

VERÖFFENTLICHUNGEN

des Fachgebietes Bodenmechanik und Grundbau
der Technischen Universität Kaiserslautern

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. C. Vrettos

Heft 16

FLACHGRÜNDUNGEN AUF BÖDEN MIT TIEFENABHÄNGIGER
STEIFIGKEIT UNTER VERTIKALER DYNAMISCHER BELASTUNG:
ERGEBNISSE VON NUMERISCHEN BERECHNUNGEN IM
FREQUENZ- UND ZEITBEREICH

von

Dong Chen

KAISERSLAUTERN 2014

Vom Fachbereich Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Kaiserslautern

zur
Verleihung des akademischen Grades
DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)
genehmigte

DISSERTATION

D 386

Tag der Einreichung: 19. Dezember 2013
Tag der mündlichen Prüfung: 30. April 2014

Dekan: Prof. Dr. Robert Jüpner

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. habil. Christos Vrettos
Prof. Dr.-Ing. habil. Stavros Savidis

Autor dieses Heftes ist

Dong Chen

Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Bodenmechanik und Grundbau
der Technischen Universität Kaiserslautern

Vorwort des Herausgebers

Die dynamische Boden- Bauwerk- Wechselwirkung ist nach wie vor eine der anspruchsvollsten Fragestellungen der Baugrunddynamik. Die meisten bisher veröffentlichten Arbeiten betreffen homogene Böden. Parallel hierzu wurden auch Lösungen für allgemein geschichtete Böden entwickelt, wobei nach wie vor die Abbildung der Halbraumverhältnisse schwierig ist. Eine Sonderstellung nehmen gleichmäßig gelagerte Böden ein, welche wegen der Abhängigkeit der Steifigkeit von dem effektiven Druckniveau eine mit der Tiefe zunehmende Steifigkeit aufweisen. Diese Eigenschaft wird als Inhomogenität bezeichnet. Hierzu wurden in den vergangenen Jahren dynamische Steifigkeitsfunktionen für starre Fundamente entwickelt. Wichtig für die Praxis ist außerdem die dynamische Antwort von elastischen Platten sowie die Wechselwirkung von mehreren Fundamenten untereinander, wie diese klassischerweise im Eisenbahnwesen auftritt.

In der vorliegenden Dissertation werden zunächst elastische Platten sowie die Wechselwirkung von Fundamenten auf dem inhomogenem Baugrund behandelt. Es wird ein Algorithmus vorgestellt, der die Finite-Elemente-Methode für die Platte und Einflussfunktionen für den Baugrund kombiniert. In dem zweiten Teil der Arbeit wird ein neues Verfahren zur Herleitung von frequenzabhängigen Steifigkeitsfunktionen mittels einer FEM-Berechnung im Zeitbereich entwickelt. Alle Ergebnisse sind durch Vergleiche mit Lösungen für homogene Böden verifiziert.

Die vorliegende Dissertation liefert einen nennenswerten Beitrag zur dynamischen Boden-Bauwerk Interaktion und insbesondere zum Einfluss der Tiefenabhängigkeit der Bodensteifigkeit. Mittels des vorgestellten Fensterverfahrens können nicht-lineare Bodenmodelle und unregelmäßige Geometrien berücksichtigt werden. Gleichzeitig bietet das Verfahren eine Möglichkeit zur Validierung von Zeitbereichsberechnungen in der Praxis.

Christos Vrettos

Vorwort des Verfassers

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Fachgebiet Bodenmechanik und Grundbau an der Technischen Universität Kaiserslautern. Beim Fachgebietsleiter, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Christos Vrettos, bedanke ich mich an dieser Stelle für die Betreuung der wissenschaftlichen Arbeit. Mein spezieller Dank gilt auch Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Stavros Savidis, Technische Universität Berlin, für das Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des zweiten Korreferates.

Allen Kollegen am Fachgebiet, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben, sei ebenfalls mein herzlicher Dank ausgesprochen. Hier sei vor allem Herrn Dr.-Ing. Andreas Becker für die stete Unterstützung durch viele fachliche Diskussionen und die Unterstützung für die Verbesserung der fachlichen und sprachlichen Äußerung in dieser Dissertation genannt. Mein besonderer Dank gilt unserer Sekretärin Frau Karina Frey für die sprachliche Korrektur meiner Arbeit.

Dong Chen

Inhaltsverzeichnis

Seite

Kurzfassung	ix
Abstract	xi
Formelzeichen	xiii
1 Einführung	1
1.1 Problemstellung - Motivation.....	1
1.2 Stand der Forschung	3
2 Modellierung der Boden-Bauwerk Wechselwirkung bei elastischen Platten	8
2.1 Definition des Randwertproblems	8
2.2 Diskretisierung der Platte	9
2.3 Diskretisierung des Baugrundes	13
2.4 Kompatibilitätsbedingung zwischen Platte und Baugrund	16
2.5 Implementierung des Berechnungsverfahrens	18
3 Rechteckige elastische Platte auf inhomogenem Baugrund	19
3.1 Inhomogener Baugrund - Definitionen	19
3.2 Einflussfunktionen für inhomogenen Halbraum	20
3.3 Feder-Dämpfer-Modell eines starren Fundaments auf dem Baugrund.....	22
3.4 Elastische Platte auf dem Baugrund - Definitionen	24
3.5 Numerische Implementierung	25
3.6 Grenzwerte des Steifigkeitsverhältnisses	27
3.7 Starre Platte auf homogenem Baugrund.....	28
3.8 Starre Platte auf inhomogenem Baugrund.....	30
3.9 Elastische Platte auf homogenem Baugrund	32
3.10 Elastische Platte auf inhomogenem Baugrund.....	35

3.10.1	Untersuchte Situationen	35
3.10.2	Vergrößerungsfunktionen.....	36
3.10.3	Kontaktspannungen	40
4	Wechselwirkung mehrerer starrer Fundamente	44
4.1	Allgemeines	44
4.2	Wechselwirkung zweier starrer Fundamente	45
4.2.1	Homogener Boden.....	45
4.2.2	Inhomogener Boden	51
4.3	Abschirmwirkung eines Zwischenfundaments	52
4.4	Wechselwirkung von mehreren starren Fundamenten bzw.	
	Schwellen.....	56
4.4.1	Schwellenrost auf homogenem Boden.....	58
4.4.2	Schwellenrost auf inhomogenem Boden.....	63
5	Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich für die Berechnung von	
	Impedanzfunktionen	66
5.1	Einführung	66
5.2	Prinzip des Fensterverfahrens zur Ermittlung der Impedanzen	67
5.3	Numerisches Grundmodell.....	70
5.4	Bestimmung der Fensterposition.....	72
5.4.1	Phasen im Fensterverfahren	72
5.4.2	Einfluss der Systemgröße	73
5.5	Wahl von Elementgröße und Zeitschritt	75
5.5.1	Wahl der Elementgröße.....	75
5.5.2	Einfluss des Elementtyps.....	76
5.5.3	Einfluss des Zeitschrittes	77
5.6	Verwendung von infiniten Elementen.....	78
5.7	Vergleich mit dem Verfahren „mode-based steady-state dynamic ...	
	analysis“	80

6 Impedanzfunktionen für Kreisfundamente auf inhomogenem Boden mit dem Fenster-verfahren.....	84
6.1 Validierung des Fensterverfahrens für homogenen Boden	84
6.1.1 Kreisförmige Lastfläche	84
6.1.2 Starres masseloses Kreisfundament	86
6.2 Starres masseloses Kreisfundament auf inhomogenem Boden.....	88
7 Zusammenfassung - Ausblick	95
Literaturverzeichnis	97
Anhang	103
A Bogner-Fox-Schmit-Plattenelement	103
B Diagramme zu Kapitel 3.....	104
C Diagramme zu Kapitel 4.....	116
D Auszug aus dem MATLAB-Programm.....	127
D.1 Berechnung der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_P und Massenmatrix \mathbf{M}_P des Einzelements	127
D.2 Berechnung der Nachgiebigkeitsmatrix $\bar{\mathbf{C}}_B$ des Bodens	130
D.3 Berechnung der Transformationsmatrix V'	132
D.4 Schnittstelle zum Anschluss des Programm zur Berechnung der Green'schen Funktion des inhomogenen Bodens	132
E UMAT für das Stoffmodell mit tiefenabhängigem Schubmodul.....	135

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit werden einige Probleme der dynamischen Boden-Bauwerk-Wechselwirkung behandelt. Der Schwerpunkt der Arbeit liegt in der Untersuchung des Einflusses einer mit der Tiefe zunehmenden Steifigkeit für den Boden.

In dem ersten Teil der Arbeit werden elastische Bodenplatten unter vertikaler harmonischer Belastung untersucht. Die Platte wird mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode modelliert. Die Baugrundantwort wird mit Hilfe von Einflussfunktionen für vertikale Einzel- bzw. Flächenlasten erfasst. Im Kontaktbereich wird die Kompatibilität an den Mittelpunkten der Bodenelemente und den darüber liegenden Punkten der Platte hergestellt. Die Lösung für den homogenen Boden wird mit Ergebnissen aus der Literatur verglichen. Für den inhomogenen Boden wird die Antwort der Platte an verschiedenen Punkten über die Frequenz ermittelt und graphisch dargestellt. In einem weiteren Bearbeitungspunkt wird die dynamische Wechselwirkung zwischen mehreren starren Fundamenten auf der Baugrundoberfläche untersucht. Der Einfluss der Inhomogenität des Baugrundes wird in den Ergebnissen mit Hilfe von dimensionslosen Parametern erfasst.

In dem zweiten Teil der Arbeit werden dynamische Steifigkeitsfunktionen, sogenannte Impedanzfunktionen, für Einzelfundamente unter Zuhilfenahme der Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich ermittelt. Ziel ist es dabei, ein Verfahren zu entwickeln, mit dem später auch nicht-lineare dynamische Probleme numerisch gelöst werden können. Mit dem vorgestellten Fensterverfahren wird aus der komplexen Antwort des Fundaments, berechnet mit der Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich, die Lösung im Frequenzbereich für das in der Anregung enthaltene Frequenzspektrum bestimmt. Hierzu wird eine eindeutige Vorgehensweise vorgeschlagen, und die erforderlichen Angaben zur Wahl der Diskretisierungsfeinheit und des Zeitschrittes gemacht. Schließlich wird das Fensterverfahren für inhomogene Böden eingesetzt. Vorhandene halb-analytische Lösungen für starre Fundamente werden mit ausreichender Genauigkeit reproduziert.

Abstract

In the present work some problems of the dynamic soil-structure interaction are treated. The main focus of the research lies in the investigation of the influence of a soil stiffness that increases with depth.

In the first part of the thesis elastic plates under vertical harmonic loads are considered. The plate is modeled by means of the finite-element-method. The soil response is obtained in terms of influence functions for vertical point and rectangular surface loads. The compatibility in the contact area is met at the centers of the soil elements and the corresponding points of the plate. The solution for the homogeneous soil is compared with results from the literature. For the inhomogeneous soil the response of the plate is determined at different points in dependency of the frequency, and presented graphically. In a further analysis step the dynamic interaction between several rigid foundations on the ground surface is investigated. The influence of inhomogeneity of the soil is described by means of dimensionless parameters.

In the second part of the thesis dynamic stiffness functions, so-called impedance functions, are determined for single foundation using the finite element method in the time domain. The aim is to develop a method that is applicable to the numerical solution of non-linear dynamic problems. With the window-method presented, it is possible to calculate the solution in the frequency domain for the excitation frequency spectrum from the complex-valued response of the foundation calculated using the finite element method in the time domain. A straightforward approach is suggested, and the necessary information to select the discretisation degree and the time step is given. Finally, the window-method is applied for inhomogeneous soil. Existing semi-analytical solutions for rigid foundations are reproduced with sufficient accuracy.

Formelzeichen

Lateinische Buchstaben

a, b	Plattenelementlänge; halbe kürzere Seite einer Rechteckplatte
a_0	Dimensionslose Frequenz
A	Vergrößerungsfaktor für einen Punkt einer elastischen Platte oder eines Fundaments
$A_{i,j}$	Vergrößerungsfaktor des i -ten Fundaments in Bezug auf dem j -ten Fundaments
A_i	Fläche eines Plattenelements
c_{P0}	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Kompressionswelle an der Bodenoberfläche
c_P	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Kompressionswelle
c_{S0}	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Scherwelle an der Bodenoberfläche
c_S	Ausbreitungsgeschwindigkeit der Scherwelle
C_{zz}	Vertikale Dämpfung des Fundaments
c_{zz}	Vertikale dimensionslose Dämpfung
\bar{C}_B	Nachgiebigkeitsmatrix des Baugrundes
d	Lichter Abstand zweier Fundamente
d	Abstand zwischen Mittelachsen zweier Schwellen
E_P	Elastizitätsmodul der Platte
\mathbf{E}_P	Steifigkeitsmatrix der Platte
f_1, f_2	Realteil und Imaginärteil der vertikalen Verschiebung nach Reissner (1936)
\bar{G}	Green'sche Funktion für eine Einzellast auf der Oberfläche des Halbraums
G_0	Schubmodul an der Oberfläche
G_∞	Schubmodul in unendlicher Tiefe
G_P	Schubmodul der Platte
H_{ni}	Hermite'sches Polynom n -ter Ordnung und i -ter Gattung
I_{zz}	Steifigkeitsparameter
I_1	Erste Invariante des Spannungstensors
$\bar{\mathbf{k}}$	Plattenkrümmungsvektor des Knotens

\mathbf{K}_P	Steifigkeitsmatrix der Platte
$\bar{\mathbf{K}}_B$	Komplexe Steifigkeitsmatrix des Baugrundes
$\bar{\mathbf{K}}_{BP}$	Transformiert komplexe Steifigkeitsmatrix des Baugrundes
\bar{K}_{zz}	Vertikale komplexe Steifigkeit des Fundaments
K_{zz}	Vertikale dynamische Steifigkeit des Fundaments
K_{zz}^0	Statische Steifigkeit des Fundaments
k_{zz}	Dimensionslose dynamische Steifigkeit
K	Steifigkeitsverhältnis zwischen Platte und Baugrund
l_{el}	Länge eines finiten Elements
l_r	Längenverhältnis zwischen Elementlänge und Scherwellenlänge
$\bar{\mathbf{m}}$	Komplexer Schnittmomentenvektor des Knotens
\bar{m}_x	Biegemoment des Knotens in x-Richtung
\bar{m}_y	Biegemoment des Knotens in y-Richtung
\bar{m}_{xy}	Drillmoment
m_P	Masse der Platte
M	Massenverhältnis
M	Elementanzahl
\mathbf{M}_P	Massenmatrix der Platte
N	Allgemeine ganze Zahl
N	Knotenanzahl
$\bar{\mathbf{P}}$	Kraftvektor
P_{zz}	Vertikale Kraft bzw. der Resultierende eine Flächenlast
P_{zz1}, P_{zz2}	Realteil und Imaginärteil der vertikalen Last
q_i	Flächenlast
$\bar{\mathbf{Q}}, \bar{\mathbf{Q}}_B$	Resultierende Kraft der Sohlspannung
r_0	Radius des Kreisfundaments
S	Parameter
t_F	Dauer der Einschwingphase
t_F	Fensterbreite (Zeitdauer) beim Fensterverfahren
t_0	Anfangszeit des Fensters beim Fensterverfahren
t	Zeit
Δt	Zeitschritt
T_{min}, T_{max}	Kleinste und größte Periode der Anregung
T	Periode
t_P	Dicke der Platte

$\bar{\mathbf{u}}$	Verschiebungsvektor eines Elementknotens der Platte
$\bar{\mathbf{u}}'$	Vektor der vertikalen Verschiebung einiger Punkte des Plattenelements
$\bar{\mathbf{u}}_B$	Vektor der vertikalen Verschiebung der Elementmitte des Baugrundelements
U_{zz}	Vertikale Verschiebung eines Beobachtungspunktes bzw. eines starren Fundaments
U_{zz1}, U_{zz2}	Realteil und Imaginärteil der vertikalen Verschiebung
V	Ansatzfunktion
V'	Transformierende Ansatzfunktion
\bar{w}	Durchbiegung der Plattenmittelfläche bzw. vertikale komplexe Verschiebung eines Knotens des Plattenelements
\bar{w}_x	Lokale Neigung in x-Richtung
\bar{w}_y	Lokale Neigung in y-Richtung
\bar{w}_{xy}	Verdrehung in Bezug auf x- und y-Richtung
x, y, z	Koordinaten

Griechische Buchstaben

α	Inhomogenitätsgradient
η	Lokale Koordinate
κ_x	Krümmung der Platte in x-Richtung
κ_y	Krümmung der Platte in y-Richtung
κ_{xy}	Verwindung der Platte
ν_P	Poissonzahl einer Platte
ν	Poissonzahl des Bodens
ω	Kreisfrequenz
λ_S	Wellenlänge der Scherwelle
ξ	Lokale Koordinate
ξ	Dimensionsloser Tiefenkoordinate
Ξ_0	Inhomogenitätsparameter

1 Einführung

1.1 Problemstellung - Motivation

Die dynamische Boden-Bauwerk-Wechselwirkung hat in den letzten Jahrzehnten einen enormen Aufschwung erfahren. Sie muss berücksichtigt werden bei der seismischen Auslegung von Bauwerken, bei der Dimensionierung von dynamisch belasteten Strukturen, wie Windenergieanlagen, bei der Optimierung von Maschinengründungen, bei der Erfassung des dynamischen Verhaltens von Rad-Schiene-Systemen (Schwellenrost, Feste Fahrbahn).

Dynamisch belastete Fundamente können mit Hilfe von Masse-Feder-Dämpfer Modellen abgebildet werden. Die Grundlage dafür lieferte die wegweisende Arbeit von Reissner (1936). Seitdem wurden von verschiedenen Autoren Lösungen für eine Vielzahl von Randwertaufgaben präsentiert. Sie umfassen homogene Böden, Böden mit einer zunehmenden Steifigkeit mit der Tiefe, geschichtete Böden. Lösungen wurden im Frequenzbereich als auch im Zeitbereich entwickelt.

Auch gleichmäßig gelagerte Sedimentböden zeigen eine mit der Tiefe zunehmende Steifigkeit, bedingt durch die Abhängigkeit der Bodensteifigkeit vom effektiven Spannungsniveau. Für diese Böden, die oft als inhomogen bezeichnet werden, wurden Fundamentallösungen für die Antwort auf harmonische Lasten auf der Oberfläche hergeleitet. Mit Hilfe dieser Lösungen wurden dann dynamisch belastete, starre Fundamente auf der Bodenoberfläche behandelt und entsprechende frequenzabhängige Steifigkeitsfunktionen (Impedanzen) hergeleitet. Dieses Lösungsspektrum soll in dieser Arbeit erweitert werden, indem auch dynamisch belastete, nachgiebige Fundamentkörper betrachtet werden. Die Natur des Problems erfordert die Kombination von analytischen und numerischen Verfahren. Des Weiteren sollen in der Arbeit Probleme der dynamischen Wechselwirkung von mehreren Fundamentkörpern auf der Oberfläche des Bodens gelöst werden. Im Vergleich zum homogenen Boden mit konstanter Steifigkeit, spielt bei obigen Problemstellungen die Abstrahlungsdämpfung im Boden eine wesentliche Rolle auf das Fundamentverhalten und die Wechselwirkung.

Die heute zur Verfügung stehenden analytischen oder halb-analytischen Lösungsalgorithmen für geschichtete Böden verlangen als Voraussetzung eine in lateraler Richtung konstante Bodensteifigkeit. In der Umgebung von Fundamentkörpern variiert jedoch die Bodensteifigkeit sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung, bedingt durch die Spannungsausbreitung im Boden in Folge der auf dem Fundamentkörper wirkenden statischen Last bevor die dynamische Last eingepreßt ist. Man spricht dann von einer zweidimensionalen Inhomogenität. Die Lösung von Wechselwirkungsproblemen verlangt Fundamentlösungen, die jedoch für diese Situation extrem schwer herzuleiten sind und bislang nicht existieren. Eine Abhilfe liefert die Finite-Elemente-Methode (FEM). Die zur Verfügung stehenden, allgemeinen Programme sind hauptsächlich im Zeitbereich formuliert und bieten demnach die Möglichkeit, nicht-lineare Stoffgesetze für den Boden zu verwenden. Oft werden diese Programme ohne Validierung auf Wechselwirkungsprobleme angewandt. Die für die Finite-Elemente-Methode typischen starren Ränder führen zu ungewollten Reflektionen, die das Wellenfeld kontaminieren. Um dem zu entgehen, wurden verschiedene Algorithmen für nachgiebige Ränder entwickelt, welche auch eine Energiedissipation für die ankommenden Wellen simulieren. Diese speziellen Elemente (non-reflecting, absorbing oder transmitting boundaries) werden erfolgreich für Problemstellungen im Frequenzbereich eingesetzt, befinden sich jedoch für Zeitbereich-Lösungen noch in der Entwicklung.

Ein weiterer Punkt dieser Dissertation betrifft die Formulierung einer in der Praxis einsetzbaren Methode zur Herleitung von Impedanzfunktionen aus Lösungen der Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich. Nach Validierung dieser Methode kann dann ein breites Spektrum von dynamischen Wechselwirkungsproblemen – auch für nicht-lineare Stoffgesetze – gelöst werden.

In der Arbeit sollen vorerst nur vertikal belastete Fundamentkörper betrachtet werden. Damit wird ein Großteil der in der Praxis vorkommenden Fälle abgedeckt.

1.2 Stand der Forschung

Die Grundlage für die Behandlung von dynamischen Wechselwirkungsproblemen auf Böden bildet die Arbeit von Reissner (1936). Dort wird gezeigt, dass die Antwort eines linear-elastischen Halbraums auf eine kreisförmige harmonische vertikale Last einen Real- und einen Imaginärteil aufweist: Der Realteil ist mit der Steifigkeit verbunden, der Imaginärteil mit der Abstrahlungsdämpfung im Halbraum. Eine Vorzeichenfehler bei der Funktion f_2 in der originalen Veröffentlichung von Reissner (1936) (eq. 60 Seite 389) wurde von Sung (1953) (Seite 37) festgestellt. Lysmer (1965) präsentierte mit seiner Methode (ring method) die richtigen Ergebnisse für die Funktionen f_1 und f_2 . Es folgten weitere Arbeiten mit unterschiedlichen Verteilungen für die Vertikallast und anderen Poissonzahlen (Sung (1953), Lysmer (1965)). Mit diesen Lösungen können Fundamente nur näherungsweise modelliert werden. Den Grenzfall stellt das starre Fundament mit der am Rand singulären Kontaktspannungsverteilung dar.

Kreisförmige starre Fundamente wurden von Lysmer (1965) mit Hilfe einer halbanalytischen Lösung behandelt. Luco and Westmann (1971) lösten das dazugehörige Problem mit Hilfe einer Integralgleichungsmethode. Es folgten mehrere Arbeiten, welche verschiedene Geometrie (Streifenfundament, Rechteckfundament), Schichtung, Anisotropie berücksichtigen. Übersichten hierzu sind an anderer Stelle zusammengefasst, siehe Luco (1982), Gazetas (1983), Tassoulas (1989), Kausel (2010).

Die meisten der oben genannten Arbeiten betreffen starre Fundamente. Nachgiebige rechteckige Fundamentplatten wurden von Savidis and Richter (1979) behandelt. Sie verwenden die Grundlösung für eine harmonische Einzellast auf homogenem Halbraum nach Holzlöhner (1969) für die Berechnung der Nachgiebigkeitsmatrix des homogenen Halbraums in der Kontaktfläche zum elastischen Fundament. Die Platte wird mittels der Finite-Elemente-Methode modelliert. Die Kompatibilitätsbedingung für die vertikalen Verschiebungen wird an den Plattenelementknoten und den darüber liegenden Mittelpunkten der Bodenelemente erfüllt. Dadurch vereinfacht sich der Kopplungsalgorithmus. Die Genauigkeit wird besser mit zunehmender Diskretisierungsfeinheit. Whittaker and Christiano (1982) verfolgen ein ähnliches Diskretisierungsschema, benutzen jedoch

Green'sche Funktionen für den Halbraum, die sie selbst aus der Lösung nach Lamb (1904) durch Integration ermitteln, Whittaker and Christiano (1979). Iguchi and Luco (1981) verwenden ebenfalls Green'sche Funktionen für den homogenen Boden und erfüllen die Kompatibilität zwischen der Verschiebung des Mittelpunktes des Bodenelements und dem Mittelwert der Verschiebungen der vier Plattenelementknoten.

Sarfeld (1994) verfeinert den Diskretisierungsalgorithmus für die Kontaktfläche, indem die Kompatibilitätsbedingung an den Mittelpunkten der Plattenelemente und den Mittelpunkten der Bodenelemente erfüllt ist. Dieses Verfahren wird in dieser Arbeit auch verwendet. In einer ähnlichen Vorgehensweise verwenden Gucunski and Peek (1993) Green'sche Funktionen für den Boden mittels der Methode der Steifigkeitsmatrizen für geschichteten Halbraum nach Kausel and Roesset (1981) und eine spezielle numerische Methode, die sogenannte „finite difference energy method (FDEM)“ (Bushnell (1981)) für die Berechnung der Steifigkeitsmatrix von kreisförmigen Platten. Eine Parameterstudie für geschichtete Böden wird bei Gucunski and Peek (1993) vorgestellt.

Die Wechselwirkung zwischen mehreren Fundamenten durch den Boden wurde erst bei Whitmann (1969) als wesentliche Aufgabe der Boden-Bauwerk-Wechselwirkung identifiziert. Eine Übersicht zu den ersten grundlegenden Arbeiten wird bei Triantafyllidis (1982), Luco and Contesse (1973) sowie Wong and Trifunac (1975) gegeben. Murakami and Luco (1977) behandelten die Interaktion zwischen Fundamenten für einfallende SH-Wellen. Savidis and Richter (1977) verwenden die Methode der Aufteilung der Kontaktfläche zur Berechnung der Wechselwirkung zweier Rechteckfundamente. Rosset and Gonzalez (1978) berechnen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode die Wechselwirkung starrer, eingebetteter Rechteckfundamente auf elastischer Schicht. Bei den obigen Arbeiten werden so genannte „relaxed boundary conditions“ verwendet, in dem die vertikale Komponente der Antwort auf einer vertikalen Anregung berücksichtigt wird. Triantafyllidis and Prange (1987) und Triantafyllidis and Prange (1989) stellen eine aufwändige analytische Lösung mit Hilfe der Integralgleichungsmethode vor, bei der Verschiebungsrandbedingungen in der Kontaktfläche Fundament-Boden exakt erfüllt sind. Es werden auch Fundamentgruppen, wie diese bei einem Schwellenrost auftreten, berücksichtigt.

Mulliken and Karabalis (1998) verwendete diskrete Masse-Feder-Dämpfer-Modelle in Zusammenhang mit einer numerischen Algorithmus zur Erfassung der Wechselwirkung starrer Fundamente mit Berücksichtigung der phasenverschobenen Anregung. Mohammadi and Karabalis (1995) sowie Karabalis and Mohammadi (1998) setzen die Randelementmethode in Kombination mit der Finite-Elemente-Methode zur Berechnung der Wechselwirkung von Schwellenrostsystem auf homogenem geschichteten Boden ein. Karabalis and Huang (1994) verwenden die Randelementmethode im Zeitbereich für die Berechnung der Wechselwirkung. Eine Übersicht zu der Literatur wird bei Lou, Wang et al. (2011) gegeben.

Wong and Luco (1986) und Wong and Luco (1986) erfassen die Wechselwirkung zwischen Fundamenten mit Hilfe des Verfahrens der Aufteilung der Kontaktflächen und wenden die Ergebnisse auf die Dimensionierung von Bauwerken an. Besondere Beachtung findet dabei der Grenzfall von direkt benachbarten Gründungskörpern (verschwindender lichter Abstand), der bei einigen Arbeiten fehlerhaft ist.

Grundlage für die meisten der oben genannten halb-analytischen Verfahren ist die Lösung für die Antwort des Halbraums auf dynamische Oberflächenlasten. Je nach Verfahren wird dabei entweder die Antwort auf eine Einzellast (Green'sche Funktion) oder auf eine kreisförmige oder rechteckige Flächenlast verwendet, siehe z.B. Wolf (1985). Die Antwort auf Flächenlasten wird mittels Integration der Lösung für eine Einzellast ermittelt. Die Probleme der Integration der singulären Einzellastlösung werden entweder numerisch oder analytisch behandelt.

Für den homogenen Halbraum finden sich die Lösungen für die komplexen Verschiebungen der Halbraumoberfläche, z.B. in den Arbeiten von Whittaker and Christiano (1979) sowie Wong and Luco (1976). Anfang der 1970'er Jahre begann die Entwicklung von numerischen Lösungen für geschichtete Böden. Es entstanden Lösungen für geschichtete Böden auf starrer Unterlage. Die Abstrahlung in den Halbraum wurde dann mit Approximationen für eine nachgiebige Unterlage realisiert. Zu diesen Methoden gehören die Arbeiten von Waas (1972), Kausel and Peek (1982), Kausel (1981) sowie von Luco and Aspel (1983) und Aspel and Luco (1983). Diese Einheitslösungen wurden von verschiedenen Autoren zur Behandlung

von Problemen der dynamischen Boden-Bauwerk-Boden-Interaktion verwendet.

Einen Spezialfall des geschichteten Bodens stellt der gleichmäßig gelagerte Boden dar, bei dem die Steifigkeit mit der Tiefe ab Geländeoberkante zunimmt. Dies ist bedingt durch die Abhängigkeit der Steifigkeit von dem Niveau der effektiven Spannung. Ein Boden mit dieser Eigenschaft wird oft als vertikal inhomogen bezeichnet. In dieser Hinsicht ist ein homogener Boden eine starke Vereinfachung der in-situ Verhältnisse. Green'sche Funktionen für vertikale, harmonische Oberflächenlasten wurden von Vrettos (1991) hergeleitet und für die Berechnung von dynamischen Steifigkeitsfunktionen starrer Rechteckfundamente eingesetzt (Vrettos (1999)). Waas and Werkle (1984) präsentierten numerische Lösungen mit Hilfe der Methode der dünnen Schichten für die Impedanzfunktionen kreisförmiger Fundamente auf eine dicke Schicht mit linearer Zunahme des Schubmoduls. Guzina and Pak (1998) behandeln das zugehörige Problem für einen Halbraum mit linear zunehmender Scherwellengeschwindigkeit. Eine Gegenüberstellung von Lösungen findet sich bei Mylonakis, Nikolaou et al. (2006).

Während die monotone Zunahme mit der Tiefe eine realistische Annahme für das Freifeld und für Einzelfundamente darstellt, ist die Verteilung der Bodensteifigkeit in der Umgebung von Platten sowohl mit der Tiefe als auch mit der Entfernung variabel. Diese Verteilung hängt von der statischen Ausgangslast und der Geometrie der Platte bzw. des Fundaments ab. Dieses Phänomen wurde für den statischen Lastfall von Vrettos (2008) untersucht. Ergebnisse für den dynamischen Fall existieren bisher keine.

Oft wird im Rahmen von praktischen Projektaufgaben die dynamische Beanspruchung von Fundamenten in geschichteten Böden mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich behandelt. Dabei wird meistens die Antwort berechnet, ohne dass eine Validierung der Lösung vorgenommen wird. Der Einfluss von Reflektion an den Rändern und an der starren Unterlage wird nicht weiter untersucht. Bei einigen Programmen sind Abstrahlelemente eingebaut z.B. Infinite-Elemente (IFE) in ABAQUS (Dassault (2011)), „standard absorbent boundaries“ in Plaxis (Plaxis (2011)). Diese sind aber Näherungen, wenn man exakte Lösungen rekonstruieren möchte. Diese Ungenauigkeiten führen zu einer Verzerrung des

Wellenfeldes und der Fundamentantwort. Eine systematische Untersuchung zur Genauigkeit der Berechnungen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich für die Ermittlung der Fundamentantwort im Frequenzbereich ist ebenfalls nicht publiziert.

2 Modellierung der Boden-Bauwerk Wechselwirkung bei elastischen Platten

2.1 Definition des Randwertproblems

Gegenstand dieses Kapitels ist die Lösung des Problems der dynamischen Boden-Bauwerk-Wechselwirkung zwischen einer rechteckigen elastischen Platte auf einem linear-elastischen inhomogenen Boden, wobei hier als Inhomogenität, die Variation des Schubmoduls mit der Tiefe verstanden wird.

Die elastische Platte wird mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode modelliert. Der Boden wird mit einem halbanalytischen Verfahren hinsichtlich seiner Antwort auf Oberflächenlasten behandelt. Bild 2-1 zeigt schematisch die Platte und die Kontaktspannungen zwischen Platte und Boden.

Die starre Platte stellt den Grenzfall der elastischen Platte dar. Die Bezeichnung der Platte als starr oder elastisch hängt von der Dicke und dem Steifigkeitsverhältnis zwischen Platte und Boden ab. Kriterien hierfür werden aus den Lösungen im nächsten Kapitel erarbeitet.

Die Schwingung einer elastischen Platte auf dem Halbraum stellt ein sogenanntes gemischtes Randwertproblem dar. In Kontaktbereich zwischen Platte und Boden herrscht eine unbekannte Spannungsverteilung, so dass Kompatibilität zwischen den Verformungen der Platte und des Bodens herrscht. Außerhalb dieses Bereichs bleibt die Oberfläche des Baugrundes spannungsfrei. Es müssen somit sowohl die Durchbiegung der Platte als auch die Verformung des Bodens berechnet werden. Der Boden wird im Sinn der Kontinuumsmechanik als ein sogenannter Halbraum bezeichnet.

Die numerische Lösung dieses Randwertproblems wird nachfolgend beschrieben.

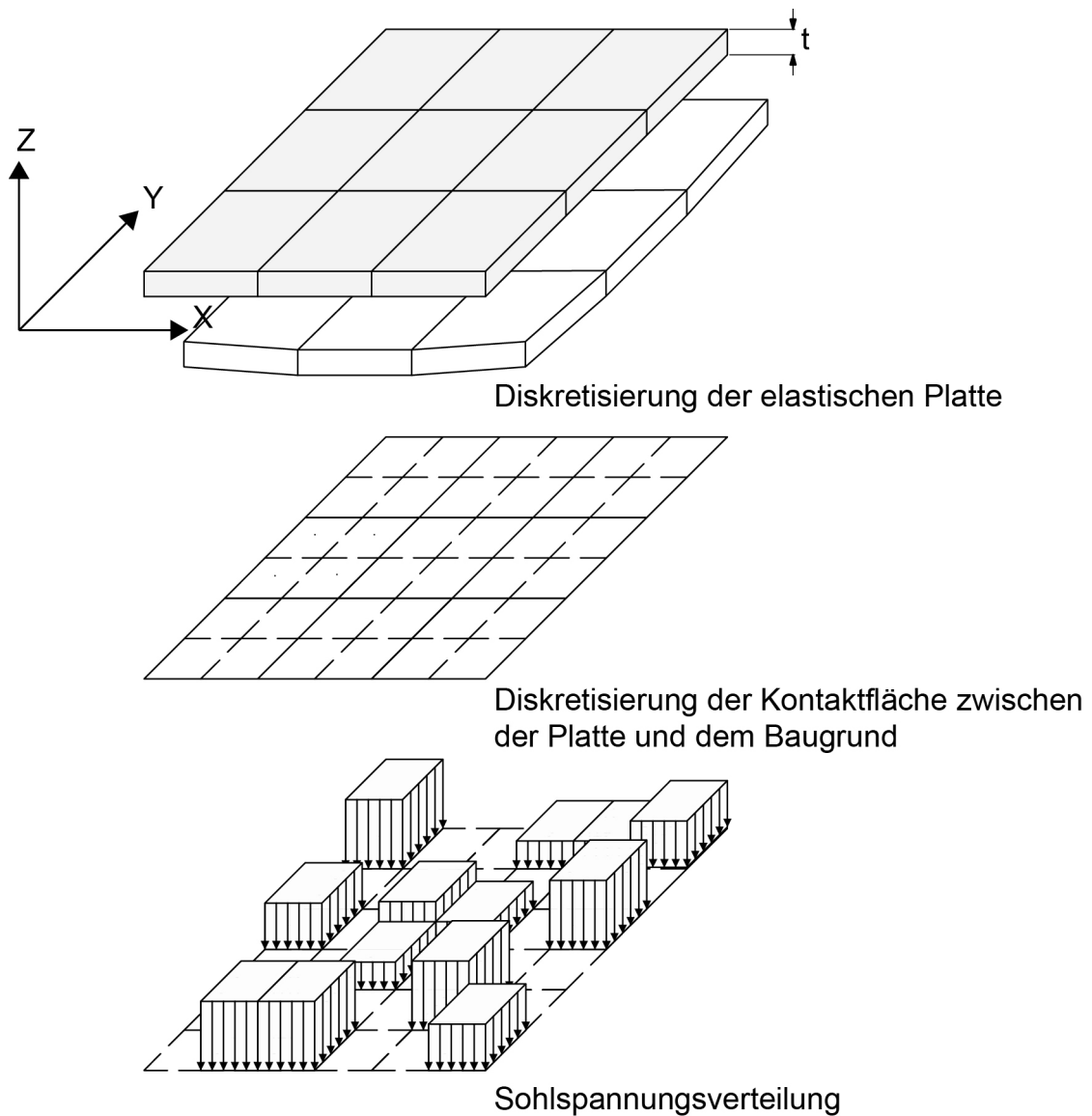


Bild 2-1 Randwertproblem einer elastischen Platte auf dem Baugrund

2.2 Diskretisierung der Platte

Wir betrachten eine homogene, isotrope, dünne Platte. Die Durchbiegung der Platte wird durch die Biegedifferentialgleichung definiert (Bathe (1982)). Hierbei werden die Querschubverzerrungen in der dünnen Platte vernachlässigt. Für die Modellierung wird die Finite-Elemente-Methode mit passenden Ansatzfunktionen zur Beschreibung des Verschiebungsfeldes verwendet. Es muss gewährleistet sein, dass die Verschiebungen der Platte bis hin zur ersten Ableitung stetig sind.

Wir definieren ein rechteckiges Plattenelement mit der Abmessung $a \times b$, welches 4 Freiheitsgrade pro Knoten besitzt, siehe Bild 2-2. ξ und η sind die lokalen Koordinaten an Plattenelement. x und y sind die globalen Koordinaten der Platte.

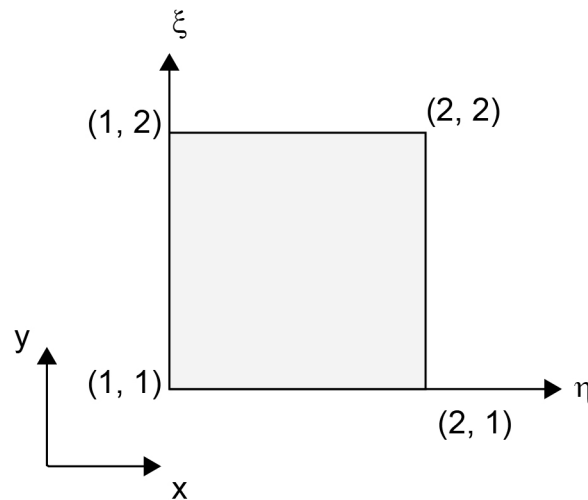


Bild 2-2 Plattenelement für das Finite-Elemente-Modell

Die Biegefläche des Plattenelements wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$\bar{w}(x, y) = \mathbf{V}^T(\eta, \xi) \bar{\mathbf{u}} \quad (2.1)$$

Darin sind $\bar{w}(x, y)$ die Durchbiegung des Plattenelements, $\mathbf{V}(\eta, \xi)$ der sogenannte Verlaufsfunktionsvektor und $\bar{\mathbf{u}}$ der komplexe Vektor der Knotenverformungen des Elements:

$$\bar{\mathbf{u}} = [\bar{w}_{11} \quad \bar{w}_{x11} \quad \bar{w}_{y11} \quad \bar{w}_{xy11} \quad \bar{w}_{12} \dots \bar{w}_{xy22} \quad \bar{w}_{21} \quad \bar{w}_{x21} \quad \bar{w}_{y21} \quad \bar{w}_{xy21}]^T \quad (2.2)$$

wobei der Index „ ij “ die Knotennummer (i, j) bezeichnet. \bar{w}_{ij} ist die vertikale Verschiebung des Knotens ij , \bar{w}_{xij} , \bar{w}_{yij} sind die lokalen Neigungen in x - und y -Richtung und \bar{w}_{xyij} die Verdrehung am Knoten.

$$\bar{w}_{xij} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \quad (2.3)$$

$$\bar{w}_{yij} = \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \quad (2.4)$$

$$\bar{w}_{xyij} = \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} \quad (2.5)$$

Der Krümmungsvektor der Platte $\bar{\mathbf{k}}$ am Punkt (x, y) wird nach Differentiation der Biegefläche bestimmt:

$$\bar{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial^2 \bar{w}(x, y) / \partial x^2 \\ \partial^2 \bar{w}(x, y) / \partial y^2 \\ 2 \partial^2 \bar{w}(x, y) / \partial x \partial y \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

wobei κ_x, κ_y die Krümmungen der Platte und κ_{xy} die Verwindung der Platte bezeichnen.

Der Biegemomentvektor in der Platte $\bar{\mathbf{m}}$ errechnet sich zu

$$\bar{\mathbf{m}} = \mathbf{E}_P \bar{\mathbf{k}} \quad (2.7)$$

mit den Komponenten

$$\bar{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} \bar{m}_{xx} \\ \bar{m}_{yy} \\ \bar{m}_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

wobei $\bar{m}_{xx}, \bar{m}_{yy}$ die beiden Biegemomente um y- und x-Achse bezeichnen und \bar{m}_{xy} das Drillmoment ist. \mathbf{E}_P ist die Biegesteifigkeitsmatrix der Platte:

$$\mathbf{E}_P = \frac{E_P t_P^3}{12(1 - \nu_P^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_P & 0 \\ \nu_P & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_P)/2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

wobei E_P der Elastizitätsmodul und ν_P die Poissonzahl des Plattenmaterials sind und t_P die Dicke der Platte bezeichnet.

Das Gleichgewicht an der elastischen Platte ohne den Einfluss der Kontaktspannung aus dem Boden lautet dann:

$$[\mathbf{K}_P - \omega^2 \mathbf{M}_P] \bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{P}} \quad (2.10)$$

wobei \mathbf{K}_P die Steifigkeitsmatrix der Platte, \mathbf{M}_P die Massenmatrix der Platte, $\bar{\mathbf{u}}$ der Knotenverschiebungsvektor, $\bar{\mathbf{P}}$ die äußere Kraft und ω die

Anregungskreisfrequenz sind. Die äußere Last wird als gleichmäßig über die Plattengrundfläche verteilt angenommen.

Die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_P und die Massenmatrix \mathbf{M}_P werden nach dem bei Bogner, Fox et al. (1965) dargestellten Verfahren hergeleitet, wobei Ansatzfunktionen mit Hilfe von Hermite'schen Polynomen 3. Grades eingeführt werden.

Der Verlaufsfunktionsvektor $\mathbf{V}(\eta, \xi)$ wird demnach mittels der Ansatzfunktionen wie folgt errechnet:

$$\mathbf{V}(\eta, \xi) = \begin{bmatrix} H_{01}(\eta)H_{01}(\xi) \\ a H_{11}(\eta)H_{01}(\xi) \\ b H_{01}(\eta)H_{11}(\xi) \\ a b H_{11}(\eta)H_{11}(\xi) \\ H_{01}(\eta)H_{02}(\xi) \\ a H_{11}(\eta)H_{02}(\xi) \\ b H_{01}(\eta)H_{12}(\xi) \\ a b H_{11}(\eta)H_{12}(\xi) \\ H_{02}(\eta)H_{02}(\xi) \\ a H_{12}(\eta)H_{02}(\xi) \\ b H_{02}(\eta)H_{12}(\xi) \\ a b H_{12}(\eta)H_{12}(\xi) \\ H_{02}(\eta)H_{01}(\xi) \\ a H_{12}(\eta)H_{01}(\xi) \\ b H_{02}(\eta)H_{11}(\xi) \\ a b H_{12}(\eta)H_{11}(\xi) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

wobei

$$\eta = \frac{x}{a} \quad (2.12)$$

und

$$\xi = \frac{y}{b} \quad (2.13)$$

Die Ansatzfunktionen lauten:

$$\begin{aligned}
H_{01}(\eta) &= 1 - 3\eta^2 + 2\eta^3 \\
H_{02}(\eta) &= 3\eta^2 - 2\eta^3 \\
H_{11}(\eta) &= \eta - 2\eta^2 + \eta^3 \\
H_{12}(\eta) &= -\eta^2 + \eta^3
\end{aligned} \tag{2.14}$$

wobei die Variable η durch ξ ersetzt werden kann.

Der Aufbau der Steifigkeitsmatrix und der Massenmatrix mit jeweils 16-Freiheitsgraden für jedes Element wird direkt aus Bogner, Fox et al. (1965) übernommen. Die Ausdrücke und das Programm zur Berechnung der Steifigkeitsmatrix und Massenmatrix sind im Anhang A und D.1 aufgeführt.

2.3 Diskretisierung des Baugrundes

Die Baugrundoberfläche im Bereich der Kontaktfläche mit der Platte wird in rechteckige Elemente unterteilt. Unter jedem Plattenelement befinden sich vier gleiche Baugrundelemente, siehe Bild 2-3. In der hier gewählten Methode wird die Kontaktfläche zwischen einem rechteckigen Plattenelement und der zugehörigen Oberfläche des Halbraums durch eine rechteckige Lastfläche angenähert. Anstatt der Ermittlung der Knotenverschiebung infolge der Knotenlast wird die Verschiebung des Mittelpunktes vom Kontaktelement infolge der Kontaktspannung berechnet. Dadurch vermeidet man numerische Probleme.

Im Bild 2-3 bezeichnet $i = 1 \cdots M$ die Kontaktfläche und $j = 1 \cdots M$ den Mittelpunkt der Kontaktfläche, bei dem die Antwort berechnet wird. Wobei M die Anzahl der Kontaktelemente ist. Die ungleichmäßige Verteilung der Kontaktspannung innerhalb eines Platte-Boden-Kontaktelements wird durch eine konstante Verteilung approximiert.

Die für eine Kreisfrequenz ω gesuchte Green'sche Funktion $\bar{G}_{j,i}^*(\omega)$ für den Punkt j mit den Koordinaten (x_j, y_j) infolge der Kontaktspannung an der Kontaktfläche i kann durch Integration aus der Green'schen Funktion $\bar{G}(r, \omega)$ für eine Einzellast auf der Oberfläche des Halbraums ermittelt

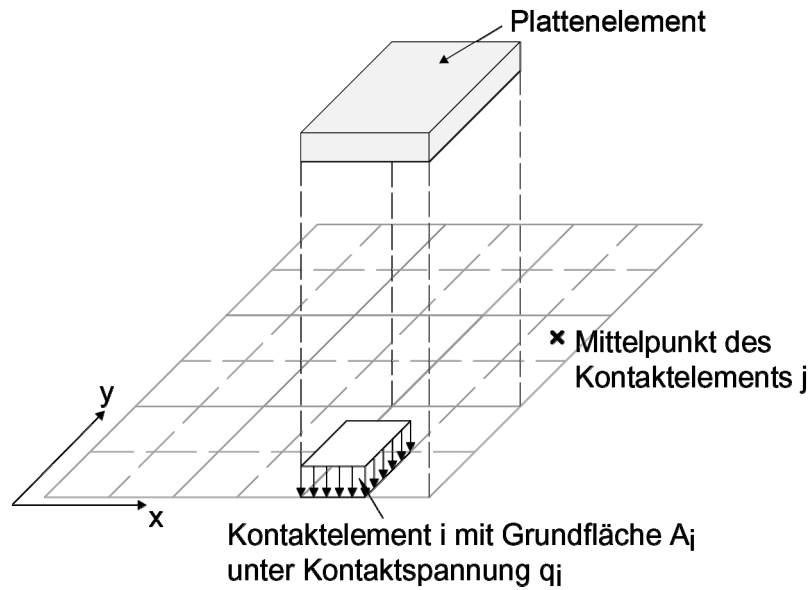


Bild 2-3 Diskretisierung der Kontaktfläche Platte-Boden

werden

$$\bar{G}_{j,i}^*(\omega) = \int_{A_i} \frac{\bar{G}(r, \omega)}{A_i} dx dy \quad (2.15)$$

wobei

$$r = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} \quad (2.16)$$

ist.

Die vertikale Verschiebungsamplitude des Mittelpunkts von Kontaktelement j für Kreisfrequenz ω wird dann durch Summierung der M Kontaktflächen berechnet.

$$\bar{u}_j(\omega) = \sum_{i=1}^M \bar{G}_{j,i}^*(\omega) q_i A_i \quad (2.17)$$

wobei A_i die Grundfläche des i -ten Kontaktelements und q_i die Kontaktspannung der i -ten Kontaktfläche bezeichnen.

Der Verschiebungsvektor des Baugrundes $\bar{\mathbf{u}}_B$ an den Mittelpunkten der einzelnen Kontaktelemente wird in Matrixschreibweise formuliert:

$$\bar{\mathbf{u}}_B = \bar{\mathbf{C}}_B \bar{\mathbf{Q}}_B \quad (2.18)$$

wobei $\bar{\mathbf{C}}_B$ die Nachgiebigkeitsmatrix des Baugrundes

$$\bar{\mathbf{C}}_B = \begin{bmatrix} \bar{G}_{1,1}^*(\omega) & \bar{G}_{1,2}^*(\omega) & & & \\ \bar{G}_{2,1}^*(\omega) & \bar{G}_{2,2}^*(\omega) & \cdots & & \\ & \cdots & \cdots & \cdots & \\ & & & & \bar{G}_{M,M}^*(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

und $\bar{\mathbf{Q}}_B$ der Vektor der resultierenden Kraft aus der Kontaktspannung der einzelnen Kontaktelemente

$$\bar{\mathbf{Q}}_B = [q_1 A_1 \quad q_2 A_2 \quad \dots \quad q_M A_M]^T \quad (2.20)$$

sind.

Zur Berechnung der Antwort am Punkt j wird die rechteckige Lastfläche in einzelne Lasten an den Gauss'schen Integrationspunkten zerlegt und numerisch mit Hilfe von MATLAB das Integral berechnet. Zur Vermeidung der Singularität, wenn Belastungspunkt und Antwortpunkt zusammenfallen, wurde die numerische Integration bei MATLAB mit der Zusatzoption „Singular“ durchgeführt.

Durch die Inversion der symmetrischen Nachgiebigkeitsmatrix $\bar{\mathbf{C}}_B$ erhält man die Steifigkeitsmatrix $\bar{\mathbf{K}}_B$ des Baugrundes. Der Vektor der resultierenden Kraft der einzelnen Kontaktelemente $\bar{\mathbf{Q}}_B$ wird errechnet durch:

$$\bar{\mathbf{Q}}_B = \bar{\mathbf{K}}_B \bar{\mathbf{u}}_B \quad (2.21)$$

Man beachte, dass die Dimension der Steifigkeitsmatrix $\bar{\mathbf{K}}_B$ $M \times M$ und die Dimensionen der Vektoren $\bar{\mathbf{Q}}_B$ und $\bar{\mathbf{u}}_B$ M sind.

2.4 Kompatibilitätsbedingung zwischen Platte und Baugrund

Die Gleichgewichtsbeziehung der elastischen Platte unter Berücksichtigung der Kontaktspannung aus dem Baugrund lautet.

$$[\mathbf{K}_P - \omega^2 \mathbf{M}_P] \bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{P}} - \bar{\mathbf{Q}} \quad (2.22)$$

Die Kopplung der beiden Gleichungen (2.21) und (2.22) erfolgt über die Kompatibilitätsbedingung an der Kontaktfläche.

Die Kontaktfläche zwischen einem Plattenelement und dem Baugrund wird in 4 weitere gleiche Elemente unterteilt. Die Kompatibilität wird an den Mittelpunkten dieser 4 Teilelemente erfüllt. Die Verschiebung der Platte an diesen Punkten wird aus der Ansatzfunktion berechnet. Eine graphische Darstellung ist in Bild 2-4 gegeben. P1 bis P4 sind Kontaktpunkte des Plattenelements, B1 bis B4 sind die Mittelpunkte der 4 Baugrundelemente. Die Punkte P1' bis P4' sind die Projektionspunkte der Mittelpunkte der Baugrundelemente auf die Platte.

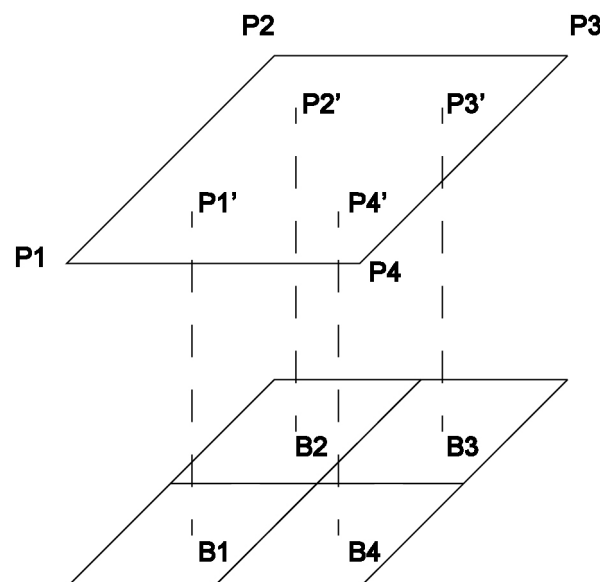


Bild 2-4 Plattenelement (oben) und Bodenelemente an der Kontaktfläche

Durch Verwendung der Ansatzfunktionen (Hermite'sche Polynome 3. Grades, wie oben definiert) werden die vertikalen Verschiebungen $\bar{\mathbf{u}}'$ der

Punkte P1' bis P4' mittels der Knotenverformungen des Plattenelements nach der Gleichung (2.1) berechnet:

$$\bar{\mathbf{u}}' = \begin{bmatrix} \bar{w}'_1 \\ \bar{w}'_2 \\ \bar{w}'_3 \\ \bar{w}'_4 \end{bmatrix} = \mathbf{V}'^T \bar{\mathbf{u}} \quad (2.23)$$

wobei \mathbf{V}' eine Transformationsmatrix ist. Für ein Plattenelement mit vier Bodenelementen ergibt sich:

$$\mathbf{V}' = [\mathbf{V}(1/4, 1/4) \quad \mathbf{V}(1/4, 3/4) \quad \mathbf{V}(3/4, 3/4) \quad \mathbf{V}(3/4, 1/4)] \quad (2.24)$$

Die Kompatibilitätsbedingung lautet:

$$\bar{\mathbf{u}}_B = \bar{\mathbf{u}}' \quad (2.25)$$

Die virtuelle Arbeit der Kontaktkraft an den Mittelpunkten der Platte-Boden-Kontaktelemente unter Berücksichtigung der obigen Transformation lautet:

$$\delta \bar{\mathbf{u}}_B^T \bar{\mathbf{Q}}_B = \delta \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{V}' \bar{\mathbf{K}}_B \mathbf{V}'^T \bar{\mathbf{u}} \quad (2.26)$$

Die virtuelle Arbeit der Kontaktkraft an den Punkten der entsprechenden Knoten der Plattenelemente lautet:

$$\delta \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{Q}} = \delta \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{K}}_{BP} \bar{\mathbf{u}} \quad (2.27)$$

Die transformierte, komplexe Bodensteifigkeitsmatrix $\bar{\mathbf{K}}_{BP}$, die in die Gleichgewichtsbedingung der Platte berücksichtigt eingesetzt wird, lautet dann:

$$\bar{\mathbf{K}}_{BP} = \mathbf{V}' \bar{\mathbf{K}}_B \mathbf{V}'^T \quad (2.28)$$

Der Vektor der Resultierende der einzelnen Teillastflächen $\bar{\mathbf{Q}}$ lautet entsprechend:

$$\bar{\mathbf{Q}} = \bar{\mathbf{K}}_{BP} \bar{\mathbf{u}} \quad (2.29)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (2.29) in Gleichung (2.22) erhält man folgendes Gleichungssystem für die Schwingung einer elastischen Platte auf dem Baugrund:

$$[\mathbf{K}_P + \bar{\mathbf{K}}_{BP} - \omega^2 \mathbf{M}_P] \bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{P}} \quad (2.30)$$

2.5 Implementierung des Berechnungsverfahrens

Das kombinierte analytisch-numerische Verfahren wird in der Programmumgebung MATLAB implementiert. Durch die bereits eingebauten mathematischen Funktionen kann die Zeit für die Matrixberechnung und die Lösung der Gleichungssysteme und auch für die graphische Darstellung reduziert werden. Das Programm MATLAB kann die graphischen Objekte durch kurze Befehle bearbeiten.

Das entwickelte Programm BBBI (Boden-Bauwerk-Boden-Interaktion) kann sowohl Einzelfundamente auf der Baugrundoberfläche als auch mehrere auf der Baugrundoberfläche beliebig angeordnete Fundamente mit verschiedener Geometrie behandeln. Die rechteckigen Fundamente werden durch das Programm mit der erwünschten Diskretisierung modelliert. Zur praktischen Anwendung können die Fundamente beliebiger Form zuerst mit einem allgemeinen Pre-Prozessor eines Finite-Elemente-Programms diskretisiert werden und daraus die Eingabedatei für das Programm BBBI erstellt werden.

Der analytisch hergeleitete Teil sowie die Grundlösungen für den homogenen Boden und den inhomogenen Boden wurden in FORTRAN programmiert. Das ausführbare Programm wird dann durch eine Schnittstelle mit dem MATLAB-Programm BBBI verknüpft.

3 Rechteckige elastische Platte auf inhomogenem Baugrund

3.1 Inhomogener Baugrund - Definitionen

Der Boden in der Natur ist oft stark inhomogen und oft auch geschichtet. Sein Verhalten hängt vom aktuellen Spannungszustand und auch von der eingprägten Verzerrungsamplitude ab. Aber auch ein gleichmäßig gelagerter Boden weist wegen der Abhängigkeit seiner Steifigkeit von dem aktuellen Spannungsniveau eine tiefenabhängige Steifigkeit aus. Da die Überlagerungsspannung mit der Tiefe zunimmt, wächst auch der Verformungsmodul des Bodens mit der Tiefe. Ein derartiger Boden wird in der Baugrunderdynamik als inhomogen bezeichnet. Ist der Boden gleichmäßig gelagert (Sediment), erhält man eine kontinuierliche Zunahme des Verformungsmoduls. In der Baugrunderdynamik wird als Verformungsmodul der Schubmodul G verwendet.

Zur Beschreibung eines breiten Spektrums von inhomogenen Böden wurde von Vrettos (1988) eine Tiefenverteilung des Schubmoduls nach folgender Funktion eingeführt.

$$G(z) = G_0 + (G_\infty - G_0)[1 - \exp(-\alpha z)] \quad (3.1)$$

Dabei sind: z die Tiefe ab Baugrunderoberfläche, G_0 der Schubmodul an der Oberfläche, G_∞ der asymptotische Wert bei großen Tiefen, α ist ein Parameter, der die Krümmung der Kurve beschreibt und als Inhomogenitätsgradient bezeichnet wird. Der dimensionslose Parameter

$$\Xi_0 = 1 - \frac{G_0}{G_\infty} \quad (3.2)$$

wird als Inhomogenitätsparameter bezeichnet.

Der Fall des homogenen Bodens ergibt sich für $\Xi_0 = 0$ bzw. für $\alpha = 0$.

3.2 Einflussfunktionen für inhomogenen Halbraum

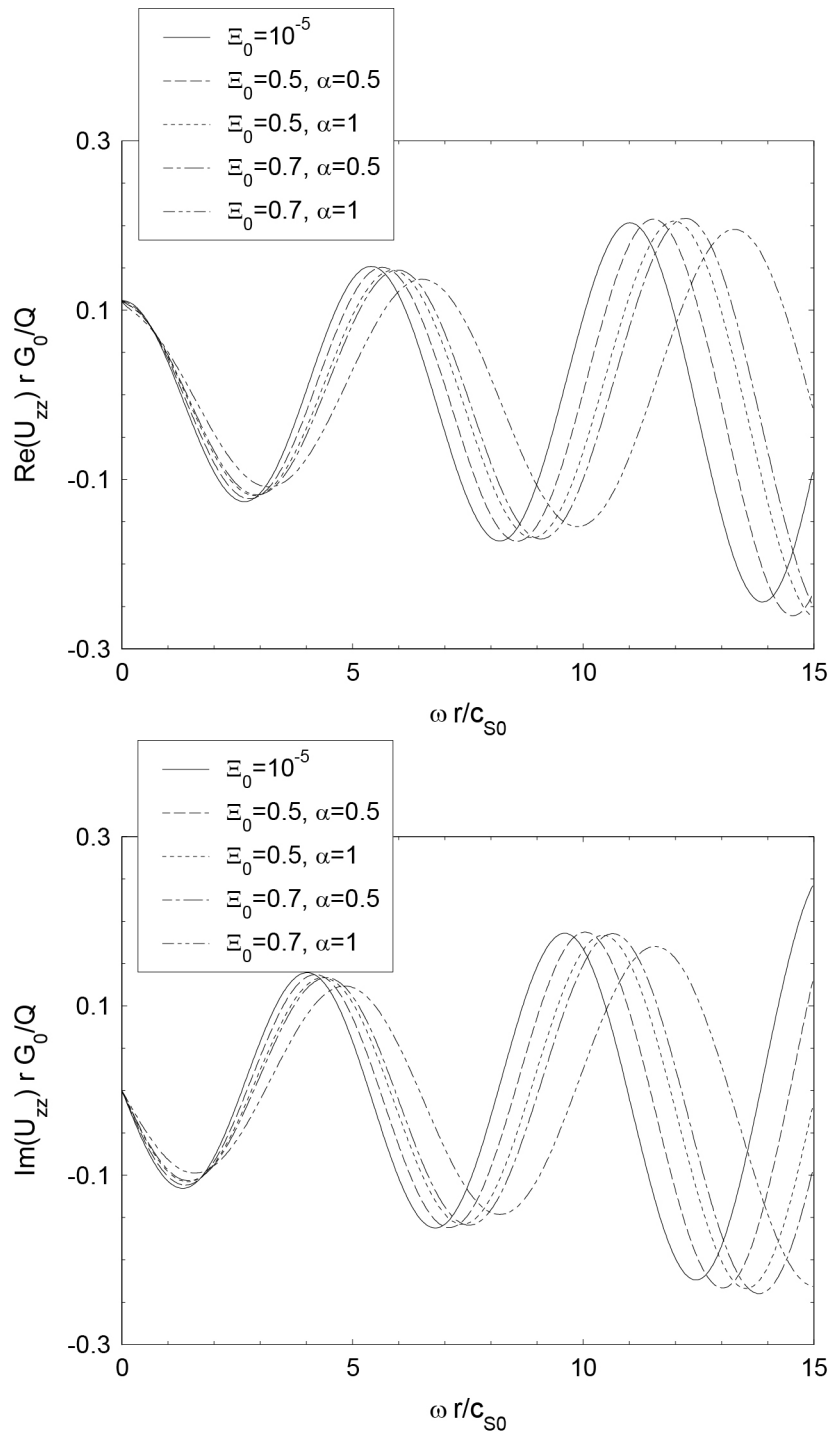


Bild 3-1 Real- und Imaginärteil der vertikalen Verschiebung der Halbraumoberfläche infolge einer harmonischen Einzellast $Q \exp(i\omega t)$ für verschiedene Werte der Inhomogenitätsparameter.

Wie oben erwähnt, bilden die sogenannten Green'schen Funktionen die Grundlage für das hier verwendete halb-analytische Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Steifigkeitsfunktionen von elastischen Platten oder starren Fundamenten. Die Green'schen Funktionen für den inhomogenen Boden wurden bereits von Vrettos (1991) mit Hilfe eines halb-analytischen Verfahrens hergeleitet.

Das Bild 3-1 zeigt diese Funktionen für typische Werte des Inhomogenitätsparameters Ξ_0 und des Inhomogenitätsgradienten α und eine Poissonzahl von $\nu = 0,3$. In der Abszisse ist eine dimensionslose Entfernung aufgetragen, in der Ordinate der Real- bzw. Imaginärteil der komplexen Antwort des inhomogenen Halbraums auf eine Einzellast der Amplitude Q und Frequenz ω angegeben.

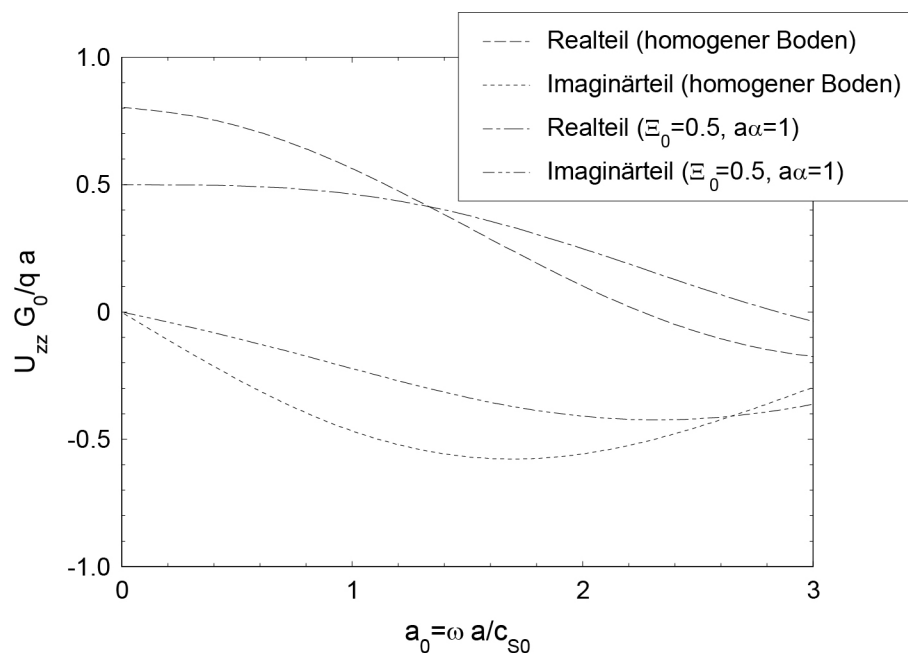


Bild 3-2 Komplexe Verschiebung des Mittelpunkts einer quadratischen Lastfläche $q \exp(i\omega t)$ auf dem homogenen Boden und einem inhomogenen Boden

Zur Anwendung dieser Grundleistung bei der numerischen Lösung von Wechselwirkungsproblemen muss noch die sogenannte Einflussfunktion für eine rechteckige Lastfläche ermittelt werden. Die Green'schen Funktionen weisen in dem Angriffspunkt der Last eine Singularität auf. Dies bereitet Probleme bei der Integration der Green'schen Funktionen. Dies kann

bewältigt werden mit Hilfe eines passenden Integrationsschemas: Daraus ergeben sich singularitätsfreie Integralausdrücke, die dann numerisch integriert werden. Diese Vorgehensweise wurde von Vrettos (1997) verfolgt. Die Ergebnisse für die Variation der vertikalen Verschiebung des Mittelpunktes einer quadratischen Lastfläche $q \exp(i\omega t)$ der halben Breite a sind in Bild 3-2 dargestellt. Es sind jeweils die Kurven für den homogenen Boden und für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 1$ dargestellt.

Alternativ hierzu, können die Einflussfunktionen mit Hilfe der bei MATLAB zur Verfügung stehenden Funktion „quad2d“ mit der Option „Singular“ berechnet werden. Die berechneten Kurven sind mit den halb-analytischen Ergebnissen in sehr guter Übereinstimmung. Dies eröffnet die Möglichkeit, Green'sche Funktionen für geschichtete Böden numerisch zu integrieren.

3.3 Feder-Dämpfer-Modell eines starren Fundaments auf dem Baugrund

Wir betrachten hier zunächst starre, rechteckige Platten unter harmonischer Einwirkung. Die Antwort des Systems kann bekanntlich mit Hilfe eines Masse-Feder-Dämpfer Modells beschrieben werden. Die Federkonstante und der Dämpfungsbeiwert sind frequenzabhängig. In dieser Arbeit werden vertikale Schwingungen der Platte mit den Abmessungen $2b \times 2a$ ($b > a$) untersucht. Der Boden ist inhomogen und die Tiefenvariation des Schubmoduls durch Gleichung (3.1) definiert, siehe Bild 3-3.

Die dynamische Steifigkeit K_{zz} und der Dämpfungsbeiwert C_{zz} bilden zusammen die komplexe Steifigkeitsfunktion:

$$\bar{K}_{zz} = K_{zz} + i\omega C_{zz} \quad (3.3)$$

wobei ω die Kreisfrequenz der Fundamentanregung ist. Die komplexe Steifigkeitsfunktion kann in folgender Form geschrieben werden:

$$\bar{K}_{zz} = K_{zz}^0 (k_{zz} + i a_0 c_{zz}) \quad (3.4)$$

wobei K_{zz}^0 die vertikale Steifigkeit eines starren masselosen Fundaments auf homogenem Boden mit dem Schubmodul G_0 im statischen Fall ist.

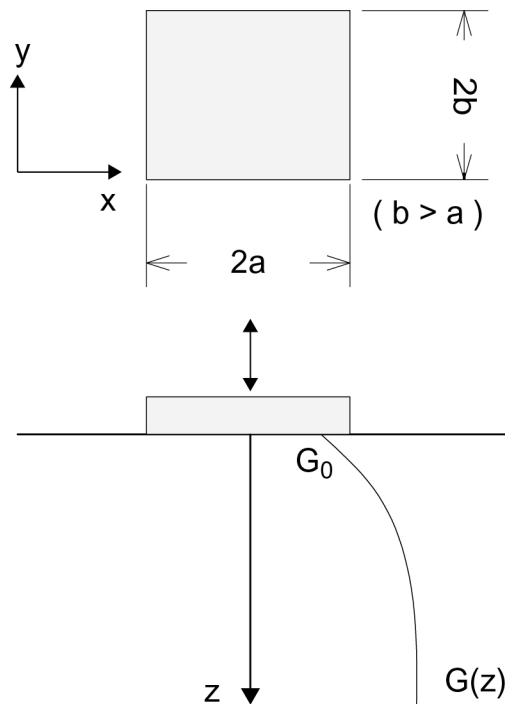


Bild 3-3 Fundament auf dem inhomogenen Boden

Die dimensionslose Frequenz a_0 wird definiert als

$$a_0 = \frac{\omega a}{c_{S0}} \quad (3.5)$$

wobei c_{S0} die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Scherwelle für den Schubmodul G_0 ist. Die dimensionslose Steifigkeit und Dämpfung lauten somit:

$$k_{zz} = \frac{K_{zz}}{K_{zz}^0} \quad c_{zz} = \frac{C_{zz} c_{S0}}{a K_{zz}^0} \quad (3.6)$$

Die statische Steifigkeit einer starren rechteckigen Platte auf homogenem Boden mit Schubmodul G_0 und Poissonzahl ν kann geschrieben werden als

$$K_{zz}^0 = \frac{G_0 a}{1 - \nu} I_{zz} \quad (3.7)$$

Für den Steifigkeitsparameter I_{zz} existiert bis heute keine explizite geschlossene Lösung, sodass diese mit Hilfe von halb-analytischen

Verfahren bestimmt werden muss. Das hier entwickelte Programm zur Berechnung der Boden-Bauwerk-Wechselwirkung wird dazu verwendet. Die Ergebnisse hängen von der Diskretisierung der Kontaktfläche Fundament-Boden ab. Für eine extrem feine Diskretisierung erhält man die in der Tabelle 3.1 angegebenen Werte.

b/a	I_{zz}
1	4,543
2	6,589
4	10,026

Tabelle 3-1 Steifigkeitsparameter für verschiedene Seitenverhältnisse

3.4 Elastische Platte auf dem Baugrund - Definitionen

Als nächstes werden elastische rechteckige Platten auf der Halbraumoberfläche betrachtet. Die Platte hat die Abmessungen $2b \times 2a$ ($b > a$), den Schubmodul G_P , die Poissonzahl ν_P und die Dicke t_P .

Bei der Entwicklung von Diagrammen für die praktische Anwendung sind dimensionslose Parameter vorteilhaft. Sie werden in dem folgenden Abschnitt für den inhomogenen Halbraum entwickelt:

Das dimensionslose Steifigkeitsverhältnis K wird entsprechend dem Vorschlag von Whittaker and Christiano (1982) definiert:

$$K = \frac{G_P (1 - \nu) t_P^3}{48 G_0 (1 - \nu_P) a^3} \quad (3.8)$$

Das dimensionslose Masseverhältnis M wird wie bei Sarfeld (1994) definiert:

$$M = \frac{(1 - \nu) m_P}{4 \rho a^3} \quad (3.9)$$

wobei m_P die Masse der Platte und ρ die Dichte des Bodens sind.

Der Vergrößerungsfaktor der Verschiebung eines Punktes der Platte ist:

$$A = \frac{|U_{zz}|}{U_{zz}^0} \quad (3.10)$$

wobei U_{zz} die vertikale Verschiebung des Beobachtungspunktes ist, und U_{zz}^0 die vertikale Verschiebung der starren Platte auf homogenem Boden mit einem Schubmodul G_0 für den statischen Fall ist, siehe Bild 3-4.

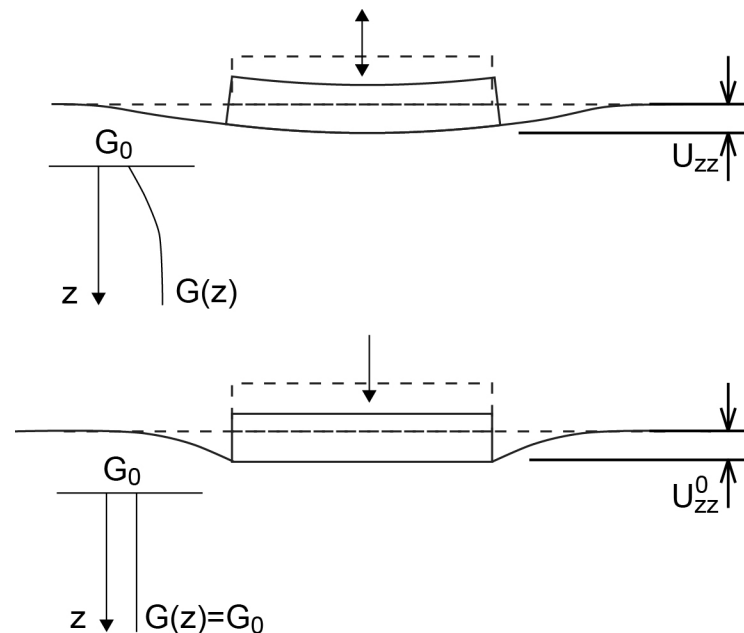


Bild 3-4 Definitionen der Verschiebung für den Vergrößerungsfaktor

3.5 Numerische Implementierung

Die Ergebnisse hängen stark von der Diskretisierung der Kontaktfläche Platte-Boden ab. Zur Untersuchung des Einflusses der Diskretisierungsfeinheit bei Anwendung des im Kapitel 2 vorgestellten Verfahrens wird hier eine starre quadratische Platte auf dem homogenen

Halbraum mit verschiedenen Netzfeinheiten berechnet. Die Lösung für den statischen Fall wird zum Vergleich herangezogen. Der zugehörige Wert des Steifigkeitsparameters I_{zz} beträgt 4,543. Ein ausreichend genaues Ergebnis erhält man bei einer Toleranz kleiner als 2%, wenn die Anzahl der Elemente entlang des Plattenrandes größer als 8 ist. Dies entspricht 64 Plattenelementen und eine Anzahl von $64 \times 4 = 256$ Baugrundelementen.

Zur Untersuchung des dynamischen Falls wird der Vergrößerungsfaktor des Plattenmittelpunktes in Abhängigkeit von der dimensionslosen Frequenz a_0 für eine elastische quadratische Platte mit einem Steifigkeitsverhältnis $K = 0,005$ und einem Massenverhältnis $M = 2$ berechnet. Die Anzahl der Plattenelemente variiert zwischen 36 und 100. Ergebnisse sind in Bild 3-5 dargestellt.

Man erkennt, dass die Vergrößerungsfaktoren bei der ersten Resonanzfrequenz für drei verschiedene Diskretisierungsfeinheiten identisch sind. Die Vergrößerungsfunktionen laufen ab einer dimensionslosen Frequenz von ca. 1,2 auseinander.

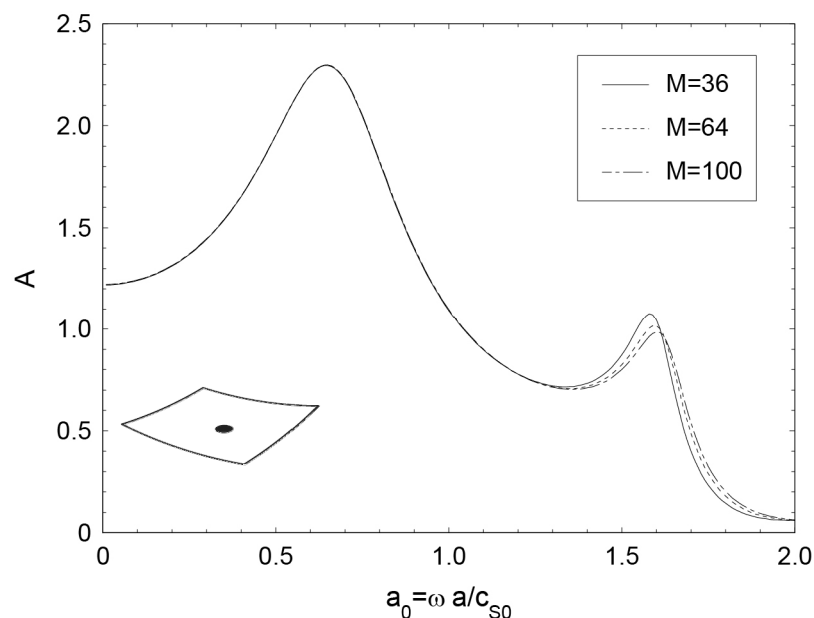


Bild 3-5 Einfluss der Netzfeinheit im dynamischen Fall: Vergrößerungsfaktor des Mittelpunktes einer elastischen quadratischen Platte mit den Massenverhältnissen $M_1 = M_2 = 2$

Sowohl im statischen als auch im dynamischen Fall ergeben sich ausreichend genaue Ergebnisse, sofern die quadratische Platte mit 64 Elementen diskretisiert wird. Es entspricht einer Elementanzahl von 256 an der Baugrundkontaktfläche.

3.6 Grenzwerte des Steifigkeitsverhältnisses

Eine starre Platte stellt eine Vereinfachung der Realität dar. Die Beurteilung, ob es sich um eine starre oder weiche Platte handelt, erfolgt anhand des Wertes des Steifigkeitsverhältnisses K , siehe Gleichung (3.8). Hierzu wird eine Parameterstudie durchgeführt, in der sowohl homogener als auch inhomogener Boden berücksichtigt wird. Es wird lediglich der statische Lastfall herangezogen, wobei dynamisch gerechnet wird für eine dimensionslose Frequenz $a_0 = 0,01$. Die Platte wird als quadratisch angesetzt und durch eine gleichmäßige Flächenlast beansprucht.

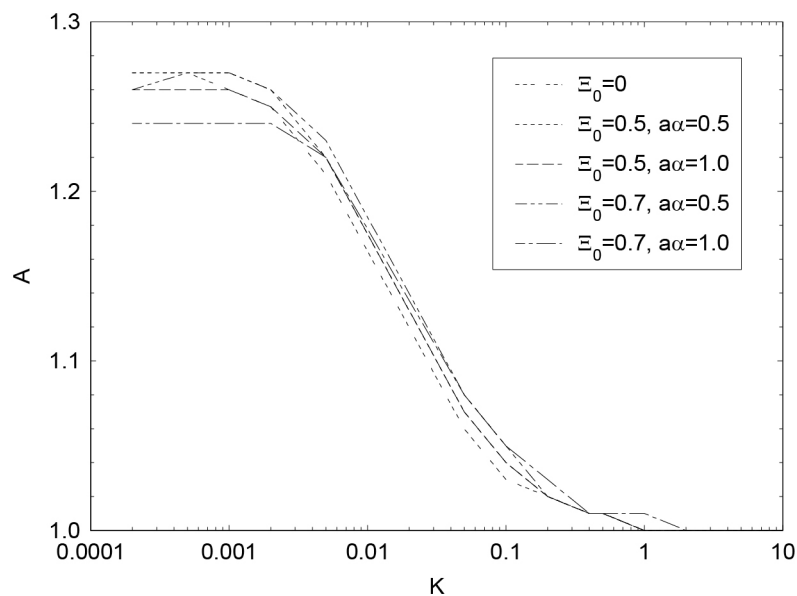


Bild 3-6 Vergrößerungsfaktor für den Mittelpunkt einer quadratischen Platte in Abhängigkeit von dem Steifigkeitsverhältnis für $a_0 = 0,01$

Als Ergebnis wird der Vergrößerungsfaktor A des Plattenmittelpunkts ermittelt, der im Bild 3-6 für die untersuchten Bodenprofile graphisch dargestellt ist. Die Kurven zeigen, dass der Vergrößerungsfaktor 1 beträgt, wenn das Steifigkeitsverhältnis $K > 1$ ist. Für niedrige Werte K erhält man

einen Grenzwert für das weiche Verhalten bei $K < 0,001$. Da das Plattenmaterial bereits bei $K = 0,005$ den gleichen Schubmodul wie der Boden an der Oberfläche aufweist, sind Werte $K < 0,005$ kaum sinnvoll. In den weiteren Betrachtungen werden nur Situationen mit einem Steifigkeitsverhältnis $K \geq 0,005$ betrachtet.

3.7 Starre Platte auf homogenem Baugrund

In diesem Abschnitt wird die Platte als starr betrachtet. In der Berechnung wurde eine nachgiebige Platte mit einem Steifigkeitsverhältnis $K = 10$ angesetzt. Die Platte hat einen Schubmodul $G_P = 28$ GPa und eine Poissonzahl $\nu_P = 0,15$. Die Dichte der Platte wird in den Berechnungen variiert. Die Dicke der Platte beträgt $t_P = 0,62$ m. Der Boden weist folgende Eigenschaften auf: Dichte $\rho = 1,8$ Mg/m³, Poissonzahl $\nu = 0,3$, Schubmodul $G_0 = 11,54$ MPa.

Als Erstes werden die Berechnungen für den homogenen Boden durchgeführt. Bild 3-7 zeigt die dimensionslose vertikale dynamische Steifigkeit k_{zz} und Dämpfung c_{zz} in Abhängigkeit von der dimensionslosen Frequenz a_0 für ein masseloses Fundament mit Seitenverhältnis b/a gleich 1, 2 und 4. Der Kontakt zwischen dem Boden und dem Fundament ist nur in der vertikalen Richtung vorhanden, Schubspannungen an der Kontaktfläche werden nicht übertragen.

Bei Berücksichtigung der Massenträgheitseffekte (massenbehaftete Platte) hängt die Systemantwort von dem Massenverhältnis M . Bild 3-8 zeigt die Vergrößerungsfunktion in Abhängigkeit von der dimensionslosen Frequenz für verschiedene Werte von M .

Die Kurven in Bild 3-7 und Bild 3-8 stimmen mit den Ergebnissen von Vrettos (1997) und Sarfeld (1994) sehr gut überein.

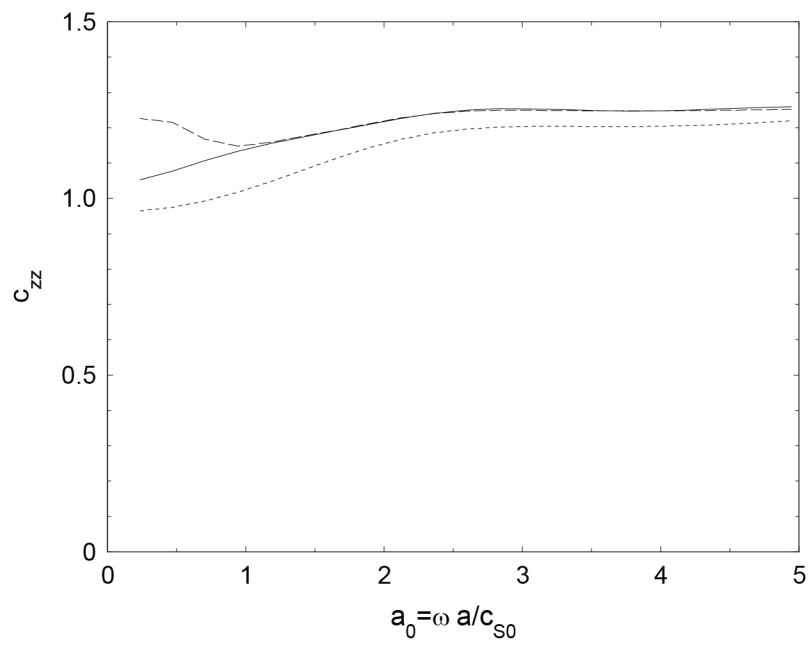
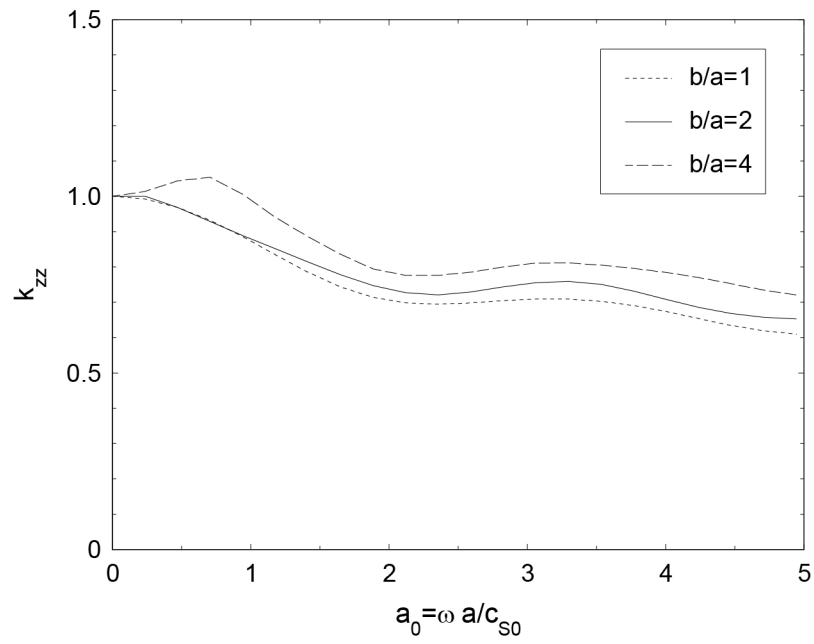


Bild 3-7 Vertikale dynamische Steifigkeit und Dämpfung einer rechteckigen masselosen Platte auf homogenem Boden

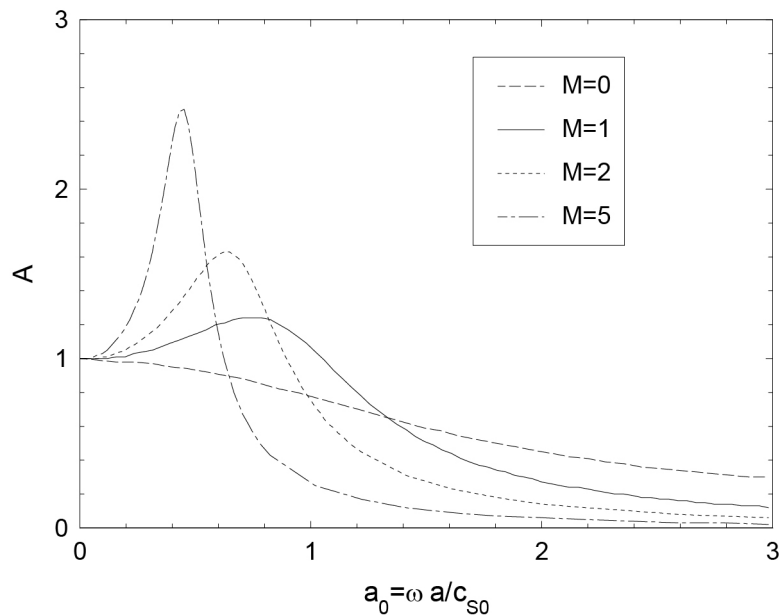


Bild 3-8 Vergrößerungsfunktionen für ein starres quadratisches Fundament bei verschiedenen Massenverhältnissen für homogenen Boden

3.8 Starre Platte auf inhomogenem Baugrund

Als nächstes wird die im vorigen Abschnitt definierte Situation um die Inhomogenität des Bodens erweitert: Der Verlauf des Schubmoduls mit der Tiefe variiert in Abhängigkeit von dem Inhomogenitätsparameter Ξ_0 und dem Inhomogenitätsgradienten α .

Dynamische Steifigkeit und Dämpfung werden für verschiedene Werte des Inhomogenitätsparameters Ξ_0 und des dimensionslosen Inhomogenitätsgradienten $a\alpha$ nach dem obigen Rechenverfahren berechnet. Die Ergebnisse für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$ sind im Bild 3-9 angegeben. Die Ergebnisse für inhomogenen Boden mit anderen Inhomogenitätsparametern und Inhomogenitätsgradienten werden im Anhang B (Bilder B-1 - B-3) beigefügt. Die Werte stimmen mit den Ergebnissen bei Vrettos (1997) überein. Die hier ermittelten Funktionen wurden anhand einer allgemeinen Formulierung für nachgiebige Platten ermittelt, während letztere für eine ideal-starre Platte bestimmt worden sind.

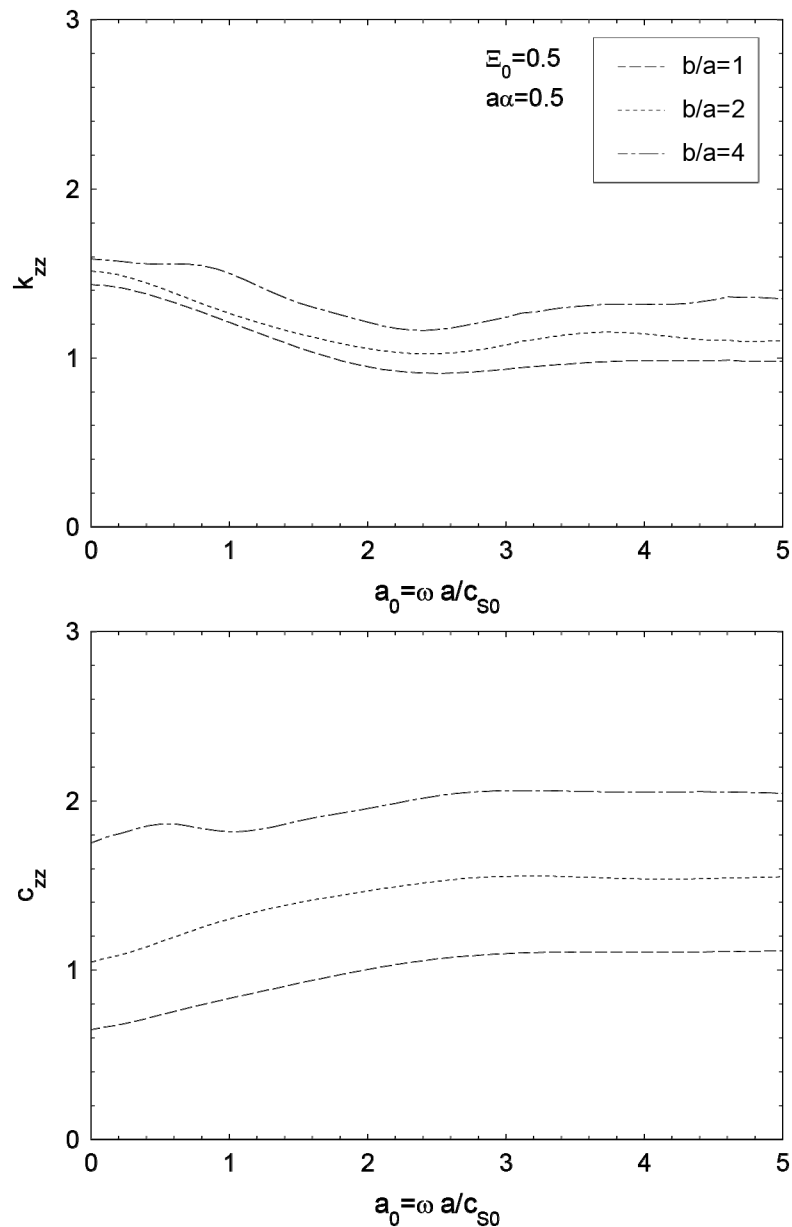


Bild 3-9 Dimensionslose dynamische Steifigkeit und Dämpfung des starren masselosen Fundaments für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

Schließlich wird der Vergrößerungsfaktor A der Platte für den inhomogenen Fall berechnet. Bild 3-10 zeigt die Vergrößerungsfunktion für verschiedene Massenverhältnisse. Man erkennt die Variation der Frequenz bei maximaler Vergrößerung mit den angesetzten Inhomogenitätsparametern. Durch einen Vergleich der Kurven mit der Lösung des homogenen Falls können äquivalente Schubmoduln für die Vergrößerungsfunktion in Abhängigkeit von Massenverhältnis ermittelt werden.

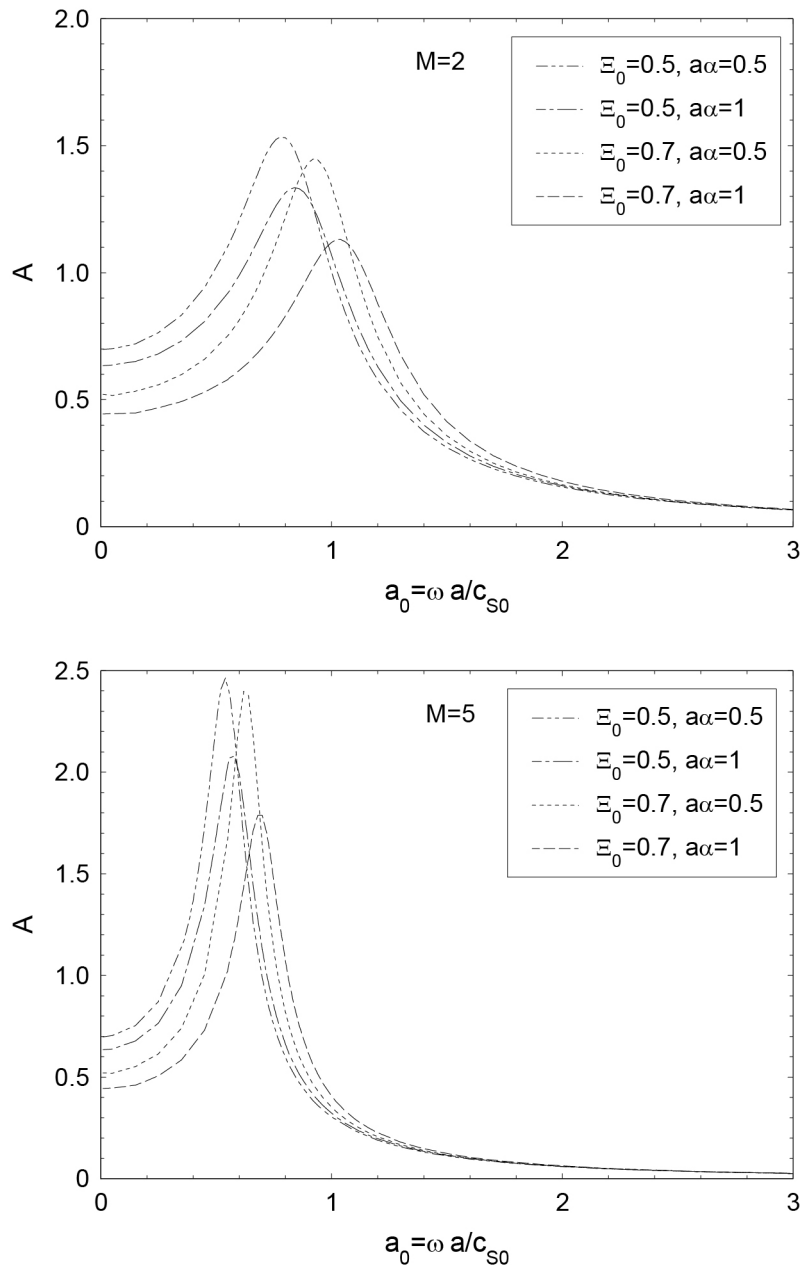


Bild 3-10 Vergrößerungsfaktoren für die quadratischen starren Fundamente mit verschiedenen Massen auf inhomogenem Boden

3.9 Elastische Platte auf homogenem Baugrund

Der in den vorigen Abschnitten betrachteten Platte wird in diesem Abschnitt eine finite Nachgiebigkeit zugewiesen. Das Steifigkeitsverhältnis variiert zwischen 0,001 und 3,3. Dadurch wird der gesamte Bereich von weich bis starr erfasst. Die Platte wird mit 64 Elementen diskretisiert. Dies entspricht

eine Diskretisierung von 256 Elementen an der Kontaktfläche mit dem Baugrund. Die Vergrößerungsfaktoren werden für Punkte an der Plattenmitte, an der Plattenrandmitte und an der Plattenecke berechnet, siehe Bild 3-11.

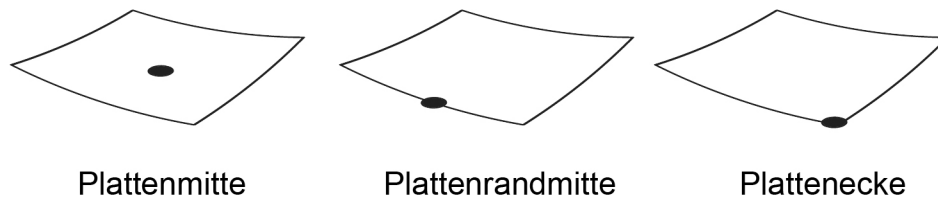


Bild 3-11 Beobachtungspunkte an der Platte

Die Ergebnisse sind im Bild 3-12 in Abhängigkeit von der dimensionslosen Frequenz a_0 dargestellt.

Zur Validierung werden die Vergrößerungsfunktionen für alle drei Plattenpunkte mit den Ergebnissen von Whittaker and Christiano (1982) verglichen. Als Referenz für den Vergleich wird die Kurve für ein Steifigkeitsverhältnis $K = 0,06$ gewählt. Beide Lösungen stimmen überein, wobei anzumerken ist, dass die bei Whittaker und Christiano (1982) verwendete dimensionslose Verschiebung $\bar{\Delta}$ dem Wert von $2A/I_{zz}$ entspricht.

Aus den Kurven in Bild 3-12 erkennt man, dass die Vergrößerungsfunktionen stark vom Seitenverhältnis abhängen, und lediglich für den Randmittelpunkt eine schwach Variation besteht. Seitenrandmittelpunkt und Eckpunkt zeigen durchweg niedrigere Werte als der zugehörige Wert der starren Platte im statischen Fall, während für den Plattenmittelpunkt die Werte auch größer als der statische Referenzwert einer starren Platte sein können.

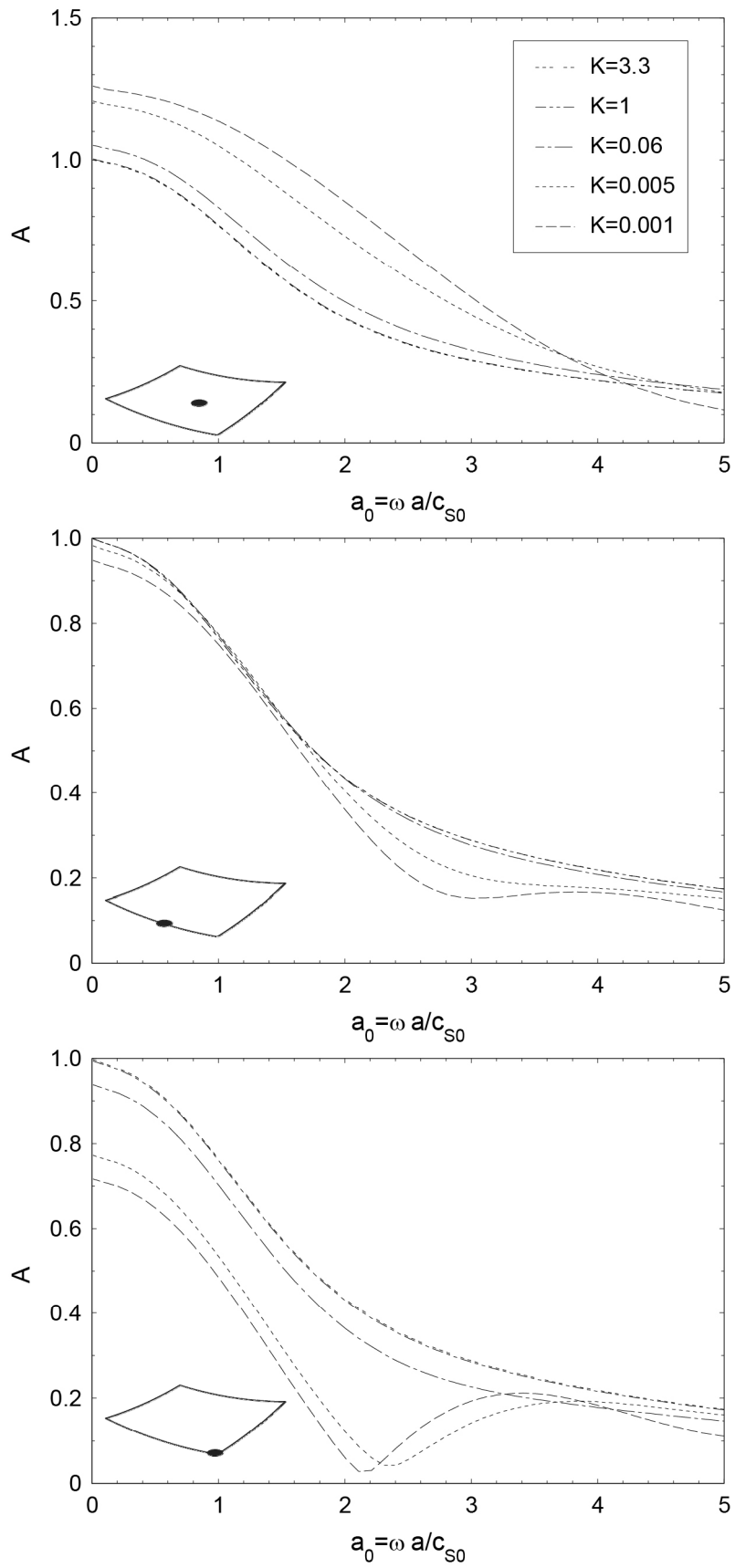


Bild 3-12 Verschiebung verschiedener Punkte an der masselosen Platte unter dynamischer Last

3.10 Elastische Platte auf inhomogenem Baugrund

3.10.1 Untersuchte Situationen

Bei der numerischen Untersuchung des Systemverhaltens werden drei Situationen betrachtet, vgl. Bild 3-13.

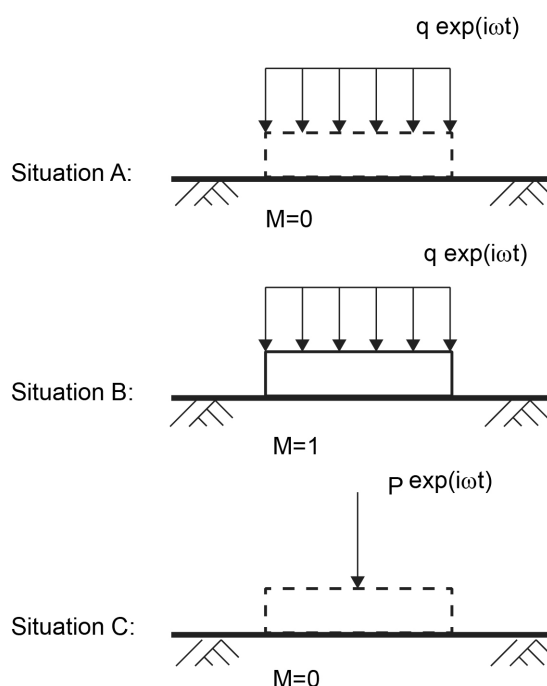


Bild 3-13 Untersuchte Systeme

Situation A: Platte nachgiebig und masselos, Belastung durch Flächenlast;

Situation B: Platte nachgiebig und massebehaftet, Belastung durch Flächenlast;

Situation C: Platte nachgiebig und masselos, Belastung durch Einzellast.

Das Steifigkeitsverhältnis K der Platte wird für jede Situation gleich 0,005; 0,05 und 1 gesetzt. Der Baugrund ist inhomogen mit $\bar{\Xi}_0 = 0,5 / 0,7$ und $a\alpha = 0,5 / 1$.

3.10.2 Vergrößerungsfunktionen

In Bild 3-14 sind für $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$ die Vergrößerungsfunktionen für die verschiedenen Beobachtungspunkte an der Platte für die Situation A dargestellt. Die entsprechenden Kurven für die beiden anderen Situationen sind in Bild 3-15 und Bild 3-16 dargestellt. Die Feststellungen, die für den Fall des homogenen Baugrundes gemacht worden sind (siehe oben) gelten auch für den inhomogenen Fall der Situation A.

Die Kurven für die Situationen B und C zeigen andere Muster: Für Situation B erkennt man das stark oszillierende Kurvenverhalten, welches durch Trägheitseffekte bedingt ist. In den Kurven der Situation C macht sich die Belastungscharakteristik (Punktlast) bemerkbar.

Weitere Ergebnisse für die anderen Inhomogenen Fälle der drei Situationen werden im Anhang B (Bilder B-4 – B-12) beigelegt.

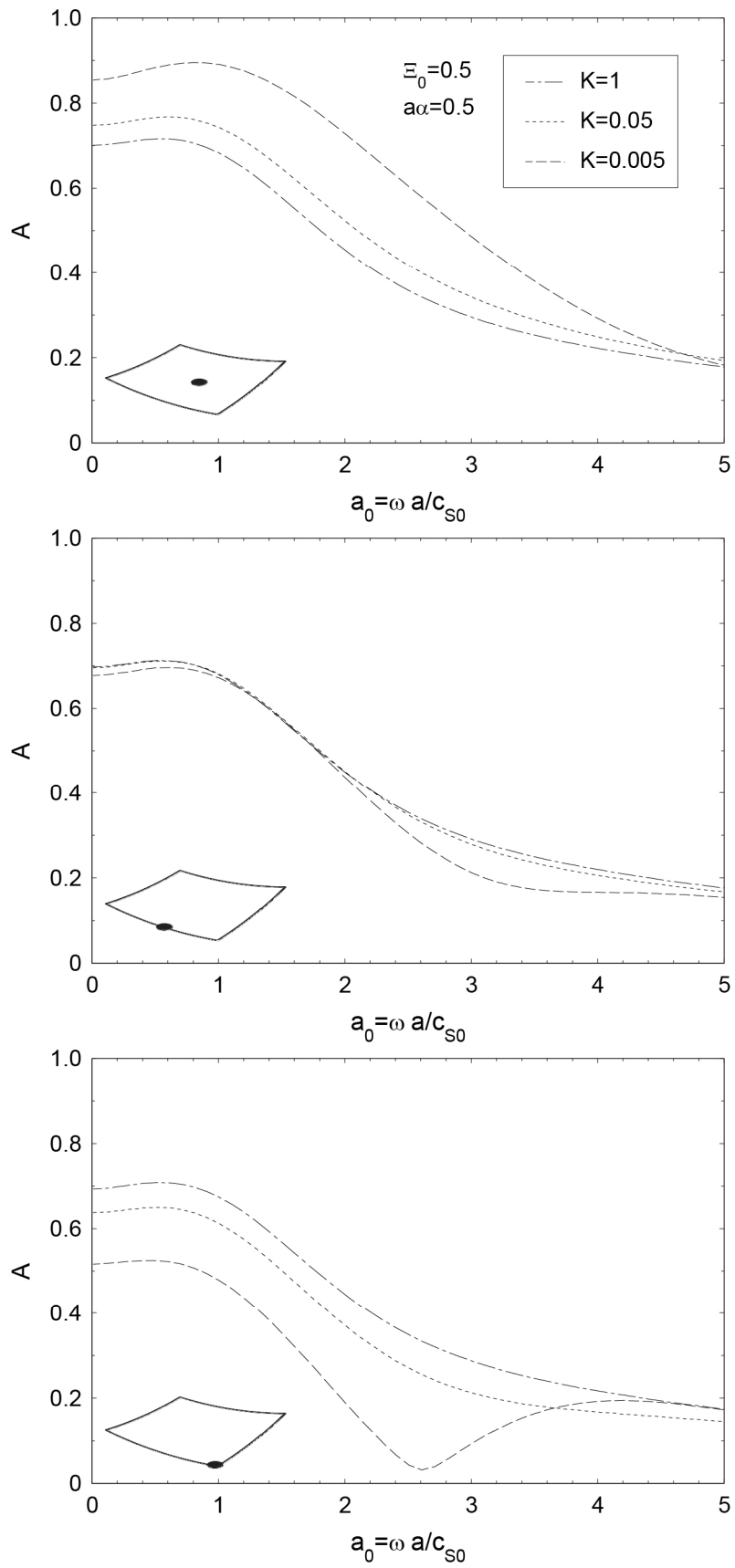


Bild 3-14 Vergrößerungsfunktionen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

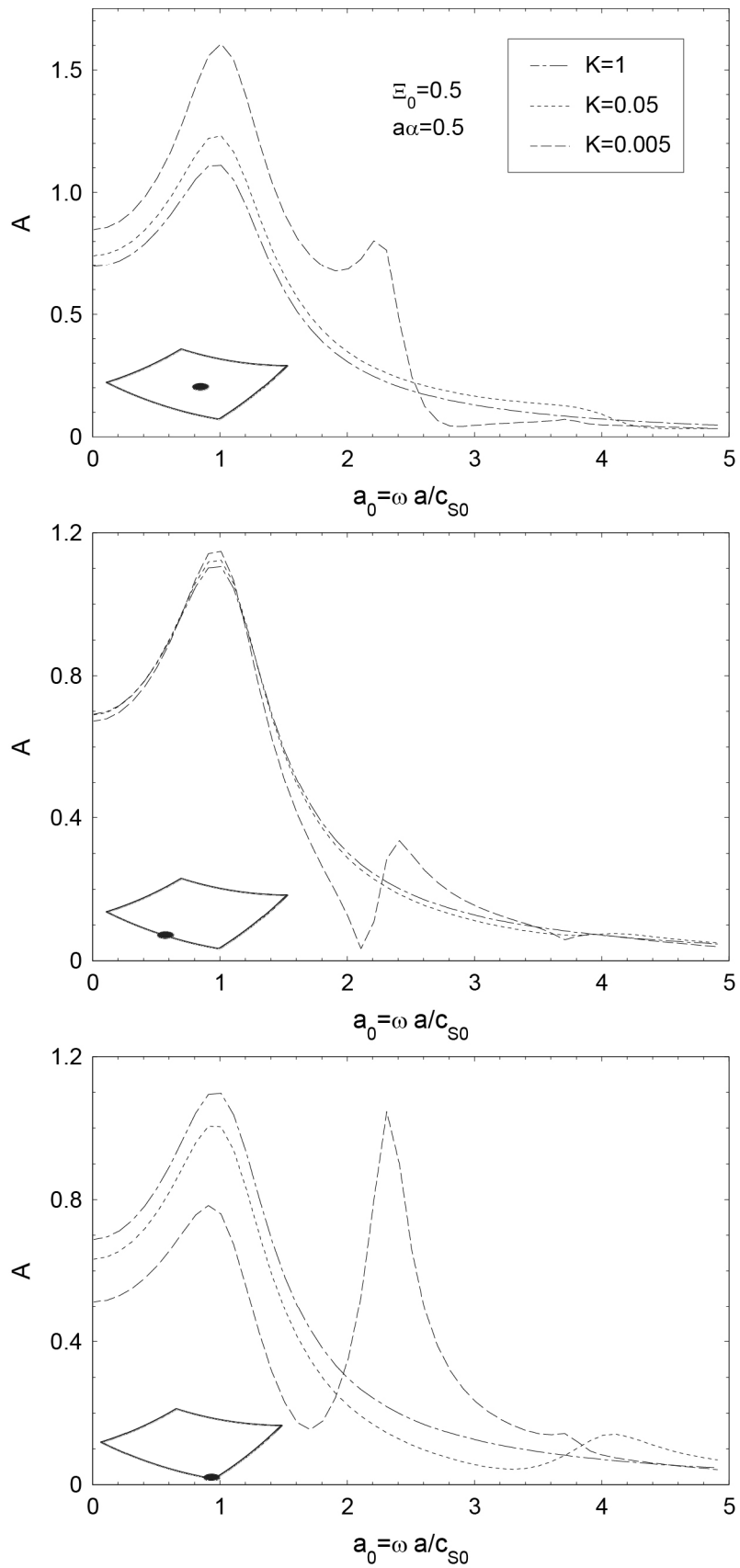


Bild 3-15 Vergrößerungsfunktionen für Situation B mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

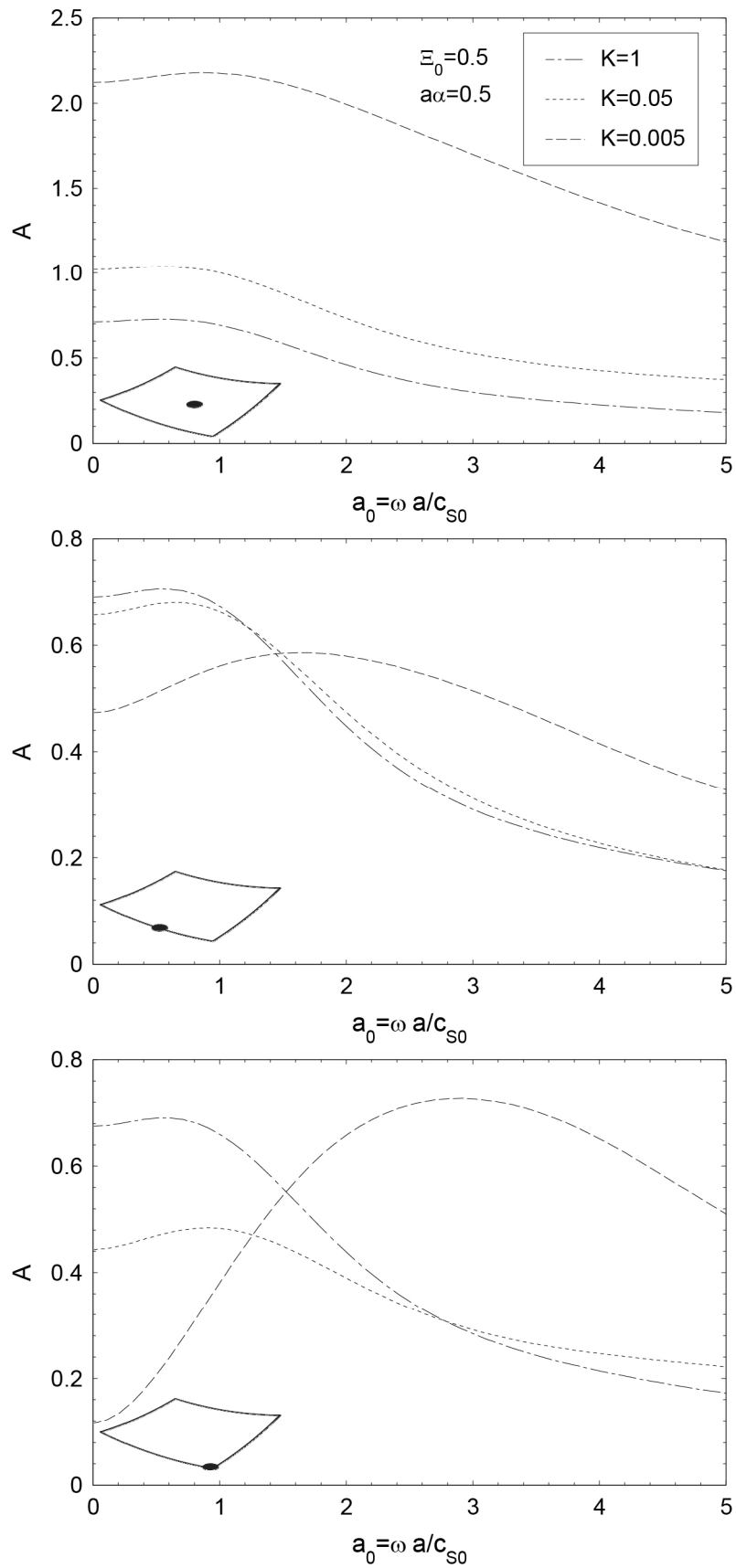


Bild 3-16 Vergrößerungsfunktionen für Situation C mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

3.10.3 Kontaktspannungen

In Bild 3-17 bis Bild 3-24 sind die komplexen vertikalen Spannungen an der Kontaktfläche zwischen der Platte und der Bodenoberfläche für die Situation A und die vier oben definierten inhomogenen Fälle bei einer dimensionslosen Frequenz $a_0 = 3$ dargestellt. Die Bilder an der linken Seite stellen den Realteil, die an der rechten Seite den Imaginärteil dar. Erwartungsgemäß sind die Spannungsspitzen im Vergleich zu der starren Platte viel niedriger.

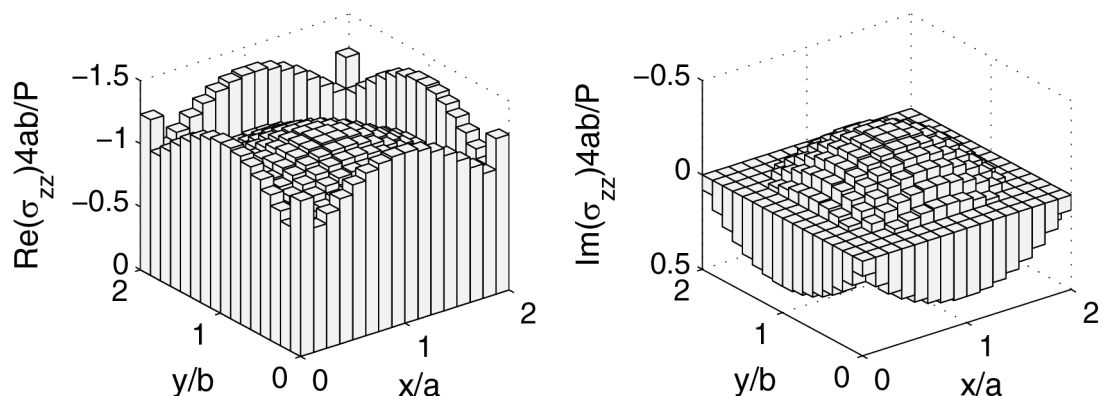


Bild 3-17 Sohlspannungen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,5$, $a\alpha = 0,5$, $K = 0,005$ und $a_0 = 3$

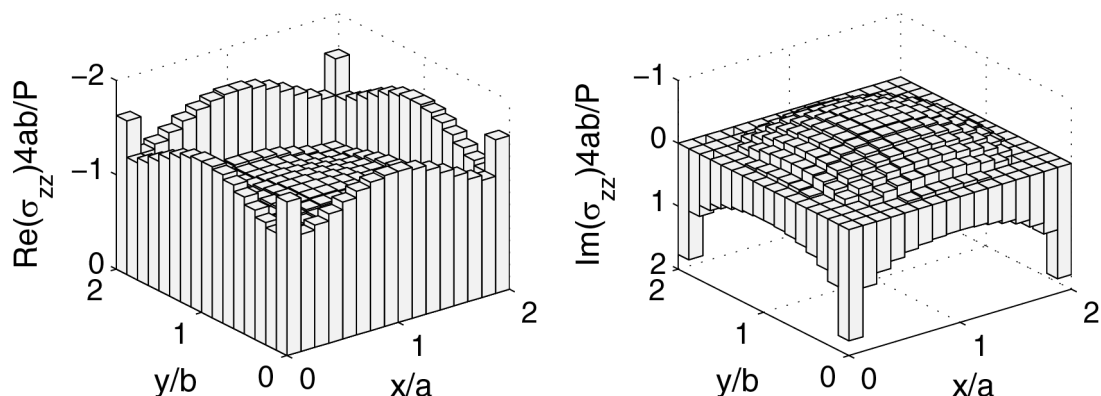


Bild 3-18 Sohlspannungen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,5$, $a\alpha = 0,5$, $K = 1$ und $a_0 = 3$

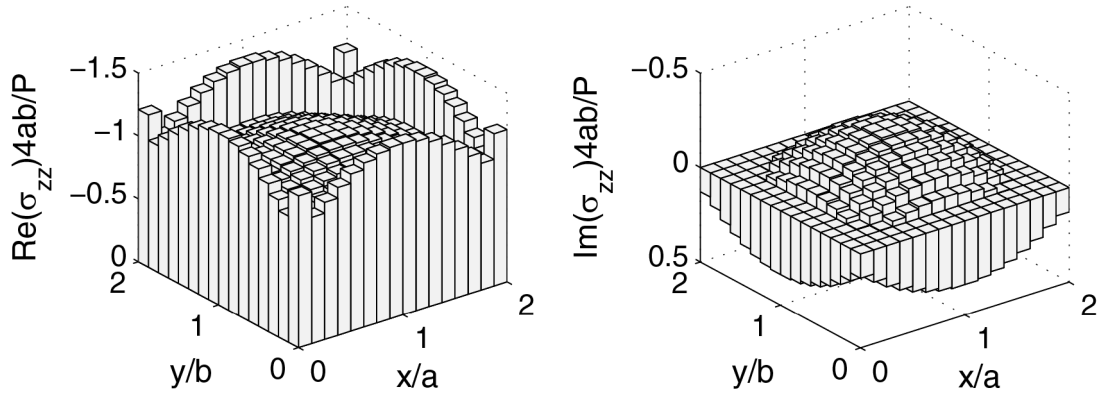


Bild 3-19 Sohlspannungen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,5$, $a\alpha = 1$, $K = 0,005$ und $a_0 = 3$

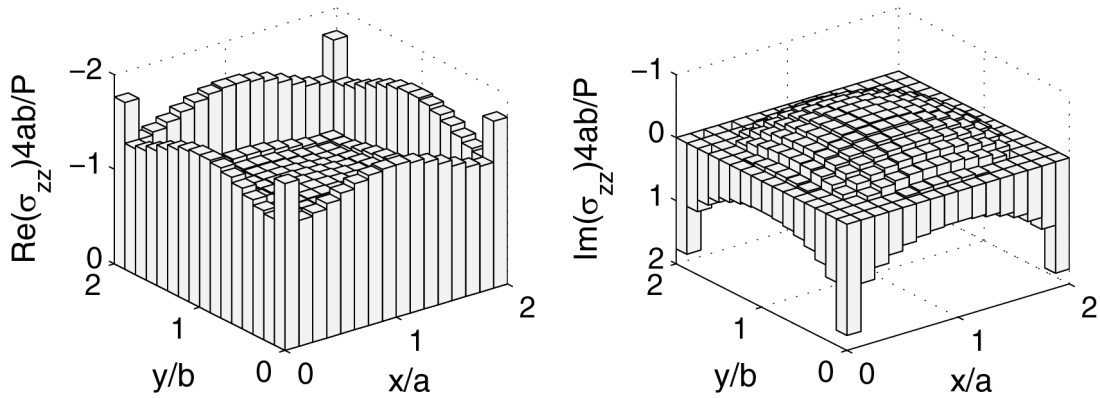


Bild 3-20 Sohlspannungen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,5$, $a\alpha = 1$, $K = 1$ und $a_0 = 3$

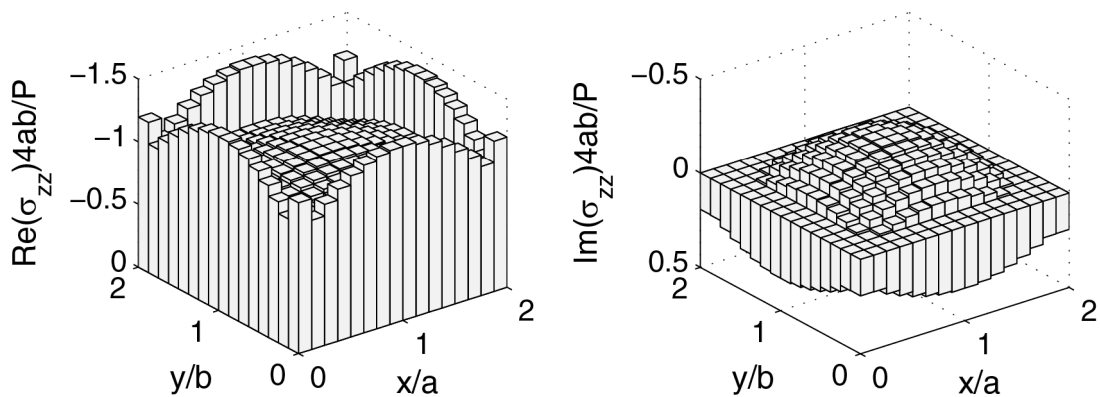


Bild 3-21 Sohlspannungen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,7$, $a\alpha = 0,5$, $K = 0,005$ und $a_0 = 3$

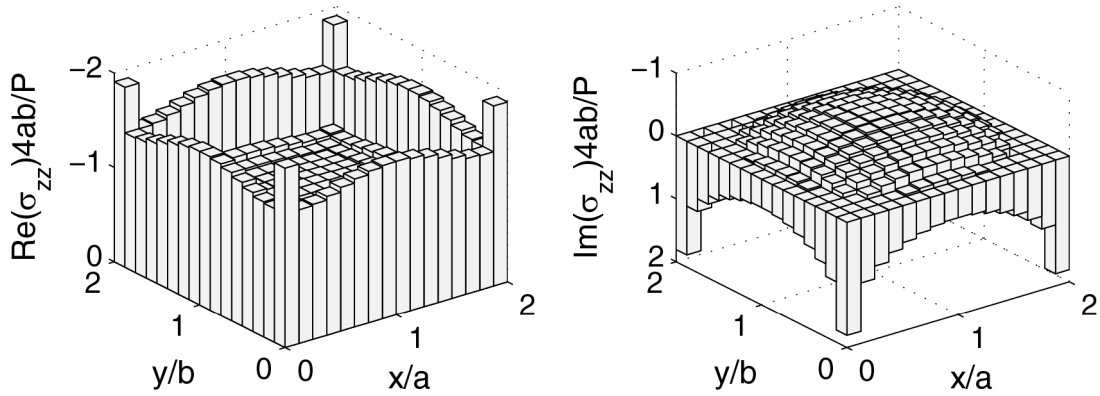


Bild 3-22 Sohlspannungen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,7$, $a\alpha = 0,5$, $K = 1$ und $a_0 = 3$

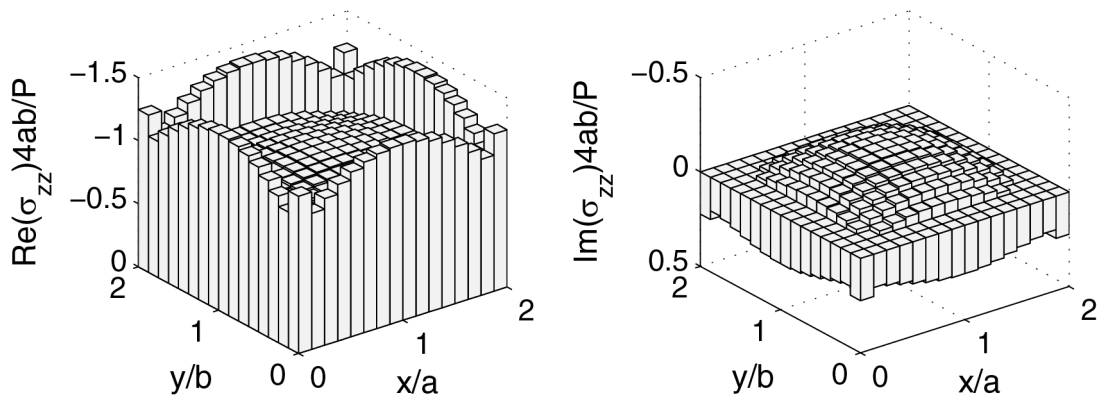


Bild 3-23 Sohlspannungen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,7$, $a\alpha = 1$, $K = 0,005$ und $a_0 = 3$

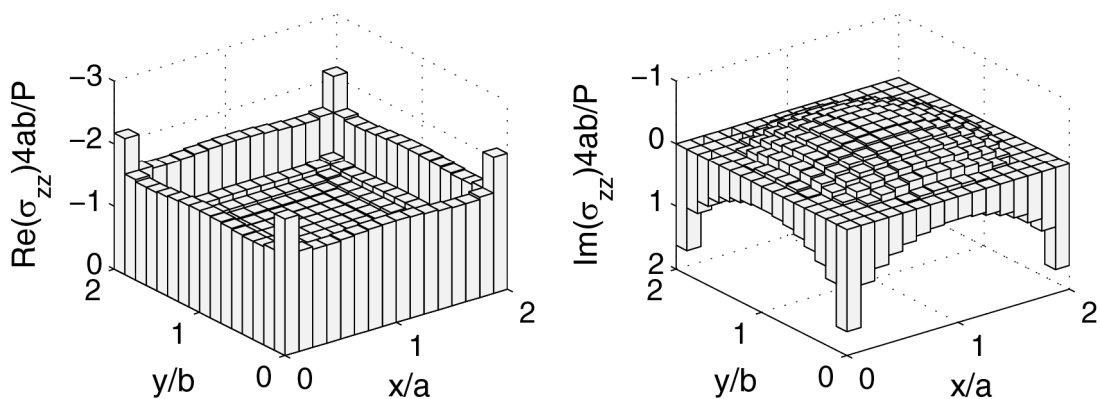


Bild 3-24 Sohlspannungen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,7$, $a\alpha = 1$, $K = 1$ und $a_0 = 3$

Des Weiteren sind in Bild 3-25 und Bild 3-26 Ergebnisse für die komplexe Sohlspannungsverteilung für Situation C und inhomogenen Boden mit Inhomogenitätsparameter $\Xi_0 = 0,5$ und dimensionslosem Inhomogenitätsgradienten $a\alpha = 0,5$ bei einer dimensionslosen Frequenz $a_0 = 3$ dargestellt. Bei einem Steifigkeitsverhältnis $K = 1$ spielt die Lastverteilung auf der Platte keine wesentliche Rolle auf die Sohlspannungsverteilung, da dieser Zustand einer starren Platte entspricht. Für eine weiche Platte mit $K = 0,005$ zeigt sich im Bild 3-26 die Spannungsspitze im Mittelpunkt der Platte infolge der dort wirkenden Einzellast.

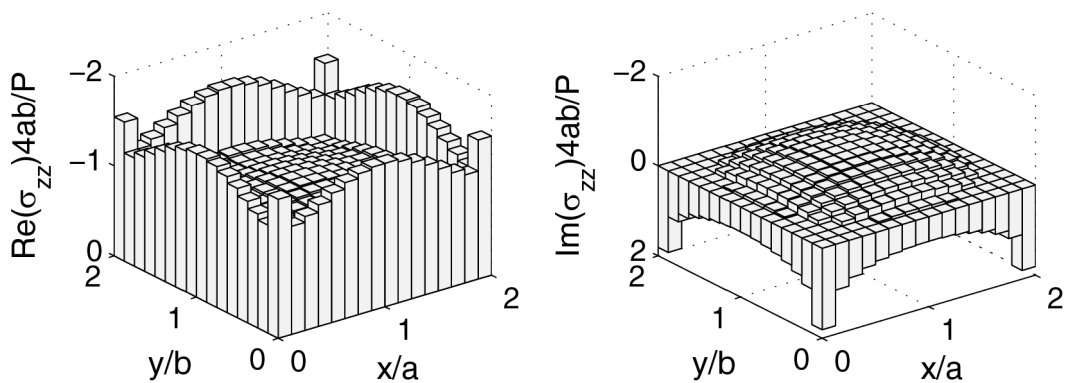


Bild 3-25 Sohlspannungen für Situation C mit $\Xi_0 = 0,5$, $a\alpha = 0,5$, $K = 1$ und $a_0 = 3$

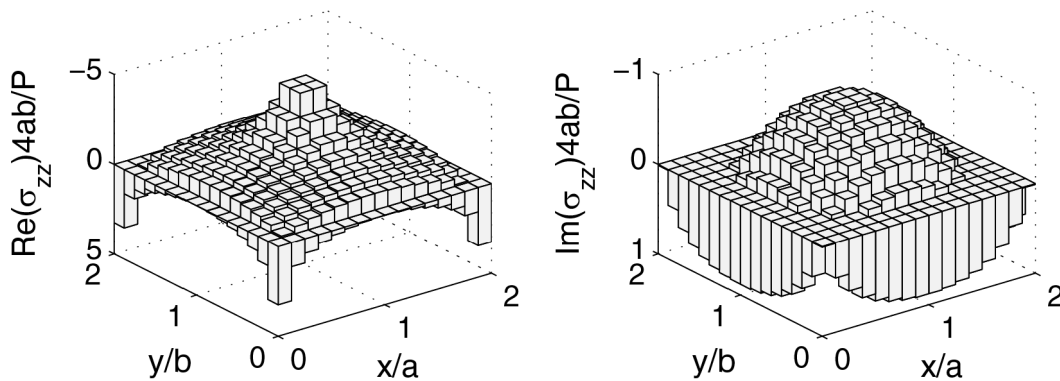


Bild 3-26 Sohlspannungen für Situation C mit $\Xi_0 = 0,5$, $a\alpha = 0,5$, $K = 0,005$ und $a_0 = 3$

4 Wechselwirkung mehrerer starrer Fundamente

4.1 Allgemeines

Gründungen bestehen oft aus mehreren Gründungskörpern. Bei Belastung durch dynamische Anregungen entsteht eine Wechselwirkung zwischen den einzelnen Gründungskörpern. Grund dafür ist die Wellenausbreitung im Boden zwischen den Gründungselementen. In diesem Abschnitt betrachten wir Fundamente, die durch harmonische vertikale Lasten angeregt werden. Neben ortsfester Belastung kann eine ortsabhängige Beanspruchung erfolgen, wie diese durch vorbeifahrende Züge auf einen unendlichen langen Schwellenrost entsteht. Nachfolgende Untersuchungen betreffen ortsfeste harmonische Anregungen. Die Problemstellung ist im Bild 4-1 für den Fall zweier rechteckiger starrer Fundamente dargestellt. Die Fundamente haben die Abmessungen $2b \times 2a$ mit $b \geq a$. Der lichte Abstand der Fundamente beträgt d . Die Belastung in Form einer harmonischen Einzellast $Q \exp(i\omega t)$ wird dem Fundament (1) eingeprägt. Beide Fundamente sind als unendlich starr modelliert.

Der Baugrund wird als linear-elastischer Halbraum mit einem tiefenabhängigen Schubmodul $G(z)$, einer konstanten Poissonzahl ν und einer konstanten Dichte ρ modelliert.

Die Berechnung erfolgt nach dem vorher erläuterten halb-analytischen Verfahren: Die Fundamente werden als elastische Platten mit einer ausreichend großen Biegesteifigkeit abgebildet, so dass das Steifigkeitsverhältnis K nach Gleichung (3.8) viel größer als 1 ist. Somit spielt auch die Verteilung der Last auf dem anregenden Fundament keine Rolle.

Das Verfahren wird zunächst für die Antwort von zwei Fundamenten angewandt. Es werden dabei der Grenzfall des homogenen Baugrundes als auch typische Verläufe für inhomogenen Baugrund betrachtet. Anschließend werden größere Fundamentgruppen, bestehend aus mehreren, nebeneinander

angeordneten, langgestreckten Fundamenten auf homogenem oder inhomogenem Baugrund, behandelt.

4.2 Wechselwirkung zweier starrer Fundamente

4.2.1 Homogener Boden

Dem Baugrund wird für die numerische Berechnung ein Schubmodul $G_0 = 11,54 \text{ MPa}$ und eine Poissonzahl $\nu = 0,3$ zugewiesen. Die Dichte $\rho = 1,8 \text{ Mg/m}^3$. Beide Fundamente haben die gleiche Masse mit einem Massenverhältnis nach Gleichung (3.9) $M_1 = M_2 = 2$. Es wird eine Parameterstudie für verschiedenen Werte des bezogenen Abstands $d/a = 0, 1, 2$ und 4 durchgeführt. Das Seitenverhältnis der beiden identischen Fundamente b/a wird zwischen 1 und 4 variiert.

Besondere Beachtung wird dem Grenzfall zweier direkt nebeneinander angeordneten Fundamente gewidmet. Bei der Modellierung wird gewährleistet, dass keine Kraftübertragung in horizontaler Richtung stattfindet.

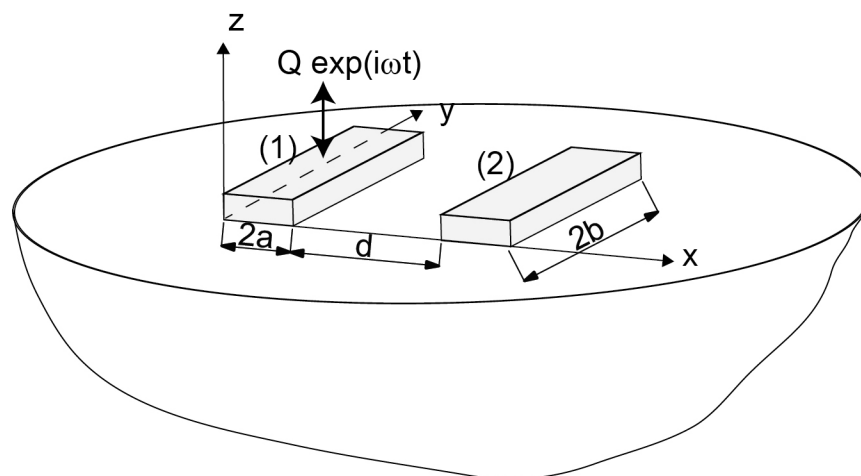


Bild 4-1 Wechselwirkung zweier Fundamente

Zur Beurteilung der Wechselwirkung wird folgende Vergrößerungsfunktion am Fundamentmittelpunkt definiert:

$$A_{i,j} = \frac{U_{zz,i}}{U_{zz,j}^0} \quad (4.1)$$

wobei $U_{zz,i}$ die vertikale Verschiebung des i -ten Fundaments und $U_{zz,j}^0$ die vertikale Verschiebung j -ten Fundaments im statischen Fall sind.

Im Bild 4-2 ist die Vergrößerungsfunktion der Fundamente (1) und (2) bei Belastung am Fundament (1) in Abhängigkeit von der dimensionslosen Frequenz a_0 nach Gleichung (3.5) dargestellt. Beide Fundamente sind quadratisch mit $M_1 = M_2 = 2$. Die Kontaktfläche jedes Fundaments wird mit 64 Plattenelementen diskretisiert. Variiert wird der dimensionslose lichte Abstand d/a .

In den Kurven von Bild 4-2 erkennt man den kontinuierlichen Übergang zum Grenzfall $d/a = 0$, bei dieser Situation wird bei ca. $a_0 = 1,55$ eine Resonanzspitze beobachtet. Gleichzeitig flacht sich beim aktiven Fundament die Überhöhung bei der ersten Resonanzspitze ab. Beim passiven Fundament wird ebenfalls eine zweite Resonanzspitze mit gleichzeitiger Reduktion der ersten Spitze beobachtet. Die Ergebnisse stimmen mit denen bei Sarfeld (1994) überein, außer für den Grenzfall $d/a = 0$. Um dieses Phänomen näher zu untersuchen, wird die Berechnung in mehreren Schritten von $d/a = 1$ zu $d/a = 0$ durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Variation sind in Bild 4-3 wiedergegeben. Man erkennt den graduellen Übergang zum Grenzfall und die damit verbundene Entwicklung und Verschiebung der Resonanzspitze für $a_0 > 1$.

Des Weiteren werden in Bild 4-4 und Bild 4-5 die Ergebnisse für ein Seitenverhältnis $b/a = 2$ bzw. $b/a = 4$ dargestellt. Der lichte Abstand wird zwischen $d/a = 4$ und $d/a = 0$ variiert. Die Massenverhältnisse sind $M_1 = M_2 = 2$. Für Seitenverhältnis $b/a=2$ zeigt das aktive Fundament keine Überhöhung bei der Vergrößerungsfunktion bei niedrigen Frequenzen. Für $d/a = 0$ wird die zweite Resonanzspitze bei a_0 ca. 1,8 beobachtet. Noch ausgeprägter ist das Verhalten bei $b/a = 4$, wo am aktiven Fundament eine monotone Abnahme der Vergrößerungsfunktion mit der Frequenz festgestellt wird. Das passive Fundament zeigt bei $b/a = 2$ eine Überhöhung bei a_0 ca. 1,7. bei $b/a = 4$ ist eine geringe Überhöhung erst bei $d/a = 4$ vorhanden.

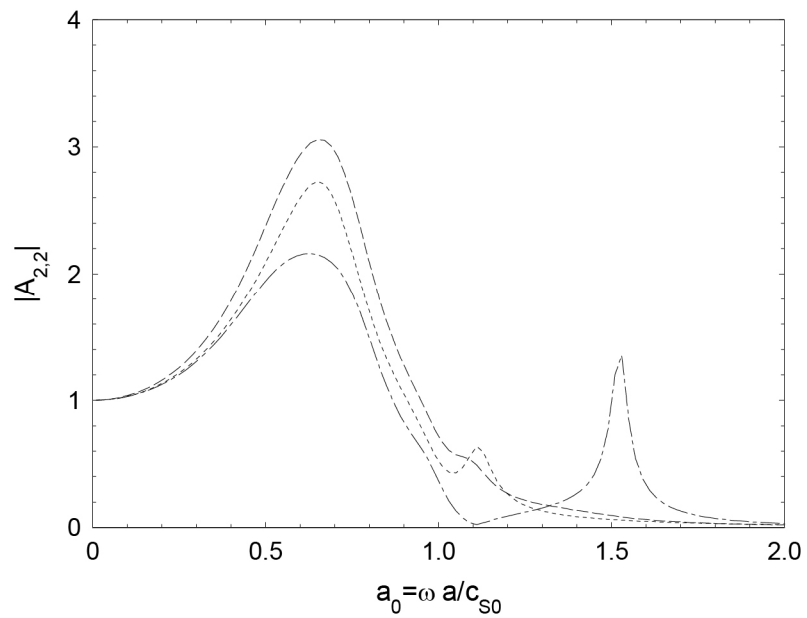
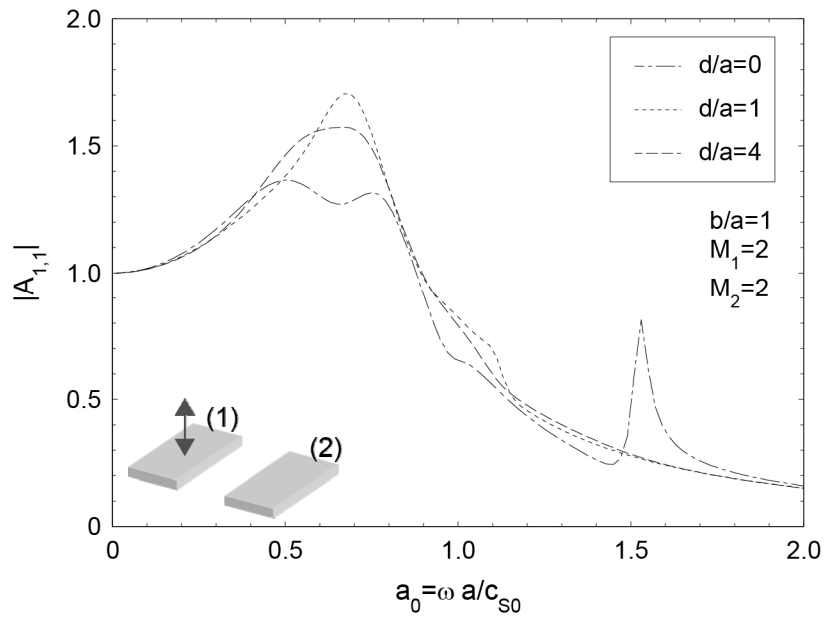


Bild 4-2 Vergrößerungsfunktion am aktiven und passiven Fundament

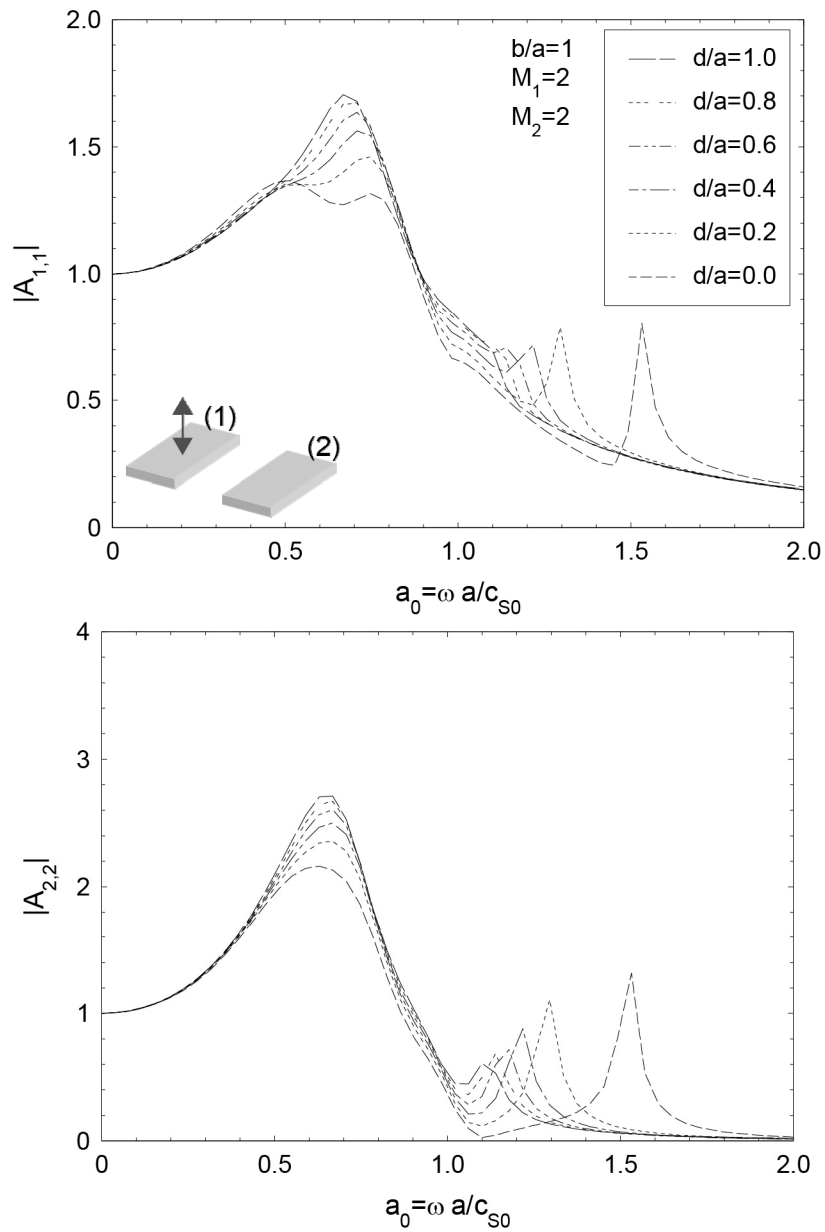


Bild 4-3 Vergrößerungsfunktion am aktiven und passiven Fundament für verschiedene Werte d/a

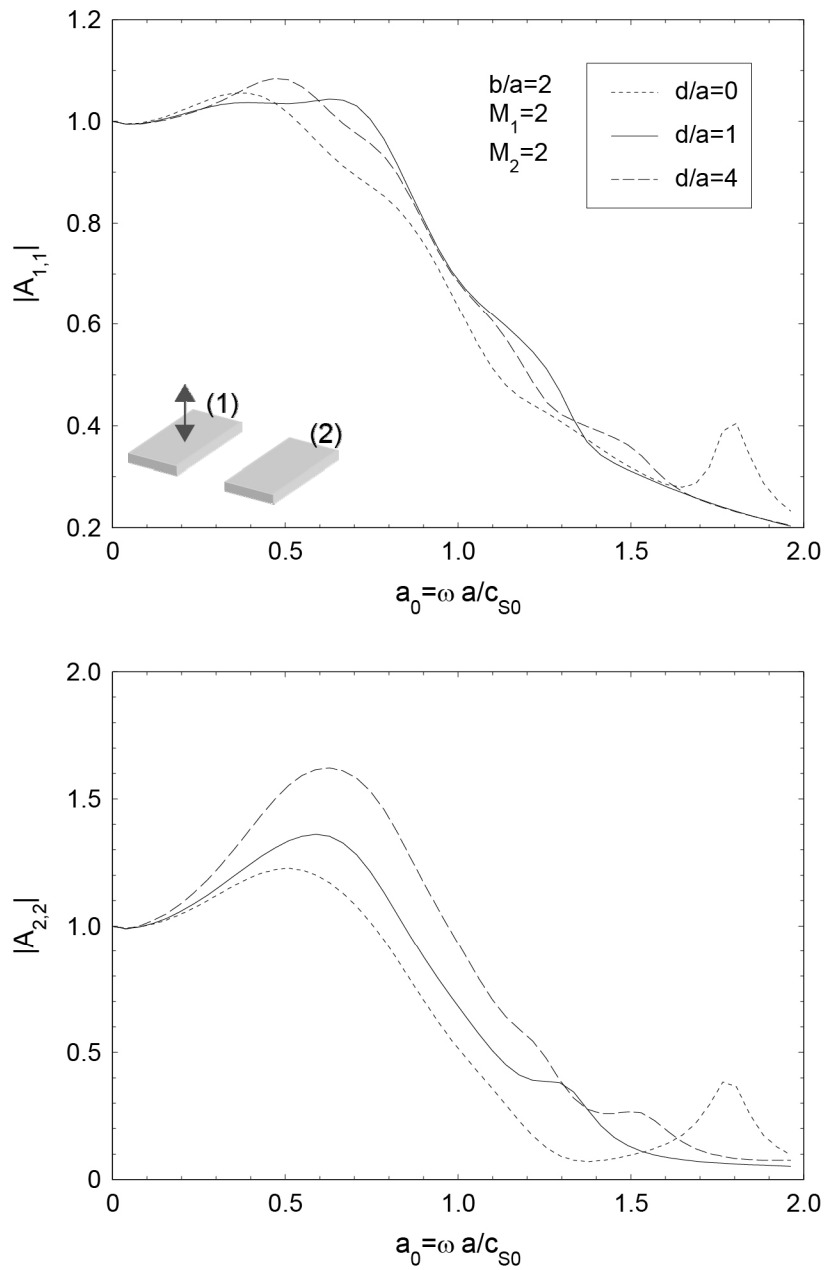


Bild 4-4 Vergrößerungsfunktion am aktiven und passiven Fundament für $b/a = 2$

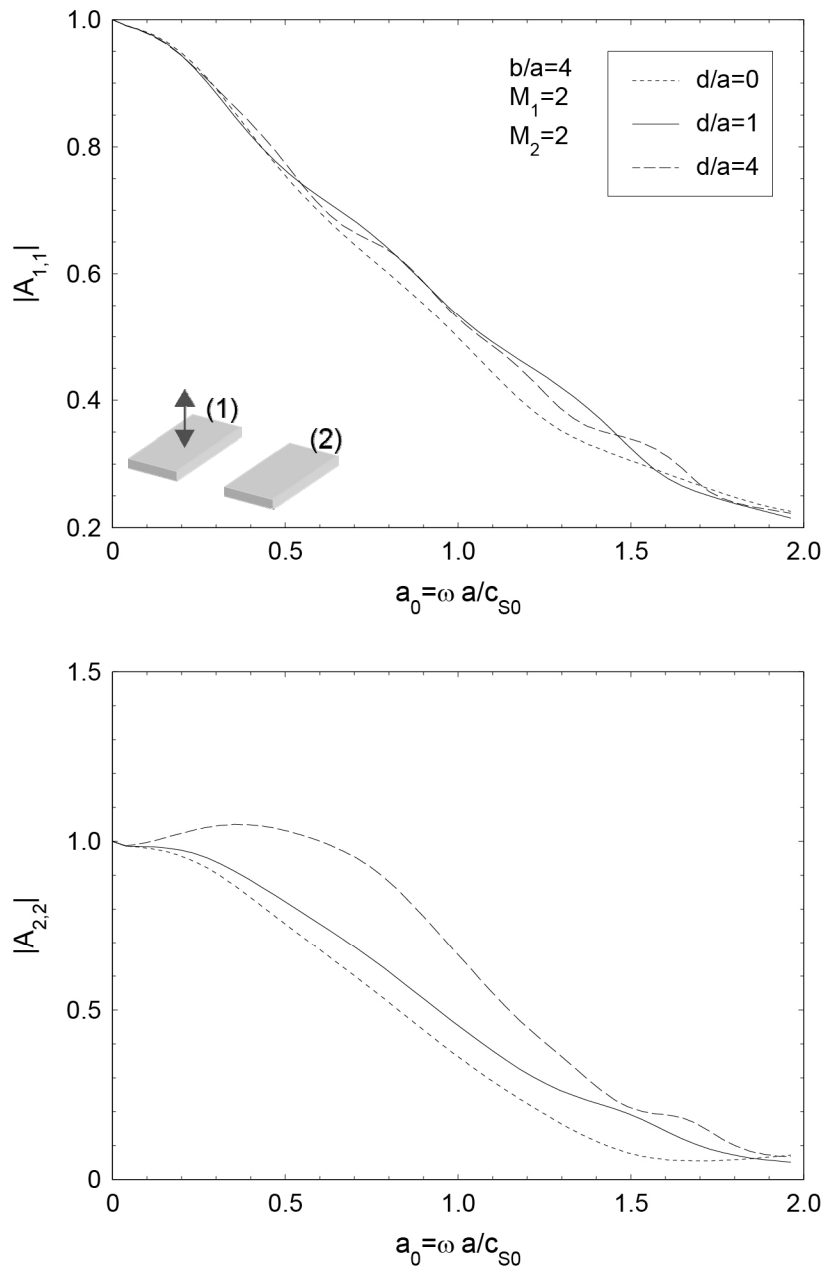


Bild 4-5 Vergrößerungsfunktion am aktiven und passiven Fundament für $b/a = 4$

4.2.2 Inhomogener Boden

In diesem Abschnitt wird das Verhalten von zwei identischen quadratischen starren Fundamenten auf inhomogenem Boden analysiert. Die Inhomogenität des Bodens wird beschrieben durch Inhomogenitätsparameter Ξ_0 , der zwischen 0,5 und 0,7 variiert, und den dimensionslosen Inhomogenitätsgradienten $a\alpha$ mit Werten zwischen 0,5 und 1. Das Massenverhältnis der beiden Fundamente beträgt $M_1 = M_2 = 2$. Der dimensionslose lichte Abstand d/a variiert zwischen 0 und 4.

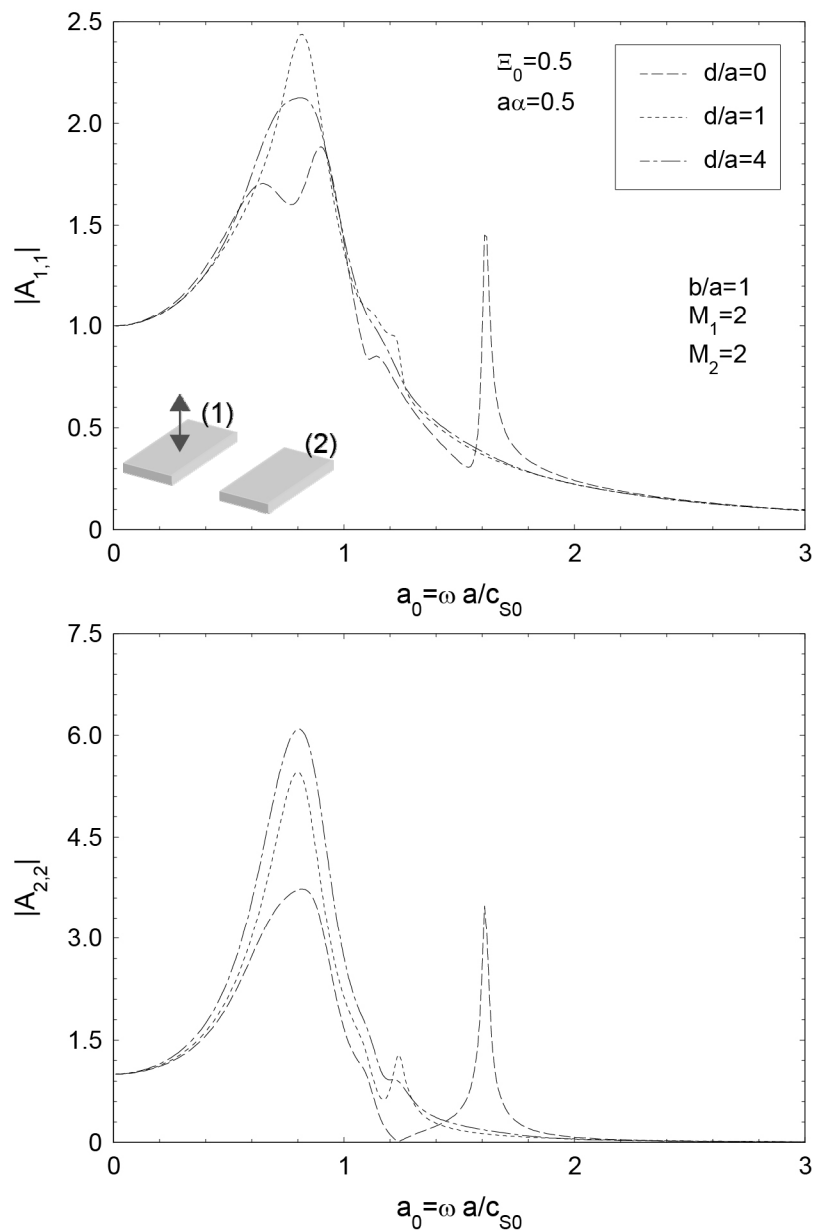


Bild 4-6 Die Vergrößerungsfunktionen der zwei quadratischen Fundamente auf dem inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

Die vollständigen Ergebnisse sind in Anhang C (Bilder C-1 – C-3) zusammengestellt. Bild 4-6 zeigt exemplarisch das Verhalten für Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$. Der Wertebereich von a_0 erstreckt sich bis zu 3, um Resonanzen bei höheren Frequenzen darstellen zu können.

Im Vergleich zum Verhalten des homogenen Bodens (Bild 4-2) sind hier die Überhöhungen der Vergrößerungsfunktion viel ausgeprägter. Dies gilt sowohl für das aktive als auch für das passive Fundament. Die maximale Überhöhung am aktiven Fundament wird bei ca. $a_0 = 0,7$ für den homogenen Boden erreicht (Bild 4-2), während für den inhomogenen Boden der Wert bereits bei ca. $a_0 = 0,9$ auftritt (Bild 4-6). Entsprechende Beobachtungen können für die anderen Bodenprofile gemacht werden.

4.3 Abschirmwirkung eines Zwischenfundaments

Die Anordnung eines Fundaments zwischen zwei bereits existierenden Fundamenten kann je nach Frequenz zu einer Abminderung der Schwingungsamplitude am passiven Fundament führen, siehe auch Triantafyllidis and Prange (1987). Um diese Phänomene näher zu untersuchen, wird das im Bild 4-7 dargestellte System zugrunde gelegt. Der Abstand zwischen den beiden ursprünglich vorhandenen Fundamenten (1) und (3) beträgt $2d = 20$ m. Es soll die Wirkung eines weiteren Fundaments (2) untersucht werden.

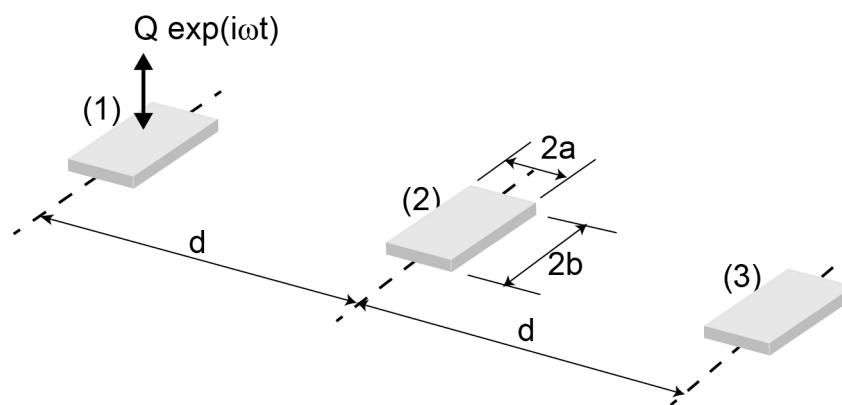
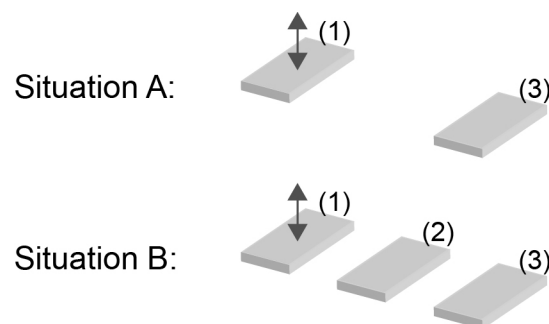


Bild 4-7 System mit drei identischen Fundamenten

Die Fundamente haben jeweils eine Masse $m_P = 30 \text{ Mg}$ und sind als Platten mit sehr hoher Biegesteifigkeit ($K \gg 1$) abgebildet. Der Boden kann sowohl homogen oder inhomogen sein. Der Wert des Schubmoduls an der Oberfläche ist $G_0 = 162 \text{ MPa}$. Die Poissonzahl beträgt 0,3 und die Dichte $1,8 \text{ Mg/m}^3$. Das Seitenverhältnis jedes Fundaments ist $b/a = 2$ und der dimensionslose Abstand d/a ist 10. Es wird die Antwort des Systems bis zu einer dimensionslosen Anregungsfrequenz $a_0 = 2$ berechnet.

Zwei Situationen werden miteinander verglichen:



In Situation A sind nur Fundament (1) und (3) vorhanden. In Situation B wird zusätzlich das Fundament als passives Schwingungsabminderungselement angeordnet.

Bild 4-8 zeigt die Ergebnisse für den homogenen Boden. Dargestellt ist die Vergrößerungsfunktion am passiven Fundament (3) definiert nach Gleichung (4.1). Der Vergleich beider Situationen zeigt eine leichte Erhöhung bei Situation B bei der ersten Resonanzspitze und ein Abminderung der Schwingungsamplitude für dimensionslose Frequenzen höher als ca. 1. Somit lässt sich eine Abschirmwirkung erzielen bei Frequenzen, die bei Verkehrserschütterungen eine Rolle spielen.

Für den inhomogenen Boden werden hier zwei Situationen beobachtet. Der Inhomogenitätsparameter Ξ_0 des Bodens wird 0,5 und 0,7 angenommen. Der dimensionslose Inhomogenitätsgradient $a\alpha$ wird zu 0,5 angesetzt. Die Ergebnisse für inhomogenen Boden sind in Bild 4-9 und Bild 4-10 dargestellt. Die maximale Überhöhung nimmt stark mit der Inhomogenität des Bodens zu, und erreicht für $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$ Wert von über 10. Der Kurvenverlauf ist dem für homogenen Boden ähnlich.

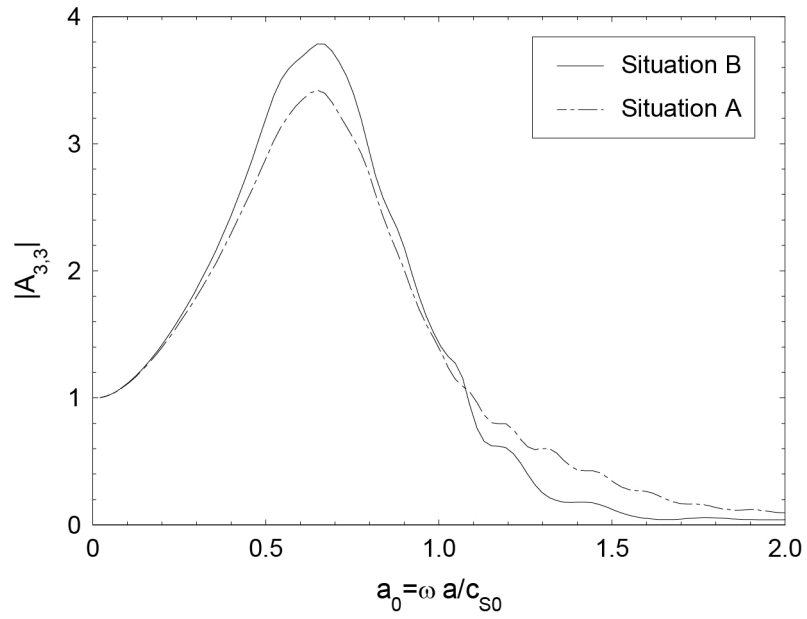


Bild 4-8 Vergrößerungsfunktionen für homogenen Boden

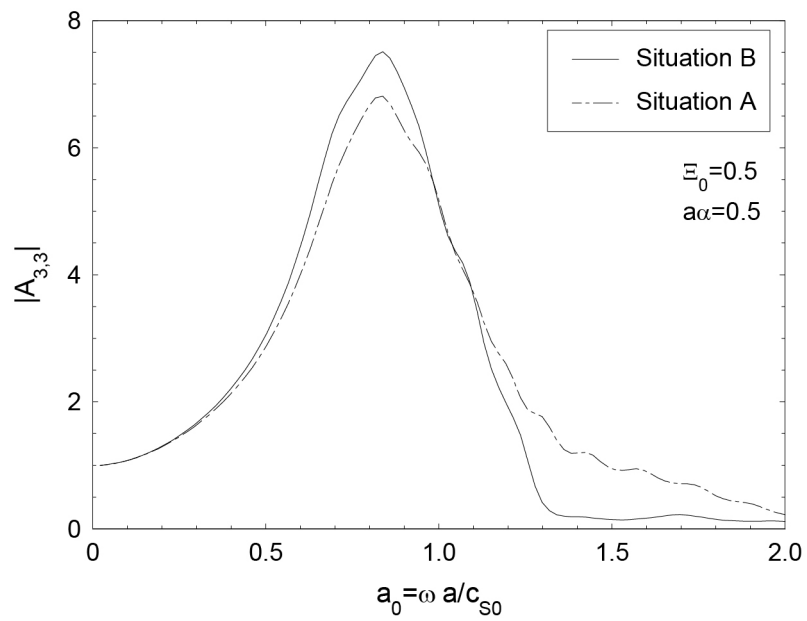


Bild 4-9 Vergrößerungsfunktionen für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

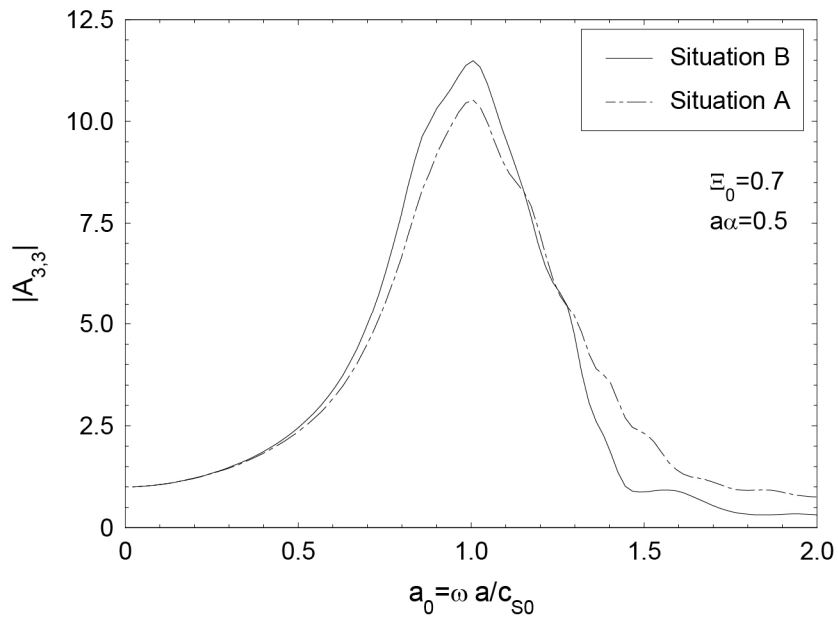


Bild 4-10 Vergrößerungsfunktionen für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$

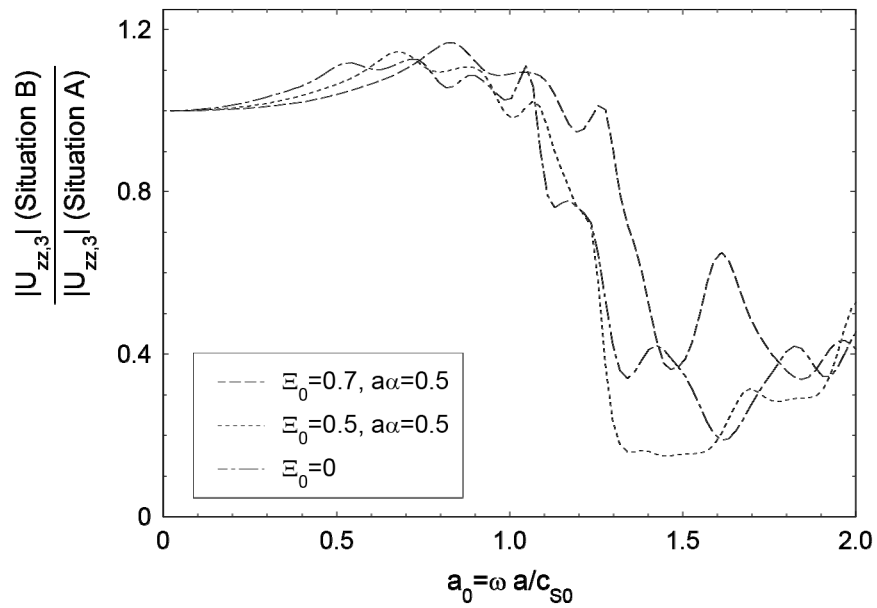


Bild 4-11 Vergleich der Schwingungsamplitude des passiven Fundaments (3) für Situation A und B

Das Verhältnis der vertikalen Schwingungsamplituden für Situation A und B zeigt Bild 4-11. Man erkennt, dass bis zu einer dimensionslosen Frequenz von ca. 1 keine Abschirmung erzielt werden kann. Ab dieser Frequenz tritt eine erhebliche Reduktion ein, die jedoch stark frequenzabhängig ist.

4.4 Wechselwirkung von mehreren starren Fundamenten bzw. Schwellen

Mit Hilfe des in den vorliegen Abschnitten entwickelten Verfahrens soll hier das Koppelverhalten von mehreren Fundamenten bei dynamischer Anregung ermittelt werden. Die zugehörige Lösung ist für die Behandlung von Problemen der dynamischen Wechselwirkung von Oberbau und Untergrund beim Rad-Schienen-System. Um die Untergrundkopplung rechnerisch zu erfassen, wird ein dreidimensionales Modell eines Schwellenrostes ohne Kopplung über die Schiene untersucht. Die Schwellen werden als rechteckige Fundamente, die auf der Halbraumoberfläche ohne Einbettung aufliegen. Die Schiene kann später durch Kopplung mit einem Finite-Elemente-Programm berücksichtigt werden. Die Belastung der Fundamente erfolgt durch zwei Linienlasten, wie diese im Bild 4-12 als Radlast bezeichnet werden.

Betrachtet wird ein System bestehend aus den 11 Schwellen aus Beton mit einer Länge von $2b = 2,4$ m, einer Breite von $2a = 0,24$ m und eine Masse von 260 kg, siehe Bild 4-12 und Bild 4-13. Der Abstand zwischen den Schwellenmittelachsen beträgt $d = 0,6$ m. Das System entspricht einem gängigen Schwellenrost der Bahn. Der dimensionslose Abstand ist somit $d/a = 0,5$ und das Seitenverhältnis der Schwellen $b/a = 10$. Die Einschränkung der Bewegung durch das Vorhandensein der Schienen wird vernachlässigt, das heißt, die Schwellen können auch um ihre Längsachse kippen.

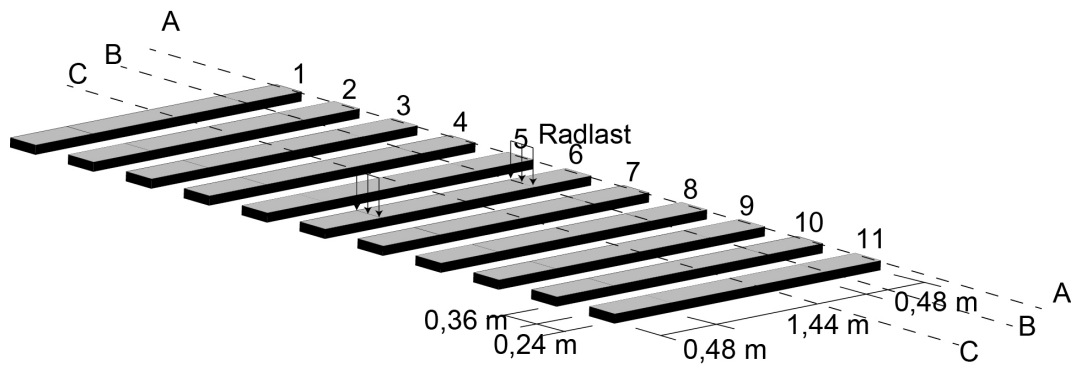


Bild 4-12 Schwellenrost

Zur Darstellung der Ergebnisse werden drei Schnitte in x-Richtung definiert:

- Schnitt A-A: Schwellenrand
- Schnitt B-B: Belastungsachse
- Schnitt C-C: Schwellenmittel

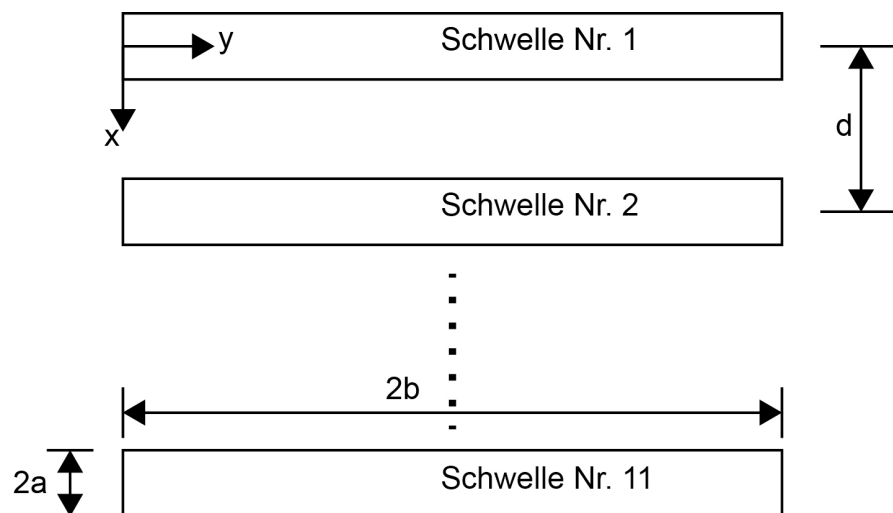


Bild 4-13 Definition der Schwellen-Nummer

Die mittlere Schwelle, Schwelle Nr. 6, wird harmonisch erregt. Sie befindet sich in der Mitte des Systems. Im Fall einer statischen Last auf Schwelle Nr. 6 beträgt die vertikale Verschiebung des Mittelpunkts der Schwelle Nr. 1 ca. 0,1% des Wertes an Schwelle Nr. 6. Somit ist die angenommene Anzahl von Schwellen ausreichend für eine wirklichkeitsnahe Modellierung.

Bei der Berechnung wird jede Schwelle als elastische Platte mit einer Diskretisierung, welche eine Elementlänge von 0,12 m ergibt, modelliert. Die Kontaktfläche zwischen Schwelle und Baugrund wird an der Platte (Schwelle) mit 40 quadratischen Elementen abgebildet, der Baugrund wird entsprechend dem Verfahren im Abschnitt 0 mit $4 \times 40 = 160$ Elementen diskretisiert.

4.4.1 Schwellenrost auf homogenem Boden

Die Berechnung für den Fall eines homogenen Bodens erfolgt mit einem Schubmodul $G_0 = 95$ MPa, einer Poissonzahl $\nu = 0,333$ und einer Dichte $\rho = 1,54$ Mg/m³. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Scherwelle ist somit ca. 250 m/s. Für die Platte (Schwelle) beträgt der Schubmodul $G_P = 12,5$ GPa und die Dichte 2500 kg/m³. Das Massenverhältnis und das Steifigkeitsverhältnis werden zu $M = 16,24$ und $K = 7,71$ ausgerechnet. Man beachte, dass die Kriterien für die Bezeichnung der Platte als starr oder nachgiebig in Abschnitt 3.6 nur für quadratische Platten gelten. Die Schwellen sind hier nicht vollkommen starr.

Das System wird bis zu einer dimensionslosen Frequenz $a_0 = 1,39$ berechnet. Dies entspricht ca. 460 Hz. Im Bild 4-14 werden die Verformungsfiguren für die Amplitude des Schwellenrostes für verschiedene Anregungsfrequenzen dargestellt. Man erkennt den Einfluss der Frequenz mit einer Konzentration der Schwingung bei der angeregten Schwelle bei hohen Frequenzen.

Des Weiteren sind in Bild 4-15 der Realteil und der Imaginärteil der Verschiebung der mittleren Schwelle (Schwelle Nr. 6) für $a_0=0; 0,4; 0,7; 1,0$ und 1,39 dargestellt.

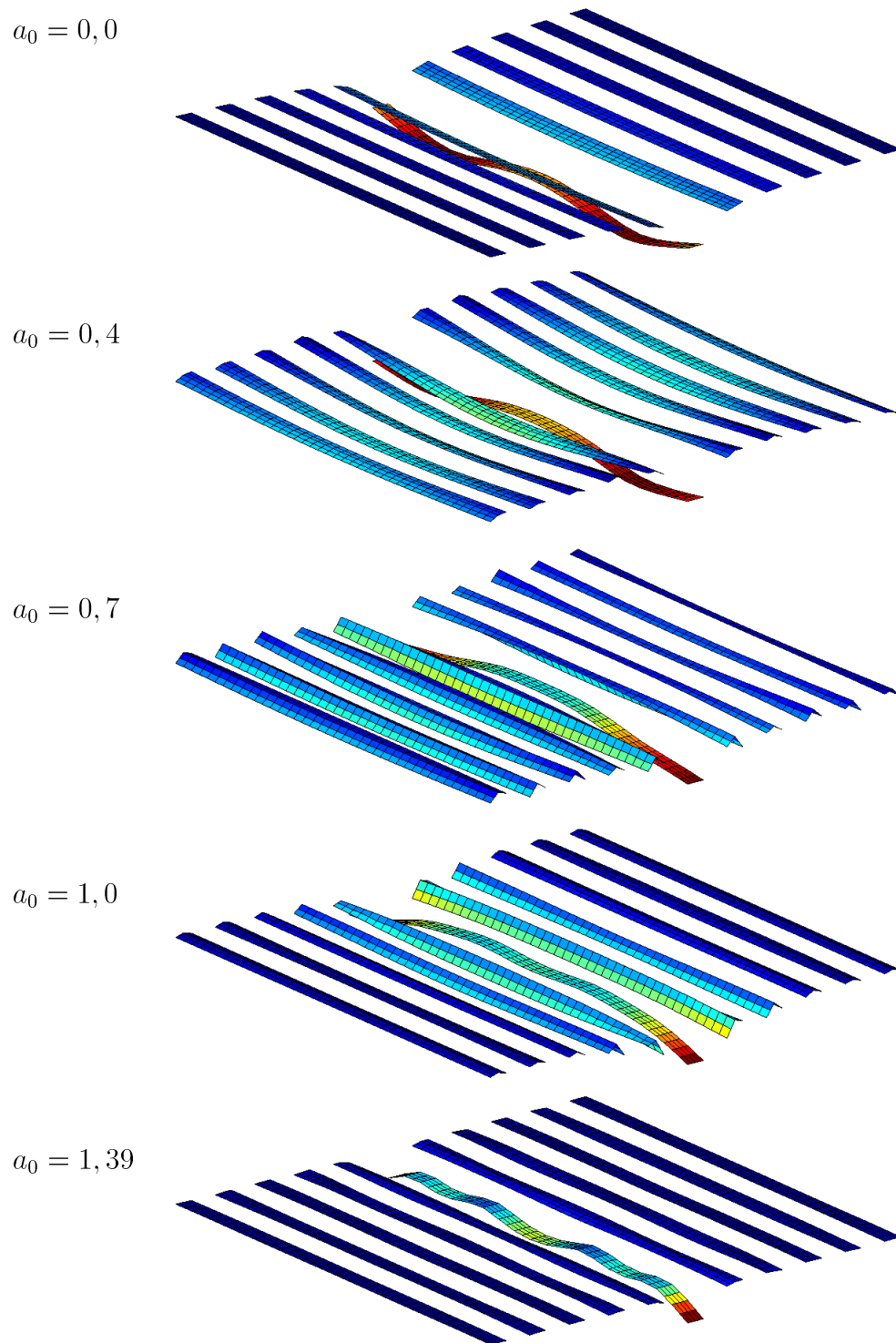


Bild 4-14 Amplitude der vertikalen Verschiebung des Schwellenrostes auf homogenen Boden bei verschiedenen Frequenzen

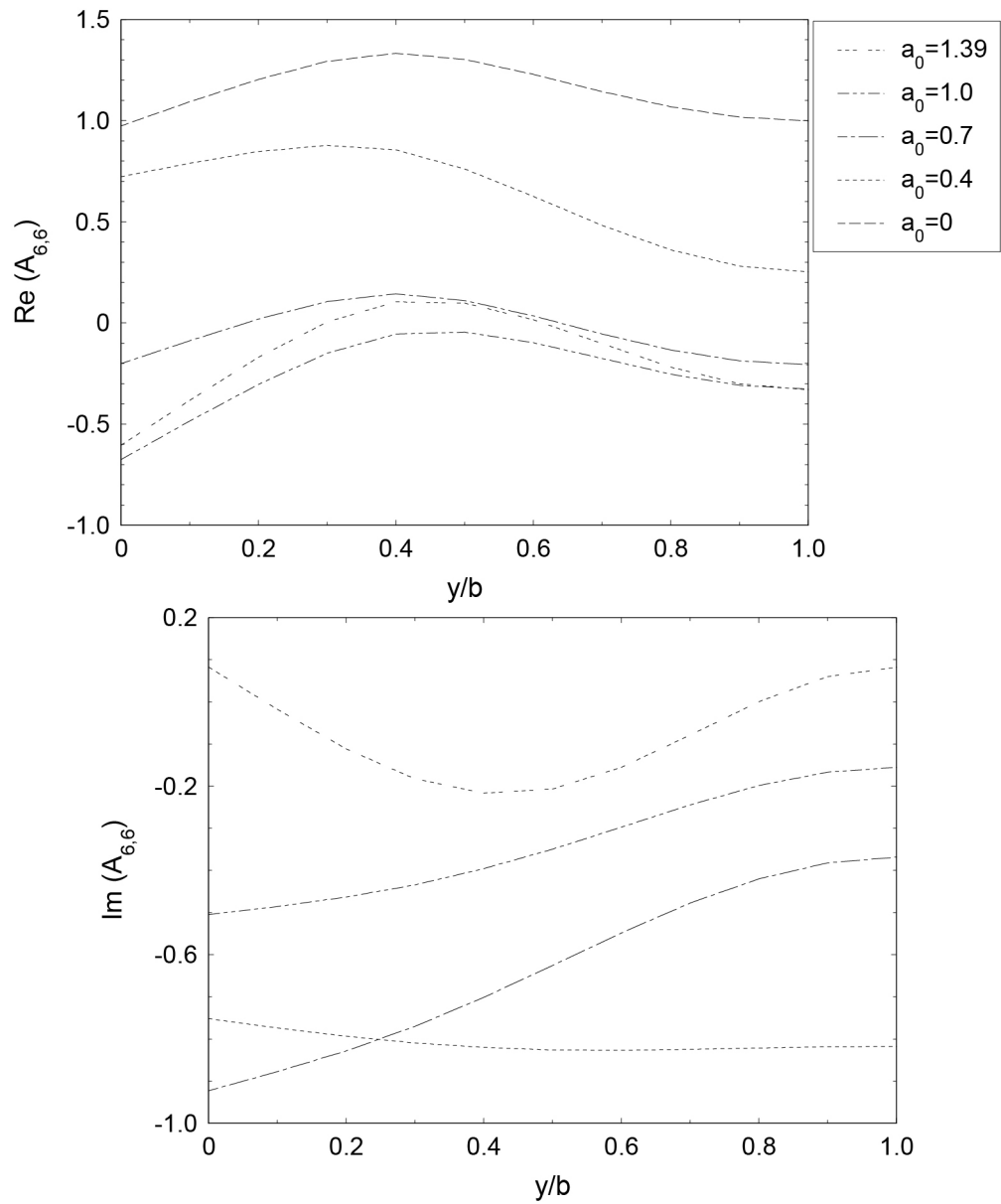


Bild 4-15 Real- und Imaginärteil der vertikalen Verschiebung entlang der Längsachse für Schwelle Nr. 6 für verschiedene Frequenzen; homogenen Boden

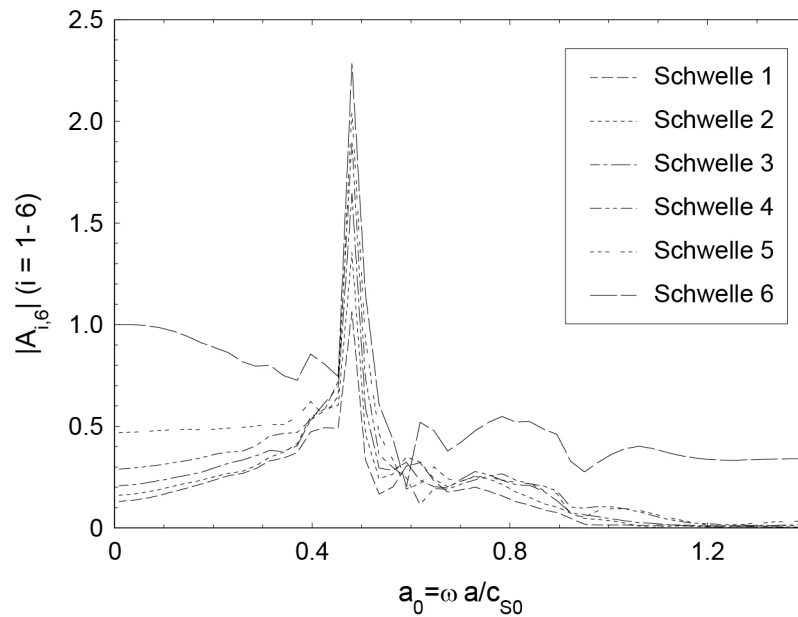


Bild 4-16 Vergrößerungsfunktionen der Schwellen für homogenen Boden

Von Interesse sind die Werte der Vergrößerungsfunktionen in Abhängigkeit von der Frequenz. Diese sind im Bild 4-16 für alle Schwellen dargestellt. $A_{i,6}$ bezeichnet dabei die Vergrößerungsfunktion am Mittelpunkt der Schwelle i infolge der Belastung an der Schwelle Nr. 6. Aus den Kurven erkennt man, dass alle Schwellen eine Resonanzfrequenz bei ca. $a_0 = 0,5$ aufweisen. Dies entspricht einer Frequenz von ca. $f = 165$ Hz.

Im Bild 4-17 sind für verschiedene Frequenzen die Vergrößerungsfaktoren an den Schwellen entlang der Systemlängsrichtung dargestellt. Die vertikale Verschiebung wird für jede Schwelle in deren Mitte bestimmt.

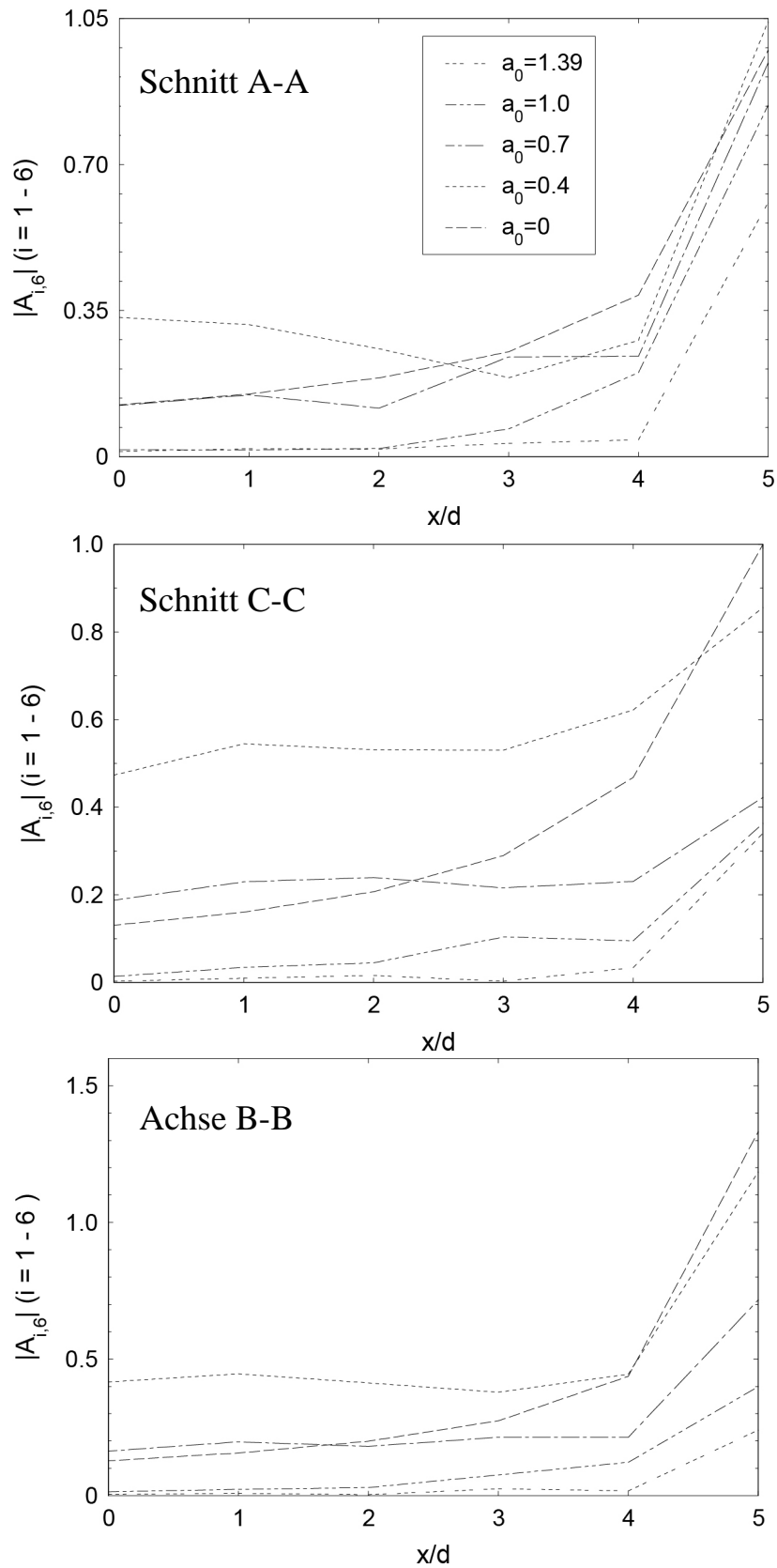


Bild 4-17 Vergrößerungsfaktoren der Schwellen entlang der Achsen A-A, B-B und C-C für homogenen Boden

4.4.2 Schwellenrost auf inhomogenem Boden

Zur Untersuchung der Einflüsse eines mit der Tiefe zunehmenden Schubmoduls wird der Verlauf nach (3.1) mit $G_0 = 95 \text{ MPa}$ und variablen Werten des Inhomogenitätsparameters Ξ_0 und des Inhomogenitätsgradienten $a\alpha$ angesetzt. Die Poissonzahl beträgt $\nu = 0,333$ und die Dichte $\rho = 1,54 \text{ Mg/m}^3$. Der Wert der Scherwellengeschwindigkeit an der Oberfläche beträgt somit ca. 250 m/s . Die Systemgeometrie des Schwellenrostes ist identisch mit der im vorigen Abschnitt. Gleiches gilt für die Materialeigenschaft der Schwellen.

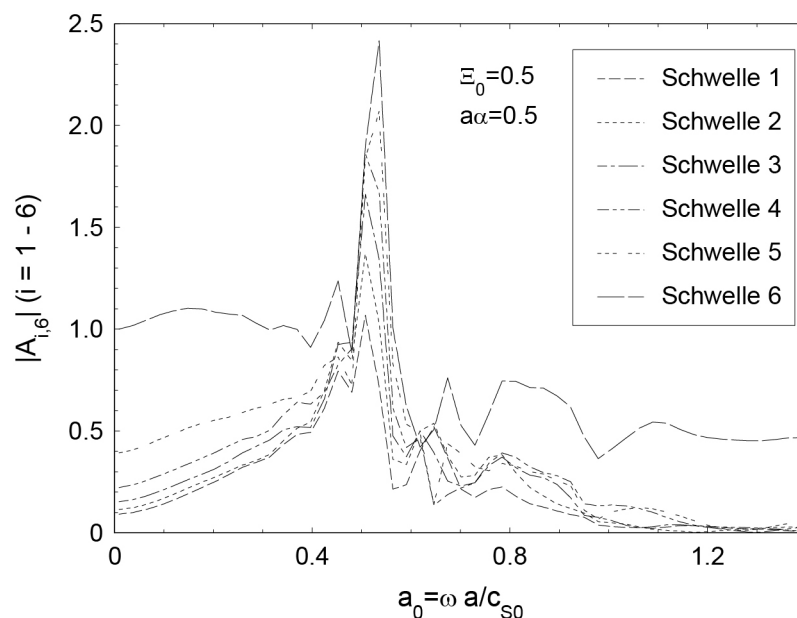


Bild 4-18 Vergrößerungsfunktionen der Schwellen für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

In Analogie zu Bild 4-16 sind in Bild 4-18 die Vergrößerungsfunktionen der einzelnen Schwellen in Abhängigkeit von der dimensionslosen Frequenz a_0 dargestellt. Der Baugrund wird definiert durch $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$.

Des Weiteren sind in Bild 4-19 der Realteil und der Imaginärteil der Verschiebung der mittleren Schwelle (Schwelle Nr. 6) für $a_0=0; 0,4; 0,7; 1,0$ und $1,39$ dargestellt.

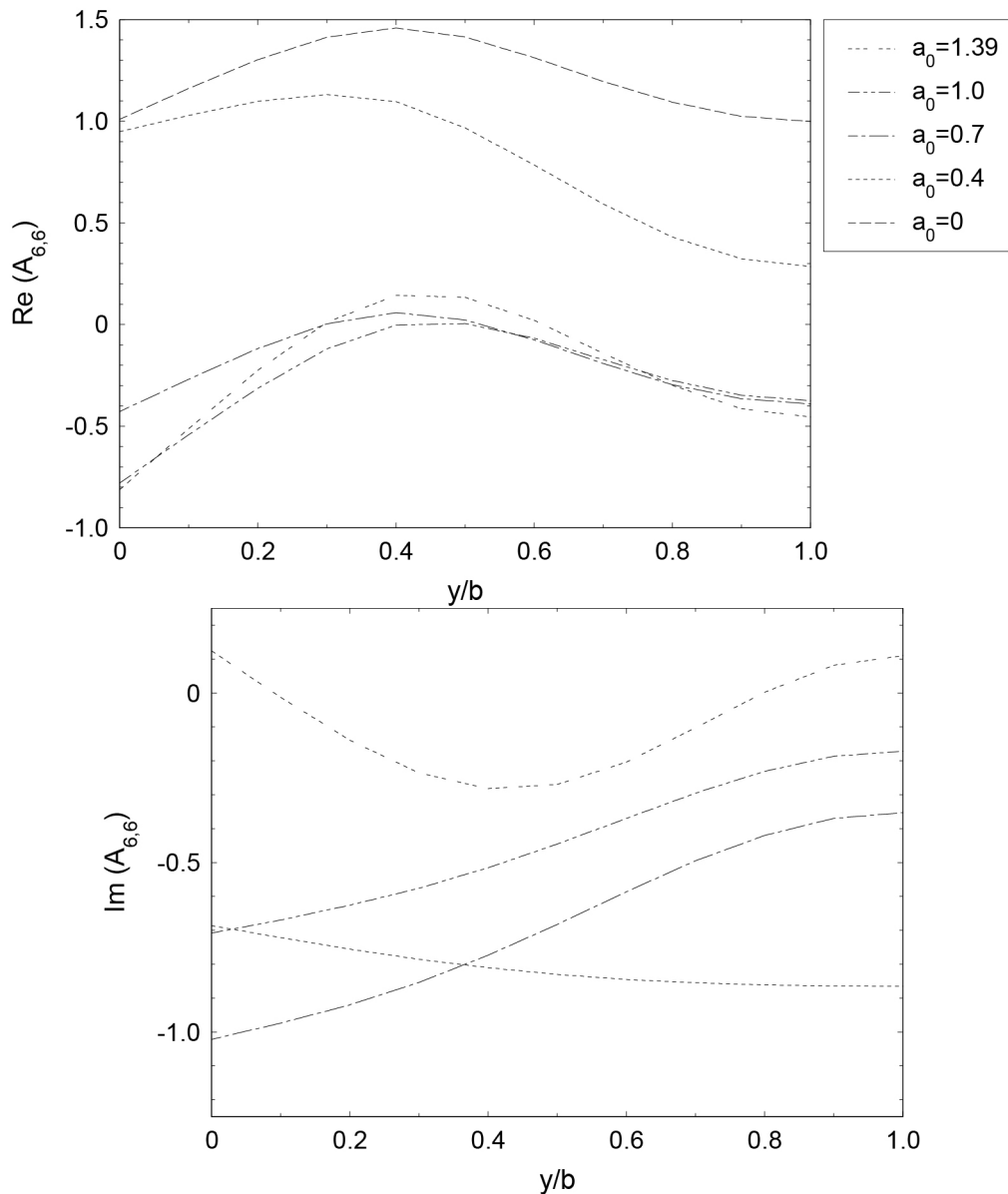


Bild 4-19 Real- und Imaginärteil der vertikalen Verschiebung entlang der Längsachse für Schwelle Nr. 6 für verschiedene Frequenzen; inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

Die in Bild 4-20 dargestellten Vergrößerungsfaktoren entlang der drei Achsen A-A, B-B und C-C zeigen geringe Unterschiede zum Fall des homogenen Bodens.

Ergebnisse für weitere Tiefenprofile des Schubmoduls sind im Anhang C (Bilder C-4 – C-12) angegeben. Die Resonanzfrequenzen konzentrieren sich mit zunehmender Inhomogenität auf einen Wert für alle Schwellen, vergleiche die Antwort für $\Xi_0 = 0,7$.

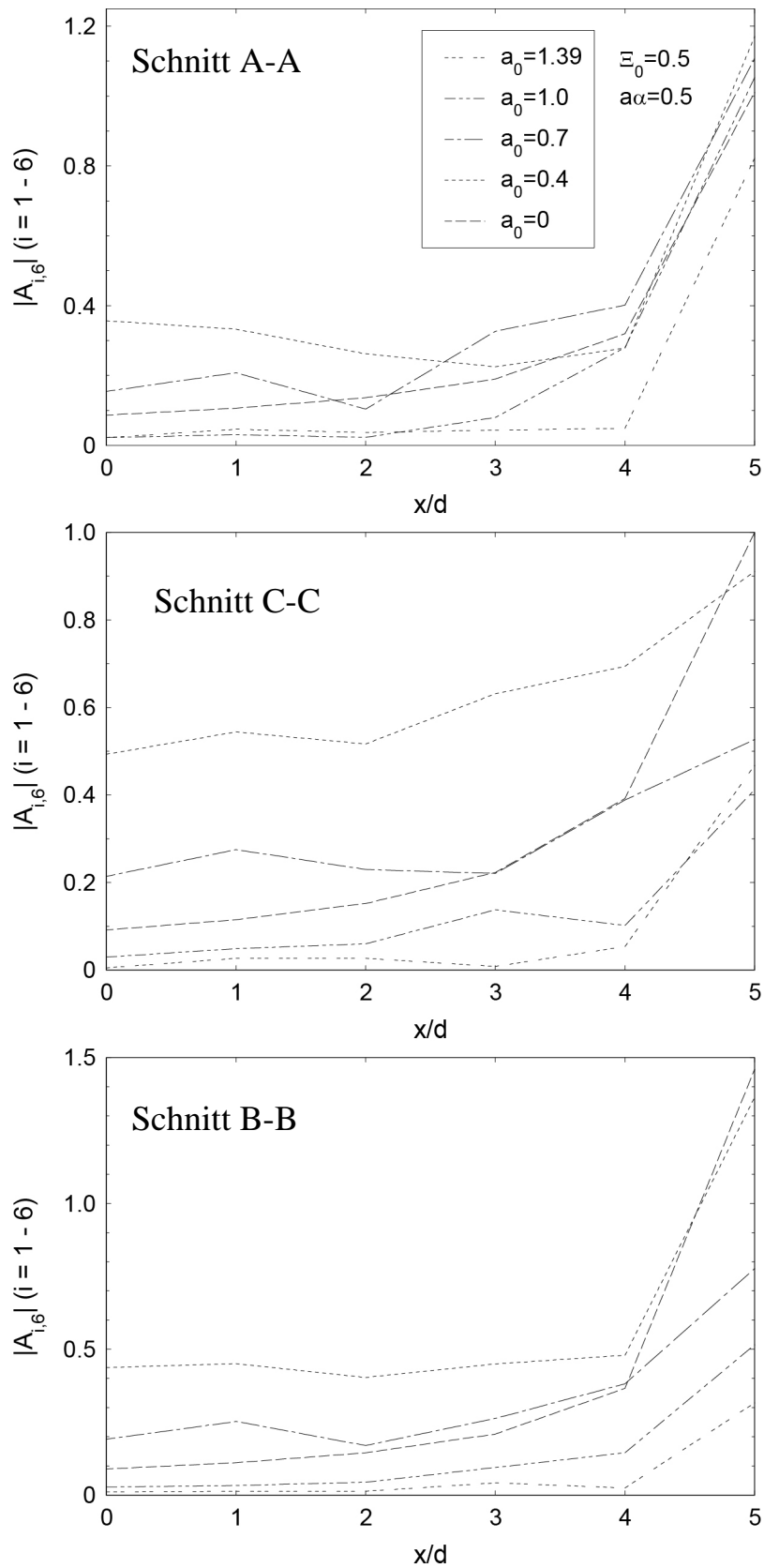


Bild 4-20 Vergrößerungsfaktoren der Schwellen entlang der Achsen A-A, B-B und C-C für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

5 Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich für die Berechnung von Impedanzfunktionen

5.1 Einführung

Die Finite-Elemente-Methode ist ein sehr leistungsfähiges numerisches Verfahren zur Behandlung von dynamischen Problemen. Gängige Programme wie ABAQUS oder Plaxis arbeiten im Zeitbereich. Dadurch ist die Berücksichtigung eines nicht-linearen Materialverhaltens möglich. Der große Nachteil bei Problemen der Bodendynamik ist die begrenzte Ausdehnung des Finite-Elemente-Modells. Hierzu wurden diverse Abstrahlelemente (transmitting boundaries, absorbing boundaries, infinite elements) entwickelt, welche teilweise in diesen Programmen implementiert worden sind. Trotzdem können Reflexionen von den seitlichen Rändern oder dem unteren Rand auftreten, welche das Wellenfeld kontaminieren.

Ziel dieser Arbeit ist unter anderem die Berechnung von Impedanzfunktionen mittels der Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich. Die Impedanzfunktionen von Fundamenten sind bekanntlich komplex, da dabei auch die Abstrahlung in den Untergrund Berücksichtigung findet. Die Impedanzfunktionen werden auch als dynamische komplexe Steifigkeitsfunktionen bezeichnet. Sie sind definiert als das Verhältnis zwischen der Amplitude der auf dem Fundament wirkenden harmonischen Last und der komplexen Verschiebung des masselosen Fundaments. Die Abstrahlungsdämpfung (imaginärer Teil) wird bei einer Berechnung im Zeitbereich aus der Zeitverschiebung zwischen Anregung und Antwort ermittelt. Dies erfordert eine sehr genaue Berechnung mit entsprechender Wahl des Zeitschrittes und der räumlichen Diskretisierung.

In den folgenden Abschnitten wird ein Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe Impedanzfunktionen aus Zeitbereichsberechnungen ermittelt werden können.

5.2 Prinzip des Fensterverfahrens zur Ermittlung der Impedanzen

Bild 5-1 zeigt die Modellierung eines starren Fundaments auf der Oberfläche des Baugrundes, welches durch eine zeitharmonische Last beansprucht wird (Gazetas (1983)).

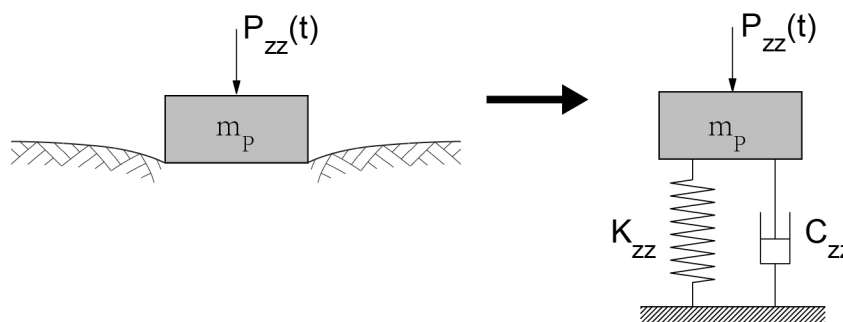


Bild 5-1 Vertikal schwingendes starres Fundament mit Modellierung als Masse-Feder-Dämpfer-System

$P_{zz}(t)$ ist die dynamische Last, K_{zz} und C_{zz} sind die äquivalente Steifigkeit und Dämpfung für das Fundament-Boden-System.

Das dynamische Kräftegleichgewicht lautet

$$P_{zz}(t) = m_P \ddot{U}_{zz}(t) + C_{zz} \dot{U}_{zz}(t) + K_{zz} U_{zz}(t) \quad (5.1)$$

wobei $U_{zz}(t)$ die vertikale Verschiebung des Fundaments ist, und (\circ) die Ableitung nach der Zeit t bedeutet. m_P ist die Masse des Fundaments.

Es wird vorerst angenommen, dass die Last $P_{zz}(t)$ im Zeitbereich angegeben ist. Sie kann mit Hilfe der Fourier-Transformation in einer Summe von harmonischen Lasten zerlegt werden. Auch die vertikale Verschiebung $U_{zz}(t)$ wird in harmonischen Anteilen zerlegt. Man erhält dann:

$$U_{zz}(t) = \sum_{\omega} (U_{zz1}(\omega) + i U_{zz2}(\omega)) e^{i\omega t} \quad (5.2)$$

$$P_{zz}(t) = \sum_{\omega} (P_{zz1}(\omega) + i P_{zz2}(\omega)) e^{i\omega t} \quad (5.3)$$

wobei $U_{zz1}(\omega)$, $U_{zz2}(\omega)$, $P_{zz1}(\omega)$ und $P_{zz2}(\omega)$ die Realteile und die Imaginärteile darstellen. Jede einzelne Frequenz wird getrennt betrachtet. Er ergibt sich aus den Gleichungen (5.2), (5.3) und (5.1):

$$(P_{zz1}(\omega) + i P_{zz2}(\omega)) = [K_{zz}(\omega) + i \omega C_{zz}(\omega)] (U_{zz1}(\omega) + i U_{zz2}(\omega)) \quad (5.4)$$

Man erhält die dynamische Steifigkeit und Dämpfung für jede einzelne Frequenz ω .

$$K_{zz}(\omega) = \frac{(U_{zz2}(\omega) P_{zz2}(\omega) + U_{zz1}(\omega) P_{zz1}(\omega))}{(U_{zz1}(\omega)^2 + U_{zz2}(\omega)^2)} \quad (5.5)$$

$$C_{zz}(\omega) = \frac{-(-U_{zz1}(\omega) P_{zz2}(\omega) + U_{zz2}(\omega) P_{zz1}(\omega))}{\omega (U_{zz1}(\omega)^2 + U_{zz2}(\omega)^2)} \quad (5.6)$$

Um die frequenzabhängigen Werte K_{zz} und C_{zz} für vorgegebenes Frequenzspektrum aus einer Berechnung mit der Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich zu ermitteln, wird das Fundament mit einer zeitabhängigen Last, die aus einer oder mehreren Komponenten unterschiedlicher Frequenzen besteht, belastet. Eine zu lange Einwirkungszeit würde Reflexion an den Rändern hervorrufen. Die optimale Dauer der Einwirkung muss noch bestimmt werden.

Das hier vorgeschlagene Fensterverfahren beschreibt eine Methode, wobei man nicht das ganze Ergebnis beobachtet, sondern nur einen Teil des Ergebnisses mit einer bestimmten Zeitdauer (Fenster) beobachtet. Siehe Bild 5-2. Wir gehen folgendermaßen vor:

Die Last wird über einer ausreichend langen Dauer eingepreßt. Die Antwort des Fundaments bzw. der Bodenoberfläche wird dann im Zeitbereich mit der Finite-Elemente-Methode berechnet. Es muss nun ein geeigneter Abschnitt des Antwortsignals (Startpunkt und Dauer) bestimmt werden, so dass das Verhältnis zwischen der komplexen Antwort und der komplexen Belastung die Werte von K_{zz} und C_{zz} ergibt, die aus der Lösung im Frequenzbereich bekannt ist. Der Anfangszeitpunkt dieses Zeitfensters wird mit t_0 und die Breite des Zeitfensters wird mit t_F bezeichnet.

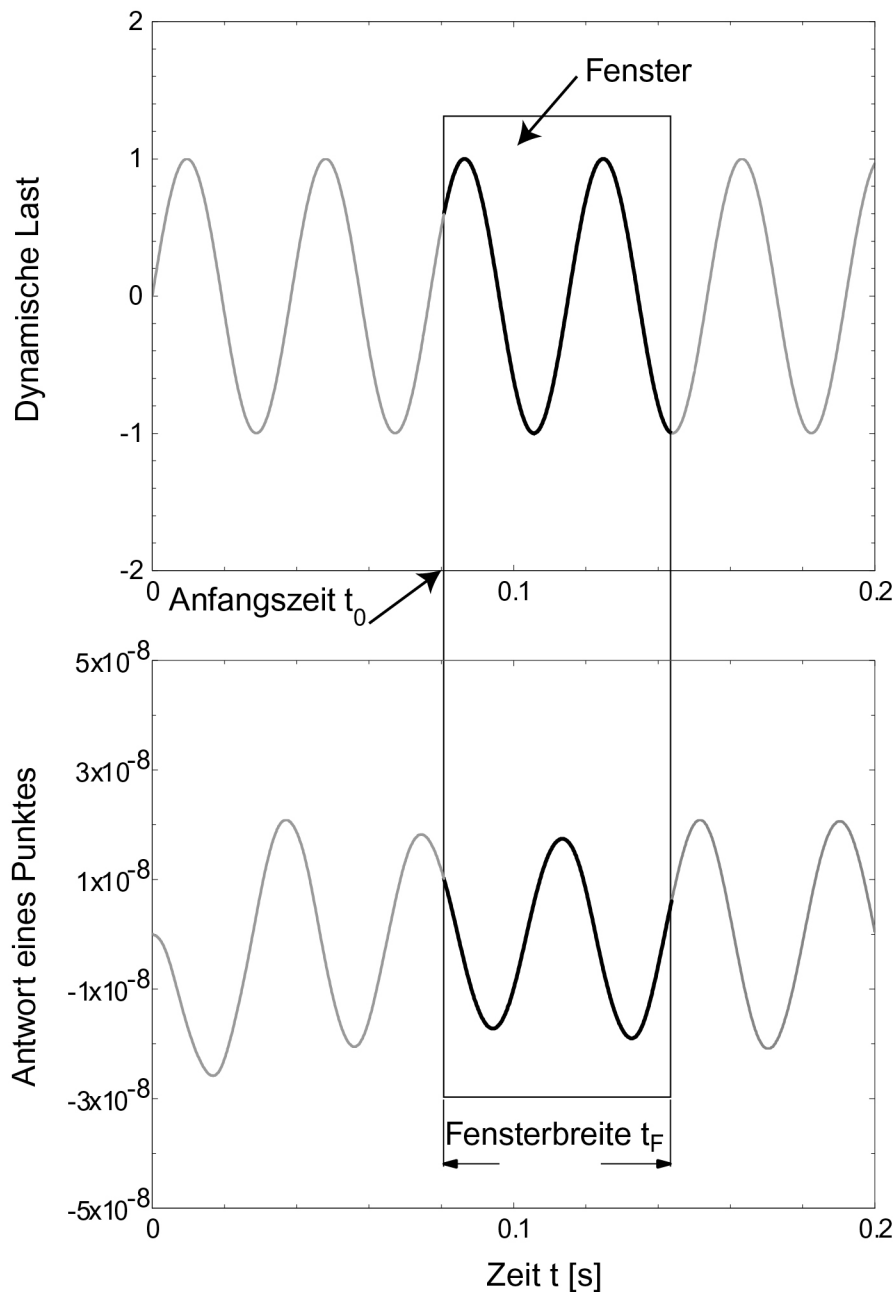


Bild 5-2 Schema des Fensterverfahrens

Das Prinzip ist im Bild 5-2 dargestellt. Die dynamische Last hat konstante Amplitude und Frequenz. Die Antwort eines Systempunktes weist eine mit der Zeit veränderliche Amplitude auf. Ziel ist nun eine geeignete Fensterposition (t_0 und t_F) zu identifizieren, so dass sich die Lösung im Frequenzbereich für den stationären Zustand ergibt. Bei monochromatischer Anregung muss die Fensterbreite gleich mit der Periode der Anregungsfrequenz sein. Zur Reduzierung des Rechenaufwandes wird eine Anregung gewählt, die aus mehreren Frequenzen besteht. Dabei sind die

einzelnen Frequenzen ein Vielfaches der niedrigsten Frequenz f_{min} , z.B. $f_n = n f_{min}$, wobei n eine positive ganze Zahl ist.

5.3 Numerisches Grundmodell

Das Finite-Elemente-Netz muss so aufgebaut werden, dass keine Reflexionen aus den Rändern innerhalb der Berechnungszeit an dem Beobachtungspunkt ankommen. Bild 5-3 zeigt das gewählte axialsymmetrische Grundmodell, welches für die weiteren Untersuchungen verwendet wird.

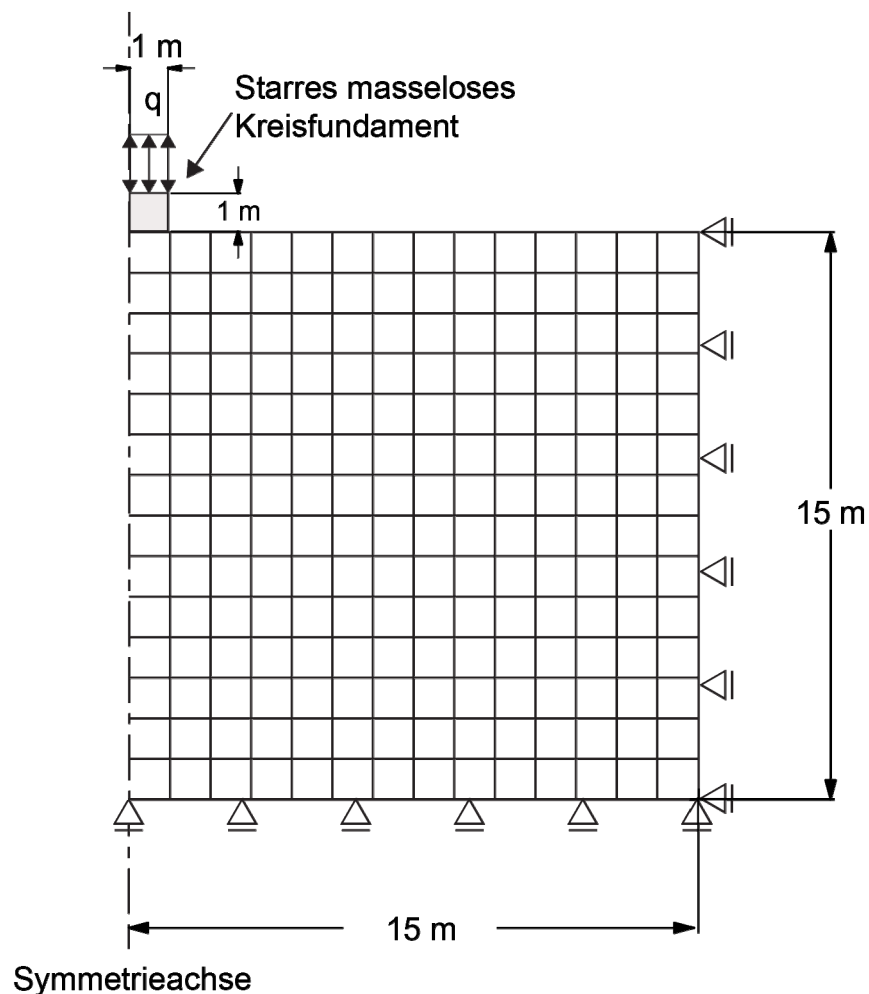


Bild 5-3 Grundmodell für die Untersuchung

Das Finite-Elemente-Modell für den Boden hat einen Radius von 15 m und eine Tiefe von 15 m. Der Boden wird als homogen angesetzt mit einem

Schubmodul $G_0 = 11,54$ MPa, einer Poissonzahl $\nu = 0,3$ und einer Dichte $\rho = 1,8$ Mg/m³. Das auf der Oberfläche liegende Fundament hat einen Radius $r_0 = 1$ m und eine Dicke $t_P = 1$ m. Die Steifigkeit des Fundaments wird durch einen Schubmodul $G_P = 1304,4$ GPa beschrieben. Die Poissonzahl des Fundaments ist $\nu_P = 0,15$ und die Dichte $0,01$ kg/m³, so dass es praktisch als masselos und starr angesehen werden kann. Das Programmsystem ABAQUS 6.10 wird für die Berechnung verwendet. Der Boden wird mit dem Elementtyp „CAX8“ und einer Elementlänge von $0,5$ m diskretisiert. Das Fundament wird mit dem Elementtyp „CAX8“ und einer Elementlänge von $0,1$ m diskretisiert. Der Kontakt zwischen der Sohle des Fundaments und der Bodenoberfläche wird in horizontaler Richtung als reibungslos und in vertikaler Richtung als fest verbunden angesetzt (relaxed boundary conditions). Die Anregung q wirkt als gleichmäßige Flächenlast auf dem Fundament und weist eine Frequenz von $26,04$ Hz auf. Der zeitliche Verlauf der Anregungslast wird durch $q = \sin(2 \pi 26,04 t)$ beschrieben. Für die Berechnung im Zeitbereich wird ein Zeitinkrement Δt mit 3×10^{-4} s angesetzt. Das Modell wird mit ABAQUS 6.10 (Dassault (2011)) mit der Option „direct-integration dynamic analysis“ berechnet.

Nach dem oben genannten Fensterverfahren muss aus der Antwort des Fundaments ein passendes Fenster heraus gefunden werden. Die Fensterbreite t_F wird gleich der Periode der Anregung ($0,0384$ s) festgelegt. Nachdem dieses Fenster bestimmt worden ist, wird die Antwort im Zeitbereich mit Hilfe einer Fourier-Transformation in den Frequenzbereich umgewandelt. Als Fourier-Transformation wird wegen der diskreten Form des Anregungssignals und der Antwort die Diskrete-Fourier-Transformation (DFT) gewählt.

Aus der komplexen Anregung und Verschiebung des Fundaments wird die frequenzabhängige Steifigkeit K_{zz} und Dämpfung C_{zz} berechnet. Sie werden auf die statische Steifigkeit K_{zz}^0 bezogen:

$$k_{zz} = \frac{K_{zz}}{K_{zz}^0} \quad (5.7)$$

$$c_{zz} = \frac{C_{zz} c_{S0}}{r_0 K_{zz}^0} \quad (5.8)$$

Für die statische Steifigkeit gilt (Gazetas (1983)):

$$K_{zz}^0 = \frac{4 G_0 r_0}{1 - \nu} \quad (5.9)$$

Die Frequenzabhängigkeit wird durch die dimensionslose Frequenz a_0 beschrieben

$$a_0 = \frac{\omega r_0}{c_{S0}} \quad (5.10)$$

wobei ω die Kreisfrequenz der dynamischen Anregungslast ist.

5.4 Bestimmung der Fensterposition

5.4.1 Phasen im Fensterverfahren

Bild 5-4 zeigt die mit Hilfe der obigen Gleichungen aus der Systemantwort ermittelten, dimensionslose dynamische Steifigkeit in Abhängigkeit vom Anfangszeitpunkt des Fensters t_0 .

Der Zeitabschnitt bis zu ca. 0,03 s wird als Einschwingphase bezeichnet. In dieser Phase fängt das System mit der Schwingung an. Diese Phase kann somit nicht für die Auswertung verwendet werden, da kein stationärer Zustand erreicht worden ist. Im darauf folgenden Zeitabschnitt zeigt sich ein fast konstanter Wert für k_{zz} . Das Fundament schwingt harmonisch mit einer einzigen Frequenz. Zur Überprüfung wird das Ergebnis mit der Lösung aus dem Frequenzbereich für die Frequenz 26,04 Hz ($a_0 = 2,04$) verglichen. Aus den bei Gazetas (1983) angegebenen Formeln und Diagrammen erhält man für die dimensionslose Steifigkeit $k_{zz} = 0,63$. Die numerischen Ergebnisse aus Finite-Elemente-Methode in Bild 5-4 zeigen in der stationären Phase einen Wert von $k_{zz} = 0,615$, der sehr gut mit dem theoretischen Wert korreliert mit einer maximalen Abweichung von ca. 2,5 %.

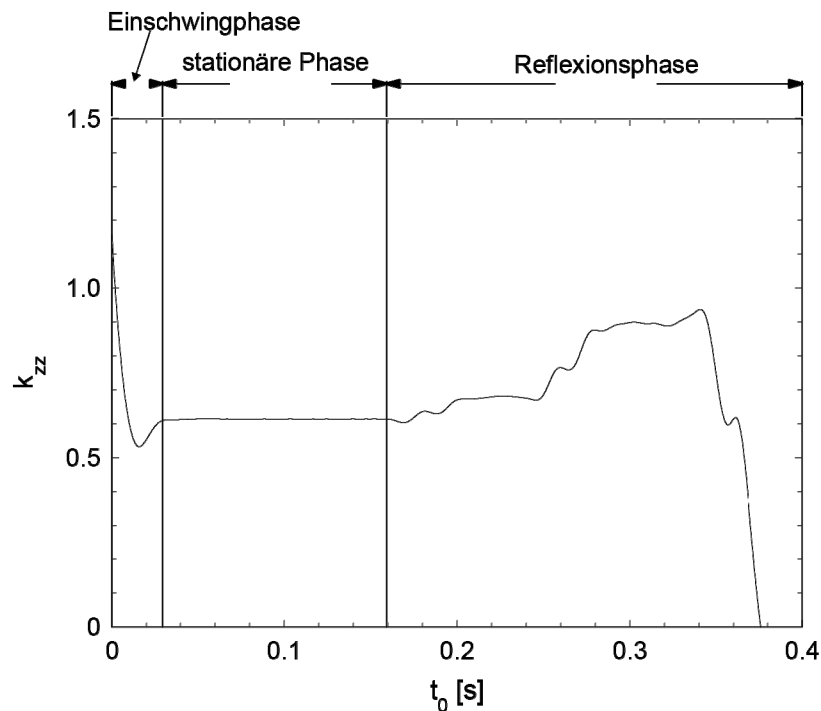


Bild 5-4 Dynamische Steifigkeit in Abhängigkeit von t_0 für das Grundmodell

Die stationäre Phase dauert bis zum Zeitpunkt von ca. 0,16 s: ab dann erreicht die Wellenfront aus den reflektierenden Rändern den Beobachtungspunkt, so dass die Ergebnisse nicht verwertbar sind. Diese Phase wird als Reflexionsphase bezeichnet.

5.4.2 Einfluss der Systemgröße

In einem weiteren Schritt wird der Einfluss der Größe des Finite-Elemente-Netzes untersucht. Die Berechnung erfolgt mit ABAQUS 6.10 und mit der Option „direct-integration dynamic analysis“. Es werden drei Systeme mit verschiedenen Tiefen bzw. Breiten berechnet, wobei das Verhältnis Radius/Tiefe gleich 1 ist. Es werden die Ergebnisse für Tiefen von 15 m, 20 m und 25 m verglichen, siehe Bild 5-5. Man erkennt, dass die stationäre Phase mit der Größe des Modells zunimmt. Der Wert der dimensionslosen dynamischen Steifigkeit zeigt sich unabhängig von der Modellgröße. Die stationäre Phase gilt für eine Modellgröße 20 m x 20 m bis zu 0,23 s und für das größere Modell bis 0,3 s. Die Dauer der Einschwingphase bleibt gleich.

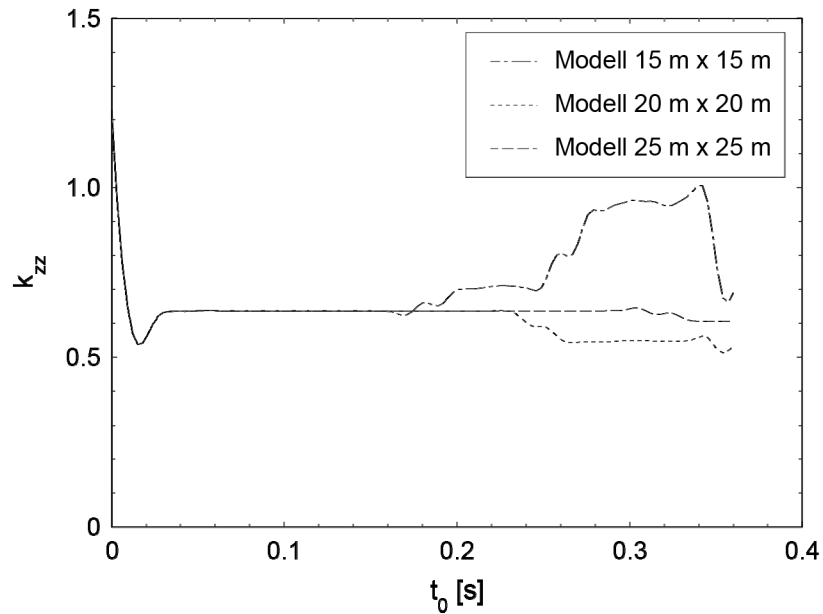


Bild 5-5 Dynamische Steifigkeit in Abhängigkeit von der Modellgröße

Die erforderliche Größe des Finite-Elemente-Netzes wird bestimmt aus der Dauer der Einschwingphase t_E , der Fensterbreite t_F und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Kompressionswelle c_P im Boden. Für das obige Beispiel kann die Systemgröße mit $(t_E + t_F) c_P / 2$ abgeschätzt werden. Dies gilt für den Mittelpunkt der Sohlfläche des Fundaments. Werden andere Beobachtungspunkte im Inneren oder auf der Oberfläche gewählt, muss die beschriebene Prozedur wiederholt werden und die positionsspezifischen Werte t_E und t_F erneut bestimmt werden.

Bei richtiger Wahl der Fensterabmessungen hängt die Genauigkeit bei der Bestimmung der dimensionslosen Steifigkeit von der Elementgröße des Finite-Elemente-Netzes und der Größe des Zeitinkrements der Berechnung im Zeitbereich ab. Diese Punkte werden nachfolgend untersucht.

5.5 Wahl von Elementgröße und Zeitschritt

5.5.1 Wahl der Elementgröße

Die Genauigkeit der Berechnungen mit der Finite-Elemente-Methode bei dynamischen Problemen ist stark von der Diskretisierungsfeinheit abhängig. Eine Parameterstudie wird hier durchgeführt, um eine geeignete Diskretisierungsfeinheit zu ermitteln.

Es wird ein Längenverhältnis l_r definiert

$$l_r = l_{el} / \lambda_S \quad (5.11)$$

wobei l_{el} die größte Seitenlänge des Elements und λ_S die Wellenlänge der Scherwelle im Boden bezeichnen.

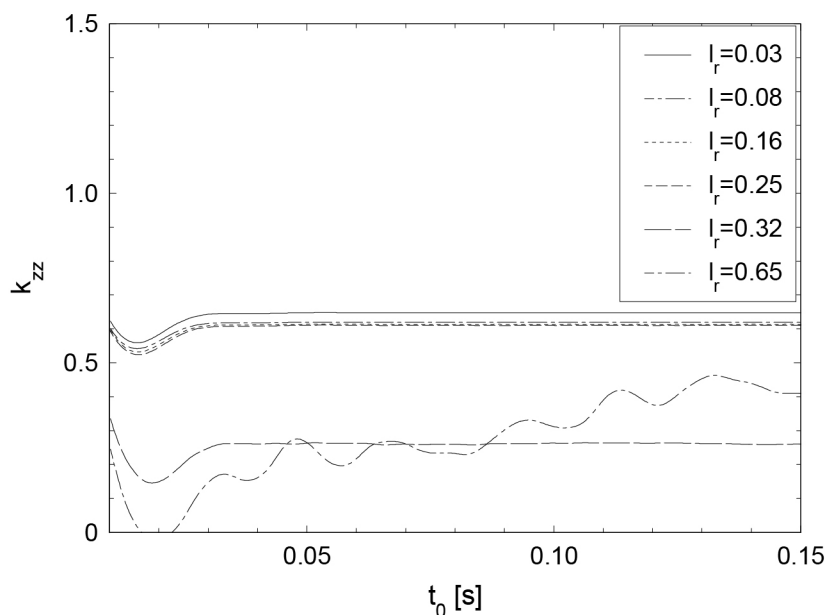


Bild 5-6 Einfluss der Netzfeinheit

Das Grundmodell mit einer Modelltiefe von 15 m wird hier betrachtet. Die Berechnung erfolgt mit dem Programm ABAQUS und Elementtyp „CAX8“. Die Diskretisierungsfeinheit variiert in der Parameterstudie zwischen

$l_r = 0,03$ und $l_r = 0,65$. Die dimensionslose dynamische Steifigkeit k_{zz} wird mit dem oben beschriebenen Fensterverfahren berechnet. Bild 5-6 zeigt die Steifigkeit k_{zz} in Abhängigkeit von der Anfangszeit des Fensters t_0 . Aus dem Bild folgert man, dass die Lösung bei einem Längenverhältnis von $l_r=0,65$ nicht konvergiert. Für $l_r \leq 0,32$ konvergieren die Ergebnisse. Die richtigen Werte ergeben sich jedoch erst ab $l_r \leq 0,25$. Die Abweichung zwischen den Ergebnissen mit einem Längenverhältnis $l_r = 0,25$ und denen für $l_r = 0,03$ beträgt ca. 4,2%. Die Ergebnisse im vorigen Abschnitt entsprechen $l_r = 0,16$.

Um eine stabile Lösung zu erhalten, wird in der Numerik die Courant-Zahl (Courant, Friedrichs et al. (1928)) für die Diskretisierung zeitabhängiger partieller Differentialgleichungen verwendet. Die Courant-Zahl beschreibt die Anzahl der Elemente, in der sich die Welle innerhalb eines Zeitschrittes ausbreitet. Die Courant-Zahl soll beim expliziten Euler-Verfahren kleiner als 1 sein. Dies bedeutet, dass sich die Welle innerhalb eines Zeitschrittes maximal nur über ein Element fortbewegen darf. Bei der Lösung von nicht-linearen Gleichungssystemen mit dem impliziten Verfahren wird eine größere Courant-Zahl empfohlen (Poinsot and Candel (1986)). Zur Bestimmung der Untergrenze der Elementgröße wird die Courant-Zahl hier gleich 1 angesetzt. Die Elementgröße wird dann durch

$$\frac{1}{4} c_S T \geq l_{el} \geq c_P \Delta t \quad (5.12)$$

bestimmt.

5.5.2 Einfluss des Elementtyps

Als nächstes wird der Einfluss des Elementtyps aus dem Grundmodell untersucht. Folgende Elementtypen werden betrachtet: „CAX4R“, „CAX4“, „CAX8R“ und „CAX8“. Der Elementtypname hat folgende Bedeutung: Der erste Buchstabe „C“ bedeutet kontinuierliches Element, „AX“ steht für axialsymmetrisches Modell, „4“ oder „8“ ist die Knotenanzahl eines Elements, „R“ bedeutet, dass eine reduzierte Integrationsmethode verwendet wird. Bild 5-7 zeigt die dimensionslose dynamische Steifigkeit in Abhängigkeit von der Anfangszeit des Fensters t_0 bei einem

Längenverhältnis $l_r = 0,25$. Die Ergebnisse für „CAX8“ und „CAX8R“ sind fast identisch und konvergieren zu der stationären Lösung. Die Elementtypen „CAX4R“ und „CAX4“ sind nicht geeignet für das hier angesetzte Längenverhältnis.

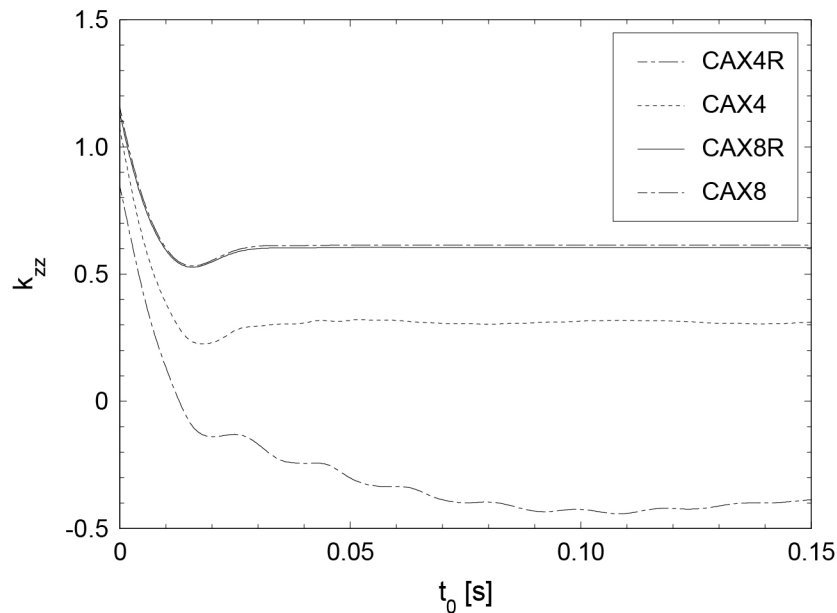


Bild 5-7 Einfluss des Elementtypes

5.5.3 Einfluss des Zeitschrittes

Die richtige Wahl des Zeitschrittes Δt hat bekanntlich bei der Berechnung mit der Finite-Elemente-Methode eine entscheidende Bedeutung. Der Zeitschritt muss einerseits so klein wie nötig gewählt werden, um eine ausreichende Genauigkeit im Zeitbereich zu gewährleisten, andererseits so groß wie möglich gewählt werden, um den Berechnungsaufwand zu minimieren.

Zur optimalen Wahl des Zeitschrittes wird folgende Parameterstudie durchgeführt. Das Grundmodell wird hier angesetzt. Der Zeitschritt wird auf die Periode der Anregungsschwingung T bezogen, hier ist $T = 0,384$ s. Bei Anregung mit mehreren Frequenzen muss T der Periode der höchsten Frequenz gleich gesetzt werden. In der Studie variiert $\Delta t/T$ von $1/32$ bis

1/256. Der Mittelpunkt des Kreisfundaments wird beobachtet. Die Verschiebung des Beobachtungspunkts und die dynamische Anregungslast werden mit dem Fensterverfahren bestimmt und daraus die dimensionslose dynamische Steifigkeit k_{zz} berechnet.

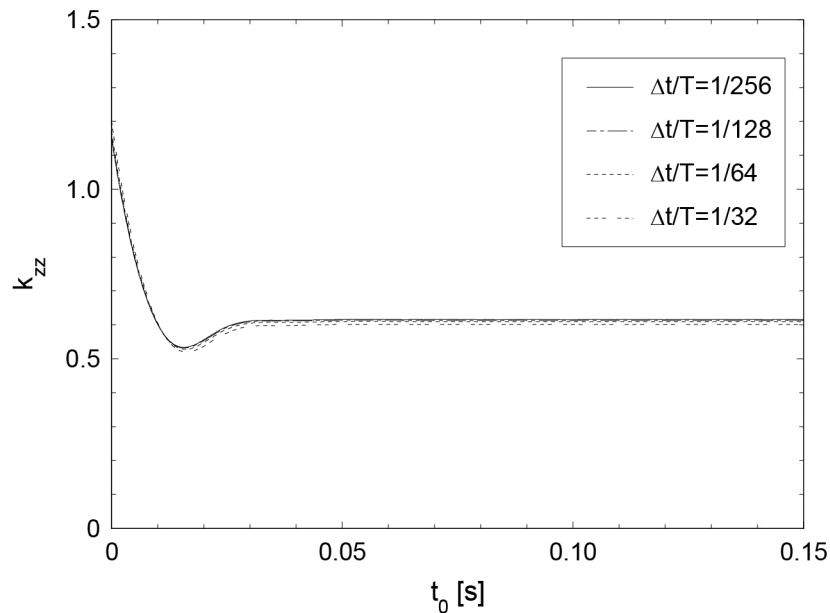


Bild 5-8 Einfluss des Zeitschrittes

Die Ergebnisse in Bild 5-8 zeigen für die untersuchten vier Zeitschritte eine Konvergenz zur stationären Lösung. Die Lösung ist bei allen Modellen stabil. Das Ergebnis für $\Delta t/T = 1/32$ weist eine ca. 2,5% Abweichung im Vergleich zu dem Ergebnis für $\Delta t/T = 1/256$ auf. Der Unterschied der Ergebnisse für $\Delta t/T = 1/64$ und $\Delta t/T = 1/256$ ist weniger als 1%.

5.6 Verwendung von infiniten Elementen

Eines der ersten Abstrahlelemente wurde von Kuhlemeyer (1969) entwickelt. Es ist in einigen Finite-Elemente-Programmen eingebaut, im Programmsystem ABAQUS 6.10 wird es als Infinite-Elemente (IFE) gekennzeichnet. Das Modell des Elements besteht aus einer Feder und einem Dämpfer. Diese Elemente werden an den Modellrändern zur Simulation eines Halbraums eingebaut. Das Element entspricht einem unendlichen langen visco-elastischen Element, welches Kompressions-, Scher-,

Rayleighwellen nährungsweise ohne Reflexionen weiter leiten kann. Dadurch muss nur ein Teil des Gesamtmodells diskretisiert werden, das sogenannte Nahfeld. Das Fernfeld wird durch die Infinite-Elemente ersetzt. Die Berechnungszeit dynamischer Probleme wird somit stark reduziert.

Das infinite Element funktioniert effektiv bei Erfüllung einiger geometrischer Bedingungen für die einfallende Welle. Ist der Einfallswinkel verschieden von 90° oder 0° , was den allgemeinen Fall entspricht, entstehen Reflexionen und Refraktionen im System. Zur Verdeutlichung dieser Phänomene wird ein Beispiel verwendet. Es werden zwei Modelle betrachtet, siehe Bild 5-9. Beide Modelle haben die gleichen Abmessungen. Das eine Modell wird an den Rändern mit Infinite-Elemente versehen. Das Modell ohne Infinite-Elemente ist am unteren Rand horizontal verschieblich und am seitlichen Rand vertikal verschieblich gelagert. Beide Modelle weisen identische Materialeigenschaften auf. Die Berechnung erfolgt nach dem oben beschriebenen Fensterverfahren. Ergebnisse für die dimensionslose Steifigkeit k_{zz} in Abhängig von der Anfangszeit des Fensters t_0 sind in Bild 5-10 dargestellt.

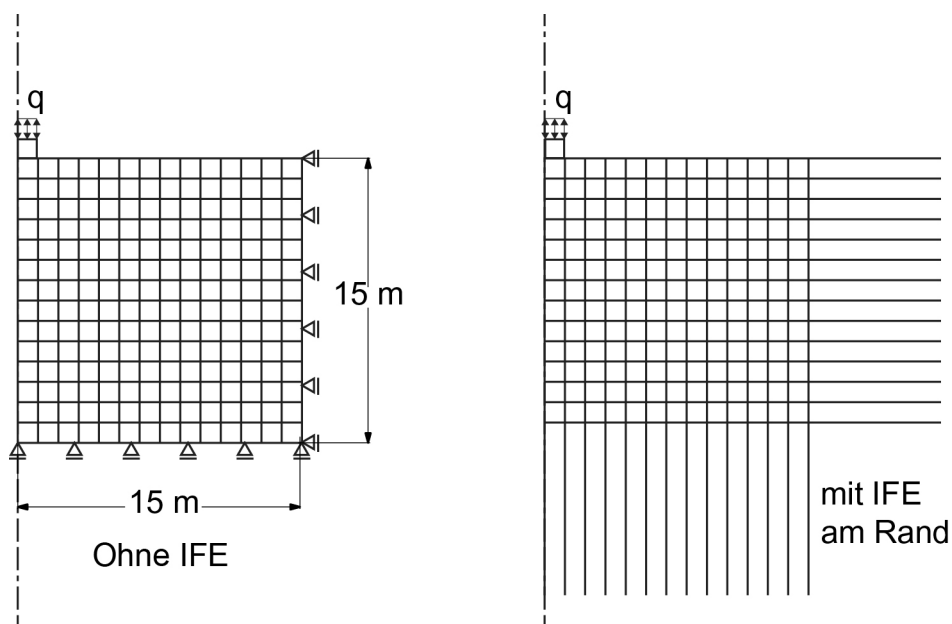


Bild 5-9 Finite-Elemente-Modelle mit und ohne Infinite-Elemente

Beide Modelle liefern einen identischen Verlauf in der ersten und zweiten Phase (Einschwingphase und stationäre Phase). In der dritten Phase (Reflexionsphase) tritt ein Unterschied bei den Kurven auf. Das Modell mit

infiniten Elementen zeigt eine deutlich geringere Abweichung zur stationären Lösung im Vergleich zum Modell ohne infinite Elemente: bis zu $t_0 = 0,26$ s zeigt das Modell mit Infinite-Elemente noch ein ausreichend genaues Ergebnis. Ab $t_0 = 0,26$ s liefert auch die Lösung mit Infinite-Elemente keine verwertbare Lösung.

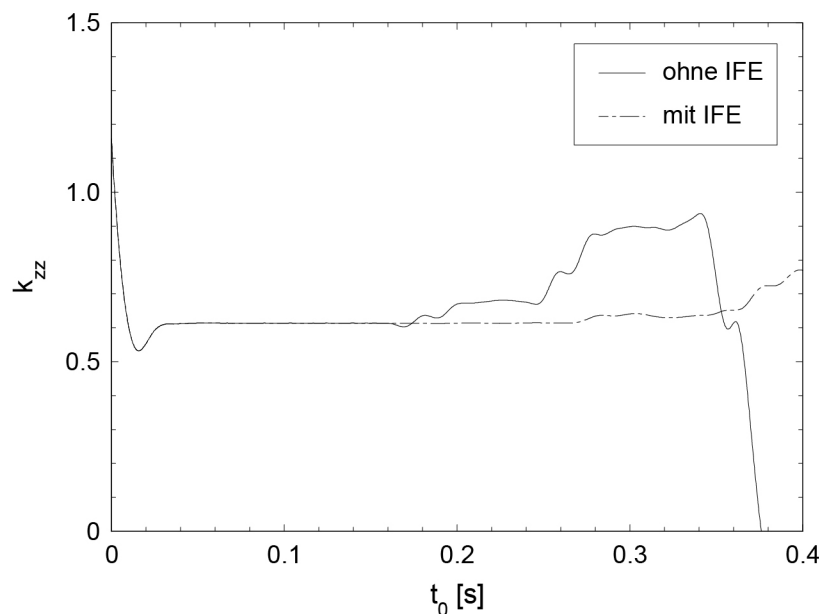


Bild 5-10 Vergleich des Ergebnisses mit und ohne Infinite-Elemente

5.7 Vergleich mit dem Verfahren „mode-based steady-state dynamic analysis“

Zur Lösung des Gleichungssystems bietet das Programm ABAQUS 6.10 auch das Verfahren „mode-based steady-state dynamic analysis“ an. Mit diesem Verfahren muss das Programm nicht bei jedem Inkrement das Gleichungssystem lösen, sondern berechnet zuerst die Moden des Systems. Durch Wahl der Anzahl der Moden wird die Dimension des Gleichungssystems von der Anzahl der Freiheitsgrade des Systems auf die Anzahl der Moden reduziert. Die Genauigkeit der Methode hängt von der gewählten Anzahl der Moden ab.

Das Grundmodell wird zur Untersuchung angesetzt. Die Geometrie und die Materialeigenschaften werden aus dem Grundmodell (Siehe Bild 5-3)

entnommen. Die Ergebnisse des Verfahrens „mode-based steady-state dynamic analysis“ und „direct-integration dynamic analysis“ werden verglichen. Folgende Berechnungen wurden durchgeführt.

(A): „Mode-based steady-state dynamic analysis“ mit 200 Moden

(B): „Mode-based steady-state dynamic analysis“ mit 500 Moden

(C): wie Fall (B) mit Infinite-Elemente an den rechten und unteren Rändern

(D): „direct-integration dynamic analysis“

Der Zeitschritt wird für alle Modelle zu $\Delta t = 3 \times 10^{-4}$ s angesetzt, und die Diskretisierung ist identisch in allen Modellen. Die Randbedingungen sind für Modelle (A), (B) und (D) gleich wie beim Grundmodell angesetzt.

Als Anregung wirkt eine dynamische Last $q = 1 + \sin(2 \pi 26,04 t)$ auf das Fundament. Der zeitliche Verlauf der vertikalen Verschiebung des Fundaments sind für alle untersuchten Fälle im Bild 5-11 dargestellt.

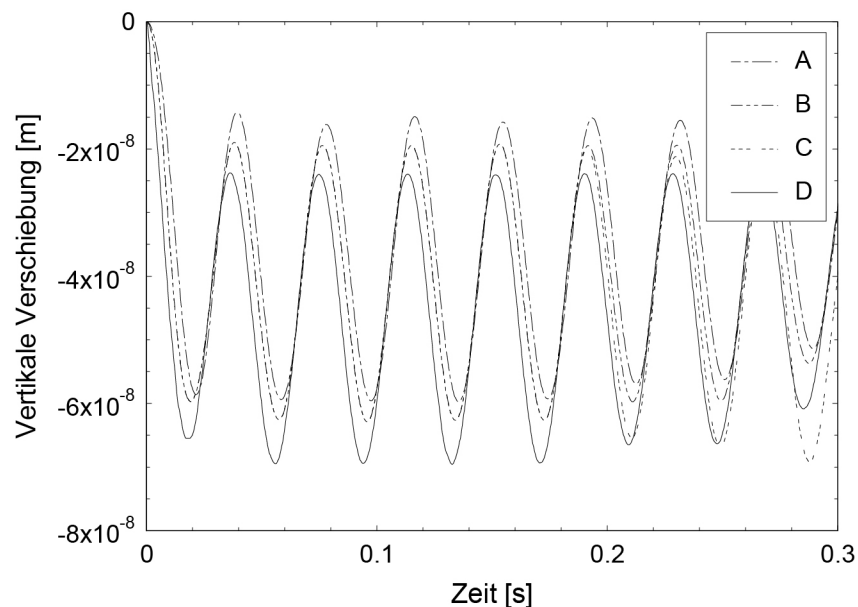


Bild 5-11 Verschiebung des Fundament in Abhängig von der Zeit

Die dimensionslose dynamische Steifigkeit k_{zz} und statische Steifigkeit wird mit Hilfe des o.g. Fensterverfahrens bestimmt und über die Anfangszeit des Fensters für alle Modelle im Bild 5-12 und Bild 5-13 zusammengefasst.

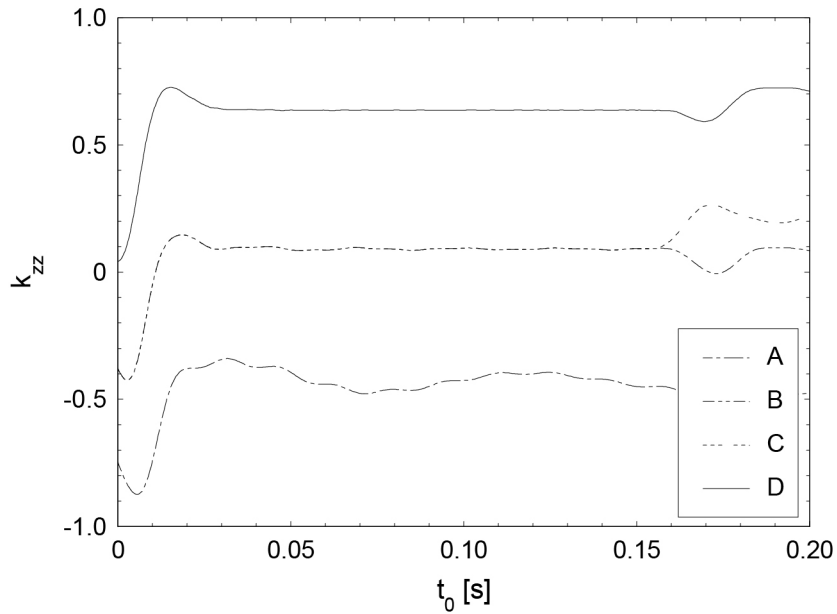


Bild 5-12 Dynamische Steifigkeit k_{zz} für das Kreisfundament in Abhängigkeit von t_0

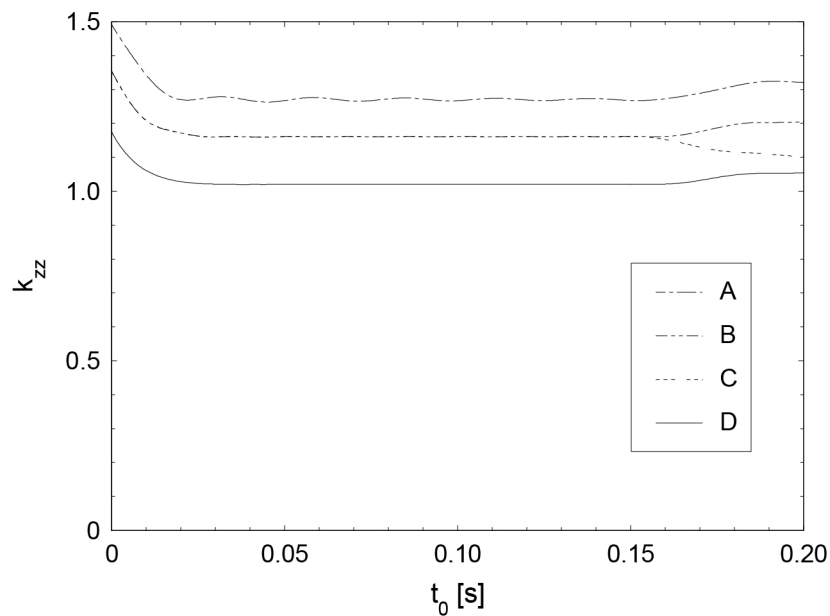


Bild 5-13 Statische Steifigkeit k_{zz} für das Kreisfundament in Abhängigkeit von t_0

Das Bild 5-12 und das Bild 5-13 zeigen in allen Modellen von ca. 0,5 s bis ca. 0,15 s in der stationären Phase ein stabiles Ergebnis. Je mehr Moden berücksichtigt werden, desto besser ist das Ergebnis. Lediglich Modell (D) liefert ein vertretbares Ergebnis. Die Anordnung des infiniten Elements verbessert das Ergebnis nicht.

Das Berechnungsverfahren „mode-based steady-state dynamic analysis“ ist sehr effektiv. Die Berechnungszeit des Modells (B) hat im Vergleich zu der Berechnung des Modells (D) mit „direct-integration dynamic analysis“ in diesem Beispiel um ca. 85% reduziert.

6 Impedanzfunktionen für Kreisfundamente auf inhomogenem Boden mit dem Fensterverfahren

6.1 Validierung des Fensterverfahrens für homogenen Boden

Als Validierung werden hier die Lösungen von Reissner (1936) und von Gazetas (1991) als theoretisch richtige Lösung zum Vergleich genommen.

6.1.1 Kreisförmige Lastfläche

Das originale Modell von Reissner (1936) kann durch das Finite-Elemente-Programm als axialsymmetrisch ohne Fundament nachgebaut werden. Der Boden ist isotrop und homogen. Nach dem Fensterverfahren kann der Boden innerhalb einer bestimmten Berechnungszeit als Halbraum betrachtet werden. Die schwingende Last wirkt direkt auf einen kreisförmigen Bereich an der Oberfläche des Bodens. Nach Reissner (1936) wird die vertikale Verschiebung U_{zz} des Mittelpunktes der Lastfläche geschrieben.

$$U_{zz} = \frac{P_{zz} \exp(i \omega t)}{G_0 r_0} [f_1(a_0, \nu) + i f_2(a_0, \nu)] \quad (6.1)$$

wobei P die resultierende Last bedeutet. ω ist die Frequenz der Lastanregung. ν und r_0 bedeuten die Poissonzahl und den Radius der Lastfläche. Die dimensionslose Frequenz a_0 beträgt

$$a_0 = \frac{\omega r_0}{c_{S0}}$$

Der Realteil f_1 und der Imaginärteil f_2 wurde von Reissner (1936) bis zu einer dimensionslosen Frequenz von $a_0 = 1,5$ hergeleitet und graphisch dargestellt. Sung (1953) hat einen Vorzeichenfehler bei Reissner (1936)

entdeckt und korrigiert, zusätzlich noch die Lösung für andere Lastverteilungen erweitert.

Um die Kurven für $a_0 > 1,5$ zu ermitteln, wird die Funktion f_1 von Reissner (1936)^[32] mit Hilfe des Programms Mathematica 8 erweitert. Statt nur die ersten drei Komponenten der Taylor-Reihe bei der Integration zu berücksichtigen, werden hier die ersten 12 Komponenten der Taylor-Reihe berücksichtigt, und dadurch die Genauigkeit der Funktion bis zu einer Frequenz von $a_0 = 5$ gewährleistet.

Zur numerischen Ermittlung der Funktionen f_1 und f_2 wird ein Finite-Elemente-Modell aufgebaut. Beiden Funktionen f_1 und f_2 werden mit dem oben beschriebenen Fensterverfahren berechnet. Der Unterschied zu der Berechnung für starre Fundamente wird nachfolgend erläutert. Für starre Fundamente wird die dynamische Steifigkeit und Dämpfung nach den Gleichung (5.5) und (5.6) direkt bestimmt. Zur Ermittlung der Funktionen f_1 und f_2 von Reissner (1936) für eine schlaffe Last gelten folgende Beziehungen.

$$f_1(\omega) = \frac{(U_{zz2}(\omega) P_{zz2}(\omega) + U_{zz1}(\omega) P_{zz1}(\omega))}{(P_{zz1}(\omega)^2 + P_{zz2}(\omega)^2)} G_0 r_0 \quad (6.2)$$

$$f_2(\omega) = \frac{(U_{zz2}(\omega) P_{zz1}(\omega) + U_{zz1}(\omega) P_{zz2}(\omega))}{(P_{zz1}(\omega)^2 + P_{zz2}(\omega)^2)} G_0 r_0 \quad (6.3)$$

Die numerisch ermittelte Funktionen f_1 und f_2 werden zum Vergleich mit der Funktion f_1 aus theoretischen Lösungen mit Hilfe von Mathematica zusammen im Bild 6-1 in Abhängig von einer dimensionslosen Frequenz a_0 dargestellt.

Der Realteil f_1 und der Imaginärteil f_2 stimmen bis $a_0 = 1,5$ mit der originalen Lösung von Reissner (1936) bzw. von Sung (1953) überein. Die Funktion f_1 für $\nu = 0$ weist einen geringfügigen Unterschied zwischen numerischer Lösung und theoretischer Lösung auf.

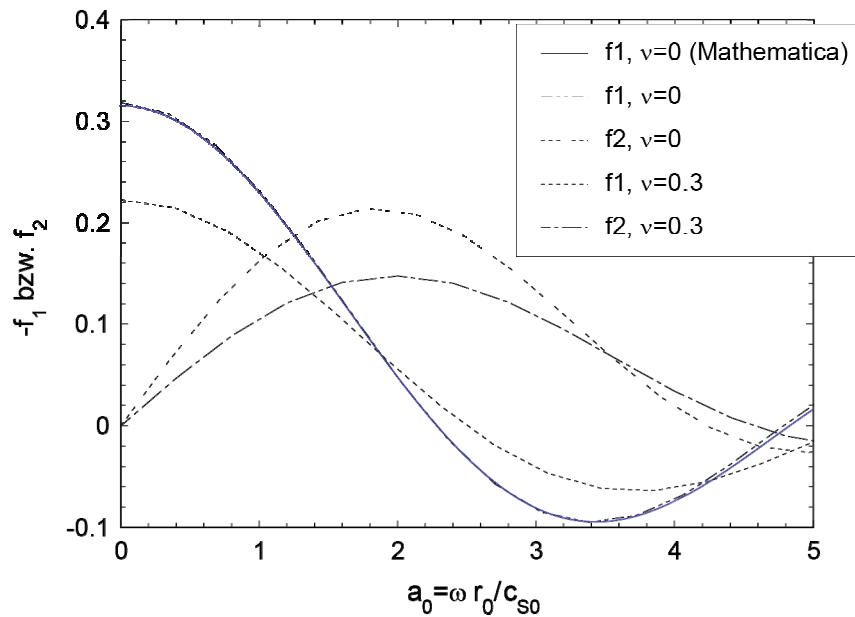


Bild 6-1 Variation von f_1, f_2 mit a_0 : analytische Lösung und numerische Simulation mit dem Fensterverfahren

6.1.2 Starres masseloses Kreisfundament

Ein axialsymmetrisches Modell mit einem masselosen starren Kreisfundament auf der Bodenoberfläche wird erstellt. Der Boden wird als linear-elastisch, isotrop und homogen angenommen. Die Berechnung erfolgt mit ABAQUS nach dem vorgestellten Fensterverfahren. Der Kontakt zwischen der Fundamentsohle und der Bodenoberfläche wird in vertikaler Richtung fest verbunden und in horizontaler Richtung reibungslos angenommen. Das Fundament wird durch eine Flächenlast belastet. Das System ist entlang der Symmetrieachse und des seitlichen Randes vertikal verschieblich gelagert. Der untere Rand ist nur horizontal verschieblich.

Für jeden Wert der Poissonzahl ν wird ein separates Modell aufgestellt. Die Modelle unterscheiden sich in der Systemabmessung, der Diskretisierungsfineinheit und dem Zeitinkrement. Die Anregung besteht aus einer Superposition von 15 harmonischen Schwingungen. Die Poissonzahl ν wird variiert zwischen 0 und 0,485. Das starre masselose Kreisfundament hat einen Radius $r_0 = 1$ m.

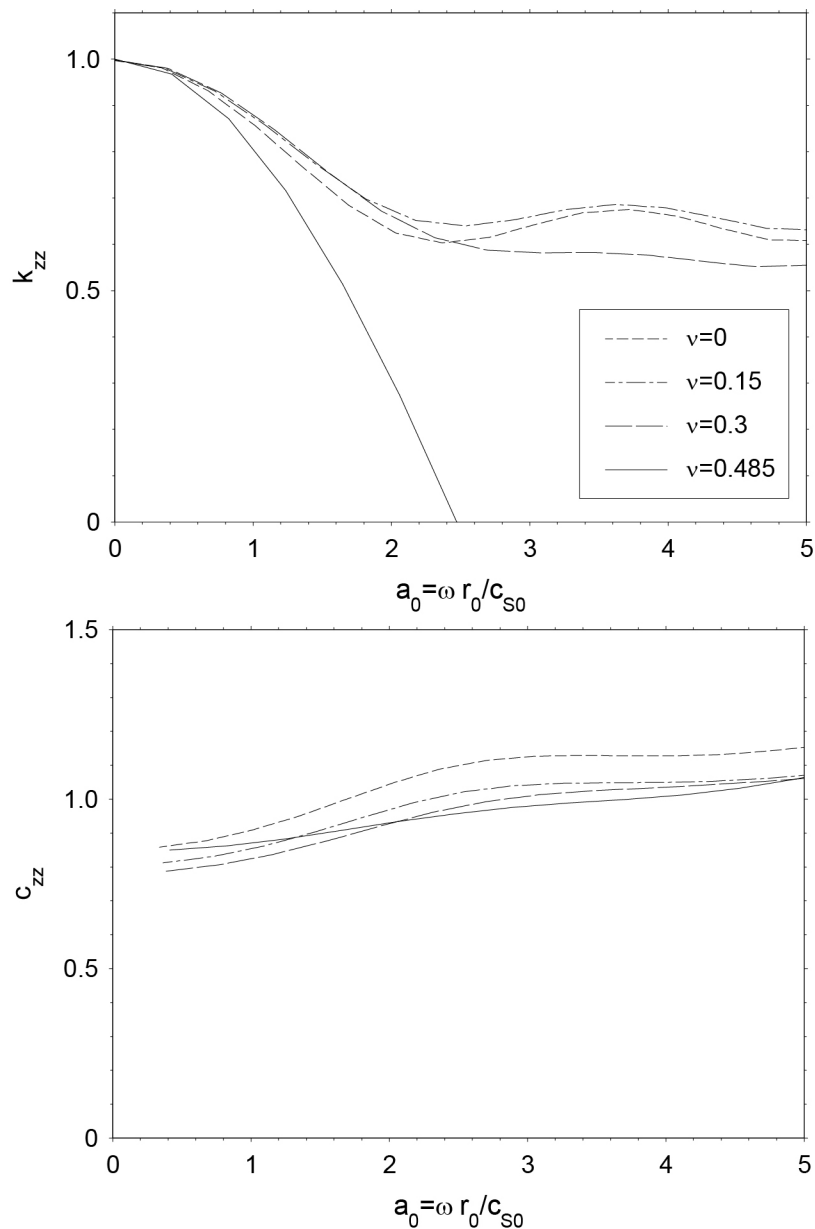


Bild 6-2 Dynamische Steifigkeit k_{zz} und Dämpfung c_{zz} eines starren Kreisfundaments auf homogenem Boden nach dem Fensterverfahren

Als Beispiel für die Genauigkeit des Verfahrens wird hier der Fall für $\nu = 0,3$ erläutert. Das System hat Abmessungen 30 m x 30 m. Es werden keine Infinite-Elemente verwendet. Der Boden hat eine Schubmodul $G_0 = 11,54$ MPa und eine Dichte von 1800 kg/m³. Die Elementgröße l_{el} im Bereich des Bodens wird mit 0,25 gewählt. Das Zeitinkrement beträgt $2,5 \times 10^{-4}$ s. Es ergeben sich ca. 14400 Elemente. Es werden insgesamt 1536 Zeitinkremente berechnet.

Die Last und die vertikale Verschiebung des Fundaments werden durch das Fensterverfahren nach der Formel (5.7) und (5.8) zu der dimensionslosen Steifigkeit k_{zz} und Dämpfung c_{zz} umgerechnet. Als Ergebnis wird die dimensionslose Steifigkeit und Dämpfung für verschiedene Poissonzahlen bis zu einer dimensionslosen Frequenz $a_0 = 5$ im Bild 6-2 graphisch dargestellt.

Die Ergebnisse werden mit der Veröffentlichung von Gazetas (1991), die für eine Poissonzahl von $\nu = 0,3$ gelten, verglichen. Die hier berechnete dimensionslose dynamische Steifigkeit k_{zz} ist geringfügig kleiner. Im Vergleich zu der Veröffentlichung von Triantafyllidis and Prange (1988), die für Kreisfundamente gilt, ist der Vergleich bis zu einer Frequenz $a_0 = 3$ möglich. Der Vergleich ist sehr gut. Ein weiterer Vergleich und Überprüfung erfolgt anhand der Ergebnisse für ein quadratisches Fundament nach Sarfeld (1994) und Vrettos (1999).

6.2 Starres masseloses Kreisfundament auf inhomogenem Boden

In diesem Abschnitt wird die dynamische Steifigkeit und Dämpfung eines masselosen starren Kreisfundaments durch Finite-Elemente-Methode nach dem in Abschnitt 5.2 vorgestellten Fensterverfahren berechnet. Das Modell wird als axialsymmetrisch aufgebaut. Das Kreisfundament liegt auf der Oberfläche des Bodens. Der Radius des Fundament ist $r_0 = 1$ m. Die Dicke des Fundaments beträgt 1 m. Die Dichte des Fundaments wird mit $0,01 \text{ kg/m}^3$ angegeben, und der Schubmodul wird mit 15 GPa angegeben, damit das Fundament im Vergleich zu den Eigenschaften des Bodens als masselos und starr betrachtet werden kann. Der Baugrund hat eine Dichte von 1800 kg/m^3 und einen Schubmodul an der Oberfläche von $G_0 = 11,54 \text{ MPa}$. Die Poissonzahl des Bodens wird mit 0,3 angesetzt. Siehe Bild 6-3.

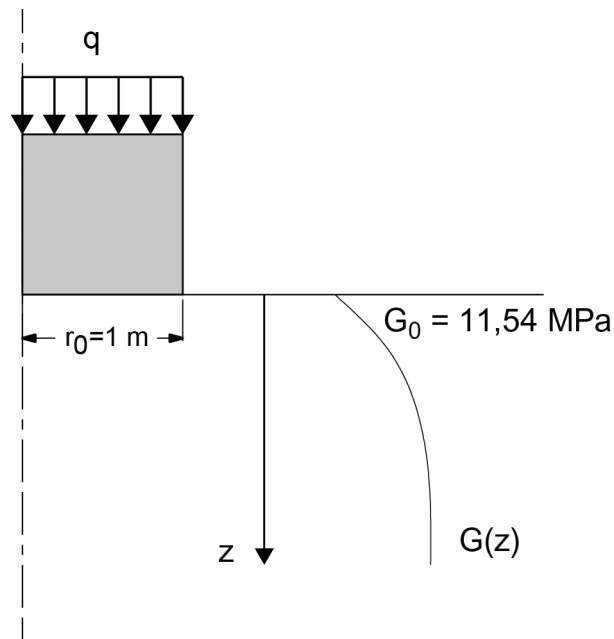


Bild 6-3 Das axialsymmetrische Modell

Der inhomogene Boden wird mit einem Schubmodul nach Gleichung (3.1) definiert. Der Inhomogenitätsparameter nach Gleichung (3.2) wird mit $\Xi_0 = 0,5$ angesetzt. Der Inhomogenitätsgradient α variiert zwischen 0,25 und 1,0. Die Steifigkeitsverteilung wird durch das benutzerdefinierte Material (UMAT) berechnet. Der Quellcode zu UMAT wird im Anhang ausgegeben.

Die dynamische Anregungsflächenlast wird angegeben durch

$$q = 1 + \sum_{n=1}^{10} \sin\left(2\pi \frac{n}{0,192} t\right) \quad (6.4)$$

Die Anregungsflächenlast beinhaltet Frequenzen von 0 bis zu 52 Hz mit einer Auflösung von 5,2 Hz. Die Berechnungszeit wird aus den Eigenschaften des inhomogenen Bodens bestimmt und beträgt $4 \times 0,192 \text{ s} = 0,768 \text{ s}$. Damit wird gewährleistet, dass die stationäre Phase sicher während der Berechnung auftreten kann. Die Zeit für die Ankunft der vom Fundament ausgehenden Kompressionswelle am Modellrand des Bodens wird mit 0,384 s (die Hälfte der Berechnungszeit) berechnet. Nach der Schubmodulverteilung des inhomogenen Bodens wird die Modellbreite des Bodens mit 50 m und die Modelltiefe mit 75 m geschätzt.

Die Diskretisierung sowie die Auswahl des Zeitschrittes werden nach dem Fensterverfahren anhand der Verteilung der Steifigkeit des Bodens bestimmt. Das Modell wird mit dem Elementtyp „CAX8“ mit quadratischen Elementen diskretisiert. Die Elementgröße im Fundament beträgt 0,125 m. Die Elementgröße im Bereich des Bodens beträgt durchweg 0,25 m. Das Längenverhältnis l_r nach Gleichung (5.11) variiert im Bodenbereich zwischen 0,11 und 0,16 für die höchste Frequenz von 52 Hz.

Der Kontakt zwischen Boden und Fundament wird in der vertikalen Richtung als fest angesetzt; in horizontaler Richtung wird keine Beschränkung vorgegeben.

Der Zeitschritt Δt wird mit 6×10^{-4} s angesetzt, sodass $\Delta t/T$ bei der höchsten Frequenz 1/32 und bei der niedrigsten Frequenz 1/320 ist.

Das System wird in ABAQUS 6.10 aufgebaut und mit dem Verfahren „direct-integration dynamic analysis“ berechnet. Bild 6-4 stellt die Schubmodulverteilung entlang der Symmetrieachse des Finite-Elemente-Modells in inhomogenem Boden dar, welche aus der Berechnung mit der UMAT resultiert.

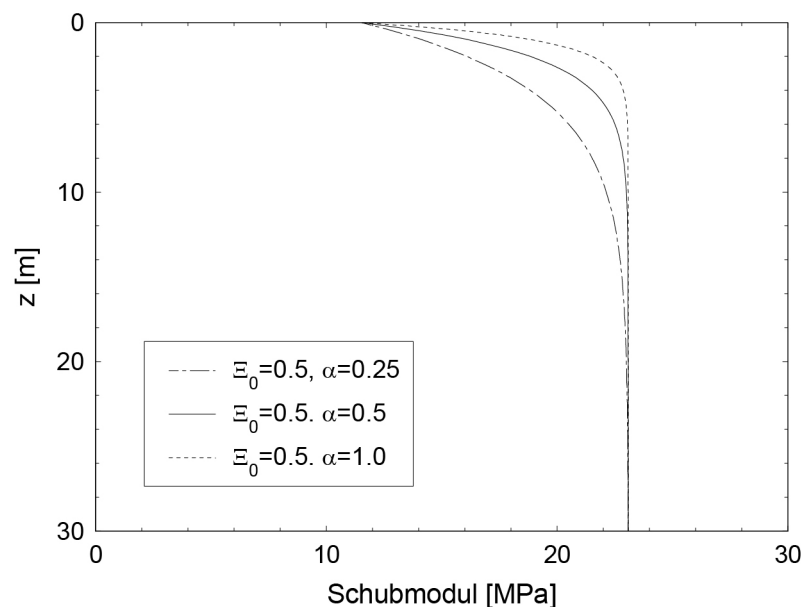


Bild 6-4 Schubmodulverteilung entlang der Symmetrieachse des Finite-Elemente-Modells

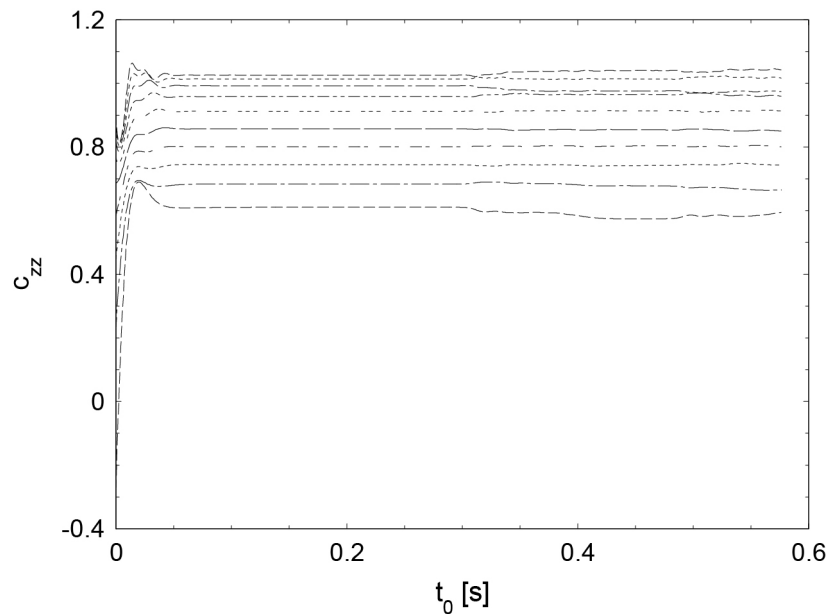
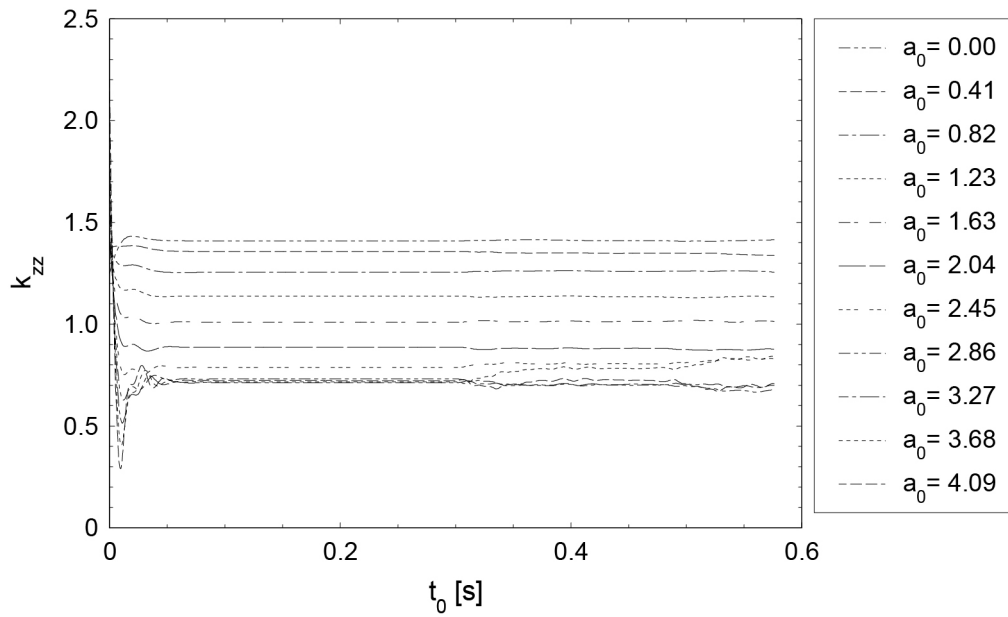


Bild 6-5 Dimensionslose dynamische Steifigkeit und Dämpfung in Abhängig von t_0 nach dem Fensterverfahren

Die Last und die vertikale Verschiebung des Fundaments werden durch das Fensterverfahren nach den Gleichungen (5.7) und (5.8) zu der dimensionslosen Steifigkeit k_{zz} und Dämpfung c_{zz} umgerechnet. Bild 6-5 stellt die dynamische Steifigkeit K_{zz} und Dämpfung C_{zz} in Abhängig von der Anfangszeit des Fensters für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $\alpha = 0,5$ dar. Die Einschwingphase dauert bis zu 0,05 s. Ab 0,05 s bis zum

Zeitpunkt von ca. 0,3 s zeigt sich deutlich die stationäre Phase. Ab dem Zeitpunkt von 0,3 s zeigen die Kurven eine geringe Oszillation.

Als weitere Ergebnisse werden die dimensionslose Steifigkeit k_{zz} und Dämpfung c_{zz} aus der stationären Phase bestimmt. Bild 6-6 stellt die Steifigkeit und Dämpfung für ein starres masseloses Kreisfundament in Abhängigkeit von der dimensionslosen Frequenz a_0 bis zu $a_0 = 4$ dar.

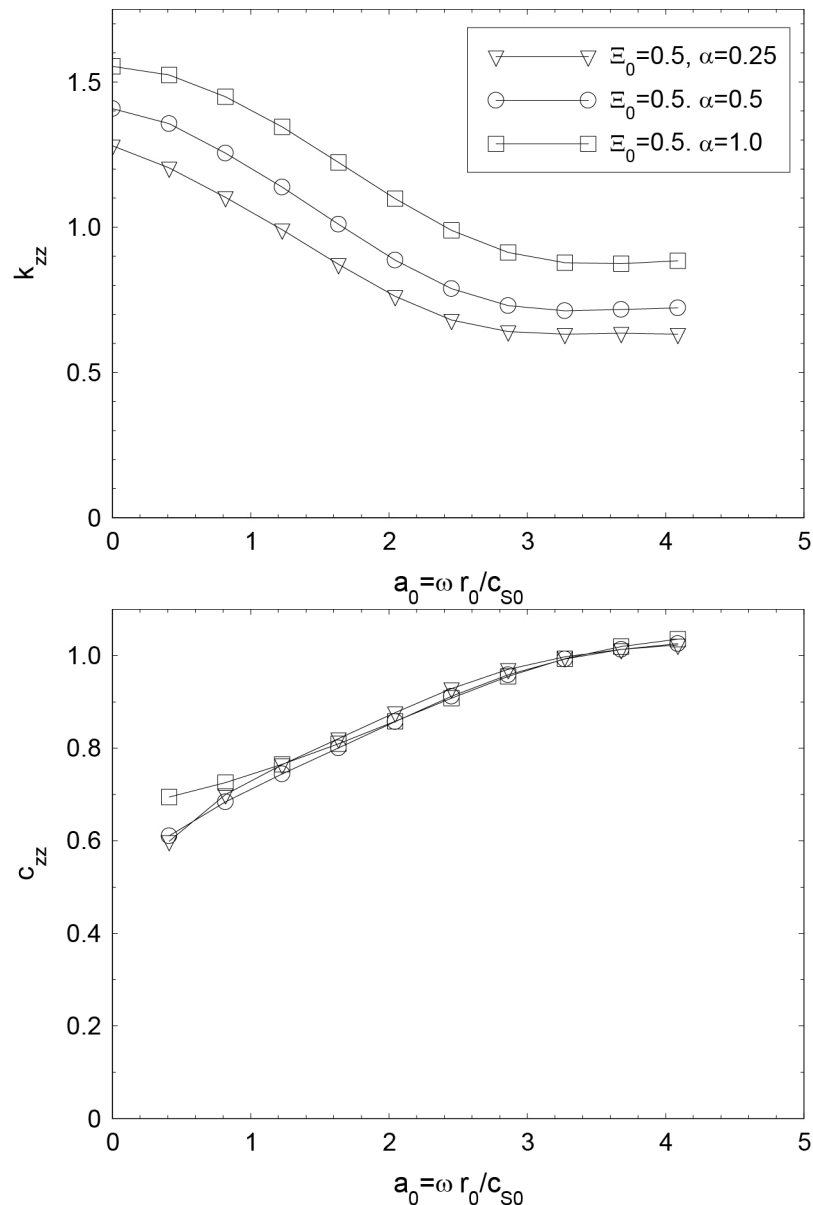


Bild 6-6 Dimensionslose dynamische Steifigkeit und Dämpfung des starren masselosen Kreisfundaments auf inhomogenem Boden mit $\nu = 0,3$

Die Ergebnisse in Bild 6-6 zeigen den in den Ergebnissen festgestellte Einfluss der Inhomogenität des Bodens, vgl. Vrettos (1999). Einen direkten Vergleich gibt Bild 6-7 wieder. Dort werden die dimensionslose Steifigkeit und Dämpfung für $\bar{\Xi}_0 = 0,5$ und $\alpha = 0,5$ verglichen. Die dimensionslose Steifigkeit und Dämpfung sind gemäß den Gleichungen (3.6) definiert. Man beachte, dass die dynamische Steifigkeit und Dämpfung auf die statische Steifigkeit eines homogenen Bodens mit dem Schubmodul G_0 bezogen sind. Die in Bild 6-7 angegebenen Werte gelten für ein quadratisches Fundament. Die Lösung für das halb-analytische Verfahren wird mittels des in Kapitel 0 vorgestellten Verfahrens ermittelt. Die Lösung nach dem Fensterverfahren wird für ein flächengleiches Kreisfundament berechnet. Die Werte nach dem Fensterverfahren sind im Allgemeinen geringer als die Halbraumlösung nach dem halb-analytischen Verfahren. Bis zu einer dimensionslosen Frequenz von ca. $a_0 = 2$ ist die Übereinstimmung der beiden Verfahren bezüglich der dynamischen Steifigkeit zufriedenstellend. Für höhere Frequenzen ab $a_0 = 2$ ist die dimensionslose Steifigkeit nach dem Fensterverfahren kleiner als die Halbraumlösung. Die dimensionslose Dämpfung nach den beiden Verfahren zeigt über den gesamten Frequenzbereich eine Abweichung kleiner als 10%. Die stärkere Abweichung der dynamischen Steifigkeit bei höheren Frequenzen ist vermutlich bedingt durch die Diskretisierung der Kontaktfläche zwischen Fundamentsohle und Bodenoberfläche.

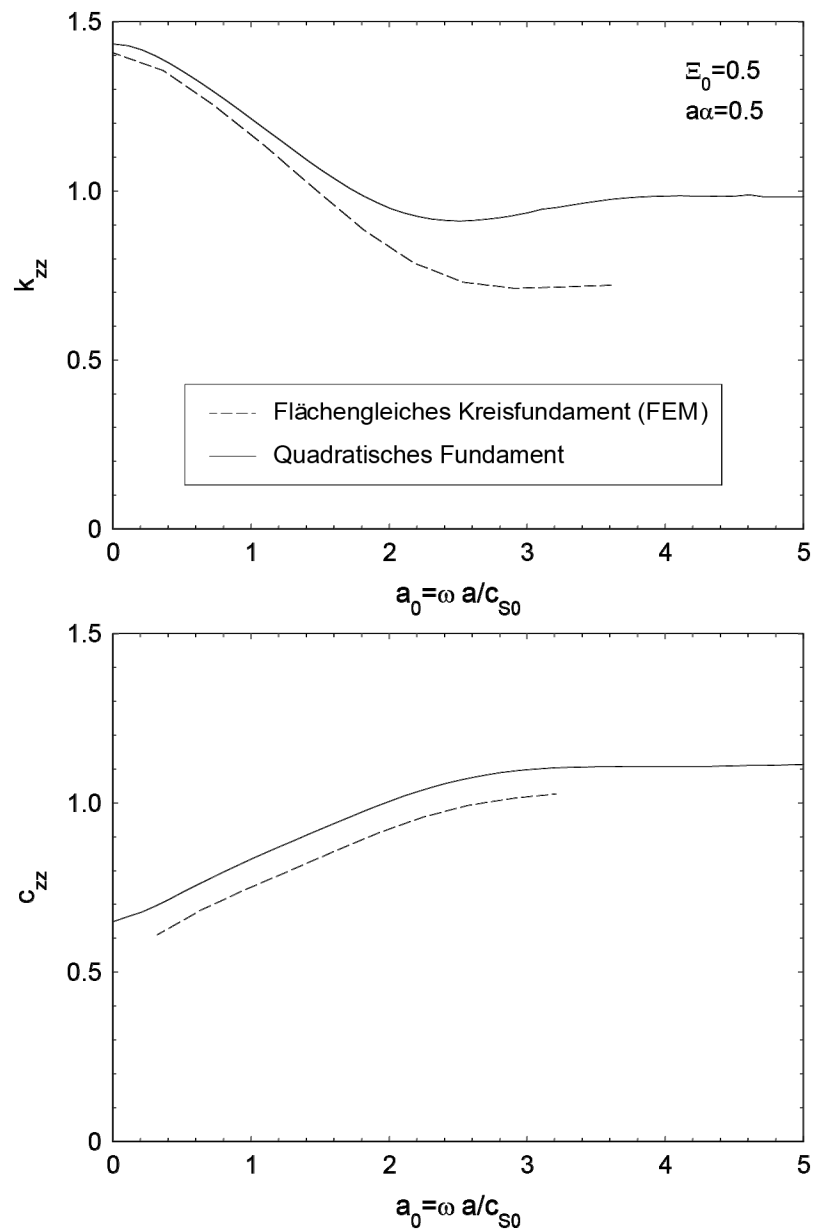


Bild 6-7 Vergleich der Ergebnisse der dimensionslosen Steifigkeit und Dämpfung für ein quadratisches Fundament (halb-analytisches Verfahren) und ein flächengleiches Kreisfundament (Fensterverfahren, Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich) für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 0,5$

7 Zusammenfassung - Ausblick

In den vorangegangenen Abschnitten wurden einige Probleme der dynamischen Boden-Bauwerk-Wechselwirkung behandelt. Der Schwerpunkt lag bei der Untersuchung des Einflusses einer in vertikaler Richtung zunehmenden Steifigkeit (Schubmodul) für den Boden.

In dem ersten Teil der Arbeit wurden elastische Bodenplatten unter vertikaler harmonischer Belastung untersucht. Die Platte wurde mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode modelliert. Die Baugrundantwort wurde mit Hilfe von Einflussfunktionen für vertikale Einzel- bzw. Flächenlasten abgebildet. Im Kontaktbereich wurde die Kompatibilität an den Mittelpunkten der Bodenelemente und den gegenüberliegenden Punkten der Platte hergestellt. Dabei ist die Kontaktfläche gleich der Plattengrundfläche und wird vollständig durch Kontaktelemente diskretisiert. Die Ergebnisse für homogenen Boden wurden mit anderen Lösungen verglichen. Für den inhomogenen Boden wurde die Antwort der Platte an verschiedenen Punkten über die Frequenz ermittelt. Weiterhin wurde der Einfluss der bezogenen Biegesteifigkeit der Platte erfasst. Grundlage für die Berechnung der Einflussfunktionen sind Green'sche Funktionen für den inhomogenen Boden, die an anderer Stelle hergeleitet worden sind.

Im zweiten Teil der Arbeit wurde die Wechselwirkung zwischen mehreren starren Fundamenten auf der Baugrundoberfläche untersucht. Die für Einzelfundamente entwickelte Methode wurde entsprechend eingesetzt. Die Lösungen für homogenen Boden wurden mit Angaben in der Literatur überprüft. Besondere Beachtung fand dabei der Grenzfall sehr kleiner Abstände zwischen den Fundamenten, für den in der Vergangenheit oft ungenaue Ergebnisse angegeben worden sind. Der Einfluss der Inhomogenität des Baugrundes wurde in den Ergebnissen mit Hilfe von dimensionslosen Parametern erfasst. Das Verfahren wurde auch für die Berechnung der dynamischen Antwort von Schwellenrostsystem, wie diese im Eisenbahnwesen verwendet werden, angewandt.

Der dritte Teil der Arbeit befasst sich mit der Ermittlung von dynamischen Steifigkeitsfunktionen (Impedanzen) für Einzelfundamente unter Zuhilfenahme der Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich. Ziel war es

dabei, ein Verfahren zu entwickeln, mit dem später auch nicht-lineare dynamische Probleme numerisch gelöst werden können. Mit dem vorgestellten Fensterverfahren wird aus der komplexen Antwort des Fundaments, berechnet mit der Finite-Elemente-Methode im Zeitbereich, die Lösung im Frequenzbereich für das in der Anregung enthaltene Frequenzspektrum bestimmt. Hierzu wurde eine eindeutige Vorgehensweise vorgeschlagen, und die erforderlichen Angaben zur Wahl der Diskretisierungsfeinheit und des Zeitschrittes gemacht. Das Verfahren wurde durch Vergleich der Lösung für eine kreisförmige Flächenlast (Reissner-Lösung) sowie für die dynamischen Steifigkeitsfunktionen starrer Kreisfundamente validiert. Schließlich wurde das Verfahren für inhomogene Böden eingesetzt. Dabei wurden mit ausreichender Genauigkeit die halb-analytischen Lösungen für starre Fundamente wiedergegeben.

Die vorgestellten Verfahren können für eine Vielzahl von Bodenprofilen eingesetzt werden. Als Eingangsparameter wird die Green'sche Funktion für die Einzellast benötigt. Diese kann mit anderen Methoden berechnet werden (thin-layer method, transfer matrix, halb-analytische Lösungen). Auch andere Grundrissgeometrien können leicht erfasst werden. Das aufgestellte Fensterverfahren kann für die Lösung von Boden-Bauwerk-Wechselwirkungsproblemen für Böden mit nicht-linearen Materialeigenschaften eingesetzt werden. Zudem bietet es die Möglichkeit, gängige Finite-Elemente-Methode Berechnungen im Zeitbereich zu validieren. Die Anwendung des Fensterverfahrens bei Böden mit druckabhängiger Steifigkeit wurde zwar in der Arbeit gezeigt, bedarf aber einer Optimierung und Weiterentwicklung, um die bei realen Baugrundverhältnissen und Fundamentgeometrien auftretenden großen Steifigkeitsunterschiede numerisch genau behandeln zu können.

Literaturverzeichnis

Apsel, R. J. and Luco, J. E. (1983). On the Green's functions for a layered half-space. Part II. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 73: 931-951.

Bathe, K.-J. (1982). *Finite element procedures in engineering analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Bogner, F. K., Fox, R. L., et al. (1965). The generation of inter-element-compatible stiffness and mass matrices by the use of interpolation formulas. Proceeding conference on matrix methods in structural mechanics, AFFDL-TR, 66-80, Dayton/USA.

Bushnell, D. (1981). *Computerized analysis of shells: Governing equations*. Applied Mechanics Laboratory, Lockheed Palo Alto Research Laboratory, Palo Alto, CA.

Courant, R., Friedrichs, K., et al. (1928). Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*. 100: 32-74.

Dassault (2011). *Abaqus theory manual, Version 6.10*.

Gazetas, G. (1983). Machine foundation vibrations: State of art. *Soil dynamics and earthquake engineering*. 2(1): 2-42.

Gazetas, G. (1991). Foundation vibrations. in H. Y. Fang (Eds), *Foundation Engenieerung Handbook 2nd Edition*, Springer: 553-593.

Gucunski, N. and Peek, R. (1993). Parametric study of vertical vibrations of circular flexible foundations on layered media. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 22: 685-694.

Gucunski, N. and Peek, R. (1993). Vertical vibrations of circular flexible foundations on layered media. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 12: 183-192.

Guzina, B. B. and Pak, R. Y. S. (1998). Vertical vibration of a circular footing on a linear-wave-velocity half-space. *Géotechnique*. 48(2): 159-168.

Holzlohner, U. (1969). Schwingungen des elastischen Halbraumes bei Erregung auf einer Rechteckfläche. *Ingenieurarchiv*. 38. Band: 370-379.

Iguchi, M. and Luco, J. E. (1981). Dynamic response of flexible rectangular foundations on an elastic half-space. *Earthquake engineering and structural dynamics*. Vol. 9: 239-349.

Karabalis, D. L. and Huang, C.-F. D. (1994). 3-D foundation-soil-foundation interaction. Boundary element technology IX (BETECH 94), 197-209, Southampton, Computational mechanics publications.

Karabalis, D. L. and Mohammadi, M. (1998). 3-D dynamic foundation-soil foundation interaction on a layered soil medium. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 17: 139-152.

Kausel, E. (1981). *An explicit solution for the Green's functions for dynamic loads in layered media*. Department of Civil Engineering, M.I.T., Publication No. 699, Research Report R81-13, Cambridge, Massachusetts.

Kausel, E. (2010). Early history of soil–structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 30(9): 822-832.

Kausel, E. and Peek, R. (1982). Dynamic loads in the interior of a layered stratum: an explicit solution. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 72: 1459-1481.

Kausel, E. and Roesset, J. M. (1981). Stiffness matrices for layered soils. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 71: 1743-1761.

Kuhlemeyer, R. L. (1969). *Vertical vibrations of footings embedded in layered media*. University of California, Berkeley.

Lamb, H. (1904). On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. *Philosophical Transactions of the Royal Society, London*. Vol. 203.

Lou, M., Wang, H., et al. (2011). Structure-soil-structure interaction: Literature review. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 31: 1724-1731.

Luco, J. E. (1982). Linear soil-structure interaction: A review. in S. K. Datta (Eds), *Earthquake ground motion and its effects on structures*. New York, ASCE. AMD Vol. 53: 41-57.

Luco, J. E. and Aspel, R. J. (1983). On the Green's functions for a layered half-space. Part I. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 73: 909-929.

Luco, J. E. and Contesse, L. A. (1973). Dynamic structure-soil-structure interaction. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 63(4): 1289-1303.

Luco, J. E. and Westmann, R. A. (1971). Dynamic response of circular footings. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. 97(5): 1381-1395.

Lysmer, J. (1965). *Vertical motion of rigid footings*. University of Michigan, 3-115.

Mohammadi, M. and Karabalis, D. L. (1995). Dynamic 3-D soil-railway track interaction by BEM-FEM. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 24: 1177-1193.

Mulliken, J. S. and Karabalis, D. L. (1998). Discrete models for through-soil coupling of foundations and structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 27: 687-710.

Murakami, H. and Luco, J. E. (1977). Seismic response of a periodic array of structures. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*. 103(5): 965-977.

Mylonakis, G., Nikolaou, S., et al. (2006). Footings under seismic loading: Analysis and design issues with emphasis on bridge foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 26: 824-853.

Plaxis (2011). *Plaxis 2D Reference Manual, Version 2012*.

Poinsot, T. and Candel, S. M. (1986). The influence of differencing and CFL number on implicit time-dependent non-linear calculations. *Journal of Computational Physics*. 62(2): 282-296.

Reissner, E. (1936). Stationäre axialsymmetrische durch eine schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes. *Ingenieurarchiv*. Band 7: 381-396.

Rosset, J. M. and Gonzalez, J. J. (1978). Dynamic interaction between adjacent structures. Proceedings of DMSR 1977, (1) 127-166, Karlsruhe.

Sarfeld, W. (1994). *Numerische Verfahren zur dynamischen Boden-Bauwerk Interaktion*. Veröffentlichungen des Grundbauinstitutes der Technischen Universität Berlin; Heft 22, Berlin.

Savidis, S. A. and Richter, T. (1977). Dynamic interaction of rigid foundations. Proceedings of 9th international conference on soil mechanics and foundation engineering, (2) 369-374, Tokyo.

Savidis, S. A. and Richter, T. (1979). Dynamic response of elastic plates on the surface of the half-space. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. Vol. 3: 245-254.

Sung, T. Y. (1953). Vibrations in Semi-Infinite Solids due to Periodic Surface Loading. Symposium on Dynamic Testing of Soils, 35-63.

Tassoulas, J. L. (1989). Dynamic Soil-Structure Interaction. in D. E. Beskos (Eds), *Boundary Element Methods in Structural Analysis*, ASCE: 273-308.

Triantafyllidis, T. (1982). Ein analytisches Verfahren zur Berechnung der Untergrundkopplung von mehreren, starren, auf der Halbraumoberfläche liegenden Streifenfundamenten bei harmonischer Erregung. *Ingenieurarchiv*. 52: 145-157.

Triantafyllidis, T. and Prange, B. (1987). Dynamic subsoil-coupling between rigid, rectangular foundations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 6(3): 164-179.

Triantafyllidis, T. and Prange, B. (1988). Rigid circular foundation: Dynamic effects of coupling to the half-space. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 7(1): 40-52.

Triantafyllidis, T. and Prange, B. (1989). Dynamic subsoil-coupling between rigid, circular foundations on the halfspace. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 8(1): 9-22.

Vrettos, C. (1988). *Oberflächenwellen im Halbraum mit tiefenabhängigem Schubmodul*. Veröffentl. des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 114, Karlsruhe.

- Vrettos, C. (1991). Time-harmonic Boussinesq problem for a continuously nonhomogeneous soil. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 20: 961-977.
- Vrettos, C. (1997). *Einflussfunktionen für inhomogene Böden und ihre Anwendung bei der Boden-Bauwerk Interaktion*. Veröffentlichungen des Grundbauinstitutes der Technischen Universität Berlin, Heft 25, Berlin.
- Vrettos, C. (1999). Vertical and rocking impedances for rigid rectangular foundations on soils with bounded non-homogeneity. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 27: 1525-1540.
- Vrettos, C. (2008). Zur nichtlinear-elastischen Berechnung von Fundamentsetzungen bei Böden mit Schichtung und druckabhängiger Steifigkeit. *Geotechnik*. 31: 53-66.
- Waas, G. (1972). *Linear two dimensional analysis of soil dynamics problems in semi-infintite layered media*. University of California, Berkeley.
- Waas, G. and Werkle, H. (1984). Schwingungen von Fundamenten auf inhomogenem Baugrund. *VDI-Berichte 536*: 349-366.
- Whitmann, R. (1969). The current status of soil dynamics. *Applied Mechanics Reviews*. 22(1): 1-8.
- Whittaker, W. L. and Christiano, P. (1979). *Dynamic response of flexible plates on an elastic half-space*. Department of civil engineering, Carnegie-Mellon University.
- Whittaker, W. L. and Christiano, P. (1982). Dynamic response of plate on elastic half-space. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. Vol. 108: 133-154.
- Wolf, J. P. (1985). *Dynamic Soil Structure Interaction*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Wong, H. L. and Luco, J. E. (1976). Dynamic response of rigid foundations of arbitrary shape. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 4: 579-587.

Wong, H. L. and Luco, J. E. (1986). Dynamic interaction between rigid foundations in a layered half-space. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 5(3): 149-158.

Wong, H. L. and Luco, J. E. (1986). Dynamic structure-to-structure interaction for closely spaced buildings. Proceedings of the Third U.S. National Conference on Earthquake Engineering, 553-564, Charleston, South Carolina.

Wong, H. L. and Trifunac, M. D. (1975). Two-dimensional, anti-plane building-soil-building interaction for two or more buildings and for incident plane SH waves. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 65: 1863-1885.

Anhang

A Bogner-Fox-Schmit-Plattenelement

Gewählte Ansatzfunktionen:

$$H_{01}^1(s) = \frac{1}{a^3}(2s^3 - 3as^2 + a^3) \quad (\text{A.1})$$

$$H_{02}^1(s) = -\frac{1}{a^3}(2s^3 - 3as^2) \quad (\text{A.2})$$

$$H_{11}^1(s) = \frac{1}{a^2}(s^3 - 2as^2 + a^2s) \quad (\text{A.3})$$

$$H_{12}^1(s) = \frac{1}{a^2}(s^3 - as^2) \quad (\text{A.4})$$

Feldverformung der Platte:

$$\begin{aligned} \tilde{w}(x, y) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 [& H_{0i}^1(x) H_{0j}^1(y) w_{ij} + H_{1i}^1(x) H_{0j}^1(y) w_{xij} + \\ & H_{0i}^1(x) H_{1j}^1(y) w_{yij} + H_{1i}^1(x) H_{1j}^1(y) w_{xyij}] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Die total biegepotentiale Energie des Plattenelements:

$$P_b = Q_b W \quad (\text{A.6})$$

wobei Q_b die Biegesteifigkeitsmatrix und W der Verformungsvektor sind.

Die zusätzlich potentiale Energie im stationären Zustand für die dynamische Schwingung:

$$W_b = \int \int_A -\rho_m h \ddot{w} w \, dx \, dy = \int \int_A \rho_m h \omega^2 w^2 \, dx \, dy \quad (\text{A.7})$$

und

$$W_b = \omega^2 M_b W \quad (\text{A.8})$$

wobei M_b die konsistente Massenmatrix und ω die Kreisfrequenz der harmonischen Schwingung sind.

B Diagramme zu Kapitel 3

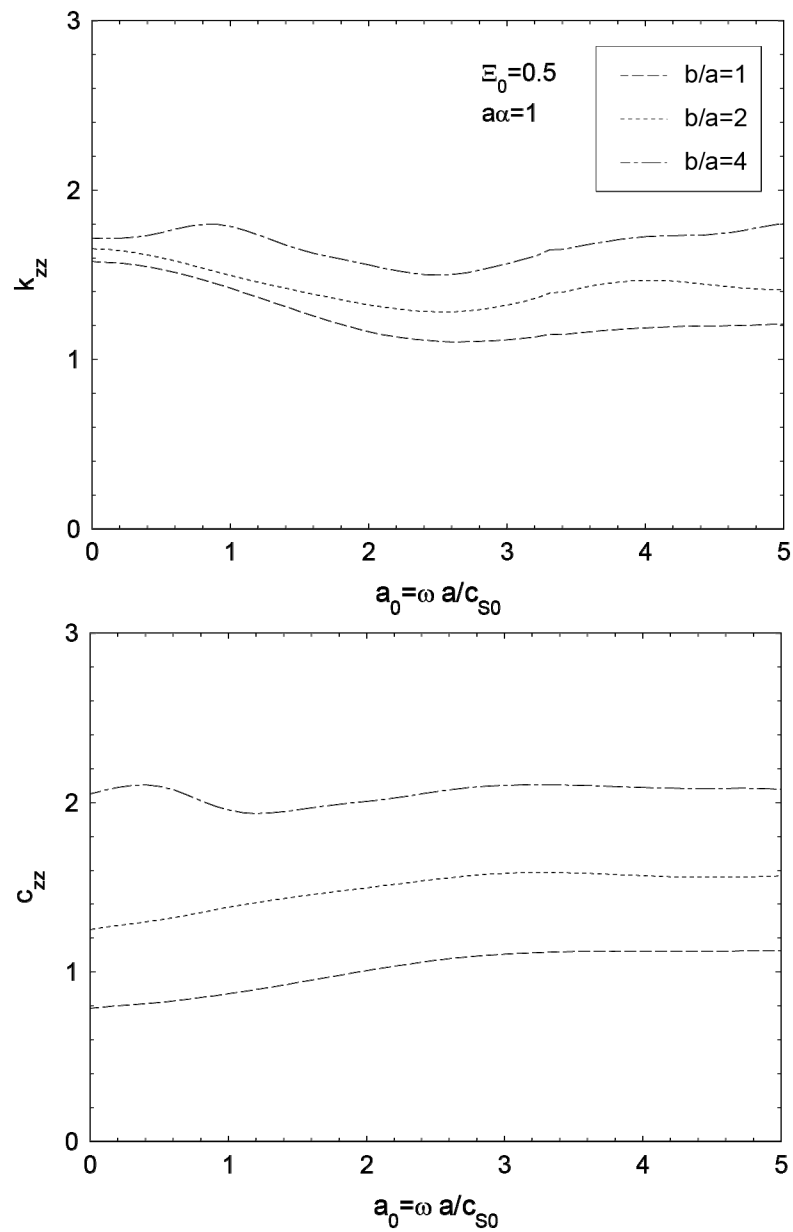


Bild B-1 Dimensionslose dynamische Steifigkeit und Dämpfung des starren masselosen Fundaments für inhomogenen Boden mit $\xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 1$

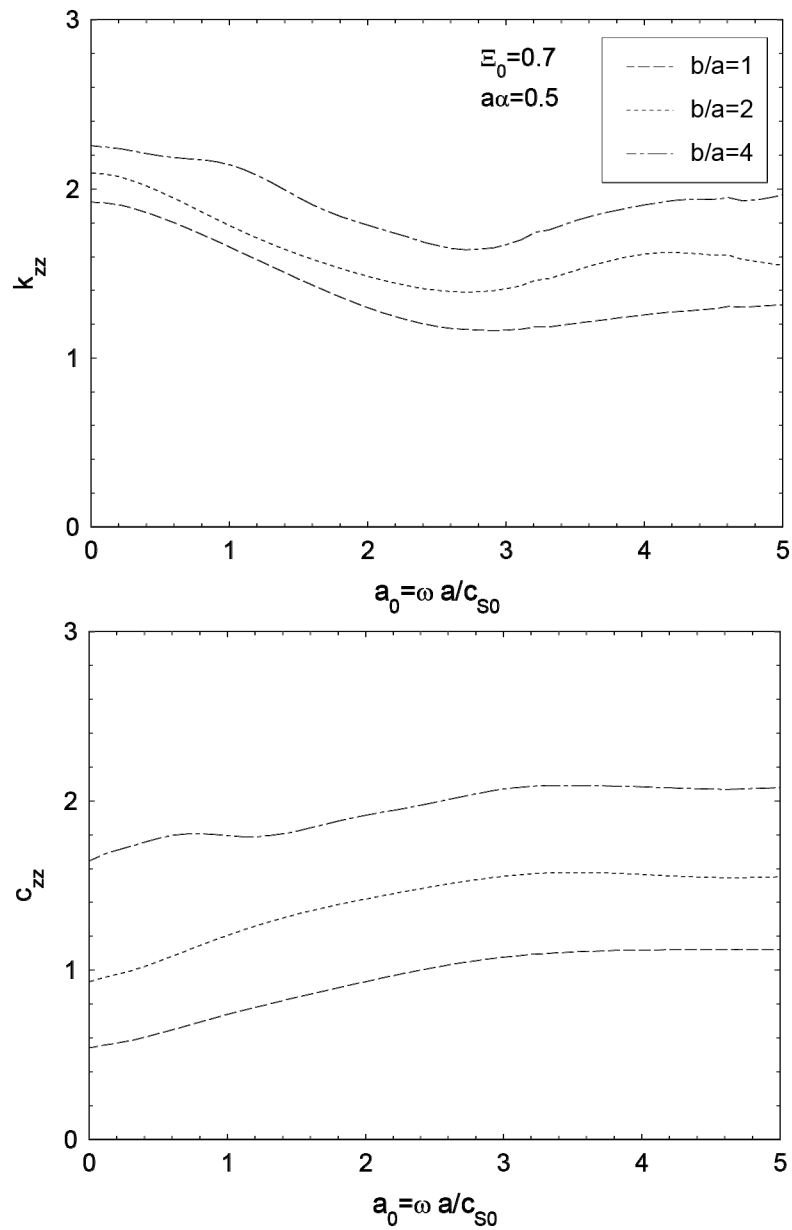


Bild B-2 Dimensionslose dynamische Steifigkeit und Dämpfung des starren masselosen Fundaments für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$

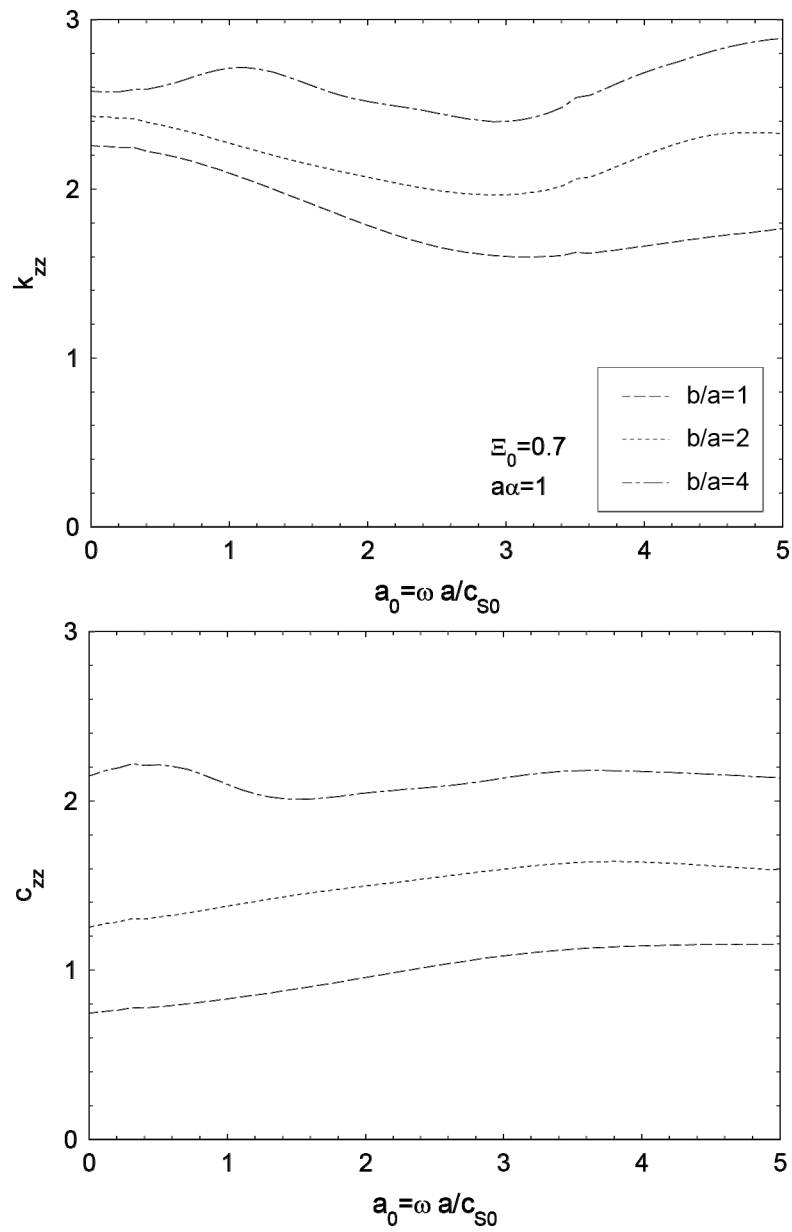


Bild B-3 Dimensionslose dynamische Steifigkeit und Dämpfung des starren masselosen Fundaments für inhomogenen Boden mit $\epsilon_0 = 0,7$ und $a\alpha = 1$

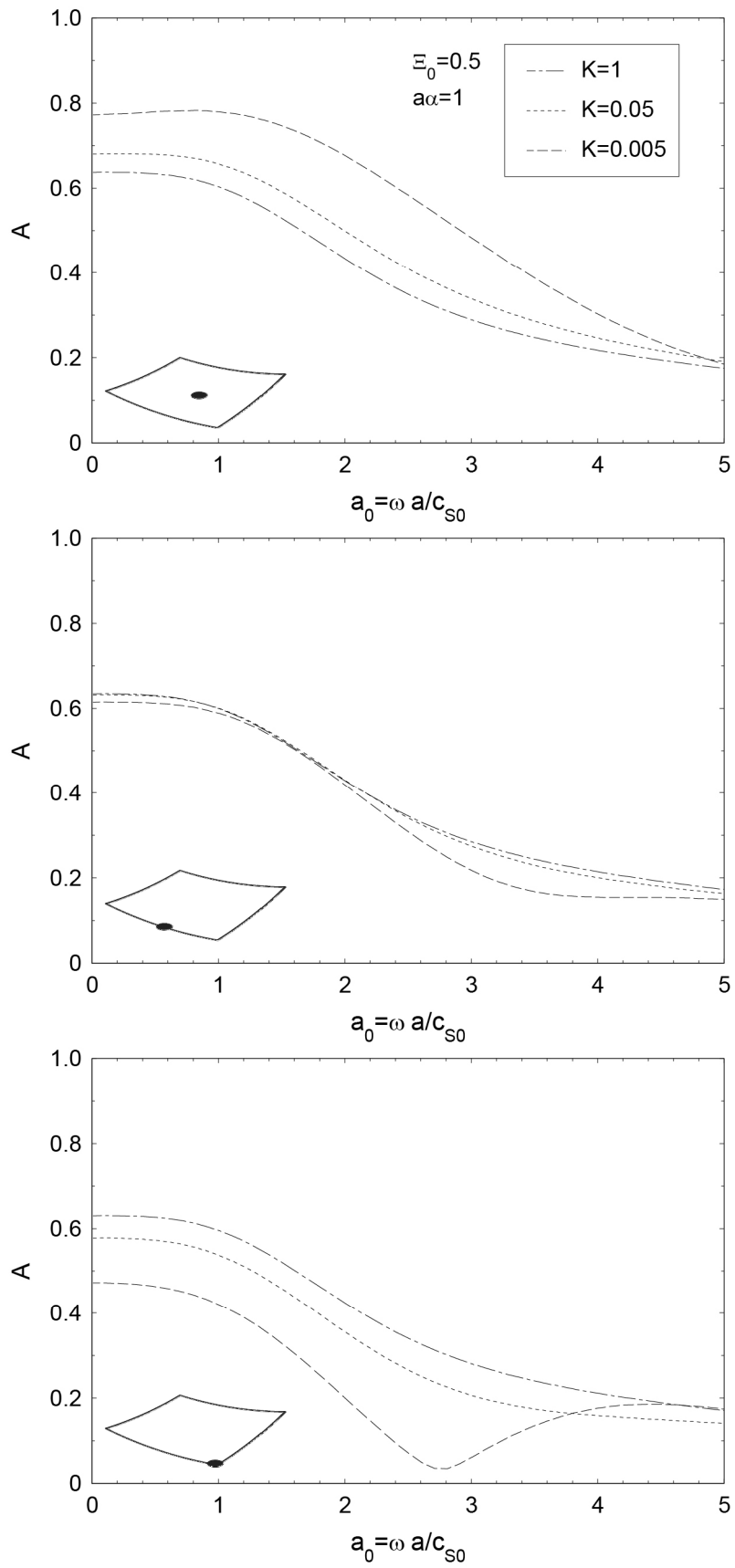


Bild B-4 Vergrößerungsfunktionen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 1$

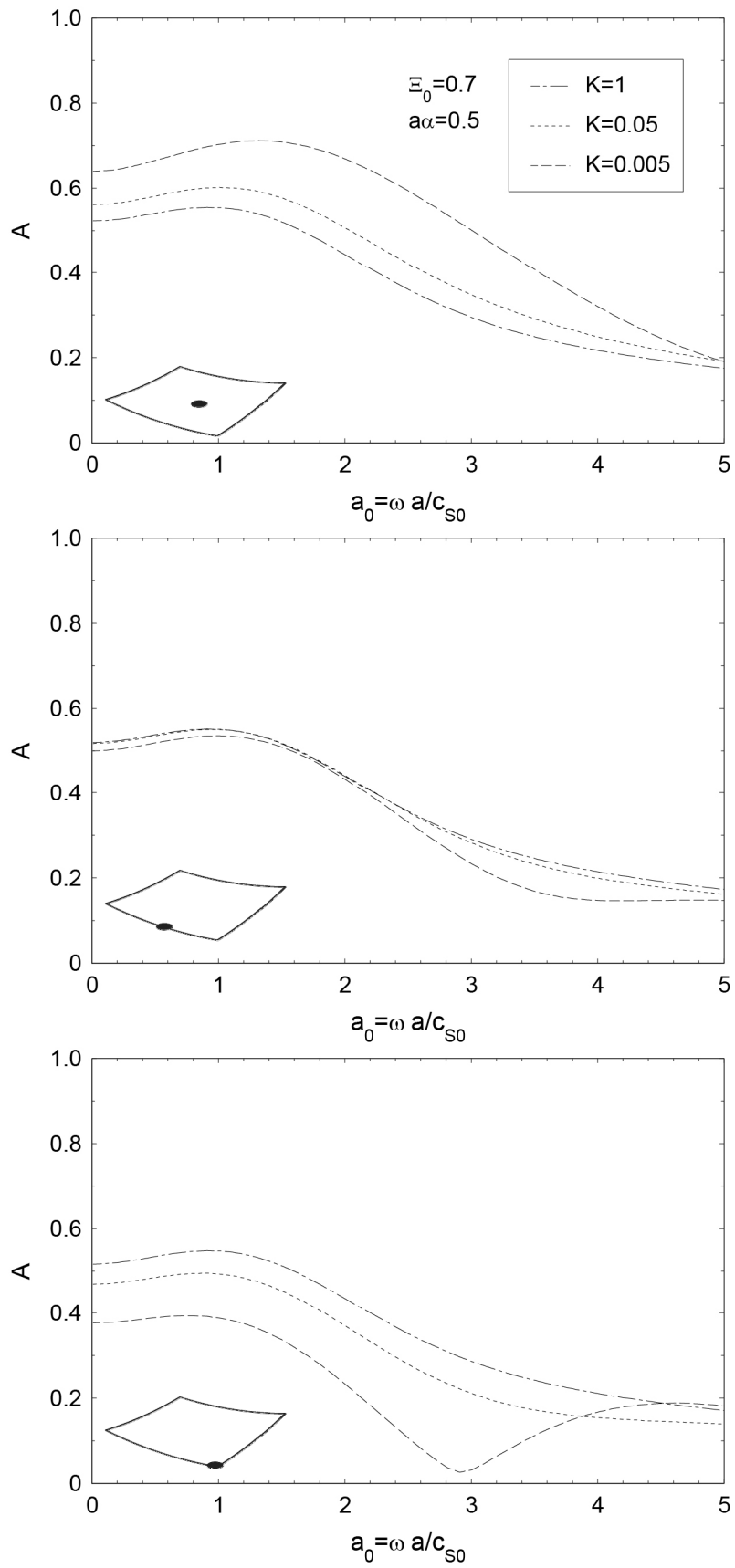


Bild B-5 Vergrößerungsfunktionen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$

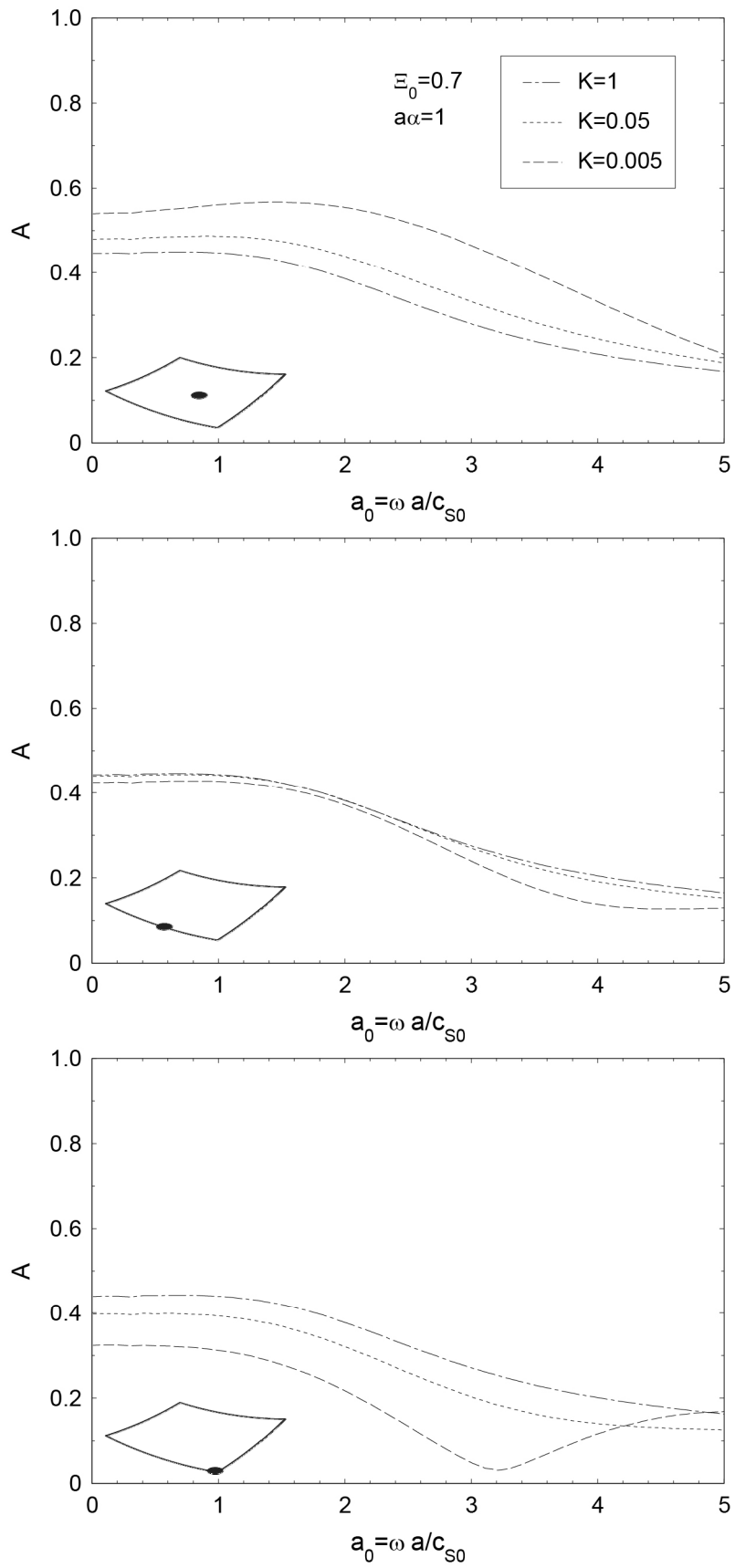


Bild B-6 Vergrößerungsfunktionen für Situation A mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 1$

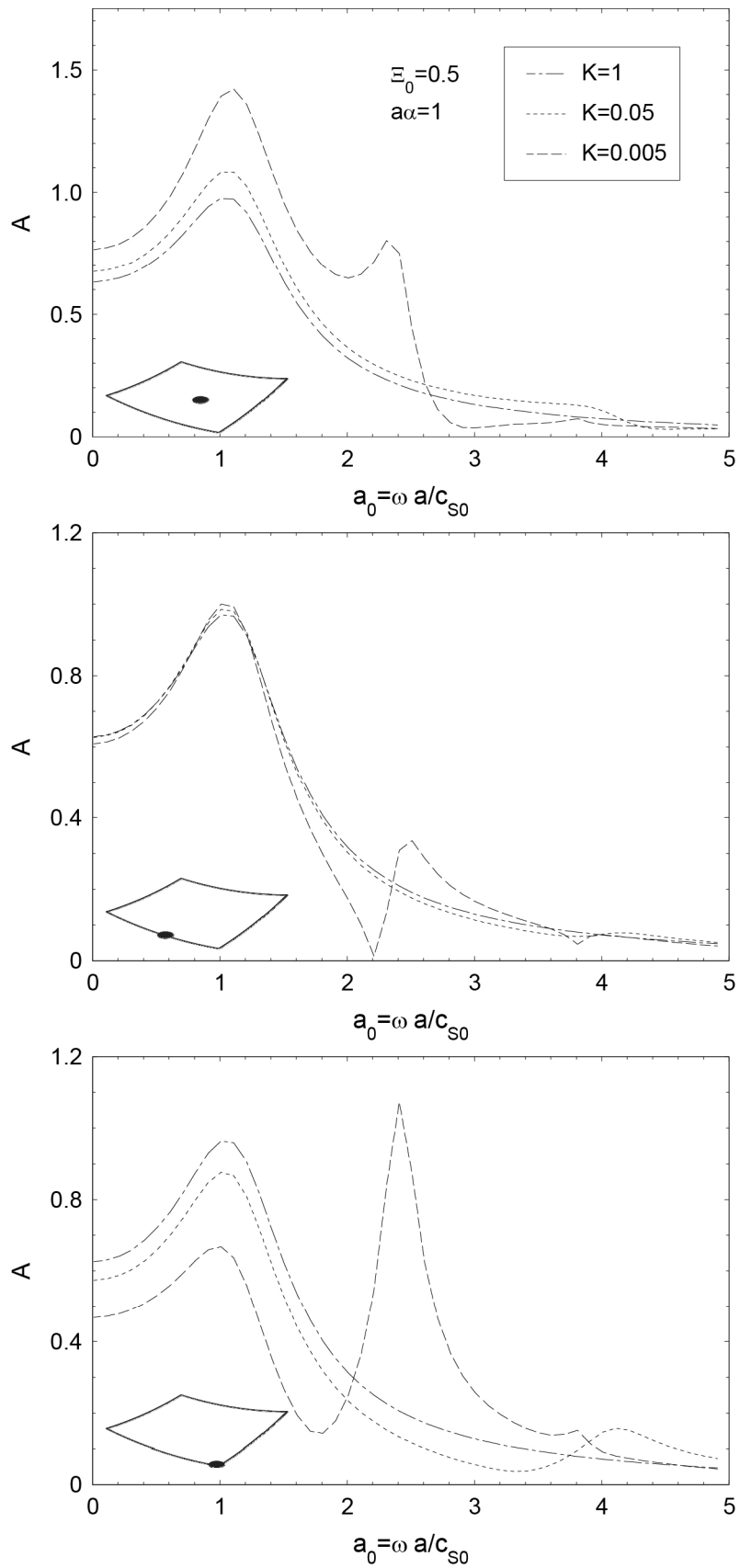


Bild B-7 Vergrößerungsfunktionen für Situation B mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 1$

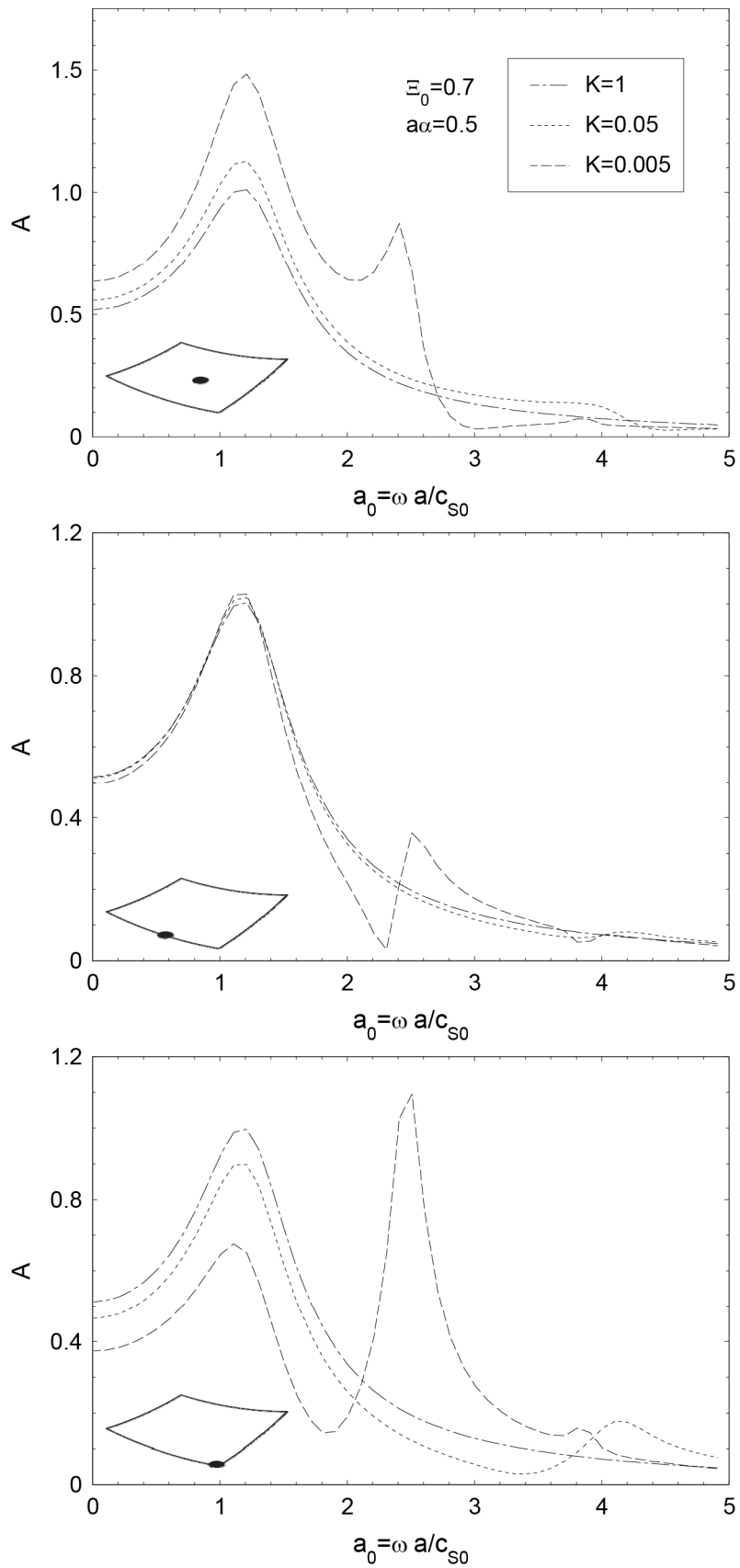


Bild B-8 Vergrößerungsfunktionen für Situation B mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$

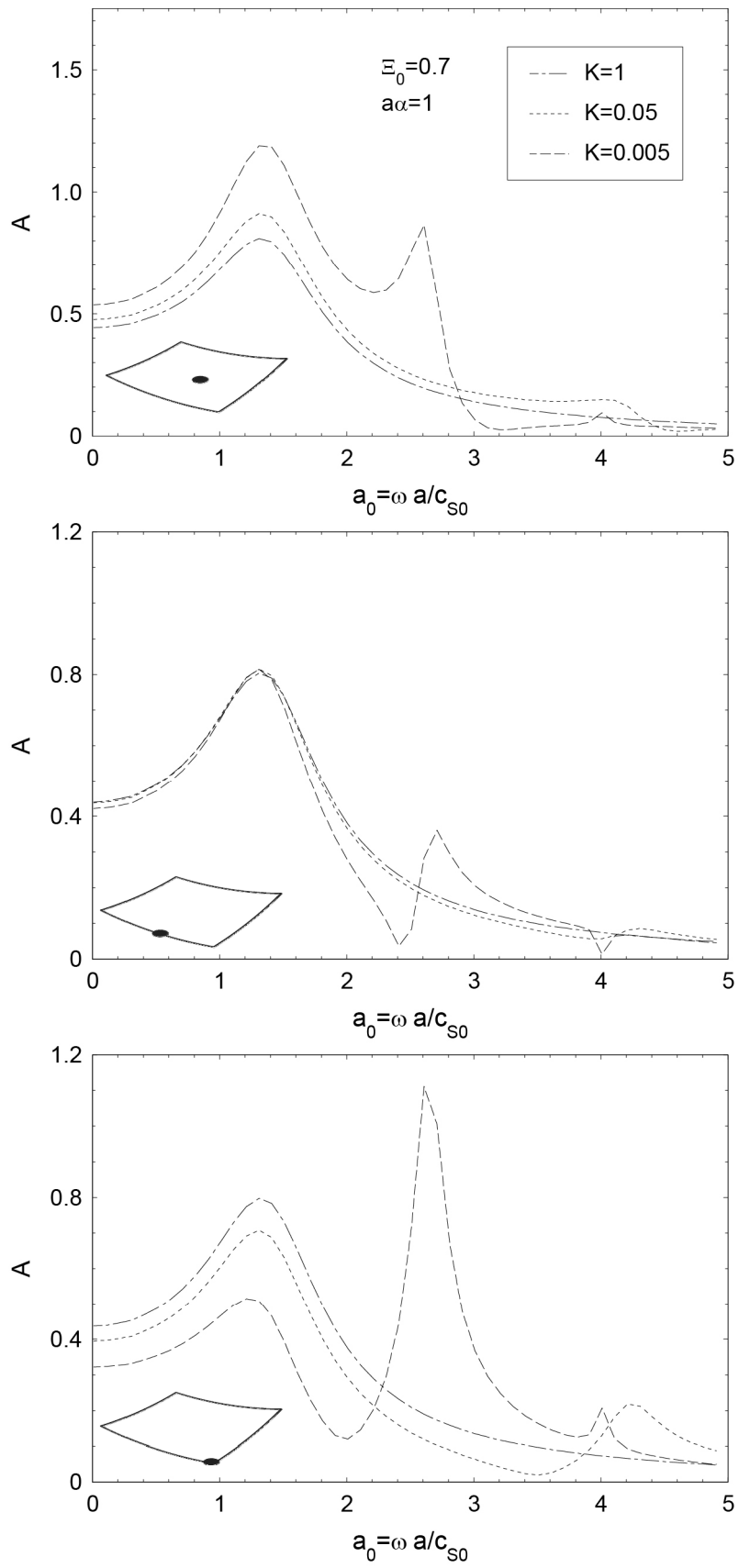


Bild B-9 Vergrößerungsfunktionen für Situation B mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 1$

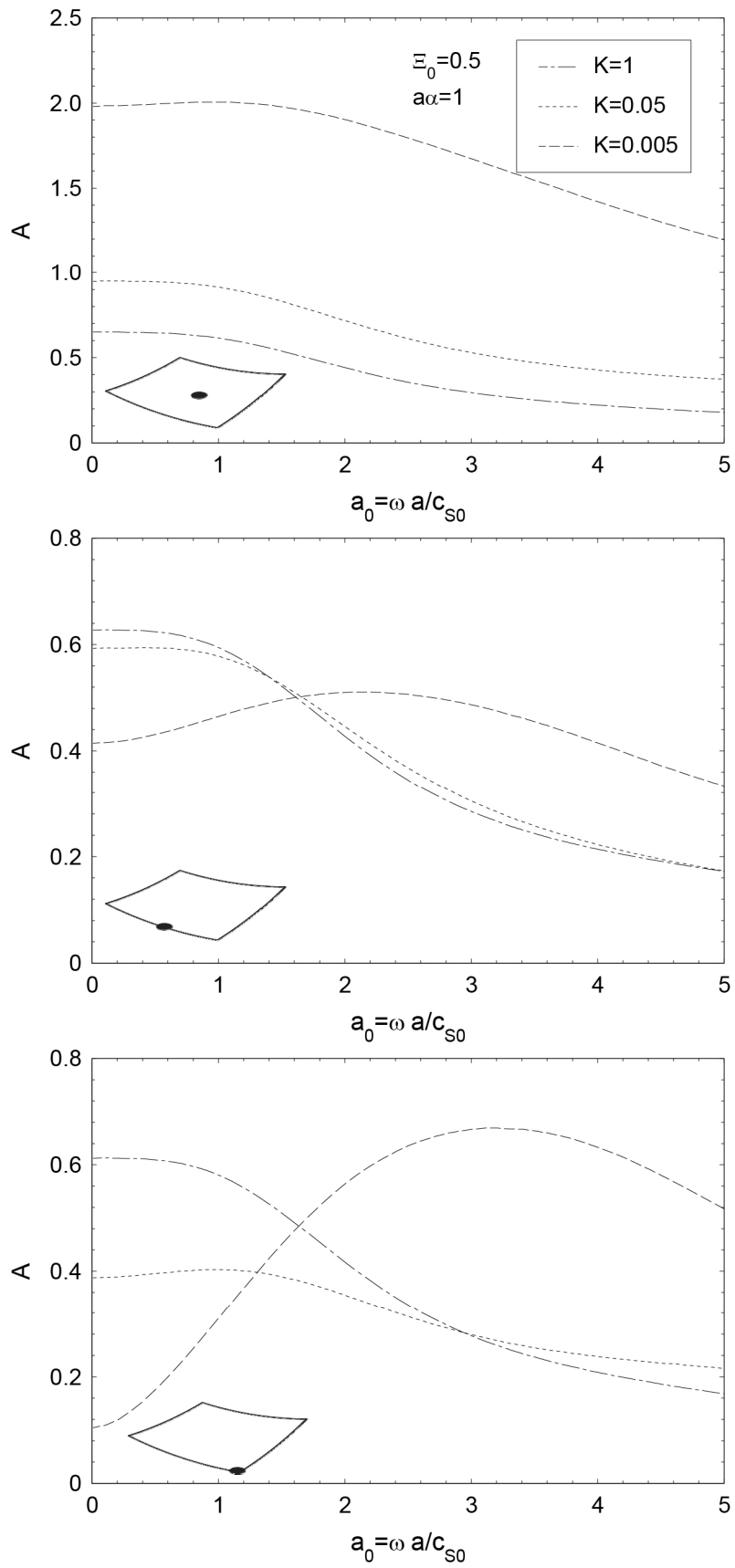


Bild B-10 Vergrößerungsfunktionen für Situation C mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 1$

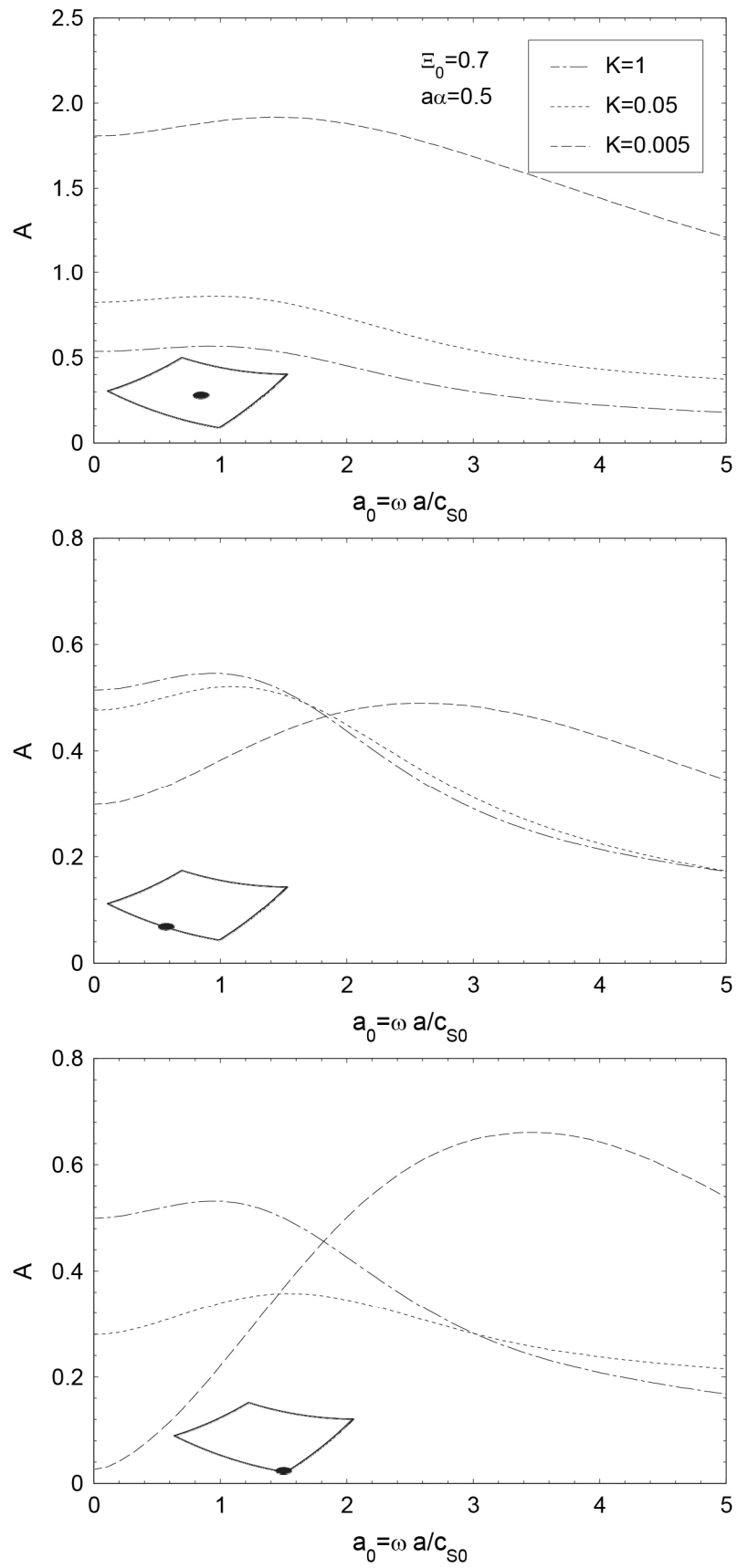


Bild B-11 Vergrößerungsfunktionen für Situation C mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$

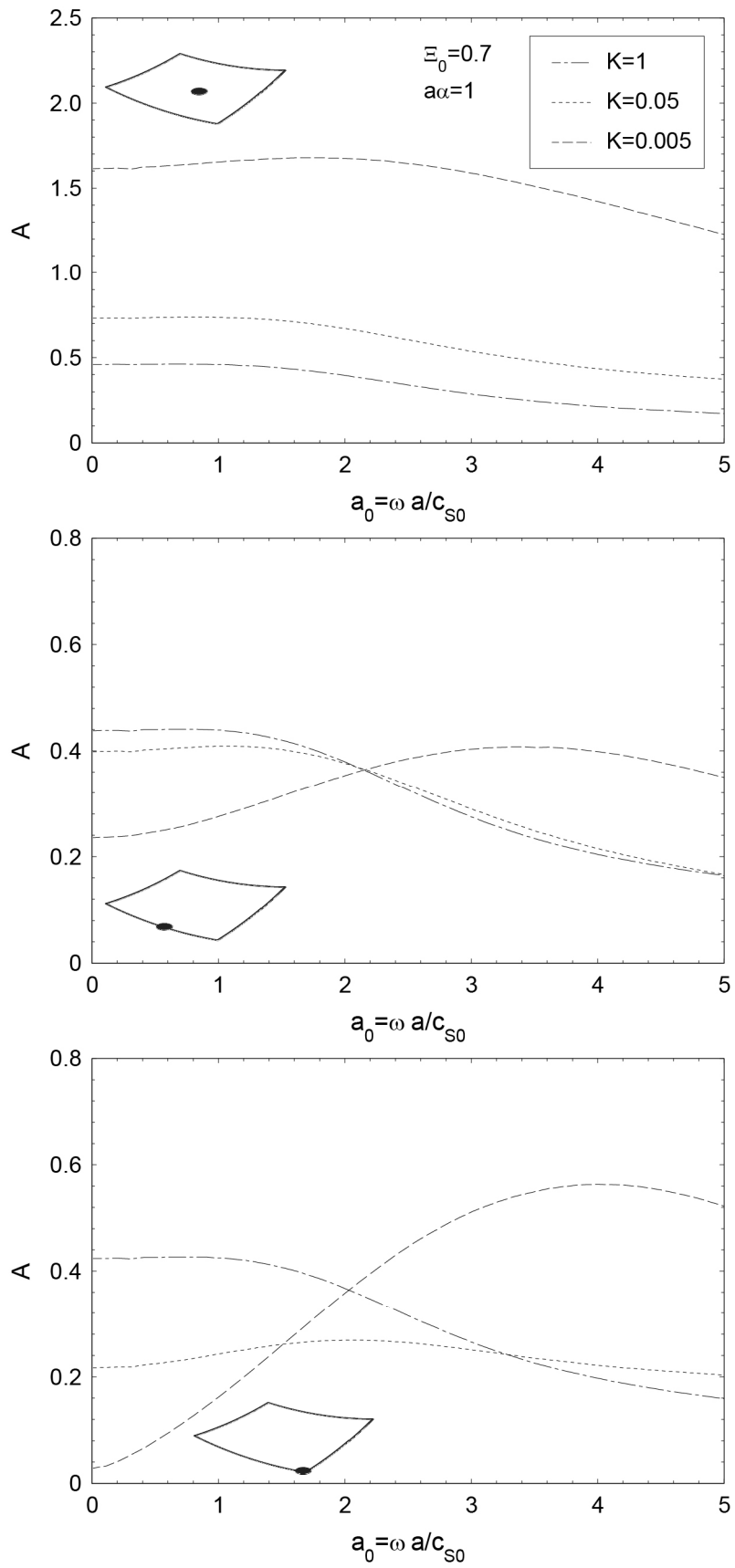


Bild B-12 Vergrößerungsfunktionen für Situation B mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 1$

C Diagramme zu Kapitel 4

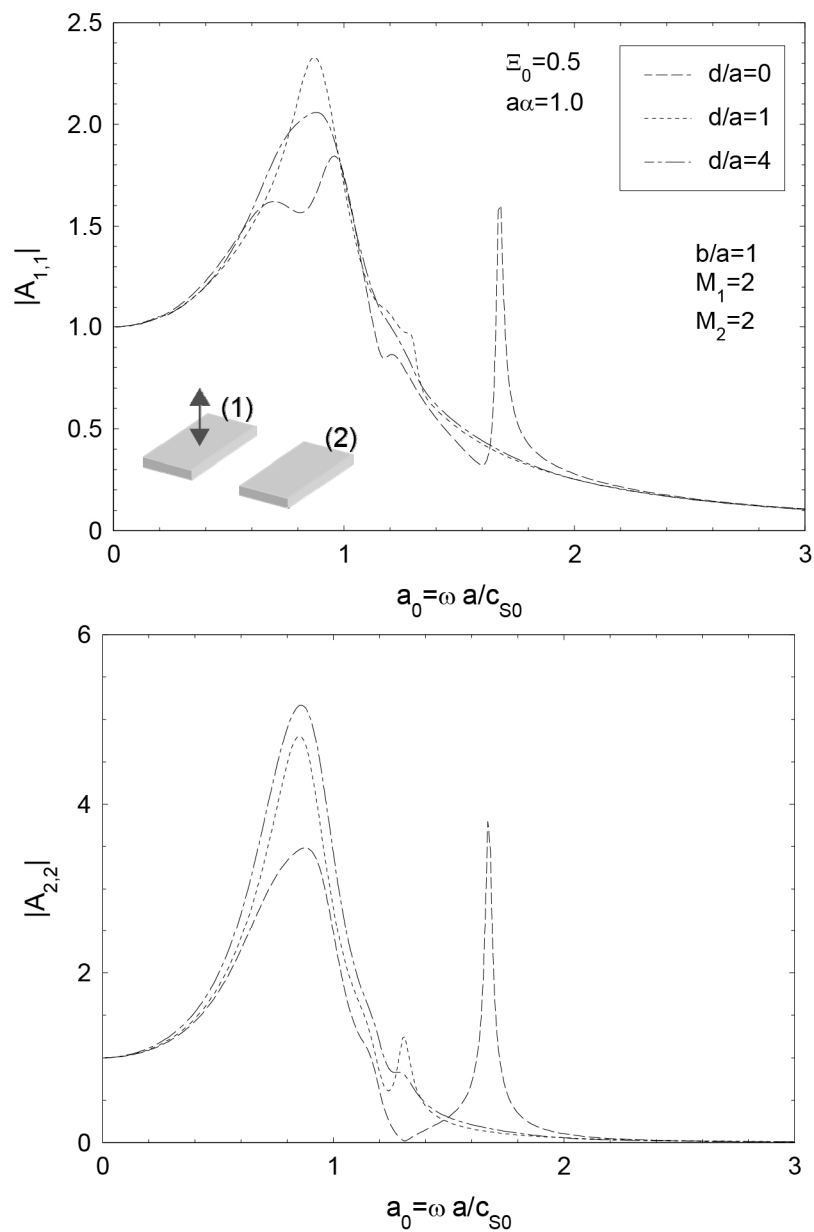


Bild C-1 Vergrößerungsfunktionen der zwei quadratischen Fundamente auf dem inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 1$

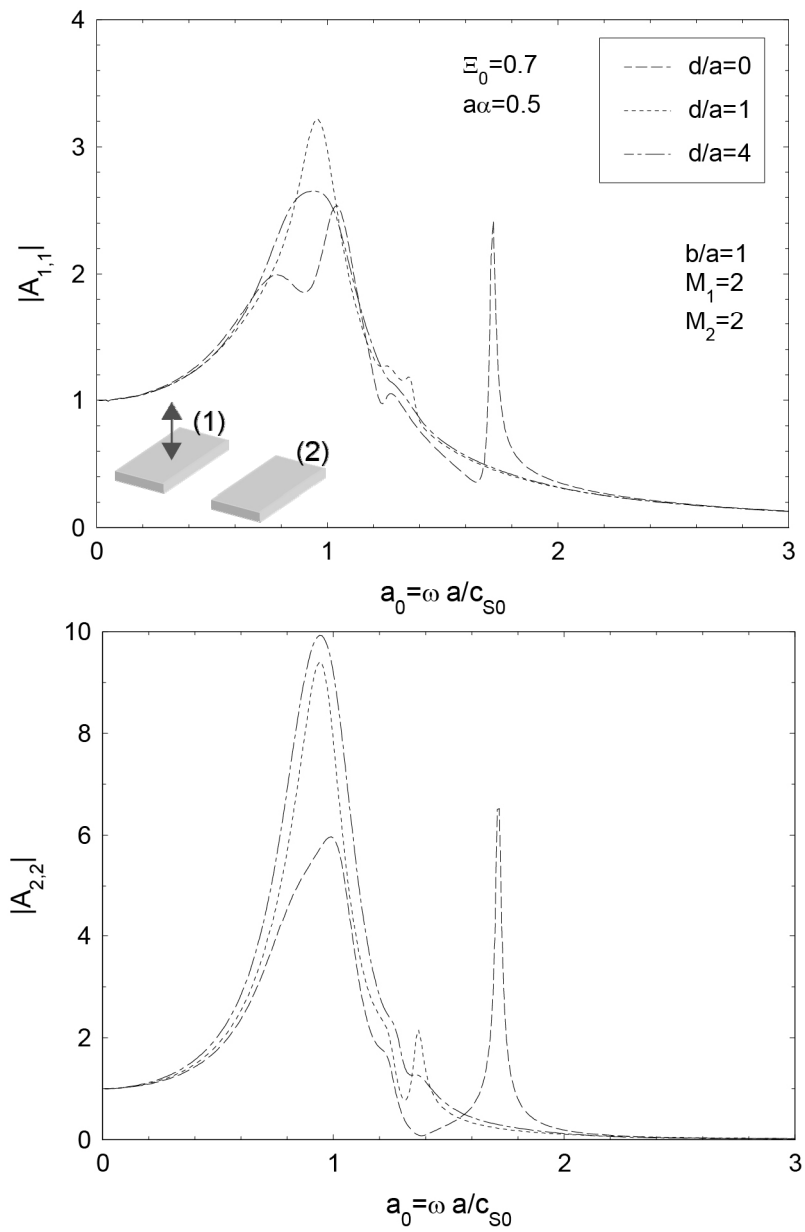


Bild C-2 Vergrößerungsfunktionen der zwei quadratischen Fundamente auf dem inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$

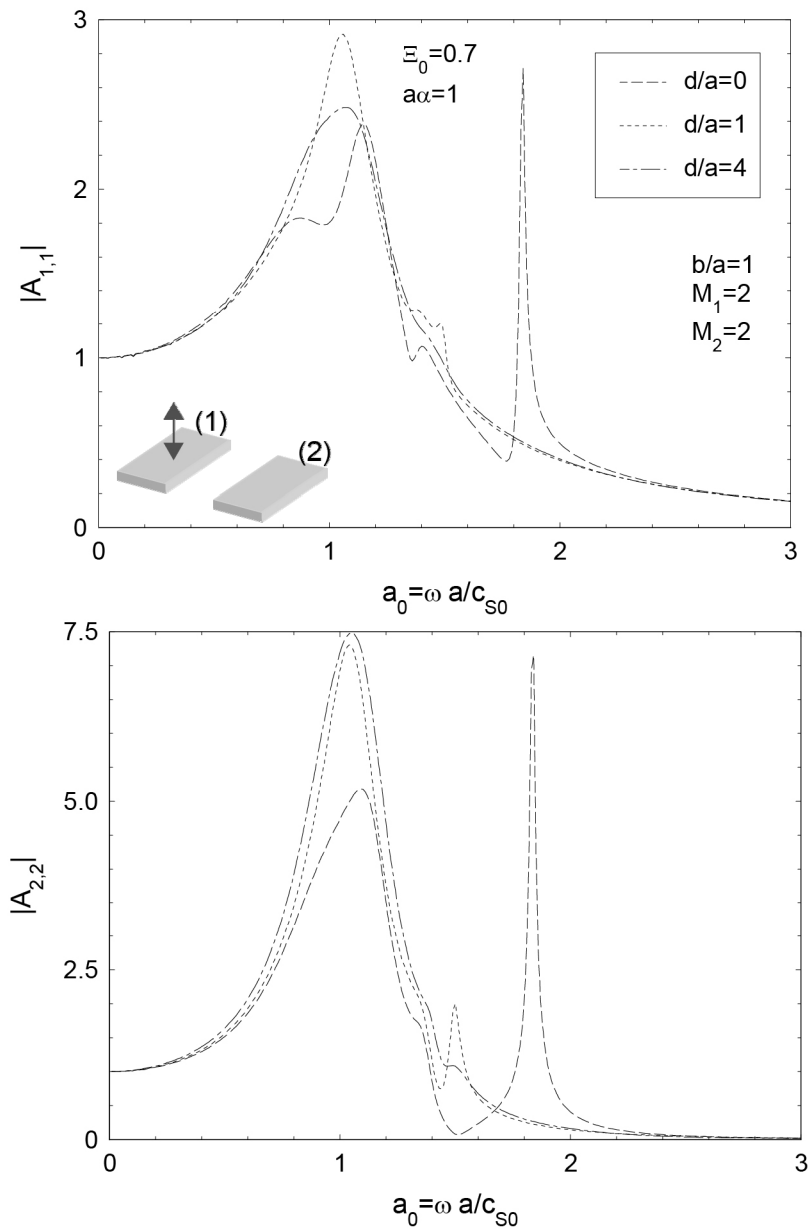


Bild C-3 Vergrößerungsfunktionen der zwei quadratischen Fundamente auf dem inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 1$

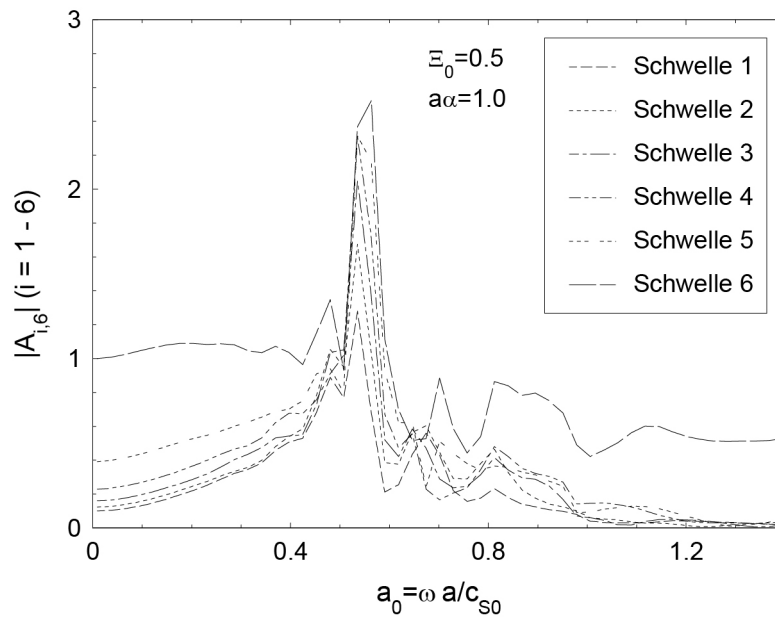


Bild C-4 Vergrößerungsfunktionen der Schwellen für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 1$

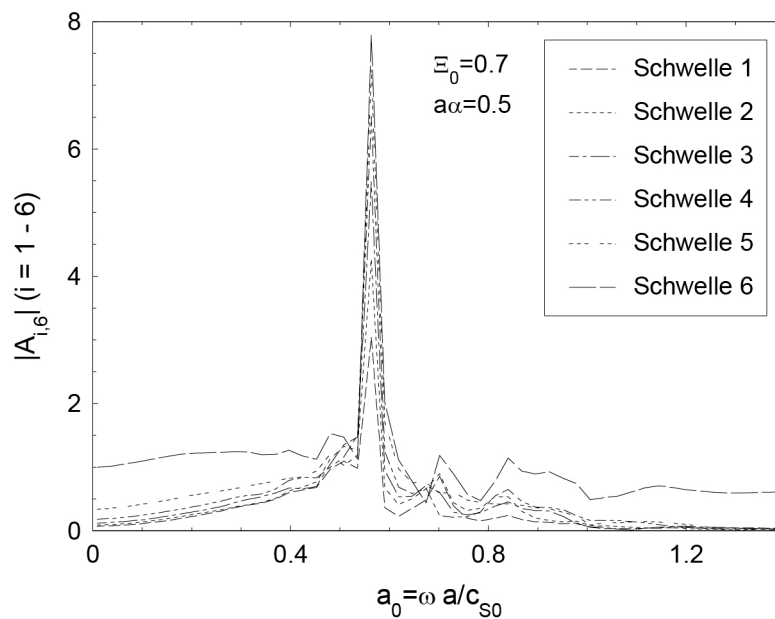


Bild C-5 Vergrößerungsfunktionen der Schwellen für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$

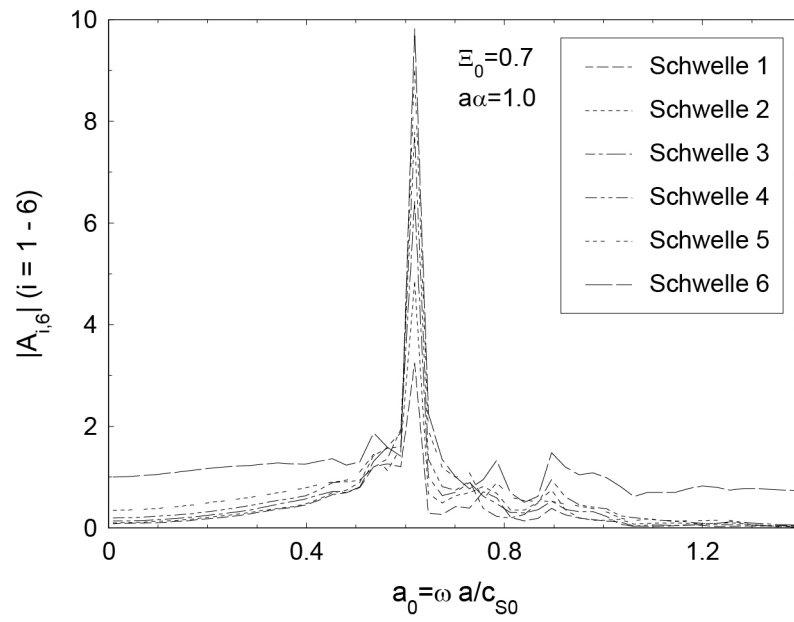


Bild C-6 Vergrößerungsfunktionen der Schwellen für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 1$

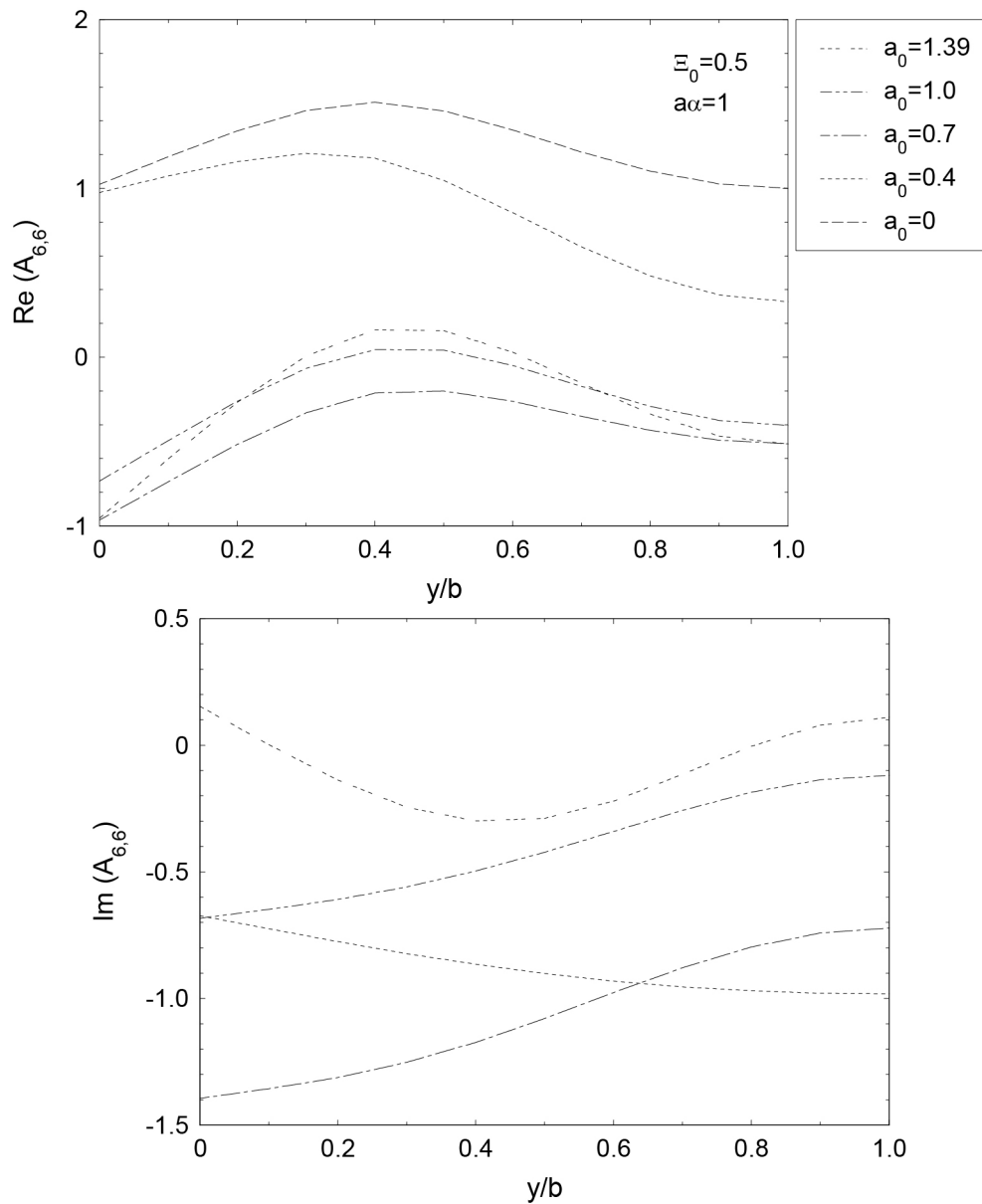


Bild C-7 Real- und Imaginärteil der vertikalen Verschiebung entlang der Längsachse für Schwelle Nr. 6 für verschiedene Frequenzen; inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 1$

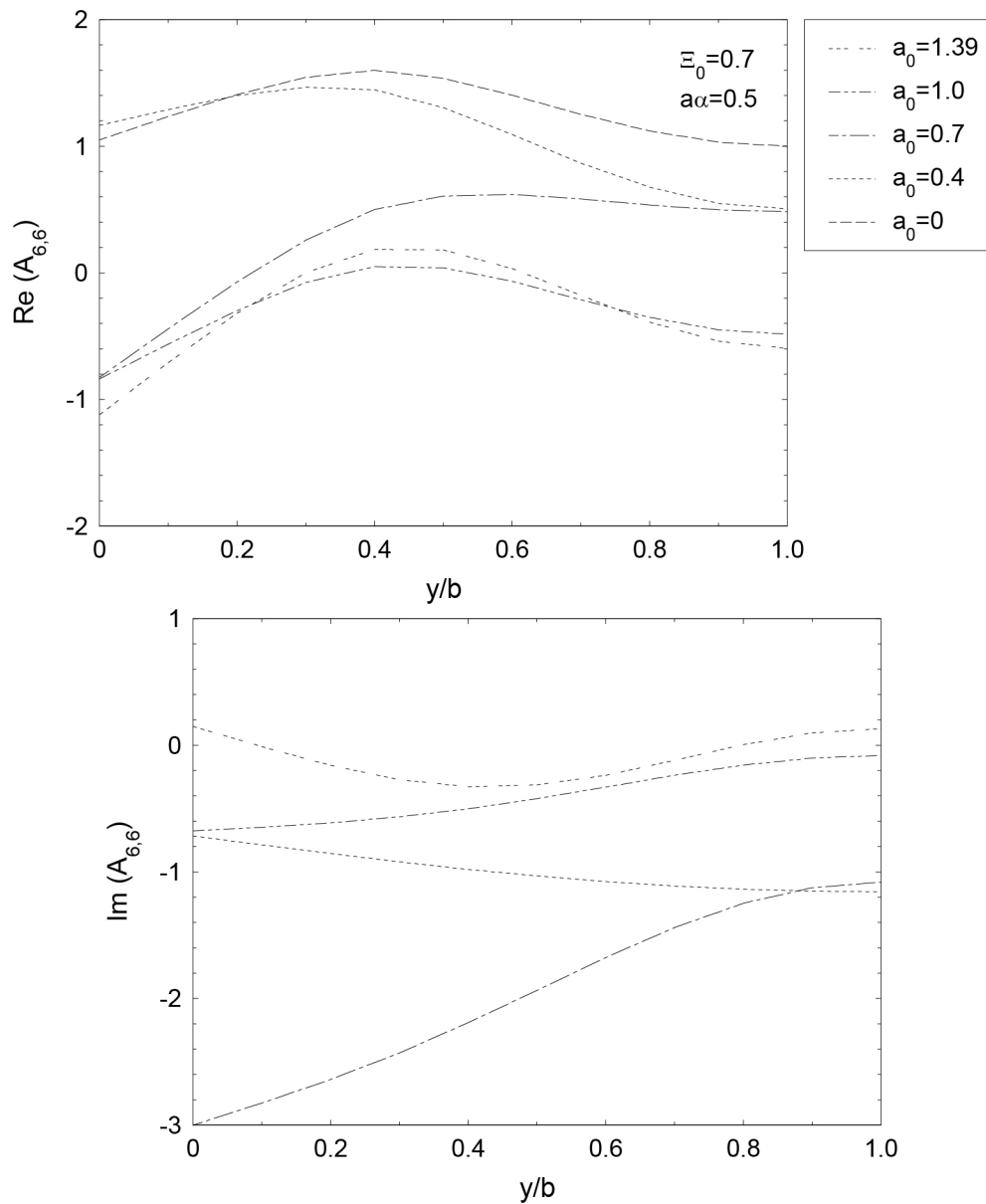


Bild C-8 Real- und Imaginärteil der vertikalen Verschiebung entlang der Längsachse für Schwelle Nr. 6 für verschiedene Frequenzen; inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$

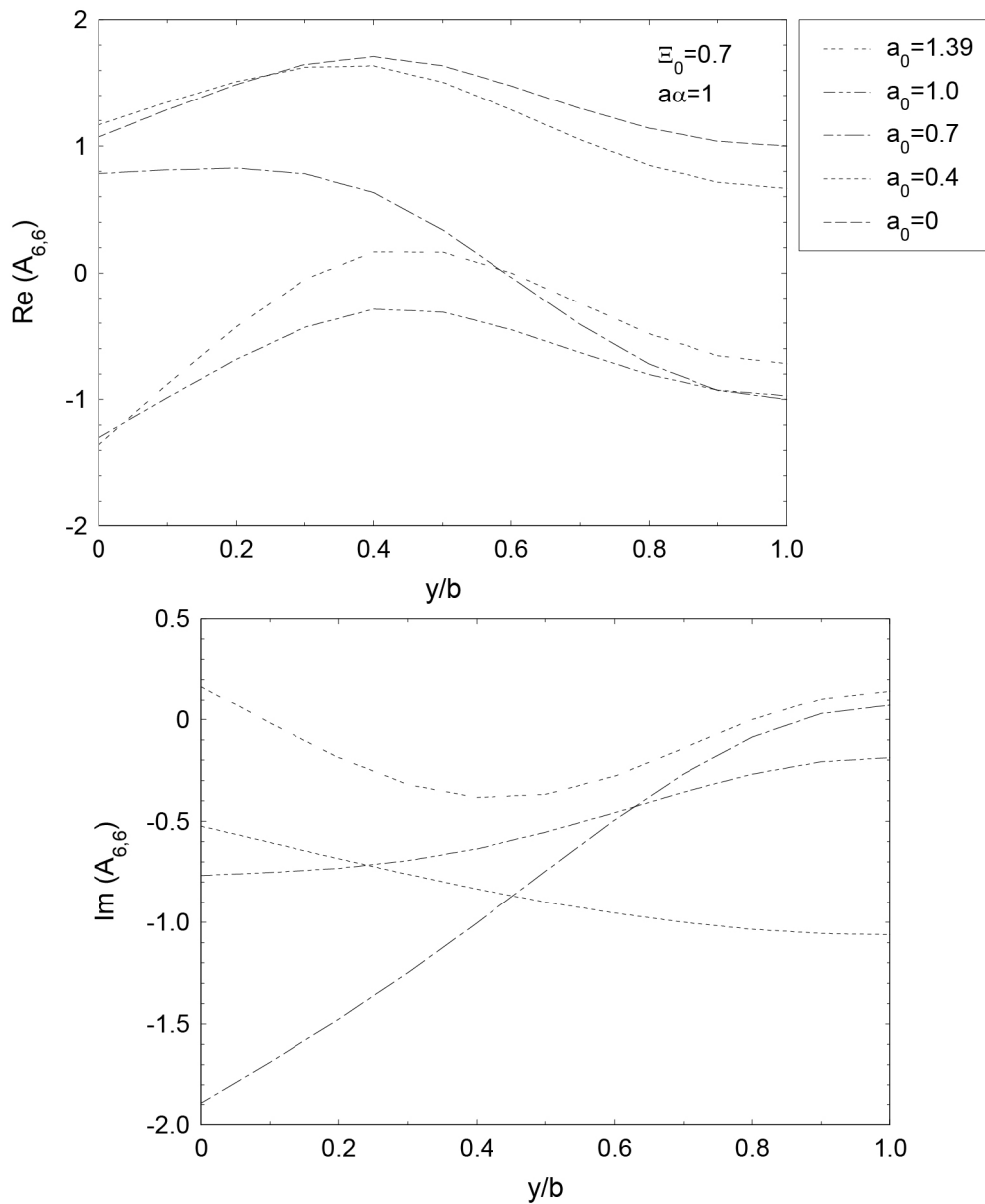


Bild C-9 Real- und Imaginärteil der vertikalen Verschiebung entlang der Längsachse für Schwelle Nr. 6 für verschiedene Frequenzen; inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 1$

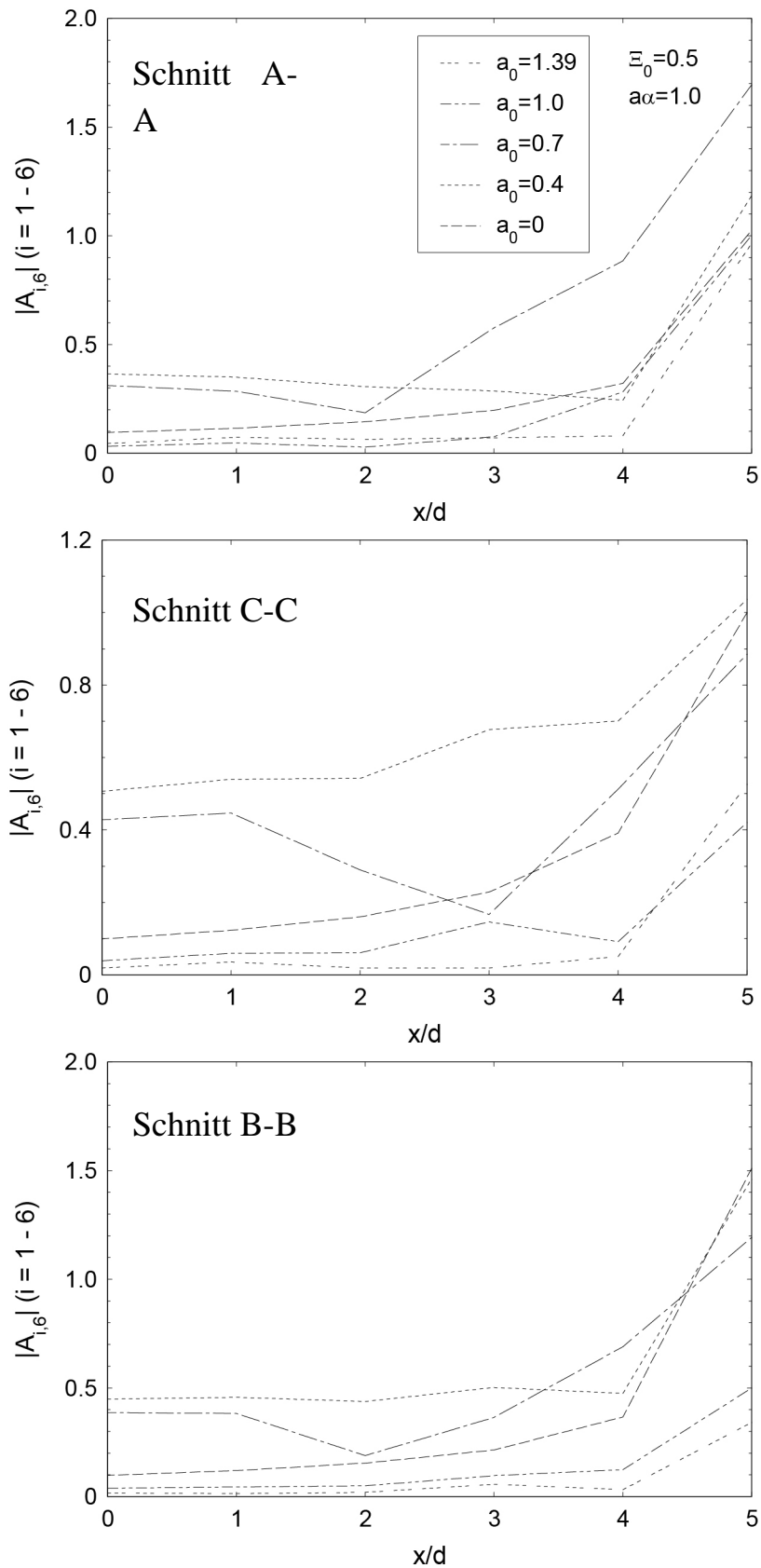


Bild C-10 Vergrößerungsfaktoren der Schwellen entlang der Achsen A-A, B-B und C-C für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,5$ und $a\alpha = 1$

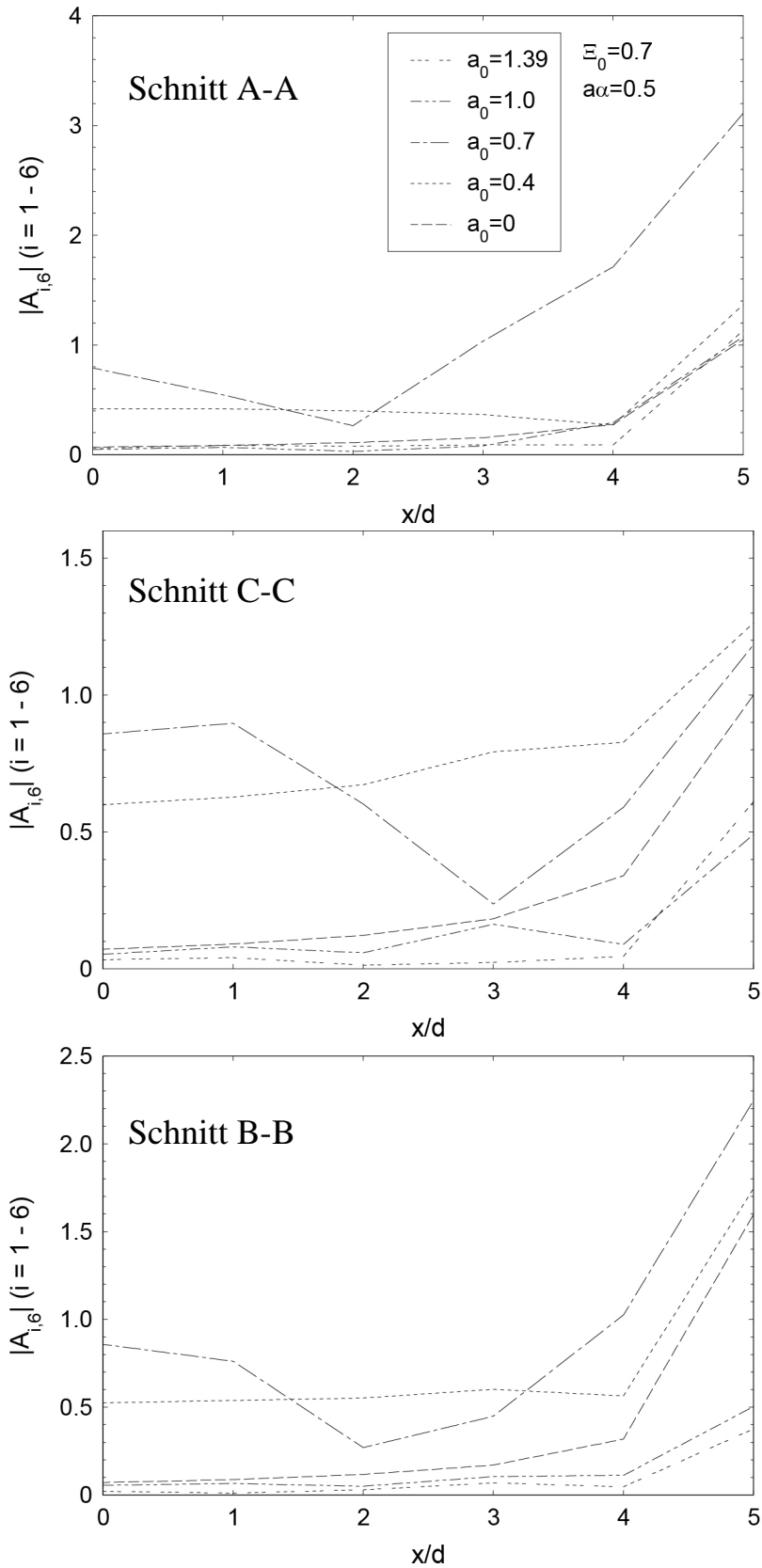


Bild C-11 Vergrößerungsfaktoren der Schwellen entlang der Achsen A-A, B-B und C-C für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 0,5$

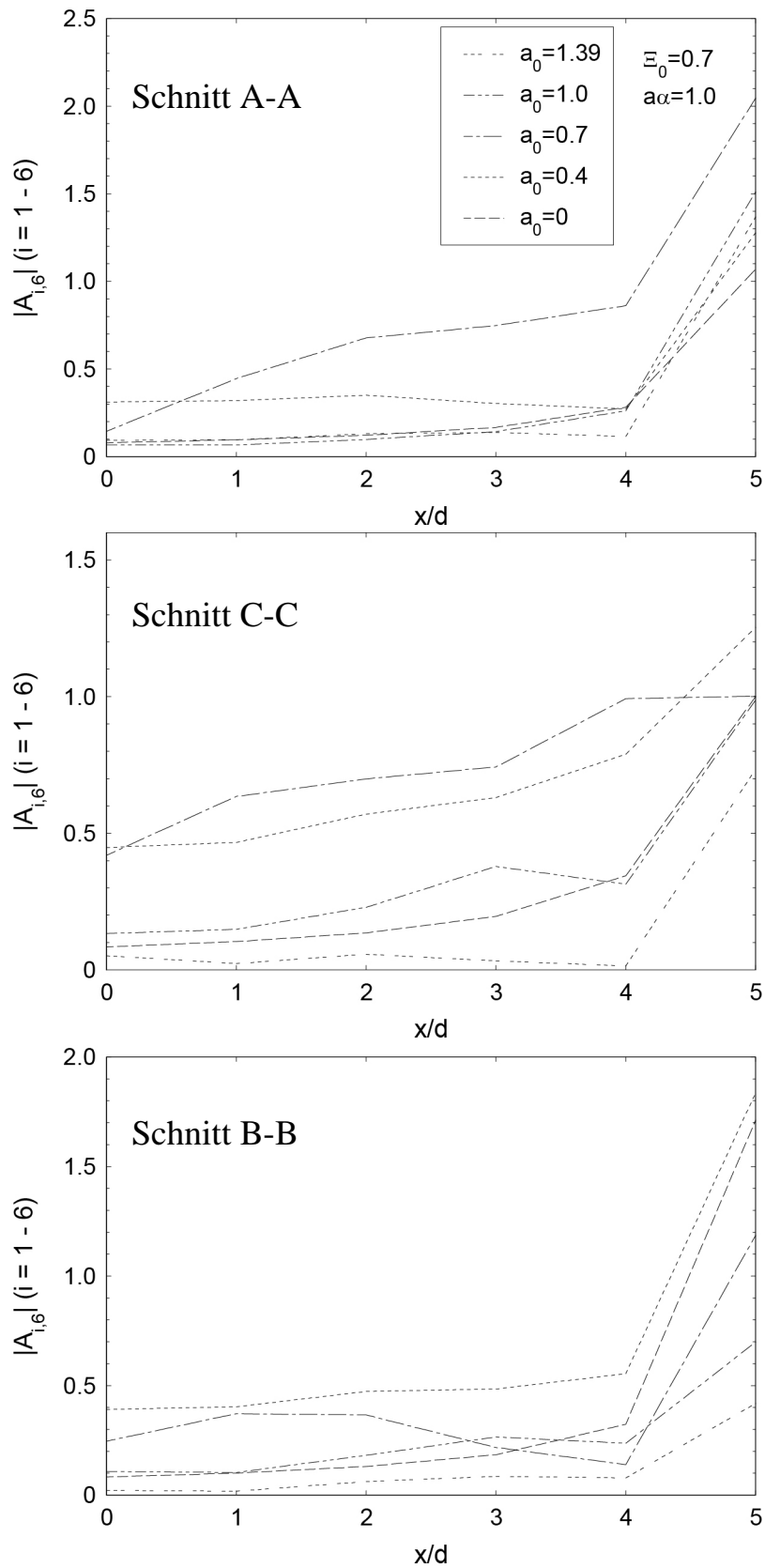


Bild C-12 Vergrößerungsfaktoren der Schwellen entlang der Achsen A-A, B-B und C-C für inhomogenen Boden mit $\Xi_0 = 0,7$ und $a\alpha = 1$

D Auszug aus dem MATLAB-Programm

D.1 Berechnung der Steifigkeitsmatrix K_P und Massenmatrix M_P des Einzelements

```
function [K M]=bogner16(a,b, mat)
E=mat(1);
v=mat(2);
rho=mat(3);
t=mat(4);
D=E*t^3/12/(1-v^2)*[[1 v 0];[v 1 0];[0 0 2*(1-v)]];
gaus=gaus5p;
K=0;
M=0;
for i=1:length(gaus(1,:))
    temp=Ansatzfunktion((0.5+gaus(1,i)/2)*a,(0.5+gaus(2,i)/2)*b,a,b);
    K=K+gaus(3,i)*(a*b/4)*temp*D*temp';
    temp=Ansatzfunktion_M((0.5+gaus(1,i)/2)*a,(0.5+gaus(2,i)/2)*b,a,b);
    M=M+gaus(3,i)*t*rho*(a*b/4)*temp*temp';
end
end

%%
function [V]=Ansatzfunktion(x, y, a, b)
V=[H01(x,a)*H01xx(y,b) H01xx(x,a)*H01(y,b) H01x(x,a)*H01x(y,b);
    H11(x,a)*H01xx(y,b) H11xx(x,a)*H01(y,b) H11x(x,a)*H01x(y,b);
    H01(x,a)*H11xx(y,b) H01xx(x,a)*H11(y,b) H01x(x,a)*H11x(y,b);
    H11(x,a)*H11xx(y,b) H11xx(x,a)*H11(y,b) H11x(x,a)*H11x(y,b);
    H01(x,a)*H02xx(y,b) H01xx(x,a)*H02(y,b) H01x(x,a)*H02x(y,b);
    H11(x,a)*H02xx(y,b) H11xx(x,a)*H02(y,b) H11x(x,a)*H02x(y,b);
    H01(x,a)*H12xx(y,b) H01xx(x,a)*H12(y,b) H01x(x,a)*H12x(y,b);
    H11(x,a)*H12xx(y,b) H11xx(x,a)*H12(y,b) H11x(x,a)*H12x(y,b);
    H02(x,a)*H02xx(y,b) H02xx(x,a)*H02(y,b) H02x(x,a)*H02x(y,b);
    H12(x,a)*H02xx(y,b) H12xx(x,a)*H02(y,b) H12x(x,a)*H02x(y,b);
    H02(x,a)*H12xx(y,b) H02xx(x,a)*H12(y,b) H02x(x,a)*H12x(y,b);
    H12(x,a)*H12xx(y,b) H12xx(x,a)*H12(y,b) H12x(x,a)*H12x(y,b);
    H02(x,a)*H01xx(y,b) H02xx(x,a)*H01(y,b) H02x(x,a)*H01x(y,b);
    H12(x,a)*H01xx(y,b) H12xx(x,a)*H01(y,b) H12x(x,a)*H01x(y,b);
    H02(x,a)*H11xx(y,b) H02xx(x,a)*H11(y,b) H02x(x,a)*H11x(y,b);
```

```

    H12(x,a)*H11xx(y,b) H12xx(x,a)*H11(y,b) H12x(x,a)*H11x(y,b);
];
end
%%
function [V]=Ansatzfunktion_M(x, y, a, b)
V=[H01(x,a)*H01(y,b);
    H11(x,a)*H01(y,b);
    H01(x,a)*H11(y,b);
    H11(x,a)*H11(y,b);
    H01(x,a)*H02(y,b);
    H11(x,a)*H02(y,b);
    H01(x,a)*H12(y,b);
    H11(x,a)*H12(y,b);
    H02(x,a)*H02(y,b);
    H12(x,a)*H02(y,b);
    H02(x,a)*H12(y,b);
    H12(x,a)*H12(y,b);
    H02(x,a)*H01(y,b);
    H12(x,a)*H01(y,b);
    H02(x,a)*H11(y,b);
    H12(x,a)*H11(y,b);
];
end
function [y]=H01(x,a)
y=(a^3-3*a*x^2+2*x^3)/a^3;
end
%%
function [y]=H01x(x,a)
y=(-6*a*x+6*x^2)/a^3;
end
%%
function [y]=H01xx(x,a)
y=(-6*a+12*x)/a^3;
end
%%
function [y]=H02(x,a)
y=(3*a*x^2-2*x^3)/a^3;
end
%%
function [y]=H02x(x,a)
y=(6*a*x-6*x^2)/a^3;
end
%%

```

```

function [y]=H02xx(x,a)
y=(6*a-12*x)/a^3;
end
%%
function [y]=H11(x,a)
y=(x*a^2-2*a*x^2+x^3)/a^2;
end
%%
function [y]=H11x(x,a)
y=(a^2-4*a*x+3*x^2)/a^2;
end
%%
function [y]=H11xx(x,a)
y=(-4*a+6*x)/a^2;
end
%%
function [y]=H12(x,a)
y=(-a*x^2+x^3)/a^2;
end
%%
function [y]=H12x(x,a)
y=(-2*a*x+3*x^2)/a^2;
end
%%
function [y]=H12xx(x,a)
y=(-2*a+6*x)/a^2;
end

%%
function [sg]=gaus5p
l=5;
lint=l^2;
sg=zeros(3,lint);
g = sqrt(1120.d0);
ss(1) = sqrt((70.d0 + g)/126.d0);
ss(2) = sqrt((70.d0 - g)/126.d0);
ss(3) = 0.0d0;
ss(4) = -ss(2);
ss(5) = -ss(1);
ww(1) = (21.d0*g + 117.6d0)/(g*(70.d0 + g));
ww(2) = (21.d0*g - 117.6d0)/(g*(70.d0 - g));
ww(3) = 2.d0*(1.d0 - ww(1) - ww(2));
ww(4) = ww(2);

```

```

ww(5) = ww(1);
i = 0;
for j = 1:5
    for k = 1:5
        i = i + 1;
        sg(1,i) = ss(k);
        sg(2,i) = ss(j);
        sg(3,i) = ww(j)*ww(k);
    end
end
end

```

D.2 Berechnung der Nachgiebigkeitsmatrix \bar{C}_B des Bodens

```

function [nachgiebigkeit]=green_int_m_int_m(E,nu,rho,BoElMitte,omega,green_im,
green_re, sondensparen)
BoElMitteanzahl=length(BoElMitte(:,1));
G_0=E/2/(1+nu);
V_S0=sqrt(G_0/rho);
nachgiebigkeit=zeros(BoElMitteanzahl,BoElMitteanzahl);
ng=[-500000 -500000];
for i=1:BoElMitteanzahl
    a=BoElMitte(i,6)/2;
    b=BoElMitte(i,7)/2;
    mitte(1:2)=BoElMitte(i,3:4);
    parfor j=i:BoElMitteanzahl
        if i~=j
            sig=0;
        else
            sig=1;
        end
        abstand(j)=sqrt((mitte(1)-BoElMitte(j,3))^2+(mitte(2)-BoElMitte(j,4))^2);
        nachgiebigkeit(i,j)=green(G_0,V_S0,omega,a, b, mitte, ...
            BoElMitte(j,3:4), sig, green_im, green_re,ng);
    end
    if(i==1)&&(sondensparen==1)
        ng=[abstand' complex_transpose(nachgiebigkeit(i,:))];
    end
end
toc
for i=1:length(nachgiebigkeit(:,1))

```

```

    for j=1:i
        nachgiebigkeit(i,j)=nachgiebigkeit(j,i);
    end
end
end
%%
function [S]=green(G_0,V_S0,omega,a, b, mitte, ziel, s, green_im, green_re,ng)
tol=1e-5;
liun=[mitte(1)-a mitte(2)-b];
reob=[mitte(1)+a mitte(2)+b];
if s==1
    singular=true;
elseif s==0
    singular=false;
end
K_S0=omega/V_S0;
r=@(x,y)sqrt((x-ziel(1)).^2+(y-ziel(2)).^2);
abstand=r(mitte(1),mitte(2));
for i=1:length(ng(:,1))
    if abs(abstand-ng(i,1))<tol
        S=ng(i,2);
        return
    end
end
fun1=@(x,y) interp1(green_re(:,1),green_re(:,2),r(x,y).*K_S0,'linear','extrap')./r(x,y);
y_re=quad2d(fun1, liun(1), reob(1), liun(2), reob(2),'Singular',singular,'RelTol',1e-4,'FailurePlot',true);
if omega~=0
    fun2=@(x,y) interp1(green_im(:,1),green_im(:,2),r(x,y).*K_S0,'linear','extrap')./r(x,y);
    y_im=quad2d(fun2, liun(1), reob(1), liun(2), reob(2),'Singular',singular,'RelTol',1e-4);
else
    y_im=0;
end
S=complex(y_re,y_im)/G_0/4/a/b;
end
%%
function b=complex_transpose(a)
col=length(a(1,:));
row=length(a(:,1));
b=zeros(col, row);
for i=1:row
    for j=1:col
        b(j,i)=a(i,j);
    end
end

```

```

    end
end
end

```

D.3 Berechnung der Transformationsmatrix V'

```

function [ transfer ] = umrechnenaufbau( elementen, knoten, bodenelementenmitte)
frei=4;
transfer=zeros(length(bodenelementenmitte(:,1)),frei*length(knoten(:,1)));
for i=1:length(bodenelementenmitte(:,1))
    temp=elementen(bodenelementenmitte(i,2),:);
    hx=knoten(temp(5),2)-knoten(temp(2),2);
    x=(bodenelementenmitte(i,3)-knoten(temp(2),2))/hx;
    hy=knoten(temp(3),3)-knoten(temp(2),3);
    y=(bodenelementenmitte(i,4)-knoten(temp(2),3))/hy;
    [V]=shape1d_Sarfeld(x,y,abs(hx),abs(hy));
    for j=1:4
        transfer(i,((temp(j+1)-1)*frei+1):temp(j+1)*frei)=V(j,:);
    end
end
end
end
%%
function [ V ] = shape1d_Sarfeld( x,y,hx,hy )
f1=inline('1 - 3*x^2 + 2*x^3','x');
f2=inline(' - 3*x^2 - 2*x^3','x');
f3=inline('x - 2*x^2 + x^3','x');
f4=inline(' - x^2 + x^3','x');
e1=[f1(x)*f1(y) hx*f3(x)*f1(y) hy*f1(x)*f3(y) hx*hy*f3(x)*f3(y)];
e4=[f2(x)*f1(y) hx*f4(x)*f1(y) hy*f2(x)*f3(y) hx*hy*f4(x)*f3(y)];
e3=[f2(x)*f2(y) hx*f4(x)*f2(y) hy*f2(x)*f4(y) hx*hy*f4(x)*f4(y)];
e2=[f1(x)*f2(y) hx*f3(x)*f2(y) hy*f1(x)*f4(y) hx*hy*f3(x)*f4(y)];
V=[e1;e2;e3;e4];
end

```

D.4 Schnittstelle zum Anschluss des Programm zur Berechnung der Green'schen Funktion des inhomogenen Bodens

```

function [green_re green_im]=unhm(ksi_0, alfa, nu, a_0,c_s0, a, r_max)

```



```

omega=a_0*c_s0/a;
k_s0=omega/c_s0;
r_0_max=r_max*omega/c_s0;
btheta=k_s0/alfa;
values=fopen('VALUES','w');
fprintf(values, '%i\n', 1);
fprintf(values, '%g', btheta);
fclose(values);
in=fopen('inp','w');
fprintf(in, '%g, %g \n', ksi_0, nu);
if a_0==0
    N=1;
else
    N=500;
end
fprintf(in, '%g, %g', r_0_max, r_0_max/N);
fclose(in);
dos 'surfw11 < inp';
TN1=sprintf('%02i', int16(ksi_0*100));
TN2=sprintf('%02i', int16(nu*100));
TN3=sprintf('%03i',int16(btheta*10));
Fname=['GR' TN1 TN2 '!' TN3];
green=fopen(Fname);
fgetl(green);
tline=fgetl(green);
A=sscanf(tline, ' ; %e %e %e');
tline=fgetl(green);
B=sscanf(tline, '; %e');
check=1;
if (A(1)~=ksi_0)
    check=check*10+1;
else
    check=check*10;
end
if (A(2)~=nu)
    check=check*10+1;
else
    check=check*10;
end
if (A(3)~=btheta)
    check=check*10+1;
else
    check=check*10;

```

```

end
if (B(1)~=r_0_max/N)
    check=check*10+1;
else
    check=check*10;
end
greenfunc=zeros(N,3);
for i=1:N
    tline=fgetl(green);
    [greenfunc(i,:)]=str2num(tline);
end
fclose(green);
delete(Fname,'INP','VALUES');
green_re=[greenfunc(:,1) greenfunc(:,2)*-1];
green_im=[greenfunc(:,1) greenfunc(:,3)*-1];
if N==1
    green_re(2,1)=1;
    green_re(2,2)=green_re(1,2);
    green_im(2,1)=1;
    green_im(2,2)=green_im(1,2);
end
return

```

E UMAT für das Stoffmodell mit tiefenabhängigem Schubmodul

```
SUBROUTINE UMAT(STRESS,STATEV,DDSDDE,SSE,SPD,SCD,  
1 RPL,DDSDDT,DRPLDE,DRPLDT,  
2 STRAN,DSTRAN,TIME,DTIME,TEMP,DTEMP,PREDEF,DPRED,CMNAME,  
3 NDI,NSHR,NTENS,NSTATV,PROPS,NPROPS,COORDS,DROT,PNEWDT,  
4 CELENT,DFGRD0,DFGRD1,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,KINC)  
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'  
CHARACTER*80 CMNAME  
DIMENSION STRESS(NTENS),STATEV(NSTATV),  
1 DDSDDE(NTENS,NTENS),DDSDDT(NTENS),DRPLDE(NTENS),  
2 STRAN(NTENS),DSTRAN(NTENS),TIME(2),PREDEF(1),DPRED(1),  
3 PROPS(NPROPS),COORDS(3),DROT(3,3),DFGRD0(3,3),DFGRD1(3,3)  
PARAMETER (M=3,N=3,ID=3, ONE=1.D0,TWO=2.D0,THREE=3.D0,  
+ SIX=6.D0, NINE=9.D0, TOLER=0.D-6)  
  
XNUE = PROPS(4)  
IF (KINC.EQ.1) THEN  
E = EMODUL(PROPS,NPROPS,COORDS)  
STATEV(1)=E  
ELSE  
E=STATEV(1)  
ENDIF  
  
EBULK3 = E/(ONE-TWO*XNUE)  
EG2 = E/(ONE+XNUE)  
EG = EG2/TWO  
ELAM = (EBULK3-EG2)/THREE  
DO K1 = 1, 3  
  DO K2 = 1, 3  
    DDSDDE(K2,K1) = ELAM  
  END DO  
  DDSDDE(K1,K1) = EG2 + ELAM  
END DO  
DDSDDE(4,4) = EG  
STRESS=STRESS+MATMUL(DDSDDE,DSTRAN)  
RETURN  
END  
  
REAL*8 FUNCTION EMODUL(PROPS,NPROPS,COORDS)  
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
```

```
DIMENSION COORDS(3),PROPS(NPROPS)
REAL*8 E0,X_0,ALPHA,NU,E_UNEND
E0=PROPS(1)
X_0=PROPS(2)
ALPHA=PROPS(3)
Z_REF=PROPS(5)
E_UNEND=E0/(1-X_0)
EMODUL=E0+(E_UNEND-E0)*(1-EXP(-ALPHA*(Z_REF-COORDS(2))))
RETURN
END FUNCTION
```

Lebenslauf

Beruflicher Werdegang

- 05/2011 – 07/2014 Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Fachgebiet Bodenmechanik und Grundbau der TU Kaiserslautern
- 04/2007 - 03/2009 Wissenschaftliche Hilfsassistent, TU Kaiserslautern
- 07/1999 - 08/2002 Technischer Mitarbeiter, „Bauunternehmen 6. Zweiggengesellschaft für Bauprojekte des 2 Schiffverkehrsamts der staatlichen Unternehmensgruppe für Hafengebauten Chinas“, Wuhan, China

Studium

- 04/2007 - 04/2011 Doktorrand am Fachgebiet Bodenmechanik und Grundbau der TU Kaiserslautern
- 04/2004 - 03/2007 Studium "Bauingenieurwesen" an der TU Kaiserslautern
Abschluss: Diplom-Ingenieur
- 09/2002 - 03/2004 Studium der deutschen Sprache in China und Deutschland
Abschluss: Deutsche Sprachprüfung für den Hochschulzugang
- 09/1995 - 08/1999 Studium des konstruktiven Wasserbaus an der Hochschule für Verkehr Changsha, Changsha, China. Abschluss: Bachelor-Ingenieur

Auszeichnungen

- 2007 Jahrgangsbester Absolvent des Studienganges Bauingenieurwesen an der Technischen Universität Kaiserslautern
- 2007 BDB-Sonderpreis-2007 für Diplomarbeit, Bund Deutscher Baumeister, Architekten und Ingenieure e. V.

Veröffentlichungen des Fachgebietes Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Universität Kaiserslautern

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. habil. H. Meißner

- Nr. 1 Johannes Vogt (1992)
Tragverhalten von Schlitzwandelementen

- Nr. 2 Frank Rogmann (1992)
Untersuchungen zum Stoffverhalten von Kohle im Hinblick auf
Hohlraumstandsicherheiten

- Nr. 3 Wolfgang Weckbecker (1993)
Beitrag zur Berechnung oberflächennaher Tunnel

- Nr. 4 Egbert Adam (2001)
Untersuchungen zum temperaturabhängigen Materialverhalten kristalliner und
sedimentärer Gesteine

- Nr. 5 Andreas Becker (2002)
Stoffmodell und numerisches Modell für zyklisch beanspruchte, teilgesättigte Sande

- Nr. 6 Katja Abel (2002)
Zugspannungen in Kunststoffdichtungsbahnen geneigter Deponiebasisabdichtungen

- Nr. 7 Tao Li (2002)
Zweiflächen-Stoffmodell für wassergesättigte bindige Böden unter zyklischer
Beanspruchung

- Nr. 8 Solomon Taye Abebe (2002)
Foundation pits in saturated highly expansive soils

- Nr. 9 Festschrift anlässlich des 65. Geburtstages von Prof. Dr.-Ing. H. Meißner und dem 20-
jährigen Bestehen des Fachgebietes Bodenmechanik und Grundbau an der Technischen
Universität Kaiserslautern

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. habil. C. Vrettos

- Nr. 10 Sanaa Wendling (2004)
Untersuchungen zur Entstehung von Austrocknungsrisse in mineralischen
Deponieabdichtungen
- Nr. 11 Yilei Chen (2006)
Unterfangung belasteter Fundamente durch Bohrpfähle
- Nr. 12 Stefan Jung (2007)
Nichtlinearer horizontaler Bettungsmodulansatz für Trägerbohlwände in mitteldicht
gelagertem Sand
- Nr. 13 Markus Dobrowolsky (2008)
Quellverhalten teilgesättigter bindiger Böden mit mittlerem Quellpotential
- Nr. 14 Viktoria Schwarz (2011)
Mechanisches Verhalten eines teilgesättigten Tons: Experimentelle Untersuchungen,
Stoffmodell und Implementierung
- Nr. 15 Thomas Becker (2012)
Materialverhalten eines teilgesättigten bindigen Bodens unter zyklischer Belastung
- Nr. 16 Dong Chen (2014)
Flachgründungen auf Böden mit tiefenabhängiger Steifigkeit unter vertikaler
dynamischer Belastung: Ergebnisse von numerischen Berechnungen im Frequenz- und
Zeitbereich