

# **Zur Rissbreitenentwicklung bei Verwendung großer Stabdurchmesser im Stahlbetonbau**

Vom Fachbereich Bauingenieurwesen  
der Technischen Universität Kaiserslautern  
zur Verleihung des akademischen Grades

**DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)**

genehmigte

**DISSERTATION**

von

**Dipl.-Ing. Martin Schäfer**

aus Koblenz

Dekan:	Prof. Dr. rer. nat. R. Jüpner
1. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. J. Schnell
2. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. J. Hegger
Tag der mündlichen Prüfung:	07.09.2016

Kaiserslautern 2016

(D 386)



## **Danksagung**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion der Technischen Universität Kaiserslautern.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell für das über lange Jahre entgegengebrachte Vertrauen, die zielgerichteten Diskussionen sowie für die Betreuung und Begutachtung dieser Arbeit.

Herzlich danken möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Josef Hegger für die Übernahme des Korreferates.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Matthias Pahn für den Vorsitz der Prüfungskommission sowie für seine konstruktiven Anregungen.

Insbesondere möchte ich mich bei Frau Jun.-Prof. Dr.-Ing. Catherina Thiele für die gute Zusammenarbeit, die interessanten Aufgaben in Forschung und Lehre sowie ausdrücklich für die wertvollen Ratschläge bedanken.

Weiter möchte ich allen Mitarbeitern und insbesondere allen denen, die in den vergangenen Jahren das Büro mit mir teilten, für die kollegiale Zusammenarbeit herzlich danken. Derselbe Dank gilt den wissenschaftlichen Hilfskräften, die maßgeblich an der Auswertung der Versuche beteiligt waren.

Den Mitarbeitern im Labor für konstruktiven Ingenieurbau danke ich für die verlässliche Arbeit bei der Herstellung der Versuchskörper, dem Auf- und Abbau der Versuche sowie für die hilfreichen Anregungen zum Versuchsaufbau. Insbesondere möchte ich dem Laborleiter Herrn Dipl.-Ing. (FH) Volker Götz für die stete Unterstützung Danken.

Meinen Eltern danke ich sehr herzlich für die beständige Unterstützung und Förderung in den Jahren meiner Ausbildung. Besonderer Dank gilt meinen Schwestern und Freunden sowie im Besonderen meiner Frau Ariane für das entgegengebrachte Verständnis, die nötige Ablenkung und den zeitweise erforderlichen Abstand zum fachlichen Thema.

Koblenz, Oktober 2016

Martin Schäfer



Martin Schäfer

**Zur Rissbreitenentwicklung bei Verwendung großer  
Stabdurchmesser im Stahlbetonbau**



*„In der Schule haben wir gelernt, dass Lehrerwissen absolutes Wissen ist.  
Doch Wissenschaft kann niemals absolut sein. Sie ist die Kunst der Annäherung. Sie definiert nicht, sondern kreist ein, zieht keine Trennlinien, sondern schafft Übergänge, kennt keine Dogmen, sondern Entwicklungen. Sie kann nichts verifizieren, sondern nur durch Wegstreichen von Variablen ein möglichst klares Bild entwerfen.“*

Frank Schätzing





# Inhalt

<b>Inhalt</b> .....	<b>i</b>
<b>Zusammenfassung</b> .....	<b>iii</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>iv</b>
<b>Bezeichnungen</b> .....	<b>v</b>
<b>1. Motivation</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Stand der Wissenschaft und Technik</b> .....	<b>3</b>
2.1. Was ist die Rissbreite? .....	3
2.2. Rissursachen und Rissarten .....	7
2.2.1. Frühschwinden, Kapillarschwinden .....	9
2.2.2. Schwinden.....	9
2.2.3. Äußere Temperatur .....	9
2.2.4. Baugrundsetzungen .....	10
2.2.5. Abfließen der Hydratationswärme .....	10
2.2.6. Eigenspannungen .....	12
2.2.7. Last .....	12
2.2.8. Last oder Zwang.....	12
2.3. Historie der Rissbreitenberechnung.....	15
2.3.1. Klassische Rissbreitentheorien .....	16
2.3.2. Kontinuierliche Rissbreitentheorien .....	20
2.4. Eurocode 2 für Deutschland .....	30
2.4.1. Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite.....	31
2.4.2. Wirkungszone der Bewehrung .....	32
2.4.3. Begrenzung der Rissbreite ohne direkte Berechnung .....	33
2.4.4. Direkte Berechnung der Rissbreite.....	34
2.5. Sonderregeln bei großen Stabdurchmessern .....	35
2.6. Rissgeometrie .....	36
<b>3. Herleitung der Rissgleichungen</b> .....	<b>41</b>
3.1. Ungerissener Stahlbetonzugstab.....	41
3.2. Gerissener Stahlbetonzugstab, Erstrissbildung .....	42
3.2.1. Konstante Verbundspannung $\tau_{bm}$ .....	43
3.2.2. Veränderliche Verbundspannung $\tau_{b(x)}$ .....	47
3.2.3. Mindestbewehrung .....	50
3.2.4. Direkte Berechnung des erforderlichen Bewehrungsquerschnittes ....	52
3.2.5. Tabelle 7.2DE nach Eurocode 2 .....	53
3.3. Gerissener Stahlbetonzugstab, abgeschlossenes Rissbild .....	55
3.3.1. Direkte Berechnung des erforderlichen Bewehrungsquerschnittes ....	60
3.3.2. Tabelle 7.3N nach Eurocode 2 .....	61

<b>4. Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie</b> .....	<b>65</b>
4.1. Versuchsaufbau .....	65
4.1.1. Messtechnik .....	66
4.2. Vorüberlegungen zum Versuchsaufbau .....	68
4.3. Versuchsprogramm .....	73
4.4. Geometrie der Versuchskörper .....	75
4.4.1. Zugstäbe Serie 1 .....	75
4.4.2. Zugplatten Serie 2 – 7 .....	76
4.5. Versuchsdurchführung .....	80
4.5.1. Zugversuche mit quasi-statischer Beanspruchung .....	80
4.5.2. Zugversuche mit zyklischer Beanspruchung .....	85
4.5.3. Versuche zur Rissgeometrie .....	86
4.6. Werkstoffeigenschaften .....	91
4.6.1. Betonrezeptur .....	91
4.6.2. Materialeigenschaften .....	92
4.7. Versuchsergebnisse .....	95
4.7.1. Rissentwicklung .....	95
4.7.2. Rissabstand .....	97
4.7.3. Rissbreite .....	100
4.7.4. Rissbreiten bei zyklischer Beanspruchung .....	104
4.7.5. Spannungsverteilung .....	108
4.7.6. Rissgeometrie .....	112
<b>5. Bemessung mit großen Stabdurchmessern</b> .....	<b>119</b>
5.1. Zusammenfassung der Versuchsergebnisse sowie Vorschläge zur Bemessung .....	119
5.1.1. Wirkungszone der Bewehrung $h_{eff}$ .....	119
5.1.2. Rissabstand $s_{r,max}$ .....	119
5.1.3. Rissbreite $w_k$ .....	120
5.1.4. Einfluss von kreuzender Oberflächenbewehrung (Bügel) .....	121
5.2. Bemessungsmodell zur Rissgeometrie .....	123
5.3. Bemessungsmodell zur Rissbreitenberechnung .....	127
5.3.1. Rissbreite $w_k$ , Modell 1 .....	127
5.3.2. Rissbreite $w_k$ , Modell 2 .....	129
5.4. Anwendbarkeit der Erkenntnisse aus den experimentellen Untersuchungen .....	133
<b>6. Zusammenfassung und Ausblick</b> .....	<b>135</b>
6.1. Zusammenfassung .....	135
6.2. Ausblick .....	137
<b>7. Literatur</b> .....	<b>139</b>
<b>Anhang</b> .....	<b>143</b>
<b>Lebenslauf</b> .....	<b>145</b>

## Zusammenfassung

Im Stahlbetonbau werden die Eigenschaften von Beton und Bewehrungsstahl so vereint, dass ein Werkstoff entsteht, welcher wesentlich tragfähiger ist als die einzelnen Komponenten. In hoch bewehrten Konstruktionen kann es sinnvoll sein, große Bewehrungsstabdurchmesser ( $\phi \geq 32\text{mm}$ ) einzusetzen. Ein Bewehrungsstab  $\phi 40\text{mm}$  ( $12,56\text{cm}^2$ ) kann im Vergleich der Querschnittsflächen die Kombinationen  $2\phi 28\text{mm}$ ,  $4\phi 20\text{mm}$ ,  $8\phi 14\text{mm}$ ,  $11\phi 12\text{mm}$ ,  $16\phi 10\text{mm}$  oder sogar  $25\phi 8\text{mm}$  ersetzen. Hierdurch können vielfältige Vorteile aber auch, insbesondere bei der Rissbreitenbeschränkung, Nachteile entstehen.

In der vorliegenden Arbeit wurde das grundsätzliche Rissverhalten von großen Stabdurchmessern untersucht. Es wurden die Rissbreitengleichung (7.8) aus *DIN EN 1992-1-1 2011* sowie die zugehörigen Konstruktionsregeln für große Stabdurchmesser überprüft. In experimentellen Untersuchungen an insgesamt 60 Versuchen mit über 30.000 Rissbreitenmessungen wurde das Verhalten an Zugstäben sowie an Zugplatten mit und ohne Oberflächenbewehrung betrachtet. Es wurden verschiedene Einflüsse auf die Rissbreiten, unter anderem der Bewehrungsstabdurchmesser, die Betondruckfestigkeit sowie die Belastungsart berücksichtigt. Der Hauptteil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* geforderten Oberflächenbewehrung sowie deren Reduzierung. Auf Grundlage der hohen Anzahl an Messwerten sind belastbare Ergebnisse möglich. Es wurden Bemessungsvorschläge ausgearbeitet, welche abschließend in zwei Modellen zur Rissbreitenberechnung einfließen.

Bei Baumaßnahmen kommt es oft zu Auseinandersetzungen zwischen Bauherren und Planern, bei denen die zulässige Breite von Rissen in Stahlbetonbauteilen im Vordergrund steht. Die Rissgeometrie, der Rissbreitenverlauf von der Betonoberfläche zum Bewehrungsstab, wurde ebenfalls untersucht. Es wurden Risse unter Beanspruchung „eingefroren“ und die Rissbreite in der Betondeckung mit Hilfe eines optischen Messsystems erfasst. Mit Hilfe dieser Rissbreitenwerte wurde ein Ingenieurmodell aufgestellt, welches eine Umrechnung zwischen dem Rechenwert der Rissbreite und der Rissbreite an der Betonoberfläche erlaubt.

Teile dieser Arbeit wurden in dem Verbundforschungsvorhaben „Weiterentwicklung von Bemessungs- und Konstruktionsregeln bei großen Stabdurchmessern ( $\geq \phi 32\text{mm}$ , B500)“ erarbeitet. Die Verbundpartner waren die Technische Universität Braunschweig (Prof. Dr.-Ing. Martin Empelmann - Tragverhalten von Druckgliedern), die Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen (Prof. Dr.-Ing. Josef Hegger - Verbundfestigkeit und Übergreifungsstöße) sowie die Technische Universität Kaiserslautern (Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell - Rissbreiten und Oberflächenbewehrung). Gefördert wurde das Forschungsprojekt durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie.

## Abstract

The reinforced concrete construction combines the characteristics of concrete and steel, in order that a material is created that is much more stable than steel and concrete in particular. In highly reinforced constructions it may be reasonable to use diameters of reinforcing bars  $\geq 32\text{mm}$ . One single reinforcing bar of  $\phi 40\text{mm}$  ( $12,56\text{mm}^2$ ) is able to replace the combination of for example  $2\phi 28\text{mm}$ ,  $4\phi 20\text{mm}$ ,  $8\phi 14\text{mm}$ ,  $11\phi 12\text{mm}$ ,  $16\phi 10\text{mm}$  or  $25\phi 8\text{mm}$  as well. The use of bigger diameters can bring along pro's and con's. Especially when examining the restriction of crack width.

In this thesis, the focus lies on the behavior of cracks extinguishing from big reinforcing bar diameters. The equation of the crack width (7.8) out of *DIN EN 1992-1-1 2011* as well as the associated rules of construction for big reinforcing bar diameters were examined. Through trials, there were analyzed tensile bars and tensile plates with and without reinforcement at the surface. There were considered different parameters with influence on the crack width, as for example the diameter of the reinforcing bar, the compressive strength of the concrete and the nature of the force. The main part of this thesis examines the use of reinforcement at the surface referring to *DIN EN 1992-1-1 2011* and *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* and it's reduction. Basing on these examinations, there were elaborated proposals for the design that finally enter in two models for the calculation of the crack width.

During building measures, there often is a dispute between the owner and the planner, with the width of cracks as an activator. The geometry of the cracks, meaning the progression of the width of a crack starting at the surface of the concrete going down to the reinforcing bar, was examined as well. Cracks were "frozen" under load, in order to analyze the crack width with an optical measuring system. According to these results, there was formed an engineering model, which allows a conversion between the calculated and the measured crack width.

Some parts of this thesis have already been elaborated in the research project "Further development of design and construction rules for large bar diameter ( $\geq \phi 32\text{mm}$ , B500). The partners of this project were the technical university of Braunschweig (Prof. Dr.-Ing. Martin Empelmann) and the RWTH Aachen University (Prof. Dr.-Ing. Josef Hegger). The research project was promoted by the Federal Ministry for Economic Affairs and Energy.

## Bezeichnungen

Die nachfolgend definierten Abkürzungen, Formelzeichen und Indizes werden in dieser Arbeit verwendet. Einzelne Abkürzungen werden auch als Indizes verwendet. Von verschiedenen Autoren wurden in der Vergangenheit verschiedene Bezeichnungen für gleiche Eigenschaften verwendet. Daher sind diese Bezeichnungen ebenfalls nachfolgend aufgeführt.

### Abkürzungen

AiF     Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen

DMS     Dehnmessstreifen

### Große lateinische Buchstaben

*A*     Verbundparameter

*C*     Verbundparameter

*E*     Elastizitätsmodul

*EI*    Biegesteifigkeit

*F*     Last

*L*     Länge

*N*     Verbundparameter

*T*     Verbundkraft

### Kleine lateinische Buchstaben

*a*     Rissabstand

*b*     Breite eines Querschnittes; Gleichungsparameter

*c*     Dicke der Betondeckung

*d*     statische Nutzhöhe

*h*     Höhe eines Querschnittes

*k*     Faktor

*m*     Gleichungsparameter

*n*     Anzahl

*s*     Stababstand

*t*     Zeit

*v*     Schlupf

*w*     Rissbreite

$\bar{w}$     mittlere Rissbreite

## Bezeichnungen

---

$x$	Abstand
$z$	innerer Hebelarm; Abstand des Bewehrungsstabes zur Berechnungsstelle der Rissbreite

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Betonstahlparameter
$\beta$	Quotient aus den E-Moduln des Bewehrungsstahls und dem Beton
$\varepsilon$	Dehnung
$\phi$	Stabdurchmesser
$\eta$	Quotient aus den E-Moduli des Bewehrungsstahls und dem Beton
$\varphi$	Kriechmaß
$\lambda$	Schlupfverlaufparameter; angestrebter Fraktilwert
$\mu$	Bewehrungsgehalt
$\rho$	Relaxationsbeiwert; Bewehrungsgehalt
$\sigma$	Spannung
$\nu$	Variationskoeffizient

## Indizes

$c$	Beton
$d$	Bemessungsniveau
$k$	charakteristisch
$m$	Mittelwert
$r$	Riss
$s$	Stahl
$t$	Zeit

## Große lateinische Buchstaben mit Indizes

$A_b$	Betonquerschnittsfläche
$A_c$	Betonquerschnittsfläche
$A_{c,netto}$	Teilquerschnittsfläche des Betons
$A_{ct}$	Fläche der Betonzugzone
$A_{ct,eff}$	effektive Betonzugzonenfläche
$A_{ct,ext}$	Betonzugzonenfläche außerhalb der Bügel
$A_s$	Bewehrungsquerschnittsfläche

$A_{s,ges}$	gesamte Bewehrungsquerschnittsfläche
$A_{s,min}$	Mindestbewehrungsquerschnittsfläche
$A_{so}$	Querschnittsfläche der Oberflächenbewehrung
$A_{s,surf}$	Querschnittsfläche der Oberflächenbewehrung
$A_{s,\phi 40}$	Querschnittsfläche mit Stabdurchmesser 40mm
$A_{sw}$	Bügelbewehrungsquerschnittsfläche
$C_\beta$	Streuungsbeiwert der Betondruckfestigkeit
$C_d$	Einflussbeiwert der Betondicke
$C_e$	Rissentwicklungsfaktor
$C_\eta$	Einflussbeiwert der Ausmitte
$C_v$	Einflussbeiwert der Vorschädigung
$E_a$	Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls
$E_b$	Elastizitätsmodul des Betons
$E_c$	Elastizitätsmodul des Betons
$E_e$	Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls
$E_s$	Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls
$F_b$	Fläche der Betonzugzone
$F_c$	Kraft im Betonquerschnitt
$F_{cr}$	Risskraft
$F_s$	Kraft im Bewehrungsquerschnitt
$F_{s,cr}^I$	Risskraft im Bewehrungsquerschnitt im Zustand I
$F_{s,cr}^{II}$	Risskraft im Bewehrungsquerschnitt im Zustand II
$F_{so}$	Kraft in der Oberflächenbewehrung
$L_f$	freie Länge
$M_{cr}$	Rissmoment
$M_F$	Moment im Feldbereich
$M_L$	linkes Stabendmoment
$M_R$	rechtes Stabendmoment

## Bezeichnungen

---

$M_s$	Moment an der Einspannstelle
$T_0$	Anfangstemperatur des Betons
$T_{max}$	maximale Betontemperatur
$T_R$	Temperatur zum Risszeitpunkt
$T_U$	Verbundkraft
$U_s$	Umfang des Bewehrungsstabes
$U_{s,surf}$	Umfang der Oberflächenbewehrung

### Kleine lateinische Buchstaben mit Indizes

$a_l$	Einzugslänge
$a_{ct,ext}$	externe Betonzugzonenfläche
$a_m$	mittlerer Rissabstand
$a_{mess}$	Abstand der Rissmessung
$a_{s,surf}$	Querschnittsfläche der Oberflächenbewehrung
$b_{eff}$	effektive Breite
$c_{nom}$	Nennmaß der Betondeckung
$\Delta T_{crit}$	kritische Temperaturdifferenz
$d_{eff}$	effektive statische Höhe
$d_s$	Bewehrungsstabdurchmesser
$d_s^*$	Grenzdurchmesser der Bewehrung
$h_c$	Höhe der Zugzone
$h_{c,ef}$	Höhe des Wirkungsbereiches der Bewehrung
$h_{cr}$	Höhe der Zugzone
$h_{eff}$	Höhe des Wirkungsbereiches der Bewehrung
$f_{ck}$	charakteristische Betondruckfestigkeit
$f_{ct}$	Betonzugfestigkeit
$f_{ctm}$	mittlere Betonzugfestigkeit
$f_{ct,eff}$	effektive Betonzugfestigkeit
$f_R$	bezogene Rippenfläche



$k_{surf}$	Übertragungsfaktor der Oberflächenrissbreite
$k_{\phi, Large}$	Übertragungsfaktor der Rissbreite für große Stabdurchmesser
$k_w$	Quotient zwischen der Rissbreite am Bewehrungsstab und der Oberflächenrissbreite
$l_e$	Einleitungslänge
$l_{es}$	Einleitungslänge
$l_{eo}$	Einleitungslänge der Oberflächenbewehrung
$m_x$	statistischer Mittelwert
$s_L$	Lagenabstand in Dickenrichtung
$s_r$	Rissabstand
$s_{rk}$	charakteristischer Rissabstand
$s_{r, Large}$	Rissabstand bei Verwendung großer Stabdurchmesser
$s_{rm}$	mittlerer Rissabstand
$s_{r, max}$	maximaler Rissabstand
$s_{r, min}$	minimaler Rissabstand
$s_x$	statistische Standardabweichung
$\ddot{u}_b$	Dicke der Betondeckung
$w_1$	Erstrissweite; Rissbreite unter Zwangsbeanspruchungen
$w_{75\%}$	75%-Fraktilwert der Rissbreite
$w_{95\%}$	95%-Fraktilwert der Rissbreite
$w_k$	charakteristische Rissbreite
$w_{k, Large}$	rechnerische Rissbreite bei Verwendung großer Stabdurchmesser
$w_{k, test}$	Rissbreite am Bauteil gemessen
$w_m$	mittlere Rissbreite
$w_{max}$	maximale Rissbreite
$w_{min}$	minimale Rissbreite
$w_{(m,k)cal}$	Rechenwert der Rissbreite
$w_r$	Rissbreite

## Bezeichnungen

---

$w_s$	Rissbreite am Bewehrungsstab
$w_{surf}$	Oberflächenrissbreite
$w_{surface}$	Oberflächenrissbreite
$w^p$	Rissbreite parallel zur Bewehrung gemessen
$w^\perp$	Rissbreite rechtwinklig zum Rissufer gemessen
$v^N$	Verschiebung

### Griechische Buchstaben mit Indizes

$\alpha_e$	Quotient aus den E-Moduli des Bewehrungsstahls und des Betons
$\alpha_s$	Völligkeitsbeiwert
$\beta_{bz}$	Betonzugfestigkeit
$\beta_{bzm}$	mittlere Betonzugfestigkeit
$\beta_z$	Betonzugfestigkeit
$\beta_{zm}$	Mittelwert der Spannung in der Betonzugzone im Moment des Aufreißens
$\beta_w$	Betondruckfestigkeit
$\delta^N$	Verschiebung des unbelasteten Endes im Auszugversuch
$\bar{\varepsilon}_a$	mittlere Stahldehnung
$\varepsilon_b$	Betondehnung
$\varepsilon_{bm}$	mittlere Betondehnung
$\varepsilon_{bs}$	Schwindmaß zum Zeitpunkt der Rissbildung
$\varepsilon_{bs,eff}$	effektive Schwindverkürzung
$\varepsilon_c^I$	Dehnung des Betons im Zustand I
$\varepsilon_c$	Betondehnung
$\varepsilon_{cm}$	mittlere Betondehnung
$\varepsilon_e$	Stahldehnung
$\varepsilon_m$	mittlere Dehnung
$\varepsilon_{m1}$	mittlere Dehnung im Erstriss
$\varepsilon_s$	Stahldehnung
$\varepsilon_s^I$	Stahldehnung im Zustand I
$\varepsilon_s^{II}$	Stahldehnung im Zustand II

$\varepsilon_{sm}$	mittlere Stahldehnung
$\varepsilon_{SR}^N$	Stahldehnung
$\phi_{eq}$	Vergleichsstabdurchmesser
$\phi_{LARGE}$	Stabdurchmesser von großen Stäben
$\phi_s$	modifizierter Grenzdurchmesser
$\phi_s^*$	Grenzdurchmesser
$\phi_{surf}$	Durchmesser der Oberflächenbewehrungsstäbe
$\gamma_W$	Streuungsbeiwert
$\mu_R$	Bewehrungsgehalt
$\mu_{eff}$	effektiver Bewehrungsgehalt
$\rho_{p,eff}$	effektiver Bewehrungsgehalt
$\rho_{netto}$	Verhältnis zwischen den Teilquerschnittsflächen des Bewehrungsstahls und des Betons
$\sigma_a$	Spannung des Bewehrungsstabes
$\sigma_c$	Betonspannung
$\sigma_c^I$	Betonspannung im Zustand I
$\sigma_{c,cr}$	Rissspannung im Beton
$\sigma_{cm}$	mittlere Betonspannung
$\sigma_{ell}$	Spannung im Bewehrungsquerschnitt
$\sigma_s$	Spannung im Bewehrungsquerschnitt
$\sigma_{sI}$	Spannung im Bewehrungsquerschnitt im Erstriss
$\sigma_s^I$	Spannung im Bewehrungsquerschnitt im Zustand I
$\sigma_{s,cr}^I$	Rissspannung im Bewehrungsquerschnitt im Zustand I
$\sigma_s^{II}$	Spannung im Bewehrungsquerschnitt im Zustand II
$\sigma_{s,cr}^{II}$	Rissspannung im Bewehrungsquerschnitt im Zustand II
$\sigma_{sm}$	mittlere Spannung im Bewehrungsquerschnitt
$\sigma_{so}$	Spannung im Oberflächenbewehrungsquerschnitt
$\sigma_{sR}$	Rissspannung im Bewehrungsquerschnitt

## Bezeichnungen

---

$\sigma_R$	Rissspannung
$\tau_{1m}$	Mittelwert der wirksamen Verbundspannung
$\tau_{bm}$	konstante mittlere Verbundspannung
$\tau_{b(x)}$	veränderliche Verbundspannung
$\tau_{bk}$	charakteristische mittlere Verbundspannung
$\tau_m$	mittlere Verbundspannung
$\tau_{sk}$	charakteristische Verbundspannung
$\tau_v$	Verbundspannung
$\tau_{(x)}$	veränderliche Verbundspannung
$\varpi_0$	Bewehrungsgehalt
$\Delta\varepsilon$	Dehnungsdifferenz
$\Delta\varepsilon_c$	Differenz der Dehnungszustände I und II im Beton
$\Delta\varepsilon_s$	Differenz der Dehnungszustände I und II im Betonstahl
$\Delta\sigma_c$	Differenz der Spannungszustände I und II im Beton
$\Delta\sigma_{ell}$	Differenz der Bewehrungsstahlspannung
$\Delta\sigma_s$	Differenz der Bewehrungsstahlspannung
$\Delta\sigma_{SR}$	Differenz der Stahlspannung unter der Rissspannung
$\Delta F_c$	Kraftänderung im Betonquerschnitt
$\Delta F_s$	Kraftänderung im Bewehrungsquerschnitt
$\Delta l$	Rissabstand
$\Delta L$	Längenänderung
$\Delta s$	Verschiebungsdifferenz
$\Delta t$	Zeitdifferenz
$\Delta w$	Differenz der Rissbreite
$\Delta w_{Larg e}$	Startwert der Rissbreite
$\Sigma u$	Summe der Stabumfänge

## 1. Motivation

Im Stahlbetonbau ist es nicht das Ziel, Risse zu vermeiden. Die Stahlbetonbauweise „lebt“ vom Aufreißen des Verbundwerkstoffes, sodass beide Partner, Bewehrungsstahl und Beton, ihren Beitrag zum Lastabtrag leisten können. Würde die Vermeidung von Rissen im Mittelpunkt des Stahlbetonbaus stehen, dann wären neben dem werkstoffgerechten Lastabtrag auch die Umlagerungen von Schnittgrößen in statisch unbestimmten Systemen und die Vorankündigung des Bauteilversagens nicht möglich. Um jedoch den Bewehrungsstahl vor äußeren Umwelteinflüssen zu schützen, die Gebrauchstauglichkeit eines Bauteils zu gewährleisten und nicht zuletzt die Ästhetik der Betonoberfläche aufrechtzuerhalten, ist die Begrenzung von Rissbreiten im Stahlbetonbau eine wichtige Aufgabe des Ingenieurs und Bestandteil der Bauteilbemessung. Aus baupraktischen Gesichtspunkten kann es sinnvoll sein, große Stabdurchmesser zu verwenden, unter anderem für hochbewehrte Konstruktionen wie z. B. Fundamentplatten oder Tunneldecken. So kann ein Bewehrungsstab  $\phi 40\text{mm}$  ( $12,56\text{cm}^2$ ) im Vergleich der Querschnittsflächen die Kombinationen  $2\phi 28\text{mm}$ ,  $4\phi 20\text{mm}$ ,  $8\phi 14\text{mm}$ ,  $11\phi 12\text{mm}$ ,  $16\phi 10\text{mm}$  oder sogar  $25\phi 8\text{mm}$  ersetzen.

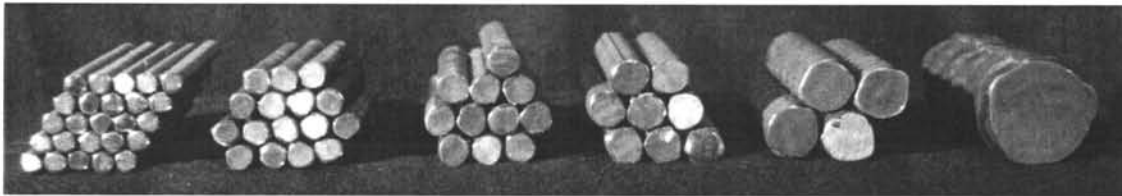


Abb. 1: Vergleich der Querschnittsflächen –  $25\phi 8$ ,  $16\phi 10$ ,  $11\phi 12$ ,  $8\phi 14$ ,  $4\phi 20$  und  $1\phi 40\text{mm}$

Aufgrund der vereinfachten Bewehrungsführung können höhere Bewehrungsgrade bei gleichen Bauteilabmessungen ausgeführt werden, was zu höheren Tragfähigkeiten führt. Insgesamt ist durch die Verwendung von großen Stabdurchmessern, welche seit 2009 in die *DIN 488-2 2009* aufgenommen wurden, eine Weiterentwicklung der Stahlbetonbauweise zu erwarten. Zur Einhaltung der Rissbreiten bestehen gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* die Möglichkeiten einer direkten Berechnung der Rissbreite als auch die Anwendung von Tabellenwerten und Konstruktionsregeln. Der Bewehrungsstabdurchmesser stellt in diesen Nachweisen einen zentralen Parameter dar. Die Nachweisformate wurden jedoch lediglich an kleineren Stabdurchmessern hergeleitet, sodass die Frage besteht, ob die Berechnungsgleichungen und Tabellen auch für große Durchmesser angewandt werden können.



## 2. Stand der Wissenschaft und Technik

Risse sind im Stahlbetonbau nahezu unvermeidbar und sogar beabsichtigt. Um die Tragwirkung des Verbundbaustoffes Stahlbeton zu nutzen, sind Risse im Beton notwendig und in den Bemessungsregeln des Grenzzustandes der Tragfähigkeit vorausgesetzt. Daher stellen Risse im Stahlbetonbau grundsätzlich keinen Mangel dar. Jedoch müssen Risse auf ein Maß begrenzt werden, das die Dauerhaftigkeit und die Gebrauchstauglichkeit des Bauwerks sicherstellt.

### 2.1. Was ist die Rissbreite?

Zunächst soll geklärt werden, was in Bezug auf den Stand der Wissenschaft und Technik, als die Breite eines Risses angesehen wird. In *DIN 1045-1 2008* wird in *Abschnitt 11.2.1* wie folgt auf die Rissbreite eingegangen:

*„Die angegebenen Verfahren erlauben keine exakte Vorhersage und Begrenzung der Rissbreite. Die Rechenwerte der Rissbreite sind daher nur als Anhaltswerte zu sehen, deren gelegentliche geringfügige Überschreitung im Bauwerk nicht ausgeschlossen werden kann. Dies ist jedoch bei Beachtung der Regeln dieses Abschnitts im Allgemeinen unbedenklich. Die angegebenen Verfahren gestatten die Begrenzung und Berechnung der Rissbreite im Bereich nahe der im Verbund liegenden Bewehrung (d. h. innerhalb des Wirkungsbereichs der Bewehrung). Außerhalb dieses Bereichs können Risse mit größerer Breite auftreten.“*

In *DIN EN 1992-1-1 2011* fehlt ein solcher Hinweis zur Rissbreite, sodass jedoch von *Fingerloos et al 2010* im Kommentar zum Eurocode 2 für Deutschland selbiger Absatz eingearbeitet wurde.

Festzuhalten ist, dass nach heutigem Normenstand die Frage, was der Rechenwert der Rissbreite gemäß *DIN 1045-1 2008* bzw. die charakteristische Rissbreite aus *DIN EN 1992-1-1 2011* ist, nicht eindeutig geklärt ist. In beiden Dokumenten wird lediglich dargelegt, dass der Rechenwert der Rissbreite als Näherung zu sehen ist.

Im *DAfStb Heft 527* wird die Rissbreite am Bauteil wie folgt gedeutet: *„Als Rissbreite wird der Abstand der Rissufer senkrecht zum Rissverlauf definiert; gemessen wird sie auf der Bauteiloberfläche. Die Rissbreite ist in der Regel keine konstante Größe, sie verändert sich entlang der Risslänge bzw. Risstiefe.“* Diese Beschreibung der Rissbreite am Bauteil ist weit verbreitet und oft diskutiert. Jedoch wird schon in der ersten Auflage des *DAfStb Heft 525* in dem Autorenbeitrag *„Zum Nachweis der Rissbreitenbeschränkung gemäß DIN 1045-1“* in *Bild 1 – Definition des Rechenwertes der Rissbreite  $w_k$* , die Rissbreite anders dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass zumindest die Rissbreite an der Betonoberfläche nicht der des Rechenwertes entspricht. Ähnliche Abbildungen des Rechenwertes der Rissbreite sind ebenfalls im *DBV Merkblatt Rissbildung 1996 (Bild 4 und Bild 11)* zu finden.

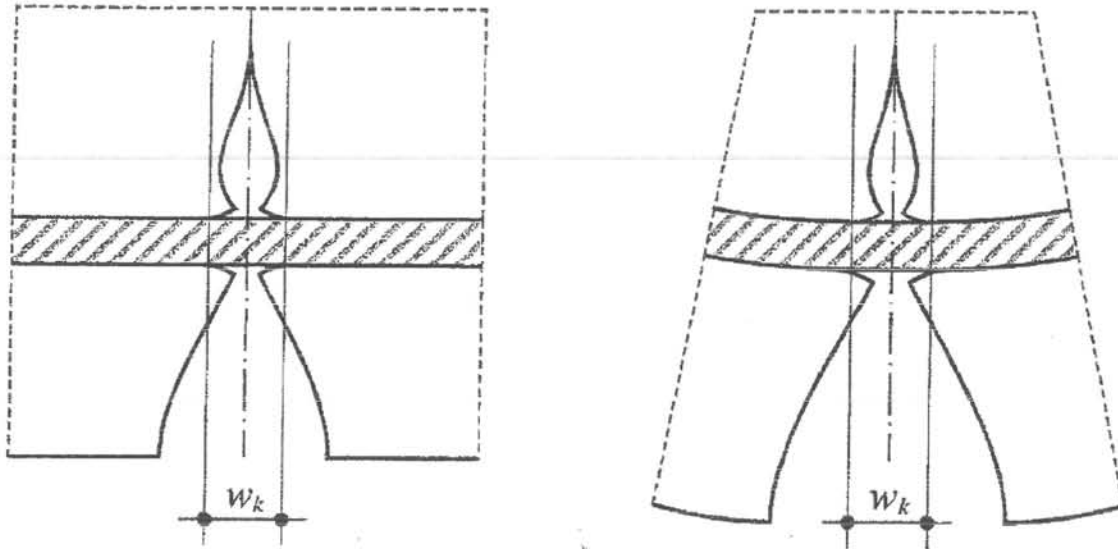


Abb. 2: Darstellung des Rechenwertes der Rissbreite  $w_k$  für dünne, biegebeanspruchte Bauteile (rechts) sowie für Risse aus überwiegender Zwangseinwirkung an der Bauteiloberfläche (links) aus *DAfStb Heft 525*

In *DIN 1045-1 2008* sowie in *DIN EN 1992-1-1 2011* wird eine maximale Rissbreite  $w_{max}$  angegeben, bei deren rechnerischen Einhaltung mit Hilfe der Rissbreitenformeln die Dauerhaftigkeit des Bauwerks sichergestellt ist. Es kann festgehalten werden, dass weder der Rechenwert der Rissbreite, die charakteristische Rissbreite noch der diesen gegenüberzustellenden, maximalen Rissbreiten nicht an der Betonoberfläche gemessen werden können. Es handelt sich hierbei stets um eine über die Wirkungszone der Bewehrung abgeleitete Rissbreite, die lediglich durch Verpressen und Ausbohren qualitativ am Bauwerk bestimmt werden könnte. Wie bereits oben beschrieben, sind jedoch auch gelegentliche geringfügige Überschreitungen der so ermittelten Rissbreite nicht ausgeschlossen.

Gemäß *CEB-FIB Model Code 2010* wird mit den Rissbreitengleichungen die Rissbreite an der Bauteiloberfläche bestimmt. Begründet wird dies damit, dass bei den zugehörigen Versuchen die Rissbreite ebenfalls an der Bauteiloberfläche gemessen wurde und die Formeln gegen diese Versuchsergebnisse kalibriert wurden. Weiter wird erklärt, dass die Betondeckung der Versuchskörper 25mm betrug. Welche Versuchsreihen hierbei herangezogen wurden, wird nicht näher beschrieben. Jedoch kann gemäß *CEB-FIB Model Code 2010* die Oberflächenrissbreite, bei abweichenden Betondeckungen ( $c > 25\text{mm}$ ), umgerechnet werden. Die Änderung der Rissbreite entlang der Betondeckung folgt hierbei einer Potenzfunktion der Form  $A \cdot c^\beta$  mit  $0 < \beta < 1$ . Der Faktor  $A$  wird als Funktion der Betondruckfestigkeit  $f_{ck}$  sowie des effektiven Bewehrungsgrades  $\rho_{eff}$  beschrieben. Weitere Angaben hierzu werden nicht gezeigt. Falls keine genauere Analyse nötig ist, kann gemäß *CEB-FIB Model Code 2010* die Oberflächenrissbreite für abweichende Betondeckungen ( $c > 25\text{mm}$ ) nach Gleichung (2.1) berechnet werden.

$$w_d^* = \zeta \cdot w_d \quad (2.1)$$

$$\zeta = \frac{l_{s,max}^*}{l_{s,max}} \quad (2.2)$$



$$l_{s,max}^* = l_{s,max} + 1,7 \cdot (c - 25) \quad (2.3)$$

Wie aus den Gleichungen zu erkennen ist, wird ein linearer Ansatz mit der Einleitungslänge  $l_{s,max}$  und der Betondeckung  $c$  für den Rissverlauf in der Betondeckung verwendet.

Im *CEB-FIB Model Code 1990* wird beschrieben, dass die rechnerischen Rissbreiten für  $w < 0,5\text{mm}$ , in Abhängigkeit der mittleren Verbundspannung als Fraktilwerte bestimmt werden können. So soll für gerippten Betonstahl mit  $\tau_{sm} = 2,25 \cdot f_{ctm}$  der Mittelwert der Rissbreite (50%-Fraktile) und für  $\tau_{sk} = 1,8 \cdot f_{ctm}$  das 75%-Fraktile berechnet werden können. Angaben zur Aussagewahrscheinlichkeit werden nicht beschrieben. Es folgt demnach, dass der charakteristische Wert der Rissbreite nach *DIN 1045-1 2008* und *DIN EN 1992-1-1 2011*, welcher mit einer mittleren Verbundspannung von  $1,8 \cdot f_{ctm}$  hergeleitet wird (siehe Abschnitt 3.2.1), als 75%-Fraktile gedeutet werden kann. An welcher Stelle diese Rissbreite auftritt, wird auch im *CEB-FIB Model Code 1990* nicht beschrieben.

Im *DBV Merkblatt Rissbildung 2006* werden ebenfalls spezifische Zahlenwerte angegeben, die den Gleichungen der Rissbreiten nach *DIN 1045-1 2008* und *DIN EN 1992-1-1 2011* unterliegen und damit als bedingungsgemäß angesehen werden sollen. Hier wird der Begriff der Überschreitungsmenge eingeführt, welcher abhängig von der charakteristischen Rissbreite ist. Von Überschreitungsmengen wird bei der Auswertung von Stichproben gesprochen. Sie können den Fraktilwerten gegenübergestellt werden, wobei das Konfidenzintervall der Stichprobe immer 100% entspricht. Gemäß *DBV Merkblatt Rissbildung 2006* werden für die rechnerisch ermittelte Rissbreite von 0,4mm eine Überschreitungsmenge von 5% angeführt. Je kleiner die berechneten Rissbreiten sind, desto größer können die Überschreitungsmengen der Stichprobe ausfallen, was grundlegend in *Eckfeldt 2005* beschrieben ist.

Im Folgenden sind die gemäß *DBV Merkblatt Rissbildung 2006* aufgeführten Überschreitungsmengen für die rechnerischen Rissbreiten  $w_k$  dargestellt:

$w_k = 0,4\text{mm} \rightarrow$  maximal 5% Überschreitungsmenge

$w_k = 0,3\text{mm} \rightarrow$  maximal 10% Überschreitungsmenge

$w_k = 0,2\text{mm} \rightarrow$  maximal 20% Überschreitungsmenge

Dies bedeutet, dass bei einer berechneten Rissbreite von  $w_k = 0,4\text{mm}$  5% der gemessenen Rissbreiten größer sein dürfen, ohne als Mangel bewertet zu werden. Anders ausgedrückt spiegelt der berechnete Wert der Rissbreite, für eine Größe von 0,4mm, das 95%-Fraktile der im Bauteil vorhandenen Rissbreiten wider. Mit dieser Überlegung werden die dargestellten Überschreitungsmengen wie folgt umgeschrieben sowie durch die Rissbreite von 0,1mm erweitert. Dieser Zusammenhang zwischen den Fraktilwerten und den berechneten Rissbreiten wird ebenfalls im *DBV Merkblatt Rissbildung 2006* gezeigt.

$w_k = 0,4\text{mm} \rightarrow$  95%-Fraktile

$w_k = 0,3\text{mm} \rightarrow$  90% Fraktile

$w_k = 0,2\text{mm} \rightarrow$  80% Fraktile

$w_k = 0,1\text{mm} \rightarrow$  70% Fraktile

Über die Größe des Konfidenzintervalls dieser Fraktilwerte wird keine Aussage getroffen. Wird jedoch das gemäß *DIN EN 1990 2010* übliche Konfidenzintervall von 75% angesetzt, könnte der Nachweis über die Einhaltung der oben dargestellten Rissbreiten wie folgt geführt werden.

$$w_{k, \text{test}} = m_x + k_t \cdot s_x \leq w_k \quad (2.4)$$

Der Mittelwert  $m_x$  sowie die Standardabweichung  $s_x$  müssen über die am Bauwerk gemessenen Rissbreiten bestimmt werden. Durch den Faktor  $k_t$  gemäß *DIN ISO 16269-6 2009* werden die Messwerte in Abhängigkeit der Anzahl der Rissbreiten und dem Konfidenzintervall auf den geforderten Fraktilwert gehoben. Mathematisch betrachtet müssen demnach auch sehr große Rissbreiten bei sehr kleinen Erscheinungswahrscheinlichkeiten auftreten.

Im *DBV Merkblatt Rissbildung 2006* wird weiter beschrieben, dass die Dauerhaftigkeit eines Bauteils, welches Risse zeigt, die orthogonal zur Bewehrung verlaufen, unbeeinflusst bleibt, solange die Rissbreiten an der Bauteiloberfläche  $w_{\text{vorh}} \leq 0,5\text{mm}$  sind. Hiermit kann dieser Rissbreitenwert als Grenzwert für übliche Bauteile mit Betonstahlbewehrung angesehen werden. Ist mit Bewehrungskorrosion, verursacht durch Chloride, zu rechnen, können jedoch wesentlich kleinere Risse Einfluss auf die Dauerhaftigkeit des Bauteiles haben (vgl. *DBV Merkblatt Rissbildung 2006*).

Folgend sind beispielhaft die rechnerische Rissbreite  $w_k$  gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013*, die Mittelwerte der Rissbreiten einer Versuchsreihe und die zugehörigen Fraktilwerte dargestellt. Weiter sind in Abb. 3 die oben beschriebenen Zusammenhänge zwischen der charakteristischen Rissbreite und dem veränderlichen Fraktilwert der gemessenen Rissbreite aufgeführt.

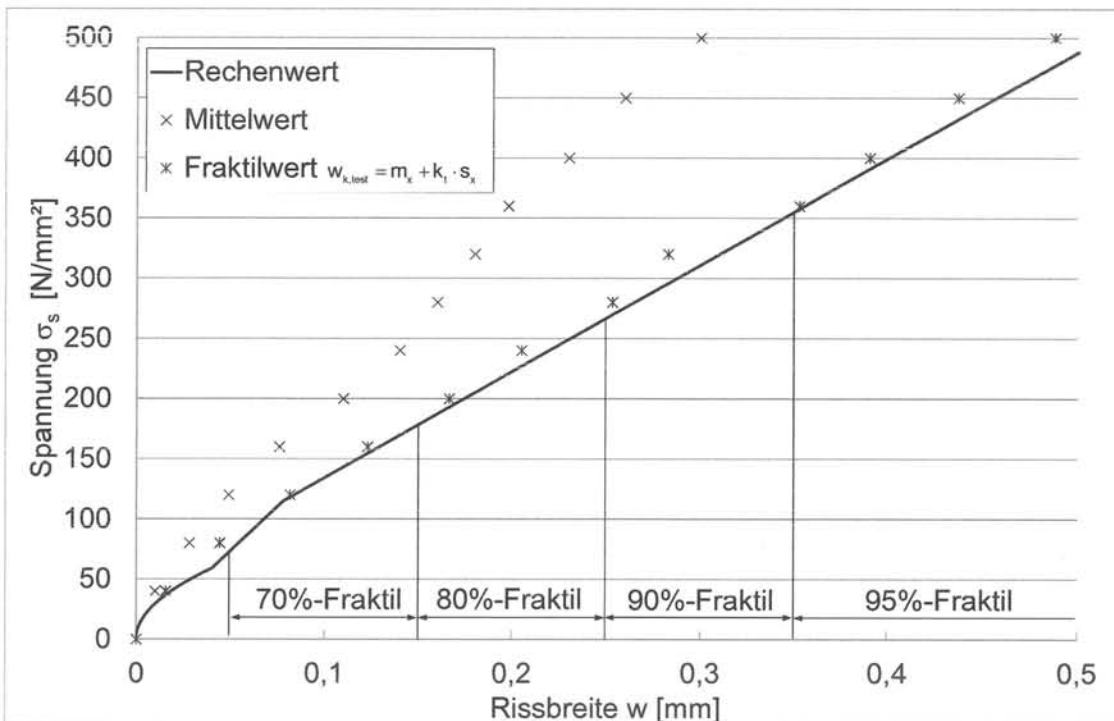


Abb. 3: Fiktive Auswertung einer Rissbreitenmessung

Es kann festgehalten werden, dass ein Vergleich zwischen rechnerischen Rissbreiten und am Bauwerk gemessenen Rissbreiten schwierig bleibt, da dann ein fiktiver Rechenwert und ein realer Messwert verglichen werden müssen.

Wie oben beschrieben wurden die Rissbreitenformeln jedoch an Versuchsergebnissen kalibriert. Daher muss davon ausgegangen werden, dass ein Vergleich der rechnerischen Rissbreiten mit Messwerten möglich ist. Zwar fundiert die gegenwärtige Rissbreitenherleitung auf Dehnungszuständen in der Achse des Bewehrungsstabes, leider fehlt jedoch in vielen Veröffentlichungen die Aussage zur Messstelle der Rissbreite. Es ist davon auszugehen, dass die Rissbreiten stets an der Bauteiloberfläche gemessen wurden. Wahrscheinlich ist auch, dass die Messstellen direkt über den Bewehrungsstäben angesetzt wurden. Mit diesen Annahmen kann der Rechenwert der Rissbreite mit der Bauteilrissbreite an der Betonoberfläche verglichen werden. Diese Vorgehensweise wird im *DBV Merkblatt Rissbildung 2006* für die praktische Messung und Auswertung von Rissbreiten postuliert. Es wird dort ein detailliertes Verfahren dargestellt, wie Rissbreiten am Bauwerk zu messen sind und wie diese ausgewertet werden sollen. Dabei geht der ungleichmäßige Rissbreitenverlauf entlang des Risses auf der Betonoberfläche ein. Ausgewertet wird nicht ein Messwert pro Riss, sondern ein Mittelwert, welcher aus mehreren Messungen jeweils im Abstand von  $a_{mess}$  bestimmt wurde.

Eine Rissbreitenmessung macht nur Sinn, wenn die aktuelle vorherrschende Stahlspannung im Riss, die Lage der Bewehrung und die Wirkungsrichtung der Beanspruchung bekannt sind.

### 2.2. Rissursachen und Rissarten

Die Rissursachen können grob in zwei Teilgebiete gegliedert werden. Zunächst können Risse infolge der durch die Eigenschaften des Betons verursachten Spannungen auftreten. Zu diesen Rissen werden Krakeleerisse, Schwindrisse und Setzrisse gezählt. Sie können aus einer Volumenverminderung infolge Wasserentzug an den oberflächennahen Betonschichten auftreten, vgl. *DBV Merkblatt Rissbildung 2006*. Weiter können Risse durch äußere Kräfte verursacht werden, wenn die zum Beanspruchungszeitpunkt vorhandene Zugtragfähigkeit des Betons überschritten wird. Hierzu zählen Biege-, Schub-, Trenn- und Spaltzugrisse.

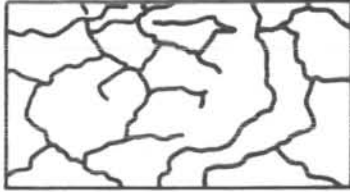

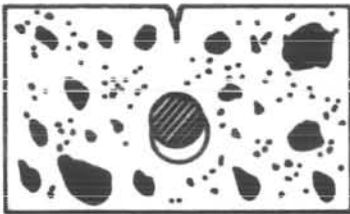

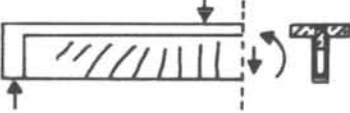
Zwangrisse sind die im Stahlbetonbau am häufigsten auftretenden Risse. Sie können infolge des Schwindens, durch Abfließen der Hydratationswärme als Oberflächenrisse (Eigenspannungen) oder in statisch unbestimmten Tragsystemen als Trenn- und Biegerisse (Zwangspannungen) auftreten. Eigenspannungen haben einen über den Querschnitt nichtlinearen Verlauf und stehen mit sich selbst im Gleichgewicht. Aus Eigenspannung entsteht keine Resultierende im Querschnitt. In *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* werden Eigenspannungen durch den dickenabhängigen Faktor  $k$  berücksichtigt. Ebenfalls zu Zwangrissen zählen Risse, die aus Lagerverschiebungen / Setzungen in statisch unbestimmten Systemen entstehen können.

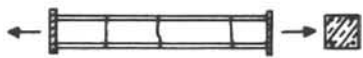

Risse im Stahlbeton werden stets von Gefüge- oder Mikrorissen ausgelöst, welche an der Bauteiloberfläche mit bloßem Auge nicht zu erkennen sind. Hierbei handelt es sich um kurze, feine Risse, die an den Grenzflächen der Zuschlagskörner oder in der

Zementsteinmatrix auftreten. Verursacht werden diese Initialrisse aus lokalen Eigenspannungen, vgl. *DBV Merkblatt Rissbildung 2006*.

Im *DBV Merkblatt Rissbildung 2006* werden die häufigsten Rissursachen, deren Merkmale sowie die Risszeitpunkte aufgezählt (siehe Tabelle 1).

Tabelle 1: Arten und Merkmale verschiedener Risse aus *DBV Merkblatt Rissbildung 2006*

Risse nach ihrer Ursache		Erscheinungsform	Beschreibung
Infolge der Eigenschaften des Betons	oberflächige Netzzrisse, Krakeleerisse		Treten vor allem an der Oberfläche von flächigen Bauteilen auf. Sie verlaufen in der Regel „ungeordnet“. Die Risstiefe ist gering.
	Schwindrisse		Durch die Volumenverminderung infolge Schwinden treten diese Risse dort auf, wo die Verformungen behindert werden. Die Risse gehen in der Regel durch die ganze Bauteildicke und verlaufen gerichtet oder „ungeordnet“
	Setzrisse		Verlaufen in der Regel parallel oberhalb von obenliegenden Bewehrungsstäben an nicht geschalteten Bauteilflächen. Je nach Ursache entstehen Fehlstellen unter der Bewehrung.
Infolge von äußeren Kräften	Biegerisse		Verlauf etwa rechtwinklig zur Biegezugbewehrung; beginnen am Zugrand und enden in Bereich der Nulllinie. Verlauf ist oft affin zum Biegemomentenverlauf.
	Schubrisse		Bilden sich aus Biegerissen; verlaufen in der Regel schräg zur Stabachse; treten im Bereich großer Querkräfte auf.

	Trennrisse		Verlaufen durch den gesamten Querschnitt; treten bei zentrischem Zug oder bei Zugbeanspruchung mit kleiner Ausmitte auf.
	Spaltzugrisse		Verlaufen parallel zu den Hauptdruckspannungen. Diese Risse treten z. B. im Verankerungsbereich von Spanngliedern auf.

### 2.2.1. Frühschwinden, Kapillarschwinden

Das Früh- oder Kapillarschwinden tritt bei der Austrocknung der frischen Betonoberfläche auf. Dies kann durch unsachgemäße Nachbehandlung hervorgerufen werden, wenn Wind oder Sonneneinstrahlung mit hohen Temperaturen und niedriger relativer Luftfeuchtigkeit auf frisch betonierete Oberflächen treffen. Es kommt zu einem Abtransport des oberflächennahen Anmachwassers, was zur Volumenverringerng dieser Betonoberfläche und damit zu Rissen führen kann. Zur Vermeidung des Früh- oder Kapillarschwindens ist eine sachgemäße Nachbehandlung erforderlich. Hierdurch wird die Austrocknung der Betonoberfläche verhindert. Netzartige Risse werden als Krakeleerisse bezeichnet. Diese Risse sind nur einige Millimeter tief und stellen gemäß *DBV Merkblatt Rissbildung 2006* keinen technischen Schaden dar.

### 2.2.2. Schwinden

Unter dem Begriff des Schwindens wird die Volumenänderung des erhärtenden, unbelasteten Betons bezeichnet. Das Schwinden setzt sich aus dem Frühschwinden, Schrumpfen und Trocknungsschwinden zusammen. Wiederum bezeichnet das Schrumpfen einen Prozess, welcher sich aus chemischem und autogenem Schrumpfen zusammensetzt. Bei dem chemischen Schwinden besitzen die Hydratationsprodukte des Zementes ein geringeres Volumen als deren Ausgangsstoffe, was mit der chemischen Bindung des Wassers zusammenhängt. Gemäß *Scholz und Hiese 2007* hat das chemische Schwinden wenig Einfluss auf die Volumenverringerng des Betons. Hingegen wirkt sich das autogene Schwinden bei niedrigen Wasserzementwerten erheblich auf die Volumenverringerng aus. Hierbei entsteht durch die Bindung des Wassers im Hydratationsprozess ein Porenunterdruck, welcher zur Volumenänderung führt, vgl. *Scholz und Hiese 2007*. Wird die Volumenänderung behindert, entstehen Risse im Beton.

### 2.2.3. Äußere Temperatur

Wird ein Betonbauteil in seinem Verformungswillen infolge Änderung der Umgebungstemperatur behindert, entstehen ebenfalls Risse. Je nach statischem System und Temperatureinwirkung können Biege- und / oder Trennrisse entstehen.

#### 2.2.4. Baugrundsetzungen

Bei ungleichmäßigen Setzungen des Baugrundes erfolgt eine aufgezwungene Verformung des Bauteils, welche in statisch unbestimmten Systemen zu Spannungen im Betonquerschnitt führen. Übersteigen diese Spannungen die aufnehmbaren Zugspannungen des Betons, reißt der Betonquerschnitt auf.

#### 2.2.5. Abfließen der Hydratationswärme

Das Abfließen der Hydratationswärme stellt eine der wichtigsten Einwirkungen bei der Rissbreitenbeschränkung dar. Durch die Wärmeentwicklung des im Hydratationsprozess befindlichen Betons, im Anfangsstadium der Erhärtung befindlicher und dadurch noch „weicher“ Beton, neigt dieser dazu sich ausdehnen. Da jedoch die Steifigkeit des frischen Betons anfänglich noch sehr gering ist, ist auch die durch Temperaturerhöhung auftretende Spannung sehr gering (siehe 2.2.8). Übersteigt die Wärmeabfuhr die durch die Hydratation bereitgestellte Wärmezufuhr, wechselt die Temperaturerhöhung in eine Abkühlung. Ab diesem Zeitpunkt „fließt“ die Hydratationswärme ab. Diese Abkühlung erzwingt eine Verkürzung des Betons. Da jedoch die Steifigkeit des Betons erheblich angestiegen ist, sind auch die auftretenden Zugspannungen in statisch unbestimmten Systemen größer, sodass der Beton aufreißt. Anschaulich dargestellt ist der Zusammenhang zwischen Betontemperatur, Spannungen und Elastizitätsmodul in Abb. 4 aus *DBV Merkblatt Rissbildung 2006*.

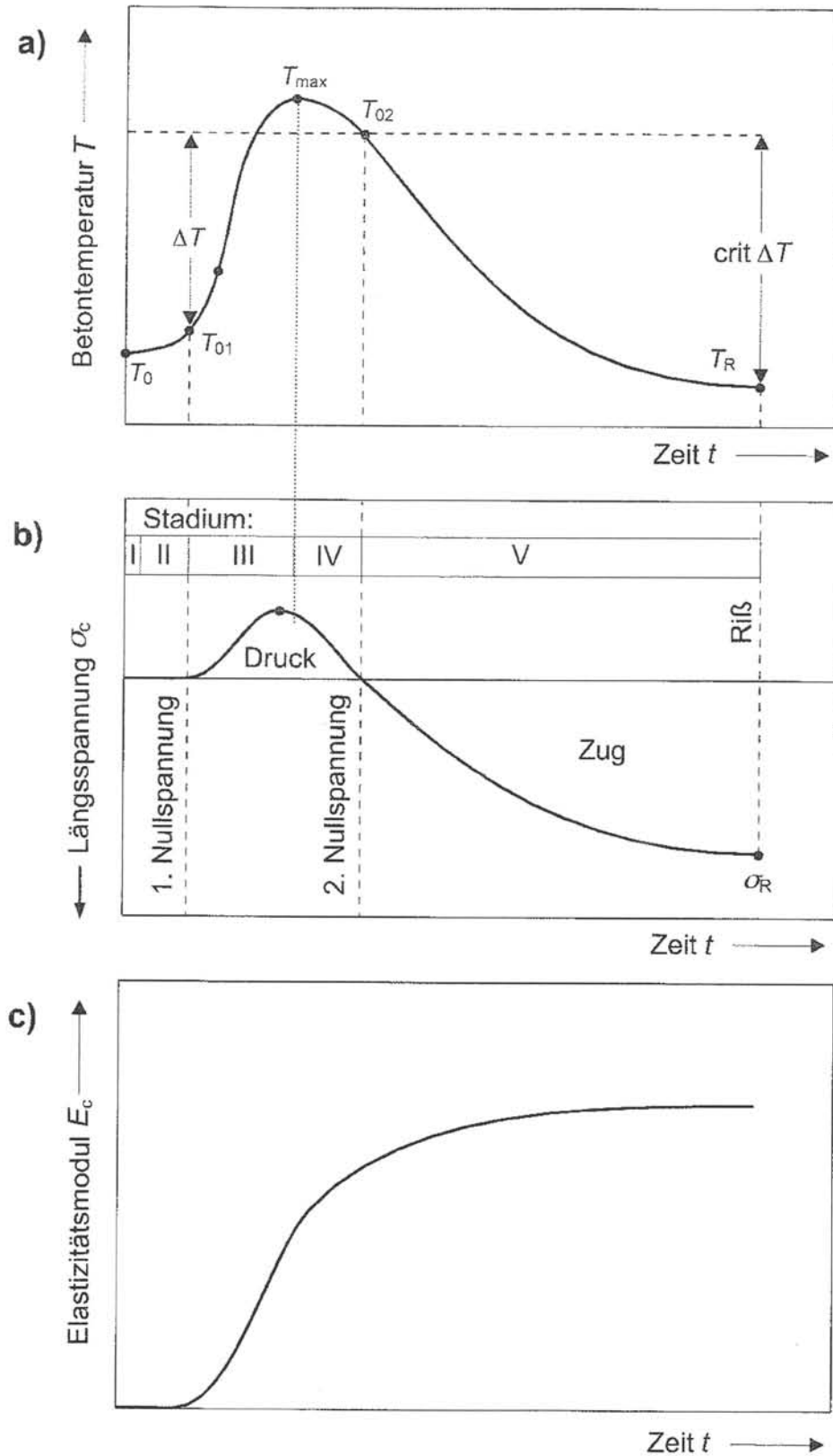


Abb. 4: Verhalten des Betons während der Erhärtung, entnommen aus *DBV Merkblatt Rissbildung 2006*, a) Betontemperatur infolge Hydratation, b) Spannungen im Beton bei behinderter Verformung, c) Entwicklung des Elastizitätsmoduls

### 2.2.6. Eigenspannungen

Eigenspannungen im Betonquerschnitt werden durch nichtlineare Temperaturverteilung hervorgerufen. Solche Temperaturverläufe treten häufig auch bei dem Abfließen der Hydratationswärme auf und bilden im Querschnitt ein Gleichgewicht, sodass sowohl in statisch bestimmten als auch in statisch unbestimmten Systemen hieraus keine äußeren Schnittgrößen resultieren. Beim Abfließen der Hydratationswärme werden die Außenbereiche eines Betonquerschnittes schneller abkühlen als das Bauteilinnere. In solchen Fällen stehen die randnahen Betonschichten unter Zugspannungen, welche mit den Druckspannungen des Innenbereiches im Gleichgewicht stehen. Gut zu erläutern ist dieser Zusammenhang an einem System mit drei gekoppelten unterschiedlich steifen Stäben, bei dem die äußeren Stäbe abgekühlt werden. In Abhängigkeit der Steifigkeitsverhältnisse der Stäbe, werden sich die Zug- und Druckspannungen einstellen. Überschreiten diese Zugspannungen die aufnehmbaren Zugspannungen des Betons, reißen die äußeren Stäbe, was den Außenbereichen eines Betonquerschnittes entspricht. Nach dem Aufreißen und dem damit verbundenen Steifigkeitsabfall, fallen auch die Spannungen im System ab (siehe 2.2.8).

### 2.2.7. Last

Wird ein Stahlbetonbauteil mit Lasten beansprucht, welche Zugspannungen im Querschnitt erzeugen, die größer als die aufnehmbaren Zugspannungen des Betons sind, reißt der Querschnitt auf. Die zugehörigen Risskräfte können unter Berücksichtigung des Ebenbleibens der Querschnitte berechnet werden (siehe 3.2). Da der Absolutwert der Schnittgrößen unabhängig von den Steifigkeiten des Bauteils ist, werden diese nicht durch den Steifigkeitsabfall beim Aufreißen abgebaut, sondern in statisch unbestimmten Systemen umgelagert (siehe 2.2.8).

### 2.2.8. Last oder Zwang

Gemäß *DIN EN 1990 2010* wird in direkte und indirekte Einwirkungen unterschieden. Direkte Einwirkungen sind Lasten (Kräfte oder Momente) die das Tragwerk beanspruchen. Dagegen sind indirekte Einwirkungen aufgezwungene oder behinderte Verformungen, die von Temperatur- und Feuchtigkeitsänderungen oder ungleichmäßiger Setzung hervorgerufen werden können (vgl. *DIN EN 1990 2010*). Indirekte Einwirkungen stellen einen wesentlichen Teil der Einwirkungen bei der Rissbreitenbeschränkung dar. Die Auswirkungen von indirekten Einwirkungen sind Zwangkräfte oder Zwangspannungen. Zur Rissbreitenbeschränkung ist es wichtig, die Beanspruchungen in Last oder Zwang unterscheiden zu können. Es ist möglich, Last- und Zwangsschnittgrößen durch Betrachtung des statischen Systems und durch die Berechnung der Schnittgrößen bei Steifigkeitsänderung am einfach statisch unbestimmten System zu unterscheiden. Unter Lastbeanspruchungen verlagern sich im statisch unbestimmten System die Schnittgrößen bei Änderung der Steifigkeit eines Querschnittsteils. Im Gegensatz hierzu ist die absolute Größe der Schnittgrößen unter Zwangbeanspruchungen direkt von der Steifigkeit eines Querschnittsteils abhängig. Dargestellt wird dieser Zusammenhang an einem beidseitig gegen Verdrehung gelagerten Träger (siehe Abb. 5).



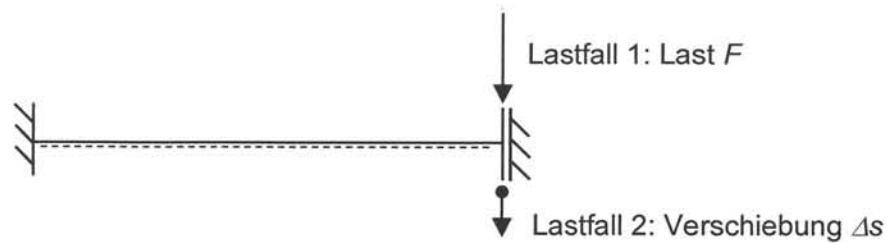


Abb. 5: Statisches System, Beispiel 1 (Last / Zwang)

Unter der Last  $F$  berechnen sich die Stabendmomente wie folgt, mit linear veränderlichem Momentenverlauf zwischen den Stabenden.

$$M_L = -\frac{1}{2} \cdot F \cdot L \quad M_R = \frac{1}{2} \cdot F \cdot L \quad (2.5)$$

Eine Steifigkeitsänderung des Stabes ( $EI$  über die Stablänge konstant) hat keinen Einfluss auf die Berechnung der Schnittgrößen. Werden hingegen die Stabendmomente unter der Verschiebungsbeanspruchung  $\Delta s$  betrachtet, so wird ersichtlich, dass diese proportional abhängig von der Steifigkeit  $EI$  des Stabes sind.

$$M_L = -6 \cdot \frac{EI}{L^2} \cdot \Delta s \quad M_R = 6 \cdot \frac{EI}{L^2} \cdot \Delta s \quad (2.6)$$

Je größer die Biegesteifigkeit des Stabes, desto größer sind die Stabendmomente. Die Unterscheidung zwischen Last oder Zwang kann durch den Einfluss der Steifigkeit auf die Schnittgrößen gekennzeichnet werden.

Um den Unterschied zu verdeutlichen und den Einfluss eines Steifigkeitsabfalles durch Aufreißen des Betons auf die Schnittgrößen darzustellen, wird das folgende statische System (Abb. 6) betrachtet.

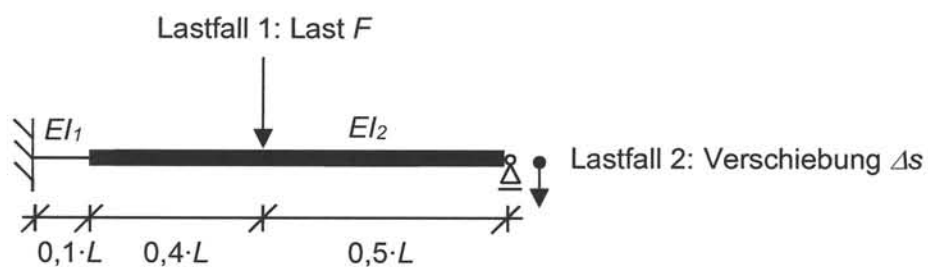


Abb. 6: Statisches System, Beispiel 2 (Last / Zwang)

Wird zunächst ein ungerissener Querschnitt ( $EI_1 = EI_2$ ) mit der Last  $F$  beansprucht, so werden die Momente an der Einspannstelle  $M_S$  und im Feld  $M_F$  wie folgt berechnet.

$$M_S = -\frac{3}{16} \cdot F \cdot L \quad M_F = \frac{5}{32} \cdot F \cdot L \quad (2.7)$$

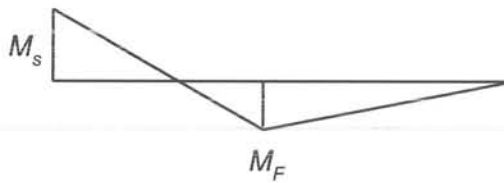


Abb. 7: Qualitativer Schnittgrößenverlauf (Moment) unter Lastfall 1 und  $EI_1 = EI_2$

Durch Aufreißen des Querschnittes im Bereich der Einspannstelle (lokaler Steifigkeitsabfall) findet eine Momentenumlagerung von der Einspannstelle zum Feld hin statt. Die Größe der Umlagerung ist abhängig von dem Steifigkeitsverhältnis  $EI_1 / EI_2$ .

$$M_S = -F \cdot L \cdot \frac{\left(\frac{7}{3000} + EI_1/EI_2 \cdot \frac{361}{6000}\right)}{\left(\frac{271}{3000} + EI_1/EI_2 \cdot \frac{243}{1000}\right)} \quad (2.8)$$

Diese Momentenumlagerung wird bei der Bemessung gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* begrenzt gestattet. Aus Gleichgewichtsgründen entspricht die Änderung des Stützmomentes an der Einspannstelle proportional der Änderung des Feldmomentes.

$$M_F = -\frac{F \cdot L}{2} \cdot \frac{\left(\frac{7}{3000} + EI_1/EI_2 \cdot \frac{361}{6000}\right)}{\left(\frac{271}{3000} + EI_1/EI_2 \cdot \frac{243}{1000}\right)} + \frac{F \cdot L}{4} \quad (2.9)$$

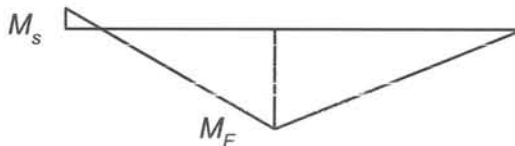


Abb. 8: Qualitativer Schnittgrößenverlauf (Moment) unter Lastfall 1 und  $EI_1 < EI_2$

Die Momente werden „umgelagert“. Diese Momentenumlagerung kann nur bei statisch unbestimmten Systemen erfolgen.

Betrachtet man die Momente im Lastfall 2 mit  $\Delta s$ , wiederum zunächst mit ungerissenem Querschnitt ( $EI_1 = EI_2$ ), so werden folgende Stütz- und Feldmomente bestimmt, die steifigkeitsabhängig sind.

$$M_S = -\frac{\Delta s}{L^2} \cdot 3 \cdot EI \quad M_F = -\frac{\Delta s}{L^2} \cdot \frac{3}{2} \cdot EI \quad (2.10)$$

Der Momentenverlauf ist linear veränderlich mit einem Minimum an der Einspannstelle.

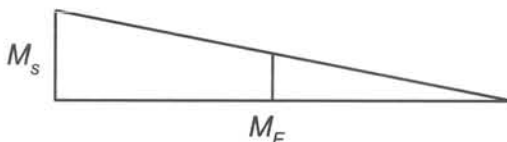


Abb. 9: Qualitativer Schnittgrößenverlauf (Moment) unter Lastfall 2 und  $EI_1 = EI_2$

Kommt es zum Aufreißen des Querschnittes an der Einspannstelle, ist die absolute Größe der Momente proportional zu dem Steifigkeitsverhältnis  $EI_1/EI_2$  und damit abhängig von der Steifigkeit eines Querschnittsteils im System.

$$M_s = -\frac{\Delta s}{L^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{271}{3000} + EI_1/EI_2 \cdot \frac{243}{1000}\right)} \quad (2.11)$$

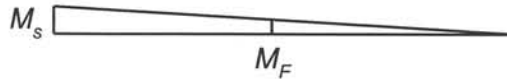


Abb. 10: Qualitativer Schnittgrößenverlauf (Moment) unter Lastfall 2 und  $EI_1 < EI_2$

Es findet keine Momentenumlagerung auf andere Systemstellen statt. Es handelt sich demnach um Zwang.

Wird ein Gedankenmodell aufgestellt, bei dem die Steifigkeit  $EI_1$  an der Einspannstelle sowie die Länge des Bereiches gegen Null streben, wird im statischen System anstelle der Einspannung ein Momentengelenk angesetzt. Dies führt unter einer Lastbeanspruchung lediglich zur vollen Verlagerung des Einspannmomentes zum Feldmoment von  $F \cdot L / 4$ . Dahingegen wird eine Verschiebung  $\Delta s$ , unter diesem statischen System, völlig spannungsfrei möglich sein, sodass die Momente gegen Null streben.

Bei mehrfach statisch unbestimmten Systemen kann auch eine Schnittgrößenumlagerung in angrenzende Systemteile erfolgen. Da diese Schnittgrößen  $S$  wie folgt auch abhängig von den Steifigkeiten der angrenzenden Bauteile sind.

$$S = S_0 + S_1 \cdot x_1 + S_2 \cdot x_2 + S_3 \cdot x_3 + \dots + S_n \cdot x_n \quad (2.12)$$

$$x_n = \frac{\delta_{n0}}{\delta_{nn}} \quad (2.13)$$

### 2.3. Historie der Rissbreitenberechnung

Die geschichtliche Entwicklung der Rissbreitenberechnung kann in zwei Abschnitte untergliedert werden. Die frühen Formeln zur Beschränkung der Rissbreite wurden durch in Versuchen ermittelte Werte gefunden, welche lediglich die grundlegenden mechanischen Zusammenhänge berücksichtigen (vgl. *Goris und Hegger 2010*). Solche Theorien werden als die klassischen Rissbreitentheorien bezeichnet.

Aufbauend auf den klassischen Rissbreitentheorien wurden die kontinuierlichen Theorien entwickelt. Diese betrachten das Rissgeschehen auch im Erstrissbild und überführen dieses durch einen kontinuierlichen Übergang zum abgeschlossenen Rissbild. Der Übergang von den klassischen- zu den kontinuierlichen Rissbreitentheorien kann nicht eindeutig bestimmt werden. Jedoch zeigt die Formulierung aus *Martin et al 1980* einen Wendepunkt in der Rissbreitenberechnung (vgl. *Schäfer und Rinnert 2013*).

### 2.3.1. Klassische Rissbreitentheorien

In den klassischen Rissbreitentheorien wurden Korrekturfaktoren aus Versuchen an Platten oder Balken ermittelt, die bestimmte Einflüsse abbildeten. Viele Einflüsse blieben unberücksichtigt (Verbundverhalten, Lastdauer). Weil diese Theorien auf Versuchen beruhen, werden sie oft als empirische Rissbreitentheorien bezeichnet. Unter anderem wurden klassischen Rissbreitentheorien von folgend aufgeführten Autoren beschrieben bzw. in den Regelwerken dargestellt:

- Wästlund, Jonsson, Osterman (1945)
- Broms, Lutz (1965)
- Ferry-Borges (1966)
- Rehm, Martin (1968)
- Gergely, Lutz (1968)
- Falkner (1969)
- DIN 1045 (1972, 1978, 1988)
- Leonhardt (1976)
- Rostásy, Alda (1977)
- CEB/FIB-Mustervorschrift (1978)

Nachfolgend wird eine Auswahl an klassischen Rissbreitentheorien dargestellt.

#### 2.3.1.1. Ferry-Borges, (1966)

Die Rissbreitentheorie nach *Ferry-Borges* 1966 stellt die Basis der klassischen Rissbreitentheorien dar. Sie bezieht sich auf die Berechnung von mittleren und maximalen Rissbreiten für bewehrte Balken.

Der Rissabstand, hier mit  $\Delta l$  bezeichnet, wird wie folgt berechnet:

$$\Delta l = k_1 \cdot c + k_2 \cdot \frac{\phi}{\varpi_0} \quad (2.14)$$

Der Rissabstand ist somit abhängig von der Betondeckung  $c$ , dem Bewehrungsdurchmesser  $\phi$ , dem Bewehrungsgehalt  $\varpi$  sowie von den Korrekturfaktoren  $k_1$  und  $k_2$ . Hierbei berichtigt der Korrekturfaktor  $k_1$  den Rissabstand zu Ergebnissen, die aus Versuchen mit unterschiedlichen Betondeckungen gewonnen wurden. Der Korrekturfaktor  $k_2$  stellt das unterschiedliche Verbundverhalten von Bewehrungsstäben verschiedener Oberflächengestaltungen dar. Der Korrekturfaktor  $k_1$  wurde zu 1,5 ermittelt und  $k_2$  in Abhängigkeit des verwendeten Bewehrungsstabes zu 0,02 – 0,04.

Die mittlere Stahldehnung wird wie folgt bestimmt:

$$\bar{\varepsilon}_a = \frac{1}{E_a} \cdot \left( \sigma_a - \frac{k_3}{\varpi_0} \right) \quad (2.15)$$

Hierbei werden der E-Modul  $E_a$  sowie die Spannung  $\sigma_a$  des Bewehrungsstabes sowie der Korrekturfaktor  $k_3$  angesetzt. Der Korrekturfaktor  $k_3$  ergänzt den Einfluss der Verbundwirkung zwischen Bewehrungsstahl und Beton und wurde zu 7,5 kg/cm<sup>2</sup> bestimmt. Die Berechnung der mittleren Rissbreite setzt sich mit der Annahme, dass die mittlere Betondehnung vernachlässigbar klein ist, folgend zusammen:

$$\bar{w} = \Delta l \cdot \bar{\varepsilon}_a = \frac{1}{E_a} \cdot \left( k_1 \cdot c + k_2 \cdot \frac{\phi}{\varpi_0} \right) \cdot \left( \sigma_a - \frac{k_3}{\varpi_0} \right) \quad (2.16)$$

Für die maximale Rissbreite wurde von *Ferry-Borges* 1966 das 95%-Fraktile der Rissbreite festgelegt. Zum verwendeten Konfidenzniveau wurden keine Angaben beschrieben. Somit berechnet sich die maximale Rissbreite unter der Annahme einer Normalverteilung zu:

$$w_{max} = 1,66 \cdot \bar{w} \quad (2.17)$$

### 2.3.1.2. Rehm und Martin (1968)

Die Autoren von *Rehm und Martin* 1968 waren der Auffassung, dass eine Beschränkung der Rissbreite vorgeschrieben werden muss, um den Korrosionsschutz der Bewehrung dauerhaft zu gewährleisten. Zusätzlich haben sie ein einheitliches Versuchsverfahren vorgeschlagen, welches die Ergebnisse zukünftiger Versuche besser vergleichen lässt. Es sollten Versuchskörper in gleichbleibenden Stufen belastet werden, wobei diese bis zur 1,2-fachen Anrissspannung oder der 1,5-fachen Gebrauchsspannung beansprucht werden sollten. Neu bei der Rissbreitentheorie nach *Rehm und Martin* 1968 ist, dass auch der Einfluss der mitwirkenden Betonfläche berücksichtigt wurde. Als allgemeine Formel für die Berechnung der Rissbreite  $w$  wurde unter Verwendung eines Rissabstandes  $a$  und des Dehnungsunterschiedes ( $\varepsilon_e - \varepsilon_b$ ) zwischen der Beton-  $\varepsilon_b$  und Stahldehnung  $\varepsilon_a$  folgende Beziehung angesetzt:

$$w = a \cdot (\varepsilon_e - \varepsilon_b) \quad (2.18)$$

Diese Formel soll im Fall gelten, dass der äußerlich sichtbare Rissabstand proportional zur Rissbreite ist. Da dieser Zusammenhang nicht für den Einzelriss gilt, wurde zur Berechnung der Rissbreite zunächst der mittlere Rissabstand  $a_m$  bestimmt.

$$a_m = \frac{\beta_{zm} \cdot F_b}{\tau_{1m} \cdot \Sigma u} = \frac{\beta_{zm} \cdot F_b}{\tau_{1m} \cdot n \cdot \pi \cdot \phi} \quad (2.19)$$

Hierbei ist  $\beta_{zm}$  der mittlere Spannungswert in der Zugzone beim Aufreißen.  $F_b$  ist die Zugzonenfläche des Betons.  $\tau_{1m}$  ist der Mittelwert der wirksamen Verbundspannung und  $\Sigma u$  ist die Summe der Stabumfänge. Bis auf die Summe der Stabumfänge waren die Gleichungswerte unbekannt. Daher wurden in *Rehm und Martin* 1968 empirische Korrekturbeiwerte, welche die Berechnung des mittleren Rissabstandes  $a_m$  zulassen, abgeleitet.

$$a_m = k_1 \cdot \ddot{u}_b + k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{\phi}{\mu} \quad (2.20)$$

Hierbei berücksichtigt der Korrekturbeiwert  $k_1$  den Einfluss der Betondeckung und wird für Balken mit 1,5 sowie für Platten mit 4,0 angegeben. Den Einfluss der Oberflächengeometrie der verwendeten Bewehrungsstäbe berücksichtigt der Korrekturbeiwert  $k_2$ , welcher abhängig von der bezogenen Rippenfläche  $f_R$  ist.

$$k_2 = \frac{\beta_{zm}}{\tau_{1m}} = \frac{0,9 \cdot 10^{-2}}{0,2 + \sqrt[3]{f_R^2}} \quad (2.21)$$

Für Rechteckquerschnitte und Bewehrung mit gleichen Stabdurchmessern wird der Quotient der Betonzugfläche und der Summe aller Stabumfänge wie folgt beschrieben.

$$\frac{F_b}{\Sigma u} = k_3 \cdot \frac{\phi}{\mu} \quad (2.22)$$

Mit Bewehrungsstabdurchmesser  $\phi$ , Bewehrungsgehalt  $\mu$  und Korrekturfaktor  $k_3$ . Der Korrekturfaktor  $k_3$  wurde für reine Biegung zu 1,0 und für mittige Zugbeanspruchung zu 5,0 angesetzt. Zwischenwerte mussten interpoliert werden.

Wie bereits oben beschrieben, wird die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen berücksichtigt. Die mittlere Rissbreite  $w_m$  wird durch folgende Gleichung, in der die Dehnungsdifferenz zwischen Bewehrungsstahl und Beton eingeht, berechnet.

$$w_m = a_m \cdot \frac{\sigma_{ell} - \Delta\sigma_{ell}}{E_e} \quad (2.23)$$

Hierbei sind  $\sigma_{ell}$  die rechnerische Stahlspannung und  $\Delta\sigma_{ell}$  die Abminderung dieser durch das Mitwirken des Betons auf Zug sowie  $E_e$  der E-Modul des Bewehrungsstabes. Als maßgebend wird die kritische Rissbreite als 95%-Fraktilwert angegeben. In *Rehm und Martin 1968* wurde daher der Korrekturbeiwert  $k_4$  eingeführt, welcher den Übergang von der mittleren Rissbreite zur kritischen Rissbreite darstellt.

$$w_{95\%} = k_4 \cdot w_m \quad (2.24)$$

Für den Korrekturbeiwert  $k_4$  wird mit ausreichender Genauigkeit ein Wert von 2,1 vorgeschlagen. In Abhängigkeit des Variationskoeffizienten  $\nu$  und dem angestrebten Fraktilwert  $\lambda$  kann  $k_4$  berechnet werden durch:

$$k_4 = 1,66 \cdot (1 + \lambda \cdot \nu) \quad (2.25)$$

Durch Verwendung aller Korrekturbeiwerte kann die kritische Rissbreite nach *Rehm und Martin 1968* wie folgt berechnet werden.

$$w_{95\%} = k_4 \cdot \left( k_1 \cdot \ddot{u}_b + k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{\phi}{\mu} \right) \cdot \frac{\sigma_{ell}}{E_e} \cdot \left( 1 - \frac{\Delta\sigma_{ell}}{\sigma_{ell}} \right) \quad (2.26)$$

### 2.3.1.3. Martin, Schießl und Schwarzkopf (1980)

Aufbauend auf der Rissbreitentheorie von *Rehm und Martin 1968* wurden in *Martin et al 1980* Verbesserungsvorschläge, unter anderem von Prof. Dr.-Ing. Leonhardt, eingebracht. Dies bildete die Basis für später entwickelte, kontinuierliche Rissbreitentheorien. Grundlage zur Ermittlung der Korrekturbeiwerte bildeten hierbei nicht nur die eigenen Versuchsreihen, sondern auch viele veröffentlichte Versuche, die bis 1979 zu Rissbreiten durchgeführt wurden. Mithilfe von Statistiken wurden der Einfluss bestimmter Parameter sowie die bisher bekannten Rechenmodelle im Abgleich mit den Versuchsergebnissen auf ihre Aussagegenauigkeit überprüft. Ziel der Autoren war es, ein Rechenmodell aufzustellen, welches für alle Beanspruchungs- und Bauteilarten Gültigkeit aufweist und nicht „nur“ im Mittel der jeweils durchgeführten Versuchsreihen. Erstmals wurde ein Wirkungsbereich der Bewehrung definiert, wodurch sich die Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Rissbreiten deutlich

erhöhte. Das Mitwirken des Betons auf Zug wurde ebenso berücksichtigt. Für den mittleren Rissabstand  $a_m$  beim abgeschlossenen Rissbild ergab sich folgende Gleichung:

$$a_m = a_{m0} + \frac{1}{4} \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu_R} \quad (2.27)$$

Bei der Berechnung von  $a_{m0}$  werden die Einflüsse der Betondeckung, des Stababstandes sowie des Bewehrungsstabdurchmessers berücksichtigt. Für Platten und Balken kann nach Auswertung der Versuchsergebnisse  $a_{m0} = 50\text{mm}$  angesetzt werden. Der Einfluss der Verbundeigenschaften des Bewehrungsstabes wird durch den Korrekturbeiwert  $k_2$  berücksichtigt. Dieser wurde einheitlich für glatte Rundstähle auf 1,0, für profilierte Stähle auf 0,8 und für gerippte Stähle auf 0,5 festgelegt. Mit dem Korrekturbeiwert  $k_3$  wurde der Einfluss der Beanspruchung berücksichtigt. Bei zentrischer Zugbeanspruchung soll  $k_3$  zu 1,0 und für reine Beigebeanspruchung zu 0,5 gesetzt werden. Es zeigten sich gute Übereinstimmungen zwischen den berechneten Rissbreiten und den Versuchsergebnissen, wenn der effektive Bewehrungsgehalt  $\mu_{\text{eff}}$  zur Berechnung herangezogen wurde. Dieser wurde wie folgt bestimmt:

$$\mu_{\text{eff}} = \frac{A_s}{b_{\text{eff}} \cdot d_{\text{eff}}} \quad (2.28)$$

$$b_{\text{eff}} = n_1 \cdot 15 \cdot d_s \leq b \quad (2.29)$$

$$d_{\text{eff}} = c + (n_L - 1) \cdot s_L + 8 \cdot d_s \leq \frac{d-x}{2}; \frac{d}{2} \quad (2.30)$$

In die Berechnung der effektiven Breite  $b_{\text{eff}}$  und effektiven statischen Höhe  $d_{\text{eff}}$  werden die Anzahl der Bewehrungsstäbe in einer Lage  $n_1$ , die Anzahl der Bewehrungslagen  $n_L$ , der Lagenabstand  $s_L$  in Dickenrichtung, die Betondeckung  $c$  und die statische Höhe  $d$  berücksichtigt. Die mittlere Dehnung  $\varepsilon_m$  wurde wie folgt berechnet:

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left( 1 - k_5 \cdot k_6 \cdot \frac{\Delta\sigma_s}{\sigma_s} \right) \quad (2.31)$$

Mit dem Korrekturbeiwert  $k_5$  soll erneut der Einfluss der Beanspruchung berücksichtigt werden. Dieser ist für eine Erstbelastung mit 1,0 und für sich wiederholende Belastung und Dauerbelastung mit 0,5 anzunehmen. Als weiterer Korrekturbeiwert wurde mit  $k_6$  der Einfluss der Verbundwirkung sowie deren Abnahme bei glatten Bewehrungsstäben durch folgende Gleichung eingeführt:

$$k_6 = \frac{1}{2 \cdot k_2} \quad (2.32)$$

Der Quotient von  $\Delta\sigma_s/\sigma_s$  sollte über die Anrissspannung  $\sigma_{sR}$  wie folgt bestimmt werden.

$$\frac{\Delta\sigma_s}{\sigma_s} = \left( \frac{\sigma_{sR}}{\sigma_s} \right)^2 \leq 0,5 \quad (2.33)$$

In einfacher Form lässt sich die charakteristische Rissbreite  $w_k$  wie folgt ausdrücken.

$$w_k = k_4 \cdot w_m = k_4 \cdot a_m \cdot \varepsilon_m \quad (2.34)$$

Mit Hilfe des Korrekturbeiwertes  $k_4$  gelingt die Umrechnung der mittleren Rissbreite zur charakteristischen Rissbreite. Für  $k_4$  wird von *Martin et al 1980* aus den Untersuchungen der empirisch ermittelte Wert von 1,7 als ausreichend genau vorgeschlagen. In ausgeschriebener Form wird die charakteristische Rissbreite  $w_k$  wie folgt berechnet.

$$w_k = k_4 \cdot \left( 50 + \frac{1}{4} \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot \frac{d_s}{\mu_{\text{eff}}} \right) \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left( 1 - k_5 \cdot k_6 \cdot \frac{\Delta\sigma_s}{\sigma_s} \right) \quad (2.35)$$

### 2.3.2. Kontinuierliche Rissbreitentheorien

Die Weiterentwicklung der oben genannten Theorien stellen die kontinuierlichen Rissbreitentheorien dar. Diese beinhalten die Rissbreitenberechnung von der Erstrissbildung bis zum abgeschlossenen Rissbild sowie die sukzessive Rissbildung. Die kontinuierlichen Rissbreitentheorien bilden die Grundlage unserer heutigen Normen und Regelwerke (vgl. *Goris und Hegger 2010*).

Den kontinuierlichen Rissbreitentheorien können folgende Autoren bzw. Regelwerke zugeordnet werden:

- Noakowski (1977)
- Krips (1985)
- König, Fehling (1988)
- Model Code (1990, 2010)
- König, Tue (1996)
- DIN 1045 – 1 (1997, 2001, 2008)
- DIN EN 1992-1-1 (2005, 2011, 2013)



## 2.3.2.1. Noakowski (1977)

In der verbundorientierten, kontinuierlichen Rissbreitentheorie von Noakowski 1977 werden zwei Stadien der Rissbildung betrachtet. Es werden die Erstrissbildung für Risse aus Zwang und die Endrissbildung für Risse aus Last und Zwang betrachtet. Weil der Endrisszustand als Folge des Erstrisszustandes angesehen wird, ist die Erfassung des Erstrisszustandes die Grundlage für darauf folgende Betrachtungen. Anhand von einem Balken- bzw. Plattenabschnittes wurde das Verformungsverhalten in der Umgebung eines Risses rechnerisch erfasst. Die aus Versuchen gewonnenen Ergebnisse dienen laut Noakowski 1985 lediglich zur Bestätigung der aufgestellten Beziehungen. Ziel war es, eine allgemeingültige Formel zur Berechnung der Rissbreite aufzustellen, die für alle Stadien der Rissbildung angewendet werden kann. Eine besondere Bedeutung wird dabei der Betonzugfestigkeit zuteil. Zur Ermittlung der tatsächlichen Betonzugfestigkeit wurden Einflüsse herangezogen, welche aus Differenzen zwischen der Bauwerkszugfestigkeit und der Zugfestigkeit des Laborbetons resultieren. Hierzu wurden Betondruckfestigkeit, Vorschädigung, Ausmitte und die Dicke des Bauteils betrachtet. Über diese Einflüsse wurden Korrekturfaktoren bestimmt, die in Abb. 11 abgelesen werden können.

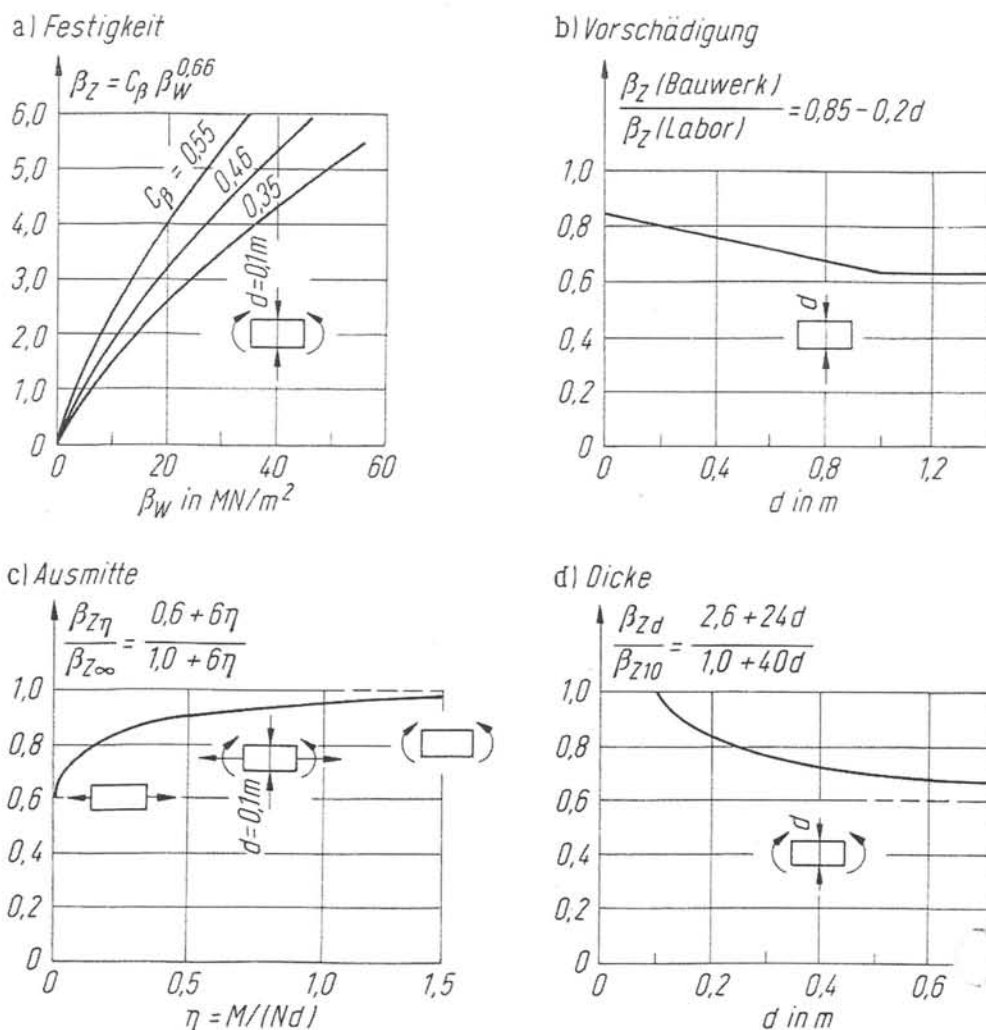


Abb. 11: Einflussfaktoren der Betonzugfestigkeit aus Noakowski 1985

Die Betonzugfestigkeit  $\beta_z$  berechnet sich wie folgt:

$$\beta_z = C_\beta \cdot C_v \cdot C_\eta \cdot \beta_w^{0,66} \quad (2.36)$$

Hierbei wird mit  $C_v$  der Einfluss einer Vorschädigung, mit  $C_\eta$  der Einfluss einer Ausmitte und mit  $C_\beta$  die Streuung der Betondruckfestigkeit  $\beta_w$  berücksichtigt. Werden diese Einflussfaktoren als Formeln betrachtet, berechnet sich die Betonzugfestigkeit anhand der Gleichung (2.37).

$$\beta_z = C_\beta \cdot \beta_w^{0,66} \cdot (0,85 - 0,2 \cdot d) \cdot \frac{0,6 + C_d \cdot \eta}{1 + 6 \cdot \eta} \quad (2.37)$$

Ebenfalls großen Einfluss auf die Rissbreite hat der Verbund zwischen Beton und Stahl. Es wird die von *Noakowski 1985* aufgestellte Beziehung der Werkstoffkoeffizienten  $A$  und  $N$  benutzt.

$$\tau_v = \beta_w^{0,66} \cdot A \cdot \delta^N \quad (2.38)$$

Hierbei ist  $\delta$  die Verschiebung des unbelasteten Endes im Auszugversuch. Die Grundlage für die Entwicklung dieser Theorie bildet das mittlere Verbundgesetz mit den eingesetzten Parametern für die erste Verbundlage zu  $A = 0,95$  und  $N = 0,12$ .

$$\tau_v = \beta_w^{0,66} \cdot 0,95 \cdot \delta^{0,12} \quad (2.39)$$

Soll eine zweite Verbundlage berücksichtigt werden, sind die Parameter  $A = 0,80$  und  $N = 0,20$  zu verwenden.

$$\tau_v = \beta_w^{0,66} \cdot 0,8 \cdot \delta^{0,2} \quad (2.40)$$

Für die mittlere Verbundspannung  $\tau_m$  nutzt *Noakowski 1985* allgemein die folgende Schreibweise.

$$\tau_m = \left( \frac{(1-N)^{1+N}}{8^N \cdot (1+N)} \cdot \frac{A \cdot \beta_w^{0,66}}{E_s^N} \cdot d_s^N \cdot \sigma_s^{2N} \right)^{\frac{1}{1+N}} \quad (2.41)$$

Hierbei wird neben den Parametern  $A$  und  $N$  der E-Modul der Bewehrung  $E_s$ , die Stahlspannung im Riss  $\sigma_s$ , die Betondruckfestigkeit  $\beta_w$  sowie der Bewehrungsstabdurchmesser  $d_s$  verwendet. Werden die Werte für  $A = 0,95$  und  $N = 0,12$  eingesetzt, bestimmt sich die mittlere Verbundspannung  $\tau_m$  vereinfacht wie folgt:

$$\tau_m = 0,164 \cdot \left( \beta_w^{0,66} \cdot d_s^{0,12} \cdot \sigma_s^{0,24} \right)^{0,89} \quad (2.42)$$

Die mittlere Stahldehnung  $\varepsilon_m$  bestimmt sich über das sogenannte Mitwirkungsmaß  $\Delta\varepsilon$  mit dem Parameter  $N = 0,12$  des mittleren Verbundgesetzes.

$$\varepsilon_m = \varepsilon_s - \Delta\varepsilon \quad (2.43)$$

$$\varepsilon_m = 0,44 \cdot \varepsilon_s \quad (2.44)$$

Für den Erstrisszustand wird die Einzugslänge  $a_1$  aus dem Gleichgewicht am herausgelösten Stahl bestimmt.

$$\sigma_{s1} \cdot A_s = \frac{\tau_m \cdot U_s \cdot a_1}{2} \quad (2.45)$$

Hierbei wird mit  $\sigma_{s1}$  die Stahlspannung im Erstriss, mit  $A_s$  die Querschnittsfläche des Bewehrungsstabes sowie mit  $U_s$  dessen Umfang verwendet. Durch Einsetzen der mittleren Verbundspannung ergibt sich die Einzugslänge  $a_1$  wie folgt:

$$a_1 = 3,1 \cdot \left( \frac{\sigma_{s1}^{0,88}}{\beta_w^{0,66}} \cdot d_s \right)^{0,89} \quad (2.46)$$

Die Rissbreite im Erstrisszustand, welche *Noakowski 1985* als Rissbreite unter Zwangbeanspruchung versteht, wird wie folgt berechnet:

$$w_1 = a_1 \cdot \varepsilon_{m1} \quad (2.47)$$

Um die mittlere Stahldehnung im Erstrisszustand  $\varepsilon_{m1}$  zu bestimmen, wird für die Stahldehnung  $\varepsilon_s$  die Spannung im Erstriss  $\sigma_{s1}$  eingeführt und durch den E-Modul des Stahls dividiert.

$$\varepsilon_{m1} = \frac{0,44 \cdot \sigma_{s1}}{E_s} \quad (2.48)$$

Somit berechnet sich die Rissbreite  $w_1$  wie folgt:

$$w_1 = 3,1 \cdot \left( \frac{\sigma_{s1}^{0,88}}{\beta_w^{0,66}} \cdot d_s \right)^{0,89} \cdot \frac{0,44 \cdot \sigma_{s1}}{E_s} \quad (2.49)$$

Für das Endrissstadium liegen die Rissabstände zwischen einfacher und doppelter Einzugslänge des Erstrisszustandes. Daher wird der mittlere Rissabstand  $a$  über einen Rissentwicklungsfaktor  $C_e$  beschrieben. Dieser beschreibt den Übergang vom Erstriss (i. A. Zwang) zum Endrissstadium (i. A. Last). Weil der Riss-Entwicklungsfaktor  $C_e$  eine Streuung zwischen 0,5 und 1,0 aufweist, wird im Mittel  $C_e = 0,75$  verwendet.

$$a = C_e \cdot a_1 = 0,75 \cdot a_1 \quad (2.50)$$

Somit kann die Rissbreite  $w$  unter Lastbeanspruchung aus der mittleren Stahldehnung nach folgender Gleichung berechnet werden:

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma_s - 0,75 \cdot 0,56 \cdot \sigma_{s1}}{E_s} \quad (2.51)$$

$$w = 0,75 \cdot 3,1 \cdot \left( \frac{\sigma_{s1}^{0,88}}{\beta_w^{0,66}} \cdot d_s \right)^{0,89} \cdot \frac{\sigma_s - 0,75 \cdot 0,56 \cdot \sigma_{s1}}{E_s} \quad (2.52)$$

Für andere Verbundgesetze kann die Gleichung modifiziert werden. Die oben beschriebene Formel liefert mittlere Werte der Rissbreiten. Weil der 95%-Fraktilwert der Rissbreiten beschränkt werden soll, ermittelte *Noakowski 1985* über die Wahrscheinlichkeitsverteilung den Streuungsbeiwert  $\gamma_w$ . Dieser kann für beide Risszustände mit  $\gamma_w = 1,5$  angesetzt werden. Somit berechnet sich die charakteristische Rissbreite  $w_k$  nach *Noakowski 1985* zu:

$$w_k = w_m \cdot \gamma_w \quad (2.53)$$

### 2.3.2.2. Krips (1985)

Das Ziel der Arbeit „Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton“ von Krips 1985 war es, eine geschlossene Theorie aufzustellen, die es ermöglicht, Rissbreiten und Steifigkeiten unter gemeinsamen Gesichtspunkten zu untersuchen. Hierbei wurde versucht die Rissbreite anhand einer geschlossenen mathematischen Gleichung zu bestimmen. Die Basis der theoretischen Herleitung zur Rissbreitenberechnung bildet die Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes. Als Bedingungen wurden Kräftegleichgewicht, Kontinuität sowie ein Verbundgesetz zwischen Bewehrungsstahl und Beton angesetzt. Sobald die Betonzugfestigkeit überschritten wird und dadurch ein Riss entsteht, wird es zu Umverteilungen der inneren Kräfte vom Beton auf die Bewehrung kommen. Aus der Betrachtung dieser Kräfte leitet Krips 1985 ab, dass die Stahlspannungsänderung proportional zur Spannungsänderung des Betons sein muss. Er sieht die Verbundspannung als ein Maß für die Änderung der Stahlspannung an. Hierzu wurde folgende Gleichung aufgestellt:

$$\frac{\sigma_{s(x)}}{dx} = \frac{\tau_{(x)} \cdot 4}{d_s} \quad (2.54)$$

Aus der Kontinuität wurde festgelegt, dass eine Verträglichkeit zwischen der Änderung der Verschiebung (Schlupf) und der Differenz zwischen Stahl- und Betondehnung besteht. Die Verbundeigenschaften von Stahl und Beton wurden in Form eines „Materialgesetzes“ beschrieben, welches anhand von Ausziehversuchen an repräsentativen Probekörpern ermittelt wurde. Hierfür wurde das Verbundgesetz gemäß Noakowski 1985 wie folgt verwendet:

$$\tau_v = \beta_w \cdot A \cdot v^N \quad (2.55)$$

Die Parameter  $A$  und  $N$  werden als Verbundparameter bezeichnet und für gute Verbundbereiche zu  $A = 0,6$  und  $N = 0,22$  sowie für schlechte Verbundbereiche zu  $A = 0,28$  und  $N = 0,3$  bestimmt. Weiter wird die Betondruckfestigkeit  $\beta_w$  und die Verschiebung  $v$  zur Berechnung der Verbundspannung benötigt.

Die mit diesen drei Bedingungen aufgestellte Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes bildet die Grundlage für die Herleitung der Formel zur Berechnung der Rissbreite sowie der Einleitungslänge  $l_e$ . Für die Einleitungslänge im Erstrisszustand wird von Krips 1985 folgende Gleichung bestimmt:

$$l_e = \frac{2}{1-N} \cdot \left( \frac{\Delta\sigma_{SR}}{\varepsilon_{SR}^N} \cdot \frac{d_s}{8} \cdot \frac{1+N}{\beta_w \cdot A} \right)^{\frac{1}{1+N}} \quad (2.56)$$

Zur Berechnung der Einleitungslänge  $l_e$  wird zusätzlich die Spannungsänderung  $\Delta\sigma_{SR}$  im Bewehrungsstab beim Aufreißen des Betons, die Stahldehnung  $\varepsilon_{SR}$  sowie die Betondruckfestigkeit und der Durchmesser des Bewehrungsstabes  $d_s$  benötigt. Die Erstrissbreite  $w^I$  kann aus der Verschiebung mit der zweifachen Länge von  $l_e$  berechnet werden und stimmt mit der hergeleiteten Beziehung von Noakowski 1985 überein.

$$w_1 = 2 \cdot v_{(x=l_e)} \quad (2.57)$$

$$w_1 = 2 \cdot \left( \Delta \sigma_{SR} \cdot \varepsilon_{SR} \cdot \frac{d_s}{8} \cdot \frac{1+N}{\beta_w \cdot A} \right)^{\frac{1}{1+N}} \quad (2.58)$$

Zur Überprüfung dieser theoretischen Herleitung wurden an zentrisch bewehrten Prismen Dehnmessstreifen (DMS) appliziert. Die Versuchsergebnisse zeigten gute Übereinstimmungen zur Einleitungslänge und zum Spannungsverlauf.

Die Zweitrissbildung wird in *Krips 1985* als das Stadium definiert, in dem sich der Erst- und Zweitriss gegenseitig durch Überschneidungen der Einleitungsbereiche beeinflussen. In Abb. 12 ist die Zweitrissbildung durch Fall B gekennzeichnet.

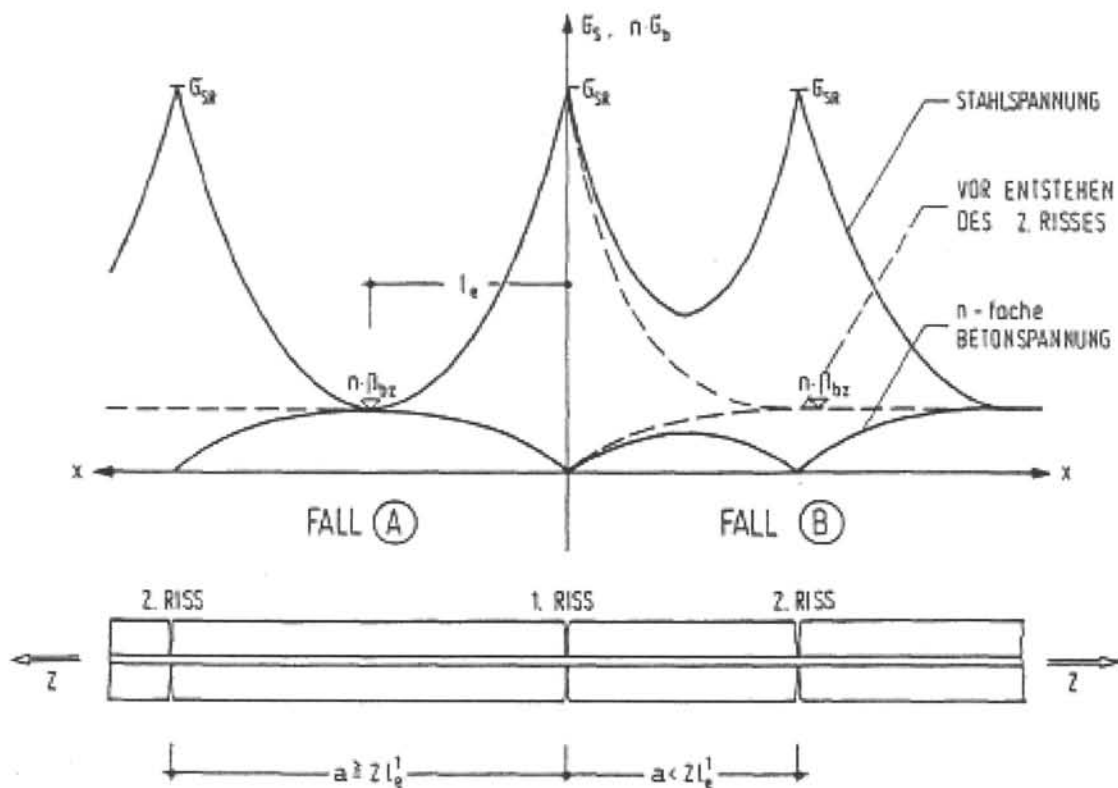


Abb. 12: Zweitrissbildung aus *Krips 1985*

Wird die Zweitrissbildung auf dem Lastniveau des Erstrisses betrachtet, ergibt sich für diesen Fall die Rissbreite  $w_2$  wie folgt zu:

$$w_2 = w_1 \cdot \frac{3+N}{4} \quad (2.59)$$

Für das Stadium der Zweitrissbildung hat sich gezeigt, dass mit kleiner werdendem Rissabstand die Rissbreiten eine Differenz von nur noch 5% zu den Versuchsergebnissen aufweisen. Für die Zusammenhänge der Verbundspannung sowie der Beton- und Stahlspannungen stellten sich noch geringere Differenzen ein. Beim abgeschlossenen Erstrissbild wird das Verhalten oberhalb der Risslast betrachtet. Dabei wurde vorausgesetzt, dass die gleichen Gesetzmäßigkeiten des Verbundes angenommen werden konnten. Für das abgeschlossene Erstrissbild wurde eine fiktive Einleitungslänge  $l_e''$  eingeführt.

$$l_e'' = \frac{2}{1-N} \cdot \left( \frac{\Delta\sigma_s''}{(\varepsilon_s'')^N} \cdot \frac{d_s}{8} \cdot \frac{1+N}{\beta_w \cdot A} \right)^{\frac{1}{1+N}} \quad (2.60)$$

Hierbei wird  $\Delta\sigma_s''$  wie folgt bestimmt:

$$\Delta\sigma_s'' = \sigma_s'' \cdot \frac{1}{1+\mu \cdot n} \quad (2.61)$$

Betrachtet man die Einleitungslänge bei Erstrissbildung  $l_e'$ , vergrößert sich diese um den Faktor  $\alpha$  zur fiktiven Einleitungslänge  $l_e''$  des abgeschlossenen Rissbildes.

$$l_e'' = l_e' \cdot \alpha \quad (2.62)$$

$$\alpha = \left( \frac{\sigma_s''}{\sigma_{SR}} \right)^{\frac{1-N}{1+N}} \quad (2.63)$$

Wird die Kraft in der Bewehrung linear gesteigert, so steigt die Rissbreite im Zustand II wie folgt an:

$$w'' = w_1 \cdot \left( \frac{\sigma_s''}{\sigma_{SR}} \right)^{\frac{2}{1+N}} \quad (2.64)$$

Über das abgeschlossene Erstrissbild hinaus, bei dem an keiner Stelle mehr starrer Verbund vorliegt und somit die Rissabstände zwischen einfacher bis zweifacher Einleitungslänge liegen, wurde die sukzessive Risssteilung untersucht. Hierbei können durch Laststeigerung und das damit verbundene Anwachsen der Verbundspannung örtlich die Zugfestigkeit des Betons überschritten werden und weitere Risse entstehen. Durch Aufstellung einer Verteilungsdichtefunktion wurde der mittlere Rissabstand wie folgt bestimmt:

$$a_m = 1,443 \cdot l_e' \quad (2.65)$$

Ausgeweitet auf beliebige Laststufen bis hin zum abgeschlossenen Rissbild, ergab sich der mittlere Rissabstand zu:

$$a_m = l_e'' \cdot \frac{\alpha^* - \beta^*}{\ln 2} \quad (2.66)$$

mit:

$$\alpha^* = \left( \frac{\sigma_s''}{\sigma_{SR}} \right)^{\frac{1-N}{1+N} \cdot \frac{2+N}{2}} \quad (2.67)$$

$$\beta^* = \left( \frac{\sigma_s''}{\sigma_{SR}} - 1 \right)^{\frac{1-N}{1+N} \cdot \frac{2+N}{2}} \quad (2.68)$$

Weil sich die aufgestellte Funktion der mittleren Rissbreite einer Geraden annähert, konnte die komplexe Formel wie folgt vereinfacht werden:

$$\bar{w}'' = w_r \cdot (1,6 \cdot \alpha - 0,7) \quad (2.69)$$

Die zu erwartende mittlere Rissbreite für ein beliebiges Lastniveau bis hin zum abgeschlossenen Rissbild kann nach *Krips 1985* wie folgt berechnet werden:

$$\bar{w}_m = 2 \cdot \left( \sigma_{SR} \cdot \Delta \sigma_{SR} \cdot \frac{d_s}{8} \cdot \frac{1}{E_s} \cdot \frac{1+N}{\beta_w \cdot A} \right)^{\frac{1}{1+N}} \cdot \left( 1,6 \left( \frac{\sigma_s''}{\sigma_{SR}} \right)^{\frac{1-N}{1+N}} - 0,7 \right) \quad (2.70)$$

### 2.3.2.3. König, Fehling (1988)

In der Theorie von *König und Fehling 1988* wurden der Zustand der Erstrissbildung, das abgeschlossene Rissbild sowie die sukzessive Rissbildung betrachtet. Auf die Untersuchung der Zweitrissbildung wurde verzichtet. Zur Aufstellung der Berechnungsgleichungen verwendeten sie vereinfachte, linearisierte Verbundgesetze. Zum Ansatz der Rissbreite des Einzerrisses wurde für den Schlupf festgelegt, dass dieser am Rissufer maximal sowie am Ende der Einleitungslänge  $l_e$  Null ist, sodass auch die Verbundspannung entsprechend maximal bzw. Null sein soll. Zwischen diesen Stellen wurde der Verbundspannungsverlauf näherungsweise linear angenommen. Daraus ergab sich für den Zusammenhang der ins Bauteil eingeleiteten Verbundkraft  $T_U$  und der Einleitungslänge  $l_e$  folgende Gleichung:

$$T_U = l_e \cdot U_s \cdot \left( \tau_0 + \max v \cdot \frac{\tau'}{2} \right) = l_e \cdot U_s \cdot \tau_m \quad (2.71)$$

Hierbei wird ebenso der Umfang des Bewehrungsstahls  $U_s$  als auch die mittlere Verbundspannung  $\tau_m$  benötigt. Die Verbundkraft  $T_U$  wird nach *König und Fehling 1988* über das Gleichgewicht zwischen der Stahldehnung im Riss  $\varepsilon_s''$  und am Ende der Einleitungslänge  $\varepsilon_s'$  berechnet.

$$T_U = E_s \cdot A_s \cdot (\varepsilon_s'' - \varepsilon_{se}) = E_s \cdot A_s \cdot (\varepsilon_s'' - \varepsilon_s') \quad (2.72)$$

Die mittlere Stahldehnung  $\varepsilon_{sm}$  und die mittlere Betondehnung kann mit Hilfe des Völligkeitsbeiwertes  $\alpha = 0,6$  bestimmt werden (siehe 3.2.2). Der Schlupf  $v$  wird allgemein wie folgt berechnet:

$$\max v = l_e \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{bm}) = 0,4 \cdot l_e \cdot \varepsilon_s'' \quad (2.73)$$

Die Rissbreite kann berechnet werden zu:

$$w_r = 2 \cdot \left( -\frac{\tau_0}{\tau'} + \sqrt{\left( \frac{\tau_0}{\tau'} \right)^2 + \frac{(\sigma_s'' - \sigma_{se}) \cdot \sigma_s'' \cdot d_s}{E_s \cdot 5 \cdot \tau'}} \right) \quad (2.74)$$

Die Lasteinleitungslänge  $l_e$  ist ebenfalls über diese Beziehung zu bestimmen. Setzt man ein starr-plastisches Verbundgesetz als Grundlage an ( $\tau' = 0$ ), ist der Völligkeitsbeiwert  $\alpha = 0,5$  (siehe 3.2.1). Die Rissbreite kann wie folgt berechnet werden:

$$w_r = \frac{d_s \cdot (\sigma_s'')^2}{4 \cdot \tau_0 \cdot E_s} \cdot \frac{1}{(1 + \eta \cdot \mu)} \quad (2.75)$$

Hierbei ist  $\eta$  der Quotient aus den E-Moduli des Bewehrungsstahls und des Betons sowie  $\mu$  der Bewehrungsgehalt. In der Theorie von *König und Fehling 1988* finden sich bereits Überlegungen zur Berücksichtigung des geschwächten Verbundes in Rissnähe. Es wird vorgeschlagen, die Ersatzlänge  $s_0$ , welche als verbundfrei angesehen wird, unabhängig vom Bewehrungsstabdurchmesser mit 15mm anzunehmen. Alternativ könnte nach Meinung der Autoren auch die mittlere Stahldehnung mit einem erhöhten Wert angesetzt werden. Die Rissbreite für das abgeschlossene Erstrissbild kann für jeden beliebigen Rissabstand  $s_r < \max s_r$  wie folgt berechnet werden:

$$w_r = \frac{\varepsilon_s'' \cdot s_r - \beta \cdot s_r^2 \cdot \tau_0}{1 + \beta \cdot s_r^2 \cdot \tau' / 4} \quad (2.76)$$

$$\beta = 0,6 \cdot \left( \frac{1}{E_s \cdot A_s} + \frac{1}{E_b \cdot A_b} \right) \cdot \frac{U_s}{2} \quad (2.77)$$

Für die Berechnung der mittleren Rissbreite übernehmen *König und Fehling 1988* den Ansatz der hyperbolischen Verteilungsdichtefunktion aus *Krips 1985*. Hierdurch kommen sie zu der Aussage, dass die Rissbreiten nahezu proportional zu den Rissabständen sind. Weiter wird das Verhältnis von mittlerer Rissbreite  $w_{rm}$  zu der Rissbreite bei maximalem Rissabstand  $w_{r(\max s_r)}$  mit 1/1,4 angenommen. Für die sukzessive Rissbildung muss die Verbundkraft örtlich hohe Spannungen erzeugen, die neue Risse bilden. Daher wird, die Verbundkraft aus der Betonfläche  $A_b$  und der Betonzugfestigkeit  $\beta_{bz}$  berechnet:

$$T_U = A_b \cdot \beta_{bz} \quad (2.78)$$

Der maximale Rissabstand  $\max s_r$  wird bestimmt zu:

$$\max s_r = \frac{2 \cdot \left( \frac{A_b}{A_s} \right) \cdot \beta_{bz} \cdot d_s / 2}{\tau_0 + \tau' \cdot \max w_r / 4} \quad (2.79)$$

Die Rissbreite  $\max w_r$ , welche zu  $\max s_r$  gehört, kann nach folgender Formel berechnet werden:

$$\max w_r = 2 \cdot \left( -\frac{\tau_0}{\tau'} + \sqrt{\left( \frac{\tau_0}{\tau'} \right)^2 + \frac{(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{bm}) \cdot \beta_{bz} \cdot d_s}{2 \cdot \mu \cdot \tau'}} \right) \quad (2.80)$$

Für ein starr-plastisches Verbundgesetz ändert sich die Gleichung zu:

$$\max w_r = \frac{(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{bm}) \cdot \beta_{bz} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_0 \cdot \mu} \quad (2.81)$$

Die für den Zustand der sukzessiven Rissbildung verwendeten mittleren Stahl- und Betondehnungen können wie folgt berechnet werden:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s'' - \frac{0,6 \cdot \beta_{bz}}{\mu \cdot E_s} \quad (2.82)$$



$$\varepsilon_{bm} = \frac{0,6 \cdot \beta_{bz}}{E_b} \quad (2.83)$$

Es wird deutlich, dass sich die Formeln zur Berechnung der maximalen Rissbreite des Einzelrisses und die der sukzessiven Rissbildung nur dadurch unterscheiden, dass die Betonspannung im Zustand I durch die Betonzugfestigkeit ersetzt wird. Abgeleitet aus der Verteilungsdichtefunktion nach *Krips 1985* können die mittlere Rissbreite und der mittlere Rissabstand über die Maximalwerte nach *König und Fehling 1988* berechnet werden.

$$\frac{\max w_r}{w_m} = \frac{\max s_r}{s_m} = 1,7 \quad (2.84)$$

#### 2.3.2.4. König, Tue (1996)

In *DAfStb Heft 466* werden mehrere Fragestellungen auf dem Gebiet des Stahl- und Spannbetons bezüglich des Rissgeschehens betrachtet. Neben dem Vergleich und der Bewertung bestehender Regelwerke (*DIN 1045 1988* und *CEB-FIB Model Code 1990*) werden die Rissbreiten sowohl unter Kurzzeitbelastung als auch unter langandauernder und wiederholter Belastung betrachtet. Für die Einzelrissbreite infolge Kurzzeitbelastung wird die Einleitungslänge  $l_{es}$  unter der Bedingung, dass am Ende dieser Länge die Stahl- und Betondehnung gleich sind, wie folgt berechnet:

$$l_{es} = \frac{\sigma_s \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm}} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_e \cdot \mu} \quad (2.85)$$

Dabei wird die Stahlspannung im Riss  $\sigma_s$ , der Stabdurchmesser  $d_s$ , die mittlere Verbundspannung  $\tau_{sm}$ , der Quotient aus den E-Moduli des Bewehrungsstahls und des Betons  $\alpha_e$  sowie der Bewehrungsgehalt  $\mu$  verwendet. Die Rissbreite im Erstrisszustand wird nach folgender Formel bestimmt:

$$w = 2 \cdot l_{es} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{bm}) = (1 - \alpha_s) \frac{\sigma_s^2 \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot E_s} \cdot \frac{1}{1 + \alpha_e \cdot \mu} \quad (2.86)$$

Durch den Völligkeitsbeiwert  $\alpha_s$  wird die mittlere Stahlspannung berücksichtigt. Die Auswertung in *DAfStb Heft 466* ergab für den Einzelriss einen Wert von  $\alpha_s = 0,65$  und für das abgeschlossene Rissbild einen Wert von  $\alpha_s = 0,57$ . Der Einfluss des Schwindens wird über die Vordehnung mit Hilfe der effektiven Schwindverkürzung  $\varepsilon_{bs,eff}$  ausgedrückt und kann in die Formel zur Rissbreitenberechnung einbezogen werden.

$$\varepsilon_{bs,eff} = \frac{\varepsilon_{bs}}{1 + \alpha_e \cdot \mu \cdot (1 + \rho \cdot \varphi)} \quad (2.87)$$

Es werden das Schwindmaß zum Zeitpunkt der Rissbildung  $\varepsilon_{bs}$ , der Relaxationsbeiwert  $\rho$  mit 0,8 sowie das Kriechmaß  $\varphi$  zum Zeitpunkt der Rissbildung angesetzt. Hiermit kann die Rissbreite wie folgt berechnet werden:

$$w = (1 - \alpha_s) \frac{\sigma_s \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm}} \cdot \left( \frac{\sigma_s}{E_s} - \varepsilon_{bs,eff} \right) \cdot \frac{1}{1 + \alpha_e \cdot \mu} \quad (2.88)$$

Für das abgeschlossene Rissbild wurde die Einleitungslänge  $l_{es}$  aus der Überlegung bestimmt, dass die Risskraft lediglich genau so groß sein muss, dass der Betonquerschnitt nach dem Erstriss erneut reißt. Hierzu wurde die Modellvorstellung einer Wirkungszone der Bewehrung betrachtet. Die Einleitungslänge  $l_{es}$  wird über diesen Wirkungsbereich mit dem effektiven Bewehrungsgrad  $\mu_{eff}$  bestimmt.

$$l_{es} = \frac{\beta_{bzm} \cdot d_s}{\tau_{sm} \cdot \mu_{eff}} \quad (2.89)$$

Der Rissabstand des abgeschlossenen Rissbildes liegt im Bereich der 1- bis 2-fachen Einleitungslänge. Dadurch ergeben sich folgende Beziehungen für die untere und obere Grenze der Rissbreite:

$$w_{min} = l_{es} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{bm}) \quad (2.90)$$

$$w_{max} = 2 \cdot l_{es} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{bm}) \quad (2.91)$$

Somit kann die maximale Rissbreite mit dem Völligkeitsbeiwert  $\alpha_s = 0,57$  für das abgeschlossene Rissbild wie folgt berechnet werden:

$$w_{max} = \frac{\beta_{bzm} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot E_s \cdot \mu_{eff}} \cdot \left( \sigma_s - \frac{\alpha_s \cdot \beta_{bzm}}{\mu_{eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \mu_{eff}) \right) \quad (2.92)$$

Wird hierbei das Schwinden des Betons berücksichtigt, berechnet sich die maximale Rissbreite zu:

$$w_{max} = \frac{\beta_{bzm} \cdot d_s}{2 \cdot \tau_{sm} \cdot \mu_{eff}} \cdot \left( \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{\alpha_s \cdot \beta_{bzm}}{E_s \cdot \mu_{eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \mu_{eff}) - \varepsilon_{bs,eff} \right) \quad (2.93)$$

Um die Ergebnisse des Berechnungsmodells zu verbessern, wurden in *DAfStb Heft 466* die Eingangsparameter sowie die Beanspruchungsart (Dauerlasten und wiederholte Lasten) näher betrachtet.

## 2.4. Eurocode 2 für Deutschland

Den aktuellen Stand der Technik bildet die *DIN EN 1992-1-1 2011* mit den dazugehörigen nationalen Anhängen. Für Deutschland sind gesonderte Regelungen zur Rissbreitenberechnung im nationalen Anhang *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* aufgeführt, sodass die Rissbreitenberechnung unter Berücksichtigung dieser landesspezifischen Abweichungen durchgeführt werden. Für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit werden maximale Rissbreiten in Abhängigkeit der Expositionsklasse angegeben. Diese befinden sich in einem Bereich von 0,2mm – 0,4mm. Weiter sind Formeln für die Berechnung der erforderlichen Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite enthalten. Es besteht ebenfalls die Möglichkeit, Rissbreiten ohne direkte Berechnung zu begrenzen. Dies erfolgt, jeweils in Abhängigkeit der Stahlspannung, über die Berechnung eines Grenzdurchmessers oder durch Mindeststababstände, was im *Abschnitt 7.3.3* der *DIN EN 1992-1-1 2011* gezeigt wird. Die Rissbreiten können jedoch gemäß *Abschnitt 7.3.4* der *DIN EN 1992-1-1 2011* auch berechnet werden. Durch Einbeziehung des nationalen Anhangs für Deutschland *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* ergeben sich identische Formeln zur Berechnung der charakteristischen Rissbreiten,

wie sie bereits in *DIN 1045-1 2008* aufgeführt wurden. Bei der Kombination aus Zwang- und Lastbeanspruchung dürfen Rissbreiten ebenfalls mit den angegebenen Formeln berechnet werden, jedoch ist in diesem Fall die Dehnung aus Lastbeanspruchung noch um den Wert des Zwangs zu vergrößern. Risse infolge Schwinden oder anderen chemischen Reaktionen sind dort nicht geregelt, diese sind in den angegebenen Konstruktionsregeln enthalten. Die Begrenzung von Schubrisen erfolgt gemäß *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* über die angegebenen Konstruktions- und Bewehrungsregeln. Der Entwurf der *DIN EN 1992-1-1/A1 2013* sieht für die Berechnung der Rissbreiten keine Änderungen vor.

#### 2.4.1. Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite

Im *Abschnitt 7.3 „Begrenzung der Rissbreiten“* werden in *DIN EN 1992-1-1 2011* die Regelungen zur Rissbreitenbeschränkung aufgeführt. Zunächst werden in *Tabelle 7.1DE* Grenzwerte  $w_{max}$  für die rechnerische Rissbreite  $w_k$  festgelegt. Der Grenzwert  $w_{max}$  stellt hierbei lediglich einen Vergleichswert zur rechnerischen Rissbreite dar. Er darf nicht als maximale Rissbreite der am Bauwerk auftretenden Risse interpretiert werden.

Weiter wird im *Abschnitt 7.3.2* der *DIN EN 1992-1-1 2011* eine Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite vorgeschlagen. Diese wird aus dem Gleichgewicht in der Betonzugzone unmittelbar vor der Rissbildung bestimmt.

$$A_{s,min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (2.94)$$

Hierbei ist  $A_{s,min}$  die Mindestquerschnittsfläche der Bewehrung innerhalb der Zugzone und  $\sigma_s$  die maximal zulässige Spannung in der Bewehrung. Der Faktor  $k_c$  berücksichtigt den Einfluss der Spannungsverteilung innerhalb des Querschnittes vor der Rissbildung sowie der Änderung des inneren Hebelarmes nach der Rissbildung. Für reinen Zug beträgt der Faktor  $k_c = 1,0$  und für reine Biegung ist  $k_c = 0,4$ . Für Biegung mit Normalkraft und für Gurte von Hohlkästen- oder T-Querschnitten werden weitere Gleichungen zur Verfügung gestellt. Hierbei werden unter anderem die Betonzugspannung in Höhe der Schwerlinie des Querschnittes und die Normalkraft als Druck- oder Zugkraft berücksichtigt. Mit dem Beiwert  $k$  sollen weitere risskraftreduzierende Einflüsse, wie die nichtlinear verteilten Betonzugspannungen, berücksichtigt werden. Für Zugspannungen infolge innerem Zwang (z. B. Abfließen der Hydratationswärme) werden Werte zwischen 0,5 und 0,8 für Querschnittshöhen von 300mm bis 800mm angegeben. Werden jedoch Zugspannungen infolge äußerem Zwang eingetragen, so ist der Beiwert  $k$  mit 1,0 anzusetzen. Da der Beiwert  $k$  die Vorschädigung aus Eigenspannungen berücksichtigt, stellt der Ansatz von  $k = 1,0$  bei äußerem Zwang einen auf der sicheren Seite liegenden Wert dar. Er unterstellt, dass bei äußerem Zwang keine Eigenspannungen im Querschnitt vorhanden sind. Die Beiwerte  $k_c$  und  $k$  werden im *Abschnitt 3.2.3* näher betrachtet. Die Betonzugfestigkeit  $f_{ct,eff}$  soll hier als effektive Zugfestigkeit angesehen werden, welche zum erwarteten Zeitpunkt der Rissbildung vorherrscht. Diese darf gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* für eine frühe Rissbildung innerhalb der ersten 3 bis 5 Tage mit der Hälfte der mittleren 28 Tage Zugfestigkeit ( $0,5 \cdot f_{ctm}$ ) angesetzt werden. Aktuelle Forschungsergebnisse zeigen, dass diese pauschale Annahme der Betonzugfestigkeit nicht mehr gültig ist. So werden im *DBV Rundschreiben 242* Werte zwischen  $0,65 \cdot f_{ctm}$  und  $0,85 \cdot f_{ctm}$  für die Betonzugfestigkeit bei

frühem Zwang angegeben. Ist nicht sichergestellt, dass Risse innerhalb der ersten 28 Tage auftreten, soll als Mindestbetonzugfestigkeit  $f_{ct,eff} = 3\text{N/mm}^2$  eingesetzt werden.  $A_{ct}$  ist die Fläche der Betonzugzone. Sie wird unter der zur Erstrissbildung führenden Einwirkungskombination im ungerissenen Zustand berechnet (vgl. *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013*).

### 2.4.2. Wirkungszone der Bewehrung

Bei dicken Bauteilen darf die Mindestbewehrung  $A_{s,min}$  lediglich für die effektive Randzone  $A_{c,eff}$  ermittelt werden. Die effektive Randzone (auch Wirkungsbereich der Bewehrung genannt) wird mit Hilfe der Höhe  $h_{c,ef}$  bestimmt. Diese ist abhängig von der Bauteilgeometrie sowie der Schwerachse der Bewehrung. Hierzu wird auf die *Bilder 7.1DE a) bis d)* in *DIN EN 1992-1-1 2011* verwiesen.

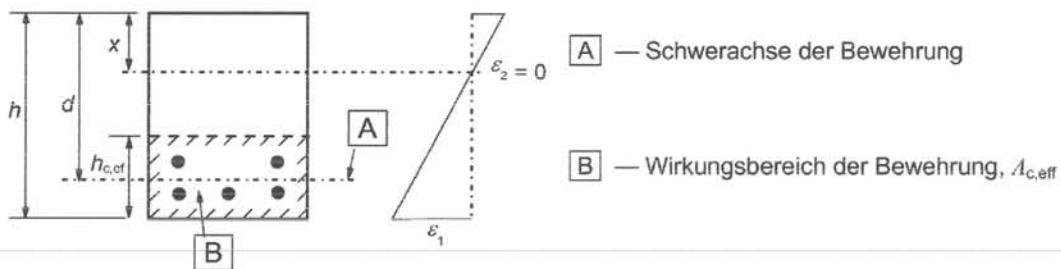


Abb. 13: Wirkungsbereich der Bewehrung bei Trägern aus *DIN EN 1992-1-1 2011 Bild 7.1DE a)*

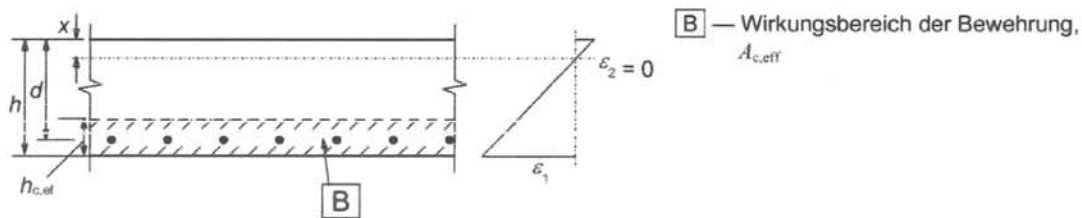


Abb. 14: Wirkungsbereich der Bewehrung bei Platten/Decken aus *DIN EN 1992-1-1 2011 Bild 7.1DE b)*

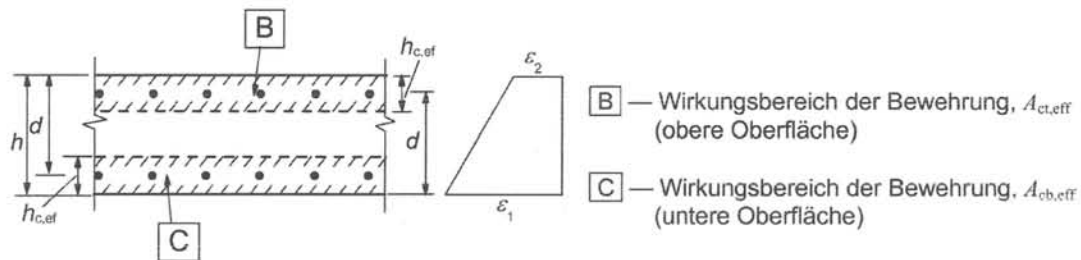


Abb. 15: Wirkungsbereich der Bewehrung bei Bauteilen unter Zugbeanspruchung aus *DIN EN 1992-1-1 2011 Bild 7.1DE c)*

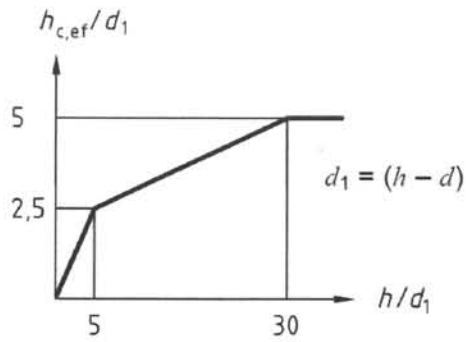


Abb. 16: Vergrößerung der Höhe  $h_{c,eff}$  des Wirkungsbereiches der Bewehrung bei zunehmender Bauteildicke (zentrischer Zug) aus *DIN EN 1992-1-1/NA 2013 Bild NA7.1 d*)

### 2.4.3. Begrenzung der Rissbreite ohne direkte Berechnung

Im *Abschnitt 7.3.3* von *DIN EN 1992-1-1 2011* wird die Begrenzung der Rissbreite ohne direkte Berechnung dargestellt. Diese wurde für die Vereinfachung der Rissbreitenbegrenzung vorgenommen und spiegelt die direkte Berechnung der Rissbreite des *Abschnittes 7.3.4* in tabellarischer Form wider. In *Tabelle 7.2DE – Grenzdurchmesser bei Betonstählen  $\phi_s^*$*  aus *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* sind unter den Annahmen der Einzelrissbildung im niedrigen Bauteil (Wirkungszone der Bewehrung nicht maßgebend) mit einer Betonzugfestigkeit von  $f_{ct,eff} = 2,9\text{N/mm}^2$  und einem E-Modul der Bewehrung  $E_s = 200.000\text{N/mm}^2$  bei langzeitiger Beanspruchung Stabdurchmesser für verschiedene Stahlspannungs-Rissbreitenkombinationen angegeben.

Diese Grenzdurchmesser müssen für andere Randbedingungen als oben dargestellt (abgeschlossenes Rissbild, hohes Bauteil, Betonzugfestigkeit, Kurzzeitbeanspruchung) angepasst werden. Der gewählte Bewehrungsdurchmesser muss kleiner als der modifizierte Grenzdurchmesser  $\phi_s$  sein. Für Biegezwangbeanspruchung ist der Grenzdurchmesser wie folgt zu modifizieren:

$$\phi_s = \phi_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h_{cr}}{4(h-d)} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \geq \phi_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \quad (2.95)$$

Hierbei ist  $h_{cr}$  die Höhe der Zugzone vor der Rissbildung,  $h$  die Gesamthöhe des Querschnitts und  $d$  die statische Nutzhöhe bis zum Schwerpunkt der außenliegenden Bewehrung. Bei zentrischem Zugzwang ist der Grenzdurchmesser nach folgender Gleichung zu modifizieren:

$$\phi_s = \phi_s^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot h_{cr}}{8(h-d)} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \geq \phi_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \quad (2.96)$$

Unter Lastbeanspruchungen ist  $\phi_s$  wie folgt zu berechnen:

$$\phi_s = \phi_s^* \cdot \frac{\sigma_s \cdot A_s}{4(h-d) \cdot b \cdot 2,9} \geq \phi_s^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2,9} \quad (2.97)$$

Weiter werden in *DIN EN 1992-1-1 2011* in *Tabelle 7.3N – Höchstwerte der Stababstände zur Begrenzung der Rissbreiten* angegeben. Die Tabelle wurde mit der Annahme aufgestellt, dass die Wirkungszone der Bewehrung auf  $2,5 \cdot (h-d)$  beschränkt

ist. Eine Modifikation des Stababstandes wird nach *DIN EN 1992-1-1 2011* nicht gefordert.

#### 2.4.4. Direkte Berechnung der Rissbreite

Im Abschnitt 7.3.4 Berechnung der Rissbreite der *DIN EN 1992-1-1 2011*, werden Gleichungen angegeben, mit deren Hilfe Rissbreiten direkt berechnet werden können. Hier wird die charakteristische Rissbreite  $w_k$  als Produkt der Differenz zwischen der mittleren Stahl- und Betondehnung ( $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ ) sowie des maximalen Rissabstandes  $s_{r,max}$  berechnet.

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.98)$$

Die Größe der Dehnungsdifferenz soll wie folgt bestimmt werden:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (2.99)$$

Hierbei ist  $\sigma_s$  die Spannung in der rissbreitenbeschränkenden Bewehrung unter der Annahme des gerissenen Querschnitts.  $\alpha_e$  ist das Verhältnis zwischen dem Elastizitätsmodul der Bewehrung  $E_s$  und des Betons  $E_c$ .  $\rho_{p,eff}$  stellt den effektiven Bewehrungsgrad dar und  $k_t$  ist ein Faktor, dessen Größe von der Dauer der Lasteinwirkung abhängt. Für langfristige Lasteinwirkungen wird  $k_t$  mit 0,4 und für kurzzeitige Lasteinwirkungen mit 0,6 angegeben (vgl. *DIN EN 1992-1-1 2011*). Der maximale Rissabstand  $s_{r,max}$  darf bei Stäben in der Zugzone, die einen geringen Abstand untereinander aufweisen, wie folgt bestimmt werden:

$$s_{r,max} = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{p,eff}} \leq \frac{\sigma_s \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \quad (2.100)$$

Ein geringer Abstand wird wie folgt definiert.

$$a \leq 5 \cdot \left( c + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.101)$$

Weisen die Bewehrungsstäbe in der Zugzone einen größeren Abstand untereinander auf, so ist dem maximalen Rissabstand die 1,3-fache Zugzonenhöhe einzusetzen.

$$s_{r,max} = 1,3(h - x) \quad (2.102)$$

Werden verschiedene Stabdurchmesser in der Zugzone verwendet, so ist ein Ersatzdurchmesser  $\phi_{eq}$  zu bestimmen, der als Eingangswert in den oben dargestellten Gleichungen verwendet wird.

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \cdot \phi_1^2 + n_2 \cdot \phi_2^2}{n_1 \cdot \phi_1 + n_2 \cdot \phi_2} \quad (2.103)$$

## 2.5. Sonderregeln bei großen Stabdurchmessern

In *DIN 1045-1 2001* wurden Stäbe mit einem Durchmesser von bis zu 40mm aufgenommen. Die Bemessungs- und Konstruktionsregeln dieser großen Bewehrungsstäbe waren zuerst in den bauaufsichtlichen Zulassungen (z.B.: Z-1.1-78 1998) festgelegt worden. Mit der Überarbeitung von *DIN 488-1 2009* und *DIN 488-2 2009* für Betonstähle und die hiermit verbundene Aufnahme der Stabdurchmesser 32mm bis 40mm wurden die Bemessungs- und Konstruktionsregeln, falls abweichend, in die *DIN EN 1992-1-1 2011 Abschnitt 8.8 „Zusätzliche Regeln bei großen Stabdurchmessern“* aufgenommen. Die Zusatzregeln nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013*, welche sich auf die Rissbreitenbegrenzung auswirken, sind nachfolgend beschrieben.

Aufgrund fehlender Erfahrungen wurde der Einsatzbereich auf die Betonfestigkeitsklassen C20/25 bis C80/95 begrenzt. Bei Verwendung großer Stabdurchmesser darf die Rissbreite sowohl durch Berechnung als auch durch Verwendung einer Oberflächenbewehrung begrenzt werden. Eine Oberflächenbewehrung ist ab einem Stabdurchmesser  $\phi > 32\text{mm}$  und bei Stabbündeln ab einem Vergleichsdurchmesser  $\phi_{eq} > 32\text{mm}$  erforderlich. Die Oberflächenbewehrung darf nicht kleiner als  $0,02 \cdot A_{ct,ext}$  parallel und orthogonal zur Zugbewehrung sein. Der Stabdurchmesser der Oberflächenbewehrung ist auf  $\phi \leq 10\text{mm}$  begrenzt und muss als erste Bewehrungslage angeordnet werden. Sowohl Längs- als auch Querstäbe dürfen für die statisch erforderliche Biege- oder Querkraftbewehrung angesetzt werden. Weil die Wirkungszone großer Stabdurchmesser auf einen nahe der Bewehrung liegenden Bereich begrenzt ist, muss die Oberflächenbewehrung mindestens 600mm weitergeführt werden. Falls außerhalb dieses Bereiches Zugspannungen vorhanden sind, muss die gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* erforderliche rissbreitenbegrenzende Bewehrung eingelegt werden. Das Minimum des Oberflächenbewehrungsbereiches wird mit 300mm oberhalb des letzten großen Bewehrungsstabes in Druckrandrichtung angegeben. Dies wird in *Fingerloos et al 2010* mit einer ausreichenden Umfassung der Bewehrung begründet.

Zur Sicherstellung des Verbundes muss eine zusätzliche Bügelbewehrung angeordnet werden, deren Querschnittsfläche 10% der eingefassten Querschnittsfläche großer Stabdurchmesser entspricht. Die Querstäbe der Oberflächenbewehrung dürfen als Verbundsicherungsbewehrung herangezogen werden. Sollen zwei große Bewehrungsstäbe  $\phi 40$  von Bügel umfasst werden, muss die Querschnittsfläche der Bügel  $2,5\text{cm}^2/\text{m}$  entsprechen.

$$A_{sw} = 10\% \cdot 2 \cdot A_{s, \phi 40} = 0,1 \cdot 2 \cdot 12,56\text{cm}^2 = 2,5\text{cm}^2/\text{m} \quad (2.104)$$

Somit können zwei große Bewehrungsstäbe  $\phi 40\text{mm}$  durch Querstäbe  $\phi 6-200\text{mm}$  (zweischnittig,  $2,8\text{cm}^2/\text{m}$ ) umfasst werden.

Die Berechnung der Verbundfestigkeit wird im *Abschnitt 8.4.2* der *DIN EN 1992-1-1 2011* beschrieben. Demnach wird die Verbundfestigkeit zur Verankerung von Längsbewehrung mit den Faktor  $\eta_2$  bei großen Bewehrungsstäben  $\phi > 32\text{mm}$  herabgesetzt. Dieses Vorgehen wird damit begründet, dass der Widerstand gegen

Spalten des Betons mit zunehmendem Bewehrungsdurchmesser abnimmt (vgl. *Fingerloos et al 2010*).

$$\eta_2 = \frac{(132 - \phi)}{100} \quad (2.105)$$

Diese Änderung bei der Berechnung des Bemessungswertes der Verbundfestigkeit hat keine Auswirkungen auf die Rissbreitenberechnung.

## 2.6. Rissgeometrie

In Abschnitt 2.1 wurde gezeigt, dass die Rissbreite nicht nur abhängig von den Faktoren wie der Beanspruchungshöhe, der Betonzugfestigkeit und den E-Moduli sondern auch von der Betondeckung beeinflusst wird. Jedoch wurde bislang dieser Zusammenhang in den deutschen Regelwerken nicht berücksichtigt. Die heutigen Bemessungsgleichungen zur Rissbreitenberechnung sind auf einen Dehnungszustand in der Bewehrungsachse aufgebaut und wurden an Versuchen mit einer Betondeckung von 25mm kalibriert *CEB-FIB Model Code 2010*. In Abb. 2 ist der Verlauf der Rissbreite (Rissgeometrie) dargestellt. Gut zu erkennen ist, dass die Rissbreite keinen über die Betondeckung konstanten Wert annimmt. Vielmehr variiert die Rissbreite über die Höhe der Betondeckung und erreicht an der Betonoberflächen den Maximalwert. Mit Hilfe dieses Maximalwertes an der Bauteiloberfläche wurden zumindest die Bemessungsgleichungen zur Rissbreitenberechnung kalibriert. Bereits in den 60er Jahren wurden von *Husain und Ferguson 1968* Versuche durchgeführt, die die Auswirkungen der Betondeckung und der Stahlspannung auf die Rissbreite am Bewehrungsstahl untersuchten. In den Versuchen wurden Risse unter Beanspruchung mit Epoxidharz vergossen und nach Aushärtung aufgeschnitten. Das Verhältnis der Rissbreite am Bewehrungsstab zur Rissbreite an der Bauteiloberfläche betrug zwischen 0,1 und 0,31. Eine wiederholte Beanspruchung von 20 Lastwechseln zeigte keinen nennenswerten Einfluss auf die Rissbreiten. Die Rissgeometrie wurde in diesen Versuchen als trapezförmig beschrieben.



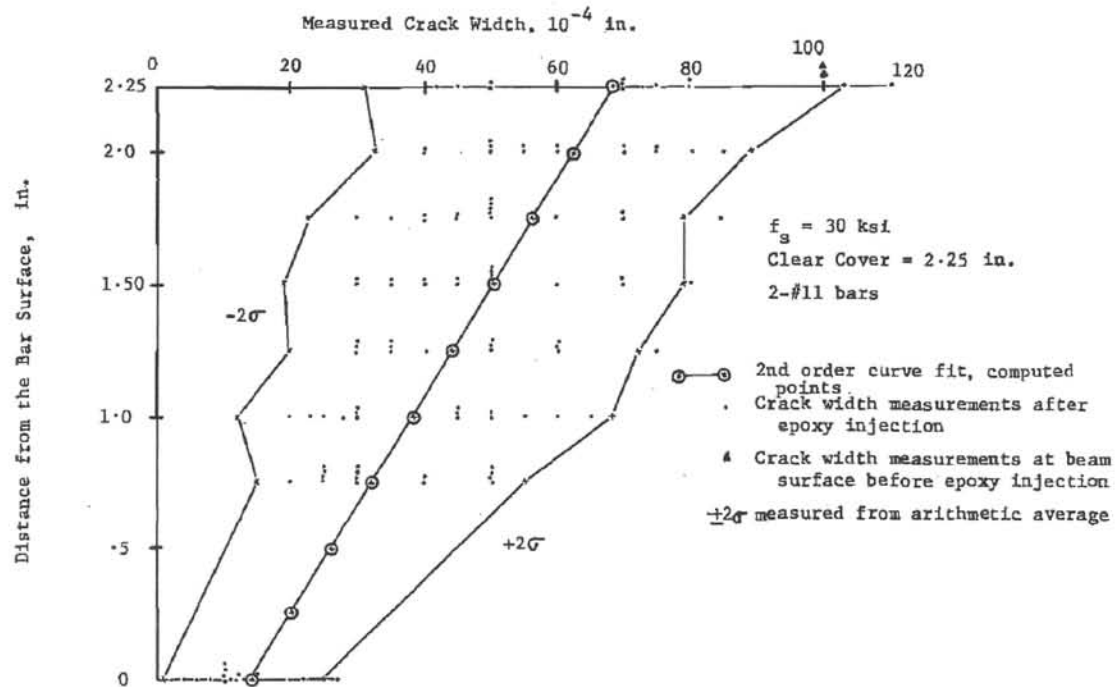


Abb. 17: Rissform aus Husain und Ferguson 1968

In den Versuchen von Goto 1971 wurde mit Hilfe von einbetonierten Schläuchen, Tinte in die Risse eingeleitet, sodass nach dem Längsspalten der Versuchskörper die Risse deutlich erkennbar waren. Ebenfalls von Goto 1971 wurde eine unterschiedliche Rissbreite in Abhängigkeit der Betondeckung beobachtet. Er beschreibt, dass die Risskanten der Primärrisse nicht parallel verlaufen, da die Rissbreite an der Betonaußenseite im Vergleich zur Rissbreite an der Stahloberfläche deutlich größer ist. Ebenfalls Beeby 1978 kommt zu dem Schluss, dass die Rissbreiten an der Betonoberfläche stark von den Rissbreiten an der Stahlbetonbewehrung abweichen. Im DAfStb Heft 455 beschreibt C. Edvardsen die „lokale Rißeinschnürung“, welche durch eine risskreuzende Bewehrung verursacht wird. Diese Beobachtung beruhte auf Versuchen von Yannopoulos 1989. Die Versuchsergebnisse von Husain und Ferguson 1968 wurden im DBV Merkblatt Rissbildung 1996 dargestellt. Seit vielen Jahren ist bekannt dass die Rissbreite, in Abhängigkeit des Abstandes zum Bewehrungsstahl variiert. Bei den genannten Untersuchungen ist zu beachten, dass die Versuche mit den damals üblichen Bewehrungsstäben durchgeführt wurden. Ein Übertrag auf die heute in Europa verwendeten Bewehrungsstäbe mit teilweise stark veränderter Oberflächengestaltung ist schwierig. In Eckfeldt 2005 wird dennoch der Versuch unternommen, eine Gleichung zur Rissgeometrie, aufbauend auf den Versuchen von Husain und Ferguson 1968, aufzustellen:

$$w_{\text{surface}}^{[mm]} = 1,555 \cdot w_s^{[mm]} + 0,001628 \cdot c^{[mm]} + 0,0001384 \cdot \sigma_s^{[N/mm^2]} - 0,029046 \quad (2.106)$$

Hierbei soll mit  $w_{\text{surface}}$  die Oberflächenrissbreite, mit  $w_s$  die Rissbreite am Bewehrungsstahl, mit  $c$  die Dicke der Betondeckung und mit  $\sigma_s$  die Stahlspannung angesetzt werden. Mit der Annahme, dass der Rechenwert der Rissbreite  $w_{(m,k)cal,th}$  in halber Betondeckung auftritt, formuliert Eckfeldt 2005 folgende Gleichung, welche zur Berechnung der Rissbreite an der Bauteiloberfläche herangezogen werden soll.

$$w_{surface}^{[mm]} = 1,4707 \cdot w_{(m,k)cal,th}^{[mm]} + 0,000962 \cdot c^{[mm]} + 0,000188 \cdot \sigma_s^{[N/mm^2]} \quad (2.107)$$

Eckfeldt selbst schreibt hierzu: „Letztendlich bleiben diese regressiven Beschreibungsversuche der Rissbreite an der Bauteiloberfläche vage, wobei jenseits von großen Rissbreiten  $w > 0,3mm$  und Stahlspannungen  $\sigma_s > 300N/mm^2$  eine nicht gesicherte Extrapolation der Datenbasis vorgenommen wird.“ Gemäß Eckfeldt 2005 ist eine geschlossene Beschreibung der Verhältnisse zwischen den Rissbreiten an der Bauteiloberfläche und am Bewehrungsstab möglich. Hierzu muss ein mechanischer Ansatz zur Mitwirkung des Betons und der Berechnung der Rissbreite verwendet werden (siehe Randl und Johnson 1982). Demnach kann die Oberflächenrissbreite wie folgt berechnet werden:

$$w_{surface} = w_s \cdot \frac{(h-x)}{(d-x)} + \Delta w \quad (2.108)$$

Einzelheiten können Randl und Johnson 1982 entnommen werden. Mit einem parabelförmigen Ansatz für den Verlauf der Rissgeometrie stellt Eckfeldt 2005 folgende Gleichung auf.

$$w_{surface} = \frac{w_{cal,th} - w_s}{1 - \frac{(c-z+\phi/2)^2}{c^2}} + w_s \quad (2.109)$$

Hierbei ist z der Abstand des Bewehrungsstabes zur Berechnungsstelle der Rissbreite.

Wie bereits in Abschnitt 2.1 beschrieben kann gemäß CEB-FIB Model Code 2010 die Rissbreite an der Bauteiloberfläche  $w_d^*$ , bei abweichender Betondeckung ( $c > 25mm$ ), berechnet werden. Für diese Umrechnung ist in CEB-FIB Model Code 2010 die Gleichung (2.110) angegeben.

$$w_d^* = \zeta \cdot w_d \quad (2.110)$$

$$\zeta = \frac{l_{s,max}^*}{l_{s,max}} \quad (2.111)$$

$$l_{s,max}^* = l_{s,max} + 1,7 \cdot (c - 25) \quad (2.112)$$

Gut zu erkennen ist, dass ein linearer Ansatz der Rissgeometrie verwendet wurde. Das Verhältnis der Lasteinleitungslängen  $l_{s,max}$  und  $l_{s,max}^*$  sowie die Betondeckung c gehen in die Berechnungsgleichung ein. Die Lasteinleitungslänge  $l_{s,max}$  kann nach CEB-FIB Model Code 2010 folgend berechnet werden.

$$l_{s,max} = \frac{1}{4} \cdot \frac{f_{ctm}}{\tau_{bm}} \cdot \frac{\phi_s}{\rho_s} \quad (2.113)$$

Die Herleitung zur Gleichung (2.113) ist in Abschnitt 3.3 dargestellt und wird unter dem Ansatz von  $\tau_{bm} = 1,8 \cdot f_{ctm}$  zu Gleichung (3.107).

Aus der obigen zusammenfassenden Darstellung verschiedener Autoren kann abgeleitet werden, dass die Rissbreite mit zunehmenden Abstand vom Bewehrungsstab

innerhalb der Betondeckung zunimmt. Dies gilt insbesondere für momentenbeanspruchte Bauteile, bei denen der Krümmungsanteil in der Rissgeometrie eingeht, aber auch für nur durch Zuglast beanspruchte Bauteile. Ein eigener Ansatz zur Rissgeometrie wird in Abschnitt 4.7.6 dargestellt.



### 3. Herleitung der Rissgleichungen

Die Mechanik der Rissbildung im Stahlbetonbau kann verständlich an einem Zugstab beschrieben werden. Bei einer kontinuierlichen Steigerung der Zuglast  $F$  eines Stahlbetonstabes steigt auch die Spannung in den beiden Teilquerschnittsflächen des Betons  $A_{c,netto}$  und des Bewehrungsstahls  $A_s$ .

#### 3.1. Ungerissener Stahlbetonzugstab

Die Spannungen  $\sigma_c'$  und  $\sigma_s'$  können unter der Bedingung einer Dehnungsgleichheit zwischen dem Bewehrungsstahl und dem umgebenden Beton wie folgt bestimmt werden. Wegen der zum Teil großen Bewehrungsmengen wird hierbei auf die Vereinfachung der Betonfläche ( $A_{c,netto} = A_c$ ) verzichtet.

Zustand I (ungerissen)  $\varepsilon = \varepsilon_s = \varepsilon_c$ :

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s'}{E_s} = \frac{F_s}{A_s \cdot E_s} \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c'}{E_c} = \frac{F_c}{A_{c,netto} \cdot E_c} \quad (3.2)$$

sodass:

$$\frac{F_s}{A_s \cdot E_s} = \frac{F_c}{A_{c,netto} \cdot E_c} \quad (3.3)$$

$$F_s = F_c \cdot \frac{A_s \cdot E_s}{A_{c,netto} \cdot E_c} \quad (3.4)$$

Mit der Einführung der Verhältnisse  $\rho_{netto}$  und  $\alpha_e$  zu

$$\rho_{netto} = \frac{A_s}{A_{c,netto}}; \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_c} \quad (3.5)$$

wird

$$F_s = F_c \cdot \rho_{netto} \cdot \alpha_e \quad (3.6)$$

$$F_c = \frac{F_s}{\rho_{netto} \cdot \alpha_e} \quad (3.7)$$

Da die Summe der inneren und äußeren Kräfte gleich ist, ergeben sich die unten stehenden Beton- und Stahlspannungen im Zustand I bei einer Beanspruchung, die unterhalb der Risskraft  $F_{cr}$  liegt.

$$F = F_s + F_c \quad (3.8)$$

$$F = F_c \cdot \rho_{netto} \cdot \alpha_e + F_c = F_c \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1) \quad (3.9)$$

$$F_c = \frac{F}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \quad (3.10)$$

### 3 Herleitung der Rissgleichungen

---

$$\sigma_c^I = \frac{F}{A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \quad (3.11)$$

$$\sigma_s^I = \sigma_c^I \cdot \alpha_e = \frac{F \cdot \alpha_e}{A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \quad (3.12)$$

Wird mit der Vereinfachung der Betonfläche ( $A_{c,netto} = A_c$ ) gerechnet, können die Spannungen im Zustand I gleichwertig mit folgenden Gleichungen bestimmt werden.

$$\sigma_c^I = \frac{F}{A_c \cdot (1 + (\alpha_e + 1) \cdot \rho)} \quad (3.13)$$

$$\sigma_s^I = \frac{F \cdot \alpha_e}{A_c \cdot (1 + (\alpha_e + 1) \cdot \rho)} \quad (3.14)$$

Die Zugfestigkeit  $f_{ct}$  von Normalbeton beträgt ca. 10% seiner Druckfestigkeit  $f_c$ . Wird die Zugbeanspruchung gesteigert, kann diese Spannungsgrenze schnell erreicht werden.

### 3.2. Gerissener Stahlbetonzugstab, Erstrissbildung

Der Verbundquerschnitt aus Beton und Stahl reißt unter der Risskraft  $F_{cr}$  auf. Diese Zugbeanspruchung setzt sich aus der Spannung des Betonquerschnittes sowie der Spannung des Stahlquerschnittes zusammen. Mit zunehmender Laststeigerung wird die Zugfestigkeit  $f_{ct}$  des Betonquerschnittes erreicht. Oft wird vereinfacht die Risskraft  $F_{cr}$  aus dem Produkt der Betonfläche  $A_c$  und der Zugfestigkeit  $f_{ct}$  bestimmt.

$$F_{cr} = A_c \cdot f_{ct} \quad (3.15)$$

Jedoch wird hierbei der Spannungsanteil des Bewehrungsstahles vernachlässigt, was bei kleinen Bewehrungsgraden durchaus sinnvoll sein kann. Wie bereits oben dargestellt, soll hier jedoch wegen des großen Bewehrungsgrades  $\rho$  die Risskraft mit dem Spannungsanteil des Bewehrungsstahles dargestellt werden:

$$F_{cr} = A_{c,netto} \cdot f_{ct} + A_s \cdot \sigma_{s,cr} \quad (3.16)$$

Wie weiter oben bereits oben gezeigt, ist die Stahlspannung der  $\alpha_e$ -fache Wert der Betonspannung, sodass geschrieben werden kann:

$$F_{cr} = A_{c,netto} \cdot f_{ct} + A_s \cdot f_{ct} \cdot \alpha_e \quad (3.17)$$

mit

$$\rho_{netto} = \frac{A_s}{A_{c,netto}} \rightarrow A_s = A_{c,netto} \cdot \rho_{netto} \quad (3.18)$$

$$F_{cr} = A_{c,netto} \cdot f_{ct} + A_{c,netto} \cdot \rho_{netto} \cdot f_{ct} \cdot \alpha_e \quad (3.19)$$

$$F_{cr} = A_{c,netto} \cdot f_{ct} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1) \quad (3.20)$$

Diese Risskraft entspricht einer Rissspannung im Bewehrungsstab von:

$$\sigma_{s,cr} = \frac{A_{c,netto}}{A_s} \cdot f_{ct} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1) \quad (3.21)$$

$$\sigma_{s,cr} = \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1) \quad (3.22)$$

Es erhöht sich die berechnete Risskraft aus den Überlegungen zum Spannungsanteil des Bewehrungsstabes wie dargestellt um den Faktor  $A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1) / A_c$ . Bei großen Bewehrungsgehalten von  $\rho_{netto} = 5\%$  erhöht sich demnach die berechnete Risskraft um ca. 28%.

Diese oben dargestellte Risskraft / Rissspannung der Bewehrung kennzeichnet den Übergang vom ungerissenen Zustand I zum gerissenen Zustand II.

Wird ein Betonzugstab betrachtet, so kann dieser theoretisch an jeder Stelle entlang des Zugstabes unter der Erstrisskraft  $F_{cr}$  aufreißen. Die Betoneigenschaften unterliegen naturgemäß großen Streuungen. Daher wird der erste Riss an der Stelle der geringsten Zugfestigkeit  $f_{ct(x)}$  entlang des Zugstabes auftreten. Um einen weiteren Riss zu erzeugen, muss die Zugbeanspruchung leicht erhöht werden, da die Zugfestigkeit der nächsten Rissstelle höher sein muss als die der vorherigen Rissstelle. In der Literatur wird dieser Streubereich zwischen  $0,7 \cdot f_{ct}$  und  $1,3 \cdot f_{ct}$  angegeben. Wie oben beschrieben, kann der Zugstab nicht an jeder Stelle entlang seiner Längsachse aufreißen, sondern erst in einem bestimmten Abstand vom Rissufer, der Einleitungslänge  $l_e$ .

Beim Aufreißen des Betonquerschnitts entzieht sich der Beton seiner Beanspruchung. Dies führt dazu, dass im Riss die Gesamtbeanspruchung über den Stahlquerschnitt abgetragen werden muss. Somit werden folgende Spannungen  $\sigma_{c,cr}$  und  $\sigma_{s,cr}$  an der Rissstelle auftreten.

$$\sigma_{c,cr} = 0 \quad (3.23)$$

$$\sigma_{s,cr} = \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1) \quad (3.24)$$

### 3.2.1. Konstante Verbundspannung $\tau_{bm}$

Das Verbundverhalten von Beton und Betonstahl ist keinesfalls starr, die Spannungumlagerung muss über die Einleitungslänge  $l_e$  erfolgen. Mit dem Ansatz einer über die Einleitungslänge konstanten Verbundspannung  $\tau_{bm}$ , die in Abhängigkeit von der Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$  angesetzt wird, kann die Berechnung der Einleitungslänge  $l_e$  wesentlich vereinfacht werden. Der Wert für eine konstante Verbundspannung  $\tau_{bk}$  beträgt gemäß *DAfStb Heft 466* für gerippten Betonstahl unter statischer Belastung:

$$\tau_{bk} = 1,8 \cdot f_{ct} \quad (3.25)$$

Dieser Wert stellt nach dem *CEB-FIB Model Code 1990* das 75%-Fraktile der Verbundspannung bei gerippten Bewehrungsstäben dar. Der Mittelwert, also das 50%-Fraktile ist gemäß *CEB-FIB Model Code 1990*:

### 3 Herleitung der Rissgleichungen

$$\tau_{bm} = 2,25 \cdot f_{ct} \quad (3.26)$$

Die Verbundspannung wird über den Umfang des einbetonierten Stahlstabes eingeleitet, was zur übertragbaren Kraft  $T$  je Stablänge führt:

$$T = \tau_{bk} \cdot U_s \cdot l_e \quad (3.27)$$

mit

$$U_s = \phi \cdot \pi \quad (3.28)$$

$$\tau_{bk} = 1,8 \cdot f_{ct} \quad (3.29)$$

folgt

$$T = 1,8 \cdot f_{ct} \cdot \phi \cdot \pi \cdot l_e \quad (3.30)$$

Beim Aufreißen des Betonquerschnitts muss somit die Kraftdifferenz zwischen dem Zustand I und Zustand II durch die Verbundkraft  $T$  übertragen werden. Es kann geschrieben werden:

$$F''_{s,cr} - F'_{s,cr} = T \quad (3.31)$$

$$A_s \cdot \sigma''_{s,cr} - A_s \cdot \sigma'_{s,cr} = 1,8 \cdot f_{ct} \cdot \phi \cdot \pi \cdot l_e \quad (3.32)$$

Durch Einsetzen und Umformen der zuvor ermittelten Stahlspannungen im ungerissenen  $\sigma_{s,cr}'$  und gerissenen Zustand  $\sigma_{s,cr}''$  kann die Einleitungslänge  $l_e$  vereinfacht ermittelt werden:

$$A_s \cdot \sigma_{s,cr}'' - \frac{A_s \cdot F \cdot \alpha_e}{A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} = 1,8 \cdot f_{ct} \cdot \phi \cdot \pi \cdot l_e \quad (3.33)$$

$$A_s \cdot \sigma_{s,cr}'' - \frac{\rho_{netto} \cdot F \cdot \alpha_e}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} = 1,8 \cdot f_{ct} \cdot \phi \cdot \pi \cdot l_e \quad (3.34)$$

Mit  $F = F_{cr} = A_s \cdot \sigma_{s,cr}$

$$A_s \cdot \sigma_{s,cr}'' - \frac{\rho_{netto} \cdot A_s \cdot \sigma_{s,cr} \cdot \alpha_e}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} = 1,8 \cdot f_{ct} \cdot \phi \cdot \pi \cdot l_e \quad (3.35)$$

$$A_s \cdot \sigma_{s,cr}'' \cdot \left( 1 - \frac{\rho_{netto} \cdot \alpha_e}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) = 1,8 \cdot f_{ct} \cdot \phi \cdot \pi \cdot l_e \quad (3.36)$$

$$\frac{A_s \cdot \sigma_{s,cr}''}{1,8 \cdot f_{ct} \cdot \phi \cdot \pi} \cdot \left( 1 - \frac{\rho_{netto} \cdot \alpha_e}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) = l_e \quad (3.37)$$

und  $A_s = \phi^2 \cdot \pi / 4$

$$\frac{\phi^2 \cdot \pi \cdot \sigma_{s,cr}''}{4 \cdot 1,8 \cdot f_{ct} \cdot \phi \cdot \pi} \cdot \left( 1 - \frac{\rho_{netto} \cdot \alpha_e}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) = l_e \quad (3.38)$$



$$\frac{\phi \cdot \sigma_{s,cr}}{7,2 \cdot f_{ct}} \cdot \left( 1 - \frac{\rho_{netto} \cdot \alpha_e}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) = l_e \quad (3.39)$$

$$\frac{\phi \cdot \sigma_{s,cr}}{7,2 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) = l_e \quad (3.40)$$

Durch den Ansatz einer über die gesamte Einleitungslänge  $l_e$  konstanten Verbundspannung  $\tau_{bk}$  wurde eine einfache und direkte Möglichkeit gefunden, die Länge des Einleitungsbereiches durch die Stahlspannung  $\sigma_{s,cr}$ , die Betonzugfestigkeit  $f_{ct}$ , den geometrischen Bewehrungsgrad  $\rho_{netto}$  sowie das Verhältnis der E-Moduli  $\alpha_e$  zu berechnen. Hierbei stellt die Stahlspannung  $\sigma_{s,cr}$  einen Grenzwert dar. Bei Spannungen die nach dem Aufreißen kleiner als  $\sigma_{s,cr}$  sind (i. d. R. bei Zwang) wird eine Einleitungslänge bestimmt, die linear abhängig von der verbleibenden Stahlspannung  $\sigma_s''$  ist. Steigt die Stahlspannung nicht über  $\sigma_{s,cr}$ , so wird vom Erstrissbild gesprochen.

$$l_e = \frac{\phi \cdot \sigma_s''}{7,2 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.41)$$

Im Weiteren wird durch den konstanten Ansatz der Verbundspannung und dem hierdurch linear veränderlichen Verlauf der Spannungen die Berechnung der mittleren Spannungen  $\sigma_{sm}$  und  $\sigma_{cm}$  wesentlich vereinfacht. Folgend sind die Spannungen  $\sigma_s'$ ,  $\sigma_c'$  und  $\sigma_s''$  unter der Annahme einer konstanten Verbundspannung  $\tau_{bk}$  sowie die sich hieraus ergebenden mittleren Spannungen  $\sigma_{sm}$  und  $\sigma_{cm}$ , im Einleitungsbereich dargestellt.

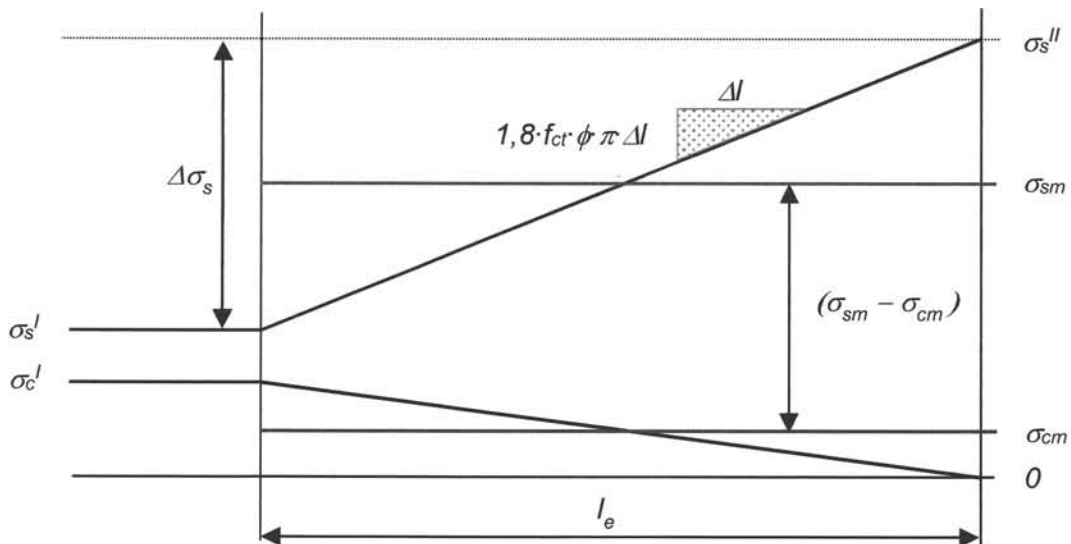


Abb. 18: Spannungsverläufe im Einleitungsbereich  $l_e$  bei konstanter Verbundspannung  $\tau_{bk}$

Wie in Abb. 18 anschaulich dargestellt, können die mittleren Spannungen wie folgt berechnet werden:

### 3 Herleitung der Rissgleichungen

$$\sigma_{cm} = \frac{\sigma_c^I}{2} \quad (3.42)$$

$$\sigma_{sm} = \sigma_s^I + \frac{1}{2} \Delta\sigma_s = \sigma_s^I + \frac{1}{2} (\sigma_s^{II} - \sigma_s^I) \quad (3.43)$$

Durch Einsetzen der Spannungswerte  $\sigma_c^I$ ,  $\sigma_s^I$  sowie  $\sigma_s^{II}$  können die mittleren Spannungen folgend umgeformt werden:

$$\sigma_{cm} = \frac{F}{2 \cdot A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \quad (3.44)$$

$$\sigma_{sm} = \frac{F \cdot \alpha_e}{A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} + \frac{1}{2} \left( \frac{F}{A_s} - \frac{F \cdot \alpha_e}{A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.45)$$

Die Differenz beider Längenänderungen stellt die gegenseitige Verschiebung am Rissufer dar, den Schlupf  $v$ .

$$v = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \cdot l_e = \left( \frac{\sigma_{sm}}{E_s} - \frac{\sigma_{cm}}{E_c} \right) \cdot l_e \quad (3.46)$$

Durch Einsetzen der Spannungswerte kann der Schlupf  $v$  zu Gleichung (3.47) umgeschrieben werden.

$$v = \left( \begin{array}{l} \frac{F \cdot \alpha_e}{E_s \cdot A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \\ + \frac{1}{E_s \cdot 2} \left( \frac{F}{A_s} - \frac{F \cdot \alpha_e}{A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \\ - \frac{F}{E_c \cdot 2 \cdot A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \end{array} \right) \cdot l_e \quad (3.47)$$

Zum besseren Verständnis werden die Terme der Gleichung einzeln dargestellt.

$$\frac{F \cdot \alpha_e}{E_s \cdot A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} = \frac{\sigma_s^I}{E_s} = \varepsilon_s^I \quad (3.48)$$

$$\frac{1}{E_s \cdot 2} \left( \frac{F}{A_s} - \frac{F \cdot \alpha_e}{A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) = \frac{\sigma_s^{II}}{2 \cdot E_s} - \frac{\sigma_s^I}{2 \cdot E_s} = \frac{\varepsilon_s^{II}}{2} - \frac{\varepsilon_s^I}{2} \quad (3.49)$$

$$\frac{F}{E_c \cdot 2 \cdot A_{c,netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} = \frac{\sigma_c^I}{2 \cdot E_c} = \frac{\varepsilon_c^I}{2} \quad (3.50)$$

Weil die Dehnungen des Betons und des Betonstahls im Zustand I gleich groß sind ( $\varepsilon_s^I = \varepsilon_c^I$ ), kann der Schlupf wie folgt beschrieben werden:

$$v = \left( \frac{\sigma_s^I}{E_s} + \frac{\sigma_s^{II}}{2 \cdot E_s} - \frac{\sigma_s^I}{2 \cdot E_s} - \frac{\sigma_c^I}{2 \cdot E_c} \right) \cdot l_e = \left( \varepsilon_s^I + \frac{\varepsilon_s^{II}}{2} - \frac{\varepsilon_s^I}{2} - \frac{\varepsilon_c^I}{2} \right) \cdot l_e = \left( \frac{\varepsilon_s^{II}}{2} \right) \cdot l_e \quad (3.51)$$

Nochmals umgeschrieben, wird der Schlupf  $v$  lediglich aus der Spannung des Betonstahls im Riss  $\sigma_s''$ , dem E-Modul des Stahls  $E_s$  sowie der Einleitungslänge  $l_e$  berechnet.

$$v = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \varepsilon_s'' \cdot l_e = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \cdot l_e = (1 - \alpha_s) \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \cdot l_e \quad (3.52)$$

Mit Einführung des Völligkeitsbeiwertes  $\alpha_s$  wird es möglich, auch realitätsnähere Spannungsverläufe, z. B. parabelförmige, zu berücksichtigen. Es wurde gezeigt, dass  $\alpha_s = 0,5$  für die Annahme einer konstanten Verbundspannung  $\tau_{bk}$  gilt.

Die Erstrissbreite  $w$  kann aus dem doppelten Schlupf mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$w = 2 \cdot v = \frac{\sigma_s'' \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct}} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{(\rho \cdot \alpha_e + 1)}\right)}_{l_e} \cdot \underbrace{(1 - \alpha_s) \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s}}_{(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})} \quad (3.53)$$

### 3.2.2. Veränderliche Verbundspannung $\tau_{b(x)}$

*DIN 1045-1 2008* sowie *DIN EN 1992-1-1 2011* greifen auf die im vorherigen Abschnitt hergeleiteten Grundgleichungen zurück. Der Ansatz einer konstanten Verbundspannung wird dort jedoch in der Herleitung der Dehnungsdifferenz  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$  aufgegeben.

Die in Abschnitt 3.2.1 dargestellten Berechnungsformeln basieren auf einem konstanten Verbundspannungsansatz. Die Verbundspannung ist aber keinesfalls konstant über die Einleitungslänge verteilt. Sie ist im hohen Maß von der gegenseitigen Verformung zwischen Beton und Betonstahl abhängig. Am Ende der Einleitungslänge ist die Differenzverformung von Stahl und Beton gleich Null, sodass mit  $\varepsilon_s = \varepsilon_c$  der Zustand I vorliegt. Auch die Verbundspannung muss demnach am Ende der Einleitungslänge Null betragen. Ein qualitativer Verbundspannungs-Schlupf-Verlauf ist in Abb. 19 dargestellt. Dieser Verlauf soll nicht mit dem Verlauf der Verbundspannung über die Stablänge verwechselt werden.

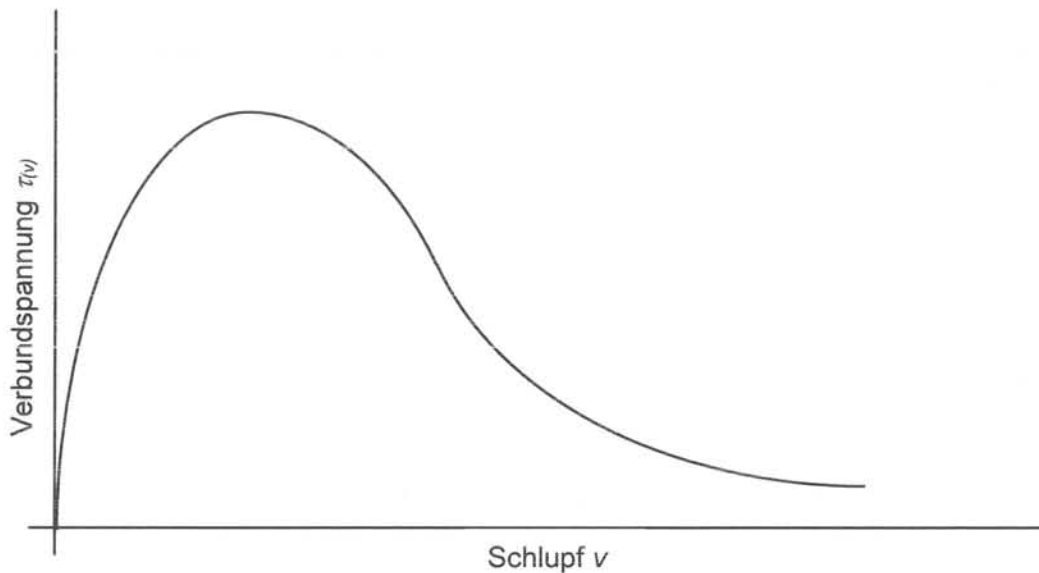


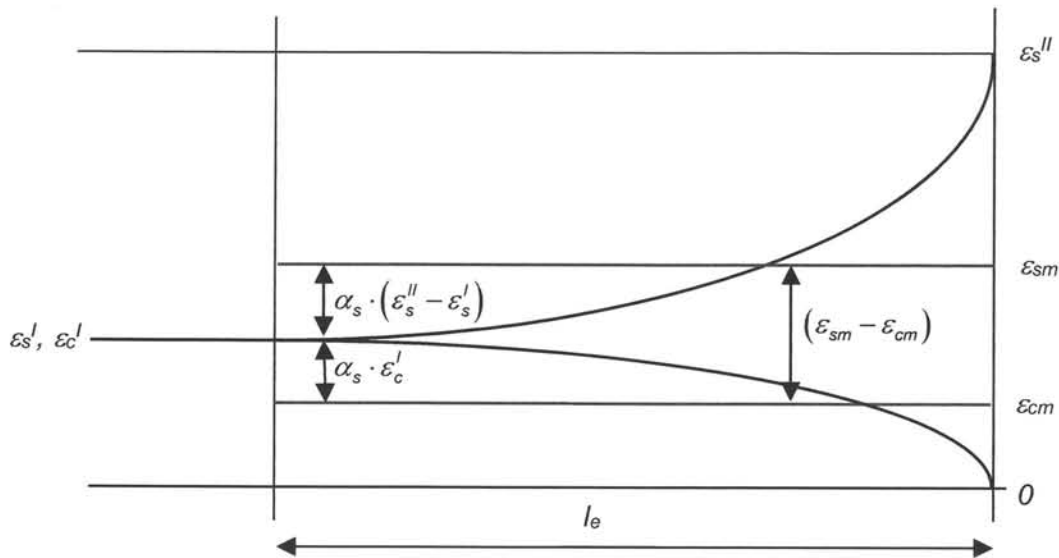
Abb. 19: Qualitativer Verbundspannungs-Schlupf-Verlauf

Es bleibt die Frage nach der Größe des Schlupfes  $v$  an der Stelle ( $x$ ) des Einleitungsbereiches. Diese Größe ist wiederum abhängig von der übertragbaren Spannung aus dem Verbund und damit aus dem Schlupf selbst. Dies führt somit zu einer Differenzialgleichung.

Der Ansatz einer konstanten Verbundspannung  $\tau_{bk}$  zur Berechnung der Lasteinleitungslänge  $l_e$  bleibt bestehen. Zur Ermittlung der Dehnungsdifferenz  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$  zwischen Beton und Betonstahl wird der veränderliche Ansatz der Verbundspannung  $\tau(x)$  berücksichtigt. Wie bereits hergeleitet, kann die Einleitungslänge durch Gleichung (3.54) bestimmt werden:

$$\frac{\sigma_s^{II} \cdot \phi}{7,2 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) = l_e \quad (3.54)$$

Zur Berücksichtigung der veränderlichen Verbundspannung und somit dem überproportionalen Anstieg der Stahl- beziehungsweise dem Abfall der Betonspannungen wie in Abb. 20 dargestellt, wird der Völligkeitsbeiwert  $\alpha_s$  herangezogen. Er berücksichtigt die Lage der Flächenhalbierenden und somit die mittleren Spannungen  $\sigma_{sm}$  und  $\sigma_{cm}$  als Abzugsterm. In der Literatur werden für den Völligkeitsbeiwert verschiedene Bezeichnungen ( $\beta_t$  oder auch  $\alpha_e$ ) verwendet. Hier soll mit  $\alpha_s$  für den Völligkeitsbeiwert die Bezeichnung aus *DAfStb Heft 466* verwendet werden.


 Abb. 20: Dehnungsverläufe im Einleitungsbereich  $l_e$  bei veränderlicher Verbundspannung  $\tau_{(x)}$ 

Der Völligkeitsbeiwert  $\alpha_s$  ist abhängig von dem Dehnungsverlauf und somit abhängig vom Verbundverhalten zwischen Beton und Betonstahl. Wird ein parabelförmiger Dehnungsverlauf für die Beton- und Stahldehnung angenommen, berechnet sich die Differenz zwischen den mittleren Dehnungen wie folgt zu:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{1}{3} \cdot (\varepsilon_s'' - \varepsilon_s') + \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_c' = \frac{1}{3} \cdot \varepsilon_s'' = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \quad (3.55)$$

Für den Verlauf der Verbundspannung wird in der Literatur (*DAfStb Heft 466*) das Verbundgesetz  $\tau_{(x)}$  angegeben, sodass auch ein parabelförmiger Dehnungsverlauf lediglich eine Näherung darstellt:

$$\tau_{(x)} = C \cdot v_{(x)}^\alpha \quad (3.56)$$

Unter Ansatz dieser Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung wird in *DAfStb Heft 466* der Völligkeitsbeiwert  $\alpha_s$  wie folgt bestimmt:

$$\alpha_s = \frac{1 + \lambda \cdot \alpha}{2 + \lambda \cdot \alpha} \quad (3.57)$$

mit

$$\lambda = \frac{2}{1 - \alpha} \quad (3.58)$$

Hierbei wird durch  $\lambda$  der Schlupfverlauf und mit  $\alpha = 0,3$  der Parameter für Betonstahl berücksichtigt. Mit diesen neuen Parametern für die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung kann die Rissbreite für das Erstrissniveau bestimmt werden:

$$w = 2 \cdot v = 2 \cdot (1 - \alpha_s) \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \cdot l_e \quad (3.59)$$

$$w = 2 \cdot (1 - \alpha_s) \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \cdot \frac{\sigma_s'' \cdot \phi}{7,2 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.60)$$

$$w = (1 - \alpha_s) \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \cdot \frac{\sigma_s'' \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.61)$$

Mit  $\alpha_s$  für Betonstahl gemäß *DAfStb Heft 466*:

$$\alpha_s = \frac{1 + \lambda \cdot \alpha}{2 + \lambda \cdot \alpha} = \frac{1 + \frac{2}{1 - \alpha} \cdot \alpha}{2 + \frac{2}{1 - \alpha} \cdot \alpha} = \frac{1 + \frac{2}{1 - 0,3} \cdot 0,3}{2 + \frac{2}{1 - 0,3} \cdot 0,3} = 0,65 \quad (3.62)$$

$$w = (1 - 0,65) \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \cdot \frac{\sigma_s'' \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.63)$$

$$w = 0,35 \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \cdot \frac{\sigma_s'' \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.64)$$

Aufgeschlüsselt in die bekannten Terme:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 0,35 \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \quad (3.65)$$

$$2 \cdot l_e = \frac{\sigma_s'' \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.66)$$

Werden Dauerlasten berücksichtigt, so muss von einer Verminderung des Verbundes zwischen Beton und Betonstahl ausgegangen werden. Nach *DAfStb Heft 525* wird das Verbundkriechen durch Faktor 0,7 berücksichtigt:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{0,35}{0,7} \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} = 0,5 \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \quad (3.67)$$

Werden die Werte auf eine Nachkommastelle gerundet und der  $\rho \cdot \alpha$ -Term vernachlässigt, können die bekannten Formeln aus *DIN EN 1992-1-1 2011* für die Erstrissweite bestimmt werden:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{0,4}{0,7} \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} = 0,6 \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \quad (3.68)$$

$$s_r = \frac{\sigma_s'' \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}} \quad (3.69)$$

### 3.2.3. Mindestbewehrung

Im Folgenden werden die in *DIN EN 1992-1-1 2011* angegebenen Formeln zur Berechnung der Mindestbewehrung hergeleitet. Diese Mindestbewehrung soll das Fließen der Bewehrung beim Aufreißen des Querschnittes verhindern. Weil im

allgemeinen Hochbau Zwang geringe Dehnungen bis etwa 0,8‰ verursacht, kann davon ausgegangen werden, dass lediglich die Erstrissbildung einsetzt. Die gesuchte Mindestbewehrung soll demnach die Spannung aufnehmen können, welche beim Aufreißen des Betonquerschnittes auftritt. Die Risskraft eines Stahlbetonquerschnittes unter zentrischem Zwang wird hierbei wie folgt bestimmt.

$$F_{cr} = A_{ct,netto} \cdot f_{ct,eff} \quad (3.70)$$

Diese Risskraft  $F_{cr}$  muss vollständig von der Mindestbewehrung  $A_{s,min}$  aufgenommen werden.

$$A_{ct,netto} \cdot f_{ct,eff} = A_{s,min} \cdot \sigma_s \quad (3.71)$$

$$A_{s,min} = 1,0 \cdot A_{ct,netto} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \quad (3.72)$$

Dieselbe Vorgehensweise kann für den rein biegebeanspruchten Stahlbetonstab angesetzt werden. Ebenfalls ist die durch das Aufreißen des Querschnittes hervorgerufene Risskraft  $F_{cr}$  durch die Mindestbewehrung  $A_{s,min}$  aufzunehmen. Das Rissmoment  $M_{cr}$  bestimmt sich bei reiner Biegebeanspruchung zu:

$$M_{cr} = F_{cr} \cdot z = \frac{A_{ct,netto} \cdot f_{ct,eff}}{2} \cdot z \quad (3.73)$$

Hier ist besonders auf den inneren Hebelarm  $z$  zu achten. Dieser wird durch das Aufreißen des Querschnittes erhöht. Im Zustand I kann der innere Hebelarm durch eine lineare Dehnungsebene zu  $2/3 \cdot h$  ermittelt werden. Im Zustand II wird die übliche Annahme des inneren Hebelarms von  $0,85 \cdot h$  angesetzt. Hieraus folgt die Mindestbewehrung  $A_{s,min}$  bei reiner Biegebeanspruchung zu:

$$M_{cr} = \frac{A_{ct,netto} \cdot f_{ct,eff}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h \quad (3.74)$$

$$M_{cr} = A_{s,min} \cdot \sigma_s \cdot 0,85 \cdot h \quad (3.75)$$

$$\frac{A_{ct,netto} \cdot f_{ct,eff}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h = A_{s,min} \cdot \sigma_s \cdot 0,85 \cdot h \quad (3.76)$$

$$A_{s,min} = \frac{A_{ct,netto} \cdot f_{ct,eff}}{\sigma_s \cdot 0,85} \cdot \frac{1}{3} = 0,392 \cdot A_{ct,netto} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \approx 0,4 \cdot A_{ct,netto} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \quad (3.77)$$

Wie zu erkennen, kann die Änderung des inneren Hebelarmes sowie der Spannungsverlauf im Querschnitt über einen Faktor berücksichtigt werden. In *DIN EN 1992-1-1 2011* wird dieser Faktor mit  $k_c$  bezeichnet. Bei reiner Zugbeanspruchung wird für  $k_c = 1,0$  und für reine Biegebeanspruchung,  $k_c = 0,4$  angegeben. Die Herleitung dieser Werte wurde oben beschrieben. Für eine Kombination aus Biege- und Normalspannungen wurden weitere Werte bestimmt, welche durch Gleichung (3.78) aus *DIN EN 1992-1-1 2011* wiedergegeben werden.

$$k_c = 0,4 \left[ 1 - \frac{\sigma_c}{k_1 \cdot (h/h^*) \cdot f_{ct,eff}} \right] \leq 1 \quad (3.78)$$

### 3 Herleitung der Rissgleichungen

Als Betonspannung  $\sigma_c$  muss hier die Spannung in der Querschnittsschwerachse unter dem risserzeugenden Spannungsverlauf im Zustand I angesetzt werden. Hierbei sind Zugspannungen negativ anzusetzen. Mit dem Faktor  $k_1$  werden ebenfalls die Auswirkungen von Normalkräften berücksichtigt. Für  $k_1$  ist bei Druckkräften 1,5, bei Zugkräften hingegen  $2 \cdot h^* / 3 \cdot h$  einzusetzen. Für hohe Bauteile mit  $h > 1,0\text{m}$  bleibt der modifizierte Wert  $h^* = 1,0\text{m}$ . Für kleinere Bauteilhöhen ist  $h^* = h$ .

Zusätzlich zum bereits dargestellten äußeren Zwang treten in Stahlbetonbauteilen auch Eigenspannungen auf. Sie werden durch den nichtlinearen Temperaturgradienten verursacht, der aus dem Hydratationsvorgang des Zementsteins hervorgeht. Während der Beton aushärtet, wird die Hydratationswärme an den Außenflächen des Bauteils schneller abgegeben als im Inneren. Hierbei wird sich die Außenseite des Querschnittes verkürzen, was jedoch durch den wärmeren, festen Kern verhindert wird. Aus dieser behinderten Temperaturverkürzung treten Zugspannungen an der Betonoberfläche auf, welche Einrisse verursachen können. Durch diese Einrisse wird die aufzureißende Querschnittsfläche eingeschnürt und die Risskraft herabgesetzt. Bei hohen Bauteilen sind die Werte der Eigenspannungen größer als bei niedrigen Bauteilen. Um diesen Einfluss abzudecken, wurde der Faktor  $k$  eingeführt. Er ist für Bauteile mit  $h < 300\text{mm}$ ,  $k = 0,8$  und für dicke Bauteile  $h > 800\text{mm}$ ,  $k = 0,5$ . Zwischenwerte können nach folgender Gleichung linear interpoliert werden.

$$k = 0,98 - \frac{h[\text{mm}] \cdot 6}{10000}; \quad 300 \leq h[\text{mm}] \leq 800 \quad (3.79)$$

Gemäß Meyer und Meyer 2007 darf der Beiwert  $k$  auch parabolisch interpoliert werden. Nachfolgend ist die dort aufgezeigte parabolische Interpolation dargestellt.

$$k = 0,5 + 0,612 \cdot (1,0 - h[\text{m}])^2 \quad 0,3 \leq h[\text{m}] \leq 1,0 \quad (3.80)$$

Weil im Fall von äußerem Zwang kein nichtlinearer Spannungsverlauf resultiert ist für den Beiwert  $k = 1,0$  anzusetzen.

Wie oben gezeigt kann eine Mindestbewehrungsmenge  $A_{s,min}$  bestimmt werden, die das Fließen der Bewehrung verhindert. Sollen weitergehend auch Rissbreiten begrenzt werden, so muss die zulässige Stahlspannung  $\sigma_s$  herabgesetzt werden. Hierzu kann für übliche Stabdurchmesser  $\phi < 32\text{mm}$  die Tabelle 7.2DE nach DIN EN 1992-1-1/NA 2013 herangezogen werden.

#### 3.2.4. Direkte Berechnung des erforderlichen Bewehrungsquerschnittes

Die zuvor beschriebenen Gleichungen zur Ermittlung der Erstrissbreite können zur direkten Berechnungen des erforderlichen Bewehrungsquerschnittes herangezogen werden.

$$w = s_r \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s'' \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \quad (3.81)$$

$$w = \frac{(\sigma_s'')^2 \cdot \phi}{6 \cdot f_{ct} \cdot E_s} \quad (3.82)$$



Über die Beziehung  $\sigma_s = F_s / A_s$  kann folglich der Bewehrungsquerschnitt  $A_s$  einbezogen und ausgerechnet werden.

$$w = \frac{F_s^2 \cdot \phi}{A_s^2 \cdot 6 \cdot f_{ct} \cdot E_s} \quad (3.83)$$

$$A_s = \sqrt{\frac{F_s^2 \cdot \phi}{w \cdot 6 \cdot f_{ct} \cdot E_s}} \quad (3.84)$$

Mit Hilfe der dargestellten Gleichung wird der erforderliche Bewehrungsquerschnitt  $A_s$  bestimmt. Hierbei ist zu beachten, dass es sich um das Erstrissbild handelt, welches sich im allgemeinen Hochbau lediglich unter Zwangbeanspruchung einstellt. Somit wird die Stahlkraft  $F_s$  über die Gleichung der Zwangskraft bestimmt und kann direkt in die Gleichung eingearbeitet werden.

$$A_s = \sqrt{\frac{(k_c \cdot k \cdot f_{ct} \cdot A_{ct})^2 \cdot \phi}{w \cdot 6 \cdot f_{ct} \cdot E_s}} \quad (3.85)$$

Wie gezeigt, wurden die obigen Gleichungen aus der Rissbreite im Erstrissbild hergeleitet. In diese wurde eine Verbundschädigung unter Dauerbeanspruchung angesetzt. Soll die Gleichung für kurzzeitige Beanspruchungen angewandt werden, muss diese wie folgt modifiziert werden.

$$A_s = \sqrt{\frac{F_s^2 \cdot \phi}{w \cdot 9 \cdot f_{ct} \cdot E_s}} \approx \frac{1}{1,2} \sqrt{\frac{F_s^2 \cdot \phi}{w \cdot 6 \cdot f_{ct} \cdot E_s}} \quad (3.86)$$

### 3.2.5. Tabelle 7.2DE nach Eurocode 2

Mithilfe der Gleichungen für den Erstriss wurde die *Tabelle 7.2DE* aus *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* aufgestellt. Unter den hierzu getroffenen Annahmen und mit einer Betonzugfestigkeit von  $f_{ct} = 2,9 \text{ N/mm}^2$  sowie dem E-Modul für Bewehrungsstahl von  $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$  können wie folgt die Tabellenwerte berechnet werden:

$$w = \frac{(\sigma_s'')^2 \cdot \phi}{6 \cdot 2,9 \text{ N/mm}^2 \cdot 200.000 \text{ N/mm}^2} = \frac{(\sigma_s'')^2 \cdot \phi}{3,48 \cdot 10^6 \left( \text{N/mm}^2 \right)^2} \quad (3.87)$$

Durch Umstellung der Gleichung können die Werte des Grenzdurchmessers aus *Tabelle 7.2DE* nach *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* bestimmt werden.

$$\phi^* = \frac{w \cdot 3,48 \cdot 10^6 \text{ N/mm}^2}{(\sigma_s'')^2} \quad (3.88)$$

Der oben aufgezeigte Grenzdurchmesser  $\phi^*$  gilt nur für die getroffenen Annahmen und muss/darf für abweichende Randbedingungen modifiziert werden. Um den Grenzdurchmesser auf das abgeschlossene Rissbild (i. d. R. Last) zu übertragen, wird die folgende Beziehung zwischen Stabdurchmesser und Stahlspannung gemäß *DAfStb Heft 525* verwendet.

### 3 Herleitung der Rissgleichungen

$$\phi = \frac{2 \cdot w_k \cdot \tau_{sm} \cdot E_s \cdot A_s^2}{F_{cr} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff}))} \quad (3.89)$$

Unter der bekannten Berücksichtigung der mittleren Verbundspannung  $\tau_{sk} = 1,8 \cdot f_{ct}$  und der Vernachlässigung des  $\rho$ - $\alpha$ -Terms, kann wie folgt geschrieben werden:

$$\phi = \frac{2 \cdot w_k \cdot 1,8 \cdot f_{ct} \cdot E_s \cdot A_s^2}{F_{cr} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr})} = \frac{3,6 \cdot w_k \cdot f_{ct} \cdot E_s \cdot A_s^2}{F_{cr} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr})} \quad (3.90)$$

Durch Umformulieren der Stahlfläche  $A_s$  in  $F_s / \sigma_s$  ergibt sich:

$$\phi = \frac{3,6 \cdot w_k \cdot f_{ct} \cdot E_s \cdot F_s^2}{\sigma_s^2 \cdot F_{cr} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr})} \quad (3.91)$$

$$\phi = \frac{3,6 \cdot w_k \cdot f_{ct} \cdot E_s}{\sigma_s^2} \cdot \frac{F_s^2}{F_{cr} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr})} \quad (3.92)$$

Mit  $F_s^2 = F_s / (1/F_s)$  und der Erweiterung von 0,6/0,6 folgt:

$$\phi = \frac{3,6 \cdot w_k \cdot f_{ct} \cdot E_s}{0,6 \cdot \sigma_s^2} \cdot \frac{0,6 \cdot F_s}{F_{cr} \cdot \left(1 - 0,4 \cdot \frac{F_{cr}}{F_s}\right)} \quad (3.93)$$

Wie zu erkennen ist, kann der erste Term der Gleichung auch durch den Grenzdurchmesser ausgedrückt werden.

$$\phi = \phi^* \cdot \frac{0,6 \cdot F_s}{F_{cr} \cdot \left(1 - 0,4 \cdot \frac{F_{cr}}{F_s}\right)} \quad (3.94)$$

Mit dem oben genannten Ansatz, dass  $F_s > F_{cr}$  ist, wird aus dem Term im Nenner  $F_{cr}$ .

$$\phi = \phi^* \cdot \frac{0,6 \cdot F_s}{F_{cr}} \quad (3.95)$$

Wird die Stahlkraft  $F_s$  und die Risskraft  $F_{cr}$  durch die Produkte aus Spannung und Fläche ausgedrückt, erhält man folgende Gleichung:

$$\phi = \phi^* \cdot \frac{0,6 \cdot A_s \cdot \sigma_s}{A_{c,eff} \cdot f_{ct}} \quad (3.96)$$

Weiter kann die effektive Betonzugfläche  $A_{c,eff}$  aus dem Wirkungsbereich der Bewehrung durch  $2,5 \cdot (h - d) \cdot b$  ersetzt werden, sodass die Modifikationsgleichung nach DIN EN 1992-1-1/NA 2013 für Lastbeanspruchungen ausgegeben wird.

$$\phi = \phi^* \cdot \frac{0,6 \cdot A_s \cdot \sigma_s}{2,5 \cdot (h - d) \cdot b \cdot f_{ct}} \approx \phi^* \cdot \frac{A_s \cdot \sigma_s}{4 \cdot (h - d) \cdot b \cdot f_{ct}} \quad (3.97)$$

Weil in der Herleitung bereits für die Zugfestigkeit des Betons  $f_{ct} = 2,9 \text{ N/mm}^2$  angesetzt wurde und der modifizierte Grenzdurchmesser größer sein muss als der Grenzdurchmesser, werden diese Bedingungen in die Gleichungen eingefügt.

$$\phi = \phi^* \cdot \frac{A_s \cdot \sigma_s}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot 2,9 \text{ N/mm}^2} \quad (3.98)$$

Für sämtliche, modifizierte Grenzdurchmesser gilt demnach:

$$\phi \geq \phi^* \cdot \frac{f_{ct,eff}}{2,9 \text{ N/mm}^2} \quad (3.99)$$

Um diese Modifikation auch für Zwangbeanspruchungen durchzuführen, muss die Zwangskraft aus dem Aufreißen des Betonquerschnittes eingesetzt werden. Weil folgend lediglich eine Seite des Betonquerschnittes als Wirkungszone der Bewehrung angesetzt wird, entspricht die Gleichung (3.100) der Modifikationsgleichung für mit Biegezwang beanspruchte Querschnitte.

$$\phi = \phi^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot A_{ct,eff} \cdot f_{ct}}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot 2,9 \text{ N/mm}^2} = \frac{k_c \cdot k \cdot h_{cr,eff} \cdot f_{ct}}{4 \cdot (h-d) \cdot 2,9 \text{ N/mm}^2} \quad (3.100)$$

Bei zentrischem Zwang werden beide Seiten des Betonquerschnitts zur Wirkungszone der Bewehrung herangezogen, sodass sich diese verdoppelt (beidseitig gleiche Bewehrungsführung vorausgesetzt). Wird dies bei der Herleitung der Modifikationsgleichungen berücksichtigt, berechnet sich die Modifikationsgleichung für zentrischen Zwang wie hier dargestellt.

$$\phi = \phi^* \cdot \frac{k_c \cdot k \cdot A_{ct,eff} \cdot f_{ct}}{2 \cdot 4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot 2,9 \text{ N/mm}^2} = \frac{k_c \cdot k \cdot h_{cr,eff} \cdot f_{ct}}{8 \cdot (h-d) \cdot 2,9 \text{ N/mm}^2} \quad (3.101)$$

Weil der Faktor  $k_c$  von 0,4 bei Biegezwang auf 1,0 ansteigt ergeben sich nach Gl.(3.100) und (3.101) ähnliche Größenordnungen für den modifizierten Grenzdurchmesser.

### 3.3. Gerissener Stahlbetonzugstab, abgeschlossenes Rissbild

Im vorstehenden Kapitel wurde das Geschehen bei der Entstehung des Erstrisses (i. d. R. Zwang) ausführlich dargestellt. Wie dort beschrieben, entsteht der erste Riss eines Stahlbetonzugstabes im Querschnitt an der Stelle der geringsten Zugtragfähigkeit  $F_{cr}$ . Um einen weiteren Riss zu erzeugen, muss demnach die Beanspruchung erhöht werden.

Der zweite Riss kann in diesem Beanspruchungsstadium lediglich außerhalb der Einleitungslänge  $l_e$  des Erstrisses auftreten. Erst im Abstand von  $l_e$  kann die Beanspruchung vollständig vom Stahl auf den Beton übertragen werden (siehe Abb. 21). Dies führt zum minimalen Rissabstand  $s_{r,min}$ , welcher der Einleitungslänge  $l_e$  entspricht.

### 3 Herleitung der Rissgleichungen

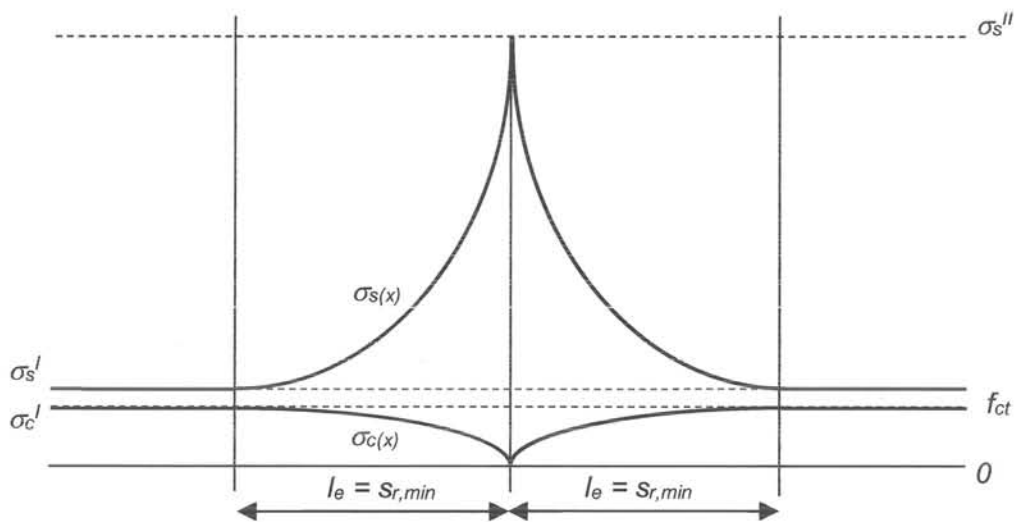


Abb. 21: Spannungsverlauf im Rissbereich

Der größtmögliche Rissabstand  $s_{r,max}$  stellt sich unter der Risskraft  $F_{cr}$  bei  $2 \cdot l_e$  ein, weil dieser benötigt wird, um die Beanspruchung zweier Risse zu übertragen. Der Stahlbetonquerschnitt reißt solange auf, bis an keiner Stelle des Zugstabes die Betonspannungen  $\sigma_c(x)$  den Wert  $f_{ct}$  erreichen. Dieses Beanspruchungsstadium  $F_s > F_{cr}$  wird dann als abgeschlossenes Erstrissbild bezeichnet. In der folgenden Abb. 22 ist ein mögliches Rissbild und der zugehöriger Spannungsverlauf bei abgeschlossenem Rissbild qualitativ dargestellt.

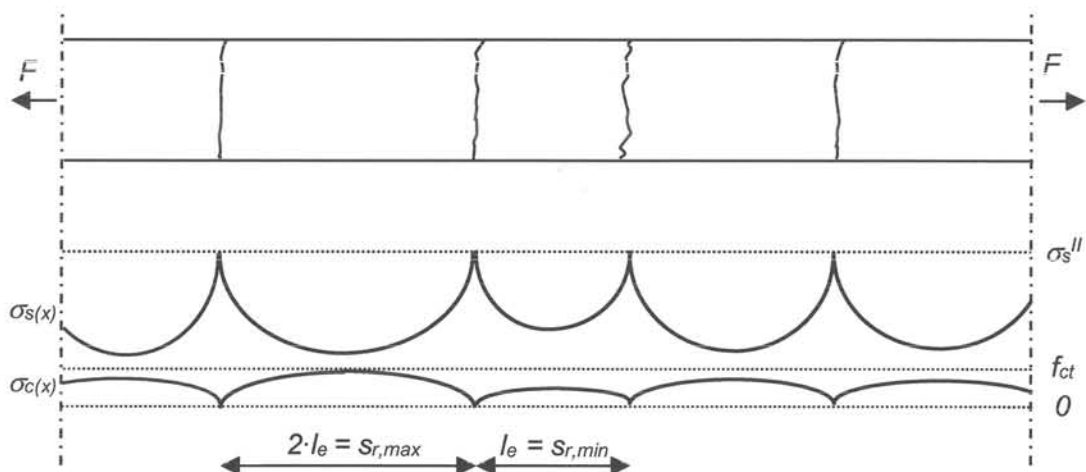


Abb. 22: Rissbild und zugehöriger Spannungsverlauf bei abgeschlossenem Rissbild

Die aufgeführten Rissbildungsstadien sind im Last-Verformungsdiagramm eines Stahlbetonzugstabes dargestellt (Abb. 23).

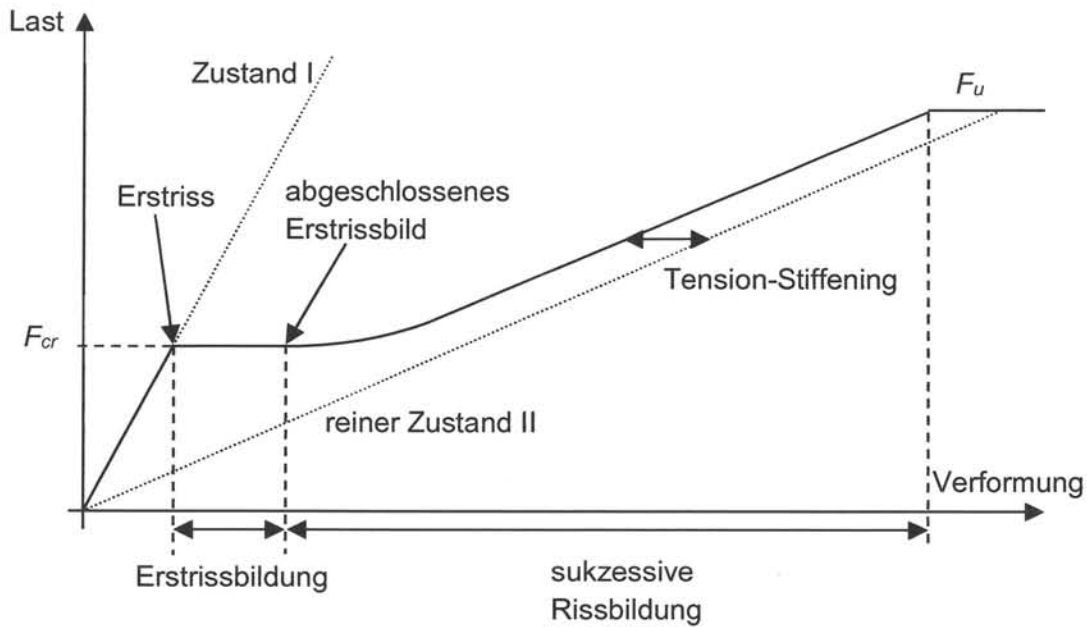


Abb. 23: Rissbildungsstadien im Last-Verformungsdiagramm

Zunächst wird der Rissabstand bzw. die Einleitungslänge hergeleitet. Wie bereits oben beschrieben, wird hierzu ein konstanter Ansatz des Verbundspannungsverlaufs verwendet. Ungeachtet der vorherrschenden Stahlspannungen kann der Rissabstand beim abgeschlossenes Rissbild nicht weiter zunehmen, weil die Rissentstehungsphase abgeschlossen ist. Das abgeschlossene Rissbild tritt theoretisch sofort bei Erreichen der Risskraft  $F_{cr}$  ein (siehe Abschnitt 4.7.1), sodass in der Gleichung zur Einleitungslänge  $l_e$  anstatt der Stahlspannung  $\sigma_s < \sigma_{s,cr}$  die Spannung  $\sigma_{s,cr}$  angesetzt wird. Hiermit ist die Betonspannung am Rissufer Null und erreicht zwischen zwei Rissen gerade  $f_{ct}$ .

$$l_e = \frac{\phi \cdot \sigma_s''}{7,2 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.102)$$

mit  $\sigma_s'' = \sigma_{s,cr}$

$$l_e = \frac{\phi \cdot \sigma_{s,cr}}{7,2 \cdot f_{ct}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.103)$$

und

$$\sigma_{s,cr} = \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1) \quad (3.104)$$

$$l_e = \frac{\phi \cdot f_{ct} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)}{7,2 \cdot f_{ct} \cdot \rho_{netto}} \cdot \left( \frac{1}{(\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \right) \quad (3.105)$$

$$l_e = \frac{\phi \cdot f_{ct} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)}{7,2 \cdot f_{ct} \cdot \rho_{netto} \cdot (\rho_{netto} \cdot \alpha_e + 1)} \quad (3.106)$$

### 3 Herleitung der Rissgleichungen

$$l_e = \frac{\phi}{7,2 \cdot \rho_{netto}} \quad (3.107)$$

Da der maximal mögliche Rissabstand  $s_{r,max}$ , wie bereits oben erwähnt, der doppelten Einleitungslänge entspricht, berechnet sich die Gleichung für den Rissabstand bei abgeschlossenem Rissbild nach *DIN 1045-1 2008*, *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* zu:

$$s_{r,max} = 2 \cdot l_e = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{netto}} \quad (3.108)$$

Weiter soll die mittlere Dehnungsdifferenz zwischen dem Bewehrungsstahl und dem Beton ermittelt werden. Wie bereits beschrieben, hat die Betonspannung den Wert  $f_{ct}$  gerade noch nicht erreicht. Hieraus folgt, dass die Betonspannungen am Rissufer Null und zwischen zwei Rissen  $f_{ct}$  betragen. Weil im Ansatz der mittleren Dehnungen kein konstanter Verbundspannungsverlauf benutzt wird, muss zunächst die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, das sogenannte Tension-Stiffening, betrachtet werden. Ein gezogener Stahlbetonstab ist auch im gerissenen Zustand stets steifer als der reine Bewehrungsstab. Dieser Effekt wird durch das Mitwirken des Betons zwischen den Rissen hervorgerufen. Der Beton übernimmt zwischen den Rissen Spannungsanteile. Wie schon im Abschnitt 3.2 dargelegt wird ebenfalls der Völligkeitsbeiwert  $\alpha_s$  angesetzt, sodass die Differenzdehnung zwischen Beton und Bewehrung ( $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ ) wie folgt bestimmt wird:

$$\varepsilon_{cm} = \varepsilon_c' - (1 - \alpha_s) \cdot \varepsilon_c' = \varepsilon_c' \quad (1 \quad 0,6) \cdot \varepsilon_c' = 0,6 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (3.109)$$

$$\Delta\sigma_c = \Delta\varepsilon_c \cdot E_c = 0,6 \cdot \frac{f_{ct} \cdot E_c}{E_c} = 0,6 \cdot f_{ct} \quad (3.110)$$

$$\Delta F_c = \Delta\sigma_c \cdot A_{c,netto} = 0,6 \cdot f_{ct} \cdot A_{c,netto} \quad (3.111)$$

Wie oben beschrieben, muss die Änderung des Kraftanteils im Beton identisch mit der Änderung der Stahlkraft sein ( $\Delta F_c = \Delta F_s$ ).

$$\Delta F_c = \Delta F_s = 0,6 \cdot f_{ct} \cdot A_{c,netto} \quad (3.112)$$

$$\Delta\sigma_s = \frac{\Delta F_s}{A_s} = \frac{0,6 \cdot f_{ct} \cdot A_{c,netto}}{A_s} \quad (3.113)$$

$$\Delta\varepsilon_s = \frac{\Delta\sigma_s}{E_s} = \frac{0,6 \cdot f_{ct} \cdot A_{c,netto}}{A_s \cdot E_s} \quad (3.114)$$

$$\Delta\varepsilon_s = \frac{\Delta\sigma_s}{E_s} = \frac{0,6 \cdot f_{ct}}{\rho_{netto} \cdot E_s} \quad (3.115)$$

Die Mittlere Stahldehnung berechnet sich wie folgt. Hierbei ist der Abzugsterm  $\Delta\varepsilon_s$ , wie oben beschrieben unabhängig vom Spannungsniveau des Stahls.

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s'' - \Delta\varepsilon_s = \varepsilon_s'' - \frac{0,6 \cdot f_{ct}}{\rho_{netto} \cdot E_s} \quad (3.116)$$

Durch Umstellung der Gleichungen wird die bekannte Schreibweise zur Bestimmung der Dehnungsdifferenz bei abgeschlossenem Rissbild nach *DIN 1045-1 2008*, *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* erkennbar.

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \varepsilon_s^{\parallel} - \Delta\varepsilon_s - \varepsilon_{cm} \quad (3.117)$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{0,6 \cdot f_{ct}}{\rho_{netto} \cdot E_s} - 0,6 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (3.118)$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{0,6 \cdot f_{ct}}{\rho_{netto} \cdot E_s} - 0,6 \cdot \frac{f_{ct}}{E_c} \cdot \frac{E_s}{E_s} \quad (3.119)$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s}{E_s} - \frac{0,6 \cdot f_{ct}}{\rho_{netto} \cdot E_s} - 0,6 \cdot \frac{f_{ct} \cdot \alpha_e}{E_s} \quad (3.120)$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - 0,6 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})}{E_s} \quad (3.121)$$

Die Berechnung der Rissbreite, im abgeschlossenen Rissbild, erfolgt analog durch Multiplikation der doppelten Einleitungslänge mit der hergeleiteten Dehnungsdifferenz.

$$w = 2 \cdot l_e \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{netto}} \cdot \frac{\sigma_s - 0,6 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})}{E_s} \quad (3.122)$$

Werden Dauerlasten berücksichtigt, so muss das Verbundkriechen mit dem Faktor 0,7 berücksichtigt werden, was sich im Vorfaktor des Abzugsterms widerspiegelt. Begründet wird der Faktor von 0,7 mit der Annahme, dass die Verbundfestigkeit bei  $t = t_{\infty}$  etwa 70% der Verbundfestigkeit bei  $t = t_0$  ist. Sinngemäß bedeutet dies, dass sich die Differenz zwischen der Stahldehnung und der Betondehnung vergrößert. Dieser Vorfaktor wird in der *DIN EN 1992-1-1 2011* als  $k_t$  bezeichnet. Und ist wie unten dargestellt für langzeitige Beanspruchungen  $k_t = 0,4$ .

$$w = 2 \cdot l_e \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{netto}} \cdot \frac{\sigma_s^{\parallel} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})}{E_s} \quad (3.123)$$

Die Überführung der Rissbreite bei dem Erstrissbild zur Rissbreite bei abgeschlossenem Rissbild kann durch Einführung des Grenzfalls erfolgen. Hierbei ist wie bereits beschrieben die Grenzgröße die Risskraft  $F_{cr}$ , sodass wie folgt eine Einteilung vorgenommen werden kann. Für  $F \leq F_{cr}$  (i. A. Zwang) wird das Erstrissbild mit vereinzelt auftretenden Rissen und für  $F > F_{cr}$  (i. A. Last) das abgeschlossene Rissbild maßgebend. Prinzipiell kann dies für den Rissabstand, welcher die 2-fache Einleitungslänge widerspiegelt, auch wie folgt geschrieben werden:

$$s_{r,max} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_s^{\parallel} \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}} \\ \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{netto}} \end{array} \right. \quad (3.124)$$

### 3 Herleitung der Rissgleichungen

Diese Schreibweise kann ebenfalls für die Dehnungsdifferenz übernommen werden:

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,6 \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \\ \frac{\sigma_s - 0,6 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})}{E_s} \end{array} \right. \quad (3.125)$$

DIN EN 1992-1-1 2011 und DIN EN 1992-1-1/NA 2013 sowie DIN 1045-1 2008 bevorzugen jedoch die folgenden Schreibweisen für den Rissabstand bzw. die Dehnungsdifferenz:

$$s_{r,max} = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{netto}} \leq \frac{\sigma_s'' \cdot \phi}{3,6 \cdot f_{ct}} \quad (3.126)$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - 0,6 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s''}{E_s} \quad (3.127)$$

#### 3.3.1. Direkte Berechnung des erforderlichen Bewehrungsquerschnittes

Wie bereits im Abschnitt 3.2.4 wird für das abgeschlossene Rissbild eine Gleichung hergeleitet, mit deren Hilfe eine direkte Berechnung des Bewehrungsquerschnittes möglich ist. Als Ansatz wird die Rissbreitengleichung unter Dauerbeanspruchung verwendet:

$$w = s_r \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{netto}} \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})}{E_s} \quad (3.128)$$

Im Weiteren wird die Stahlspannung durch  $F_s / A_s$  ersetzt:

$$w = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{netto}} \cdot \left( \frac{F_s}{E_s \cdot A_s} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})}{E_s \cdot \rho_{netto}} \right) \quad (3.129)$$

Nun kann für das Verhältnis  $\rho_{netto} = A_s / A_{c,netto}$  eingesetzt werden:

$$w = \frac{\phi \cdot A_{c,netto}}{3,6 \cdot A_s} \cdot \left( \frac{F_s}{E_s \cdot A_s} - 0,4 \cdot \frac{f_{ct} \cdot A_{c,netto} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})}{E_s \cdot A_s} \right) \quad (3.130)$$

$$w = \frac{\phi \cdot A_{c,netto}}{3,6 \cdot A_s} \cdot \frac{1}{E_s \cdot A_s} (F_s - 0,4 \cdot f_{ct} \cdot A_{c,netto} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})) \quad (3.131)$$

$$w = \frac{\phi \cdot A_{c,netto}}{3,6 \cdot A_s^2 \cdot E_s} (F_s - 0,4 \cdot f_{ct} \cdot A_{c,netto} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})) \quad (3.132)$$

Wird die Gleichung (3.132) mit  $f_{ct}$  erweitert, so kann die Risskraft  $F_{cr}$  eingeführt und zur Bewehrungsfläche  $A_s$  umgestellt werden.



$$w = \frac{\phi \cdot F_{cr} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto}))}{3,6 \cdot A_s^2 \cdot E_s \cdot f_{ct}} \quad (3.133)$$

$$A_s = \sqrt{\frac{\phi \cdot F_{cr} \cdot (F_s - 0,4 \cdot F_{cr} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto}))}{3,6 \cdot w \cdot E_s \cdot f_{ct}}} \quad (3.134)$$

Sollen für das abgeschlossene Rissbild kurzzeitige Beanspruchungen erfasst werden, so muss die Gleichung wiederum mit Hilfe des Faktors 0,7 umgeschrieben werden.

$$A_s = \sqrt{\frac{\phi \cdot F_{cr} \cdot (F_s - 0,6 \cdot F_{cr} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto}))}{3,6 \cdot w \cdot E_s \cdot f_{ct}}} \quad (3.135)$$

### 3.3.2. Tabelle 7.3N nach Eurocode 2

Zur Berechnung der *Tabelle 7.3N* der *DIN EN 1992-1-1 2011* wird die Gleichung (3.123) herangezogen:

$$w = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{netto}} \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{netto})}{E_s} \quad (3.136)$$

Wird hierbei der  $\rho$ - $\alpha$ -Term vernachlässigt folgt:

$$w = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{netto}} \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}}}{E_s} \quad (3.137)$$

Um in der Gleichung (3.137) die Abhängigkeit des Stababstandes einzupflegen, muss das Verhältnis des Stababstandes in den Bewehrungsgrad eingearbeitet werden:

$$\rho_{netto} = \frac{a_s}{h_c} \quad (3.138)$$

$$a_s = \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4 \cdot s} \quad (3.139)$$

$$h_c = 2,5 \cdot (h - d) \quad (3.140)$$

Hiermit kann der Bewehrungsgrad wie folgt beschrieben werden:

$$\rho_{netto} = \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4 \cdot s \cdot 2,5 \cdot (h - d)} \quad (3.141)$$

$$\rho_{netto} = \frac{\phi^2 \cdot \pi}{10 \cdot s \cdot (h - d)} \quad (3.142)$$

Durch Umstellen der Gleichung wird der Stababstand berechnet:

$$s = \frac{\phi^2 \cdot \pi}{10 \cdot \rho_{netto} \cdot (h - d)} \quad (3.143)$$

### 3 Herleitung der Rissgleichungen

Wird in die Berechnung des ermittelten Stababstandes die Gleichung der Rissbreitenberechnung eingearbeitet, kann hierdurch der Stababstand für Rissbreiten und Stahlspannungen ermittelt werden. Zunächst wird jedoch die Gleichung der Rissbreitenberechnung zum Bewehrungsdurchmesser umgestellt:

$$\phi = \frac{w \cdot 3,6 \cdot \rho_{netto} \cdot E_s}{\sigma_s - 0,4 \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}}} \quad (3.144)$$

$$s = \frac{\left( \frac{w \cdot 3,6 \cdot \rho_{netto} \cdot E_s}{\sigma_s - 0,4 \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}}} \right)^2 \cdot \pi}{10 \cdot \rho_{netto} \cdot (h - d)} \quad (3.145)$$

Weil zur Herleitung der Stababstandsgleichung die Formel zur Rissbreitenberechnung bei abgeschlossenem Rissbild angesetzt wurde, darf diese nur für ein solches Rissbild (i.d.R. Last) angewandt werden:

$$s = \frac{w^2 \cdot 3,6^2 \cdot \rho_{netto}^2 \cdot E_s^2 \cdot \pi}{10 \cdot \rho_{netto} \cdot (h - d) \left( \sigma_s - 0,4 \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} \right)^2} \quad (3.146)$$

$$s \equiv \frac{1,3 \cdot w^2 \cdot \rho_{netto}^2 \cdot E_s^2 \cdot \pi}{(h - d) \left( \sigma_s - 0,4 \frac{f_{ct}}{\rho_{netto}} \right)^2} \quad (3.147)$$

Werden in die Gleichung (3.147), wie bereits zur Herleitung des Grenzdurchmessers, die Werte  $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_{ct} = 2,9 \text{ N/mm}^2$  und  $(h - d) = d_1 = 40 \text{ mm}$  eingesetzt, kann der Stababstand  $s$  abhängig vom Bewehrungsgrad, der Stahlspannung sowie der Rissbreite berechnet werden.

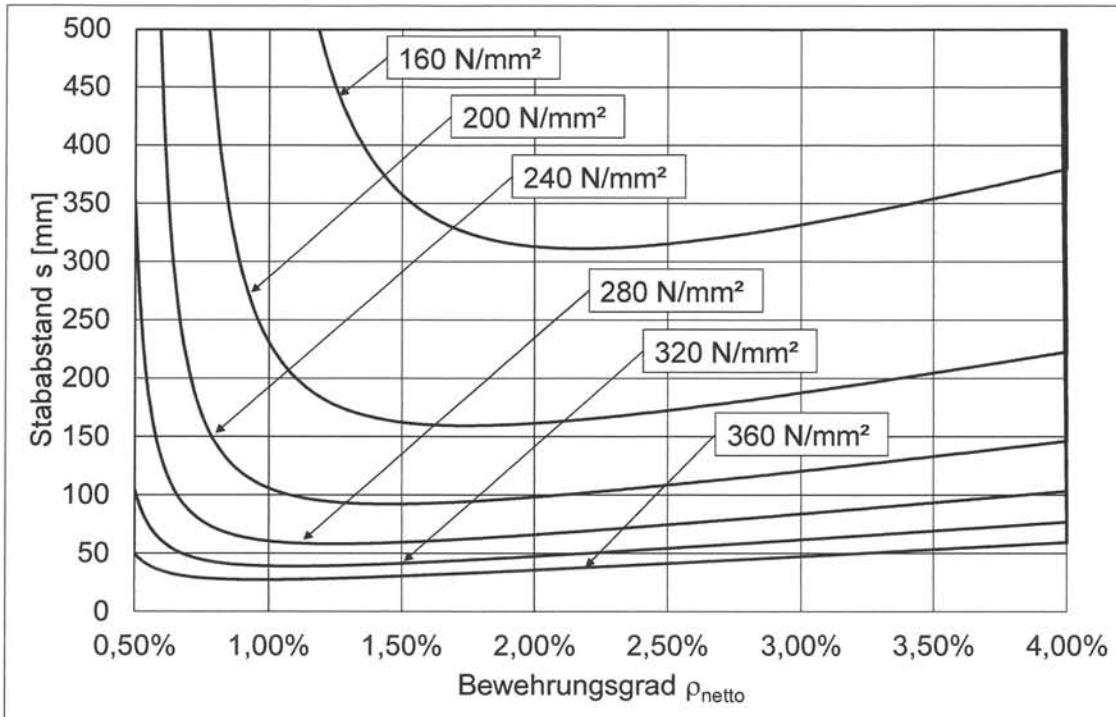


Abb. 24: Stababstandsdiagramm für  $w = 0,2 \text{ mm}$

Wie in Abb. 24 zu erkennen, existiert für jede Stahlspannung das Minimum des Stababstandes bei unterschiedlichen Bewehrungsgraden. Diese Minima der Stababstände wurden für die *Tabelle 7.3N* herangezogen. Hierdurch lässt sich Vorwurf begründen, dass die Stababstandstabelle gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* zu unwirtschaftlich großen Bewehrungsmengen führt. Im Weiteren kann sie nur für die in der Herleitung verwendete Randbedingung (Lastbeanspruchung) genutzt werden und streng genommen nur für einen Randabstand der Bewehrungsschwerachse von 40mm. Die Verfasser des *DAfStb Heft 525* sind sogar der Auffassung, dass gänzlich auf die Stababstandstabelle verzichtet werden sollte.



## 4. Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Ziele der Versuchsreihen sollen aussagekräftige Daten zu Rissbreiten und Rissabständen an Stahlbetonzugstäben und Platten mit großen Stabdurchmessern sein. Hierzu wurden insgesamt 60 Versuche durchgeführt, bei denen mehr als 30.000 Einzelrissbreiten dokumentiert wurden. Alle aufgenommenen Daten können dem Anhang entnommen werden.

### 4.1. Versuchsaufbau

Die Versuche wurden in einem neu konstruierten, stehenden Reißrahmen durchgeführt, welcher die Versuchskörper mit einer maximalen Zugkraft von 2.300kN beanspruchen kann. Der Reißrahmen besteht aus jeweils zwei Lisenen und zwei Traversen. An beiden Verbindungspunkten einer Traverse mit den Lisenen wurde eine 1.500kN-Hohlkolbenpressen eingebaut, die mit Hilfe einer Pumpe weggesteuert beansprucht werden können. Um Durchbiegungen aus Eigenlast auszuschließen, wurde unter dem Versuchskörper ein höhenverstellbarer Gleittisch mit Teflonplatten angeordnet, auf dem eine fast reibungsfreie Lagerung möglich ist. Der Reißrahmen ist insgesamt 6m lang und 1,85m hoch, sodass Versuchskörper mit einer Länge von bis zu 4m und einer maximalen Breite von 1,3m mit Zugbelastungen beansprucht werden können. Die Lasteinleitung erfolgt bei den Versuchen der Serie 1 mithilfe von Spannkeilen und bei den Serien 2 – 7 (siehe 4.3) mit der Lasteinleitungsstruktur aus Abb. 32.

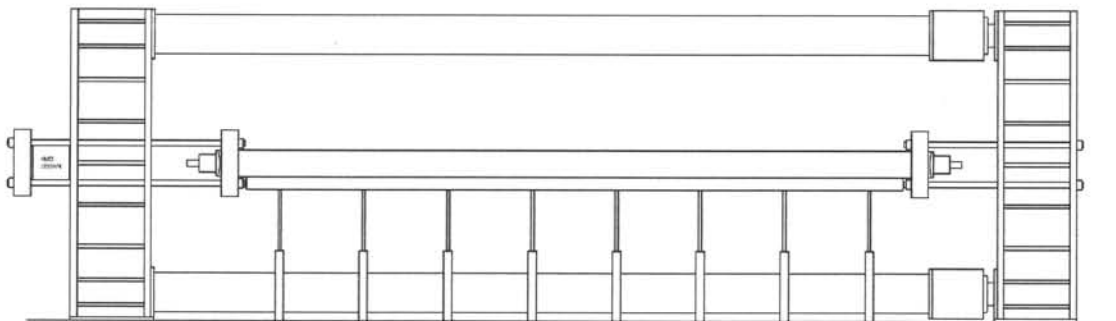


Abb. 25: Reißrahmen mit Versuchskörper, Serie 1

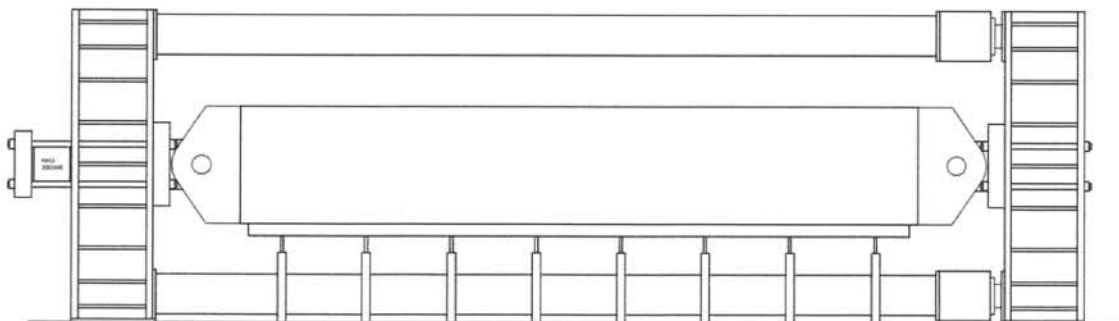


Abb. 26: Reißrahmen mit Versuchskörper, Serien 2 - 6

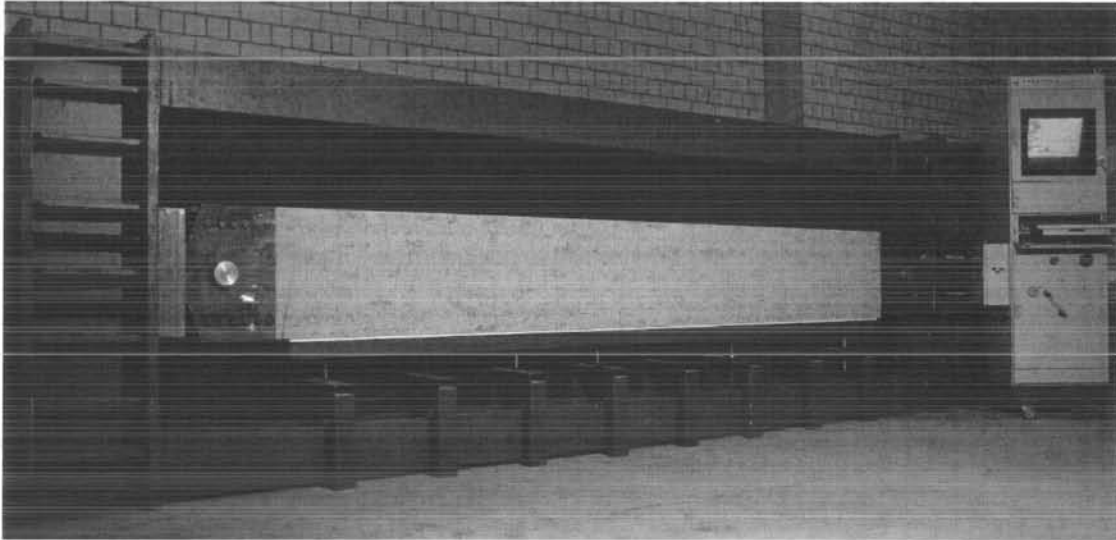


Abb. 27: Versuchsstand mit eingebautem Versuchskörper, Serie 6

#### 4.1.1. Messtechnik

Zur Steuerung des Reißrahmens wurde an beide Hohlkolbenpressen jeweils ein Wegaufnehmer angeschlossen, welcher den Kolbenweg erfasst. Die Verschiebungsgeschwindigkeit ergibt sich als zeitliche Ableitung des Verschiebungsweges. Alle Versuche unter quasi-statischer Beanspruchung (kontinuierlich) wurden mit einer Geschwindigkeit von 0,3mm/min durchgeführt. Eine jeweils auf die Maximallast ausgelegte Kraftmessdose wurde zwischen Lasteinleitung und Versuchskörper eingebracht. Zugehörig zur Beanspruchungshöhe wurde die Gesamtlängenänderung des Versuchskörpers durch Wegaufnehmer gemessen. Zusätzlich wurden Dehnungsmessstreifen (DMS) auf den Bewehrungsstäben appliziert, mit deren Hilfe die Stahldehnungen im Riss bestimmt werden konnten. Um sicherzustellen, dass die Rissebene die DMS kreuzt, wurden um die DMS ringförmige Folien angebracht.

Zur Messung der Rissbreite auf der Betonoberfläche wurde ein digitales Mikroskop (siehe Abb. 29) benutzt, welches Bilder mit einer Auflösung von 1600 x 1200 Pixeln ermöglicht. Es wurden jeweils Abbilder des Risses in Achse der Bewehrungsstäbe (Serie 1 u. 7) und im Abstand von 100mm (Serie 2 - 6) mit den Abmessungen von 2,4 x 2mm angefertigt. In Abb. 28 sind die Aufnahmestellen der Rissbilder (Serie 2 – 6) dargestellt.

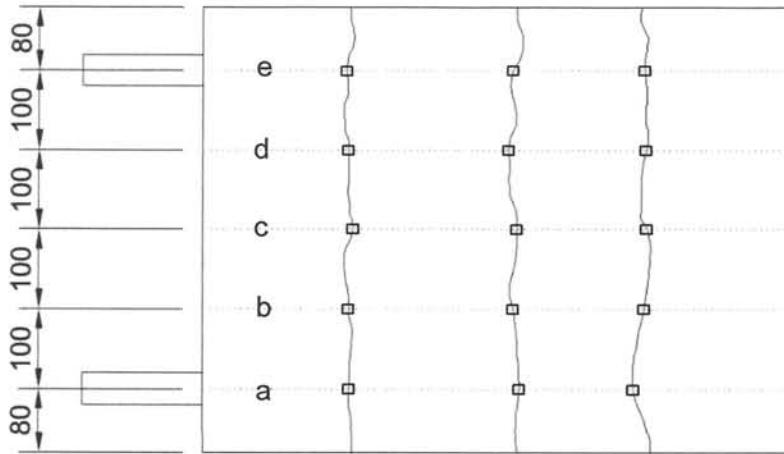
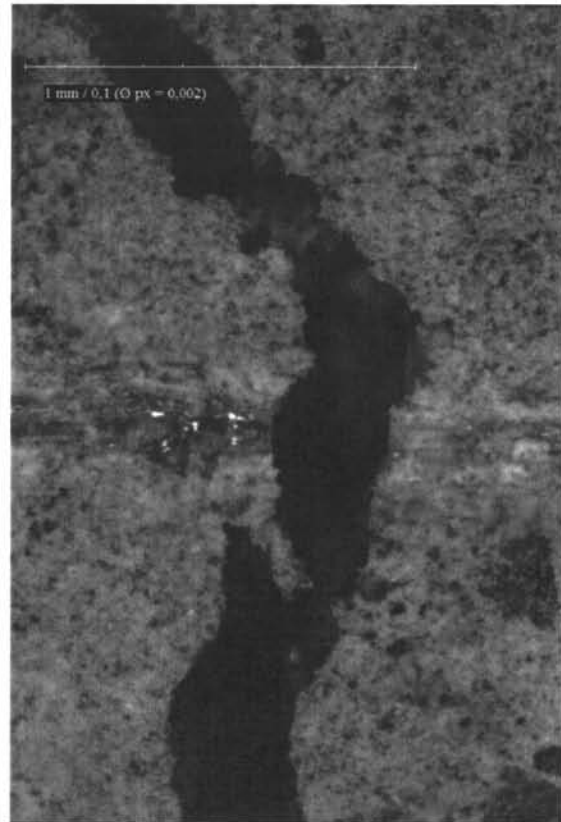


Abb. 28: Messstellen der Serie 2 - 6

Durch die Verwendung des digitalen Mikroskops konnten Bilder des Rissbereiches in 84-facher Vergrößerung aufgenommen werden (siehe Abb. 30) Mit Hilfe der Software *Metric PE Plus Version 8.10* wurden die Aufnahmen zu einen späteren Zeitpunkt am PC vermessen. Die Messgenauigkeit der Aufnahmen lag bei einer Pixelabmessung mit 0,002mm, was die Genauigkeit einer Rissbreitenmessung mit Hilfe von Risslupen oder Messkarten um ein Vielfaches übersteigt.



Abb. 29: Digitales Mikroskop

Abb. 30: Aufnahme eines Risses,  
84-fache Vergrößerung

## 4.2. Vorüberlegungen zum Versuchsaufbau

Die gesamte Versuchskörperlänge soll ohne Abzug eines Lasteinleitungsbereiches in den Auswertungen betrachtet werden können. Daher müssen die Betonkanten im Einleitungsbereich der Versuchskörper bereits als erstes Rissufer angesehen werden. Hierdurch wird es möglich, den Abstand des Risses von der Versuchskörperkante bereits als Rissabstand  $s_r$  zu bewerten. Es muss die Lasteinleitungsstruktur, mit der die Versuchskörper beansprucht werden, so konstruiert sein, dass das Verhalten des Risses in der Rissymmetrieachse wiedergegeben wird. Hierzu werden die Spannungsverteilung zwischen Hauptbewehrung und Oberflächenbewehrung sowie das Verschiebungsverhalten der Bewehrungsstäbe betrachtet. Mit der Annahme, dass die Einleitungslänge  $l_e$  mehrerer Bewehrungsstäbe des gleichen Durchmessers gleich lang ist, wird die Dehnungsdifferenz zwischen den Bewehrungsstäben und dem umgebenen Beton ebenso gleichmäßig sein. Das Verschiebungsverhalten aller Bewehrungsstäbe der Serien 1 und 2 des Versuchsprogrammes (siehe 4.1) ist somit symmetrisch. Daher könnte eine Lasteinleitungsstruktur, basierend auf einer Gelenkkette (Einfeldträgersystem), konstruiert werden. Hierdurch werden alle Stäbe gleichmäßig beansprucht.

Die Versuchsserien 3 – 7 sind innerlich statisch unbestimmte Systeme, bei denen die Steifigkeitsverhältnisse der einzelnen Bewehrungsstäbe die Spannungsverteilung beeinflussen. Somit würde eine Lasteinleitungsstruktur aus gekoppelten Einfeldträgern (Gelenkkette) zu unrealistischen Spannungsverteilung führen.

In der Rissymmetrieachse eines durch Zugkraft beanspruchten Systems mit mehreren Stäben unterschiedlichen Durchmessers tritt keine Differenzverschiebung auf. Um diesem Verformungsverhalten Rechnung zu tragen, müssen alle Bewehrungsstäbe „starr“ miteinander verbunden werden. Dieses System der Lasteinleitungsstruktur wurde auch in zentrischen Zugversuchen anderer Forscher verwendet. Hierbei werden alle Bewehrungsstäbe durch Schweißnähte an einer „starrten Scheibe“ angeschlossen. Über diese Scheibe wird die Kraft eingeleitet. In einem System, welches ausschließlich aus Stäben der gleichen Steifigkeit (gleiche Durchmesser) besteht, ist sowohl eine Lasteinleitungsstruktur aus gekoppelten Einfeldträgern als auch aus starren Scheiben möglich. Infolgedessen kann in dem zu untersuchendem System aus Stäben unterschiedlicher Steifigkeiten (verschiedene Stabdurchmesser) lediglich eine Konstruktion aus „starrten Scheiben“ gewählt werden.

Ein weiterer wichtiger Aspekt zur Steifigkeit ist die unterschiedliche Einleitungslänge  $l_e$  verschiedener Stabdurchmesser. Die Annahme gleicher Einleitungslängen  $l_e$  bei identischen Stabdurchmessern bleibt weiter bestehen. In den Versuchsserien 3 – 7 werden je Versuch zwei unterschiedliche Stabdurchmesser untersucht, sodass der Einfluss der Lasteinleitungslänge auf die Spannungsverteilung näher betrachtet werden muss. Wie bereits erläutert, müssen alle Bewehrungsstäbe „starr“ miteinander verbunden werden. Diese Verbindung sollte möglichst nahe von der Betonoberfläche realisiert werden, um das Rissverhalten bereits an der Versuchskörperkante untersuchen zu können. Die naheliegendste Möglichkeit dieser Verbindung besteht in dem Anschweißen einer „starrten“ Stahlplatte. Diese sollte ohne Abstand zur Betonoberfläche befestigt werden. Nachteil dieser Methode ist der große Materialaufwand, weil für jeden Versuchskörper eine eigene Stahlplatte vorgesehen



werden müsste. Ressourcenschonender ist eine Lasteinleitungsstruktur, die für mehrere Versuchskörperserien verwendet werden kann. Eine solche Konstruktion kann oft wegen der hohen Lasten und den benötigten Verankerungen nicht ohne einen Spalt zwischen der Betonoberfläche und dem Verankerungspunkt der Lasteinleitungsstruktur ausgeführt werden. Somit stellt sich die Frage, welchen Einfluss die freie Länge  $L_f$  (Spaltbreite) der Bewehrungsstäbe auf die Spannungsverteilung hat. Nachfolgend wird ein vereinfachtes statisches System dargestellt um hiermit den Einfluss rechnerisch zu bestimmen.

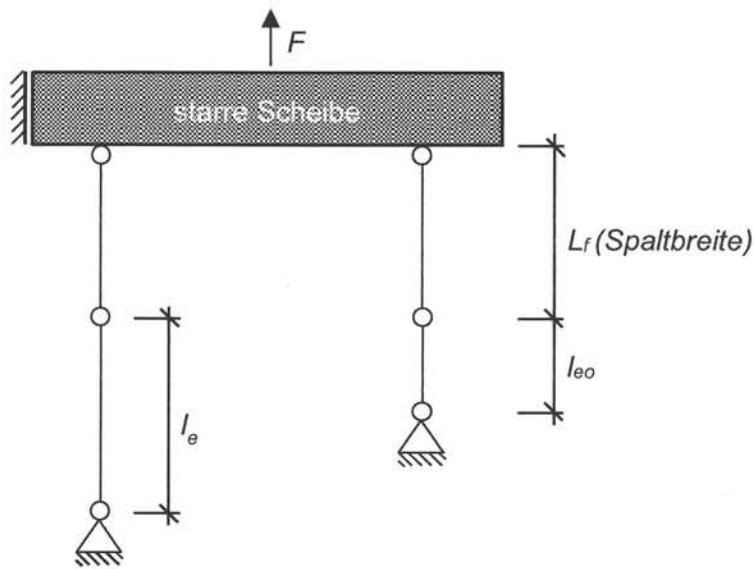


Abb. 31: Statisches System einer möglichen Lasteinleitungsstruktur mit Spaltbreite  $L_f$

Sowohl die Fläche der Oberflächenbewehrung  $A_{so}$  als auch die Fläche der Hauptbewehrung aus großen Stabdurchmessern  $A_s$  sind mit einer „starrten Scheibe“ verbunden. Im gezeigten System wird die Länge der Bewehrungsstäbe im Spalt als  $L_f$  und die Lasteinleitungslänge der Oberflächenbewehrung als  $l_{eo}$  sowie die der Hauptbewehrung als  $l_e$  bezeichnet. Aus dem Kräftegleichgewicht kann die Gesamtlast  $F$  als Summe der Lasten aus der Hauptbewehrung  $F_s$  und der Oberflächenbewehrung  $F_{so}$  beschrieben werden.

$$F = F_s + F_{so} \quad (4.1)$$

Mit den bekannten Zusammenhängen ergeben sich folgende Gleichungen für die Stabkräfte:

$$F_s = \frac{\Delta l}{L_f + l_e} \cdot E \cdot A_s \quad (4.2)$$

$$F_{so} = \frac{\Delta l}{L_f + l_{eo}} \cdot E \cdot A_{so} \quad (4.3)$$

Durch Umstellen der Gleichungen nach  $\Delta l$  und Gleichsetzen werden die Stabkräfte wie folgt berechnet.

$$F = F_s \cdot \left( 1 + \frac{A_{so} (L_f + l_e)}{A_s (L_f + l_{eo})} \right) \quad (4.4)$$

$$F_s = \frac{F}{\left( 1 + \frac{A_{so} (L_f + l_e)}{A_s (L_f + l_{eo})} \right)} \quad (4.5)$$

Es zeigt erwartungsgemäß, dass die Querschnittsflächen der Bewehrungen aber auch die Gesamtlänge aus freier Stablänge  $L_f$  und der Lasteinleitungslänge  $l_e$  und  $l_{eo}$  in die Verteilung der Stabkräfte eingehen.

Mit Grenzbetrachtungen der freien Stablänge soll der Einfluss weiter untersucht werden. Es wird lediglich die Gleichung der Hauptbewehrung betrachtet, jedoch gelten die folgenden Ausführungen analog für die Stabkraft der Oberflächenbewehrung.

Wird eine sehr große, freie Länge zwischen der Betonkante und der Lasteinleitungs-konstruktion betrachtet ergibt sich der Grenzwert zu 1:

$$\lim_{L_f \rightarrow \infty} = \frac{(\infty + l_{eo})}{(\infty + l_e)} = 1 \quad (4.6)$$

$$F_s = \frac{F}{\left( 1 + \frac{A_{so}}{A_s} \cdot 1 \right)} \quad (4.7)$$

Somit werden die Stabkräfte gemäß des Verhältnisses ihrer Querschnittsflächen verteilt.

Wird keine freie Länge zwischen Betonkante und Lasteinleitungs-konstruktion angesetzt zeigt sich, dass der Einfluss der Lasteinleitungslängen auf die Verteilung der Stabkräfte am größten wird:

$$\lim_{L_f \rightarrow 0} = \frac{(0 + l_{eo})}{(0 + l_e)} = \frac{l_{eo}}{l_e} \quad (4.8)$$

$$F_s = \frac{F}{\left( 1 + \frac{A_{so}}{A_s} \cdot \frac{l_e}{l_{eo}} \right)} \quad (4.9)$$

Um die Verhältnisse im Riss bereits an der Betonkante wiederzugeben muss die freie Länge der Bewehrungsstäbe, wie schon oben beschrieben,  $w/2$  betragen.

Mit diesen Ausführungen wurde eine Lasteinleitung konstruiert, welche das Spannungs- und Verschiebungsverhalten in Rissymmetrieachse widerspiegelt und größtenteils wiederverwendet werden konnte. Die Konstruktion besteht aus zwei Seitenplatten und zwei Fahnenblechen. An die Fahnenbleche werden die großen Bewehrungsstab-durchmesser angeschweißt. An die Seitenplatten werden die kleinen Stäbe der Oberflächenbewehrung angeschweißt. Die Fahnenbleche werden durch insgesamt 24 Schrauben mit den Seitenblechen verbunden. Die Einleitung der Kraft erfolgt über einen Gelenkkopf.

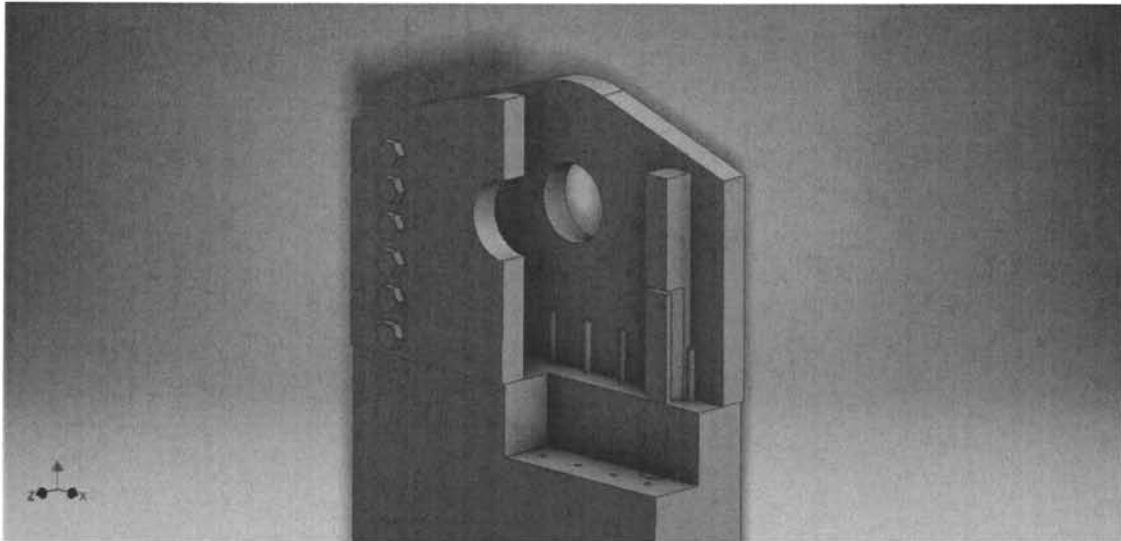


Abb. 32: Lasteinleitungskonstruktion Plattenversuche (Konstruktionszeichnung inkl. Einschnitt)

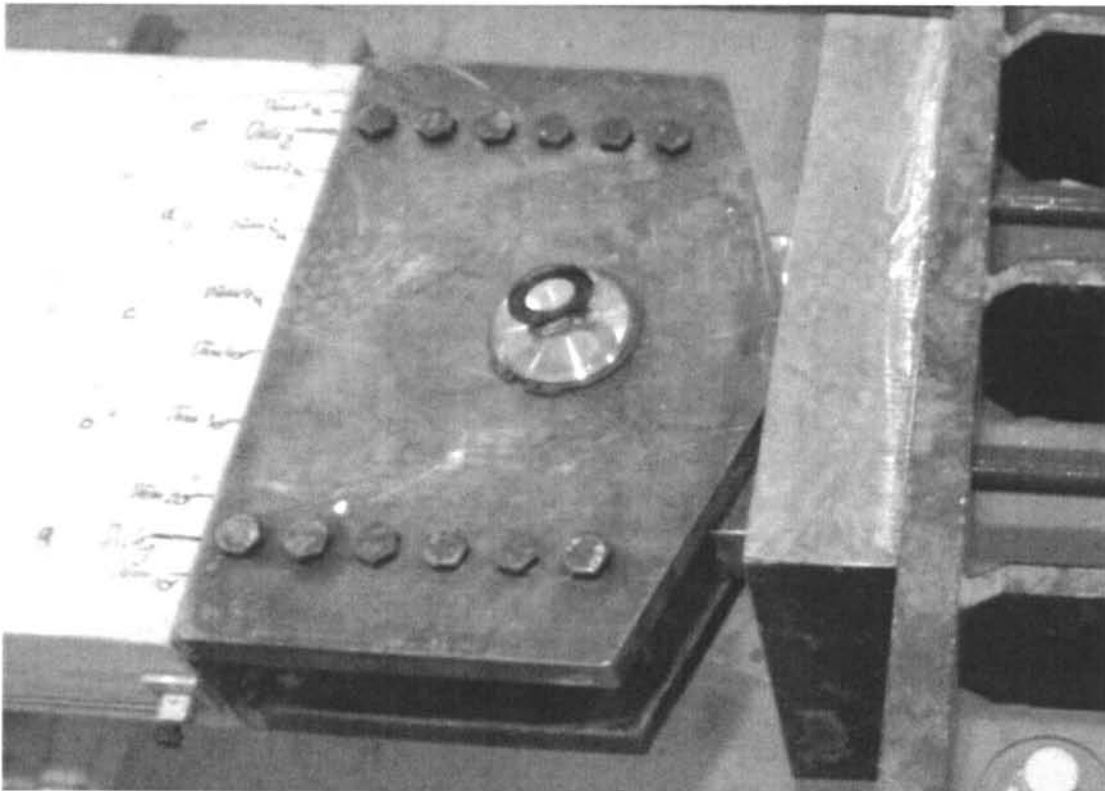


Abb. 33: Lasteinleitungskonstruktion Plattenversuche

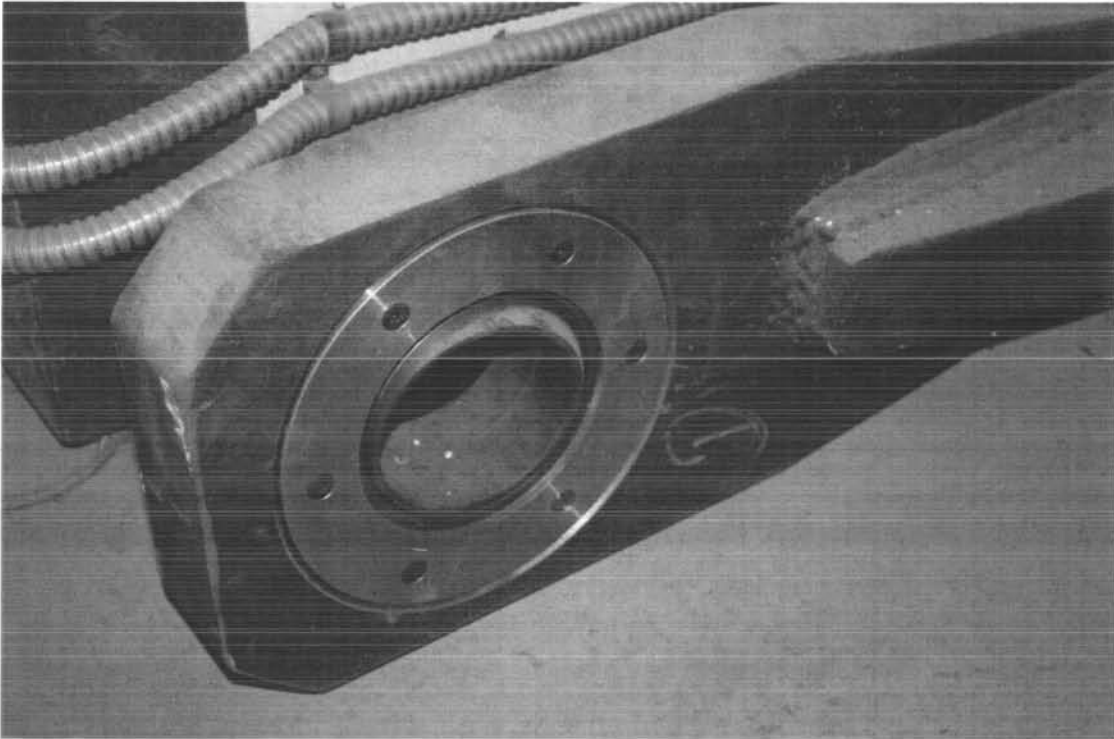


Abb. 34: Gelenkkopf



Abb. 35: Lasteinleitungsstruktur Plattenversuche (vor der Betonage)

### 4.3. Versuchsprogramm

Um eine Eindeutigkeit der Versuchsbezeichnung zu schaffen, wurde folgender Bezeichnungscode der Versuche verwendet.

RB.1.40.C30/37.0.ko\_V2

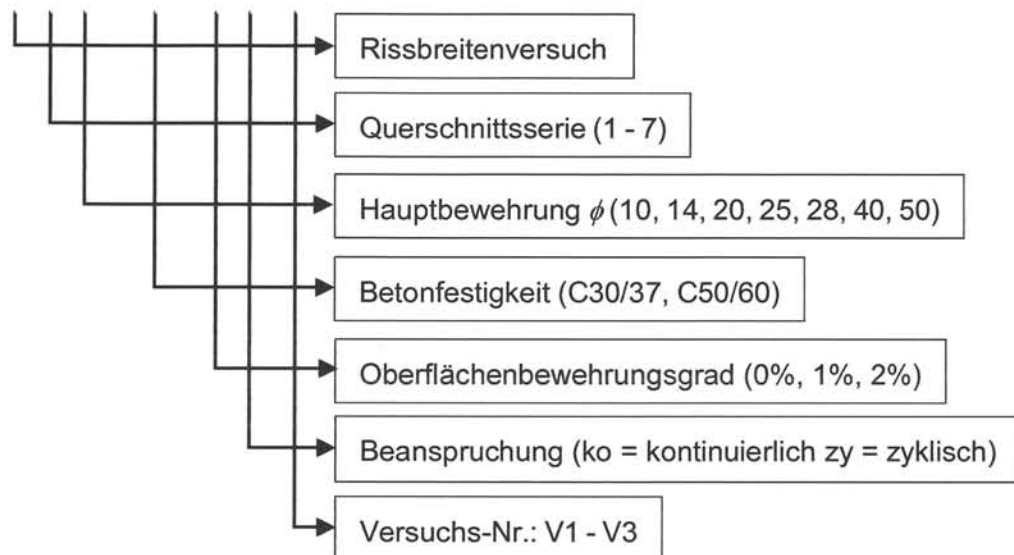


Abb. 36: Aufbau der Versuchscodierung

Das Versuchsprogramm wurde aufgestellt, um den Einfluss des Bewehrungsdurchmessers und der Oberflächenbewehrung auf die Rissbreiten zu bestimmen. Weiter wurden die Betonfestigkeit für Normalbeton, die Belastungsart und der Bügelbewehrungsgehalt berücksichtigt. Das Versuchsprogramm ist in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Versuchsprogramm und Parameterkombinationen

Parameter						
Versuchsbezeichnung	Querschnittserie	Stabdurchmesser	Betondruckfestigkeits- klasse	Oberflächenbewehrung [%]	Beanspruchung ko = kontinuierlich zy = zyklisch	Anzahl der Versuche
RB.1.10.C30/37.0.ko	1	10	C30/37	0	ko	3
RB.1.10.C50/60.0.ko	1	10	C50/60	0	ko	1
RB.1.14.C30/37.0.ko	1	14	C30/37	0	ko	3
RB.1.14.C50/60.0.ko	1	14	C50/60	0	ko	1
RB.1.20.C30/37.0.ko	1	20	C30/37	0	ko	6
RB.1.25.C30/37.0.ko	1	25	C30/37	0	ko	3
RB.1.28.C30/37.0.ko	1	28	C30/37	0	ko	3
RB.1.40.C30/37.0.ko	1	40	C30/37	0	ko	3
RB.1.40.C50/60.0.ko	1	40	C50/60	0	ko	1
RB.1.40.C30/37.0.zy	1	40	C30/37	0	zy	3
RB.1.50.C30/37.0.ko	1	50	C30/37	0	ko	3
RB.1.50.C50/60.0.ko	1	50	C50/60	0	ko	1
RB.1.50.C30/37.0.zy	1	50	C30/37	0	zy	3
RB.2.40.C30/37.0.ko	2	40	C30/37	0	ko	3
RB.2.40.C50/60.0.ko	2	40	C50/60	0	ko	1
RB.3.40.C30/37.1.ko	3	40	C30/37	1	ko	3
RB.3.40.C50/60.1.ko	3	40	C50/60	1	ko	1
RB.3.40.C30/37.1.zy	3	40	C30/37	1	zy	1
RB.4.40.C30/37.1.ko	4	40	C30/37	1	ko	3
RB.4.40.C50/60.1.ko	4	40	C50/60	1	ko	1
RB.5.40.C30/37.2.ko	5	40	C30/37	2	ko	3
RB.5.40.C50/60.2.ko	5	40	C50/60	2	ko	1
RB.5.40.C30/37.2.zy	5	40	C30/37	2	zy	1
RB.6.40.C30/37.2.ko	6	40	C30/37	2	ko	3
RB.6.40.C50/60.2.ko	6	40	C50/60	2	ko	1
RB.7.40.C30/37.1.ko	7	40	C30/37	1	ko	3
RB.7.40.C50/60.1.ko	7	40	C50/60	1	ko	1

#### 4.4. Geometrie der Versuchskörper

##### 4.4.1. Zugstäbe Serie 1

Es wurden Zugstäbe mit jeweils einem mittig eingebauten Bewehrungsstab untersucht. Die Abmessungen des Querschnittes wurden aus der Vorüberlegung zur Betondeckung bei großen Stäben getroffen. So muss zurzeit beim Einsatz großer Bewehrungsstäbe nach *DIN EN 1992-1-1 2011* neben der statisch erforderlichen Bügelbewehrung zusätzlich eine Bügelbewehrung zur Sicherstellung des Verbundes als auch eine Oberflächenbewehrung kreuzweise eingelegt werden. Dem geschuldet wurde eine Betondeckung der dicken Bewehrungsstäbe von  $1,5 \cdot \phi$  ( $1,5 \cdot 40 = 60\text{mm}$ ) als baupraktisch angesehen und ausgeführt. Zur besseren Vergleichbarkeit der Versuchsergebnisse wurde der sich einstellende Bewehrungsgehalt von ca. 5% in allen Versuchen der Serie 1 beibehalten. Die untersuchten Querschnitte der Serie 1 sind in Abb. 37 dargestellt.

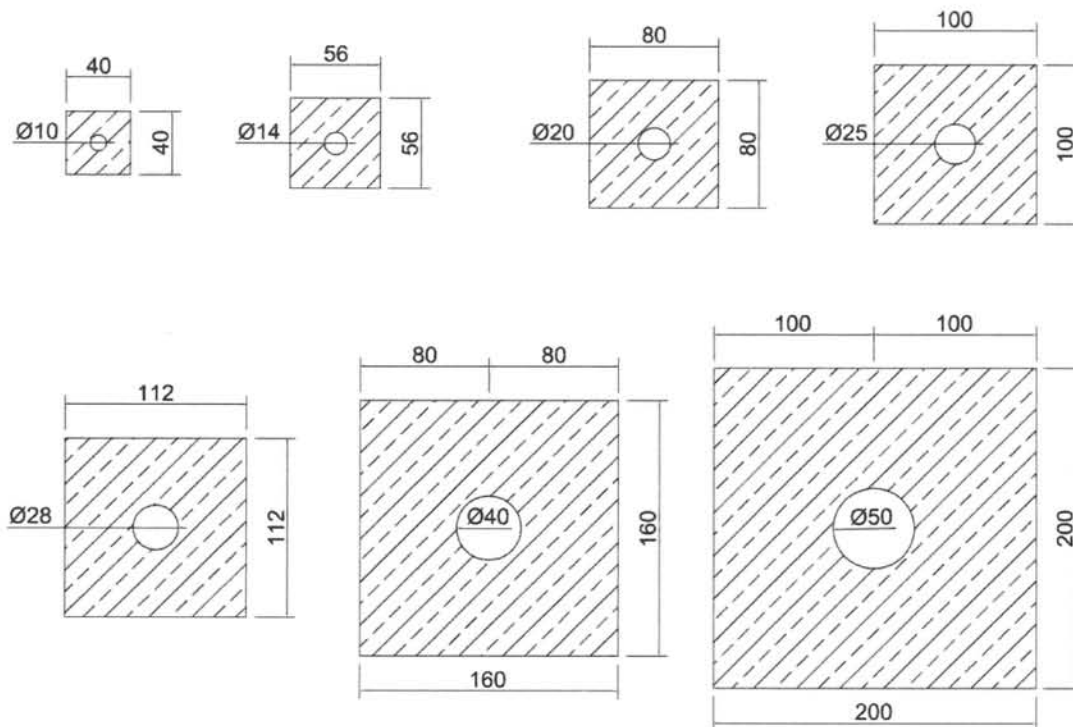


Abb. 37: Querschnittsgeometrie der Versuchskörperserie 1

Die Länge der Versuchskörper betrug in allen Versuchen unter quasi-statischer Beanspruchung 4m. In Längsmittle (halbe Versuchskörperlänge) wurde eine Folie zur Inizierung des ersten Risses eingearbeitet. Die Bewehrungsstäbe ragten zur Verankerung an beiden Enden 30cm aus den Betonkörpern heraus.

#### 4.4.2. Zugplatten Serie 2 – 7

Mit den Versuchen der Serie 2 sollte das Rissverhalten von Stahlbetonplatten, welche nur mit großen Bewehrungsstäben ( $\phi = 40\text{mm}$ ) bewehrt sind, untersucht werden. Die Bewehrungsanordnung ist in Abb. 38 dargestellt. Der Randabstand der Bewehrung wurde wie in Serie 1 mit 60mm beibehalten.

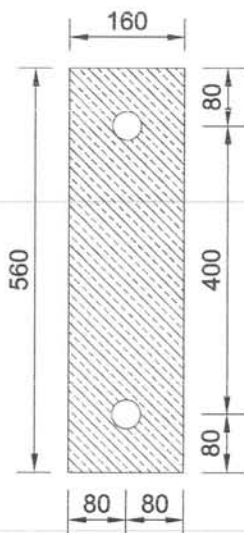
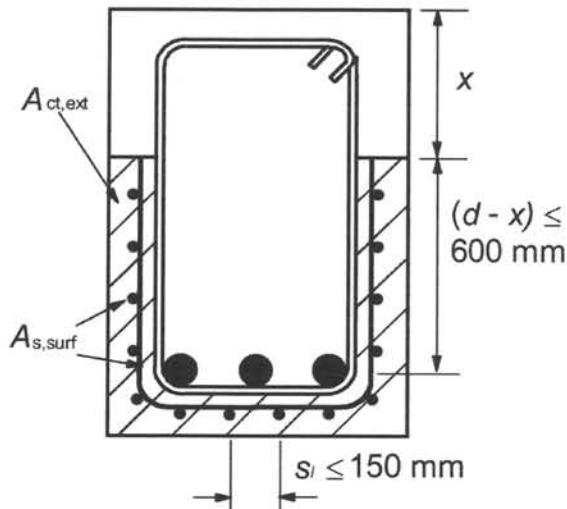


Abb. 38: Querschnittsgeometrie der Serie 2

Der Achsabstand zwischen beiden großen Bewehrungsstäben beträgt in den Versuchen (Serie 2 – 6) 400mm. In Serie 7 wurde der Achsabstand auf 120mm reduziert. Die Versuchskörper der Serien 2 - 6 unter quasi- statischer Beanspruchung besitzen wie in der Serie 1 eine Länge von 4m und ebenfalls eine Rissfolie zur Inizierung des Erstrisses in der Mitte des Versuchskörpers. Die Versuchskörper der Serie 7 wurden wegen einer erweiterten Lasteinleitungsstruktur mit einer Länge von 3,52m angefertigt. Um die Zugkonstruktionen (siehe Abb. 32) an die Versuchskörper anschweißen zu können, wurden die großen Bewehrungsstäbe mit einem Überstand von 15cm eingebracht. Die dünnen Bewehrungsstäbe der Oberflächenbewehrung weisen bei den Serien 3 – 7 einen Überstand von 7cm auf.

Die Oberflächenbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite wird in den Serien 3 - 7 untersucht. Diese soll gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* 2% der unter Zugspannung stehenden, externen Betonfläche  $A_{ct,ext}$  betragen. Als externe Betonzugfläche ist der Bereich außerhalb der statisch erforderlichen Bügel definiert (siehe Abb. 39).





$x$  ist die Höhe der Druckzone im GZT

Abb. 39. Darstellung der externen Betonfläche  $A_{ct,ext}$ , Bild J1 aus DIN EN 1992-1-1 2011

Bei dem Aufbau des Bewehrungskorbes wird stets von außen nach innen konstruiert, sodass diese Vorgehensweise auch für die Bestimmung der erforderlichen Oberflächenbewehrung der Versuchskörper herangezogen werden soll. Die rissbreitenbegrenzende Oberflächenbewehrung (parallel zur Hauptbewehrung) sollte möglichst nahe am Bauteilrand ausgeführt werden. Um dies zu erreichen, wird lediglich das Nennmaß der Betondeckung  $c_{nom}$  als Abstand angesetzt. Mit der Oberflächenbewehrung, welche gemäß DIN EN 1992-1-1 2011  $\phi_{surf} \leq 10\text{mm}$  betragen soll, wird der Abstand vom Bauteilrand zum kreuzenden Oberflächenbewehrungsbügel zu  $c_{nom} + \phi_{surf}$ . Zwischen der Oberflächenbewehrung und den eingebauten dicken Bewehrungsstäben ist in den meisten Fällen eine statisch erforderliche Bügelbewehrung angeordnet. An diese wird die Oberflächenbewehrung angebracht, sodass die statisch erforderliche Bügelbewehrung und die Bügel der Oberflächenbewehrung in derselben Ebene gefasst sind. Hiermit kann die externe Betonfläche von flächigen Bauteilen aus der Summe des Oberflächenbewehrungsdurchmessers und dem Nennmaß der Betondeckung bestimmt werden.

$$a_{ct,ext} = (c_{nom} + \phi_{surf}) \cdot 100\text{cm}/\text{m} \quad (4.10)$$

Demzufolge kann die erforderliche Oberflächenbewehrung gemäß DIN EN 1992-1-1 2011 wie folgt berechnet werden:

$$a_{s,surf} = 0,02 \cdot a_{ct,ext} = 0,02 \cdot (c_{nom} + \phi_{surf}) \cdot 100\text{cm}/\text{m} \quad (4.11)$$

Diese Oberflächenbewehrung liegt bei den hergestellten Versuchskörpern im Umfang  $U_{surf}$  des um  $c_{nom}$  und  $\phi_{surf}$  geschrumpften Querschnittes. In

#### 4 Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Tabelle 3 sind die Parameter zur Oberflächenbewehrung des Versuchsprogrammes zusammengefasst.

Tabelle 3: Oberflächenbewehrung der Versuchsserien 3-7

Serie	$a_{s,surf}$	$U_{s,surf}$	$A_{s,surf}$	gewählt $A_{s,surf}$	Stababstand längs Stababstand quer
3	4,5 cm <sup>2</sup> /m	1,08 m	4,86 cm <sup>2</sup>	8 $\phi$ 10 mm	$\phi$ 10-150 $\phi$ 10-150
4	4,5 cm <sup>2</sup> /m	1,08 m	4,86 cm <sup>2</sup>	8 $\phi$ 10 mm	$\phi$ 10-150 $\phi$ 6-200
5	9,0 cm <sup>2</sup> /m	1,08 m	9,72 cm <sup>2</sup>	16 $\phi$ 10 mm	$\phi$ 10-64,3 $\phi$ 10-64,3
6	9,0 cm <sup>2</sup> /m	1,08 m	9,72 cm <sup>2</sup>	16 $\phi$ 10 mm	$\phi$ 10-64,3 $\phi$ 6-200
7	4,5 cm <sup>2</sup> /m	0,52 m	2,34 cm <sup>2</sup>	6 $\phi$ 10 mm	$\phi$ 10-85 $\phi$ 10-85

Aufgrund des in *DIN EN 1992-1-1 2011* geforderten maximalen Achsabstandes der rissbreitenbeschränkenden Oberflächenbewehrungsstäbe  $s_t \leq 150\text{mm}$  wurde die Serie 3 und 4 mit diesem Stababstand ausgeführt. Der Biegerollendurchmesser der Oberflächenbewehrungsbügel von  $4\phi$  für Stäbe  $\phi < 20\text{mm}$  wurde für die Bügeldurchmesser 10mm festgelegt ( $D_{min} = 40\text{mm}$ ) und ebenfalls auf die Bügeldurchmesser 6mm angewandt. Hierdurch wurde die Außengeometrie der Bügel nicht verändert, sodass die Lage der Eckstäbe (40mm / 55mm) in allen Versuchen gleich blieb. Im Folgenden sind die Querschnitte der Serien 3 – 7 dargestellt.

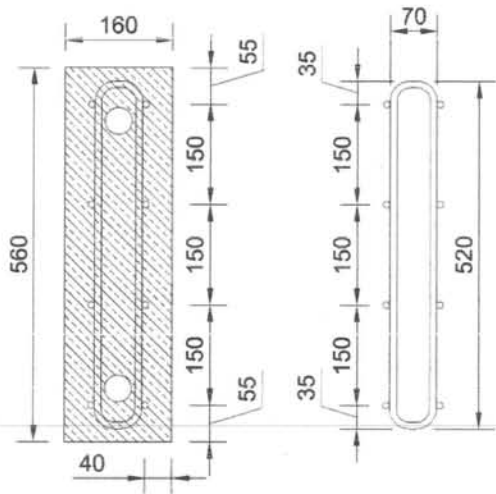


Abb. 40: Querschnitt der Serie 3  
kreuzweise  
1% Oberflächenbewehrung

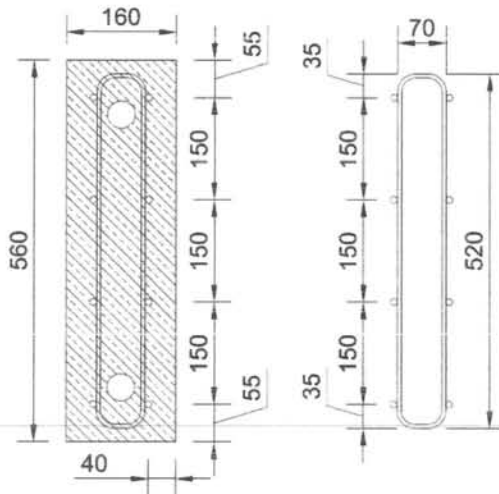


Abb. 41: Querschnitt Serie 4  
längs: 1% Oberflächenbewehrung  
quer:  $\phi 6-200 \cong 0,31\%$  von  $A_{ct,ext}$

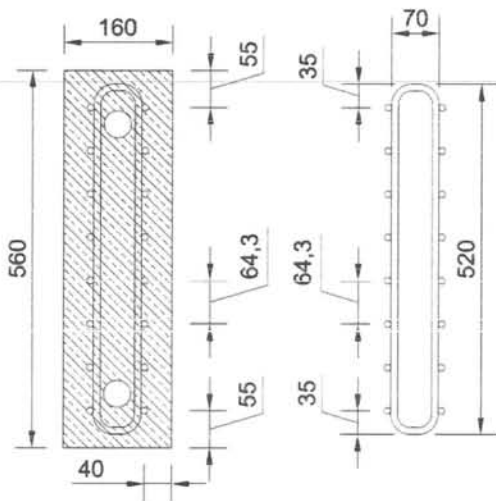


Abb. 42: Querschnitt Serie 5  
kreuzweise  
2% Oberflächenbewehrung

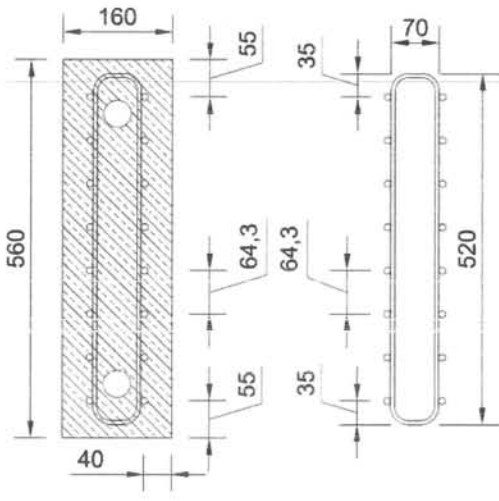


Abb. 43: Querschnitt Serie 6  
längs: 2% Oberflächenbewehrung  
quer:  $\phi 6-200 \cong 0,31\%$  von  $A_{ct,ext}$

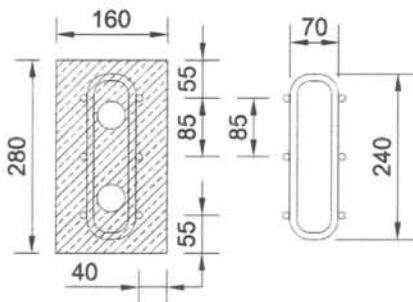


Abb. 44: Querschnitt Serie 7  
kreuzweise  
1% Oberflächenbewehrung

## 4.5. Versuchsdurchführung

### 4.5.1. Zugversuche mit quasi-statischer Beanspruchung

Zunächst wurden die Messachsen (siehe Abb. 28) mit einer scharfen Klinge auf der Betonoberfläche eingekerbt. Ein Anzeichnen der Achsen mit Hilfe von Filz- oder Bleistift zeigte in den vergrößerten Aufnahmen des digitalen Mikroskops „zu breite“ Strichstärken, was Schwierigkeiten bei der Rissbreitenmessung verursachte. Nachdem der Versuchskörper inkl. der Zugkonstruktion und Messtechnik eingebaut wurde, wurde die Messung durch das Messwerverfassungsprogramm *Catman Version 4.5* gestartet. Zunächst ist der Versuchskörper auf Risse, welche vor Beanspruchungsbeginn aufgetreten sind, untersucht worden. Falls bereits aus der Montage oder dem Transport Risse vorhanden waren, wurden diese fotografiert und ausgewertet. Anschließend wurde die Beanspruchung mit einer Belastungsgeschwindigkeit von 0,3mm/min in Lastschritten aufgebracht. Die Lastschritte wurden in Anlehnung an die Stahlspannungen gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011 Tabelle 7.2N* bestimmt. In Tabelle 4 sind die Lastschritte aufgeführt. In den Plattenzugversuchen wurden die Laststufen optimiert, sodass lediglich 6 Laststufen betrachtet wurden. Diese sind in Tabelle 5 dargestellt.

Tabelle 4: Lastschritte der Versuchsserie 1

Stahlspannung	Stabdurchmesser $\phi$						
	10mm	14mm	20mm	25mm	28mm	40mm	50mm
[N/mm <sup>2</sup> ]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
40	3,1	6,2	12,6	19,6	24,6	50,3	78,5
80	6,3	12,3	25,1	39,3	49,3	100,5	157,1
120	9,4	18,5	37,7	58,9	73,9	150,8	235,6
160	12,6	24,6	50,3	78,5	98,5	201,1	314,2
200	15,7	30,8	62,8	98,2	123,2	251,3	392,7
240	18,8	36,9	75,4	117,8	147,8	301,6	471,2
280	22,0	43,1	88,0	137,4	172,4	351,9	549,8
320	25,1	49,3	100,5	157,1	197,0	402,1	628,3
360	28,3	55,4	113,1	176,7	221,7	452,4	706,9
400	31,4	61,6	125,7	196,3	246,3	502,7	785,4
450	35,3	69,3	141,4	220,9	277,1	565,5	883,6
500	39,3	77,0	157,1	245,4	307,9	628,3	981,7

Tabelle 5: Lastschritte der Versuchsserie 2 - 7

Stahlspannung	Stabdurchmesser 2 $\phi$ 40					
	Serie 2	Serie 3	Serie 4	Serie 5	Serie 6	Serie 7
[N/mm <sup>2</sup> ]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
80	201,06	251,33	251,33	301,59	301,59	238,76
120	301,59	376,99	376,99	452,39	452,39	358,14
200	502,65	628,32	628,32	753,98	753,98	596,90
280	703,72	879,65	879,65	1055,58	1055,58	835,66
360	904,78	1130,97	1130,97	1357,17	1357,17	1074,42
450	1130,97	1413,72	1413,72	1696,46	1696,46	1343,03

Zwischen jedem Lastschritt wurden die Versuchskörper auf neue Risse untersucht. Die Risse wurden angezeichnet, nummeriert und der Schnittpunkt des Risses mit der Ebene der Bewehrungsachse bzw. der Messachsen (a – e; siehe Abb. 28) wurde auf der Bauteiloberfläche durch einen gelochten Aufkleber markiert. Anschließend wurde die Rissstelle mit Hilfe des digitalen Mikroskops fotografiert. Die Markierungsaufkleber (siehe Abb. 45) sind hierbei nötig um stets dieselbe Rissstelle zu fotografieren und diese in den weiteren Lastschritten schneller orten zu können.

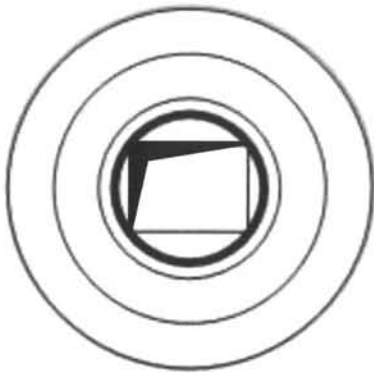


Abb. 45: Markierungsaufkleber

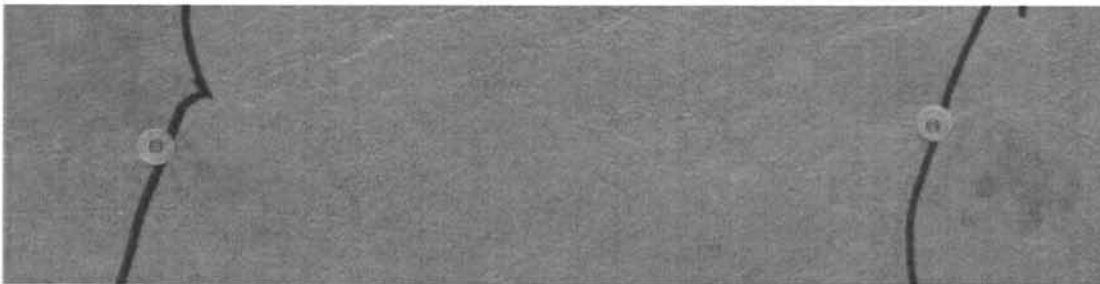


Abb. 46: Markierungsaufkleber am Bauteil

Nachdem die letzte Laststufe erreicht wurde, wurde die Beanspruchung abgelassen und die Rissabstände wurden aufgenommen. Nach Versuchsende konnten die Rissbreiten aus den Bildern am PC vermessen werden. Hierzu wurde das Programm *Metric PE Plus Version 8.10* verwendet. Das Resultat der Auswertung waren Tabellen, in denen die Rissbreiten und die zugehörigen Bilder für jeden Riss gespeichert wurden. Durch die Möglichkeit, den Rissbereich in 84-facher Vergrößerung (Abmessungen des Bildes 2,4 x 2,0mm) betrachten zu können, stellte sich die Frage wie die Rissbreite auszumessen ist. In Abb. 47 ist diese Problematik zu erkennen. Obwohl der Riss bei zentrischer Zugbeanspruchung wie vermutet senkrecht zur Belastungsachse verläuft, zeigt sich in den vergrößerten Aufnahmen, dass der Rissverlauf stetigen Richtungsänderungen unterworfen ist. Die Möglichkeit besteht nun, die Rissbreite orthogonal zu den Rissufern, in Richtung der Bewehrung oder in Spannungs- und Lastrichtung zu messen. Viele Ingenieure sind der Meinung, dass der Riss orthogonal zu den Rissufern gemessen werden muss *DBV Merkblatt Rissbildung 2006*. Begründet wird dies mit der Durchströmungsfläche des Risses z. B. für zerstörende Medien wie Salzwasser. Auch bei Messungen der Rissbreite durch Messkarten, welche mit Vergleichsstrichstärken arbeiten, kann zweckmäßig nur orthogonal gemessen werden. Betrachtet man jedoch Rissversuche anderer Forscher, bei denen die Rissbreiten mit Hilfe von Messuhren oder Wegaufnehmern gemessen wurden, so stellt man fest, dass diese nicht orthogonal zu den Rissufern gemessen werden konnten sondern in Richtung der Bewehrungsachse bzw. in Lastrichtung oder zumindest in Achsrichtung des Messsystems. Wenn Lastrichtung und Richtung der Bewehrung übereinstimmen, können sich die Rissufer nur in diese Richtung verschieben, da sich die Bewehrung ebenfalls nur in selbige Richtung dehnt. Selbst bei einem schief zur Bewehrungs- und Lastrichtung verlaufenden Riss, muss die Rissbreite in Lastrichtung gleich sein mit

einem Riss der orthogonal zu Bewehrungsrichtung verläuft. In Abb. 47 ist die Rissbreite an drei Stellen des Rissausschnittes (2mm) gemessen.

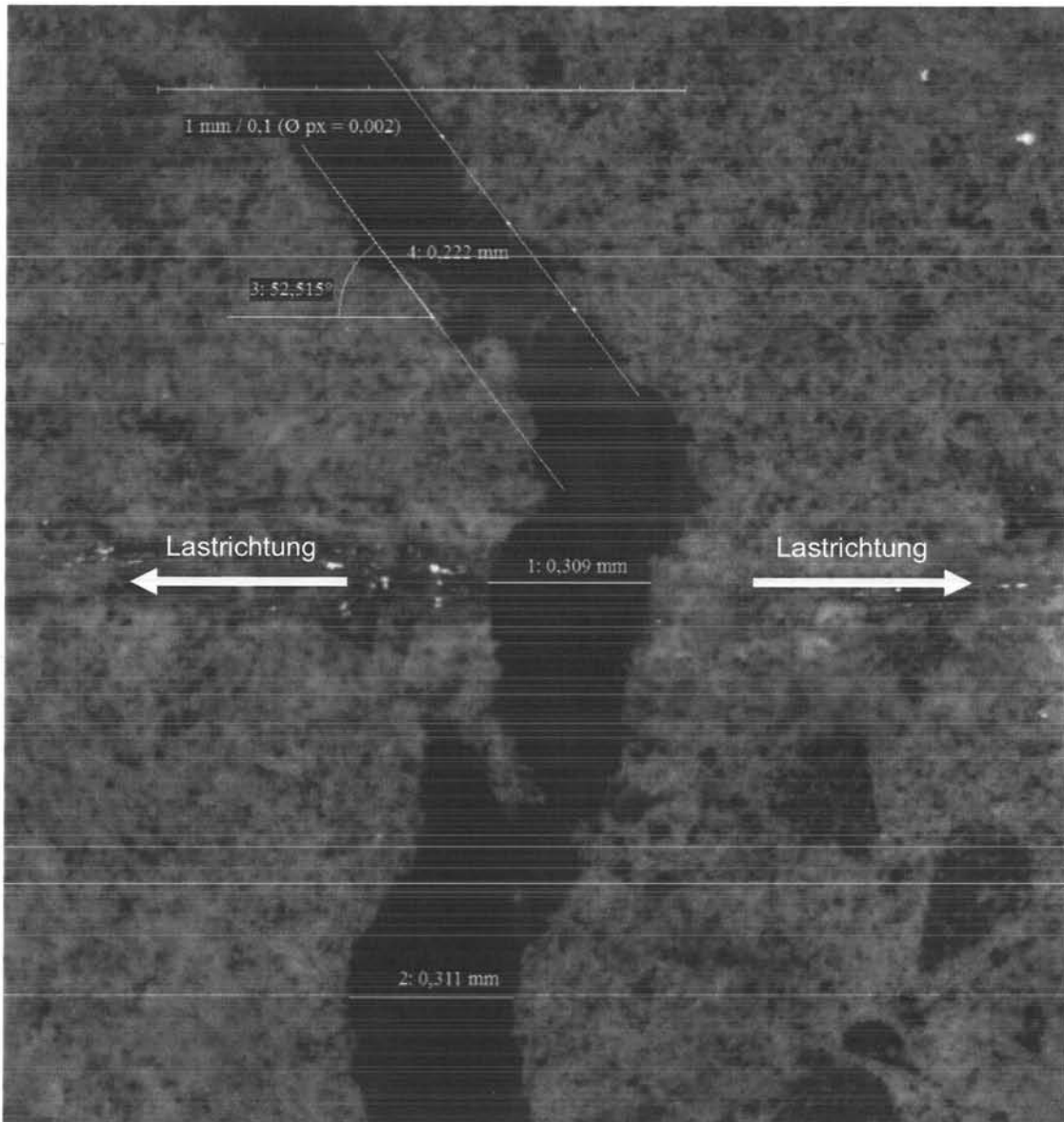


Abb. 47: Rissbild und Rissvermessung, Bildausschnitt ca. 2 x 2mm

Im oberen Bildbereich wurden die Rissbreite (4) orthogonal zu den schief verlaufenden Rissufer und der Winkel (3) zur Bewehrungsrichtung gemessen. An den Stellen in Bildmitte (1) und im unteren Bildbereich (2) wurde jeweils in Lastrichtung gemessen, welche identisch mit der Bewehrungsrichtung der Versuchskörper ist. In Lastrichtung beträgt die Rissbreite 0,31mm, wobei die Rissbreite orthogonal zum Rissufer unter dem Winkel von 52,5° nur 0,22mm beträgt. Rechnet man diese Rissbreite in die Richtung der Bewehrung um, erhält man einen Wert von 0,28mm. Dieser Wert liegt in der Größenordnung der Werte der Messstellen (1) und (2).

$$w_p = \frac{w_{\perp}}{\sin \alpha} = \frac{0,22\text{mm}}{\sin 52,2^{\circ}} = 0,28\text{mm} \quad (4.12)$$



Es zeigt sich, dass wie schon oben beschrieben die Öffnungsrichtung des Risses bei Übereinstimmung der Lastrichtung und der Richtung der Bewehrung lediglich der Dehnungsrichtung der Bewehrung entsprechen kann. Die maßgebende Rissbreite muss in Richtung der Bewehrung gemessen werden. Daher wurden die Rissbreiten bei den durchgeführten Versuchen stets in Last- und Bewehrungsrichtung ausgewertet. Schwierig wird es, eine Rissbreitenmessung für die Anwendung in der Praxis zu definieren, weil in den meisten Fällen zwar die Richtung der Bewehrung bekannt ist, diese jedoch selten mit der Spannungsrichtung übereinstimmt, falls sie überhaupt bestimmt werden kann.

#### **4.5.2. Zugversuche mit zyklischer Beanspruchung**

Die Versuche mit zyklischer Beanspruchung wurden in einem Viersäulenprüfrahmen durchgeführt (siehe Abb. 48).

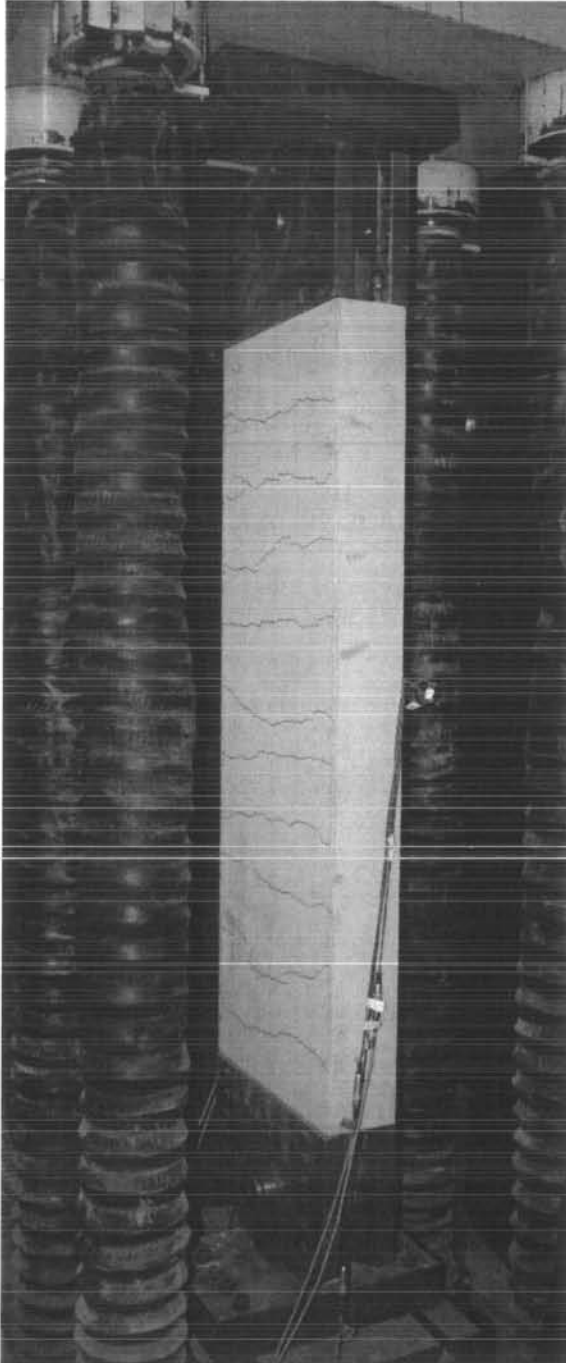


Abb. 48: Viersäulenprüfrahmen für Versuche mit zyklischer Beanspruchung

Die Zugkonstruktion der Versuchskörper mit zyklischer Beanspruchung ist identisch mit der Zugkonstruktion der Versuche unter quasi-statischer Beanspruchung (siehe Abb. 32). Nach dem Einbau der Versuchskörper wurden die Messachsen mit Hilfe einer scharfen Klinge eingekerbt und die Betonoberfläche nach Rissen untersucht. Vor Versuchsbeginn gefundene Risse wurden fotografiert und ausgewertet. Nachdem die

Messtechnik angeschlossen und gestartet wurde, ist der Versuchskörper quasi-statisch bis zum Erreichen der Oberspannung beansprucht worden. Anschließend wurden die Risse angezeichnet und die Kreuzungspunkte der Risse mit den Messachsen durch Aufkleber markiert. Im Weiteren sind diese Messstellen mit Hilfe des digitalen Mikroskops fotografiert worden. Die Beanspruchungshöhen der Versuche sind in Tabelle 6 dargestellt. Anschließend wurde der Versuchskörper bis zur Unterspannung entlastet und erneut bis zur Oberspannung belastet. Nach diesem ersten Lastwechsel wurden die Messstellen erneut fotografiert. Die Beanspruchungshöhe wurde aus den quasi-statischen Zugversuchen bestimmt. Als Oberlast wurde die Beanspruchung angesetzt, welche in den quasi-statischen Zugversuchen im Mittel eine Rissbreite von 0,3mm verursachte. Als Unterlast wurden 2/3 der Oberlast angesetzt.

Tabelle 6: Beanspruchungshöhen der zyklisch belasteten Versuche

Versuch	Rissbreite	Oberspannung	Unterspannung
RB.1.40.C30/37.0.zy	0,3 mm	300 N/mm <sup>2</sup>	200 N/mm <sup>2</sup>
RB.1.50.C30/37.0.zy	0,3 mm	220 N/mm <sup>2</sup>	140 N/mm <sup>2</sup>
RB.3.40.C30/37.1.zy	0,2 mm	259 N/mm <sup>2</sup>	173 N/mm <sup>2</sup>
RB.5.40.C30/37.2.zy	0,1 mm	200 N/mm <sup>2</sup>	133 N/mm <sup>2</sup>

Die nächsten Lastwechsel wurden mit einer Belastungsfrequenz von 4Hz durchgeführt. Die Beanspruchungsfunktion folgte einem sinusförmigen Verlauf. Es wurden 1.000.000 Lastwechsel ausgeführt, wobei die Risse in festgelegten Intervallen fotografiert wurden. Die Intervalle und die zugehörige Anzahl der Lastzyklen sind in Tabelle 7 dargestellt.

Tabelle 7: Intervall der Rissbreitenmessungen

Intervall	Anzahl der Lastzyklen	Intervall	Anzahl der Lastzyklen
1	1	8	10.000
2	100	9	25.000
3	250	10	50.000
4	500	11	100.000
5	1.000	12	250.000
6	2.500	13	500.000
7	5.000	14	1.000.000

Nach dem letzten Lastzyklus wurden die Versuchskörper ausgebaut und die Rissabstände dokumentiert. Die Auswertung der Rissbilder erfolgte mit Hilfe von *Metric PE Plus Version 8.10*.

#### 4.5.3. Versuche zur Rissgeometrie

Die Rissgeometrie wurde an bereits geprüften Versuchskörpern der Serie 1 untersucht. Hierzu wurden Risse mit einem 2-Komponenten Harz (Sika® Injection-451) verpresst. Nach erneutem Einbau wurden die Versuchskörper beansprucht, sodass sich die Risse öffneten. Anschließend sind auf der Bauteilunterseite geschlossene Halbschalen aus

#### 4 Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Polymethylmethacrylat (Acryl- oder Plexiglas) mit Dichtmasse angeheftet worden. In Abb. 49 sind einige Halbschalen vor Gebrauch zu sehen.

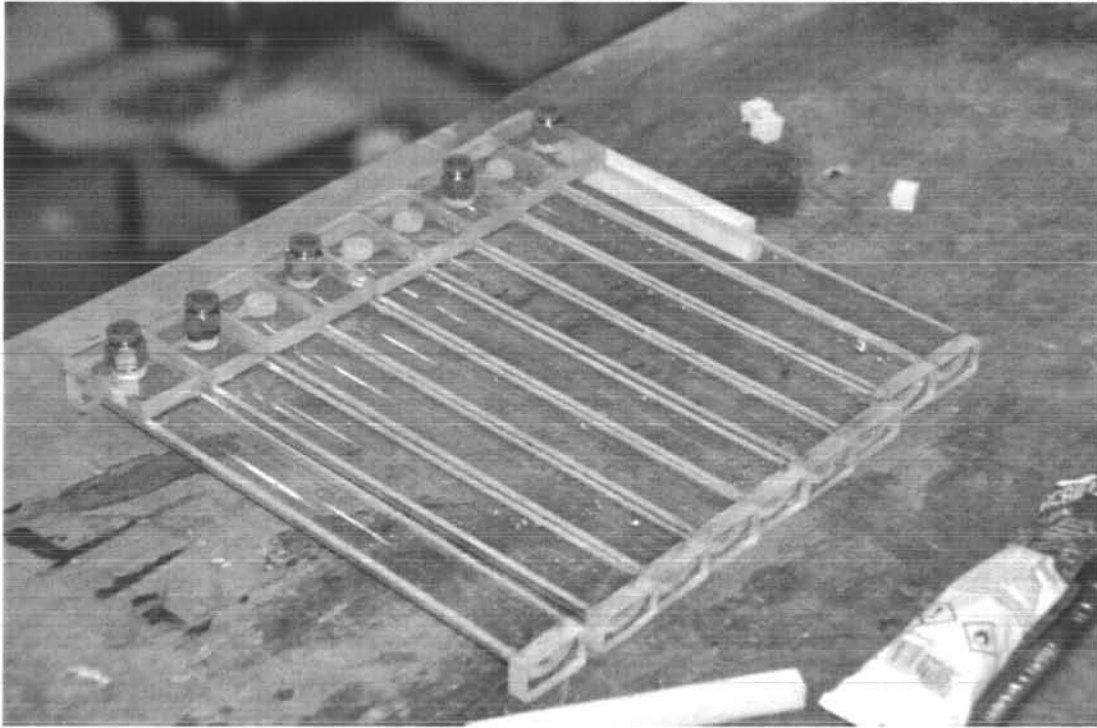


Abb. 49: Halbschalen aus Polymethylmethacrylat zur Rissverpressung

Die Halbschalen wurden über die zu verpressende Risse geklebt und mit einem Ventil versehen, über welches ein Unterdruck im Riss hergestellt wurde. An den beiden Seiten der Versuchskörper wurden die Risse mit Dichtmasse oder Polytetrafluorethylenfolie (Teflonfolie) luftdicht verschlossen. An der Oberseite der Versuchskörper wurden Rinnen aus Teflon zum besseren Einbringen des Harzes angebracht (siehe Abb. 50).

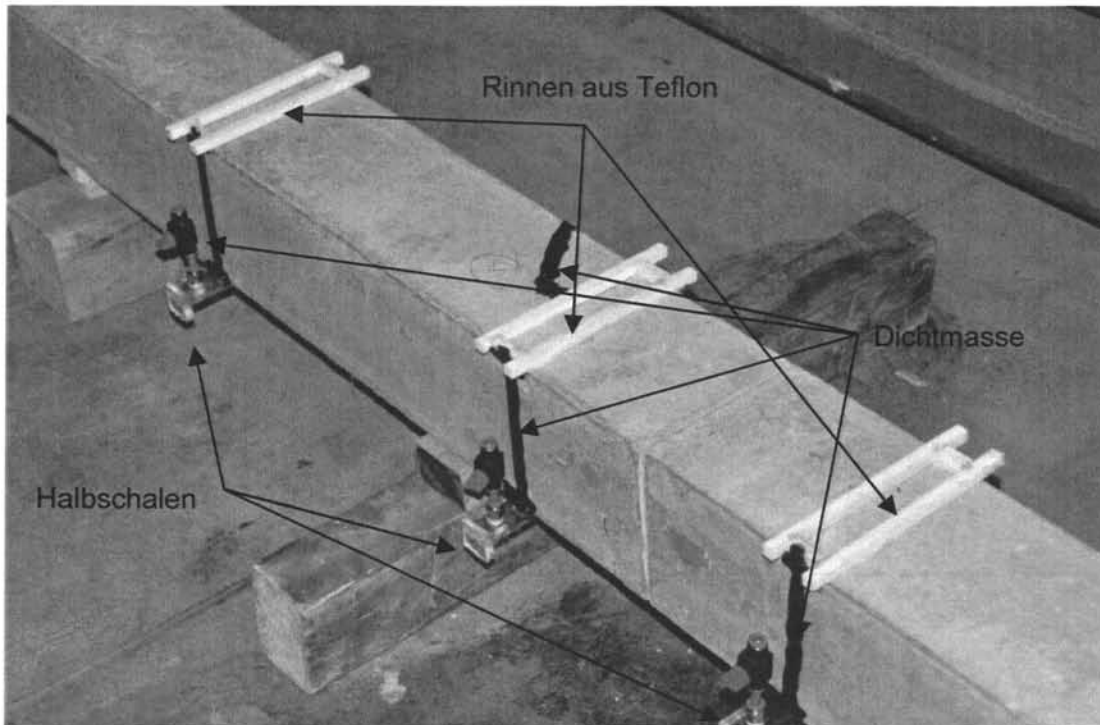


Abb. 50: Versuchsaufbau am Versuchskörper, Serie 1  $\phi 40\text{mm}$

An die Ventile der unter dem Versuchskörper angebrachten Halbschalen wurde beim Eingießen des Harzes eine Vakuumpumpe angeschlossen. Durch die Druckdifferenz zwischen Riss Hohlräum und der Umgebung (atmosphärischer Druck, ca. 1,013 bar) wurde der Harz in den Riss Hohlräum gedrückt. Nachdem der Harz unter dem Versuchskörper aus der Rissöffnung in der Halbschale tropfte, wurden die Vakuumpumpe ausgeschaltet und die Ventile geschlossen. Nach der 24-stündigen Aushärtezeit des Harzes konnten die Versuchskörper entlastet werden, wobei das erhärtete Harz ein Schließen der Risse verhinderte. Im Weiteren wurden die verpressten Risse aus den Versuchskörpern ausgeschnitten. Der Schnitt wurde jeweils zum halben Rissabstand geführt, sodass kleine Probekörper mit jeweils einem Riss erzeugt wurden.



Abb. 51: Versuchskörper nach Verpressen und Ausschneiden der Risse, Serie 1  $\phi 14\text{mm}$

Als nächstes wurden die Betonprismen entlang des Bewehrungsstabes geviertelt, sodass an vier Schnitten (A – D) die Rissbreite von der Oberfläche zum Bewehrungsstab mit Hilfe des digitalen Mikroskops vermessen werden konnte. In Abb. 52 sind die Aufteilung des Querschnittes und die Schnittlinien dargestellt.

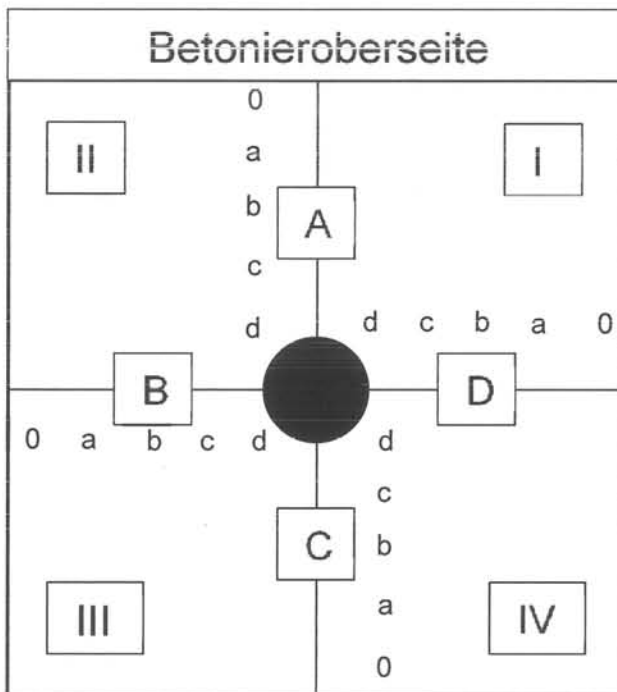


Abb. 52: Darstellung der Schnitte A – D und Messstellen 0 – d im Versuchskörperquerschnitt

In den Schnitten A – D wurde der verpresste Riss an fünf Stellen (0, a, b, c, d) im Abstand von  $\Delta = 0,4 \cdot \phi$  fotografiert und vermessen.

## 4.6. Werkstoffeigenschaften

### 4.6.1. Betonrezeptur

Als Standard-Rezeptur wurde ein Beton der Druckfestigkeitsklasse C30/37 benutzt. Die Rezeptur ist in Tabelle 8 dargestellt. Für Versuche mit höherfestem Beton C50/60 wurde die in Tabelle 9 enthaltene Rezeptur verwendet. Weil die Versuchskörper der Serie 1 mit Stabdurchmesser  $\phi = 10\text{mm}$  und  $\phi = 14\text{mm}$  einen geringen Randabstand aufweisen, wurde für diese Versuchskörper eine Betonrezeptur mit einem Größtkorn von 8mm verwendet (siehe Tabelle 10 und Tabelle 11).

Tabelle 8: Standard-Rezeptur C30/37, Größtkorn 16mm

Festigkeits- klasse	Bezeichnung	Masse	Dichte	Volumen
C30/37	[-]	[kg]	[kg/dm <sup>3</sup> ]	[dm <sup>3</sup> ]
Zement	CEM I 42,5 N	327,21	3,17	103,22
Zuschlag	Sand 0/2	570,30	2,60	219,30
	Kies 2/8	570,30	2,60	219,30
	Kies 8/16	644,06	2,61	246,80
Wasser	-	196,32	1,00	196,32

Tabelle 9: Standard-Rezeptur C50/60, Größtkorn 16mm

Festigkeits- klasse	Bezeichnung	Masse	Dichte	Volumen
C50/60	[-]	[kg]	[kg/dm <sup>3</sup> ]	[dm <sup>3</sup> ]
Zement	CEM I 52,5 R	375,00	3,11	120,58
Zuschlag	Sand 0/2	591,28	2,60	227,40
	Kies 2/8	591,28	2,60	227,40
	Kies 8/16	665,19	2,61	255,80
Fließmittel	Glenium ACE 30	3,00	1,06	2,83
Wasser	-	153,75	1,00	153,75

Tabelle 10: Betonrezeptur C30/37, Größtkorn 8mm

Festigkeits- klasse	Bezeichnung	Masse	Dichte	Volumen
C30/37	[-]	[kg]	[kg/dm <sup>3</sup> ]	[dm <sup>3</sup> ]
Zement	CEM I 42,5 N	340,29	3,17	107,35
Zuschlag	Sand 0/2	643,30	2,60	247,40
	Kies 2/8	1089,08	2,60	418,90
Wasser	-	211,35	1,00	211,35



Tabelle 11: Betonrezeptur C50/60, Größtkorn 8mm

Festigkeitsklasse	Bezeichnung	Masse	Dichte	Volumen
C50/60	[-]	[kg]	[kg/dm <sup>3</sup> ]	[dm <sup>3</sup> ]
Zement	CEM I 42,5 N	478,84	3,17	151,05
Zuschlag	Sand 0/2	615,05	2,60	236,60
	Kies 2/8	1042,77	2,60	401,10
Fließmittel	Glenium ACE 30	3,83	1,06	3,61
Wasser	-	196,32	1,00	196,32

#### 4.6.2. Materialeigenschaften

Die Eigenschaften der Bewehrung sowie des Betons wurden am Materialprüfamt der Technischen Universität Kaiserslautern sowie dem Materialprüfamt der Technischen Universität Braunschweig ermittelt. Es wurden der Elastizitätsmodul, die Fließgrenze sowie die bezogene Rippenfläche der Haupt- und Oberflächenbewehrung als auch die Druckfestigkeit, der Elastizitätsmodul und die Spaltzugfestigkeit des Betons bestimmt. Die zentrische Zugfestigkeit wurde durch  $0,9 \cdot$  Spaltzugfestigkeit berechnet. Die Mittelwerte der Materialeigenschaften sind in Tabelle 12 und Tabelle 13 zusammengefasst. Einzelwerte können dem Anhang entnommen werden.

Tabelle 12: Materialeigenschaften der Bewehrung (Mittelwerte)

Stabdurchmesser	E-Modul	Fließgrenze	bezogene Rippenfläche
[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]
<b>Hauptbewehrung</b>			
10	195.687	523	0,064
14	203.467	549	0,056
20	207.778	617	0,083
25	206.119	618	0,071
28	203.338	602	0,064
40	201.166	568	0,065
50	196.433	529	0,066
<b>Oberflächenbewehrung</b>			
10	188.333	576	0,056

Tabelle 13: Materialeigenschaften des Betons (Mittelwerte)

Versuchskörperbezeichnung	Würfelfestigkeit	E-Modul	Spaltzugfestigkeit	zentrische Zugfestigkeit
	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
RB.1.10.C30/37.0.ko_V1	48,4	27.200	3,43	3,08
RB.1.10.C30/37.0.ko_V2	48,4	27.200	3,43	3,08
RB.1.10.C30/37.0.ko_V3	48,4	27.200	3,43	3,08
RB.1.10.C50/60.0.ko_V1	57,4	32.000	4,56	4,11
RB.1.14.C30/37.0.ko_V1	48,4	27.200	3,43	3,08
RB.1.14.C30/37.0.ko_V2	48,4	27.200	3,43	3,08
RB.1.14.C30/37.0.ko_V3	48,4	27.200	3,43	3,08
RB.1.14.C50/60.0.ko_V1	57,4	32.000	4,56	4,11
RB.1.20.C30/37.0.ko_V4	56,2	30.000	3,88	3,50
RB.1.20.C30/37.0.ko_V5	56,2	30.000	3,88	3,50
RB.1.20.C30/37.0.ko_V6	56,2	30.000	3,88	3,50
RB.1.20.C30/37.0.ko_V1	37,6	26.900	3,70	3,35
RB.1.20.C30/37.0.ko_V2	37,6	26.900	3,70	3,35
RB.1.20.C30/37.0.ko_V3	37,6	26.900	3,70	3,35
RB.1.25.C30/37.0.ko_V1	36,2	25.200	3,03	2,73
RB.1.25.C30/37.0.ko_V2	36,2	25.200	3,03	2,73
RB.1.25.C30/37.0.ko_V3	36,2	25.200	3,03	2,73
RB.1.28.C30/37.0.ko_V1	36,2	25.200	3,03	2,73
RB.1.28.C30/37.0.ko_V2	36,2	25.200	3,03	2,73
RB.1.28.C30/37.0.ko_V3	36,2	25.200	3,03	2,73
RB.1.40.C30/37.0.ko_V1	50,2	29.500	3,54	3,19
RB.1.40.C30/37.0.ko_V2	50,2	29.500	3,54	3,19
RB.1.40.C30/37.0.ko_V3	50,2	29.500	3,54	3,19
RB.1.40.C50/60.0.ko_V1	65,1	30.000	3,51	3,32
RB.1.40.C30/37.0.zy_V1	45,8	27.400	3,73	3,36
RB.1.40.C30/37.0.zy_V2	45,8	27.400	3,73	3,36
RB.1.40.C30/37.0.zy_V3	45,8	27.400	3,73	3,36

4.7 Werkstoffeigenschaften

RB.1.50.C30/37.0.ko_V1	44,0	25.400	3,48	3,13
RB.1.50.C30/37.0.ko_V2	44,0	25.400	3,48	3,13
RB.1.50.C30/37.0.ko_V3	44,0	25.400	3,48	3,13
RB.1.50.C50/60.0.ko_V1	65,1	30.000	3,51	3,32
RB.1.50.C30/37.0.zy_V1	45,8	27.400	3,73	3,36
RB.1.50.C30/37.0.zy_V2	45,8	27.400	3,73	3,36
RB.1.50.C30/37.0.zy_V3	45,8	27.400	3,73	3,36
RB.2.40.C30/37.0.ko_V1	51,9	31.600	3,60	3,24
RB.2.40.C30/37.0.ko_V2	55,5	31.300	3,99	3,59
RB.2.40.C30/37.0.ko_V3	38,5	28.700	3,80	3,42
RB.2.40.C50/60.0.ko_V1	88,0	35.600	4,64	4,18
RB.3.40.C30/37.1.ko_V1	47,9	31.100	3,64	3,28
RB.3.40.C30/37.1.ko_V2	47,7	30.800	3,22	2,90
RB.3.40.C30/37.1.ko_V3	41,7	28.400	3,04	2,74
RB.3.40.C50/60.1.ko_V1	86,3	38.000	3,96	3,56
RB.3.40.C30/37.1.zy_V1	58,8	30.500	3,81	3,43
RB.4.40.C30/37.1.ko_V1	51,4	30.000	3,68	3,31
RB.4.40.C30/37.1.ko_V2	51,0	30.700	3,67	3,30
RB.4.40.C30/37.1.ko_V3	46,5	29.900	3,22	2,90
RB.4.40.C50/60.1.ko_V1	67,4	38.900	3,76	3,38
RB.5.40.C30/37.2.ko_V1	46,0	29.000	3,59	3,23
RB.5.40.C30/37.2.ko_V2	44,5	28.000	2,99	2,69
RB.5.40.C30/37.2.ko_V3	51,4	28.900	3,31	2,98
RB.5.40.C50/60.2.ko_V1	86,2	34.900	4,80	4,32
RB.5.40.C30/37.2.zy_V1	63,7	30.500	4,16	3,74
RB.6.40.C30/37.2.ko_V1	37,9	25.600	3,03	2,73
RB.6.40.C30/37.2.ko_V2	47,5	29.700	3,50	3,15
RB.6.40.C30/37.2.ko_V3	50,3	28.000	3,59	3,23
RB.6.40.C50/60.2.ko_V1	87,3	38.200	4,36	3,92
RB.7.40.C30/37.1.ko_V1	34,6	27.100	2,89	2,60
RB.7.40.C30/37.1.ko_V2	35,4	27.100	2,73	2,46
RB.7.40.C30/37.1.ko_V3	49,2	27.700	3,68	3,31
RB.7.40.C50/60.1.ko_V1	72,6	31400	4,03	3,63

## 4.7. Versuchsergebnisse

### 4.7.1. Rissentwicklung

Nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* kann der Rissabstand  $s_{r,max}$  nach Gl. 7.11 berechnet werden. Dieser Rissabstand stellt im Erstrissbild ( $F \leq F_{cr}$ ) die doppelte Einleitungslänge  $l_o$  nach Gleichung (3.69) dar. Sie entspricht nicht dem Rissabstand, welcher am Bauteil auftritt. Nach Erreichen der Risskraft ( $F > F_{cr}$ ) kann der Rissabstand nach Gleichung (3.108) berechnet werden. Dieser kann mit den am Bauteil auftretenden Rissabständen verglichen werden und wurde zur Auswertung des Rissabstandes nach Versuchsende im Abschnitt 4.7.2 verwendet. Eine sukzessive Rissbildung, wie bereits von *Leonhardt 1973* beschrieben, wird nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* nicht berücksichtigt.

Eine sukzessive Rissbildung auch nach Erreichen der Erstrisskraft konnte in den Versuchen beobachtet werden. Die Versuche zeigen, dass bis zur letzten Laststufe stets Bereiche im Versuchskörper vorhanden waren, in denen die Zugfestigkeit des Betons noch nicht erreicht wurde. Um dies darzustellen sind in den folgenden Diagrammen die Rissanzahl  $n_r$  und die Spannung  $\sigma_s$  aufgetragen.

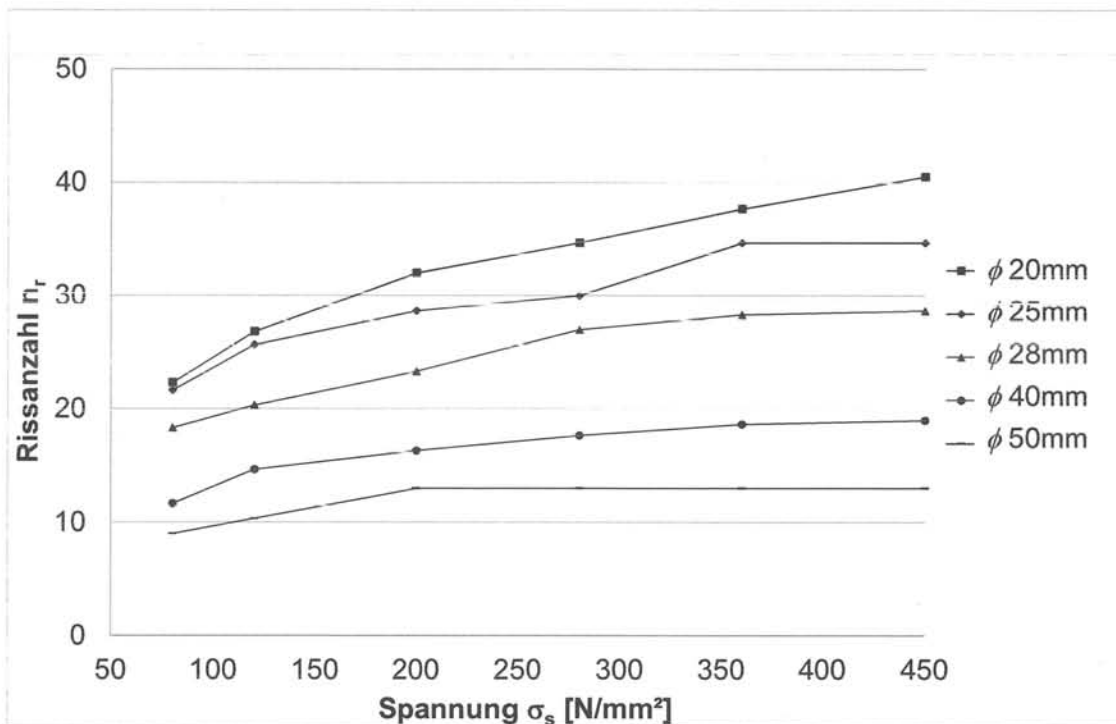


Abb. 53: Ergebnisse der Rissbildung Serie 1,  $\phi 20\text{mm}$  bis  $\phi 50\text{mm}$

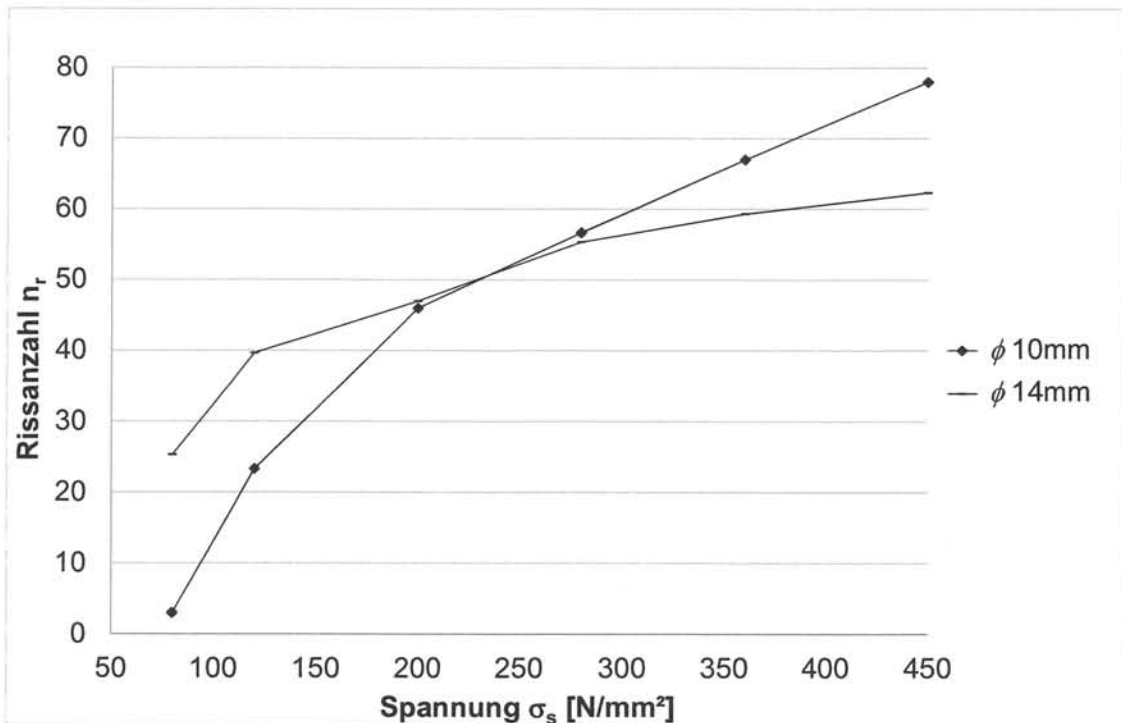
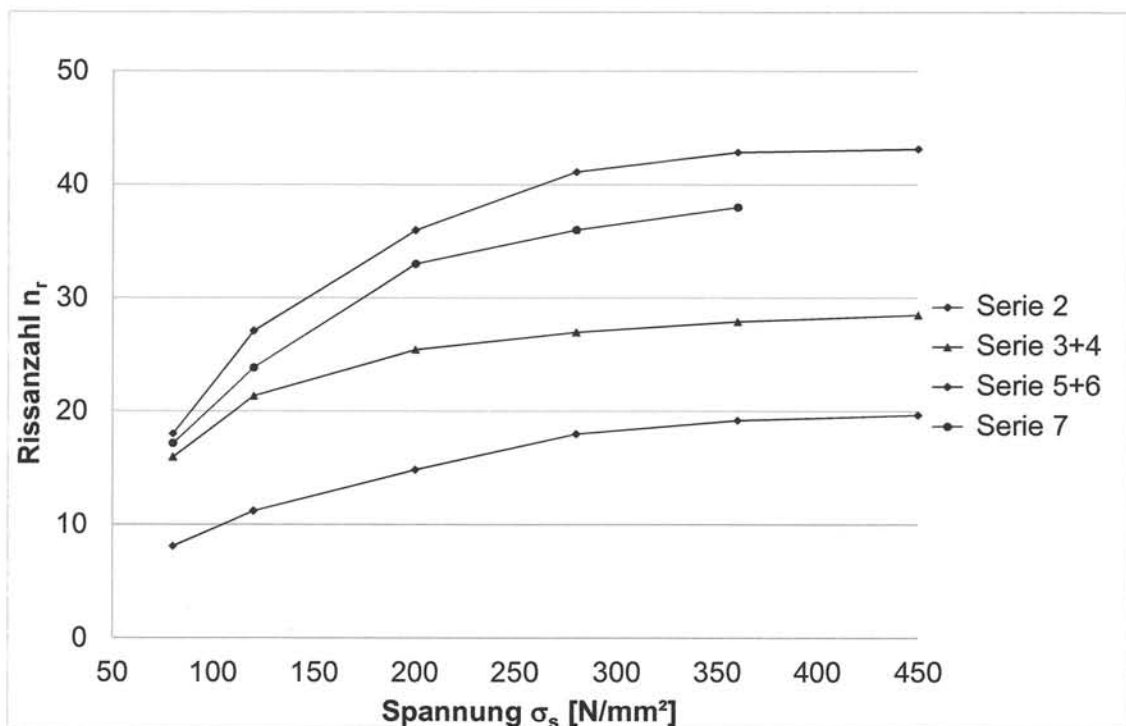
Abb. 54: Ergebnisse der Rissbildung Serie 1,  $\phi$ 10mm und  $\phi$ 14mm

Abb. 55: Ergebnisse der Rissbildung Serie 2 – Serie 7

Aus den Ergebnissen ist zu erkennen, dass die sukzessive Rissbildung ausgeprägter ist, je kleiner der Stabdurchmesser sowie je größer der Bewehrungsgehalt ist.

Um auch Risse nach dem Erreichen der Erstrisskraft zu erzeugen, müsste die eingeleitete Kraft zwischen den Rissen erhöht werden. Wie bereits im Abschnitt 3.2.1 dargestellt, wurde der Rissabstand bzw. die Einleitungslänge mit Hilfe einer konstanten

Verbundspannung hergeleitet. Hierbei wird stets dieselbe Kraft über den Verbund zwischen Beton und Bewehrung eingeleitet. Bei der Bestimmung der Dehnungsdifferenz ( $\epsilon_{cm} - \epsilon_{sm}$ ) wird, wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben, eine vom Schlupf abhängige veränderliche Verbundspannung angesetzt. Mit dem Ansatz einer veränderlichen Verbundspannung könnte die sukzessive Rissbildung abgebildet werden.

#### 4.7.2. Rissabstand

Nachdem die letzte Belastungsstufe erreicht worden war, wurde die Beanspruchung abgelassen und die Rissabstände in der Bewehrungsachse vermessen. In Tabelle 14 sind die Ergebnisse der Rissabstandsmessungen der Serie 1 dargestellt. In den Versuchen wurden stets Trennrisse beobachtet. Wie zu erwarten, steigt mit zunehmendem Bewehrungsdurchmesser der Rissabstand.

Tabelle 14: Ergebnisse der Rissabstandsmessung - Serie 1

Serie 1							
Durchmesser [mm]:	10	14	20	25	28	40	50
Größtwert [cm]:	9,05	11,31	17,79	21,73	24,99	32,32	44,46
<b>Mittelwert <math>s_r</math> [cm]:</b>	<b>4,88</b>	<b>6,30</b>	<b>9,38</b>	<b>11,21</b>	<b>13,48</b>	<b>20,78</b>	<b>27,54</b>
Kleinstwert [cm]:	1,39	2,39	2,75	5,08	4,58	8,74	8,22
Standardab. [cm]:	1,46	1,78	2,69	3,21	3,63	5,61	7,42
Variationskoeffizient:	30%	28%	29%	29%	27%	27%	27%
Anzahl:	328	254	128	107	89	77	57
<b><math>s_{r, 75\%}</math> [cm]:</b>	<b>5,93</b>	<b>7,58</b>	<b>11,37</b>	<b>13,63</b>	<b>16,24</b>	<b>25,07</b>	<b>33,34</b>
Rechenwert EC2 NA [cm]	5,38	7,53	10,76	13,45	15,07	21,52	26,92

Das 75%-Fraktil ( $s_{r, 75\%}$ ) wurde gemäß *DIN EN 1990 2010* mit einem Konfidenzintervall von 75% bestimmt. Die Ergebnisse (Mittelwert ■, Fraktilwert –) der Rissabstandsmessung von Serie 1 sowie die Rechenwerte nach *DIN EN 1992-1-1 2011* (berechnet mit den tatsächlichen Materialeigenschaften) sind in Abb. 56 graphisch dargestellt. Einzelwerte der Versuche können dem Anhang entnommen werden.

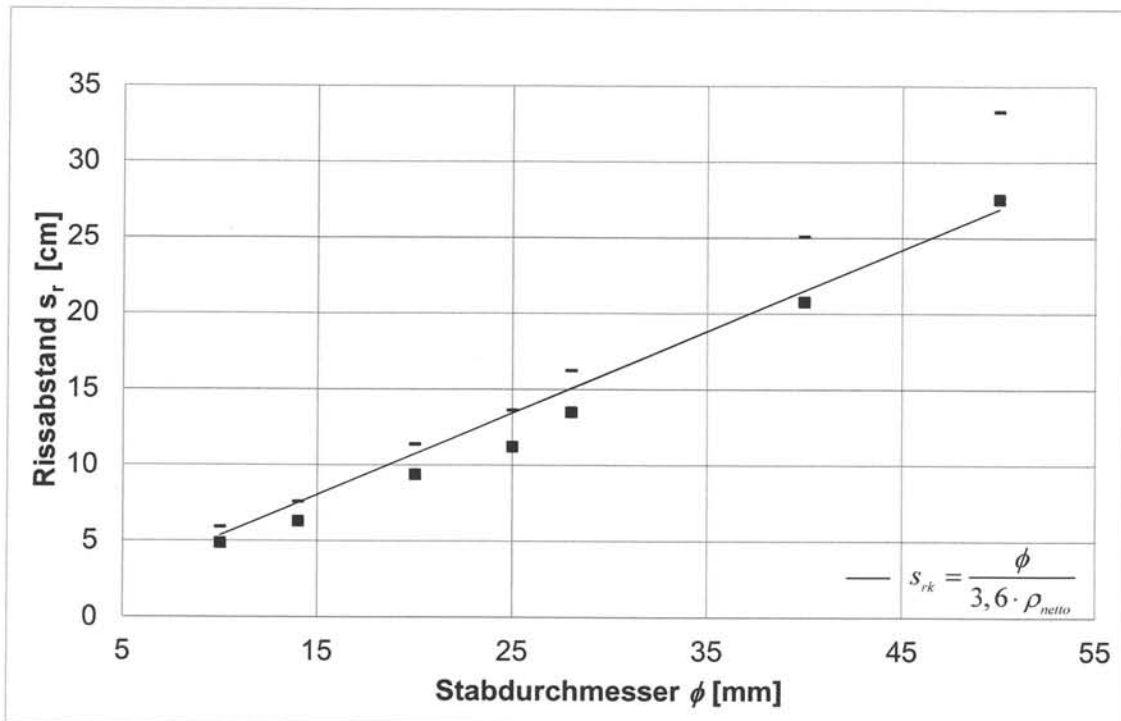


Abb. 56: Ergebnisse der Rissabstandsmessung - Serie 1

In Tabelle 15 sind die Rissabstände der Versuchsserien 2 bis 7 aufgeführt. Es ist zu erkennen, dass die kreuzende Oberflächenbewehrung kaum Einfluss auf den Rissabstand zeigt.

Tabelle 15: Ergebnisse der Rissabstandsmessung - Serie 2 - 7

Serie	2	3	4	5	6	7
$\phi_{eq}$ [mm]	40	25	25	20	20	27,1
Oberflächenbew.:	0%	1,1%	1,1%	2,2%	2,2%	1,5%
$A_{s0} / A_{s,\phi40}$	-	0,25	0,25	0,50	0,50	0,19
$A_{s,\phi40} / A_{ct}$	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028	0,056
$A_s / A_{ct}$	0,028	0,035	0,035	0,042	0,042	0,066
Bügelbew.:	-	$\phi 10-150$	$\phi 6-200$	$\phi 10-64$	$\phi 6-200$	$\phi 10-85$
Größtwert [cm]:	41,05	31,24	22,97	17,69	23,19	21,48
<b>Mittelwert <math>s_r</math> [cm]:</b>	<b>19,42</b>	<b>13,56</b>	<b>13,39</b>	<b>8,33</b>	<b>9,61</b>	<b>9,05</b>
Kleinstwert [cm]:	6,98	2,69	4,44	2,50	2,00	1,50
Standardab. [cm]:	6,83	4,22	4,46	2,84	3,34	3,29
Variationskoeffizient:	35%	31%	33%	34%	35%	36%
Anzahl:	165	236	239	384	333	311
<b><math>s_{r75\%}</math> [cm]:</b>	<b>24,44</b>	<b>16,62</b>	<b>16,62</b>	<b>10,36</b>	<b>12,01</b>	<b>11,42</b>
Rechenwert EC2 [cm]	20,8	19,11	19,11	12,65	12,65	10,56

Ebenso wie bereits bei Serie 1 gezeigt, werden die Ergebnisse der Rissabstandsmessungen der Serie 2 – 7 zusammenfassend in Abb. 57 graphisch dargestellt (Mittelwert ■, Fraktilwert –). Aufgrund der unterschiedlichen

Bewehrungsgehalte fällt ein direkter Vergleich, wie es in Abb. 56 möglich ist, schwer. Einzelwerte der Rissabstandsmessungen können dem Anhang entnommen werden.

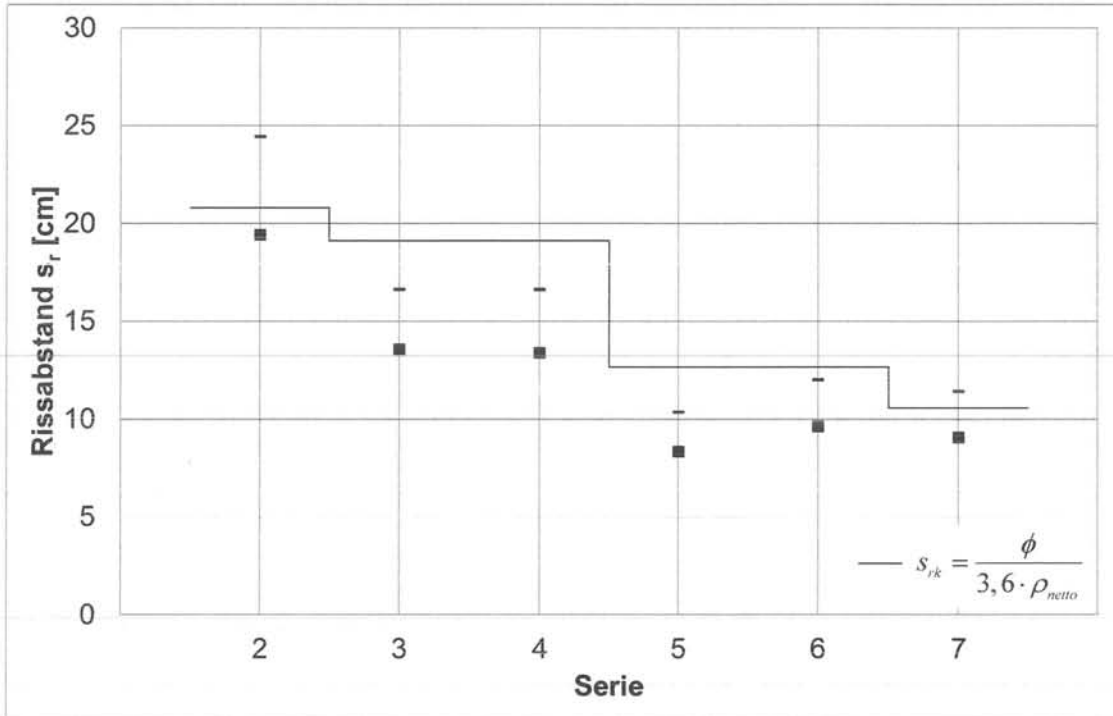


Abb. 57: Ergebnisse der Rissabstandsmessung - Serie 2 – 7, Vergleich gemessene Rissabstände (Mittelwert ■, 75%-Fraktile –) mit den rechnerischen Rissabständen

Wie aus Tabelle 14 und Tabelle 15 zu entnehmen, werden die nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* berechneten Werte des Rissabstandes bei der Verwendung großer Stabdurchmesser nicht zielsicher erreicht. Aus den Versuchen der Serie 1 und Serie 2 kann geschlussfolgert werden, dass der Rissabstand, welcher mit dem Ansatz zur übertragbaren Verbundspannung bei großen Stabdurchmesser bestimmt wurde, überschätzt wird. Im Abschnitt 2.5 wurde bereits beschrieben, dass bei der Berechnung der Verbundfestigkeit nach *Abschnitt 8.4.2* der *DIN EN 1992-1-1 2011* ab einem Stabdurchmesser von  $\phi \geq 32\text{mm}$  der Beiwert  $\eta_2$  angesetzt werden muss, um die Verbundspannung abzumindern. Dieser Ansatz wird bei der Berechnung nach *DIN EN 1992-1-1 2011* des Rissabstandes jedoch nicht berücksichtigt. Eine Anpassung des rechnerischen Rissabstandes  $s_{r,max}$  für große Stabdurchmesser könnte analog zum Beiwert  $\eta_2$  ausgeführt werden.

Die Serien 3 bis 7 zeigen im Gegensatz zu den Serien 1 und 2 ein Überschätzen des Rissabstandes bei Querschnitten, welche mit großen Stabdurchmessern und Oberflächenbewehrung ausgeführt werden. Dies könnte in der Berechnungsgleichung zum Vergleichsstabdurchmesser (2.103) begründet sein. Bei der Bestimmung des Vergleichsstabdurchmessers wurde vermutlich nicht die Kombination von  $\phi 40\text{mm}$  mit  $\phi 10\text{mm}$  berücksichtigt. In *Abschnitt 8.9.1* aus *DIN EN 1992-1-1 2011* wird ein Verhältnis der zu kombinierenden Stabdurchmesser von maximal 1,7 dargestellt, welches im *Abschnitt 7.3.4* nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* fehlt. Die Berechnungsgleichungen der Rissbreitenbegrenzung nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* zeigen, dass kleine Stabdurchmesser besser geeignet sind



als große Bewehrungsstäbe. Wird den kleinen Stabdurchmessern der Oberflächenbewehrung in der Berechnung des Vergleichsstabdurchmessers größere Wertigkeit zugeordnet (siehe 5.3.2), können die Rissabstände wirklichkeitsnäher bestimmt werden.

#### 4.7.3. Rissbreite

Die Risse wurden mit Hilfe eines digitalen Mikroskops auf verschiedenen Laststufen fotografiert. Diese wurden anschließend vermessen und in Tabellen zusammengefasst. Insgesamt wurden so mehr als 30.000 Einzelrissbreiten aufgenommen. In den Auswertungen wurden jeweils alle gleichen Versuche betrachtet. Aus den großen Datenbasen wurden jeweils die Mittelwerte, die Standardabweichungen sowie die Variationskoeffizienten bestimmt. Mit Hilfe des  $k$ -Faktors gemäß *DIN ISO 16269-6 2009* wurde aus dem Mittelwert und der Standardabweichung das 75%-Fraktile der Rissbreite bei einem Konfidenzintervall von 75% ermittelt. In den Serien 2 – 6 wurde jeder Riss an fünf Achsen a – e (siehe Abb. 28) gemessen. Die gleichen Achsen a und e, sowie b und d wurden gemeinsam ausgewertet und als Mittelwert der Messachsen a, b, c, d, e verglichen. Die einzelnen Auswertungen der Messachsen können dem Anhang entnommen werden. Der in den Tabellen aufgeführte Rechenwert der Rissbreite (Rechenwert EC2) wurde gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* nach Gleichung (2.99) und (2.100) bestimmt. Als Eingangswerte wurden die zum jeweiligen Versuchskörper zugehörigen Materialeigenschaften, eine Kurzzeitbeanspruchung und die Nettoquerschnittsfläche des Betons herangezogen. Bei den Versuchen mit Oberflächenbewehrung wurde der Vergleichsstabdurchmesser nach Gleichung (2.103) verwendet.

Nachfolgend werden die Ergebnisse der Rissbreitenmessungen zusammenfassend dargestellt. Alle Auswertungen und Einzelwerte der Serien 1 – 7 können dem Anhang entnommen werden.

Aufgezeigt werden die Ergebnisse (Mittelwert ■, Fraktilewert –) der Rissbreitenmessung von für eine Stahlspannung von  $280\text{N/mm}^2$  sowie die Rechenwerte nach *DIN EN 1992-1-1 2011* (Rechenwert EC2---), berechnet mit den tatsächlichen Materialeigenschaften, in Abb. 58 für die Serie 1 sowie in Abb. 59 für die Serien 2 - 7.

Tabelle 16: Ergebnisse der Rissbreitenmessung - Serie 1,  $280\text{N/mm}^2$ , C30/37

Serie 1							
Durchmesser [mm]:	10	14	20	25	28	40	50
Größtwert [mm]:	0,194	0,331	0,425	0,279	0,495	0,508	0,644
<b>Mittelwert <math>w_m</math> [mm]:</b>	<b>0,088</b>	<b>0,091</b>	<b>0,148</b>	0,128	<b>0,148</b>	<b>0,265</b>	<b>0,344</b>
Kleinstwert [cm]:	0,013	0,013	0,009	0,020	0,022	0,008	0,088
Standardab. [mm]:	0,041	0,063	0,074	0,049	0,084	0,109	0,130
Variationskoeffizient:	46%	68%	50%	39%	57%	41%	38%
Anzahl:	170	166	208	90	81	53	39
$k$ -Faktor:	0,735	0,735	0,729	0,758	0,763	0,786	0,805
<b><math>w_{75\%}</math> [mm]:</b>	<b>0,118</b>	<b>0,138</b>	<b>0,202</b>	<b>0,165</b>	<b>0,212</b>	<b>0,351</b>	<b>0,449</b>
Rechenwert EC2 [mm]:	0,063	0,084	0,118	0,162	0,174	0,246	0,314

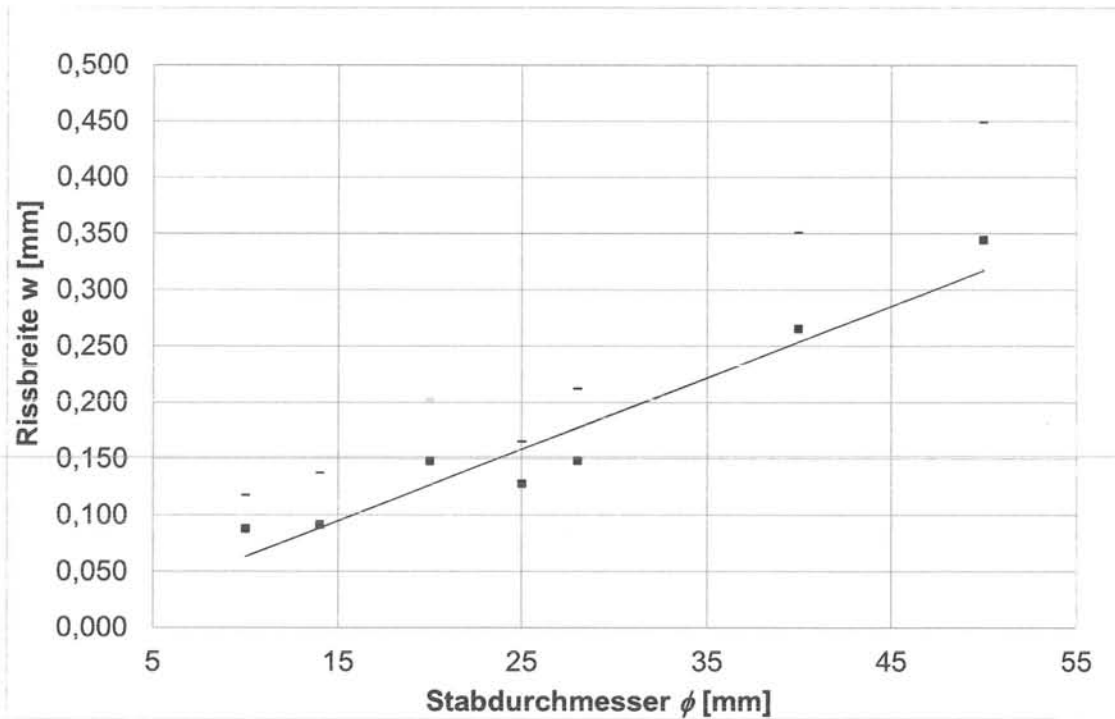


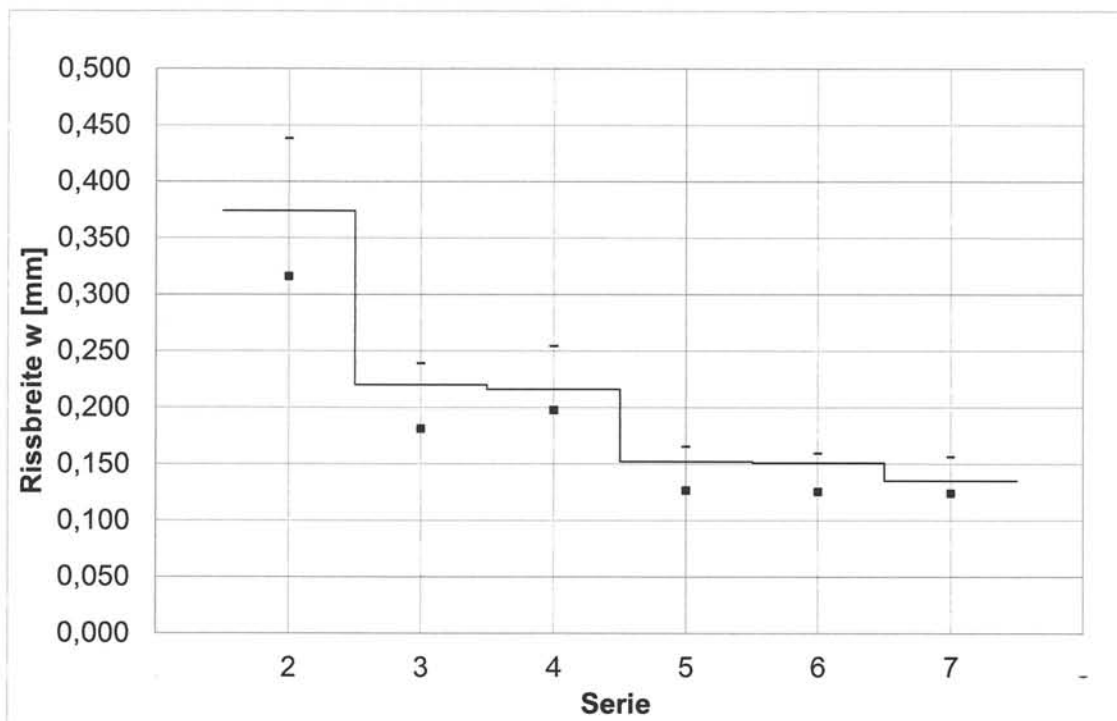
Abb. 58: Ergebnisse der Rissbreitenmessung - Serie 1, 280N/mm<sup>2</sup>, C30/37

In den Versuchen der Serie 1 zeigen sich bei nahezu allen Spannungsstufen Überschreitungen der gemessenen Rissbreiten zur rechnerischen Rissbreite gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* nach Gleichung (2.98). Dies weist darauf hin, dass die Gleichungen zur Rissbreitenberechnung nicht die Oberflächenrissbreite widerspiegeln. Die größere Abweichung der Rissbreite bei der Verwendung großer Stabdurchmessern kann zusätzlich auf die größere Abweichung im Rissabstand (vgl. Abb. 56) zurückgeführt werden.

Eine Überführung der Oberflächenrissbreite zur rechnerischen Rissbreite nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* wird im Abschnitt 5.2 dargestellt.

Tabelle 17: Ergebnisse der Rissabstandsmessung - Serie 2 – 7, 280N/mm<sup>2</sup>, C30/37

Serie	2	3	4	5	6	7
$\phi_{eq}$ [mm]	40	25	25	20	20	27,1
Oberflächenbew.:	0%	1,1%	1,1%	2,2%	2,2%	1,5%
$A_{s0} / A_{s,\phi40}$	-	0,25	0,25	0,50	0,50	0,19
$A_{s,\phi40} / A_{ct}$	0,028	0,028	0,028	0,028	0,028	0,056
$A_s / A_{ct}$	0,028	0,035	0,035	0,042	0,042	0,066
Bügelbew.:	-	$\phi 10-150$	$\phi 6-200$	$\phi 10-64$	$\phi 6-200$	$\phi 10-85$
Größtwert [mm]:	1,041	0,910	0,500	0,376	0,315	0,286
<b>Mittelwert <math>w_m</math> [mm]:</b>	<b>0,316</b>	<b>0,181</b>	<b>0,198</b>	<b>0,127</b>	<b>0,126</b>	<b>0,124</b>
Kleinstwert [mm]:	0,023	0,018	0,015	0,019	0,017	0,030
Standardab. [mm]:	0,169	0,081	0,080	0,055	0,048	0,044
Variationskoeffizient:	54%	45%	40%	43%	38%	36%
Anzahl:	246	407	383	579	535	216
k-Faktor:	0,724	0,713	0,714	0,707	0,708	0,728
<b><math>w_{75\%}</math> [mm]:</b>	<b>0,438</b>	<b>0,239</b>	<b>0,254</b>	<b>0,165</b>	<b>0,159</b>	<b>0,156</b>
Rechenwert EC2 [mm]	0,374	0,220	0,216	0,152	0,151	0,135

Abb. 59: Ergebnisse der Rissbreitenmessung - Serie 2 - 7, 280N/mm<sup>2</sup>, C30/37, Vergleich gemessene Rissbreiten (Mittelwert ■, 75%-Fraktile –) mit den rechnerischen Rissbreiten

Wie in Abb. 59 zu erkennen, werden die Rissbreiten durch die Berechnungsgleichungen nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* bei einer Stahlspannung von 280N/mm<sup>2</sup> unterschätzt.

In Abb. 60 ist beispielhaft die Rissbreitenauswertung der Serie 3 graphisch dargestellt.

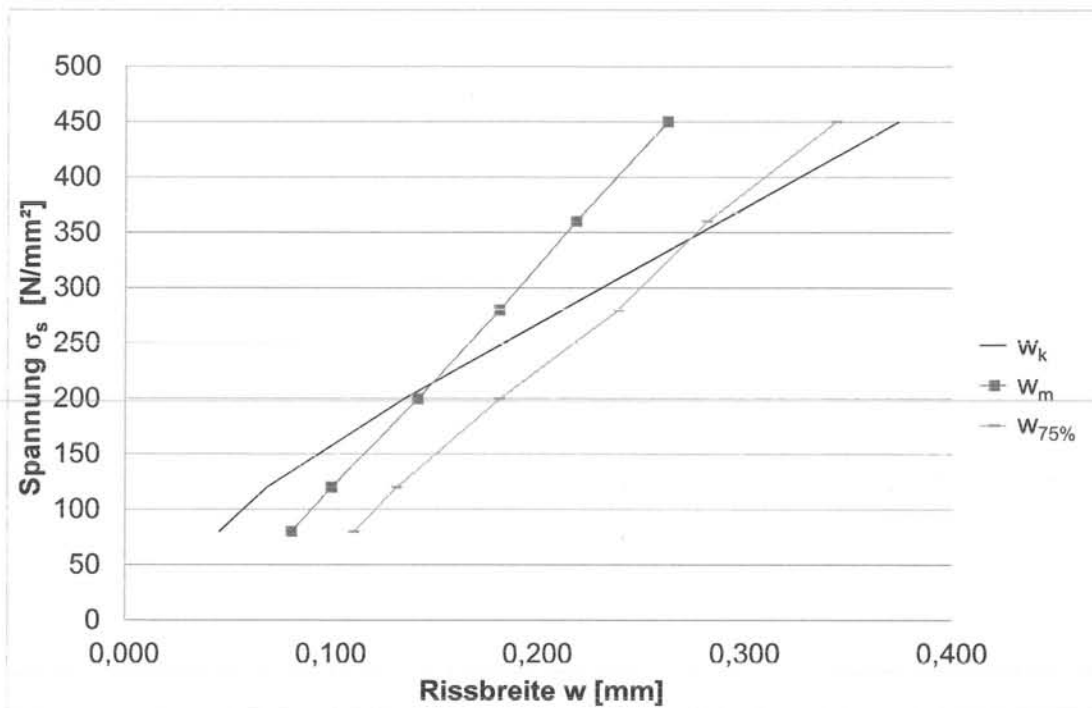


Abb. 60: Ergebnisse Serie 3 - RB.3.40.C30/37.1.ko – Achsen a,b,c,d,e

Unterhalb einer Stahlspannung von ca.  $360\text{N/mm}^2$  werden die Rissbreiten unterschätzt und oberhalb von ca.  $360\text{N/mm}^2$  werden sie überschätzt. Für den Spannungsbereich der Rissbreitenbeschränkung  $\sigma_s < 360\text{N/mm}^2$  bilden somit die Gleichungen gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* nach Gleichung (2.98) die Versuchsergebnisse nicht zielsicher ab und liegen damit auf der unsicheren Seite. Dies kann in der Serie 2 (ohne Oberflächenbewehrung) auf die Abweichung des rechnerischen Rissabstandes zurückgeführt werden (siehe 4.7.2). Eine Anpassung des rechnerischen Rissabstandes für große Stabdurchmesser ist bei Betrachtung der Rissbreitenauswertung aus Serie 1  $\phi 40\text{mm}$  und  $\phi 50\text{mm}$  sowie der Serie 2 nicht sinnvoll. Die Rissbreite von  $0,2\text{mm}$  (75%-Fraktil) wird bereits ab einer Stahlspannung von  $140\text{N/mm}^2$  ( $\phi 40\text{mm}$ ) bzw.  $100\text{N/mm}^2$  ( $\phi 50\text{mm}$ ) erreicht. In der Serie 2 werden schon bei  $80\text{N/mm}^2$  Rissbreiten von  $0,254\text{mm}$  ausgewertet. Eine Rissbreitenbeschränkung allein durch große Bewehrungsstäbe ist daher nicht zielführend und wird hier nicht weiter verfolgt.

In den Serien 3 – 7 zeigt sich ebenfalls wie im Abschnitt 4.7.2, dass der Einfluss der kleinen Stabdurchmesser der Oberflächenbewehrung ( $\phi = 10\text{mm}$ ) nur unzureichend abgedeckt wird. In Abschnitt 5.3.2 wird eine Anpassung des Vergleichsstabdurchmessers vorgestellt, mit dem eine gute Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit dem modifizierten Rechenwert erreicht wird.

#### 4.7.4. Rissbreiten bei zyklischer Beanspruchung

Nachfolgend werden die Ergebnisse der Rissbreitenversuche unter zyklischer Beanspruchung dargestellt. Es wurden jeweils drei Versuche der Serie 1 mit  $\phi 40\text{mm}$  und  $\phi 50\text{mm}$  sowie je ein Tastversuch der Serien 3 und 5 durchgeführt.

Tabelle 18: Ergebnisse Serie 1 – RB.1.40.C30/37.0.zy

Versuchnr.:	V1	V2	V3	V1,2,3
Obere Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	300			
Untere Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	200			
Rissbreite $w_1$ [mm]:	0,315	0,292	0,276	<b>0,294</b>
Rissbreite $w_{1.000.000}$ [mm]:	0,435	0,376	0,344	<b>0,385</b>
Faktor $w_{1.000.000}/w_1$ :	1,38	1,29	1,25	<b>1,308</b>

Tabelle 19: Ergebnisse Serie 1 – RB.1.50.C30/37.0.zy

Versuchnr.:	V1	V2	V3	V1,2,3
Obere Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	220			
Untere Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	140			
Rissbreite $w_1$ [mm]:	0,239	0,235	0,282	<b>0,252</b>
Rissbreite $w_{1.000.000}$ [mm]:	0,288	0,358	0,385	<b>0,344</b>
Faktor $w_{1.000.000}/w_1$ :	1,21	1,52	1,36	<b>1,363</b>

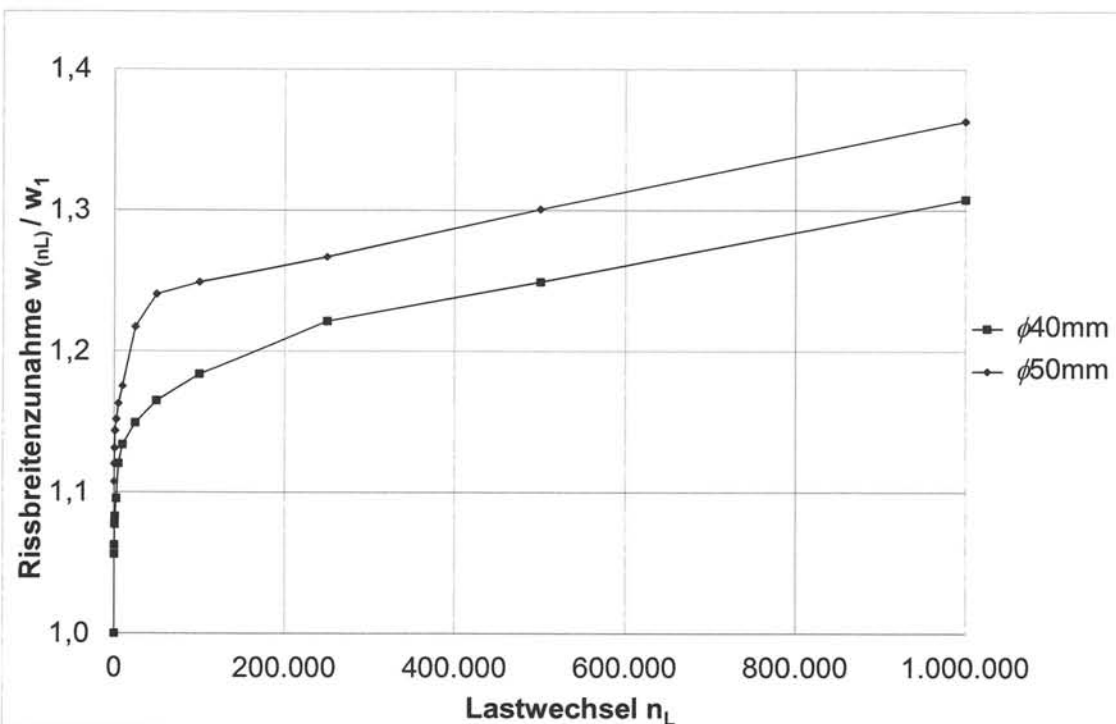


Abb. 61: Rissbreitenzunahme während der zyklischen Beanspruchung – Serie 1

#### 4 Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Tabelle 20: Ergebnisse Serie 3 – RB.3.40.C30/37.1.zy

Messachse:	a	b	c	d	e	a - e
Obere Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	200					
Untere Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	140					
Rissbreite $w_1$ [mm]:	0,149	0,169	0,210	0,194	0,172	<b>0,179</b>
Rissbreite $w_{1.000.000}$ [mm]:	0,204	0,200	0,254	0,259	0,215	<b>0,226</b>
Faktor $w_{1.000.000}/w_1$ :	1,37	1,18	1,21	1,33	1,25	<b>1,27</b>

Tabelle 21: Ergebnisse Serie 5 – RB.5.40.C30/37.2.zy

Messachse:	a	b	c	d	e	a - e
Obere Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	180					
Untere Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	110					
Rissbreite $w_1$ [mm]:	0,100	0,099	0,091	0,110	0,090	<b>0,098</b>
Rissbreite $w_{1.000.000}$ [mm]:	0,158	0,184	0,159	0,186	0,139	<b>0,165</b>
Faktor $w_{1.000.000}/w_1$ :	1,57	1,86	1,76	1,70	1,54	<b>1,69</b>

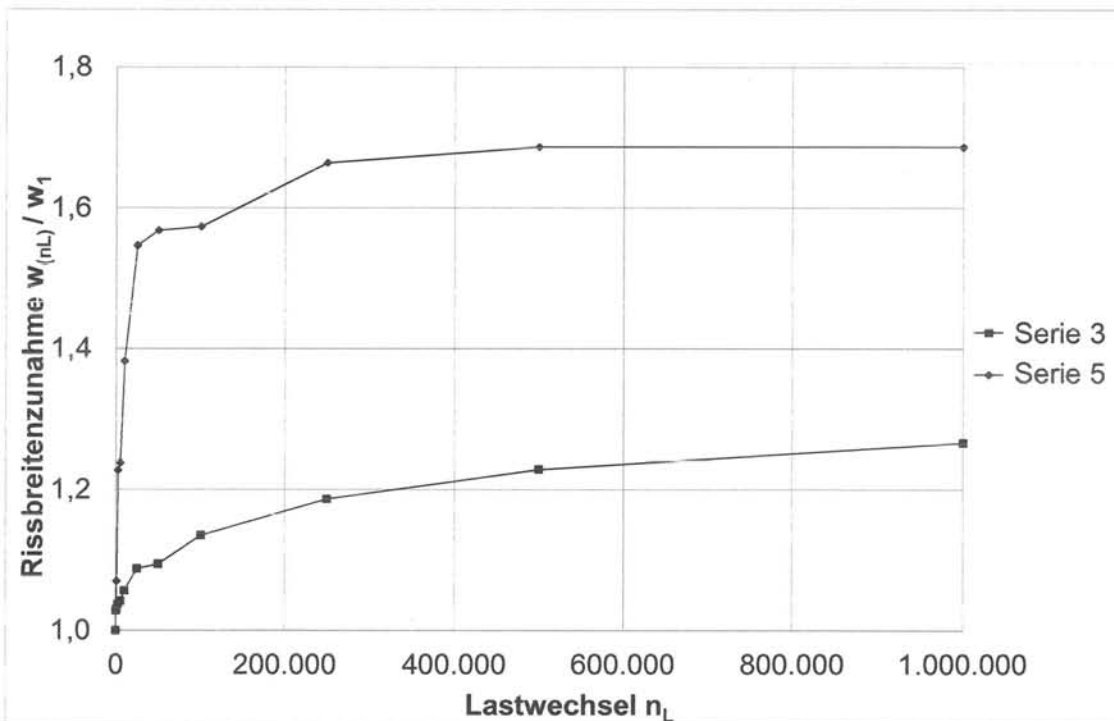


Abb. 62: Rissbreitenzunahme während der zyklischen Beanspruchung – Serie 3 (1% Oberflächenbewehrung) und 5 (2% Oberflächenbewehrung)

Die dargestellten Versuchsergebnisse zur Rissbreitenzunahme unter zyklischer Beanspruchung zeigen im Mittel eine Vergrößerung der Rissbreite um ca. 30%. In *DIN EN 1992-1-1 2011* wird dies durch den Faktor  $k_f$  berücksichtigt. Der Faktor  $k_f$  vermindert den Abzugsterm in Gleichung (3.122) auf ca. 70% (siehe 3.2.2). Die Herleitung dieses Faktors kann *DAfStb Heft 466* entnommen werden. Die Rissbreitenzunahme  $w_{(nL)} / w_1$  kann nach *DIN EN 1992-1-1 2011* für das abgeschlossene Rissbild wie folgt berechnet werden:

$$\frac{w_{(nL)}}{w_1} = \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff})}{\sigma_s - 0,6 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff})} \quad (4.13)$$

Der Abzugsterm der Dehnungsberechnung, welcher von  $k_t$  beeinflusst wird, ist konstant. Somit zeigt sich, dass die Rissbreitenzunahme nach *DIN EN 1992-1-1 2011* unabhängig von der Lastwechselanzahl und der Amplitude der Beanspruchung ist. Wertet man die Gleichung (4.13) aus, wird das Maximum der Rissbreitenzunahme mit 1,22 bei der 1,5-fachen Erstrissspannung erreicht.

Abhängig vom Verhältnis  $k$  der Stahlspannung  $\sigma_s$  zur Erstrissspannung  $\sigma_{s,cr}$  ( $k = \sigma_s / \sigma_{s,cr}$ ) kann die Rissbreitenzunahme nach *DAfStb Heft 466* bestimmt werden. Aus Abb. 63 kann ebenfalls mit  $k = 1,5$  der Wert von 1,22 abgelesen werden.

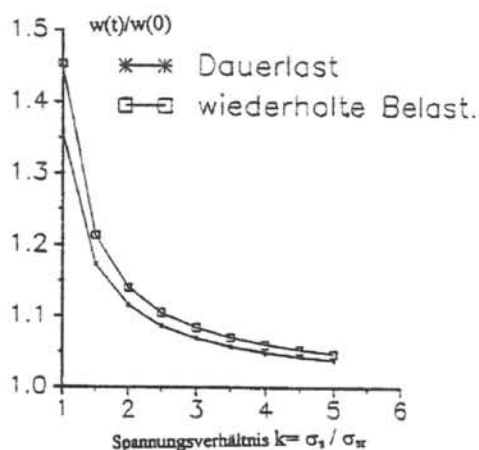


Abb. 63: Rissbreitenzunahme unter Dauerlast bzw. wiederholter Belastung aus *DAfStb Heft 466*

Die Verhältnisse  $k$  der in den Versuchen aufgetragenen Oberspannungen zur jeweiligen Erstrissspannung betragen:

$$k_{\phi 40mm} = 4,068$$

$$k_{\phi 50mm} = 2,983$$

$$k_{\text{Serie3}} = 1,994$$

$$k_{\text{Serie5}} = 2,080$$

Somit berechnet sich die Rissbreitenzunahme nach *DIN EN 1992-1-1 2011* zu:

$$\frac{w_{(nL)}}{w_1} = 1,06 \text{ mit } k_{\phi 40mm} = 4,068$$

$$\frac{w_{(nL)}}{w_1} = 1,08 \text{ mit } k_{\phi 50mm} = 2,983$$

$$\frac{w_{(nL)}}{w_1} = 1,14 \text{ mit } k_{\text{Serie3}} = 1,994$$

$$\frac{w_{(nL)}}{w_1} = 1,13 \text{ mit } k_{\text{Serie5}} = 2,080$$

#### 4 Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Der Vergleich zwischen der Rissbreitenzunahme der Versuche und der rechnerischen Rissbreitenzunahme nach *DIN EN 1992-1-1 2011* zeigt in Tabelle 21, dass die Rissbreitenzunahme nach *DIN EN 1992-1-1 2011* unterschätzt wird.

Tabelle 22: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Rechenwerten nach Gl. (4.13)

Versuchnr.:	RB.1.40.C30/37	RB.1.50.C30/37	RB.3.40.C30/37	RB.5.40.C30/37
$w_{1.000.000}/w_1$ :	1,31	1,36	1,27	1,69
Rechenwert:	1,06	1,08	1,14	1,13
Abweichung:	+23,4%	+26,2%	+11,4%	+49,6%

Die dargestellten Versuchsergebnisse sollten aufgrund der geringen Versuchsanzahl, als Tastversuche interpretiert werden. Insbesondere die Ergebnisse des Versuches der Serie 5 sollten durch weitere Versuche überprüft werden.

Dennoch kann die Aussage getroffen werden, dass die Berechnungsgleichung für langfristige Lasteinwirkungen nach *DIN EN 1992-1-1 2011* nicht für die Anwendung bei großen Stabdurchmessern übernommen werden kann.

Die erhöhte Rissbreitenzunahme bei Verwendung großer Stabdurchmesser sollte weiter untersucht werden. Eine Anpassung kann durch Modifikation der Stahlspannung erfolgen. Hierbei sollten die verminderten Verbundeigenschaften großer Stabdurchmesser berücksichtigt werden. Ähnliches Vorgehen wird im *DAfStb Heft 466* für Spannbetonbauteile dargestellt (siehe Abb. 64). Hierbei wird das unterschiedliche Verbundverhalten von Spannstahl berücksichtigt, welches ebenfalls für die großen Stabdurchmesser gilt. Durch den besseren Verbund der kleinen Oberflächenbewehrungsstäbe ist die Spannungszunahme wesentlich höher als die der großen Stabdurchmesser. Infolge dessen ist die Verbundschädigung der kleinen Oberflächenbewehrungsstäbe höher, was zu größeren Rissbreiten führt.

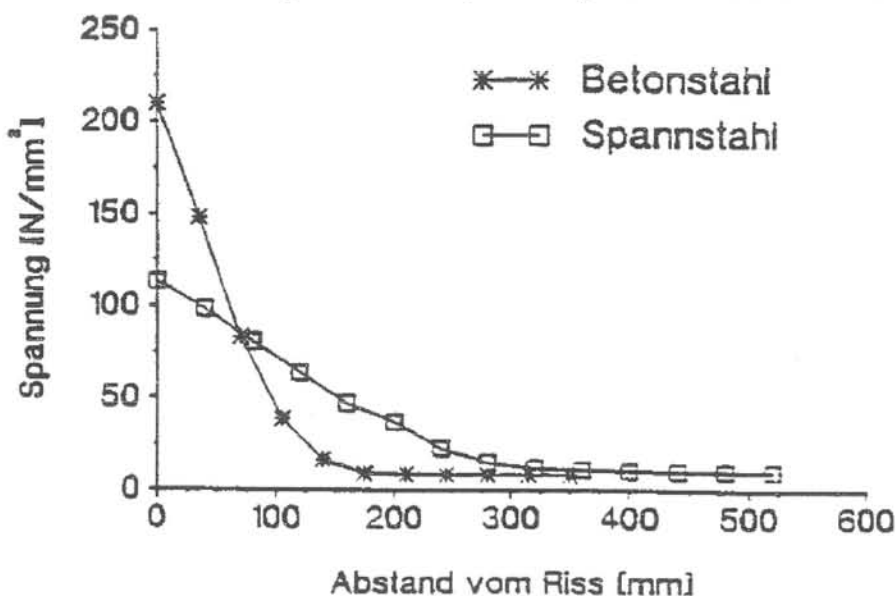


Abb. 64: Spannungszunahme im Spann- und im Betonstahl aus *DAfStb Heft 466*



#### 4.7.5. Spannungsverteilung

Im folgenden Abschnitt wird die Spannungsverteilung zwischen der Spannung großer Stabdurchmesser  $\sigma_s$  und der Spannung der Oberflächenbewehrung  $\sigma_{so}$  untersucht. Mit Betrachtung beider Querschnittssteifigkeiten kann die Spannungsverteilung rechnerisch bestimmt werden. Unter der Voraussetzung gleicher Verschiebungen werden die unterschiedlichen Kräfte der Querschnitte bestimmt. Betrachtet man die Spannungsebene, so werden die Spannungen beider Querschnitte identische Werte aufweisen da  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ .

$$\sigma_s = \frac{F}{(A_{so} + A_s)} = \frac{F}{\sum A_s} \quad (4.14)$$

$$\sigma_{so} = \frac{F}{(A_s + A_{so})} = \frac{F}{\sum A_s} \quad (4.15)$$

Werden hingegen die unterschiedlichen Stablängen, wie z.B. die Einleitungslängen betrachtet, ergeben sich Spannungsverteilungen wie sie bereits in Abschnitt 4.2 hergeleitet wurden.

$$\sigma_s = \frac{F}{\left( A_s + A_{so} \cdot \frac{l_e}{l_{eo}} \right)} \quad (4.16)$$

$$\sigma_{so} = \frac{F}{\left( A_{so} + A_s \cdot \frac{l_{eo}}{l_e} \right)} \quad (4.17)$$

Gut zu erkennen ist, dass die Spannungen in beiden Bewehrungen (große und kleine Stabdurchmesser) gleiche Werte annehmen, wenn identische Einleitungslängen angesetzt werden.

Weil Trennrisse stets das gesamte Bauteil erfassen und als Annäherung alle Bewehrungsstäbe in gleiche Abschnitte unterteilen, sollten die Spannungen in beiden Bewehrungen im selben Riss identische Werte aufweisen. Hiermit kann eine Kraftverteilung entsprechend dem Verhältnis der Querschnittsflächen vorliegen.

Tabelle 23: Rechnerische anteilige Kraftverteilung

Serie	2	3	4	5	6	7
$A_{s,surf} [mm^2]:$	0	628,32	628,32	1256,64	1256,64	471,24
$A_s [mm^2]:$	2513,28	2513,28	2513,28	2513,28	2513,28	2513,28
$A_{s,ges} [mm^2]:$	2513,28	3141,60	3141,60	3769,92	3769,92	2984,52
<b>Kraftanteil <math>\phi 10mm:</math></b>	<b>0%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>	<b>33%</b>	<b>33%</b>	<b>16%</b>
<b>Kraftanteil <math>\phi 40mm:</math></b>	<b>100%</b>	<b>80%</b>	<b>80%</b>	<b>67%</b>	<b>67%</b>	<b>84%</b>

In den durchgeführten Versuchen wurden jeweils Dehnmessstreifen an die Bewehrungsstäbe im Riss appliziert. Mit Hilfe dieser Werte konnte die Spannungs- und

#### 4 Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Kräfteverteilung je Versuch bestimmt werden. Im Folgenden sind die Ergebnisse dieser DMS-Messungen dargestellt.

Tabelle 24: Gemessene Kraftverteilung der Versuche – Serie 3

Laststufe [N/mm <sup>2</sup> ]	80	120	200	280	360	450
Versuch:	RB.3.40.C30/37.1.ko_V1					
Kraftanteil $\phi 10\text{mm}$ :	17%	20%	28%	25%	25%	23%
Kraftanteil $\phi 40\text{mm}$ :	83%	80%	72%	75%	75%	77%
Versuch:	RB.3.40.C30/37.1.ko_V2					
Kraftanteil $\phi 10\text{mm}$ :	22%	24%	25%	24%	24%	17%
Kraftanteil $\phi 40\text{mm}$ :	78%	76%	75%	76%	76%	83%
Versuch:	RB.3.40.C30/37.1.ko_V3					
Kraftanteil $\phi 10\text{mm}$ :	24%	24%	23%	24%	24%	24%
Kraftanteil $\phi 40\text{mm}$ :	76%	76%	77%	76%	76%	76%
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi 10\text{mm}</math></b>	<b>21%</b>	<b>23%</b>	<b>25%</b>	<b>24%</b>	<b>24%</b>	<b>21%</b>
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi 40\text{mm}</math></b>	<b>79%</b>	<b>77%</b>	<b>75%</b>	<b>76%</b>	<b>76%</b>	<b>79%</b>
Versuch:	RB.3.40.C50/60.1.ko_V1					
<b>Kraftanteil <math>\phi 10\text{mm}</math>:</b>	<b>36%</b>	<b>29%</b>	<b>26%</b>	<b>24%</b>	<b>23%</b>	-
<b>Kraftanteil <math>\phi 40\text{mm}</math>:</b>	<b>64%</b>	<b>71%</b>	<b>74%</b>	<b>76%</b>	<b>77%</b>	-

Tabelle 25: Gemessene Kraftverteilung der Versuche – Serie 4

Laststufe [N/mm <sup>2</sup> ]	80	120	200	280	360	450
Versuch:	RB.4.40.C30/37.1.ko_V1					
Kraftanteil $\phi 10\text{mm}$ :	13%	17%	18%	18%	18%	17%
Kraftanteil $\phi 40\text{mm}$ :	87%	83%	82%	82%	82%	83%
Versuch:	RB.4.40.C30/37.1.ko_V2					
Kraftanteil $\phi 10\text{mm}$ :	23%	23%	22%	21%	22%	21%
Kraftanteil $\phi 40\text{mm}$ :	77%	77%	78%	79%	78%	79%
Versuch:	RB.4.40.C30/37.1.ko_V3					
Kraftanteil $\phi 10\text{mm}$ :	33%	35%	28%	23%	26%	-
Kraftanteil $\phi 40\text{mm}$ :	67%	65%	72%	77%	74%	-
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi 10\text{mm}</math></b>	<b>24%</b>	<b>25%</b>	<b>23%</b>	<b>21%</b>	<b>22%</b>	<b>19%</b>
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi 40\text{mm}</math></b>	<b>76%</b>	<b>75%</b>	<b>77%</b>	<b>79%</b>	<b>78%</b>	<b>81%</b>
Versuch:	RB.4.40.C50/60.1.ko_V1					
<b>Kraftanteil <math>\phi 10\text{mm}</math>:</b>	<b>49%</b>	<b>33%</b>	<b>26%</b>	-	-	-
<b>Kraftanteil <math>\phi 40\text{mm}</math>:</b>	<b>51%</b>	<b>67%</b>	<b>74%</b>	-	-	-

Tabelle 26: Gemessene Kraftverteilung der Versuche – Serie 5

Laststufe [N/mm <sup>2</sup> ]	80	120	200	280	360	450
Versuch:	RB.5.40.C30/37.2.ko_V1					
Kraftanteil $\phi$ 10mm:	34%	35%	34%	33%	33%	34%
Kraftanteil $\phi$ 40mm:	66%	65%	66%	67%	67%	66%
Versuch:	RB.5.40.C30/37.2.ko_V2					
Kraftanteil $\phi$ 10mm:	41%	40%	39%	39%	38%	38%
Kraftanteil $\phi$ 40mm:	59%	60%	61%	61%	62%	62%
Versuch:	RB.5.40.C30/37.2.ko_V3					
Kraftanteil $\phi$ 10mm:	45%	41%	36%	37%	37%	37%
Kraftanteil $\phi$ 40mm:	55%	59%	64%	63%	63%	63%
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi</math>10mm</b>	<b>41%</b>	<b>39%</b>	<b>37%</b>	<b>36%</b>	<b>36%</b>	<b>37%</b>
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi</math>40mm</b>	<b>59%</b>	<b>61%</b>	<b>63%</b>	<b>64%</b>	<b>64%</b>	<b>63%</b>
Versuch:	RB.5.40.C50/60.2.ko_V1					
Kraftanteil $\phi$ 10mm:	45%	43%	38%	37%	36%	-
Kraftanteil $\phi$ 40mm:	55%	57%	62%	63%	64%	-

Tabelle 27: Gemessene Kraftverteilung der Versuche – Serie 6

Laststufe [N/mm <sup>2</sup> ]	80	120	200	280	360	450
Versuch:	RB.6.40.C30/37.2.ko_V1					
Kraftanteil $\phi$ 10mm:	45%	41%	39%	38%	38%	35%
Kraftanteil $\phi$ 40mm:	55%	59%	61%	62%	62%	65%
Versuch:	RB.6.40.C30/37.2.ko_V2					
Kraftanteil $\phi$ 10mm:	47%	46%	42%	40%	39%	-
Kraftanteil $\phi$ 40mm:	53%	54%	58%	60%	61%	-
Versuch:	RB.6.40.C30/37.2.ko_V3					
Kraftanteil $\phi$ 10mm:	45%	42%	39%	38%	38%	-
Kraftanteil $\phi$ 40mm:	55%	58%	61%	62%	62%	-
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi</math>10mm</b>	<b>46%</b>	<b>43%</b>	<b>40%</b>	<b>39%</b>	<b>38%</b>	<b>35%</b>
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi</math>40mm</b>	<b>54%</b>	<b>57%</b>	<b>60%</b>	<b>61%</b>	<b>62%</b>	<b>65%</b>
Versuch:	RB.6.40.C50/60.2.ko_V1					
Kraftanteil $\phi$ 10mm:	48%	46%	39%	39%	39%	-
Kraftanteil $\phi$ 40mm:	52%	54%	61%	61%	61%	-

#### 4 Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Tabelle 28: Gemessene Kraftverteilung der Versuche – Serie 7

Laststufe [N/mm <sup>2</sup> ]	80	120	200	280	360	450
Versuch:	RB.7.40.C30/37.1.ko_V2					
Kraftanteil $\phi 10\text{mm}$ :	21%	20%	19%	18%	18%	-
Kraftanteil $\phi 40\text{mm}$ :	79%	80%	81%	82%	82%	-
Versuch:	RB.7.40.C30/37.1.ko_V3					
Kraftanteil $\phi 10\text{mm}$ :	17%	17%	17%	18%	22%	
Kraftanteil $\phi 40\text{mm}$ :	83%	83%	83%	82%	78%	-
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi 10\text{mm}</math></b>	<b>19%</b>	<b>18%</b>	<b>18%</b>	<b>17%</b>	<b>19%</b>	<b>-</b>
<b>Mittlere Kraftanteile <math>\phi 40\text{mm}</math></b>	<b>81%</b>	<b>82%</b>	<b>82%</b>	<b>83%</b>	<b>81%</b>	<b>-</b>

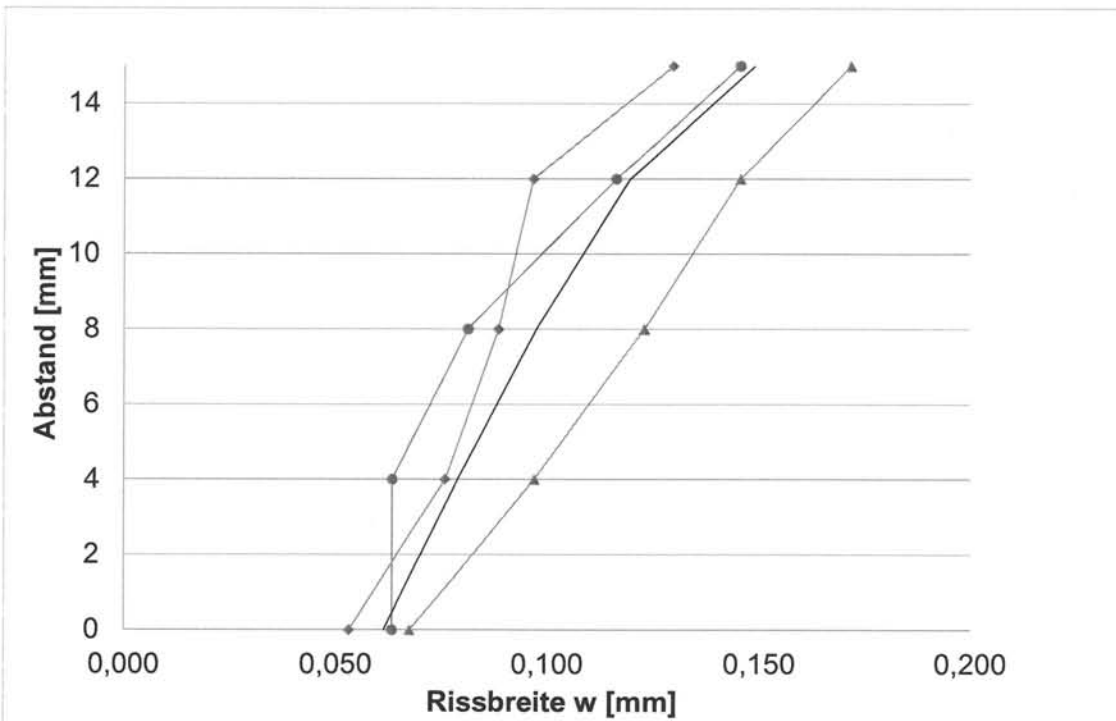
Der Vergleich der rechnerischen Kräfteverteilung zu den Versuchsergebnissen zeigen gute Übereinstimmungen. Dennoch weist die mittlere Stahlspannung, welche für die Rissbreitenberechnung aus der Gesamtstahlfläche bestimmt wird, Abweichungen zur den Spannungen der großen Stabdurchmesser sowie zu den kleinen Stabdurchmessern der Oberflächenbewehrung im Riss auf. Eine Modifikation der Berechnung zur Stahlspannung wie in Abschnitt 4.7.4 dargestellt ist sinnvoll.

## 4.7.6. Rissgeometrie

Im Folgenden sind die Ergebnisse der Vermessung der Rissgeometrie dargestellt. Wie im Abschnitt 4.5.3 beschrieben, wurden die Rissbreiten je Schnittfläche an 5 Messstellen im Abstand von  $\Delta = 0,4 \cdot \phi$  fotografiert und vermessen. In den Diagrammen sind jeweils die Werte je Riss der Rissvermessung ( $\blacklozenge$ ,  $\bullet$ ,  $\blacktriangle$ ) sowie der zugehörige Mittelwert (---) dargestellt.

Tabelle 29: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.10.C30/37.0.ko, 400N/mm<sup>2</sup>

Abstand von der Bewehrung [mm]:		0	4	8	12	15
Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	400	Rissbreite				
$\blacklozenge$ Riss	19	0,053	0,076	0,088	0,097	0,130
$\blacktriangle$ Riss	39	0,067	0,097	0,123	0,146	0,172
$\bullet$ Riss	58	0,063	0,063	0,081	0,116	0,145
<b>Mittelwert <math>w_m</math> [mm]:</b>		<b>0,061</b>	<b>0,079</b>	<b>0,097</b>	<b>0,119</b>	<b>0,149</b>

Abb. 65: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.10.C30/37.0.ko, 400N/mm<sup>2</sup>

#### 4 Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Tabelle 30: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.14.C30/37.0.ko, 300N/mm<sup>2</sup>

Abstand von der Bewehrung [mm]:	0	5,6	11,2	16,8	21
Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]: 300	Rissbreite				
◆ Riss 6	0,081	0,092	0,106	0,125	0,194
▲ Riss 14	0,081	0,117	0,134	0,146	0,235
● Riss 23	0,056	0,075	0,110	0,131	0,159
■ Riss 24	0,069	0,082	0,114	0,139	0,262
<b>Mittelwert <math>w_m</math> [mm]:</b>	<b>0,072</b>	<b>0,092</b>	<b>0,116</b>	<b>0,135</b>	<b>0,212</b>

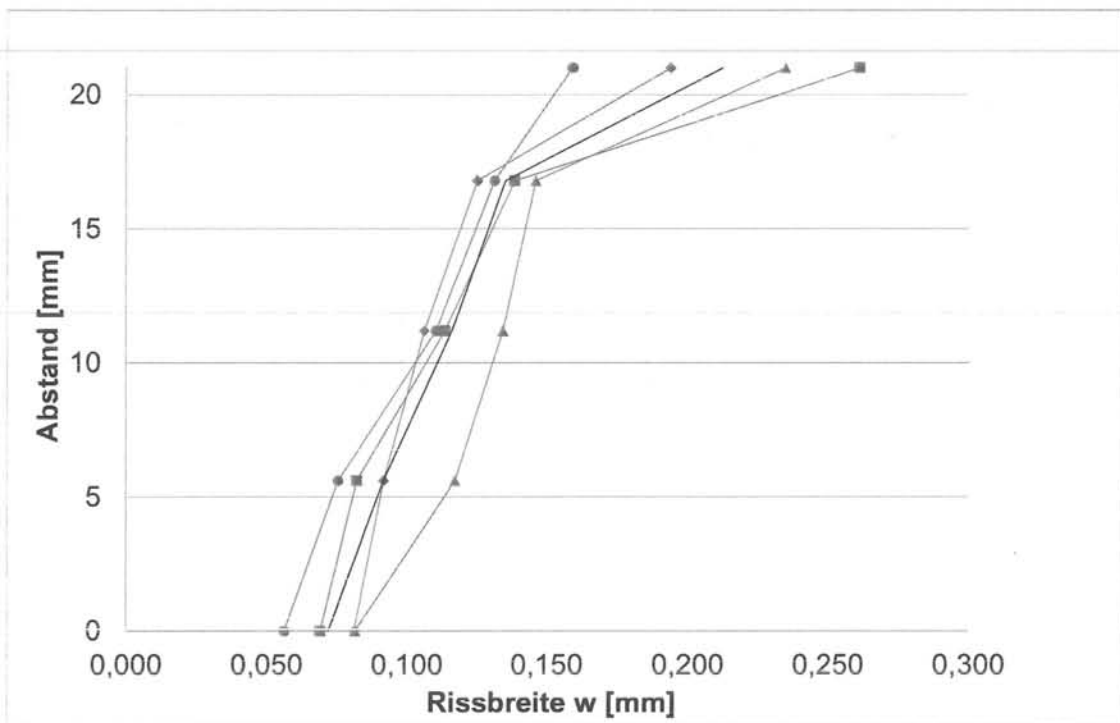
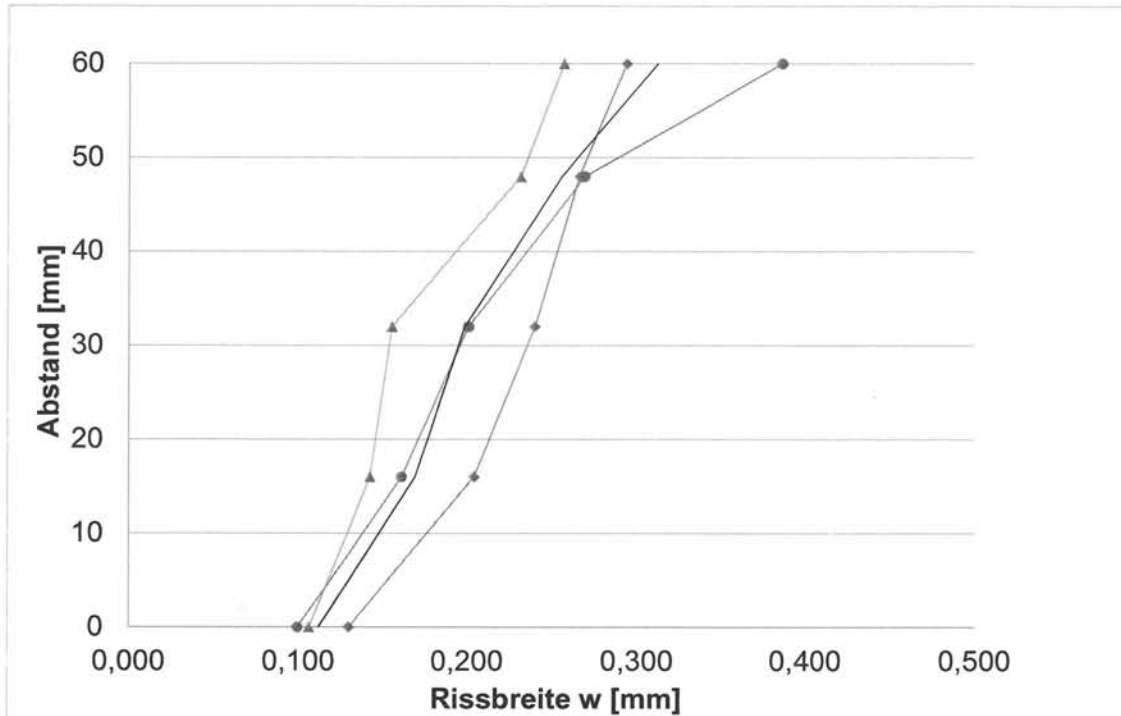


Abb. 66: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.14.C30/37.0.ko, 300N/mm<sup>2</sup>

Tabelle 31: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.40.C30/37.0.ko, 230N/mm<sup>2</sup>

Abstand von der Bewehrung [mm]:	0	16	32	48	60
Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]: 230	<i>Rissbreite</i>				
◆ Riss 3	0,130	0,204	0,240	0,266	0,294
▲ Riss 1	0,106	0,142	0,156	0,232	0,257
● Riss 4	0,099	0,161	0,201	0,269	0,386
<b>Mittelwert <math>w_m</math> [mm]:</b>	<b>0,112</b>	<b>0,169</b>	<b>0,199</b>	<b>0,256</b>	<b>0,312</b>

Abb. 67: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.40.C30/37.0.ko, 230N/mm<sup>2</sup>

#### 4 Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Tabelle 32: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.40.C30/37.0.ko, 310N/mm<sup>2</sup>

Abstand von der Bewehrung [mm]:	0	16	32	48	60
Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]: 310	Rissbreite				
◆ Riss 12	0,171	0,244	0,288	0,337	0,465
▲ Riss 7	0,095	0,178	0,213	0,290	0,329
● Riss 8	0,140	0,154	0,253	0,307	0,360
<b>Mittelwert <math>w_m</math> [mm]:</b>	<b>0,135</b>	<b>0,192</b>	<b>0,251</b>	<b>0,311</b>	<b>0,385</b>

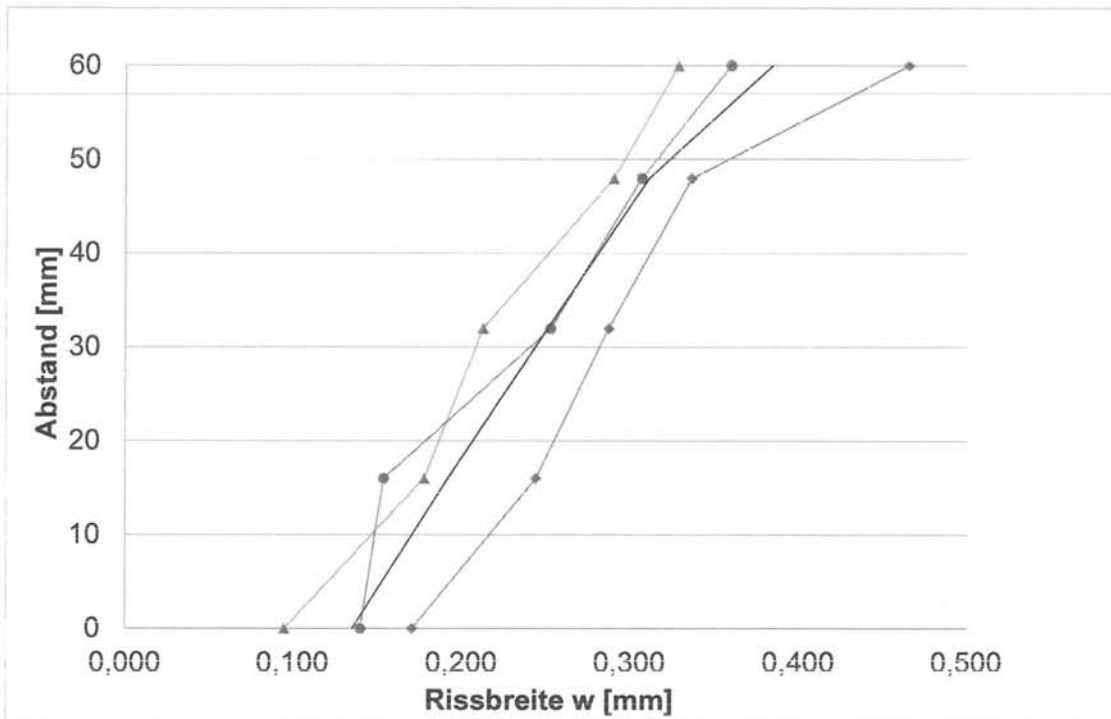
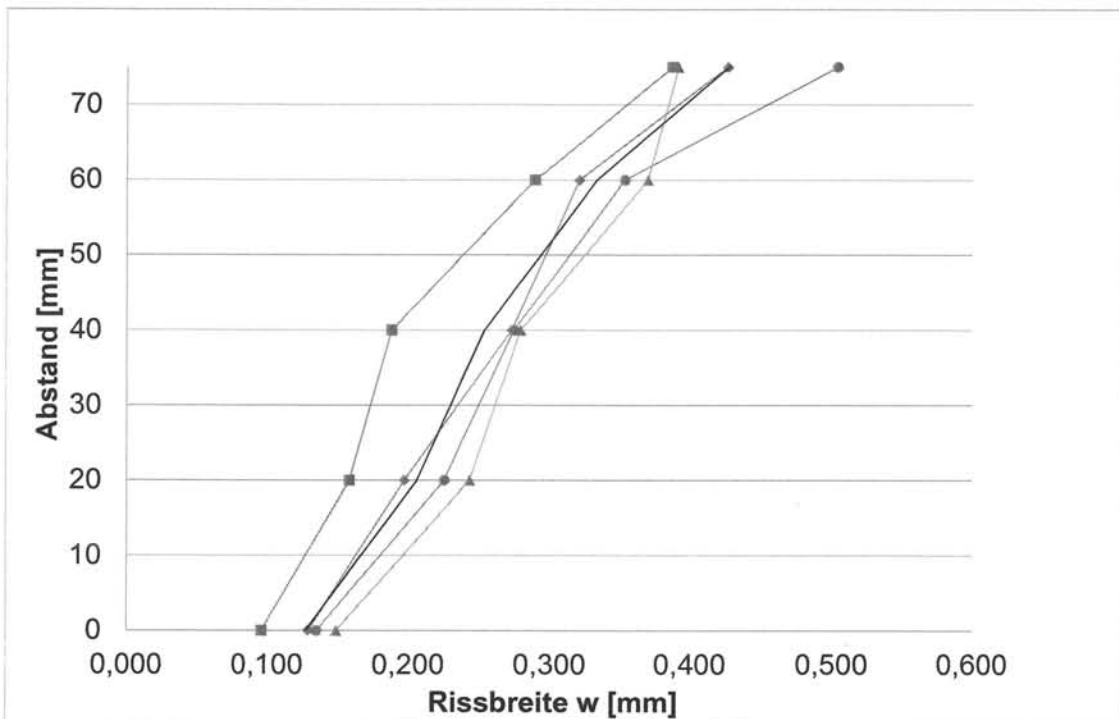


Abb. 68: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.40.C30/37.0.ko, 310N/mm<sup>2</sup>



Tabelle 33: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.50.C30/37.0.ko, 120N/mm<sup>2</sup>

Abstand von der Bewehrung [mm]:		0	20	40	60	75
Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	120	Rissbreite				
◆ Riss	13	0,129	0,197	0,273	0,321	0,427
▲ Riss	9	0,149	0,244	0,280	0,370	0,392
● Riss	8	0,135	0,225	0,275	0,354	0,505
■ Riss	7	0,096	0,159	0,188	0,290	0,388
<b>Mittelwert <math>w_m</math> [mm]:</b>		<b>0,127</b>	<b>0,206</b>	<b>0,254</b>	<b>0,334</b>	<b>0,428</b>

Abb. 69: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.50.C30/37.0.ko, 120N/mm<sup>2</sup>

#### 4 Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie

Tabelle 34: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.50.C30/37.0.ko, 190N/mm<sup>2</sup>

Abstand von der Bewehrung [mm]:		0	20	40	60	75
Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	190	Rissbreite				
◆ Riss	6	0,214	0,300	0,321	0,449	0,589
▲ Riss	14	0,173	0,259	0,289	0,362	0,486
● Riss	5	0,155	0,261	0,391	0,393	0,587
■ Riss	2	0,111	0,236	0,298	0,396	0,449
<b>Mittelwert <math>w_m</math> [mm]:</b>		<b>0,163</b>	<b>0,264</b>	<b>0,325</b>	<b>0,400</b>	<b>0,528</b>

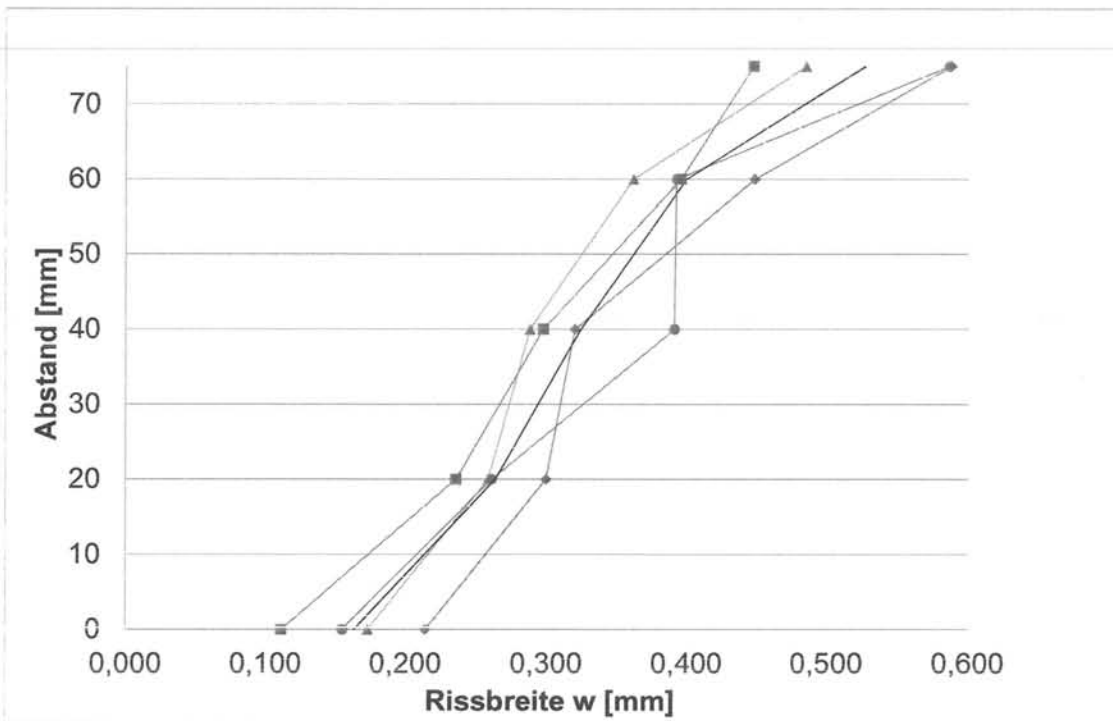


Abb. 70: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.50.C30/37.0.ko, 190N/mm<sup>2</sup>

Es zeigt sich, dass wie vermutet, die Rissbreite stark abhängig vom Messort zwischen der Betonoberfläche und dem Bewehrungsstab ist. Bei den durchgeführten zentrischen Zugversuchen konnte gezeigt werden, dass die Rissgeometrie einem annähernd trapezförmigen Verlauf folgt. Ein Ansatz zur Berechnung der Oberflächenrissbreite  $w_{surf}$  wird im Abschnitt 5.2 gezeigt.

## 5. Bemessung mit großen Stabdurchmessern

### 5.1. Zusammenfassung der Versuchsergebnisse sowie Vorschläge zur Bemessung

In Abschnitt 4.1.1 wurde beschrieben, wie die Rissbreiten mithilfe eines digitalen Mikroskops auf der Bauteiloberfläche gemessen wurden. Daher beziehen sich die folgenden Ausführungen auf die Oberflächenrissbreite bei Verwendung großer Stabdurchmesser  $\phi 40\text{mm}$ .

#### 5.1.1. Wirkungszone der Bewehrung $h_{\text{eff}}$

Die Höhe der Wirkungszone der Bewehrung konnte, durch Vergleich des Rissabstandes in der Serie 2 (ohne Oberflächenbewehrung) an Plattenzugversuchen überprüft werden. Die Versuchskörpergeometrie wurde in dieser Serie so festgelegt, dass beide Wirkungszone der Hauptbewehrungsstäbe nach *DIN EN 1992-1-1 2011* direkt aneinander grenzen und somit die Rissbreiten über die gesamte Versuchskörperbreite begrenzt werden. Im *DAfStb Heft 466* wurde bereits beschrieben, dass die Höhe der Wirkungszone unempfindlich gegenüber veränderten Parametern wie Bewehrungsgrad oder Verbundverhalten ist. Weiter wird die Ausbreitung der Betonzugspannungen hinter einem Riss nach *DAfStb Heft 525* mit einem Verhältnis von 1:2 angesetzt, welches zur Höhe der Wirkungszone der Bewehrung von  $2,5 \cdot d_1$  führt. Unter den dort dargestellten geometrischen Voraussetzungen muss der Rissabstand  $2 \cdot 1,5 \cdot d_1 = 24\text{cm}$  betragen. Der mittlere Rissabstand aus Serie 2 beträgt  $19,4\text{cm}$  mit einem Variationskoeffizienten von 34%. Das 75%-Fraktile des Rissabstandes kann zu  $24,4\text{cm}$  berechnet werden. Ebenfalls in *DAfStb Heft 525* wird dargestellt, dass bei „dicken“ Bauteilen zusätzlich zu den Primärrissen auch Sekundärrisse auftreten. Vereinzelt konnten solche Sekundärrisse in der Versuchsserie 2 beobachtet werden. Es kann somit die Höhe der Wirkungszone der Bewehrung gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* mit  $2,5 \cdot d_1$  auch für die untersuchten Bewehrungsstäbe mit einem Durchmesser  $\phi \geq 28\text{mm}$  bestätigt werden.

#### 5.1.2. Rissabstand $s_{r,\text{max}}$

Die Berechnungsgleichung des Rissabstandes gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* konnte an allen Versuchskörperserien überprüft werden. Hierbei zeigte sich, dass die Rissabstände der Serie 1 und Serie 2 nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* für große Bewehrungsstäbe  $\phi > 28\text{mm}$  unterschätzt werden.

Hieraus kann geschlussfolgert werden, dass der Ansatz zur übertragbaren Verbundspannung bei großen Stabdurchmesser überschätzt wird. Dies zeigt sich auch bei der Berechnung der Verbundfestigkeit nach *Abschnitt 8.4.2* der *DIN EN 1992-1-1 2011*. Hier wird die Verbundfestigkeit ab einem Stabdurchmesser von  $\phi \geq 32\text{mm}$  um den Beiwert  $\eta_2$  herabgesetzt. Wie in *Abschnitt 4.7.3* dargestellt, ist eine Rissbreitenbegrenzung nur mit großen Stabdurchmesser nicht zielführend. Auf eine Anpassung der Rissabstandsgleichung kann daher verzichtet werden.

Die Serien 3 bis 6 (mit Oberflächenbewehrung) zeigen ein Überschätzen des Rissabstandes, welcher mit dem Vergleichsstabdurchmesser nach Gleichung (2.103) aus *DIN EN 1992-1-1 2011* berechnet wurde. Bei der Bestimmung des Vergleichsstabdurchmessers lagen noch keine Ergebnisse zur Kombination von  $\phi 40\text{mm}$  mit  $\phi 10\text{mm}$  vor. Die Berechnungsgleichungen der Rissbreitenbegrenzung nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* zeigen, dass kleine Stabdurchmesser besser geeignet sind als große Bewehrungsstäbe. Daher sollte den kleinen Stabdurchmessern der Oberflächenbewehrung größere Wertigkeit zugeordnet werden. Ein eigener Ansatz zum Vergleichsstabdurchmesser bei großen Bewehrungsstäben und Oberflächenbewehrung wird in Abschnitt 5.3.2 vorgestellt. Mit diesem modifizierten Vergleichsstabdurchmesser können die Rissabstände wirklichkeitsnäher bestimmt werden.

### 5.1.3. Rissbreite $w_k$

In den Versuchen hat sich die Annahme aus *Eckfeldt 2005* bestätigt, dass die Gleichungen gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* Rissbreiten (an der Oberfläche gemessen) bei kleinen Stahlspannungen unterschätzen. Der Bereich einer Angleichung zwischen dem Rechenwert der Rissbreite  $w_k$  und den Fraktilwerten der Versuche  $w_{75\%}$  zeigt sich nach Abschnitt 4.7.3 mit Abb. 60 erst bei ca.  $360\text{N/mm}^2$ . Oberhalb dieser Spannung überschätzt die Rissbreitengleichung die Versuchswerte.

Die in den Versuchen der Serie 1 gemessenen Rissbreiten überschreiten nahezu bei allen aufgetragenen Stahlspannungen den Rechenwert der Rissbreite  $w_k$ . Dies deutet darauf hin, dass die Gleichungen zur Rissbreitenberechnung nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* nicht die Oberflächenrissbreite widerspiegeln. Die größere Abweichung der Rissbreite bei der Verwendung großer Stabdurchmesser (siehe Abb. 56) kann weiter auf den größeren Rissabstand nach Abschnitt 4.7.2 zurückgeführt werden.

Die Rissbreitenauswertungen der Serie 1  $\phi 40\text{mm}$  und  $\phi 50\text{mm}$  sowie der Serie 2 zeigen, dass die Rissbreite von  $0,200\text{mm}$  (75%-Fraktile) bereits ab einer Stahlspannung von  $140\text{N/mm}^2$  ( $\phi 40\text{mm}$ ) bzw.  $100\text{N/mm}^2$  ( $\phi 50\text{mm}$ ) erreicht wird. In der Serie 2 wird bei einer Stahlspannung von  $80\text{N/mm}^2$  der 75%-Fraktilewert von  $0,254\text{mm}$  erreicht. Eine Rissbreitenbeschränkung allein durch großen Bewehrungsstäbe ist daher nicht zielführend.

Die Versuchsserien 5 und 6 wurden mit 2% der externen Betonzugfläche  $A_{ct,ext}$  als rissbreitenbeschränkende Oberflächenbewehrung ausgeführt. In diesen Versuchen zeigten sich bis zu einer Stahlspannung von  $360\text{N/mm}^2$  lediglich Rissbreiten kleiner als  $0,2\text{mm}$ . In *Tabelle 7.1N* aus *DIN EN 1992-1-1 2011* wird als maximale Anforderung an die Rissbreite  $w_{max} = 0,2\text{mm}$  vorgeschlagen. Weil diese Anforderung bei den Versuchen der Serien 5 und 6 bereits eingehalten ist, wird vorgeschlagen, dass auf einen rechnerischen Nachweis verzichtet werden kann, wenn gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* die rissbreitenbeschränkende Oberflächenbewehrung mit 2% der externen Betonzugfläche bestimmt wird.

## 5.1 Zusammenfassung der Versuchsergebnisse sowie Vorschläge zur Bemessung

In den Serien 3 und 4 wurde eine alternative Bewehrungsregel der rissbreitenbeschränkenden Oberflächenbewehrung überprüft. Die Versuchskörper der Serien 3 und 4 wurden lediglich mit der Hälfte der nach *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* anzusetzenden Oberflächenbewehrung (1% von  $A_{ct,ext}$ ) ausgeführt. Dies entspricht dem empfohlenen Wert nach *DIN EN 1992-1-1 2011*. In diesen Versuchen wurden Rissbreiten  $w_{75\%}$  bis zu einer Stahlspannung von  $360\text{N/mm}^2$  von  $0,3\text{mm}$  beobachtet. Selbst bei einer Stahlspannung von  $450\text{N/mm}^2$  erreichte der Fraktilwert der Rissbreite nicht  $0,4\text{mm}$  und blieb somit in dem geforderten Rissbreitenbereich nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013*. Daher wird vorgeschlagen, dass ebenfalls auf einen rechnerischen Rissbreitennachweis verzichtet werden darf, wenn die Anforderung an die Rissbreite  $w_{max} \geq 0,3\text{mm}$  nach *Tabelle 7.1N* aus *DIN EN 1992-1-1 2011* gefordert wird und die Stahlspannung  $\leq 360\text{N/mm}^2$  bleibt.

In den Versuchen der Serie 3 – 7 werden, bis zu einer Stahlspannung von ca.  $360\text{N/mm}^2$ , die rechnerischen Rissbreiten  $w_k$  unterschätzt. Eine Bemessung mit den Gleichungen gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* ergibt damit zu kleine Rissbreiten. Eine Anpassung der Rissbreitengleichung bei der Verwendung großer Stabdurchmesser ist somit erforderlich und wird im Abschnitt 5.3 vorgeschlagen.

Die Versuchsergebnisse der Tastversuche unter zyklischer Beanspruchung (siehe 4.7.4) zeigen eine Rissbreitenzunahme von ca. 30%. Die nach *DIN EN 1992-1-1 2011* berechnete Rissbreitenzunahme liegt für die durchgeführten Versuche zwischen 6% und 14%. Die Rissbreitenzunahme wird somit für große Bewehrungsstäbe unterschätzt. Zur Anpassung der Rissbreitenzunahme unter zyklischer Beanspruchung bei Verwendung großer Stabdurchmesser besteht weiterer Forschungsbedarf.

### **5.1.4. Einfluss von kreuzender Oberflächenbewehrung (Bügel)**

In den Serien 3 und 4 sowie 5 und 6 wurde die gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* anzusetzende, kreuzende Oberflächenbewehrung hinsichtlich ihrer Wirksamkeit auf die Rissbreitenbeschränkung überprüft. Diese muss der rissbreitenbeschränkenden Oberflächenbewehrung, also ebenfalls 2% der externen Betonzugfläche  $A_{ct,ext}$ , entsprechen. Ausgeführt wurde diese Querbewehrung (Bügel) lediglich in Serie 5. In Serie 3 wurden sowohl die rissbreitenbeschränkende Oberflächenbewehrung also auch die Bügelbewehrung mit 1% der externen Betonzugfläche  $A_{ct,ext}$  (kreuzweise) bestimmt. In den Serien 4 und 6 wurde die kreuzende Oberflächenbewehrung aus der Mindestbügelbewehrung gemäß *DIN EN 1992-1-1/NA 2013 NA15* zur Sicherstellung des Verbundes berechnet. Hierdurch konnte erheblich Bewehrung eingespart werden. Anstatt wie in Serie 5  $\phi 10\text{-}6,4\text{cm}$  ( $12,3\text{cm}^2/\text{m}$ ) konnte in den Versuchen der Serie 4 und 6 eine Bügelbewehrung von  $\phi 6\text{-}20\text{cm}$  ( $1,4\text{cm}^2/\text{m}$ ) angesetzt werden. Die Ergebnisse der Versuche zeigen sowohl in den Rissabständen als auch in den Rissbreiten keinen Einfluss zwischen den abweichenden Querbewehrungen (Bügel) der Serien 3 und 5. Auch sich unbegrenzt öffnende Spaltrisse wurden in keinem Versuch beobachtet. Übergreifungsstöße wurden nicht untersucht. Die durchgeführten Untersuchungen ergeben keinen Hinweis darauf, dass die in *DIN EN 1992-1-1 2011* geforderte kreuzende Oberflächenbewehrung ( $A_{s,surf} = 0,01 \cdot A_{ct,ext}$ ) im Gebrauchszustand nicht ausreicht und die erhöhte kreuzende Oberflächenbewehrung gemäß *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* ( $A_{s,surf} = 0,02 \cdot A_{ct,ext}$ )

## 5 Bemessung mit großen Stabdurchmessern

ausgeführt werden muss. Daher kann aus den Versuchen abgeleitet werden, dass bezugnehmend auf die Rissbreitenbeschränkung, die kreuzende Oberflächenbewehrung (Bügel) lediglich der Wert gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* ( $A_{s,surf} = 0,01 \cdot A_{ct,ext}$ ) ausreichend ist. Da als Empfehlung zur kreuzenden Oberflächenbewehrung in beiden Richtungen gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011 Anhang J.1* ebenfalls der Wert  $A_{s,surf} = 0,01 \cdot A_{ct,ext}$  angegeben wird, besteht zur Zeit kein Hinweis darauf, dass dieser Wert nicht im Grenzzustand der Tragfähigkeit ausreicht.

## 5.2. Bemessungsmodell zur Rissgeometrie

In den Versuchen zur Rissgeometrie konnten an insgesamt 21 verpressten Rissen und somit an 84 Schnittflächen neben dem Verlauf der Rissbreite auch das Verhältnis zwischen der Rissbreite am Bewehrungsstab  $w_s$  und der Oberflächenrissbreite  $w_{surf}$  ermittelt werden. Dieses Verhältnis lag bei allen Versuchen zwischen 0,3 - 0,4 und soll im Weiteren als  $w_s / w_{surf} = k_w$  benannt werden. Ähnliche Ergebnisse wurden im *DAfStb Heft 455* aus Versuchen von *Yannopoulos 1989* dargestellt. Aus den Ergebnissen der Versuche zur Rissgeometrie kann ein linearer Verlauf der Rissbreite abgeleitet werden. Beispielhaft ist nachfolgend der im Versuch RB.1.40.C30/37.0.ko gemessene Rissbreitenverlauf in Abb. 71 dargestellt. Einzelwerte können Abschnitt 4.7.6 entnommen werden.

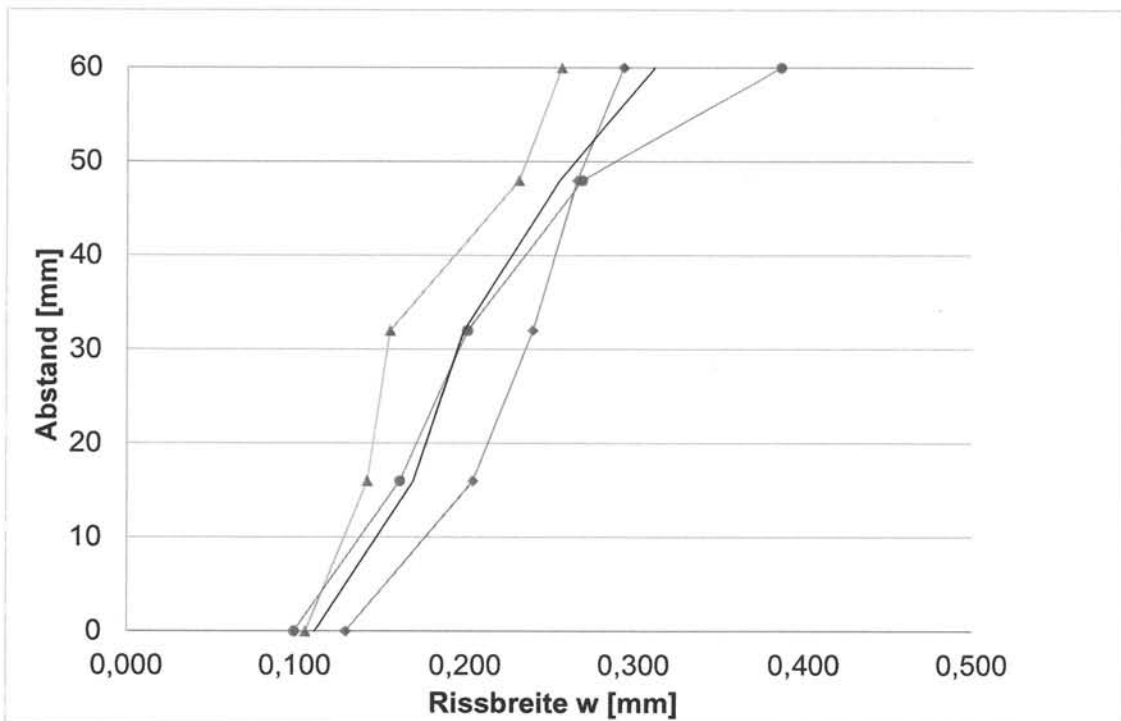


Abb. 71: Ergebnisse zur Rissgeometrie – RB.1.40.C30/37.0.ko, 230N/mm<sup>2</sup>

In *Eckfeldt 2005* wurde hingegen ein parabelförmiger Rissbreitenverlauf (siehe Gleichung (2.107)) innerhalb der Betondeckung angesetzt. Um jedoch den Rechenaufwand für die Praxis gering zu halten wird nachfolgend ein linearer Rissbreitenverlauf vorgeschlagen. Die geometrischen Zusammenhänge eines linearen Rissbreitenverlaufes können Abb. 72 entnommen werden.

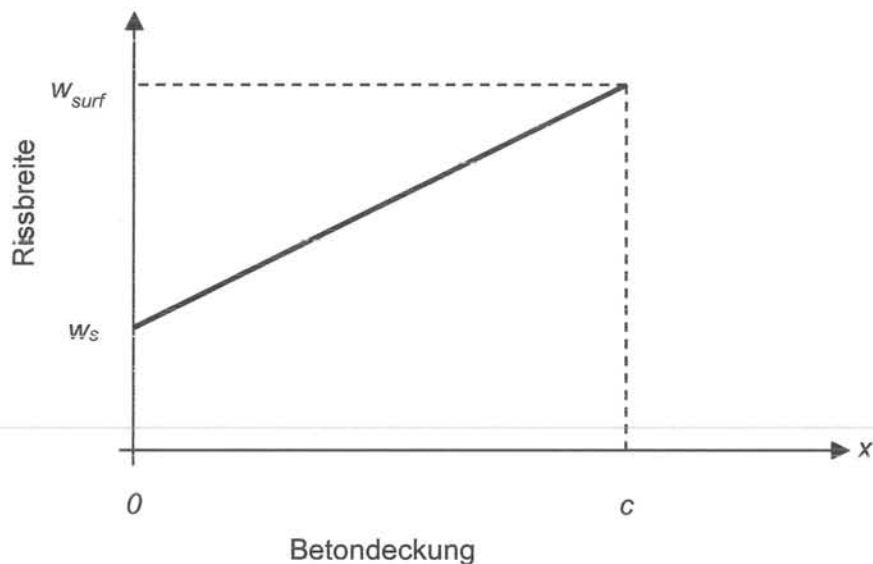


Abb. 72: Geometrische Zusammenhänge zum Ansatz des Rissbreitenverlaufes

Allgemein kann die zuvor vorgeschlagene Rissgeometrie als lineare Gleichung mit dem Abstand  $x$  vom Bewehrungsstab beschrieben werden:

$$w_{(x)} = m \cdot x + b \quad (5.1)$$

Die Steigung dieser Linearen wird wie folgt bestimmt:

$$m = \frac{(w_{surf} - w_s)}{c} \quad (5.2)$$

Der konstante Anteil der Gleichung kann zu  $b = w_s$  ermittelt werden, sodass die lineare Rissgeometrie mit Gleichung (5.3) ausgedrückt werden kann:

$$w_{(x)} = \frac{(w_{surf} - w_s)}{c} \cdot x + w_s \quad (5.3)$$

Nun kann das Verhältnis  $k_w$  eingesetzt werden um die Rissbreite lediglich aus der Oberflächenrissbreite  $w_{surf}$  zu ermitteln:

$$w_s = k_w \cdot w_{surf} \quad (5.4)$$

$$w_{(x)} = \frac{(w_{surf} - k_w \cdot w_{surf})}{c} \cdot x + k_w \cdot w_{surf} \quad (5.5)$$

Zusammengefasst kann geschrieben werden:

$$w_{(x)} = w_{surf} \left(1 - k_w\right) \cdot \frac{x}{c} + k_w \cdot w_{surf} \quad (5.6)$$

Nach *CEB-FIB Model Code 1990* wurden die Rissbreitengleichungen in *DIN EN 1992-1-1 2011* an Versuchen kalibriert, die eine Betondeckung von 25mm aufweisen (vgl. Abschnitt 2.6). Weiter wird dort beschrieben, dass die Rissbreite bei abweichender Betondeckung umgerechnet werden soll. Im Folgenden wird der Rechenwert der Rissbreite  $w_k$ , wie im *CEB-FIB Model Code 1990* beschrieben, im Abstand  $x = 25\text{mm}$



angesetzt, sodass mit Gleichung (5.5) folgende Zusammenhänge ermittelt werden können:

$$w_k = w_{(25)} = \frac{(w_{surf} - k_w \cdot w_{surf})}{c} \cdot 25 + k_w \cdot w_{surf} \quad (5.7)$$

Somit berechnet sich die Oberflächenrissbreite  $w_{surf}$  in Abhängigkeit von der Betondeckung  $c$  (mm) sowie dem Verhältnis  $k_w$  zu:

$$w_{surf} = w_k \cdot \frac{c}{[(c - 25) \cdot k_w + 25]} = w_k \cdot k_{surf} \quad (5.8)$$

Werden mit Hilfe dieser Gleichung Grenzwertbetrachtungen für das Verhältnis  $k_w$  angestellt, können Extremwerte der Oberflächenrissbreite bestimmt werden. Der Faktor  $k_w$  kann lediglich Werte zwischen 0 und 1 annehmen, weil die Rissbreite am Bewehrungsstab stets kleiner als die Oberflächenrissbreite ist. Wird für  $k_w = 1$  angesetzt, so entspricht die Oberflächenrissbreite genau der rechnerischen Rissbreite  $w_{surf} = w_k$ , was einem parallelen Rissverlauf entspricht. Setzt man hingegen den theoretisch minimal möglichen Wert von  $k_w = 0$  an, bestimmt sich die Oberflächenrissbreite gemäß dem Verhältnis der Betondeckung zu  $w_{surf} = w_k \cdot c / 25$ . Mit Betrachtung der Versuche von *Yannopoulos 1989* aus *DAfStb Heft 455* sowie der eigenen Versuche zur Rissgeometrie kann realitätsnäher für  $k_w = 0,3 - 0,4$  angesetzt werden. Mit diesen Werten kann die Oberflächenrissbreite mit Hilfe der folgenden Faktoren aus der rechnerischen Rissbreite  $w_k$  bestimmt werden:

Tabelle 35: Faktor  $k_{surf}$  zur Umrechnung der rechnerischen Rissbreite

Faktor $k_{surf}$			
Betondeckung $c$	$k_w = 0,30$	$k_w = 0,35$	$k_w = 0,40$
25 mm	1,00	1,00	1,00
30 mm	1,13	1,12	1,11
35 mm	1,25	1,23	1,21
40 mm	1,36	1,32	1,29
45 mm	1,45	1,41	1,36
50 mm	1,54	1,48	1,43
55 mm	1,62	1,55	1,49
60 mm	1,69	1,61	1,54
65 mm	1,76	1,67	1,59
70 mm	1,82	1,72	1,63
75 mm	1,88	1,76	1,67

Aus der Tabelle 35 können die Faktoren  $k_{surf}$  zur Umrechnung der rechnerischen Rissbreite auf die Oberflächenrissbreite entnommen werden. Für die in der Praxis üblichen Betondeckungen kann für  $k_{surf}$  ein Wert zwischen 1,21 - 1,36 angesetzt werden.

Da die Rissgeometrie lediglich an Versuchskörpern der Betonfestigkeitsklasse C30/37 überprüft wurde, können die berechneten Werte des Faktors  $k_{surf}$  zurzeit nur auf diese Betonfestigkeitsklasse angewandt werden. Bei biegebeanspruchten Bauteilen müsste

### 5 Bemessung mit großen Stabdurchmessern

---

zusätzlich eine Rissöffnung aus der Bauteilkrümmung betrachtet werden. Diese wird jedoch nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* nicht berücksichtigt und soll auch hier nicht weiter verfolgt werden.

### 5.3. Bemessungsmodell zur Rissbreitenberechnung

Nachfolgend werden zwei empirische Bemessungsmodelle vorgestellt, mit denen die Rissbreiten der oben dargestellten Versuche berechnet werden können.

#### 5.3.1. Rissbreite $w_k$ , Modell 1

In Abschnitt 4 wurde gezeigt, dass sich teilweise große Abweichungen zwischen dem Rechenwert der Rissbreite  $w_k$  und den Rissbreiten der Versuche  $w_{75\%}$  ergeben. Besonders zu beachten ist, dass die Versuchsergebnisse auf der „unsicheren Seite“ liegen und eine Bemessung nach *DIN EN 1992-1-1 2011* zu kleineren Rissbreiten führen würde. Auf Grundlage der oben beschriebenen Versuche wurde daher ein Übertragungsfaktor  $k_{\phi L_{arge}}$  ermittelt, welcher das Verhalten der Rissbreite bei Verwendung von großen Stabdurchmessern besser widerspiegelt und auf die Rissbreitengleichung angewandt werden kann. Dieses Modell mit dem der Ingenieur schnell und einfach Rissbreitennachweise führen kann, wird im Folgenden dargestellt. Weil die Versuchsergebnisse zeigen, dass mit einer Oberflächenbewehrung von  $A_{s,surf} \geq 0,02 \cdot A_{ct,ext}$  die Rissbreiten stets geringere Werte als nach *Tabelle 7.1N* aus *DIN EN 1992-1-1 2011* gefordert aufweisen, darf auf einen rechnerischen Nachweis verzichtet werden, wenn  $A_{s,surf} \geq 0,02 \cdot A_{ct,ext}$  ist und der Rechenwert der Rissbreite  $w_{max} \geq 0,2\text{mm}$  sein soll. Ebenso zeigten die Versuchsergebnisse, dass mit einer Oberflächenbewehrung von  $A_{s,surf} \geq 0,01 \cdot A_{ct,ext}$  die Rissbreiten auf 0,3mm begrenzt werden. Somit darf ebenfalls auf einen rechnerischen Nachweis verzichtet werden, wenn  $A_{s,surf} \geq 0,01 \cdot A_{ct,ext}$  ist und die Anforderung an die Rissbreite  $w_{max} \geq 0,3\text{mm}$  sein soll.

Für Zwischenwerte der Oberflächenbewehrung  $0,02 \cdot A_{ct,ext} \geq A_{s,surf} \geq 0,01 \cdot A_{ct,ext}$  sowie Rissbreiten von  $w_{max} \leq 0,3\text{mm}$  ist der Rechenwert der Rissbreite bei Verwendung von großen Stabdurchmessern wie folgt zu bestimmen.

$$w_{k,L_{arge}} = w_k \cdot k_{\phi L_{arge}} \quad (5.9)$$

$$k_{\phi L_{arge}} = (3,9 \cdot f_{ck} - 84) \cdot \sigma_s^{(-0,01 \cdot f_{ck} - 0,3)}; 80 \leq \sigma_s \leq 450; 30 \leq f_{ck} \leq 50 \quad (5.10)$$

Der dargestellte Übertragungsfaktor wurde auf Grundlage der durchgeführten Versuche ermittelt. Er stellt einen empirischen Wert dar welcher die Parameter der mittleren Stahlspannung sowie der Betondruckfestigkeit heranzieht. Mit Hilfe dieses Übertragungsfaktors  $k_{\phi L_{arge}}$  können rechnerische Rissbreiten bestimmt werden, die für beide geprüften Betonfestigkeitsklassen eine mittlere Abweichung von maximal 11% aufweisen. Ein Vergleich des Rechenwertes  $w_{k,L_{arge}}$  mit den Versuchsergebnissen  $w_{75\%}$  ist in *Abb. 73* dargestellt. Zum dargestellten Bemessungsmodell wurden insgesamt 13.811 Versuchswerte herangezogen.

## 5 Bemessung mit großen Stabdurchmessern

Tabelle 36: Quotient des Rechenwertes  $w_{k,Large}$  zum Versuchsergebnis  $w_{75\%}$ ,  $w_{k,Large}/w_{75\%}$

Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	80	120	200	280	360	450	Mittel
Serie 3 – C30/37:	1,01	1,02	1,06	1,03	1,03	0,96	<b>1,02</b>
Serie 3 – C50/60:	0,92	1,20	1,14	1,04	0,96	-	<b>1,05</b>
Serie 4 – C30/37:	0,91	0,99	0,96	0,95	0,93	0,88	<b>0,94</b>
Serie 4 – C50/60:	1,07	1,17	1,04	1,04	0,97	0,88	<b>1,03</b>
Serie 5 – C30/37:	0,89	0,97	1,07	1,03	0,99	0,93	<b>0,98</b>
Serie 5 – C50/60:	0,95	1,10	0,93	1,07	-	-	<b>1,01</b>
Serie 6 – C30/37:	0,88	0,95	1,10	1,06	0,99	0,93	<b>0,99</b>
Serie 6 – C50/60:	1,04	1,10	1,11	1,10	1,02	-	<b>1,07</b>
Serie 7 – C30/37:	0,68	0,87	0,99	0,97	0,94	-	<b>0,89</b>
Serie 7 – C50/60:	1,00	1,04	1,14	1,07	0,98	-	<b>1,04</b>
<b>Gesamtmittel:</b>							<b>1,00</b>

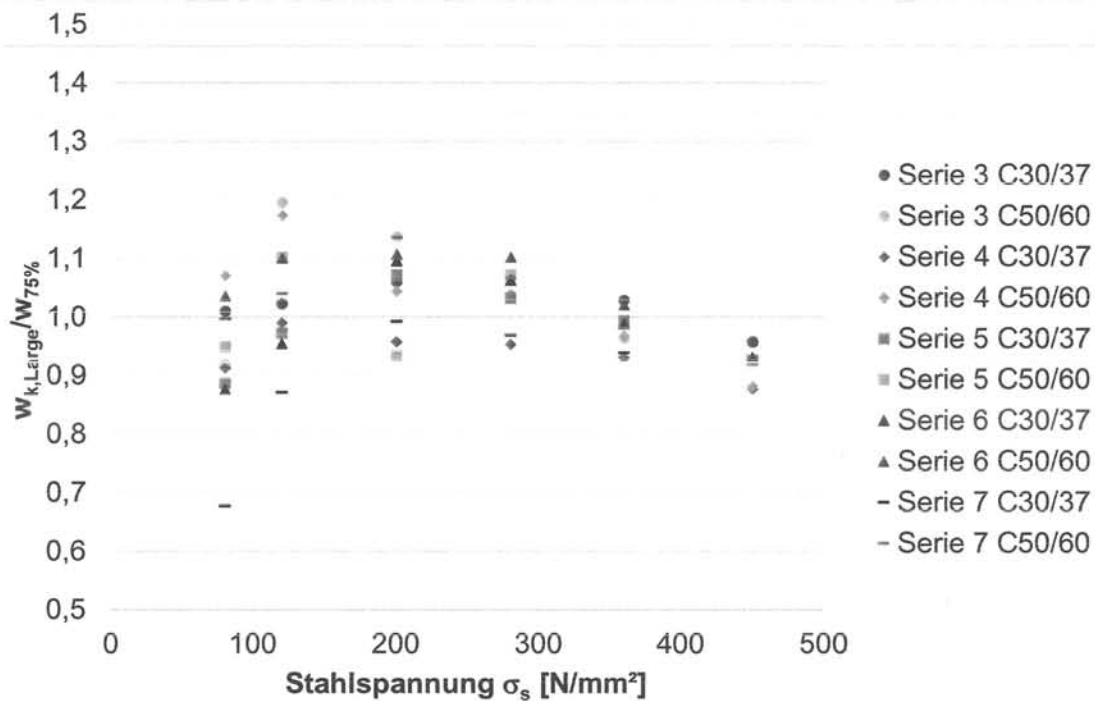


Abb. 73: Quotient des Rechenwertes  $w_{k,Large}$  zum Versuchsergebnis  $w_{75\%}$ ,  $w_{k,Large}/w_{75\%}$

### 5.3.2. Rissbreite $w_k$ , Modell 2

In Abschnitt 4.7.5 wurde gezeigt, dass die Spannungsverteilung zwischen großen Bewehrungsstäben und Stäben der Oberflächenbewehrung nahezu identisch mit der rechnerischen Verteilung ist. Somit wird die gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* anzusetzende Spannung  $\sigma_s$ , welche aus der Zugbeanspruchung und der Gesamtbewehrungsfläche  $A_s$  bestimmt wird, bestätigt.

Um die Rissbreitengleichung gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* auch für große Stabdurchmesser und Oberflächenbewehrung anwenden zu können, wird der Rissabstand  $s_r$  angepasst. Anhand der Versuchsergebnisse aus Abschnitt 4.7.3 (siehe Abb. 74) kann gefolgert werden, dass der Einfluss der Oberflächenbewehrungsstäbe unterschätzt wird. Kleine Bewehrungsstäbe zeigen ein wesentlich besseres Verbundverhalten als große Bewehrungsstäbe, welches gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* bei der Bestimmung der Verbundspannung (siehe Abschnitt 2.5) eingeht. Betrachtet werden unterschiedliche Bewehrungsstabdurchmesser in der Rissbreitenberechnung lediglich durch den Vergleichsstabdurchmesser  $\phi_{eq}$ . Dass bei der Aufstellung der Gleichung des Vergleichsstabdurchmessers bereits Stabdurchmesser  $\phi = 40\text{mm}$  im Zusammenwirken mit kleinen Oberflächenbewehrungsstäben  $\phi_{surf} = 10\text{mm}$  bedacht wurden, ist zu bezweifeln.

Gut zu erkennen ist, dass sowohl die Steigung als auch der Startwert einer ab  $\sigma_{cr}$  linearen Gleichung nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* angepasst werden müssen.

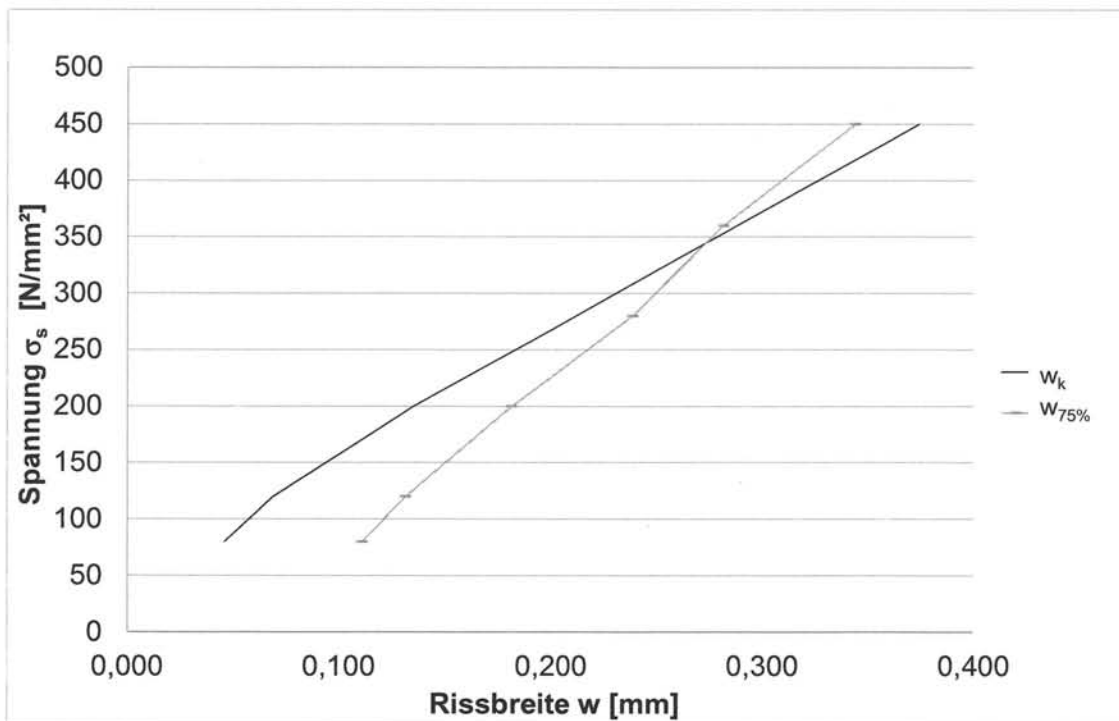


Abb. 74: Exemplarische Versuchsauswertung – RB.3.40.C30/37.1.ko, 1% Oberflächenbewehrung

Um den Einfluss der Oberflächenbewehrungsstäbe zu erhöhen und damit die Steigung anzupassen, wird die Gleichung des Vergleichsstabdurchmessers wie folgt entsprechend modifiziert.

$$\phi_{eq,Large} = \frac{3 \cdot n_{surf} \cdot \phi_{surf}^2 + n_{Large} \cdot \phi_{Large}^2}{3 \cdot n_{surf} \cdot \phi_{surf} + n_{Large} \cdot \phi_{Large}} \quad (5.11)$$

Wie bereits beschrieben, werden Rissbreiten oft unterschätzt, was auch in den hier beschriebenen Versuchsergebnissen beobachtet werden kann. Werden die Versuchskurven (75%-Fraktile) linear interpoliert, so wird die Abszisse stets bei einem positiven Rissbreitenwert geschnitten. Um die Rissbreitengleichung nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* so zu modifizieren, dass der 75%-Fraktile bemessen wird, muss demnach ein „Startwert“  $\Delta W_{Large}$  eingeführt werden.

$$W = S_r \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) + \Delta W_{Large} \quad (5.12)$$

Aus den Versuchsergebnissen kann abgeleitet werden, dass dieser Startwert abhängig von der Betondruckfestigkeit sowie dem Gehalt an Oberflächenbewehrung ist:

$$\Delta W_{Large} = \frac{0,5 \cdot f_{ck} + 85}{1000} - 2 \cdot \frac{A_{s,surf}}{A_{ct,ext}} \quad (5.13)$$

Zwar ist eine Rissbreite bei der Spannung Null zunächst irritierend, dennoch zeigen Versuche immer wieder, dass sich Rissbreiten nach Beanspruchungsende nicht auf einen Wert  $w = 0$  mm schließen. Es steht fest, dass Schlupf ohne Beanspruchung nicht eintritt, was im Pull-Out Test gemäß *RILEM RC6* beobachtet werden kann. Jedoch wird in diesem Versuch kein plötzliches Aufreißen des Betons betrachtet. Es ist gut vorstellbar, dass der rückschnellende Impuls, welcher durch das Aufreißen des Betons frei wird, eine Kraft auf den Verbund zwischen Beton und Bewehrungsstab einträgt, welche dazu führt, dass ein bleibender Schlupf entsteht. Untermuert wird dies durch die unterschiedlichen Startwerte  $\Delta W_{Large}$  für die verschiedenen Mengen an Oberflächenbewehrung. Je größer der Gehalt an Oberflächenbewehrung, desto kleiner bleibt der Startwert  $\Delta W_{Large}$ . Betrachtet man die Bewehrung als Dämpfung der Impulskraft, so macht es Sinn, dass der Startwert bei Erhöhung des Bewehrungsgehaltes sinkt.

Mit den oben genannten Erläuterungen kann die Rissbreite bei Verwendung großer Stabdurchmesser und Oberflächenbewehrung mit den modifizierten Gleichungsanteilen wie folgt bestimmt werden:

$$W_{k,Large} = S_{r,Large} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) + \Delta W_{Large} \quad (5.14)$$

$$S_{r,Large} = \frac{\phi_{eq,Large}}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \quad (5.15)$$

$$\phi_{eq,Large} = \frac{3 \cdot n_{surf} \cdot \phi_{surf}^2 + n_{Large} \cdot \phi_{Large}^2}{3 \cdot n_{surf} \cdot \phi_{surf} + n_{Large} \cdot \phi_{Large}} \quad (5.16)$$

$$(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{eff})}{E_s} \quad (5.17)$$

$$\Delta W_{Large} = \frac{0,5 \cdot f_{ck} + 85}{1000} - 2 \cdot \frac{A_{s,surf}}{A_{ct,ext}} \quad (5.18)$$

Der hiermit berechnete Rissabstand  $s_{r,Large}$  weist Abweichungen von bis zu 24% in Serie 3 und 4, bis zu 12% in Serie 5 und 6 sowie bis zu 15% in Serie 7 auf. Mit dieser Unterschätzung des Rissabstandes werden sehr gute Übereinstimmungen der rechnerischen Rissbreite  $w_{k,Large}$  zu den Versuchsergebnissen erzielt (siehe Abb. 76 und Tabelle 37).

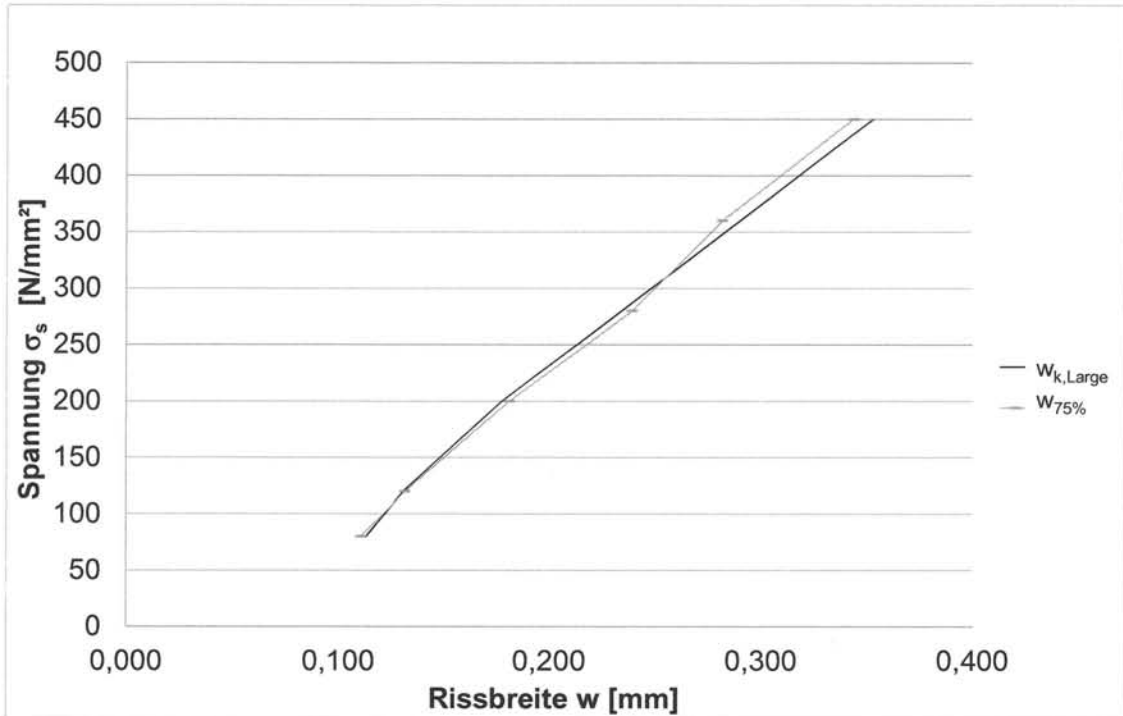


Abb. 75: Exemplarische Versuchsauswertung – RB.3.40.C30/37.1.ko

Tabelle 37: Quotient des Rechenwertes  $w_{k,Large}$  zum Versuchsergebnis  $w_{75\%}$ ,  $w_{k,Large}/w_{75\%}$

Stahlspannung [N/mm <sup>2</sup> ]:	80	120	200	280	360	450	Mittel
Serie 3 – C30/37:	1,02	0,99	0,98	0,98	1,03	1,03	<b>1,00</b>
Serie 3 – C50/60:	0,83	0,97	0,98	0,95	0,97	-	<b>0,94</b>
Serie 4 – C30/37:	0,97	0,96	0,90	0,91	0,94	0,94	<b>0,94</b>
Serie 4 – C50/60:	0,93	0,95	0,90	0,95	0,97	0,98	<b>0,95</b>
Serie 5 – C30/37:	0,96	1,02	1,03	1,02	1,04	1,03	<b>1,02</b>
Serie 5 – C50/60:	0,97	0,99	0,90	1,07	-	-	<b>0,98</b>
Serie 6 – C30/37:	0,95	1,00	1,07	1,05	1,03	1,04	<b>1,02</b>
Serie 6 – C50/60:	0,97	0,99	1,03	1,09	1,10	-	<b>1,04</b>
Serie 7 – C30/37:	0,97	1,02	1,07	1,06	1,07	-	<b>1,04</b>
Serie 7 – C50/60:	1,14	1,13	1,16	1,15	1,15	-	<b>1,15</b>
<b>Gesamtmittel:</b>							<b>1,00</b>

5 Bemessung mit großen Stabdurchmessern

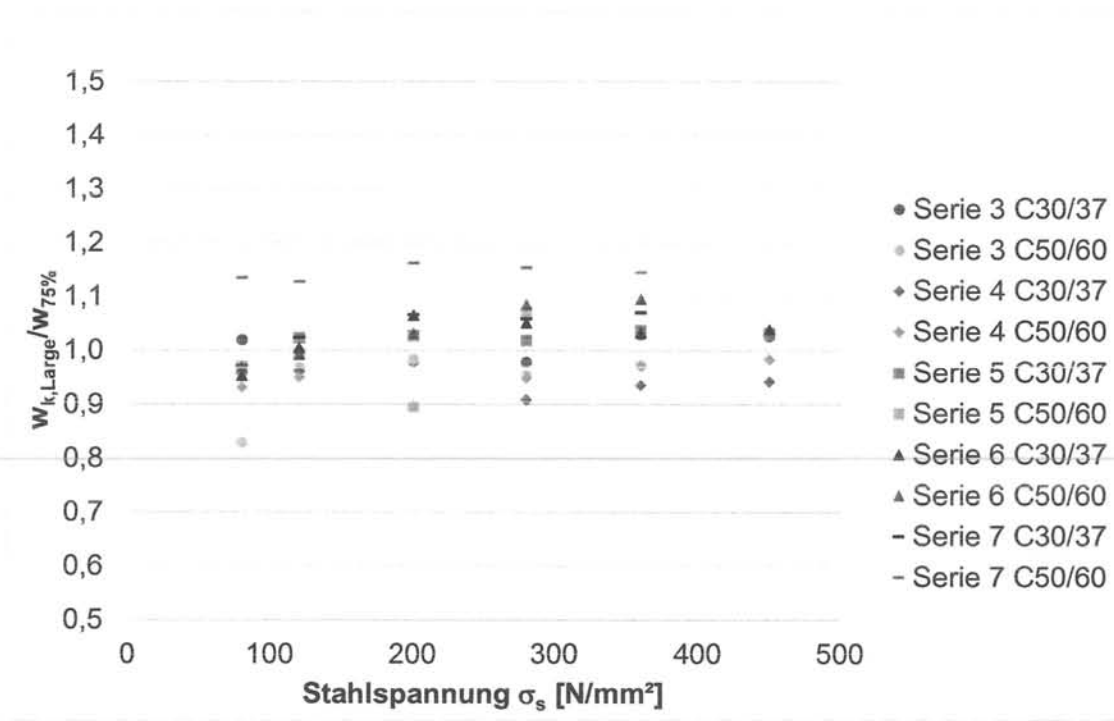


Abb. 76: Quotient des Rechenwertes  $w_{k,large}$  zum Versuchsergebnis  $w_{75\%}$



#### **5.4. Anwendbarkeit der Erkenntnisse aus den experimentellen Untersuchungen**

Durch die im Abschnitt 4 vorgestellten Versuche wird deutlich, dass die Anwendung der Rissbreitengleichungen nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* keine zielsichere Bemessung der Rissbreite für große Stabdurchmesser erlaubt.

Die im Rahmen dieser Arbeit beschriebenen Versuche, aus denen die vorgestellten Bemessungsmodelle entwickelt wurden, bilden die Zugzone eines Stahlbetonbauteils ab. Die Anordnung der Oberflächenbewehrung (parallel zur Hauptbewehrung) der Versuchskörper in den Serien 5 und 6 entsprechen den Forderungen nach *DIN EN 1992-1-1/NA 2013*. Die Oberflächenbewehrung der Versuchskörper aus den Serien 3 und 4 (parallel zur Hauptbewehrung) wurden gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* ausgeführt. Hierbei wird lediglich die externe Betonzugfläche  $A_{ct,ext}$  zur Bestimmung der Oberflächenbewehrung herangezogen (siehe Abschnitt 4.4.2). Ein Einfluss der Hauptbewehrung und der Versuchskörpergeometrie findet in den Regelungen nach *DIN EN 1992-1-1 2011* durch die Werte des effektiven Bewehrungsgehaltes  $\rho_{eff}$  sowie den Vergleichsstabdurchmesser  $\phi_{eq}$  in den Gleichungen (2.99) und (2.100) statt. Diese Werte wurden ebenfalls gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* in den Auswertungen der Versuche herangezogen. In den dargestellten Versuchen wurden auch die Oberflächenbewehrung (0%, 1%, 1,5%, 2%), der Bewehrungsgehalt (2,8%, 3,5%, 4,2%, 6,6%) sowie der Vergleichsstabdurchmesser (40mm, 27,1mm, 25mm, 20mm) variiert.

Die beschriebenen Versuche bilden demnach nur ein Spektrum an möglichen Geometrien ab. Im Rahmen der dargestellten Varianten konnte dennoch gezeigt werden, dass die Bemessungsmodelle Abschnitt 5.3.1 und Abschnitt 5.3.2 gute Übereinstimmungen mit den Versuchsergebnissen zeigen. Somit ist eine Anwendung der Modelle in den gezeigten Grenzen möglich. Wie die Auswertung der in Abschnitt 4.7.4 dargestellten Tastversuche zeigt, wird der Einfluss von zyklischen Beanspruchungen nach *DIN EN 1992-1-1 2011* unterschätzt. Eine Übertragung der Bemessungsmodelle auf zyklische Beanspruchung oder Dauerbeanspruchung ist demnach noch nicht möglich.

Um eine Allgemeingültigkeit der beschriebenen Bemessungsmodelle zu erreichen sind, weitere Versuche nötig. Der Einfluss der Betondeckung sowie die unterschiedlichen Verbundeigenschaften der Bewehrungsstäbe sollte weiter betrachtet werden. Insbesondere der Hauptbewehrungsgehalt ist zu erhöhen, da bei Bauteilen, die mit großen Stabdurchmessern bewehrt werden, sehr große Bewehrungsgehalte in der Betonzugzone zu erwarten sind. Ebenfalls sollten weitere Versuche unter zyklischer Beanspruchung durchgeführt werden, um den Einfluss des Verbundkriechens gemäß *DAfStb Heft 466* auch für große Stabdurchmesser ermitteln zu können.



## 6. Zusammenfassung und Ausblick

### 6.1. Zusammenfassung

Zunächst wurden im Abschnitt „Motivation“ die Ausgangssituation sowie die Vor- und Nachteile von großen Stabdurchmessern dargestellt. Es wurde erläutert, dass bislang keine gesicherten Grundlagen zur Rissbreitenbeschränkung mit dicken Stabdurchmessern vorhanden waren. Im Abschnitt „Stand der Wissenschaft und Technik“ wurde gezeigt, was als Breite eines Risses angesehen wird. Im Weiteren wurde auf die Rissursachen und Rissarten eingegangen, sowie erläutert, wann im Stahlbetonbau welche Beanspruchungen zu Rissen führen. Es wurde ein historischer Überblick zur Rissbreitenberechnung gegeben und die klassischen sowie die kontinuierlichen Rissbreitentheorien dargestellt. Ferner wurden die aktuellen Regelungen nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* zur Rissbreitenbeschränkung aufgezeigt sowie die Sonderregeln für große Stabdurchmesser beschrieben. In einem weiteren Abschnitt wurde der Stand von Wissenschaft und Technik zur Rissgeometrie erläutert. Es wurde gezeigt, dass schon 1968 der Versuch zur Beschreibung des Rissverlaufes unternommen wurde. Im Abschnitt „Herleitung der Rissgleichungen“ wurden an einem Zugstab zunächst die Zusammenhänge zwischen der Dehnung und der Spannung eines ungerissenen Stahlbetonstabes hergeleitet. Im Weiteren wurden diese auf einen gerissenen Stahlbetonstab (Erstrissbild) mit konstanter Verbundspannung übertragen. Anschließend wurden die Weiterentwicklung einer veränderlichen Verbundspannung betrachtet und damit die Rissgleichungen für das Erstrissbild gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* hergeleitet. In den anschließenden Abschnitten wurden der Bezug zur Mindestbewehrung sowie die direkte Berechnung des erforderlichen Bewehrungsquerschnitts gezeigt. Abschließend wurden die Werte der *Tabelle 7.2DE* aus *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* entwickelt. Danach wurden die direkte Berechnung des erforderlichen Bewehrungsquerschnittes für das sog. abgeschlossene Rissbild sowie die Werte der *Tabelle 7.3N* aus *DIN EN 1992-1-1 2011* hergeleitet. In dem Abschnitt „Experimentelle Untersuchungen zu Rissbreite, Rissabstand und Rissgeometrie“ wurden zunächst einige Vorüberlegungen zum Versuchsaufbau angestellt, mit deren Hilfe eine nahezu momentenfreie, wiederverwendbare Lasteinleitungskonstruktion erstellt wurde. Das Versuchsprogramm, der Versuchsaufbau sowie die Messtechnik wurden in dem nachfolgenden Abschnitt erläutert.

Es wurden insgesamt 61 Bauteilversuche unter Zugbeanspruchung mit mehr als 30.000 dokumentierten Rissbreiten durchgeführt. Die Messrichtung von Rissbreiten wurde besonders betrachtet. Es wurde vorgeschlagen, Rissbreiten in Spannungs- und Bewehrungsrichtung auszumessen. Es wurden prinzipiell zwei verschiedene Querschnittsgeometrien betrachtet. In der Serie 1 wurde das Rissverhalten an Zugstäben mit quadratischem Querschnitt betrachtet. In dieser Serie sind bei gleichbleibendem Bewehrungsgrad ( $\rho \approx 5\%$ ) sowohl kleine Stabdurchmesser als auch große Stabdurchmesser überprüft worden. Es konnte gezeigt werden, dass für diese große Bewehrungsmenge die Rissgleichungen aus *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* die Versuchsergebnisse unterschätzen. Es muss davon ausgegangen werden, dass die Rissgleichungen nicht für solch große

Bewehrungsmengen angewandt werden können. In der Serie 2 wurde das Rissverhalten an Zugplatten ohne Oberflächenbewehrung untersucht. Aus den Ergebnissen konnte gefolgert werden, dass der Ansatz des Wirkungsbereiches der Bewehrung auch für die großen Stabdurchmesser zutrifft. Ebenso wurde gezeigt, dass eine Rissbreitenbeschränkung ohne Oberflächenbewehrung bereits ab einer Stahlspannung von  $120\text{N/mm}^2$  keine normkonformen Ergebnisse zulässt. Eine Rissbreitenberechnung ohne Oberflächenbewehrung ist somit unwirtschaftlich. In den Versuchsserien 3 und 4 wurde lediglich die Oberflächenbewehrung nach *DIN EN 1992-1-1 2011* (Längsbewehrung = 1% von  $A_{ct,ext}$ ) eingebaut. Die Versuchsergebnisse zeigen, dass auf einen rechnerischen Nachweis der Rissbreite verzichtet werden kann, wenn  $w_{max} \geq 0,3\text{mm}$  gefordert wird. In den Serien 5 und 6 wurde die Oberflächenbewehrung gemäß *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* (Längsbewehrung = 2% von  $A_{ct,ext}$ ) eingebracht. Hierdurch konnte eine Steigerung der Rissbreitenbegrenzung von 0,1mm gegenüber Serie 3 und 4 erreicht werden. Es konnte gezeigt werden, dass auf einen rechnerischen Nachweis der Rissbreite verzichtet werden kann, wenn  $w_{max} \geq 0,2\text{mm}$  gefordert wird. Aus den Ergebnissen zur Rissbreite der Serien 3 - 7 wurden zwei Bemessungsmodelle entwickelt, welche eine direkte Berechnung der Rissbreite zulassen. Zunächst wurde das anwendungsorientierte Modell 1 entwickelt. Hier wurde ein Übertragungsfaktors  $k_{\phi,large}$  eingeführt, mit dessen Hilfe die berechneten Werte der Rissbreite nach *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* für große Stabdurchmesser umgerechnet werden können. In dem Bemessungsmodell 2 wurden die einzelnen Faktoren zur Rissbreitenberechnung näher betrachtet. Es wurde gezeigt, dass der Vergleichsstabdurchmesser, welcher bei Verwendung verschiedener Bewehrungsstabdurchmesser angesetzt wird, die Wirkung der kleinen Stabdurchmesser der Oberflächenbewehrung unterschätzt. In einem ersten Schritt wurde der Vergleichsstabdurchmesser für die Rissbreitenberechnung von großen Stabdurchmessern in Verbindung mit einer Oberflächenbewehrung angepasst. Im Weiteren wurde ein Startwert der Rissbreite eingeführt, durch den das plötzliche Aufreißen der Versuchskörper und der damit verbundenen, bleibenden Rissbreite berücksichtigt wird. Sowohl die Betondruckfestigkeit als auch eine Dämpfung durch die Oberflächenbewehrung werden hierbei berücksichtigt. Beide Modelle zeigen gute Übereinstimmungen mit den Versuchsergebnissen.

In den Versuchsserien 3 + 4 und den Serien 5 + 6 wurden ebenso alternative Querbewehrungsmengen und Anordnungen der Oberflächenbewehrung überprüft. Die Ergebnisse der Versuche zeigen keinen nennenswerten Einfluss der Querbewehrung auf die Rissbreiten. Mit Hilfe der Ergebnisse aus den Dehnungsmessungen wurde gezeigt, dass die Spannungsverteilung in der Längsbewehrung der rechnerisch unterstellten Spannungsverteilung entspricht.

Es wurden Versuche zur Ermittlung des Rissbreitenverlaufs in der Betondeckung durchgeführt. Hierbei wurden Risse unter Beanspruchung mit Epoxidharz verpresst und anschließend entlang des Bewehrungsstabes aufgeschnitten. Die gemessenen Rissbreiten zeigen einen deutlichen linear abnehmenden Verlauf der Rissbreite von der Bauteiloberfläche zum Bewehrungsstab hin. Aus den Versuchsergebnissen konnte ein Bemessungsmodell zur Rissgeometrie aufgestellt werden. Dieses Modell erlaubt eine Umrechnung der rechnerischen Rissbreite auf die Rissbreite an der Bauteiloberfläche.

## 6.2. Ausblick

Anhand der Ergebnisse der durchgeführten Versuche konnte eine Vielzahl an offenen Fragen geklärt werden. Dennoch ergeben sich auch neue Fragestellungen, die weiter bearbeitet werden sollten.

Hierzu zählt die Wirksamkeit von einer mehrlagigen Bewehrungsanordnung großer Stabdurchmesser. Es stellt sich die Frage, ob ein Bewehrungsstab, welcher z.B. 25 cm (4 Lagen,  $\phi 32$ mm) von der Betonoberfläche entfernt ist, den gemäß *DIN EN 1992-1-1 2011* und *DIN EN 1992-1-1/NA 2013* zugeordneten Einfluss auf die Rissbreitenbeschränkung liefern kann. Weiter sollte untersucht werden, ob sich die Spannungsverteilung zwischen der Hauptbewehrung und der Oberflächenbewehrung ändert, wenn der Anteil der Hauptbewehrung viel größer als der Anteil der Oberflächenbewehrung ist. Große Verhältnisse zwischen der Hauptbewehrung und der Oberflächenbewehrung werden bei mehrlagiger Bewehrungsanordnung schnell erreicht.

Es zeigte sich, dass die Rissbreitenzunahme unter zyklischer Beanspruchung unterschätzt wird. Daher sollte weiter untersucht werden, welche Auswirkungen eine zyklische Beanspruchung auf das Verbundverhalten großer Stabdurchmesser hat.

Im Abschnitt „Bemessungsmodell zur Rissgeometrie“ wurde ein Modell entwickelt, dass die Umrechnung der rechnerischen Rissbreite auf eine Oberflächenrissbreite erlaubt. Weiter sollte untersucht werden, welchen Einfluss die Betonfestigkeitsklasse, die Betondeckung sowie eine Biegebeanspruchung auf die Rissgeometrie haben.



## 7. Literatur

- Beeby 1978** Beeby, A. W.: Cracking: what are crack width limits for? Concrete, 1978, S. 31–33.
- Catman Version 4.5** Catman Version 4.5: Hottigner Baldwin Messtechnik GmbH, Messwerterfassungsprogramm.
- CEB-FIB Model Code 1990** Comité Euro-International du Béton: CEB-FIB Model Code 1990: Design Code. London, 1990.
- DAfStb Heft 466** Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V., Heft 466: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton, Kommentare, Hintergrundinformationen und Anwendungsbeispiele zu den Regelungen nach DIN 1045, EC2 und Model Code 90. Berlin, 1996.
- DAfStb Heft 455** Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V., Heft 455: Wasserdurchlässigkeit und Selbstheilung von Trennrissen in Beton. Berlin, 1996.
- DAfStb Heft 525** Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V., Heft 525: Erläuterungen zu DIN 1045-1. Berlin, 2003.
- DAfStb Heft 527** Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V., Heft 527: Füllen von Rissen und Hohlräumen in Betonbauteilen. Berlin, 2006.
- DAfStb Heft 525** Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V., Heft 525: Erläuterungen zu DIN 1045-1, 2. überarbeitete Auflage 2010. Berlin, 2010.
- DBV Merkblatt Rissbildung 1996** Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V., Merkblatt Rissbildung 1996: Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau. Berlin, 1996.
- DBV Merkblatt Rissbildung 2006** Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V., Merkblatt Rissbildung 2006: Begrenzung der Rissbildung im Stahlbeton- und Spannbetonbau. Berlin, 2006.
- DBV Rundschreiben 242** Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V., Rundschreiben 242: Was hat die Festlegung  $f_{ct,eff} < 0,5 f_{ctm}$  mit Rissen in Betonbauteilen zu tun?, Welche Risiken und Verantwortlichkeiten folgen daraus für die am Bau Beteiligten. Berlin, 2014.
- Z-1.1-78 1998** Deutsches Institut für Bautechnik: Z-1.1-78 1998: Betonstabstahl BST 500S Nenndurchmesser 40,0mm. Berlin, 1998.
- DIN 1045 1988** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045 1988: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Berlin, 1988.
- DIN 1045-1 2001** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045-1 2001: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Berlin, 2001.

- DIN 1045-1 2008** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 1045-1 2008: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Berlin, 2008.
- DIN 488-2 2009** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 488-2 2009: Betonstahl – Betonstabstahl. Berlin, 2009.
- DIN 488-1 2009** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 488-1 2009: Betonstahl – Teil 1: Stahlsorten, Eigenschaften, Kennzeichnung. Berlin, 2009.
- DIN ISO 16269-6 2009** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN ISO 16269-6 2009: Statistische Auswertung von Daten – Teil 6: Ermittlung von statistischen Anteilsbereichen. Berlin, 2009.
- DIN EN 1990 2010** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN EN 1990 2010: Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung. Berlin, 2010.
- DIN EN 1992-1-1 2011** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN EN 1992-1-1 2011: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010. Berlin, 2011.
- DIN EN 1992-1-1/A1 2013** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN EN 1992-1-1/A1 2013: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004/prA1:2013. Berlin, 2013.
- DIN EN 1992-1-1/NA 2013** Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN EN 1992-1-1/NA 2013: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Berlin, 2013.
- Eckfeldt 2005** Eckfeldt, L.: Möglichkeiten und Grenzen der Berechnung von Rissbreiten in veränderlichen Verbundsituationen. Dissertation. Dresden, 2005.
- CEB-FIB Model Code 2010** fédération internationale du béton: CEB-FIB Model Code 2010: First complete draft. Lausanne, Switzerland, 2010.
- Ferry-Borges 1966** Ferry-Borges, J.: Cracking and Deformation of reinforced concrete beams. CEB bulletin d'information, no. 61, 1966.
- Fingerloos et al 2010** Fingerloos, F.; Hegger, J.; Zilch, K.: Der Eurocode 2 für Deutschland. Kommentierte und konsolidierte Fassung, DIN EN 1992-1-1 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1 Allgemeine Regeln für den Hochbau. Kommentar. Berlin, 2010.
- Goris und Hegger 2010** Goris, A.; Hegger, J.: Stahlbetonbau aktuell. Praxishandbuch, 2010.
- Goto 1971** Goto, Y.: Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars. ACI Journal, 1971, S. 244–251.



- Husain und Ferguson 1968** Husain, S. I.; Ferguson, P. M.: Flexural crack width at the bars in reinforced concrete beams. Research Report. Texas, 1968.
- König und Fehling 1988** König, G.; Fehling, E.: Zur Rißbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 6, 1988.
- Krips 1985** Krips, M.: Rißbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt. Darmstadt, 1985.
- Leonhardt 1973** Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau. Berlin, New York, 1973.
- Martin et al 1980** Martin, H.; Schießl, P.; Schwarzkopf, M.: Ableitung eines allgemeingültigen Berechnungsverfahrens für Rissbreiten aus Lastbeanspruchung auf der Grundlage von theoretischen Erkenntnissen und Versuchsergebnissen. Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 309. Bonn, 1980.
- Metric PE Plus Version 8.10** Metric PE Plus: M-Service & Geräte Peter Müller e.K., Mess-Software, Version 8.10.
- Meyer und Meyer 2007** Meyer, G.; Meyer, R.: Rissbreitenbeschränkung nach DIN 1045, Diagramme zur direkten Bemessung. Edition Beton. Düsseldorf, 2007.
- Noakowski 1977** Noakowski, P.: Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung, Ein auf Verbundbetrachtungen basierender Beitrag zur wirklichkeitsnahen Bemessung im Hinblick auf die Beschränkung der Stahlspannung und der Rissbreite unter besonderer Berücksichtigung des Zwangs aus Temperatur, 1977.
- Noakowski 1985** Noakowski, P.: Verbundorientierte, kontinuierliche Theorie zur Ermittlung der Rißbreite. Wirklichkeitsnaher und einfacher Nachweis unter Berücksichtigung der Verbundgesetze und der Betonzugfestigkeit sowie unter Verknüpfung des Erstriß- und Endrißzustands (Teil 1). Beton- und Stahlbetonbau, Vol. 80, Nr. 7, 1985, S. 185–190.
- Randl und Johnson 1982** Randl, E.; Johnson, R. P.: Widths of Initial Cracks in Concrete Tension Flanges of Composite Beams. IABSE Proceedings, P-54/82, 1982, S. 69–80.
- Rehm und Martin 1968** Rehm, G.; Martin, H.: Zur Frage der Rissbegrenzung im Stahlbetonbau. Beton- und Stahlbetonbau, Nr. 8, 1968, S. 175–182.
- RILEM RC6** RILEM TC, RC6: Bond test for reinforcement steel 2. Pull-out test, 1983.
- Schäfer und Rinnert 2013** Schäfer, M.; Rinnert, C.: Rissbreitentheorien. Seminararbeit am Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion der TU Kaiserslautern betreut durch Schäfer M. unveröffentlicht. Kaiserslautern, 2013.
- Scholz und Hiese 2007** Scholz, W.; Hiese, W.: Baustoffkenntnis. Neuwied, 2007.

**Yannopoulos 1989** Yannopoulos, P. J.: Variation of concrete crack widths through the concrete cover to reinforcement. Magazine of Concrete Research, No. 147, 1989, S. 63–68.

## **Anhang**

Der Anhang zu dieser Arbeit umfasst insgesamt 373 Seiten mit 241 Tabellen, weshalb ein eigenständiges Dokument erzeugt wurde. Dieses ist in elektronischer Form auf dem Dokumentenserver der Technischen Universität Kaiserslautern (<http://kluedo.ub.uni-kl.de>) abrufbar.

Der Anhang umfasst im Einzelnen folgende Abschnitte:

- Betonrezeptur
- Festbetoneigenschaften
- Eigenschaften der Bewehrung
- Prüfprotokolle
- Darstellungen der Messstellen
- Einzelwerte der gemessenen Rissabstände
- Rissbilder
- Einzelwerte der gemessenen Rissbreiten

## Lebenslauf

### Persönliche Daten

Name: Martin Schäfer

### Schulischer und beruflicher Werdegang

- seit 08/2015: Mitarbeiter bei R&P Ruffert Ingenieurgesellschaft mbH in Limburg / Koblenz
- 04/2014 – 07/2015: Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Hochschule Koblenz am Fachgebiet Baustatik bei Prof. Dr.-Ing. T. Hofmann
- 08/2009 – 06/2015: Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Technischen Universität Kaiserslautern am Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion bei Prof. Dr.-Ing. J. Schnell
- 02/2008 – 02/2012: Freier Mitarbeiter im Ingenieurbüro BORAPA Ingenieurgesellschaft mbH in Kaiserslautern
- 10/2007 – 07/2009: Studium des Bauingenieurwesens an der Technischen Universität Kaiserslautern in den Vertiefungsfächern Massivbau, Stahlbau und Baustatik mit dem Abschluss als Diplom-Ingenieur [Dipl.-Ing.]
- 04/2004 – 12/2007: Studium des Bauingenieurwesens an der Fachhochschule Koblenz in der Vertiefungsrichtung „Konstruktiver Ingenieurbau“ mit dem Abschluss als Diplom-Ingenieur (FH) [Dipl.-Ing. (FH)]
- 07/2001 – 06/2003: Fachoberschule im Bildungsgang Bautechnik an der David-Roentgen-Schule in Neuwied mit dem Schulabschluss [Fachoberschulreife]
- 07/2000 – 03/2004: Mitarbeiter bei diversen Tischlereien im Raum Koblenz
- 08/1997 – 06/2000: Ausbildung zum Tischlergesellen bei den Holzwerkstätten Moitz in Rübenach
- 08/1992 – 07/1997: Goethe-Hauptschule in Koblenz mit dem Schulabschluss [Hauptschulabschluss]