einen zweckmäßigen Behelf dar, um den Wert des Konfidenzniveaus  $1-\alpha$  mit einem Intervall zu verbinden. Die Konfidenzverteilung selbst entspricht jedoch nicht der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Parameters  $\theta$ , wenn er als Zufallsvariable betrachtet wird.

#### **3.4.3.2 Normalverteilung mit bekannter Standardabweichung $\sigma$**

Für eine normalverteilte Zufallsvariable  $X \sim N_X(x|M, \sigma)$  mit unbekanntem Mittelwert  $\mu$  und bekannter Standardabweichung  $\sigma$  geht der Freiheitsgrad  $\nu \rightarrow \infty$ , so dass der Stichprobenparameter  $s$  mit der Standardabweichung der Grundgesamtheit  $\sigma$  gleichzusetzen ist und die zentrale t-Verteilung in die Normalverteilung übergeht (vgl. *ISO 12491:1997* oder *Rackwitz 1981*).

Hieraus ergeben sich für die Bestimmung eines p-Quantils in Abhängigkeit von der vorhandenen Vorinformation bezüglich des Mittelwerts  $\mu$  folgende Gleichungen:

$$x_p = \bar{x} + \Phi^{-1}(p) \cdot \sigma \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \quad : \text{ keine Vorinformationen,} \quad (3.89)$$

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

$$x_p = \bar{x}'' + \phi^{-1}(p) \cdot \sigma \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \quad : \text{Vorinformationen vorhanden.} \quad (3.90)$$

Da das gemäß *DIN EN 1990:2010* zu berechnende 5%-Quantil für die Fälle „Variationskoeffizient bekannt“ mit dem Faktor:

$$k_n = \phi_{p=0,05}^{-1} \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \quad (3.91)$$

zu bilden ist, entspricht Gleichung (3.87) der Gleichung (3.89).

Wie aber bereits *Fischer 2006* anmerkt, ist der Fall „Standardabweichung bekannt“ nicht immer mit dem Fall „Variationskoeffizient bekannt“ gleichzusetzen, da bei bekanntem Variationskoeffizienten nicht unbedingt die Standardabweichung bekannt sein muss. Daher gilt der in *DIN EN 1990:2010* für den Fall „Variationskoeffizient bekannt“ verwendete Faktor  $k_n$  nach Gleichung (3.91) bei genauerer Betrachtung eigentlich für den Fall „Mittelwert unbekannt, Standardabweichung bekannt“. Diese Unschärfe ist allerdings im baupraktischen Kontext vernachlässigbar.

#### **3.4.3.3 Logarithmische Normalverteilung**

Die in Abschnitt 3.4.2 verwendeten Gleichungen können auch für logarithmische Normalverteilungen verwendet werden, indem die Standardabweichungen  $\tilde{s}$  durch:

$$\tilde{s}_{\ln x} = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \bar{x}_{\ln x})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \approx \left[ \ln \left( 1 + \left( \frac{\tilde{s}}{\bar{x}} \right)^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \approx C_{vx} \quad (3.92)$$

und die Mittelwerte  $\bar{x}$  durch:

$$\bar{x}_{\ln x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i = \ln \bar{x} - \frac{\tilde{s}_{\ln x}^2}{2} \approx \ln \bar{x} \quad (3.93)$$

substituiert werden, vgl. z. B. *Rackwitz 1981* oder *Plate 1993*.

Das  $p$ -Quantil einer lognormalverteilten Zufallsvariablen  $X$  ergibt sich damit in Abhängigkeit von der vorhandenen Vorinformation zu:

$$x_p = \exp \left[ \bar{x}_{\ln x} + t_{v,p} \cdot \tilde{s}_{\ln x} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \right] \quad : \text{keine Vorinformationen,} \quad (3.94)$$

$$x_p = \exp \left[ \bar{x}_{\ln x}'' + t_{v,p} \cdot \tilde{s}_{\ln x}'' \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \right] \quad : \text{Vorinformationen vorhanden.} \quad (3.95)$$

## **3.5 Beton**

### **3.5.1 Einleitung**

Wie bereits in Abschnitt 2.3.1 erläutert, stellt die Betondruckfestigkeit die maßgebende Werkstoffeigenschaft des Betons für die Widerstandsseite bei der Bemessung von Stahlbetontragwerken im Grenzzustand der Tragfähigkeit dar, weil sich aus ihr die weiteren benötigten Werkstoffeigenschaften, wie Zugfestigkeit, E-Modul oder Verbundfestigkeit ableiten lassen.

Zur Bestimmung der Betondruckfestigkeit eines Bestandsgebäudes stehen verschiedene Untersuchungsmethoden zur Verfügung, die in zerstörende und zerstörungsfreie Verfahren unterschieden werden können.

Zu den zerstörungsfreien Verfahren zählen beispielsweise die Messung der Rückprallzahl mit dem Rückprallhammer nach Schmidt oder Ultraschall-Verfahren. Sie messen die Druckfestigkeit nicht direkt, sondern bestimmen sie indirekt mit Hilfe von Regressionsbeziehungen zu anderen physikalischen Messgrößen, wie die Rückprallzahl nach *DIN EN 12504-2:2001* oder die Ultraschall-Impuls-Geschwindigkeit nach *DIN EN 12504-4:2004*. Näheres zu diesen Verfahren und weiterführende Literaturhinweise können z. B. in *Schnell et al. 2011* oder *Bungey u. Millard 2006* entnommen werden.

Das einzige Verfahren zur direkten Bestimmung der Betondruckfestigkeit besteht zurzeit in der Prüfung von entnommenen Bohrkernen nach *DIN EN 12504-1:2009*, deren einachsige Festigkeit im Druckversuch nach *DIN EN 12390-3:2009* gemessen wird. Es zählt somit zu den zerstörenden Verfahren, deren Anwendung immer einer Abwägung zwischen dem benötigten Informationsgehalt und der damit verbundenen unvermeidlichen lokalen Bauwerksschädigung bedingt. Im Folgenden wird dieses Verfahren als Referenzverfahren zur Bestimmung der Betondruckfestigkeit angesehen, dessen Ergebnisse die Grundlage zur Schätzung der charakteristischen Betondruckfestigkeit bilden und hierfür mit Hilfe der in den Abschnitten 3.1 bis 3.4 beschriebenen statistischen Methoden ausgewertet werden sollen.

Allerdings weicht diese Vorgehensweise bezüglich der Auswertungsmethoden von *DIN EN 13791:2008* ab, in welcher die Beurteilung von Bauwerksbeton normativ geregelt ist. Wie im folgenden Abschnitt (basierend auf *Loch et al. 2011*) gezeigt wird, ist deren Anwendung auf solche Fälle zu beschränken, bei denen Zweifel hinsichtlich der Konformität einer verbauten Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* bestehen.

### **3.5.2 Bestimmung der Betondruckfestigkeit nach DIN EN 13791**

#### **3.5.2.1 Allgemeines**

Mit der Prüfung der Druckfestigkeit von Bauwerksbeton nach *DIN EN 13791:2008* sollen die tatsächlichen Werkstoffeigenschaften unter Berücksichtigung der Bauausführung (Verdichtung, Nachbehandlung, etc.) erfasst werden. Nicht angewandt werden darf das Verfahren als Ersatz für die Prüfung von Beton nach *DIN EN 206-1:2001* im Rahmen des Konformitätsnachweises.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Dabei wird die Druckfestigkeit grundsätzlich an aus dem Bauteil zu entnehmenden Bohrkernen ermittelt (Referenzverfahren).

Nach einer entsprechenden Kalibrierung dürfen auch zerstörungsfreie Prüfverfahren verwendet werden (s. Abb. 3.15). Hierzu gehören die Messung der Rückprallzahl *DIN EN 12504-2:2001*, der Ausziehkraft *DIN EN 12504-3:2005* und die Messung der Ultraschall-Impuls-Geschwindigkeit *DIN EN 12504-4:2004*.

Als Besonderheit des nationalen Anhangs ist in Deutschland die direkte Bestimmung der Betondruckfestigkeit mit dem Rückprallverfahren möglich. Hierbei werden die Ergebnisse der Rückprallprüfung nach deren Auswertung entsprechend der Tabelle NA.2 in *DIN EN 13791:2008* direkt einer Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* zugeordnet. Diese direkte Vorgehensweise ist jedoch nur zulässig, wenn die Bauteile eine maximale Karbonatisierungstiefe von 5 mm aufweisen. Hintergrund dieser Regelung ist die durch Karbonatisierung bedingte Festigkeitssteigerung des Betons, die aber nur im Bereich der Karbonatisierung - also oberflächennah - stattfindet. Da bei Bestandstragwerken aus Stahlbeton die Karbonatisierungstiefe oftmals größer als 5 mm ist, scheidet die Anwendung dieser tabellarischen Zuordnung zumeist aus.

Die zerstörungsfreien Verfahren wurden insgesamt zur Konformitätsbewertung bei Fertigteilen oder bei Zweifeln an der Bauwerksdruckfestigkeit von Neubauten in der Norm aufgenommen und spielen beim Bauen im Bestand in der Praxis zur Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit keine wesentliche Rolle.

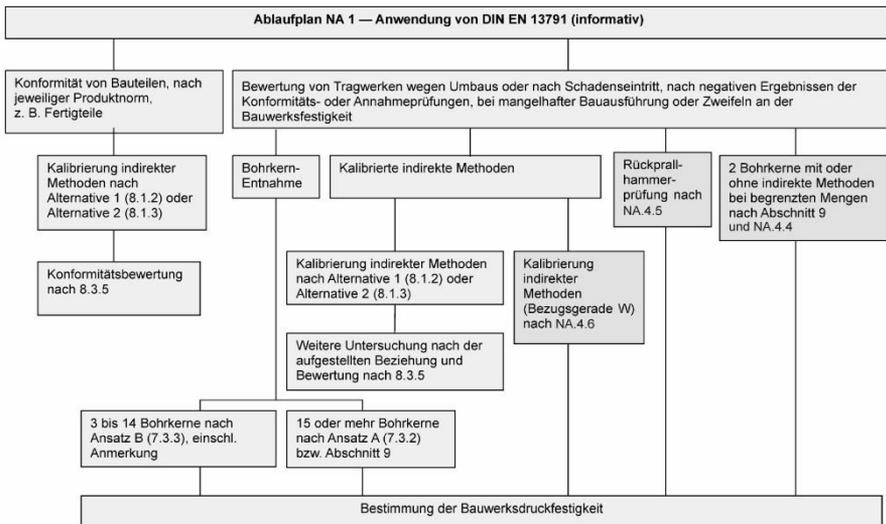


Abb. 3.15: Anwendung von *DIN EN 13791:2008* gemäß nationalem Anhang

### 3.5.2.2 Ermittlung der charakteristischen Betondruckfestigkeit

Die Bestimmung der Betondruckfestigkeit von Bestandsbauwerken erfolgt in der Regel an aus den Bauteilen entnommenen Bohrkernen unter einachsiger Druckbeanspruchung. Die Entnahme, Untersuchung und Vorbereitung der Probekörper sind in *DIN EN 12504-1:2009* geregelt. Die Durchführung der Druckversuche erfolgt nach *DIN EN 12390-3:2009*.

Zur Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit müssen die Ergebnisse der Druckprüfungen ausgewertet werden. Hierzu sieht *DIN EN 13791:2008* zwei Möglichkeiten vor (Ansatz A und Ansatz B). Mit der Bezeichnung  $f_{ck, is}$  wird im Folgenden immer die charakteristische Betondruckfestigkeit eines Bauteils oder Bauwerks bezeichnet, der Index „is“ steht dabei für in-situ.

Bei 15 oder mehr Prüfergebnissen erfolgt die Bestimmung der Betondruckfestigkeit nach Ansatz A. Die geschätzte charakteristische Druckfestigkeit  $f_{ck, is}$  eines Prüfbereiches ergibt sich aus dem niedrigeren der beiden folgenden Werte:

$$f_{ck, is} = f_{m(n), is} - k_2 \cdot \tilde{s}_x, \quad (3.96)$$

$$f_{ck, is} = f_{is, niedrigst} + 4 \quad (3.97)$$

- mit:  $f_{m(n)}$  Mittelwert von n Prüfergebnissen der Druckfestigkeit des Bauwerksbetons,  
 $f_{is, niedrigst}$  niedrigstes Prüfergebnis der Druckfestigkeit des Bauwerksbetons,  
 $\tilde{s}_x$  Standardabweichung der Prüfergebnisse mit einem Mindestwert von 2 N/mm<sup>2</sup>,  
 $k_2$  Koeffizient nach nationalen Regelungen, in Deutschland  $k_2 = 1,48$ .

Die Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit nach Ansatz A entspricht dem Konformitätsnachweis der Druckfestigkeit von Beton (Kriterium 1 und 2) nach stetiger Herstellung gemäß *DIN EN 206-1:2001*. Die so ermittelte Druckfestigkeit gibt damit eine Entscheidungsregel an, ob ein stetig hergestellter Beton die Anforderungen einer zuvor festgelegten Betonfestigkeitsklasse erfüllt oder nicht. Sie entspricht jedoch nicht einem Grenzquantil, wie es im Sinne eines charakteristischen Wertes definiert ist. Der Hintergrund des Ansatzes A beruht auf den statistischen Ausarbeitungen von *Taerwe 1986* (s.a. *Wöhnl 2009*).

Ansatz B soll die Beurteilung der charakteristischen Betondruckfestigkeit  $f_{ck, is}$  eines Prüfbereiches anhand von 3 bis 14 Prüfergebnissen ermöglichen. Dieser ergibt sich aus dem niedrigeren der beiden folgenden Werte:

$$f_{ck, is} = f_{m(n), is} - k, \quad (3.98)$$

$$f_{ck, is} = f_{is, niedrigst} + 4. \quad (3.99)$$

Die Werte des Korrekturwertes k sind in Abhängigkeit von der Anzahl der Prüfergebnisse ( $3 \leq n \leq 14$ ) in Tab. 3.7 angegeben. Zur Festlegung der k-Faktoren sind keine statistischen Hintergründe bekannt.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Tab. 3.7: k-Werte zur Berechnung von  $f_{ck,js}$  nach Ansatz B in *DIN EN 13791:2008*, (Tabelle 2)

Anzahl n der Prüfwerte	Korrekturwert k
10 bis 14	5
7 bis 9	6
3 bis 6	7

Nach Auswertung der Prüfergebnisse gemäß einem der beiden Ansätze kann der beprobte Bauwerksbeton nach *Tabelle 1* in *DIN EN 13791:2008* direkt einer Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* zugeordnet werden. Dabei darf die Druckfestigkeit des Bauwerksbetons um den Faktor 0,85 niedriger sein als diejenige, die an genormten Probekörpern derselben Betoncharge festgestellt werden würde. Es wird zugrunde gelegt:

$$f_{ck,js} = 0,85 \cdot f_{ck,Probekörper} \quad (3.100)$$

Ausschlaggebend hierfür ist, dass im Vergleich zu den normativ hergestellten Probekörpern Schwankungen bei der Bauteilherstellung in Form von ungleichmäßiger Verdichtung, Witterungseinflüssen etc. bei der Auswertung der Druckfestigkeit von Bauwerksbeton bereits enthalten sind.

Weiterhin weisen Bohrkernmeist eine etwas geringere Festigkeit auf als Normprobekörper, weil bei der Bohrkernentnahme immer Gesteinskörner angeschnitten werden. Diese können nicht mehr voll zum Lastabtrag beitragen.

Da die Abweichung zwischen Planung und tatsächlicher Ausführung mit dem Faktor 0,85 bereits vorteilhaft berücksichtigt wird, ist gemäß nationalem Anhang in *DIN EN 13791:2008* eine zusätzliche Modifikation des Teilsicherheitsbeiwertes  $\gamma_c$  eines nach Ansatz A oder B in eine Festigkeitsklasse zugeordneten Bauwerksbetons nicht mehr zulässig.

#### **3.5.2.3 Formale Schwächen**

##### ➤ *Ermittlung der kleinsten Festigkeit*

Nach *7.3.2 ANMERKUNG 1* in *DIN EN 13791:2008* sollte die Abschätzung der charakteristischen Festigkeit unter Verwendung der kleinsten Bohrkernfestigkeit die Gewissheit wiedergeben, dass die kleinste Bohrkernfestigkeit die kleinste Festigkeit im bewerteten Tragwerk oder Bauteil repräsentiert.

Anhand dieser Anmerkung müssen generell Zweifel an der Auswertung der charakteristischen Festigkeit nach o.g. Norm bestehen, da in der Regel nicht sichergestellt werden kann, dass die kleinste am Bohrkern ermittelte Festigkeit auch der kleinsten Festigkeit des Bauwerksbetons entspricht.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

#### ➤ Anzahl der zu entnehmenden Bohrkerne

Gemäß *DIN EN 13791:2008* soll sich die Anzahl der zu entnehmenden Bohrkerne nach der Menge des Betons und dem Zweck der Bohrkernprüfung richten. Zur Erhöhung der statistischen Zuverlässigkeit sollen nach Norm so viele Bohrkerne wie zweckmäßigerweise möglich verwendet werden, wobei mindestens drei Ergebnisse von Zylindern mit einem Durchmesser  $\geq 100$  mm vorliegen müssen. Werden kleinere Probekörper entnommen, muss die zu entnehmende Probekörperanzahl in Abhängigkeit des Größtkorns der verwendeten Betonmischung erhöht werden.

Im nationalen Anhang von *DIN EN 13791:2008* richtet sich die Mindestanzahl der zu entnehmenden Bohrkerne nach *DIN 1045-3:2008*. Demnach müssen für Beton der Überwachungsklasse ÜK II mindestens drei Proben für höchstens 300 m<sup>3</sup> oder drei Betoniertage und für Beton der Überwachungsklasse ÜK III mindestens drei Proben für höchstens 50 m<sup>3</sup> oder einen Betoniertag entnommen werden.

Während die verwendete Betonmenge genau bestimmt werden kann, ist die Ermittlung der Betoniertage zur Zeit der Errichtung des Bauwerkes im Nachhinein beim Bauen im Bestand in aller Regel unmöglich. Somit ist die zu entnehmende Anzahl an Probekörpern nicht eindeutig geregelt und mehr oder weniger dem zuständigen Planer bzw. Bauwerksprüfer überlassen.

#### ➤ Einfluss der Bohrkernegeometrie

Auf europäischer Ebene entspricht nach *DIN EN 13791:2008* das Ergebnis der Druckfestigkeitsprüfung von Bohrkernen mit einer Höhe von 100 mm und einem Verhältnis Probenhöhe/-durchmesser von 1,0 derjenigen Druckfestigkeit eines unter denselben Bedingungen hergestellten Würfels mit 150 mm Kantenlänge. Des Weiteren wird für die Prüfung von Bohrkernen mit einem Nenndurchmesser von mindestens 100 mm und nicht mehr als 150 mm sowie einem Verhältnis Probenhöhe/-durchmesser von 2,0 deren Prüfergebnis mit der Druckfestigkeit eines unter denselben Bedingungen hergestellten Zylinders mit den Maßen 300 x 150 mm gleichgesetzt.

Im Vergleich dazu wird auf nationaler Ebene in Deutschland die Druckfestigkeit eines luftgelagerten Bohrkerns mit einem Nenndurchmesser von 100 mm bzw. 150 mm der Druckfestigkeit eines bis zur Prüfung wassergelagerten Würfels mit 150 mm Kantenlänge gleichgesetzt.

Während der „europäische Teil“ der *DIN EN 13791:2008* bei der Umrechnung von Bohrkernfestigkeiten auf Würfelfestigkeiten von denselben Bedingungen hinsichtlich der Probenlagerung ausgeht, erfolgt gemäß nationalem Anhang die Gleichsetzung eines luftgelagerten Bohrkerns mit einem wassergelagerten Würfel.

Diese Differenz zwischen nationaler und europäischer Ebene der *DIN EN 13791:2008* kann als ein Indiz dafür betrachtet werden, dass ihre Anwendung in erster Linie auf solche Fälle ausgerichtet ist, bei denen Zweifel hinsichtlich der Konformität nach *DIN EN 206-1:2001* vorliegen, ihre Anwendung zur Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit bei bestehenden Tragwerken jedoch Schwächen aufweist.

### 3.5.2.4 Vergleich

Die Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit erfolgt nach *DIN EN 13791:2008* und den beiden in Abschnitt 3.3.6 und 3.4.3 beschriebenen statistischen Verfahren. Mit Ausnahme von Ansatz B in *DIN EN 13791:2008* wird dabei immer der in den Versuchen bestimmte Mittelwert um die mit einem Faktor erhöhte Standardabweichung gemäß Gleichung (3.101) reduziert:

$$f_{ck,js} = \bar{x} - k \cdot \tilde{s}_x \quad (3.101)$$

Für Ansatz B in *DIN EN 13791:2008* wurde Gleichung (3.98) nachfolgend dahin gehend erweitert, dass sie ebenfalls der Form in Gleichung (3.101) entspricht, wobei das Produkt  $k \cdot \tilde{s}_x$  entsprechend der Probenanzahl einen konstanten Wert annimmt. Mit Hilfe dieser Umstellung werden die jeweiligen Ansätze zur Bestimmung der charakteristischen Festigkeit miteinander vergleichbar, indem das Produkt nach *DIN EN 1990:2010* dem Produkt des klassischen statistischen Verfahrens nach *DIN ISO 16269-6:2009* und dem Produkt nach *DIN EN 13791:2008* gegenübergestellt wird. Diese Vorgehensweise ist unabhängig vom Mittelwert der Prüferie und dient in der vorliegenden Arbeit zur Bestimmung der Abweichung, falls die charakteristische Betondruckfestigkeit nach *DIN EN 13791:2008* und nicht mit den genannten statistischen Verfahren bestimmt wird.

Bei der Bewertung des Fehlers werden die beiden statistischen Verfahren aufgrund ihrer mathematischen Grundlage als abgesichert und maßgebend betrachtet.

Bei Annahme einer normalverteilten Grundgesamtheit muss sich der k-Faktor der 5 %-Quantile bei einer unendlichen Probekörperanzahl dem Wert 1,645 annähern, was bei beiden statistischen Verfahren der Fall ist. Bei Ansatz A nach *DIN EN 13791:2008* liegt der Faktor k unabhängig von der Probekörperanzahl bei 1,48, was bereits als ein weiteres Indiz dafür gewertet werden kann, das die angewandte Methodik nicht für die Bestimmung eines Quantilwertes geeignet ist.

In den beiden nachfolgenden Abbildungen werden die Abweichungen bei der Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeiten nach *DIN ISO 16269-6:2009* und *DIN EN 13791:2008* in Abhängigkeit von der Probenzahl für unterschiedliche Standardabweichungen  $\tilde{s}_x$  mit den Ergebnissen des in *DIN EN 1990:2010* implementierten Verfahrens verglichen.

In Abb. 3.16 entsprechen positive Werte in Bezug zu den Ergebnissen nach *DIN EN 1990:2010* Werten auf der unsicheren Seite. Das heißt, die vorhandene charakteristische Festigkeit wird bei einer Bewertung nach der aufgeführten Norm im Vergleich zu einer Bewertung nach *DIN EN 1990:2010* zu hoch eingeschätzt. Demzufolge handelt es sich bei negativen Werten um eine im Vergleich mit *DIN EN 1990:2010* zu konservative Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit.

Es zeigt sich, dass die klassische Statistik (*DIN ISO 16269-6:2009*) bei einem Konfidenzniveau von 0,75 und einem Probenumfang  $\geq 4$  geringere Werte liefert als *DIN EN 1990:2010*. Die dabei auftretenden Absolutbeträge der Abweichungen liegen bei großer Standardabweichung allerdings unter 3 MPa, was im Rahmen der üblichen Zuverlässigkeit bei Prüfung der Druckfestigkeit von Betonprobekörpern liegt (vgl. *DIN EN 12390-3:2002*).

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Somit liefern die beiden statistischen Bewertungsverfahren nahezu die gleiche charakteristische Betondruckfestigkeit und sind für den vorgesehenen Anwendungsfall geeignet, mit höheren Werten bei der Anwendung des in *DIN EN 1990:2010* implementierten Verfahrens.

Viel größere Abweichungen, welche nicht mehr vernachlässigt werden können, ergeben sich im Vergleich von *DIN EN 13791:2008* mit *DIN EN 1990:2010* (s. Abb. 3.17). Nicht berücksichtigt ist dabei Kriterium 2 von Ansatz A und B nach *DIN EN 13791:2008*, vgl. Gleichung (3.97) und (3.99), da es das niedrigste Prüfergebnis der Druckfestigkeit des Bauwerksbetons  $f_{is,niedrigs}$  berücksichtigt, was nachfolgend erläutert wird. Es wurde aus den Konformitätskriterien nach *DIN EN 206-1:2001* übernommen, wo es die Funktion einer Schranke übernimmt, die jedoch nicht auf einem statistischen Verfahren beruht.

Maßgebend wird dieses Kriterium bei Ansatz B, wenn das niedrigste Prüfergebnis der Druckfestigkeit des Bauwerksbetons  $f_{is,niedrigst}$  den Mittelwert der Prüferie  $f_{m(n),is}$  um mehr als 9 MPa bei einer Probekörperanzahl von  $10 \leq n \leq 14$  bzw. 10 MPa bei  $7 \leq n \leq 9$  Proben unterschreitet. Für eine Probekörperanzahl von  $3 \leq n \leq 6$  wird Kriterium 2 ab einer Differenz von 11 MPa maßgebend.

Die Ermittlung dieser Grenzwerte erfolgt in Abhängigkeit von der Probekörperanzahl nach *Tabelle 2* der *DIN EN 13791:2008* durch die Summe  $k + 4$ . Für Ansatz A wird auf die Berechnung solch einer Beschränkung verzichtet, da der Maximalfehler in Abb. 3.17 unter 5 MPa liegt und nicht annähernd die Werte von Ansatz B erreicht werden.

Wird in Abhängigkeit der Probekörperanzahl einer der o.g. Grenzwerte überschritten, erreicht der Fehler zu einer nach *DIN EN 1990:2010* ermittelten charakteristischen Festigkeit nicht mehr die in Abb. 3.17 dargestellten Werte, sondern ist in Abhängigkeit von  $f_{is,niedrigst}$  beschränkt.

Da dieses Kriterium jedoch keinerlei statistische Hintergründe aufweist und direkt auf zufällig ermittelten Prüfwerten basiert, kann es zur Bestimmung eines 5 %-Quantils, wie es nach aktuellem Nachweiskonzept erforderlich ist, nicht herangezogen werden. Dies zeigen auch die Ergebnisse von *Caspele 2010*, der den Ansatz B in *DIN EN 13791:2008* anhand von Monte Carlo Simulationen validiert.

Alle nach *DIN EN 13791:2008* ermittelten Werte liegen auf der unsicheren Seite und liefern eine zu hohe charakteristische Betondruckfestigkeit. Insbesondere bei einer geringen Probekörperanzahl und bei großen Standardabweichungen ergeben sich gravierende Differenzen, die unter dem Gesichtspunkt der Standsicherheit nicht hinnehmbar sind.

**Bestimmung der charakteristischen Betonfestigkeit nach DIN ISO 16269-6**

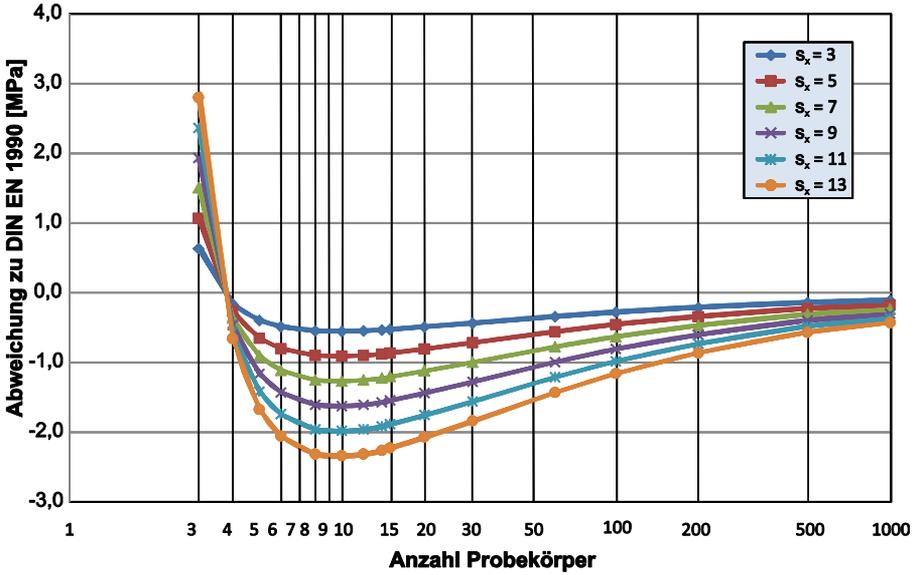


Abb. 3.16: Differenz bei der Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit nach *DIN EN 1990:2010* und *DIN ISO 16269-6:2009* (Konfidenzniveau  $((1-\alpha) = 0,75)$  für unterschiedliche Standardabweichungen  $s_x$  in Abhängigkeit der Probekörperanzahl, aus *Loch et al. 2011*

**Bestimmung der charakteristischen Betonfestigkeit nach DIN EN 13791**

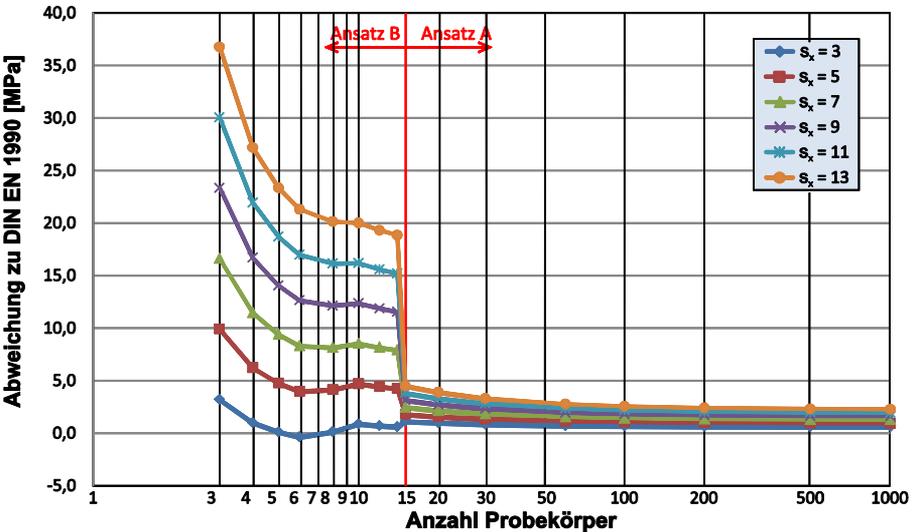


Abb. 3.17: Differenz bei der Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit nach *DIN EN 1990:2010* und *DIN EN 13791:2008* (Kriterium 1) für unterschiedliche Standardabweichungen  $s_x$  in Abhängigkeit der Probekörperanzahl, aus *Loch et al. 2011*

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Während ab einer Probekörperanzahl  $n \geq 15$  (Ansatz A) Ergebnisse in einem in Abhängigkeit der Standardabweichung akzeptablen Bereich erzielt werden, liegen die Ergebnisse bei einer geringen Anzahl von Prüfergebnissen  $3 \leq n < 15$  (Ansatz B) nur bei sehr geringen Standardabweichungen, welche bei Bestandsprojekten in der Praxis selten sind, in einem akzeptablen Bereich.

Daraus folgt, dass die Verwendung von Ansatz B und *DIN EN 13791:2008* zur Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit für in der Praxis bei Festigkeitsprüfungen auftretende Standardabweichungen von 5 bis 12 MPa zu hohe Ergebnisse liefert. Bei einer anschließenden Nachrechnung des Tragwerkes wird bei der Verwendung dieser Werte das vorhandene Zuverlässigkeitsniveau überschätzt.

Von einem Vorgehen zur Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit nach Ansatz B in *DIN EN 13791:2008* muss für Bestandstragwerke aus vorgenannten Gründen abgeraten werden.

Mit nachfolgendem Praxisbeispiel kann dieser Sachverhalt verdeutlicht werden. An einem Bestandsbauteil wurden 10 Bohrkerne mit einem Verhältnis von  $h/d = 1,0$  und einem Durchmesser von 100 mm entnommen und geprüft. Dabei wurde eine mittlere Betondruckfestigkeit von  $f_{m(n),is} = 54,2$  MPa bei einer Standardabweichung von  $s_x = 9,1$  MPa und einem kleinsten Einzelwert von  $f_{is,niedrigst} = 44,3$  MPa festgestellt. Die Bestimmung der charakteristischen Festigkeit erfolgt nach *DIN EN 13791:2008* Ansatz B und im Vergleich dazu nach den beiden statistischen Verfahren (Tab. 3.8).

Legt man der Auswertung eine höhere Probekörperanzahl von  $n = 15$  zugrunde, erfolgt die Auswertung nach Ansatz A und *DIN EN 13791:2008*. Bei ansonsten unveränderten Parametern der Stichprobe ergeben sich die Ergebnisse in Tab. 3.9.

Tab. 3.8: Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit in Abhängigkeit des Auswertungsverfahrens für eine Probekörperanzahl von  $n = 10$ , aus *Loch et al. 2011*

Bewertungsverfahren	Berechnung	charakt. Betonfestigkeit $f_{ck,is}$ [MPa]	zugeordnete Festigkeitsklasse DIN EN 13791, Tabelle 1
DIN EN 13791 Ansatz B	$f_{ck,is} = f_{m(n),is} - k$ $= 54,2 - 5$ $= 49,2$ MPa	48,3	C45/55
	$f_{ck,is} = f_{is,niedrigst} + 4$ $= 44,3 + 4$ $= 48,3$ MPa		
DIN ISO 16269-6	$x_L = \bar{x} - k_3 \cdot \bar{s}_x$ $= 54,2 - 2,104 \cdot 9,1$ $= 35,1$ MPa	35,1	C30/37
DIN EN 1990	$f_{ck,is} = \bar{x} - k_n \cdot \bar{s}_x$ $= 54,2 - 1,92 \cdot 9,1$ $= 36,7$ MPa	36,7	C30/37

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Tab. 3.9: Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit in Abhängigkeit des Auswertungsverfahrens für eine Probekörperanzahl  $n = 15$ , aus *Loch et al. 2011*

Bewertungsverfahren	Berechnung	charakt. Betonfestigkeit $f_{ck, is}$ [MPa]	zugeordnete Festigkeitsklasse DIN EN 13791, Tabelle 1
DIN EN 13791 Ansatz A	$f_{ck, is} = f_{m(n), is} - k_2 \cdot \tilde{s}_x$ $= 54,2 - 1,48 \cdot 9,1$ $= 40,7 \text{ MPa}$	40,7	C35/45
	$f_{ck, is} = f_{is, niedrigst} + 4$ $= 44,3 + 4$ $= 48,3 \text{ MPa}$		
DIN ISO 16269-6	$x_L = \bar{x} - k_3 \cdot \tilde{s}_x$ $= 54,2 - 1,991 \cdot 9,1$ $= 36,1 \text{ MPa}$	36,1	C30/37
DIN EN 1990	$f_{ck, is} = \bar{x} - k_n \cdot \tilde{s}_x$ $= 54,2 - 1,82 \cdot 9,1$ $= 37,6 \text{ MPa}$	37,6	C30/37

Die großen Ergebnisunterschiede bei einer Auswertung nach den verschiedenen Verfahren fallen allein durch die Betrachtung der beiden Tabellen auf. Die in Abb. 3.17 dargestellte Differenz  $D$  zwischen den Auswerteverfahren nach *DIN EN 1990:2010* und *DIN EN 13791:2008* ergibt sich durch Subtraktion der nach den entsprechenden Verfahren ermittelten charakteristischen Betondruckfestigkeiten gemäß der Formel:

$$D = f_{ck, is, DIN EN 13791} - f_{ck, is, DIN EN 1990} \quad (3.102)$$

Für das Rechenbeispiel bedeutet dies bei einer Probenanzahl von  $n = 10$  Probekörpern:

$$D = 48,3 - 36,7 = 11,6 \text{ MPa} \quad (\text{vgl. Darstellung in Abb. 3.17}).$$

Anhand dieses Beispiels können die Schwächen von *DIN EN 13791:2008* bei der Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit von Bestandtragwerken verdeutlicht werden. Entgegen dem statistischen Grundgedanken liefert Ansatz A trotz einer erhöhten Probekörperanzahl eine geringere Festigkeit als Ansatz B. Tatsächlich sollte mit einer erhöhten Probekörperanzahl bei ansonsten unveränderten Parametern der Stichprobe auch eine höhere Festigkeit nachgewiesen werden können.

Des Weiteren übersteigen die nach *DIN EN 13791:2008* ermittelten charakteristischen Festigkeiten deutlich die ermittelten Quantilwerte der statistisch abgesicherten Verfahren.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Die statistischen Verfahren erfordern eine gewisse Mindestanzahl an Werkstoffproben, um eine praxistaugliche Aussagekraft liefern zu können. Um dies zu verdeutlichen, ist in Abb. 3.18 das Verhältnis des 5%-Quantilwertes im Verhältnis zum Mittelwert der Stichprobe abgebildet. Anhand der Darstellung wird ersichtlich, dass in Abhängigkeit von Probenanzahl und Variationskoeffizienten mehr oder weniger günstige Verhältnisse zwischen Quantil- und Mittelwert einer Prüfkörperserie erzielt werden. Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass zur Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit mittels statistischer Verfahren grundsätzlich eine Mindestprobekörperanzahl von  $n = 8$  sinnvoll ist, um „Verluste“ aus dem statistischen Auswerteprozesses auf ein mittleres Niveau zu beschränken. Ein hohes Schädigungspotenzial durch Bohrungen am Tragwerk kann auch eine kleinere Anzahl an Probekörpern rechtfertigen. Hierbei ist jedoch stets zu berücksichtigen, dass die damit verbundenen Präzisionseinbußen der Auswertung einen Grad erreichen können, die zu unsinnigen Ergebnissen führen. Liegen große Streuungen der Druckfestigkeit im entnommenen Stichprobenumfang vor, ist es zweckmäßig, eine erhöhte Probekörperanzahl zu entnehmen.

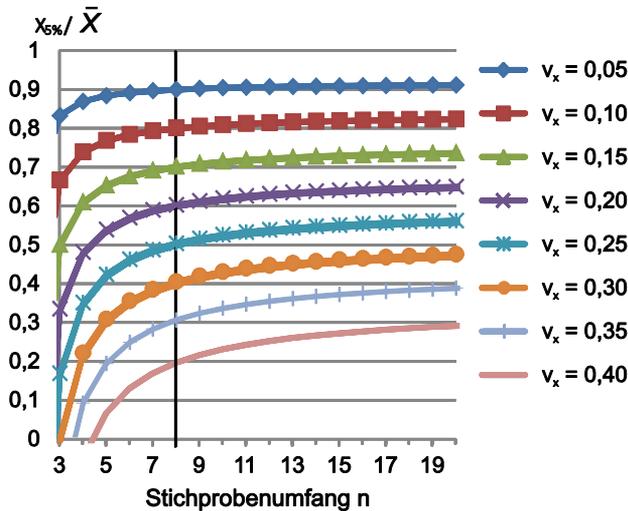


Abb. 3.18: Verhältnis zwischen 5%-Quantilwert  $x_{5\%}$  und Stichprobenmittelwert  $\bar{x}$  in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang für verschiedene Variationskoeffizienten  $v_x$  nach DIN EN 1990:2010 ohne Vorinformationen über den Variationskoeffizienten, aus Loch et al. 2011

### **3.5.3 Empfohlene Vorgehensweise zur Bestimmung der Festigkeit von Bauwerksbeton**

#### **3.5.3.1 Allgemeine Schritte**

Aus den zuvor genannten Gründen wird vorgeschlagen, die Anwendung der *DIN EN 13791:2008* auf solche Fälle zu beschränken, bei denen Zweifel hinsichtlich der Konformität einer verbauten Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* bestehen. Für andere Fälle wird empfohlen, die Bestimmung der charakteristischen Betondruckfestigkeit in Bestandsgebäuden mit Hilfe von Bohrkernproben nach folgenden Schritten durchzuführen:

- Festlegung von Bereichen, von denen begründet angenommen werden kann, dass sie Beton der gleichen Grundgesamtheit enthalten,
- Entnahme der Bohrkernproben,
- Augenscheinliche Überprüfung der Bohrkernproben auf Fehlstellen, angeschnittene Bewehrungsstäbe, Korngröße, usw.,
- Bestimmung der Bohrkernfestigkeit  $f_{c,BK}$ ,
- Umrechnung der Bohrkernfestigkeiten in In-situ-Festigkeiten  $f_{c,IS}$ , die äquivalent sind zu den für die Bemessung nach *EC 2* erforderlichen Zylinderdruckfestigkeiten  $f_{c,cyl}$ ,
- Statistische Auswertung der ermittelten In-situ-Festigkeiten,
- Bestimmung der charakteristischen In-situ-Festigkeit  $f_{ck,IS}$ .

#### **3.5.3.2 Festlegung von Untersuchungsbereichen**

Zur Festlegung von Untersuchungsbereichen ist im Vorfeld die konkrete Fragestellung zu formulieren, welche durch die Tragwerksanalyse beantwortet werden soll. So ist beispielsweise zu unterscheiden, ob die Biegetragfähigkeit eines einzigen Deckenfeldes zu untersuchen ist oder eine Aussage über die Tragfähigkeit aller Deckenfelder eines Gebäudes benötigt wird.

Im ersteren Fall sollten die Entnahmen lediglich aus dem spezifisch zu untersuchenden Feld entstammen, während im zweiten Fall die Entnahmestellen aus unterschiedlichen Feldern stammen müssen, die zufällig auszusuchen sind, um ein repräsentatives Ergebnis zu erhalten.

Anders formuliert ergibt sich aus der Fragestellung der Tragwerksanalyse die Definition der zu untersuchenden Grundgesamtheit des Betons, aus der sich die Entnahmebereiche der Bohrkernproben ableiten.

Die kleinste zu betrachtende Grundgesamtheit stellt dabei ein Bauteil dar, das aus einer einzigen Betoncharge gefertigt wurde. Die nächst größere Grundgesamtheit umfasst den Beton eines Bauteils, der sich aus mehreren Chargen zusammensetzt, die jeweils mit den gleichen Ausgangsstoffen und demselben Mischungsverhältnis hergestellt wurden.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Die größte zu betrachtende Grundgesamtheit innerhalb eines Bauwerks umfasst somit den Beton, der in mehreren gleichartigen Bauteilen verbaut ist und sich jeweils aus mehreren Betonchargen zusammensetzt.

Zur Untersuchung einer Grundgesamtheit empfiehlt sich in der Regel eine Mindestprobenanzahl von  $n = 8$ , um zum einen eine statistische Auswertung gemäß den Abschnitten 3.3.2 ff zu ermöglichen und zum anderen die statistischen „Verluste“ bei der Bestimmung der charakteristischen Festigkeit zu begrenzen (vgl. Abb. 3.18).

#### **3.5.3.3 Entnahme und Prüfung der Bohrkerne**

Die Bohrstellen sind so auszuwählen, dass sie repräsentativ für den verwendeten Beton innerhalb der betrachteten Grundgesamtheit sind. Das bedeutet, dass z. B. die aus einem lokal eng begrenzten Bereich entnommenen Bohrkerne zwar geeignet sind, die Grundgesamtheit eines Bauteils abzubilden, das aus einer Betoncharge besteht. Sie sind jedoch nicht repräsentativ für die Festigkeit eines Bauteils, das aus mehreren Betonchargen hergestellt ist, da mit ihnen nicht die im Allgemeinen größere Varianz hinsichtlich der unterschiedlichen Chargen erfasst wird.

Des Weiteren ist die Beeinträchtigung der Konstruktion durch die Bohrkernentnahme möglichst bauteilverträglich zu gestalten. So ist die Bewehrung im Bereich der Bohrstellen mittels zerstörungsfreier Prüfverfahren (z. B. Wirbelstrom, Radar, Ultraschall) einzumessen, um Beschädigungen der tragenden Bewehrung durch die Bohrkernentnahme zu vermeiden. Die Probenentnahmen dürfen die Standsicherheit des Bauteils nicht gefährden.

Bei der Entnahme der Bohrkerne ist *DIN EN 12504-1:2009* zu beachten. Dort wird empfohlen, dass der verwendete Bohrkerndurchmesser mindestens dem Dreifachen des im Beton enthaltenen Größtkorns der Gesteinskörnung entsprechen soll. Bei einer Unterschreitung dieses Verhältnisses nimmt die Streuung der Versuchsergebnisse übermäßig zu, was sich nachteilig auf den ermittelten charakteristischen Wert der Betondruckfestigkeit auswirkt.

Um die an Bohrkernen ermittelten Prüfergebnisse mit der für die Bemessung erforderlichen Zylinderfestigkeit vergleichen zu können, sollten Bohrkerne mit einem Verhältnis von Höhe zu Durchmesser von  $h/d = 2,0$  gewonnen werden. Ist aus konstruktiven Gründen die Entnahme solcher Bohrkerne nicht möglich, können auch Bohrkerne mit einem Verhältnis von  $h/d = 1,0$  entnommen werden.

Während der Entnahme sind die Bohrkerne eindeutig zu beschriften, damit diese später zweifelsfrei einem Bauteilabschnitt zugeordnet werden können.

Vor der Prüfung sind die Bohrkernproben durch einen sachkundigen Baustofftechnologen insbesondere hinsichtlich der Betonzusammensetzung und –qualität zu bewerten.

Die Bestimmung der einachsigen Druckfestigkeit an den zuvor entnommenen Bohrkernen erfolgt im Druckversuch nach *DIN EN 12390-3:2009*. Da der Feuchtegehalt der Proben direkt mit deren Druckfestigkeit korreliert, sind die Proben möglichst in einem dem Bauwerksbeton vergleichbaren Feuchtezustand zu prüfen.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Bewehrungsstäbe und Fehlstellen (z. B. Risse oder Hohlräume), die sich in den Bohrkernen befinden, sind bei der Auswertung der Prüfergebnisse zu berücksichtigen. Eventuell sind die Ergebnisse dieser Bohrkern auszusortieren, falls diese nicht mehr als repräsentativ für die betrachtete Grundgesamtheit anzunehmen sind (z. B. Bewehrungsstäbe parallel zur Längsachse).

Darüber hinaus empfiehlt es sich, die Last-Verformungskurven der Druckversuche aufzuzeichnen. Durch ihre Auswertung können die Ursachen niedriger Druckfestigkeiten erkannt werden, die z. B. bedingt sind durch Imperfektionen zwischen den Kontaktflächen der Bohrkernflächen und der Lasteinleitungsplatte der Prüfmaschine oder durch augenscheinlich nicht zu erkennende Vorschädigungen bei der Bohrentnahme, wie es in *Bartlett u. MacGregor 1994* erläutert wird. Auch diese Ergebnisse sind als Ausreißer zu behandeln und vor einer weiteren Auswertung auszusortieren.

#### **3.5.3.4 Umrechnung in äquivalente Zylinderfestigkeiten**

Für die Bemessung nach *EC 2* werden In-Situ-Festigkeiten  $f_{ck, is}$  benötigt, die den Festigkeiten von Zylindern  $f_{ck, cyl, is}$  mit einem Höhen-/Durchmesser-Verhältnis von  $h / d = 300 / 150$  mm entsprechen.

Anhand der bereits oben angeführten Regelungen der *DIN EN 13791:2008* werden Festigkeiten von Bohrkernen mit einem Durchmesser zwischen 100 und 150 mm und einem Verhältnis von  $h / d = 2,0$  mit der geforderten Zylinderfestigkeit gleichgesetzt.

Die Festigkeiten von Bohrkernen mit einem Durchmesser von 100 mm und einem Verhältnis von  $h / d = 1,0$  entsprechen der Festigkeit von Betonwürfeln  $f_{c, cube, 150}$ , die eine Kantenlänge von 150 mm aufweisen. Anhand des Umrechnungsfaktors  $k_{cyl/cube}$  nach Gleichung (2.47) lässt sich daraus die geforderte Zylinderfestigkeit bestimmen.

Stehen lediglich Bohrkern mit einem Durchmesser von 50 mm und  $h/d = 1,0$  zur Verfügung, lässt sich eine vergleichbare Würfeldruckfestigkeit  $f_{c, cube, 150}$  entsprechend dem aktuellen nationalen Anhang der *DIN EN 13791:2008* mit:

$$f_{c, cube, 150} = 0,90 \cdot f_{c, BK50} \quad (3.103)$$

bestimmen. Da allerdings voraussichtlich in der nächsten Fassung des nationalen Anhangs der *DIN EN 13791*, die Druckfestigkeit von luftgelagerten Bohrkernen mit 50 mm Nenndurchmesser mit der Druckfestigkeit wassergelagerter Würfel mit 150 mm Kantenlänge gleichgesetzt werden darf, kann auf den Faktor 0,90 verzichtet werden. Somit lässt sich die Bohrkernfestigkeit  $f_{c, BK50}$  ebenfalls direkt durch den Faktor  $k_{cyl/cube}$  in eine äquivalente Zylinderfestigkeit transformieren.

#### **3.5.3.5 Statistische Auswertung der In-situ-Festigkeiten**

Nach erfolgter Umrechnung der Bohrkerndruckfestigkeiten in äquivalente Zylinderfestigkeiten  $f_{c, cyl, is}$  können sowohl deren statistische Stichprobenkennwerte nach Abschnitt 3.2 ermittelt, als auch ihre empirische Verteilungsfunktion grafisch aufgetragen werden.

Mit Hilfe der in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Entscheidungskriterien der grafischen Auswertung der empirischen Verteilungsfunktion lässt sich bestimmen, ob sich die

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

vorhandenen Daten besser an eine Normalverteilung oder an eine Lognormalverteilung anpassen.

Nach der Wahl der analytischen Verteilungsfunktion lässt sich aus den statistischen Stichprobenkennwerten der umgerechneten Zylinderfestigkeitswerte die charakteristische Festigkeit des Bauwerks- oder Bauteilbetons  $f_{ck, is}$  bestimmen.

#### **3.5.3.6 Bestimmung der charakteristischen In-situ-Festigkeit**

Da sich die im Abschnitt 3.4.3 beschriebene Bestimmung von Quantilwerten nach der Bayesschen Statistik sowohl für normalverteilte als auch lognormalverteilte Zufallsvariablen anwenden lässt und ihre Ergebnisse annähernd denen der „klassischen“ Statistik nach *DIN ISO 16269-6:2009* bei einem Konfidenzniveau von 0,75 entsprechen, empfiehlt sich grundsätzlich die Anwendung der *DIN EN 1990:2010*.

Fällt bei der Wahl der besser passenden analytischen Verteilungsfunktion die Entscheidung für die Normalverteilung, so ergibt sich die charakteristische Betondruckfestigkeit  $f_{ck, is}$  nach *DIN EN 1990:2010* ohne Vorinformationen über den Variationskoeffizienten  $v_x$  aus den Prüfergebnissen der Druckversuche nach Gleichung:

$$f_{ck, cyl, is} = \bar{x} \cdot (1 - k_n \cdot v_x) \text{ mit: } v_x = \tilde{s}_x / \bar{x} \quad (3.104)$$

oder

$$f_{ck, cyl, is} = \bar{x} - k_n \cdot \tilde{s}_x \quad (3.105)$$

Entspricht die logarithmische Verteilungsfunktion der besseren Wahl, so bestimmt sich die charakteristische Betondruckfestigkeit  $f_{ck, cyl, is}$  nach *DIN EN 1990:2010* ohne Vorinformationen über den Variationskoeffizienten  $v_x$  aus den Prüfergebnissen der Druckversuche nach Gleichung:

$$f_{ck, cyl, is} = \exp[\bar{x}_{\ln x} - k_n \cdot \tilde{s}_{\ln x}] \quad (3.106)$$

mit  $\bar{x}_{\ln x}$  und  $\tilde{s}_{\ln x}$  nach Gleichung (3.93) und (3.92).

Der Faktor  $k_n$  ergibt sich aus Gleichung (3.88) und ist in Tab. 3.6 tabelliert. Zusätzlich zur *DIN EN 1990:2010* sind darin weitere  $k_n$ -Faktoren bis zu einer Probekörperanzahl von 15 enthalten.

#### **3.5.4 Verwendung von Vorinformationen zur Bestimmung von charakteristischen Betondruckfestigkeiten**

##### **3.5.4.1 Allgemeines**

Die Aussagequalität bei der Bestimmung der charakteristischen In-situ-Festigkeit  $f_{c, cyl, is}$  lässt sich verbessern, wenn Vorinformationen bezüglich des Mittelwertes, der Standardabweichung oder beider statistischer Parameter der betrachteten Grundgesamtheit vorliegen. Sie können mit Hilfe der in den Abschnitten 3.4.2.3 und 3.4.3 beschriebenen Gleichungen auf Grundlage der Bayesschen Statistik berücksichtigt werden.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Die in Abschnitt 2.3.5 genannten statistischen Kennwerte von Beton sind allerdings nicht geeignet, um als Vorinformation zur Bestimmung der charakteristischen In-situ-Festigkeit  $f_{c,cyl, is}$  zu dienen, da sie das Streuverhalten der Druckfestigkeit von Probekörpern repräsentieren, das aufgrund von unterschiedlichen Verdichtungs- und Erhärtingsbedingungen nicht mit dem der In-situ-Festigkeit übereinstimmt. Dies gilt insbesondere für die Nacherhärtung, welche über den Prüfungszeitpunkt der Probekörper hinaus die Festigkeit des Bauwerksbetons in Abhängigkeit der vorherrschenden Feuchteverhältnisse und der verwendeten Zementart bestimmt.

Für den Fall, dass für ein zu bewertendes Bauwerk Prüfergebnisse der verwendeten Betone vorliegen, lassen sich allerdings solche Vorinformationen zur Bestimmung einer rechnerischen charakteristischen Druckfestigkeit nutzen, die der Vorgehensweise des Abschnitts 2.3 entspricht, die Probekörperfestigkeit einer früheren Normengeneration in die aktuell geforderte Zylinderdruckfestigkeit zu transformieren, wie im Folgenden beschreiben wird.

#### 3.5.4.2 Updating von Würfeldruckfestigkeiten

In *Caspeele 2010* werden Parameter zur Beschreibung von Priorverteilungen für die verschiedenen Betone in Abhängigkeit von deren Mischort (Baustelle, Transportbetonwerk und Fertigteilwerk) zur Verfügung gestellt, um mit ihrer Hilfe die Bestimmung der charakteristischen In-situ-Festigkeit im Vergleich zum Vorgehen nach *DIN EN 1990:2010* zu verbessern (Gleichung (3.110)).

In die jeweilige Priorverteilung gehen Vorinformationen bezüglich der Standardabweichungen ein, während die Mittelwerte als unbekannt (diffuse Vorinformation) behandelt werden.

Sie ergibt sich in *Caspeele 2010* mit Verweis auf *Box u. Tiao 1973* als Dichte der Priorverteilung:

$$f'_{M\Sigma}(\mu, \sigma) = f'_{M|\Sigma}(\mu|\sigma) f'_{\Sigma}(\sigma) \propto \sigma^{-1} (\sigma^2)^{-(v'/2+1)} \exp\left(-\frac{v' s'^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3.107)$$

In Kombination mit der Likelihoodfunktion nach Gleichung (3.60) wird in *Caspeele 2010* daraus die Posteriorverteilung gebildet, die zu einer inversen  $\chi^2$ -Verteilung mit  $v''$  als Freiheitsgrad führt:

$$\begin{aligned} f''_{M\Sigma}(\mu, \sigma | \bar{x}, n, s'', v'') &\propto L(\mu, \sigma | \bar{x}, \tilde{s}^2, n) f'_{M\Sigma}(\mu, \sigma) \\ &\propto \sigma^{-1} (\sigma^2)^{-((v'+n)/2+1)} \exp\left(-\frac{v' s'^2 + (n-1) \tilde{s}^2 + n(\mu - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) \\ &\propto \chi^{-2}(\bar{x}, n, s'', v''). \end{aligned} \quad (3.108)$$

Nach *Caspeele 2010* mit Verweis auf *Gelman 2004* lässt sich daraus die Prädiktorverteilung (vgl. Abschnitt 3.4.3) anhand der doppelten Integration über die möglichen Bereiche der Verteilungsparameter  $M, \Sigma$  bestimmen. Das Ergebnis entspricht einer zentralen t-Verteilung mit Freiheitsgrad  $v''$ :

3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

$$F_X(x) = T_{v''} \left( \frac{x - \bar{x}}{s''} \sqrt{\frac{n}{1+n}} \right). \quad (3.109)$$

Dies ist vergleichbar mit dem Ergebnis der Gleichung (3.84), wobei in die Verteilung nach Gleichung (3.109) lediglich Vorinformationen bezüglich der Standardabweichung einfließen.

Gemäß *Caspeele 2010* lässt sich damit die Aussagequalität zur Abschätzung der charakteristischen In-situ-Festigkeit eines Bauwerks anhand von Bohrkernfestigkeiten über

$$\hat{f}_{ck, is} = \bar{x} + t_{v''; 0,05} \cdot s'' \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} \quad (3.110)$$

mit:

$$v'' = v' + n, \quad (3.111)$$

$$s'' = \sqrt{\frac{1}{v''} \left[ v' \cdot s'^2 + (n-1) \cdot \tilde{s}^2 \right]} \quad (3.112)$$

und den Priorparametern nach Tab. 3.10 verbessern.

Tab. 3.10: Generalisierte Priorparameter für Betone in Abhängigkeit vom Mischort, nach *Caspeele 2010*

Mischort	s' [N/mm <sup>2</sup> ]	v' [-]
Baustelle	4,44	3,17
Transportbetonwerk	4,11	4,71
Fertigteilverk	3,66	3,57

Diese Parameter basieren auf den Auswertungsergebnissen von *Rackwitz 1983*. Die dort veröffentlichten Ergebnisse sind das Resultat der Auswertung einer großen Datenbank von Würfelfestigkeiten aus Güteprüfungen, welche die Qualität der Betonproduktion in Süddeutschland zu Beginn der 1980er Jahre repräsentieren. Vergleiche in *Caspeele 2010* zeigen, dass diese Parameter auch mit dem belgischen Produktionsangebot dieser Zeit vergleichbar sind und sie des Weiteren auch als Vorinformation für die heutige Produktionsqualität sinnvoll sind.

Bedenkt man allerdings, dass in diesen Vorinformationen lediglich das Streuungsverhalten der Festigkeiten von Probewürfeln enthalten ist, so ist die Anwendung zur Bestimmung der charakteristischen In-situ-Festigkeit fragwürdig. Wie bereits oben beschrieben, geben Würfelfestigkeiten nicht das Streuungsverhalten des Bauwerksbetons wieder, da bei Ihrer Herstellung und Lagerung im Allgemeinen Rahmenbedingungen herrschen, die zu kleineren Streuungen führen, als sie bei Bauwerksbeton zu erwarten sind.

Daher sollten die in *Caspeele 2010* beschriebene Vorgehensweise sowie die Priorparameter nur dann zur Anwendung kommen, wenn für ein zu bewertendes Bauwerk

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Prüfergebnisse der verwendeten Betone vorliegen und diese zu Beginn der 1980er Jahre oder später hergestellt wurden. Mit Hilfe von Gleichung (3.110) lassen sich charakteristische Würfeldruckfestigkeiten bestimmen, die unter Berücksichtigung der Umrechnungsfaktoren des Abschnitts 2.3.4 in charakteristische Zylinderdruckfestigkeiten  $f_{ck,cyl}$  transformiert werden können.

Bei der Verwendung einer solchen Betondruckfestigkeit  $f_{ck,cyl}$  in den Nachweisformaten des EC 2 ist auf eine Umrechnung nach Abschnitt 3.5.5.2 zu verzichten, da die unterschiedlichen Festigkeiten von Bauwerks- und Probekörperbeton bereits im Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c = 1,50$  berücksichtigt werden.

#### **3.5.5 Verwendung der charakteristischen In-situ-Betondruckfestigkeit zur Nachrechnung bestehender Tragwerke**

##### **3.5.5.1 Allgemeines**

Neben der charakteristischen Betondruckfestigkeit  $f_{ck}$  ist bei der eigentlichen Nachrechnung bestehender Tragwerke auch der Bemessungswert der Betondruckfestigkeit  $f_{cd}$  erforderlich. Zu dessen Berechnung stehen zwei Möglichkeiten zur Verfügung. Dabei ist eine Zuordnung des Betons in einer Betonfestigkeitsklasse nicht erforderlich. Vielmehr kann der errechnete Wert für  $f_{ck}$  und  $f_{cd}$  direkt in die Nachweisformate nach EC 2 (DIN EN 1992-1-1:2011 mit DIN EN 1992-1-1/NA:20011) eingesetzt werden.

##### **3.5.5.2 Möglichkeit I: mit üblichen Teilsicherheitsbeiwerten**

Die berechnete, charakteristische Zylinderdruckfestigkeit  $f_{ck,cyl,is}$  wird analog zur Vorgehensweise in DIN EN 13791:2008 durch den Faktor 0,85 zur Berücksichtigung der geringeren Festigkeit von Bauwerksbeton und Bohrkern im Verhältnis zur Festigkeit von genormten Probekörpern geteilt und anschließend in der Bemessung verwendet:

$$f_{ck} = f_{ck,cyl,is} \cdot \frac{1}{0,85}, \quad (3.113)$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (3.114)$$

mit:  $\alpha_{cc}$       Beiwert zur Berücksichtigung des Dauerstandsverhaltens nach EC 2, gemäß NA (DIN EN 1992-1-1/NA:20011)  $\alpha_{cc} = 0,85$ ,

$\gamma_c$       Teilsicherheitsbeiwert für Beton,  $\gamma_c = 1,50$ .

Der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c$  darf nicht zusätzlich modifiziert werden. In der Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand *Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung 2011* wird diese Vorgehensweise in *Abschnitt 11.2 (5)* ebenfalls angewendet.

Allerdings wird in *Steenbergen, Vervuurt 2012* diese Art des Vorgehens kritisiert. Dort wird bezweifelt, dass der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c$  gemäß EC 2 tatsächlich die geringere Festigkeit von Bauwerksbeton im Verhältnis zur Festigkeit von genormten Probekörpern über den oben genannten Faktor berücksichtigt.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Dieser Zweifel steht jedoch im Widerspruch zu den Aussagen in König et al. 1998 oder dem Kommentar zum Eurocode 2 in *European Concrete Platform ASBL 2008*. Dort wird explizit auf die Berücksichtigung dieses Verhältnisses bei der Festlegung des Teilsicherheitsbeiwertes hingewiesen. In der zuletzt genannten Quelle heißt es wörtlich:

„Assuming an additional factor 1,15 to cover the uncertainty arising from the concrete being tested with test specimens specially made and cured for this purpose, rather than from the finished structure, the result is  $\gamma_c = 1,15 \cdot 1,30 = 1,50$ .“

Somit führt die direkte Verwendung der charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit  $f_{ck,cyl,IS}$  in den Nachweisen des EC 2 zu Ergebnissen, die ein tendenziell höheres Sicherheitsniveau aufweisen als die Nachweise bei der Planung von Neubauten.

Dies gilt auch für den weiteren Kritikpunkt in Steenbergen, Vervuurt 2012. Hinsichtlich der Querkraftregelungen in EC 2 könne der Bauwerk/Probekörper-Faktor nicht in Ansatz gebracht werden, da diese Nachweise anhand von Versuchen an Stahlbetonbalken, deren tatsächliche Betondruckfestigkeit bei der Auswertung berücksichtigt wird, in der Form kalibriert seien, dass in Kombination mit  $\gamma_c = 1,50$  der geforderte Zuverlässigkeitsindex erreicht wird.

Bei genauerer Betrachtung der Querkraftregelungen ist zumindest für die Regelungen im Nationalen Anhang des EC 2 in Deutschland (*DIN EN 1992-1-1/NA:2011*), welche auf den Regelungen der *DIN 1045-1:2008* beruhen, festzustellen, dass der geäußerte Kritikpunkt nicht zutreffend ist.

Betrachtet man die Grundlagen der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Bauteile, die in Hegger et al. 1999 überprüft und vereinheitlicht werden, so zeigt sich, dass die tatsächlichen Druckfestigkeiten der ausgewerteten Versuchskörper nur bei der Kalibrierung des charakteristischen Widerstands einfließen. D. h., dass die in den Versuchen bestimmten Widerstandswerte in 95 % der Nachrechnungen größer sind, als die per Nachweisformel berechneten Widerstände. Zur Sicherstellung des geforderten Sicherheitsniveaus wird vereinfacht – unabhängig von der Art des Tragfähigkeitsnachweises – der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c = 1,50$  verwendet. Dieser berücksichtigt, wie bereits oben beschrieben, die geringere Festigkeit von Bauwerksbeton im Verhältnis zur Festigkeit der genormten Probekörpern. Er sollte daher bei der Verwendung der äquivalenten charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit  $f_{ck,cyl,IS}$  in den Bemessungsformeln des EC 2 herausgerechnet werden, um wirtschaftliche Nachweisergebnisse zu erhalten.

#### **3.5.5.3 Möglichkeit II: mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten**

Die berechnete, charakteristische Zylinderdruckfestigkeit  $f_{ck,cyl,IS}$  wird direkt zur Bestimmung von  $f_{cd}$  eingesetzt und weiterverwendet:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck,cyl,IS} / \gamma_c' \quad (3.115)$$

Der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c'$  auf der Werkstoffseite darf im Rahmen von probabilistischen Rechenverfahren nach *DIN EN 1990:2010, Anhang C*, z. B. nach *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e. V. 2013* modifiziert werden.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Die dort angegebenen Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_c'$  sind bereits unter dem Ansatz der Festigkeit des Bauwerksbetons modifiziert, weshalb eine Umrechnung der charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit  $f_{ck,cyl,IS}$  nach Gleichung (3.113) nicht erfolgen darf. Bauaufsichtliche Einschränkungen hinsichtlich der Anwendbarkeit probabilistischer Verfahren sind dabei im Einzelfall zu beachten.

## **3.6 Betonstahl**

### **3.6.1 Einleitung**

Zur Bestimmung der charakteristischen Werkstoffeigenschaften von Betonstählen sind für das zu bewertende Bauwerk oder Bauwerksteile/-abschnitte Prüfbereiche festzulegen, von denen bekannt ist oder vermutet wird, dass die in ihnen verwendeten Betonstähle einer Stahlsorte entsprechen.

Die Position der einzelnen Stäbe ist mittels zerstörungsfreier Prüfverfahren (z. B. Wirbelstrom, Radar, Ultraschall) zu detektieren. Ihre Freilegung erfolgt am zweckmäßigsten mit Hochdruckwasserstrahlverfahren, da hierbei die Bewehrungsstäbe nicht beschädigt werden.

Die Mindestlänge der zu entnehmenden Probestäbe sollte rund 650 mm betragen. Sie hängt aber in erster Linie von der Einspannvorrichtung der bei den Zugversuchen verwendeten Prüfmaschine ab.

### **3.6.2 Verifikation von Betonstählen**

Bei der Verifikation von Betonstählen soll überprüft werden, ob die Annahme einer Stahlsorte für einen festgelegten Prüfbereich gerechtfertigt ist. Hierzu dienen neben den aus Zugversuchen ermittelten Arbeitslinien an mindestens drei repräsentativen Proben auch Spektralanalysen, welche einen Einblick in die chemische Zusammensetzung der verwendeten Stähle ermöglichen und somit einen Rückschluss auf die Vergießungs- und Desoxidationsart zulassen. Kann die analysierte Bewehrung eines Prüfbereichs einer Stahlsorte zugeordnet werden, so ist die charakteristische Streckgrenze  $f_{yk}$  entsprechend Tab. 2.32, Tab. 2.33 oder Tab. 2.34 für die Bemessung zu verwenden. Diese Vorgehensweise wird bereits in der *Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung 2011* unter *Abschnitt 17.3.2* angewandt und entspricht dem dort genannten Fall „Zuordnung von Eigenschaften“.

### **3.6.3 Empfohlene Vorgehensweise zur Bestimmung der mechanischen Kennwerte von Betonstahl**

Die Bestimmung der mechanischen Kennwerte von Betonstahl eines Prüfbereichs ist zum einen erforderlich, falls keine oder nur unzureichende Informationen über die Bewehrung des Bestandsbauwerks vorliegen. Zum anderen eröffnet sie die Möglichkeit, die tatsächlich höheren Festigkeiten von verbauten Betonstählen ausnutzen zu können oder die Teilsicherheitsbeiwerte z. B. nach *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2013* auf der Widerstandsseite zu modifizieren. Hierbei empfiehlt sich ein Stichprobenumfang von mindestens acht Probestäben.

### 3 Bestimmung charakteristischer Werkstoffkennwerte aus Bauwerksuntersuchungen

Aus den jeweiligen Messergebnissen der Zugversuche lassen sich dann die 5%-Quantile der Streckgrenze  $f_{yk}$  und die 10%-Quantile für das Verhältnis von Zugfestigkeit und Streckgrenze sowie der Dehnung unter Höchstlast nach denen in den Abschnitten 3.3.6 und 3.4.3 genannten Methoden ermitteln.

Hierzu sei angemerkt, dass die in *DIN EN 1990:2010* aufgeführten Tabellenwerte für den Faktor  $k_n$  nur für 5%-Quantile gelten. Durch entsprechende Änderung der Gleichungen (3.88) und (3.91) (10%-Quantile der t-Verteilung und der standardisierten Normalverteilung) ergeben sich die folgenden tabellierten Werte:

Tab. 3.11:  $k_n$ -Werte für 10%-Quantile in Anlehnung an *DIN EN 1990:2010*

n	1	2	3	4	5	6	8	10	20	$\infty$
$V_x$ bekannt	1,81	1,57	1,48	1,43	1,40	1,38	1,36	1,34	1,31	1,28
$V_x$ unbekannt	-	-	2,18	1,83	1,68	1,59	1,50	1,45	1,36	1,28

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Die Standsicherheit bestehender Tragwerke ist beispielsweise neu zu bewerten, wenn diese aufgrund einer Umnutzung zusätzlich beansprucht werden. Dies gilt auch für solche Fälle, in denen durch Alterungserscheinungen oder Schadensereignisse die ursprüngliche Standsicherheit in Frage zu stellen ist. Häufig ergibt sich dabei jedoch die Schwierigkeit, dass für eine erste Bewertung zunächst keine Bestandsaufnahme mit ausreichend umfänglicher Entnahme von Proben aus dem Bauwerk vorliegt – zum Beispiel weil das Gebäude zum Zeitpunkt der Bewertung noch genutzt wird. Da die Neuberechnung grundsätzlich immer nach aktuellem Normenwerk zu erfolgen hat, fehlen dann charakteristische Festigkeiten nach neuer Normengeneration. Stehen jedoch eine statische Berechnung und/oder Ausführungspläne zum Ursprungszustand oder zu etwaigen zwischenzeitlich durchgeführten Umbaumaßnahmen zur Verfügung, so können auf dieser Basis die in den historischen Normen geforderten Werkstoffeigenschaften in charakteristische Werkstoffkennwerte nach aktuellem Normenwerk umbewertet werden.

Anhand einer umfangreichen Literaturlauswertung wird gezeigt, dass die Prüfbedingungen für die Bestimmung der Betondruckfestigkeit ab 1916 als vergleichbar mit den aktuellen Prüfbedingungen betrachtet werden können. Ab diesem Zeitpunkt lassen sich die Ergebnisse von früheren Druckversuchen an Probekörpern aus Beton mit den aktuell geforderten Referenzgrößen vergleichen, indem die unterschiedlichen Prüfkörpergeometrien und Prüfkörperlagerungen anhand von Umrechnungsfaktoren berücksichtigt werden.

Da erst ab 1972 – bzw. ab 1980 auf dem Hoheitsgebiet der ehemaligen DDR – (*DIN 1045:1972*, *TGL 33411/01:1979*) die geforderten Betondruckfestigkeiten entsprechend den aktuellen Forderungen in *EC 2* als 5%-Quantile definiert sind, lassen sich nur für die entsprechenden Betonfestigkeitsklassen charakteristische Druckfestigkeiten direkt anhand der oben genannten Umrechnungsfaktoren zuordnen.

Die in früheren Regelwerken geforderten mittleren Betondruckfestigkeiten müssen zunächst in entsprechende Quantile umgerechnet und dann an die aktuell geforderten Referenzgrößen angepasst werden. Hierbei ist zwischen nicht güteüberwachten Betonen (ab 1916) und güteüberwachten Betonen (ab 1943) zu unterscheiden. Die Bestimmung von charakteristischen Druckfestigkeiten nicht güteüberwachter Betone erfolgt in analytischer Form, wobei die statistischen Parameter der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der betrachteten Betone auf den Ergebnissen von *Rüsch et al. 1969* beruhen. Anhand von numerischen Simulationen wird der Einfluss der Güteüberwachung auf die statistischen Verteilungen der Druckfestigkeit güteüberwachter Betone untersucht und daraus eine ingenieurmäßige Abschätzung der charakteristischen Betondruckfestigkeit der betrachteten Güteklassen abgeleitet, die in *Zilch et al. 2012* für die Betongüten B 225, B 300 und B 450 als eine auf der sicheren Seite liegende, zulässige Annahme bestätigt wird.

Die charakteristischen Betondruckfestigkeiten für ab 1916 in Deutschland produzierte Betone und deren Zuordnung in eine Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* sind für die oben genannten Zeiträume in tabellarischer Form dargestellt. Die in den Ta-

bellenen angegeben Werte der charakteristischen Betondruckfestigkeit können direkt in die Nachweisformate nach *EC 2* eingesetzt werden.

Die für die Bemessung von Stahlbetonbauteilen maßgeblichen charakteristischen Werkstoffeigenschaften von Betonstählen sind die Streckgrenze sowie das Verhältnis von Zugfestigkeit/Streckgrenze und die Gesamtdehnung unter Höchstkraft. Anhand der beiden Letzteren werden die Anforderungen an die Duktilitätseigenschaften (Duktilitätsklassen) von Betonstählen festgelegt. Diese Werkstoffeigenschaften werden mit Zugversuchen bestimmt. Anhand einer umfangreichen Literaturlauswertung wird gezeigt, dass die Prüfbedingungen bei der Durchführung von Zugversuchen an Betonstahlproben seit 1924 mit den aktuell geforderten Prüfbedingungen als vergleichbar betrachtet werden können. Die Ergebnisse von früheren Zugversuchen an Betonstahlproben lassen sich hinsichtlich der Streckgrenze und der Zugfestigkeit direkt (ohne Umrechnungsfaktoren) mit den aktuell geforderten Referenzgrößen vergleichen.

Die Anforderungen an die Gesamtdehnung unter Höchstkraft werden erstmals in *DIN 1045-01:2001* festgelegt, weshalb frühere Normenwerke keine Prüfbedingungen für die Bestimmung dieser Werkstoffeigenschaft beinhalten. Daher erfolgt die Zuordnung früher produzierter Betonstähle in die aktuell geforderten Duktilitätsklassen nach *DIN 488-1:2009* anhand der Auswertung von in der Fachliteratur veröffentlichten Untersuchungsergebnissen. Sie zeigt, dass die im letzten Jahrhundert verwendeten naturharten Betonstähle die Anforderungen der Duktilitätsklasse B erfüllen und ab 1972 produzierte, kaltverformte Betonstähle der Duktilitätsklasse A zuzuordnen sind. Für kaltverformte Betonstähle, die vor 1972 produziert wurden, und für Betonstahlmatten kann keine allgemeine Zuordnung in eine Duktilitätsklasse erfolgen, weshalb diese jeweils gesondert zu beurteilen sind.

Außerdem ergab die bereits oben genannte Auswertung von in der Fachliteratur veröffentlichten Untersuchungsergebnissen, dass die in früheren Regelwerken geforderten Kennwerte der mechanischen Eigenschaften von Betonstählen auf der sicheren Seite liegend als Quantilwerte angenommen werden können, die den aktuellen Anforderungen nach *DIN 488-1:2009* entsprechen.

Für die Anwendung der in *EC 2* geregelten Nachweisformate werden die charakteristischen Streckgrenzen bzw. 0,2%-Dehngrenzen für Betonstähle – geordnet nach ihren Bezeichnungen und Verwendungszeiträumen – sowie deren Zuordnung in eine Duktilitätsklasse nach *DIN 488-1:2009* in tabellarischer Form dargestellt.

Die vorliegende Arbeit bietet somit konkrete Hilfen bei der Bewertung historischer Betone und Betonstähle, deren Klassifizierung gemäß einer früheren Normfassung bekannt ist.

Zur Verifizierung von Werkstoffgütern und in Fällen, in denen keine oder nur unzureichende Informationen über ein zu bewertendes Bauwerk vorliegen, sind die charakteristischen Werkstoffkennwerte anhand von Bauwerksuntersuchungen zu bestimmen.

Im Allgemeinen sind dabei zunächst die Art der Verteilungsfunktion einer interessierenden Werkstoffeigenschaft als auch die dazugehörigen Parameter anhand von Stichprobenergebnissen aus einer Bauwerksuntersuchung zu bestimmen und daraus im

Anschluss die Kenngrößen der entsprechenden Grundgesamtheit abzuleiten, welche die Stichprobenwerte repräsentieren. Hierbei ist zwischen den Verfahren der „klassischen“ Statistik und der Vorgehensweise auf Grundlage der sogenannten Bayesschen Statistik zu unterscheiden. Die zuletzt genannte erlaubt es, auch Vorinformationen in allgemeinerer Form bei der Bestimmung von charakteristischen Kennwerten ( $p$ -Quantilen) zu berücksichtigen.

Die mathematischen Grundlagen der beiden Verfahren werden zusammengefasst dargestellt, um ihre Unterschiede zu zeigen und die Hintergründe der in *DIN ISO 16269-6:2009* („klassische Statistik) und *DIN EN 1990:2010* (Bayes Ansatz mit diffuser Vorinformation) angegebenen  $k$ -Faktoren zu erläutern, die in der vorliegenden Arbeit für die Bestimmung von charakteristischen Werkstoffkennwerten auf der Grundlage von Prüfergebnissen empfohlen werden. Da allerdings die Anwendung der  $k$ -Faktoren der *DIN ISO 16269-6:2009* bei logarithmischen Normalverteilungen zu einer systematischen Überbewertung der charakteristischen Werkstoffkennwerte führt, wird außerdem ein Ansatz vorgestellt, mit dem näherungsweise die unteren Grenzen von  $p$ -Quantilen bei einem vorgegebenen Konfidenzniveau bestimmt werden können.

Für die Bestimmung der charakteristischen Werkstoffeigenschaften von Beton und Betonstahl anhand von Prüfergebnissen aus Bauwerksuntersuchungen sind in der vorliegenden Arbeit Konzepte erarbeitet, welche die zu beachtenden Besonderheiten des jeweiligen Werkstoffs berücksichtigen. Sie enthalten unter anderem Empfehlungen für die Festlegung von Prüfbereichen und Stichprobenumfängen sowie Hinweise für die Probenentnahme von Betonbohrkernen und Stahlbetonstäben.

Für den Werkstoff Beton existiert zwar diesbezüglich schon ein Regelwerk in Form der *DIN EN 13791:2008*, dessen Anwendung ist allerdings nach Meinung des Autors auf solche Fälle zu beschränken, in denen Zweifel hinsichtlich der Konformität einer verbauten Festigkeitsklasse nach *DIN EN 206-1:2001* bestehen. Insbesondere ist von der Ermittlung der charakteristischen In-situ-Betondruckfestigkeiten nach Ansatz B in *DIN EN 13791:2008* abzuraten, weil diese bei den im Bestand typischerweise vorliegenden großen Streuungen sehr unsichere Werte annehmen können. Es wäre daher wünschenswert, wenn die diesbezüglichen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit bei der Erstellung der nächsten Fassung von *DIN EN 13791* berücksichtigt werden.

Bei Anwendung des oben erwähnten Konzepts lassen sich aus den ermittelten charakteristischen Werkstoffkennwerten der untersuchten Betonstahlproben direkt deren Bemessungswerte der Streckgrenze – unter Berücksichtigung eines Teilsicherheitsbeiwerts von  $\gamma_s = 1,15$  – und ihre Duktilitätsklasse bestimmen, die für die Anwendung der Nachweisformate nach *EC 2* erforderlich sind.

Die im Sicherheitskonzept des *EC 2* unterstellte geringere Festigkeit im Tragwerk gegenüber derjenigen von Probekörpern in Anlehnung an *DIN EN 13791:2008* kann bei der Ermittlung des Bemessungswerts von Betondruckfestigkeiten anhand der charakteristischen In-situ-Festigkeits über den Erhöhungsfaktor  $1/0,85$  berücksichtigt werden, sofern der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_c = 1,5$  gesetzt wird.

Außerdem ermöglichen die in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Konzepte zur Bestimmung der charakteristischen Werkstoffeigenschaften von Beton und Beton-

stahl anhand von Prüfergebnissen aus Bauwerksuntersuchungen die Anwendung von modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten. Unter Berücksichtigung der ermittelten Streuungsparameter der untersuchten Werkstoffeigenschaften dürfen die Teilsicherheitsbeiwerte auf der Werkstoffseite im Rahmen von probabilistischen Rechenverfahren nach *DIN EN 1990:2010, Anhang C*, z. B. nach *Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e. V. 2013* modifiziert werden, wodurch sich im Allgemeinen die Wirtschaftlichkeit der Bemessungsergebnisse verbessert. Bauaufsichtliche Einschränkungen hinsichtlich der Anwendbarkeit probabilistischer Verfahren sind dabei im Einzelfall zu beachten.

Für den speziellen Fall, dass für ein zu bewertendes Bauwerk oder Bauteil die Ergebnisse der Güteprüfungen des verwendeten Betons bekannt sind, lässt sich für Betone, die zu Beginn der 1980er Jahre oder später produziert wurden, anhand von Vorinformationen die Aussagequalität zur Abschätzung der charakteristischen Würfeldruckfestigkeit verbessern. Diese können nach der Transformation in eine charakteristische Zylinderdruckfestigkeit in den Nachweisformaten des *EC 2* verwendet werden. Als Vorinformation dienen dabei generalisierte Priorparameter für Betone in Abhängigkeit von ihrem Mischort, die in *Caspeele 2010* ausgewiesen sind und auf den Auswertungsergebnissen von Probewürfeln in *Rackwitz 1983* beruhen.

Grundsätzlich könnten auf der Grundlage des „Bayesschen Updating“ solche Vorinformationen auch bei der Bestimmung der charakteristischen Werkstoffeigenschaften von Beton und Betonstahl aus Bauwerksuntersuchungen verwendet werden. Da diese Methodik es ermöglicht, anhand von Vorinformationen aus bereits durchgeführten Werkstoffuntersuchungen zukünftige Bewertungen zu präzisieren, wäre es daher wünschenswert, entsprechende Daten von Werkstoffuntersuchungen an bestehenden Bauwerken aus Stahlbeton zentral zu sammeln und auszuwerten. Hierbei müsste allerdings durch weitere Forschungsprojekte zunächst überprüft werden, inwieweit die gewonnenen Vorinformationen auf andere Bestandtragwerke zu übertragen und welche Randbedingungen dabei einzuhalten sind. Bei ausreichender Datengrundlage wären aufgrund einer Verringerung der statistischen Unsicherheit auch dann „günstigere“ charakteristische Werkstoffkennwerte von Bestandtragwerken bestimmbar, wenn nur geringe Stichprobenumfänge vorlägen.

## Literaturverzeichnis

- ACI 214.4R-10 2010-06** ACI 214.4R-10: *Guide for Obtaining Cores and Interpreting Compressive Strength Results*. 2010-06.
- ACI 228.1R 1988** ACI 228.1R: *In-Place Methods to Estimate Concrete Strength*. In: *ACI Materials Journal*:1988, September-Oktober, S. 446–471.
- Aegerter und Wehrstedt 2007** AEGERTER, Johannes ; WEHRSTEDT, Alois: *Der Zugversuch ist jetzt einheitlich genormt : NA Materialprüfung (NMP)*. Von DIN 50145 zu DIN EN ISO 6892. In: *DIN-Mitteilungen*:2007, S. 18–26.
- Anderson und Darling 1952** ANDERSON, T. W.; DARLING, D. A.: *Asymptotic Theory of Certain "Goodness of Fit" Criteria Based on Stochastic Processes* : The Institute of Mathematical Statistics:1952.
- Baehre u. Käpplein 1993** BAEHRE, Rolf ; KÄPPLEIN, Rudolf: *Zeitabhängige Änderungen von Werkstoffeigenschaften bei alten Baustählen*. In: SCHMIDT, Hartwig (Hrsg.): *Erhaltungskonzepte: Methoden und Maßnahmen zur Sicherung historischer Bauwerke*. Berlin : Ernst & Sohn, 1993. – ISBN 3-433-01241-5, S. 177–186.
- Baer 2007** BAER, Wolfram: *Zur Alterung von Thomasstählen : Zusammenhänge, Mechanismen und Auswirkungen auf die mechanisch-technologischen Eigenschaften*. In: *MP Materials Testing* 49:2007, 1-2, S. 37–45.
- Bargmann 2001** BARGMANN, Horst: *Historische Bautabellen : Normen und Konstruktionshinweise 1870 bis 1960*. 3. Aufl. Düsseldorf : Werner, 2001. – ISBN 9783804144453.
- Bartlett u. MacGregor 1994** BARTLETT, F. M. ; MACGREGOR, J. G.: *Assessment of Concrete Strength in Existing Structures*. 1994 (Structural Engineering Report No. 198) .
- Berger 1985** BERGER, James O.: *Statistical decision theory and Bayesian analysis*. 2. Aufl., New York, NY : Springer, 1985 (Springer series in statistics). – ISBN 9780387960982.
- Bindseil u. Schmitt 2002** BINDSEIL, Peter ; SCHMITT, Mirco O. A.: *Betonstähle : Vom Beginn des Stahlbetonbaus bis zur Gegenwart ; Datensammlung mit Suchfunktion*. Berlin : Verl. Bauwesen, 2002. – ISBN 978-3-410-21174-7.
- Bindseil et al. 2009** BINDSEIL, Peter ; RÜHL, Marcus ; FLOHRER, Claus ; SCHNELL, Jürgen ; KURZ, Wolfgang: *Aspekte der Standsicherheit beim Bauen im Bestand : Sachstandsbericht 2009*. Gefördert mit Mitteln des Förderprogramms "Wissen schafft Zukunft" des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur Rheinland-Pfalz. Kaiserslautern, 2009. – Gefördert mit Mitteln des Förderprogramms "Wissen schafft Zukunft" des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur Rheinland-Pfalz.
- Bindseil et al. 2011** BINDSEIL, Peter ; FLOHRER, Claus ; SCHNELL, Jürgen ; KURZ, Wolfgang ; LOCH, Markus (Mitarb.): *Aspekte der Standsicherheit beim Bauen im Bestand : Abschlussbericht 2011*. Gefördert mit Mitteln des Förderprogramms "Wissen schafft Zukunft" des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft, Jugend und Kultur Rheinland-Pfalz. 2011-08:
- Bonzel 1959** BONZEL, J.: *Zur Gestaltungsabhängigkeit der Betondruckfestigkeit*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 54: 1959, Heft 9+10, S. 223-228; 247-248.

- Box u. Tiao 1973** BOX, George E. P. ; TIAO, George C.: *Bayesian inference in statistical analysis*. Reading, Mass. : Addison-Wesley Pub. Co, 1973. – ISBN 9780201006223.
- Brandes 2008** BRANDES, Klaus: *Eigenschaften alter Eisen und Stähle und ihre adäquate Materialprüfung und Bewertung*. In: *Bautechnik* 85:2008, Nr. 6, S. 394–406.
- Brandes u. Limberger 1985** BRANDES, K. ; LIMBERGER, E.: *Zur Beeinflussung der Festigkeitskennwerte von Betonstahl durch die Dehngeschwindigkeit*. (Teil 1). In: *Beton- und Stahlbetonbau* 80:1985, Nr. 4, S. 90–94.
- Bungey u. Millard 2006** BUNGEY, J. H. ; MILLARD, S. G.: *Testing concrete structures*. London : Routledge:2006. – ISBN 9780415263016.
- Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung 2011** BUNDESMINISTERIUM FÜR VERKEHR, BAU UND STADTENTWICKLUNG: *Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Nachrechnungsrichtlinie): 2011*. – Aktualisierungsdatum: 05/2011.
- Burghardt u. Neuhoﬀ 1982** BURGHARDT, H. ; NEUHOFF, G.: *Stahlerzeugung* : Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1982.
- Caspeele 2010** CASPEELE, R.: *Probabilistic Evaluation of Conformity Control and the Use of Bayesian Updating Techniques in the Framework of Safety Analyses of Concrete Structures*. Dissertation. Ghent, Ghent University, Department of Structural Engineering, Magnel Laboratory for Concrete Research. Dissertation, 2010.
- Deutscher Ausschuss für Stahlbeton 2003** DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (Hrsg.): *Hefte des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton : Erläuterungen zu den Normen DIN EN 206-1, DIN 1045-2, DIN 1045-3, DIN 1045-4 und DIN 4226*. Berlin : Beuth Verlag, 2003 (526).
- D’Agostino u. Stephens 1986** D’AGOSTINO, Ralph B. ; STEPHENS, Michael A.: *Goodness-of-fit techniques*. New York : M. Dekker:1986. – ISBN 0824774876.
- Deutsche Bahn 2002** DEUTSCHE BAHN: *Richtlinie 805 : Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken*. 2002-09.
- Deutsche Bahn 2008** DEUTSCHE BAHN: *Richtlinie 805 : Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken*. 2008-11.
- Deutscher Ausschuss für Eisenbeton 1916** DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR EISENBETON: *Bestimmungen für Ausführungen von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton*. 1916-01-13.
- Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2008** DEUTSCHER BETON- UND BAUTECHNIK-VEREIN E.V.: *DBV-Merkblattsammlung : Bauen im Bestand. Baustoffe - Beton und Betonstahl*. Berlin, 2008.
- Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V. 2013** DEUTSCHER BETON- UND BAUTECHNIK-VEREIN E.V.: *DBV-Merkblattsammlung : Bauen im Bestand. Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Stahlbetonbauteile*. Berlin, 2013.
- Deutscher Beton-Verein (E.V.) 1949** DEUTSCHER BETON-VEREIN (E.V.): *50 Jahre Deutscher Beton-Verein – 1898-1948*. Wiesbaden, 1949.
- Diamantidis 2001** DIAMANTIDIS, Dimitrios: *Probabilistic assessment of existing structures : A publication of the Joint Committee on Structural Safety (JCSS)* Cachan : RILEM:2001. – ISBN 2-912143-24-1.

- DIBt 2011a** DIBt: *Liste der harmonisierten europäischen Normen nach der BPR*. URL [http://www.dibt.de/de/data/hEN\\_Liste.pdf](http://www.dibt.de/de/data/hEN_Liste.pdf). – Überprüfungsdatum 2011-12-20.
- DIBt 2011b** DIBt: *Bauregelliste A*. In: *Bauregelliste A, Bauregelliste B und Liste C 42:2011, Nr. 41*.
- DIN 1045:1925**: Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton. NORMENAUSSCHUSS DER DEUTSCHEN INDUSTRIE, Berlin : Beuth Verlag, 1925-09.
- DIN 1045:1937**: Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton - A. Bestimmungen für Ausführungen von Bauwerken aus Eisenbeton. DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1937-05.
- DIN 1045:1943**: Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton - A. Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Stahlbeton. DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1943-03.
- DIN 1045:1959**: Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton - A. Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Stahlbeton. DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1959-11.
- DIN 1045:1972**: Beton- und Stahlbetonbau - Bemessung und Ausführung. DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1972-01.
- DIN 1045:1988**: Beton und Stahlbeton - Bemessung und Ausführung. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 1988-07.
- DIN 1045-1:2001**: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2001-07.
- DIN 1045-1:2008**: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 1: Bemessung und Konstruktion. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2008-08.
- DIN 1045-2:2008**: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 2: Beton - Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität - Anwendungsregeln zu DIN EN 206-1. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2008-08.
- DIN 1045-3:2008**: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton - Teil 3: Bauausführung. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2008-08.
- DIN 1048 Blatt 1:1972**: Prüfverfahren für Beton – Frischbeton, Festbeton gesondert hergestellter Probekörper. DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1972-01.
- DIN 1048 Teil 1:1978**: Prüfverfahren für Beton – Frischbeton, Festbeton gesondert hergestellter Probekörper. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 1978-12.
- DIN 1048:1925**: Bestimmungen für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton. NORMENAUSSCHUSS DER DEUTSCHEN INDUSTRIE, Berlin : Beuth Verlag, 1925-09.
- DIN 1048:1932**: Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton – Teil D. Bestimmungen für Steifprüfungen und für Druckversuche an Würfeln bei

- Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton. DEUTSCHER NORMEN-AUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1932-04.
- DIN 1048:1937:** Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton – Teil D. Bestimmungen für Steifprüfungen und für Druckversuche an Würfeln bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton. DEUTSCHER NORMEN-AUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1937-10.
- DIN 1048:1944:** Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton – Teil D. Bestimmungen für Betonprüfungen bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Stahlbeton. DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1944-04.
- DIN 1048-5:1991:** Prüfverfahren für Beton; Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 1991-07.
- DIN 1075:1930:** Berechnungsgrundlagen für Massive Brücken. DEUTSCHER NORMEN-AUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1930-08.
- DIN 1075:1938:** Berechnungsgrundlagen für massive Brücken. DEUTSCHER NORMEN-AUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1938-05.
- DIN 1075:1951:** Massive Brücken - Berechnungsgrundlagen. DEUTSCHER NORMEN-AUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1951-08.
- DIN 1602:1924:** Werkstoffprüfung – Begriffe (Festigkeitsversuche). NORMENAUS-SCHUSS DER DEUTSCHEN INDUSTRIE, 1924-06.
- DIN 1605:1924:** Werkstoffprüfung – Versuche. NORMENAUSSCHUSS DER DEUTSCHEN INDUSTRIE, 1924-06.
- DIN 1605:1929:** Werkstoffprüfung - Festigkeitsversuche. DEUTSCHER NORMENAUS-SCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1929-07.
- DIN 1605-2:1936:** Werkstoffprüfung - Mechanische Prüfung der Metalle; Zugversuch bei Zimmertemperatur. DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1936-02.
- DIN 1612:1924:** Flußstahl gewalzt - Formeisen, Stabeisen, Breiteisen (Universaleisen). NORMENAUSSCHUSS DER DEUTSCHEN INDUSTRIE, Berlin : Beuth Verlag, 1924-09.
- DIN 1612:1943:** Flußstahl gewalzt - Formstahl, Stabstahl, Breitflachstahl (Alte Bezeichnung: Formeisen, Stabeisen, Universaleisen). DEUTSCHER NORMENAUS-SCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1943-03.
- DIN 17100:1957:** Allgemeine Baustähle – Gütevorschriften. DEUTSCHER NORMENAUS-SCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1957-10.
- DIN 4227:1953:** Spannbeton - Richtlinien für Bemessung und Ausführung. DEUT-SCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1953-10.
- DIN 488-1:1972:** Betonstahl – Begriffe, Eigenschaften, Werkkennzeichen. DEUT-SCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1972-04.
- DIN 488-1:1984:** Betonstahl - Sorten, Eigenschaften, Kennzeichnung. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 1984-09.
- DIN 488-1:2009:** Betonstahl – Teil 1: Stahlsorten, Eigenschaften, Kennzeichnung. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2009-08.

- DIN 488-2:1986:** Betonstahl – Betonstabstahl, Maße und Gewichte. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 1986-06.
- DIN 488-3:1972:** Betonstahl - Betonstabstahl, Prüfungen. DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1972-04.
- DIN 488-3:1986:** Betonstahl - Betonstabstahl, Prüfungen. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 1986-06.
- DIN 488-4:1986:** Betonstahl – Betonstahlmatten und Bewehrungsdraht; Aufbau, Maße und Gewichte. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 1986-06.
- DIN 488-6:2010:** Betonstahl – Teil 6: Übereinstimmungsnachweis. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2010-01.
- DIN 50145:1975:** Prüfung metallischer Werkstoffe; Zugversuch. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 1975-05.
- DIN 50146:1951:** Prüfung metallischer Werkstoffe – Zugversuch ohne Feindehnmesungen; Durchführung und Auswertung. DEUTSCHER NORMENAUSSCHUSS, Berlin : Beuth Verlag, 1951-05.
- DIN EN 10002-1:1991:** Metallische Werkstoffe; Zugversuch; Teil 1: Prüfverfahren (bei Raumtemperatur); enthält Änderung AC 1:1990; Deutsche Fassung EN 10002-1:1990 und AC 1:1990. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 1991-04.
- DIN EN 10080:2005:** Stahl für die Bewehrung von Beton – Schweißgeeigneter Betonstahl – Allgemeines; Deutsche Fassung EN 10080:2005. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2005-08.
- DIN EN 12390-2:2001:** Prüfung von Festbeton - Teil 2: Herstellung und Lagerung von Probekörpern für Festigkeitsprüfungen; Deutsche Fassung EN 12390-2:2000. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2001-06.
- DIN EN 12390-2:2009:** Prüfung von Festbeton - Teil 2: Herstellung und Lagerung von Probekörpern für Festigkeitsprüfungen; Deutsche Fassung EN 12390-2:2009. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2009-08.
- DIN EN 12390-3:2002:** Prüfung von Festbeton - Teil 3: Druckfestigkeit von Probekörpern; Deutsche Fassung EN 12390-3:2001. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2002-04.
- DIN EN 12390-3:2009:** Prüfung von Festbeton - Teil 3: Druckfestigkeit von Probekörpern; Deutsche Fassung EN 12390-3:2009. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2009-07.
- DIN EN 12390-4:2000:** Prüfung von Festbeton - Teil 4: Bestimmung der Druckfestigkeit; Anforderungen an Prüfmaschinen; Deutsche Fassung EN 12390-4:2000. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2000-12.
- DIN EN 12504-1:2009:** Prüfung von Beton in Bauwerken - Teil 1: Bohrkernproben - Herstellung, Untersuchung und Prüfung der Druckfestigkeit; Deutsche Fassung EN 12504-1:2009. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2009-07.

- DIN EN 12504-2:2001:** Prüfung von Beton in Bauwerken - Teil 2: Zerstörungsfreie Prüfung; Bestimmung der Rückprallzahl; Deutsche Fassung EN 12504-2:2001. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2001-12.
- DIN EN 12504-3:2005:** Prüfung von Beton in Bauwerken - Teil 3: Bestimmung der Ausziehkraft; Deutsche Fassung EN 12504-3:2005. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2005-07.
- DIN EN 12504-4:2004:** Prüfung von Beton in Bauwerken - Teil 4: Bestimmung der Ultraschallgeschwindigkeit; Deutsche Fassung EN 12504-4:2004. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2004-12.
- DIN EN 13791:2008:** Bewertung der Druckfestigkeit von Beton in Bauwerken oder in Bauwerksteilen; Deutsche Fassung EN 13791:2007. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2008-05.
- DIN EN 14358:2007:** Holzbauwerke - Berechnung der 5%-Quantile für charakteristische Werte und Annahmekriterien für Proben; Deutsche Fassung EN 14358:2006. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2007-03.
- DIN EN 1990:2010:** Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2010-12.
- DIN EN 1992-1-1/NA:2011:** Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2011-01.
- DIN EN 1992-1-1:2011:** Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2011-01.
- DIN EN 1993-1-1:2010:** Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2005 + AC:2009. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2010-12.
- DIN EN 206-1:2001:** Beton - Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität; Deutsche Fassung EN 206-1:2000. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2001-07.
- DIN EN ISO 15630-1:2002:** Stähle für die Bewehrung und das Vorspannen von Beton - Prüfverfahren - Teil 1: Bewehrungsstäbe, -walzdraht und -draht (ISO 15630-1:2002); Deutsche Fassung EN ISO 15630-1:2002. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2002-09.
- DIN EN ISO 15630-1:2011:** Stähle für die Bewehrung und das Vorspannen von Beton – Prüfverfahren – Teil 1: Bewehrungsstäbe, -walzdraht und -draht (ISO 15630-1:2010); Deutsche Fassung EN ISO 15630-1:2010. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2011-02.
- DIN EN ISO 15630-2:2011:** Stähle für die Bewehrung und das Vorspannen von Beton – Prüfverfahren – Teil 2: Geschweißte Matten (ISO 15630-2:2010); Deutsche Fassung EN ISO 15630-2:2010. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2011-02.

- DIN EN ISO 6892-1:2009:** Metallische Werkstoffe – Zugversuch – Teil 1: Prüfverfahren bei Raumtemperatur (ISO 6892-1:2009); Deutsche Fassung EN ISO 6892-1:2009. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2009-12.
- DIN EN ISO 7500-1:2004:** Metallische Werkstoffe – Prüfung von statischen einachsigen Prüfmaschinen – Teil 1: Zug- und Druckprüfmaschinen– Prüfung und Kalibrierung der Kraftmesseinrichtung (ISO 7500-1:2004); Deutsche Fassung EN ISO 7500-1:2004. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2004-11.
- DIN ISO 16269-6:2009:** Statistische Auswertung von Daten - Teil 6: Ermittlung von statistischen Anteilsbereichen (ISO 16269-6:2005); Text Deutsch und Englisch. DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin : Beuth Verlag, 2009-10.
- Donauer u. Wöhnl 1986** DONAUER, H. ; WÖHNL, Ulrich: *Auswirkungen veränderter Prüfvorschriften auf Druckfestigkeitsergebnisse*. In: *beton* 36:1986, Nr. 10, S. 390–392.
- European Concrete Platform ASBL 2008** European Concrete Platform ASBL (Hg.): *Eurocode 2 Commentary*. Fassung Juni, 2008. URL [http://www.efca.info/downloads/Commentary\\_to\\_Eurocode.pdf](http://www.efca.info/downloads/Commentary_to_Eurocode.pdf)
- Fischer 2003** FISCHER, Lutz: *Charakteristische Werte - ihre Bedeutung und Berechnung. Diskussion einiger aktueller Sachverhalte zur neuen Normengeneration*. In: *Bauingenieur* 78:2003, Nr. 4, S. 179–186.
- Fischer 2006** FISCHER, Lutz: *Europäische Baunormen im Test – Charakteristische Werte nach DIN EN 1990, DIN EN 1926 und DIN EN 13162*. In: *Bau-technik* 83:2006, Nr. 5, S. 351–364.
- Gehler 1927** GEHLER, W.: *Würfelfestigkeit und Säulenfestigkeit als Grundlage der Betonprüfung*. In: *Beton und Eisen:1927*, S. 141 .
- Gehler 1932** GEHLER, W.: *Erläuterungen zu den Eisenbetonbestimmungen 1932*. 5. Aufl. : Wilhelm Ernst & Sohn, 1932.
- Gehler u. Palen 1952** GEHLER, W. ; PALEN, Christian: *Erläuterungen zu den Stahlbetonbestimmungen : mit Beispielen*. 6. Aufl. Berlin : Wilhelm Ernst & Sohn, 1952.
- Gelman 2004** GELMAN, Andrew: *Bayesian data analysis*. 2. Aufl. Boca Raton, Fla : Chapman & Hall/CRC:2004. – ISBN 9781584883883.
- Graf et al. 1966** GRAF, Ulrich ; HENNING, Hans-Joachim ; STANGE, Kurt ; GRAF: *Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik*. 2. Aufl. Berlin : Springer, 1966
- Gross 2012** GROSS, Jürgen: *Tests for Normality:2012*. URL <http://cran.r-project.org/web/packages/nortest/nortest.pdf> .
- Grübl et al. 2001** GRÜBL, Peter ; KARL, Sieghart ; WEIGLER, Helmut: *Beton : Arten, Herstellung und Eigenschaften*. 2. Aufl. Berlin : Ernst & Sohn, 2001 (Handbuch für Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau). – ISBN 3-433-01340-3.
- Hartung et al. 2009** HARTUNG, Joachim ; ELPELT, Bärbel ; KLÖSENER, Karl-Heinz: *Statistik : Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik ; [mit zahlreichen durchgerechneten Beispielen]*. 15. Aufl. München : Oldenburg : 2009. – ISBN 9783486590289.

- Hartz 2002** HARTZ, U.: *Neues Normenwerk im Betonbau*. In: *DIBt Mitteilungen:2002*, Nr. 1, S. 2–6.
- Hegger et al. 1999** HEGGER, Josef ; GÖRTZ, S. ; BEUTEL, R. ; KÖNIG, Gert ; SCHENCK, G. ; KLIVER, J. ; DEHN, F. ; REINECK, K.-H.: *Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 1045-1 : Abschlussbericht für das DIBT-Forschungsvorhaben IV 1-5-876 / 98*. 1999.
- IPU 2008** INGENIEURSOZIELTÄT PEIL, UMMENHOFER UND PARTNER: *Schwerpunkte/Bauwerkserhaltung*. URL <http://www.ipu-bs.de/index.php?id=95>. – Aktualisierungsdatum: 2008-08-06 – Überprüfungsdatum: 2013-05-12.
- ISO 12491:1997**: Statistische Verfahren für die Güteüberwachung von Bauprodukten und Bauteilen. ISO INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, 1997-05 .
- Kollmar 1953** KOLLMAR, A.: *Mindeststreckgrenze der Baustähle St37 und St52*. In: *Der Stahlbau* 22: 1953, S. 30–31 .
- König et al. 1998** KÖNIG, Gert ; SOUKHOV, Dimitri ; JUNGWIRTH, Frank: *Sichere Betonproduktion : Betondruckfestigkeit nach prEN 206 und EC 1/EC 2*. In: *beton* 1998: 1998, Nr. 11, S. 680–688.
- Loch et al. 2011** LOCH, Markus ; STAUDER, Florian ; SCHNELL, Jürgen: *Bestimmung der charakteristischen Betonfestigkeiten in Bestandstragwerken : Anwendungsgrenzen von DIN EN 13791*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 106:2011, Nr. 12, S. 804–813.
- Ländersachverständigenausschuss: Arbeitskreis Betonstähle 1968** LÄNDERSACHVERSTÄNDIGENAUSSCHUSS: ARBEITSKREIS BETONSTÄHLE: *Vorläufigen Richtlinien für die Güteüberwachung von Betonrippenstahl*. Fassung von 1968-04.
- Lüddecke 2006** LÜDDECKE, Falk: *Ein Beitrag zur Ertüchtigung bestehender Stahltragwerke unter besonderer Berücksichtigung des Fügeverfahrens Schweißen*. Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen der Technischen Universität Dresden Dresden, 2006.
- Microsoft 2010** MICROSOFT: *Excel 2010* : Microsoft:2010.
- Owen 1962** OWEN, D. B.: *Handbook of statistical tables*. Reading, Mass. : Addison-Wesley Pub. Co:1962 .
- Petersen u. Hawranek 1974** PETERSEN, C. ; HAWRANEK, R.: *Zur Sicherheitstheorie im konstruktiven Stahlbau* . Technische Universität: München 1974 (Arbeitsberichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke 5).
- Plate 1993** PLATE, Erich J.: *Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure*. Berlin : Ernst & Sohn:1993. – ISBN 3-433-01073-0.
- prEN 206:1997**: Beton - Eigenschaften, Herstellung und Konformität. CEN EUROPÄISCHES KOMITEE FÜR NORMUNG, 1997-04.
- Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1904** PREUßISCHES MINISTERIUM DER ÖFFENTLICHEN ARBEITEN: Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten:1904-04-16.

- Preußisches Ministerium der öffentlichen Arbeiten 1907** PREUßISCHES MINISTERIUM DER ÖFFENTLICHEN ARBEITEN: Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten: 1907-05-24.
- Rackwitz 1981** RACKWITZ, Rüdiger: *Zur Statistik von Eignungs- und Zulassungsversuchen für Bauteile*. In: *Bauingenieur* 56:1981, S. 103–107.
- Rackwitz 1983** RACKWITZ, Rüdiger: *Predictive distribution of strength under control*. In: *Materials and Structures* 16:1983, Nr. 4, S. 259–267.
- Raiffa u. Schlaifer 1961** RAIFFA, Howard ; SCHLAIFER, Robert: *Applied statistical decision theory*. Wiley classics library ed. New York : Wiley, 1961.
- Ramm 2007** RAMM, Wieland: Über die faszinierende Geschichte des Betonbaus von Beginn bis zurzeit nach dem 2. Weltkrieg. In: DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (HRSG.): *Gebaute Visionen – 100 Jahre Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. Berlin : Beuth Verlag, 2007.
- RCP GmbH 2009** RCP GMBH: *STATREL : Statistical Analysis of Data for Reliability Applications*. München : RCP GmbH:2009.
- Rehm u. Rußwurm 1977** REHM, Gallus ; RUßWURM, Dieter: *Anmerkung zur Güte von Betonstählen*. In: *In Betonwerk + Fertigteil-Technik*:1977, 1+2, S. 28ff und 66ff.
- Reiche 2000** REICHE, André: *Zustandsbewertung von metallischen Tragwerkskomponenten*. Stuttgart : Fraunhofer-IRB-Verl., 2000. – ISBN 3816748503.
- Reiche u. Thomas 1999** REICHE, André ; THOMAS, Andreas: Nachweis statistisch definierter Kennwerte der mechanischen Eigenschaften historischer Stähle : Teil 1 - Überblick über den Herstellungszeitraum 1850-1950. In: MATERIALFORSCHUNGS- UND PRÜFUNGSANSTALT FÜR DAS BAUWESEN LEIPZIG E.V. (MFPFA E.V.) (HRSG.): *Wissenschaftliche Beiträge der MFPFA Leipzig e.V.* Leipzig, 1999.
- Rüsch et al. 1969** RÜSCH, Hubert ; SELL, Rudolf ; RACKWITZ, Rüdiger: Statische Analyse der Betonfestigkeit. In: DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (HRSG.): *Hefte des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Berlin : Wilhelm Ernst & Sohn, 1969 (206).
- Rußwurm 1988** RUßWURM, Dieter: Gleichmaßdehnung von Betonstählen. In: DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (HRSG.): *Hefte des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton*. Berlin : Beuth Verlag, 1988 (397).
- Rußwurm 2000** RUßWURM, Dieter: *Entwicklung der Betonstähle*. München : Institut für Stahlbetonbewehrung, 2000.
- Rußwurm 2003** RUßWURM, Dieter: *Neue Stahlbetonnorm DIN 1045-1 ohne Betonstahl?* In: *Bauingenieur* 78:2003, S. 39–43.
- Schäper 2004** SCHÄPER, Michael: *Die drei Tücken der neuen Beton-Baustoffnorm für den Tragwerksplaner*. In: *Der Prüflingenieur* 25:2004, Oktober, S. 57–64.
- Schäper 2010** SCHÄPER, Michael: *Zur Anwendung der logarithmischen Normalverteilung in der Materialprüfung*. In: *Bautechnik* 87:2010, Nr. 9, S. 541–549.
- Schnell et al. 2009** SCHNELL, Jürgen ; FISCHER, Alexander ; LOCH, Markus: *Anwendung von Teilsicherheitsbeiwerten auf Bestandsbauten im Hochbau*. Stuttgart : Fraunhofer-IRB-Verl., 2009 (Forschungsinitiative Zukunft Bau F 2719). – ISBN 9783816780434.

- Schnell u. Fischer 2009** SCHNELL, Jürgen ; FISCHER, Alexander: *Häufige Fehlerquellen beim Bauen im Bestand*. In: *Heftreihe Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e. V., Heft 17:2009*.
- Schnell u. Loch 2009** SCHNELL, Jürgen ; LOCH, Markus: *Umrechnung historischer Baustoffkennwerte auf charakteristische Werte*. In: *Der Prüflingenieur:2009, Nr. 34, S. 50–61*.
- Schnell et al. 2010** SCHNELL, Jürgen ; LOCH, Markus ; ZHANG, Na: *Umrechnung der Druckfestigkeit von zwischen 1943 und 1972 hergestellten Betonen auf charakteristische Werte*. In: *Bauingenieur 85:2010, Nr. 12, S. 513–518*.
- Schnell et al. 2011** SCHNELL, Jürgen ; BINDSEIL, Peter ; LOCH, Markus: *Tragwerksplanung für das Bauen im Bestand*. In: GORIS, Alfons; HEGGER, Josef (Hrsg.): *Stahlbetonbau aktuell 2011*. Praxishandbuch. 1. Aufl. Berlin : Bauwerk Verlag GmbH:2011. – ISBN 978-3-89932-286-6, S. G1-G41.
- Schnell et al. 2012a** SCHNELL, Jürgen ; LOCH, Markus ; STAUDER, Florian ; WOLBRING, Michael: *Bauen im Bestand - Bewertung der Anwendbarkeit aktueller Bewehrungs- und Konstruktionsregeln im Stahlbetonbau : Abschlussbericht*. Stuttgart : Fraunhofer IRB-Verl., 2012 (Forschungsinitiative Zukunft Bau 2815). – ISBN 3816788149.
- Schnell et al. 2012b** SCHNELL, Jürgen ; LOCH, Markus ; ZILCH, Konrad ; DUNKELBERG, Daniel: *Erläuterungen und Hintergründe zu den Werkstoffkennwerten der Nachrechnungsrichtlinie für bestehende Straßenbrücken aus Beton*. In: *Bauingenieur 87:2012, Nr. 1, S. 15–23*.
- Scott 1979** SCOTT, David W.: *On optimal and data-based histograms*. In: *Biometrika 66:1979, Nr. 3, S. 605–610*.
- Spaethe 1992** SPAETHE, Gerhard: *Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen*. 2. Aufl. Wien ; New York : Springer, 1992. – ISBN 9780387823485.
- Statistisches Bundesamt 2004** STATISTISCHES BUNDESAMT: *Mikrozensus - Zuzatzerhebung 2002, Bestand und Struktur der Wohneinheiten, Wohnsituation der Haushalte*. Hrsg. Statistisches Bundesamt, Wiesbaden, 2004.
- Steenbergen, Vervuurt 2012** STEENBERGEN, R.D.J.M ; VERVUURT, A.H.J.M: *Determining the in situ concrete strength of existing structures for assessing their structural safety*. In: *Structural Concrete 13:2012, Nr. 1, S. 27–31*.
- Stephens 1974** STEPHENS, Michael A.: *EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons*. In: *Journal of the American Statistical Association 69:1974, Nr. 347, S. 730–737*.
- Sturges 1926** STURGES, Herbert A.: *The choice of a class interval*. In: *Journal of the American Statistical Association:1926, Nr. 21, S. 65–66*.
- Taerwe 1986** TAERWE, Luc: *A general basis for the selection of compliance criteria*. In: *IABSE Proceedings P-102/86:1986, S. 113–127*.
- TGL 0-1045:1963**: *Bauwerke aus Stahlbeton - Projektierung und Ausführung*. AMT FÜR STANDARDISIERUNG, MEßWESEN UND WARENPRÜFUNG, Leipzig : VEB Fachbuchverlag, 1963-04.
- TGL 0-1045:1973**: *Bauwerke aus Stahlbeton - Projektierung und Ausführung*. AMT FÜR STANDARDISIERUNG, MEßWESEN UND WARENPRÜFUNG, Leipzig : VEB Fachbuchverlag, 1973-04.

- TGL 0-1048:1963:** Bestimmungen für die Betonprüfung bei Ausführung von Bauwerken aus Beton und Stahlbeton. AMT FÜR STANDARDISIERUNG, MEßWESEN UND WARENPRÜFUNG, Leipzig : VEB Fachbuchverlag, 1963-03.
- TGL 0-4227:1963:** Spannbeton - Berechnung und Ausführung. AMT FÜR STANDARDISIERUNG, MEßWESEN UND WARENPRÜFUNG, Berlin, 1963-05.
- TGL 101-054:1965:** Betonstähle. AMT FÜR STANDARDISIERUNG, MEßWESEN UND WARENPRÜFUNG, Leipzig : Verlag für Standardisierung, 1965-06.
- TGL 21094/01:1969:** Prüfung des erhärteten Betons – Grundsätze. AMT FÜR STANDARDISIERUNG, MEßWESEN UND WARENPRÜFUNG, 1969-12.
- TGL 33411/01:1979:** Beton und Leichtbeton - Klassifizierung, Technische Forderungen, Prüfung. AMT FÜR STANDARDISIERUNG, MEßWESEN UND WARENPRÜFUNG, Leipzig : Verlag für Standardisierung, 1979-06.
- TGL 33433/01:1979:** Prüfung des erhärteten Betons – Allgemeine Anforderungen. AMT FÜR STANDARDISIERUNG, MEßWESEN UND WARENPRÜFUNG, Leipzig : Verlag für Standardisierung, 1979-06.
- TGL 33433/04:1979:** Prüfung des erhärteten Betons - Bestimmung der Druckfestigkeit. AMT FÜR STANDARDISIERUNG, MEßWESEN UND WARENPRÜFUNG, Leipzig : Verlag für Standardisierung, 1979-06.
- The MathWorks 2010** THE MATHWORKS, Inc: *MATLAB* : The MathWorks, Inc:2010.
- The R Foundation for Statistical Computing 2012** THE R FOUNDATION FOR STATISTICAL COMPUTING: *R*:2012. – ISBN 3-900051-07-0.
- Tue 2007** TUE, Nguyen Viet: *Statistische Auswertung der Betonqualität : Folgerungen für die Bauwerkssicherheit*. In: *Kongressunterlagen der 51. Beton-Tage*:2007, S. 90–91.
- VDAIV 1904** VERBAND DEUTSCHER ARCHITEKTEN- UND INGENIEUR-VEREINE UND DEUTSCHER BETON-VEREIN: *Vorläufige Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Eisenbetonbauten*. 1904-03-26.
- Wikipedia 2013** WIKIPEDIA: *Thomas Bayes*. URL <http://de.wikipedia.org/w/index.php?oldid=112720584>. – Aktualisierungsdatum: 2013-01-10 – Überprüfungsdatum 2013-01-15.
- Wöhnl 2009** WÖHNL, Ulrich: *Bewertung der Bauwerksdruckfestigkeit nach DIN EN 13791*. In: *beton*:2009, Nr. 4, S. 130–137.
- Zäschke 2003** ZÄSCHKE, W.: Konformitätskontrolle und Konformitätskriterien : (zu Abschnitt 8). In: DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON (HRSG.): *Hefte des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton : Erläuterungen zu den Normen DIN EN 206-1, DIN 1045-2, DIN 1045-3, DIN 1045-4 und DIN 4226*. Berlin : Beuth Verlag:2003 (526).
- Zech 2004** ZECH, G.: *Einführung in Statistik und Messwertanalyse für Physiker*. URL <http://personal.ifaes.es/jamin/lehre/bayes/Zech04.pdf>. – Aktualisierungsdatum: 2012-07-24. Vorlesungsskript, FB-Physik, Universität Siegen, 2004.
- Zilch et al. 2012** ZILCH, Konrad ; DUNKELBERG, Daniel ; AL ATIKI, Faiz: *Statistische Auswertung von Betondruckfestigkeitsprüfungen aus dem Zeitraum vor 1972*. In: *Bauingenieur* 87:2012, Nr. 11, S. 485–494 .

- Zupan et al. 2007** ZUPAN, Dejan ; SRPČIČ, Jelena ; TURK, Goran: *Characteristic value determination from small samples*. In: *Structural safety* 29:2007, S. 268–278.
- Zupan u. Turk 2009** ZUPAN, Dejan ; TURK, Goran: *Closure on discussion on the paper "Characteristic value determination from small samples*. In: *Structural safety* 31:2009, S. 344–345.

## Anhang zu Kapitel 3

Simulierte Datensätze

Normalverteilte Daten  $N(20, 6)$ ,  $n = 40$ ,  $\mu_x = 20$ ,  $\sigma_x = 6$

Nr.	Wert	Nr.	Wert
1	19.62	21	26.48
2	27.06	22	20.14
3	22.90	23	20.86
4	19.98	24	19.29
5	17.54	25	21.17
6	13.99	26	16.65
7	21.34	27	22.99
8	14.23	28	16.67
9	25.27	29	10.21
10	20.91	30	20.03
11	19.66	31	29.47
12	19.19	32	10.40
13	14.66	33	16.98
14	15.43	34	6.84
15	22.07	35	15.92
16	18.85	36	25.33
17	25.57	37	16.30
18	26.84	38	29.10
19	7.86	39	21.97
20	16.08	40	20.19

LCN(.10, 3): „Verunreinigte“ Standardnormalverteilung  $N(0, 1)$  mit „Störfunktion“  $N(3,1)$  und Auftretenswahrscheinlichkeit  $p = 10\%$ ,  $n = 100$ , aus *D'Agostino u. Stephens 1986*

Nr.	Wert	Nr.	Wert	Nr.	Wert	Nr.	Wert
1	-0.78	26	0.96	51	-2.01	76	0.78
2	-1.98	27	-0.81	52	-1.12	77	0.24
3	0.57	28	-0.04	53	0.18	78	-0.4
4	2.1	29	0.88	54	0.31	79	-1.42
5	0.36	30	0.07	55	3.54	80	0.37
6	2.33	31	3.78	56	0	81	-0.47
7	0.99	32	2.61	57	1.66	82	-0.09
8	1.23	33	3.93	58	0.74	83	0.11
9	-1.05	34	-0.06	59	0.87	84	-1.24
10	0	35	1.48	60	-1.02	85	3.67
11	-1.05	36	-0.92	61	0.67	86	0.67
12	-0.55	37	0.87	62	3.03	87	0.7
13	-0.26	38	-2.6	63	3.42	88	-1.43
14	0.09	39	0.28	64	-1.95	89	-1.7
15	0.08	40	0.26	65	0.83	90	0.33
16	-0.81	41	-0.13	66	-0.67	91	0.44
17	3.3	42	-0.69	67	-1.71	92	-1
18	-1.21	43	-2.13	68	-0.1	93	0.49
19	-1.31	44	-0.27	69	3.54	94	-0.1
20	0.07	45	0.49	70	0.26	95	-0.1
21	0.71	46	0.48	71	0.32	96	1.84
22	0.89	47	0.02	72	0.04	97	-0.99
23	-1.54	48	0.69	73	0.16	98	0.15
24	2.45	49	-0.25	74	-0.51	99	1.67
25	-0.91	50	-0.84	75	0.52	100	1.3



## **Lebenslauf**

### **Persönliche Daten**

Name: Markus Loch  
Staatsangehörigkeit: deutsch

### **Beruflicher Werdegang**

seit 2012: Mitarbeiter bei BORAPA Ingenieurgesellschaft mbH, Kaiserslautern  
2006 – 2012: Wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion an der Technischen Universität Kaiserslautern

### **Studium und weiterführende schulische Ausbildung**

2004 – 2006: Vertieferstudium an der Technischen Universität Kaiserslautern mit den Schwerpunkten: Statik, Massivbau, Stahlbau; Abschluss: Dipl.-Ing.  
1998 – 2004: Studium des Bauingenieurwesens an der Fachhochschule-Darmstadt, Vertiefungsschwerpunkt: Konstruktiver Ingenieurbau, Abschluss: Dipl.-Ing. (FH)  
1997 – 1998: Technisch-gewerbliches Berufsbildungszentrum I Saarbrücken, Fachoberschule, Fachbereich Ingenieurwesen, Abschluss: Allgemeine Fachhochschulreife

### **Berufsausbildung zum Tischler**

1993 – 1996: Tischlerei Manfred Johann GmbH, Güdesweiler, Ausbildung zum Tischler, Abschluss: Geselle

### **Schulische Ausbildung**

1987 – 1993: Kreisrealschule St. Wendel, Abschluss: mittlerer Bildungsabschluss