

$$\tau_P = \frac{V_M}{\sqrt{2 \cdot c_P \cdot T_0} \cdot A_V}$$

$$\dot{m} = \rho_0 \cdot A_e \cdot \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_0 \cdot \left( \omega^2 - \omega_{krit}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}$$

$\omega = \omega_{krit}$ , wenn  $\frac{p_1}{p_0} \leq \omega_{krit}$

$$\frac{A_{e,M}}{A_{e,V}} = \frac{1}{\omega_M} \cdot \frac{\sqrt{\left( \omega_M^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_M^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}}{\sqrt{\left( \omega_{krit}^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_{krit}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}}$$

$$A_{e,V} = \frac{1}{4} \cdot \pi D_{e,V}^2$$

wenn  $\frac{p_1}{p_0} \geq \omega_{krit}$

$$\frac{d\omega_M(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_P} \cdot (f_M(t) - r_M(t) \cdot c_L)$$

$$A_{e,M} = \pi D_{e,M} \cdot s$$

$$\chi = \dots$$

$$A_{e,at}(\omega_D) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \cos(\omega_D \cdot \sin(\varphi)) d\varphi$$

## Modellbasierte Entwicklung pneumatischer Abstandssensoren für prozessintegrierte Messungen

Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik  
Band 2

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig

### **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik - Band 2

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig  
Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik  
Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik  
Technische Universität Kaiserslautern  
Gottlieb-Daimler-Straße  
67663 Kaiserslautern

Verfasser: Patrick Schäfer

Verlag: Technische Universität Kaiserslautern

Druck: Technische Universität Kaiserslautern  
Hauptabteilung 5 | Abteilung 5.6 Foto-Repro-Druck

D-386

© Patrick Schäfer · Kaiserslautern 2015

Alle Rechte vorbehalten, auch das des auszugsweisen Nachdrucks, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Photographie, Mikroskopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und das der Übersetzung.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 2365-9742  
ISBN 978-3-95974-009-8

## **Kurzfassung**

Die vorliegende Arbeit behandelt das Thema der pneumatischen Abstandsmessung. Diese Technologie ist neben der taktilen und optischen Messtechnik eine der drei Ansätze, um Messaufgaben in der Fertigungsmesstechnik zu lösen. Der große Vorteil pneumatischer Sensoren ist ihr Selbstreinigungseffekt, wodurch in rauen Umgebungen sicher gemessen werden kann. Momentan fehlende Grundlagenkenntnisse führen jedoch zu einer ineffizienten Nutzung der Technik. Im Rahmen dieser Arbeit wurde neues Wissen erarbeitet, so dass eine optimierte Anwendung dieser Sensor-Klasse möglich ist. Für das laterale und dynamische Verhalten der Sensoren sind Modelle zur Vorhersage von Messergebnissen vorgestellt. Weiterhin finden sich ausführliche Auslegestrategien für systemkritische Bauteile in dieser Arbeit. Auf Basis der Grundlagenuntersuchungen sind die wichtigsten Einflussgrößen der Messunsicherheit erläutert. Zur effizienten Wissensübertragung ist abschließend eine moderne Software präsentiert, welche eine Auslegung pneumatischer Sensoren für eine gegebene Messaufgabe ermöglicht und so das gesamte Wissen der Arbeit für den Anwender in der Industrie zusammenfasst.

## **Abstract**

This work presents the investigation of pneumatic distance sensors. Besides tactile and optical sensors, this technique is also an approach to solve surface measurement tasks in the production metrology. The advantage of pneumatic sensors is their resistance to potential pollution and fluids on the measured surfaces. However, one of today's problems is the gap of knowledge concerning this sensor class. The presented work exposes new theories and results which support an optimized application of pneumatic sensors. First off all, the investigation of the spatial resolution of pneumatic sensors is presented. The second part focuses on the dynamic of pneumatic sensors. Further, the results of the research on critical design parameter and their sensitivities are shown. With the experience of these research tasks fulfilled, a basic description of the measurement uncertainty has been established. All knowledge is implemented into a software application to design pneumatic sensors for a given measurement problem. Thus users in the industry can use all the theoretical content of this research.



# **Modellbasierte Entwicklung pneumatischer Abstandssensoren für prozessintegrierte Messungen**

Vom Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik  
der Technischen Universität Kaiserslautern  
zur Verleihung des akademischen Grades

**Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)**

genehmigte

**Dissertation**

vorgelegt von

**Dipl.-Ing. Patrick Schäfer**

aus Frittlar

Kaiserslautern 2015  
D386

Dekan:	Prof. Dr.-Ing. Christian Schindler
Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. Jan C. Aurich
Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig Prof. Dr.-Ing. Martin Böhle
Tag der mündlichen Prüfung:	02. Juni 2015



## **Vorwort**

Die hier vorliegende Arbeit ist das Ergebnis einer Kooperation zwischen zwei Industrieunternehmen (Jenoptik Industrial Metrology Germany GmbH und Feinmechanische Zerspanungs GmbH) und dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern. Diese drei Partner haben das Projekt mit dem Namen - Modellbasierte Entwicklung pneumatischer Abstandssensoren für prozessintegrierte Messungen - bearbeitet. Im Rahmen dieses Projekts wurde die pneumatische Messtechnik grundlegend untersucht. Die Jenoptik AG war dabei der in der Messtechnik erfahrene Partner, welcher das Projekt mit seiner langjährigen Erfahrung unterstützt und den Großteil des messtechnischen Equipment bereitgestellt hat. Die Feinmechanische Zerspanungs GmbH unterstützte das Vorhaben mit ihrem fertigungstechnischen Know-How zur Fertigung hoch genauer Düsen mit verschiedenen Eigenschaften für die Untersuchungen. Am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik sind die theoretischen und experimentellen Grundlagen der hier vorliegenden Arbeit entstanden. Die Finanzierung wurde aus dem europäischen Fonds für regionale Entwicklung (EFRE) bereitgestellt. Dieser Fonds investiert in Forschungsprojekte, in welchen öffentliche und oder private Institutionen oder Firmen zusammenarbeiten. Ziel dieses Fonds ist es regionale Strukturen zu schaffen und kleine bis mittelständische Firmen bei ihren Entwicklungsarbeiten zu unterstützen.



## **Danksagung des Autors**

Mein größter Dank gebührt meinem Doktorvater Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig, der mit seiner fachlichen Unterstützung und Orientierung einen unerlässlichen Beitrag zum Gelingen der Arbeit geleistet hat. Vor allem das entgegengebrachte Vertrauen und die großen Freiheiten haben es mir möglich gemacht meine Ideen umzusetzen, meinen eigenen Arbeitsstil zu entwickeln und mich persönlich und beruflich frei zu entfalten.

Des Weiteren möchte ich der Prüfungskommission, bestehend aus Prof. Dr.-Ing. Martin Böhle und Prof. Dr.-Ing. Jan C. Aurich, für die Bewertung und Prüfung der Dissertation danken. Ohne sie wäre die Promotion nicht möglich gewesen.

Besonders großer Dank gilt Dr.-Ing. Gerhard Stelzer, der mich mit seiner unendlich großen Erfahrung bei der praktischen Umsetzung von Versuchsaufbauten so intensiv unterstützt hat. Sein breites technisches Wissen und Können hat maßgeblich dazu beigetragen die zahlreichen Experimente meines Projektes umzusetzen.

Ebenfalls möchte ich Dipl.-Ing. Matthias Eifler für die erstklassige Zusammenarbeit im Bereich der theoretischen Themen meiner Promotion danken. Die angeregten und intensiven Diskussionen haben die Entwicklung der mathematischen Modelle und Algorithmen meiner Arbeit entscheidend unterstützt. Das gemeinsame veröffentlichen von Fachartikeln und Vorträgen hat mir mit ihm besonders viel Freude bereitet.

Danken möchte ich Dipl.-Ing. Tatjana Kusnezowa, die mich bei der Gestaltung meiner Dissertation unterstützt hat. Zusätzlich möchte ich ihr für die Unterstützung bei der Erfüllung von Lehraufgaben danken. Durch ihre Vorarbeiten für Praktika, Klausuren und Vorlesungen konnte ich meine Aufgaben in der Lehre deutlich einfacher erfüllen.

Insgesamt möchte ich mich bei allen Kollegen für das positive und konstruktive Arbeiten am Lehrstuhl bedanken. Neben einem guten Arbeitsverhältnis habe ich auch einige neue Freundschaften geschlossen.

Wichtig für das Gelingen des Projektes waren auch die beteiligten Projektpartner. Ich danke der Jenoptik Industrial Metrology Germany GmbH und vor allem Dr. Raimund Volk für die konstruktive Zusammenarbeit. Zusätzlich möchte ich der Feinmechanischen Zerspanungs-GmbH und dem Europäischen Fonds für regionale Entwicklung für die Unterstützung danken.

Großer Dank gilt meiner Frau Fernanda, die mich während der gesamten Zeit motiviert und moralisch gestärkt hat. Ohne sie hätte ich es nicht geschafft. Danke!



## Summary

The production metrology is one of the most significant areas in modern manufacturing processes. Basically, it consists of three main fields; material testing, operational testing and the most relevant field; the geometrical product specification. In general, three approaches are used to solve geometrical inspections. Tactile measurements are the oldest and most common applied technique to acquire information about a manufactured surface. Furthermore, optical instruments are installed in production lines to achieve high quality 3D measurements. This research work presents the investigation of pneumatic distance sensors, the third possibility to solve surface measurement tasks. Especially, due to the steady increasing requirement of high quality products, a continuous improvement of metrology applications is necessary. Additionally, today, geometrical inspections have to be closer to the manufacturing process than years ago to accomplish stable quality. Pneumatic sensors are excellent to solve those tasks, since they are resistant to potential pollution and fluids on the measured surfaces. The self cleaning effect of this sensor type allows a simultaneous manufacturing and measurement process. Therefore, problems of manufacturing can be detected in-line and clarified faster compared to other sensor-concepts.

One of today's problems is, that the knowledge of pneumatic sensors is comparatively small. In the last few decades, research has been carried out mainly on tactile and optical sensors. Applying pneumatic sensors to modern tasks, basic research has to be completed on this technology to fill this gap. Knowledge about spatial resolution and dynamic behaviour exists in small quantities only. Further, the uncertainty of pneumatic sensors is rather described. Also manufacturing key parts of pneumatic sensors are not as stable as desired for this application. The presented research highlights this problems and possible solutions based on theoretical derivations and experimental research.

Pneumatic sensors are described by the theory of fluid mechanics. The underlying equations are five conservation equations. The mass conservation-, the three Navier-Stokes- and the energy-equation. Since the applied fluid in pneumatic sensor applications is gas, this equations can be simplified and summarized to a set of gas dynamic equations. Based on this fundamental theory, the characteristic curve of pneumatic sensors can be derived. Proving and improving this existent theory is one of the main tasks of the work presented.

First off all, the investigation of the spatial resolution of pneumatic sensors are presented. A geometrical approach has been developed to describe the transfer behaviour of pneumatic sensors. It has been observed that the amplitude ratio can be described by a Bessel function in a wide range. This theory has been tested experimentally and its limitations have been acquired. Surfaces which are tilled, relatively to the work piece lead to errors of this theory which are in the range of the measurement uncertainty. The roughness of the inspected surface leads to offsets between the theory and the experiment, but varies in the range of the uncertainty as well.

The second part of this research attends to the dynamic of pneumatic sensors. In general pneumatic sensors can not measure as fast as optical sensors for example. However, for a wide range of applications the dynamic transfer behaviour is sufficient. An existing non linear differential equation of first order describes the characteristic behaviour. Part of this work was to prove this theory. Therefore, special test sides and experiments were created. It has been found out that for all relevant applications the theory matches the experimental observed behaviour. Step responses and the response of harmonic stimulations can be forecast by the theory securely. Delay times, caused by the limited speed of sound have no effect on technical applications.

Important for pneumatic sensors is their convertibility in case of defects or adaptation of a measurement set up. This means that all produced sensors should provide equal characteristics with variations in extremely small tolerances. Archiving this task for the nozzle, the key part of the sensor, the nozzle has been investigated in detail. Small variations in the manufacturing of this part may change the characteristics of the sensor in an unacceptable range. Finding the key design elements of nozzles was part of this work. Different designs were tested theoretically, with computational fluid dynamic programs. Two types were manufactured and tested and main design rules of nozzles have been carried out.

With the experience of these research tasks fulfilled, a basic description of the measurement uncertainty has been established. The main factors could be named and quantified in part. Beside the expected parameters like pressure sensors, noise and temperature drifts, also the measurement force, caused by the escaping fluid may effect the ideal measurement result. Also roughness and tilling lead to unwanted results in a small range.

All the knowledge was used in an ultimate task to create a software application to design pneumatic sensors for a given measurement problem. In four steps the user describes his problem and requirements and chooses and also tests a suitable sensor for the given problem. Further, the user can scan a virtual part with a virtual pneumatic sensor, using the underlying and widely tested theory of the spatial resolution and dynamic behaviour.

Overall, the state of the art of pneumatic sensor has been increased by the results of this work. Deciding whether a pneumatic sensor is suitable for a given measurement task is easier and more reliable than it was before this presented research.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Fertigungsmesstechnik (FMT)</b>	<b>5</b>
2.1	Aufgaben und Bereiche der FMT . . . . .	5
2.2	Lösungsansätze der FMT . . . . .	6
2.2.1	taktile Messverfahren . . . . .	6
2.2.2	optische Messverfahren . . . . .	7
2.2.3	pneumatische Messverfahren . . . . .	8
2.3	Pneumatische Längenmessung in der FMT . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Stömungsmechanik</b>	<b>13</b>
3.1	Massenerhaltung . . . . .	14
3.2	Impulserhaltung . . . . .	15
3.3	Energieerhaltung . . . . .	20
3.4	Gasdynamik . . . . .	25
3.4.1	Massenerhaltung . . . . .	26
3.4.2	Impulserhaltung . . . . .	27
3.4.3	Energieerhaltung . . . . .	27
3.4.4	Arbeitsgleichung . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Pneumatische Kennlinie</b>	<b>35</b>
4.1	Messprinzipien . . . . .	35
4.2	Druckmessverfahren . . . . .	37
4.3	Düsenkombination . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Messeinrichtung</b>	<b>45</b>
<b>6</b>	<b>Laterale Auflösung</b>	<b>49</b>
6.1	Modellierung des engsten Querschnitts . . . . .	49
6.2	Prototyp eines Formnormals . . . . .	56
6.3	Einfluss von Verkippung . . . . .	60
6.4	Einfluss von Rauheit . . . . .	65
<b>7</b>	<b>Dynamisches Verhalten</b>	<b>69</b>
7.1	Modellierung der Messkammer . . . . .	70
7.2	Experimentelle Sprungantworten . . . . .	73
7.3	Experimentelle Amplitudengänge . . . . .	77

---

7.4	Totzeit und Reibung . . . . .	83
<b>8</b>	<b>Vordüsen</b>	<b>87</b>
8.1	Theoretische Untersuchung . . . . .	89
8.1.1	Grobe Randbedingungen . . . . .	90
8.1.2	Variante 1 . . . . .	91
8.1.3	Variante 2 . . . . .	95
8.2	Experimentelle Untersuchung . . . . .	98
<b>9</b>	<b>Messunsicherheit</b>	<b>105</b>
9.1	Einflussgrößen . . . . .	105
9.1.1	Temperatur . . . . .	106
9.1.2	Druck . . . . .	107
9.1.3	Rauschen . . . . .	107
9.1.4	Digitalisierung . . . . .	108
9.1.5	Verkipfung . . . . .	110
9.1.6	Rauheit . . . . .	110
9.1.7	Kennlinienverlauf . . . . .	110
9.1.8	Messkraft . . . . .	111
9.2	Unsicherheitsbilanz . . . . .	112
<b>10</b>	<b>Pneumatic Designer</b>	<b>117</b>
10.1	Scenario Designer . . . . .	118
10.2	Sensordesigner Assistant . . . . .	120
10.3	Visualisation of Concept . . . . .	123
10.4	Scanning Simulator . . . . .	124
<b>11</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>127</b>
<b>A</b>	<b>TPE200 mit Analogausgängen</b>	<b>129</b>
<b>B</b>	<b>laterale Filterwirkung am Normal</b>	<b>133</b>
<b>C</b>	<b>Simulationsparameter der Vordüsenstudie</b>	<b>134</b>
<b>D</b>	<b>Sensor Visualisation Windows</b>	<b>135</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>138</b>





# 1 Einleitung

Eine effektive und effiziente industrielle Produktion ist heute ohne Qualitätsmanagement kaum noch vorstellbar [7]. Der Trend zeigt, dass vor allem der Bereich der Fertigungsmesstechnik (FMT) an Bedeutung gewinnt. Hierbei ist eine Trennung zwischen der reinen Produktion als solche und der Prüfung von Werkstücken nicht mehr gegeben. Vielmehr wird die Messung von Werkstücken direkt in der Fertigung angestrebt. Mit diesem sogenannten Ansatz der In-Prozess-Messtechnik ist es möglich, Abweichungen und Fehler in der Produktion frühzeitig zu erkennen und diese noch während des Fertigungsprozesses zu beheben. Längen sind die in der FMT am häufigsten kontrollierten Eigenschaften, aber auch andere physikalische Merkmale, wie elektrische Eigenschaften oder Materialgefüge, werden überprüft. In modernen Prozessen werden von der FMT extrem niedrige Ausschussraten gefordert ( $\leq 0,0001\%$ ), was nur durch den Einsatz zuverlässiger, präziser und robuster Messtechnik gewährleistet werden kann. [20]

Zur Lösung der Aufgaben der FMT werden berührende und berührunglose Messprinzipien eingesetzt. Messtaster sind die in der Produktion am häufigsten eingesetzten Messmittel, sie sind vielseitig sowohl für Rauheits- als auch für Formmessungen einsetzbar. Alle optischen Verfahren arbeiten berührungslos und können Messaufgaben mit hoher Geschwindigkeit lösen ohne das Werkstück mechanisch zu beeinflussen, reagieren jedoch empfindlich auf Spanrückstände und Schmierstoffe im Fertigungsprozess. Pneumatische Messsysteme werden in der Regel berührungslos ausgeführt und sind aufgrund ihrer Robustheit gegenüber Schmutzpartikeln und Flüssigkeiten für die FMT attraktiv. Lange Messzeiten und kleine Messbereiche (berührungslos  $200\ \mu\text{m}$ ) sind die Schwächen dieser Technik. [20] [39] [32]

Ein Blick in den Forschungsbereich der FMT zeigt, dass die pneumatische Messtechnik sehr unterschiedlich wahrgenommen wird. Zum einen wird ihr eine untergeordnete Rolle zugewiesen. Als Gründe hierfür werden hauptsächlich lange Messzeiten, kleine Messbereiche, hohe Kosten durch Luftverbrauch und die notwendige Signalumformung durch Druckwandler genannt [20]. Zum anderen erlebt die Technik durch den zunehmenden Einsatz von modernen piezoelektrischen Druckwandlern eine Renaissance [76]. Für die In-Prozess-Messtechnik ist die Pneumatik trotz kontroverser Sichtweise ohne Zweifel attraktiv. Hier wird eine hohe Robustheit von der eingesetzten Messtechnik gefordert. Rückstände von flüssigen Kühlschmierstoffen

auf der zu prüfenden Oberfläche sind keine Seltenheit. Optische Systeme sind unter solchen Bedingungen meist überfordert, weil das eingesetzte Licht entweder an der Flüssigkeitsoberfläche reflektiert oder im Medium gebrochen wird. Eine korrekte Abstandsbestimmung ist unter diesen Umständen nicht möglich. Taktile Messprinzipien können eine gegebene Messaufgabe oftmals aufgrund von festen Rückständen auf der Werkstückoberfläche nicht lösen. Spannrückstände beispielsweise führen zu einer unerwünschten Auslenkung des eingesetzten Tasters. Durch den Selbstreinigungseffekt pneumatischer Sensoren ist es möglich diese Probleme der In-Prozess-Messtechnik zu lösen.

Viele grundlegende Fragestellungen bezüglich der Charakteristik pneumatischer Abstandssensoren sind nach heutigem Kenntnisstand allerdings unbeantwortet. Um bestimmte geometrische Merkmale, wie periodische Formen, Nuten oder Ausbrüche detektieren zu können muss das laterale Auflösungsvermögen bekannt sein. Diesem Problem wurde bis heute nicht hinreichend genug nachgegangen. Weiterhin ist das dynamische Verhalten pneumatischer Sensoren nahezu unerforscht. Zur Durchführung schneller Formmessungen ist es jedoch notwendig die dynamischen Grenzen des Sensors zu kennen. Gerade bei 100 %-Prüfungen liegen die Messzeiten im Bereich weniger Sekunden, was einen pneumatischen Sensor dynamisch stark beanspruchen kann. Zusätzlich offene Fragestellungen betreffen die Geometrie der eingesetzten Düsen, welche die Sensorkennlinie stark beeinflussen kann. Ziel dieser Arbeit ist es die genannten Faktoren einschlägig zu untersuchen und sowohl das Systemverhalten pneumatischer Messsysteme, als auch den Geometrieinfluss der eingesetzten Düsen zu verstehen.

Im Folgenden werden zuerst die drei physikalischen Prinzipien der geometrischen Messtechnik vorgestellt und die pneumatische Abstandsmessung in diesen Kontext eingeordnet (Kapitel 2). Für das grundlegende Verständnis der physikalischen Zusammenhänge folgt anschließend die Herleitung der allgemeinen strömungsmechanischen Grundgleichungen und deren Vereinfachungen zur Beschreibung gasdynamischer Probleme. (Kapitel 3). Auf diesen Grundlagen aufbauend wird die pneumatische Kennlinie und ihre Eigenschaften im Detail erläutert (Kapitel 4). Die Ergebnisse aus den Untersuchungen des lateralen Auflösungsvermögens, des dynamischen Verhaltens, so wie des Einflusses der eingesetzten Düsengeometrien bilden den wichtigsten Abschnitt der Arbeit (Kapitel 6, 7 und 8). Die Resultate dieser Untersuchungen wurden zur Ermittlung der Messunsicherheit genutzt (Kapitel 9). Alle theoretischen Beschreibungen des dynamischen und statischen Übertragungsverhalten wurden in einer

Assistenzsoftware zusammengefasst, mit der pneumatische Sensoren ausgelegt werden können. Die Software soll Anwender in der Industrie unterstützen schnell und einfach pneumatische Sensoren für eine gegebene Messaufgabe auszulegen. Oberflächen können mit dem Programm zusätzlich virtuell gemessen werden (Kapitel 10). Abschließend sind alle Ergebnisse zusammengefasst und in einem Ausblick wird auf verbleibenden Forschungsbedarf hingewiesen (Kapitel 11).



## 2 Fertigungsmesstechnik (FMT)

Die Fertigungsmesstechnik (FMT) befasst sich mit messtechnischen Aufgaben, welche während eines Fertigungsprozesses oder direkt im Anschluss an diesen zu lösen sind. Unterschiedlichste Aufgabenbereiche, wie Werkstoffprüfungen, Funktionsprüfungen und Geometrieprüfungen werden unter diesem Begriff zusammengefasst [60]. Im Folgenden werden zuerst die Aufgaben und Teilbereiche (Kapitel 2.1) sowie typische Lösungsansätze (Kapitel 2.2) der FMT vorgestellt. Abschließend werden die momentanen und potentiellen Einsatzgebiete der Pneumatik erläutert und in den Kontext der FMT eingeordnet (Kapitel 2.3).

### 2.1 Aufgaben und Bereiche der FMT

Generell wird die FMT in drei grundlegende Klassen eingeteilt, wie in Abbildung 2.1 gezeigt. Die Werkstoffprüfung (Abbildung 2.1 links) befasst sich hauptsächlich mit materialwissenschaftlichen Fragestellungen wie Rissbildung im Werkstück oder dem Gefüge eines Bauteils. Klassische Kenngrößen, wie Härte, Elastizitäts- und Gleitmodul sind ebenfalls dieser Kategorie zuzuordnen. In der Fertigung werden diese Prüfungen beispielsweise am Wareneingang oder nach Wärmebehandlungen durchgeführt.

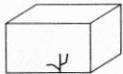
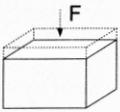
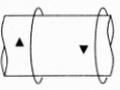
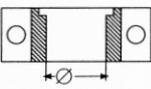
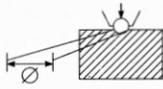
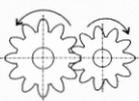
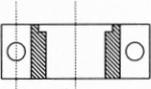
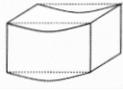
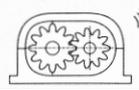
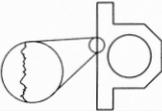
Werkstoffprüfung		Funktionsprüfung		Geometrieprüfung	
	Riss		Kraft		Form
	Gefüge		Moment		Maß
	Härte		Drehzahl		Lage
	E-, G- Modul		Geräusch		Rauheit

Bild 2.1: Aufgaben der Fertigungsmesstechnik nach Pfeifer [60]

Der zweite große Teilbereich der FMT ist der Bereich der Funktionsprüfung (Abbildung 2.1 mitte). Werkstücke können normalerweise nur am Ende ihres Fertigungsprozesses auf Funktion geprüft werden. Abhängig von der gewünschter Funktion können

entsprechende Tests manuell oder voll automatisch durchgeführt werden. Die mit Abstand am häufigsten auftretenden Aufgaben der FMT sind Geometrieprüfungen (Abbildung 2.1 rechts), In dieser Kategorie sind Größen wie Form, Maß, Lage und Rauheit zusammengefasst. Geprüft werden diese Eigenschaften im Fertigungsprozess selbst oder kurz danach [60]. Die pneumatische Längenmessung fällt unter den Bereich der Geometrieprüfung und wird hierbei hauptsächlich für die Prüfung von Durchmessern eingesetzt [72] [3].

## 2.2 Lösungsansätze der FMT

Zur Lösung der messtechnischen Aufgaben, werden ganz verschiedene Messprinzipien eingesetzt. Die Kategorisierung dieser erfolgt auf unterschiedliche Weise. Ein gängiger Ansatz ist die Einteilung in berührungslose und berührende Messverfahren [39] [32]. Es ist allerdings auch möglich eine Unterteilung in physikalische Verfahren vorzunehmen. Dann ergeben sich die Klassen; taktile, optische und pneumatische Messverfahren. Charakteristiken und Anwendungsfälle dieser drei Klassen sind im Folgenden kurz vorgestellt.

### 2.2.1 taktile Messverfahren

Bei taktilen Messverfahren werden Abstände durch Taster detektiert, welche durch eine geringe Kraft auf die Werkstückoberfläche gedrückt werden. Jede Änderung der Oberflächengeometrie führt zu einer definierten Auslenkung des Tastarms. Die Verschiebung des Tasters kann mit Hilfe von elektrischen oder optischen Umformern in ein Spannungssignal gewandelt werden. Ein in der FMT verbreiteter Taster ist der induktive Messtaster, wie in Abbildung 2.2 dargestellt.

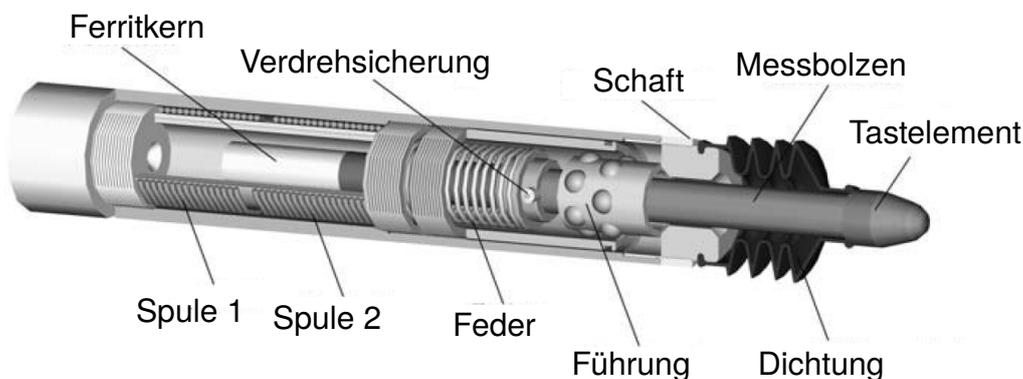


Bild 2.2: Induktiver Messtaster nach Gevatter [32]

Bei diesem Prinzip bewegt sich das metallische Ende des Tasters (Ferritkern) zwischen einer oder mehreren Spulen entsprechend seiner Auslenkung auf und ab. Je nach Position des Tastelements weisen die Spulen eine unterschiedliche Induktivität auf, was sich durch eine Spannungsänderung bemerkbar macht. [60]

Aufgrund ihrer kompakten und robusten Bauweise können Taster sehr gut an Mehrstellenmessgeräten eingesetzt werden. Sie können auf feuchten Oberflächen messen, weisen bei Partikelrückstände auf der Oberfläche jedoch Probleme auf und können in diesem Fall falsche Messergebnisse liefern. [39]

Tastergeometrien und Auswerteverfahren dieses Messprinzips sind in DIN EN ISO 3274 [15] geregelt.

### 2.2.2 optische Messverfahren

Messen mit Licht, ob sichtbar oder unsichtbar, ist heute ein fester Bestandteil der FMT. Optische Sensoren werden in den meisten Fällen bevorzugt, wenn hohe Messgeschwindigkeiten erreicht werden müssen und Werkstücke berührungslos geprüft werden sollen [20]. Auch in der Medizintechnik finden optische Messsysteme eine breitbandige Anwendung [5]. Die Vielfalt optischer Messverfahren ist groß und eignet sich sowohl für ein- als auch für zweidimensionale Messaufgaben. Die Geometrie des Werkstücks kann dabei nach Abbildung 2.3 auf fünf verschiedenen Arten erfasst werden: über die Laufzeit, die Intensität, den Strahlwinkel, die Phase oder die Polarisation des Lichtes [60].

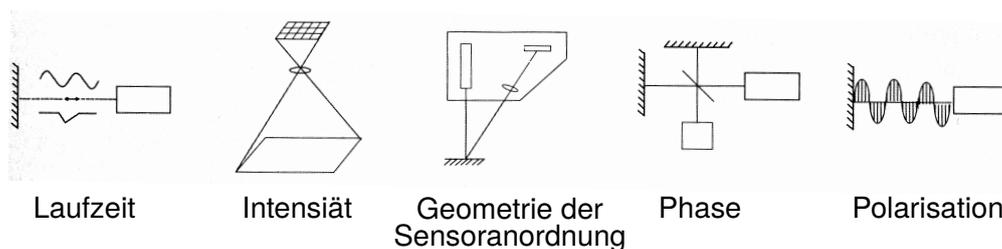


Bild 2.3: optische Messprinzipien nach Pfeifer [60]

Das wohl bekannteste optische Messverfahren ist das Michelson-Interferometer, welches den Abstand des Messobjektes zum Sensor durch den Abstand zu einer Referenzfläche detektiert. Dies wird über das Auslesen der Interferenz von reflektierten Mess- und Referenzstrahl erreicht. Über die Interferenz kann auf die Phase zwischen den beiden Strahlen und somit auf den Abstand zwischen Oberfläche und Sensor geschlossen werden. Das Michelson-Interferometer kann der vierten Teilklasse in

Abbildung 2.3 (Phase) zugeordnet werden. Mit dieser Technik kann eine Auflösung im einstelligen Nanometerbereich erzielt werden. [49] [48]

Problematisch für optische Systeme sind Schmutzpartikel und Schmierstoffe auf dem Werkstück. Deswegen sollten optische Messgeräte in geschützten Messzellen arbeiten, was beim Einsatz in der FMT nicht immer möglich ist [20]. Messungen von Werkstücken nach spanenden Fertigungsprozessen ohne vorherige Reinigung sind mit optischen Systemen nur schwer durchzuführen.

Hinweis: Für die Messung von Topographien, also flächenhaften Ausschnitten von Oberflächen, kommen weitere Bauarten optischer Sensoren in Frage. Produktspezifikationen hierzu finden sich in der 600-Serie der DIN EN ISO 25178 (z.B. DIN EN ISO 25178-604 (Weißlichtinterferometrie) [11] oder z.B. DIN EN ISO 25178-605 (chromatisch konfokale Sonde) [10])

### 2.2.3 pneumatische Messverfahren

Pneumatische Messverfahren nutzen die Eigenschaft, dass der Massenstrom eines Gases durch eine Düse durch ihren engsten Querschnitt festgelegt ist. Abbildung 2.4 verdeutlicht diesen Zusammenhang.

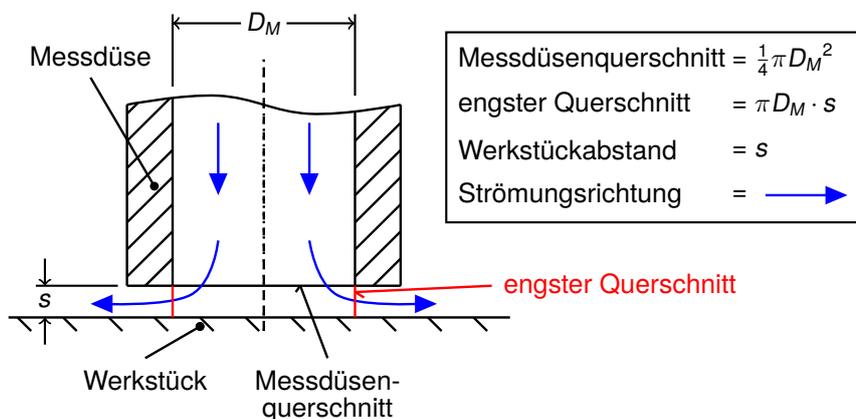


Bild 2.4: Düse-Prallplatte-System nach Pfeifer [60]

Aus einer Messdüse, mit dem Durchmesser  $D_M$ , strömt Gas auf das zu prüfende Werkstück (Prallplatte) und wird um  $90^\circ$  umgelenkt. Dabei muss das Gas den Ringspalt zwischen Düse und dem Werkstück durchqueren. Ist dieser Querschnitt kleiner als der Düsenquerschnitt gibt es einen mathematisch beschreibbaren Zusammenhang zwischen Massenstrom und dem Abstand  $s$  zwischen Düse und Werkstück. Prinzipiell wird dieses Verfahren in der Großserienfertigung eingesetzt und auf spezielle Messaufgaben angepasst. Der Vorteil der pneumatischen Abstandsmessung ist

seine Robustheit gegenüber Schmutz und Partikelrückständen auf der zu messenden Oberfläche, was es für die FMT hoch interessant macht. Lange Ansprechzeiten (0,5 s - 3,0 s) machen das System jedoch sehr träge und daher für schnelle Messungen ungeeignet. [60] [72]

### 2.3 Pneumatische Längenmessung in der FMT

In diesem Abschnitt werden die optischen und taktilen Verfahren in den Hintergrund gestellt und die pneumatische Längenmessung und ihre Aufgaben in der FMT detaillierter erläutert. Zusätzlich werden mögliche, zukünftige Einsatzgebiete vorgestellt. Wie bereits erwähnt werden pneumatische Messgeräte vor allem in rauen Umgebungen und für die Großserienfertigung eingesetzt. Einfache Formmessungen können nach heutigem Stand der Technik durchgeführt werden. Dies wird hauptsächlich durch die Nutzung mehrerer Messdüsen erreicht. Zwei Beispiele möglicher Düsenanordnungen sind in Abbildung 2.5 gezeigt. In Abbildung 2.5 A ist die Durchmesserprüfung einer Sacklochbohrung skizziert. Zwei Messdüsen sind gegenüber liegend in einem Messdorn integriert und ihre Strömungskanäle miteinander verbunden, so dass der Durchmesser über die zwei Düsen gemittelt erfasst werden kann. Das Messsystem ist unempfindlich gegenüber exzentrischer Positionierung, da der engste wirksame Querschnitt aus beiden Düsen gebildet wird. Nimmt der Querschnitt einer Düse ab, vergrößert sich der gegenüberliegende entsprechend.

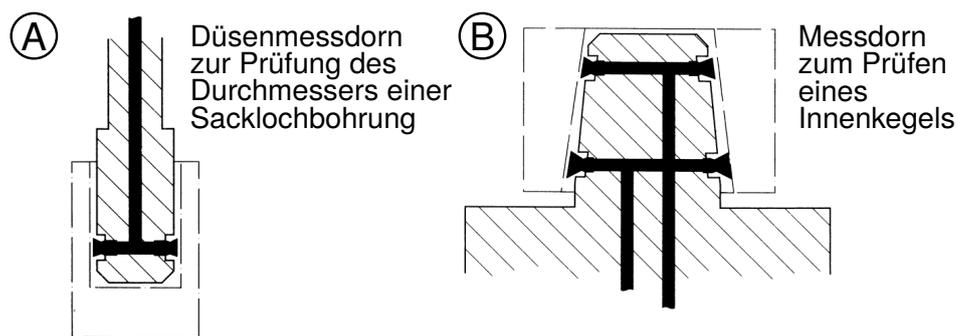


Bild 2.5: pneumatische Schaltungen nach Pfeifer [60]

In Abbildung 2.5 B ist die Prüfung eines Innenkegels zu sehen. Wie in Beispiel A wird hier ebenfalls der Durchmesser der Bohrung bestimmt. Dies erfolgt in diesem Beispiel an zwei Stellen mit unterschiedlichen Durchmessern. Der Abstand zwischen den beiden Stellen ist bekannt, so dass auf den Kegelwinkel geschlossen werden kann. Wie an diesen beiden Beispielen zu erkennen ist, können einfache Formen

mit pneumatischen Sensoren erfasst werden, wenn vom stationären Einsatz ausgegangen wird, also keine dynamischen Einflüsse eine Rolle spielen. Zunehmend wird allerdings das Prüfen komplexerer Formen in der Industrie nötig, so dass dynamisch scannende Messungen nötig sind. Diese können nur durch den Einsatz einzelner, nicht gekoppelter Düsen erfasst werden. Die Mittlung durch das Verschalten mehrerer Düsen ist bei solchen Anwendungen unerwünscht. Vielmehr soll eine Düse scannend über das Werkstück bewegt werden, so dass auch regionale Formabweichungen erfasst werden können. Beispiele für solche Szenarien finden sich in Abbildung 2.6. Typisch zu prüfende Abweichungen sind Rattermarken auf Kurbelwellen (Abbildung 2.6 A), welche im Drehprozess entstehen können und im Einsatz zu unerwünschter Geräuschbildung führen. Es können jedoch auch definierte Formelemente in Bohrungen aufgebracht sein, wie zum Beispiel Öltaschen bei Motorkolben (Abbildung 2.6 B), welche bei Abweichungen vom Sollmaß ihre Funktion des Flüssigkeitstransports nicht erfüllen können. Zukünftig ist auch zu erwarten, dass Freiformen ein wichtiges Element in der Fertigung spielen werden. Die thermische Verformung eines Zylinderkopfs im Betrieb kann durch die definiert unrunde Fertigung einer Zylinderbohrung ausgeglichen werden und so einen wirtschaftlicheren Betrieb eines Motors erzielen (Abbildung 2.6 C). Weitere typische Formabweichungen sind von Klocke und König im Kontext der Fertigungstechnik, sowie von Klein im Kontext von Tolerierungen zusammengefasst [42] [40]. Durch die einschlägige Qualifizierung pneumatischer Sensoren können diese Messaufgaben in Zukunft mit der Pneumatik geprüft werden.

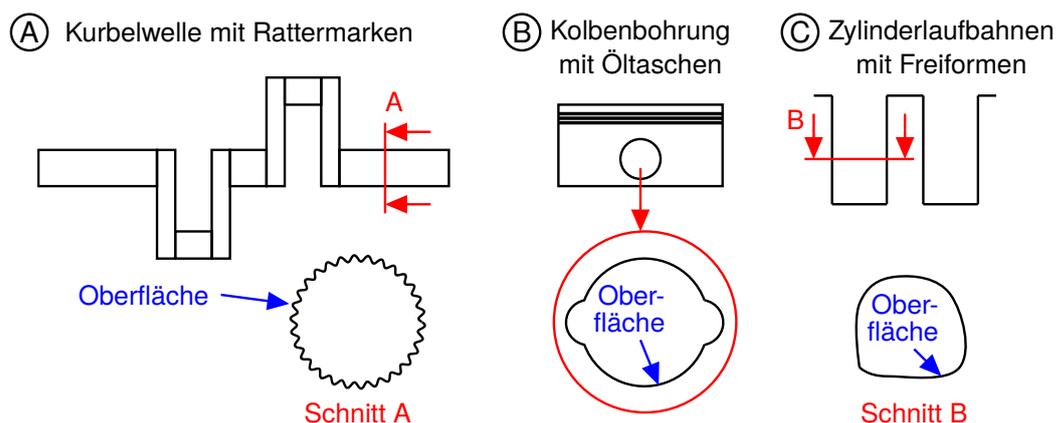


Bild 2.6: typische Aufgaben der Formmesstechnik

Wie pneumatische Sensoren nach heutigem Stand der Technik ausgelegt werden und wo diese eingesetzt werden ist in der DIN 2271 [14] festgehalten. In dieser Norm sind Begriffe so wie Berechnungsvorschriften festgelegt. Es werden ebenfalls verschiedene Einsatzmöglichkeiten erläutert. Die Berechnung des dynamischen Verhaltens ist nur in sehr groben Zügen geregelt und definiert lediglich die Ansprech-

zeit. Informationen über laterale Auflösung und Messunsicherheiten sind in der Norm nicht vorhanden. Der Einfluss der Rauheit der Oberfläche ist ebenfalls nicht untersucht. Nach DIN 2271 wird davon ausgegangen, dass der Einfluss der Rauheit für  $R_z < 5 \mu m$  keinen negativen Einfluss auf die Messung hat. Anregungen für eine Erweiterung der Norm können dieser Arbeit entnommen werden.

Auf den ersten Eindruck scheint das Prinzip der pneumatischen Abstandsmessung sehr einfach und nachvollziehbar zu sein, bei genauerem Hinsehen stellt sich jedoch heraus, dass ein tiefer Einblick in die vorherrschenden physikalischen Abläufe nötig ist, um das nötige Grundverständnis für Weiterentwicklungen zu erlangen. Neben Kenntnissen aus der Strömungsmechanik, wird Wissen aus der Systemtheorie, Statistik, Signalverarbeitung und Informatik benötigt. Im Folgenden wird detailliert auf die Physik der Strömungsmechanik und dabei speziell auf die Gasdynamik eingegangen. Anschließend wird die allgemeine pneumatische Kennlinie hergeleitet. Grundlagen aus den anderen genannten Disziplinen, werden an den entsprechenden Stellen aufgeführt und wenn nötig ausführlicher erläutert.



### 3 Stömungsmechanik

Die Strömungsmechanik beschäftigt sich mit der Physik fluider Stoffe, deren mathematischer Beschreibung und ihren technischen Anwendungen. Die im Ingenieurwesen am häufigsten eingesetzten Fluide sind Luft und Wasser. Beide Stoffe verhalten sich sehr unterschiedlich, können aber mit ein und dem selben mathematischen Modell beschrieben werden, welches in diesem Kapitel hergeleitet wird. Auch das Verhalten anderer Fluide wie Öl aber auch Mischungen aus Fluiden lassen sich durch die Strömungsmechanik erklären [57]. Für den speziellen Fall der Luft können die hier vorgestellten Grundgleichungen stark vereinfacht werden und die Strömung als sogenannte kompressible eindimensionale Fadenströmung aufgefasst werden. Wie im Verlauf der Arbeit deutlich wird, trifft dieses Modell auch in sehr hohem Maße auf die Pneumatik zu. Die Herleitung der strömungsmechanischen Grundgleichung ist in vielen Fachbüchern zu finden [57],[68],[63], Darstellung und Schwerpunkte variieren je nach Autor und behandelter Problemstellung jedoch stark. Für die optimale Nachvollziehbarkeit der pneumatischen Arbeitsgleichung werden die Grundgleichungen, mit den für diese Arbeit relevanten Notationen und Randbedingungen definiert. Im Folgenden werden der Reihe nach die Sätze der Massenerhaltung, der Impulserhaltung und der Energieerhaltung hergeleitet. Anschließend folgt die Vereinfachung der Sätze auf die eindimensionale Stromfadentheorie für kompressible Strömungen. Eine Arbeitsgleichung für technische Anwendungen wird daraus abgeleitet. In Abbildung 3.1 ist das beschriebene Vorgehen nochmals schematisch dargestellt. Diese Abbildung wird im Laufe der Arbeit mehrmals erweitert und soll die Verknüpfung zwischen den einzelnen Teilbereichen der Pneumatik aufzeigen.

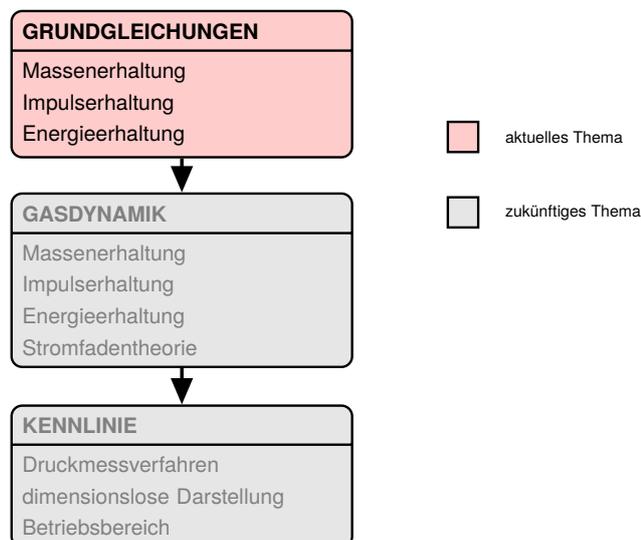


Bild 3.1: Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 1

### 3.1 Massenerhaltung

Das typische physikalisch-mathematische Modell für die Herleitung des Massenerhaltungssatzes ist ein infinitesimaler Bilanzwürfel, der durch die drei Raumrichtungen  $x$ ,  $y$  und  $z$  definiert ist. In alle Raumrichtungen kann Masse zeitabhängig in den Würfel ein- und austreten. Zusätzlich kann sich die Masse innerhalb des Würfels durch ein- und ausströmendes Fluid mit der Zeit ändern. In Abbildung 3.2 ist die instationäre Massenbilanz graphisch dargestellt.

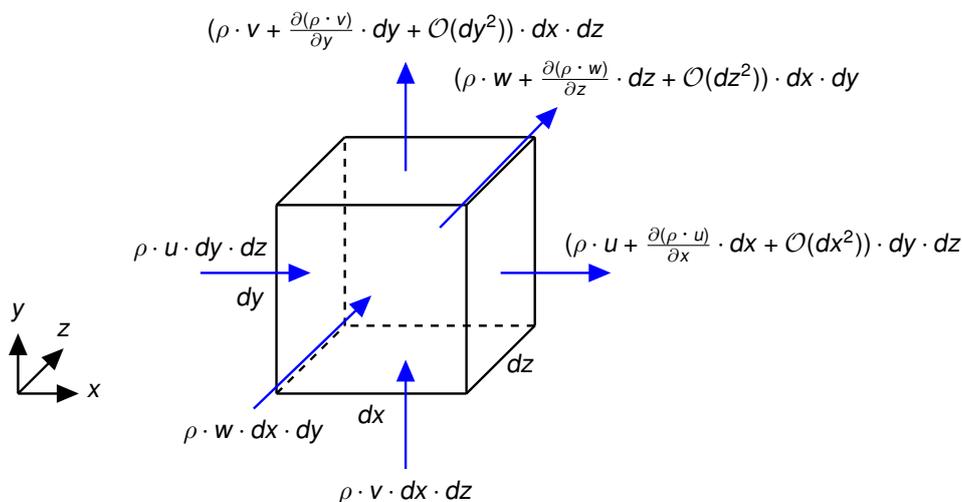


Bild 3.2: Massenerhaltung am infinitesimalen Bilanzwürfel nach Oertel [57]

Der Bilanzwürfel hat die Kantenlängen  $dx$ ,  $dy$  und  $dz$ . Durch jede der sechs Seiten kann ein Massenstrom ein- oder austreten. Betrachtet wird zuerst die in der Abbildung links außen liegende Seite über die der Massenstrom

$$\dot{m}_{x,\text{ein}} = \rho \cdot u \cdot dy \cdot dz \quad (3.1)$$

in den Bilanzwürfel eintritt. Wobei  $\rho$  die Dichte des Würfels am Eintrittspunkt und  $u$  die Strömungsgeschwindigkeit in  $x$ -Richtung ist. Das Produkt  $dy \cdot dz$  ist die Fläche über die der Massenstrom eintritt. Über die gegenüberliegende Seite tritt der Massenstrom

$$\dot{m}_{x,\text{aus}} = \left( \rho \cdot u + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \cdot dx + \mathcal{O}(dx^2) \right) \cdot dy \cdot dz \quad (3.2)$$

aus dem Würfel aus. Die Größe  $\rho \cdot u$  hat sich dabei über die Länge  $dx$  geändert. Diese Änderung wird durch eine Taylorreihe angenähert, wobei zu beachten ist, dass die Länge  $dx$  gegen 0 geht. Aus diesem Grund können die Glieder ab der Ordnung zwei und höher als ein Glied der Ordnung  $dx^2$  verstanden werden, was durch das Landau-Symbol  $\mathcal{O}$  zum Ausdruck gebracht wird [6]. Dieses Glied kann

wegen der Grenzwertbildung vernachlässigt werden, so dass nur das erste Glied der Taylor-Reihe zu betrachten ist. Für die Massenströme über die Querschnittsflächen  $dy \cdot dz$  und  $dx \cdot dz$  gelten die Betrachtungen analog. Zusammenfassend gilt, dass die Änderung der Masse im Volumen über die Zeit gleich der Summe aller ein- und austretenden Massenströme ist:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = & \left( \rho \cdot u - \left( \rho \cdot u + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \cdot dx \right) \right) \cdot dy \cdot dz + \\ & \left( \rho \cdot v - \left( \rho \cdot v + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} \cdot dy \right) \right) \cdot dx \cdot dz + \\ & \left( \rho \cdot w - \left( \rho \cdot w + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \cdot dz \right) \right) \cdot dx \cdot dy. \end{aligned} \quad (3.3)$$

$v$  ist die Geschwindigkeit in  $y$ -Richtung und  $w$  die Geschwindigkeit in  $z$ -Richtung. Durch Vereinfachen ergibt sich schließlich die allgemeine Kontinuitätsgleichung für den dreidimensionalen Fall und kartesische Koordinaten [57].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} = 0. \quad (3.4)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass die Herleitung dieser Gleichung und auch der folgenden Grundgleichungen in anderen Systemen wie beispielsweise Zylinderkoordinaten oder Kugelkoordinaten erfolgen kann.

## 3.2 Impulserhaltung

Wie bei der Herleitung der Kontinuitätsgleichung (Abschnitt 3.1) werden die Impuls- oder auch Kräftebilanzen am Modell des infinitesimalen Würfels hergeleitet. Für eine kompakte Darstellung der Physik, sind in Abbildungen 3.3 die physikalischen Größen nur an den beiden gegenüberliegenden Flächen  $dy \cdot dz$  dargestellt. Für die Flächen  $dx \cdot dz$  und  $dx \cdot dy$  gilt der Ansatz analog. Der obere Bilanzwürfel A zeigt die spezifischen Impulsströme die über die Seitenflächen ein- und ausströmen. Hierbei ist zu beachten, dass auch senkrecht zur Seitenfläche stehende Impulse an dieser Fläche wirken. In Bilanzwürfel B sind die Scher- und Normalspannungen angetragen, welche an der Fläche  $dy \cdot dz$  wirken. Die senkrechte Komponente  $\tau_{xx}$  ist die Normalspannung.  $\tau_{xy}$  und  $\tau_{xz}$  sind Scherspannungen. Der erste Indize  $i$  der Spannungsnotation  $\tau_{i,j}$  steht für die Fläche an welcher die Spannung angreift. Der Indize  $j$  gibt die Wirkrichtung der Spannung an.

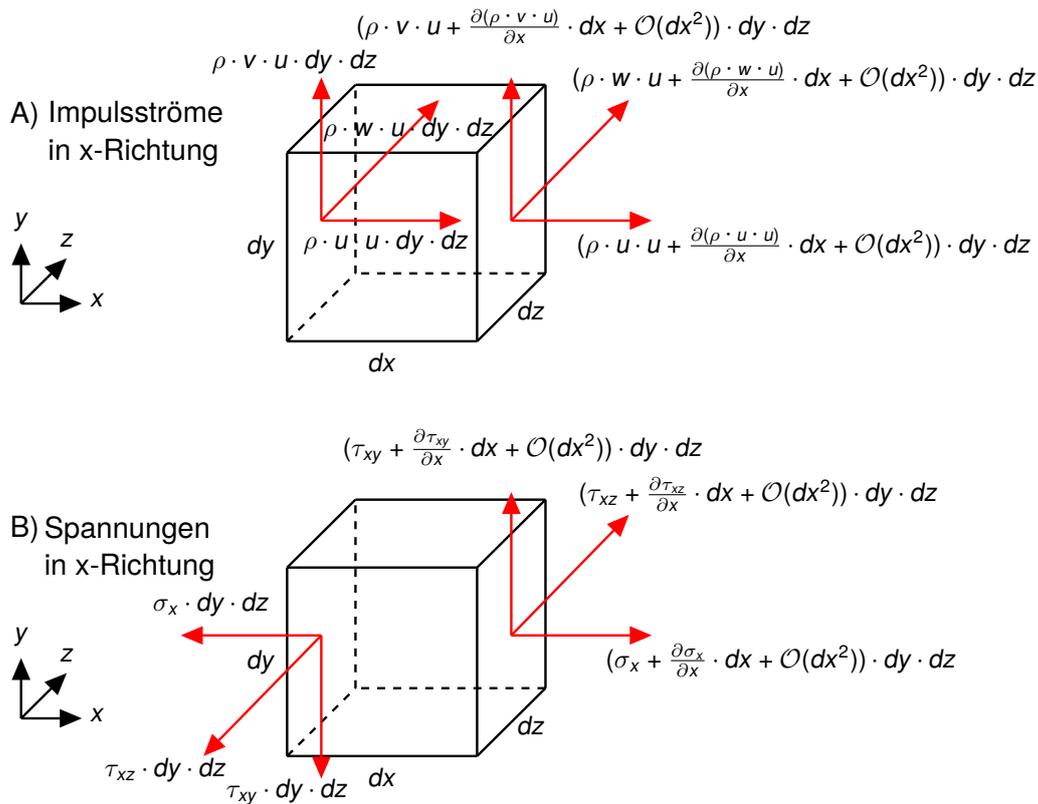


Bild 3.3: Impulsbilanz am Bilanzwürfel nach Oertel [57], Schlichting [63]

Auch hier gilt analog zur Kontinuitätsgleichung, dass Terme größer Ordnung 1 vernachlässigt werden dürfen, da die Kantenlängen  $dx$ ,  $dy$  und  $dz$  des Würfels unendlich klein sind. Alle Kräfte aufsummiert ergibt die zeitliche Änderung des Impulses im Bilanzraum (hier nur für die  $x$ -Richtung geschrieben):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = & \left( \rho \cdot u \cdot u - \left( \rho \cdot u \cdot u + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot u)}{\partial x} \cdot dx \right) \right) \cdot dy \cdot dz + \\
 & \left( \rho \cdot u \cdot v - \left( \rho \cdot u \cdot v + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} \cdot dy \right) \right) \cdot dx \cdot dz + \\
 & \left( \rho \cdot u \cdot w - \left( \rho \cdot u \cdot w + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} \cdot dz \right) \right) \cdot dx \cdot dy + \\
 & \left( -\sigma_x + \left( \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \cdot dx \right) \right) \cdot dy \cdot dz + \\
 & \left( -\tau_{yx} + \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \cdot dy \right) \right) \cdot dx \cdot dz + \\
 & \left( -\tau_{zx} + \left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \cdot dz \right) \right) \cdot dx \cdot dy + \\
 & f_x \cdot dx \cdot dy \cdot dz.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Zeile 1 der Gleichung 3.5 enthält den in Abbildung 3.3 A senkrecht zur Fläche  $dy \cdot dz$  angetragene ein- und ausfließende Impulsstrom. In Zeile 2 und 3 sind die parallel

zu den Flächen  $dx \cdot dy$  und  $dx \cdot dz$  ein- und austretenden Impulströme zu finden, welche ebenfalls in  $x$ -Richtung wirken (in Abbildung 3.3 nicht eingezeichnet). In Zeile 4 bis 6 sind die Spannungen, welche in  $x$ -Richtung wirken, aufgeführt. Der erste der drei Terme ist in Abbildung 3.3 B zu finden und beschreibt die Wirkung der Normalspannung  $\tau_{xx}$ . Die beiden anderen Spannungsterme beschreiben die in  $x$ -Richtung wirkenden Scherkräfte  $\tau_{yx}$  und  $\tau_{zx}$  der Strömung an den Flächen  $dx \cdot dy$  und  $dx \cdot dz$  und sind analog zu den Spannungen in Abbildung 3.3 anzusetzen. Der letzte Term aus Gleichung 3.5  $f_x \cdot dx \cdot dy \cdot dz$  beschreibt von außen wirkende Kräfte  $f_x$ , wie beispielsweise die Schwerkraft. Wird diese Gleichung vereinfacht ergibt sich:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x. \quad (3.6)$$

Durch Ausdifferenzieren kann die linke Seite von Gleichung 3.6 wie folgt umgeformt werden:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} = \\ & \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \\ & u \cdot \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \rho \cdot v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + u \cdot \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} + \rho \cdot w \cdot \frac{\partial u}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Werden die Terme aus Gleichung 3.7 wie folgt zusammengefasst:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} = \\ & \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \\ & u \cdot \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (3.8)$$

lässt sich der letzte Term in der Klammer  $u \cdot (...)$  unter Anwendung der bereits in Abschnitt 3.1 hergeleiteten Kontinuitätsgleichung (Gleichung 3.4) zu Null setzen und es gilt für die linke Seite von Gleichung 3.6:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot w)}{\partial z} = \\ & \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Die Spannungsterme der rechten Seite von Gleichung 3.6 können durch empirische Ansätze und mathematische Beziehungen in Abhängigkeit von Geschwindigkeitsgradienten der Strömung und der Viskosität des betrachteten Fluids ausgedrückt werden. Die Herleitungen hierfür sind umfangreich und werden nicht im Detail aufgeführt.

Schlichting hat dieses Thema ausführlich bearbeitet und nachvollziehbar beschrieben [63]. Für das allgemeine Verständnis wird das Vorgehen kurz erläutert. Zuerst werden die Spannungsterme  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  und  $\sigma_z$ , welche normal zu den Würfeloberflächen wirken (in Abbildung 3.3 nur  $\sigma_x$  eingezeichnet), in den thermodynamischen Druck  $p$  und in Normalrichtung wirkende Reibungsspannungen  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yy}$  und  $\tau_{zz}$  aufgeteilt. Für die  $x$ -Richtung gilt:

$$\sigma_x = -p + \tau_{xx}. \quad (3.10)$$

Die Reibspannungen  $\tau_{ij}$  können durch die sogenannte Hypothese von Stokes in Abhängigkeit der Viskosität  $\mu$  und den Geschwindigkeitsgradienten der drei Raumrichtungen  $x$ ,  $y$  und  $z$  dargestellt werden. Wichtig ist nochmals zu erwähnen, dass der Ansatz zu dieser Beschreibung nach Stokes rein empirisch festgelegt wurde und keiner Herleitung im klassischen Sinne unterliegt. Die Hypothese liefert allerdings für die große Mehrzahl der strömungsmechanischen Problem sehr gute Ergebnisse und wird deshalb allgemein akzeptiert [63]. Die Spannungen nach Stokes sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot (\nabla \cdot \vec{V}) \\ \tau_{yy} &= 2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot (\nabla \cdot \vec{V}) \\ \tau_{zz} &= 2 \cdot \mu \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot (\nabla \cdot \vec{V}) \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \tau_{zx} = \tau_{xz} &= \mu \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (3.11)$$

wobei  $\vec{V}$  der Vektor ist, der sich aus allen drei Geschwindigkeitskomponenten in  $x$ ,  $y$  und  $z$ -Richtung zusammensetzt:

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Mit dieser Definition und unter Berücksichtigung von Gleichung 3.10 ergibt sich für die rechte Seite von Gleichung 3.6:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \\
\frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \cdot \left( 2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \right) \right) + \\
\frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \\
\frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right).
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Werden die gefundenen Zusammenhänge aus Gleichung 3.9 und Gleichung 3.13 in Gleichung 3.6 eingefügt, resultiert schließlich die Impulsbilanz in x-Richtung in ihrer endgültigen Form:

$$\begin{aligned}
\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) = f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \\
\frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \cdot \left( 2 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \right) \right) + \\
\frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \\
\frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right).
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Völlig analog können die Impulsbilanzen für die y- und z-Richtung hergeleitet werden. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned}
\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \right) = f_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \\
\frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \\
\frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \cdot \left( 2 \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \right) \right) + \\
\frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.15}$$

für die y-Richtung und

$$\begin{aligned}
\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right) = f_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \\
\frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) + \\
\frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) + \\
\frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \cdot \left( 2 \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.16}$$

für die z-Richtung.

Die Gleichungen 3.14, 3.15 und 3.16 werden Navier-Stokes-Gleichungen genannt und beschreiben die Kräftebilanzen in einem beliebigen Fluid vollständig. [57]

### 3.3 Energieerhaltung

Für die komplette Beschreibung von strömungsmechanischen Problemen muss neben der Massenerhaltung und den Navier-Stokes-Gleichungen die Energiebilanz berücksichtigt werden. Auch hier wird sich der Kontinuumsmechanik bedient und die Energieströme am Bilanzwürfel betrachtet. Dabei gilt, dass die zeitliche Änderung der Energie den Änderungen der ein- und austretenden Energie- und Wärmeströmen, so wie der Änderung der am Würfel angreifenden Arbeit entspricht. Die momentane Energie im Fluid setzt sich dabei aus der inneren Energie  $e_i$  und der kinetischen Energie  $e_k$  zusammen. Die potentielle Energie kann in einem zusätzlichen Kräfteterm berücksichtigt werden, der später zur Energiegleichung addiert wird. Die zeitliche Änderung der inneren Energie im Volumen wird unter dieser Annahme wie folgt geschrieben [57]:

$$\frac{\partial(\rho \cdot (e_i + e_k))}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \frac{\partial(\rho \cdot (e_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2))}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz. \quad (3.17)$$

Die möglichen energetischen Wechselwirkungen mit dem würfelförmigen kleinen Fluidteilchen sind in Abbildung 3.4 zu finden (nur für die  $x$  Richtung dargestellt). Der obere Würfel beschreibt die räumliche Änderung der kinetischen und inneren Energie (A). Darunter ist die Energieänderung durch Wärmeleitung zu erkennen (B). Der Faktor  $\lambda$  ist hierbei die Wärmeleitzahl des Fluids und  $T$  dessen Temperatur. Im letzten Teil der Abbildung ist die Energieänderung durch Kräfte dargestellt (C). Die angetragenen Kräfte entsprechen den Kräften aus der Impulsbilanz wie in Abbildung 3.3. Diese werden zusätzlich mit den entsprechenden Geschwindigkeiten multipliziert, so dass die verrichtete Arbeit erfasst wird. Werden alle Energieströme aufaddiert und gleich der zeitlichen Änderungen der Energie im Würfel gesetzt (Gleichung 3.17), folgt die Energiegleichung.

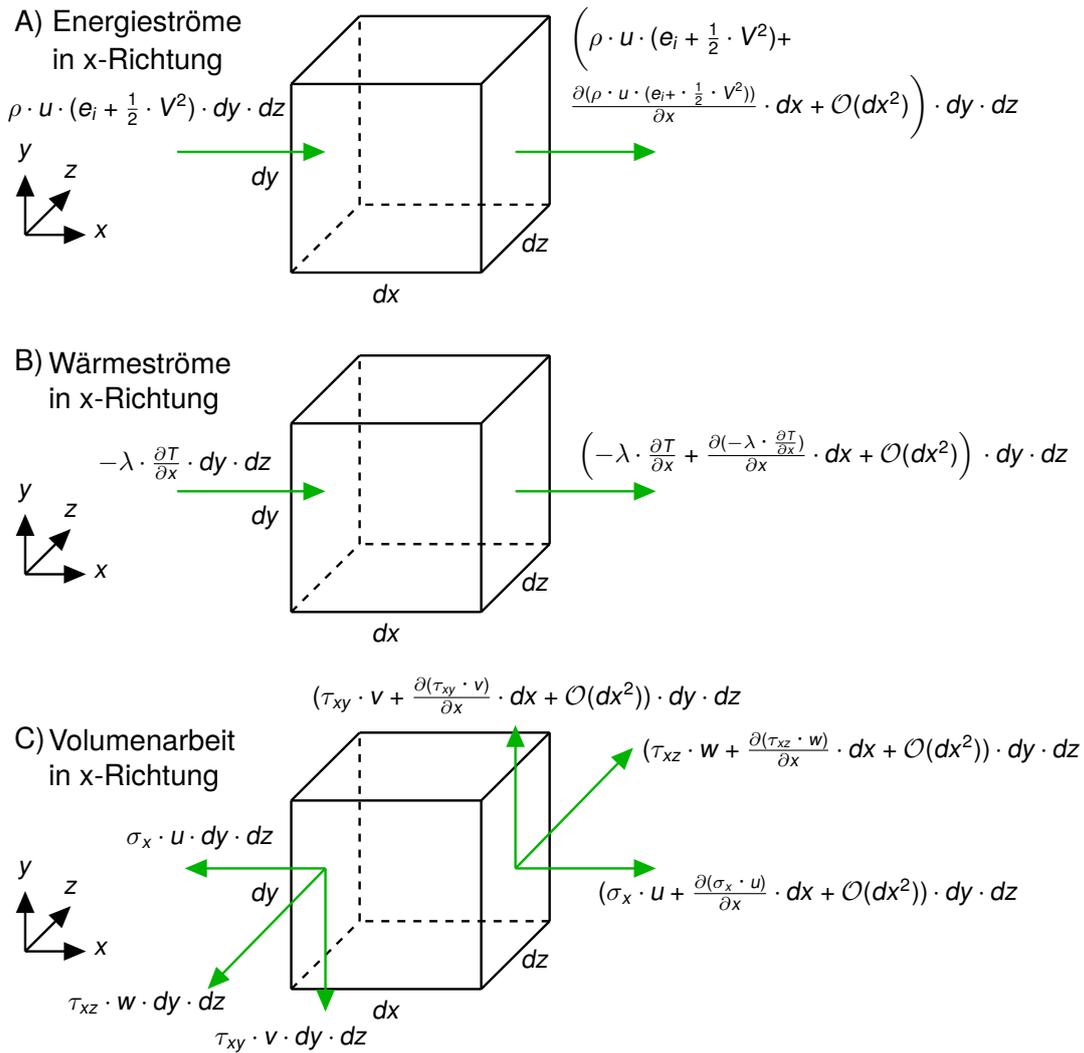


Bild 3.4: Energiebilanz am Bilanzwürfel in x-Richtung nach Oertel [57]

Wie bei der Herleitung der Massenbilanz und der Impulsbilanz (Kapitel 3.1 und 3.2) kürzen sich die absoluten Terme heraus. Die Energiegleichung lautet somit:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial(\rho \cdot (e_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2))}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \left( \right. \\
 & - \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot (e_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2))}{\partial x} + \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(\sigma_x \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xz} \cdot w)}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{xy} \cdot v)}{\partial x} + \\
 & - \frac{\partial(\rho \cdot v \cdot (e_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2))}{\partial y} + \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y})}{\partial y} + \frac{\partial(\sigma_y \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{yx} \cdot u)}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{yz} \cdot w)}{\partial y} + \\
 & - \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot (e_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2))}{\partial z} + \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z})}{\partial z} + \frac{\partial(\sigma_z \cdot w)}{\partial z} + \frac{\partial(\tau_{zx} \cdot u)}{\partial z} + \frac{\partial(\tau_{zy} \cdot v)}{\partial z} + \\
 & \left. \vec{V} \cdot \vec{f} + \rho \cdot \dot{q}_s \right) \cdot dx \cdot dy \cdot dz.
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Auf der linken Seite ist die zeitliche Änderung der Energie, wie in Gleichung 3.18 aufgestellt, zu sehen. Die erste Zeile der rechten Seite enthält die bereits diskutierten Terme der Energieänderung, wie sie in Abbildung 3.4 dargestellt sind. Dies sind nur die Änderungen in  $x$ -Richtung. Für die Differenziale in die beiden anderen Raumrichtungen müssen noch die Terme in der zweiten und dritten Zeile der rechten Seite addiert werden. Ihre Herleitung folgt analog zu den Impulsgleichungen. Die vierte Zeile enthält zwei bis jetzt nicht angesprochene Terme. Zum einen die Energie, welche durch das Wirken äußerer Kräfte  $\vec{f}$  in das System eingebracht wird und die Energie durch Wärmestrahlung, die hier stark vereinfacht als  $\dot{q}_s$  angesetzt wird und auf die nicht weiter eingegangen wird, da sie keinen nennenswerten Einfluss auf die pneumatische Messtechnik hat. Ähnlich wie bei den Navier-Stokes-Gleichungen wird die Energiegleichung in eine handliche Arbeitsform überführt. Die folgenden Umformungen bestehen aus reinen Rechenoperationen und beinhaltet keine neuen physikalischen Sachverhalte, werden aufgrund der Nachvollziehbarkeit aber trotzdem gezeigt. Zuerst werden alle Terme von Gleichung 3.18 mit Hilfe der Produktregel umgeformt. Zusätzlich werden die drei negativen Energieterme der rechten Seite auf die linke Seite geschrieben:

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2) \cdot \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \right) + \\
& \rho \left( \frac{\partial(\mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2)}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial(\mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2)}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial(\mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2)}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial(\mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \cdot \vec{V}^2)}{\partial z} \right) = \\
& \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y})}{\partial y} + \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z})}{\partial z} + \\
& u \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + v \left( \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + w \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \right) + \quad (3.19) \\
& \sigma_x \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{xz} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + \\
& \sigma_y \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{yx} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{yz} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + \\
& \sigma_z \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + \tau_{zy} \cdot \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{zx} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \\
& \vec{V} \cdot \vec{f} + \rho \cdot \dot{q}_s.
\end{aligned}$$

Diese Gleichung kann mit Hilfe der Erkenntnisse aus der Herleitung der Impulsbilanz (Kapitel 3.2) vereinfacht werden. Unter Anwendung von Gleichung 3.6, deren Modifizierung wie in 3.8 gezeigt und Multiplikation mit der Geschwindigkeit in  $x$ -Richtung  $u$ , ergibt sich im Prinzip ein Teil der Energiebilanz für die angreifenden Kräfte in  $x$ -Richtung. Wird dies ebenfalls für die beiden anderen Raumrichtungen  $y$  und  $z$  ausgeführt, indem die Gleichungen mit  $v$  und  $w$  multipliziert folgt:

$$\begin{aligned}
& u \cdot \rho \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
& v \cdot \rho \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\
& w \cdot \rho \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \\
& u \cdot \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x \right) + \\
& v \cdot \left( \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + f_y \right) + \\
& w \cdot \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + f_z \right).
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Die Terme der linken Seite von Gleichung 3.20 werden so kombiniert, dass sie wie folgt zusammengefasst werden können:

$$\begin{aligned}
\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial t} \right) &= \frac{\rho}{2} \cdot \left( \frac{\partial u^2}{\partial t} + \frac{\partial v^2}{\partial t} + \frac{\partial w^2}{\partial t} \right) = \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial \vec{V}^2}{\partial t}, \\
\rho \left( u \cdot u \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot u \frac{\partial v}{\partial x} + w \cdot u \frac{\partial w}{\partial x} \right) &= u \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left( \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial x} \right) = u \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial \vec{V}^2}{\partial x}, \\
\rho \left( u \cdot v \frac{\partial u}{\partial y} + v \cdot v \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot v \frac{\partial w}{\partial y} \right) &= v \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left( \frac{\partial u^2}{\partial y} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial w^2}{\partial y} \right) = v \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial \vec{V}^2}{\partial y}, \\
\rho \left( u \cdot w \frac{\partial u}{\partial z} + v \cdot w \frac{\partial v}{\partial z} + w \cdot w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left( \frac{\partial u^2}{\partial z} + \frac{\partial v^2}{\partial z} + \frac{\partial w^2}{\partial z} \right) = w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial \vec{V}^2}{\partial z}.
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Einsetzen dieser Umformungen in Gleichung 3.20 führt auf:

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial \vec{V}^2}{\partial t} + u \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial \vec{V}^2}{\partial x} + v \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial \vec{V}^2}{\partial y} + w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\partial \vec{V}^2}{\partial z} = \\
& u \cdot \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + f_x \right) + \\
& v \cdot \left( \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + f_y \right) + \\
& w \cdot \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + f_z \right).
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Durch Subtraktion der so gewonnenen Gleichung 3.22 von der Energiebilanz 3.19 und unter Berücksichtigung, dass die erste Zeile der Gleichung 3.19 aufgrund der Kontinuitätsgleichung 3.4 gleich Null ist, ergibt sich für Gleichung 3.19:

$$\begin{aligned}
\rho \left( \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial z} \right) = & \\
\frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y})}{\partial y} + \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z})}{\partial z} + & \\
\sigma_x \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{xz} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + & \quad (3.23) \\
\sigma_y \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{yx} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{yz} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + & \\
\sigma_z \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + \tau_{zy} \cdot \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{zx} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + & \\
\rho \cdot \dot{q}_s. &
\end{aligned}$$

Werden die Spannungsterme  $\sigma_i$  durch die Druckdefinition aus Gleichung 3.10 ersetzt und der Satz von Stokes (Gleichungen 3.11) auf die verbleibenden Spannungsterme  $\tau_{ij}$  angewendet, resultiert die Energiegleichung in ihrer entgültigen Form:

$$\begin{aligned}
\rho \left( \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial z} \right) = & \\
\frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y})}{\partial y} + \frac{\partial(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z})}{\partial z} + & \\
\mu \cdot \left[ 2 \cdot \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + & \quad (3.24) \\
\mu \cdot \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] + \rho \cdot \dot{q}_s & \\
- p \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - p \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - p \cdot \frac{\partial w}{\partial z}. &
\end{aligned}$$

Die linke Seite von Gleichung 3.24 enthält die zeitliche und örtliche Änderung der inneren Energie. Auf der rechten Seite befinden sich in der ersten Zeile die Wärmeleitungsterme mit dem Wärmeleitkoeffizienten  $\lambda$ . In den beiden eckigen Klammern stehen die reibungsbehafteten Terme, die nur von den Geschwindigkeitsgradienten und der Viskosität  $\mu$  abhängen. Durch die Quadrate über diesen Termen wird die Irreversibilität der Reibung zum Ausdruck gebracht. Die Strahlungswärme ist im vorletzten Term  $\rho \cdot \dot{q}_s$  enthalten. Wegen der Definition aus Gleichung 3.10 kommen in der letzten Zeile noch die Druckterme hinzu.

Mit den hier gezeigten Herleitungen können alle technischen Strömungen beschrieben werden. Für viele Anwendungen können unter Umständen einige Terme der Gleichungen vernachlässigt werden, bei Berechnungen von Wasserströmung kann zum Beispiel die Dichte als konstant angenommen werden. Die pneumatische Abstandsmessung kann durch gasdynamische Prozesse beschrieben werden. Auch hier

können Vereinfachungen getroffen werden, welche im nächsten Abschnitt erläutert werden. [57] [63]

### 3.4 Gasdynamik

Auf Basis der hergeleiteten Grundgleichung erfolgt die Ableitung gasdynamischer Zusammenhänge (Abbildung 3.5). Die Gasdynamik beschreibt alle kompressiblen Strömungen, so auch Luftströmungen, die bei pneumatischen Messsystemen vorherrschen. Ausführliche Herleitungen zu verschiedensten Phänomenen dieses Bereiches sind beispielsweise von Ganzer beschrieben [30].

Die wichtigsten Annahmen und Vereinfachungen zur Gasdynamik werden in diesem Abschnitt kurz dargestellt. Alle Prozesse werden als stationär und isentrop betrachtet. Zusätzlich werden Änderungen und Bewegungen nur in eine Raumrichtung  $x$  angenommen und äußere Kräfte vernachlässigt. Wärmetransportprozesse aller Art werden ebenfalls nicht beachtet.

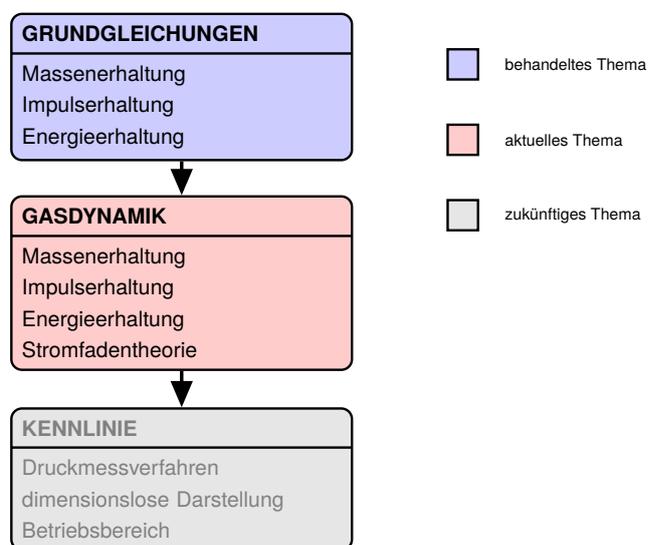


Bild 3.5: Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 2

Das verwendete Arbeitsgas wird als kalorisch perfekt angesehen, so dass die Wärmekapazitäten  $c_p$  und  $c_v$  als konstant aufgefasst werden können. Es gilt das ideale Gasgesetz mit der Gaskonstante  $R$  als charakteristische Kenngröße. In Tabelle 3.1 sind die Vereinfachungen und die Konsequenzen für die Grundgleichungen zusammengefasst. Für die explizite Begründung dieser Vereinfachungen sei auf entsprechende Literatur verwiesen. [30] [67]. Die Definitionen des perfekten und idealen Gases sowie die Erklärung isentroper Zustandsänderung sind von Lucas detailreich

beschrieben [50]. Im Folgenden werden diese Annahmen auf die zuvor hergeleiteten Erhaltungsgleichungen angewendet.

Tabelle 3.1: Vereinfachungen in der Gasdynamik

Phänomen	physikalische Größe	Konsequenz
stationär	Zeit	$\frac{\partial}{\partial t} = 0$
Reibung	Viskosität	$\mu = 0$
3-Dimensional	2 Raumrichtungen $y$ und $z$	$\frac{\partial}{\partial y} = 0, \frac{\partial}{\partial z} = 0, v = 0$ und $w = 0$
äußere Kräfte	Gravitation, Kolbenkräfte, etc.	$\vec{f} = 0$
Wärmeleitung	Wärmeleitfähigkeit	$\lambda = 0$
Wärmestrahlung	Emissionsgrad $\epsilon$	$\dot{q} = 0$
perfektes Gas	Wärmekapazität	$c_p = \text{konst.}$ und $c_v = \text{konst.}$
ideales Gas	Zustandsgrößen	$p = \rho \cdot R \cdot T$
isentrop	Entropie	$S = 0$

### 3.4.1 Massenerhaltung

Mit den in Tabelle 3.1 gezeigten Vereinfachungen ergibt sich für die in Gleichung 3.4 aufgeführte Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} = 0. \quad (3.25)$$

Diese Gleichung kann über das Volumen integriert werden. Wie in Tabelle 3.1 beschrieben, sind die Änderungen aller Strömungsgrößen in  $y$ - und  $z$ -Richtung identisch Null, so dass nur Änderungen in  $x$ -Richtungen eine Rolle spielen. Die Koordinaten werden so gewählt, dass sich die  $x$ -Koordinate in alle Richtungen eines kartesischen Koordinatensystems ausbreiten kann. die Bedingung an die  $y$ - und  $z$ -Koordinaten ist lediglich, dass sie an jedem Punkt senkrecht zur  $x$ -Koordinate stehen. Dieses Koordinatensystem wird in der Strömungsmechanik zur Beschreibung der Stromfaden Theorie angewendet. Abbildung 3.6 zeigt die Wahl dieses Koordinatensystems anschaulich.

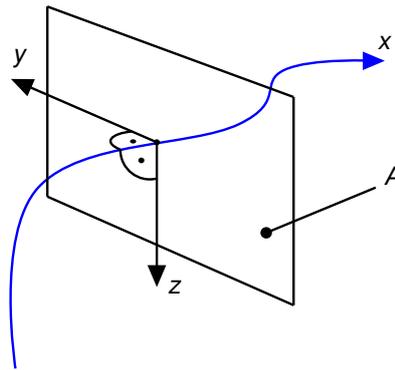


Bild 3.6: Koordinatensystem der Stromfadentheorie

Die Koordinaten  $y$  und  $z$  spannen die Fläche  $A$  senkrecht zur  $x$ -Richtung auf. Damit können trotz starker Vereinfachungen auch umgelenkte Strömungen eindimensional beschrieben werden. Die Integration der Massenbilanz über das Volumen  $V$  (Gleichung 3.25) liefert:

$$\int_V \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} dV = \int_A \int_x \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} dx \cdot dA = \rho(x) \cdot u(x) \cdot A(x) = \text{konst.}, \quad (3.26)$$

mit  $A$  als senkrecht zur  $x$ -Richtung stehenden Fläche. Damit ist die Kontinuitätsgleichung für die Gasdynamik gefunden. [67]

### 3.4.2 Impulserhaltung

Für die Impulsbilanzen (Gleichung 3.14, 3.15 und 3.16) ergibt sich unter Beachtung der Einschränkungen aus Tabelle 3.1 die folgende Gleichung:

$$\rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x}. \quad (3.27)$$

Die Gleichungen für die  $y$ - und  $z$ -Richtung entfallen nach Kürzen ersatzlos. Dieses Ergebnis wird später für die Herleitung der gasdynamischen Arbeitsgleichung genutzt. Vorerst wird jedoch die Vereinfachung der Energiegleichung benötigt.

### 3.4.3 Energieerhaltung

Wie bei den anderen beiden Erhaltungssätzen kann mit Hilfe der Annahmen für die Gasdynamik die Energiegleichung ähnlich vereinfacht werden. Für Gleichung 3.24 gilt:

$$\rho \cdot u \cdot \frac{\partial e_i}{\partial x} = -\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (3.28)$$

Es folgen einige rechnerische Umformungen und Definitionen der Thermodynamik um die Energiegleichung über das Volumen entlang eines Stromfadens integrieren zu können. Zuerst wird auf der linken Seite der Gleichung 3.28 der Term  $e_i \cdot \frac{\partial \rho \cdot u}{\partial x}$  addiert. Nach der vereinfachten Form der Kontinuitätsgleichung 3.25 ist dieser Term identisch Null und verändert die Gleichung somit nicht. Die Terme der linken Seite können dann aufgrund der Produktregel wie folgt zusammengefasst werden:

$$\rho \cdot u \cdot \frac{\partial e_i}{\partial x} + e_i \cdot \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} = \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot e_i)}{\partial x} = -\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (3.29)$$

die rechte Seite bleibt zunächst unverändert. Mit der Enthalpiedefinition [67]

$$h = c_p \cdot T = e_i + \frac{p}{\rho} \quad (3.30)$$

in Gleichung 3.29 eingesetzt folgt:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u \cdot h)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot \frac{p}{\rho})}{\partial x} = -\rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (3.31)$$

$h$  ist die spezifische Enthalpie einer Strömung,  $c_p$  ist die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck und  $T$  die thermodynamische Temperatur des Fluids. Die Dichte im zweiten Term der linken Seite wird gekürzt. Dann kann der Term mit Hilfe der Produktregel ausdifferenziert werden. Die rechte Seite wird mit dem entsprechenden Ausdruck der linken Seite gekürzt. Es gilt:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u \cdot h)}{\partial x} - u \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0. \quad (3.32)$$

Die Impulsgleichung (Gleichung 3.27) in Gleichung 3.32 eingesetzt ergibt:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u \cdot h)}{\partial x} + \rho \cdot u \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (3.33)$$

Durch Umformen wird der zweite Term wie folgt zusammengefasst:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u \cdot h)}{\partial x} + \rho \cdot u \cdot \frac{\partial(\frac{1}{2} \cdot u^2)}{\partial x} = 0. \quad (3.34)$$

Durch Addition des Ausdrucks  $\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \cdot u^2$  auf der linken Seite der nach der Kontinuitätsgleichung 3.25 identisch Null ist ergibt sich für Gleichung 3.34:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u \cdot h)}{\partial x} + \rho \cdot u \cdot \frac{\partial(\frac{1}{2} \cdot u^2)}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot u^2 \cdot \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} = 0 \quad (3.35)$$

und zusammengefasst:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u \cdot h)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot \frac{1}{2} \cdot u^2)}{\partial x} = 0. \quad (3.36)$$

Mit der Definition der Ruheenthalpie [67]

$$H = h + \frac{1}{2} \cdot u^2 = c_p \cdot T + \frac{1}{2} \cdot u^2 \quad (3.37)$$

in den rechten Term von Gleichung 3.36 eingesetzt folgt:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u \cdot h)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot (H - h))}{\partial x} = 0 \quad (3.38)$$

und somit:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u \cdot H)}{\partial x} = 0. \quad (3.39)$$

Diese Gleichung kann über das Volumen integriert werden. Genau wie bei der Kontinuitätsgleichung wird hier über das Koordinatensystem des Stromfadens integriert:

$$\int_V \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot H)}{\partial x} \cdot dV = \int_A \int_x \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot H)}{\partial x} \cdot dx \cdot dA = \rho(x) \cdot u(x) \cdot H(x) \cdot A(x) = konst. \quad (3.40)$$

Nochmals die Kontinuitätsgleichung in der Form von Gleichung 3.26 ausgenutzt führt auf das fundamentale Ergebnis der konstanten Ruheenthalpie:

$$H(x) = c_p \cdot T + \frac{1}{2} \cdot u(x)^2 = konst. \quad (3.41)$$

#### 3.4.4 Arbeitsgleichung

Mit den drei vereinfachten Erhaltungsgleichungen wird im Folgenden eine Arbeitsgleichung hergeleitet, mit der in technischen Anwendungen gearbeitet werden kann. Die Erhaltungssätze werden so formuliert, dass in ihnen messbare und technisch relevante Größen vorkommen. Zuerst wird Gleichung 3.41 für zwei konkrete Zustände einer Strömung aufgestellt (Zustand 0 und Zustand  $x$ ):

$$c_p \cdot T_0 + \frac{1}{2} \cdot u_0^2 = c_p \cdot T(x) + \frac{1}{2} \cdot u(x)^2. \quad (3.42)$$

Es gilt, dass der senkrecht zur Strömung stehende Querschnitt im Zustand 0 sehr viel größer ist, als im Zustandspunkt  $x$ . Mit der Kontinuitätsgleichung 3.26 folgt, dass die Strömungsgeschwindigkeit in Punkt 0 gleich Null sein muss, da die Dichte in keinem Punkt der Strömung Null sein kann. Es ist:

$$A_0 \gg A(x) \rightarrow u_0 \approx 0. \quad (3.43)$$

Für die Geschwindigkeit  $u(x)$  gilt:

$$u(x) = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_0 - T(x))}. \quad (3.44)$$

Interessant ist, dass die Strömungsgeschwindigkeit nicht ins unendliche gesteigert werden kann, da die Temperatur  $T(x)$  nicht beliebig sinken kann. Für weitere Umformungen sind einige Definitionen aus der Thermodynamik nötig, die nicht explizit hergeleitet werden sollen. Detaillierte Ausführungen sind beispielsweise von Ganzer beschrieben [30]. Für ein perfektes Gas gilt neben den Annahmen aus Tabelle 3.1 für zwei Zustände  $A$  und  $B$  in einer Strömung:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}, \quad \frac{p_A}{p_B} = \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}, \quad \frac{p_A}{p_B} = \left(\frac{\rho_A}{\rho_B}\right)^\kappa \quad (3.45)$$

mit  $\kappa$  als Isentropenexponent. Es gilt weiter:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}, \quad R = c_p - c_v. \quad (3.46)$$

$R$  ist die spezifische Gaskonstante des verwendenden Mediums. Gleichung 3.44 kann mit diesen Definitionen auf die Form

$$u(x) = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_0 \cdot \left(1 - \left(\frac{p(x)}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)} \quad (3.47)$$

gebracht werden. Erneut die Kontinuitätsgleichung 3.26 bemüht, und die darin erhaltene Dichte mit Hilfe der Definitionen aus Gleichung 3.45 durch den Druck ausgedrückt ergibt:

$$\dot{m} = \rho_0 \cdot A(x) \cdot \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_0 \cdot \left(\left(\frac{p(x)}{p_0}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p(x)}{p_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}\right)}. \quad (3.48)$$

Mit dieser Gleichung kann der Massenfluss  $\dot{m}$  durch ein gegebenes Querschnittprofil  $A(x)$  bei bekannten Ruhegrößen  $p_0$ ,  $\rho_0$  und  $T_0$  und bei bekanntem Gegendruck am Austritt dieses Profils  $p_G$  berechnet werden. Bei genauerer Diskussion stellt sich heraus, dass die Gleichung nur einen eingeschränkten Gültigkeitsbereich hat und modifiziert werden muss. Für einen konstanten Querschnittverlauf  $A(x)$  ergibt sich aus der hergeleiteten Gleichung 3.48 für einen konstanten Ruhedruck  $p_0$  und variablen Gegendruck  $p_G$  eine Funktion wie in Abbildung 3.7 dargestellt. Wird die Gleichung im gesamten Druckbereich von  $0 \leq \frac{p_G}{p_0} \leq 1$  ausgewertet resultiert der schwarze und schwarz gestrichelte Kurvenverlauf. Die Diskussion dieses Kurvenverlaufs vom Druckverhältnis  $\frac{p_G}{p_0} = 1$  an zu abnehmenden Gegendruck zeigt einen physikalisch sinnvoller Kurvenverlauf; der Massenfluss nimmt mit steigendem Druckgefälle zu. An einer bestimmten Stelle erreicht er ein Maximum.

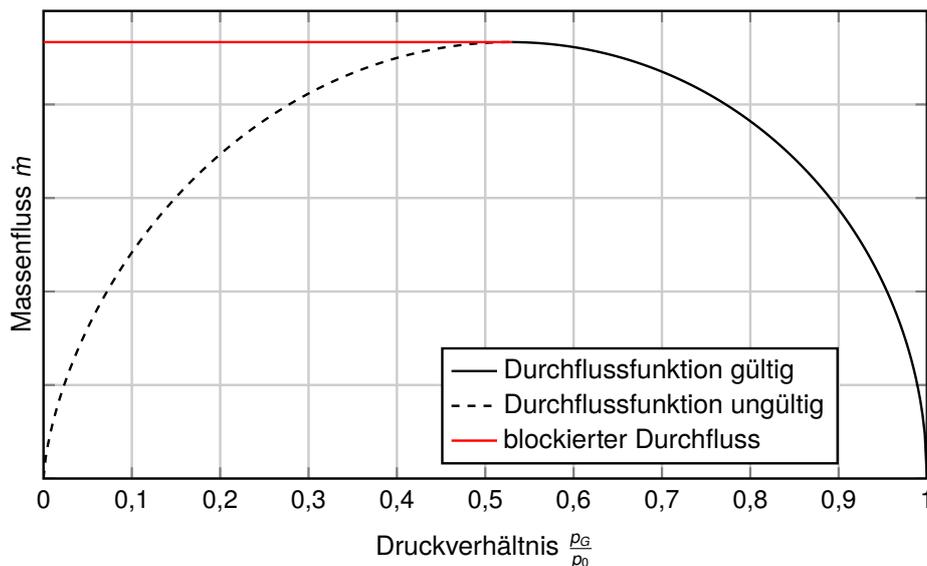


Bild 3.7: Massenfluss in Abhängigkeit des Druckquotienten nach Sigloch [67]

Völlig unplausibel ist der gestrichelte Verlauf der Kurve im Bereich niedriger Druckquotienten. Angeblich nimmt der Massenstrom wieder ab, was physikalisch nicht sinnvoll ist und in der Realität auch nicht passiert. In Wirklichkeit ist der Massenfluss bei niedrigen Druckquotienten auf einem konstanten Maximalwert (rote Kurve) beschränkt der nur noch von den Ruhegrößen abhängt. Die Düse blockiert und der Massenfluss  $\dot{m}$  kann durch eine Verringerung des Gegendrucks nicht erhöht werden. [67], [44]

Das Maximum der Durchflussfunktion liegt bei:

$$\omega_{krit} = \frac{p_G}{p_0} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (3.49)$$

und wird kritisches Druckverhältnis genannt. Somit ergibt sich mit den Isentropenbeziehungen (Gleichung 3.45) für das kritische Temperaturverhältnis:

$$\frac{T_G}{T_0} = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right), \quad T_G = T_{krit}. \quad (3.50)$$

Wird das kritische Druckverhältnis in Gleichung 3.47 eingesetzt und die Ruhetemperatur durch das kritische Temperaturverhältnis ersetzt, resultiert die Strömungsgeschwindigkeit im kritischen Zustand:

$$u(x) = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_{krit} \cdot \frac{\kappa + 1}{2} \cdot \left( 1 - \left( \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right)}. \quad (3.51)$$

Mit der Definition des Isentropenexponenten 3.46 und nach Kürzen ergibt sich für Gleichung 3.51:

$$u(x) = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_{krit}}, \quad (3.52)$$

was genau der Definition der Schallgeschwindigkeit entspricht [30]. Im kritischen Zustand herrscht also Schallgeschwindigkeit. Es gilt aber noch eine weitere Besonderheit im kritischen Zustand. Durch Abstraktion von Gleichung 3.48 und Zusammenfassung aller Ruhegrößen und festen Werten zu einer Konstanten  $C$  und Gleichsetzung mit der allgemeinen Kontinuitätsgleichung 3.26 folgt:

$$\dot{m} = A(x) \cdot C \cdot \sqrt{\left( \left( \frac{\rho(x)}{\rho_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \frac{\rho(x)}{\rho_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)} = A(x) \cdot \rho(x) \cdot c(x). \quad (3.53)$$

Durch Division mit  $A(x)$  resultiert die Definition der Massenflussdichte  $\frac{\dot{m}}{A(x)} = \rho(x) \cdot c(x)$ , welche wegen der abstrahierten Betrachtung proportional zur Massenflussfunktion sein muss (vgl. Gleichung 3.48). Auch die Massenflussdichte hat ihr Maximum im kritischen Zustand, genau wie der Massenfluss. Aufgrund der Massenflusskonstanz muss dem entsprechend die Querschnittsfläche  $A(x)$  an dieser Stelle minimal sein [44].

$$\left. \frac{\dot{m}}{A(x)} \right|_{Max} = \rho(x) \cdot u(x)|_{Max} \rightarrow A(x)|_{Min}. \quad (3.54)$$

Wenn Schallgeschwindigkeit in einem gegebenen Querschnittsprofil vorherrscht, kann dies nur im engsten Querschnitt entlang des betrachteten Stromfadens sein. Detailliertere Betrachtungen dieser Phänomene sind in den bereits zitierten Quellen zu finden. Mit den gemachten Annahmen ist es sinnvoll, die Massenflussgleichung 3.48 für den engsten Querschnitt  $A(x) = A_e$  zu formulieren:

$$\dot{m} = \rho_0 \cdot A_e \cdot \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_0 \cdot \left( \left( \max \left( \frac{p_e}{\rho_0}, \frac{p_{krit}}{\rho_0} \right) \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \max \left( \frac{p_e}{\rho_0}, \frac{p_{krit}}{\rho_0} \right) \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}. \quad (3.55)$$

Dies ist die Arbeitsgleichung, welche für die pneumatische Messtechnik benötigt wird. Der Index  $e$  signalisiert den engsten Querschnitt. Das Druckverhältnis  $\frac{p_e}{\rho_0}$  wird durch eine Fallunterscheidung eingesetzt. So lange das Druckverhältnis zwischen Ruhedruck und Druck im engsten Querschnitt unterkritisch ist, gilt dieses Verhältnis. Für überkritische Druckverhältnisse gilt nur das kritische Druckverhältnis im engsten Querschnitt, egal wie niedrig das Druckverhältnis zwischen Ruhedruck und Ausgangsdruck ist. Bei überkritischen Druckverhältnissen können unter Umständen auch Verdichtungsstöße entstehen, welche nicht isentrop ablaufen. Die Theorie muss dann

---

entsprechend angepasst werden. Auch hierzu finden sich viele Erklärungen in den genannten Quellen. Wichtig für die pneumatische Messtechnik ist aber nur, dass dieses Phänomen bei überkritischen Druckverhältnissen auftreten kann. Basierend auf diesen Ableitungen ist die pneumatische Kennlinie im nächsten Kapitel hergeleitet.



## 4 Pneumatische Kennlinie

In Abschnitt 3 sind die strömungsmechanischen Grundgleichungen und daraus der spezielle Fall der Gasdynamik hergeleitet. Aus diesen Grundlagen wird in diesem Kapitel die pneumatische Kennlinie abgeleitet (Abbildung 4.1), welche die Basis für die Untersuchungen dieser Arbeit ist. Zuerst wird ein kurzer Überblick über die vorhandenen pneumatischen Messverfahren gegeben. Danach folgt die Herleitung der pneumatischen Kennlinie für das Druckmessverfahren, welches das am häufigsten eingesetzte Messprinzip ist und im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurde. Mit einigen gemessenen Beispielkennlinien werden abschließend die Haupteigenschaften, physikalischen Größenordnungen charakteristischer Variablen und aktuellen Problemstellungen der pneumatischen Abstandsmessung vorgestellt.

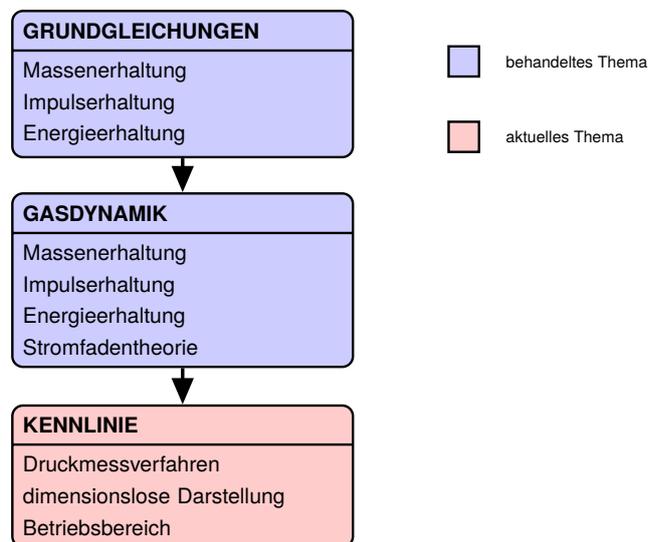


Bild 4.1: Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 3

### 4.1 Messprinzipien

Pneumatische Sensoren können in vielen Varianten umgesetzt werden. Sowohl Verschaltungen zwischen mehreren Düsen, wie in Abbildung 2.5 aus Kapitel 2 werden für verschiedene Anwendungen eingesetzt, als auch die Umsetzung verschiedener Verfahren sind möglich. Wiemer klassifiziert die pneumatischen Messprinzipien in fünf Typen, wie in Abbildung 4.2 zu sehen ist [73]. Das erste genannte Verfahren, das Volumenmessverfahren (A), basiert auf dem Prinzip der Durchflussmessung. Durch die Abstandsänderung zwischen Messdüse und Werkstück  $s$  ändert sich der

Volumenfluss durch den Sensor. Dies kann durch einen Schwebekörper in einem konischen Strömungskanal sichtbar gemacht werden. Schwebt der Körper weiter oben in diesem Kanal, bedeutet dies einen größeren Durchfluss und somit auch einen größeren Werkstückabstand. Beim Druckmessverfahren (B) werden zwei Düsen eingesetzt, die Messdüse die mit dem Werkstück in Wechselwirkung steht und die Vordüse zwischen Druckversorgung und Messdüse im Strömungskanal. Es wird sowohl der Versorgungsdruck, als auch der Druck hinter der Vordüse (Messdruck) aufgenommen. Vergrößert sich der Werkstückabstand  $s$ , folgt eine Verringerung des Messdrucks aufgrund der Drosselwirkung der Vordüse.

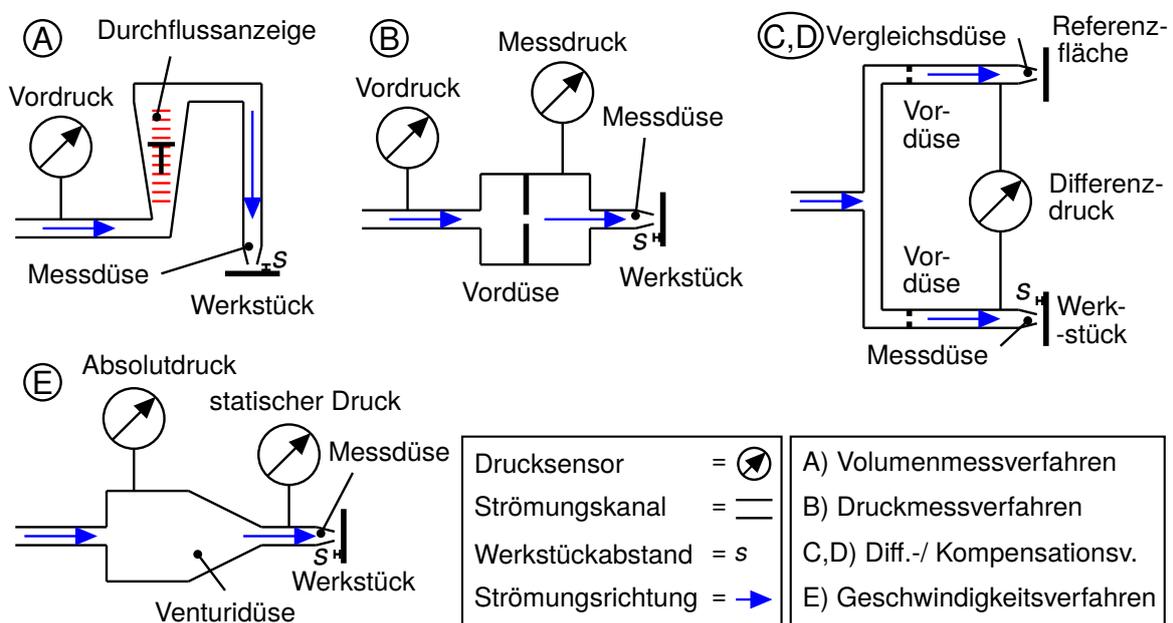


Bild 4.2: Pneumatische Messverfahren nach Wiemer [73]

Das Differenz- und Kompensationsverfahren (C und D) kann mit einem ähnlichen Aufbau realisiert werden. Nach einem Versorgungskanal wird die Strömungen aufgeteilt und durch zwei identische Vordüsen geleitet. Im ersten Kanal wird die Luft durch eine Messdüse auf das Werkstück geleitet. Der andere Luftstrahl führt durch eine Vergleichsdüse auf eine Prallplatte mit bekanntem Abstand. Ändert sich der Werkstückabstand  $s$  kann dies als Druckdifferenz zwischen den beiden Kanälen messbar gemacht werden. Wird im gleichen Aufbau durch bewegen der Referenzfläche der Differenzdruck auf Null geregelt, wird vom Kompensationsverfahren gesprochen. Statt einer Referenzfläche kann auch ein kegelförmiges Ventil in den Referenzkanal eingebracht werden. Durch Vor- und Zurückschieben des Kegels kann der Differenzdruck abgeglichen werden. Die Auslenkung des Ventils ist ein Maß für den Abstand. Beim Geschwindigkeitsmessverfahren (E) wird eine Venturidüse eingesetzt. Durch

Änderung des Werkstückabstandes  $s$  ändert sich die Strömungsgeschwindigkeit, was zu einem statischen Druckabfall im engen Bereich des Venturirohrs führt. Die Differenz zwischen statischen Druck und Absolutdruck des quasi ruhenden Mediums im großen Querschnitt lässt auf die Strömungsgeschwindigkeit und damit auf den Abstand schließen. Schulz teilt die Verfahren ähnlich ein und nennt lediglich das Kompensationsverfahren nicht explizit [64].

Das Druckmessverfahren erscheint die beste Umsetzung der Technologie für die FMT. Im Gegensatz zum Differenz- und Kompensationsverfahren werden deutlich weniger Komponenten benötigt, um eine technische Umsetzung zu realisieren. Zusätzlich ist bei gleichem Messbereich der Luftverbrauch nur halb so hoch. Weiterhin kann der Messbereich und die Auflösung im Unterschied zum Volumen- und Geschwindigkeitsmessverfahren sehr variabel über unterschiedliche Vordüsen eingestellt werden. Die Umsetzung von Sensoren nach dem Druckmessprinzip werden von vielen Messtechnikfirmen angeboten (z.B. der Wandler TPE 200 von Jenoptik GmbH [38] oder die DRPT Serie von der Stotz GmbH [70]). Die Arbeit beschränkt sich aus den genannten Gründen auf das Druckmessverfahren. Die Normung aller pneumatischer Sensortypen ist in DIN 2271 geregelt [14].

## 4.2 Druckmessverfahren

Das Prinzip des Druckmessverfahrens ist in Abbildung 4.3 detailliert dargestellt. Luft strömt von einer konstanten Druckversorgung durch einem Luftfilter und wird durch einen Druckminderer auf den gewünschten Vordruck geregelt (ca. 3-5 bar absolut). Die gereinigte Luft mit konstantem Druck wird anschließend durch einen Luftkanal in die Vorkammer geleitet. Der Querschnitt der Kammer muss dabei so groß gewählt werden, dass die Strömungsgeschwindigkeit annähernd auf Null sinkt. Ein Drucksensor erfasst den absoluten Druck  $p_V$  in der Vorkammer. Durch die sogenannte Vordüse mit dem engsten Querschnitt  $A_V$  gelangt die Luft in die Messkammer. Je nach Durchmesser der Vordüse  $D_V$  wird der Druck dabei mehr oder weniger stark abgesenkt. In der Messkammer erfolgt erneut eine Querschnittserweiterung mit anschließender Druckmessung. Der dort erfasste Messdruck  $p_M$  ist niedriger als der Druck in der Vorkammer. Über einen weiteren Strömungskanal strömt die Luft zur Messdüse, wo sie durch den Ringspalt  $A_M$  zwischen Messdüsenaustritt mit dem Durchmesser  $D_M$  und Werkstück, welches im Abstand  $s$  zur Messdüse positioniert ist, ausströmt.

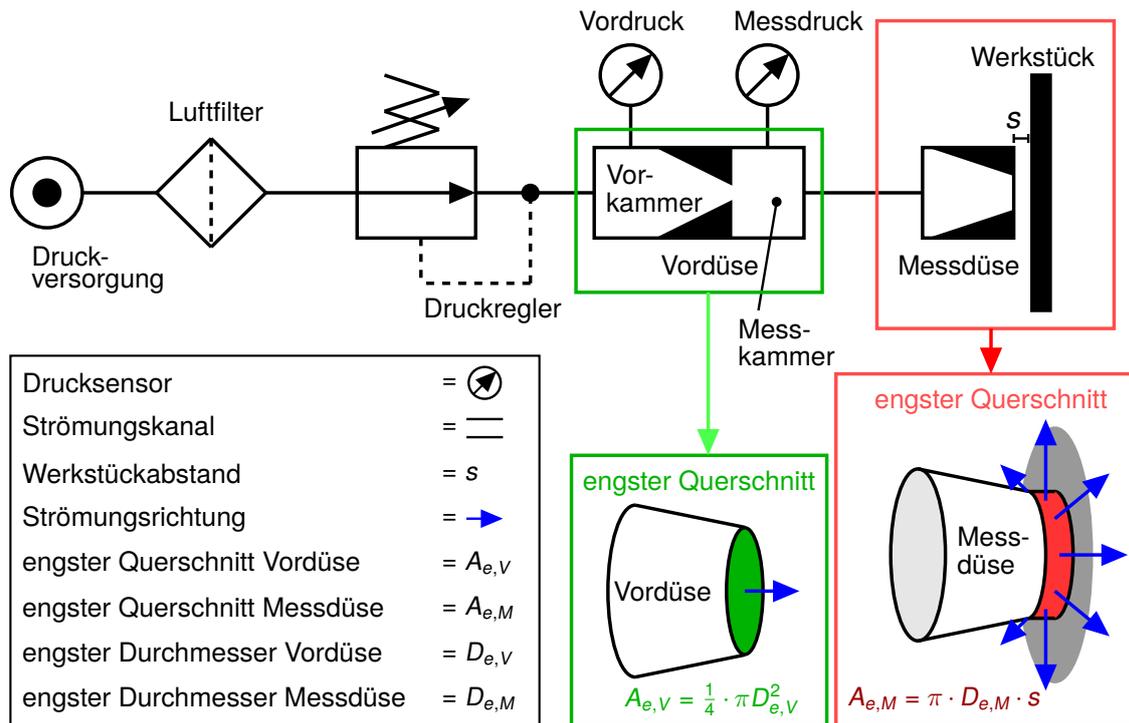


Bild 4.3: Druckmessverfahren

Um die Kennlinie herzuleiten, wird der Massenstrom über die Vor- und Messdüse analysiert. Dies wird durch die Anpassung von Gleichung 3.55 erreicht. Es gilt für den Massenstrom  $\dot{m}_V$  durch die Vordüse:

$$\dot{m}_V = \rho_V \cdot A_{e,V} \cdot \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_V \cdot \left( \left( \max \left( \frac{p_{e,V}}{p_V}, \frac{p_{e,krit,V}}{p_V} \right) \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left( \max \left( \frac{p_{e,V}}{p_V}, \frac{p_{e,krit,V}}{p_V} \right) \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}. \quad (4.1)$$

$\rho_V$ ,  $T_V$  und  $p_V$  sind die Ruhezustandsgrößen in der Vorkammer.  $A_{e,V}$  ist der engste Querschnitt der Vordüse und  $p_{e,V}$  der Druck im engsten Querschnitt.  $p_{e,krit,V}$  ist der kritische Druck in Abhängigkeit des Vordrucks im engsten Querschnitt, wie in Gleichung 3.49 definiert. Wird vorausgesetzt, dass sich der engste Querschnitt der Vordüse unmittelbar am Ausgang dieser befindet, ist der Druck im engsten Querschnitt  $p_{e,V}$  identisch dem Druck in der Messkammer  $p_M$ , so lange das kritische Verhältnis nicht unterschritten wird. Aus Übersichtsgründen wird der Druckquotient über die Vordüse wie folgt definiert:

$$\frac{p_M}{p_V} = \omega_M. \quad (4.2)$$

Der Massenfluss über die Vordüse kann mit dieser Definition wie folgt geschrieben werden:

$$\dot{m}_V = \rho_V \cdot A_{e,V} \cdot \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_V \cdot \left( (\max(\omega_M, \omega_{krit}))^{\frac{2}{\kappa}} - (\max(\omega_M, \omega_{krit}))^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}. \quad (4.3)$$

Der Massenfluss über die Messdüse wird analog formuliert. Auch hier wird davon ausgegangen, dass sich der engste Querschnitt im Ausgang der Düse befindet, also im Ringspalt zwischen Messdüse und Werkstück. Der Umgebungsdruck wird mit  $p_U$  bezeichnet und das Verhältnis zwischen Umgebungsdruck und Messdruck durch

$$\frac{p_U}{p_M} = \omega_U \quad (4.4)$$

definiert. Es ergibt sich:

$$\dot{m}_M = \rho_M \cdot A_{e,M} \cdot \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_M \cdot \left( (\max(\omega_U, \omega_{krit}))^{\frac{2}{\kappa}} - (\max(\omega_U, \omega_{krit}))^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}. \quad (4.5)$$

Der Index  $M$  kennzeichnet die Ruhezustandsgrößen in der Messkammer. Die Massenströme durch beide Düsen (Gleichung 4.3 und 4.5) können aufgrund der Kontinuität gleichgesetzt werden. Durch Umformen ergibt sich:

$$\frac{A_{e,M}}{A_{e,V}} = \frac{\rho_V \cdot \sqrt{T_V}}{\rho_M \cdot \sqrt{T_M}} \cdot \sqrt{\frac{(\max(\omega_M, \omega_{krit}))^{\frac{2}{\kappa}} - (\max(\omega_M, \omega_{krit}))^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{(\max(\omega_U, \omega_{krit}))^{\frac{2}{\kappa}} - (\max(\omega_U, \omega_{krit}))^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}}. \quad (4.6)$$

Wird vorausgesetzt, dass die Geschwindigkeiten in der Vor- und der Messkammer sehr klein sind, muss nach der Enthalpieerhaltung 3.41 automatisch Temperaturkonstanz gelten:

$$T_M = T_V. \quad (4.7)$$

Mit dem idealen Gasgesetz (Tabelle 3.1) folgt daraus:

$$\frac{\rho_V}{\rho_M} = \frac{p_V}{p_M}. \quad (4.8)$$

Werden diese Zusammenhänge in Gleichung 4.6 eingesetzt, folgt die Kennlinie für die pneumatische Abstandsmessung:

$$\frac{A_{e,M}}{A_{e,V}} = \frac{1}{\omega_M} \cdot \sqrt{\frac{(\max(\omega_M, \omega_{krit}))^{\frac{2}{\kappa}} - (\max(\omega_M, \omega_{krit}))^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{(\max(\omega_U, \omega_{krit}))^{\frac{2}{\kappa}} - (\max(\omega_U, \omega_{krit}))^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}}. \quad (4.9)$$

Das Druckmessverfahren kann in zwei Klassen unterteilt werden, das Niederdruck- und das Hochdruckverfahren. Hier wird sich auf das Hochdruckverfahren beschränkt. Mit diesem Ansatz können höhere Genauigkeiten erzielt werden, weil höhere Drücke als beim Niederdruckverfahren eingesetzt und die daraus resultierenden steileren Druckgradienten leichter zu messen sind. Bei diesem Verfahren müssen drei Einschränkungen an die Kennliniengleichung 4.9 gemacht werden, die im Folgenden erläutert werden. Die erste Einschränkung betrifft das Druckgefälle über der Vordüse  $\omega_M$ . Dieses sollte den kritischen Wert  $\omega_{krit}$  nicht unterschreiten, da sonst in der

Messkammer Vierdichtungsstöße auftreten können, welche nicht isentrop ablaufen. Das würde zu Ruhedruckverlusten führen und Gleichung 4.9 wäre nicht mehr gültig. Es könnten Unstetigkeiten auftreten, die sich als Artefakt in einer Abstandsmessung bemerkbar machen würden. Die zweite Limitierung der Kennlinie betrifft den Druckquotienten an der Messdüse  $\omega_U$ . Die Messdüse sollte immer im überkritischen Zustand betrieben werden. Es entstehen zwar Vierdichtungsstöße am Ausgang der Messdüse, diese haben jedoch keinen Einfluss auf die Messung, da sie außerhalb der Düse in der Umgebung auftreten. Der große Vorteil ist, dass die Düse blockiert und Änderungen des Umgebungsdrucks durch z. B. wetterbedingte Druckschwankungen keinen Einfluss haben (siehe Abbildung 3.7, roter Kurvenverlauf der blockierten Düse). Der Massenfluss ist nur noch vom engsten Querschnitt und damit vom zu messenden Werkstückabstand  $s$  abhängig. Die dritte Einschränkung betrifft die Geometrie der Messdüse. Ist der Werkstückabstand  $s$  klein genug liegt der engste Querschnitt  $A_{e,v}$  im Ringspalt zwischen Messdüse und Werkstück. Wird der Abstand zu groß, ist der engste Querschnitt der Austrittsquerschnitt der Messdüse und somit unabhängig vom Werkstück. Der Durchfluss wird in diesem Fall nicht mehr von der Oberfläche bestimmt und es kann keine sinnvolle Messung erfolgen. Es gilt:

$$\omega_U < \omega_{krit}, \quad \omega_M > \omega_{krit}, \quad s < \frac{1}{4} \cdot D_M. \quad (4.10)$$

Der Faktor ein Viertel der geometrischen Limitierung ergibt sich für runde Messdüsen aus dem Vergleich der Austrittsfläche der Messdüse  $\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D_M^2$  und dem Ringspalt  $\pi \cdot D_M \cdot s$ . Gleichung 4.9 kann mit diesen Einschränkungen wie folgt geschrieben werden, wobei  $r$  als Abkürzung für das Flächenverhältnis  $\frac{A_{e,M}}{A_{e,v}}$  eingeführt wird:

$$r = \frac{A_{e,M}}{A_{e,v}} = \frac{1}{\omega_M} \cdot \sqrt{\frac{(\omega_M)^{\frac{2}{\kappa}} - (\omega_M)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{(\omega_{krit})^{\frac{2}{\kappa}} - (\omega_{krit})^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}}. \quad (4.11)$$

Für kreisrunde Vor- und Messdüsen, wie sie in den allermeisten Fällen eingesetzt werden gilt für die beiden Flächen  $A_{e,M}$  und  $A_{e,v}$  nach Abbildung 4.3:

$$A_{e,v} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D_V^2, \quad A_{e,M} = \pi \cdot D_M \cdot s. \quad (4.12)$$

Gleichung 4.11 weist einen bemerkenswerten Zusammenhang auf. Zu jedem Flächenverhältnis  $r = \frac{A_{e,M}}{A_{e,v}}$  gibt es genau ein Druckverhältnis  $\omega_M$ . Wird ein konstanter Werkstückabstand  $s$  eingestellt und der Vordruck  $p_V$  beliebig variiert, stellt sich der Messdruck  $p_M$  so ein, dass das zugehörige Druckverhältnis  $\omega_M$  dem eingestellten Flächenverhältnisses  $r = \frac{A_{e,M}}{A_{e,v}}$  zugeordnet werden kann. Das bedeutet: Vordruckschwankungen haben keinen Einfluss auf das Messergebnis. Auf eine hoch genaue Vordruckregelung kann also im Regelfall verzichtet werden (Hinweis: Auf den Index  $e$

für die Kennzeichnung des engsten Querschnitts wird im Folgenden verzichtet). In Abbildung 4.4 ist die dimensionslose Kennlinie nach Gleichung 4.11 zu sehen. Für große Druckverhältnisse  $\omega_M$  verläuft die Kurve flach und fällt im Bereich von  $\omega_M = 0,9$  bis  $0,5$  stark ab. Für Werte kleiner  $0,5$  wird die Kennlinie flacher. Je nach Wahl der Randbedingungen (Vordüsendurchmesser  $A_V$ , Messdüsendurchmesser  $A_M$ , Vordruck  $p_V$  und Umgebungsdruck  $p_U$ ) wird der Gültigkeitsbereich durch eine der drei Bedingungen aus Gleichung 4.10 eingeschränkt. Im Beispiel von Abbildung 4.4 ist der Wechsel der Vordüse vom unterkritischen Druckverhältnis (Unterschall) in den überkritischen Zustand (Überschall) die limitierende Randbedingung (blaue Linie). Die Messdüse wird in diesem Fall korrekt im Überschallbereich betrieben (grüne Linie). Die geometrische Limitierung (rote Linie), bestimmt durch den Messdüsendurchmesser, tritt für sehr kleine Druckverhältnisse  $\omega_M$  auf.

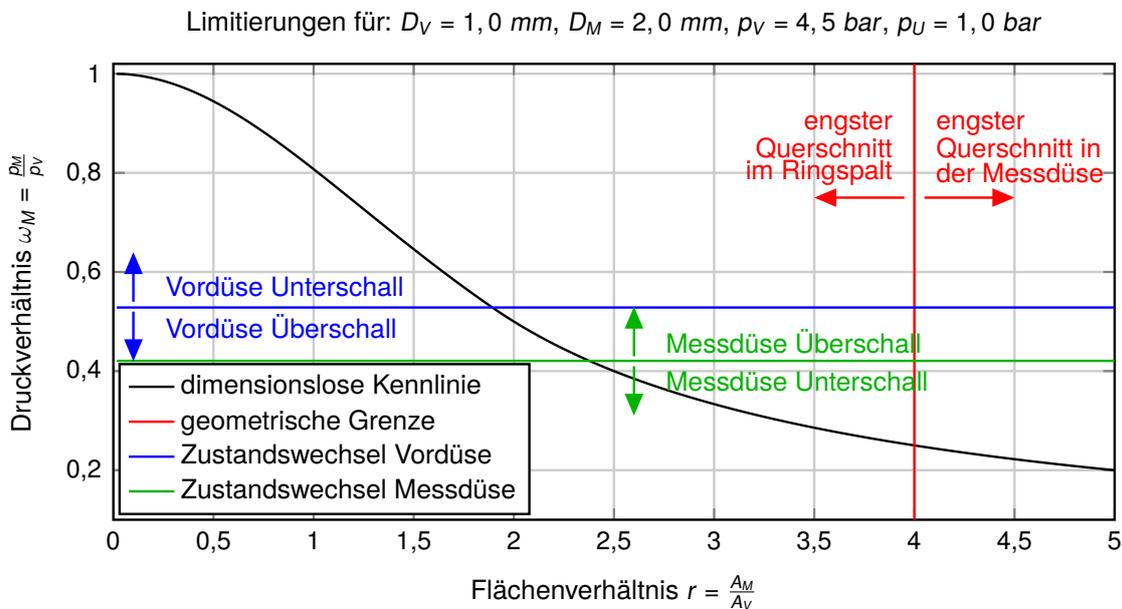


Bild 4.4: Dimensionslose Kennlinie eines pneumatischen Sensors

Um dem Leser das Konzept für die richtige Wahl der Kombination aus Vor- und Messdüse zu illustrieren, werden im folgenden Abschnitt drei kurze Beispiele von gut und schlecht gewählten Kombinationen vorgestellt und diskutiert.

### 4.3 Düsenkombination

Drei gemessene Kennlinien mit unterschiedlichen Düsenkombinationen sind in Abbildung 4.5 dargestellt. In der Graphik ist das Druckverhältnis  $\omega_M$  über dem Werkstückabstand  $s$  aufgetragen. Die blaue Kombination ( $D_V = 1,0 \text{ mm}$ ,  $D_M = 1,0 \text{ mm}$ )

demonstriert die Wahl eines zu kleinem Flächenverhältnis aus Messdüsenquerschnitt und Vordüsenquerschnitt. Mit Vergrößerung des Werkstückabstandes  $s$  sinkt der Messdruck  $p_M$  nur langsam und fällt sehr schnell in einen gesättigten Bereich. Die Messdüse kann die von der Vordüse bereitgestellte Menge Luft nicht abführen, die Vordüse ist zu groß. Die Sensitivität ist damit für diesen Messbereich sehr gering. Ein Beispiel für ein zu kleines Flächenverhältnis aus Vor- und Messdüse stellt die rote Kombination da ( $D_V = 0,5 \text{ mm}$ ,  $D_M = 2,0 \text{ mm}$ ). Die Kennlinie hat einen sauberen Verlauf und ist für kleine Messbereiche und hohe Sensitivität sinnvoll. Die Messdüse kann deutlich kleiner ausgeführt werden, ohne eine starke Änderung der Kennlinie zu erzeugen. Zu große Messdüsen weisen eine schlechtere laterale Auflösung auf, was im übernächsten Abschnitt diskutiert wird (Kapitel 6). Die grüne Kombination ( $D_V = 1,0 \text{ mm}$ ,  $D_M = 2,0 \text{ mm}$ ) ist ein Beispiel für eine gute Kombination. Die Kennlinie fällt über einen weiten Druckbereich ab und die Messdüse ist klein genug um eine für diesen Messbereich gute laterale Auflösung bereitzustellen. Es treten jedoch Unstetigkeiten im Bereich von Druckverhältnissen bei  $\omega = 0,44$  auf. In diesem Bereich ist die Vordüse aber schon im überkritischen Bereich und der Sensor außerhalb des vertrauensvollen Messbereiches. Es wird vermutet, dass die Unstetigkeiten durch Verdichtungsstöße in der Messdüse beziehungsweise beim Wechsel von über- zu unterkritischen Zuständen in der Messdüse erfolgen [12].

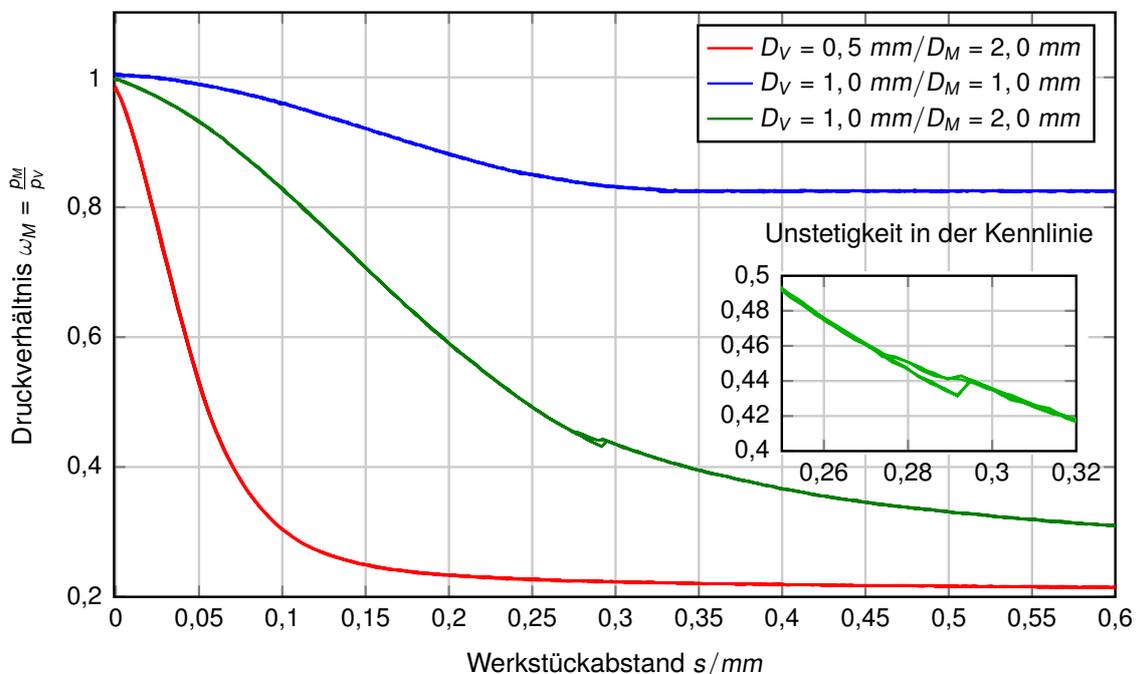


Bild 4.5: gemessene Kennlinien mit verschiedenen Düsenkombinationen

Auf den ersten Blick scheint die Messdüse der entscheidende Faktor für die Auslegung eines pneumatischen Sensors zu sein, da diese mit dem Werkstück interagiert. Viel

wichtiger ist jedoch die Vordüse, weil deren Durchmesser kleiner ist als der der Messdüse und im Nenner der Kennlinie in Gleichung 4.11 vorkommt. Weiterhin geht die Vordüsenfläche quadratisch und die Messdüsenfläche nur linear in die Kennlinie mit ein. Fehlerhafte Vordüsen oder Auslegungen dieser fallen aus den drei genannten Gründen viel stärker ins Gewicht als Abweichungen der Messdüsen, weshalb der Untersuchung der Vordüsen ein eigenes Kapitel gewidmet ist (Kapitel 8).

Mit den bis jetzt behandelten Themen, beginnend von den strömungsmechanischen Grundgleichungen über die Gasdynamik und der Herleitung der pneumatischen Kennlinie bis zu ersten Beispielmessungen sind die Grundlagen für die Nachvollziehbarkeit der vorliegenden Forschungsarbeit gelegt. Aufbauend auf dieser Basis werden in den folgenden Abschnitten verschiedene Problemstellungen der Pneumatik behandelt. Für deren Bearbeitung wurden teils umfangreiche experimentelle Untersuchungen durchgeführt die stets mit der gleichen Messeinrichtung realisiert wurden. Diese wird im folgenden Kapitel (Kapitel 5) vorgestellt. Anschließend wird auf die einzelnen pneumatischen Fragestellungen eingegangen.



## 5 Messeinrichtung

Zur einheitlichen Überprüfung verschiedener Eigenschaften pneumatischer Sensoren wurde ein Prüfstand installiert, mit welchem verschiedene Messungen für offene Profile durchgeführt werden können. So konnten die aufgestellten Theorien dieser Arbeit experimentell abgesichert werden. In Abbildung 5.1 ist der grundlegende Aufbau der Messeinrichtung zu sehen. Die Luft wird vom üblichen Druckluftnetz bereitgestellt ( $p = 6 - 9 \text{ bar}$ ), durch einen Druckminderer der Firma Numatics [56] auf den gewünschten Vordruck von  $p_V = 3,5 - 4,5 \text{ bar}$  gedrosselt und gereinigt. Ein Druckwandler der Firma Jenoptik (TPE200) [38] nimmt die Druckluft auf und drosselt diese durch die Vordüse auf den Messdruck  $p_M$ . Je nach Experiment wurden unterschiedliche Vordüsen verwendet.

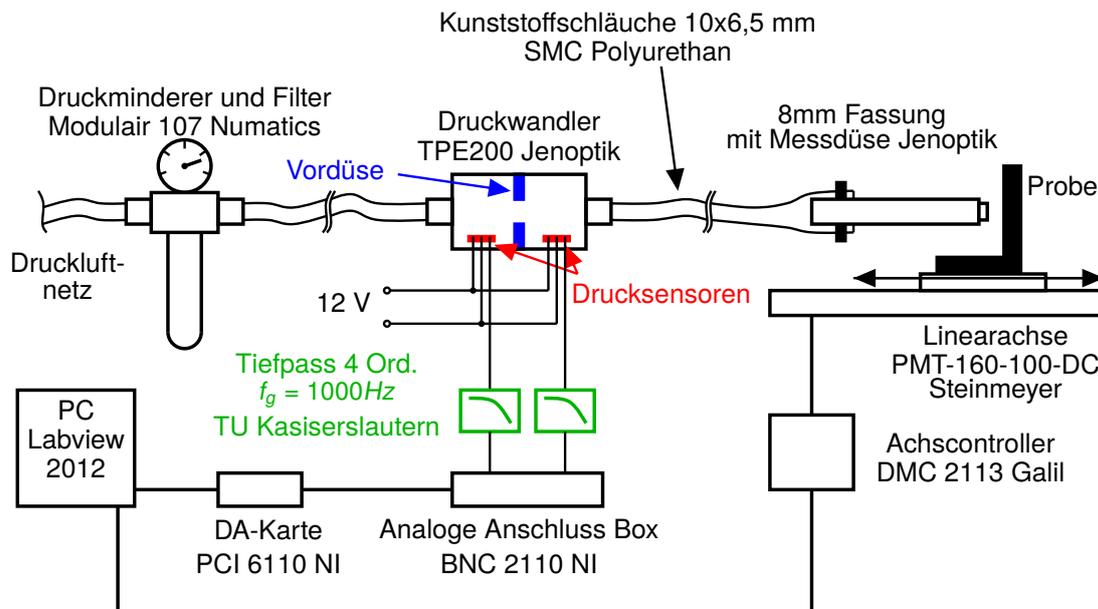


Bild 5.1: Grundaufbau für die experimentellen Untersuchungen

Die Messdüsen stammen ebenfalls von der Firma Jenoptik und sind in eine 70 mm lange und 8 mm dicke Fassung eingeklebt (siehe zwei Beispiele in Abbildung 5.2). Mit dieser Fassung können die Düsen flexible in standardisierten Stativen positioniert werden. Um die einzelnen Komponenten zu verbinden, kommen Kunststoffschläuche aus Polyurethan (10 x 6,5 mm) mit SMC-Adaptern zum Einsatz. Lediglich die Messdüsenfassungen sind mit Schlauchklemmen an die Schläuche gekoppelt. Im Wandler (TPE200) sind zwei Drucksensoren der Firma [REDACTED] zur Erfassung von Vor- und Messdruck verbaut (Typ: [REDACTED] [34]). Standardmäßig wird der Wandler über eine kleine Datenkarte im Wandlergehäuse mit einem CAN-Protokoll ausgelesen. Für eine bessere und grundlegendere Analyse der Daten wurden die

Wandlersignale analog an den Drucksensoren abgegriffen. Die Modifikation des TPE's ist in Anhang A in detaillierter Form zu finden. Die Spannungsversorgung für die Drucksensoren beträgt 12 Volt und wird über ein Netzteil bereitgestellt. Die analogen Spannungssignale der Drucksensoren wurden mit einem Barometer und einem Differenzdrucksensor von General Electrics (Modell Pace1000 [31]) kalibriert. Mit Hilfe des Barometers wurde zusätzlich der Umgebungsdruck während der Experimente überwacht. Zur Rauschreduzierung und Vermeidung von Aliasing [58] werden beide Signale durch je einen analogen Tiefpassfilter ( $f_g = 1000 \text{ Hz}$ , Typ: Butterworth [58], Elektronik Werkstatt TU Kaiserslautern) geleitet. Dass die Wahl der Grenzfrequenz  $f_g = 1000 \text{ Hz}$  keinen Einfluss auf das dynamische Verhalten der Sensoren hat, wird durch die Dynamikuntersuchungen deutlich (Kapitel 7). Durch eine Anschluss-Box (BNC2110 National Instruments [53]) werden die analogen Spannungssignale der Drucksensoren erfasst und an eine Datenerfassungskarte (PCI6110 National Instruments [54]) weitergeleitet. Die Analog-Digital-Wandlung erfolgt mit 12 Bit und einstellbarem Spannungsbereich. Softwareseitig werden die Daten mit Hilfe der Software Labview (Vers: 2012 National Instruments) verarbeitet. Für die Positionierung von Werkstücken und Proben kommt eine Linearachse von Steinmeyer zum Einsatz (PMT-160-100-DC [69]). Diese wird über eine serielle Schnittstelle und über eine entsprechende Controllereinheit (Galil DMC-2113 [29]) angesteuert. Die Datenverarbeitung läuft ebenfalls über Labview. Modifikationen des vorgestellten Aufbaus werden an entsprechender Stelle genannt. Für die weiteren Abschnitte wird diese Messeinrichtung auch als Basismesseinrichtung oder Grundaufbau bezeichnet.



Bild 5.2: eingeklebte Messdüsen mit Fassung für Stative

Im Folgenden werden drei Bereiche der Pneumatik sehr detailliert betrachtet (siehe Abbildung 5.3). Als erstes ist die Analyse des lateralen Filterverhaltens dargestellt (Kapitel 6). Bei den Betrachtungen zu diesem Thema werden dynamische Effekte vernachlässigt und die Kennlinie über eine große Anzahl von Punkten kalibriert, so

dass Abweichungen von der idealen Kennlinie eindeutig erfasst werden können. Der zweite Teil beschäftigt sich mit dem dynamischen Verhalten des Sensors (Kapitel 7). In diesem Fall wird das laterale Filterverhalten ausgeblendet und rein zeitabhängige Vorgänge untersucht. Kennlinien werden ebenfalls über eine große Anzahl von Punkten kalibriert. Im dritten Teil werden laterale und dynamische Effekte ausgeblendet und nur die Form und Abweichungen von der erwarteten Kennlinie betrachtet (Kapitel 8), was hauptsächlich von den verwendeten Vordüsen abhängt. Fertigungsverfahren für Vordüsen und Kalibrierstrategien für pneumatische Sensoren werden vorgestellt.

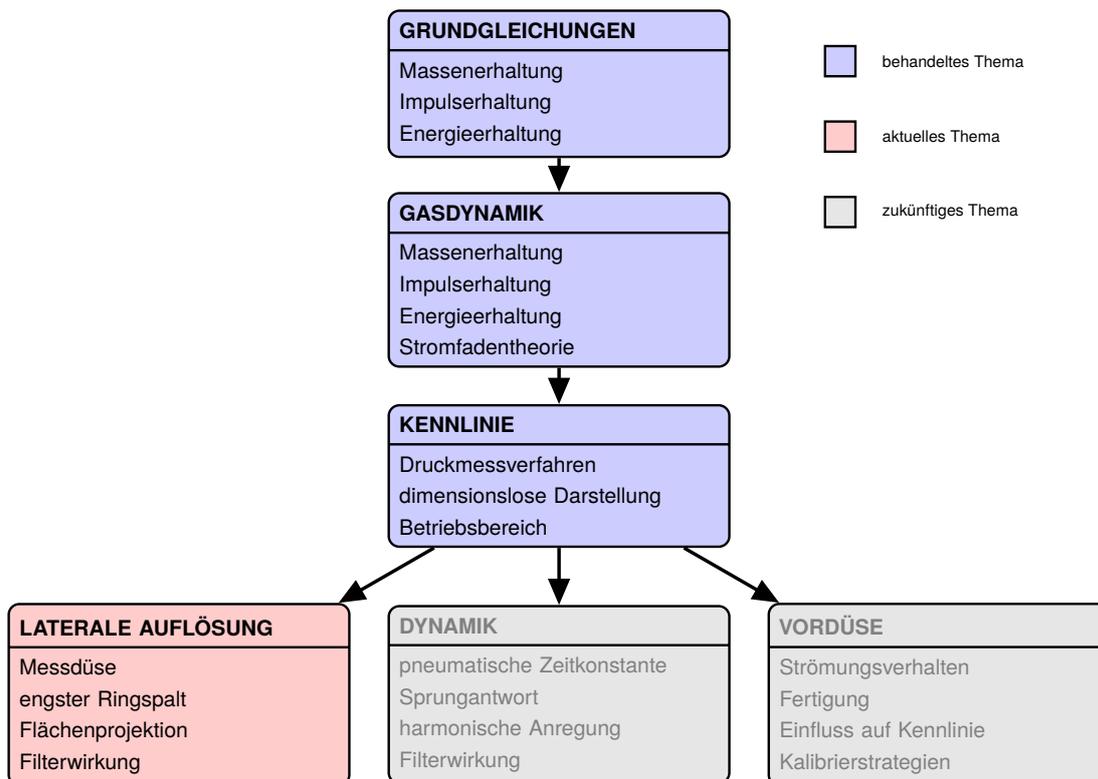


Bild 5.3: Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 4



## 6 Laterale Auflösung

Eine der wichtigsten Fragestellungen für Sensoren in der Oberflächenmesstechnik ist, welche Formanteile ein bestimmter Sensor bei einer gegebenen Messaufgabe im Idealfall erkennen kann. Ideal bedeutet, dass äußere Einflüsse, wie Schwingungen, Temperaturschwankungen und die Dynamik des Sensors vernachlässigt werden können. Der Haupteinflussfaktor für die Erkennung von Formanteilen durch einen pneumatischen Sensor ist dann lediglich durch den Messdüsenaustritt bestimmt. Bisher wurde angenommen, dass der engste Querschnitt zwischen Messdüse und Werkstück  $A_M$  ein idealer Ringspalt ist. Dies gilt aber nur, wenn die Oberfläche glatt und flach ist. Bei Formabweichungen oder Welligkeiten auf der Oberfläche kann der engste Querschnitt stark vom Ringspalt abweichen und unerwartete Messergebnisse auftreten.

In diesem Abschnitt wird dieser Effekt beschrieben. Zuerst wird ein mathematisches Modell des engsten Querschnitts für beliebige Oberflächen vorgestellt. Aus diesem Modell kann die laterale Auflösung mit Hilfe von virtuellen sinusförmigen Oberflächen hergeleitet werden (Abschnitt 6.1). Ein Prototyp für ein Formnormal für pneumatische Sensoren wurde mit diesem Modell entwickelt, gefertigt und gemessen. Die Ergebnisse sind in Abschnitt 6.2 zu finden. Effekte wie Werkstückrauheit und Verkippung zwischen Sensor und Werkstück sind in den Abschnitten 6.3 und 6.4 beschrieben.

### 6.1 Modellierung des engsten Querschnitts

In Abbildung 6.1 ist das Modell des engsten Querschnitts zwischen Messdüse und Werkstück skizziert. Vom Messdüsenaustritt mit dem Radius  $R_M$  (schwarz) wird eine Fläche über den gesamten Umfang, mit dem Drehwinkel  $\varphi$ , senkrecht auf das Werkstück (blau) projiziert. Der sich so ergebene engste Querschnitt (rot) kann, abhängig von der Oberfläche und Position der Messdüse, unterschiedliche Formen annehmen und führt nach der Kennliniengleichung 4.11 zu von der Werkstückoberfläche abweichenden gemessenen Profilen. Für die mathematische Beschreibung werden zwei kartesische Koordinatensysteme eingeführt. Zum einen ein werkstückbezogenes mit dem Index  $W$  und eines mit dem Ursprung im Mittelpunkt des Messdüsenaustritts ohne Index. Beide Systeme zeigen in die selben Raumrichtungen. Die Bewegungsrichtung des Sensors ist die  $x$ -Richtung. Das Werkstück ist in erster Näherung als eine in  $y$ -Richtung extrudierte Oberfläche anzunehmen, dass heißt die Profilhöhe ist in  $y$ -Richtung konstant.

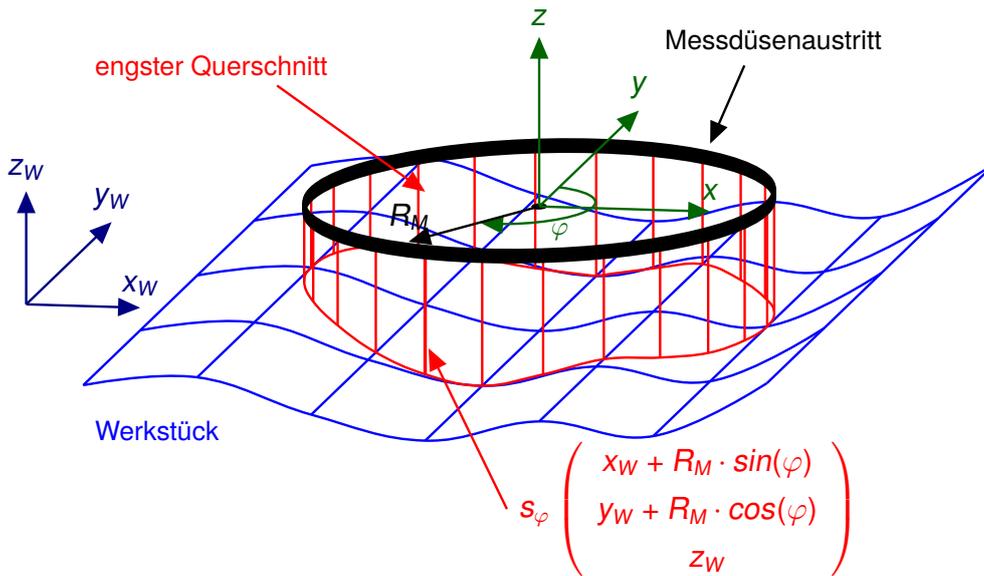


Bild 6.1: Modellierung des engsten Querschnitts der Messdüse

Weiterhin seien die Koordinaten  $z$  und  $z_W$  sowie  $y$  und  $y_W$  identisch. Mit  $s_\varphi$  wird der Abstand zwischen Messdüse und Werkstück für den Drehwinkel  $\varphi$  in Werkstückkoordinaten bezeichnet. Der engste Querschnitt  $A_M$  berechnet sich mit diesem Modell zu:

$$A_M(x_W, y_W, z_W) = \frac{U_M}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} s_\varphi \begin{pmatrix} x_W + R_M \cdot \sin(\varphi) \\ y_W + R_M \cdot \cos(\varphi) \\ z_W \end{pmatrix} d\varphi, \quad (6.1)$$

wobei  $U_M$  der Messdüsenumfang und  $s_\varphi(\dots)$  der bereits erwähnte Abstand in Abhängigkeit der Raumrichtungen  $x_W, y_W, z_W$  und des Winkels  $\varphi$  ist. Der gemessene Abstand  $s$ , der sich zwischen Düse und Oberfläche einstellt, ist aufgrund der Kennliniengleichung 4.11:

$$s(x_W, y_W, z_W) = \frac{A_M(x_W, y_W, z_W)}{\pi \cdot 2 \cdot R_M} \quad (6.2)$$

und kann als Mittelwert aller integrierten Teilstrecken interpretiert werden. Die Oberfläche, die der Sensor detektiert, ist der Mittelwert aus den Profilhöhen, die bei der Projektion der Messdüsenkante auf die Oberfläche entstehen. Gleichung 6.1 in Gleichung 6.2 eingesetzt und den Umfang  $U_M$  mithilfe des Radius  $R_M$  ersetzt ergibt schließlich:

$$s(x_W, y_W, z_W) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} s_\varphi \begin{pmatrix} x_W + R_M \cdot \sin(\varphi) \\ y_W + R_M \cdot \cos(\varphi) \\ z_W \end{pmatrix} d\varphi. \quad (6.3)$$

Um die Bedeutung dieses Integrals für Messungen zu illustrieren, ist es naheliegend, das Modell auf sinusförmige Oberflächen anzuwenden. Damit kann zusätzlich das laterale Auflösungsvermögen ermittelt werden. Interessant ist dabei der Vergleich zwischen Minimal- und Maximalwert des Querschnitts  $A_M$ . In Abbildung 6.2 sind diese beiden Fälle aufgeführt.

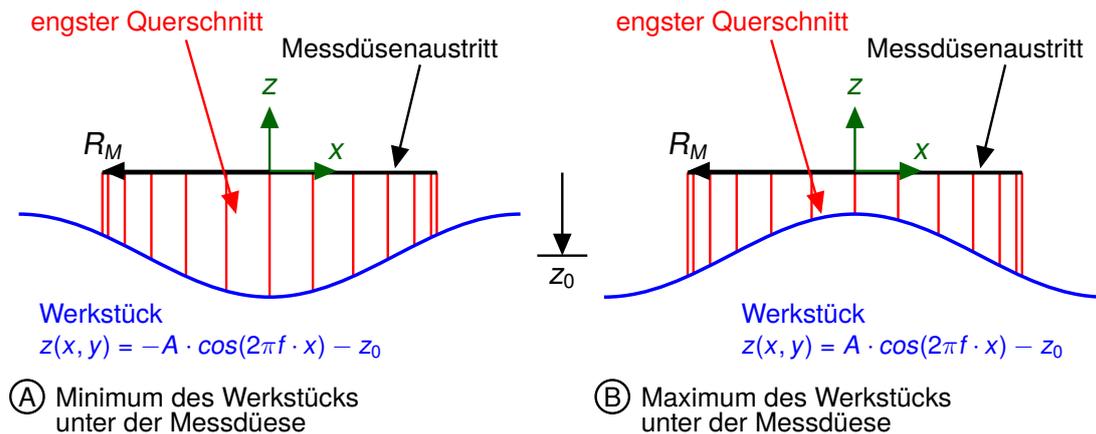


Bild 6.2: Ausströmquerschnitt bei sinusförmigen Profil

Die linke Seite (A) zeigt den Fall, bei welchem das Minimum der sinusförmigen Oberfläche (blau) unter dem Mittelpunkt der Messdüse (schwarz) liegt. Der engste Querschnitt ist in rot dargestellt. Teil (B) der Abbildung demonstriert den umgekehrten Fall. Wird das Werkstückprofil  $z(x, y)$  aus dem Messdüsenkoordinatensystem beschrieben, gilt für Fall (A):

$$z(x, y) = -A \cdot \cos(2\pi f \cdot x) - z_0, \quad (6.4)$$

wobei  $f$  die Ortsfrequenz der Oberfläche und  $z_0$  eine Konstante in negative  $z$ -Richtung zur Berücksichtigung des Grundabstandes ist.  $A$  ist die Amplitude der Oberfläche. Für Fall (B) gilt der selbe Ausdruck ohne negatives Vorzeichen:

$$z(x, y) = A \cdot \cos(2\pi f \cdot x) - z_0. \quad (6.5)$$

Mit diesen Funktionen kann die Abstandsfunktion in Abhängigkeit des Umfangs  $s_\varphi$  ermittelt werden. Die Fläche soll nach wie vor eine in  $y$ -Richtung extrudierte Oberfläche sein, so dass die Abhängigkeit in diese Richtung entfällt. Die  $x$ -Position ist nur vom Sinus des Umfangswinkel  $\varphi$  und dem Messdüsenradius  $R_M$  abhängig:

$$x = R_M \cdot \sin(\varphi). \quad (6.6)$$

Gleichung 6.6 in Gleichung 6.4 und 6.5 eingesetzt führt auf die Abstandsfunktion  $s_\varphi$  in Abhängigkeit des Umfangs;

$$s_A(R_M) = -A \cdot \cos(2\pi f \cdot R_M \cdot \sin(\varphi)) - z_0 \quad (6.7)$$

für den Fall (A). Analog gilt für Fall (B)

$$s_B(R_M) = A \cdot \cos(2\pi f \cdot R_M \cdot \sin(\varphi)) - z_0. \quad (6.8)$$

Werden diese Ausdrücke in die allgemeine Form des Flächenintegrals (Gleichung 6.3 eingesetzt, ergibt sich der vom Sensor detektierte Werkstückabstand:

$$s_A(R_M) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} (-A \cdot \cos(2\pi f \cdot R_M \cdot \sin(\varphi)) - z_0) d\varphi \quad (6.9)$$

und

$$s_B(R_M) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} (A \cdot \cos(2\pi f \cdot R_M \cdot \sin(\varphi)) - z_0) d\varphi. \quad (6.10)$$

Wichtig für das Übertragungsverhalten des Sensors ist das Amplitudenverhältnis aus Ausgangs- und Eingangssignal  $A_{rat} = \frac{A_{aus}}{A_{ein}}$ . Die Eingangsamplitude ist die Amplitude der simulierten sinusförmigen Oberfläche  $A$ . Die gemessene Amplitude ist das Ausgangssignal und damit die halbe Differenz aus den beiden gemessenen Abständen der Fälle A und B. Es ist:

$$A_{rat}(R_M) = \frac{A_{aus}}{A_{ein}} = \frac{s_B(R_M) - s_A(R_M)}{2 \cdot A} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} (\cos(2\pi f \cdot R_M \cdot \sin(\varphi))) d\varphi. \quad (6.11)$$

Interessant zu beobachten ist, dass das laterale Filterverhalten nur von der Auslassgeometrie der Messdüse abhängt. Um Gleichung 6.11 noch allgemeiner zu beschreiben, wird eine dimensionslose Ortsfrequenz definiert:

$$f_D = f \cdot R_M = \frac{1}{2} \cdot f \cdot D_M, \quad (6.12)$$

mit  $D_M$  als Messdüsendurchmesser. Diese Definition in Gleichung 6.11 eingesetzt ergibt die Funktion für das allgemeine laterale Übertragungsverhalten für kreisförmige Messdüsen:

$$A_{rat}(f_D) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} (\cos(2\pi f_D \cdot \sin(\varphi))) d\varphi. \quad (6.13)$$

Dieser Ausdruck enthält bereits den gesamten geometrischen Zusammenhang, kann aber durch einige Umformungen auf eine in der Signalverarbeitung allgemein bekannte Form gebracht werden. Wird Abbildung 6.2 etwas genauer analysiert, wird deutlich dass das Problem symmetrisch zur  $x$ - und  $y$ -Achse (senkrecht zur Zeichenebene) ist. Die Flächeninhalte der einzelnen Quadranten der  $x$ - $y$ -Ebene sind gleich groß. Es reicht aus, wenn das Integral nur über den halben Integrationsbereich gelöst und mit zwei multipliziert wird. Zusätzlich wird eingeführt:

$$\omega_D = 2 \cdot \pi \cdot f_D. \quad (6.14)$$

Mit diesen Annahmen kann Gleichung 6.13 wie folgt geschrieben werden:

$$A_{\text{rat}}(\omega_D) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi (\cos(\omega_D \cdot \sin(\varphi))) d\varphi. \quad (6.15)$$

Das laterale Übertragungsverhalten entspricht demnach der Besselfunktion erster Gattung der Ordnung Null  $J_0(\chi)$  [21]:

$$J_0(\chi) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^\pi (\cos(\chi \cdot \sin(\tau))) d\tau. \quad (6.16)$$

Das Argument  $\chi$  der Besselfunktion ist gleich dem Argument  $\omega_D$  der Übertragungsfunktion des Sensors. Mit Hilfe der Definitionen 6.12 und 6.14 gilt:

$$\chi = \omega_D = \pi \cdot f \cdot D_M. \quad (6.17)$$

Abbildung 6.3 zeigt den Verlauf der Besselfunktion. Wie erwartet wirken Messdüsen wie Tiefpassfilter. Für geringe Ortsfrequenzen wird die Oberfläche korrekt wiedergegeben, so lange der Messdüsendurchmesser klein genug ist. Mit zunehmend kleineren Details auf der Oberfläche nimmt die gemessene Amplitude immer weiter ab. Ab einem bestimmten Punkt ( $\pi \cdot f \cdot D_M \approx 2,4$ ) wird die Oberfläche gedämpft und mit einem Phasenversatz von  $180^\circ$  übertragen. Mit dem nächsten Nulldurchgang wechselt die Phase wieder auf  $0^\circ$ . Dies setzt sich über weiter steigende Frequenzen fort, bis letztlich keine Frequenzen mehr übertragen werden.

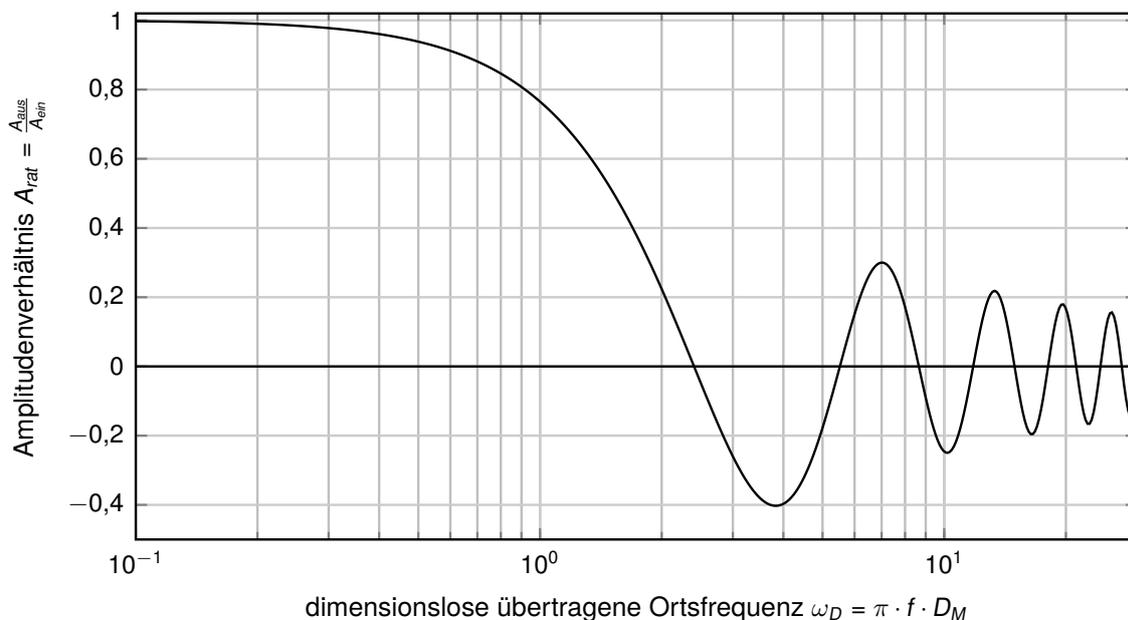


Bild 6.3: laterales Übertragungsverhalten runder Messdüsen

Ein Beispiel soll den Umgang mit dieser Funktion verdeutlichen. Es wird angenommen, dass für eine Messung eine runde Messdüse mit dem Durchmesser  $D_M = 1,5 \text{ mm}$

eingesetzt wird und damit eine Oberfläche gemessen werden soll, deren kleinste zu messende Wellenlänge  $\lambda = 11 \text{ mm}$  beträgt. Durch Division der beiden Werte und Multiplikation mit  $\pi$  resultiert die dimensionslose Kennzahl  $\omega_D = \pi \cdot \frac{D_M}{\lambda} = \pi \cdot f \cdot D_M = 0,428$ . Mit Hilfe von Abbildung 6.3 kann das Amplitudenverhältnis abgelesen werden. Für eine rechnerische Lösung kann die dimensionslose Kennzahl  $\omega_D$  als Argument für die allgemeine Besselfunktion (Gleichung 6.16) verwendet werden ( $J_0(\chi = 0,428) = 0,955$ ). Das Ergebnis entspricht dem Amplitudenverhältnis. Das bedeutet, dass die Messdüse die angenommene Form auf der Oberfläche mit einem Amplitudenverlust von 4,5 % überträgt. Ein ähnliches Übertragungsverhalten tritt bei optischen Abstandssensoren auf. Ein Streulichtsensor integriert beispielsweise die zu messende Oberflächentopographie über einen Lichtpunkt mit einem bestimmten Durchmesser. Durch ähnliche Annahmen, wie in diesem Abschnitt beschrieben, kann auch für diesen Sensor der Frequenzgang bestimmt werden [66]. Ebenfalls typisch ist diese Art von Transferverhalten für die interferometrische Höhenmessung und von de Groot beschrieben [13].

Bleibt noch die Frage zu klären, wie diese Erkenntnis auf beliebige Oberflächen angewendet werden kann. Im Prinzip kann die Besselfunktion  $J_0$  (Gleichung 6.16) als eine fouriertransformierte Gewichtsfunktion angesehen werden. Ist ein beliebiges Profil  $s(x)$  gegeben, kann dieses fouriertransformiert und mit der Besselfunktion  $J_0$  multipliziert werden. Die Rücktransformation dieser Multiplikation ergibt die durch eine Messdüse gefilterte Oberfläche  $s_f(x)$ . Es gilt allgemein für runde Messdüsen:

$$s_f(x) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{s(x)\} \cdot J_0(\pi \cdot f \cdot D_M)\}. \quad (6.18)$$

In der Realität liegen jedoch keine unendlich langen Signale vor wie es die Fouriertransformation vorsieht, sondern endliche gemessene Signale der Länge  $L$ . Zudem können reelle Signale nur an diskreten Punkten  $x_n$  erfasst werden und sind nicht kontinuierlich. Eine Lösung für dieses Problem bietet die diskrete Fouriertransformation (DFT). Die Integraltransformation des Messsignales  $s(x)$  wird näherungsweise durch eine Summe approximiert:

$$S(f) = \int_0^L s(x) \cdot e^{-i2\pi \cdot f \cdot x} dx \approx \Delta x_n \cdot \sum_{n=0}^{N-1} s(x_n) \cdot e^{-i2\pi \cdot f \cdot x_n}, \quad (6.19)$$

wobei  $S(f)$  die Transformation des Messsignales  $s(x)$  ist.  $N$  ist die Anzahl der Abtastpunkte und  $n$  die entsprechende Laufvariable. Wird von einer äquidistanten Abtastung ausgegangen, ist der Abstand zwischen den Messpunkten  $x_n$  konstant und es gilt:

$$x_n = n \cdot \Delta x, \quad \Delta x_n = \Delta x = \textit{konstant}. \quad (6.20)$$

Unter dieser Annahme kann  $\Delta x$  durch die Anzahl der Abtastpunkte ausgedrückt werden:

$$\Delta x = \frac{L}{N}. \quad (6.21)$$

Die DFT nutzt des weiteren keine kontinuierlichen Frequenzen  $f$ , sondern lediglich diskrete Frequenzen  $f_k$ , deren zugehörige Wellenlängen  $\lambda_k$  ganzzahlige Vielfache der Messstrecke  $L$  sind:

$$f_k = \frac{k}{L}, \quad \lambda_k = \frac{1}{f_k}. \quad (6.22)$$

Einsetzen der Gleichungen 6.20, 6.21 und 6.22 in Gleichung 6.19 liefert:

$$S(f_k) = \Delta x \cdot \sum_{n=0}^{N-1} s(n \cdot \Delta x) \cdot e^{-i2\pi \cdot \frac{k}{L} \cdot n \cdot \frac{L}{N}}. \quad (6.23)$$

Durch Division mit  $\Delta x$  und Kürzen folgen schließlich die Koeffizienten der DFT:

$$S_k = \frac{S(f_k)}{\Delta x} = \sum_{n=0}^{N-1} s(n \cdot \Delta x) \cdot e^{-i2\pi \cdot \frac{k}{N} \cdot n}. \quad (6.24)$$

Diese Koeffizienten repräsentieren die diskreten Abtastpunkte der endlichen Messstrecke  $s(x_n)$  im Frequenzbereich und können für kleine Abtastabstände  $\Delta x$  als Näherung der kontinuierlichen Fouriertransformation betrachtet werden. Die Filterung des Messsignals mit der Besselfunktion muss ebenfalls diskret an den entsprechenden Frequenzen erfolgen. Durch die Definition des Argumentes der Besselfunktion aus Gleichung 6.17 und der diskreten Frequenzen aus Gleichung 6.22 ergibt sich:

$$J_{0,k} = J_0 \left( \pi \cdot \frac{k}{L} \cdot D_M \right). \quad (6.25)$$

Analog zu Gleichung 6.18 wird das Ergebnis der DFT des Messsignals  $S_k$  (Gleichung 6.24) mit den diskreten Besselkoeffizienten  $J_{0,k}$  (Gleichung 6.25) multipliziert und anschließend durch die inverse DFT rücktransformiert:

$$s_f(x_k = k \cdot \Delta x) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_k \cdot J_{0,k} \cdot e^{i2\pi \cdot \frac{k}{N} \cdot n}, \quad (6.26)$$

$s_f(x_k)$  ist das diskrete durch die Messdüse gefilterte Messsignal im Ortsbereich. Allerdings ist zu beachten, dass sich das diskrete Frequenzspektrum des diskreten Messsignals  $s(x_n)$  periodisch ab der Nyquistfrequenz  $f_{Ny} = f[\frac{N}{2}]$  wiederholt, die Besselfunktion  $J_{0,k}$  jedoch nicht. Die Summenbildung darf demnach nicht identisch nach Gleichung 6.26 erfolgen. Dieses Problem kann durch die Ausnutzung einer anderen

Symetriebeziehung gelöst werden. Sowohl das diskrete Spektrum des Messsignals  $S_k$  als auch die Besselfunktion  $J_{0,k}$  sind symmetrisch für negative Frequenzen, es gilt:

$$S_k = S_{-k}, \quad J_{0,k} = J_{0,-k}. \quad (6.27)$$

Werden die Grenzen der Summenbildung aus Gleichung 6.26 entsprechend verschoben ergibt sich:

$$s_f(x_k) = \frac{1}{N} \sum_{k=-\left[\frac{N}{2}\right]+1}^{N-\left[\frac{N}{2}\right]} S_k \cdot J_{0,k} \cdot e^{i2\pi \cdot \frac{k \cdot n}{N}}. \quad (6.28)$$

Das Spektrum des transformierten Signals  $S_k$  bleibt dadurch unverändert, jedoch wird die Symmetrie der Besselfunktion durch die Wahl dieser Grenzen korrekt auf die Koeffizienten  $S_k$  abgebildet. Das aufrunden der halben Menge von Abtastpunkten  $\lceil N/2 \rceil$  berücksichtigt sowohl eine gerade als auch eine ungerade Anzahl von Punkten  $N$ . Mit Gleichung 6.24, 6.25 und 6.28 ist eine Berechnungsvorschrift für die Simulation der Filterwirkung pneumatischer Messdüsen gegeben. Die Anwendung der DFT gehört zu den allgemein bekannten Signalverarbeitungsschritten und ist unter anderem von Meyer [52] beschrieben. Im nächsten Abschnitt wird an einem konkreten Beispiel gezeigt, wie diese Berechnung genutzt werden kann, um die Filterwirkung von Messdüsen vorherzusagen.

## 6.2 Prototyp eines Formnormals

Zur Überprüfung der theoretischen Überlegungen, wurde ein Formnormal entwickelt (siehe Abbildung 6.4). Das Ziel des Normals ist es, möglichst viele auftretende Messsituationen auf einer Oberfläche abzubilden. Als Designvorlage diente ein Konturnormal der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) [55]. Die Fertigung erfolgte durch einen Längsdrehprozess. Als Material wurde Aluminium verwendet. Alle Formabweichungen sind über eine Länge von 97,3 mm in Axialrichtung des zylinderförmigen Bauteils durch Änderungen des Durchmessers aufgebracht. Um die Krümmung in radialer Richtung vernachlässigbar zu machen, wurde das Normal mit einem relativ großen Basisdurchmesser von 116,1 mm gedreht. An beiden Wellenenden befindet sich je ein Wellenschaft ( $\varnothing 60$  mm,  $L=20$  mm) zur Positionierung der Welle auf Prismen.

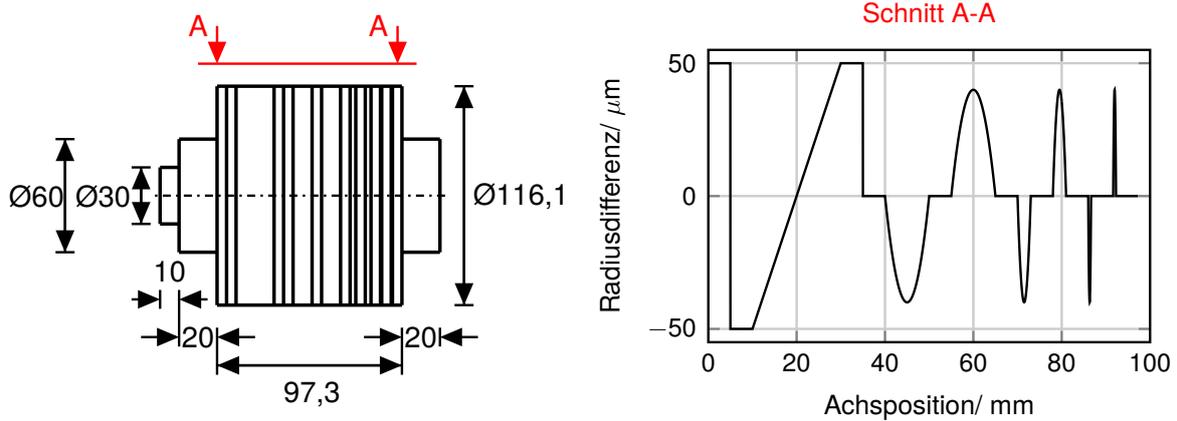


Bild 6.4: Prototyp des Formnormals

Das linke Wellenende ( $\text{Ø}30 \text{ mm}$ ,  $L=10 \text{ mm}$ ) ist die Aufnahme für den Drehprozess und hat keine Funktion für das Normal. Im rechten Teil von Abbildung 6.4 ist das Längsprofil überhöht dargestellt (Schnitt A-A). Zur Erfassung aller Ortsfrequenzen dient die steile Kante (Abfall über  $100 \mu\text{m}$ ) ganz links. Für die Prüfung der Linearität ist eine  $20 \text{ mm}$  lange Rampe (Anstieg über  $100 \mu\text{m}$ ) vorgesehen. Danach folgen drei symmetrische Kreisausschnittpaare mit einer Ausprägung von  $40 \mu\text{m}$ . Die laterale Ausprägung der Ausschnitte erstreckt sich über  $10 \text{ mm}$ ,  $3 \text{ mm}$  und  $0,66 \text{ mm}$ . Zwischen allen Formelementen sind  $5 \text{ mm}$  lange Messstrecken mit konstantem Radius eingebracht.

Das Normal wurde mit einem Tastschnittgerät referenzgemessen. (T8000 [37]) und anschließend über die  $5 \text{ mm}$  langen Strecken mit konstantem Radius ausgerichtet (siehe Schema aus Abbildung 6.5 grau). Neben den Formabweichungen überlagert sich dem Profil zusätzlich ein, durch die Werkzeugschneide typischerweise erzeugtes, periodisches und spitzkämmiges Rauheitsprofil [46] [4] mit einer Amplitude von  $3 \mu\text{m}$  und einer lateralen Ausprägung von  $40 \mu\text{m}$ . Die pneumatische Messung des gleichen Profils erfolgte mit Hilfe der Basismesseinrichtung (siehe Kapitel 5) mit einer  $2 \text{ mm}$ -Messdüse ( $D_M = 2 \text{ mm}$ ) und einer  $1 \text{ mm}$ -Vordüse ( $D_V = 1 \text{ mm}$ ). Dabei wurde die Vorschubgeschwindigkeit so gewählt, dass keine dynamischen Effekte auftreten konnten. Die Messung wurde anschließend rechnerisch ausgerichtet (Abbildung 6.5 blau). Für die Simulation der pneumatischen Messung mit dem Modell aus Abschnitt 6.1, wurde das taktil gemessene Referenzprofil verwendet. Dazu wurde das Referenzprofil mit der Ausrichtefunktion der pneumatischen Messung überlagert. Das so entstandene unausgerichtete Profil entspricht der Messsituation des pneumatischen Sensors und kann als diskrete Folge  $s(x_n)$  für die Simulation der lateralen Filterung nach Gleichung 6.24, 6.25 und 6.28 angesetzt werden.

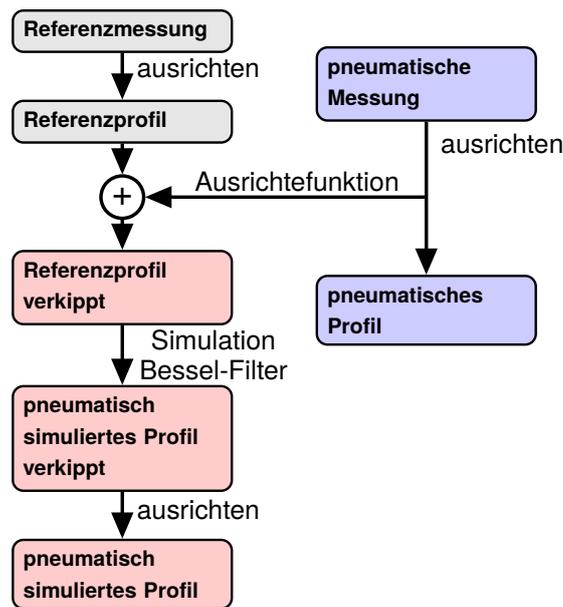
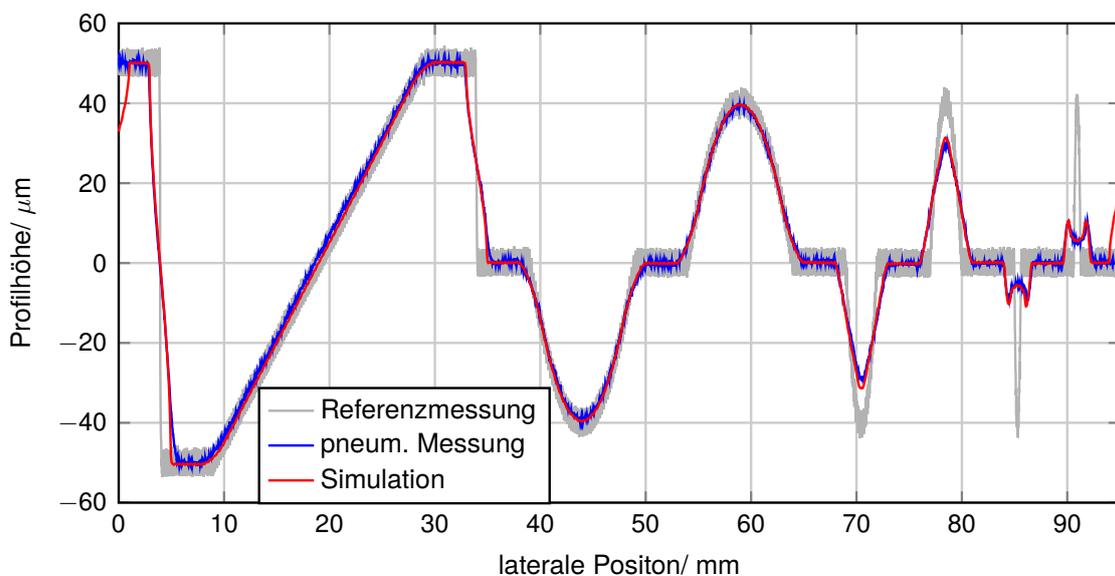


Bild 6.5: Auswertestrategie für das Normal

Mit den entsprechenden Besselkoeffizienten  $J_0$  multipliziert und anschließender Rücktransformation resultiert das simuliert gemessene Normal  $s_f(x_k)$  nach Gleichung 6.28 (Abbildung 6.5 rot). Nach der Ausrichtung des simulierten Profils, kann ein Vergleich zwischen Referenzprofil, pneumatischer Messung und Simulation erfolgen. Das Ergebnis der taktilen Referenzmessung, der pneumatischen Messung und der Simulation ist in Abbildung 6.6 gezeigt.

Bild 6.6: Laterale Filterwirkung am Formnormal.  $D_M = 2 \text{ mm}$

In grau ist die Referenzmessung dargestellt. Das blaue Profil ist die pneumatische Messung. Die beiden Kanten (5 mm und 35 mm in axialer Position) werden gefiltert übertragen. Die Rampe (10 mm bis 35 mm in axialer Position) wird korrekt abgebildet. Nahezu keine Filterwirkung tritt bei den beiden großen Kreisbögen auf (35 mm bis 65 mm in axialer Position). Die mittleren Kreissegmente (65 mm bis 80 mm in axialer Position) werden um 40 % gedämpft übertragen, wobei die kleinen Bögen (83 mm bis 93 mm in axialer Position) vom Sensor fehlerhaft und nicht formtreu wahrgenommen werden. In rot ist die Simulation zu erkennen, welche auf die Referenzoberfläche, mit Hilfe der Algorithmen aus Kapitel 6.1, angewendet wurde. An den beiden Rändern der Messung ist der Filtervor- und -nachlauf zu erkennen. Zwischen Experiment und Simulation ist eine Übereinstimmung im niedrigen einstelligen  $\mu\text{m}$ -Bereich zu erkennen. Abbildung 6.7 zeigt die Ergebnisse einzelner Segmente der Messung im Detail.

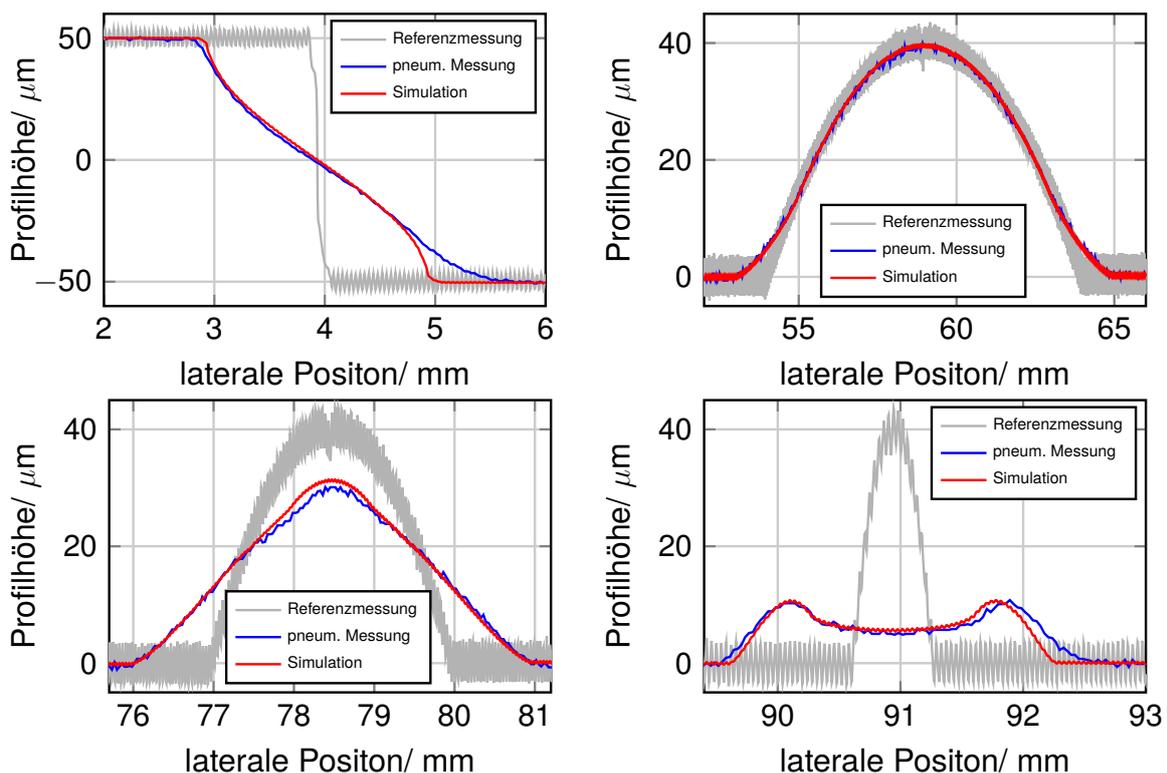


Bild 6.7: Details der lateralen Filterwirkung.  $D_M = 2 \text{ mm}$

Interessant ist die Filterwirkung an der Kante (Abbildung 6.7 oben links). An den beiden Rändern des übertragenen Profils ist die Filterwirkung geringer, als im mittleren Bereich. Dies ist damit zu begründen, dass die Flächenänderung des engsten Querschnitts pro Vorschubschritt an der Stirnfläche und Rückseite der Messdüse, relativ zur Bewegungsrichtung schwächer ist, als in der Mitte der Düse. Dies lässt sich durch das Übertragungsverhalten  $J_0$  (Abbildung 6.3) erklären. Der Abfall des Amplitu-

denverhältnisses über der Ortsfrequenz verläuft nicht monoton, sondern periodisch für dimensionslose Frequenzen  $f \cdot D_M \geq 0,8$ , so dass dem grundlegenden Tiefpassverhalten ein Bandpassverhalten überlagert ist. Das untere Ende der Kante wird von der Simulation nicht korrekt abgebildet. Es wird vermutet, dass sich die ausströmende Luft an der Kante staut und den engsten Messdüsenquerschnitt verringert, was im Modell nicht berücksichtigt ist. Das Phänomen des Bandpassverhaltens kann, neben der Filterung der Kante, sehr gut an den kleinen Kreissegmenten beobachtet werden (Abbildung 6.7 unten rechts). Messungen in diesem Bereich sollten vermieden werden. Der mittlere Kreisbogen (Abbildung 6.7 unten links) wird gedämpft übertragen, zusätzlich ändert sich die Form von einem Kreisbogen zu einer dreieckigen Abbildung. Über die gesamte Messung zeigt sich, dass das Drehprofil vom Sensor nicht wahrgenommen wird und sich eine glatte, mit Rauschen überlagerte, Filterlinie ergibt. Rauheit, wie z. B. Drehprofile, können demnach von pneumatischen Sensoren nicht übertragen werden. Trotzdem hat die Rauheit einen Einfluss auf das pneumatische Messergebnis. Dies wird im letzten Abschnitt des Kapitels im Detail diskutiert. Ein zweites Beispiel für die Messung und Simulation des vorgestellten Normals mit einer 1-mm Messdüse ( $D_M = 1 \text{ mm}$ ) ist in Anhang B zu finden. Ergebnisse zu diesem Prototyp, einem zweiten plangedrehten Normal und der vorgestellten Theorie wurden vom Autor bereits veröffentlicht [22] [23].

Wünschenswert ist es in Zukunft Normale herzustellen, mit welchen noch mehr Ortsfrequenzen überprüft werden können. Theoretisch kommen hierfür Chirpnormale in Frage, wie sie bei der Prüfung optischer und taktiler Messgeräte zum Einsatz kommen [43] [28]. Die übertragenen Ortsfrequenzen pneumatischer Sensoren sind jedoch so gering, dass ein entsprechendes Normal sehr lang sein müsste, was dessen Ansatz schwierig macht. Zukünftige Arbeiten könnten hier zu entsprechenden Weiterentwicklungen führen.

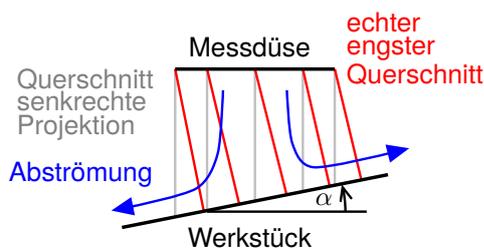
Neben der bereits erwähnten Rauheitsproblematik ist noch ein weiterer Faktor zu untersuchen, welcher das aufgestellte Modell einschränkt: die Verkippung zwischen Messdüse und Oberfläche. Diese Problemstellung ist im folgenden Abschnitt diskutiert.

### 6.3 Einfluss von Verkippung

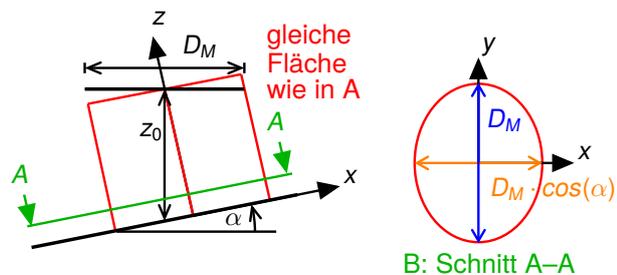
Bis jetzt wurde davon ausgegangen, dass Werkstück und Sensor senkrecht zueinander positioniert sind. Jede Formabweichung oder Neigung, die beim Positionieren entsteht führt jedoch zu einer Abweichung dieser Annahme. Der Fall der Verkippung

zwischen Werkstück und Messdüse ist demnach die Regel. Es stellt sich die Frage, ob diese Tatsache einen Einfluss auf eine pneumatische Messung hat. Hierzu werden zwei Spezialfälle von Verkipfungen betrachtet, welche in Abbildung 6.8 zu sehen sind.

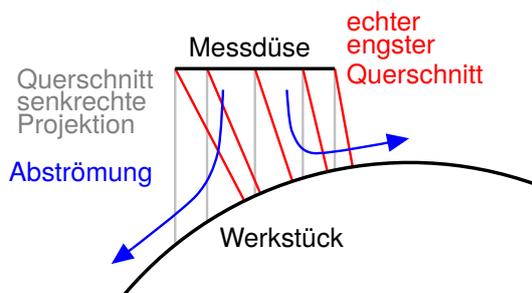
A: Verkippte Oberfläche



B: Verkippte Oberfläche, Modell



C: Kugel seitlich angetastet



D: Kugel seitlich angetastet, Modell

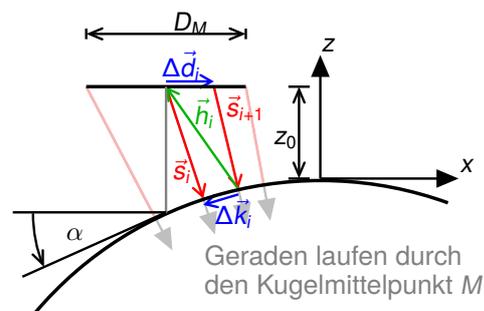


Bild 6.8: Einfluss von Verkipfung auf den engsten Querschnitt der Messdüse

In Teil A der Abbildung ist der Fall einer verkippten Ebene mit dem Kippwinkel  $\alpha$  gezeigt. In grau dargestellt ist das Modell, welches den engsten Querschnitt durch senkrechte Projektion von der Messdüse zu Werkstück interpretiert. In blau ist die erwartete Abströmrichtung gezeigt, welche parallel zur Ebene verläuft. Aus der Anschauung wird deutlich, dass sich der engste Querschnitt senkrecht zu dieser ausbilden wird (rote Linien) und nicht entlang der grauen Linien. Teil B zeigt die Berechnungsgrundlage für diesen Fall. Senkrecht zur Oberfläche bildet sich eine zylindrische Mantelfläche aus. Das Ende dieser Fläche kann wie in der Darstellung angenommen berechnet werden. Der vernachlässigte Teil auf der linken Seite der Fläche entspricht dem rechten Teil, welcher über die reelle Mantelfläche hinaus modelliert wird. Die Höhe des Zylinders geht mit dem Kosinus des Abstandes zwischen Oberfläche und Messdüsenmittelpunkt  $z_0$  ein. Der Umfang des Zylinders ist nicht kreis- sondern ellipsenförmig. Dieser Effekt entsteht durch die Projektion der Messdüse auf die Oberfläche. Die Fläche des

durchströmten engsten Querschnitts berechnet sich zu:

$$A_{M,Ebene} = Z_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot U_{Ellipse}. \quad (6.29)$$

Der Umfang einer Ellipse  $U_{Ellipse}$  kann nicht analytisch, sondern nur numerisch berechnet werden [19].

Der zweite betrachtete Fall ist die Messung einer Kugel. Mathematisch ist die Behandlung dieses Falles komplexer, experimentell ist dieser aber deutlich einfacher zu realisieren und beinhaltet weniger Unsicherheiten, im Vergleich zum Problem der Ebene, wie am Ende dieses Abschnitts deutlich wird. Der sich einstellende engste Querschnitt der Messdüse  $A_M$ , bei der Messung der Kugel, entspricht der Mantelfläche, welche sich durch senkrechte Projektion der Kugeloberfläche auf den Messdüsenrand ergibt (Abbildung 6.8 C). Der Kippwinkel  $\alpha$  ist dabei als Winkel zwischen Messdüsenauslass und der Tangente auf der Kugeloberfläche definiert, welche senkrecht zur Mitte der Düse steht. Die Mantelfläche kann numerisch berechnet werden, wie in Teil D der Abbildung dargestellt ist. Der Messdüsenumfang wird durch die Diskretisierung des Umfangswinkels der Messdüse  $\varphi$  ( $\varphi$  siehe Gleichung 6.1) in sehr kleine Abschnitte unterteilt. Für den Umfangsabschnitt gilt:

$$\Delta \vec{d}_i = R_D \cdot \begin{pmatrix} \sin(\varphi + \Delta\varphi) \\ \cos(\varphi + \Delta\varphi) \\ 0 \end{pmatrix} - R_D \cdot \begin{pmatrix} \sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6.30)$$

wobei  $\Delta\varphi$  der diskretisierte Umfangswinkel und  $R_D$  der Radius der Messdüse ist. Die senkrechten auf der Kugel stehenden Vektoren  $\vec{s}_i$  vom Startpunkt des Vektors  $\Delta \vec{d}_i$  zeigen genau durch den Mittelpunkt  $\vec{M}$  der Kugel und können mit Hilfe der linearen Algebra berechnet werden. Die Vektoren  $\Delta \vec{k}_i$  und  $\Delta \vec{h}_i$  werden über die Addition und Subtraktion der bereits berechneten Vektoren beschrieben:

$$\Delta \vec{k}_i = \vec{s}_i - \vec{s}_{i+1} - \Delta \vec{d}_i, \quad \Delta \vec{h}_i = \vec{s}_{i+1} + \Delta \vec{d}_i. \quad (6.31)$$

Mit Hilfe des Kreuzproduktes werden die Flächenelemente der Dreiecke  $\vec{s}_i, \Delta \vec{k}_i, \vec{h}_i$  und  $\vec{h}_i, \vec{s}_{i+1}, \Delta \vec{d}_i$  bestimmt [59]:

$$\begin{aligned} A_{i,1} &= 0,5 |\vec{h}_i \times \vec{s}_i|, \\ A_{i,2} &= 0,5 |\vec{h}_i \times \vec{s}_{i+1}|. \end{aligned} \quad (6.32)$$

Die Summe aller Flächenelemente ergibt den durchströmten engsten Querschnitt:

$$\sum_{i=1}^N (A_{i,1} + A_{i,2}), \quad (6.33)$$

mit  $N$  als Anzahl der Umfangselemente. Zur Überprüfung dieses Modells wurde eine Kugel (Lagerkugel mit Durchmesser 40 mm) mit Hilfe der Standardmesseinrichtung (siehe Kapitel 5) gemessen. Es wurde eine Messdüse mit dem Durchmesser  $D_M = 1 \text{ mm}$  benutzt. Zum Vergleich wurde die Kugel mathematisch modelliert und durch den hergeleiteten Algorithmus mit der Besselfunktion gefiltert (Abschnitt 6.1). Des Weiteren wurde die Filterwirkung nach den eben beschriebenen Ansatz der Kugelfilterung berechnet. Die Differenzen zwischen den Modellen und der Messung zur idealen Kugel sind in Abbildung 6.9 unter Vernachlässigung des Gleichanteils dargestellt. Positive Abweichungen bedeuten, dass der Abstand um diesen Betrag zu klein gemessen bzw. simuliert wurde. Hinzu kommt der nicht beachtete Gleichanteil, der bei beiden Modellen identisch ist. In schwarz ist die Abweichung dargestellt, welche bei der pneumatischen Messung entsteht. Für Kippwinkel  $\alpha$  bis etwa  $2^\circ$  liegt die Abweichung bei maximal  $200 \text{ nm}$ , bis  $3,5^\circ$  unter  $500 \text{ nm}$ . Ab  $4^\circ$  werden die Abweichungen größer und erreichen den einstelligen  $\mu\text{m}$ -Bereich.

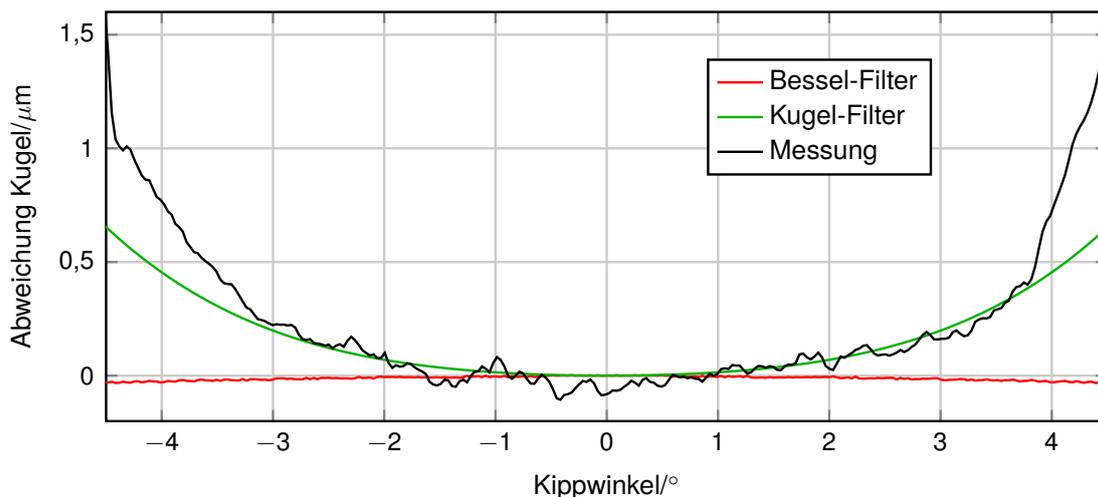


Bild 6.9: Filterwirkung pneumatischer Sensoren an einer Kugel

Unter diesen Winkeln sollte nach Möglichkeit nicht mehr gemessen werden. Die grüne Linie zeigt die Abweichungen nach dem Kugelmodell nach Abbildung 6.8. Die Annahme der Projektion senkrecht von der Oberfläche zur Messdüse wie in Abbildung 6.8 gezeigt erweist sich als korrekt für Kippwinkel bis  $3,5^\circ$ . Darüber hinaus bildet dieses Modell die Abweichungen nicht korrekt ab. Es wird vermutet, dass der Umlenkwinkel der Strömung für größere Kippwinkel an der Rückseite der Düse zu groß ist und die Strömung von der Kante abreißt. Der engste Querschnitt wird somit deutlich kleiner als erwartet. Die Bessel-Filterung bildet das Phänomen der Verkipfung nicht korrekt ab. Bis auf einen Gleichanteil (nicht dargestellt) gibt es laut diesem Modell keine Abweichung. Das Modell ist jedoch für die Abschätzung

der statischen Filterwirkung ausreichend, da das prinzipielle Verhalten bis in den niedrigen einstelligen  $\mu\text{m}$ -Bereich vorausgesagt werden kann. Die Abweichung durch Verkippung spielt sich lediglich im Sub- $\mu\text{m}$ -Bereich ab. Für die Messunsicherheit spielt sie eine wichtige Rolle, wie die Ergebnisse aus Kapitel 9 zeigen.

Werden die Ergebnisse auf eine verkippte Ebene übertragen, ergibt sich für das Modell nach der Besselfunktion keine Änderung für alle Winkel. Die Änderung nach dem Modell aus Abbildung 6.8 ist in Abbildung 6.10 zu sehen. Das grundlegende Verhalten ähnelt dem Verhalten der Kugel, insgesamt sind die Abweichungen aber deutlich geringer. Abweichungen unter Winkeln bis  $4^\circ$  liegen im Vergleich zur Kugel unter  $100\text{ nm}$ . Das Ergebnis der Kugel kann auf Probleme mit kurzwelligen Formabweichungen übertragen werden, wobei der Fall der Ebene langwellige Abweichungen mit geringer lokaler Krümmung abbildet. Je nach Messaufgabe muss analysiert werden, welcher Fall gerade vorliegt.

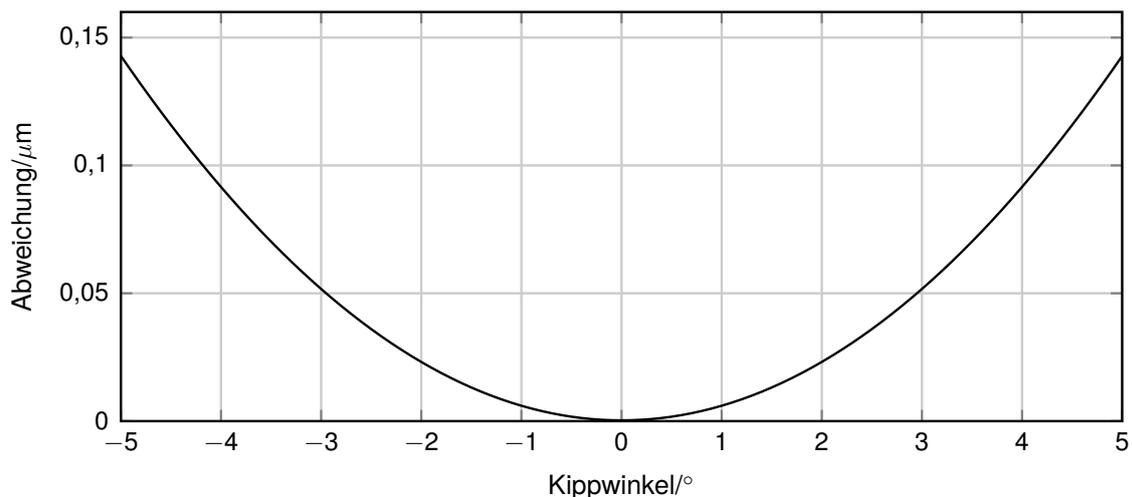


Bild 6.10: Filterwirkung pneumatischer Sensoren an einer verkippten Ebene

Technische Anmerkung: Der praktische Nachweis der Messung einer verkippten Ebene ist nur schwer umsetzbar. Das Messdüsenzentrum muss genau über dem Drehpunkt der Kippebene positioniert werden, um nur den Einfluss der Verkippung und keine transversale Bewegung zu messen. Kleine Verschiebungen aus dem Mittelpunkt führen zur Überlagerung der Verkippung und einer Abstandsänderung zwischen Düse und Ebene bei Änderungen von  $\alpha$ . Zusätzlich muss der Drehpunkt der zum Verkippen genutzten Rotationseinheit ebenfalls exakt auf einem Punkt der Ebene liegen, sonst wandert diese im Raum bei der Einstellung des Winkels  $\alpha$ . Bei der Messung der Kugel entfallen alle diese Probleme. Es muss lediglich gewährleistet sein, dass die

Messdüse die Kugel in der Nähe des Zenits der Kugel überquert. Geringe Versetzung zum Zenit im einstelligen  $\mu m$ -Bereich führen zu vernachlässigbaren Abweichungen.

## 6.4 Einfluss von Rauheit

Einflüsse der Werkstückrauheit wurden in einer Stichprobenuntersuchung abgeschätzt. Hierzu wurde eine Welle mit unterschiedlichen Rauheiten gefertigt. Für die Auslegung dieser Welle wurde die Grundgeometrie der in Abbildung 6.4 gezeigten Welle verwendet. Dem Basisdurchmesser ist keine Formabweichung, sondern fünf verschiedene Abschnitte mit unterschiedlicher Rauheit überlagert (Abbildung 6.11). Jeder Abschnitt ist 19,5 mm lang, so dass ausreichend Weglänge für die Messungen bereitsteht. Die beiden Abschnitte am Rand der Welle sind glatt gefertigt ( $R_z = 1 \mu m$ ), um die Welle über diese Flächen ausrichten zu können. Die drei mittleren Abschnitte weisen unterschiedliche Rauheiten ( $R_z = 3 \mu m, 6 \mu m, 9 \mu m$ ) auf.

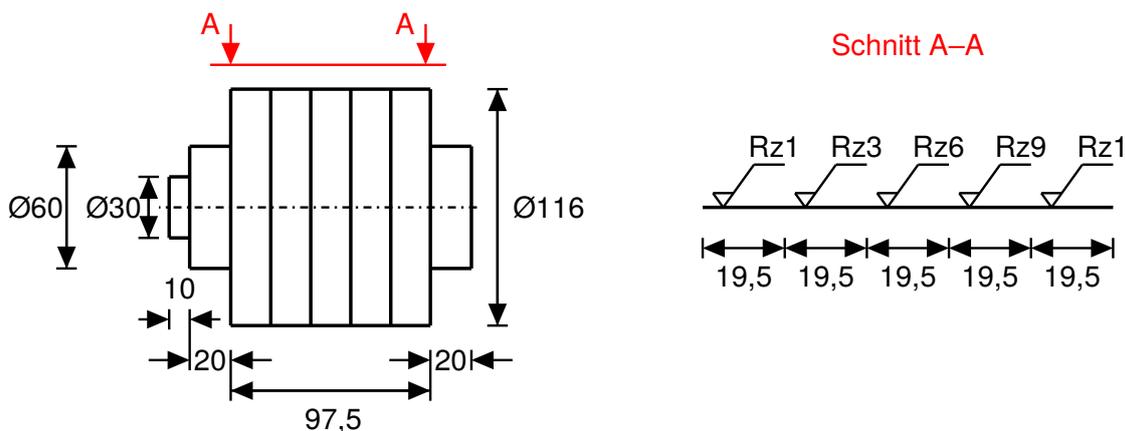


Bild 6.11: Welle zur Untersuchung von Rauheitseinflüssen

Die Welle wurde mit einem Tastschnittgerät (T8000) referenz gemessen. Das Ergebnis ist in Abbildung 6.12 zu sehen. Oben links ist der Gesamtausschnitt der Messung gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Rauheit über die Änderung des Vorschubs des Werkzeugs beim Drehen erzeugt wurde, da die Grundlinie des Profils konstant bleibt, die Spitzen jedoch größer werden. Die drei anderen Bilder zeigen einzelne Ausschnitte aus dem glatten ( $R_z = 1 \mu m$ ) und zwei rauen Abschnitten ( $6 \mu m, 9 \mu m$ ) im Detail. Alle Rauheitsprofile der Welle lassen sich nach DIN 4760 [16] zu Gestaltabweichungen dritter Ordnung klassifizieren.

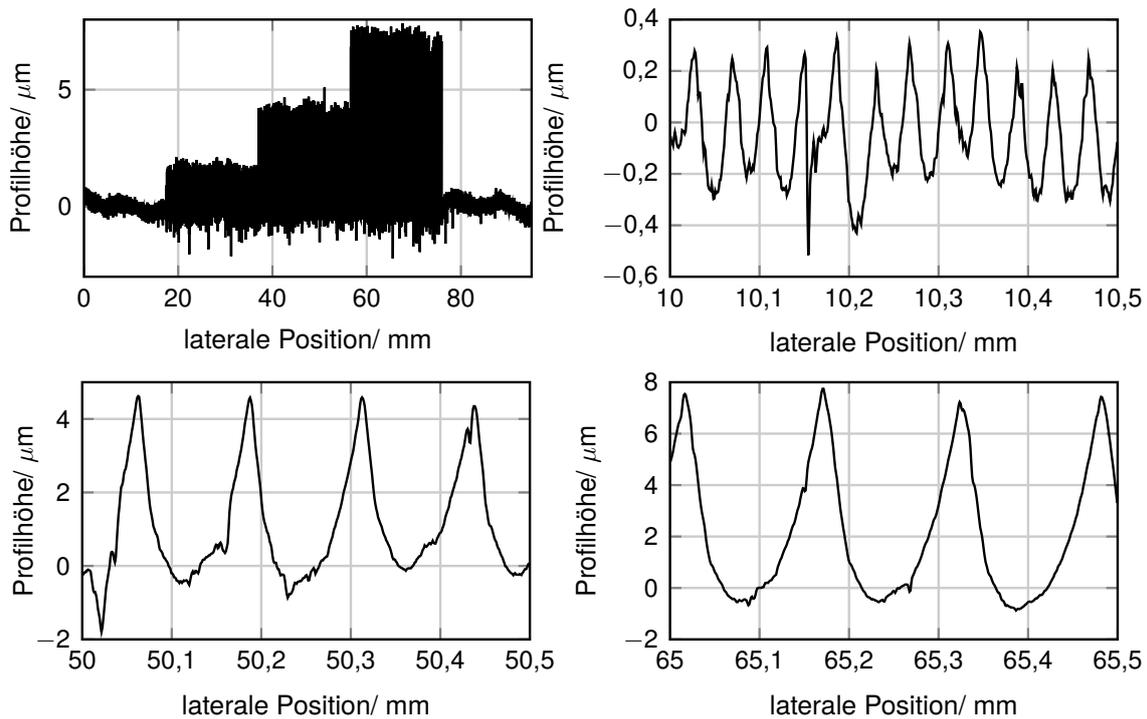


Bild 6.12: Rauheit der Welle (T8000)

Die Referenzmessung kann zur Beschreibung des lateralen Filterverhaltens als Eingangsgröße für das geometrischen Modell nach Gleichung 6.24, 6.25 und 6.28 genutzt werden. Das Resultat der so entstandenen Simulation und das Ergebnis der pneumatischen reellen Messung ist in Abbildung 6.13 zu sehen. In grau ist die Referenzmessung des Tastschnittgerätes dargestellt. Blau ist die pneumatische Messung und rot die Simulation abgebildet. Es ist einzusehen, dass pneumatische Sensoren Rauheit nicht messen können und diese stark filtern. Sehr wichtig ist jedoch der Einfluss der Rauheit auf das Ergebnis einer Form- oder auch einer Durchmesser-messung. Die Lage der Filterlinie, die bei einer pneumatischen Messung auf rauen Oberflächen entsteht, geht direkt in das Messergebnis mit ein. Interessant ist, dass im gezeigten Beispiel die gemessene Oberfläche (blau) über der simulierten Linie (rot) liegt. Der Effekt wird bei zunehmender Rauheit größer. Die Diskrepanz zwischen Simulation und Messung ist vermutlich in der Strömungsmechanik begründet. Zwischen den Rauheitsspitzen scheint sich die Luft auf Grund ihrer Viskosität in den Profiltälern anzusammeln. Sehr wahrscheinlich entstehen Luftpölster an den tiefen Stellen im Profil, die den wirksamen Querschnitt der Messdüse verringern. Die Folge ist die Detektion kleinerer Abstände als erwartet. Für genauere Aussagen müssen zukünftig weitere Proben mit unterschiedlichen Rauheitstypen und Ausprägungen untersucht werden.

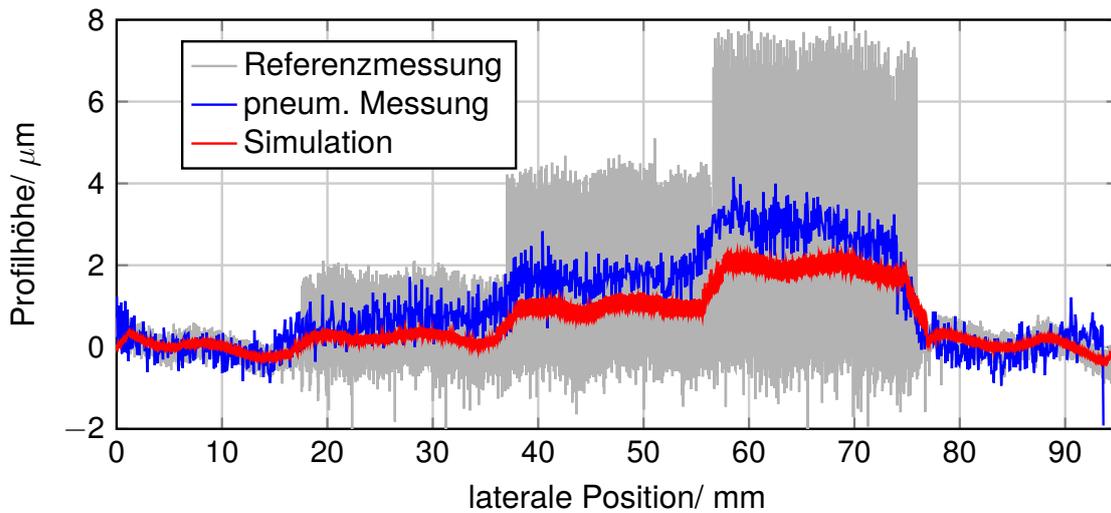


Bild 6.13: Laterale Filterwirkung von Rauheit  $D_M = 2 \text{ mm}$

Insgesamt ist festzuhalten, dass raue Oberflächen die pneumatische Filterlinie stark in Richtung Profilsitzen verschieben. Für ungerichtete Strukturen könnte der Effekt sogar noch stärker ausfallen, als bei gerichteten Strukturen, da hier kaum eine Möglichkeit besteht die Luft abzuführen.

Damit ist der Effekt der lateralen Filterwirkung pneumatischer Sensoren weitreichend beschrieben. Im Folgenden wird dieses Verhalten zurückgestellt und die Ergebnisse zeitabhängiger Untersuchungen vorgestellt.



## 7 Dynamisches Verhalten

Im vorherigen Abschnitt ist das laterale Filterverhalten pneumatischer Sensoren beschrieben. Dynamische Effekte wurden bei diesen Betrachtungen ausgeblendet und Messungen hinreichend langsam durchgeführt, so dass die Betrachtung legitim ist. In diesem Abschnitt wird das Augenmerk auf zeitabhängige Messungen gelegt (siehe Abbildung 7.1). Alle betrachteten Vorgänge sind instationär.

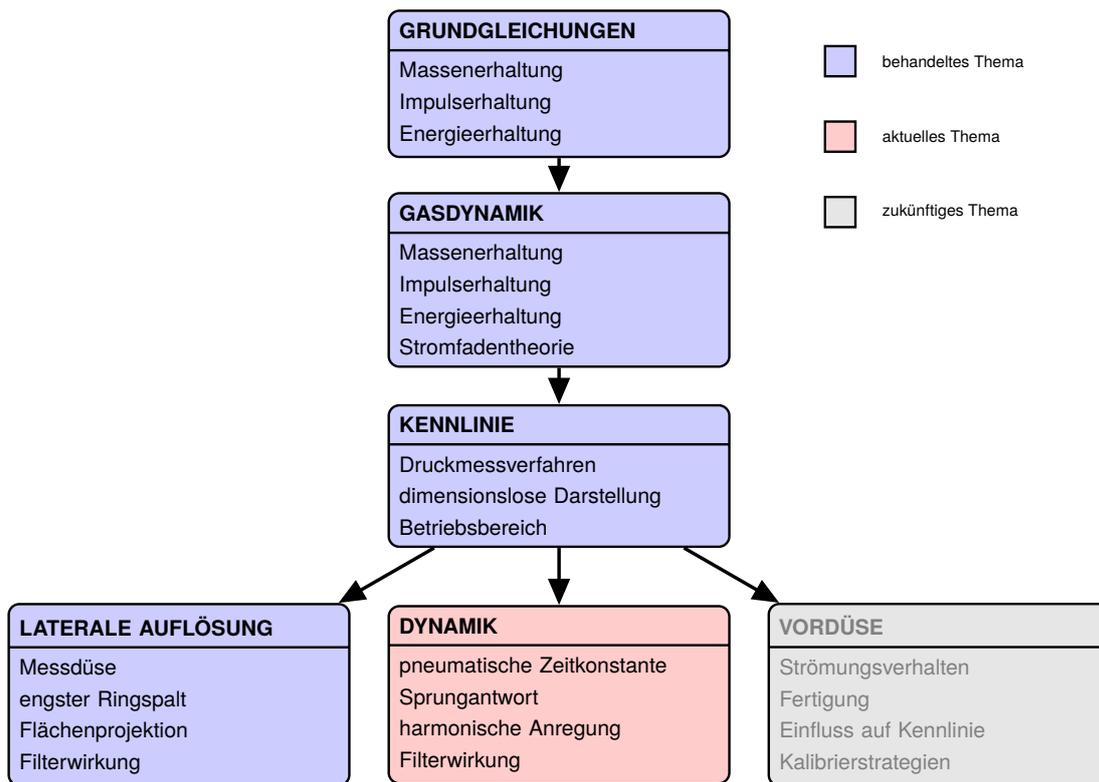


Bild 7.1: Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 5

Filterwirkungen durch die Messdüse werden im Gegensatz dazu vernachlässigt. Die Betrachtung dynamischer Messungen ist für die Pneumatik deutlich wichtiger als für anderen Messprinzipien. Optische und taktile Messgeräte sind in den meisten Fällen dynamisch genug, um typische Messaufgaben lösen zu können, so dass bei deren Einsatz andere Problemstellungen, wie Schmutzpartikel und Umgebungsschwingungen, im Vordergrund stehen. Pneumatische Sensoren können unter Umständen sehr langsam sein und Taktzeiten nur schwer erreichen. In den folgenden Unterabschnitten wird dieses Problem genauer untersucht. Es wird sich zeigen für welche Anwendungen ein pneumatischer Sensor dynamisch genug arbeitet und wo seine physikalischen Grenzen liegen. Zuerst wird ein theoretisches Modell zur Berechnung von Ansprechzeiten und der Reaktion auf beliebige Anregungen hergeleitet. Weiter sind Ergebnisse

experimenteller Sprungantworten vorgestellt und mit dem theoretischen Modell verglichen. Abschließend sind die Resultate experimenteller harmonischer Anregungen erklärt und ebenfalls mit dem Modell verglichen. Die Untersuchung beruhen auf der Analyse linearer zeitinvarianter Systeme (LTI-Systeme), welche unter anderem von Frey und Bossert und auch von Zacher und Reuter beschrieben sind [27] [77]. Im konkreten Beispiel der Pneumatik werden jedoch an entsprechender Stelle einige Einschränkungen an die Linearität gemacht.

## 7.1 Modellierung der Messkammer

Entscheidend für das dynamische Verhalten pneumatischer Sensoren ist die Messkammer, welche der Raum zwischen Vor- und Messdüse ist. In dieser ändert sich der Druck abhängig vom Werkstückabstand und somit auch die Luftmasse in der Kammer. Bisher wurde angenommen, dass der Druck  $p_M(t)$  dem veränderlichen Messdüsenquerschnitt  $A_M(t)$  unmittelbar folgt und die Kennliniengleichung 4.11 immer erfüllt ist. Wird die Physik der Messkammer genauer untersucht, wird eine Diskrepanz zwischen beiden Größen deutlich. In Abbildung 7.2 ist das Modell des dynamischen Sensors dargestellt, welches die genannten Abweichungen beschreibt.

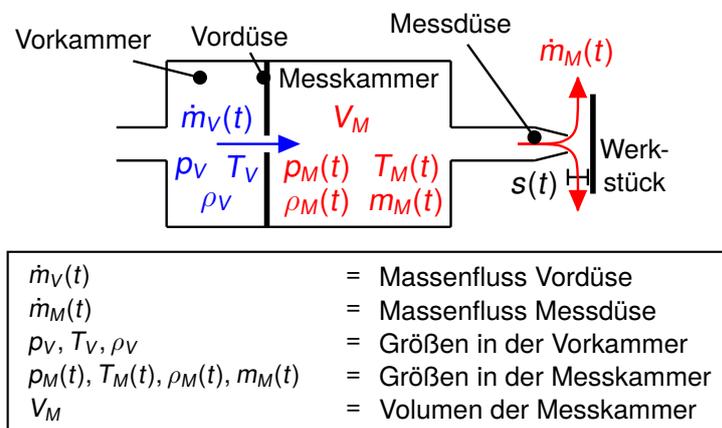


Bild 7.2: Modell der Messkammer

In der Vorkammer vor der Vordüse herrschen die konstanten Zustandsgrößen (Vordruck  $p_V$ , Vortemperatur  $T_V$  und Dichte in der Vorkammer  $\rho_V$ ). Zeitabhängig sind hingegen die Größen in der Messkammer (Messdruck  $p_M(t)$ , Messtemperatur  $T_M(t)$ , Dichte  $\rho_M(t)$  und die Luftmasse in der Messkammer  $m_M(t)$ ), wobei  $m_M(t)$  die zeitabhängige Luftmasse ist.  $\dot{m}_V(t)$  und  $\dot{m}_M(t)$  sind die Massenflüsse durch Vor- und Messdüse nach Gleichung (4.3) und (4.5). Die zeitliche Änderung der Luftmasse in

der Messkammer kann durch diese Massenflüsse wie folgt beschrieben werden:

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_V(t) - \dot{m}_M(t). \quad (7.1)$$

Durch Anwendung und Ableitung des idealen Gasgesetzes auf die Messkammer folgt:

$$\frac{dp(t)}{dt} = \frac{R \cdot T_M(t)}{V_M} \cdot \frac{dm}{dt}, \quad (7.2)$$

$T_M(t)$  ist nach Gleichung 4.7 identisch mit der Temperatur in der Vorkammer  $T_V$  und aufgrund der konstanten Zustandsgrößen der Vorkammer von der zeitlichen Ableitung unabhängig und kann in Gleichung 7.2 durch diese ersetzt werden. Gleichung 7.1 in Gleichung 7.2 eingesetzt führt auf:

$$\frac{dp(t)}{dt} = \frac{R \cdot T_V}{V_M} \cdot (\dot{m}_V(t) - \dot{m}_M(t)). \quad (7.3)$$

Die ausformulierten Massenflüsse nach Gleichung (4.3) und (4.5) in Gleichung 7.3 unter der Annahme der Temperaturkonstanz eingesetzt ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{dp(t)}{dt} = \frac{R \cdot T_V}{V_M} \cdot \sqrt{2 \cdot c_P \cdot T_V} \cdot \\ \left( A_V \cdot \rho_V \cdot \sqrt{\max((\omega_M(t), \omega_{krit}))^{\frac{2}{\kappa}} - \max((\omega_M(t), \omega_{krit}))^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} - \right. \\ \left. A_M(t) \cdot \rho_M(t) \cdot \sqrt{\max((\omega_U(t), \omega_{krit}))^{\frac{2}{\kappa}} - \max((\omega_U(t), \omega_{krit}))^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \right). \end{aligned} \quad (7.4)$$

$A_M(t)$  ist der sich über die Zeit dynamisch ändernde Querschnitt an der Messdüse und kann mathematisch als Anregerfunktion für die Differentialgleichung 7.4 aufgefasst werden. Wie in Kapitel 4 hergeleitet wird die Vordüse stets mit  $\omega_M \geq \omega_{krit}$  und die Messdüse mit  $\omega_U \leq \omega_{krit}$  betrieben. Gleichung 7.4 geht mit dieser Definition über in:

$$\begin{aligned} \frac{dp(t)}{dt} = \frac{R \cdot T_V}{V_M} \cdot \sqrt{2 \cdot c_P \cdot T_V} \cdot \\ \left( A_V \cdot \rho_V \cdot \sqrt{\omega_M(t)^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_M(t)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} - A_M(t) \cdot \rho_M(t) \cdot \sqrt{\omega_{krit}^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_{krit}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \right). \end{aligned} \quad (7.5)$$

Die Dichten  $\rho_M(t)$  und  $\rho_V$  können durch das allgemeine Gasgesetz ausgedrückt werden. Dabei gilt ebenfalls die Temperaturkonstanz. Es folgt nach Kürzen für Gleichung 7.5:

$$\begin{aligned} \frac{dp(t)}{dt} = \frac{1}{V_M} \cdot \sqrt{2 \cdot c_P \cdot T_V} \cdot \\ \left( A_V \cdot p_V \cdot \sqrt{\omega_M(t)^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_M(t)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} - A_M(t) \cdot p_M(t) \cdot \sqrt{\omega_{krit}^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_{krit}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \right). \end{aligned} \quad (7.6)$$

Nach Division beider Seiten durch den Vordruck  $p_V$  kann die Ableitung des Messdrucks nach der Zeit  $\frac{dp_M}{dt}$  durch die Ableitung des Druckverhältnisses nach der Zeit  $\frac{d\omega_M}{dt}$  ausgedrückt werden. Der Vordruck  $p_V$  auf der rechten Seite kürzt sich heraus. Zusätzlich wird aus dem Messdruck  $p_M(t)$  auf der rechten Seite, mit Hilfe der Definition aus Gleichung 4.2, das dimensionslose Druckverhältnis  $\omega_M(t)$ :

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{V_M} \cdot \sqrt{2 \cdot c_P \cdot T_V} \cdot \left( A_V \cdot \sqrt{\omega_M(t)^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_M(t)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} - A_M(t) \cdot \omega_M(t) \cdot \sqrt{\omega_{krit}^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_{krit}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \right). \quad (7.7)$$

Der Vordüsenquerschnitt wird im letzten Schritt ausgeklammert. Es folgt die allgemeine Differentialgleichung für das Zeitverhalten pneumatischer Sensoren:

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_P} \cdot (f(\omega_M(t)) - r(t) \cdot \omega_M(t) \cdot c_L), \quad (7.8)$$

mit der pneumatischen Zeitkonstante

$$\tau_P = \frac{V}{\sqrt{2 \cdot c_P \cdot T_V} \cdot A_V}, \quad (7.9)$$

einer Funktion von  $\omega_M(t)$

$$f(\omega_M(t)) = \sqrt{\omega_M(t)^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_M(t)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}, \quad (7.10)$$

einer Konstanten die nur vom verwendeten Arbeitsgas abhängt

$$c_L = \sqrt{\omega_{krit}^{\frac{2}{\kappa}} - \omega_{krit}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \quad (7.11)$$

und der Anregungsfunktion der Differentialgleichung

$$r(t) = \frac{A_M(t)}{A_V}. \quad (7.12)$$

Auf eine vergleichbare Weise leitet Wiemer [73] diese Differentialgleichung her. Durch numerische Integration der Gleichung 7.8 kann das zeitabhängige Druckverhältnis  $\omega_M(t)$  in Abhängigkeit beliebiger dynamischer Anregungen  $r(t)$  ermittelt werden. Lösungsmethoden hierfür sind beispielsweise von Engeln-Müllges dokumentiert [24]. Da die Gleichung ein System erster Ordnung beschreibt, können mit Hilfe der Zeitkonstante  $\tau_P$  wichtige Aussagen über die Dynamik getroffen werden:

- Die Ansprechzeit ist proportional zum Volumen der Messkammer  $V_M$ .
- Die Ansprechzeit ist umgekehrt proportional zum Vordüsenquerschnitt  $A_V$ .
- Typische Temperaturänderung der Luftzufuhr im Bereich  $T_V \approx 0 - 40^\circ$  haben einen untergeordneten Einfluss auf die Ansprechzeit, weil die Temperatur in der Einheit Kelvin in die Zeitkonstante mit eingeht.

Zusätzlich ist die Art und der Betrag der Anregerfunktion  $r(t)$  relevant für die Ansprechzeit. Abstandsänderungen zwischen Werkstück und Messdüse  $\frac{ds}{dt}$ , welche in großer Entfernung von der Messdüse auftreten, werden weniger schnell vom Sensor detektiert als solche, die nah an dieser erscheinen. Diese Aussagen sind durch umfangreiche Experimente geprüft worden und werden in den nächsten Abschnitten erläutert.

## 7.2 Experimentelle Sprungantworten

Der klassische Ansatz für Dynamikuntersuchungen ist die Ermittlung der Sprungantwort. In der Realität sind Sprungfunktionen nur näherungsweise realisierbar. Wenn das getestete System jedoch sehr viel langsamer reagiert als das testende System den Zustandswechsel von Start- zu Endwert ausführt, kann von einer sprungförmigen Anregung ausgegangen werden. Zum Testen pneumatischer Sensoren, im Rahmen dieser Arbeit, wurde der Aufbau aus Abbildung 7.3 realisiert. Abgebildet ist ein Positioniertisch, dessen Tischplatte durch eine Stellschraube um einen virtuellen Drehpunkt hinter dem linken Tischende gekippt werden kann. Eine metallische, flache Feder am linken Ende des Aufbaus drückt die Tischplatte gegen die Schraube nach unten, wodurch stets ein fester Kontakt gewährleistet ist. Am gegenüberliegenden Ende der Feder zwischen Rahmen und Tischplatte wird ein Splint geklemmt. Die Schraube wird zurück gedreht, so dass zwischen ihr und der Tischplatte eine Lücke entsteht. Anschließend wird der Splint schlagartig aus der Klemmung gezogen und die Tischplatte, springt durch die Feder gedrückt auf die Stellschraube zurück. Eine über dem Tisch positionierte Messdüse nimmt dadurch eine sprungartige Distanzänderung wahr.

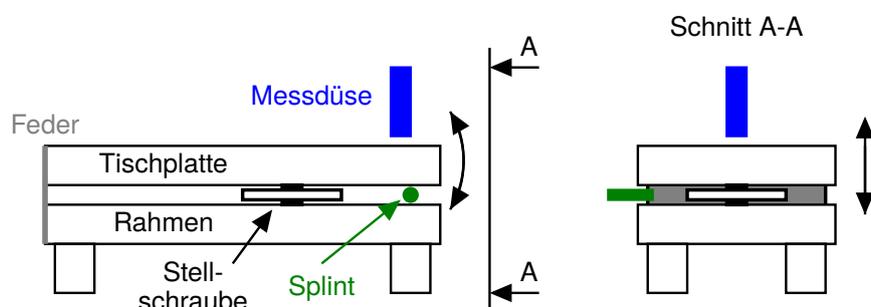


Bild 7.3: Experiment zur Ermittlung der Sprungantwort

Für die Überprüfung der Theorie sind die in Tabelle 7.1 aufgeführten pneumatischen Kombinationen getestet worden. Drei verschiedene Messkammervolumen  $V_M$  durch

Variation der Schlauchlänge zwischen Wandler und Messdüse, so wie fünf Düsenkombinationen wurden gewählt. Jede Kombination wurde durch zwei Sprungrichtungen und je drei Sprunghöhen getestet. In der Tabelle ist der Startwert durch das entsprechende Startdruckverhältnis  $\omega_{M,Start}$  zwischen Vor- und Messdruck und der Endwert durch das Enddruckverhältnis  $\omega_{M,Ende}$  gekennzeichnet. Alle Szenarien wurden je 5 mal mit der Basismesseinrichtung (Kapitel 5) gemessen, so dass am Ende 450 Einzelmessungen als Datenbasis für die Prüfung der Dynamik zu Grunde liegen. Als charakteristische Ansprechzeit ist der Zeitpunkt festgelegt, bei welchem der Endwert zu 95 % erreicht ist.

Tabelle 7.1: Pneumatische Kombinationen getesteter Sprungantworten

<b>Volumen</b> $V_M / \text{cm}^3$	<b>Durchmesser</b> <b>Mess- und</b> <b>Vordüse</b> $D_M; D_V / \text{mm}$	<b>Sprungtyp</b> $\omega_{M,Start} \rightarrow \omega_{M,Ende}$
4,06	1,0; 0,5	1) 0,90 $\rightarrow$ 0,75
19,20	1,0; 0,7	2) 0,90 $\rightarrow$ 0,60
32,21	2,0; 0,7	3) 0,75 $\rightarrow$ 0,60
	2,0; 1,0	4) 0,60 $\rightarrow$ 0,75
	2,0; 1,4	5) 0,60 $\rightarrow$ 0,90
		6) 0,75 $\rightarrow$ 0,90

In Abbildung 7.4 ist ein Beispiel für die Auswertestrategie und der Vergleich mit der theoretischen Ansprechzeit abgebildet. Die Graphik zeigt den Verlauf des Druckverhältnisses über der Zeit eines Einzelversuches (grau), wobei der Startzeitpunkt manuell aus der Graphik abgelesen und als Zeitpunkt Null definiert wird. In den hinteren Abschnitt der Daten (blau) wird eine geglättete Splinekurve [9] (schwarz) eingepasst um das Sensorrauschen und die Digitalisierung zu unterdrücken. Als Ansprechzeit der Messung ist der Schnittpunkt zwischen dieser Splinekurve und dem 95 prozentigen Amplitudenwert des Druckverhältnisses festgelegt. Die rote durchgehende Linie ist die Lösung der Differentialgleichung nach Gleichung 7.8. Die Zeitkonstante  $\tau_P$  ist aus dem jeweiligen Aufbau bekannt und die Anregungsfunktion  $r(t)$  kann aus dem gemessenen Start und Enddruckverhältnis mit Hilfe der Kennliniengleichung (Gleichung 4.11) bestimmt werden. In grün dargestellt ist die Lösung der Differentialgleichung (rot), die nachträglich mit einem PT1-System digital gefiltert wurde. Das zusätzliche Systemverhalten erster Ordnung ist kein physikalischer Effekt welcher aus der Pneumatik stammt, sondern auf ein spezielles Detail der Basismess-

einrichtung (Kapitel 5) zurückzuführen. Die analogen Spannungssignale, welche von der Messbrücke der Drucksensoren abgegriffen werden, werden durch einen RC-Tiefpassfilter (Zeitkonstante  $\tau_{RC,PT1} = 4,5 \text{ ms}$ ) modifiziert (siehe Anhang A). Für kleine Zeitkonstanten  $\tau_P$  macht sich diese Filterung bemerkbar und muss berücksichtigt werden. In der Serienanwendung wird dieser Filter benutzt um den Signalverlauf zu glätten. Es zeigt sich, dass die Messung und die Theorie gut zusammen passen, es aber trotzdem relevante Abweichungen zwischen theoretischer und gemessener Ansprechzeit gibt. Gemessen wurde  $T_{95\%} = 88,5 \text{ ms}$  (schwarzes Kreuz).

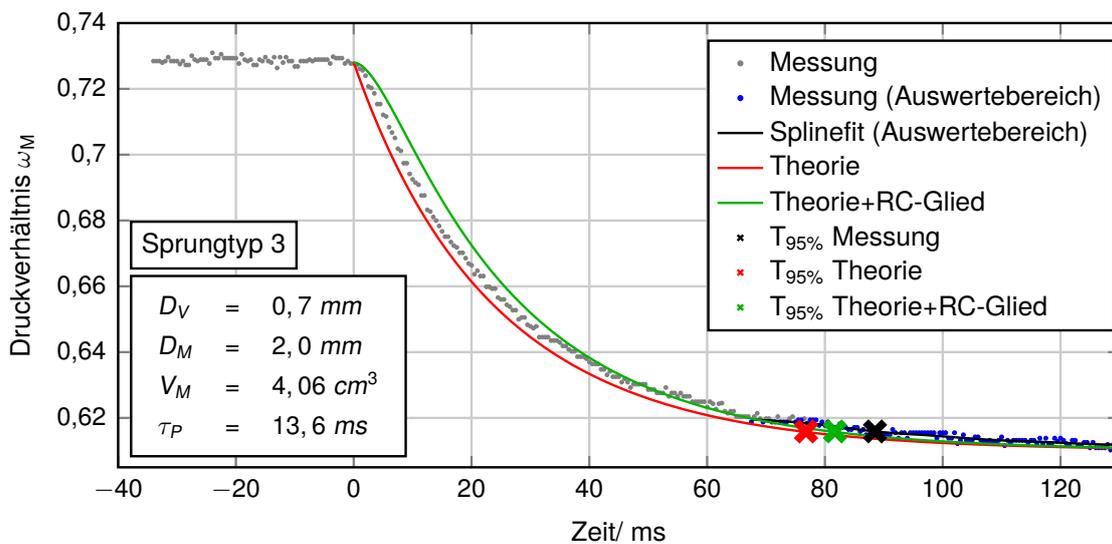


Bild 7.4: Auswertung der Sprungantwort

Theoretisch ergibt sich eine Ansprechzeit von  $T_{95\%} = 76,8 \text{ ms}$  (rotes Kreuz) und unter Berücksichtigung des RC-Filters  $T_{95\%} = 81,7 \text{ ms}$  (grünes Kreuz). Das gezeigte Beispiel repräsentiert nicht alle gemessenen Sprungantworten. Für einige Messungen kann die gemessene Ansprechzeit mit Hilfe des Modells auf eine Millisekunde genau vorhergesagt werden, wobei für Andere eine Abweichung von mehr als 50 % festzustellen ist. Gründe für diese Abweichungen sind in erster Linie im Experiment und der Auswertung zu finden. Der generierte Sprung ist nur annäherungsweise ideal, da der fallenden Tischplatte die Massenträgheit entgegenwirkt und der Splint unter der Platte nur mit endlicher Geschwindigkeit entfernt werden kann. Weiterhin ist es schwierig den Zeitpunkt des Sprungs exakt festzustellen. Wie in Abbildung 7.4 zu erkennen ist, fällt das Druckverhältnis erst langsam ab, bevor es einen steilen Gradienten aufweist. Mit überlagertem Sensorrauschen ist es schwierig, den genauen Beginn des Sprungs zu identifizieren.

Trotz der genannten Schwierigkeiten sind aus der Messreihe zweifellos wichtige Ergebnisse abzuleiten. Eine Behauptung der mathematischen dynamischen Be-

schreibung ist, dass sich die Pneumatik nichtlinear verhält und die Ansprechzeit von Richtung, Höhe und Position des Sprungs im Messbereich abhängt (Kapitel 7.1). Mit Hilfe von Abbildung 7.5 lässt sich diese Behauptung bestätigen. Dargestellt sind die Ergebnisse der Sprungmessungen für eine spezifische Kombination aus Vor- und Messdüse, sowie eines konstanten Volumens. Auf der Abszisse ist die Nummer des korrespondierenden Sprungtyps nach Tabelle 7.1 aufgetragen. Die Ordinate zeigt die gemessene und errechnete Ansprechzeit in Abhängigkeit des Sprungtyps. Die gezeigten Abweichungen errechnen sich aus der Standardabweichung aus je 5 Wiederholmessungen und dem Erweiterungsfaktor  $k=2,776$  für ein Vertrauensintervall von 95 % unter Berücksichtigung der Studentverteilung [25]. Es ist eindeutig zu erkennen, dass die Nichtlinearität in den Messungen und der Theorie gleichermaßen auftreten. Der absolute Wert der Ansprechzeit weicht jedoch um etwa 15 % von den Messungen ab. Für das gezeigte Beispiel ist der Einfluss des RC-Filters vernachlässigbar gering.

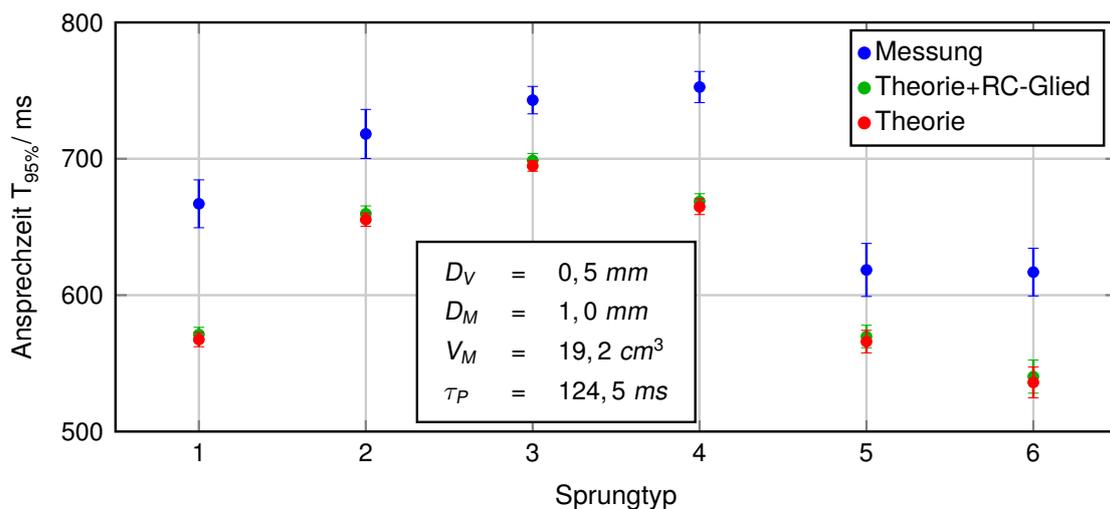


Bild 7.5: Einfluss des Sprungtyps auf die Ansprechzeit

Die andere Behauptung der theoretischen Überlegung ist, dass die Ansprechzeit pneumatischer Sensoren proportional zur Zeitkonstante  $\tau_P$  ist. Dass diese Aussage richtig ist wird aus Abbildung 7.6 deutlich. Aufgetragen sind die Ansprechzeiten  $T_{95\%}$  aller Einzelexperimente über der Zeitkonstante  $\tau_P$ . Es ist eine große Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis erkennbar, wobei die Theorie generell kleinere Ansprechzeiten voraussagt, als sie im Experiment vorkommen. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Ansprechzeiten für gleiche Zeitkonstanten sowohl bei den Messungen, als auch in der Theorie streuen. Dies ist auf die diskutierten Nichtlinearitäten durch unterschiedliche Sprungtypen zurückzuführen.

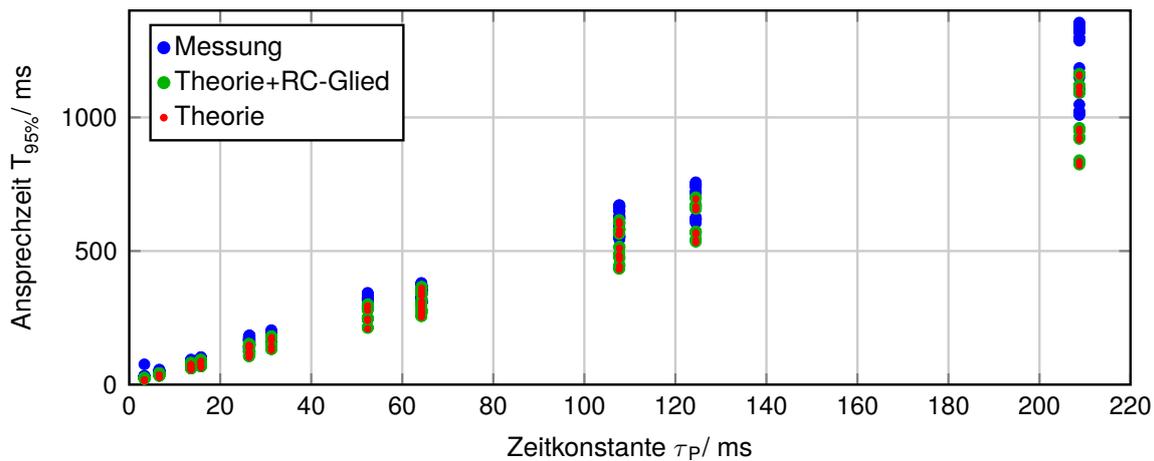


Bild 7.6: Einfluss der pneumatischen Zeitkonstante  $\tau_P$  auf die Ansprechzeit

Für das Erlangen weiterer Aussagen über die Dynamik und die bei den Sprungantworten vorhandenen Abweichungen, wurden verschiedene Sensorkombinationen zusätzlich durch harmonische Anregungen getestet. Aufbau, Experimente und die Analyse für diese Studie finden sich im folgenden Abschnitt.

### 7.3 Experimentelle Amplitudengänge

Oftmals sind harmonische Anregungen realitätsnäher als Sprungantworten. In den meisten Fällen treten Formabweichungen nicht schlagartig oder in Form von Kanten auf, sondern ändern sich über eine gegebene Messstrecke vergleichsweise langsam. Bewegt sich ein Sensor über eine solche Oberfläche, nimmt dieser einen sich über die Zeit kontinuierlich ändernden Querschnitt der Messdüse  $A_M$  wahr. Eine solche Änderung kann durch die Fourierzerlegung in einzelne Frequenzanteile aufgeteilt und analysiert werden. In diesem Abschnitt wird beschrieben, wie pneumatische Sensoren auf einzelne Frequenzanteile reagieren und was die daraus folgenden messtechnischen Konsequenzen sind. Hierzu wurde ein Aufbau realisiert, dessen Schema in Abbildung 7.7 dargestellt ist. Das Hauptelement dieses Experiments ist ein Shaker [8]. Dieser führt eine oszillierende Bewegung in s-Richtung mit einstellbarer Amplitude und Frequenz aus. Auf den sich bewegenden Kopf des Shakers ist eine Metallscheibe montiert, die als Prallplatte für die pneumatische Messdüse dient. Die Bewegung des Shakers wird mit einem kapazitiven Sensor Referenz gemessen. Bei niedrigen Frequenzen weisen beide Sensoren die gleiche Amplitude und die gleiche Phasenlage auf. Bei mittleren und hohen Frequenzen wird die Amplitude des deutlich trägeren pneumatischen Sensors abnehmen und die Phase des Signals

zurückfallen. Wird dieses Experiment für hinreichend viele Frequenzen ausgeführt, kann der Amplituden und Phasengang des pneumatischen Sensors aufgezeichnet werden. Die Frequenzen sind dabei so niedrig gewählt, dass der kapazitive Sensor die Eingangsschwingung mit voller Amplitude und richtiger Phase abbildet.

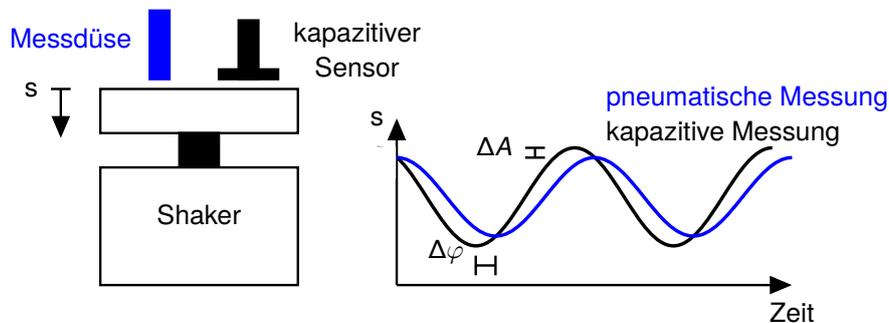


Bild 7.7: Experiment zur Analyse von harmonischen Anregungen

Insgesamt wurden auf diese Weise neun verschiedene pneumatische Kombinationen getestet (siehe Tabelle 7.2). Dabei wurden die drei Parameter Vordüse  $D_V$ , Messdüse  $D_M$  und Volumen  $V_M$  gleich den Einstellung der Sprungexperimente gewählt (Tabelle 7.1). Zur Reduzierung des Aufwandes, wurde nur der Maximal- und Minimalwert jedes Parameters eingestellt. Aus anderen Parameterkombinationen sind keine weiteren signifikanten Ergebnisse zu erwarten. Die Kombination  $D_V = 1,6 \text{ mm}$ ,  $D_M = 2,0 \text{ mm}$  und  $V_M = 4,06 \text{ cm}^3$  wurde als zusätzliches Beispiel für eine niedrige Zeitkonstante  $\tau_P$  gemessen. Für alle Einstellungen wurden zwischen 12 und 15 Frequenzen  $f$  logarithmischer Teilung getestet. Insgesamt stehen über 100 Einzelexperimente für die Analyse bereit.

Tabelle 7.2: Pneumatische Kombinationen für Frequenztest

Volumen $V_M/\text{cm}^3$	Durchmesser Mess- und Vordüse $D_M; D_V/\text{mm}$
4,06	1,0; 0,5
32,21	1,0; 0,7
	2,0; 0,7
	2,0; 1,4
	2,0; 1,6

Ein Beispiel für eine Einzelmessung ist in Abbildung 7.8 gezeigt. Die schwarze Punk-

teserie repräsentiert die kapazitive Messung. Approximiert wird die Messung durch eine Sinusfunktion (schwarze Linie). In blau ist die pneumatische Messung und deren Sinusnäherung zu sehen. In diesem Beispiel ist ein Amplitudenverlust und ein Phasenverzug deutlich zu erkennen. Der Sensor wird in diesem Fall dynamisch überbeansprucht. Die kapazitive Messung (nicht die Approximation) wird als Anregungsfunktion in die Differentialgleichung 7.8 eingesetzt. Die Lösung der Gleichung ergibt die rote Punkteserie, welche ebenfalls durch einen Sinus angenähert wird.

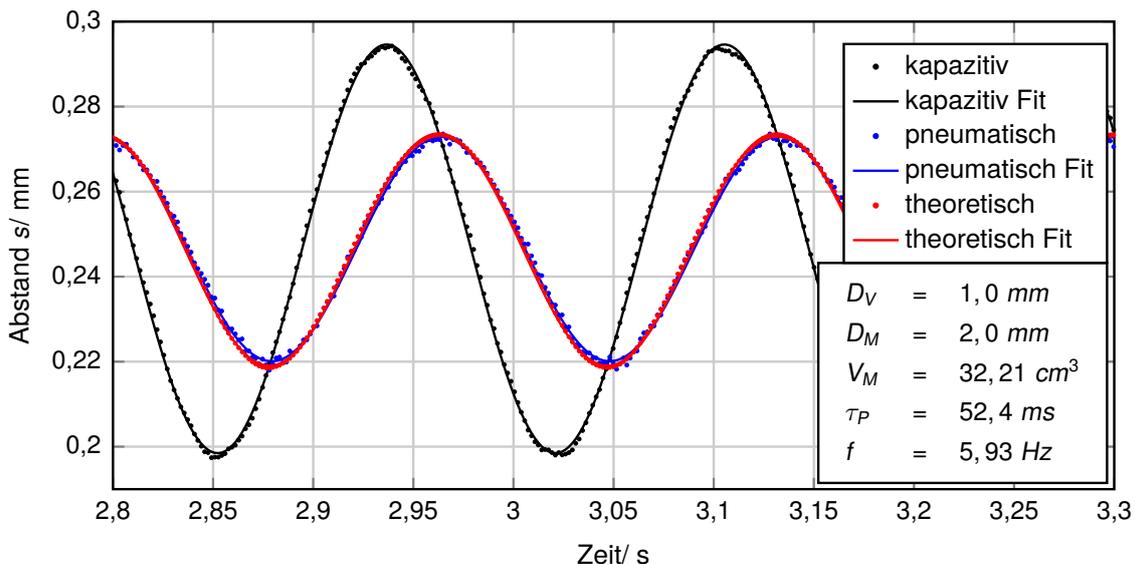


Bild 7.8: Auswertung der harmonischen Anregungen

Die trigonometrischen Funktionen seien wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}
 A_K(t) &= A_{K,0} \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_K) + c_K, \\
 A_P(t) &= A_{P,0} \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_P) + c_P, \\
 A_T(t) &= A_{T,0} \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_T) + c_T,
 \end{aligned}
 \tag{7.13}$$

wobei  $A_K(t)$  die kapazitive Messung (schwarz),  $A_P(t)$  die pneumatische Messung (blau) und  $A_T(t)$  die Approximation der Lösung der Differentialgleichung (rot) ist. Der pneumatisch gemessene Amplituden- und Phasengang ergibt sich dann zu:

$$A_{P, \text{rat}} = \frac{A_{P,0}}{A_{K,0}}, \quad \Delta\varphi_P = \varphi_P - \varphi_K
 \tag{7.14}$$

für die Messung mit  $A_{P, \text{rat}}$  als gemessenes Amplitudenverhältnis und  $\Delta\varphi_P$  als gemessener Phasendifferenz. Für das Modell resultiert analog:

$$A_{T, \text{rat}} = \frac{A_{T,0}}{A_{K,0}}, \quad \Delta\varphi_T = \varphi_T - \varphi_K
 \tag{7.15}$$

mit  $A_{T, \text{rat}}$  als simuliertes Amplitudenverhältnis und  $\Delta\varphi_T$  als simulierte Phasendifferenz. Sind die Frequenzen größer als 10 Hz muss zusätzlich die analoge Filterung des

RC-Glieds der Elektronik des Wandlers berücksichtigt werden. Im Modell wird das durch ein digitales PT1-Filter realisiert. Die Nomenklatur wird mit  $A_{+RC, rat}$  für das errechnete Amplitudenverhältnis und  $\Delta\varphi_{+RC}$  für den Phasenversatz festgelegt. Ein Beispiel für das Ergebnis einer pneumatischen Kombination ist in Abbildung 7.9 zu sehen. Sowohl Amplituden- als auch Phasengang zeigen eine hohe Übereinstimmung zwischen Modell (rot: rein pneumatisch und grün: mit RC-Glied) und Messung (blau). Ab 10 Hz ist der Einfluss des RC-Gliedes deutlich erkennbar. Das bessere Ergebnis im Vergleich zu den Sprungantworten liegt in der leichteren Handhabung dieses Experiments. Statt einer schwer in der Praxis definierbaren Sprungfunktion ist eine oszillierende Bewegung leichter umzusetzen. Zusätzlich ist die Auswertung der harmonischen Anregung deutlich robuster. Es muss kein Startpunkt gefunden werden und Sensorrauschen wirkt sich beim Einpassen der Sinusfunktion weniger aus, als bei der Analyse der Sprungantworten. Bemerkbare Abweichungen sind nur bei hohen Frequenzen in der Phasenlage zu erkennen. Da die Amplituden hier sehr klein sind, wird die Einpassung einer trigonometrischen Funktion ungenauer. Dieser Bereich ist für Messungen jedoch nicht relevant.

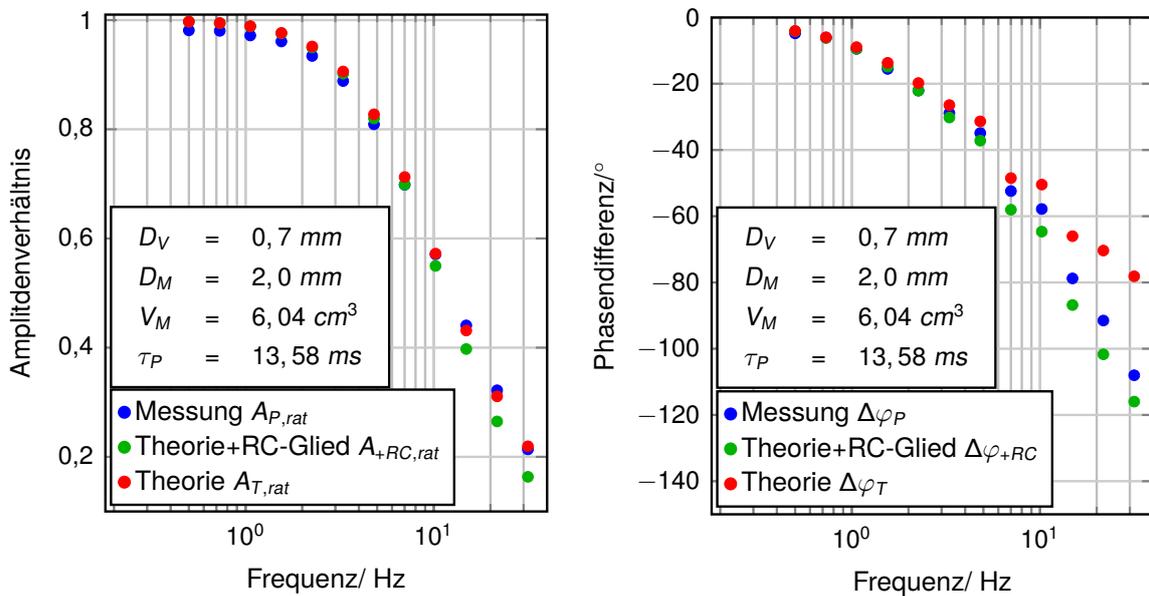


Bild 7.9: Amplituden- und Phasengang eines pneumatischen Sensors

Es ist möglich, durch die Einführung einer dimensionslosen Kennzahl alle Experimente unterschiedlicher Zeitkonstanten unmittelbar miteinander zu vergleichen. Aus der Differentialgleichung 7.8 und den Sprungexperimenten ist zu erkennen, dass die Filterwirkung pneumatischer Sensoren hauptsächlich proportional zur Zeitkonstante  $\tau_P$  ist. Diese Feststellung lässt sich ohne Weiteres auf die harmonischen Experimente übertragen. Wird die Frequenz  $f$  der harmonischen Anregung mit der

pneumatischen Zeitkonstante  $\tau_P$  skaliert, fallen alle Amplituden- und Phasengänge jeder pneumatischen Kombination in einer Funktion zusammen. Es wird die dimensionslose pneumatische Frequenz  $f_D$  definiert:

$$f_D = f \cdot \tau_P. \quad (7.16)$$

Werden die Amplituden- und Phasengänge aller Experimente unterschiedlicher Zeitkonstanten über dieser Frequenz aufgetragen, resultiert das Ergebnis aus Abbildung 7.10. Unabhängig von den gewählten Zeitkonstanten zeigt sich eine gute Vergleichbarkeit zwischen Theorie und Experiment. Es ist zu erkennen, dass die Übertragungsfunktion entlang einer gedachten Linie verläuft. Abweichungen davon sind zum einen der leichten Amplitudenvariation und der Verschiebung der Anregung im Messbereich (Nichtlinearität) zum anderen der Filterwirkung des RC-Gliedes geschuldet. Die Filterung des RC-Gliedes ist in der dimensionslosen Darstellung nicht enthalten, was die Streuung der Werte vor allem in der Phasenverschiebung erklärt.

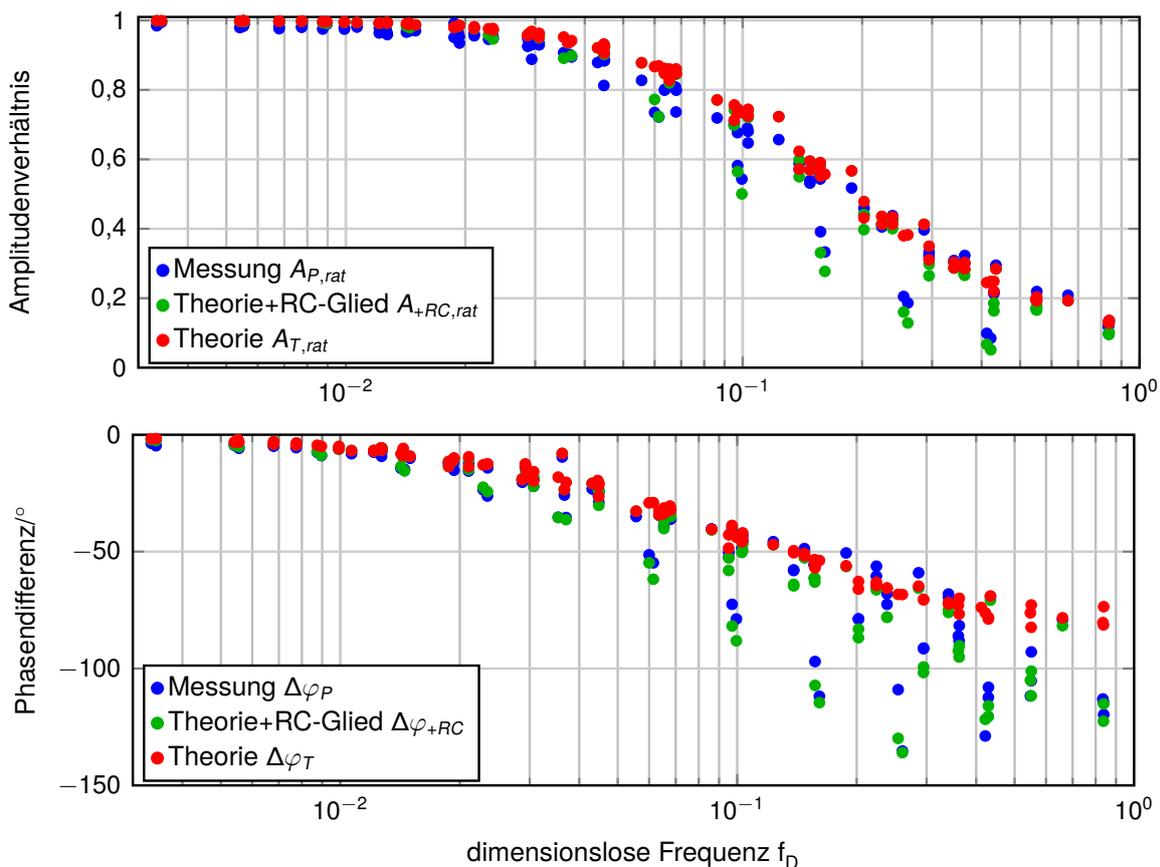


Bild 7.10: Amplituden- und Phasengang aller pneumatischer Sensoren

Neben den Anregungen mit einer Frequenz wurde zusätzlich der Einfluss der Überlagerung zweier Schwingungen getestet. Im Speziellen wurde eine pneumatische

Kombination untersucht, bei welcher der Einfluss des RC-Glieds vernachlässigt werden kann ( $D_V = 1,4 \text{ mm}$ ,  $D_M = 2,0 \text{ mm}$ ,  $V = 32,21 \text{ cm}^3$ ,  $\tau_P = 26,4 \text{ ms}$ ). Insgesamt wurden drei Frequenzen ausgewählt, welche beim Experiment mit einer isolierten Anregungsfrequenz den folgenden Einfluss auf Amplituden- und Phasengang der Kombination haben:

- $f_1 = 0,73 \text{ Hz}$  /  $A_{P, \text{rat}} = 0,95$  /  $\Delta\varphi_P = -11,92^\circ$
- $f_2 = 5,93 \text{ Hz}$  /  $A_{P, \text{rat}} = 0,88$  /  $\Delta\varphi_P = -24,09^\circ$
- $f_3 = 20,8 \text{ Hz}$  /  $A_{P, \text{rat}} = 0,19$  /  $\Delta\varphi_P = -105,21^\circ$ .

Zwei der drei Frequenzen wurden miteinander kombiniert und die Amplitude beider Signale abwechselnd im Verhältnis 1:3 eingestellt. Zudem wurde die Phase zwischen beiden Signalen für jede Variante auf vier verschiedene Werte eingestellt ( $25^\circ$ ,  $112^\circ$ ,  $209^\circ$  und  $319^\circ$ ). Insgesamt wurden so 30 Anregungssignale aus der Überlagerung von zwei Sinusschwingungen getestet. In Abbildung 7.11 ist das Ergebnis aus Messung und Simulation einer dieser Varianten zu sehen. Es zeigt sich, dass die Differentialgleichung auch solche Anregungen sicher vorhersagen kann. Für alle anderen Messungen zeigt sich ein ähnliches Ergebnis.

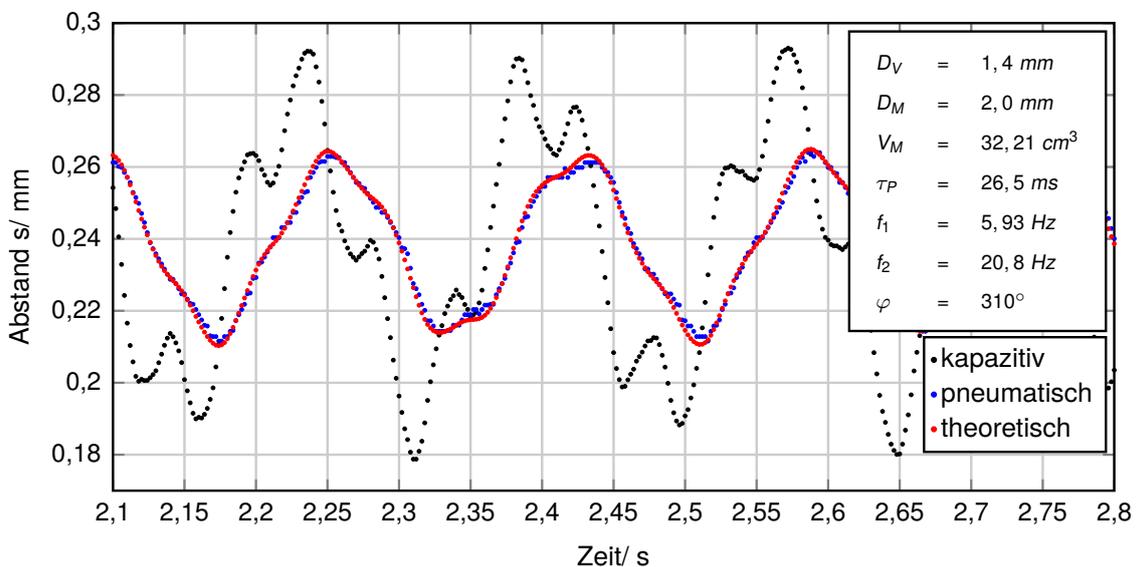


Bild 7.11: Überlagerte Anregung eines pneumatischen Sensors

Praktischer Hinweis: Die Herleitung der Kennlinie aus Kapitel 4 zeigt, dass eine Schwankung des Vordrucks keine Auswirkungen auf das Messergebnis hat. Dies gilt aber nur, wenn diese zeitlichen Schwankungen langwelliger Natur sind. Abrupte Änderungen des Vordrucks führen zu Phasenverschiebungen zwischen Mess- und

Vordruck, die das Messergebnis verfälschen können. Bei dynamischen Anregungen kommt zusätzlich hinzu, dass der Vordruck durch den ständig wechselnden Massenfluss angeregt werden kann. Wird die Zuleitung nicht groß genug gewählt oder sind Ventile und Luftfilter zu klein, kann sich dies negativ auf Messungen auswirken. Durch die Installation eines zusätzlichen Luftdrucktanks vor der Vordüse, wird dieser Effekt reduziert. Der Tank sorgt für einen Ausgleich von Druckschwankungen und stabilisiert das System. Für die hier vorgestellten Experimente wurde eine Gasflasche mit einem Volumen von 7 Liter eingesetzt.

Mit Hilfe der dynamischen Untersuchungen ist somit die Gültigkeit der Differentialgleichungen 7.8 in der Praxis für eine Vielzahl von Zeitkonstanten nachgewiesen. Einige weitere Untersuchungen hierzu wurden vom Autor bereits veröffentlicht, beziehen sich jedoch lediglich auf den Einfluss des Messkammervolumens  $V_M$  und nicht auf unterschiedliche Mess- und Vordüsenkombinationen [62] [61]. Im nächsten Abschnitt wird der Einfluss vorhandener Totzeiten im System diskutiert. Damit werden die dynamischen Untersuchungen abgeschlossen.

## 7.4 Totzeit und Reibung

Im Folgenden wird der Gültigkeitsbereich des dynamischen Verhaltens in Abhängigkeit von Totzeit und Reibungseinflüssen abgeschätzt. Eine Totzeit kann zwischen Vor- und Messdüse auftreten, da die Information einer Querschnittsänderung an der Messdüse und die daraus resultierende Druckänderung lediglich mit Schallgeschwindigkeit zur Vordüse übertragen werden kann. Für die Totzeit  $\tau_T$  zwischen den Düsen gilt demnach:

$$\tau_T = \frac{l}{\sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}}, \quad (7.17)$$

mit  $l$  als Abstand zwischen Mess- und Vordüse und  $\sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}$  als Schallgeschwindigkeit in der Messkammer. Diese Totzeit  $\tau_T$  kann in der Differentialgleichung 7.8 berücksichtigt werden:

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_P} \cdot (f(\omega_M(t - \tau_T)) - r(t) \cdot \omega_M(t - \tau_T) \cdot c_L). \quad (7.18)$$

Zur Erinnerung: der Ausdruck  $r(t)$  entspricht der Anregerfunktion an der Messdüse und erfährt damit keine Totzeit. Das Druckverhältnis an der Vordüse hingegen schon. Ist die Totzeit  $\tau_T$  sehr viel kleiner als die pneumatische Zeitkonstante  $\tau_P$ , wird sie keinen nennenswerten Einfluss auf die Dynamik haben. Große Totzeiten, verglichen

mit der pneumatischen Zeitkonstante können das Systemverhalten jedoch deutlich beeinflussen und sogar schwingungsfähig machen, was nicht erwünscht ist. Es ist demnach zweckmäßig, das Verhältnis aus den beiden Zeitkonstanten zu bilden:

$$r_\tau = \frac{\tau_T}{\tau_P} = \frac{\frac{l}{\sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}}}{\frac{V_M}{\sqrt{2 \cdot c_p \cdot T}}} = \frac{D_V^2}{D_S^2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}}, \quad (7.19)$$

wobei  $D_S$  der Durchmesser der Zuleitung zwischen Vor- und Messdüse ist. Interessant ist, dass das Problem der Totzeit nicht direkt von der Leitungslänge  $l$ , sondern nur vom Verhältnis zwischen Vordüsen- und Leitungsquerschnitt, abhängt. Änderungen der Länge  $l$  wirken sich sowohl linear auf die pneumatische Zeitkonstante  $\tau_P$ , als auch die Totzeit  $\tau_T$  aus.

Dem Phänomen der Totzeit überlagern sich zusätzlich Reibungseffekte in der Messkammer, die ebenfalls vom Verhältnis aus Vordüsen- und Leitungsquerschnitt abhängen. Wird der Durchmesser der Zuleitung klein im Verhältnis zum Vordüsendurchmesser und dessen Länge sehr groß gewählt treten Druckverluste in der Messkammer auf, welche die Kennlinie eines pneumatischen Sensors verfälschen können und vermieden werden müssen. Dieser Druckverlust wird durch folgenden Zusammenhang beschrieben [71]:

$$\Delta p = \zeta \cdot \frac{l \cdot \rho \cdot u^2}{2 \cdot d}. \quad (7.20)$$

$l$  ist die Länge,  $d$  der Durchmesser,  $\rho$  die Dichte und  $u$  die Strömungsgeschwindigkeit in der Leitung.  $\zeta$  ist der Widerstandsbeiwert der Leitung. Dieser hängt von der Reynoldszahl [71]

$$Re = \frac{u \cdot \rho \cdot d}{\eta} \quad (7.21)$$

und von der dynamischen Viskosität  $\eta$  (für Luft  $18.25 \cdot 10^{-6} \mu Pa \cdot s$ ) und dem Strömungszustand (laminar oder turbulent) ab. Je nach Reynoldszahl  $Re$  gilt ein anderer funktionaler Zusammenhang für den Widerstandsbeiwert  $\zeta$  [71]:

$$\zeta = \frac{64}{Re} \quad \forall Re \leq 2320$$

$$\frac{1}{\sqrt{\zeta}} = -2 \cdot \log_{10} \left( \frac{2,51}{Re \sqrt{\zeta}} \right) \quad \forall Re > 2320 \quad (7.22)$$

Die Kunststoffinnenwand der Zuleitung wird dabei als glatt angenommen (Rauigkeitswerte für verschiedene Werkstoffe nach Grollius [33]). Mit Hilfe der aufgestellten Formeln dieses Abschnitts kann überschlägig abgeschätzt werden, welchen Durchmesser die Zuleitung mindestens haben sollte, um eine gewählte pneumatische

Kombination nicht durch Reibungseffekte zu verfälschen. Der Druckverlust in der Messleitung  $\Delta p$  sollte nicht größer als  $0,5 \text{ mbar}$  sein, für größere Werte können bereits Abweichungen von der theoretischen Kennlinie im Bereich von  $0,1 \mu\text{m}$  auftreten, was zu einem bemerkbaren Einfluss in der Messunsicherheitsbilanz führen würde (siehe 9). Für die Abschätzung der Reibungsverluste wird die Mitte des Messbereichs eines typischen pneumatischen Sensors ( $\omega_{M,Mitte} = 0,75$ ) festgelegt. Wird ein fester Vordüsendurchmesser  $D_V$  und ein Zuleitungsdurchmesser  $D_S$  angenommen, kann die Strömungsgeschwindigkeit in der Zuleitung berechnet werden. Zuerst wird der Massenfluss durch den Sensor berechnet. Dies kann beispielsweise an der Vordüse mit Gleichung 4.3 erfolgen. Mit Hilfe der Kontinuitätsbedingung 3.26 wird anschließend die Berechnungsformel für die Geschwindigkeit in der Zuleitung aufgestellt:

$$u_S = \frac{\dot{m}_V}{A_S \cdot \rho_S}. \quad (7.23)$$

Die Geschwindigkeiten in der Zuleitung liegen deutlich unter der Schallgeschwindigkeit, so dass die Dichte  $\rho_S$  gleich der Ruhedichte  $\rho_M$  in der Messkammer ist. Die berechnete Geschwindigkeit  $u_S$  und die Dichte  $\rho_S$  können zur Bestimmung der Reynoldszahl  $Re$  (Gleichung 7.21), des Widerstandsbeiwertes  $\zeta$  (Gleichung 7.22) und letztendlich des Druckverlustes  $\Delta p$  7.20 verwendet werden. Abbildung 7.12 zeigt das Ergebnis dieser Abschätzung. Für verschiedene Zuleitungslängen ist das Verhältnis aus Zuleitungsdurchmesser  $D_S$  und Vordüsendurchmesser  $D_V$  aufgetragen, welches nötig ist, um den geforderten maximalen Druckverlust ( $\Delta p = 0,5 \text{ mbar}$ ) nicht zu überschreiten.

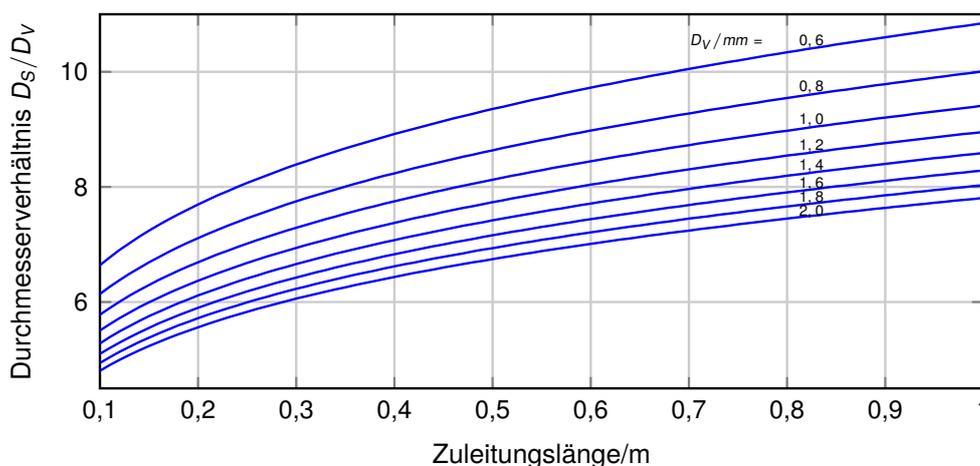


Bild 7.12: Zulässiger Zuleitungsdurchmesser pneumatischer Sensoren

Es ist zu erkennen, dass das minimale Durchmesserverhältnis  $\frac{D_S}{D_V}$  mit zunehmender Leitungslänge zur Vermeidung von Druckverlusten größer werden muss. Weiterhin

wird eine zusätzliche Abhängigkeit von der Vordüse deutlich. Für größere Vordüsen dürfen kleinere Durchmesserhältnisse gewählt werden. Die Reibung spielt hier aufgrund der konstanten Viskosität eine geringere Rolle. Der technisch relevante Grenzfall tritt für Vordüsen mit einem Durchmesser von  $D_V = 2 \text{ mm}$  und einer Zuleitungslänge von  $l = 10 \text{ cm}$  auf. Größere Vordüsen werden in der Regel nicht eingesetzt und kleinere Zuleitungen sind meistens aus Konstruktionsgründen nicht umsetzbar. Das minimal mögliche Durchmesser Verhältnis beträgt unter dieser Annahme:

$$\frac{D_S}{D_V} \Big|_{Min} \approx 4,8. \quad (7.24)$$

Für das Verhältnis aus Totzeit  $\tau_T$  zu Zeitkonstante  $\tau_P$  bedeutet dies im Grenzfall nach Gleichung 7.19:

$$r_{\tau_{Max}} = \left( \frac{D_V}{D_S} \Big|_{Min} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\kappa - 1}} = 0,1. \quad (7.25)$$

Aus den Untersuchungen zu den Sprungantworten geht hervor, dass die Ansprechzeit eines pneumatischen Sensors ungefähr fünf mal der pneumatischen Zeitkonstante entspricht (aufgrund der Nichtlinearität streut dieses Verhältnis je nach Messsituation im einstelligen Prozentbereich).

$$T_{95} \approx 5 \cdot \tau_P. \quad (7.26)$$

Für das Verhältnis aus Totzeit  $\tau_T$  und Ansprechzeit  $T_{95}$  ergibt sich somit:

$$\frac{\tau_T}{T_{95}} \Big|_{Max} \approx \frac{\tau_T}{5 \cdot \tau_P} \Big|_{Max} \approx 0,02. \quad (7.27)$$

Das bedeutet, wenn die Bedingungen für das Durchmesser Verhältnis aus Zuleitungsdurchmesser  $D_S$  und Vordüsendurchmesser  $D_V$  eingehalten werden, so dass keine relevanten Reibungsverluste auftreten, beträgt die Totzeit maximal 2 % der pneumatischen Ansprechzeit. Wird die Sprungantwort unter diesen Bedingungen nach Gleichung 7.18 simuliert, ist ein Einfluss der Totzeit erkennbar, welcher experimentell aufgrund von Streuungen und zusätzlichen elektronischen Filterung nicht nachzuweisen war. Für die Untersuchungen der harmonischen Anregungen spielt die Totzeit eine geringe Rolle. Hier treten Änderungen nicht sprunghaft, sondern sich stetig ändernd auf, so dass selbst bei Simulationen nach Gleichung 7.18 fast kein Einfluss durch die Totzeit erkennbar ist. Die Totzeit hat also keine technische Relevanz. Die durchgeführte Reibungsanalyse basiert auf der Berechnung von Druckverlusten durchströmter Rohre, wie sie beispielsweise im VDI-Wärmeatlas beschrieben ist [71]. Damit sind die wichtigsten Fragen der Sensordynamik beantwortet. Limitierungen an die Messzeiten sind herausgearbeitet und Einflüsse wie Reibung und Totzeit abgeschätzt. Im folgenden Kapitel wird die Dynamik vorerst ausgeblendet und der Fokus auf den Einfluss der Vordüsen gelegt.

## 8 Vordüsen

In den Kapiteln 6 und 7 sind die Phänomene der lateralen Auflösung und der Dynamik beschrieben. Hierbei wurde die Kennlinie stets über viele Messpunkte durch eine kontinuierliche Messung mit Hilfe der Standardmesseinrichtung kalibriert. Solch eine Messung ist in der Industrie nicht immer möglich. Oftmals werden aus Kosten- Zeit- und technischen Gründen nur wenige Punkte kalibriert. Im Fall der Durchmesserbestimmung von Wellen und Bohrungen werden teilweise sogar nur zwei oder drei Punkte mit Einstellmeistern kalibriert. Somit ist eine hohe Linearität oder zumindest ein Verhalten nach einem Polynom dritten Grades an die Kennlinie gefordert. Für die Pneumatik bedeutet dies, dass innerhalb des Messbereiches die beiden Düsen (Vor- und Messdüse) ein vorhersagbares und reproduzierbares Verhalten aufweisen müssen. Dies ist nur unter bestimmten Randbedingungen erfüllt und nur für technisch qualitativ hochwertig gefertigte Düsen der Fall. Auf den ersten Eindruck erscheint es, dass die Messdüse hierbei der entscheidende Faktor ist. Untersuchungen zeigen jedoch, dass die Vordüse, bei ungenauer Fertigung deutliche Abweichungen erzeugen kann. Dies kann durch die Interpretation der Kennliniengleichung 4.11 und mit Hilfe der engsten Querschnittdefinition des Druckmessverfahren (Abbildung 4.3) deutlich gemacht werden.

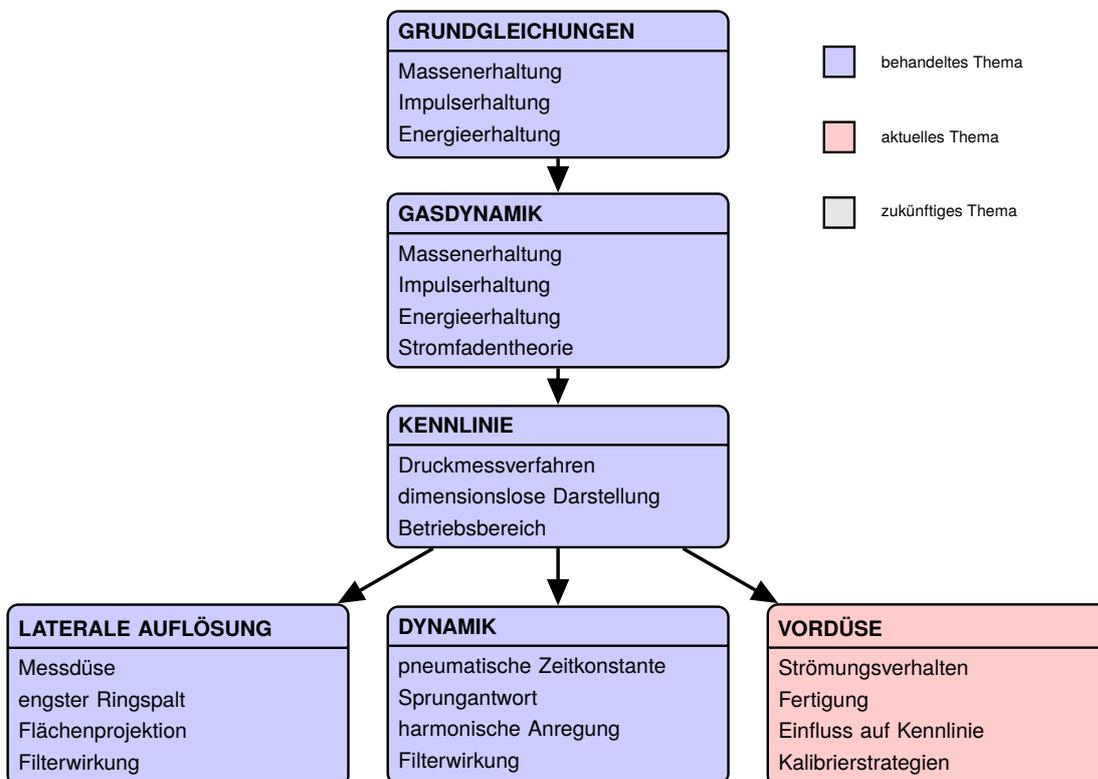


Bild 8.1: Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 6

Der Durchmesser der Vordüse geht quadratisch in die Abstandsmessung ein, wobei der Messdüsenquerschnitt, im Gegensatz dazu, linear berücksichtigt wird. Für technisch relevante Düsengeometrien gilt, dass der Durchmesser der Vordüse ungefähr um die Hälfte kleiner ist als die Messdüse (siehe Kapitel 4.3). Fertigungsabweichung fallen demnach bei der Herstellung von Vordüsen stärker ins Gewicht. Ein weiterer Punkt ist der Betriebsbereich von Vor- und Messdüse. Die Messdüse wird stets im Überschallbereich betrieben, und demnach mit einem relativ konstantem Zustand, wobei die Vordüse im Unterschallbereich arbeitet. Das wirksame Druckgefälle  $\omega_M$  ist nicht konstant, die Vordüse muss demnach in mehreren Betriebspunkten vorhersagbar und reproduzierbar funktionieren. Aus diesem Grund wird das Thema Vordüse in diesem Kapitel sehr ausführlich behandelt (Abbildung 8.1). Abbildung 8.2 zeigt ein Beispiel für die Abweichung zwischen einer Kennlinie und deren Ausgleichspolynom dritten Grades kommerzieller Vordüsen.

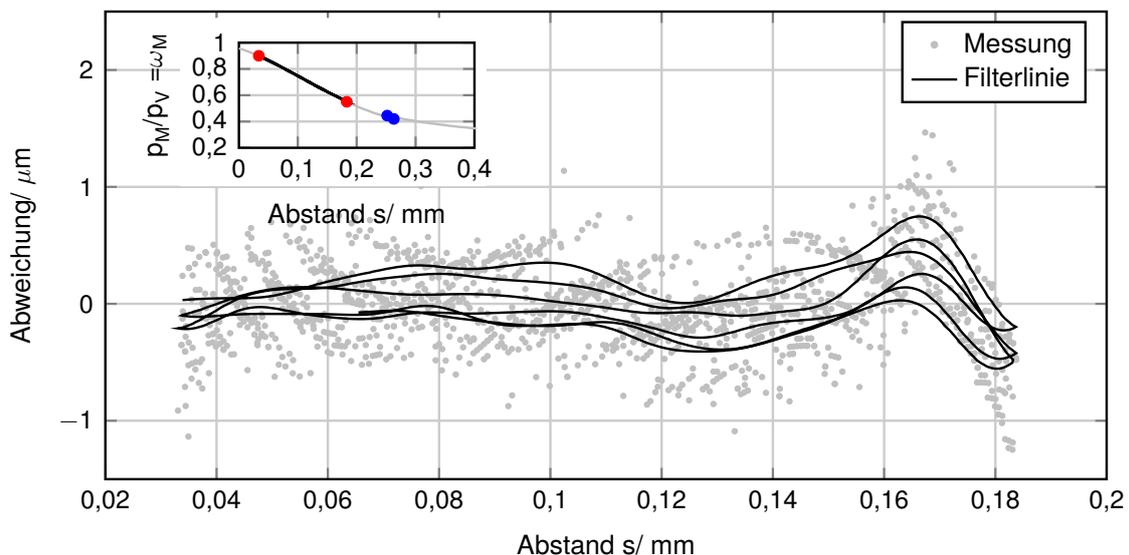


Bild 8.2: Abweichung der Kennlinie vom Ausgleichspolynom (kommerzielle Düse)

Die Messung wurde mit der Basiseinrichtung (Kapitel 5) durchgeführt. Es wurde eine kommerzielle Vordüse ( $D_V = 1,0 \text{ mm}$ ) und eine Messdüse, wie in Abbildung 5.2 gezeigt, ( $D_M = 2,0 \text{ mm}$ ) verwendet. Im oberen kleinen Graph von Abbildung 8.2 ist die Kennlinie zu erkennen. Durch zwei rote Punkte ist der Auswertebereich definiert. Die untere Grenze liegt bei  $\omega_M = 0,55$ , die obere bei  $\omega_M = 0,90$ . Die beiden blauen Punkte markieren den Bereich, in welchem eine Unstetigkeit auftritt, ähnlich wie in Abbildung 4.5 gezeigt. Die schwarze Linie ist ein Ausgleichspolynom dritten Grades. Das Polynom scheint einer Geraden zu entsprechen, in Wirklichkeit treten im Vergleich zur Ausgleichgeraden deutliche Abweichungen auf, welche zu Ungenauigkeiten im einstelligen  $\mu\text{m}$ -Bereich führen. Die grauen Punkte in der großen

Abbildung zeigen die Abweichungen zwischen Messung und Ausgleichspolynom. In schwarz ist die Filterlinie der Messpunkte gezeigt, welche den langwelligen Verlauf der Abweichung veranschaulicht. Die Kennlinie wurde während einer Messung drei Mal in zwei Richtungen erfasst. Es sind deutlich die Diskretisierungsstufen zu erkennen die bei der Erfassung der Messwerte entstehen. Neben dem Rauschen fällt auf, dass im Bereich von  $s = 0,16 \text{ mm}$  ein lokales Maximum der Abweichung auftritt. Wird diese spezielle Kennlinie in der Industrie nur an wenigen Stellen kalibriert, kann das Maximum unbemerkt bleiben und Messwerte werden falsch interpretiert.

Das Verständnis über die vorherrschenden Strömungsvorgänge ist weitestgehend unbekannt und nicht beschrieben. Unter diesen Umständen sind die gezeigten unerwünschten Abweichungen von der Kennlinie nicht vorhersehbar. Im Folgenden wird gezeigt, wie dieses Problem korrigiert werden kann. Zuerst werden dabei die Strömungsvorgänge für verschiedene Düsengeometrien theoretisch untersucht und grundlegende Festlegungen an die Auslegung dieser gemacht. Danach wird das experimentelle Ergebnis speziell gefertigter Vordüsen vorgestellt.

## 8.1 Theoretische Untersuchung

Für die theoretischen Untersuchungen wird der Düsenkoeffizient (auch Reibungskoeffizient oder Durchflusszahl genannt) definiert. Dieser beschreibt das Verhältnis aus realem Massenfluss durch die Düse  $\dot{m}_{real}$  und dem theoretischem Massenfluss  $\dot{m}_{th.}$ , errechnet nach der Stromfadentheorie (Gleichung 4.3):

$$\zeta_V = \frac{\dot{m}_{real}}{\dot{m}_{th.}}. \quad (8.1)$$

Diese Kenngröße wird in der Strömungsmechanik häufig verwendet [73][47] und kann zur Auslegung optimaler Düsengeometrien, Interpretation von Reibung und Detektion von Strömungsablösungen genutzt werden. Das Vorgehen und die Interpretation des Koeffizienten  $\zeta$  wird an den entsprechenden Stellen erläutert.

Die theoretischen Untersuchungen wurden mit Hilfe von CFD-Simulationen (Computational Fluid Dynamics) durchgeführt. CFD-Werkzeuge lösen die in Kapitel 3 hergeleiteten Grundgleichungen (Masse-, Energie- und Impulserhaltungsgleichungen)

numerisch auf einem diskreten Gebiet. Im ersten Schritt wird in einem speziellen CAD-Programm (Computer Aided Design) das Negativ der strömungsrelevanten Geometrie konstruiert. Anschließend wird dieses in diskrete Zellen zerlegt, auf welchen die Lösungen der Gleichungen berechnet werden können. Im letzten Schritt werden die Randbedingungen und Lösungsmethoden festgelegt und die Lösung ermittelt. Für die im folgenden beschriebenen Simulationen wurde zum Vernetzen der Geometrie die Software ICEM [2] und für die Simulation FLUENT [1] der Firma ANSYS verwendet. Die Details der numerischen Strömungsmechanik zu erläutern würde den Rahmen dieser Arbeit übersteigen, weshalb an dieser Stelle auf einschlägige Literatur verwiesen wird [74] [26] [45]. Im anschließenden Unterabschnitt werden einige Randbedingungen an die Simulation festgelegt, so dass die Variantenvielfalt an möglichen Simulationen gering gehalten wird.

### 8.1.1 Grobe Randbedingungen

Um den Aufwand zu verringern und einen Startpunkt für die Auslegung zu finden, dienen aktuelle Konstruktionsgrundlagen kommerziell erhältlicher Vordüsen als Basis für die vorgestellten Untersuchungen (Abbildung 8.3). Die Abbildung zeigt den Konturverlauf einer achsensymmetrischen Vordüse mit dem Durchmesser  $D_V = 1 \text{ mm}$ . Am Düsen Eintritt wird die Strömung durch einen radiusförmigen Einlass beschleunigt ( $R_{ein}$ ). Anschließend wird die Luft auf einer Strecke von  $L$  stabilisiert und über einen kleinen Austrittsradius ( $R_{aus}$ ) in die Messkammer geleitet. Aus den bisher hergeleiteten Untersuchungen und vor Allem aus den Beschreibungen von Wiemer [73] zeigt sich ein Konflikt zwischen den so ausgelegten Düsen und den Anforderungen an die Pneumatik. Der engste Querschnitt der Vordüse muss laut Theorie am Ende dieser liegen. Praktisch war diese Forderung in der Vergangenheit schwer umzusetzen, da die Herstellung einer scharfen Kante nicht mit jedem Fertigungsprozess herstellbar ist. Bei der spanenden Fertigung können, durch die verwendeten Werkzeuge, Rundungen oder Spanrückstände, bei der Herstellung einer scharfen Kante entstehen. Beides beeinflusst die Strömung unkontrolliert. Die Bedeutung der Auslassfase wird im Laufe des folgenden Abschnittes diskutiert.

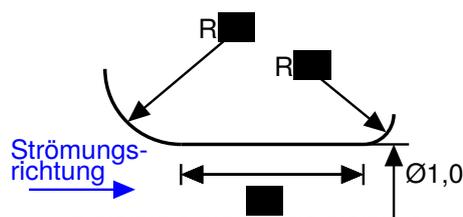


Bild 8.3: Vordüsengeometrie kommerzieller Vordüsen

Im Folgenden werden zwei Geometrien ausführlicher untersucht. Zum einen die Geometrie der kommerziellen Vordüsen mit verschiedenen Einlass- und Auslassradien, so wie unterschiedlichen Längen (Variante 1). Im zweiten Teil wird ein alternativer Ansatz mit einer logarithmischen Einlasskontur untersucht (Variante 2). Die Maße für Variante 2 werden mit Hilfe von Optimierungsansätzen iterativ angepasst.

### 8.1.2 Variante 1

Abbildung 8.4 zeigt die grobe Vernetzung an einer Beispielvordüse mit dem Einlassradius  $R_{ein} = 1,0 \text{ mm}$ , der Länge  $L = 0,5 \text{ mm}$  und ohne Auslassfase. An den Knotenpunkten der numerischen Zellen und deren Mittelpunkten werden die Näherungslösungen der allgemeinen Erhaltungsgleichungen (siehe Kapitel 3) berechnet. Unten im Bild ist das Geschwindigkeitsfeld des gesamten vernetzten Bereiches zu sehen. Vor und hinter der Düse befindet sich eine große Ein- bzw. Auslaufzone um die Strömung in der Düse und vor Allem den Freistrahel der Düse nicht zu beeinflussen. Die Randbedingungen sind durch sogenannte Pressure-inlets und -outlets am Anfang und Ende des Netzes festgelegt. Der Druck wird an diesen Stellen als konstant angenommen.

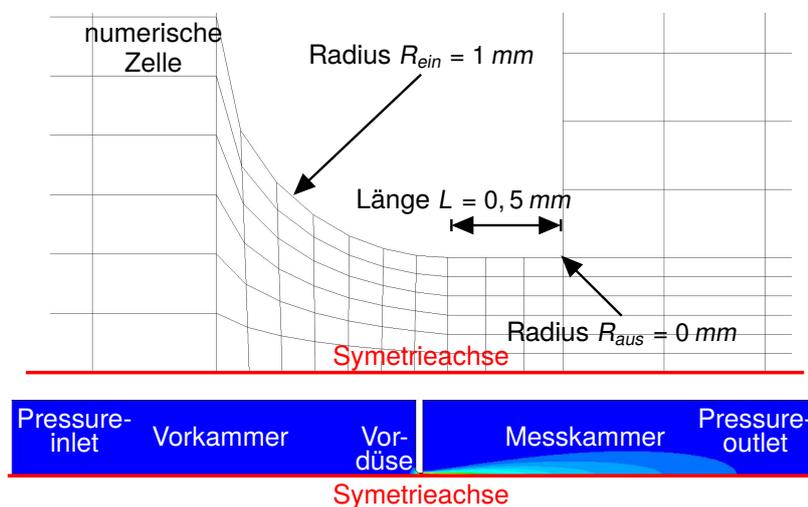


Bild 8.4: Vernetzung (oben) und Geschwindigkeitsfeld (unten) der Vordüse

Das Modell ist 2-dimensional und rotationssymmetrisch um die gekennzeichnete Achse implementiert. Alle Simulationen wurden mit dem Realgasgesetz nach Soave-Redlich-Kwong [17] durchgeführt. Mit diesem Modell konnte das beste Konvergenzverhalten erzielt werden. Die Turbulenz wurde mit dem  $k-\epsilon$ -Modell [26] approximiert. Der Vordruck ist stets konstant  $p_v = 4 \text{ bar}$ . Die Ergebnisse der Simulationen mit diesem groben Netz erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sondern dienen in

erster Linie zur Abschätzung der Haupteinflüsse der Strömung in der Vordüse. Die detaillierten Simulationsbedingungen sind in Anhang C zu finden.

Zuerst wurde der Einfluss der Düsenlänge untersucht. Der Einlassradius wurde zunächst konstant gehalten  $R_{ein} = 0,5 \text{ mm}$  und die Länge  $L$  vier Mal variiert. Der Auslass wurde scharfkantig modelliert. Das Druckverhältnis wurde im Bereich zwischen  $\omega_M = 0,55$  und  $\omega_M = 0,95$  an fünf Punkten simuliert. Für alle Punkte kann der Düsenkoeffizient nach Gleichung 8.1 bestimmt werden. Das Ergebnis ist in Abbildung 8.5 zu sehen. Im Graph ist der Düsenkoeffizient  $\zeta_V$  über dem Druckverhältnis  $\omega_M$  aufgetragen. Alle berechneten Koeffizienten  $\zeta_V$  sind kleiner eins, was auf Reibungs- und/ oder Einschnüreffekte zurückzuführen ist. Wird kein gerades Auslaufstück mit einer Länge  $L$  vorgesehen, verhält sich die Strömung in jedem Betrieb deutlich von der Theorie abweichend und der Düsenkoeffizient schwankt um etwa 10 % (schwarz). Die Strömung wird hier unzureichend parallel zur Achse geführt und verhält sich ungleichmäßig. Für alle anderen gewählten Längen (0,5 mm, 1,5 mm, 2,5 mm) ergibt sich ein relativ stabiler Düsenkoeffizient mit leichtem Abfall zu großen Druckverhältnissen. Es gilt: je kürzer die Auslaufstrecke, desto geringer die Verluste, was eindeutig auf Reibungseffekte schließen lässt. Das Optimum liegt in diesem Beispiel also bei  $L = 0,5 \text{ mm}$ . Kürzere Strecken könnten den Düsenkoeffizient weiter erhöhen, aber nur in geringen Maße, weshalb Strecken kleiner 0,5 mm nicht weiter betrachtet wurden.

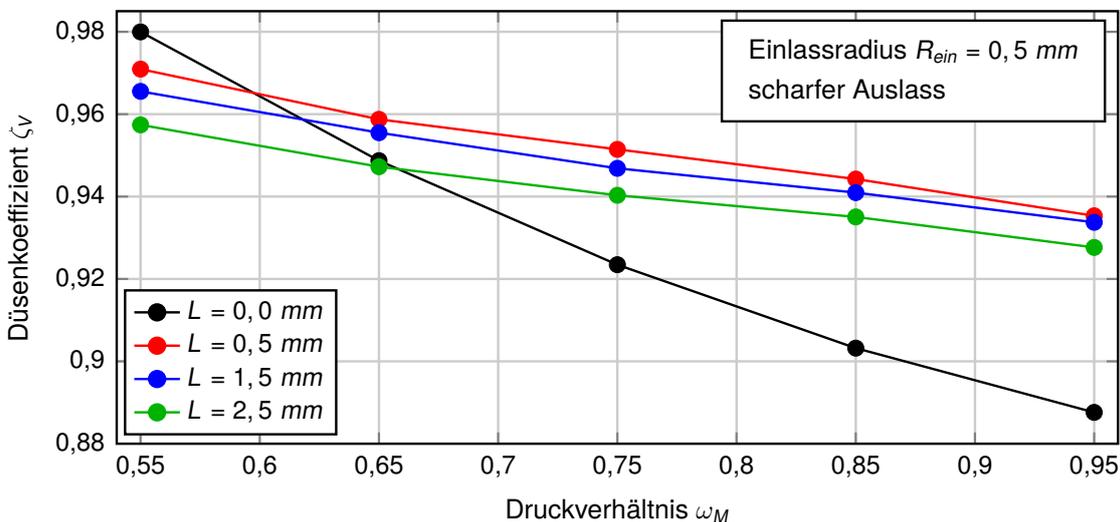


Bild 8.5: Einfluss der Vordüsenlänge auf den Düsenkoeffizienten  $\zeta_V$

Als zweiter wichtiger Einflussfaktor gilt der Einlassradius  $R_{Ein}$  der Vordüse. Für diese Untersuchungen wurde die Düsenlänge  $L$  auf 1,5 mm festgelegt. Der Auslass ist gerade und scharfkantig. Der Einlassradius wurde im Bereich von 0 mm bis 5 mm in sieben Stufen variiert. In Abbildung 8.6 sind die Ergebnisse gezeigt. Für alle Radien gilt, dass der Düsenkoeffizient  $\zeta_V$  mit zunehmendem Druckverhältnis  $\omega_M$  abfällt. Ist

der Radius sehr klein, muss die Strömung stark umgelenkt werden, was zu Verlusten und somit zu kleinen Düsenkoeffizienten führt. Wird im Extremfall eine scharfe eckige  $90^\circ$  Kante am Eingang gewählt, fällt der Koeffizient sogar auf unter 0,8 (in der Graphik nicht gezeigt). Zu große Radien bringen keinen weiteren Vorteil und führen ebenfalls zu kleinen Düsenkoeffizienten. Hier spielt vermutlich der lange Weg vom Ein- bis zum Austritt und somit die Wandreibung eine Rolle.

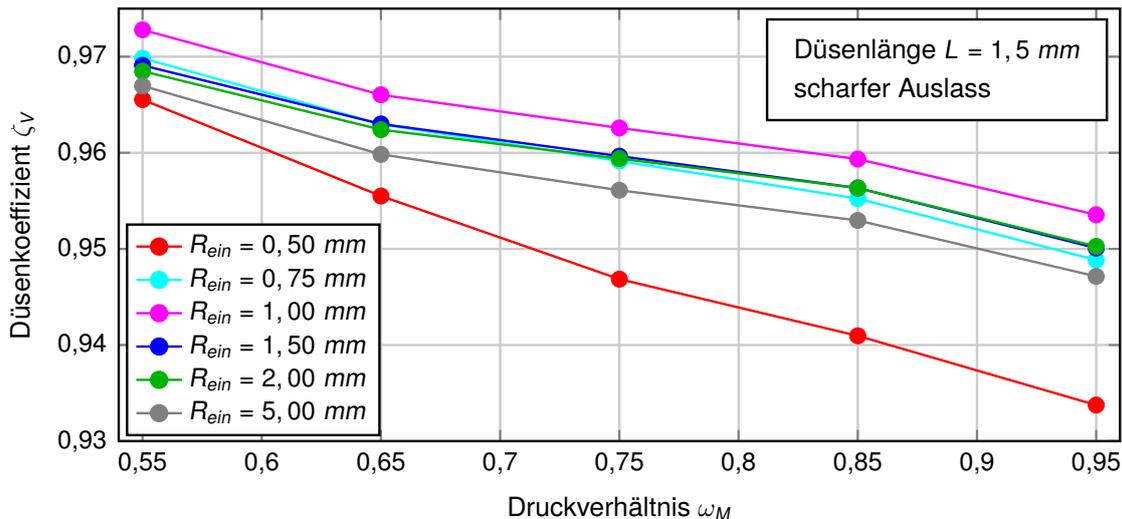


Bild 8.6: Einfluss der Einlassfase auf den Düsenkoeffizienten  $\zeta_V$

Das Optimum liegt bei einem Radius von 1 mm. Hier werden die größten Düsenkoeffizienten erreicht. Der dritte Parameter der Geometrie der Vordüse ist der Auslassradius. Dieser sollte, wenn möglich sehr scharfkantig gewählt werden, um eine Unterschallströmung im gesamten Messbereich zu erreichen. Schon kleine Änderungen am Auslass führen zu extremen Änderungen des Düsenkoeffizienten, wie Abbildung 8.7 zeigt. Hier wurde die Auslassfase durch einen Radius approximiert und variiert. Einlassradius und Länge wurden konstant gehalten. Im Unterschallbetrieb ist die entscheidende Wirkfläche der Strömung immer der Auslassquerschnitt, der im gezeigten Fall nicht der engste Querschnitt ist. In diesem Fall wirkt die Auslassfase wie ein Diffusor und erhöht den Massenfluss der Düse. Das bedeutet gleichzeitig eine Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit im engsten Querschnitt und somit auch einen Druckabfall unter den Messdruck der Messkammer. Die Düse verhält sich wie eine Lavaldüse mit einem konvergierenden und divergenten Querschnittsverlauf. Überschallgeschwindigkeit und eventuelle Verdichtungsstöße können für Druckverhältnisse  $\omega_M$  auftreten die größer sind als das kritische Druckverhältnis von  $\omega_{krit} = 0,53$ . Der Koeffizient  $\zeta$  steigt über den Wert eins, weil der Wirkquerschnitt in diesem Fall nicht mehr der engste sondern der größere Ausgangsquerschnitt ist.

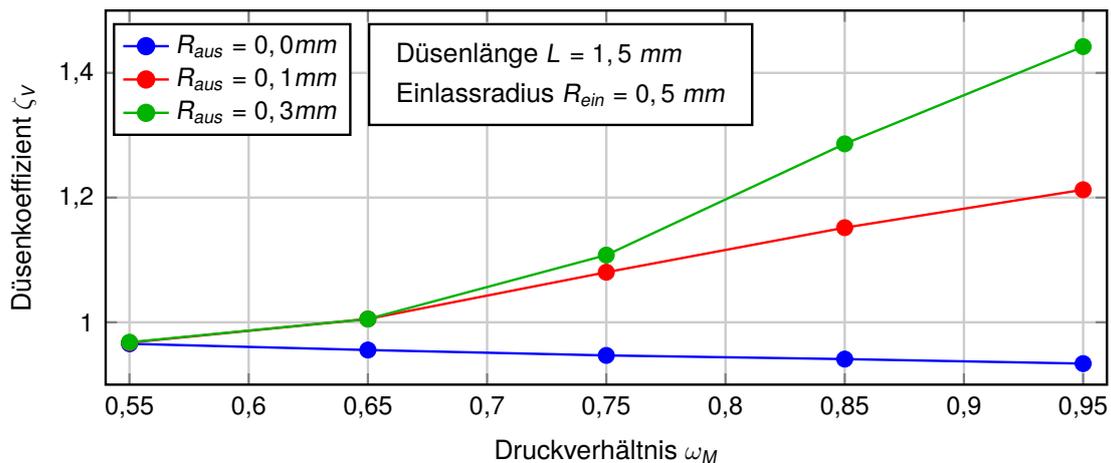


Bild 8.7: Einfluss der Auslassfase auf den Düsenkoeffizienten  $\zeta_V$

Abbildung 8.8 zeigt den Druckverlauf in einem simulierten Fall. Es ist deutlich der Druckabfall im engsten Querschnitt unter dem Messkammerdruck zu erkennen. Als Unbekannte kommt hinzu, dass der Austrittsquerschnitt nicht zwangsläufig mit dem Ende des Austritts zusammenfallen muss, da die Strömung vorher von der Wand ablösen kann. Es ist zu empfehlen auf eine Auslassfase zu verzichten, um die genannten Probleme zu vermeiden.

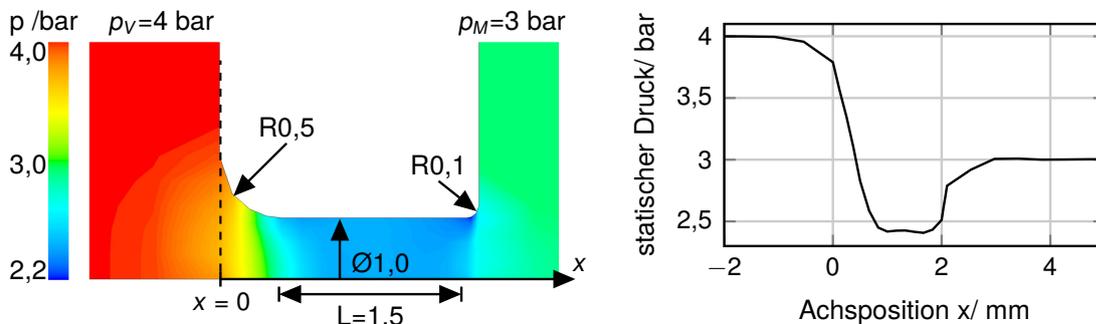


Bild 8.8: Druckverlauf einer Vordüse mit Auslassfase

Wie anfangs erwähnt, ist das Netz für diese Untersuchung sehr grob gewählt worden. Um zu überprüfen, ob die Simulationen mit diesem Netz vertrauenswürdig und genau genug sind, wurde eine spezielle Vordüsengeometrie mit einem feineren Netz simuliert und mit dem groben Netz verglichen (siehe Abbildung 8.9). Für das feinere Netz ergeben sich um etwa 7 % kleinere Düsenkoeffizienten, was auf die bessere Auflösung der Wandbereiche zurückzuführen ist. Der prinzipielle Verlauf des Koeffizienten in Abhängigkeit des Druckverhältnisses ist aber für beide Netze annähernd identisch. Feinere Netze führen zu keinen weiteren Veränderungen der Simulationsergebnisse, erhöhen die Rechenzeit jedoch enorm.

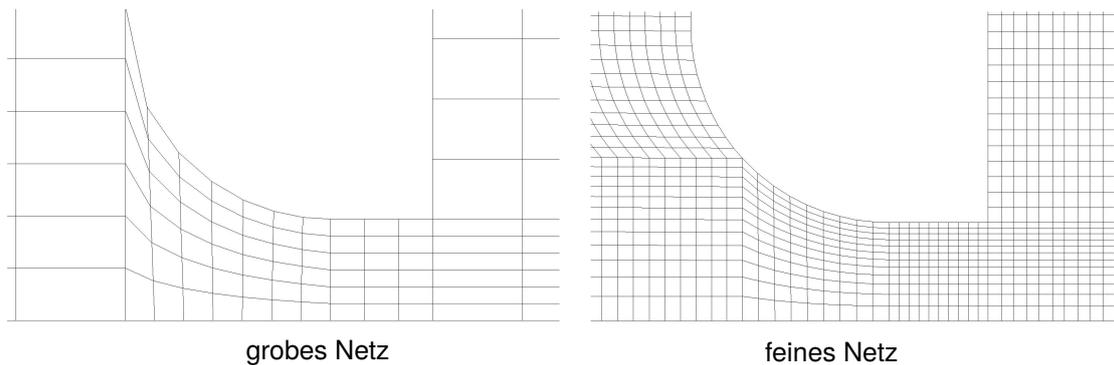


Bild 8.9: Netzvergleich der Simulationen

### 8.1.3 Variante 2

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Simulationen der Variante 1 genutzt, um andere Düsengeometrien zu testen. Folgende drei Resultate für eine gute Vordüse sind aus dem vorangegangenen Abschnitt abzuleiten:

- Die Düsenlänge spielt eine geringe Rolle. Es sollte jedoch eine gewisse Auslaufzone festgelegt werden, so dass der Düsenkoeffizient über den gesamten Druckbereich stabil gehalten wird.
- Die Einlassfase muss eine gerundete Kontur aufweisen, damit die Strömung mit geringen Verlusten beschleunigt werden kann. Extrem lange Einlaufstrecken bringen keine weitere Stabilisierung des Düsenkoeffizienten.
- Auslassfasen beeinflussen den Düsenkoeffizienten enorm. Der Wirkquerschnitt liegt im schwer zu definierenden Auslassquerschnitt. Der Überschallzustand tritt bereits für Druckkoeffizienten  $\omega_M$  größer 0,53 auf.

Aus den ersten beiden Punkten ist abzuleiten, dass Düsenlänge und Einlasskontur sich gegenseitig beeinflussen. Um so schwächer der Durchmesser verjüngt wird, um so länger wird auch die Düse. Zur Prüfung dieses Einflusses wird ein logarithmischer Konturverlauf nach folgender Formel simuliert:

$$r_V(x) = -\frac{1}{a} \cdot \ln(x) + b. \quad (8.2)$$

$r_V(x)$  ist der Radius der Kontur an der Achsposition  $x$ , wobei  $x = 0$  dem Düseneintritt entspricht. Für große Faktoren  $a$  ist der Verlauf des Logarithmus scharfkantiger. Bei kleinen Werten für  $a$  ist der Verlauf runder und die Querschnittsverengung in  $x$ -Richtung verläuft weniger abrupt. Wird die Länge der Kontur mit dem Wert  $L$  festgelegt

und als Randbedingung definiert, dass am Ende dieser Länge der Durchmesser der Düse  $D_V = 1 \text{ mm}$  sein muss, kann der Faktor  $b$  berechnet werden:

$$b = 0,5 + \frac{1}{a} \cdot \ln(L). \quad (8.3)$$

Das Kriterium der Mindestauslauflänge wird durch eine 0,5 mm lange zylindrische Auslaufzone am Ende der logarithmischen Kontur eingehalten. Abbildung 8.10 zeigt den Einfluss der Faktoren  $a$  und  $L$  auf die so generierte Kontur.

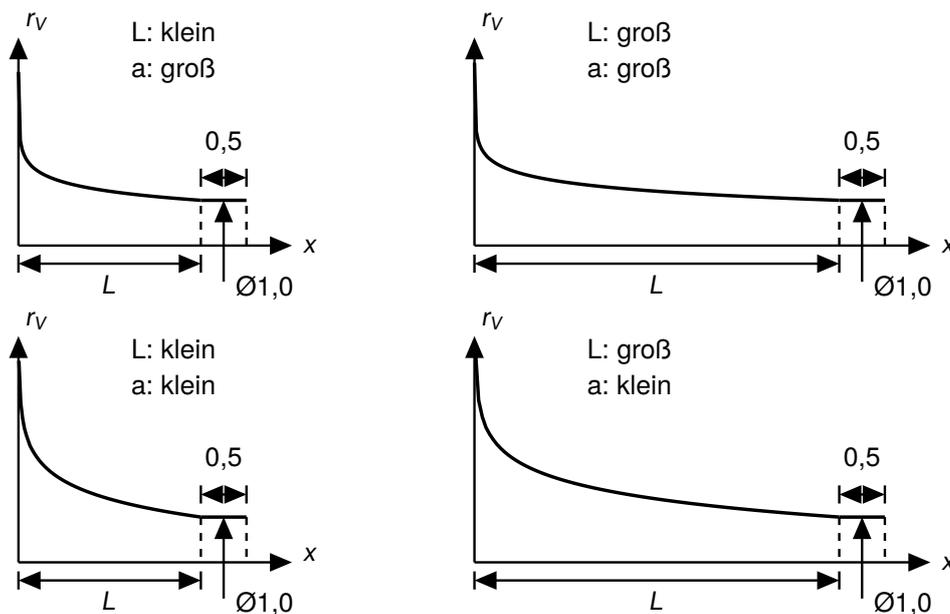


Bild 8.10: Logarithmische Düsenkontur  $r_V(x) = -\frac{1}{a} \cdot \ln(x) + b$

Vernetzt wird die Kontur ähnlich der Kontur aus Variante 1 mit einem feinem Netz (Abbildung 8.9 rechts). Wird das Netz deutlich verfeinert, ändert sich die numerischen Lösung unwesentlich, die Rechenzeit ist aber um ein vielfaches höher. Mit diesem Ansatz wurden die Parameter  $L$  und  $a$  variiert und je eine Simulation für jede Geometrie für einen Vordruck von  $p_V = 4 \text{ bar}$  und einen Messdruck von  $p_M = 3 \text{ bar}$  durchgeführt und der Düsenkoeffizient bestimmt. Um so näher der Düsenkoeffizient bei eins liegt, um so mehr verhält sich die Düse nach der Stromfadentheorie. Reibungseffekte und Einschnürungen müssen in diesem Fall weniger berücksichtigt werden als bei kleinen Düsenkoeffizienten. Da der Zusammenhang zwischen  $a$  und  $L$  weitestgehend unbekannt ist, wurde ein Optimierungsansatz, zur iterativen Verbesserung der Geometrie gewählt. Im Speziellen wurde die Simplexmethode angewandt [41]. Es werden die beiden Parameter  $L$  und  $a$  so variiert, dass die so entstehenden  $a$ - $L$ -Paare in einem kartesischen Koordinatensystem ein Dreieck bilden. Jeder Kombination wird der entsprechend berechnete Düsenkoeffizient  $\zeta_V$  zugeordnet, der als eine dritte Achse im Koordinatensystem aufgefasst werden kann. Die drei Punkte spannen im Raum

eine Ebene auf, von welcher der Gradient in Abhängigkeit der Variable  $\zeta$  bestimmt werden kann. Anschließend wird eine neue Kombination aus  $L$  und  $a$  gewählt, die mit zwei Punkten des alten Dreiecks eine neue Ebene aufspannen und in Richtung des steigenden Gradienten zeigt. Abbildung 8.11 demonstriert einen Ausschnitt aus der so entstandenen Iteration. Im ersten Schritt wurden die drei Punkte A-B-C simuliert. Der Abstand zwischen den Punkten muss so gewählt werden, dass der Effekt auf die Zielgröße (in dem Fall  $\zeta_V$ ) groß genug ist, darf aber auch nicht zu groß sein, um genügend Empfindlichkeit zu erreichen. Der berechnete Gradient der Ebene zeigt zwischen die Strecke A-B. Daraus ergibt sich der neue Simulationspunkt D. Jetzt wird das Dreieck A-B-D ausgewertet. Dieses Verfahren wird so lange durchgeführt, bis das Optimum erreicht ist oder die Zielgröße hinreichend große Werte aufweist.

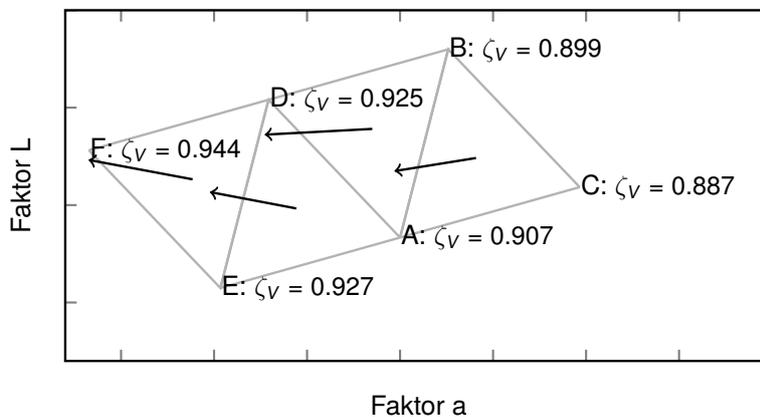


Bild 8.11: Simplexalgorithmus zur Optimierung der Vordüsenkontur

Bei der Optimierung der Vordüsengeometrie ergibt sich, dass die Länge der Vordüse sehr groß sein muss, um einen immer größeren Düsenkoeffizient zu erreichen. Eine langsame und vorsichtige Umlenkung der Strömung des Einlaufs ist für eine stabile Strömung wichtig. Aus technischer Sicht sind lange Düsen aber problematisch, da die langen dünnen Innenkonturen schwer zu fertigen sind. Hier muss ein Kompromiss zwischen der Optimierung und fertigungstechnischer Machbarkeit gefunden werden. In Tabelle 8.1 sind einige Ergebnisse der Simulation gezeigt. In Abbildung 8.12 ist zusätzlich das Druck- und Geschwindigkeitsfeld einer Simulation dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, wie die Strömung über die gesamte Düse beschleunigt wird und der Druck stetig vom Vor- in den Messdruck übergeht. Ein Druckabfall unter den Messkammerdruck tritt aufgrund der rein konvergenten Kontur wie erwartet nicht auf. Die Machzahlen sind ebenfalls moderat und deutlich im Unterschallbereich angesiedelt.

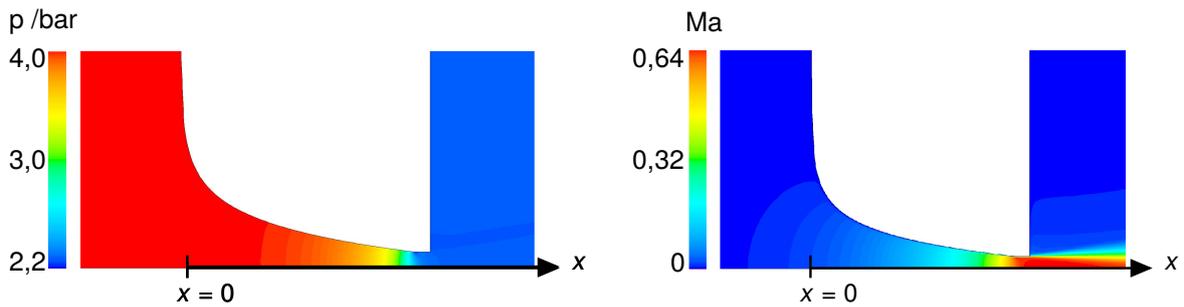


Bild 8.12: Druck- (links) und Machzahlverteilung (rechts) in einer logarit. Düse

Tabelle 8.1: Simulationen der logarithmischen Kontur  $p_V = 4 \text{ bar}$ ,  $p_M = 3 \text{ bar}$ 

Länge $L / \text{mm}$	Faktor $a$	Düsenkoeffizient $\zeta_V$	Bemerkung
2,000	20,000	0,907	Startpunkt A
3,448	22,588	0,898	Startpunkt B
2,388	29,659	0,886	Startpunkt C
3,034	3,916	0,948	
5,655	2,123	0,958	
9,402	1,076	0,962	fertigungstechnisch schwierig
11,124	1,0324	0,963	fertigungstechnisch schwierig

Welche Geometrie den optimalen Kompromiss darstellt, muss in Zukunft experimentell und fertigungstechnisch untersucht werden. Die Ergebnisse dieses Abschnitts zeigen, wie die Optimierung sinnvoll und mit geringem Aufwand durchgeführt werden kann.

## 8.2 Experimentelle Untersuchung

Zur Überprüfung der theoretischen Ergebnisse wurden zwei Serien spezieller Vordüsen gefertigt und getestet. Dabei wurde ein Kompromiss aus den Erfahrungswerten kommerzieller Düsen, den vorgestellten Simulationsergebnissen und den Möglichkeiten der Fertigungstechnik gesucht. Die erste Serie wurde ähnlich der vorgestellten kommerziellen Düsen ausgelegt. Der Einlassradius wurde mit  $R_{ein} = 0,5 \text{ mm}$  und die Länge mit  $L = 1,5 \text{ mm}$  festgelegt. Die Kontur entspricht etwa der Kontur aus Abbildung 8.3 jedoch ohne Auslassfase. Aus den Simulationen geht hervor, dass für

diesen Düsentyp der optimale Einlassradius bei  $R_{ein} = 1,0 \text{ mm}$  liegt (siehe Abbildung 8.6), weshalb die zweite Serie mit diesem Einlassradius gefertigt wurde. Die Länge ergibt sich zu  $L = 1,0 \text{ mm}$ , die Gesamtlänge beider Düsentypen ist identisch ( $2 \text{ mm}$ ). Beide Serien wurden mit scharfen Auslasskanten hergestellt, da ein divergenter Auslass zu signifikanten und schwer abschätzbaren Änderungen der Kennlinie führt (siehe Abbildung 8.7).

Als Fertigungsprozess wurde ein Drehprozess gewählt. Die technische Umsetzung einer solchen Kontur, speziell die Auslasskante ist sehr schwierig, da gerade bei der spanenden Bearbeitung bei solch kleinen Dimensionen an scharfen Kanten ein Grat entstehen und die Strömung negativ beeinflussen kann. Zusätzlich können sich Rückstände aller Art an der Düseninnenwand ablagern. Um diese Problematik zu entschärfen, wurden die gedrehten Düsen beider Serien für etwa 24 Stunden in ein schwaches Säurebad (Säureanteil  $< 5 \%$ ) gelegt. Zur Kontrolle der Auslasskante vor und nach dem Säurebad wurden die Düsen mit Hilfe des Durchlichtprinzips geprüft. Dabei wird paralleles Licht durch den Eingang der Vordüse geleitet und auf der Auslassseite der Düse von einer Kamera detektiert. Dieses Prinzip ist schematisch in Abbildung 8.13 rechts zu sehen. Die beiden Bilder links zeigen das aufgenommene Kamerabild. Es ist die Projektion des Auslassquerschnitts vor und nach dem chemischen Prozess zu erkennen. Ablagerungen und Spanrückstände, die durch den Drehprozess entstehen, können chemisch gut behandelt werden. Dies funktioniert nur unter Anwendung korrosionsanfälliger Werkstoffe. Im gezeigten Fall wurde Neusilber, eine Kupferlegierung, verwendet.

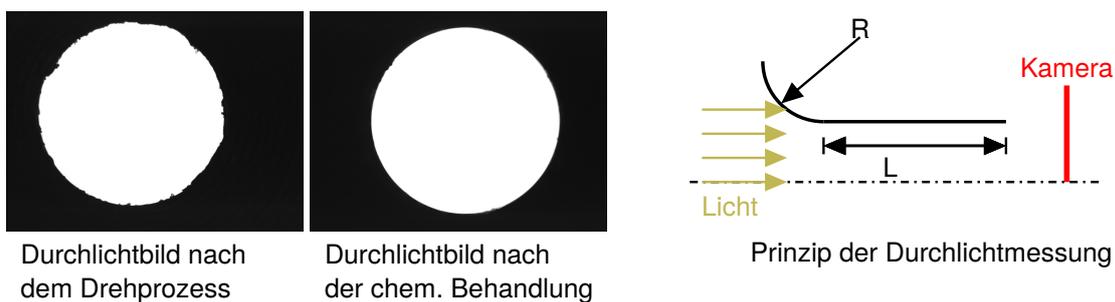


Bild 8.13: Ergebnis der Vordüsenfertigung

Für den Vergleich zwischen der Charakteristik der gefertigten Düsen und den kommerziellen Düsen wurden für jeden Düsentyp die Kennlinien mit einer identischen Messdüse aufgenommen ( $D_M = 2 \text{ mm}$ ). Das Ergebnis ist in Abbildung 8.14 gezeigt. Die Darstellung ist identisch der Darstellung aus Abbildung 8.2. Es ist eindeutig zu erkennen, dass keine Welligkeit oder Spitzen nach Abzug eines Polynoms von der

Kennlinie übrig bleiben, was für alle getesteten Düsen beider Testserien reproduzierbar nachgewiesen werden konnte. Die Vordüsen konnten somit im ersten Ansatz verbessert werden.

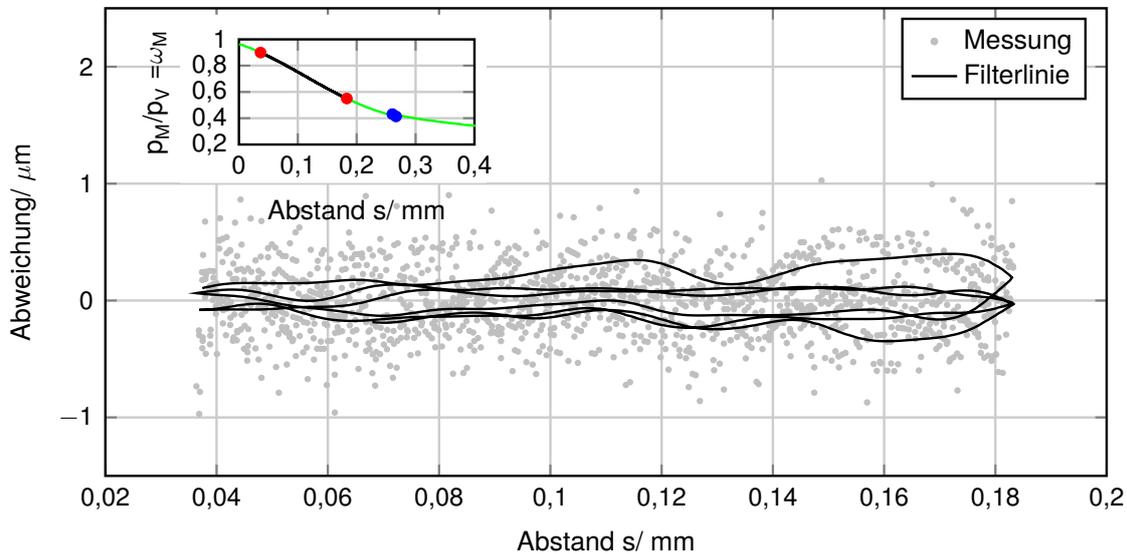


Bild 8.14: Abweichung der Kennlinie vom Ausgleichpolynom (geätzt)

Im theoretischen Teil dieses Abschnitts wurde der Düsenkoeffizient  $\zeta$  (Gleichung 8.4) eingeführt. Zur Bestimmung des theoretischen Massenflusses der in der jeweiligen Düse vorliegt, wurde der engste Querschnitt der Düsen über eine Kreisapproximation in den Durchlichtbildern berechnet. Für den experimentellen Massenfluss wurden sogenannte Meistermessdüsen verwendet. Diese werden anstelle der normalen Messdüse am Sensorende eingebaut und blasen frei in die Umgebung. Der pneumatische Durchmesser, bzw. Flächeninhalt ist für den Überschallzustand dieser Meisterdüsen genau kalibriert, der Massenstrom durch den Sensor für eine Meisterdüse demnach genau bekannt. Der gemessene Druckabfall über der Vordüse kann gemessen und der pneumatische Querschnitt der Vordüse berechnet werden. Da der Massenfluss in einem Betriebszustand proportional zum Düsenquerschnitt ist, gilt für den Düsenkennwert  $\zeta$ :

$$\zeta_V = \frac{\dot{m}_{real}}{\dot{m}_{th.}} = \frac{\dot{A}_{real}}{\dot{A}_{th.}}, \quad (8.4)$$

wobei  $A_{real}$  der Querschnitt ist, der mit Hilfe der Meisterdüsen bestimmt wird und  $A_{th.}$  der geometrische Querschnitt, der mit Hilfe der Durchlichtmessung ermittelt wird. Die Düsenkoeffizienten der einzelnen Düsen sind in Abbildung 8.15 zu sehen. Die kommerziellen Düsen (blau) weisen Düsenkoeffizienten um etwa  $\zeta_V = 0,9$  auf und steigen mit zunehmenden Druckverhältnis  $\omega_M$  an. Die grünen Linien zeigen die Messergebnisse der ersten Testdüsenreihe. Der Koeffizient  $\zeta_V$  ist im Schnitt 7 % höher als

bei den kommerziellen Düsen, streut in Abhängigkeit von jeder einzelnen Düse jedoch stärker. Auffällig ist, dass der Koeffizient für große Druckverhältnisse größer eins ist. Es strömt mehr Luft durch die Düse, als eine konvergente Düse bereitstellen kann. Der Düsenauslass ist demnach divergent und nicht scharfkantig (siehe Abschnitt 8.1). Dies entsteht durch den Drehprozess. Das Material wird durch den Drehmeißel am Auslass plastisch verformt und nicht vollständig abgetrennt. Der so entstandene Aufwurf am Auslass wirkt wie ein divergenter Auslass. Dieser Effekt bleibt in der Durchlichtanalyse unbemerkt, da der Aufwurf im Schatten verschwindet, kann aber durch ein Mikroskop sichtbar gemacht werden. Der Düsenauslass der zweiten Testserie wurde nach der chemischen Behandlung zusätzlich geschliffen (Körnung 2000), so dass der Aufwurf durch den Drehprozess entfernt werden konnte. Die Ergebnisse der daraufhin gemessenen Düsenkoeffizienten sind in rot dargestellt.

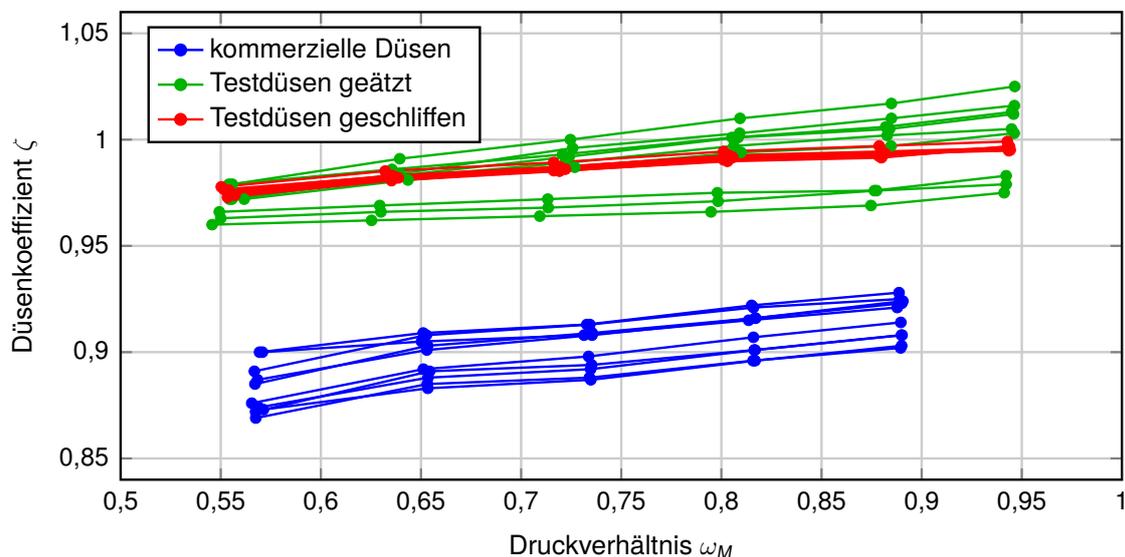


Bild 8.15: experimentell bestimmte Düsenkoeffizienten

Es ist deutlich zu erkennen, dass der Prozess im Vergleich zu der ersten Testserie und den kommerziellen Düsen deutlich stabiler ist. Der Verlauf des Koeffizienten  $\zeta$  ist flacher was auf eine kleinere Auslassrundung schließen lässt.

Entscheidend ist aber nicht nur der Düsenkoeffizient für die reproduzierbare Fertigung der Vordüsen. Der absolute Durchmesser sollte neben dem Düsenkoeffizient in einem kleinen Streuband liegen, so dass eine Austauschbarkeit von Vordüsen gewährleistet ist. Abbildung 8.16 zeigt den pneumatischen Durchmesser aller getesteter Düsen über dem geometrischen Durchmesser bei einem Druckverhältnis von  $\omega_M = 0,73$ . Es zeigt sich, dass der geometrische Durchmesser, beider Testserien, durch den Drehprozess in einem Band von etwa  $\pm 4 \mu m$  streut, wobei der Fertigungsprozess der kommerziellen Düsen im Bereich von ca.  $\pm 10 \mu m$  schwankt. Pneumatisch ist der Durchmesser

der kommerziellen Düsen jedoch stabil im Bereich von  $\pm 4 \mu m$ . Beide Testserien schwanken stärker. Gerade die erste Serie (grün) schwankt um  $\pm 12 \mu m$  und ist nicht für den Einsatz geeignet. Serie zwei (rot) variiert um  $\pm 5 \mu m$  und erreicht damit fast die Qualität der kommerziellen Düsen. Entscheidend ist, dass es für die rote Serie einen klaren Zusammenhang zwischen geometrischem und pneumatischem Durchmesser gibt (Korrelation  $R = 0,97$ ). Zur Verbesserung der Düsen muss zukünftig lediglich ein Fertigungsverfahren gewählt werden, welches den Zieldurchmesser genauer fertigt, dann ist mit einer höheren Reproduzierbarkeit und deutlichen Verbesserung dieser Komponente zu rechnen. Zusätzlich muss der geometrische Durchmesser stets größer gefertigt werden als der spezifizierte pneumatische Durchmesser, da der Düsenkoeffizient  $\zeta$  für konvergente Düsen kleiner eins ist. Im gezeigten Beispiel ist ein Zieldurchmesser von  $D_V = 1 \text{ mm}$  gefordert. Für die rote Serie muss geometrisch entsprechend ein Durchmesser von etwa  $D_{V,geo} = 1,007 \text{ mm}$  gefertigt werden. Für andere Basisgeometrien kann das Übermaß abweichen.

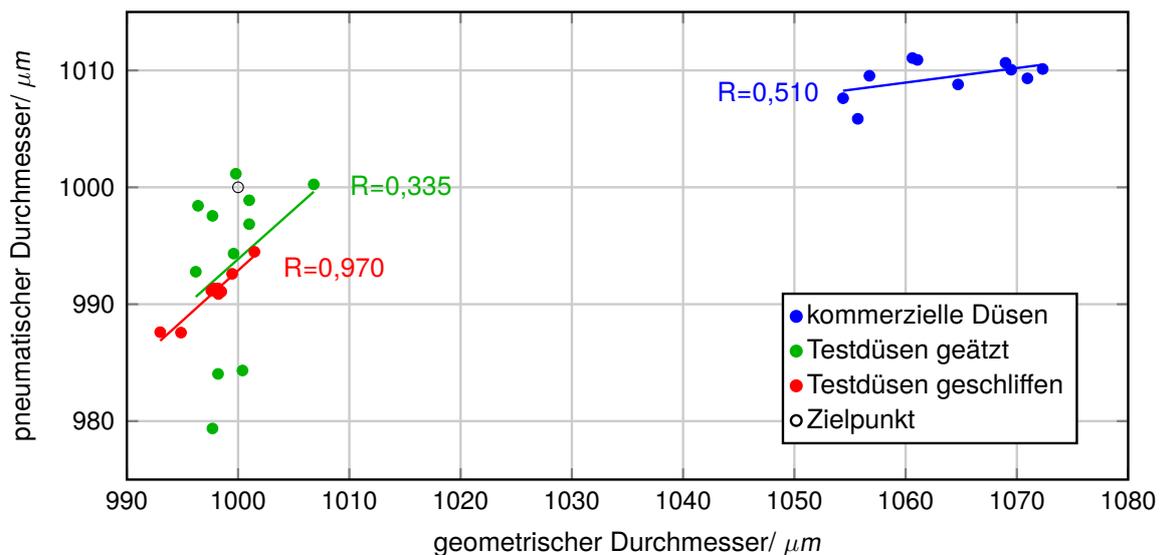


Bild 8.16: Korrelation zwischen pneumatischen und geometrischen Durchmesser

Insgesamt ist festzuhalten, dass die hier gezeigten Methoden zur Verbesserung der Vordüsen erfolgversprechend sind, was vor allem an den experimentellen Ergebnissen abzulesen ist. Der Verlauf der neuen Kennlinie ist deutlich glatter und stabiler. Das Problem der Auslassfase konnte weitestgehend gelöst werden und ein klarer Zusammenhang zwischen Geometrie und Strömungsmechanik wurde abgeleitet. Die Fertigung anderer Geometrien, wie beispielsweise der vorgestellten logarithmischen Kontur könnten die Leistung der Sensoren zusätzlich verbessern und beispielsweise Messrauschen verringern.

---

Abschließender Hinweis: Trotz der am Anfang dieses Abschnitts hervorgehobenen Wichtigkeit der Vordüsen sind die Messdüsen und deren Charakteristik ebenfalls extrem wichtig für das Strömungsverhalten. Gerade die Umlenkung am Austritt und die hohen Strömungsgeschwindigkeiten können in der Realität zu Abweichungen von der Theorie führen. Untersuchungen hierzu wurden z. B. von Crnojevic durchgeführt [12].



## 9 Messunsicherheit

In allen vorangegangenen Abschnitten sind die Betrachtungen auf einzelne Teilgebiete der Pneumatik gelegt. Ausführlich sind die Themen Kennlinie, laterale Auflösung, Dynamik und Vordüsen behandelt. Nicht alle Fragestellungen und Abweichungen konnten vollständig geklärt werden. Um diese im Detail zu analysieren, müssen unter Umständen unverhältnismäßig aufwendige Untersuchungen angestellt werden. Mit geringerem Aufwand ist es in den meisten Fällen möglich, die relevanten Größen in einem Intervall einzugrenzen und Abweichungen zu tolerieren. Diese Intervalle werden durch die Messunsicherheitsbetrachtung erfasst. In diesem Abschnitt werden einige schon behandelte Themen nochmals unter diesem Gesichtspunkt betrachtet und als Unsicherheit festgehalten. Zuerst wird gezeigt, welche Größen wichtig für die Unsicherheit sind und welche Größenordnung diese annehmen. Danach wird die Vorgehensweise zur Bestimmung der Unsicherheitsbilanz anhand eines Beispiels erläutert. Hierbei kann sowohl analytisch als auch numerisch vorgegangen werden.

### 9.1 Einflussgrößen

Tabelle 9.1 zeigt die Phänomene, die für die Messunsicherheit pneumatischer Abstandssensoren relevant sind und in welchem Kapitel diese bereits angesprochen wurden.

Tabelle 9.1: Einflussgrößen auf die Messunsicherheit

<b>Phänomen</b>	<b>behandelt in</b>
Temperatur in Vor- und Messkammer	Kapitel 4.2
Druckmessung	Kapitel 5
Rauschen	Kapitel 5
Digitalisierung	Kapitel 5
Verkipfung	Kapitel 6.3
Rauheit	Kapitel 6.4
Kennlinienverlauf	Kapitel 8
Messkraft	—

In den folgenden acht Unterabschnitten werden die einzelnen Beiträge diskutiert und in Abschnitt 9.2 zusammengefasst.

### 9.1.1 Temperatur

Bei der Herleitung der Kennliniengleichung (Gleichung 4.11) wird angenommen, dass die Temperatur in der Vor- und Messkammer identisch ist (Gleichung 4.7), da die Strömungsgeschwindigkeit in beiden Kammern gleich Null ist und die Enthalpieerhaltung gilt. Dies wurde auch von Crnojevic durch Messungen bestätigt [12]. Für die Basismesseinrichtung wurde zusätzlich eine Stichprobenuntersuchung durchgeführt. Hierzu wurde je ein Temperatursensor in der Vor- und Messkammer angebracht. Die Temperaturänderungen sind im Vergleich zu den Abweichungen der verwendeten Sensoren gering. Aus diesem Grund wurden die Sensoren zufällig vertauscht und die Messungen zu unterschiedlichen Tageszeiten wiederholt. Systematische Abweichungen zwischen den Temperatursensoren konnten mit dieser Methode eliminiert werden. Die Dauer der Messungen wurde im Bereich weniger Stunden im mittleren Messbereich unter stationären Bedingungen durchgeführt. Abbildung 9.1 zeigt die Ergebnisse dieser Messungen. Für jede Messung ist der Mittelwert der Vor- und Messkammertermporatur berechnet. Durch Bildung des Quotienten ergibt sich eine Aussage über die relative Temperaturänderung. Es zeigt sich, dass die Messkammertemperatur im Schnitt 0,02 % geringer ist als die Vorkammertemperatur. Allerdings streut der Messwert um 0,028 % (Vertrauenintervall 95 %). Bei einer Lufttemperatur in der Vorkammer von  $T_V = 300 \text{ K}$  herrscht in der Messkammer entsprechend eine Temperatur von  $T_M = 299.94 \text{ K}$ . Dieser Zusammenhang wird in der Messunsicherheitsbilanz in Abschnitt 9.2 berücksichtigt.

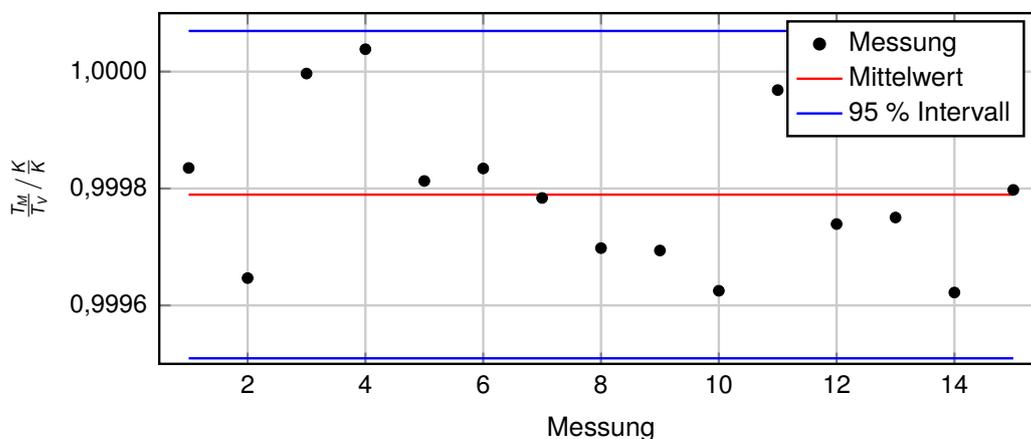


Bild 9.1: Quotient aus Vor- und Messkammertemperatur

### 9.1.2 Druck

Die Druckmessung liefert den größten Beitrag zur Messunsicherheit und ist der entscheidende Faktor für die Qualität pneumatischer Messungen. Bei den Einflussgrößen auf die Druckmessung wird sich beispielhaft auf die verwendeten piezoresistiven Sensoren beschränkt, welche von der Firma Jenoptik eingesetzt werden ( [34]), die generelle Problematik ist aber bei allen Sensoren ähnlich.

Die erste wichtige Einflussgröße, auf die Drucksensoren, ist die Temperatur. Das Datenblatt des Sensors gibt an, dass die maximale Abweichung bei einer Temperaturänderung von  $-40^{\circ}\text{C}$  auf  $125^{\circ}\text{C}$  0,8 % des maximalen Messwertes beträgt. Häufige Kalibrierungen können zur Reduzierung dieser Abweichung führen. Es wird beispielhaft angenommen, dass sich die Temperatur zwischen zwei Kalibrierzyklen in der Produktion nicht mehr als  $5^{\circ}\text{C}$  symmetrisch um den Betriebspunkt ändert (Vertrauenintervall 95 %). Wird ein linearer Zusammenhang zwischen Temperaturänderung und Abweichung vorausgesetzt, kann die Abweichung für den angenommenen Betriebsfall wie folgt bestimmt werden:

$$\frac{\Delta T_{\text{Betriebsfall}}}{\Delta T_{\text{Datenblatt}}} \cdot \Delta p_{\%} = \frac{5^{\circ}\text{C}}{-40^{\circ}\text{C} - 125^{\circ}\text{C}} \cdot 0,8 \% = 0,03 \% \quad (9.1)$$

Als zweiter Faktor ist die Hystereseproblematik der Sensoren zu nennen. Beim Übergang einer dynamischen Druckänderung auf einen stationären Druck stellt sich der Messwert abhängig von der Richtung der dynamischen Änderung unterschiedlich ein. Die Hysterese wird im Datenblatt mit 0,2 % des maximalen Messwertes angegeben. Stichprobenartige Hystereseversuche zeigen jedoch deutlich geringere Werte (0,029 % des maximalen Messwertes).

Wichtig ist festzuhalten, dass beide genannten Abweichungen in beiden verwendeten Drucksensoren (Vordruck- und Messdrucksensor) auftreten. Dabei korreliert sowohl der Temperatureinfluss als auch die Hysterese zwischen beiden Sensoren, da Druckänderungen und Temperaturänderungen bei beiden Sensoren in die gleiche Richtung auftreten. Dieser Zusammenhang verringert die Messunsicherheit, weil die Werte beider Sensoren stets als Quotient verrechnet werden.

### 9.1.3 Rauschen

Eine allgemeine Angabe über das Sensorrauschen zu geben ist komplex, da es von mehreren Faktoren abhängt, die sehr individuell von der Messaufgabe abhängen. Der erste Einfluss ist die Turbulenz der Strömung. Auch wenn angenommen werden

kann, dass in der Strömung in Drucksensornähe annähernd Ruhegrößen herrschen, liegt die Vermutung nahe, dass kleine Druckschwankungen die Messungen ständig beeinflussen. Als zweiter Faktor ist die verwendete Elektronik der Druckwandler zu nennen. Je nach Qualität und Verstärkung der Signale kann sich ein elektronisches Rauschen überlagern. Als individuellster Faktor gilt der digitale oder analoge Filter, der zur Aufbereitung der Messdaten verwendet wird. Abhängig von der Messaufgabe können die Messdaten mehr oder weniger stark gefiltert werden. Wird eine hohe Dynamik gefordert, dürfen nur wenige hochfrequente Anteile gefiltert werden, damit das Messergebnis nicht verfälscht werden. Für alle durchgeführten Versuche in dieser Arbeit wurde ein analoges Filter mit einer Frequenz von 1 kHz verwendet (siehe Kapitel 5). Das Rauschen in den Messungen ist nicht repräsentativ für die meisten industriellen Anwendungen, hier kann mit geringeren Grenzfrequenzen gearbeitet werden. Als Beispiel für die anschließende Bilanzbetrachtung wird für beide Drucksensoren eine Schwankung der Werte um 1 mbar symmetrisch um den Erwartungswert angenommen, was als realistisch für viele Anwendungen angesehen werden kann.

#### 9.1.4 Digitalisierung

Der Einfluss der Digitalisierung ist von entscheidender Bedeutung, wenn eine oder mehrere andere Größen in Kombination deutlich schwächer streuen, als die eingestellte Digitalisierungsstufe. Wenn beispielsweise ein Spannungswert um 40 mV streut und die Datenerfassungseinheit 1 mV auflösen kann, spielt die Digitalisierung eine untergeordnete Rolle. Bei einem Messwert der nur um 2 mV streut, würde die Digitalisierung einen deutlichen Einfluss aufweisen. Mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation<sup>1</sup> kann abgeschätzt werden, wann es zu signifikanten Einflüssen der Digitalisierung kommt. Im ersten Schritt wird eine normalverteilte Zahlenfolge mit der Standardabweichung  $\sigma_P$  und einem zufälligen Erwartungswert  $\mu_P$  simuliert, welche die Prozessgröße abbildet. Jeder Zahlenwert wird anschließend gerundet, was die Diskretisierung simuliert. Diese gerundete Folge hat die Standardabweichung  $\sigma_D$  und den Erwartungswert  $\mu_D$ . Ist die Abweichung zwischen den beiden Erwartungswerten  $\mu_P$  und  $\mu_D$  und den beiden Standardabweichungen  $\sigma_P$  und  $\sigma_D$  klein, stellt die Digitalisierung kein Problem da und kann vernachlässigt werden. Es werden folgende Kenngrößen definiert:

$$V = \frac{\sigma_P}{D}. \quad (9.2)$$

$V$  ist der Quotient aus Prozessstreuung  $\sigma_P$  und der Digitalisierungsstufe  $D$ . Ähnlich wie die Definition der Fähigkeitskenngröße  $c_P$  [18] werden zur Einschätzung des

<sup>1</sup>Eine Monte-Carlo-Simulation dient dazu nicht analytisch beschreibbare Zusammenhänge durch eine hohe Anzahl an statistischen Simulationen zu erklären [75].

Einfluss der Digitalisierung zwei Kenngrößen eingeführt. Die Abweichung zwischen den Erwartungswerten  $\mu_{\%}$  wird auf die Prozessstreuung bezogen:

$$\mu_{\%} = \frac{\mu_D - \mu_P}{\sigma_P} \cdot 100. \quad (9.3)$$

Genauso wird die Abweichung zwischen den Standardabweichungen  $\sigma_{\%}$  definiert:

$$\sigma_{\%} = \frac{\sigma_D - \sigma_P}{\sigma_P} \cdot 100. \quad (9.4)$$

Werden diese Kenngrößen für verschiedene Verhältnisse  $V$  simuliert, ergibt sich das Ergebnis nach Abbildung 9.2. Im linken Bild ist die Abweichung des Mittelwerts durch die Digitalisierung bezogen auf die Prozessstreuung  $\sigma_{\%}$  gezeigt. Rechts ist die Verfälschung der Standardabweichung durch die Abtastung bezogen auf die Prozessstreuung  $\sigma_{\%}$  gezeigt. Es ist zu erkennen, dass schon bei einem Verhältnis  $V > 2$  der Mittelwert und die Standardabweichung um weniger als 1 % verfälscht wird. Für Werte  $V > 6$  ist der Einfluss der Digitalisierung vernachlässigbar. Wird die Digitalisierung nach diesen Vorgaben auf den Prozess abgestimmt, kann diese entsprechend berücksichtigt oder vernachlässigt werden. Für die beispielhafte Bilanzbetrachtung wird die Digitalisierung vernachlässigt. Es wird davon ausgegangen, dass die Abtastung nach heutigem Standard fein genug gewählt werden kann.

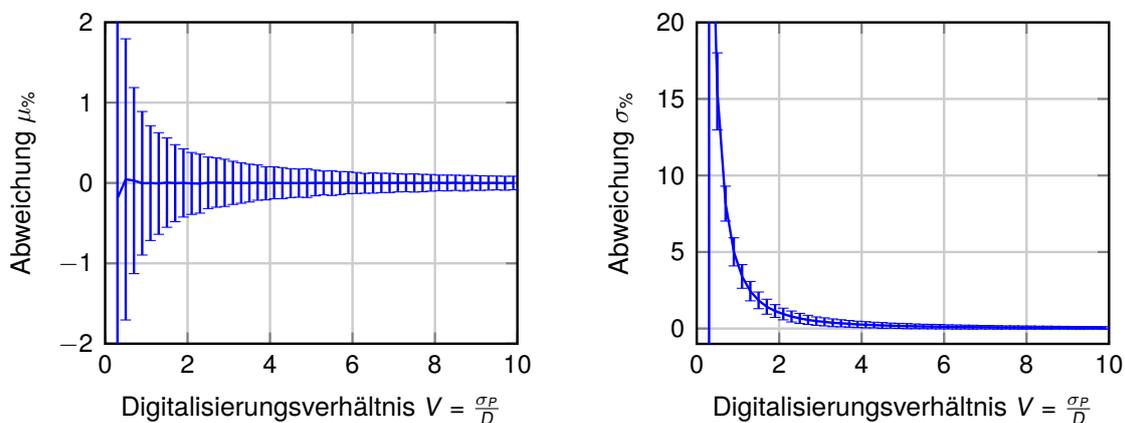


Bild 9.2: Einfluss der Digitalisierung auf die Messunsicherheit

Hinweis: Die Problematik der Digitalisierung ist unter anderem für die digitale Bildverarbeitung von Bedeutung. Durch analoge Ansätze, wie in diesem Abschnitt beschrieben, hat Jähne mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen den Einfluss der Quantisierung von Graustufen auf die Bildqualität untersucht. [35]

### 9.1.5 Verkippung

In Abschnitt 6.3 ist das Phänomen der Verkippung erläutert. Es entsteht eine Abweichung in der Messung, wenn die angetastete Oberfläche nicht senkrecht zur Messdüse steht. Anders als alle bis jetzt betrachteten Unsicherheiten, trägt die Verkippung zu einem unsymmetrischen Messunsicherheitsanteil bei. Ist die Oberfläche verkippt, wird ein pneumatischer Sensor einen stets zu kleinen Abstand messen. Abbildung 6.10 zeigt den vorhersagbaren Verlauf der so entstehenden Abweichung. Wird ein maximaler Neigungswinkel von  $3^\circ$  angenommen, ist mit einer unsymmetrischen Unterschätzung des Messwerts um bis zu 50 nm zu rechnen. Dieser Einfluss wird in der Bilanz berücksichtigt.

### 9.1.6 Rauheit

Eine Stichprobe zum Einfluss von Rauheit auf die Messunsicherheit findet sich in Abschnitt 6.4. In Abbildung 6.13 ist deutlich zu erkennen, dass die Filterlinie des Sensors höher liegt, als in der Simulation vorhergesagt. Das lässt die Vermutung zu, dass sich zwischen den Rauheitstälern Luftpolster bilden, welche zu einem unsymmetrisch zu kleinem Messabstand führen. Eine quantifizierte Angabe dieses Messunsicherheitsanteils ist an dieser Stelle nicht abzusichern, da nicht genügend Messdaten vorliegen. Auch wird sich die Filterlinie mit großer Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit verschiedener Rauheitstypen unterschiedlich verhalten. In DIN 2271 [14] wird empfohlen, die Rauheit aller Kalibrierelemente gleich der Rauheit des zu messenden Werkstücks zu fertigen, um die Unsicherheit klein zu halten. Zukünftige Arbeiten in dieser Richtung könnten an dieser Stelle Klarheit schaffen.

### 9.1.7 Kennlinienverlauf

Der Kennlinienverlauf pneumatischer Sensoren wird, wie in Kapitel 8 dargestellt, signifikant von der Vordüse beeinflusst. Nichtlinearitäten und unerwartete Abweichungen auf der Kennlinie müssen vom Hersteller von vornherein vermieden werden. Trotz optimaler Auslegung der Düsen werden für jeden Sensor immer unerwünschte individuelle Abweichungen nach einer Kalibrierung zurückbleiben, die nicht erfasst werden können. Je nach Anwendung und Messbereich kann die so entstandene Linearitätsabweichung sehr unterschiedlich ausfallen und muss im individuellen Fall berücksichtigt werden. Die Vordüsenuntersuchungen geben einen ersten Eindruck, wie solche Abweichungen aussehen können. Für eine quantifizierte Aussage über die Messunsicherheit reichen die Daten allerdings nicht aus.

### 9.1.8 Messkraft

Obwohl pneumatische Sensoren berührungslos arbeiten, gibt es eine Wechselwirkung zwischen ihnen und dem zu messenden Werkstück. Der aus der Messdüse ausblasende Luftstrom erzeugt, durch seine Umlenkung am Werkstück, eine Kraft zwischen Messdüse und Messobjekt. Abhängig vom Messkreis, von der verwendeten Lagerung und von der Werkstückbeschaffenheit können elastische Verformungen auftreten, welche den Messabstand unerwünscht vergrößern. Mit Hilfe der Standardmesseinrichtung wurde dieser Einfluss auch in dieser Arbeit beobachtet und durch die Verwendung stabiler Messstative vermieden. Der Betrag der Messkraft kann durch eine überschlägige Abschätzung bestimmt werden. Hierbei gilt der Zusammenhang:

$$F = p_M \cdot A, \quad (9.5)$$

wobei  $F$  die gesamte Kraft ist die die Messdüse erzeugt.  $p_M$  ist der Messdruck und  $A$  die Summe aus Ringspaltfläche  $A_M$  und Werkstückfläche  $A_W$  die direkt senkrecht unter der Messdüse steht. Die Kraft  $F_W$  die auf das Werkstück wirkt ist lediglich der Anteil, der in Richtung der Werkstückfläche  $A_W$  wirkt. Es gilt:

$$F_W = F \cdot \frac{A_W}{A_W + A_M}. \quad (9.6)$$

In Abbildung 9.3 ist das Ergebnis einer Beispielmessung gezeigt.

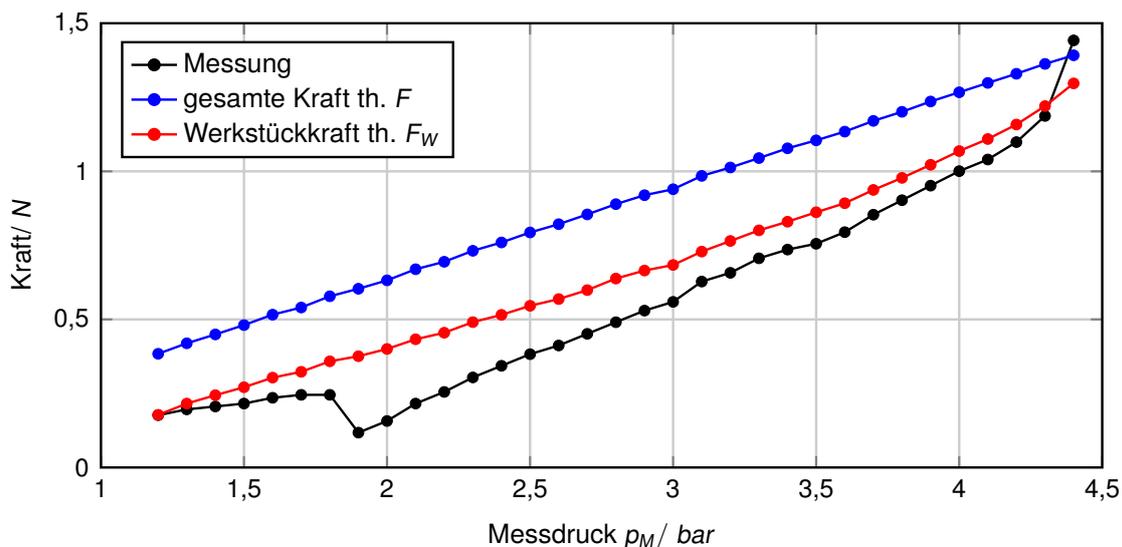


Bild 9.3: Messkraft einer Messdüse  $D_M = 2 \text{ mm}$ ,  $p_V = 4,5 \text{ bar}$

In diesem Experiment wurde mit einer Messdüse ( $D_M = 2 \text{ mm}$ ), in verschiedenen Abständen, senkrecht auf eine Waage (Modell: 3704 der Firma Sartorius Werke

GmbH Göttingen) geblasen. Es zeigt sich, dass die theoretische Messkraft (rot) stets über der reell gemessenen Kraft (schwarz) verläuft. Dies ist hauptsächlich an zwei Punkten festzumachen. Zum einen geht bei der Umlenkung am Düsenaustritt Kraft verloren, die hier nicht berücksichtigt wurde und zum anderen verliert die Strömung an Absolutdruck durch Verdichtungsstöße die im Überschallbereich auftreten, wodurch die Messkraft sinkt. Es ist deutlich zu erkennen, dass im Bereich unter 2 bar Messdruck die Messkraft sprunghaft abfällt, was auf den Zustandswechsel zwischen Unter- und Überschall hindeutet. Dieses Phänomen ist identisch zur Hysteresebildung am unteren Ende des Messbereichs, wie bereits in Abbildung 4.5 in Kapitel 4 gezeigt. In wie weit sich diese beachtliche Messkraft auf den Messkreis auswirkt muss von Fall zu Fall abgeschätzt werden. Für kleinere oder größere Messdüsen ergeben sich die Werte entsprechend der beiden Gleichungen 9.5 und 9.6.

## 9.2 Unsicherheitsbilanz

Mit den bisher genannten Einflussgrößen kann eine allgemeine Formel zur Bestimmung der Messunsicherheit hergeleitet werden. Das Vorgehen erfolgt analytisch zum einen nach der Vorgehensweise der GUM [36] und zum anderen mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation [75]. Für beide Ansätze muss zuerst eine Modellgleichung aufgestellt werden. Bis auf wenige Modifikationen entspricht diese Gleichung der pneumatischen Kennlinie (Gleichung 4.11):

$$s = \frac{1}{4} \cdot \frac{D_V^2}{D_M} \cdot \frac{\rho_V \cdot \sqrt{T_V}}{\rho_M \cdot \sqrt{T_M}} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{p_M}{p_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_M}{p_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{(\omega_{krit})^{\frac{2}{\kappa}} - (\omega_{krit})^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}} + s_{Extern}. \quad (9.7)$$

Im Unterschied zur bis hierhin verwendeten Gleichung ist der Temperaturkoeffizient zwischen Vor- und Messtemperatur nicht identisch eins gesetzt, da die Temperaturen nach der Stichprobenuntersuchung (Abschnitt 9.1.1) nicht genau gleich sind. Weiter ist die Kennlinie dimensionsbehaftet dargestellt. Es wird explizit der Werkstückabstand  $s$  berechnet. Der Druckquotient  $\omega_M$  ist durch die Einzeldrücke  $p_M$  und  $p_V$  beschrieben. Unter  $s_{Extern}$  sind alle Unsicherheiten zusammengefasst, welche nicht direkt der Kennliniengleichung zugeordnet werden können. Es ist:

$$s_{Extern} = s_R(\text{Rauheit}) + s_V(\text{Verkipfung}) + s_K(\text{Messkraft}). \quad (9.8)$$

Der Quotient aus Dichte und Temperatur aus Gleichung 9.7 kann durch das ideale Gasgesetz umgeformt werden. Es gilt:

$$\frac{\rho_V \cdot \sqrt{T_V}}{\rho_M \cdot \sqrt{T_M}} = \frac{p_V \cdot T_M \cdot \sqrt{T_V}}{p_M \cdot T_V \cdot \sqrt{T_M}} = \frac{p_V \cdot \sqrt{T_M}}{p_M \cdot \sqrt{T_V}}. \quad (9.9)$$

Gleichung 9.7 schreibt sich zu:

$$s = \frac{1}{4} \cdot \frac{D_V^2}{D_M} \cdot \frac{\rho_V \cdot \sqrt{T_M}}{\rho_M \cdot \sqrt{T_V}} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{(\omega_{krit})^{\frac{2}{\kappa}} - (\omega_{krit})^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}} + s_{Extern}. \quad (9.10)$$

Damit ist die Modellgleichung für die Messunsicherheit für die Monte-Carlo-Simulation vollständig. Der Werkstückabstand  $s$  kann mit Hilfe der Variablen in einem Betriebspunkt berechnet werden. Die Unsicherheit entsteht durch die Überlagerung von Zufallszahlen auf die einzelnen Parameter im entsprechenden Intervall. Die Intervalle sind in Abschnitt 9.1 aufgeführt. Für die analytische Lösung müssen die Sensitivitäten von Gleichung 9.10 berechnet werden. Es gilt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial D_V} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{D_V}{D_M} \cdot \frac{\rho_V \cdot \sqrt{T_M}}{\rho_M \cdot \sqrt{T_V}} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{(\omega_{krit})^{\frac{2}{\kappa}} - (\omega_{krit})^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}}, \\ \frac{\partial s}{\partial D_M} &= -\frac{1}{4} \cdot \frac{D_V^2}{D_M^2} \cdot \frac{\rho_V \cdot \sqrt{T_M}}{\rho_M \cdot \sqrt{T_V}} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{(\omega_{krit})^{\frac{2}{\kappa}} - (\omega_{krit})^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}}, \\ \frac{\partial s}{\partial T_V} &= -\frac{1}{8} \cdot \frac{D_V^2}{D_M} \cdot \frac{\rho_V \cdot \sqrt{T_M}}{\rho_M \cdot T_V \cdot \sqrt{T_V}} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{(\omega_{krit})^{\frac{2}{\kappa}} - (\omega_{krit})^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}}, \\ \frac{\partial s}{\partial T_M} &= \frac{1}{8} \cdot \frac{D_V^2}{D_M} \cdot \frac{\rho_V}{\rho_M \cdot \sqrt{T_V} \cdot \sqrt{T_M}} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{(\omega_{krit})^{\frac{2}{\kappa}} - (\omega_{krit})^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}}, \\ \frac{\partial s}{\partial \rho_V} &= \frac{1}{8} \cdot \frac{D_V^2}{D_M} \cdot \frac{\sqrt{T_M}}{\rho_M \cdot \sqrt{T_V}} \cdot \frac{-\frac{2}{\kappa} \cdot \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} + 2 \cdot \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} + \frac{\kappa+1}{\kappa} \cdot \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} - 2 \cdot \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{\sqrt{\left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}}, \\ \frac{\partial s}{\partial \rho_M} &= \frac{1}{8} \cdot \frac{D_V^2}{D_M} \cdot \frac{\rho_V \cdot \sqrt{T_M}}{\rho_M^2 \cdot \sqrt{T_V}} \cdot \frac{\frac{2}{\kappa} \cdot \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - 2 \cdot \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \frac{\kappa+1}{\kappa} \cdot \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} + 2 \cdot \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}{\sqrt{\left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{\rho_M}{\rho_V}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}}, \\ \frac{\partial s}{\partial s_R} &= f(\text{Rauheit}), \\ \frac{\partial s}{\partial s_V} &\approx \frac{s_{V, Lin}}{\alpha_{V, Lin}}, \\ \frac{\partial s}{\partial s_K} &= f(\text{spezifische Messeinrichtung}). \end{aligned} \quad (9.11)$$

Die ersten sechs Gleichungen sind partielle Ableitungen der Modellfunktion 9.10, bei welchen der funktionale Zusammenhang vollständig bekannt ist. Die siebte partielle

Ableitung ist unbekannt, da der Zusammenhang zwischen Messunsicherheit und Rauheit nicht vollständig geklärt ist. Zeile acht enthält die Sensitivität des Anteils der Verkippung. In erster Näherung wird ein linearer Einfluss dieser Größe in Abhängigkeit des Kippwinkels  $\alpha$  angenommen. Im konkreten Beispiel gilt nach Abschnitt 9.1.5  $\frac{\partial s}{\partial s_V} \approx \frac{s_{V, \text{Lin}}}{\alpha_{V, \text{Lin}}} = \frac{50 \text{ nm}}{3^\circ}$ . Die letzte Zeile beinhaltet die Sensitivität, die mit der Kraftwechselwirkung zwischen Messdüse und Werkstück zusammenhängt. Auch hier ist der absolute Einfluss unbekannt und stark von der jeweiligen Messeinrichtung abhängig. Mit den berechneten Sensitivitäten kann die Messunsicherheit  $u(s)$  des Messwertes  $s$  bestimmt werden. Allgemein gilt [65]:

$$u(s) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial s}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2 + \sum_{j=1}^m \left( \frac{\partial s}{\partial x_{j,A}} \cdot \Delta x_{j,A} + \frac{\partial s}{\partial x_{j,B}} \cdot \Delta x_{j,B} \right)^2}, \quad (9.12)$$

mit  $x_i$  bzw.  $x_j$  als Parameter der Gleichung 9.10 und  $\Delta x_i$  als entsprechende Einzelunsicherheiten.  $\Delta x_{j,A}$  und  $\Delta x_{j,B}$  sind die Abweichungen zweier Parameter  $x_{j,A}$  und  $x_{j,B}$  die miteinander korrelieren. Schwenke verdeutlicht die korrelierte Messunsicherheiten am Beispiel von temperaturabhängigen Längenausdehnungen [65]. In Abschnitt 9.1 sind zwei Größen als korreliert identifiziert, zum einen die Temperatureinflüsse auf die Drucksensoren und zum anderen die Hysterese der Drucksensoren. Nach Gleichung 9.10 sind keine unsymmetrischen Verteilungen berücksichtigt. Um dies trotzdem zum Ausdruck zu bringen, werden die entsprechenden Einzelunsicherheiten im Folgenden mit einem + für positive Tendenz und mit einem – für negative Tendenz gekennzeichnet. Als Letztes stellt sich die Frage, welche Größen durch einen geeigneten Kalibrierprozess vernachlässigt werden können. Insgesamt können drei Größen dieser Klasse zugeordnet werden:

- Die Abweichungen, welche durch die Vordüsen auftreten führen zwar zu einer Abweichung von der Kennlinie, sind jedoch völlig reproduzierbar.
- Die Abweichungen, welche durch die Messdüsen auftreten sind ebenfalls reproduzierbar.
- Die Messkammertemperatur  $T_M$  liegt reproduzierbar geringfügig unter der Vorkammertemperatur  $T_V$  und kann somit durch eine Kalibrierung erfasst werden. Lokale Temperaturschwankungen müssen jedoch berücksichtigt werden.

Die Messunsicherheit pneumatischer Abstandssensoren kann unter diesen Annahmen wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
u(s)^2 = & \left( \frac{\partial s}{\partial T_V} \cdot u(T_V) \right)^2 + \left( \frac{\partial s}{\partial T_M} \cdot u(T_M) \right)^2 \\
& + \left( \frac{\partial s}{\partial p_V} \cdot u(p_V) \right)^2 + \left( \frac{\partial s}{\partial p_M} \cdot u(p_M) \right)^2 \\
& + \left( \frac{\partial s}{\partial s_R} \cdot u(s_R) \right)^2 + \left( \frac{\partial s}{\partial s_V} \cdot u(s_V) \right)^2 + \left( \frac{\partial s}{\partial s_K} \cdot u(s_K) \right)^2 \\
& + \left( \frac{\partial s}{\partial p_V} \cdot u(p_V)_{Temp} + \frac{\partial s}{\partial p_M} \cdot u(p_M)_{Temp} \right)^2 \\
& + \left( \frac{\partial s}{\partial p_V} \cdot u(p_V)_{Hyst} + \frac{\partial s}{\partial p_M} \cdot u(p_M)_{Hyst} \right)^2
\end{aligned} \tag{9.13}$$

Für eine beispielhafte Berechnung ist ein Betriebspunkt und die Einzelunsicherheiten nach Abschnitt 9.1 in Tabelle 9.2 angegeben. Werden diese Werte in Gleichung 9.13 eingesetzt und der Messdruck im Messbereich variiert, ergibt sich das Ergebnis nach Abbildung 9.4. Hier ist die Unsicherheit  $u(s)$  des Messwertes  $s$  in Abhängigkeit vom Werkstückabstand aufgetragen. In schwarz ist die analytische Lösung nach dem gezeigten Vorgehen zu sehen. Die Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation sind als blaue Punkte dargestellt.

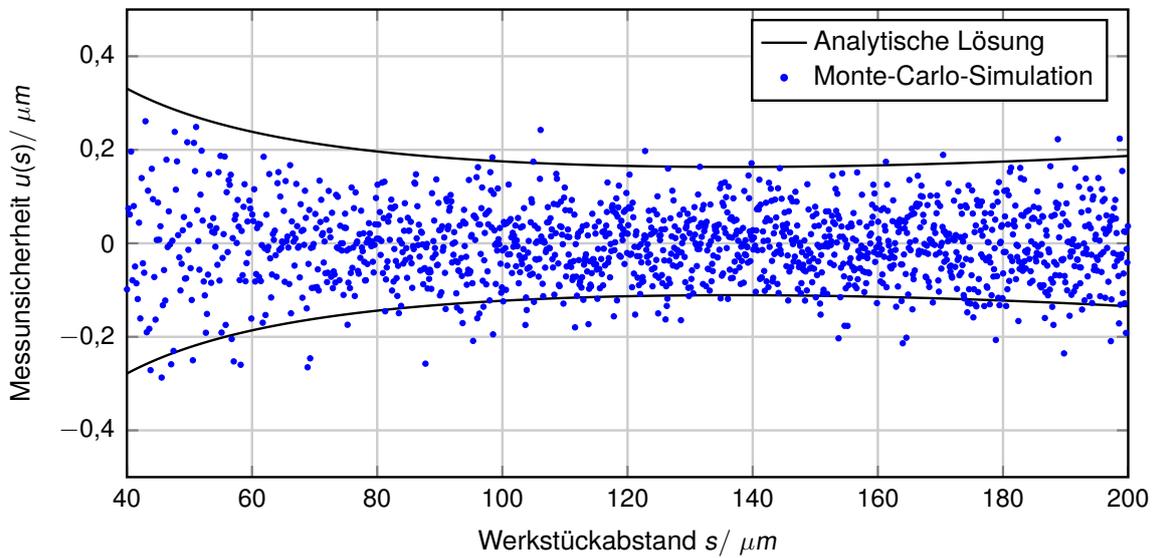


Bild 9.4: Ergebnis der Unsicherheitsbetrachtung nach Tabelle 9.2

Beide Ansätze zeigen ähnliche Ergebnisse. Insgesamt ist die Messunsicherheit im mittleren Messbereich geringer als an den Rändern, was mit der Steigung der Kennlinie zusammenhängt. Es ist festzustellen, dass pneumatische Sensoren im Sub- $\mu m$ -Bereich sichere Ergebnisse liefern können, was sie für Formmessungen qualifiziert. Für kleinere Messbereiche und steilere Kennlinien kann auch mit Unsicherheiten unter 50 nm gerechnet werden. Rauheit und Messkraft sind hier nicht

berücksichtigt. Für eine weiter verfeinerte Unsicherheitsbetrachtung sollten diese Faktoren in Zukunft untersucht werden. Die wichtigsten Einflussfaktoren für die Messunsicherheit sind jedoch weitestgehend erfasst und zu großen Teilen quantifiziert. Den größten Anteil machen die Drucksensoren aus. Für präzisere Sensoren ist an dieser Stelle Verbesserungspotential zu finden.

Tabelle 9.2: Beispielwerte für die Unsicherheitsberechnung

Größe $x$	Betriebspunkt	Unsicherheit $u(x)$	Annahme/ Bemerkung
$D_V$	1 mm	0	Systematische Abweichung
$D_M$	2 mm	0	Systematische Abweichung
$T_V$	300 K	0,084 K	Streuung des Temperaturquotienten um 0,028 %
$T_M$	300 K	0,084 K	Streuung des Temperaturquotienten um 0,028 %
$p_V$	4 bar	1 mbar	Geschätztes Rauschen
$p_V$	4 bar	2 mbar	Hysterese 0,029 % vom Sensorendwert 7 bar (gemessen)
$p_V$	4 bar	2 mbar	Temperatureinfluss 0,03 % (im Bereich 10°)
$p_M$	2-4 bar	1 mbar	Geschätztes Rauschen
$p_M$	2-4 bar	2 mbar	Hysterese 0,029 % vom Sensorendwert 7 bar (gemessen)
$p_M$	2-4 bar	2 mbar	Temperatureinfluss 0,03 % (im Bereich 10°)
$s_R$	–	–	Rauheit nicht ausreichend untersucht
$s_V$ bzw. $\alpha$	0°	3°	Verkipfung und Oberflächenneigung
$s_K$	0,5 N	–	spezifisch von der Messeinrichtung abhängig

## 10 Pneumatic Designer

Eine der größten Herausforderungen der Ingenieurwissenschaften von heute ist es, die Masse an Informationen und Technologien für Anwender verwertbar aufzubereiten, ohne dass diese jeden Sachverhalt eines Problems bis ins letzte Detail nachvollziehen müssen. Dies gilt sowohl für den Endverbraucher von Produkten als auch für Fachkräfte mit Hintergrundwissen, welche industrielle Projekte bearbeiten. Im Fall der pneumatischen Messtechnik und im Rahmen dieser Arbeit wird deutlich, dass diese Technologie teils komplexen Zusammenhängen und mathematischen Beschreibungen genügt. Dem Anwender pneumatischer Messgeräte in der Industrie ist es nicht zuzumuten diese Zusammenhänge vollständig nachzuvollziehen. Trotzdem soll es ihm möglich sein, dass in dieser Arbeit vorgestellte Wissen anzuwenden. Um das zu leisten, wurde ein Softwareprototyp entwickelt, welcher das erarbeitete Formelwerk und die Zusammenhänge kompakt zusammenfasst. Eine graphische Oberfläche ermöglicht es für eine gegebene Messaufgabe die richtige pneumatische Sensorkombination unter gegebenen Randbedingungen schnell und einfach zu ermitteln und das Ergebnis zu überprüfen. Insgesamt ist das Programm Pneumatic Designer in vier Teilprogramme aufgeteilt (siehe Tabelle 10.1).

Tabelle 10.1: Pneumatic Designer - Struktur des Programms

<b>Programmteil</b>	<b>Aufgabe</b>
Scenario Designer	Messaufgabe, Anforderungen und Randbedingungen erfassen
Sensordesigner Assistant	Sensor für eine Messaufgabe auswählen
Visualisation of Concept	Analyse von Kennlinie, Zeitverhalten, lateraler Auflösung, Luftverbrauch und Sensitivität
Scanning Simulator	Virtuelles Messen einer Oberfläche unter Berücksichtigung von lateraler Auflösung und Dynamik

Das Ziel dieser Struktur ist es den Anwender systematisch durch das gegebene Problem zu führen. Dies beginnt mit dem Erfassen der Messaufgabe und geht über die Auswahl eines Sensors bis hin zur Überprüfung der Machbarkeit. Abbildung 10.1 zeigt das Hauptmenü, welches beim starten des Programms erscheint und die vier genannten Auswahlmöglichkeiten bietet.

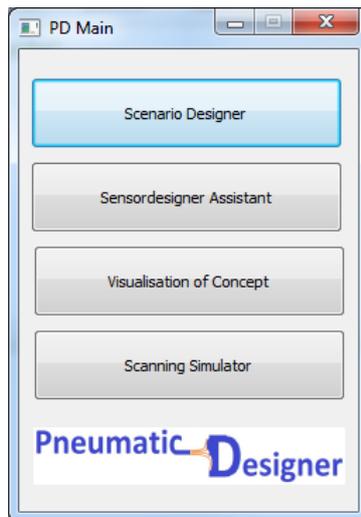


Bild 10.1: Hauptmenü des Programms

Die Software wurde mit der Programmiersprache Python entwickelt. Die Wahl dieser Sprache hat folgende Gründe: Python ist prädestiniert für eine schnelle Prototypentwicklung. Dies liegt unter anderem an der dynamischen Typisierung, welcher das Sprachkonzept unterliegt. Zusätzlich stehen viele Pakete zur numerischen und wissenschaftlichen Berechnung bereit. Die Entwicklerproduktivität ist höher als beispielsweise in C++, da der Quellcode deutlich kürzer gehalten werden kann und die Speicherverwaltung automatisch übernommen wird. Allerdings ist die Geschwindigkeit von Programmen auf der Basis von Python langsamer als in C oder C++. Da es sich bei der Entwicklung des Pneumatic Designer jedoch um eine zeitunkritische Desktopanwendung handelt, fiel dieser Punkt bei der Wahl der Sprache nicht ins Gewicht. [51]

In den nächsten vier Abschnitten wird der Aufbau der einzelnen Programmteile anhand eines Beispiels im Detail erläutert.

## 10.1 Scenario Designer

Im Scenario Designer (erste Option im Hauptmenü) geht es um die Erfassung der Messaufgabe und der thermodynamischen Randbedingungen. Abbildung 10.2 zeigt das entsprechende Eingabefenster. Es ist in vier Bereiche aufgeteilt, die bewusst keine Möglichkeit zur Sensorauslegung geben, sondern nur zur Erfassung von Parametern dienen.

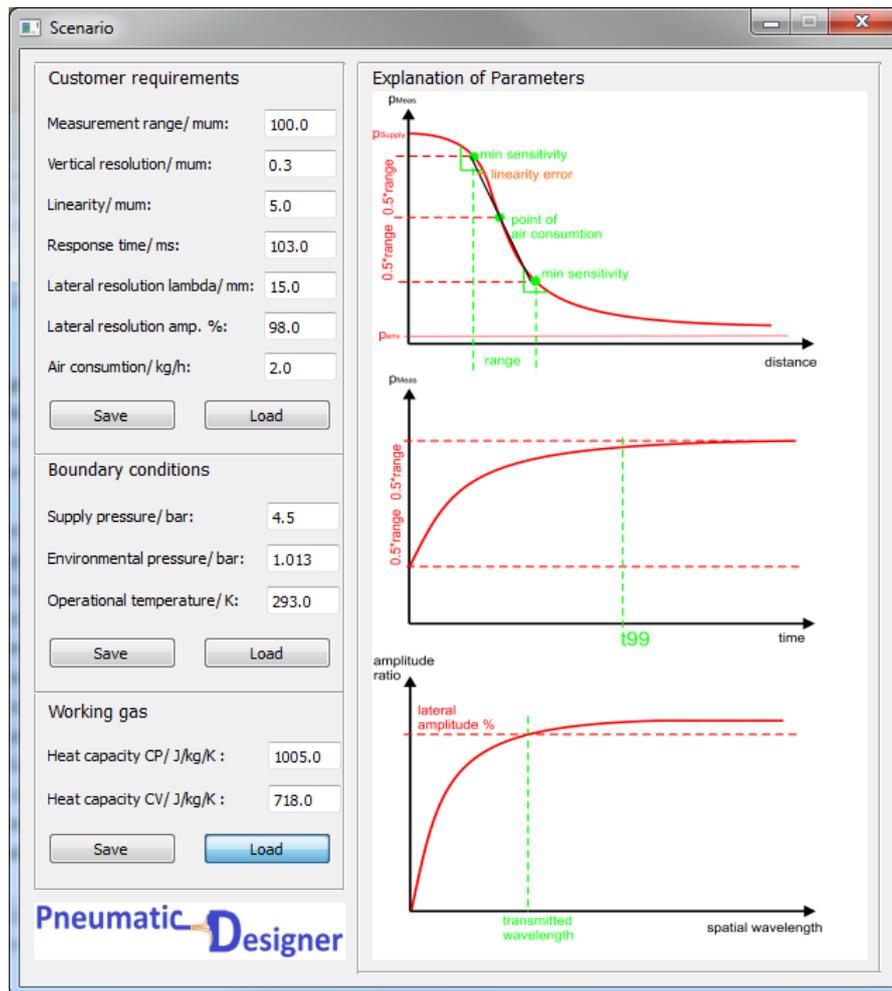


Bild 10.2: Scenario Designer

Oben links werden die Anforderungen erfasst, die eine bestimmte Messaufgabe fordert (Customer Requirements):

- Measurement range/  $\mu\text{m}$ : ist der geforderte Messbereich in  $\mu\text{m}$ .
- Vertical resolution/  $\mu\text{m}$ : ist die geforderte vertikale Auflösung in  $\mu\text{m}$ .
- Linearity/  $\mu\text{m}$ : ist die maximal gewünschte Abweichung zwischen realer Kennlinie und eingepasster Gerade innerhalb des Messbereichs  $\mu\text{m}$ .
- Responsetime/ ms: ist die Zeit  $\text{ms}$ , die bei einem Messwertsprung vom oberen Endes des Messbereichs in das untere Ende des Messbereichs vergeht (99 % vom Endwert).
- Lateral resolution lambda/ mm: ist die geforderte laterale Ortsauflösung in  $\text{mm}$ .

- Lateral resolution amp. %: ist der prozentuale Anteil der Amplitude, der bei der angegebenen lateralen Wellenlänge übertragen werden soll.
- Air consumption/ kg/h: ist der maximal erwünschte Luftverbrauch des Sensors in kg/h.

Dieser Block kann abgespeichert und eine Datenbank verschiedener Anforderungen erstellt werden. Auch können vorhandene Datensätze geladen und geändert werden. Im mittleren linken Block werden die thermodynamischen Randbedingungen erfasst (Boundary conditions). Es sind folgende Parameter zu setzen:

- Supply pressure/ bar: ist der Vordruck des Sensors in *bar*.
- Environmental pressure/ bar: ist der Umgebungsdruck, der um die Messeinrichtung herrscht in *bar*.
- Operational temperatur/ K: ist die erwartete Temperatur des verwendeten Arbeitsgases in *K*.

Auch hier gibt es eine Speicher- und Ladefunktion. Der untere linke Block dient zur Definition des Arbeitsgases. Dieses wird als ideales Gas definiert und über die zwei Wärmekapazitäten  $c_p$  (die Wärmekapazität bei konstantem Druck) und  $c_v$  (die Wärmekapazität bei konstantem Volumen) implementiert. Die drei Grafiken rechts im Fenster dienen als Veranschaulichung der Eingabegrößen für den Anwender. Die in Abbildung 10.2 eingetragenen Werte sind Beispielwerte die in den nächsten Abschnitten erneut verwendet werden.

## 10.2 Sensordesigner Assistant

Sind die Randbedingungen und Anforderungen erfasst, kann der Anwender einen Sensor auswählen. Dies geschieht mit dem Sensordesigner Assistant 10.3 (zweiter Menüpunkt im Hauptmenü). Links im Fenster sind die drei Felder, die auch im Scenario Designer eingeblendet werden, zu sehen. Allerdings können die Anforderungen und Randbedingungen hier nicht editiert, sondern nur geladen werden. Der Anwender soll sich in diesem Programmteil nur mit der Auswahl eines Sensors für die gegebene Messaufgabe befassen. Im oberen Teil des Fensters werden nach dem Laden der Anforderungen und Randbedingungen die vom Anwender vorhandenen Spezifikationen und Limitierungen des Sensors eingetragen (Stock, siehe Abbildung 10.4).

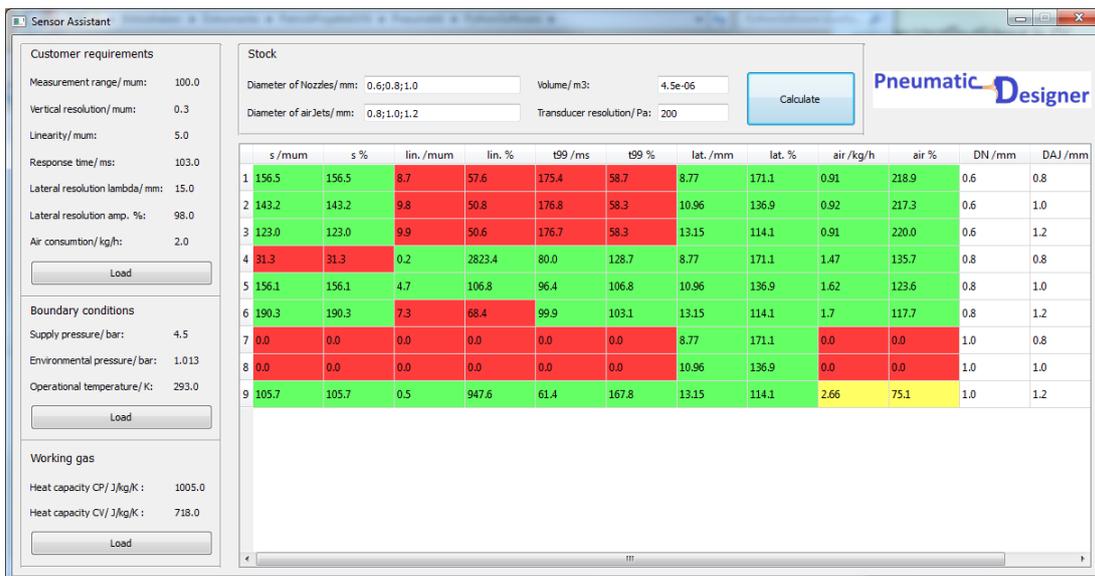


Bild 10.3: Sensordesigner Assistant



Bild 10.4: Sensordesigner Assistant (Stock)

Es sind folgende Parameter anzugeben:

- Diameter of Nozzles/ mm: sind die Durchmesser der beim Anwender vorhandenen oder lieferbaren Vordüsen in *mm* (durch Semikolon getrennt).
- Diameter of Airjets/ mm: sind die Durchmesser der beim Anwender vorhandenen oder lieferbaren Messdüsen in *mm* (durch Semikolon getrennt).
- Volume/ m<sup>3</sup>: ist das durch konstruktive Randbedingungen festgelegte Volumen zwischen Vor- und Messdüse *m*<sup>3</sup> (variiert je nach Wandlertyp und Einbausituation).
- Transducer resolution/ Pa: ist die Auflösung der im Wandler verbauten Drucksensoren in *Pa*.

Im Beispiel sind drei Vordüsen und drei Messdüsen in Abstufungen von 0,2 mm vorhanden. Wenn alle Daten erfasst sind, klickt der Benutzer auf Calculate. Im Hintergrund werden für alle möglichen Düsenkombinationen charakteristische Werte berechnet (im Beispiel neun Kombinationen, siehe Abbildung 10.5). Es erscheint eine

Bewertungstabelle. Die beiden weißen Spalten ganz rechts beinhalten alle Vordüsen ( $D_N$ ) und Messdüsenkombination ( $D_{AJ}$ ). In den entsprechenden Zeilen befinden sich die charakteristischen Werte dieser Düsenkombinationen. Die erste Spalte enthält den Messbereich des Sensors. Dieser wird auf Basis der geforderten Genauigkeit, der Wandlerauflösung und der physikalischen Grenzen (Zustandswechsel der Düsen ect.) bestimmt. Die zweite Spalte enthält den Erfüllungsgrad des Messbereiches in Prozent. Der geforderte Messbereich ist mit  $100 \mu m$  festgelegt. Im Beispiel bedeutet dies, dass die ersten drei, die fünfte, sechste und neunte Kombination die geforderten Werte erreichen und grün markiert werden. Ist das Kriterium zu weniger als 75 % erfüllt, werden die entsprechenden Zellen rot gekennzeichnet. Kombination vier, sieben und acht erreichen die Anforderungen nicht. Spalte drei und vier beinhalten die Linearitätsabweichung und deren Erfüllungsgrad. Spalte fünf und sechs die Ansprechzeit des Sensors, Nummer sieben und acht die laterale Auflösung bei gegebenen minimal erlaubten Amplitudenverhältnis. Die letzten beiden farbigen Spalten enthalten den Luftverbrauch, errechnet in der Mitte des Messbereichs. Ein Erfüllungsgrad zwischen 75 % und 100 % wird gelb markiert. Für die gewünschte Anwendung kommen zwei Kombinationen in Frage: Zeile fünf und neun. Jetzt muss der Benutzer entscheiden, welche der Anforderungen für ihn wichtiger ist. Kombination neun hat beispielsweise eine schnellere Ansprechzeit als Nummer fünf, dafür einen höheren Luftverbrauch. Für das präsentierte Beispiel wird angenommen, dass die Wirtschaftlichkeit der wichtigste Faktor ist und somit Sensor Nummer fünf gewählt wird, da sich der Luftverbrauch direkt auf die laufenden Kosten auswirkt. Durch Doppelklick auf die entsprechende Vor oder Messdüse in der gewünschten Zeile können die Daten gespeichert werden. Das festgehaltene Sensorkonzept enthält alle Informationen die in den nächsten Schritten benötigt werden.

	s /mum	s %	lin. /mum	lin. %	t99 /ms	t99 %	lat. /mm	lat. %	air /kg/h	air %	DN /mm	DAJ /mm
1	156.5	156.5	8.7	57.6	175.4	58.7	8.77	171.1	0.91	218.9	0.6	0.8
2	143.2	143.2	9.8	50.8	176.8	58.3	10.96	136.9	0.92	217.3	0.6	1.0
3	123.0	123.0	9.9	50.6	176.7	58.3	13.15	114.1	0.91	220.0	0.6	1.2
4	31.3	31.3	0.2	2823.4	80.0	128.7	8.77	171.1	1.47	135.7	0.8	0.8
5	156.1	156.1	4.7	106.8	96.4	106.8	10.96	136.9	1.62	123.6	0.8	1.0
6	190.3	190.3	7.3	68.4	99.9	103.1	13.15	114.1	1.7	117.7	0.8	1.2
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	8.77	171.1	0.0	0.0	1.0	0.8
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10.96	136.9	0.0	0.0	1.0	1.0
9	105.7	105.7	0.5	947.6	61.4	167.8	13.15	114.1	2.66	75.1	1.0	1.2

Bild 10.5: Sensordesigner Assistant (Bewertungstabelle)

## 10.3 Visualisation of Concept

Im dritten Schritt soll sich der Benutzer mit dem gewählten Sensorkonzept vertraut machen (Hauptmenü Punkt 3). Hier werden verschiedene Kennlinien graphisch dargestellt. Abbildung 10.6 zeigt das Menü dieses Programmteils. Durch die Ladefunktion kann ein Sensorkonzept, welches im Sensor Assistant erstellt, wurde aufgerufen werden. Neben den Randbedingungen und Anforderungen werden zusätzlich die Sensorparameter angezeigt.

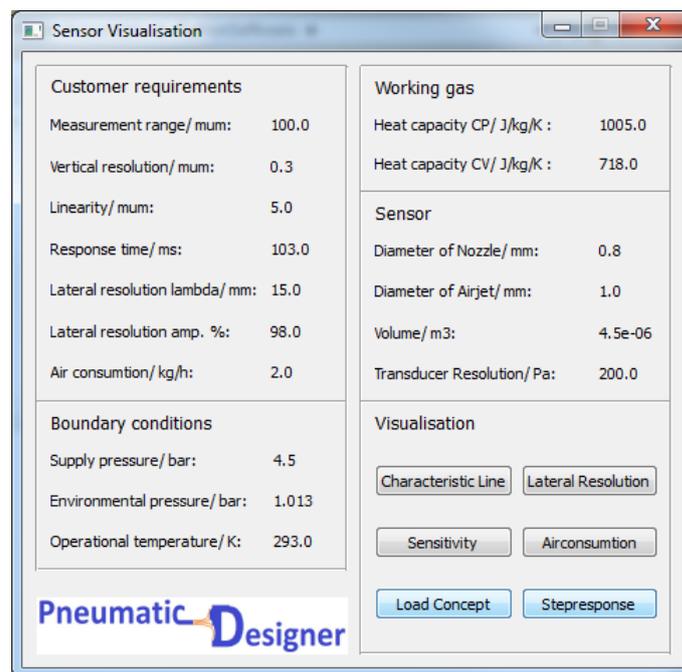


Bild 10.6: Sensordesigner Visualisation

Fünf Menüpunkte ermöglichen es eine spezifische Sensoreigenschaft und die entsprechenden Randbedingungen graphisch anzuzeigen:

- Characteristic Line: Visualisiert die Kennlinie und ihre Limitierungen
- Lateral Resolution: Zeigt den Amplitudengang bezogen auf die laterale Wellenlänge der Oberfläche
- Sensitivity: Ist die Ableitung der Kennlinie
- Airconsumtion: Zeigt den Luftverbrauch im gesamten Messbereich
- Stepresponse: Visualisiert die Sprungantwort über den gesamten Messbereich

Die einzelnen Graphen sind in Anhang D gezeigt. Mit der Exportfunktion können die Graphen auch im csv-Format abgespeichert und in anderen Programmen analysiert werden.

## 10.4 Scanning Simulator

Nach dem sich der Benutzer mit dem Sensor vertraut gemacht hat, kann er diesem im letzten Programmteil abschließend bewerten. Im Scanning Simulator können Oberflächen, egal ob referenzgemessen oder aus Konstruktionsdaten vorhanden, virtuell mit dem ausgewählten Sensorkonzept gemessen und die entstehenden Abweichungen überprüft werden. Abbildung 10.7 zeigt das entsprechende Arbeitsfenster.

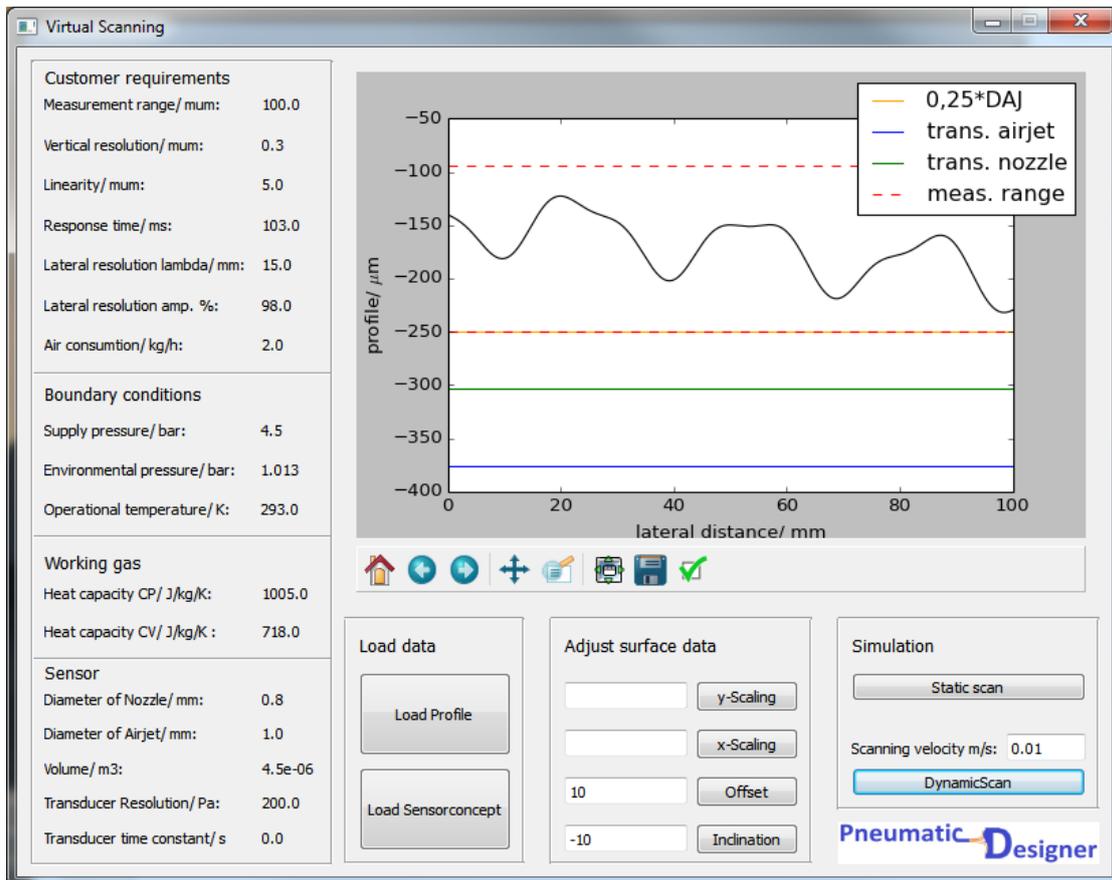


Bild 10.7: Scanning Simulator

Das erstellte Sensorkonzept kann über den Load Concept-Button eingeladen werden. In der Graphik rechts oben werden die entsprechenden Messbereichsgrenzen angezeigt. Dabei ist das Koordinatensystem so gewählt, dass die Messdüse auf der horizontalen Koordinatenachse senkrecht nach unten gerichtet ist. Der Messbereich

beginnt im gezeigten Beispiel knapp  $100 \mu\text{m}$  von der Messdüse entfernt und endet im Abstand von  $250 \mu\text{m}$ . Die Messbereichsbegrenzung nach unten ist in diesem Fall die geometrische Randbedingungen, dass der engste Querschnitt der Messdüse immer im Ringspalt liegen muss (gelbe Linie). Für andere Sensoren kann auch der Zustandswechsel einer der beiden Düsen (grüne und blaue Linie) entscheidend sein. Nach oben ist der Messbereich durch die Sensitivität begrenzt. Im zweiten Schritt kann das gewünschte Testprofil eingeladen werden. Es gibt vier Möglichkeiten das Profil im Bezug auf den Sensor zu plazieren. Es kann in beide Koordinatenrichtungen gestreckt oder gestaucht werden, falls das Profil beispielsweise in anderen Längeneinheiten vorliegt, als vom Programm vorgesehen und es kann vertikal verschoben sowie verkippt werden. Somit können verschiedene Szenarien nachgestellt werden. Das Profil kann auf zwei Arten virtuell gemessen werden. Zum einen rein statisch. Hier wird nur die laterale Filterwirkung berücksichtigt. Zusätzlich kann es dynamisch unter Vorgabe einer Vorschubgeschwindigkeit gemessen werden. Dann gehen sowohl statische als auch dynamische Effekte mit in die Berechnung ein. Durch Ausführung einer dieser Funktion erscheinen nach der Berechnung automatisch zwei Graphiken. Abbildung 10.8 zeigt ein Beispiel einer dynamisch gemessenen Oberfläche.

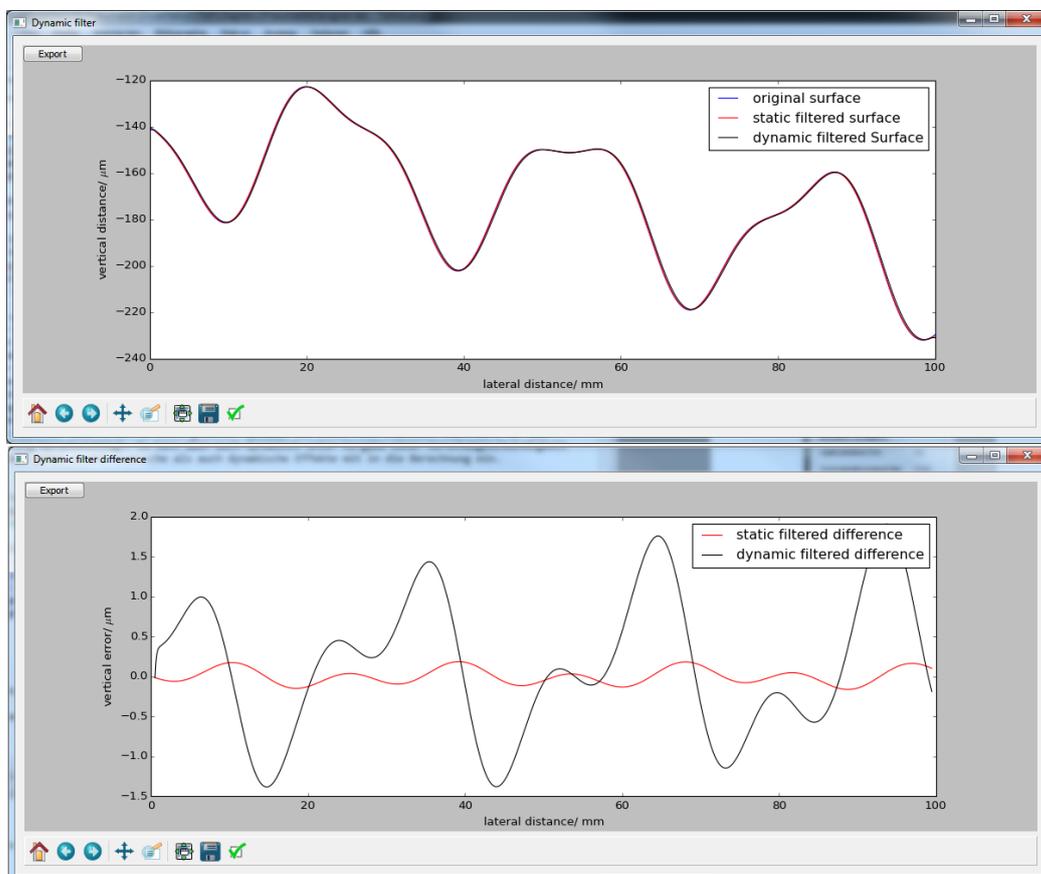


Bild 10.8: Dynamisch virtuell gemessenes Profil

Das obere Bild zeigt das Originalprofil und zusätzlich das statisch und dynamisch gefilterte Profil. Das untere Bild zeigt die Abweichungen zwischen Original und gefiltertem Profil. In diesem Fall ist zu erkennen, dass die statische Filterung zu Abweichungen unter  $0,2 \mu m$  führt. Dynamisch ist mit Abweichungen bis zu  $2 \mu m$  zu rechnen. Es ist auch zu erkennen, dass der Sensor im Bereich größerer Messabstände weniger dynamisch ist, da die Abweichungen hier größer werden. Damit kann der Anwender einen Sensor auf eine individuelle Messaufgabe anpassen und überprüfen, ohne dass tiefes Detailverständnis über die Pneumatik notwendig ist. Trotzdem kann er das gesamte theoretische Wissen nutzen und in seinen Entscheidungsprozess einfließen lassen. Eine Erweiterung des Programmes auf die Berechnung von Messunsicherheiten und geschlossenen Profilen könnte dieses Werkzeug in Zukunft noch attraktiver machen.

## 11 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Forschungsarbeit beschäftigt sich mit der pneumatischen Abstandsmessung. Diese Technologie ist eine der drei technischen Ansätze, um Messaufgaben in der Fertigungsmesstechnik zu lösen. Taktile und optische Messverfahren sind die am häufigsten eingesetzten Messprinzipien in diesem Bereich, können bei rauen Umgebungsbedingungen ihre Aufgabe aber nicht immer korrekt erfüllen. Kühlschmierstoff und Spanrückstände in der Fertigung führen zu unsicheren Messergebnissen. Wegen ihres Selbstreinigungsprinzips, gelingt es der Pneumatik hingegen in diesen Umgebungen sicher zu messen. Aufgrund der steigenden Nachfrage nach inprozessfähigen Messgeräten steigt die Attraktivität dieses Lösungsansatzes. Fehlende Grundlagenkenntnisse machen eine Qualifizierung der Pneumatik bei modernen Anforderungsprofilen schwierig.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Großteil dieser Wissenslücken gefüllt. Nach dem Stand der Technik lassen sich pneumatische Sensoren nach dem Prinzip der eindimensionalen Stromfadentheorie für kompressible Strömungen beschreiben. Weiterhin ist die laterale Auflösung der Sensoren durch einen geometrischen Ansatz erklärbar, dimensionslos beschreibbar und mit Hilfe eines mathematischen Algorithmus für die Vorhersage von Messaufgaben geeignet. Das dynamische Verhalten verschiedener Sensoren konnte durch experimentelle Untersuchungen mit einem bereits existierenden mathematischen Modell abgeglichen werden und ist vorhersehbar. Das System verhält sich nach einer nicht linearen Differentialgleichung erster Ordnung. Totzeiten, welche durch Schallgeschwindigkeiten auftreten, können für technische Anwendungen vernachlässigt werden. Bei der Untersuchung von Vordüsen, die beim Druckmessverfahren eingesetzt werden, konnte mit Hilfe von CFD-Simulationen und Experimenten auf wichtige geometrische Merkmale hingewiesen werden, die bei der Auslegung der Düsen wichtig sind. Es zeigt sich, dass die Düsen aufgrund ihres geforderten Unterschallbetriebsbereich konvergent sein müssen und präzise gefertigt sein sollten, um eine reproduzierbare Verhaltensweise erzielen zu können.

Auf Basis dieser Grundlagenuntersuchungen sind die wichtigsten Einflussgrößen der Messunsicherheit identifiziert worden. Neben kleinen Einflussgrößen wie beispielsweise der Temperaturunterschiede zwischen Vor- und Messkammer sind vor Allem die Drucksensoren ein wichtiger Faktor für hoch präzise Messungen. Der Einfluss von schräg stehenden Oberflächen ist von mittlerer Priorität. Rauheit und Messkraft sind ebenfalls als Unsicherheitsfaktoren festzuhalten aber sehr individuell von der

Messaufgabe und Messeinrichtung abhängig.

Zur effizienten Wissensübertragung der teils komplexen Zusammenhänge wurde eine Software entwickelt, welche eine Auslegung pneumatischer Sensoren für eine gegebene Messaufgabe ermöglicht. Der Anwender wird in vier Schritten von der Erfassung einer Messaufgabe über die Auswahl eines passenden Sensors bis hin zur virtuellen Messung eines Bauteils geführt. In dieser Software ist das gesamte theoretische Wissen der Arbeit eingebettet.

Insgesamt bietet diese Arbeit einen weitreichenden Überblick über die pneumatische Messtechnik mit teils detaillierten Betrachtungen und Anwendungshinweisen. Die Technik wird in einem Werk, vom abstrakten Modell der Kontinuumsmechanik bis hin zur Messunsicherheit zusammengefasst und kann als Handbuch für die Industrie und als Grundlage für weitere Untersuchungen verwendet werden.

Ein in Zukunft interessantes und wichtiges Thema, in Bezug auf die pneumatische Abstandsmessung, ist die Untersuchung der Rauheit der zu messenden Werkstücke. Abhängig von Rauheitstyp und -ausprägung kann eine pneumatische Messung unerwartete Ergebnisse liefern. Ergebnisse zu Stichprobenuntersuchungen für gedrehte Profile liegen hierzu vor. Für detaillierte Aussagen müssen aber deutlich mehr experimentelle und theoretische Untersuchungen folgen.

Weiterhin ist es empfehlenswert die hier gezeigten Ergebnisse in eine zukünftige Version der DIN 2271 einfließen zu lassen. Vor Allem die erarbeiteten Praxishinweise und groben Abschätzungen könnten dieses Dokument in Zukunft verbessern.

Für eine noch bedienungsfreundlichere Version der Software ist die Erweiterung der Funktionalität ratsam. Bis jetzt sind die Ergebnisse der Messunsicherheit nicht implementiert, was den potentiellen Anwender der Software interessieren dürfte. Zusätzlich ist die Implementierung des virtuellen Messens neben offenen Profilen für geschlossenen Profile nötig, da dies der häufigste Anwendungsfall in der Industrie ist.

Insgesamt ist die Pneumatik eine spannende Technik mit viel Potential und weckt gerade für die Anwendungen in der In-Prozess-Messtechnik großes Interesse.

## A TPE200 mit Analogausgängen

VERTRAULICH

VERTRAULICH

VERTRAULICH

VERTRAULICH

## B laterale Filterwirkung am Normal

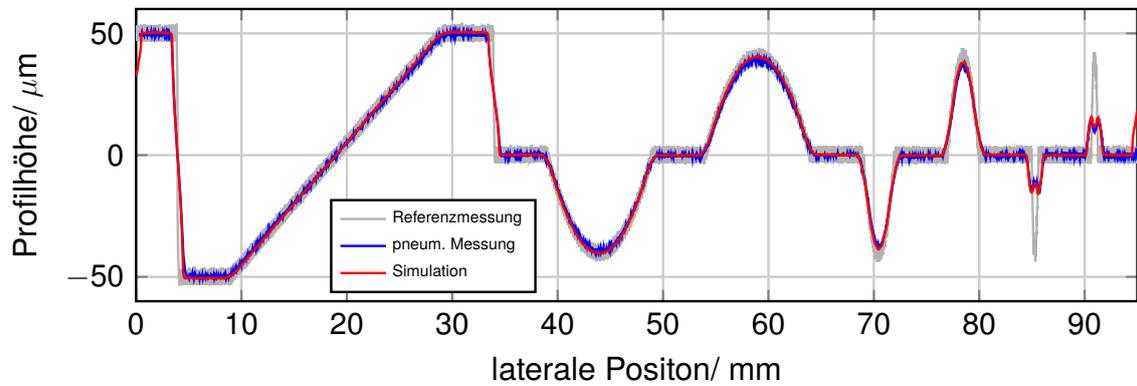


Bild B.1: Laterale Filterwirkung am Formnormal.  $D_M = 1 \text{ mm}$

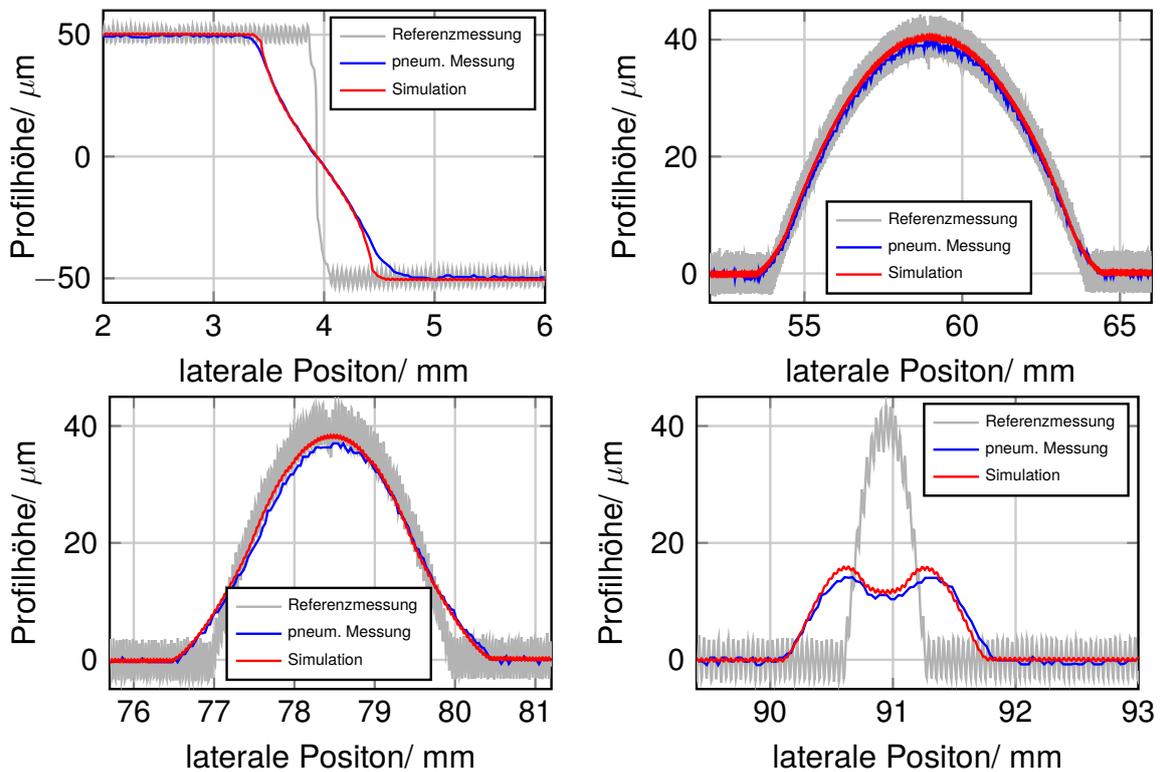


Bild B.2: Details der lateralen Filterwirkung.  $D_M = 1 \text{ mm}$

## C Simulationsparameter der Vordüsenstudie

Tabelle C.1: Simulationsparameter der Vordüsenstudie in Fluent

<b>Parameter</b>	<b>Wert/ Modell</b>
Software-Version	ANSYS-Fluent 15.0
Solver-Type	Pressure-Based
Solver-Velocity Formualtion	Absolute
Solver-Time	Steady
2D Space	Axissymmetric
Multiphase	Off
Energy	Soave-Redlich-Kwong
Turbulenz	k- $\epsilon$ , Standard Wall Function
Heat Exchanger	Off
Species	Off
Dicrete Phase	Off
Solidification and Melting	Off
Acoustics	Off
Material	air (Fluent-Library)
Boundary Conditions	Pressure-Inlet 4 bar
Boundary Conditions	Pressure-Outlet variable
Boundary Conditions	Temperature = 300 K
Solution-Method	SIMPLE
Solution-Controls	Default

# D Sensor Visualisation Windows

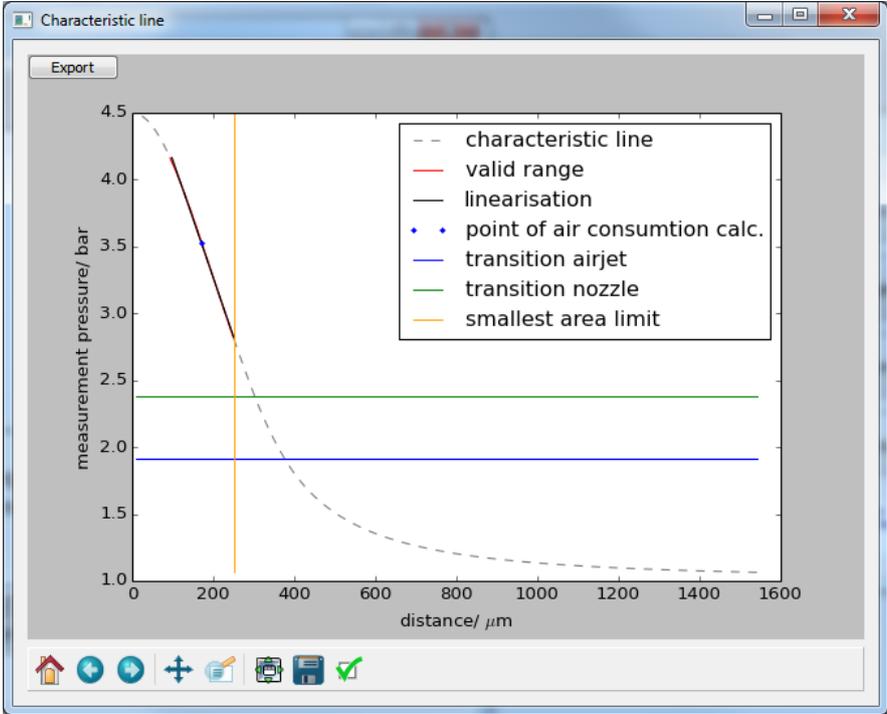


Bild D.1: Kennlinie

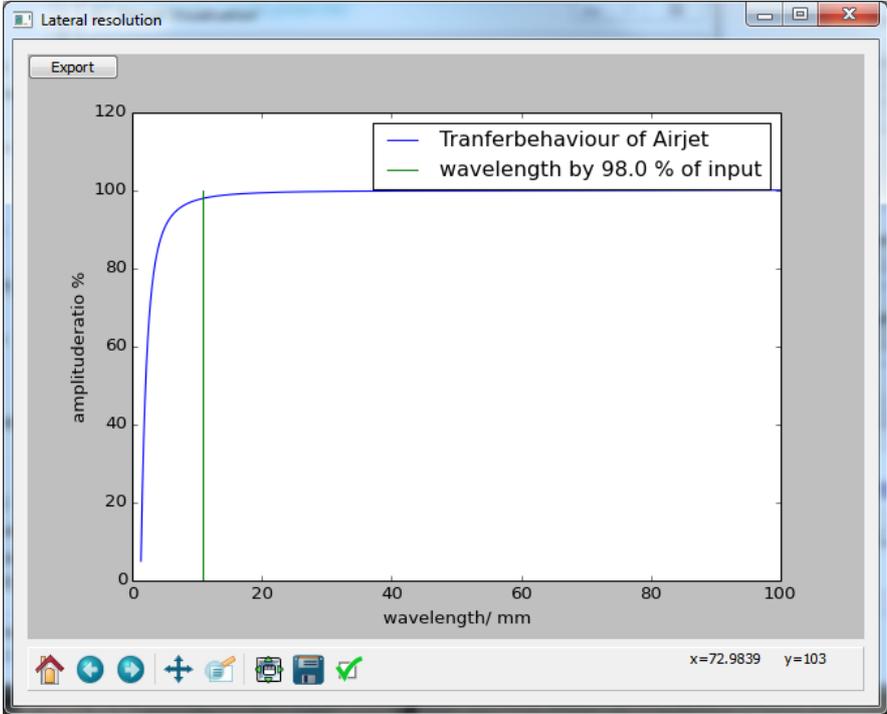


Bild D.2: Laterale Auflösung

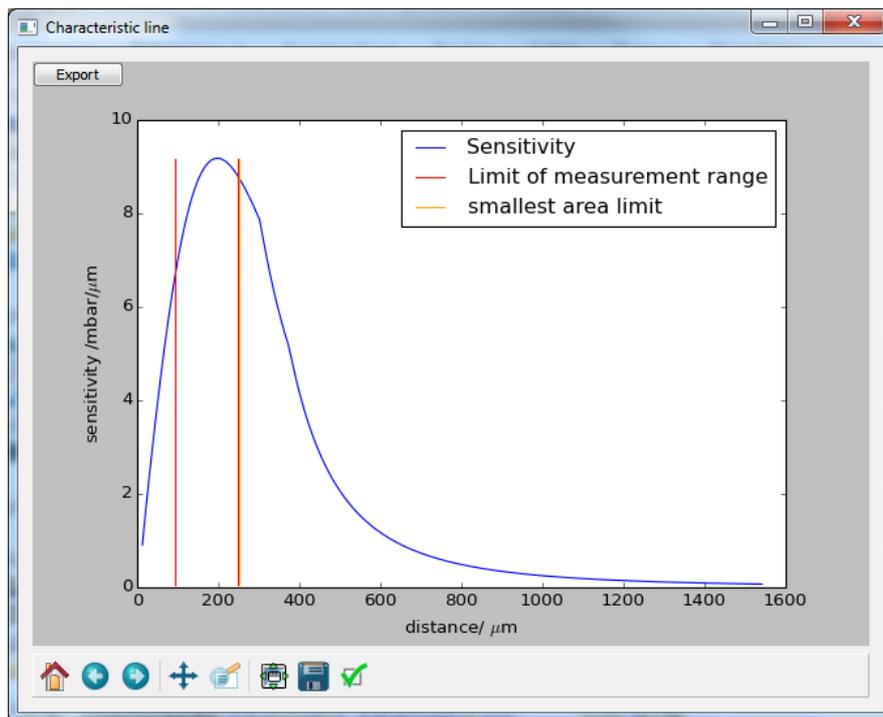


Bild D.3: Sensitivität

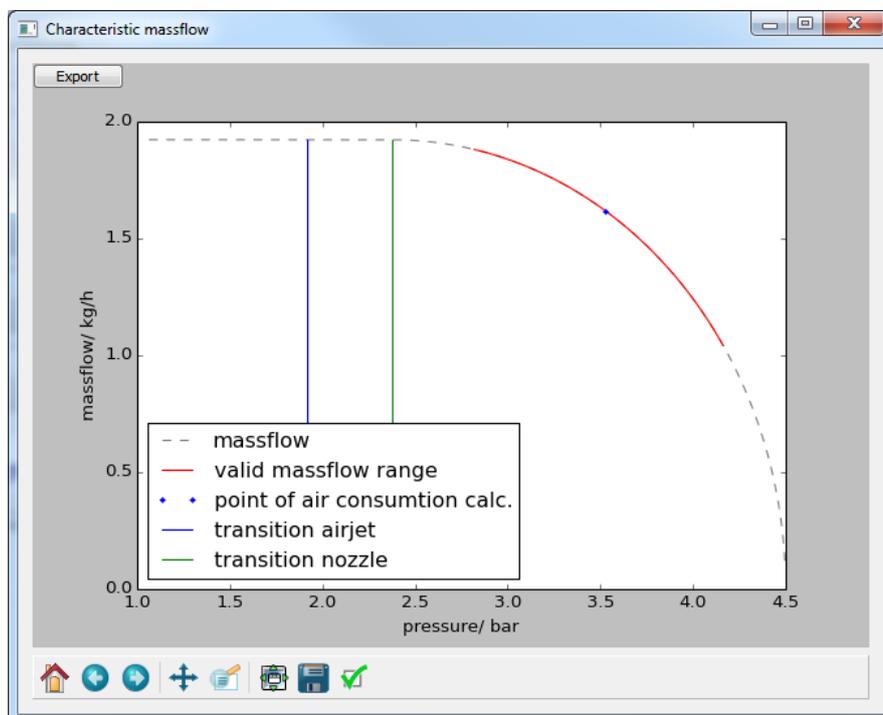


Bild D.4: Luftverbrauch

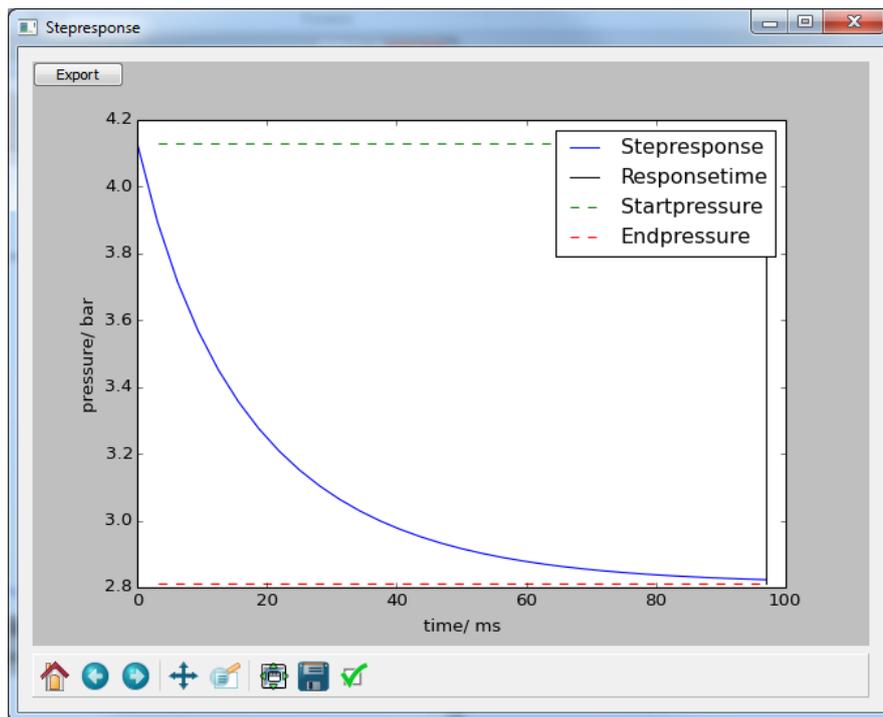


Bild D.5: Sprungantwort

## Literaturverzeichnis

1. I. ANSYS, *ANSYS FLUENT 12.0 User's Guide (Handbuch)*, Canonsburg:
2. I. ANSYS, *ANSYS ICEM CFD Tutorial Manual (Handbuch)*, Canonsburg:
3. BAUER P., *Grundlagen und Geräte der technischen Bohrungsmessung* (Birkhäuser-Verlag, Basel, 1974), Bd. 17, ISBN: 3764306637.
4. BEYERER J., *Analyse von Riefentexturen* (VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994), ISBN: 3183390086.
5. BILLE J., SCHLEGEL W., *Medizinische Physik 3. Medizinische Laserphysik* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 2005), ISBN: 3540652558.
6. BRONSTEIN I. N., SEMENDJAJEW K. A., *Taschenbuch der Mathematik* (Deutsch-Verlag, Frankfurt am Main, 7. überarb. und erg. Aufl, 2008), ISBN: 9783817120178.
7. BRÜGGEMANN H., BREMER P., *Grundlagen Qualitätsmanagement* (Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2011), ISBN: 9783834813091.
8. BÜEL UND KJAER, *Vibration Exciter Type 4809 (Datenblatt)*:
9. BUZZI-FERRARIS G., MANENTI F., *Interpolation and Regression Models for the Chemical Engineer* (Wiley-VCH-Verlag, Weinheim, 2010), ISBN: 9783527326525.
10. CEN EUROPÄISCHES KOMITEE FÜR NORMUNG, *Geometrische Produktspezifikation (GPS) - Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft - Teil 602: Merkmale von berührungslos messenden Geräten (mit chromatisch konfokaler Sonde)*, DIN EN ISO 25178-602:2010:
11. CEN EUROPÄISCHES KOMITEE FÜR NORMUNG, *Geometrische Produktspezifikation (GPS) - Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft - Teil 604: Merkmale von berührungslos messenden Geräten (Weißlicht-Interferometrie)*, ISO 25178-604:2013:
12. CRNOJEVIC C., ROY G., BETTAHAR A., FLORENT P., *Transaction of ASME, Journal of Fluid Engineering*, 609–615 (1997).
13. DE GROOT P., COLONNA DE LEGA X., *Proceedings of SPIE Preprint* (2005).
14. DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V., *Geometrische Produktspezifikation (GPS) -Pneumatische Längenmessung- Merkmale der Geräte, Anforderungen, Prüfung*, DIN 2271:2014 Entwurf:

15. DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V., *Geometrische Produktspezifikationen (GPS) - Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren - Nenneigenschaften von Tastschnittgeräten (ISO 3274:1996); Deutsche Fassung EN ISO 3274:1997*, DIN EN ISO 3274:1998-04-00:
16. DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V., *Gestaltabweichungen. Begriffe Ordnungssystem*, DIN 4760: Jun 1982, Beuth-Verlag GmbH:
17. DOERING E., SCHEDWILL H., DEHLI M., *Grundlagen der technischen Thermodynamik* (Springer-Verlag, Wiesbaden, 7. erweiterte und überarbeitete Auflage, 2012), ISBN: 9783834810267.
18. DOWN M., CZUBAK F., GRUSKA G., STAHLEY., BENHAM D., *Measurement System Analysis* (Chrysler Group LLC, Ford Motor Company, General Motors Corporation, 4th edition, 2010).
19. DUDLEY U., *Mathematik: Zwischen Wahn und Witz: Trugschlüsse, falsche Beweise und die Bedeutung* (Birkhäuser-Verlag, Basel, 1995), ISBN: 9783764351458.
20. DUTSCHKE W., *Fertigungsmesstechnik* (Teubner-Verlag, Stuttgart u. a., Aufl. 4, 2002), ISBN: 3519363224.
21. EDWARDS C. H., PENNEY E. P., CALVIS D., *Differential equations and boundary value problems: Computing and modeling* (Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River und NJ, 4th ed, 2008), ISBN: 9780131561076.
22. EIFLER M., SCHÄFER P., SEEWIG J., *Symposium des Arbeitskreises der Hochschullehrer für Messtechnik*, 25–33 (2014).
23. EIFLER M., SCHÄFER P., SEEWIG J., *Technisches Messen* **82**, 85–93 (2015).
24. G. ENGELN-MÜLLGE, NIEDERDRENK K., WODICKA R., *Numerik-Algorithmen* (2011).
25. FAHRMEIR L., *Statistik* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 5th, 2007), ISBN: 9783540212324.
26. FERZIGER J. H., PERIĆ M., *Numerische Strömungsmechanik* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 2008), ISBN: 9783540675860.
27. FREY T., BOSSERT M., *Signal- und Systemtheorie: Mit 26 Tabellen, 64 Aufgaben mit Lösungen und 84 Beispielen* (Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 2., korrigierte Auflage 2008, 2009), ISBN: 9783835102491.
28. FUJII A., SUZUKI H., YANAGI K., *Journal of Physics: 13th Conference on METrology and Properties of Engineering Surfaces* (2011).

29. GALIL MOTION CONTROL, INC., *Ethernet/ RS232 Econo Series, 1-8 axes DMC-21x3 Series (Datenblatt)*:
30. GANZER U., RILL S., THIEDE P., ZIEMANN J., *Gasdynamik* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 1988), ISBN: 3540183590.
31. GENERAL ELECTRICS, *Pace1000 Precision Pressure Indicator (Datenblatt)*:
32. GEVATTER H.-J., GRÜNHAUPT U., *Handbuch der Mess- und Automatisierungstechnik in der Produktion* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 2006), ISBN: 3540212078.
33. GROLLIUS H.-W., *Grundlagen der Pneumatik: Mit 16 Tafeln und 20 Aufgaben* (Carl Hanser-Verlag, München u. a., 2., aktualisierte Aufl, 2009), ISBN: 9783446417762.
34. ██████████, ██████████ *miniature smd pressure sensor (Datenblatt)*:
35. JÄHNE B., *Digitale Bildverarbeitung und Bildgewinnung* (Springer-Verlag, Berlin und Heidelberg, 2012), ISBN: 9783642049514.
36. JCGM, *Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement*:
37. JENOPTIK INDUSTRIAL METROLOGY, *Hommel-Etamic T8000/ C8000 (Datenblatt)*:
38. JENOPTIK INDUSTRIAL METROLOGY, *Hommel-Etamic TPE200 (Datenblatt)*, VS-Schwenningen:
39. KEFERSTEIN, CLAUS P., *Fertigungsmesstechnik: praxisorientierte Grundlagen, moderne Messverfahren* (Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 7. Auflage, 2010), ISBN: 9783834806925.
40. KLEIN B., *Toleranzmanagement im Maschinen- und Fahrzeugbau* (Oldenbourg-Verlag, München, 2012), ISBN: 9783486712827.
41. KLEIN B., *wt Werkstattstechnik online* (2011).
42. KLOCKE F., KÖNIG W., *Fertigungsverfahren. Drehen, Fräsen, Bohren* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 8., neu bearbeitete Auflage, 2008), ISBN: 9783540234586.
43. KRÜGER-SEHM R., BAKUCZ P., JUNG L., WILHELMS H., *Technisches Messen* **74**, 572–576 (2007).
44. KÜMMEL W., *Technische Strömungsmechanik: Theorie und Praxis* (Teubner-Verlag, Stuttgart, Aufl. 1, 2001), ISBN: 3519004038.
45. LAURIEN E., OERTEL JR. H., *Numerische Strömungsmechanik: Grundgleichungen und Modelle - Lösungsmethoden - Qualität und Genauigkeit* (Springer-Verlag, Wiesbaden, 5., überarb. u. erw. Aufl. 2013, 2013), ISBN: 9783658031442.

46. LEIDICH E., DETERS L., *Konstruktionslehre des Maschinenbaus 1 (Kapitel 2)* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 2008), ISBN: 9783540766469.
47. LEMAY D. B., *Instrument & Control Systems Magazine* (1977).
48. LIPSON S. G., LIPSON H. S., TANNHAUSER D. S., *Optik* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 1997), ISBN: 9783540619123.
49. LÖFFLER-MANG M., *Optische Sensorik: Lasertechnik, Experimente, Light Barriers* (Vieweg-Teubner, Wiesbaden, Aufl. 1, 2012), ISBN: 9783834814494.
50. K. LUCAS, *Thermodynamik. Die Grundgesetze der Energie- und Stoffumwandlung* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 7. korrigierte Auflage, 2008), ISBN: 9783540686453.
51. LUTZ M., ASCHER D., GHERMAN D. C., *Einführung in Python* (O'Reilly-Verlag, Köln, Dt. Ausg., 2. Aufl, 2007), ISBN: 9783897214880.
52. MEYER M., *Signalverarbeitung* (Vieweg-Teubner, Wiesbaden, Aufl. 4, 2006), ISBN: 3834802433.
53. NATIONAL INSTRUMENTS COOPERATION, *NI BNC-2110 (Datenblatt)*:
54. NATIONAL INSTRUMENTS COOPERATION, *NI PCI-6110/6111 Specifications (Datenblatt)*:
55. NEUGEBAUER M., KRISTEC M., FEIFEL S., MÜLLER C, *Technisches Messen* **78**, 279–285 (2011).
56. NUMATICS, *Combined Filteres/ Regulators Modulair 105-107-112 ranges G 1/8 to G 3/4 (Datenblatt)*:
57. OERTEL H., BÖHLE M., DOHRMANN U., *Strömungsmechanik: Grundlagen, Grundgleichungen, Lösungsmethoden, Softwarebeispiele* (Vieweg-Teubner, Wiesbaden, Aufl. 4, 2006), ISBN: 3834802069.
58. OPPENHEIM A. V., WILLSKY A. S., *Signale und Systeme* (VCH-Verlag, Weinheim, 1989), ISBN: 3527268464.
59. PAPULA L., *Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler* (Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 9., durchges. und erw. Aufl, 2006), ISBN: 9783834801562.
60. PFEIFER T., SCHMITT R., *Fertigungsmesstechnik* (Oldenbourg-Verlag, München, Aufl. 3, 2010), ISBN: 9783486592023.
61. SCHÄFER P., EIFLER M., SEEWIG J., *wt Werkstattstechnik online* **103**, 904–910 (2013).

62. SCHÄFER P., EIFLER M., SEEWIG J., VOLK R., *VDI-Fachtagung Form und Konturmesstechnik*, 51–63 (2013).
63. SCHLICHTING H., GERSTEN K., *Grenzschicht-Theorie* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 10., überarb. Aufl, 2006), ISBN: 3540230041.
64. SCHULZ H., *Die Pneumatik in der Längenmeßtechnik* (Carl Hanser-Verlag, München, 1967).
65. SCHWENKE H., TRAPET E., *Abschätzung von Messunsicherheiten durch simulation an Beispielen aus der Fertigungsmesstechnik* (Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 1999), Bd. F-36, ISBN: 3897013738.
66. SEEWIG J., BEICHERT G., BRODMANN R., BODSCHWINNA H., WENDEL M., in *Proceedings of SPIE. Optical Metrology Systems for Industrial Inspection VI*, hrsg. von SPIE.
67. SIGLOCH H., *Technische Fluidmechanik: Mit 40 Tabellen, sowie 114 gelösten Berechnungsbeispielen* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 6., neu bearb. Aufl, 2008), ISBN: 9783540446330.
68. SPURK A., *Strömungslehre: Einführung in die Theorie der Strömungen* (Springer-Verlag, Heidelberg, 2006), ISBN: 93-540-26293-8.
69. STEINMEYER FMD DRESDEN, *Linear Stages PMT 160-DC (Datenblatt)*:
70. STOTZ FEINMESSTECHNIK GMBH, *Digital Rapid Pneumatic Transducer (Datenblatt)*:
71. VDI VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE, *VDI-Wärmeatlas: Berechnungsunterlagen für Druckverlust, Wärme- und Stoffübertragung* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 10. Auflage, 2006), ISBN: 3540255044.
72. WARNECKE H.-J., DUTSCHKE W., GRODE H.-P., *Fertigungsmesstechnik: Handbuch für Industrie und Wissenschaft. Unter Redaktion von H.-P. Grode* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 1984), ISBN: 3540117849.
73. WIEMER A., *Pneumatische Längenmessung* (VEB-Verlag Technik, Berlin, 1970).
74. WILCOX D. C., *Turbulence Modeling for CFD* (DCW Industries Inc., 2000), ISBN: 0963605151.
75. WOLF M., MÜLLER M., *Technisches Messen* **74**, 485–493 (2007).
76. WOLFGANG A., MANFRED B., BERTRAM N., *Sensoren für die Produktionstechnik* (Springer-Verlag, Berlin u. a., 1997), ISBN: 3540587411.
77. ZACHER S., REUTER M., *Regelungstechnik für Ingenieure: Analyse, Simulation und Entwurf von Regelkreisen ; mit 96 Beispielen und 32 Aufgaben* (Vieweg-Teubner, Wiesbaden, 13., überarb. und erw. Aufl, 2011), ISBN: 9783834809001.

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Aufgaben der Fertigungsmesstechnik nach Pfeifer [60] . . . . .	5
2.2	Induktiver Messtaster nach Gevatter [32] . . . . .	6
2.3	optische Messprinzipien nach Pfeifer [60] . . . . .	7
2.4	Düse-Prallplatte-System nach Pfeifer [60] . . . . .	8
2.5	pneumatische Schaltungen nach Pfeifer [60] . . . . .	9
2.6	typische Aufgaben der Formmesstechnik . . . . .	10
3.1	Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 1 . . .	13
3.2	Massenerhaltung am infinitesimalen Bilanzwürfel nach Oertel [57] . .	14
3.3	Impulsbilanz am Bilanzwürfel nach Oertel [57], Schlichting [63] . . . .	16
3.4	Energiebilanz am Bilanzwürfel in $x$ -Richtung nach Oertel [57] . . . . .	21
3.5	Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 2 . . .	25
3.6	Koordinatensystem der Stromfadentheorie . . . . .	27
3.7	Massenfluss in Abhängigkeit des Druckquotienten nach Sigloch [67] .	31
4.1	Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 3 . . .	35
4.2	Pneumatische Messverfahren nach Wiemer [73] . . . . .	36
4.3	Druckmessverfahren . . . . .	38
4.4	Dimensionslose Kennlinie eines pneumatischen Sensors . . . . .	41
4.5	gemessene Kennlinien mit verschiedenen Düsenkombinationen . . .	42
5.1	Grundaufbau für die experimentellen Untersuchungen . . . . .	45
5.2	eingeklebte Messdüsen mit Fassung für Stative . . . . .	46
5.3	Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 4 . . .	47
6.1	Modellierung des engsten Querschnitts der Messdüse . . . . .	50
6.2	Ausströmquerschnitt bei sinusförmigen Profil . . . . .	51
6.3	laterales Übertragungsverhalten runder Messdüsen . . . . .	53
6.4	Prototyp des Formnormals . . . . .	57
6.5	Auswertestrategie für das Normal . . . . .	58
6.6	Laterale Filterwirkung am Formnormal. $D_M = 2\text{ mm}$ . . . . .	58
6.7	Details der lateralen Filterwirkung. $D_M = 2\text{ mm}$ . . . . .	59
6.8	Einfluss von Verkippung auf den engsten Querschnitt der Messdüse .	61
6.9	Filterwirkung pneumatischer Sensoren an einer Kugel . . . . .	63
6.10	Filterwirkung pneumatischer Sensoren an einer verkippten Ebene . .	64
6.11	Welle zur Untersuchung von Rauheitseinflüssen . . . . .	65
6.12	Rauheit der Welle (T8000) . . . . .	66

6.13 Laterale Filterwirkung von Rauheit $D_M = 2 \text{ mm}$ . . . . .	67
7.1 Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 5 . . .	69
7.2 Modell der Messkammer . . . . .	70
7.3 Experiment zur Ermittlung der Sprungantwort . . . . .	73
7.4 Auswertung der Sprungantwort . . . . .	75
7.5 Einfluss des Sprungtyps auf die Ansprechzeit . . . . .	76
7.6 Einfluss der pneumatischen Zeitkonstante $\tau_P$ auf die Ansprechzeit . .	77
7.7 Experiment zur Analyse von harmonischen Anregungen . . . . .	78
7.8 Auswertung der harmonischen Anregungen . . . . .	79
7.9 Amplituden- und Phasengang eines pneumatischen Sensors . . . . .	80
7.10 Amplituden- und Phasengang aller pneumatischer Sensoren . . . . .	81
7.11 Überlagerte Anregung eines pneumatischen Sensors . . . . .	82
7.12 Zulässiger Zuleitungsdurchmesser pneumatischer Sensoren . . . . .	85
8.1 Physikalische und technische Zusammenhänge der Pneumatik 6 . . .	87
8.2 Abweichung der Kennlinie vom Ausgleichpolynom (kommerzielle Düse)	88
8.3 Vordüsengeometrie kommerzieller Vordüsen . . . . .	90
8.4 Vernetzung (oben) und Geschwindigkeitsfeld (unten) der Vordüse . .	91
8.5 Einfluss der Vordüsenlänge auf den Düsenkoeffizienten $\zeta_V$ . . . . .	92
8.6 Einfluss der Einlassfase auf den Düsenkoeffizienten $\zeta_V$ . . . . .	93
8.7 Einfluss der Auslassfase auf den Düsenkoeffizienten $\zeta_V$ . . . . .	94
8.8 Druckverlauf einer Vordüse mit Auslassfase . . . . .	94
8.9 Netzvergleich der Simulationen . . . . .	95
8.10 Logarithmische Düsenkontur $r_V(x) = -\frac{1}{a} \cdot \ln(x) + b$ . . . . .	96
8.11 Simplexalgorithmus zur Optimierung der Vordüsenkontur . . . . .	97
8.12 Druck- (links) und Machzahlverteilung (rechts) in einer logarit. Düse .	98
8.13 Ergebnis der Vordüsenfertigung . . . . .	99
8.14 Abweichung der Kennlinie vom Ausgleichpolynom (geätzt) . . . . .	100
8.15 experimentell bestimmte Düsenkoeffizienten . . . . .	101
8.16 Korrelation zwischen pneumatischen und geometrischen Durchmesser	102
9.1 Quotient aus Vor- und Messkamertemperatur . . . . .	106
9.2 Einfluss der Digitalisierung auf die Messunsicherheit . . . . .	109
9.3 Messkraft einer Messdüse $D_M = 2 \text{ mm}$ , $p_V = 4,5 \text{ bar}$ . . . . .	111
9.4 Ergebnis der Unsicherheitsbetrachtung nach Tabelle 9.2 . . . . .	115
10.1 Hauptmenü des Programms . . . . .	118
10.2 Scenario Designer . . . . .	119

---

10.3 Sensordesigner Assistant . . . . .	121
10.4 Sensordesigner Assistant (Stock) . . . . .	121
10.5 Sensordesigner Assistant (Bewertungstabelle) . . . . .	122
10.6 Sensordesigner Visualisation . . . . .	123
10.7 Scanning Simulator . . . . .	124
10.8 Dynamisch virtuell gemessenes Profil . . . . .	125
B.1 Laterale Filterwirkung am Formnormal. $D_M = 1 \text{ mm}$ . . . . .	133
B.2 Details der lateralen Filterwirkung. $D_M = 1 \text{ mm}$ . . . . .	133
D.1 Kennlinie . . . . .	135
D.2 Laterale Auflösung . . . . .	135
D.3 Sensitivität . . . . .	136
D.4 Luftverbrauch . . . . .	136
D.5 Sprungantwort . . . . .	137

# Tabellenverzeichnis

3.1 Vereinfachungen in der Gasdynamik . . . . .	26
7.1 Pneumatische Kombinationen getesteter Sprungantworten . . . . .	74
7.2 Pneumatische Kombinationen für Frequenztest . . . . .	78
8.1 Simulationen der logarithmischen Kontur $p_V = 4 \text{ bar}$ , $p_M = 3 \text{ bar}$ . . . . .	98
9.1 Einflussgrößen auf die Messunsicherheit . . . . .	105
9.2 Beispielwerte für die Unsicherheitsberechnung . . . . .	116
10.1 Pneumatic Designer - Struktur des Programms . . . . .	117
C.1 Simulationsparameter der Vordüsenstudie in Fluent . . . . .	134

## Lebenslauf des Autors

Patrick Schäfer

geboren in Frittlar



### Beruflicher Werdegang

- Jan. 2012                    **Wissenschaftlicher Mitarbeiter,**  
Jun. 2015                    Technische Universität Kaiserslautern.  
Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik.
- Sep. 2010 -                **Praktikum,** John Deere, Kaiserslautern.  
Mär. 2011                Messtechnik in Landmaschinen.
- Aug. 2005 -                **Praktikum,** MAN, Augsburg.  
Sep. 2005                Grundlagen der Metallverarbeitung.
- Aug. 2004 -                **Zivildienst,** Hardwaldklinik, Bad Zwesten.  
Apr. 2005                Betreuung im Bereich Psychiatrie und Psychotherapie.

### Schule und Studium

- Okt. 2005 -                **Diplom, Maschinenbau und Verfahrenstechnik,**  
Sep. 2011                Technische Universität Kaiserslautern.  
Vertiefung: Energietechnik  
Titel der Diplomarbeit: Realisierung einer aktiven  
Schwingungsdämpfung an einem Weißlichtinterferometer.
- Aug. 2009 -                **Studienarbeit,** University of Huddersfield, England.  
Jan. 2011                Titel: Building a heterodyne interferometer, including  
an AOD-System for nanoscale-surface-measurements.
- Feb. 2010 -                **Work and Travel,** Simon Bolivar Spanish School  
Jun. 2010                und Fundación Brethren, Ecuador, Peru, Bolivien, Argentinien.
- Apr. 2004                **Abitur,** Christliches Jugenddorf Oberurff.

Kaiserslautern, im Dezember 2015

## Veröffentlichungen

- Schäfer P., Broschart D., Seewig J., 2013. Aktive Schwingungsdämpfung an einem Weißlichtinterferometer. In: *tm Technisches Messen*, 80(1):16-20.
- Schäfer P., Eifler M., Seewig J., 2013. Pneumatische Abstandsmessung, Funktion und potentielle Einsatzgebiete. In: *VDI-Fachtagung. Form und Konturmess-technik, Leonberg bei Stuttgart*. Verein Deutscher Ingenieure.
- Seewig J., Schäfer P., Wegmann H., Volk R., 2013. Three-point measurement and mathematical methods of surface reconstruction. In: *11th International Symposium on Measurement Technology and Intelligent Instruments, Aachen*. RWTH Aachen University.
- Schäfer P., Eifler M., Seewig J., 2013. Pneumatische Abstandsmessung. Mathematische Beschreibung von Dynamik und Übertragungsverhalten. In: *wt Werkstattstechnik online 103(11/12):904-910*.
- Eifler M. ; Schäfer P. ; Seewig J., 2014. Entwicklung eines Geometriennormals zur Kalibrierung von pneumatischen Abstandssensoren. In: *AHMT, 2014(10):25-33*.
- Eifler M. ; Schäfer P. ; Seewig J., 2015. Modellbasierte Entwicklung eines Geometriennormals für pneumatische Abstandssensoren. In: *tm Technisches Messen*, 82(2):85-93.

## Betreute studentische Arbeiten

- Eifler M., 2013. *Modellbasierte Grundlagenuntersuchung von pneumatischen Messdüsen mit FLUENT*. Diplomarbeit
- Ströer F., 2013. *Modellbasierte Entwicklung eines Führungsgrößengenerators für einen optischen Punktsensor*. Diplomarbeit
- Mansel H., 2014. *Grundlagenuntersuchung zu pneumatischer Mehrstellenmesstechnik*. Diplomarbeit
- Flieder L., 2015. *Untersuchung von Unstetigkeiten der Kennlinie pneumatischer Abstandssensoren*. Diplomarbeit
- Shi J., Jiang Z., 2015. *Optimierung der Vordüsengeometrie pneumatischer Abstandssensoren mit FLUENT*. Projektarbeit
- <sup>1</sup> Chiamulera C., 2012. *Evolução do desgaste da ferramenta abrasivo no brunimento de porcelanato*. Curso de Graduação em Engenharia de Materiais da Universidade Federal de Santa Catarina.
- <sup>1</sup> Tartas D., 2013. *Análise de viabilidade da rotação discreta de pisos em linhas industriais de brunimento*. Curso de Graduação em Engenharia de Materiais da Universidade Federal de Santa Catarina.
- <sup>1</sup> Reami Salati M., 2013. *Obtenção experimental de curvas de ganho de brilho ao longo do processo de brunimento de porcelanato*. Curso de Graduação em Engenharia de Materiais da Universidade Federal de Santa Catarina.

---

<sup>1</sup>Zweitprüfer der Abschlussarbeiten. Die Arbeiten sind in Kooperation mit der Universidade Federal de Santa Catarina (Brasilien) an der Technischen Universität Kaiserslautern entstanden. Erstprüfer (Orientador) ist Prof. Fábio J. P. Sousa, Dr. Eng.



## Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik

---

### bereits veröffentlicht wurden

- 1 Wendel, M.: Qualifizierung eines Streulichtensors und Untersuchung erster Ansätze zur dreidimensionalen Streulichterfassung  
2015, ISBN 978-3-95974-006-7 **€ 39,-**
- 2 Schäfer, P.: Modellbasierte Entwicklung pneumatischer Abstandssensoren für prozessintegrierte Messungen  
2015, ISBN 978-3-95974-009-8 **€ 39,-**

ISBN: 978-3-95974-009-8

ISSN: 2365-9742

## **Kurzfassung**

Die vorliegende Arbeit behandelt das Thema der pneumatischen Abstandsmessung. Diese Technologie ist neben der taktilen und optischen Messtechnik eine der drei Ansätze, um Messaufgaben in der Fertigungsmesstechnik zu lösen. Der große Vorteil pneumatischer Sensoren ist ihr Selbstreinigungseffekt, wodurch in rauen Umgebungen sicher gemessen werden kann. Momentan fehlende Grundlagenkenntnisse führen jedoch zu einer ineffizienten Nutzung der Technik. Im Rahmen dieser Arbeit wurde neues Wissen erarbeitet, so dass eine optimierte Anwendung dieser Sensorklasse möglich ist. Für das laterale und dynamische Verhalten der Sensoren sind Modelle zur Vorhersage von Messergebnissen vorgestellt. Weiterhin finden sich ausführliche Auslegestrategien für systemkritische Bauteile in dieser Arbeit. Auf Basis der Grundlagenuntersuchungen sind die wichtigsten Einflussgrößen der Messunsicherheit erläutert. Zur effizienten Wissensübertragung ist abschließend eine moderne Software präsentiert, welche eine Auslegung pneumatischer Sensoren für eine gegebene Messaufgabe ermöglicht und so das gesamte Wissen der Arbeit für den Anwender in der Industrie zusammenfasst.

## **Abstract**

This work presents the investigation of pneumatic distance sensors. Besides tactile and optical sensors, this technique is also an approach to solve surface measurement tasks in the production metrology. The advantage of pneumatic sensors is their resistance to potential pollution and fluids on the measured surfaces. However, one of today's problems is the gap of knowledge concerning this sensor class. The presented work exposes new theories and results which support an optimized application of pneumatic sensors. First off all, the investigation of the spatial resolution of pneumatic sensors is presented. The second part focuses on the dynamic of pneumatic sensors. Further, the results of the research on critical design parameter and their sensitivities are shown. With the experience of these research tasks fulfilled, a basic description of the measurement uncertainty has been established. All knowledge is implemented into a software application to design pneumatic sensors for a given measurement problem. Thus users in the industry can use all the theoretical content of this research.