# IVW - Schriftenreihe Band 113 Institut für Verbundwerkstoffe GmbH - Kaiserslautern

# Maik Ziermaier

Nichtlineare Versagensanalyse von dünnwandigen Faser-Kunststoff-Verbund-Bauteilen unter besonderer Berücksichtigung von out-of-plane Rovingwelligkeiten Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<u>http://dnb.ddb.de</u>> abrufbar.

Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the Internet at <<u>http://dnb.ddb.de>.</u>

Herausgeber:	Institut für Verbundwerkstoffe GmbH
	Prof. DrIng. Ulf Breuer
	Erwin-Schrödinger-Straße
	TU Kaiserslautern, Gebäude 58
	67663 Kaiserslautern
	http://www.ivw.uni-kl.de

- Verlag: Institut für Verbundwerkstoffe GmbH
- Druck: Technische Universität Kaiserslautern ZBT – Abteilung Foto-Repro-Druck

D 386

© Institut für Verbundwerkstoffe GmbH, Kaiserslautern 2014

Alle Rechte vorbehalten, auch das des auszugsweisen Nachdrucks, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Photographie, Mikroskopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und das der Übersetzung.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany. ISSN 1615-021X ISBN 978-3-944440-09-5

## Nichtlineare Versagensanalyse von dünnwandigen Faser-Kunststoff-Verbund-Bauteilen unter besonderer Berücksichtigung von out-of-plane Rovingwelligkeiten

Vom Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik der Technischen Universität Kaiserslautern zur Verleihung des akademischen Grades

> Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation

von Herrn Dipl.-Ing. Maik Ziermaier aus Berlin

Tag der mündlichen Prüfung Dekan Vorsitzender 1. Berichterstatter 2. Berichterstatter 31. Juli 2014Prof. Dr.-Ing. Christian SchindlerProf. Dr.-Ing. Ulf BreuerDr.-Ing. habil. Norbert HimmelProf. Dr.-Ing. Peter Middendorf

## Inhaltsverzeichnis

V	orw	ort .	•••••	VII
K	urzf	assu	ıng	IX
A	bstr	act .	•••••	XI
N	ome	enkla	atur.	
1	F	Einle	eitun	1
	1.1	l	Moti	vation1
	1.2	5	Stand	d der Technik
	1.3	2	Ziele	e der Arbeit und Übersicht
2	ľ	Nich	tline	eare Versagensanalyse7
	2.1	ł	Bimo	odulares nichtlineares Materialgesetz für FKV7
	2	2.1.1	. ]	Definition der Spannungen
	2	2.1.2	2 1	Definition der Verzerrungen und der Querkontraktion8
	2	2.1.3	3]	Das lineare Materialgesetz der B- und G-Schicht9
	2	2.1.4	L ]	Das lineare Materialgesetz der UD-Schicht11
	2	2.1.5	5 ]	Bimodulare Elastizität12
	2	2.1.6	5 ]	Nichtlineares Materialverhalten13
	2.2	V	Vers	agenskriterium
	2	2.2.1		Versagenskriterium für die unidirektionale Einzelschicht
	2	2.2.2	2 7	Versagenskriterium für die Biaxial-Gelege-Schicht
	2	2.2.3	3	Versagenskriterium für die Gewebe-Schicht
	2.3	l	Nach	versagensverhalten
	2	2.3.1	]	Nachversagensverhalten der UD-Schicht32
	2	2.3.2	2 1	Nachversagensverhalten der Gewebe-Schicht
3	F	Einfl	luss	der out-of-plane Rovingwelligkeit auf die mechanischen Kennwerte
	3.1	ł	Herst	tellung der Laminate mit gezielt eingebrachten Rovingwelligkeiten
	3.2	I	Herst	tellung der Laminate mit Geweben und Biaxial-Gelegen

	3.3	Err	nittlung der Zugeigenschaften	39
	3.4	Err	nittlung der Druckeigenschaften	41
	3.5	Err	nittlung der Schubeigenschaften	42
	3.6	Err	nittlung der Biegeeigenschaften	44
	3.7	No	rmierung der faserparallelen Kennwerte auf den gleichen FVG	45
	3.8	Lic	htmikroskopische Untersuchung der Rovingwelligkeiten	45
4	En	twic	klung und Validierung eines Welligkeitsmodells	49
	4.1	Me	chanisches Modell	49
	4.1	.1	Das Welligkeitsmodell für Gewebe	51
	4.1	.2	Das Welligkeitsmodell für Gelege	52
	4.2	Ma	terialgesetze	53
	4.2	.1	Roving und Quer-Roving	53
	4.2	.2	Reinharzgebiet	58
	4.3	Ge	ometrie und Randbedingungen	61
	4.3	.1	Die Geometrie des Grundelements	61
	4.3	.2	Randbedingungen	62
	4.3	.3	Einfluss der Nachbarschichten	63
	4.4	Err	nittlung der mechanischen Kennwerte	65
	4.5	Ve	rgleich der Berücksichtigung von Reinharzgebieten	65
	4.6	Ein	fache Rechenvorschrift für den Konstrukteur	68
	4.7	Val	lidierung des neuen Welligkeitsmodells an multidirektionalen Laminaten	70
	4.7	.1	Flachprobenversuche	71
	4.7	.2	4-Punkt-Biegung eines Hutprofils	71
	4.7	.3	Bauteilversuch	74
5	Exj	perir	nentelle Ergebnisse zum Einfluss der Rovingwelligkeiten	77
	5.1	UD	-Welligkeitsversuche	77
	5.1	.1	Ergebnisse der Welligkeitsmessung	77
	5.1	.2	Ergebnisse der Zugversuche	78

	5.1.3	Ergebnisse der Druckversuche	31
	5.1.4	Ergebnisse der Biegeversuche	33
	5.2 Ma	terialcharakterisierung von textilen FKV aus Gelegen und Geweben	37
	5.2.1	Ergebnisse der Welligkeitsmessung	37
	5.2.2	Ergebnisse der Zugversuche	38
	5.2.3	Ergebnisse der Druckversuche	<del>9</del> 0
6	Validie	rung des Welligkeitsmodells	93
(	6.1 Rec	chnerische Ergebnisse zum Einfluss der Rovingwelligkeiten	<del>9</del> 3
	6.1.1	UD-Welligkeitsversuche	<del>9</del> 3
	6.1.2	Rechnerische Materialcharakterisierung von textilen FKV	98
(	5.2 Val	lidierung der berechneten Kennwerte an MD-Laminaten10	)8
	6.2.1	Flachproben	)8
	6.2.2	4-Punkt-Biegung eines Hutprofils11	18
	6.2.3	Bauteilversuche	26
7	Zusamr	nenfassung13	31
An	hang A		35
Lit	eraturverz	zeichnis	39
Lis	ste betreut	er studentischer Arbeiten14	45
Le	benslauf		47

#### Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorrand im Team Struktursimulation Steifigkeit, Festigkeit, Betriebsfestigkeit, NVH bei der Daimler AG von Juli 2010 bis Dezember 2013.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. habil. Norbert Himmel für die wissenschaftliche Betreuung meiner Arbeit sowie für die Übernahme eines Gutachtens. Herzlich danken möchte ich auch Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter Middendorf für die Übernahme des zweiten Gutachtens. Ebenso möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Ulf Breuer für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission bedanken.

Einen wesentlichen Anteil zum Gelingen dieser Arbeit trug das freundliche und kollegiale Umfeld bei der Forschung der Daimler AG bei. Ermöglicht wurde dies durch meine Kollegen Dr.-Ing. Kamal Idrisi, Dr.-Ing. Norbert Dölle, Dr.-Ing. Shicheng Zhang, Reinhard Weisner, Sebastian P. Sikora, Thomas Spoida, Andreas Pau, Martin Kassner und Dr.-Ing. Sven Wölkerling. Dr.-Ing. Stephan Kizio und Dr.-Ing. Martin Kögl, gilt mein ganz besonderer Dank für ihre fachliche Betreuung bei der Daimler AG, welche im besonderen Maße meine wissenschaftliche Arbeitsweise geprägt hat. Durch die Unterstützung der Kollegen Simon Brack, Willy Dauner und Felix Maier von der Abteilung PWT/VWK, sowie Dr.-Ing. Thomas Sommer-Dittrich, Daniel Frede und Ines Jentzsch von der Abteilung RD/RMB war es erst möglich, dass ich meine Ideen umsetzen konnte. Weiterhin danke ich Martin Scholz, Stefan May und Sanel Delic für die tatkräftige Unterstützung während ihrer studentischen Mitarbeit.

Mein herzlichster Dank gilt meinen Eltern Birgit und Gerd Ziermaier, welche durch ihre liebevolle Erziehung dazu beigetragen haben, dass ich bis hierhin gekommen bin. Sehr wichtig ist mir, meiner Freundin Anja für den Rückhalt, die Motivation aber auch für die nötige Ablenkung während der letzten Jahre aus tiefstem Herzen zu danken.

Böblingen, im August 2014

Maik Ziermaier

#### Kurzfassung

Bei der Herstellung hochbelasteter Strukturbauteile aus Faser-Kunststoff-Verbund (FKV) wird verbreitet auf textile Halbzeuge wie Gewebe oder vernähte Biaxial-Gelege zurückgegriffen. Diese Halbzeuge zeigen im Verbund mit Kunststoffen periodische out-of-plane Rovingwelligkeiten. Die Größe der Welligkeiten hängt unter anderem von den Fertigungsparametern der trockenen Halbzeuge ab. Durch das Verständnis der effektiven Kausalitäten zwischen Rovingwelligkeiten und mechanischem Verhalten soll eine bessere rechnerische Abschätzung der Materialkennwerte erzielt werden.

In dieser Arbeit wurde unter anderem der Einfluss der Welligkeitsparameter Amplitude und Wellenlänge auf die faserparallelen Kennwerte an unidirektional verstärkten Proben untersucht. Dafür wurden gezielt unterschiedliche Amplituden und Wellenlängen mit Hilfe von unidirektionalen Geweben in die Probekörper eingebracht. Der Einfluss der Rovingwelligkeiten auf die Steifigkeiten war kleiner als auf die Festigkeiten. Bei Letzten war zu beobachten, dass die Druckfestigkeiten mehr von den Ondulationen beeinflusst wurden als die Zugfestigkeiten. Außerdem wurden die Welligkeiten und die mechanischen Kennwerte von textilen FKV-Geweben und -Gelegen bestimmt. Bei der Auswahl der untersuchten Halbzeuge war ein wichtiges Kriterium, dass diese auch in der Praxis Anwendung finden.

Im nächsten Schritt wurde ein vereinfachtes Finite-Elemente-Welligkeitsmodell entwickelt, welches es ermöglicht, die faserparallelen Kennwerte ohne zeit- und kostenintensive Materialversuche zu bestimmen. Speziell für Gewebe-Materialien mit großen Rovingwelligkeiten ist dieses Modell in der Lage, deutlich bessere Abschätzungen als vorhandene Methoden zu geben. Weiterhin wurde auf dieser Basis ein Regressionsmodell für unidirektional verstärkte Materialien abgeleitet, welches auch dem Konstrukteur ohne Erfahrungen im Umgang mit Finiten-Elemente-Programmen die Anwendung des Welligkeitsmodells ermöglicht.

Der Vorteil des entwickelten Welligkeitsmodells wurde in einem dreistufigen Validierungsprogramm nachgewiesen. Dieses beinhaltet den Übergang auf multidirektionale Laminate sowie komplexere Bauteilgeometrien. Die verbesserte Prognose mit Hilfe des Welligkeitsmodells zeigte sich vor allem bei Materialien mit großen Rovingwelligkeiten und bei Bauteilen die aufgrund eines Faserbruchs durch eine Druckbelastung versagten.

#### Abstract

For manufacturing of high-loaded structural components made of fiber reinforced plastics (FRP) the usage of textile semi-finished products such as woven or biaxial non-crimped fabrics is widespread. These semi-finished products are showing periodic out-of-plane roving waviness. Among other things, the magnitude of the waviness depends on the manufacturing parameters of the dry semi-finished. The understanding of the effective causalities between the roving waviness and the mechanical behavior should enable a better computational estimation of the material properties.

Therefore, the influence of the waviness parameters amplitude and wavelength on fiberparallel properties was investigated in unidirectional reinforced specimens. For this purpose samples with different intentionally introduced amplitudes and wavelengths were fabricated by using unidirectional fabrics. The influence of roving waviness on the stiffness was less noticeable than on the strengths. In the latter case it was observed that the compressive strengths were more affected by the undulations than the tensile strengths. Furthermore, the undulations and the mechanical properties of textile FRPs were determined. An important criterion for the selection of the semi-finished products was that those are also found in practical applications.

In a next step a simplified finite element waviness model was developed, which allows determining the fiber-parallel properties without any cost- and time-expensive material tests. Especially for woven fabrics with high undulations this model is able to make significantly better estimates than existing methods. Additionally, a regression model for unidirectional reinforced materials was derived on this basis. This also provides access to the waviness model for engineers without any experiences in using finite element method.

The benefit of the developed waviness model was shown in a three-stage validation program. This includes the transition to multidirectional laminates as well as more complex component geometries. By using the waviness model an improved estimation was observed especially for materials with high undulations and for components that failed due to fiber breakage caused by pressure loading.

### Nomenklatur

Lateinische Zeichen		
Zeichen Einheit		Bedeutung
Α	$[m^{2}]$	Fläche
а	$[m^2]$	Schnittfläche der Momentankonfiguration
b	[mm]	Breite
<u>C</u>	$[N/mm^2]$	Elastizitätsmatrix
С	$[N/mm^2]$	Komponente der Elastizitätsmatrix
С	[—]	Korrekturfaktor
$C_V$	[%]	Korrekturfaktor für den Porenvolumengehalt
D	$[N/mm^2]$	Spezifische Rate der Energiedissipation
d	[—]	Schädigungsvariable
<u>E</u>	[—]	Verzerrungstensor
E	$[N/mm^2]$	Elastizitätsmodul
<u>F</u>	[N]	Kraftvektor
F	[—]	Schädigungszustandsfunktion
$F_A$	$[g/m^2]$	Flächengewicht
$f_E$	[—]	Anstrengungsfaktor
G	$[N/mm^2]$	Schubmodul
h	[mm]	Höhe
K	$[-]^{1)}$	Steifigkeit
k	[—]	Parameter für faserparalleles nichtlineares Materialverhalten
KF	$[cm^{-1}]$	Kettfadendichte
L	[mm]	Wellenlänge
l	[mm]	Länge
М	[Nm]	Moment
m	[—]	Masse
<u>n</u>	[—]	Normalenvektor der Schnittfläche
n	[—]	Exponent zur Beschreibung des nichtlinearen Materialverhaltens
p	[-]	Steigungsparameter
R	$[N/mm^2]$	Bruchspannung
r	[—]	Grenze des elastischen Bereichs
<u>S</u>	$[mm^2/N]$	Nachgiebigkeitsmatrix
S	[mm]	Wellenamplitude
SF	$[cm^{-1}]$	Schussfadendichte
$\underline{T}$	$[N/mm^2]$	Euler-Cauchy'scher Spannungstensor
<u>t</u>	$[N/mm^2]$	Euler-Cauchy'scher Spannungsvektor
t	[mm]	Dicke

1) Einheit entsprechend spezifischer Bedeutung

edeutung
pezifische Verzerrungsenergie
erschiebungsvektor
erschiebungskomponente
urchbiegung
rtsvektor
aserparalleler Kennwert
rtskomponente
hermodynamischer Kraftvektor
hermodynamische Kraftkomponente
rtskomponente

## Lateinische Zeichen

1) Einheit entsprechend spezifischer Bedeutung

Griechiscl	he Zeichen	
Zeichen	Einheit	Bedeutung
α	$[-]^{1)}$	Parameter zur Beschreibung des nichtlinearen Materialverhaltens
β	$[-]^{1)}$	Parameter zur Beschreibung des nichtlinearen Materialverhaltens
γ	[%]	Gleitungskomponente
Е	[%]	Dehnungskomponente
η	[-]	Schaltervariable
$\eta_w$	[-]	Schwächungsfaktor
θ	[°]	Winkel der potentiellen Bruchebene
ν	[—]	Querkontraktionszahl
Q	$[g/cm^3]$	Dichte
σ	$[N/mm^2]$	Normalspannungskomponente
τ	$[N/mm^2]$	Schubspannungskomponente
arphi	[%]	Faservolumengehalt
$arphi_V$	[%]	Porenvolumengehalt
$\phi$	[-]	Belastungsfunktion
$\psi$	[°]	Winkel zwischen $\tau_{nt}$ und $\tau_{n\psi}$

1) Einheit entsprechend spezifischer Bedeutung

## Indices

Zeichen	Bedeutung
,⊥	Parallel zu den Koordinatenrichtungen ∥,⊥
+	Zug
—	Druck
0	Ausgangszustand
1,2,3	Parallel zu den Koordinatenrichtungen 1,2,3
1, n, t	Parallel zu den Koordinatenrichtungen 1, n, t
$1, n, \psi$	Parallel zu den Koordinatenrichtungen 1, $n, \psi$

Indices	
Zeichen	Bedeutung
<u>+</u> 45	Parallel zu den Koordinatenrichtungen ±45
Α	Wirkebene
В	Bruch
b	Biegung
BE	Bruchebene
D	Druck
f	Faser
FB	Faserbruch
i, j	Platzhalter für Koordinatenrichtung
KFB	Kettfaserbruch
$K, S, \perp$	Parallel zu den Koordinatenrichtungen K, S, $\perp$
т	Matrix
max	Maximum
min	Minimum
NL	Nichtlinear
norm	Normiert
ref	Referenz
S	Schub
SFB	Schussfaserbruch
Т	Transponiert
well	Welligkeit
Ζ	Zug
ZFB	Zwischenfaserbruch

#### Abkürzungen

<b>B-Schicht</b>	Biaxial-Gelege-Schicht
CFK	Kohlenstofffaser-Kunststoff-Verbund
CLT	Klassische Laminattheorie
ESZ	Ebener Spannungszustand
FEM	Finite-Elemente-Methode
FB	Faserbruch
FKV	Faser-Kunststoff-Verbund
FVG	Faservolumengehalt
GFK	Glasfaser-Kunststoff-Verbund
G-Schicht	Gewebe-Schicht
KF	Kettfaser
LEX	Laserextensometer
MD	Multidirektional
MSV	Mehrschicht-Verbund

## XVI

### Abkürzungen

RTM	Resin transfer molding
RVE	Repräsentatives Volumenelement
VEX	Videoextensometer
SF	Schussfaser
UD	Unidirektional
ZFB	Zwischenfaserbruch

Weitere Bezeichnungen werden beim jeweiligen Auftreten erklärt

#### 1 Einleitung

#### 1.1 Motivation

Eines der wichtigsten Themen unserer Zeit ist der Klimawandel und im Speziellen die globale Erderwärmung durch das Treibhausgas CO<sub>2</sub>. Um den zukünftigen CO<sub>2</sub>-Ausstoß gering zu halten, muss die fossile Energiegewinnung mit einem möglichst hohen Wirkungsgrad arbeiten sowie langfristig von regenerativer Energiegewinnung ersetzt werden. Zusätzlich sollte der Anstieg des zukünftigen Energieverbrauchs klein gehalten oder sogar umgekehrt werden. In allen Bereichen unserer Gesellschaft, wo Energie für die Beschleunigung von Massen benötigt wird, kann intelligenter Leichtbau diesen Energiebedarf senken. Beispielhaft sind die Luft- und Raumfahrt- oder die Automobilindustrie zu nennen.

Ein Teilgebiet des Leichtbaus befasst sich mit dem Einsatz von Leichtbauwerkstoffen wie zum Beispiel hochfeste Stähle, Aluminium oder Faser-Kunststoff-Verbunde, im Folgenden FKV abgekürzt. Letztere vereinigen im besonderen Maße hohe Steifigkeit und Festigkeit bei gleichzeitig geringer Dichte. In der Luft- und Raumfahrt ist der Einsatz von FKV bereits etabliert. Auch die Automobilindustrie ist bestrebt, diesen Werkstoff breit in vielen Bereichen des Kraftfahrzeugs einzusetzen. Momentan sind FKV in der Automobilbranche hauptsächlich im Motorsport und bei wenigen Sportwagen zu finden.

Ein Faser-Kunststoff-Verbund besteht aus Fasern, die in einer Kunststoffmatrix eingebettet sind. Für hochbelastete Strukturbauteile werden meist Endlosfasern aus Kohlenstoff (CFK) oder Glas (GFK) in Verbindung mit einer Epoxidmatrix verwendet. Eine Faser wird in [1] ab einer Länge von 50 mm als endlos bezeichnet. Faser-Kunststoff-Verbunde weisen häufig ein anisotropes Materialverhalten auf, welches die Steifigkeits- und Festigkeitsauslegung von Strukturbauteilen im Vergleich zu isotropen Werkstoffen schwieriger gestaltet. Dazu kommen Nichtlinearitäten im Materialgesetz, verschiedene Bruchmodi und ein kompliziertes Nachbruchverhalten.

Bei der Auslegung von Bauteilen mit komplexen Geometrien ist die Finite-Elemente-Methode (FEM) als Berechnungswerkzeug nicht mehr weg zu denken. Sie kommt dort zum Einsatz, wo geschlossene analytische Lösungen nicht mehr vorhanden sind. Die Materialmodelle in den FE-Programmen der Automobilindustrie für die Steifigkeits- und Festigkeitsberechnung können viele Phänomene von FKV noch nicht berechnen. Ein weiteres Problem von FKV sind Störungen der Verbundstruktur, welche durch den Fertigungsprozess bedingt werden. Diese können erheblichen Einfluss auf die mechanischen Kennwerte nehmen. Vorrangig zu nennen sind eine schlechte Faser-Matrix-Anbindung oder Faserwelligkeiten [2, 3]. Letzteres tritt zum Beispiel bei der Verwendung von textilen Halbzeugen wie Geweben [4] oder vernähten Gelegen [5, 6] vor allem in Dickenrichtung auf. Diese Störungen werden nachfolgend als out-of-plane Rovingwelligkeiten bezeichnet. In dieser Arbeit werden ausschließlich out-of-plane Welligkeiten untersucht, weshalb diese nachfolgend mit dem Begriff Welligkeiten gleich zu setzen sind. Wegen des verbreiteten Einsatzes von textilen Faserhalbzeugen im Automobilbau sind Rovingwelligkeiten in den Bauteilen zu erwarten. Zum Beispiel wird im CFK-Heckdeckelinnenteil des Mercedes SL 63 AMG ein Gewebe verwendet. Für eine genaue Steifigkeits- und Festigkeitsauslegung dieser Bauteile ist es notwendig, den Einfluss dieser Welligkeiten auf die mechanischen Kennwerte des FKV bewerten zu können.

#### 1.2 Stand der Technik

Die Festigkeitsanalyse eines Strukturbauteils basiert auf der Kenntnis des Beanspruchungszustands aller Materialpunkte. In der Industrie ist die Strukturberechnung mit Hilfe der FEM ein fester Bestandteil bei der Festigkeitsabsicherung von Strukturbauteilen. Die meisten FKV-Bauteile sind dünnwandige Flächentragwerke, für die die Annahmen der Kirchhoffschen Plattentheorie oder der Reissner-Mindlin-Theorie anwendbar sind. Für solche dünnwandigen Strukturen sind in den FE-Tools bereits etablierte Elementformulierungen implementiert. Bei Kenntnis des Materialgesetzes und der äußeren Lasten kann somit der Beanspruchungszustand auch für komplexere Geometrien bestimmt werden, für die sonst keine geschlossenen analytischen Lösungen vorhanden sind. Im nächsten Schritt bewertet ein Versagenskriterium diesen Beanspruchungszustand bezüglich seiner Bruchgefahr. Damit FKV näher an die Grenzen ihrer Festigkeit dimensioniert werden können, muss bei der rechnerischen Auslegung das angewandte Materialgesetz die Realität so genau wie möglich abbilden.

Faser-Kunststoff-Verbunde verhalten sich in ihren Materialeigenschaften nicht nur anisotrop, sondern meist auch nichtlinear [7]. So ist zum Beispiel eine degressive Schubspannungs-Gleitungs-Kurve zu beobachten [1, 7], wohingegen der Zusammenhang zwischen faserparalleler Zugspannung und -dehnung meist progressiv verläuft [8]. Zur Beschreibung nichtlinearer Spannungs-Dehnungs-Kurven werden Polynomansätze [9], der Ansatz von RambergOsgood [10, 11] oder Spline-Funktionen [12] verwendet. Für den Fall der Entlastung sind verschiedene Theorien in Anwendung. Für FKV werden Schädigungs- [13, 14, 15] sowie Plastifizierungsgesetze [16] und auch nichtlinear elastische Materialverhalten [16] verwendet. Weiterhin wird beobachtet, dass zwischen den E-Moduln einer Zug- bzw. Druckbelastung größere Diskrepanzen auftreten können. Ein solches Materialverhalten wird als bimodular bezeichnet [17, 18]. Die Berücksichtigung bimodularer Elastizität und verschiedener nichtlinearer Materialgesetze für orthotrope Materialien ist bei den, dem Autor bekannten, FE-Solvern nicht vorhanden.

Für die Bewertung der Bruchgefahr des Beanspruchungszustands wird ein Versagenskriterium verwendet. Für Faserverbundmaterialien gibt es eine Vielzahl verschiedener Kriterien, welche im Rahmen des world-wide failure exercise verglichen wurden [19]. Abschließend wurden die Ergebnisse zusammengefasst und Empfehlungen abgeleitet [20].

Nach der Erfüllung der Bruchbedingung ist das Nachversagensverhalten zu definieren, welches den Spannungsverlauf nach dem Erreichen der Bruchspannung beschreibt. In [11, 21] wird die sogenannte ply-discount-Methode genutzt, bei welcher die Spannungen zum Zeitpunkt des Versagens sofort herabgesetzt werden. Für den Verlauf des Spannungsabfalls sind auch lineare, exponentielle und weitere Zusammenhänge in Anwendung [10, 12, 22]. Ein anderer Ansatz, bei dem die Spannungen konstant bleiben, wird in [23] beschrieben. Somit sind für die drei Bausteine der nichtlinearen Versagensanalyse bereits verschiedene Ansätze vorhanden. Abhängig von der Auswahl der verschiedenen Theorien erhöht sich eventuell die Anzahl der notwendigen Eingabeparameter, welche über weitere Versuche bestimmt werden müssen.

Aufgrund des Herstellungsprozesses sind bei textilen FKV-Geweben und -Gelegen out-ofplane Rovingwelligkeiten zu beobachten [4, 6]. Aufgrund dieser Welligkeiten wird von verschiedenen Autoren eine Reduktion der faserparallelen Zug- und Druckkennwerte um 20-60% beschrieben [24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32]. Um den Einfluss der Welligkeiten auf die Kennwerte zu verstehen, werden bei den meisten Veröffentlichungen sehr große, lokale Fremdkörper in die Laminate eingebracht. Dies bildet periodisch ausgebildete Rovingwelligkeiten von textilen Halbzeugen nur unzureichend ab. In allen, dem Autor bekannten, Veröffentlichungen wird allein in [27] eine periodische Welligkeit erzeugt. Die Oberfläche der Probekörper ist hier ebenso gewellt, welches in diesem Maße nicht der Realität entspricht.

In der frühen Phase der Produktentwicklung sind häufig noch keine Materialdaten vorhanden. Dies liegt unter anderem daran, dass wichtige Punkte wie der Textiltyp (z.B. Gewebe oder Gelege), der Faservolumengehalt (FVG) oder das Flächengewicht noch nicht definiert sind. Zusätzlich ist es wünschenswert ein maßgeschneidertes Halbzeug zu finden, welches kostenund fertigungstechnisch sowie in seinen mechanischen Eigenschaften ein Optimum darstellt. Alle für die Optimierung notwendigen Kombinationen zu testen ist unwirtschaftlich, weshalb auf die rechnergestützte Simulation zurückgegriffen werden muss. Eine weit verbreitete Methode für die rechnerische Ermittlung der Kennwerte von Geweben oder Biaxial-Gelegen ist der Aufbau eines [0/90]-Laminats aus UD-Schichten. Die Berechnung der Elastizitäts- und Festigkeitskennwerte erfolgt dann über die klassische Laminattheorie (CLT) und einen Abminderungsfaktor. Diese Methode ist zum Beispiel in dem Ingenieurtool COMPOSITOR des IKV Aachen implementiert [33]. Allerdings sind die notwendigen Abminderungsfaktoren für verschiedenste Gelege und Gewebe a priori nicht bekannt und müssten zunächst mit Materialtests bestimmt werden.

Die Ermittlung der Abminderungsfaktoren kann jedoch auch rechnerisch mit Hilfe von Welligkeitsmodellen erfolgen. Die Beschreibung der Welligkeiten in diesen Modellen erfolgt bei vielen Autoren über trigonometrische Funktionen [4, 25, 27, 28, 29, 34, 35, 36, 37]. Es sind allerdings auch Gaussfunktionen [30] oder Polynomansätze [32] vorhanden. Für die Berechnung des Einflusses der Welligkeiten auf die faserparallelen Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte werden Balkenmodelle [25], Scheiben- und Plattenmodelle [28, 29, 30, 37, 38, 39, 40, 41] oder dreidimensionale Kontinuumsmodelle [4, 32, 35, 36] angewendet. Sofern auch Festigkeiten untersucht wurden, kamen bisher das Tsai-Wu Versagenskriterium [27, 36] sowie das Maximalspannungs- [27, 35, 38] und das Maximaldehnungskriterium [25, 32, 37] zum Einsatz.

#### 1.3 Ziele der Arbeit und Übersicht

Ziel dieser Arbeit ist die Festigkeitsberechnung von dünnwandigen Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbunden in der frühen Phase der Produktentwicklung. Diese zeichnet sich dadurch aus, dass die notwendigen Materialkennwerte für die Festigkeitsberechnung häufig nur unzureichend bis gar nicht vorhanden sind. Für die Versagensanalyse von FKV-Bauteilen wird das FEM-Programm ABAQUS benutzt. Dieses bietet die Möglichkeit eigene Materialgesetze (UMAT) zu definieren. Das UMAT ist notwendig, da die meisten Modelle für die Versagensanalyse von FKV-Bauteilen in den gängigen FEM-Programmen nicht implementiert sind. Erstes Teilziel ist somit die Entwicklung einer Methode zur nichtlinearen Versagensanalyse von dünnwandigen FKV-Bauteilen mit Hilfe des FEM-Programms ABAQUS. Dafür sollen die verschiedenen Bausteine der Versagensanalyse von FKV aus dem Stand der Technik verknüpft werden. Die vorhandenen Theorien benötigen je nach Komplexität unterschiedlich viele Eingabeparameter und entsprechend viele Charakterisierungsversuche. Da in der frühen Konstruktionsphase häufig nur wenige Materialdaten vorhanden sind, soll das Materialgesetz möglichst wenige Eingabeparameter benötigen, aber trotzdem ausreichend gute Ergebnisse liefern. Das Materialmodell soll weiterhin in der Lage sein, alle relevanten nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen von FKV-Materialien abzubilden sowie deren bimodulare Elastizität zu berücksichtigen. Die Versagensanalyse wird sowohl für Kohlenstoff- als auch für Glasfasern in Form von Gelege- und Gewebe-Halbzeugen im Verbund mit Epoxidharz angewendet. Anhand von Flachproben- und Bauteilversuchen erfolgt die Validierung der Methode.

Das zweite Teilziel dieser Arbeit ist die Untersuchung des Einflusses von periodischen Rovingwelligkeiten auf die faserparallelen Kennwerte von FKV-Materialien aus textilen Halbzeugen. Dies wird zunächst experimentell untersucht, indem gezielt periodische Welligkeiten in ein unidirektional verstärktes Laminat eingebracht werden. Anschließend werden textile FKV-Materialien geprüft, welche auch in der Automobilindustrie benutzt werden. Um den experimentellen Aufwand zur Bestimmung der faserparallelen Kennwerte von textilen FKV zukünftig zu reduzieren, wird ein Welligkeitsmodell entwickelt. Mit diesem soll es möglich sein, die faserparallelen Kennwerte von Gelege- und Gewebe-Halbzeugen im Verbund mit Epoxidharz rechnergestützt genauer zu bestimmen. Somit können in der frühen Produktentwicklungsphase schnell und günstig erste faserparallele Kennwerte für neue textile FKV-Materialien abgeschätzt werden.

In Kapitel 2 wird die nichtlineare Versagensanalyse für FKV beschrieben, welche für die rechnerische Festigkeitsbewertung von Bauteilen aus textilen FKV-Materialien benötigt wird. Diese besteht aus dem nichtlinearen Materialgesetz, der Versagensanalyse und dem Nachversagensverhalten. Anschließend folgt in Kapitel 3 die Beschreibung des experimentellen Teils zur Untersuchung des Einflusses der out-of-plane Rovingwelligkeiten auf die mechanischen Kennwerte. Hier werden die Herstellung der Prüfplatten und die Durchführung der Versuche beschrieben. Kapitel 4 stellt die Entwicklung des Welligkeitsmodells für die rechnerische Bestimmung des Einflusses der Rovingwelligkeiten auf die Materialkennwerte vor. Außerdem wird das dreistufige Versuchsprogramm zur Validierung des Welligkeitsmodells beschrieben. In Kapitel 5 werden die Ergebnisse der Versuche zur Untersuchung des Einflusses

der Rovingwelligkeiten auf die mechanischen Kennwerte dargestellt und zusammengefasst. Als Erstes werden die gemessenen Amplituden und Wellenlängen der untersuchten Materialien gezeigt und anschließend die Ergebnisse der mechanischen Prüfung vorgestellt. Das 6. Kapitel zeigt die Validierung des Welligkeitsmodells an dem dreistufigen Versuchsprogramm. Um den Vorteil des weiterentwickelten Welligkeitsmodells zu zeigen, wird eine weitere Methode zur Berücksichtigung der Rovingwelligkeiten in die Validierung mit einbezogen. Abschließend werden die gewonnenen Erkenntnisse im 7. Kapitel zusammengefasst und diskutiert. Daraus resultierende weiterführende Forschungsarbeiten werden ebenfalls mit aufgeführt.

#### 2 Nichtlineare Versagensanalyse

In diesem Abschnitt sollen die drei Grundbausteine der nichtlinearen Festigkeitsanalyse von multidirektionalen FKV-Laminaten vorgestellt werden. Diese besteht aus dem nichtlinearen Materialgesetz vor Erreichen der Bruchbedingung, der Definition der Bruchbedingung durch das Versagenskriterium und dem Materialverhalten nach dem Versagen.

#### 2.1 Bimodulares nichtlineares Materialgesetz für FKV

Als Grundelement der Festigkeitsanalyse von Mehrschichtverbunden (MSV) wird eine Einzelschicht verwendet. Für viele Halbzeuge, wie auch für ein vernähtes multidirektionales Gelege, im Verbund mit einer Matrix ist dies die Zusammenfassung aller Fasern einer Orientierung zu einer unidirektionalen Einzelschicht (UD-Schicht). Somit wird zum Beispiel ein biaxiales Gelege durch zwei entsprechend orientierte UD-Schichten modelliert. Bei biaxialen Gewebe-Halbzeugen in FKV werden diese, aufgrund des Verwebens zweier Faserorientierungen, häufig nicht getrennt betrachtet. Hier wird eine Halbzeuglage mit einer sogenannten Gewebe-Schicht (G-Schicht) dargestellt. Diese Zusammenfassung zweier Orientierungen kann auch für ein vernähtes Biaxial-Gelege sinnvoll sein, da hier zwei Faserorientierungen miteinander vernäht werden. Eine solche Schicht wird im Folgenden als Biaxial-Schicht (B-Schicht) bezeichnet. Das Elastizitätsgesetz des Scheiben- und Plattenelements eines MSV mit unterschiedlich orientierten Schichten wird unter anderem mit Hilfe der klassischen Laminattheorie bestimmt [1].

Die oben definierten Einzelschichten repräsentieren die homogenisierte, kontinuumsmechanische Beschreibung von endlosen, parallelen und in der Ebene ideal gerade ausgerichteten Fasern und der umgebenden Kunststoffmatrix. "Homogenisiert" bedeutet, dass die Fasern und die Matrix nicht als zwei einzelne Phasen, sondern als eine Materialphase betrachtet werden. Die Fasern sollen über die Schicht gleichmäßig verteilt sein. Die Verbindung der Fasern und der Matrix wird als ideal haftend angenommen.

Für die Festigkeitsanalyse ist die Kenntnis der Spannungen in den Einzelschichten notwendig. Da es sich bei einem Mehrschichtverbund mit unterschiedlichen Faserorientierungen um ein statisch unbestimmtes System handelt, muss das Materialgesetz für die Berechnung der Schnittkräfte herangezogen werden. Die Komponenten der nachfolgenden Vektoren und Matrizen werden mit *i* und *j* indiziert und es sei darauf hingewiesen, dass es sich zum Beispiel bei  $\sigma_{ij}$  und  $\varepsilon_{ij}$  nicht um die tensorielle Schreibweise handelt.

#### 2.1.1 Definition der Spannungen

Ein elastisch deformierbarer Festkörper wird durch die Gesamtheit seiner Materialpunkte beschrieben. Auf infinitesimal kleinen Schnittflächen da der Momentankonfiguration mit dem entsprechenden Normalenvektor <u>n</u> wirkt der Kraftvektor  $d\underline{F}$ . Das Verhältnis aus dem Kraftvektor in der Momentankonfiguration zu der dazu gehörigen Schnittfläche ergibt den Euler-Cauchy'schen Spannungsvektor <u>t</u>.

$$\underline{t} = \frac{dF}{da} \tag{2.1}$$

Der allgemeine dreidimensionale Spannungszustand eines Materialpunkts wird mit Hilfe des Spannungstensors  $\underline{T}$  vollständig beschrieben und ist mit dem Spannungsvektor über den Normalenvektor einer beliebigen Schnittfläche *n* verknüpft.

$$\underline{t} = \underline{T} \, \underline{n} \tag{2.2}$$

Der Spannungstensor ist aufgrund des Momentengleichgewichts symmetrisch und enthält in einem kartesischen 1,2,3-Koordinatensystem drei Normalspannungen  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ , und  $\sigma_{33}$  sowie drei Schubspannungen  $\tau_{12}$ ,  $\tau_{13}$  und  $\tau_{23}$ . Der erste Index steht für die Richtung der Schnittflächennormale und der zweite Index für die Richtung, in der die Spannung wirkt.

Für den Sonderfall der zu untersuchenden dünnwandigen Strukturen sind die Abmessungen in Dickenrichtung (3-Richtung) sehr viel kleiner als die in 1- und 2-Richtung. Somit können die Spannungen in 3-Richtung  $\sigma_{33}$ ,  $\tau_{13}$  und  $\tau_{23}$  vernachlässigt werden. Daraus folgen die Gleichungen des ebenen Spannungszustands (ESZ), bei denen noch zwei Normalspannungen  $\sigma_{11}$ und  $\sigma_{22}$  und eine Schubspannung  $\tau_{12}$  benötigt werden.

#### 2.1.2 Definition der Verzerrungen und der Querkontraktion

Die Deformation eines Körpers in einem Verschiebungsfeld  $\underline{u}(\underline{x}, t)$  wird durch einen Verzerrungstensor beschrieben. Dieser ist ein Maß für die Abstandsänderung benachbarter Materialpunkte. Analog zu den Spannungen wird der Verzerrungszustand eines Materialpunkts im kartesischen 1,2,3-Koordinatensystem durch die Dehnungen  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ , und  $\varepsilon_{33}$  sowie die Gleitungen  $\gamma_{12}$ ,  $\gamma_{13}$  und  $\gamma_{23}$  vollständig beschrieben. Unter der Annahme kleiner Verschiebungen und deren kleinen Ableitungen ergibt sich der linearisierte Deformationstensor, dessen Komponenten durch folgende Zusammenhänge definiert sind:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1};\tag{2.3}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}; \tag{2.4}$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3}; \tag{2.5}$$

$$\gamma_{12} = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right); \tag{2.6}$$

$$\gamma_{13} = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right); \tag{2.7}$$

$$\gamma_{23} = \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right). \tag{2.8}$$

Zu den drei Dehnungskomponenten  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  und  $\varepsilon_{33}$  ergeben sich sechs Querkontraktionszahlen  $v_{12}$ ,  $v_{13}$ ,  $v_{23}$ ,  $v_{21}$ ,  $v_{31}$  und  $v_{32}$ . In dieser Arbeit steht der erste Index für die Richtung der Querdehnung und der zweite für die Richtung der ursächlichen Längsdehnung.

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_{ii}}{\varepsilon_{jj}} \tag{2.9}$$

Vor allem im angelsächsischen Raum kann die Querkontraktion auch umgekehrt definiert sein.

#### 2.1.3 Das lineare Materialgesetz der B- und G-Schicht

Die Beschreibung eines linear elastischen Materialverhaltens im kartesischen 1,2,3-Koordinatensystem erfolgt mit Hilfe des Hookeschen Gesetzes. Dieses gibt den linearen, funktionalen Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen wieder. Im allgemeinen Fall eines vollständig anisotropen Materials sind in der Voigtschen Schreibweise die sechs Komponenten des Spannungsvektors über eine 6x6-Matrix mit den sechs Komponenten des Dehnungsvektors gekoppelt. Die Steifigkeitsmatrix ist unter der Voraussetzung des Vorhandenseins eines elastischen Potentials symmetrisch, womit sich die Anzahl der unabhängigen Komponenten von 36 auf 21 reduziert.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$
(2.10)  

$$\underbrace{Steifigkeitsmatrix C}$$

Zusätzliche Symmetrien im Materialaufbau verringern die Anzahl der unabhängigen Konstanten der Steifigkeitsmatrix weiter. Für die G- und B-Schicht sind es drei senkrecht aufeinander stehende Symmetrieebenen, womit die sogenannte Orthotropie vorliegt. Für die Steifigkeitsmatrix eines orthotropen Werkstoffs sind neun unabhängige Koeffizienten notwendig. Es besteht im Hauptachsensystem des Materials keine Kopplung zwischen den Normalspannungen und den Schubgleitungen. Aufgrund der Symmetrie der Steifigkeitsmatrix gilt dies auch umgekehrt zwischen den Schubspannungen und Normaldehnungen.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{C}_{11} & \mathcal{C}_{12} & \mathcal{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{C}_{12} & \mathcal{C}_{22} & \mathcal{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{C}_{13} & \mathcal{C}_{23} & \mathcal{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{C}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{C}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_{11} \\ \mathcal{E}_{22} \\ \mathcal{E}_{33} \\ \mathcal{Y}_{23} \\ \mathcal{Y}_{13} \\ \mathcal{Y}_{12} \end{pmatrix}$$
(2.11)

Zwei Hauptachsen zeigen in Richtung des Kett- und des Schussfadens. Die dritte Hauptachse steht senkrecht auf den beiden Vorherigen. Die Richtung des Kettfadens wird im Folgenden mit dem Index K und die Schussrichtung entsprechend mit dem Index S beschrieben. Da die Dickenrichtung quer zu den Kett- und Schussfasern orientiert ist, wird diese mit dem Symbol  $\perp$  indiziert. Für die übersichtliche Darstellung des Materialgesetzes mit Hilfe der Ingenieurs-konstanten Elastizitätsmodul, Querkontraktionszahl und Schubmodul bietet sich die Nachgiebigkeitsmatrix <u>S</u> an. Diese folgt aus der Invertierung der Steifigkeitsmatrix:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_K} & -\frac{\nu_{SK}}{E_K} & -\frac{\nu_{\perp K}}{E_K} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{KS}}{E_S} & \frac{1}{E_S} & -\frac{\nu_{\perp S}}{E_S} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{K\perp}}{E_{\perp}} & -\frac{\nu_{S\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{S\perp}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{K\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{K\perp}} & 0 \\ & & & 0 & 0 & \frac{1}{G_{KS}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Nachgiebigkeitsmatrix  $\underline{S} = \underline{C}^{-1}$ 

Für den ESZ ( $\sigma_{33} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$ ), wie er beispielweise bei dünnwandigen Bauteilen vorkommt, folgt die reduzierte Nachgiebigkeitsmatrix:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_K} & -\frac{\nu_{SK}}{E_K} & 0 \\ -\frac{\nu_{KS}}{E_S} & \frac{1}{E_S} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{KS}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}.$$
(2.13)

Aus Gleichung (2.13) sind die vier unabhängigen Werkstoffkonstanten  $E_K$ ,  $E_S$ ,  $v_{SK}$  und  $G_{KS}$  zu bestimmen, da aufgrund der oben beschriebenen Symmetrie gilt:

$$\frac{\nu_{SK}}{E_K} = \frac{\nu_{KS}}{E_S}.$$
(2.14)

#### 2.1.4 Das lineare Materialgesetz der UD-Schicht

Für die unidirektionale Einzelschicht gilt die transversale Isotropie. Sie ist ein Sonderfall der Orthotropie. Dieses Materialverhalten charakterisiert sich durch eine isotrope Ebene, zu der senkrecht unendlich viele Symmetrieebenen liegen. Die isotrope Ebene der UD-Schicht steht orthogonal zur Faserorientierung und alle senkrechten Ebenen besitzen dieselben Materialeigenschaften. Das Koordinatensystem wird üblicherweise mit der 1-Achse in Faserrichtung orientiert und die 2- und 3- Richtung entsprechend senkrecht zur Faser. Die Materialkennwerte in 2- und 3-Richtung sind ergo identisch und werden mit dem Symbol  $\perp$  indiziert. Der Index || steht für die faserparallele 1-Richtung.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & -\frac{\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & -\frac{\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{\perp\perp}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\parallel\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{\parallel\perp}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}$$
(2.15)

Aus der transversalen Isotropie folgt, dass der Schubmodul  $G_{\perp\perp}$  von dem fasersenkrechten E-Modul  $E_{\perp}$  und der entsprechenden Querkontraktionszahl  $\nu_{\perp\perp}$  abhängt:

$$G_{\perp\perp} = \frac{E_{\perp}}{2(1+\nu_{\perp\perp})}.$$
(2.16)

Mit der Annahme des ebenen Spannungszustands ( $\sigma_{33} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$ ) bei dünnwandigen Strukturen vereinfacht sich die Nachgiebigkeitsmatrix zu:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & 0 \\ -\frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{\parallel\perp}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}.$$
(2.17)

Für die vollständige Beschreibung des Materialgesetzes des ebenen Spannungszustands müssen somit die vier unabhängigen Materialkonstanten  $E_{\parallel}$ ,  $E_{\perp}$ ,  $v_{\perp\parallel}$  und  $G_{\parallel\perp}$  ermittelt werden, da auch hier die Symmetrie der reduzierten Nachgiebigkeitsmatrix gilt.

#### 2.1.5 Bimodulare Elastizität

Abhängig von der Belastungsart Zug oder Druck zeigen die Versuche zur Materialcharakterisierung von FKV teilweise Unterschiede bis zu 20% für den faserparallelen E-Modul. Dieses Phänomen wird bereits von Bert [17] und Ambartsumyan [18] beschrieben. Das Modell von Ambartsumyan nutzt die Vorzeichen der Hauptspannungen zur Verwendung des entsprechenden Zug- oder Druckmoduls in der Nachgiebigkeitsmatrix und wird für isotrope Materialien angewendet. Das Modell von Bert bezieht sich auf das Vorzeichen der faserparallelen Dehnung und wird für orthotrope endlosfaserverstärkte Kunststoffe angewendet. Es werden in dieser Arbeit ausschließlich FKV-Materialien mit orthotropen Materialeigenschaften untersucht, weshalb das Modell von Bert weiter betrachtet wird.

Die Nutzung des Vorzeichens der faserparallelen Dehnung für die Unterscheidung einer Zugoder Druckbelastung wie bei Bert führt zu einem Widerspruch. Aus einer positiven faserparallelen Dehnung muss nicht zwangsläufig eine Zugspannung resultieren. Dieser Fall soll kurz am ebenen Spannungszustand der UD-Schicht gezeigt werden. Für diesen berechnet sich die faserparallele Dehnung  $\varepsilon_{11}$  mit:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_{\parallel}} - \frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} \sigma_{22}. \tag{2.18}$$

Bei dem Ansatz von Bert wird für eine faserparallele Dehnung  $\varepsilon_{11} \ge 0$  der Zugbereich definiert. Einsetzen dieser Ungleichung in Gleichung (2.18) führt zu:

$$0 \le \frac{\sigma_{11}}{E_{\parallel}} - \frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} \sigma_{22}.$$

$$(2.19)$$

Umstellen der Gleichung (2.19) zu

$$\sigma_{11} \ge \nu_{\perp \parallel} \sigma_{22} \tag{2.20}$$

zeigt, dass bei negativen  $\sigma_{22}$  der Wertebereich von  $\sigma_{11}$  auch negative Druckspannungen umfasst, obwohl  $\varepsilon_{11} \ge 0$  den Zugbereich definiert. Ob eine Zug- oder Druckbeanspruchung vorliegt, wird durch das Vorzeichen der Spannung definiert. Daher wird der Ansatz von Bert dahingehend verändert, dass das Vorzeichen der Spannungen entscheidet, ob der Materialpunkt auf Zug oder Druck belastet wird. Dieses Kriterium wird ebenfalls bei dem Ansatz von Ambartsumyan für isotrope Materialien angewendet. Jedoch werden nun für orthotrope Materialien nicht die Hauptspannungen, sondern die Spannungen im Hauptachsensystem benutzt. Somit ergibt sich für ein orthotropes Material mit den Hauptachsen in 1- und 2-Richtung für die bimodulare Nachgiebigkeitsmatrix  $S^{Z/D}$ :

$$\underline{S}^{Z/D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} \left[ 1 - \eta_{11} \left( 1 - \frac{E_{11}}{E_{11,D}} \right) \right] & -\frac{\nu_{21}}{E_{11}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{22}} \left[ 1 - \eta_{22} \left( 1 - \frac{E_{22}}{E_{22,D}} \right) \right] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$
(2.21)

mit

$$\eta_{11} = 0 \ f \ddot{u} r \ \sigma_{11} \ge 0; \tag{2.22}$$

$$\eta_{11} = 1 \, f \ddot{\mathbf{u}} r \, \sigma_{11} < 0; \tag{2.23}$$

$$\eta_{22} = 0 \ f \ddot{u} r \ \sigma_{22} \ge 0; \tag{2.24}$$

$$\eta_{22} = 1 \, f \ddot{\mathrm{u}} r \, \sigma_{22} < 0. \tag{2.25}$$

Damit sind zusätzlich  $E_{11,D}$  und  $E_{22,D}$  zu bestimmen, welche aus den notwendigen Druckversuchen für die Bestimmung der Druckfestigkeiten determiniert werden können.

#### 2.1.6 Nichtlineares Materialverhalten

Einige Normversuche zur Bestimmung der Materialkennwerte zeigen, dass das lineare Elastizitätsgesetz nur im Anfangsbereich der Spannungs-Dehnungs-Kurve eine ausreichende Approximation darstellt. Im weiteren Verlauf ist häufig ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen zu beobachten. Abbildung 2.1 zeigt einen faserparallelen Druckversuch an einem CFK aus Gewebe-Halbzeugen, welches in dieser Arbeit untersucht



wurde. Mit steigender Belastung wird die Kurve zunehmend flacher, welches durch die Verlängerung des Sekanten-Moduls im linear elastischen Bereich verdeutlicht wird.

Abbildung 2.1: Nichtlineare Zusammenhänge zwischen faserparalleler Spannung und Dehnung von CFK unter Druck- (rechts) und Zugbelastung (links)

Ebenso werden nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Verläufe beobachtet, bei denen ein progressives Verhalten vorhanden ist. Beispielhaft zeigt Abbildung 2.1 einen faserparallelen Zugversuch an einem unidirektional verstärkten Kohlenstofffaser-Kunststoff-Verbund, welcher im Auftrag der Firma Daimler getestet wurde. Der verlängerte Sekanten-Modul im linear elastischen Bereich zeigt deutlich das progressive Verhalten der Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Zunächst soll anhand früherer Arbeiten definiert werden, für welche Beanspruchungen ein nichtlineares Materialverhalten berücksichtigt werden soll. Dabei wird zwischen faser- und matrixdominierten Beanspruchungsrichtungen unterschieden.

#### 2.1.6.1 Matrixdominierte Beanspruchung

Als matrixdominierte Beanspruchungen werden im Folgenden die Schub- sowie die fasersenkrechte Zug- und Druckspannung definiert. In vielen Veröffentlichungen wird ein nichtlineares Schubspannungs-Gleitungs-Verhalten wie in Abbildung 2.2 beschrieben. Das nichtlineare Schubverhalten wird häufig mit Mikrorissen in der Kunststoffmatrix erklärt [7, 16, 42]. Bezüglich des Zurückbleibens plastischer Dehnungen nach der Entlastung auf Kraft gleich Null sind verschiedene Ansätze vorhanden. In [16] wird ein Schädigungsmodell mit Plastizität vorgeschlagen. Eine mögliche Erklärung für diese bleibenden Dehnungen wird in [15] beschrieben. Hier wird vermutet, dass die bleibenden Verformungen aus Mikrorissen entstehen, welche sich aufgrund von kleinen gebrochenen Partikeln nicht mehr vollständig schließen können. Trotzdem wird in [15] eine Plastizität für das Materialmodell nicht berücksichtigt. Die Begründung dafür ist, dass ein sprödes Material wie FKV sich im Idealfall rein elastisch verhält. Da in dieser Arbeit Versuche mit Entlastungsschritten nicht vorgesehen sind, ist die Berücksichtigung der Plastizität nicht notwendig und es wird wie in [15] ein Schädigungsgesetz ohne Plastizität angewendet.



Abbildung 2.2: Beispiel eines nichtlinearen Schubspannungs-Dehnungs-Verlaufs

Ähnlich dem Schubverhalten ist bei einer fasersenkrechten Druckbelastung ein degressiver Spannungs-Dehnungs-Verlauf zu beobachten. Die Bruchfläche nach Erreichen der fasersenkrechten Druckfestigkeit hat einen Winkel von ca. 53° [7]. Diese Bruchebene entsteht zu einem Großteil durch die auf ihr wirkenden Schubspannungen. Deshalb wird das degressive fasersenkrechte Druckverhalten ebenfalls auf die Bildung von Mikrorissen durch Schubspannungen zurückgeführt. Daher wird für die Beschreibung dieses Materialverhaltens die Anwendung eines Schädigungsgesetzes abgeleitet. Somit werden auch hier keine bleibenden Dehnungen berücksichtigt.

#### 2.1.6.2 Faserdominierte Beanspruchung

Alle faserparallelen Spannungen werden in dieser Arbeit als faserdominierte Beanspruchungen zusammengefasst. In [16] wird bei faserparalleler Druckbeanspruchung ein nichtlinear elastisches Verhalten ähnlich wie in Abbildung 2.1 beschrieben. In dieser Veröffentlichung wurden nach der Entlastung keine bleibenden Dehnungen beobachtet. Ein nichtlineares Verhalten unter faserparallelem Zug, wie in Abbildung 2.1, wird auch in [8] beobachtet. Nach [16, 43] ist das faserparallele Materialverhalten rein elastisch. Daher werden die Materialgesetze unter faserparalleler Zug- und Druckbeanspruchung nichtlinear elastisch modelliert. Abschließend sei noch erwähnt, dass die Interaktion der drei Spannungskomponenten des ESZ auf das jeweilige nichtlineare Materialverhalten wie in [43] vernachlässigt wird.

#### 2.1.6.3 Materialgesetz

Die zuvor beschriebenen Annahmen für das nichtlineare Materialverhalten sollen im Folgenden mathematisch umgesetzt werden. Für die nichtlineare Nachgiebigkeitsmatrix  $\underline{S}^{NL}$  der Gewebe- und Biaxial-Schicht wird folgender Ausdruck definiert:

$$\underline{S}^{NL} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{K,Z}E_{K}} \left[ 1 - \eta_{K} \left( 1 - \frac{k_{K,Z}E_{K}}{k_{K,D}E_{K,D}} \right) \right] & -\frac{\nu_{SK}}{E_{K}} & 0 \\ -\frac{\nu_{KS}}{E_{S}} & \frac{1}{k_{S,Z}E_{S}} \left[ 1 - \eta_{S} \left( 1 - \frac{k_{S,Z}E_{S}}{k_{S,D}E_{S,D}} \right) \right] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1 - d_{KS})G_{KS}} \end{bmatrix}$$
(2.26)

und für die Nachgiebigkeitsmatrix der UD-Schicht gilt:

$$\underline{S}^{NL} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_{Z}E_{\parallel}} \left[ 1 - \eta_{\parallel} \left( 1 - \frac{k_{Z}E_{\parallel}}{k_{D}E_{\parallel,D}} \right) \right] & -\frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & 0 \\ -\frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} \left[ 1 - \eta_{\perp} \left( 1 - \frac{E_{\perp}}{(1 - d_{\perp})E_{\perp,D}} \right) \right] & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1 - d_{\parallel\perp})G_{\parallel\perp}} \end{bmatrix}.$$
(2.27)

Bei diesem Ansatz werden  $d_{\perp}$ ,  $d_{\parallel \perp}$  und  $d_{KS}$  als interne Schädigungsvariablen eingeführt [44]. Die Koeffizienten  $k_{K,Z/D}$ ,  $k_{S,Z/D}$  und  $k_{Z/D}$  charakterisieren das faserparallele nichtlinear elastische Materialverhalten bei Zug- und Druckbelastung. Diese Matrizen gelten nur für Spannungen vor dem Erreichen der Bruchbedingung.

#### 2.1.6.4 Beschreibung der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Kurven

Die nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Verläufe können ähnlich dem Vorschlag von [9] für den uniaxialen Spannungszustand mit Hilfe des Ansatzes

$$\varepsilon_{ij} = \sigma_{ij} S_{ij}^0 + \alpha \sigma_{ij}^m \tag{2.28}$$

approximiert werden. Bei diesem Spannungszustand ist nur eine Komponente  $\sigma_{ij}$  des Spannungsvektors von Null verschieden. Die dazugehörige Komponente des Dehnungsvektors in dem Hauptachsensystem des orthotropen Materials wird mit  $\varepsilon_{ij}$  beschrieben.  $S_{ij}^0$  ist der entsprechende Eintrag der Nachgiebigkeitsmatrix im linear elastischen Bereich.  $\alpha$  und m sind empirische Konstanten zur Kalibrierung der Kurve an die experimentelle SpannungsDehnungs-Kennlinie. Der Punkt der Bruchspannung  $R_{ij}$  und Bruchdehnung  $\varepsilon_{B,ij}$  kann als Stützstelle zur Berechnung von  $\alpha$  herangezogen werden:

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{B,ij} - R_{ij}S_{ij}^0}{R_{ij}^m}.$$
(2.29)

Der Parameter m muss so gewählt werden, dass er den Spannungs-Dehnungs-Verlauf bestmöglich wiedergibt. Neben dem Ansatz nach Gleichung (2.28) besteht die Möglichkeit, die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung in folgender Form zu beschreiben.

$$\sigma_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{S_{ij}^0} + \beta \varepsilon_{ij}^n \tag{2.30}$$

Die empirischen Konstanten  $\beta$  und *n* ergeben sich analog zu dem vorherigen Ansatz.

$$\beta = \frac{R_{ij} - \frac{\varepsilon_{B,ij}}{S_{ij}^0}}{\varepsilon_{B,ij}^n}$$
(2.31)

Der Ansatz für die Dehnungen nach Gleichung (2.28) ist problematisch für progressive Spannungs-Dehnungs-Beziehungen, da diese Funktion ein Extremum aufweist und für große Spannungen in den negativen Wertebereich der Dehnungen wechselt. Wie Abbildung 2.3 zeigt, ist dieses Problem bei degressiven Materialverhalten nicht vorhanden. Für den Spannungsansatz nach Gleichung (2.30) verhält sich diese Problematik genau umgekehrt. Abbildung 2.3 zeigt im rechten Diagramm, dass für den degressiven Spannungs-Dehnungs-Verlauf die Spannungen für größere Dehnungswerte negativ werden. Ein progressiver Spannungsverlauf lässt sich jedoch sehr gut mit Gleichung (2.30) abbilden.



Abbildung 2.3: Charakteristika der Ansätze für die Dehnungen (links) und für die Spannungen (rechts)

Aufgrund der beschriebenen Probleme der beiden Ansätze wird für degressive Spannungs-Dehnungs-Kennlinien der Ansatz für die Dehnungen und für progressive Spannungs-Dehnungs-Verläufe der Ansatz für die Spannungen verwendet.

#### 2.1.6.5 Berechnung der Koeffizienten für das nichtlinear elastische Materialgesetz

Beispielhaft für die UD-Schicht ergibt sich für den uniaxialen faserparallelen Zugspannungszustand ( $\eta_{\parallel} = 0$ ) aus Gleichung (2.27):

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{k_Z E_{\parallel}} \sigma_{11}.$$
 (2.32)

Da in der FEM Ansätze für die Verschiebungen und damit auch für die Verzerrungen gemacht werden, sind die Spannungen die abgeleiteten Größen. Umstellen von (2.32) nach  $\sigma_{11}$ führt zu:

$$\sigma_{11} = k_Z E_{\parallel} \varepsilon_{11}. \tag{2.33}$$

Das faserparallele Zugverhalten aus Abbildung 2.1 verläuft progressiv, weshalb der Polynomansatz für die Spannungen verwendet wird. Gleichung (2.30) wird in die gleiche Form wie die Formel (2.33) gebracht.

$$\sigma_{11} = \left(1 + \frac{\beta}{E_{\parallel}} \varepsilon_{11}^{(n-1)}\right) E_{\parallel} \varepsilon_{11} = k_Z E_{\parallel} \varepsilon_{11}$$
(2.34)

Damit kann durch den Koeffizientenvergleich  $k_Z$  bestimmt werden:

$$k_{Z} = \left(1 + \frac{\beta}{E_{\parallel}} \varepsilon_{11}^{(n-1)}\right).$$
(2.35)

Analog folgt für die Biaxial-Gelege- und die Gewebe-Schicht unter faserparalleler Zugbeanspruchung:

$$k_{K,Z} = \left(1 + \frac{\beta}{E_K} \varepsilon_{11}^{(n-1)}\right),$$
(2.36)

$$k_{S,Z} = \left(1 + \frac{\beta}{E_S} \varepsilon_{22}^{(n-1)}\right).$$
(2.37)

Unter faserparallelem und fasersenkrechtem Druck sowie für die Schubbeanspruchung werden degressive Verläufe wie in Abbildung 2.1 beobachtet. Demzufolge wird der Ansatz für die Dehnungen verwendet. Dieser kann jedoch nicht ohne weiteres in die Form von Gleichung (2.33) umgestellt werden. Zunächst muss Gleichung (2.28) in einzelne Dehnungsinkremente k = 1, n aufgeteilt werden. Anschließend wird jedes Inkrement mit Hilfe einer Taylorreihe an der Stelle  $\sigma_{ij}^k$  linearisiert. Damit ergibt sich für das folgende Dehnungsinkrement an der Stelle k + 1:

$$\varepsilon_{ij}^{k+1}(\sigma_{ij}^{k+1}) = \sigma_{ij}^{k}S_{ij}^{0} + \alpha\sigma_{ij}^{k^{m}} + \left(S_{ij}^{0} + m\alpha\sigma_{ij}^{k^{(m-1)}}\right)\left(\sigma_{ij}^{k+1} - \sigma_{ij}^{k}\right).$$
(2.38)

Auflösung dieser Gleichung nach dem gesuchten  $\sigma_{ij}^{k+1}$  ergibt:
$$\sigma_{ij}^{k+1} = \frac{1 + (m-1)\alpha \frac{\sigma_{ij}^{k^{m}}}{\varepsilon_{ij}^{k+1}}}{1 + m\alpha \frac{\sigma_{ij}^{k^{(n-1)}}}{S_{ij}^{0}}} \frac{1}{S_{ij}^{0}} \varepsilon_{ij}^{k+1}.$$
(2.39)

Für den uniaxialen faserparallelen Druck der UD-Schicht ( $\eta_{\parallel} = 1$ ) liefert Gleichung (2.27):

$$\sigma_{11}^{k+1} = k_D E_{\parallel,D} \varepsilon_{11}^{k+1} = \frac{1 + (m-1)\alpha \frac{\sigma_{11}^{k}}{\varepsilon_{11}^{k+1}}}{1 + m\alpha E_{\parallel,D} \sigma_{11}^{k}} E_{\parallel,D} \varepsilon_{11}^{k+1}.$$
 (2.40)

Aus (2.40) folgt über den Koeffizientenvergleich die Berechnung von  $k_D$ :

$$k_D = \frac{1 + (m-1)\alpha \frac{\sigma_{11}^{k}}{\varepsilon_{11}^{k+1}}}{1 + m\alpha E_{\parallel,D} \sigma_{11}^{k}}$$
(2.41)

und nach demselben Schema ergibt sich für die Biaxial-Gelege- und die Gewebe-Schicht:

$$k_{K,D} = \frac{1 + (m-1)\alpha \frac{\sigma_{11}^{k}}{\varepsilon_{11}^{k+1}}}{1 + m\alpha E_{K,D} \sigma_{11}^{k}}$$
(2.42)

$$k_{S,D} = \frac{1 + (m-1)\alpha \frac{\sigma_{22}^{k}}{\varepsilon_{22}^{k+1}}}{1 + m\alpha E_{S,D} \sigma_{22}^{k}}$$
(2.43)

#### 2.1.6.6 Berechnung der Koeffizienten für das nichtlineare Schädigungsgesetz

Die Schädigungsvariablen d werden wie in Abschnitt 2.1.6.5 mit den Ansatz aus Gleichung (2.28) hergeleitet. Unter fasersenkrechtem Druck ergibt sich somit für die UD-Schicht:

$$d_{\perp} = \frac{m\alpha E_{\perp} \sigma_{22}^{k} (m-1) - (m-1)\alpha \frac{\sigma_{22}^{k}}{\varepsilon_{22}^{k+1}}}{1 + m\alpha E_{\perp} \sigma_{22}^{k} (m-1)}$$
(2.44)

. . .m

und für den nichtlinearen Schubverlauf der UD-Schicht folgt:

$$d_{\parallel\perp} = \frac{m\alpha G_{\parallel\perp} |\tau_{12}^{k}|^{(m-1)} - (m-1)\alpha \frac{|\tau_{12}^{k}|^{m}}{|\gamma_{12}^{k+1}|}}{1 + m\alpha G_{\parallel\perp} |\tau_{12}^{k}|^{(k-1)}}$$
(2.45)

sowie für die Biaxial-Gelege- und die Gewebe-Schicht unter Schubbelastung:

$$d_{KS} = \frac{m\alpha G_{KS} |\tau_{12}^{k}|^{(m-1)} - (m-1)\alpha \frac{|\tau_{12}^{k}|^{m}}{|\gamma_{12}^{k+1}|}}{1 + m\alpha G_{KS} |\tau_{12}^{k}|^{(m-1)}}.$$
(2.46)

Im Gegensatz zum reversiblen faserparallelen Materialverhalten ist das Schädigungsgesetz für den nichtlinearen Schub und fasersenkrechten Druck irreversibel. Somit ist der linear elastische Bereich abhängig von der zuvor erreichten Schädigung. Hierfür werden wie in [13, 15, 16] Funktionen *F* definiert, welche den Beginn der Schädigung definieren.

$$F_{ij} = \phi_{ij} - r_{ij} \le 0 \tag{2.47}$$

 $\phi_{ij}$  ist die Belastungsfunktion und folgt aus der entsprechenden Verzerrungskomponente.

$$\phi_{ij} = \varepsilon_{ij} \tag{2.48}$$

Weiterhin wird die Grenze des elastischen Bereichs  $r_{ij}$  eingeführt. Diese hat den Startwert Null und wächst monoton mit zunehmender Schädigung. Der Zeitpunkt der zunehmenden Schädigung wird mit Hilfe der Kuhn-Tucker-Bedingungen beschrieben.

$$\dot{r}_{ij} \ge 0; \ F_{ij} \le 0; \ \dot{r}_{ij}F_{ij} = 0$$
 (2.49)

Der Beginn einer möglichen zusätzlichen Schädigung wird mit  $F_{ij} = 0$  definiert. Wenn dies der Fall ist, entscheidet der Gradient der Belastungsfunktion  $\dot{\phi}_{ij}$ , ob eine Belastung  $\dot{\phi}_{ij} > 0$ oder eine Entlastung  $\dot{\phi}_{ij} < 0$  vorliegt. Ein Schädigungsfortschritt liegt somit vor, wenn am Rande des elastischen Bereichs  $F_{ij} = 0$  eine weitere Belastung  $\dot{\phi}_{ij} > 0$  vorhanden ist. Zusätzlich muss die Konsistenzbedingung erfüllt werden.

$$\dot{F}_{ij} = \dot{\phi}_{ij} - \dot{r}_{ij} = 0 \tag{2.50}$$

Daraus folgt für die Änderung der Grenze des elastischen Bereichs:

$$\dot{r}_{ij} = \dot{\phi}_{ij}.\tag{2.51}$$

Nach Integration von Gleichung (2.51) ergibt sich für die Grenze des elastischen Bereichs:

$$r_{ij} = max\left(\varepsilon_{ij}(t)\right). \tag{2.52}$$

Aus den Gleichungen (2.44), (2.45) und (2.46) werden mit Hilfe der Gleichung (2.52) folgende Zusammenhänge für die Schädigungsvariablen der UD-Schicht abgeleitet:

$$d_{\perp} = \frac{m\alpha E_{\perp} \sigma_{22}^{i} (m-1)}{1 + m\alpha E_{\perp} \sigma_{22}^{i}} (m-1) \alpha \frac{\sigma_{22}^{i} m}{r_{22}^{i+1}},$$
(2.53)

$$d_{\parallel\perp} = \frac{m\alpha G_{\parallel\perp} |\tau_{12}^{i}|^{(m-1)} - (m-1)\alpha \frac{|\tau_{12}^{i}|^{m}}{|r_{12}^{i+1}|}}{1 + m\alpha G_{\parallel\perp} |\tau_{12}^{i}|^{(m-1)}}$$
(2.54)

und entsprechend folgt für den Schädigungsparameter der Biaxial-Gelege- und der Gewebe-Schicht:

$$d_{KS} = \frac{m\alpha G_{KS} |\tau_{12}^{i}|^{(m-1)} - (m-1)\alpha \frac{|\tau_{12}^{i}|^{m}}{|r_{12}^{i+1}|}}{1 + m\alpha G_{KS} |\tau_{12}^{i}|^{(m-1)}}.$$
(2.55)

Die beschriebenen Schädigungsgesetze müssen den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik erfüllen. Dieser besagt, dass aufgrund der irreversiblen Schädigungsvorgänge die volumenbezogende Rate der Energiedissipation *D* größer Null sein muss.

$$D = \frac{\partial U}{\partial \underline{d}} \cdot \underline{\dot{d}} = \underline{Y} \cdot \dot{d} \ge 0$$
(2.56)

 $\underline{Y}$  kann nach [45] ähnlich wie in der Bruchmechanik als Energiefreisetzungsrate betrachtet werden. In der Schädigungsmechanik werden diese auch als thermodynamische Kräfte bezeichnet. Die Ableitung der Verzerrungsenergie U nach den Schädigungsvariablen ergibt für den fasersenkrechten Druck der UD-Schicht:

$$Y_{22} = \frac{1}{2} \underline{\sigma}^T \frac{\partial \underline{S}}{\partial d_\perp} \underline{\sigma} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{22}^2}{(1 - d_\perp)^2 E_\perp} \ge 0$$
(2.57)

und für den nichtlinearen Schub der UD-Schicht:

$$Y_{12} = \frac{1}{2} \underline{\sigma}^T \frac{\partial \underline{S}}{\partial d_{\parallel \perp}} \underline{\sigma} = \frac{1}{2} \frac{\tau_{12}^2}{(1 - d_{\parallel \perp})^2 G_{\parallel \perp}} \ge 0$$
(2.58)

sowie analog für die Schubbeanspruchung der Biaxial-Gelege- und der Gewebe-Schicht:

$$Y_{12} = \frac{1}{2} \underline{\sigma}^T \frac{\partial \underline{S}}{\partial d_{KS}} \underline{\sigma} = \frac{1}{2} \frac{\tau_{12}^2}{(1 - d_{KS})^2 G_{KS}} \ge 0.$$
(2.59)

Durch die quadratische Form von (2.57), (2.58) und (2.59) ist die Voraussetzung  $\dot{d} \ge 0$  für die Einhaltung von (2.56) ausreichend, welches durch die aufgestellten Bedingungen (2.47)-(2.52) gewährleistet wird.

## 2.2 Versagenskriterium

Ein Versagenskriterium bewertet einen mehrachsigen Spannungszustand bezüglich seiner Bruchgefahr. Im einfachsten Fall ist dieser Spannungszustand einachsig und die entsprechende Spannung ergibt die Grundfestigkeit. Da FKV anisotrop sind, gibt es mehrere Grundfestigkeiten im Hauptachsensystem. Für die unidirektionale Einzelschicht sind dies die Zug- und Druckfestigkeit in Faserrichtung  $R_{\parallel,Z}$  und  $R_{\parallel,D}$  sowie analog quer zur Faser  $R_{\perp,Z}$  und  $R_{\perp,D}$ . Die Zug- und Druckfestigkeit der Gewebe- und Biaxial-Schicht ist in Kettrichtung mit  $R_{K,Z}$  und  $R_{K,D}$  sowie in Schussrichtung mit  $R_{S,Z}$  und  $R_{S,D}$  beschrieben. Die Schubfestigkeit der UD-Schicht wird mit  $R_{\perp\parallel}$  und die der Gewebe- bzw. Biaxial-Schicht mit  $R_{KS}$  bezeichnet.

Im Regelfall wird der Spannungszustand nicht einachsig sein, sondern ist eine Überlagerung verschiedener Spannungskomponenten. Eine experimentelle Bestimmung aller möglichen Spannungskombinationen in verschiedenen Relationen zueinander ist unwirtschaftlich. Ziel muss es sein, mit einer möglichst kleinen Anzahl an Versuchen die Eingabegrößen des Versagenskriteriums zu bestimmen.

## 2.2.1 Versagenskriterium für die unidirektionale Einzelschicht

In der Literatur wird eine Vielzahl von Versagenskriterien beschrieben. Die Autoren von [19] haben es sich zur Aufgabe gemacht, die verschiedenen Ansätze in einer Art Wettbewerb miteinander zu vergleichen. Aufgrund des in diesem Wettbewerb nachgewiesenen Reifegrades wird in dieser Arbeit das Wirkebenen-Bruchkriterium von Puck [12] für UD-Materialien angewendet. Dieses gehört zu den Bruchtyp-Bruchkriterien, da es verschiedene Versagensmodi berücksichtigt. Es wird zwischen Faserbruch (FB) und Zwischenfaserbruch (ZFB) unterschieden.

Der Faserbruch wird durch faserparallele Normalspannungen  $\sigma_{11}$  verursacht und eine Interaktion mit anderen Spannungen ist in erster Näherung vernachlässigbar [1, 46]. Die Bruchbedingung wird mit Hilfe der Faserbruchanstrengung  $f_{E,FB}$  und der faserparallelen Festigkeiten für Zug sowie Druck  $R_{\parallel,Z/D}$  formuliert.

$$f_{E,FB} = \frac{|\sigma_{11}|}{R_{\parallel,Z/D}}$$
(2.60)

Die Beziehungen für den Zwischenfaserbruch werden zunächst für den Fall  $\sigma_{11} = 0$  dargestellt. Ein Zwischenfaserbruch wird dadurch charakterisiert, dass die Bruchebene parallel zur Faserrichtung liegt. Da es bei der UD-Schicht nur eine Faserrichtung gibt, sind für den dreidimensionalen Spannungszustand somit unendlich viele Bruchebenen möglich, welche diese Bedingung erfüllen. Die potentiellen Bruchebenen stehen senkrecht zur transversal isotropen Ebene und sind daher bezüglich der Bruchgefahr gleichberechtigt.

Es wird wie in Abbildung 2.4 ein kartesisches 1, n, t-Koordinatensystem definiert, bei dem die 1-Richtung parallel zu den Fasern ausgerichtet ist. Die n-Achse zeigt in Richtung des Normalenvektors einer beliebigen um den Winkel  $\theta$  gedrehten faserparallelen Schnittebene. Die t-Achse verläuft somit zwangsläufig tangential zu dieser Schnittebene.



Abbildung 2.4: Spannungskomponenten einer um den Winkel  $\theta$  gedrehten faserparallelen Schnittebene [47]

Die Spannungen werden üblicherweise in dem 1,2,3-Koordinatensystem der UD-Schicht berechnet, weshalb diese mit Hilfe einer Transformationsmatrix in das 1, n, t-Koordinatensystem umgerechnet werden.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{nt} \\ \tau_{nt} \\ \tau_{n1} \end{pmatrix} = \underbrace{ \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta\cos\theta & \sin\theta\cos\theta & (\cos^2\theta - \sin^2\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}}_{Transformations matrix} \begin{pmatrix} \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}$$
(2.61)

Der Spannungsvektor auf dieser beliebigen faserparallelen Ebene setzt sich somit aus einer Normalspannungs-  $\sigma_n$  sowie zwei Schubspannungskomponenten  $\tau_{n1}$  und  $\tau_{nt}$  zusammen. Die beiden Schubspannungskomponenten werden zu einer resultierenden Schubspannung  $\tau_{n\psi}$ zusammengefasst.

$$\tau_{n\psi} = \sqrt{\tau_{n1}^2 + \tau_{nt}^2}$$
(2.62)

Für den Fall  $\sigma_n \ge 0$  wird in der Bruchbedingung für ZFB die Interaktion der Normal- und Schubspannung mit einer Ellipsengleichung formuliert:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{n\psi}^{A}}\right)^{2} + c_{1}\frac{\sigma_{n}}{R_{n,Z}} + c_{2}\left(\frac{\sigma_{n}}{R_{n,Z}}\right)^{2} = 1.$$
(2.63)

Bei einer transversal isotropen UD-Schicht sind die Festigkeitseigenschaften in n-Richtung richtungsunabhängig, womit bei den Festigkeiten der Index n mit dem Senkrechtsymbol ersetzt werden kann.

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^{A}}\right)^{2} + c_{1}\frac{\sigma_{n}}{R_{\perp,Z}} + c_{2}\left(\frac{\sigma_{n}}{R_{\perp,Z}}\right)^{2} = 1$$
(2.64)

Die Ellipse verläuft durch die Punkte ( $\sigma_n = R_{\perp,Z}$ ;  $\tau_{n\psi} = 0$ ) und ( $\sigma_n = 0$ ;  $\tau_{n\psi} = R_{\perp\psi}$ ). Zusätzlich wird die Steigung an der Stelle  $\sigma_n = 0$  mit  $-p_{\perp\psi}^+$  definiert. Mit diesen Randbedingungen ergeben sich die Konstanten  $c_1$  und  $c_2$  zu:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^{A}}\right)^{2} + 2\frac{p_{\perp\psi}^{+}\sigma_{n}}{R_{\perp\psi}^{A}} + \left(1 - 2\frac{p_{\perp\psi}^{+}R_{\perp,Z}}{R_{\perp\psi}^{A}}\right)\left(\frac{\sigma_{n}}{R_{\perp,Z}}\right)^{2} = 1.$$
 (2.65)

Für den Fall  $\sigma_n < 0$  wird für die Bruchbedingung die Interaktion der Normal- und Schubspannung mit einer Parabelgleichung definiert.

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^A}\right)^2 + c\sigma_n = 1 \tag{2.66}$$

Die Konstante *c* berechnet sich über die Randbedingung einer definierten Steigung  $p_{\perp\psi}^-$  an der Stelle  $\sigma_n = 0$  zu:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^{A}}\right)^{2} + 2\frac{p_{\perp\psi}}{R_{\perp\psi}^{A}}\sigma_{n} = 1.$$
(2.67)

Zuletzt wird die Interaktion der beiden Schubspannungskomponenten mit einer Ellipsengleichung definiert:

$$\left(\frac{\tau_{n\psi}}{R_{\perp\psi}^{A}}\right)^{2} = \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^{A}}\right)^{2} + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}}\right)^{2} = 1.$$
(2.68)

Einsetzen der Formel (2.68) in die Gleichungen (2.65) und (2.67) und Umstellen nach dem Anstrengungsfaktor für Zwischenfaserbruch  $f_{E0,ZFB}$  liefert folgende Zusammenhänge:

$$\operatorname{Für} \sigma_{n} \geq 0$$

$$f_{E0,ZFB}(\theta) = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_{\perp,Z}} - \frac{p_{\perp\psi}^{+}}{R_{\perp\psi}^{A}}\right)\sigma_{n}\right]^{2} + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^{A}}\right)^{2} + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}}\right)^{2}} + \frac{p_{\perp\psi}^{+}}{R_{\perp\psi}^{A}}\sigma_{n} \quad (2.69)$$

$$\operatorname{und} \sigma_{n} < 0$$

$$f_{E0,ZFB}(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}}\right)^2 + \left(\frac{p_{\perp\psi}}{R_{\perp\psi}^A}\sigma_n\right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}}{R_{\perp\psi}^A}\sigma_n.$$
(2.70)

Der Wirkebenen-Bruchwiderstand  $R_{\perp\perp}^A$  berechnet sich mit:

$$R_{\perp\perp}^{A} = \frac{R_{\perp,D}}{2(1+p_{\perp\perp})}$$
(2.71)

und der Quotient  $p_{\perp\psi}^{\pm}/R_{\perp\psi}^{A}$  mit:

$$\frac{p_{\perp\psi}^{\pm}}{R_{\perp\psi}^{A}} = \frac{p_{\perp\perp}^{\pm}}{R_{\perp\perp}^{A}}\cos^{2}\psi + \frac{p_{\perp\parallel}^{\pm}}{R_{\perp\parallel}}\sin^{2}\psi$$
(2.72)

 $\cos^2 \psi = \frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{nt}^2 + \tau_{n1}^2}$ (2.73)

und

mit

$$\sin^2 \psi = 1 - \cos^2 \psi = \frac{\tau_{n1}^2}{\tau_{nt}^2 + \tau_{n1}^2}.$$
(2.74)

Somit kann der Spannungsvektor  $\{\sigma_n, \tau_{n1}, \tau_{nt}\}^T$  mit Hilfe der Grundfestigkeiten und der Steigungsparameter auf einen skalaren Anstrengungsfaktor zurückgeführt werden. Es muss diejenige Schnittebene mit dem Bruchwinkel  $\theta_{BE}$  iterativ ermittelt werden, bei der die Zwischenfaserbruchanstrengung maximal wird.

Für den Spezialfall des ebenen Spannungszustands ( $\sigma_{33} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$ ) werden laut Puck [7] drei Bruchmodi unterschieden, bei denen der jeweilige Bruchwinkel a priori bekannt ist. Damit kann auf die iterative Suche der Bruchebene verzichtet werden und es wird folgende Kopplung definiert:

$$\frac{p_{\perp \perp}^{-}}{R_{\perp \perp}^{A}} = \frac{p_{\perp \parallel}^{-}}{R_{\perp \parallel}}.$$
(2.75)

Für den Bruchmodus A und B verläuft die Bruchebene in Dickenrichtung, welches einem Bruchwinkel von  $\theta_{BE} = 0^{\circ}$  entspricht. Somit folgt für die Spannungstransformation aus Gleichung (2.61):  $\sigma_n = \sigma_{22}$ ,  $\tau_{n1} = \tau_{21}$  und  $\tau_{nt} = 0$ . Der ZFB-Anstrengungsfaktor für den Bruchmodus A mit  $\sigma_{22} \ge 0$  resultiert aus Gleichung (2.69):

$$f_{E0,ZFB}(0^{\circ}) = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_{\perp,Z}} - \frac{p_{\perp\parallel}^{+}}{R_{\perp\parallel}}\right)\sigma_{22}\right]^{2} + \left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp\parallel}}\right)^{2}} + \frac{p_{\perp\parallel}^{+}}{R_{\perp\parallel}}\sigma_{22}.$$
 (2.76)

Gleichung (2.70) liefert im Bereich der Querdruckspannungen  $\sigma_{22} < 0$  für den Bruchmodus B:

$$f_{E0,ZFB}(0^{\circ}) = \sqrt{\left(\frac{\tau_{21}}{R_{\perp \parallel}}\right)^2 + \left(\frac{p_{\perp \parallel}}{R_{\perp \parallel}}\sigma_{22}\right)^2} + \frac{p_{\perp \parallel}}{R_{\perp \parallel}}\sigma_{22}$$
(2.77)

mit

$$0 \le \left| \frac{\sigma_{22}}{\tau_{21}} \right| \le \left| \frac{R_{\perp\perp}^A}{\tau_{21,c}} \right|.$$
(2.78)

Sobald der Betrag von  $\sigma_{22}/\tau_{21}$  größer wird als der Betrag von  $R_{\perp\perp}^A/\tau_{21,c}$ , wechselt der Bruchmodus von B auf C. Für den Bruchmodus C ist der Bruchwinkel ungleich Null und es gilt für  $\sigma_{22} < 0$  folgende Beziehung:

$$f_{E0,ZFB}(\theta_{BE}) = \left[ \left( \frac{\tau_{21}}{2(1 + p_{\perp \perp}^{-})R_{\perp \parallel}} \right)^{2} + \left( \frac{\sigma_{22}}{R_{\perp,D}} \right)^{2} \right] \frac{R_{\perp,D}}{-\sigma_{22}}$$
(2.79)  
mit

$$\left|\frac{\sigma_{22}}{\tau_{21}}\right| > \left|\frac{R_{\perp\perp}^A}{\tau_{21,c}}\right|. \tag{2.80}$$

Die ausführliche Herleitung von Gleichung (2.79) aus (2.70) und (2.75) kann in [7] nachgelesen werden.  $\tau_{21,c}$  folgt aus Einsetzen von  $\sigma_{22} = -R_{\perp\perp}^A$  in (2.77):

$$\tau_{21,c} = R_{\perp \parallel} \sqrt{1 + 2p_{\perp \perp}^{-}}$$
(2.81)

und  $R_{\perp\perp}^A$  ergibt sich durch Einsetzen der Parameterkopplung (2.75) in (2.71):

$$R_{\perp\perp}^{A} = \frac{R_{\perp\parallel}}{2p_{\perp\parallel}^{-}} \left( \sqrt{1 + 2p_{\perp\parallel}^{-} \frac{R_{\perp,D}}{R_{\perp\parallel}}} - 1 \right).$$
(2.82)

Der Winkel der Bruchebene  $\theta_{BE}$  wird aus (2.61) und mit der Annahme  $\sigma_{n,B} = R_{\perp\perp}^A$  berechnet.

$$\cos(\theta_{BE}) = \sqrt{\frac{R_{\perp\perp}^A}{-\sigma_{22,B}}}$$
(2.83)

Die mathematischen Formulierungen für die Berechnung des Anstrengungsfaktors für Zwischenfaserbruch gelten bisher für den Fall  $\sigma_{11} = 0$ . Laut Puck ist jedoch ein Einfluss der faserparallelen Spannungen auf den ZFB vorhanden. Diesem wird mit einem Schwächungsfaktor Rechnung getragen, welcher die Wirkebenen-Bruchwiderstände  $R_{\perp,Z}$ ,  $R_{\perp\perp}^A$  und  $R_{\perp\parallel}$  um den Faktor  $\eta_w$  abmindert. Da in den Gleichungen zur Berechnung der Anstrengungsfaktoren alle Bruchwiderstände im Nenner stehen und vom Polynomgrad gleich sind, kann dieser Faktor ausgeklammert werden und es folgt die Bruchbedingung:

$$f_{E1,ZFB} = \frac{f_{E0,ZFB}}{\eta_W} = 1.$$
 (2.84)

Der Bereich der Abminderung der Wirkebenen-Bruchwiderstände durch faserparallele Spannungen wird mit Hilfe einer Ellipse beschrieben. Die Schwächungsellipse soll durch die Punkte  $(s \cdot R_{\parallel,Z/D}; R_{Wirkebene})$  und  $(R_{\parallel,Z/D}; m \cdot R_{Wirkebene})$  verlaufen.  $R_{Wirkebene}$  steht für die Bruchwiderstände  $R_{\perp,Z}, R_{\perp\perp}^A$  und  $R_{\perp\parallel}$ . Abbildung 2.5 zeigt diesen Zusammenhang am Beispiel der Schwächung von  $R_{\perp,Z}$ .



Abbildung 2.5: Schwächung des Wirkebenen-Bruchwiderstands  $R_{\perp,Z}$  [1]

Der Punkt, ab dem die Schwächung durch faserparallele Spannungen beginnt, wird mit dem Faktor *s* beschrieben und *m* ist die Grenze für die maximale Schwächung  $\eta_w$ . Bei dem Punkt  $(R_{\parallel,Z/D}; m \cdot R_{Wirkebene})$  geht der Bruchmodus von ZFB in FB über. Abbildung 2.6 zeigt die Formulierung der Schwächungsellipse mit Hilfe der Anstrengung für den Faser- und Zwischenfaserbruch.



Abbildung 2.6: Schwächungsellipse in Abhängigkeit der Anstrengungen [48]

Aus Gleichung (2.84) geht hervor, dass  $f_{E0,ZFB} = \eta_w$  gilt, womit die Ellipsengleichung folgendermaßen formuliert werden kann:

$$\left(\frac{f_{E,FB}-s}{a}\right)^2 + \left(\frac{\eta_w}{1}\right)^2 = 1.$$
 (2.85)

Die Halbachse *a* berechnet sich durch Einsetzen des Punktes  $(f_{E,FB} = 1; \eta_w = m)$  zu:

$$a = \frac{1-s}{\sqrt{1-m^2}}.$$
 (2.86)

Der Anstieg c in Abbildung 2.6 charakterisiert die Lage eines beliebigen Spannungszustands. Die Schwächung wird nur vorgenommen, wenn für c gilt:

$$m \le c = \frac{f_{E0,ZFB}}{f_{E,FB}} \le \frac{1}{s}.$$
 (2.87)

Aus den Gleichungen (2.84) und (2.87) folgt für die Berechnung des Schwächungsfaktors:

$$\eta_w = \frac{c\left(a\sqrt{c^2(a^2 - s^2) + 1} + s\right)}{(c \cdot a)^2 + 1}.$$
(2.88)

#### 2.2.2 Versagenskriterium für die Biaxial-Gelege-Schicht

Dem Autor ist keine allgemein bewährte Methode zur Festigkeitsanalyse von orthotropen Biaxial-Gelege-Schichten bekannt. In [7, 46] wird vorgeschlagen, Gewebe-Schichten als 0/90°-Laminat mit UD-Schichten zu modellieren. Die Kennwerte der UD-Schicht müssen hierfür aus den Charakterisierungsversuchen am Gewebe-Laminat kalibriert werden. Ein analoges Vorgehen bietet sich aufgrund der bereits beschriebenen Ähnlichkeit beider Halbzeuge auch für die Biaxial-Gelege-Schicht an. Allen nachfolgenden Herleitungen ist vorausgesetzt, dass die Fasertypen in Kett- und Schussrichtung identisch sind.

Üblicherweise wird die experimentelle Bestimmung des Faservolumengehalts von FKV für das gesamte Laminat durchgeführt. Es wird somit angenommen, dass der FVG über die Höhe des Laminats konstant ist. Daraus folgt, dass auch die Faservolumengehalte der, aus den B-Schichten aufgeteilten, UD-Schichten gleich ist. Aus der CLT resultiert unter dieser Voraussetzung, dass der Schubmodul des 0/90°-Laminats gleich dem der zu Grunde liegenden UD-Schichten ist:

$$G_{KS} = G_{\parallel \perp}.\tag{2.89}$$

Bei einer Schubverformung dieses Laminats in der Ebene sind die Schubspannungen im gesamten 0/90°-Laminat und in den einzelnen UD-Schichten laut CLT auch identisch. Daher kann die Schubfestigkeit der UD-Schichten mit der Schubfestigkeit der Biaxial-Gelege-Schicht gleichgesetzt werden.

$$R_{KS} = R_{\perp \parallel} \tag{2.90}$$

Eine Kalibrierung der UD-Kennwerte  $G_{\parallel \perp}$  und  $R_{\perp \parallel}$  mit den Messwerten  $G_{KS}$  und  $R_{KS}$  der B-Schichten ist daher nicht notwendig.

Für die übrigen Elastizitätskonstanten der UD-Schicht  $E_{\parallel}$ ,  $E_{\perp}$  und  $v_{\perp\parallel}$  ist jedoch eine Kalibrierung an die Kennwerte der B-Schicht aus den Charakterisierungsversuchen  $E_K$ ,  $E_S$  und  $v_{SK}$ notwendig. Da folgend nur Biaxial-Gelege-Halbzeuge mit gleichen Fasermassen in Kett- und Schussrichtung betrachtet werden, können weitere Vereinfachungen gemacht werden. Neben dem Faservolumengehalt sind folglich ebenfalls die einzelnen Schichtdicken des 0/90°-Laminats gleich. Aus der CLT folgt somit für den E-Modul in Kett- und Schussrichtung:

$$E_{K} = E_{S} = \frac{1}{2} \frac{(E_{\parallel} + E_{\perp})^{2} - (2\nu_{\perp\parallel}E_{\perp})^{2}}{\left(1 - \nu_{\perp\parallel}^{2}\frac{E_{\perp}}{E_{\parallel}}\right)(E_{\parallel} + E_{\perp})}$$
(2.91)

und für die Querkontraktionszahl:

$$\nu_{SK} = \frac{2\nu_{\perp\parallel}E_{\perp}}{E_{\parallel} + E_{\perp}}.$$
(2.92)

Mit Hilfe eines Optimierungsalgorithmus können  $E_{\parallel}$ ,  $E_{\perp}$  und  $v_{\perp\parallel}$  an die Versuchswerte  $E_K$ ,  $E_S$ und  $v_{SK}$  kalibriert werden. Ein Gradienten-basierter Optimierer mit multiplen Startpunkten minimiert hierfür die Fehlerquadrate zwischen den experimentellen und berechneten Elastizitätskonstanten  $E_K$ ,  $E_S$  und  $v_{SK}$ . Da allerdings nur zwei unabhängige Gleichungen für drei Unbekannte vorhanden sind, wird die Querkontraktionszahl mit Hilfe der Mischungsregel nach [1] abgeschätzt. Für ein bimodulares Elastizitätsgesetz muss die Kalibrierung sowohl für den Zug- als auch für den Druckmodul der UD-Schichten durchgeführt werden.

Die faserparallelen Festigkeiten der UD-Schicht können über die gemessenen Bruchdehnungen der B-Schichten und dem zuvor kalibrierten faserparallelen E-Modul der UD-Schicht mit Hilfe der CLT abgeschätzt werden.

$$R_{\parallel,Z/D} = E_{\parallel,Z/D} \varepsilon_{B,Z/D} \tag{2.93}$$

 $\varepsilon_{B,Z/D}$  ist dabei der Mittelwert aus den beiden Bruchdehnungen in Kett-  $\varepsilon_{B,K,Z}$  und in Schussrichtung  $\varepsilon_{B,S,Z}$  des Zugversuchs sowie in Kett-  $\varepsilon_{B,K,D}$  und in Schussrichtung  $\varepsilon_{B,S,D}$  des Druckversuchs.

Für eine analoge Berechnung von  $R_{\perp,Z}$  und  $R_{\perp,D}$  sind die Dehnungswerte zum Zeitpunkt der Zwischenfaserbrüche in den B-Schichten notwendig. Dieser Zeitpunkt kann ohne größeren

Versuchsaufwand nur schwer bestimmt werden. Zum Beispiel wird mit Hilfe von akustischen Messsystemen versucht, den Beginn des ZFB zu detektieren. Eine Abschätzung mittels Erfahrungswerten von ähnlichen Faser-Matrix-Kombinationen wird als ausreichend angenommen. Dies zeigt beispielhaft Abbildung 2.7 am Zugversuch eines 0/90°-GFK-Laminats.



Abbildung 2.7: Simulation des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs eines 0/90°-GFK-Laminats unter Verwendung der fasersenkrechten Zugfestigkeit aus Erfahrungswerten und eines um 10 % abweichenden Wertes

Eine im Vergleich zu Erfahrungswerten um 10% größere fasersenkrechte Zugfestigkeit verschiebt nur den Zeitpunkt des Zwischenfaserbruchs der 0°- und 90°-Schichten. Das endgültige Laminatversagen ist jedoch bei beiden Simulationen identisch. Da unter einer Druckspannung die faserparallele Festigkeit häufig weit vor der fasersenkrechten Druckfestigkeit erreicht wird, spielt eine Änderung von  $R_{\perp,D}$  um 10% keine Rolle. Mit der Abschätzung der fasersenkrechten Festigkeiten sind alle notwendigen Größen der UD-Schicht vorhanden, um das Wirkebenen-Bruchkriterium nach Puck aus dem vorherigen Abschnitt anwenden zu können.

#### 2.2.3 Versagenskriterium für die Gewebe-Schicht

Nach [46] sind aufgrund fehlender experimenteller Ergebnisse keine empfehlenswerten Festigkeitskriterien für orthotrope Gewebe vorhanden. Bei der in [7, 46] vorgeschlagenen Modellierung von Gewebe-Schichten mit vier UD-Schichten und den Orientierungen [0/90/90/0] ist die Biegesteifigkeit in 0°-Richtung größer als in 90°-Richtung. Dies ist quantitativ in Tabelle 2.1 dargestellt.

Modellierung	Biegemodul 0° [MPa]	Biegemodul 90° [MPa]		
G-Schicht	53.000	53.000		
UD-Schicht	86.160	19.900		

Tabelle 2.1: Einfluss der Modellierung auf Biegemodul

Die Unterschiede des Biegemoduls sind in diesem Maße im Versuch nicht zu beobachten. Deshalb wird eine Aufspaltung in UD-Schichten nur für die B-Schicht angewendet. Eine G-Schicht wird weiterhin mit einer Einzelschicht pro Halbzeuglage im Verbundlaminat modelliert. Das Wirkebenen-Bruchkriterium ist damit nicht mehr anwendbar und es wird daher eine neue Lösung für die G-Schicht entwickelt.

Das Versagenskriterium für die G-Schicht soll nur für den ebenen Spannungszustand formuliert werden ( $\sigma_{33} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$ ). Bei den Versuchen zur Ermittlung der Grundfestigkeiten  $R_{K,Z}$ ,  $R_{K,D}$ ,  $R_{S,Z}$  und  $R_{S,D}$  werden Faserbrüche beobachtet. Die Schubfestigkeit  $R_{KS}$  geht mit einem Zwischenfaserbruch einher. Im Gegensatz zur unidirektionalen Einzelschicht sind somit Faserbrüche in zwei Richtungen möglich. Es wird angenommen, dass der Faserbruch wie bei der UD-Schicht in Abschnitt 2.2.1 ausschließlich durch die entsprechenden faserparallelen Spannungen verursacht wird. Somit ergeben sich in Kett- und Schussrichtung die zwei Anstrengungen für den Faserbruch:

$$f_{E,KFB} = \frac{|\sigma_{11}|}{R_{K,Z/D}};$$
(2.94)

$$f_{E,SFB} = \frac{|\sigma_{22}|}{R_{S,Z/D}}.$$
 (2.95)

Für den ZFB aufgrund der Schubbelastung wird ein Maximalspannungskriterium verwendet:

$$f_{E,ZFB} = \frac{|\tau_{12}|}{R_{KS}}.$$
 (2.96)

Für die Ableitung eines Versagenskriteriums, welches eventuelle Interaktionen der Spannungskomponenten  $\sigma_{11}$  und  $\sigma_{22}$  beinhaltet, sind dem Autor keine Versuchsdaten vorhanden oder bekannt. Auf eine zusätzliche Schwächung von  $R_{KS}$  aufgrund hoher faserparalleler Spannungen analog zur UD-Schicht wird wegen der fehlenden experimentellen Datenbasis ebenfalls verzichtet.

# 2.3 Nachversagensverhalten

Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf nach dem Erreichen der Bruchbedingung wird als Nachversagensverhalten bezeichnet. Die dabei auftretende Schädigung des Materials wird in einer Degradationsanalyse berücksichtigt. In [49] werden verschiedene Degradationsansätze vorgestellt, welche in Abbildung 2.8 dargestellt sind.



Abbildung 2.8: Verschiedene Degradationsansätze am Beispiel der  $\sigma_{22}$ - $\epsilon_{22}$ -Kurve [49]

Es sind dem Autor keine komplexeren Ansätze bekannt, welche ohne zusätzliche Parameter und Versuche auskommen. Diese Versuche sind in der frühen Konstruktionsphase sehr wahrscheinlich nicht vorhanden, welches auch für diese Arbeit gilt. Daher wird ein einfacher plydiscount-Ansatz wie in [11, 21] angewendet. Bei der ply-discount-Degradation werden die Elastizitätskennwerte augenblicklich auf einen zu definierenden Bruchteil des Ausgangswertes degradiert. Diese Methode ist ähnlich dem Beispiel (c) in Abbildung 2.8.

## 2.3.1 Nachversagensverhalten der UD-Schicht

Nach dem Wirkebenen-Bruchkriterium von Puck für den ebenen Spannungszustand wird zwischen Faser- und Zwischenfaserbruch unterschieden. Bei einem FB aufgrund einer Zugbeanspruchung wird die angrenzende Matrix ebenfalls beschädigt [1]. Für den Faserbruch unter einer Druckbelastung wird häufig das Schubknicken als Versagensmodus beschrieben. Auch dieser Bruchmodus geht mit einer Schädigung des angrenzenden Matrixmaterials einher [15]. Da beide Faserbruchmodi mit einem Versagen der Kunststoffmatrix gekoppelt sind, sollten neben dem faserparallelen E-Modul und der Querkontraktionszahl auch der fasersenkrechte E-Modul und der Schubmodul degradiert werden.

Bei einem Zwischenfaserbruch werden die Fasern als intakt angenommen, weshalb viele Autoren den faserparallelen E-Modul nach einem ZFB nicht degradieren [12, 13, 15, 21]. In diesem Fall werden nur  $E_{\perp}$ ,  $\nu_{\perp\parallel}$  und  $G_{\perp\parallel}$  herabgesetzt. Infolge eines Zwischenfaserbuchs unter Zug ist laut [13, 15] eine Übertragung von Druckspannungen nach Lastumkehr über die Rissufer weiter möglich. Dies gilt allerdings für einen ideal orientierten Riss unter 0°. In der Realität ist ein stark zerklüftetes Rissufer mit lokalen Winkeln ungleich Null zu beobachten. Weiterhin sind keine experimentellen Daten bekannt, welche diese Annahme belegen. Daher wird nach einem ZFB unter Zug auch bei Lastumkehr mit den degradierten Elastizitäten gerechnet. Mit den beschriebenen Versagensvorgängen ergibt sich folgende degradierte Nachgiebigkeitsmatrix <u>S</u><sup>D</sup>:

$$\underline{S}^{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1 - d_{FB})E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & 0\\ -\frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{(1 - d_{ZFB})E_{\perp}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{(1 - d_{ZFB})G_{\parallel\perp}} \end{bmatrix}.$$
 (2.97)

Die Schädigungsvariablen  $d_{FB}$  und  $d_{ZFB}$  sind für die ply-discount Methode konstant. Diese Werte geben den relativen Verlust der Steifigkeit des makroskopisch geschädigten Materials wieder. Es sind keine allgemein anerkannten Experimente bekannt, mit denen die Reststeifigkeit nach einem FB oder ZFB bestimmt werden kann. Für eine sichere Auslegung wird daher ein hoher Wert von 0,99 für die Steifigkeitsabminderung vorgeschlagen. Wichtig ist weiterhin, dass zur Erfüllung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik die Wahl von  $d_{ZFB}$  nicht komplett frei ist. Es muss folgende Bedingungen erfüllt werden:

$$d_{ZFB} > \max\left\{1 - \frac{R_{\perp,D}}{E_{\perp}\varepsilon_{B,\perp}}; 1 - \frac{R_{\perp\parallel}}{G_{\parallel\perp}\gamma_{B,\perp\parallel}}\right\}.$$
(2.98)

Die endgültige Nachgiebigkeitsmatrix setzt sich aus dem bimodularen nichtlinearen und dem degradierten Anteil folgendermaßen zusammen:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} S_{11}^{NL} \left[ 1 - \eta_{FB} \left( 1 - \frac{S_{11}^{D}}{S_{11}^{NL}} \right) \right] & -\frac{\nu_{\perp \parallel}}{E_{\parallel}} & 0 \\ -\frac{\nu_{\parallel \perp}}{E_{\perp}} & S_{22}^{NL} \left[ 1 - \eta_{ZFB} \left( 1 - \frac{S_{22}^{D}}{S_{22}^{NL}} \right) \right] & 0 \\ 0 & 0 & S_{66}^{NL} \left[ 1 - \eta_{ZFB} \left( 1 - \frac{S_{66}^{D}}{S_{66}^{NL}} \right) \right] \end{bmatrix}.$$
(2.99)

Die Parameter  $\eta_{FB}$  und  $\eta_{ZFB}$  sind vor dem Erreichen der jeweiligen Bruchbedingung für FB oder ZFB Null. Nach dem Eintreten der Faserbruchbedingung wird  $\eta_{FB} = \eta_{ZFB} = 1$  und entsprechend für den Zwischenfaserbruch nur  $\eta_{ZFB} = 1$  gesetzt.

#### 2.3.2 Nachversagensverhalten der Gewebe-Schicht

Auch bei der Gewebe-Schicht gibt es die Unterteilung in die beiden Bruchmodi FB und ZFB. Hinsichtlich des Faserbruchs werden die gleichen Phänomene wie bei der UD-Schicht beobachtet. Wenn die Kett- oder Schussfasern aufgrund einer Zug- oder Druckbeanspruchung brechen, wird das Matrixmaterial ebenfalls geschädigt. Ein Faserbruch in Kettrichtung wird allerdings nicht mit einem Faserbruch in Schussrichtung gekoppelt und vice versa.

Der Zwischenfaserbruch hat wiederum keinen Einfluss auf den Schädigungszustand der Fasern, womit nur der Schubmodul und die Querkontraktionszahl degradiert werden.

Somit wird die degradierte Nachgiebigkeitsmatrix für den Fall eines Schussfaser- (SFB), Kettfaser- (KFB) oder Zwischenfaserbruches folgendermaßen aufgestellt:

$$\underline{S}^{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1 - d_{KFB})E_{K}} & -\frac{(1 - d_{ZFB})v_{SK}}{E_{K}} & 0\\ -\frac{(1 - d_{ZFB})v_{KS}}{E_{S}} & \frac{1}{(1 - d_{SFB})E_{S}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{(1 - d_{ZFB})G_{KS}} \end{bmatrix}.$$
(2.100)

Die relativen Steifigkeitsabminderungen  $d_{KFB}$ ,  $d_{SFB}$  und  $d_{ZFB}$  werden wie bei der UD-Schicht mit 0,99 definiert. Es besteht die Möglichkeit diese Werte an geeignete Versuche anzupassen. Jedoch sind solche Experimente bisher nicht bekannt. Aufgrund des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik gilt wiederum für  $d_{ZFB}$ :

$$d_{ZFB} > 1 - \frac{R_{KS}}{G_{KS}\gamma_{B,KS}}.$$
 (2.101)

Abschließend folgt die Nachgiebigkeitsmatrix für die Gewebe-Schicht aus dem nichtlinearen und dem degradierten Anteil:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} S_{11}^{NL} \left[ 1 - \eta_{KFB} \left( 1 - \frac{S_{11}^{D}}{S_{11}^{NL}} \right) \right] & S_{12}^{NL} \left[ 1 - \eta_{ZFB} \left( 1 - \frac{S_{12}^{D}}{S_{12}^{NL}} \right) \right] & 0 \\ S_{21}^{NL} \left[ 1 - \eta_{ZFB} \left( 1 - \frac{S_{21}^{D}}{S_{21}^{NL}} \right) \right] & S_{22}^{NL} \left[ 1 - \eta_{SFB} \left( 1 - \frac{S_{22}^{D}}{S_{22}^{NL}} \right) \right] & 0 \\ 0 & 0 & S_{66}^{NL} \left[ 1 - \eta_{ZFB} \left( 1 - \frac{S_{66}^{D}}{S_{66}^{NL}} \right) \right] \end{bmatrix}.$$
(2.102)

 $\eta_{KFB}$  oder  $\eta_{SFB}$  wechseln von Null auf Eins sobald die jeweilige Bruchbedingung für  $f_{E,KFB}$ oder  $f_{E,SFB}$  erfüllt wird. Bei  $\eta_{ZFB}$  gilt dies analog für  $f_{E,ZFB}$ ,  $f_{E,KFB}$  oder  $f_{E,SFB}$ .

# 3 Einfluss der out-of-plane Rovingwelligkeit auf die mechanischen Kennwerte

In textilen FKV-Materialien werden periodische out-of-plane Rovingwelligkeiten beobachtet. Um den Einfluss von Rovingwelligkeiten besser zu verstehen, sollen im ersten Teil dieses Kapitels unidirektional verstärkte FKV-Probekörper mit gezielt eingebrachten Rovingwelligkeiten hergestellt und geprüft werden. Hierfür muss im Vorfeld definiert werden, wie die Geometrie der Rovingwelligkeit mathematisch beschrieben werden soll und welche Parameter daraus folgen. Wie bei den meisten Veröffentlichungen [25, 28, 29, 31, 32, 35, 36, 37, 40] soll auch hier eine trigonometrische Beschreibung der Rovingwelligkeit genutzt werden. Dabei sind die Wellenamplitude s und die Wellenlänge L die zu untersuchenden Parameter.

$$z(x) = \frac{s}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \tag{3.1}$$

Im zweiten Teil wird der Einfluss der Rovingwelligkeiten auf die Kennwerte von textilen FKV-Materialien untersucht. Die hier geprüften Halbzeuge werden auch in der Praxis eingesetzt. Es wurden zwei Gewebe mit unterschiedlichen Flächengewichten und Bindungsarten sowie zwei Biaxial-Gelege mit unterschiedlichen Faserwerkstoffen im Verbund mit Epoxidharz getestet.

## 3.1 Herstellung der Laminate mit gezielt eingebrachten Rovingwelligkeiten

Für ein besseres Verständnis des Einflusses der periodischen Faserondulationen von textilen FKV-Materialien auf die Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte werden Flachprobekörper mit gezielt eingebrachten Rovingwelligkeiten (Welligkeitsproben) bis zum Versagen getestet (Welligkeitsversuche). Dabei sollen vor dem endgültigen Versagen des Laminats durch Faserbruch keine Zwischenfaserbrüche in benachbarten Schichten vorhanden sein. Folgende Randbedingungen werden daher für die Herstellung der Probeplatten definiert:

- Herstellung im resin transfer molding (RTM) Prozess
- Periodische out-of-plane Rovingwelligkeiten über die gesamte Prüflänge
- Unidirektionale Verstärkung

Keine dem Autor bekannte Fertigungsmethode erfüllt all diese Bedingungen gleichzeitig, weshalb ein neues Vorgehen zur Einbringung gezielter out-of-plane Rovingwelligkeiten entwickelt wurde. Grundidee ist die Verwendung von UD-Geweben, bei denen das Flächengewicht z.B. in Kettrichtung sehr viel größer ist als in Schussrichtung. Aufgrund des Verwebens weist ein solch quasi-unidirektional verstärkendes Halbzeug Welligkeiten über seine komplette Fläche auf. Für die UD-Gewebe wurden in Richtung des höheren Flächengewichts T700 Kohlenstofffasern verwendet. Dieser Fasertyp ist häufig in automobilen Anwendungen zu finden. Die T700-12k Rovings wurden in Kettrichtung gelegt und als Schussfaden wurde ein Polyamid-Monofil auf einer Webmaschine eingewebt. Polyamid (PA) hat einen E-Modul, der ähnlich groß wie der von Epoxidharz ist. Somit ist eine verstärkende oder schwächende Wirkung des Monofils auf die Epoxidmatrix quasi nicht vorhanden. Die Kettfadendichte betrug *KF* = 3 cm<sup>-1</sup>, welches nach

$$F_A = \frac{m_f}{l} KF \tag{3.2}$$

bei einer Rovingfeinheit  $m_f/l = 800$  tex ein typisches Flächengewicht von  $F_A = 240 \text{ g/m}^2$  ergibt.

Durch die Verwendung von PA-Monofilen mit drei verschiedenen Durchmessern wurde die Amplitude eingestellt. Die Einstellung von vier verschiedenen Wellenlängen erfolgte mit Hilfe der Schussfadendichte *SF*. Tabelle 3.1 gibt eine Übersicht der Fertigungsparameter der UD-Gewebe und den daraus resultierenden sechs Parameterkombinationen für die Amplitude und die Wellenlänge.

UD-Gewebe können mit Hilfe des RTM-Prozesses infiltriert werden. Die obere und untere Werkzeugseite einer RTM-Presse besteht üblicherweise aus Stahl oder Aluminium. Somit werden ebenfalls zwei glatte Oberflächen realisiert. Ein typischer Faservolumengehalt in der Automobilindustrie liegt zwischen 40-60%. Für den Faservolumengehalt der Probeplatten wurde die untere Grenze dieses Intervalls angestrebt. Somit wird das Risiko unvollständiger Durchtränkung minimiert. Mit der Faserdichte  $\rho_f = 1.8 \text{ g/cm}^3$  und dem Flächengewicht von n = 6 Schichten UD-Gewebe wird nach

$$t = \frac{nF_A}{\varrho_f \varphi} \tag{3.3}$$

eine Plattendicke von t = 2 mm berechnet.

Variante	Kettfaden	KF [cm <sup>-1</sup> ]	Schuss- faden	SF [cm <sup>-1</sup> ]	s [mm]	L [mm]
1	T700-12k	3	Monofil Euroclear SH3 0,1	1,7	0,1	11,76
2	T700-12k	3	Monofil Euroclear SH3 0,1	2,2	0,1	9,09
3	T700-12k	3	Monofil Euroclear SH3 0,1	3,2	0,1	6,25
4	T700-12k	3	Monofil Euroclear SH3 0,08	3,2	0,08	6,25
5	T700-12k	3	Monofil Euroclear SH3 0,055	3,2	0,055	6,25
6	T700-12k	3	Monofil Euroclear SH3 0,1	6,63	0,1	3,02

Tabelle 3.1: Übersicht der Herstellungsparameter von den UD-Geweben

Für die Infiltrierung in der RTM-Presse wurde ein Zweikomponenten Epoxidsystem verwendet. Die Platten wurden anschließend entsprechend der Herstellerangaben bei 160°C für vier Stunden ausgehärtet. Der Verbund aus UD-Gewebe-Halbzeug und Epoxidharz wird im Folgenden mit der Bezeichnung UD-Gewebe abgekürzt.

# 3.2 Herstellung der Laminate mit Geweben und Biaxial-Gelegen

Für die experimentellen Untersuchungen an FKV-Materialien aus Gewebe-Halbzeugen wurden zwei Halbzeuge mit unterschiedlichen Flächengewichten verwendet. Das erste Gewebe wurde mit T700-12k-Rovings in Leinwandbindung zu einem Flächengewicht von 330g/m<sup>2</sup> verwebt. Als zweites Halbzeug wurde ein T700-12k-Köpergewebe mit 660 g/m<sup>2</sup> untersucht. Die Herstellung der Probeplatten mit dem 330 g/m<sup>2</sup>-Gewebe erfolgte mit dem RTM-Prozess. Der Verbund des 330 g/m<sup>2</sup>-Gewebe-Halbzeugs mit einem, für den RTM-Prozess geeigneten, Epoxidharz wird im Folgenden als 330-Gewebe bezeichnet (Abbildung 3.1). Die Probeplatten, bestehend aus sechs Halbzeug-Lagen, für die Zug- und Schubversuche haben eine Dicke von 2,4 mm. Für die Druckversuche wurden Platten aus zehn Gewebe-Lagen mit einer Dicke von 4 mm gefertigt. In beiden Fällen führt dies nach Gleichung (3.3) zu einem Faservolumengehalt von 45,8%. Alle Lagen wurden mit den Kettfasern in 0°-Richtung ausgerichtet.

Das 660 g/m<sup>2</sup>-Gewebe wurde mit einem geeigneten Epoxidharz vorimprägniert. Somit handelt es sich um ein Prepreg-Halbzeug, welches nachfolgend als 660-Gewebe abgekürzt wird (Abbildung 3.1). Die Aushärtung der Probeplatten erfolgte demzufolge in einem Autoklaven. Die Platten wurden mit vier Lagen auf eine Dicke von 2,8 mm geschichtet und haben damit einen Faservolumengehalt von 52,4%. Die Kettfasern wurden für alle Lagen in 0°-Richtung orientiert.





Abbildung 3.1: Links: 330-Gewebe; Rechts: 660-Gewebe

Die versuchsseitige Analyse von vernähten Gelegen wurde an Biaxial-Gelegen durchgeführt. Bei dieser Art des textilen Halbzeugs werden die Rovings üblicherweise in 0° und 90° oder in +45° und -45°-Richtung mit Hilfe eines Polyesterfadens miteinander verwirkt. Es wurde eine Variante mit T700 Kohlenstofffasern sowie eine mit E-Glasfasern untersucht. Die Infiltration beider Halbzeuge mit Hilfe des RTM-Prozesses erfolgte mit dem gleichen Epoxidharz wie beim 330-Gewebe. Der erste Verbund wird nachfolgend mit CFK-Gelege und letzterer mit GFK-Gelege bezeichnet (Abbildung 3.2).

Für die Zug- und Druckprüfungen in 0°- und 90°-Richtung wurden CFK-Gelege-Probeplatten bestehend aus sechs Schichten 0°/90°-Biaxial-Gelege mit den Kettfäden in 0°-Richtung gelegt. Außerdem erfolgte die Herstellung von Prüfplatten für Zugversuche an einem  $\pm 45^{\circ}$ -Laminat. Hierfür wurden sechs  $\pm 45^{\circ}$ -Halbzeug-Lagen mit den Kettfasern in  $+45^{\circ}$ -Richtung geschichtet. Die beiden Halbzeuge haben ein Flächengewicht von  $360 \text{ g/m}^2$ . Bei einer realisierten Dicke von 2,4 mm für die Prüfplatten resultiert damit ein Faservolumengehalt von 50,0%.



Abbildung 3.2: Links: CFK-Gelege; Rechts: GFK-Gelege

Für die GFK-Gelege-Platten wurden ebenfalls sechs Schichten mit einem Flächengewicht von  $470 \text{ g/m}^2$  mit den Kettfäden in 0°-Richtung orientiert. Nach Gleichung (3.3) folgt bei einer Plattendicke von 2,4 mm ein Faservolumengehalt von 45,2%. Tabelle 3.2 gibt eine Übersicht der hergestellten Prüfplatten.

			-	
Halbzeug/Harz	Roving	Lagenaufbau	Flächengewicht [g/m²]	Rechnerischer Faservolumen- gehalt [%]
330-Gewebe/ RTM-Epoxid	T700-12k	[(0°/90°) <sub>3S</sub> ]	330	45,8
660-Gewebe/ prepreg-Epoxid	T700-12k	[(0°/90°) <sub>2S</sub> ]	660	52,4
CFK-Gelege/ RTM-Epoxid	T700-12k	[(0°/90°) <sub>3S</sub> ]	360	50,0
		[(+45°/-45°) <sub>3S</sub> ]	360	50,0
GFK-Gelege/ RTM-Epoxid	E-Glas	[(0°/90°) <sub>38</sub> ]	470	45,2

#### Tabelle 3.2: Übersicht der Prüfplatten

## 3.3 Ermittlung der Zugeigenschaften

Um den Einfluss der out-of-plane Rovingwelligkeiten auf die mechanischen Zugeigenschaften von FKV zu bestimmen, wurden quasistatische Zugversuche in Anlehnung an die Normen DIN 527-1, -4 und -5 [50, 51, 52] durchgeführt. Die Kraftmessung erfolgte mit einer Kraftmessdose und die Kontrolle der Längs- und Querdehnungen mit Hilfe von zwei Dehnmessstreifen (DMS) mit einer Messgitterlänge von 6 mm. Die Probenabmessungen waren mit einer Ausnahme identisch zu den Vorgaben aus der Norm. Abweichend zur Norm [52] hatten die in 0°-Richtung unidirektional verstärkten Proben vom Typ A eine Dicke von 2 mm und waren 300 mm statt 250 mm lang. Aufgrund der größeren Probenlänge war es möglich, Krafteinleitungslängen von 75 mm statt 50 mm zu realisieren. Dies senkt das Risiko des Versagens der Klebung zwischen Krafteinleitungselement und Probe während der Prüfung. Für die bidirektional verstärkten Proben aus Abschnitt 3.2 wurde der genormte Probekörpertyp 3 ohne Zentrierlöcher verwendet [51].

Die Krafteinleitungselemente aus glasfaserverstärkten Kunststoff wurden auf einen mehrere Probenbreiten einschließenden Bereich beidseitig an den zwei gegenüber liegenden Enden der Probeplatten aufgeklebt. Anschließend erfolgte der Zuschnitt der Proben auf die endgültige Breite. Im letzten Schritt vor der Prüfung wurden die DMS appliziert und die Proben auf Raumtemperatur und Raumfeuchtigkeit konditioniert. Somit konnte gewährleistet werden, dass alle Proben den gleichen Wassermassengehalt aufwiesen.

Die Prüfgeschwindigkeit betrug 1-2 mm/min und liegt damit im Bereich der Quasistatik. Die Querschnittsabmaße wurden für jede Probe in der Mitte und nahe den Krafteinleitungselementen gemessen. Danach erfolgte die Einspannung der Probe in die Prüfmaschine und die Prüfung bis zum Bruch.

Die gemessene Kraft F wurde nach

$$\sigma_Z = \frac{F}{A_0} \tag{3.4}$$

auf den Ausgangsquerschnitt  $A_0$  bezogen, welches allgemein als technische Zugspannung  $\sigma_Z$  bezeichnet wird. Als Bruchspannung  $R_Z$  wurde der maximal erreichte Wert definiert. Die Berechnung der technischen Dehnung  $\varepsilon_Z$  erfolgte über die gemessene Längenänderung  $\Delta l$  und die Ausgangslänge l des DMS-Messgitters:

$$\varepsilon_Z = \frac{\Delta l}{l_0}.\tag{3.5}$$

Die Bruchdehnung  $\varepsilon_{B,Z}$  wurde als der zur Bruchspannung zugehörige Dehnungswert definiert. Die Berechnung des E-Moduls erfolgte nach der von der Norm vorgeschlagenen Gleichung

$$E_Z = \frac{\sigma_Z'' - \sigma_Z'}{\varepsilon_Z'' - \varepsilon_Z'}.$$
(3.6)

für den Sekanten-Modul  $E_Z$ .  $\sigma'_Z$  und  $\sigma''_Z$  sind dabei die Spannungen, welche bei den Dehnungswerten  $\varepsilon'_Z = 0,05\%$  und  $\varepsilon''_Z = 0,25\%$  gemessen wurden. Die Maximallasten der verschiedenen Materialien können stark voneinander abweichen. Daher wurde auch der E-Modul  $E_{Z,10\%}$  als Sekante zwischen 5% und 10% der Maximallast bestimmt. Somit wurde eine bessere Vergleichbarkeit der unterschiedlichen Materialien erzielt.

$$E_{Z,10\%} = \frac{0.1 R_Z - 0.05 R_Z}{\varepsilon_Z(0.1 R_Z) - \varepsilon_Z(0.05 R_Z)}$$

Die Berechnung der Querkontraktionszahl  $\nu_{21}$  erfolgte, wie im deutschsprachigen Raum üblich, nach

$$\nu_{21} = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}}.$$
 (3.7)

Dabei resultiert aufgrund der Dehnung in Kraftrichtung  $\varepsilon_{11}$  eine entgegensetzte Dehnung  $\varepsilon_{22}$  quer dazu. Die Querkontraktionszahl  $v_{12}$  folgt aus der Maxwell-Betti-Beziehung und musste daher nicht im Versuch ermittelt werden [1].

$$\nu_{12} = \frac{E_{22}}{E_{11}} \nu_{21} \tag{3.8}$$

## 3.4 Ermittlung der Druckeigenschaften

Die quasistatischen Druckprüfungen für die Ermittlung der mechanischen Druckeigenschaften wurden an DIN EN ISO 14126 [53] angelehnt. Die Kraftmessung erfolgte ebenfalls mit einer Kraftmessdose. Für die Dehnungsbestimmung in Kraftrichtung bei den unidirektional verstärkten Materialien wurde auf der einen Probenseite ein Video- (VEX) und auf der anderen ein Laserextensometer (LEX) verwendet. Das Videoextensometer hatte eine Messgitterlänge von 3 mm und das Laserextensometer von 1 bis 5 mm. Für die bidirektionalen Gewebe- und Gelege-Materialien wurden beidseitig DMS mit einer Messgitterlänge von 3 mm verwendet. Die beidseitige Dehnungsmessung ist notwendig, um ein mögliches Eulerknicken detektieren zu können. Die Gesamtstauchung der Probe ergibt sich über den Mittelwert beider Dehnungssignale.

Von den genormten Probekörpern wurde der Typ B1 verwendet. Dieser hat eine Länge von 110mm und eine Breite von 10mm. Für die 330-Gewebe-Proben wurde der Probekörpertyp B2 verwendet. Dieser ist 125mm lang und 25mm breit. Diese Abweichung hat keinen speziellen Grund, sondern ist dem Umstand geschuldet, dass hier auf ältere Versuchsdaten der Firma Daimler zurückgegriffen wurde. Somit konnte auf den hier verwendeten Probekörper kein Einfluss genommen werden. Gleiche Probekörper sind allerdings zu bevorzugen.

Bei allen Probekörpern wurden zusätzlich Krafteinleitungselemente aus glasfaserverstärktem Kunststoff an den Enden beidseitig aufgeklebt, sodass eine freie Probekörperlänge von 10 mm blieb. Die Probekörperherstellung erfolgte nach demselben Schema wie bei der Zugprobe in Abschnitt 3.3.

Die Versuche wurden mit einer Prüfgeschwindigkeit von 1-2 mm/min quasistatisch bis zum Bruch gefahren. Nachdem die Querschnittsabmaße kontrolliert und dokumentiert worden sind, erfolgten anschließend die Fixierung der Probe in der Einspannvorrichtung und die Prüfung bis zum Bruch.

Die technische Druckspannung  $\sigma_D$  und -stauchung  $\varepsilon_D$  sowie der Druck-E-Modul  $E_D$  wurden analog zum Zugversuch nach den Formeln:

$$\sigma_D = \frac{F}{A_0},\tag{3.9}$$

$$\varepsilon_D = \frac{\Delta l}{l_0},\tag{3.10}$$

$$E_D = \frac{\sigma_D^{\prime\prime} - \sigma_D^{\prime}}{\varepsilon_D^{\prime\prime} - \varepsilon_D^{\prime}} \tag{3.11}$$

berechnet.  $\sigma'_D$  und  $\sigma''_D$  sind die Spannungswerte, welche bei den Dehnungen  $\varepsilon'_D = 0.05\%$  und  $\varepsilon''_D = 0.25\%$  gemessen wurden. Das Maximum des Spannungsverlaufs ist gleichzeitig die Bruchspannung  $R_D$  und der dazugehörige Dehnungswert ist die Bruchdehnung  $\varepsilon_{B,D}$ .

## 3.5 Ermittlung der Schubeigenschaften

Zur experimentellen Bestimmung der Schubeigenschaften der CFK-Gelege- und 330-Gewebe-Materialien wurden Zugversuche an  $\pm 45^{\circ}$ -Laminaten in Anlehnung an DIN EN ISO 14129 [54] durchgeführt. Die Prüfung der GFK-Gelege und 660-Gewebe erfolgte mit der Iosipescuprobe in Anlehnung an ASTM D 5379 [55]. Die Verwendung unterschiedlicher Versuchstypen hängt damit zusammen, dass auf ältere Versuche der Firma Daimler zurückgegriffen wurde. Daher konnte auf die Wahl der Probengeometrie kein Einfluss genommen werden. Ein einheitlicher Versuchstyp ist jedoch zu bevorzugen. Für das UD-Gewebe wurde der Iosipescuversuch gewählt, da die Herstellung von Probeplatten aus  $\pm 45^{\circ}$ -Laminaten mit den vorhandenen Halbzeugbreiten sehr aufwendig ist.

Die Kraft wurde bei beiden Versuchstypen mit einer Kraftmessdose aufgenommen. Die Dehnungsmessung erfolgte in der Regel mit Hilfe von DMS. Nur für die UD-Gewebe wurde das Messsystem ARAMIS verwendet.

Die Probengeometrien entsprachen den Vorgaben der jeweiligen Normen [54, 55]. Auch bei diesen Versuchen wurden Krafteinleitungselemente aus glasfaserverstärktem Kunststoff nach dem Schema aus Abschnitt 3.3 aufgeklebt. Anschließend folgte das Sägen auf die endgültige Probenbreite.

Die fertigen Probekörper wurden bezüglich ihrer geometrischen Abmaße vermessen und anschließend in die Prüfvorrichtung eingespannt. Der Prüfvorgang lief mit einer Geschwindigkeit von 1-2 mm/min bis zum Bruch.

Die Berechnung der technischen Schubspannung  $\tau$  für den Iosipescuversuch erfolgte mit der gemessenen Maschinenkraft *F* und dem Ausgangsquerschnitt *A*<sub>0</sub> nach:

$$\tau = \frac{F}{A_0}.\tag{3.12}$$

Bei dem Zugversuch an ±45°-Laminaten wurde die Schubspannung nach

$$\tau = \frac{F}{2A_0} \tag{3.13}$$

bestimmt. Zur Ermittlung der Schubfestigkeit  $R_{12}$  wurde die Gültigkeitsgrenze bis zu einer Gleitung von 5% für die Schubspannungswerte definiert. Dies hängt damit zusammen, dass für große Verzerrungen die Rotationen der Fasern so groß sind, dass nicht mehr von einem reinen Schubspannungszustand ausgegangen werden kann. Der gemessene Gleitungswert an der Stelle der Schubfestigkeit ist die Bruchgleitung  $\gamma_B$ .

Die Berechnung der technischen Gleitung  $\gamma$  der Iosipescuproben erfolgte mit den zwei Dehnungssignalen  $\varepsilon_{+45}$  und  $\varepsilon_{-45}$  in jeweils +45° und -45°-Richtung bezüglich der Kraftachse:

$$\gamma_{12} = |\varepsilon_{+45}| + |\varepsilon_{-45}|. \tag{3.14}$$

Das Messsystem ARAMIS gab direkt die wahre Dehnungskomponente  $\varepsilon_{12,w}$  aus und musste daher in die wahre Gleitung  $\gamma_w$  umgerechnet werden.

$$\gamma_{12,w} = 2\varepsilon_{12,w} \tag{3.15}$$

Der Schubmodul wurde im Bereich kleiner Gleitungen bestimmt, womit die wahre Gleitung auch nahezu gleich der technischen Gleitung ist:

$$\gamma_{12,W} \approx \gamma_{12}. \tag{3.16}$$

Bei der Zugprobe an  $\pm 45^{\circ}$ -Laminaten erfolgte die Bestimmung der Gleitung über die Dehnungen parallel  $\varepsilon_{11}$  und senkrecht  $\varepsilon_{22}$  zur Kraft mit:

$$\gamma_{12} = \varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}. \tag{3.17}$$

Der Schubmodul  $G_{25\%}$  wurde für beide Versuche abweichend von den Normen mit der Sekante zwischen 25% und 10% der Maximallast bestimmt:

$$G_{25\%} = \frac{0.25 R_{12} - 0.10 R_{12}}{\gamma_{12}(0.25 R_{12}) - \gamma_{12}(0.10 R_{12})}.$$
(3.18)

Somit ist bei unterschiedlich hohen Festigkeiten der verschiedenen Materialien eine bessere Vergleichbarkeit der Schubmoduln möglich. Rutschen oder Setzungserscheinungen der Proben führten teilweise zu nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Verläufen im Anfangsbereich der Prüfungen. In diesem Fall wurden die Punkte für den Sekanten-Schubmodul so weit verschoben, dass dieser im linearen Bereich der Spannungs-Dehnungs-Kurve berechnet wurde.

#### 3.6 Ermittlung der Biegeeigenschaften

Die Biegeeigenschaften wurden mittels Vier-Punkt-Biegeversuchen in Anlehnung an DIN EN ISO 14125 [56] ausschließlich für die UD-Gewebe bestimmt. Die Messung der Kraft erfolgte mit einer Kraftmessdose. Die Durchbiegung wurde über die Position der Traverse sowie über einen zusätzlichen Wegaufnehmer mittig unter der Probe bestimmt.

Der normgerechte Zuschnitt der Proben erfolgte auf eine Länge von 100 mm und eine Breite von 15 mm. Krafteinleitungselemente waren bei diesem Versuch nicht notwendig.

Nach dem Messen der Querschnittsabmaße wurde die Probe mittig auf die l = 81 mm voneinander entfernten Auflager gelegt. Anschließend startete die Prüfung mit einer Geschwindigkeit von 10 mm/min bis zum Bruch.

Die Berechnung der Biegespannung  $\sigma_b$  resultierte aus der gemessenen Kraft, der Probebreite *b* und der -höhe *h* sowie dem Auflagerabstand mit:

$$\sigma_b = \frac{Fl}{bh^2}.$$
(3.19)

Mit Hilfe der Durchbiegung w in der Mitte der Probe folgte die Biegedehnung aus:

$$\varepsilon_b = \frac{4,7wh}{l^2}.\tag{3.20}$$

Ebenso kann die Biegedehnung über die Durchbiegung an den Druckfinnen  $w_D$  berechnet werden:

$$\varepsilon_b = \frac{5.4w_D h}{l^2}.\tag{3.21}$$

Die Messung von  $w_D$  erfolgte über den Traversenweg der Prüfmaschine. Der Maximalwert des Spannungsverlaufs ergab die Bruchspannung  $R_b$  und der zugehörige Dehnungswert die Bruchdehnung  $\varepsilon_{B,b}$ .

Der Biegemodul  $E_{b,40\%}$  wurde abweichend von der Norm mit der Sekante zwischen 20% und 40% der Maximallast nach

$$E_{b,40\%} = \frac{0.4 R_b - 0.2 R_b}{\varepsilon_b (0.4 R_b) - \varepsilon_b (0.2 R_b)}$$
(3.22)

bestimmt. Die Spannungs-Dehnungs-Kurve verlief zu Beginn kurz nichtlinear, welches nicht auf das Materialverhalten zurückgeführt wurde, sondern auf ein Rutschen oder Setzen der Proben. Die Berechnung des Biegemoduls nach Norm lag für manche Proben in diesem nichtlinearen Bereich. Da dies nicht erwünscht ist, wurde der Biegemodul nach Gleichung (3.22) verwendet. Zusätzlich ist eine bessere Vergleichbarkeit bei unterschiedlichen Festigkeiten gegeben.

#### 3.7 Normierung der faserparallelen Kennwerte auf den gleichen FVG

Da die Flachprobekörper aus verschiedenen Platten geschnitten wurden, kam es aufgrund von Fertigungstoleranzen zu unterschiedlichen Werten in der Dicke der Proben. Wenn das Flächengewicht des Halbzeugs und die Dichte der Faser als konstant angenommen werden, folgt daraus, dass der Faservolumengehalt nach Formel (3.3) von Fertigungsungenauigkeiten der Probendicke abhängt. Um diesen Effekt zu kompensieren, wurden die faserparallelen Kennwerte auf den Referenzfaservolumengehalt  $\varphi_{ref}$  der zuvor definierten Solldicke zurückgerechnet. Die Umrechnung erfolgte mit dem in [57] beschriebenen linearen Zusammenhang. Mit diesem Ansatz konnten die faserparallelen Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte X auf den Referenzwert  $X_{ref}$  nach Formel (3.23) umgerechnet werden.

$$X_{ref} = \frac{\varphi_{ref}}{\varphi} X \tag{3.23}$$

Für die übrigen Materialkennwerte in fasersenkrechter und Schub-Richtung sind die Mischungsregeln nicht linear und weitaus komplexer. Die Umrechnung dieser matrixdominierten Kennwerte mit Hilfe der Mischungsregeln ist deutlich ungenauer [1]. Für CFK müssen beispielsweise der Schubmodul und die -festigkeit der einzelnen Faser bekannt sein. Diese Kennwerte sind in den seltensten Fällen bekannt, weshalb oft auf diese zurückgerechnet wird. Dabei ist entscheidend, wie gut der mikromechanische Ansatz und die Eingabegrößen sind. Es können zum Beispiel negative Schubmoduln für die Faser berechnet werden. Auf Grund dieser möglichen Unstimmigkeiten wird auf die Umrechnung der matrixdominierten Kennwerte verzichtet.

# 3.8 Lichtmikroskopische Untersuchung der Rovingwelligkeiten

Die Quantifizierung der tatsächlich vorhandenen out-of-plane Rovingwelligkeiten der hergestellten Platten geschah mit Hilfe von Schliffbildern. Hierfür wurden 10 mm x 20 mm große Schliffproben aus den Platten geschnitten und anschließend in Epoxidharz eingebettet. Für die Betrachtung der Schliffproben unter dem Lichtmikroskop wurden diese in mehreren Schritten feingeschliffen und poliert. Die Messung der Amplitude und der Wellenlänge erfolgte mit Hilfe eines Bildbearbeitungsprogramms.

Bei Geweben erfolgte eine Unterscheidung zwischen einem geraden und einem welligen Bereich (Abbildung 3.3).



Abbildung 3.3: Einteilung in gerade und wellige Bereiche

Abhängig von der Bindungsart fällt das Verhältnis vom geraden zum welligen Bereich unterschiedlich aus. Der wellige Bereich liegt zwischen den beiden benachbarten Quer-Rovings, bei denen der ondulierte Roving von der einen Seite des Halbzeugs auf die andere Seite wechselt. Für diesen Bereich wurde die halbe Wellenlänge zwischen den Flächenschwerpunkten der benachbarten Quer-Rovings gemessen. Die Messung der Amplitude erfolgte von der Unter- oder Oberkante des Rovings am Startpunkt der halben Wellenlänge bis zur jeweiligen Unter- oder Oberkante des Rovings am Ende der halben Wellenlänge. Abbildung 3.4 veranschaulicht die Lage der Messpunkte.



Abbildung 3.4: Messung von Amplitude und Wellenlänge bei einem Gewebe

Bei den Gelegen wurde die Wellenlänge von der Mitte des Reinharzgebietes zwischen zwei benachbarten Quer-Rovings bis zu dem Mittelpunkt des nächsten Reinharzgebietes definiert. Diese Vorgehensweise bietet sich an, da diese Punkte einfach zu identifizieren sind. Die Amplitude wurde von der Ober- oder Unterkante an einem Ende der Wellenlänge bis zur jeweiligen Ober- oder Unterkante auf Höhe der halben Wellenlänge gemessen. Abbildung 3.5 zeigt beispielhaft eine Messung an einem CFK-Gelege.



Abbildung 3.5: Messung von Amplitude und Wellenlänge bei einem CFK-Gelege

# 4 Entwicklung und Validierung eines Welligkeitsmodells

Für das Materialgesetz aus Kapitel 2 ist die Kenntnis der Elastizitäts- und Festigkeitskennwerte notwendig. Mit den Materialien und Versuchen aus Kapitel 3 soll gezeigt werden, in welchem Maße die out-of-plane Rovingwelligkeit Einfluss auf die faserparallelen Kennwerte von textilen FKV-Materialien nimmt. Ziel dieses Abschnittes ist die Entwicklung eines Welligkeitsmodells für die rechnerische Ermittlung der Elastizitäts- und Festigkeitskennwerte von textilen FKV in der frühen Bauteilentwicklungsphase. Diese Phase ist dadurch gekennzeichnet, dass der Detaillierungsgrad nicht sehr hoch ist und somit die notwendigen Informationen über das zukünftige Material nicht vorhanden sind. Viele komplexe Welligkeitsmodelle benötigen eine Vielzahl an Eingabeparametern, die der Konstrukteur zu diesem Zeitpunkt noch nicht kennt. Das zu entwickelnde Welligkeitsmodell soll deshalb mit so wenigen Parametern wie möglich auskommen und trotzdem eine gute Vorhersage über die Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften von textilen FKV-Materialien geben. Die Validierung des neuen Modells erfolgt an den Versuchen mit den Materialien aus Abschnitt 3.1 und 3.2 sowie an multidirektional verstärkten Elementarproben bis hin zum Bauteil.

# 4.1 Mechanisches Modell

Bei out-of-plane Rovingwelligkeiten handelt es sich um eine Störung der Faserrichtung (1-Koordinate), welche aus einer lokalen Verschiebung des Rovings in Dickenrichtung (3-Koordinate) resultiert. Die Fehlorientierung des Rovings führt zu geringeren Steifigkeiten und Festigkeiten des Verbunds. Dieses Problem kann mit eindimensionalen Balken-, zweidimensionalen Scheiben- oder Platten- sowie mit dreidimensionalen Kontinuumsmodellen simuliert werden.

Da die out-of-plane Rovingwelligkeiten in der 1-3-Ebene zu beobachten sind, musste zunächst definiert werden, ob die Spannungen quer zur Faser in dieser Ebene vernachlässigt werden sollen, wie es zum Beispiel durch die Verwendung eines gekrümmten Balkenmodells der Fall ist. Der gekrümmte Balken ist nur bis zu einem bestimmten Schlankheitsgrad anwendbar. Numerische Voruntersuchungen zeigten, dass das Balkenmodell bei größeren Rovingwelligkeiten schnell an seine Grenzen stößt. Außerdem können Zwischenfaserbrüche aufgrund von fasersenkrechten Spannungen auftreten, welche im Balkenmodell nicht berücksichtigt werden können. Auch in der Literatur ist der Balkenansatz nur selten zu finden. Aus diesen drei Gründen wurde dieser Ansatz ausgeschlossen. Es blieb weiterhin die Entscheidung zu treffen, ob die 2-Koordinate in Breitenrichtung mit Hilfe eines dreidimensionalen Modells mitmodelliert werden soll.

Da das Versagensverhalten von FKV sehr komplex ist und eine geschlossene analytische Lösung für das Welligkeitsproblem nicht bekannt ist, wird dieses mit Hilfe der FEM gelöst. Dafür muss die zu berechnende Struktur in finite Elemente unterteilt werden. Abhängig von der Art des mechanischen Problems gibt es für die Lösung verschiedene Elementtypen zur Auswahl. Für ein dreidimensionales Modell werden Kontinuumselemente verwendet, welche den räumlichen Spannungszustand abbilden können. Schon vor dem endgültigen Versagen durch Faserbruch können erste Zwischenfaserbrüche auftreten. Die entsprechende Steifigkeitsdegradation im Materialgesetz führt bei diesem Elementtyp zu großen Verzerrungen, weshalb der Gleichungslöser häufig nicht konvergiert und keine Lösung findet. Zweidimensionale Scheibenelemente ohne zusätzlichen Rotationsfreiheitsgrad in Schalennormalenrichtung verhalten sich diesbezüglich stabiler. Mit diesem Elementtyp ist es möglich, eine Lösung des Problems zu berechnen. Aus diesem Grund wird ein zweidimensionales Scheiben-Modell verwendet.

#### 4.1.1 Das Welligkeitsmodell für Gewebe

Grundlage für viele mikro- und mesomechanischen Modelle ist ein sogenanntes repräsentatives Volumenelement (RVE) wie in Abbildung 4.1. Abbildung 4.2 zeigt einen möglichen Schnitt des RVE. Für die Modellierung des ellipsoiden Rovingquerschnitts sind zusätzliche geometrische Abmessungen wie die Breite des Rovings  $b_{Roving}$  oder der Abstand zweier benachbarter Rovings  $b_1$  notwendig.



Abbildung 4.1: RVE eines Gewebes [4]

Außerdem sind Reinharzgebiete vorhanden, wodurch der globale Faservolumengehalt des RVE nicht identisch mit dem lokalen Faservolumengehalt  $\varphi_1$  im Roving ist. Der Faservolumengehalt im Roving kann bis zu 70% betragen. Für solch hohe Werte sind meist keine Materialdaten vorhanden. Abhilfe können Mischungsregeln liefern, mit denen die Elastizitätsund Festigkeitskennwerte abgeschätzt werden können. Die linearen Mischungsregeln für die faserparallelen Kennwerte liefern gute Vorhersagen [1]. Die Problematik der Umrechnung von matrixdominierten Kennwerten mit den Mischungsregeln wurde bereits in Abschnitt 3.7 beschrieben.



Abbildung 4.2: Oben: Welligkeitsmodell mit ellipsoiden Rovingquerschnitt und mit Reinharzgebiet; Unten: Welligkeitsmodell mit dreiecksähnlichem Rovingquerschnitt und ohne Reinharzgebiet

Aus diesen Gründen wurde das RVE dahingehend verändert, dass die Kenntnis der Rovingquerschnittsabmessungen und die Anpassung des Faservolumengehalts nicht mehr notwendig sind. Somit sind weniger Parameter vorhanden und der Einfluss der Rovingwelligkeiten kann besser auf die Amplitude und die Wellenlänge zurückgeführt werden. Dies wurde erreicht, in dem die Roving- und die Reinharzgebiete zu einem Material zusammengefasst wurden. Da nun keine Reinharzgebiete mehr vorhanden sind, ist der Faservolumengehalt  $\varphi_2$  im neuen Rovinggebiet gleich dem des gesamten Modells.

Mit der beschriebenen Vereinfachung ist ein RVE für ein Gewebe wie in Abbildung 4.1 nicht möglich, da sich die benachbarten Rovings überschneiden würden. Daher kommt nur der in Abbildung 4.2 unten dargestellte Schnitt in Frage.

# 4.1.2 Das Welligkeitsmodell für Gelege

Für das Gelege sind im Grunde ähnliche Bedingungen wie beim Gewebe vorhanden. In Abbildung 4.3 oben ist ein Schnitt eines Geleges aus einem RVE dargestellt. Auch hier sind für den Rovingquerschnitt die zusätzlichen Abmessungen  $b_{Roving}$  oder  $b_1$  notwendig. Aufgrund der Reinharzgebiete ist der Faservolumengehalt im Roving  $\varphi_1$  wieder nicht identisch mit dem des RVE. Daher wurde das Modell weiter vereinfacht, in dem das komplette Faservolumen auf die Reinharzgebiete verteilt wurde. Dies gilt ebenfalls für das Reinharzgebiet oberhalb des Rovings, obwohl keine direkte Verbindung vorhanden ist. Es ist allerdings denkbar, dass diese Fasern aus den Nachbarschichten resultieren. Mit Hilfe dieser Annahme ist der FVG des Rovings  $\varphi_2$  auch gleich dem des RVE. Der in Abbildung 4.3 unten dargestellte Schnitt zeigt das vereinfachte Modell und auch gleichzeitig den einzig möglichen Schnitt.



Abbildung 4.3: Oben: Welligkeitsmodell mit ellipsoiden Rovingquerschnitt und mit Reinharzgebiet; Unten: Welligkeitsmodell mit rechteckähnlichem Rovingquerschnitt und ohne Reinharzgebiet

# 4.2 Materialgesetze

Für das Welligkeitsmodell müssen abhängig von dem zu untersuchenden Halbzeug verschiedene Materialgesetze beschrieben werden. Das Materialgesetz des transversal isotropen Rovings ist immer zu definieren und wird mit Roving und Quer-Roving für die jeweiligen Phasen bezeichnet. Neben diesen beiden sind z.B. beim UD-Gewebe auch isotrope Reinharzgebiete vorhanden.

# 4.2.1 Roving und Quer-Roving

Bei dem Roving handelt es sich um einen Verbund aus unidirektional verstärkenden Fasern und Epoxidharz. Für dieses transversal isotrope Material wird für den ZFB das Wirkebenen-Bruchkriterium von Puck in der dreidimensionalen Formulierung benutzt [7]. Die Bestimmung des Faserbruchs erfolgt mit dem Maximalspannungskriterium wie in VDI 2014 [46]. Das Nachversagensverhalten wird, wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, modelliert. Soweit entsprechende Versuchsdaten vorhanden sind, wird das nichtlineare Materialverhalten unter Schub- und fasersenkrechter Druckbelastung berücksichtigt.

Das orthotrope Materialgesetz für den dreidimensionalen Spannungszustand des Rovings im lokalen 1,2,3-UD-Schicht-Koordinatensystem lautet:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{C}_{11} & \mathcal{C}_{12} & \mathcal{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{C}_{21} & \mathcal{C}_{22} & \mathcal{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{C}_{31} & \mathcal{C}_{32} & \mathcal{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{C}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{C}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{E}_{11} \\ \mathcal{E}_{22} \\ \mathcal{E}_{33} \\ \mathcal{V}_{23} \\ \mathcal{V}_{13} \\ \mathcal{V}_{12} \end{pmatrix}.$$
(4.1)

Die Einträge der Steifigkeitsmatrix der UD-Schicht sind folgendermaßen definiert:

$$C_{11} = E_{\parallel} (1 - \nu_{\perp \perp} \nu_{\perp \perp}) \Upsilon, \qquad (4.2)$$

$$C_{22} = C_{33} = E_{\perp} (1 - \nu_{\parallel \perp} \nu_{\perp \parallel}) \Upsilon, \qquad (4.3)$$

$$C_{12} = C_{21} = E_{\parallel}(\nu_{\parallel \perp} + \nu_{\perp \perp} \nu_{\parallel \perp}) \Upsilon = E_{\perp}(\nu_{\perp \parallel} + \nu_{\perp \perp} \nu_{\perp \parallel}) \Upsilon, \qquad (4.4)$$

$$C_{13} = C_{31} = E_{\parallel}(\nu_{\parallel \perp} + \nu_{\parallel \perp}\nu_{\perp \perp})\Upsilon = E_{\perp}(\nu_{\perp \parallel} + \nu_{\perp \parallel}\nu_{\perp \perp})\Upsilon, \qquad (4.5)$$

$$C_{23} = C_{32} = E_{\perp} (\nu_{\perp \perp} + \nu_{\perp \parallel} \nu_{\parallel \perp}) \Upsilon = E_{\perp} (\nu_{\perp \perp} + \nu_{\parallel \perp} \nu_{\perp \parallel}) \Upsilon,$$
(4.6)

$$C_{44} = G_{\perp \perp}, \tag{4.7}$$

$$C_{55} = G_{\parallel \perp},\tag{4.8}$$

$$C_{66} = G_{\parallel \perp} \tag{4.9}$$

mit

$$\Upsilon = \frac{1}{1 - 2\nu_{\parallel \perp}\nu_{\perp \parallel} - \nu_{\perp \perp}\nu_{\perp \perp} - 2\nu_{\parallel \perp}\nu_{\perp \perp}\nu_{\perp \parallel}}.$$
(4.10)

Da bei dem Scheiben-Modell die Querdehneffekte in Breitenrichtung y vernachlässigt werden, sollen für die Abschätzung des daraus resultierenden Fehlers zwei Extremfälle betrachtet werden. Die Querdehnung wird im ersten Fall komplett frei belassen und im zweiten komplett behindert. Wenn die Dehnungskomponente in 2-Richtung frei ist, wird die Steifigkeitsmatrix in Gleichung (4.1) ohne weitere Änderungen invertiert. Aufgrund der Vernachlässigung der 2-Richtung können  $\sigma_{22}$ ,  $\tau_{23}$  und  $\tau_{12}$  mit Null gleich gesetzt werden und es folgt schließlich:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{13} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{\perp\parallel}}{E_{\parallel}} & 0 \\ -\frac{\nu_{\parallel\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{\parallel\perp}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{13} \end{pmatrix}.$$
(4.11)

Bei dem Quer-Roving-Gebiet wird die 1-Richtung vereinfacht, womit analog für den Fall der freien Querdehnung folgt:
$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\perp}} & -\frac{\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & 0 \\ -\frac{\nu_{\perp\perp}}{E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{\perp\perp}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \end{pmatrix}.$$
(4.12)

Da es sich bei dem Quer-Roving um die transversal isotrope Schnittebene handelt, gilt die Isotropiebedingung nach Gleichung (2.16) für den Schubmodul  $G_{\perp\perp}$ .

Im zweiten Grenzfall wird die Querdehnung unterdrückt. Bei dem Rovinggebiet bedeutet dies:  $\varepsilon_{22} = \gamma_{12} = \gamma_{23} = 0$ . Einsetzen dieser Randbedingung in Gleichung (4.1) und Invertierung der Steifigkeitsmatrix ergibt für die Nachgiebigkeitsmatrix des Rovings:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{13} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1 - \nu_{\perp \parallel} \nu_{\parallel \perp})}{E_{\parallel}} & -\frac{\nu_{\perp \parallel}}{E_{\parallel}} (1 + \nu_{\perp \perp}) & 0 \\ -\frac{\nu_{\parallel \perp}}{E_{\perp}} (1 + \nu_{\perp \perp}) & \frac{(1 - \nu_{\perp \perp}^2)}{E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{\parallel \perp}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{13} \end{pmatrix}.$$
(4.13)

Aus Gleichung (4.13) ist ersichtlich, dass sich die Kennwerte  $\hat{E}_{\parallel}$ ,  $\hat{E}_{\perp}$  und  $\hat{v}_{\perp\parallel}$  des Rovings ohne Querdehnung nun folgendermaßen berechnen:

$$\widehat{E}_{\parallel} = \frac{E_{\parallel}}{(1 - \nu_{\perp \parallel} \nu_{\parallel \perp})},\tag{4.14}$$

$$\hat{E}_{\perp} = \frac{E_{\perp}}{(1 - \nu_{\perp\perp}^2)},$$
(4.15)

$$\hat{\nu}_{\perp \parallel} = \nu_{\perp \parallel} \frac{(1 + \nu_{\perp \perp})}{(1 - \nu_{\perp \parallel} \nu_{\parallel \perp})}.$$
(4.16)

Da bei dem Quer-Roving die 1-Richtung vernachlässigt wird, ist die Randbedingung für den Fall ohne Querdehnung  $\varepsilon_{11} = \gamma_{12} = \gamma_{13} = 0$ . Somit ergibt sich folgende Nachgiebigkeitsmatrix:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1 - \nu_{\perp \parallel} \nu_{\parallel \perp})}{E_{\perp}} & -\frac{\nu_{\perp \perp} + \nu_{\perp \parallel} \nu_{\parallel \perp}}{E_{\perp}} & 0 \\ -\frac{\nu_{\perp \perp} + \nu_{\perp \parallel} \nu_{\parallel \perp}}{E_{\perp}} & \frac{(1 - \nu_{\perp \parallel} \nu_{\parallel \perp})}{E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{\perp \perp}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \end{pmatrix}.$$
(4.17)

Die neuen Elastizitätskennwerte des Quer-Rovings unter verhinderter Querdehnung können mit nachfolgenden Gleichungen aus Formel (4.17) bestimmt werden:

$$\hat{E}_{\perp} = \frac{E_{\perp}}{(1 - \nu_{\perp \parallel} \nu_{\parallel \perp})'}$$
(4.18)

$$\hat{\nu}_{\perp\perp} = \frac{(\nu_{\perp\perp} + \nu_{\perp\parallel}\nu_{\parallel\perp})}{(1 - \nu_{\perp\parallel}\nu_{\parallel\perp})}.$$
(4.19)

Weiterhin gilt die Isotropiebedingung für  $G_{\perp\perp}$ , da es sich um die transversal isotrope Schnittebene handelt.

Für das Roving- und Quer-Roving-Materialgesetz sind somit die fünf Elastizitätskennwerte  $E_{\parallel}, E_{\perp}, v_{\perp\parallel}, G_{\parallel\perp}$  und  $v_{\perp\perp}$  zu definieren. Falls keine entsprechenden Versuche vorhanden sind, gibt es die Möglichkeit, die Materialkennwerte über die Mikromechanik abzuschätzen. Für den E-Modul in Faserrichtung liefert die Mischungsformel

$$E_{\parallel} = \varphi E_{\parallel,f} + (1 - \varphi)E_m \tag{4.20}$$

laut [1] so genaue Vorhersagen, dass auf Experimente verzichtet werden kann. Dabei sind  $E_{\parallel,f}$  der faserparallele E-Modul der Faser und  $E_m$  ist der E-Modul der isotropen Kunststoffmatrix. Die gute Berechenbarkeit über die Querkontraktionszahlen der Faser  $v_{\perp\parallel,f}$  und der Matrix  $v_m$  mit der Mischungsregel gilt auch für die Querkontraktionszahl  $v_{\perp\parallel}$  [58]:

$$v_{\perp \parallel} = \varphi v_{\perp \parallel, f} + (1 - \varphi) v_m. \tag{4.21}$$

Für die matrixdominierten Kennwerte  $E_{\perp}$ ,  $G_{\parallel\perp}$  und  $\nu_{\perp\perp}$  sind solche mikromechanischen Mischungsregeln ebenfalls vorhanden. Hierfür gibt es viele verschiedene Ansätze, von denen einige in [58] zusammengefasst sind. Diese liefern teils sehr unterschiedliche Ergebnisse und benötigen Materialkennwerte der Faser, welche experimentell sehr schwer zu ermitteln sind. Dies zeigt nochmals die Schwierigkeit der mikromechanischen Berechnung von matrixdominierten Kennwerten. Daher sollten diesen Elastizitätskennwerte experimentell bestimmt werden. Wenn in dieser Arbeit keine Datenbasis vorhanden war, wurde für  $E_{\perp}$  der Ansatz nach Puck verwendet [59].

$$E_{\perp} = \frac{E_m}{(1 - \nu_m^2)} \frac{1 + 0.85 \,\varphi^2}{(1 - \varphi)^{1.25} + \varphi \,\frac{E_m}{E_{\perp,f}(1 - \nu_m^2)}} \tag{4.22}$$

In Gleichung (4.22) ist  $E_{\perp,f}$  der fasersenkrechte E-Modul der Faser. Die Berechnung von  $G_{\parallel\perp}$  erfolgte mit dem Ansatz von Förster/Knappe [60]:

$$G_{\parallel \perp} = G_m \frac{1 + 0.4\sqrt{\varphi}}{(1 - \varphi)^{1.45} + \varphi \frac{G_m}{G_{\parallel \perp, f}}},$$
(4.23)

wobei hier der Schubmodul der Faser in der  $\parallel -\perp$ -Ebene benötigt wird. Die Querkontraktionszahl  $\nu_{\perp\perp}$  wurde nach dem Ansatz von Foye [61] abgeschätzt. In dieser Gleichung wird zusätzlich die  $\perp -\perp$ -Querkontraktionszahl der Faser benötigt.

$$\nu_{\perp\perp} = \varphi \nu_{\perp\perp,f} + (1-\varphi)\nu_m \frac{1 + \nu_m - \nu_{\perp\parallel} \frac{E_m}{E_{\parallel}}}{1 + \nu_m^2 + \nu_m \nu_{\perp\parallel} \frac{E_m}{E_{\parallel}}}$$
(4.24)

Bei der rechnerischen Abschätzung der Festigkeitskennwerte für das Versagenskriterium verhält es sich ähnlich wie bei den Elastizitätskennwerten. Die faserparallele Zugfestigkeit kann sehr gut ohne Experimente mit der Mischungsformel bestimmt werden [1].

$$R_{\parallel,Z} = \varphi R_{\parallel,f} + (1-\varphi)E_m \varepsilon_{B,\parallel,f} \tag{4.25}$$

Gleichung (4.25) gilt unter der Bedingung, dass die Bruchdehnung der Faser  $\varepsilon_{B,\parallel,f}$  kleiner ist als die der Matrix.  $R_{\parallel,f}$  ist die Zugfestigkeit des Faserfilaments parallel zur Faserrichtung.

Die faserparallele Druckfestigkeit wird in vielen Veröffentlichungen primär mit einem Versagen der Matrix und der damit fehlenden Unterstützung der Fasern gegen Instabilitäten beschrieben. Rosen [62] führt die faserparallele Druckfestigkeit auf ein Schubknicken der Fasern zurück. Weiterhin wird der Faserbruch unter Druckbeanspruchung auch mit einer Delamination der äußeren Schichten erklärt [63]. Eine Gesamtübersicht weiterer Abwandlungen dieser Theorien ist in [64] zu finden. Aus diesen Ansätzen folgt, dass die faserparallele Druckfestigkeit nicht aus einem Bruchwiderstand aufgrund von faserparallelen Spannungen resultiert. Deshalb wird die Druckfestigkeit in Faserrichtung aus Gleichung (2.60) unendlich hoch gesetzt. Damit kann bei einer faserparallelen Druckbelastung ein Versagen nur aufgrund eines ZFB oder durch ein Instabilitätsversagen auftreten.

Für die matrixdominierten Festigkeiten sind im Vergleich zu den Elastizitätskennwerten sehr wenige mikromechanische Ansätze vorhanden. Dazu kommt, dass diese nicht umfassend abgesichert sind [58]. Daher sollten auch hier die Kennwerte möglichst mit Materialversuchen bestimmt werden. Für den Fall, dass eine solche Versuchsbasis in dieser Arbeit nicht vorhanden war, wurde für die fasersenkrechte Zugfestigkeit auf die Gleichung von Chamis [65] zurückgegriffen.

$$R_{\perp,Z} = R^* \left[ 1 + \left( \varphi - \sqrt{\varphi} \right) \left( 1 - \frac{E_m}{E_{\perp,f}} \right) \right]$$
(4.26)

$$R^* = \min(R_{m,Z}; R_{\perp,Z,f})$$
(4.27)

Es werden zusätzlich die Zugfestigkeit der Faser in Querrichtung  $R_{\perp,Z,f}$  und die Zugfestigkeit des Matrixmaterials  $R_{m,Z}$  benötigt. Für die fasersenkrechte Druckfestigkeit und für die Schubfestigkeit ergibt sich in ähnlicher Form nach [66]:

mit

$$R_{\perp,D} = R^* \left[ 1 + \left( \varphi - \sqrt{\varphi} \right) \left( 1 - \frac{E_m}{E_{\perp,f}} \right) \right]$$
(4.28)

mit

$$R^* = C_V \cdot \min(R_{m,D}; R_{\perp,D,f})$$
(4.29)

$$R_{\perp\parallel} = R^* \left[ 1 + \left(\varphi - \sqrt{\varphi}\right) \left( 1 - \frac{G_m}{G_{\parallel\perp,f}} \right) \right]$$
(4.30)

mit

$$R^* = C_V \cdot \min(R_{m,S}; R_{\perp\parallel,f}). \tag{4.31}$$

Hier sind die Druckfestigkeit der Matrix  $R_{m,D}$ , die Querdruckfestigkeit der Faser  $R_{\perp,D,f}$ , die Schubfestigkeit der Matrix  $R_{m,S}$  und die der Faser  $R_{\perp\parallel,f}$  als Eingabe nötig. Die Konstante  $C_V$  zur Berücksichtigung des Porenvolumenanteils  $\varphi_V$  berechnet sich nach:

$$C_V = 1 - \sqrt{\frac{4\varphi_V}{(1-\varphi)\pi}}.$$
(4.32)

Für die Steigungsparameter aus dem Wirkebenen-Bruchkriterium nach Puck werden die von ihm empfohlenen Werte für CFK und GFK aus [67] benutzt.

Tabelle 4.1: Wahl der Parameter für Pucks Wirkebenen-Bruchkriterium

Material	$p_{\perp\parallel}^+$	$p_{\perp \parallel}^-$	$p_{\perp\perp}^+$	$p_{\perp\perp}^-$	m	S
CFK	0,35	0,3	0,27	0,27	0,5	0,5
GFK	0,3	0,25	0,225	0,225	0,5	0,5

Die Degradationsstärke für Faserbruch  $d_{FB}$  und für Zwischenfaserbruch  $d_{ZFB}$  wird aufgrund fehlender Versuche auf 0,99 abgeschätzt.

## 4.2.2 Reinharzgebiet

Das Epoxidharz wird mit einem isotropen Materialgesetz beschrieben. Hierfür sind die beiden Kennwerte E-Modul E und Querkontraktionszahl v zur vollständigen Beschreibung notwendig. Bei dem Scheiben-Modell werden die Spannungen und Dehnungen in y-Richtung für das Reinharzgebiet vernachlässigt, womit sich für den Fall der freien Querdehnung folgender Ausdruck ergibt:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix}.$$
 (4.33)

Der Schubmodul G berechnet sich über die Isotropiebedingung.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{4.34}$$

Für den zweiten Grenzfall werden die Dehnungen in y-Richtung zu Null gesetzt ( $\varepsilon_{yy} = \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = 0$ ), womit aus der Invertierung der Steifigkeitsmatrix für die Nachgiebigkeitsmatrix folgt:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-\nu^2}{E} & -\frac{\nu}{E}(1+\nu) & 0 \\ -\frac{\nu}{E}(1+\nu) & \frac{1-\nu^2}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix}.$$
(4.35)

Aus Gleichung (4.35) lassen sich somit die Elastizitätskennwerte der isotropen Matrix für den Fall der Querdehnungsbehinderung berechnen.

$$\hat{E} = \frac{E}{1 - \nu^2}$$
 (4.36)

$$\hat{\nu} = \frac{\nu}{1 - \nu} \tag{4.37}$$

Für die Versagensanalyse ist ebenfalls ein Festigkeitskriterium notwendig. Puck leitet sein Wirkebenen-Bruchkriterium von einer Idee Hashins ab [68]. Danach werden die Festigkeitskriterien für isotrope Materialien mit Sprödbruchcharakter von Mohr [69] und Coulomb [70] auch für unidirektionale FKV genutzt. Da es sich bei einem Epoxidharz ebenfalls um ein spröde brechendes Material handelt, ist es naheliegend, einen Teil des Versagenskriteriums von Puck auch hier anzuwenden. Es wird nur der Teil des Versagenskriteriums benötigt, welcher das Versagen für die isotrope Ebene der UD-Schicht beschreibt, da es sich bei dem Welligkeitsmodell um ein Scheiben-Modell handelt, bei dem die Spannungen in Breitenrichtung vernachlässigt werden.

Das ebene Scheiben-Modell des Reinharzgebietes liefert die drei Spannungskomponenten  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{zz}$  und  $\tau_{xz}$ . Diese werden in das Koordinatensystem der isotropen 2-3-Ebene der UD-Schicht überführt.

$$\sigma_{xx} = \sigma_{22} \tag{4.38}$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_{33} \tag{4.39}$$

$$\tau_{\chi z} = \tau_{23} \tag{4.40}$$

Für das Scheibenmodell werden die Spannungen in der y-Koordinate vernachlässigt.

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \sigma_{11} = 0 \tag{4.41}$$

$$\tau_{yx} = \tau_{12} = 0 \tag{4.42}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{13} = 0 \tag{4.43}$$

Die Spannungen aus den Gleichungen (4.38) bis (4.43) müssen mit Hilfe der Rotationsmatrix aus Formel (2.61) in das Koordinatensystem der potentiellen Bruchebene transformiert werden. Durch Einsetzen der transformierten Spannungen in die Gleichungen für das dreidimensionale Versagenskriterium der UD-Schicht aus Abschnitt 2.2.1 ergeben sich folgende Beziehungen:

Für  

$$\sigma_n \ge 0$$

$$f_E(\theta) = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_Z} - \frac{p_{\perp\perp}^+}{R_{\perp\perp}^A}\right)\sigma_n\right]^2 + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2} + \frac{p_{\perp\perp}^+}{R_{\perp\perp}^A}\sigma_n \qquad (4.44)$$
und

 $\sigma_n < 0$   $f_E(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A}\right)^2 + \left(\frac{p_{\perp\perp}}{R_{\perp\perp}^A}\sigma_n\right)^2} + \frac{p_{\perp\perp}}{R_{\perp\perp}^A}\sigma_n.$ (4.45)

 $R_Z$  ist die Zugfestigkeit des Epoxidharzes. Die Schubfestigkeit der Matrix wird mit folgender Gleichung aus der Druckfestigkeit  $R_D$  bestimmt:

$$R_{\perp\perp}^{A} = \frac{R_{D}}{2(1+p_{\perp\perp})}.$$
 (4.46)

Da keine entsprechenden Versuche vorhanden sind, wurden die Steigungsparameter  $p_{\perp\perp}^+$  und  $p_{\perp\perp}^-$  mit 0,27 wie bei CFK abgeschätzt.

Nach dem Erreichen der Bruchbedingung  $f_E = 1$  wird der E-Modul nach der ply-discount-Methode über die Schädigungsvariable  $d_m = 0,99$  auf 1% seines Anfangswertes degradiert. Somit folgt für die Nachgiebigkeitsmatrix <u>S</u>:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_m)E} & -\frac{\nu}{E} & 0\\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{(1-d_m)E} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix}.$$
(4.47)

### 4.3 Geometrie und Randbedingungen

Nachfolgender Abschnitt beschreibt die Herleitung der Geometrie und der Randbedingungen für das Welligkeitsmodell unter einachsiger Zug- und Druckbelastung.

# 4.3.1 Die Geometrie des Grundelements

Als Erstes soll das Grundelement des zweidimensionalen Welligkeitsmodells erläutert werden, welches für ein Gewebe und ein Gelege in Abbildung 4.4 dargestellt ist.



Abbildung 4.4: Oben: Grundelement für eine Gewebe-Schicht; Unten: Grundelement für eine Gelege-Schicht

Die Beschreibung der Rovingbahngeometrie erfolgt mit der Cosinus-Funktion aus Gleichung (3.1). Die hierfür benötigten Parameter Amplitude und Wellenlänge wurden mit lichtmikroskopischen Aufnahmen von Schliffbildern ermittelt. Falls die Möglichkeit der Messung über Schliffbilder nicht möglich ist, können *s* und *L* bei Geweben gut über nachfolgende Zusammenhänge abgeschätzt werden.

Die Amplitude in Kettrichtung  $s_K$  wird mit Hilfe der Dicke des Schussrovings (Quer-Roving)  $t_S$  bestimmt. Diese wiederum ergibt sich über das Flächengewicht  $F_{A,S}$ , die Faserdichte  $\varrho_{f,S}$ und den Faservolumengehalt des Schussrovings.

$$s_K = t_S = \frac{F_{A,S}}{\varrho_{f,S}\varphi} \tag{4.48}$$

Analog ergibt sich die Amplitude des Schussrovings  $s_S$  aus der Höhe des Kettrovings  $t_K$ :

$$s_S = t_K = \frac{F_{A,K}}{\varrho_{f,K}\varphi}.$$
(4.49)

Dies ist möglich, weil keine Reinharzgebiete vorhanden sind und somit der Faservolumengehalt des gesamten Modells auch gleich dem des Kett- und des Schussrovings ist. Das Flächengewicht des Kett- bzw. Schussrovings wird über die jeweilige Fadendichte *SF* bzw. *KF* und über die Fadenfeinheit m/l bestimmt.

$$F_{A,K} = KF \cdot \frac{m_{KF}}{l} \tag{4.50}$$

$$F_{A,S} = SF \cdot \frac{m_{SF}}{l} \tag{4.51}$$

Für die Wellenlänge des Rovings wird der doppelte Abstand zweier benachbarter Kett- bzw. Schussrovings benötigt. Die Wellenlänge des Kettfadens  $L_K$  berechnet sich mit Hilfe der Schussfadendichte SF.

$$L_K = 2 \cdot \frac{1}{SF} \tag{4.52}$$

Umgekehrt wird die Wellenlänge des Schussrovings mit:

$$L_S = 2 \cdot \frac{1}{KF} \tag{4.53}$$

bestimmt. Diese Beziehungen zeigen, dass die Parameter *s* und *L* bei einem Gewebe vor allem von dem Flächengewicht, der Fadendichte und -feinheit sowie dem Faservolumengehalt abhängen.

Bei vernähten Biaxial-Gelegen ist für die Herleitung der Amplitude aus den Fertigungsparametern des Halbzeugs keine Methode bekannt. Die Wellenlänge kann ebenfalls über den einfachen Abstand zweier benachbarter Rovings mit Hilfe der Fadendichte bestimmt werden.

$$L_K = \frac{1}{SF} \tag{4.54}$$

$$L_S = \frac{1}{KF} \tag{4.55}$$

### 4.3.2 Randbedingungen

Um mögliche Spannungsspitzen aufgrund der Randbedingungen zu minimieren, wurde zunächst das ursprüngliche Modell (Auswertungsbereich) jeweils um eine Länge erweitert. In diesen hinzugefügten Bereichen, dargestellt in Abbildung 4.5, wurden bei der Zugbelastung die faserparallelen Zugfestigkeiten künstlich hoch gesetzt. Bei der Druckbelastung gilt dies für die fasersenkrechten Festigkeiten. Dadurch wurde verhindert, dass Spannungsüberhöhungen im Nahbereich der Randbedingungen zum frühzeitigen Versagen führen.

Das Modell wurde, wie in Abbildung 4.5 gezeigt, am kompletten linken Rand in Lastrichtung gelagert. Die Aufbringung der Last erfolgte mit einer Verschiebungsrandbedingung u am gesamten rechten Rand. Die Lagerung der Starrkörperbewegung des Modells in z-Richtung muss ebenso verhindert werden. Für die Simulation des quasistatischen Zugversuches erfolgte dies im Mittelpunkt des Modells und für den Druckversuch in der Mitte des Rovings an den beiden äußeren Rändern. Die Abweichung der Lagerung in z-Richtung des Druckversuchs hängt mit dem potentiellen Knickversagen der Druckproben zusammen. Beim Euler-Knicken ergeben sich abhängig von der Lagerung senkrecht zur Kraftrichtung unterschiedliche Knickfälle und Maximallasten. Daher wurde das Modell wie im Versuch an beiden Enden quer zur Kraftachse gelagert. Außerdem ist die Knicklänge eine wichtige Kenngröße beim Eulerschen Knickstab. Die Druckproben aus Abschnitt 3.4 hatten eine freie Prüflänge von 10 mm. Wenn für den Drucklastfall das erweiterte Modell  $L_{max} = 10$  mm überschritten hat, wurde dieses entsprechend gekürzt.



Abbildung 4.5: Randbedingungen; Oben: Zugbelastung, Unten: Druckbelastung

## 4.3.3 Einfluss der Nachbarschichten

In der Realität wird eine Einzelschicht, wie das Grundelement sie darstellt, selten vorhanden sein. Üblicherweise werden für die Materialversuche mehrere Lagen übereinander geschichtet. Eine freie Oberfläche für beide Seiten der Einzelschicht liegt also in der Realität nicht vor. Bereits in [4, 41] wird gezeigt, dass sich das mechanische Verhalten der Einzelschicht von dem des Laminats aus mehreren Schichten unterscheidet.

Deshalb wurde das Grundelement nicht allein betrachtet, sondern die Anzahl an Lagen modelliert, welche bei den Charakterisierungsversuchen vorhanden waren. Daraus resultiert allerdings die Frage nach der Art und Weise der Schichtung. Naheliegend ist, das Grundelement, wie in Abbildung 4.6 dargestellt, in-phase oder out-of-phase übereinander zu schichten [41].



Abbildung 4.6: Schichtungsweise: Links: in-phase; Rechts: out-of-phase

In der Realität wird die Schichtung zufällig angeordnet sein. Diese Anordnung könnte an einer Stelle des Materials mittels Schliffbild bestimmt werden, jedoch wird sich die Anordnung in ausreichender Entfernung wieder ändern. Die experimentelle Bestimmung dieser Anordnung über das komplette Material ist mit derzeitigen, dem Autor bekannten Methoden unwirtschaftlich. Eine rechnerische Untersuchung in [71] zeigt jedoch, dass die E-Moduln und Festigkeiten von zufällig geschichteten Modellen im Mittel zwischen den Ergebnissen der inphase- und out-of-phase-Modelle liegen. Beim Vergleich des Mittelwerts von fünf zufällig geschichteten Modellen mit dem Mittelwert aus den in-phase- und out-of-phase-Modellen, wie in Abbildung 4.7 dargestellt, wurden nur geringe Abweichungen beobachtet.



Abbildung 4.7: Vergleich der Steifigkeiten und Festigkeiten zwischen zufällig und in- und out-of-phase geschichteten Welligkeitsmodellen

Es wurden daher ausschließlich die E-Moduln und die Zug- bzw. Druckfestigkeiten der inphase- und out-of-phase-Modelle berechnet. Der Mittelwert der beiden Grenzfälle ergibt den Kennwert für die entsprechenden Welligkeitsparameter.

### 4.4 Ermittlung der mechanischen Kennwerte

Mit Hilfe des beschriebenen Welligkeitsmodells können die mechanischen Kennwerte E-Modul und Festigkeit für die faserparallele Zug- und Druckbelastung bestimmt werden. Für die Berechnung des E-Moduls wurde der Sekanten-Modul aus der simulierten Spannungs-Dehnungs-Kurve ausgewertet. Die Bestimmung der technischen Spannung erfolgte mit der Reaktionskraft F am Rand des Modells und der Ausgangsfläche  $A_0$ . Abbildung 4.8 zeigt die Punkte auf der Ober- und Unterseite des Modells, an denen die Längung des Auswertebereichs  $\Delta L$  mit den Verschiebungen in Lastrichtung berechnet wurde. Mit dem Verhältnis  $\Delta L/L$  erfolgte die Berechnung der technischen Dehnung an der Ober- und Unterseite des Modells. Anschließend wurden die Werte beider Seiten gemittelt. Die maximal erreichte Zugbzw. Druckspannung ergab die entsprechende Festigkeit. Der Übersichtlichkeit halber ist nur das Grundelement dargestellt. Für das in-phase- und out-of-phase-Modell mit allen Schichten gelten die gleichen Zusammenhänge und Auswertepunkte.



Abbildung 4.8: Auswertungspunkte für Dehnungsbestimmung und Querschnitt für Spannungsberechnung

## 4.5 Vergleich der Berücksichtigung von Reinharzgebieten

Das entwickelte zweidimensionale Welligkeitsmodell stellt eine Vereinfachung eines dreidimensionalen, repräsentativen Volumenelements dar. Die Modellbildung beruht auf der Annahme, dass die Reinharzgebiete vernachlässigt werden und mit den Rovinggebieten zusammengefasst werden können. Inwieweit sich diese Vereinfachung auf die Berechnung der faserparallelen Steifigkeiten und Festigkeiten auswirkt, soll daher kurz abgeschätzt werden. Dafür wurden fünf Schnitte des 330-Gewebe- und des CFK-Gelege-RVE mit Hilfe des Scheiben-Modells modelliert. Die fünf Schnitte sind in Abbildung 4.9 dargestellt.



Abbildung 4.9: Schnittebenen im RVE-Schnitt des Gewebes (oben) und des Geleges (unten)

Schnitt A-A liegt auf Höhe des einen Endes der Wellenlänge des Rovings und Schnitt E-E verläuft durch die Mittelebene des RVE. Die übrigen Schnitte B-B, C-C und D-D wurden äquidistant dazwischen verteilt.

Die Breite des Rovingquerschnitts wurde mit Hilfe von Schliffbildern gemessen und damit resultiert  $b_1$  aus der gemessenen Wellenlänge. Problematisch an dieser Stelle ist, dass aufgrund der Reinharzgebiete der Faservolumengehalt des Rovings größer ist als der FVG des gesamten Modells. Für den Rovingquerschnitt folgt aus den Verhältnissen der Flächeninhalte des Reinharzgebietes  $A_{Reinharz}$  und des Rovings  $A_{Roving}$  der lokale Faservolumengehalt im Roving  $\varphi_{Roving}$ :

$$\varphi_{Roving} = \frac{A_{Reinharz} + A_{Roving}}{A_{Roving}} \varphi = \left(\frac{A_{Reinharz}}{A_{Roving}} + 1\right) \varphi.$$
(4.56)

Da für die untersuchten Faser-Matrix-Kombinationen keine Materialdaten für diese lokalen Faservolumengehalte bekannt sind, wurden die Gleichungen der Mikromechanik aus Abschnitt 4.2.1 für beide Modelle benutzt.

Der E-Modul sowie die Zug- und Druckfestigkeiten des RVE wurden aus den Ergebnissen der fünf parallel angeordneten Schnitte berechnet. Die zur Belastung F parallele Anordnung der fünf Schnittebenen wird in Abbildung 4.10 dargestellt.



Abbildung 4.10: Parallele Anordnung der Schnitte am RVE

Für ein Modell parallel geschalteter Federn berechnet sich der E-Modul des RVE  $E_{Gesamt}$  aus der Addition der Steifigkeiten der einzelnen Federelemente:

$$E_{Gesamt}A_{Gesamt} = \sum_{i=1}^{5} E_i A_i.$$
(4.57)

Da die fünf Schnitte äquidistant verteilt sind, haben alle die gleiche Breite und Höhe, womit

$$A_{Gesamt} = 5 \cdot A_i \tag{4.58}$$

eingesetzt in (4.57) den E-Modul als Mittelwert der fünf zusammengesetzten Schnitte ergibt:

$$E_{Gesamt} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^{5} E_i.$$
(4.59)

Für die Bruchspannung der fünf parallel geschalteten Schnitte  $R_{Gesamt}$  wird die Dehnung  $\varepsilon_B$  ermittelt, bei welcher das erste Federelement seine Festigkeit  $R_i$  erreicht. Es wird angenommen, dass mit dem Erreichen der Bruchspannung des einzelnen Federelements auch die Gesamtfestigkeit erreicht ist. Somit kann mit Hilfe dieser Dehnung und dem E-Modul aus Gleichung (4.59) die Bruchspannung der fünf parallelen Schnitte berechnet werden:

$$R_{Gesamt} = E_{Gesamt} \varepsilon_B. \tag{4.60}$$

Tabelle 4.2 gibt eine Übersicht der Ergebnisse des zweidimensionalen Scheiben-Welligkeitsmodells ohne Reinharzgebiete und des Modells der fünf parallel geschalteten Schnitte mit Reinharzgebieten für Gelege- und Gewebe-Materialien. Der E-Modul und die Zugfestigkeit beider Ansätze unterscheiden sich um weniger als 10%, wobei die Modellierung mit Reinharzgebieten immer geringere Werte berechnet. Die Druckfestigkeiten weichen stärker ab. An dieser Stelle sei allerdings darauf hingewiesen, dass die fasersenkrechten Elastizitätskennwerte und Festigkeiten über die Formeln der Mikromechanik bestimmt wurden. Die Abschätzung dieser matrixdominierten Kennwerte wird speziell für höhere Faservolumengehalte als schwierig angesehen [1]. Die Druckfestigkeit wird zu einem Großteil von diesen Kennwerten beeinflusst, weshalb eine Schlussfolgerung aus diesem Vergleich kritisch ist.

Zusammenfassend berechnet das Welligkeitsmodell ohne Reinharzgebiete vergleichbare Ergebnisse wie das Modell mit Reinharzgebieten. Dies wird umso deutlicher beim Vergleich mit den Ergebnissen des Scheibenmodells ohne Ondulationen. Es werden außerdem weniger Eingabegrößen beim Welligkeitsmodell ohne Reinharzgebiete benötigt und der Rechenzeitaufwand ist geringer.

	Ę	, ,	0	0		
Modellierung	E-Modul [MPa]		Zugfestigkeit [MPa]		Druckfestigkeit [MPa]	
	Gewebe	Gelege	Gewebe	Gelege	Gewebe	Gelege
Ohne Ondulation	57.700	63.000	1.171	1.275	2.723	2.973
Mit Reinharz	39.700	41.000	778	755	91	128
Ohne Reinharz	42.700	42.100	818	810	124	157

Tabelle 4.2: Vergleich der Modellierung von Reinharzgebieten

#### 4.6 Einfache Rechenvorschrift für den Konstrukteur

Um den Konstrukteur ohne FEM-Kenntnisse den Zugang zu diesem Welligkeitsmodell zu ermöglichen, soll auf der Grundlage numerischer Experimente eine einfache Rechenvorschrift für UD-Schichten abgeleitet werden. Mit dieser Rechenvorschrift können Abschätzungen für UD-Schichten gemacht werden. Ob diese Gleichungen auch für FKV-Gewebematerialien anwendbar sind, wird an späterer Stelle noch untersucht. Üblicherweise wird der faserparallele E-Modul und die Zugfestigkeit über eine Mischungsformel mit Hilfe der Faser- und Matrixkennwerte und dem Faservolumengehalt nach den Gleichungen (4.20) und (4.25) abgeschätzt. Für die faserparallele Druckfestigkeit ist dem Autor keine solche Formel bekannt. In diesen Gleichungen werden ideal gerade Fasern, eine komplette Durchtränkung ohne Poren und eine ideale Haftung von Fasern und Matrix vorausgesetzt. Wenn dieser ideale Zustand nicht erreicht wird, kann es teilweise zu größeren Unterschieden zwischen Abschätzung und Realität kommen. Um den nicht idealen Zustand zu berücksichtigen, müssen also der ideale faserparallele E-Modul und die ideale Festigkeit, beide werden mit  $X_{\parallel,Ideal}$  abgekürzt, mit einem Korrekturfaktor *c* korrigiert werden.

$$X_{\parallel} = c \cdot X_{\parallel,Ideal} \tag{4.61}$$

Der Korrekturfaktor *c* hängt von verschiedenen Einflussgrößen ab. Häufig genannt werden beispielsweise die Faserwelligkeit, der Porenvolumengehalt oder die Faser-Matrix-Haftung [1, 3, 64]. Um den Einfluss verschiedener Parameter auf eine Kenngröße zu beschreiben, wird die Methode der Einflussgleichungen nach [72] verwendet. Danach kann der Einfluss der Faserwelligkeit  $c_{well}(s,L)$  als einzelner Korrekturfaktor betrachtet und multiplikativ mit dem Korrekturfaktor der übrigen Einflussgrößen  $c_{Rest}$  verknüpft werden.

$$X_{\parallel} = c_{well} c_{Rest} X_{\parallel,Ideal} \tag{4.62}$$

Dies ist aber nur möglich, wenn die Amplitude und die Wellenlänge unabhängig von den anderen Einflussgrößen variiert werden. Vorausgesetzt dem Fall  $c_{Rest}$  bleibt konstant, kann ausgehend von einem bekannten Referenzpunkt mit den Welligkeitsparametern  $s_0$  und  $L_0$  der dazu gehörige faserparallele Kennwert  $X_{\parallel,0}$  auf eine andere Parameterkombination umgerechnet werden.

$$\frac{X_{\parallel}}{X_{\parallel,0}} = \frac{c_{well}(s,L)}{c_{well,0}(s_0,L_0)}$$
(4.63)

Um den gesuchten faserparallelen Kennwert  $X_{\parallel}$  bestimmen zu können, muss der Bruch auf der rechten Seite von Gleichung (4.63) bekannt sein. Dieser funktionale Zusammenhang wurde über die Berechnung verschiedener faserparalleler Kennwerte  $X_{\parallel,i}$  mit Hilfe des Welligkeitsmodells und entsprechenden  $s_i$  und  $L_i$  hergleitet. Der Referenzpunkt  $X_{\parallel,0}(s_0, L_0)$  ist aus der Menge  $X_{\parallel,i}(s_i, L_i)$  frei wählbar. Anschließend wurde eine quadratische Regressionsanalyse für den normierten Datensatz  $X_{\parallel,i}/X_{\parallel,0}$  durchgeführt. Die Regression liefert den funktionalen Zusammenhang f(s, L) für Gleichung (4.63) in Abhängigkeit von s und L in den jeweiligen Intervallgrenzen  $[s_{min}; s_{max}]$  und  $[L_{min}; L_{max}]$ . Die Intervallgrenzen werden durch die Extrema von  $s_i$  und  $L_i$  gegeben.

$$\frac{X_{\parallel}}{X_{\parallel,0}} = f(s,L) \tag{4.64}$$

mit

$$\min\{s_i\} \le s \le \max\{s_i\} \tag{4.65}$$

$$\min\{L_i\} \le L \le \max\{L_i\} \tag{4.66}$$

Damit auch die Regressionsfunktion f(s, L) unabhängig von einem beliebigen Referenzpunkt  $X_{\parallel,ref}$  ist, wird diese nochmals durch  $f(s_{ref}, L_{ref})$  im neuen Referenzpunkt dividiert.

$$\frac{\frac{X_{\parallel}}{X_{\parallel,0}}}{\frac{X_{\parallel,ref}}{X_{\parallel,0}}} = \frac{X_{\parallel}}{X_{\parallel,ref}} = \frac{f(s,L)}{f\left(s_{ref},L_{ref}\right)}$$
(4.67)

Mit  $s_{ref}$  und  $L_{ref}$  und dem entsprechendem  $X_{\parallel,ref}$  kann somit auf den faserparallelen Kennwert  $X_{\parallel}$  mit den dazugehörigen Parametern *s* und *L* umgerechnet werden.

$$X_{\parallel} = \frac{f(s,L)}{f(s_{ref}, L_{ref})} X_{\parallel, ref}$$
(4.68)

 $s_{ref}$  und  $L_{ref}$  sind innerhalb der Intervallgrenzen frei wählbar. Der notwendige Datensatz für die quadratische Regressionsanalyse wurde numerisch mit Hilfe des Welligkeitsmodells und einem vollständigen Versuchsplan mit je vier unterschiedlichen Amplituden und Wellenlängen erzeugt. Der Versuchsplan beinhaltet ebenfalls die Parameterkombinationen aus den Versuchen mit den gezielt eingebrachten Welligkeiten.

## 4.7 Validierung des Welligkeitsmodells an multidirektionalen Laminaten

Der ebene Spannungszustand in den dünnwandigen Bauteilen von Automobilen ist häufig mehrachsig. Nicht selten sind alle drei Spannungskomponenten  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  und  $\tau_{xy}$  in ähnlichen Größenordnungen gleichzeitig vorhanden. Für solch einen mehrachsigen Spannungszustand ist eine bidirektionale oder gar unidirektionale Faserverstärkung häufig nicht ausreichend. Für die Aufnahme aller Spannungskomponenten über die Fasern werden neben 0°/90°- auch ±45°-Orientierungen im Laminat benötigt. Deshalb wird für die weitere Validierung des zuvor beschriebenen Welligkeitsmodells ein dreistufiges Versuchsprogramm mit multidirektionalen (MD-)Lagenaufbauten vorgestellt. In der ersten Stufe erfolgt die Validierung mit einfachen Flachproben unter den elementaren Belastungen Zug, Druck und Biegung. Im nächsten Schritt wird ein Hutprofil unter 4-Punkt-Biegung belastet. Die abschließende Untersuchung der Praxistauglichkeit des neuen Welligkeitsmodells erfolgt an einem komplexeren Bauteil. Für diese dritte Stufe werden Prototypenbauteile quasistatisch bis zum Bruch beansprucht.

### 4.7.1 Flachprobenversuche

Die simplen Geometrien der Flachproben bieten den Vorteil, dass die Randbedingungen einfach sind und außerdem elementare Belastungen wie uniaxialer Zug, Druck oder Biegung aufgebracht werden können. Somit wurde die Prognosefähigkeit des Welligkeitsmodells für verschiedene Beanspruchungsarten identifiziert.

Die Lagenaufbauten und die nach Formel (3.3) berechneten Faservolumengehalte der hergestellten MD-Prüfplatten sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst. Es wurden die quasistatischen Zug-, Druck- und Vier-Punktbiegeprüfungen aus Kapitel 3 in verschiedenen Prüfrichtungen durchgeführt. Eine komplette Versuchsmatrix ist im Anhang zu finden.

Halbzeug/Harz	Lagenaufbau	Laminat- dicke [mm]	Rechnerischer Faservolumen- gehalt [%]
330-Gewebe/ RTM-Epoxid	[(0/90/+45/-45/0/90) <sub>S</sub> ]	2,4	45,8
660-Gewebe/ prepreg-Epoxid	[(0/90/+45/-45/0/90) <sub>S</sub> ]	4,2	52,4
CFK-Gelege/ RTM-Epoxid	[(0/90/+45/-45/0/90) <sub>S</sub> ]	2,4	50,0
GFK-Gelege/ RTM-Epoxid	[(0/90/+45/-45/0/90) <sub>S</sub> ]	2,4	44,5

	••		
Takalla 4 2.	TThe areas also	Jan MD	D
I anelle 4 3	Inersient	ner vill	- Prinnianen
Labene 4.5.	Oberstent	uci min	' I I ui piacicii

## 4.7.2 4-Punkt-Biegung eines Hutprofils

Typische Automobilbauteile sind bezüglich ihrer Geometrie und Beanspruchung nicht mit Flachproben aus Abschnitt 4.7.1 vergleichbar. In der zweiten Stufe der Validierung wurde daher ein 4-Punkt-Biegeversuch eines gekerbten Hutprofils durchgeführt. In Fahrzeugen werden häufig Profile in Längsträger- oder Schwellerstrukturen verwendet, welche einem Hutprofil ähnlich sind. Der Schweller wird beim Seitencrash auf Biegung belastet, weshalb diese Belastungsart gewählt wurde.

Die hergestellten Hutprofile haben eine Länge von 1000 mm. Mit den textilen Halbzeugen aus Abschnitt 3.2 wurden drei bis vier Hutprofile mit einer Dicke von 2 mm und 4 mm getestet. Bis auf das 660-Gewebe wurden alle Hutprofile mit dem RTM-Prozess infiltriert. Die 660-Gewebe-Halbzeuge sind vorimprägniert und wurden im Autoklaven ausgehärtet. Die Laminate der 2 mm- und 4 mm-Hutprofile haben den Lagenaufbau [0/90/45/-45/0/90/-45/45/90/0] und  $[(0/90/0/90/45/-45/45/-45/0/90)_S]$ .

Um ein Versagen unter den Druckfinnen des 4-Punkt-Biegeversuchs zu verhindern, wurden rechteckige Unterlegplättchen aus Stahl zwischen den Druckfinnen und dem Profil positioniert. Damit kann die Last flächiger in die Struktur eingeleitet werden. Zusätzlich wurden die Profile von beiden Enden her bis auf Höhe der Druckfinnen mit zusätzlichen Gewebe-Schichten auf der Oberseite verstärkt. Bei den RTM-Profilen musste dies nachträglich mit CFK- und GFK-Prepreg-Lagen geschehen, da hierfür kein RTM-Werkzeug vorhanden war. Für die Prepreg-Hutprofile wurde kein festes Oberwerkzeug verwendet, womit die CFK-Gewebe-Verstärkungslagen zusammen mit den Basislagen abgelegt wurden. Die zusätzlichen Schichten haben den Lagenaufbau [90/0/-45/45/90/0/-45/45/90/0]. Mit diesen beiden Hilfsmitteln wurde das Versagen unter den Druckfinnen verhindert.

Ein weiteres Problem bei diesem Versuch ist das Aufweiten des Querschnitts an den Auflagern. Dadurch werden die äußeren Radien auf Biegung belastet, welches wiederum zu Zugspannungen in Dickenrichtung führt. Diese sogenannten Aufzieh- oder Schälspannungen resultieren im schlimmsten Fall zu Delaminationen und zum Kollaps der Struktur. Abbildung 4.11 zeigt beispielhaft ein Hutprofil, bei dem dieses Problem auftrat. In den oberen Radien ist eine Delamination des Laminats zu erkennen. Um dies zu verhindern, wurden die Enden mit, den in Abbildung 4.11 dargestellten, Aluminiumklötzen eingespannt.



Abbildung 4.11: Links: Delamination der oberen Radien bei der Biegung des Hutprofils; Rechts: Aluminiumklötze zur Verstärkung der Hutprofilenden

Zuletzt erfolgte die Einkerbung der Flansche in der Mitte des Profils. Damit wurde ein mehrachsiger Kerbspannungszustand erzeugt, wie er häufig auch in Fahrzeugbauteilen vorkommt. Zusätzlich provozierte diese Einkerbung den Versagensort in der Mitte des Profils.

Zu Beginn des Versuchs wurden die Aluminiumklötze an den Enden des Hutprofils mit der Hand verschraubt. Anschließend erfolgte die mittige Positionierung des Bauteils auf den  $l_A = 840 \text{ mm}$  entfernten Auflagern. Der Abstand der Druckfinnen betrug a = 340 mm. Die 4 mm dicken CFK-Hutprofile, welche mit dem RTM-Prozess hergestellt wurden, zeigten während der Biegeprüfung häufig Delaminationen an den Übergängen vom verstärkten zum unverstärkten Bereich. Um dies zu verhindern, wurde der Abstand der Druckfinnen auf a = 165 mm verkürzt. Durch den Druck der Finnen von oben auf die Verstärkungslagen konnte die Delamination unterdrückt werden.

Nach dem Positionieren des Hutprofils wurden die Unterlegplättchen auf das Profil unter die Druckfinnen gelegt. Anschließend erfolgte die Positionierung der induktiven Wegaufnehmer für die Verformungsmessung. Die Durchbiegung wurde, wie in Abbildung 4.12 dargestellt, über zwei Wegaufnehmer an den Druckfinnen und auf dem Flansch in der Mitte des Profils gemessen. Die Versuche liefen quasistatisch bis zum Bruch des Profils.



Abbildung 4.12: Position der induktiven Wegaufnehmer

Damit die Ergebnisse trotz unterschiedlicher Abstände der Druckfinnen miteinander vergleichbar sind, wurde das Biegemoment  $M_b$  zwischen den Druckfinnen mit der gemessenen Maschinenkraft F berechnet.

$$M_b = \frac{F(l_A - a)}{4}$$
(4.69)

Als Festigkeitsgrenze wurde das maximal erreichte Biegemoment definiert. Die Berechnung der Steifigkeit der Hutprofile  $K_b$  erfolgte über die Steigung der Kurve des Biegemoments über der Absenkung an den Druckfinnen. Diese Sekante wurde im linearen Bereich bei F' = 1 kN und F'' = 3 kN sowie den dazu gehörigen Absenkungen an der Druckfinne w' und w'' bestimmt.

$$K_b = \frac{\Delta M_b}{\Delta w} = \frac{M_b''(F'' = 3kN) - M_b'(F' = 1kN)}{w''(F'' = 3kN) - w'(F' = 1kN)}$$
(4.70)

## 4.7.3 Bauteilversuch

Die letzte Stufe für die Validierung des Welligkeitsmodells ist ein Bauteilversuch. Dafür wurden CFK- und GFK-Prototypenteile bis zum Bruch belastet. Das in Abbildung 4.13 dargestellte Bauteil hat einen unverstärkten und einen markierten, verstärkten Bereich. Dieser wurde beidseitig mit zusätzlichen Lagen aufgedickt. Tabelle 4.4 gibt eine Übersicht der getesteten Varianten mit der Zuordnung der verwendeten Halbzeuge und des Infiltrationsprozesses. Das Laminat wurde aus 0°-, 90°- und  $\pm 45^{\circ}$ -Lagen aufgebaut und ist somit ähnlich zu den zuvor beschriebenen Flachproben und Hutprofilen.



Abbildung 4.13: Bauteilgeometrie

Für die Einleitung der Kraft wurde mittig auf den zentralen rechteckförmigen Ausschnitt des Bauteils eine 10mm starke Stahlplatte aufgelegt. Damit die scharfen Ecken und Kanten der Platte nicht das darunter liegende Laminat beschädigen, ist zusätzlich ein Hartgummi umlaufend am Rand der Platte auf der Unterseite angebracht worden.

Halbzeug/Harz	Basisdicke [mm]	Infiltrations- prozess
660-Gewebe/ prepreg-Epoxid	2,8	prepreg
CFK-Gelege/ RTM-Epoxid	1,6	RTM
GFK-Gelege/ RTM-Epoxid	1,6	RTM

Tabelle 4.4: Übersicht Bauteilversuche

Abbildung 4.14 zeigt den gesamten Versuchsaufbau. Das Bauteil wurde auf die vier zylindrischen Säulen aufgelegt und an diesen Punkten mit Schrauben und Unterlegscheiben per Hand angeschraubt. Anschließend wurde die Stahlplatte auf den rechteckförmigen Ausschnitt gelegt. Die Belastung erfolgte über die Verschiebung der Stahlplatte mit einer mittig aufliegenden, halbkugelförmigen Druckfinne. Diese wurde über ein Gewinde und eine Handkurbel in z-Richtung um die Absenkung *w* verschoben. Die z-Koordinate des kartesischen Koordinatensystems gibt die Höhenkoordinate an. Kurz über der Druckfinne wurde eine Kraftmessdose für die Aufnahme der Druckkraft installiert. Die Messung der Absenkung der Druckfinne erfolgte mit dem videogestützten Messsystem PONTOS. Der Versuch lief bis zu einem signifikanten Kraftabfall.



Abbildung 4.14: Versuchsaufbau des Heckdeckelversuchs

Als Messwert für die Festigkeit des Bauteils wurde die maximal erreichte Kraft definiert. Die Berechnung der Steifigkeit *K* erfolgte über die Steigung der Kraft-Weg-Kurve im linearen Bereich bei F' = 200 N und F'' = 400 N nach Gleichung (4.71):

$$K = \frac{\Delta F}{\Delta w} = \frac{F'' - F'}{w''(F'' = 400 N) - w'(F' = 200 N)}.$$
(4.71)

# 5 Experimentelle Ergebnisse zum Einfluss der Rovingwelligkeiten

Kapitel 5 stellt im ersten Teil die Ergebnisse der Welligkeitsversuche aus Abschnitt 3.1 vor. Im zweiten Teil werden die mechanischen Eigenschaften der textilen FKV-Materialien aus 3.2 dargestellt. Für eine bessere Vergleichbarkeit wurden alle Ergebnisse nach der Methode aus 3.7 auf einen Referenzfaservolumengehalt von 50% normiert.

## 5.1 UD-Welligkeitsversuche

Es werden in diesem Abschnitt nur die Ergebnisse für die faserparallelen Kennwerte dargestellt. Die fasersenkrechten Kennwerte und die Schubeigenschaften der Welligkeitsproben können im Anhang nachgelesen werden.

# 5.1.1 Ergebnisse der Welligkeitsmessung

Die Messung der Welligkeitsparameter nach der in Abschnitt 3.8 vorgestellten Methode lieferte die in Tabelle 5.1 dargestellten Ergebnisse. Es sind die Mittelwerte der Messreihen und die entsprechenden Variationskoeffizienten (VarK) eingetragen. Zusätzlich gibt es eine Spalte für die prozentuale Abweichung des Messwerts vom Sollwert. Diese zeigt, dass die Wellenlänge mit einem Fehler von weniger als 10% sehr gut eingestellt werden kann. Die Abweichung der gemessenen Amplitude vom Sollwert fällt größer aus. Für die ersten fünf Varianten sind hier Unterschiede von durchschnittlich 20% vorhanden. Variante 6 mit der kleinsten Wellenlänge zeigt die größte Abweichung der Amplitude mit ca. 60%. Allgemein sind hin zu kleineren Wellenlängen die real vorhandenen Amplituden geringer im Vergleich zu den Sollwerten.

		Ampl	itude	Wellenlänge				
Vari- ante	Anzahl Mess- werte [-]	Mittel- wert [mm]	VarK [%]	Abwei- chung vom Soll- wert [%]	Anzahl Mess- werte [-]	Mittel- wert [mm]	VarK [%]	Abwei- chung vom Soll- wert [%]
1	37	0,123	33,0	22,9	37	11,51	4,7	2,1
2	61	0,110	46,5	10,5	61	8,83	5,3	2,9
3	112	0,082	47,5	18,4	112	6,07	10,1	2,9
4	114	0,059	51,4	26,1	118	5,93	17,6	5,1
5	110	0,040	53,4	19,8	110	5,85	24,4	6,4
6	224	0,041	62,9	58,6	232	3,05	27,1	0,9

Tabelle 5.1: Amplituden und Wellenlängen der Rovings in den Welligkeitsproben

### 5.1.2 Ergebnisse der Zugversuche

Eine beispielhafte Spannungs-Dehnungs-Kurve der Zugversuche an den Welligkeitsproben ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Mit Hilfe des verlängerten Sekanten-Moduls ist der progressive Verlauf der Kurve deutlich zu erkennen. Vor dem endgültigen Versagen waren bei einigen Proben erste Faserbrüche am Probenrand zu beobachten, welche sich im Spannungs-Dehnungs-Diagramm durch einen kleinen Spannungsabfall darstellten. Das endgültige Versagen der Proben geschah schlagartig. Dabei wurde so viel Energie freigesetzt, dass die Proben in viele kleine Bruchstücke zerbarsten. Die Stelle des Rissbeginns war somit nicht mehr zu identifizieren.



Abbildung 5.1: Spannungs-Dehnungs-Kurve einer Welligkeitsprobe unter Zugbelastung

Die E-Moduln der Welligkeitsproben sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Zusätzlich sind die Messwerte zusammen mit einer linearen Regression in Abbildung 5.2 graphisch dargestellt. In diesem Diagramm sind die Versuchsergebnisse mit einem eingekreisten Kreuz und die entsprechenden Regressionswerte nur mit einem Kreuz dargestellt. Mit Hilfe der Regression ist ein Trend zu kleineren, faserparallelen E-Moduln für kleinere Wellenlängen und größere Amplituden zu beobachten. Die maximale Verringerung liegt bei 4 % zwischen Variante 1 und 5. Diese ist unter der Annahme einer Normalverteilung nach dem zweiseitigen t-Test statistisch signifikant [73].

	c	I	Proben-	$E_{\parallel}$		F
Variante	[mm]	[mm]	anzahl [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]	[%]
1	0,123	5,76	14	92.096	2,2	95,8
2	0,110	4,41	12	92.987	2,8	96,8
3	0,082	3,04	14	92.574	2,1	96,3
4	0,059	2,97	13	94.174	2,7	98,0
5	0,040	2,93	8	96.101	2,6	100,0
6	0,041	1,52	12	92.375	0,9	96,1

Tabelle 5.2: Faserparallele E-Moduln der Welligkeitsproben



Abbildung 5.2: Versuchsergebnisse und lineare Regression für den faserparallelen E-Modul

Die Ergebnisse zum Einfluss der Welligkeitsparameter auf die faserparallele Zugfestigkeit werden in Tabelle 5.3 und Abbildung 5.3 dargestellt. Mit Hilfe der linearen Regression ist auch hier ein Trend zu geringeren Festigkeiten aufgrund höherer Amplituden und geringerer Wellenlängen zu beobachten. Die maximale Verschlechterung der Zugfestigkeit liegt bei 7% zwischen Variante 1 und 5. Angenommen die Versuchsergebnisse sind normalverteilt, ist diese Unterschied statistisch signifikant.

			<b>D</b>			
<i>s</i> [mm]	L [mm]	anzahl	Mittelwert [MPa]	VarK [%]	R <sub>∥,Z,norm</sub> [%]	
0,123	5,76	14	1.626	4,3	92,8	
0,110	4,41	14	1.663	4,0	94,9	
0,082	3,04	14	1.660	5,1	94,7	
0,059	2,97	14	1.669	4,6	95,2	
0,040	2,93	8	1.753	7,4	100,0	
0,041	1,52	14	1.716	2,8	97,9	
	<i>s</i> [mm] 0,123 0,110 0,082 0,059 0,040 0,041	sL(mm)(mm)0,1235,760,1104,410,0823,040,0592,970,0402,930,0411,52	sLProben- anzahl [-]0,1235,76140,1204,41140,0823,04140,0592,97140,0402,9380,0411,5214	s         L         Probenanzahi anzahi [-]         R <sub>II,Z</sub> Mittelwert [MPa]           0,123         5,76         14         1.626           0,110         4,41         14         1.663           0,082         3,04         14         1.660           0,059         2,97         14         1.669           0,040         2,93         8         1.753           0,041         1,52         14         1.716	sLProben- anzahl [-] $R_{\parallel,Z}$ 0,1235,76141.6264,30,1104,41141.6634,00,0823,04141.6605,10,0592,97141.6694,60,0402,9381.7537,40,0411,52141.7162,8	

Tabelle 5.3: Faserparallele Zugfestigkeiten der Welligkeitsproben



Abbildung 5.3: Versuchsergebnisse und lineare Regression für die faserparallele Zugfestigkeit

#### 5.1.3 Ergebnisse der Druckversuche

Im Gegensatz zu den Zugversuchen, bei denen die Dehnungsmessung mit DMS erfolgte, wurden bei den Druckproben ein LEX und ein VEX benutzt. Wie die beispielhafte Spannungs-Dehnungs-Kurve in Abbildung 5.4 zeigt, lieferten die optischen Messverfahren ein stark rauschendes Messsignal. Eine getrennte Auswertung des Dehnungs- und des Kraftsignals über der Zeit zeigte, dass das Rauschen aus der Dehnungsmessung resultiert. Die Ursache hierfür konnte nicht mehr nachvollzogen werden. Das rauschende Messsignal wurde nachträglich geglättet, doch die ausgewerteten E-Moduln streuten relativ stark im Vergleich zu den Zugversuchen. Grund für die größeren Streuungen könnten auch Unterschiede in der Fertigungsqualität der Proben sein. Die Ableitung von statistisch signifikanten Erkenntnissen bezüglich des E-Moduls wird als nicht sinnvoll erachtet und entfällt an dieser Stelle. Da für die Berechnung der Druckfestigkeit das Kraftsignal verwendet wurde, streuten diese Ergebnisse weniger und eine Auswertung ist sinnvoll.



Abbildung 5.4: Spannungs-Dehnungs-Kurve einer Welligkeitsprobe unter Druckbelastung

Die gemessenen Druckfestigkeiten sind in Tabelle 5.4 zusammengefasst. Die lineare Regression der Versuchsergebnisse in Abbildung 5.5 veranschaulicht, dass die Druckfestigkeit sinkt, wenn die Amplitude größer oder die Wellenlänge geringer wird. Mit einem maximalen Unterschied von 14% zwischen Variante 5 und 6 hat die Rovingwelligkeit einen größeren Einfluss auf die Druck- als auf die Zugfestigkeit. Dieser Unterschied ist unter Annahme einer Normalverteilung der Ergebnisse aufgrund der geringen Probenanzahl nicht statistisch signifikant.

	s	I	Proben-	$R_{\parallel,D}$	R <sub>ii</sub> p	
Variante	[mm]	[mm]	anzahl [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]	<b>™</b> ∥, <i>D</i> ,norm [%]
1	0,123	5,76	6	692	13,4	95,2
2	0,110	4,41	5	661	2,1	90,9
3	0,082	3,04	6	678	6,2	93,2
4	0,059	2,97	4	687	4,0	94,4
5	0,040	2,93	6	727	11,7	100,0
6	0,041	1,52	4	626	8,3	86,1

Tabelle 5.4: Faserparallele Druckfestigkeiten der Welligkeitsproben



Abbildung 5.5: Versuchsergebnisse und lineare Regression für die faserparallele Druckfestigkeit

## 5.1.4 Ergebnisse der Biegeversuche

Das Diagramm in Abbildung 5.6 zeigt beispielhaft den Spannungs-Dehnungs-Verlauf der durchgeführten 4-Punkt-Biegeversuche. Im Anfangsbereich bis 0,2% Dehnung wird der Anstieg der Kurve ein wenig größer. Es konnte nicht eindeutig geklärt werden, ob es sich dabei um eine Eigenschaft des Materials oder um Setzungserscheinungen der Probe im Versuchsaufbau handelt. Danach verläuft die Kurve degressiv bis zum endgültigen Versagen. Für die Varianten 1 bis 3 geschah der Bruchvorgang relativ langsam auf der Druckseite unter den Lasteinleitungsstempeln. Variante 4 bis 6 brachen derart schlagartig in zwei Bruchstücke, dass mit bloßem Auge nicht erkennbar war, ob das Versagen auf der Zug- oder auf der Druckseite begann. Daher kann von den Welligkeitsparametern der Varianten 4 bis 6 kein Rückschluss auf die Zug- oder Druckfestigkeit des Materials gezogen werden.



Abbildung 5.6: Spannungs-Dehnungs-Kurve einer Welligkeitsprobe unter Biegebelastung

Tabelle 5.5 zeigt die Zusammenfassung der gemessenen Biege-Moduln. Bei den Schliffbildern von Variante 6 in Abbildung 5.7 war zu beobachten, dass die Fasern nicht bis an den oberen und unteren Rand der Probe heranreichen.



Abbildung 5.7: Schliffbilder von Variante 3 (oben) und Variante 6 (unten)

Eine Veränderung des Biege-Moduls von Variante 6 resultiert somit nicht allein aus der Änderung der Welligkeitsparameter. Deshalb wurde Variante 6 bei der linearen Regressionsanalyse in Abbildung 5.8 nicht berücksichtigt. Die Regression zeigt, dass hin zu größeren Amplituden und zu kleineren Wellenlängen der Biege-Modul absinkt. Die maximale Änderung des Biege-Moduls beträgt ohne Berücksichtigung von Variante 6 rund 10%. Dieser Unterschied zwischen Variante 3 und 5 ist unter der Annahme einer Normalverteilung der Versuchsergebnisse statistisch signifikant.

	ç	L	Proben-	<i>Eb</i> ,40%	E h 40% norm	
Variante	[mm]	[mm]	anzahl [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]	[%]
1	0,123	5,76	4	84.213	0,3	96,6
2	0,110	4,41	4	82.883	0,1	95,1
3	0,082	3,04	4	79.091	2,8	90,7
4	0,059	2,97	6	81.985	2,3	94,1
5	0,040	2,93	6	87.164	6,2	100,0
6	0,041	1,52	6	74.892	2,9	85,9

Tabelle 5.5: Faserparallele Biege-Moduln der Welligkeitsproben



Abbildung 5.8: Versuchsergebnisse und lineare Regression für den faserparallelen Biege-Modul

Die Zusammenfassung der Versuchsergebnisse der Biegefestigkeiten ist in Tabelle 5.6 dargestellt. Aufgrund der Problematik von Variante 6 wurde diese auch hier nicht in der linearen Regressionsanalyse in Abbildung 5.9 berücksichtigt. Die Regressionsfunktion zeigt ein ähnliches Verhalten wie beim Biege-Modul. Der maximale Unterschied in der Biegefestigkeit beträgt ca. 5% zwischen Variante 2 und 4. Jedoch ist dieser, angenommen die Ergebnisse sind normalverteilt, statistisch nicht signifikant.

	s	L	Proben-	$R_b$	Rhnorm	
Variante	[mm]	[mm]	anzahl [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]	[%]
1	0,123	5,76	4	1.087	3,7	97,0
2	0,110	4,41	4	1.076	4,6	96,0
3	0,082	3,04	4	1.077	5,1	96,1
4	0,059	2,97	6	1.127	3,8	100,5
5	0,040	2,93	6	1.121	5,6	100,0
6	0,041	1,52	6	1.041	2,2	92,9

Tabelle 5.6: Faserparallele Biegefestigkeiten der Welligkeitsproben



Abbildung 5.9: Versuchsergebnisse und lineare Regression für die faserparallele Biegefestigkeit

## 5.2 Materialcharakterisierung von textilen FKV aus Gelegen und Geweben

Nachfolgender Abschnitt stellt die Ergebnisse der Materialcharakterisierung der textilen FKV-Materialien aus Abschnitt 3.2 vor. Die Proben wurden aus mehreren Probeplatten entnommen. Da die Halbzeuge in Kett- und Schussrichtung gleiche Flächengewichte aufweisen und auch die Ergebnisse der 0°- und 90°-Prüfrichtung größtenteils keinen statistisch signifikanten Unterschied zeigten, werden die Kennwerte als Mittelwert beider Prüfrichtungen dargestellt. Es erfolgte zusätzlich eine Umrechnung der faserparallelen Kennwerte auf  $\varphi_{ref} = 50\%$ .

### 5.2.1 Ergebnisse der Welligkeitsmessung

Die Ergebnisse der Messung von Amplitude und Wellenlänge anhand der Schliffproben sind in Tabelle 5.7 dargestellt. Der Variationskoeffizient zeigt, dass die Amplitude stärker als die Wellenlänge streut. Dies war bereits bei den Welligkeitsproben zu beobachten. Die Amplituden der Gelege-Materialien sind geringer als die der Gewebe-Materialien. Die größte Wellenlänge beim 330-Gewebe ist in etwa viermal größer als die kleinste beim GFK-Gelege. Die letzte Spalte gibt mit dem Quotienten s/L einen Anhaltspunkt über die Größe der Welligkeit. Demnach hat das 660-Gewebe die größte Welligkeit und das CFK-Gelege die geringste.

	Anzəhl	Amplitude		Anzəhl	Wellen		
Variante	Messungen [-]	Mittel- wert [mm]	VarK [%]	Messungen [-]	Mittel- wert [mm]	VarK [%]	s/L [-]
GFK-Gelege	114	0,034	73,0	139	2,59	4,4	0,013
CFK-Gelege	96	0,048	56,2	51	5,12	2,6	0,009
330-Gewebe	49	0,277	15,8	49	9,70	7,8	0,029
660-Gewebe	50	0,407	20,6	60	4,89	2,3	0,083

Tabelle 5.7: Amplituden und Wellenlängen der Rovings in den textilen FKV

Mit Hilfe der Gleichungen (4.48) bis (4.53) können die Welligkeitsparameter für die Gewebe abgeschätzt werden. Für das 330-Gewebe berechnet sich danach die Amplitude zu 0,2 mm und die Wellenlänge zu 9,70 mm. Analog werden für das 660-Gewebe s = 0,33 mm und L = 4,85 mm bestimmt. Wie schon bei den Welligkeitsproben zeigt sich, dass die Wellenlänge sehr gut mit den Webparametern abgeschätzt werden kann. Der Fehler liegt bei unter 1 %. Für

die Amplitude liegen die Abweichungen bei etwa 20-40%, womit dieser Parameter nicht so genau wie die Wellenlänge abgeschätzt werden kann.

## 5.2.2 Ergebnisse der Zugversuche

Die Spannungs-Dehnungs-Kurven der vier Materialien sind qualitativ gleich und zeigten eine mehr oder weniger stark ausgeprägte progressive Charakteristik. Das endgültige Versagen war immer mit einem Faserbruch verbunden. Die Bruchstelle war sowohl mittig als auch in der Nähe der Probeneinspannung zu finden.

Die faserparallelen E-Moduln der untersuchten textilen FKV sind in Tabelle 5.8 zusammengefasst. Der große Unterschied von ca. 58% zwischen CFK- und GFK-Gelege resultiert zum größten Teil aus dem geringeren E-Modul der Glasfaser (73.000 MPa) im Vergleich zur Kohlenstofffaser (230.000 MPa). Beim Vergleich der CFK-Materialien sinkt der E-Modul um 7% vom Gelege zum 330-Gewebe und um 14% zum 660-Gewebe. Diese Abfolge stimmt mit der Reihenfolge der Rovingwelligkeiten s/L aus Tabelle 5.7 überein.

Variante	Proben- anzahl [-]	E-Modul $(\varphi_{ref} = 50\%)$		E-Modul
		Mittelwert [MPa]	VarK [%]	[%]
GFK-Gelege	12	26.298	2,2	42,3
CFK-Gelege	12	62.152	2,7	100,0
330-Gewebe	12	57.758	3,8	92,9
660-Gewebe	16	53.511	2,2	86,1

Tabelle 5.8: Faserparallele Zug-Moduln der textilen FKV-Materialien

Tabelle 5.9 zeigt die Übersicht der gemessenen Zugfestigkeiten der textilen FKV. Der Abfall der Zugfestigkeiten von CFK zu GFK ist nahezu gleich wie beim E-Modul. Dies ist auch für die Reduktion der Zugfestigkeit vom CFK-Gelege zum 330-Gewebe der Fall. Das 660-Gewebe hat unter den CFK-Materialien die kleinste Wellenlänge bei gleichzeitig größter Amplitude. Die Bruchspannung fällt mit 35% auch relativ stark ab, wobei hier ein weiteres Phänomen auftritt.

Variante	Proben- anzahl [-]	Zugfestigkeit ( $\varphi_{ref} = 50\%$ )		Zug- festigkeit
		Mittelwert [MPa]	VarK [%]	normiert [%]
GFK-Gelege	12	478	4,6	42,5
CFK-Gelege	12	1.124	3,6	100,0
330-Gewebe	12	1.062	4,1	94,5
660-Gewebe	16	727	2,1	64,7

Tabelle 5.9: Faserparallele Zugfestigkeiten der textilen FKV-Materialien

Wie in Abbildung 5.10 zu erkennen ist, trat bei dem Zugversuch des 660-Gewebes ein Dehnungssprung bei etwa der Hälfte der Maximallast auf. Anschließend verlief die Spannungs-Dehnungs-Kurve mit ähnlicher Steifigkeit wie davor.



Abbildung 5.10: Spannungs-Dehnungs-Kurve eines 660-Gewebe-Probekörpers mit Delaminationen

Die Diskontinuität des Spannungsverlaufs resultierte aus Delaminationen der einzelnen Gewebe-Schichten. Die seitliche Ansicht eines geprüften Probekörpers in Abbildung 5.11 zeigt diese Delaminationen. Die hellgrauen Bahnen stellen die Rovings in Zugrichtung dar. Teilweise sind die Quer-Rovings in den dunkelgrauen Bereichen gut zu erkennen. In diesen sind Zwischenfaserbrüche mit einem Bruchwinkel von  $\theta = 0^{\circ}$  vorhanden. Die Delaminationen zwischen den welligen, hellgrauen Rovingbahnen sind deutlich durch die schwarzen Gebiete zu sehen.



Abbildung 5.11: Seitliche Ansicht eines 660-Gewebe-Probekörpers nach einem Zugversuch

Trotz des komplexen Versagensverhaltens sind die Streuungen der Zugfestigkeit relativ gering. Ein zusätzlicher Einfluss dieser Vorschädigungen auf die endgültige Zugfestigkeit kann nicht ausgeschlossen werden.

# 5.2.3 Ergebnisse der Druckversuche

Bei den Spannungs-Dehnungs-Kurven der Druckversuche war eine degressive Charakteristik bis zum endgültigen Versagen zu beobachten. Die Proben versagten mittig in der freien Prüflänge sowie auch am Rand in der Nähe der Einspannung. Das Versagensbild war für alle Proben ähnlich.

Die Druck-Moduln aus Tabelle 5.10 bestätigen die Unterschiede der Elastizitätskennwerte aus den Zugversuchen. Der größte Unterschied zwischen dem Zug- und Druck-Modul der einzelnen textilen FKV-Materialien ist mit 5 % am größten beim CFK-Gelege und wird gefolgt vom 330-Gewebe mit 4 %. Bei den übrigen beiden Materialien liegen die Unterschiede unter 1 %.

	Proben-	E-Modul $(\varphi_{ref} = 50\%)$		E-Modul
variante	anzahi [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]	normiert [%]
GFK-Gelege	12	26.468	3,9	44,6
CFK-Gelege	12	59.301	4,1	100,0
330-Gewebe	12	55.579	1,0	93,7
660-Gewebe	16	53.057	2,8	89,5

Tabelle 5.10: Faserparallele Druck-Moduln der textilen FKV-Materialien
Für die Druckfestigkeiten ergeben sich die in Tabelle 5.11 dargestellten Ergebnisse. Ausgehend vom CFK-Gelege ist die Druckfestigkeit vom GFK-Gelege um 19% geringer. Beim Zugversuch waren es 60% Verringerung der Festigkeit. Das GFK-Gelege erreicht damit einen höheren Bruchwiderstand gegen Druck- als gegen Zugversagen. Bei allen hier untersuchten CFK-Materialien ist dies umgekehrt der Fall. Die Reduktion von 5% der Druckfestigkeit des 330-Gewebes gegenüber dem CFK-Gelege liegt in der gleichen Größenordnung wie bei der Zugfestigkeit. Bei dem 660-Gewebe fällt die Druckfestigkeit mit fast 50% im Vergleich zum CFK-Gelege stärker ab als die Zugfestigkeit.

Varianto	Proben-	<b>Druckfest</b> $(\varphi_{ref} = 5)$	Druckfestigkeit ( $\varphi_{ref} = 50\%$ )			
v al lante	anzam [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]	normiert [%]		
GFK-Gelege	12	535	5,9	81,0		
CFK-Gelege	12	661	5,8	100,0		
330-Gewebe	12	625	4,7	94,6		
660-Gewebe	16	342	16,2	51,7		

Tabelle 5.11: Faserparallele Druckfestigkeiten der textilen FKV-Materialien

# 6 Validierung des Welligkeitsmodells

Folgender Abschnitt beschreibt die Ergebnisse des Welligkeitsmodells aus Kapitel 4 für die textilen FKV-Materialien aus Kapitel 5. Anschließend folgen der Vergleich mit den Experimenten und die Darstellung des Prognosefehlers. Danach werden die mit dem Welligkeitsmodell berechneten mechanischen Kennwerte für die Versagensanalyse der Flachproben, Hutprofile und Bauteile verwendet. Um den Nutzen des neuen Welligkeitsmodells zu zeigen, wird auch eine alternative Methode zur rechnerischen Bestimmung der mechanischen Kennwerte von textilen FKV in den Vergleich miteinbezogen.

### 6.1 Rechnerische Ergebnisse zum Einfluss der Rovingwelligkeiten

Im ersten Teil wird das entwickelte Welligkeitsmodell mit den UD-Welligkeitsversuchen aus Abschnitt 5.1 verglichen. Außerdem wird das Regressionsmodell zur Berücksichtigung der Welligkeiten aus Abschnitt 4.6 für die UD-Schicht vorgestellt. Im zweiten Teil werden die faserparallelen Kennwerte der textilen FKV aus Abschnitt 5.2 mit Hilfe des Welligkeitsmodells abgeschätzt und mit den jeweiligen Versuchswerten verglichen.

## 6.1.1 UD-Welligkeitsversuche

Zunächst erfolgte der Aufbau der sechs FE-Modelle der Varianten 1-6 mit den gemessenen Amplituden und Wellenlängen aus Abschnitt 5.1.1. Neben diesen wurden zusätzlich die Varianten 7-16 als Stützpunkte für die Regressionsanalyse erstellt. Der vollständige Versuchsplan mit vier verschiedenen Amplituden und Wellenlängen ist im Anhang in Tabelle A 8 zu finden.

Für die FE-Modelle müssen die Materialkennwerte des Roving- und des Reinharzgebietes definiert werden. Die faserparallelen Materialkennwerte des Rovings wurden mit den Mischungsformeln aus Abschnitt 4.2 berechnet. Die Bestimmung der übrigen Kennwerte erfolgte über entsprechende Versuche an den Welligkeitsproben. Für die Mischungsformeln wurden die lokalen Faservolumengehalte in den Rovings benötigt. Die Berechnung des globalen FVG erfolgte mit Hilfe des Flächengewichts der Halbzeuge und der Dicke des Laminats. Für das Flächengewicht wurden die Masse und die Grundfläche der sechs übereinander gelegten, trockenen Zuschnitte bestimmt. Bei den übrigen Varianten 7-16 erfolgte die Definition eines mittleren globalen Faservolumengehalts aus den Werten der Varianten 1-6. Aufgrund der Reinharzgebiete wurde anschließend der lokale Faservolumengehalt im Roving berechnet. Für die Varianten 1-16 ergeben sich die in Tabelle 6.1 zusammengefassten faserparallelen Materialkennwerte für das Gebiet des Rovings.

Variante	Lokaler rechnerischer Faservolumen- gehalt [%]	E <sub>II</sub> [MPa]	ν <sub>⊥∥</sub> [-]	R <sub>∥</sub> [MPa]
1	70,4	162.700	0,28	3.467
2	66,9	154.800	0,29	3.297
3	59,9	138.900	0,3	2.959
4	54,7	127.100	0,31	2.707
5	51,1	118.900	0,31	2.533
6	52,4	121.800	0,31	2.595
7-8	70,6	163.200	0,28	3.477
9-11	59,9	138.900	0,29	3.297
12-14	54,9	127.500	0,31	2.717
15-16	51,3	119.300	0,31	2.542

Tabelle 6.1: Faserparallele Materialkennwerte für das Roving-Gebiet aus der Mischungsformel

Die übrigen Kennwerte des Rovings wurden an den Welligkeitsproben mit einem globalen FVG von ca. 45% ermittelt. Da keine ausreichend abgesicherte Methode zur Umrechnung dieser Kennwerte auf die lokalen FVG aus Tabelle 6.1 bekannt ist, wurden diese Kennwerte nicht umgerechnet, sondern blieben für jede Variante konstant. Die Reinharzkennwerte wurden aus dem Datenblatt des Herstellers übernommen [74].

Tabelle 6.2: Matrixdominierte Materialkennwerte für das Roving- und Reinharzgebiet

Roving						Rei	nharz	
<i>E</i> ⊥ [MPa]	$G_{\parallel\perp}$ [MPa]	<i>R</i> ⊥, <i>Z</i> [MPa]	<i>R</i> ⊥, <i>D</i> [MPa]	$R_{\perp\parallel}$ [MPa]	E [MPa]	ν [-]	R <sub>Z</sub> [MPa]	$R^A_{\perp\perp}$ [MPa]
6.100	2.870	33	143	39	2.750	0,4	69	53

Mit Hilfe des Datensatzes aus den Berechnungen der Varianten 1-16 wurde die Regressionsanalyse durchgeführt. Abbildung 6.1 zeigt beispielhaft anhand der Zugfestigkeit die auf Variante 3 normierten Versuchsergebnisse und die resultierende quadratische Regressionsfunktion in Abhängigkeit von *s* und 1/*L*. Der Einfluss der Wellenlänge wurde mit 1/*L* berücksichtigt, damit der Fall ideal gerader Rovings ( $L \rightarrow \infty$ ) dargestellt werden kann. Die Kreuze sind die Ergebnisse der numerischen Experimente. Die umkreisten Kreuze sind die entsprechenden Werte auf der Regressionsfunktion.



Abbildung 6.1: Regressionsmodell auf Basis numerischer Experimente

Für die Funktion aus Gleichung (4.64) wurden Polynome der folgenden Form verwendet:

$$f(s,L) = as^{2} + bs + c\frac{s}{L} + d\frac{1}{L^{2}} + e\frac{1}{L} + f.$$
 (6.1)

Es ergeben sich für die faserparallelen Kennwerte E-Modul, Zug- und Druckfestigkeit die in Tabelle 6.3 zusammengefassten Koeffizienten und die dazugehörigen Bestimmtheitsmaße.

Regressions- modell	a [1/mm <sup>2</sup> ]	b [1/mm]	с [-]	d [mm²]	e [mm]	f [-]	R <sup>2</sup>
$E_{\parallel}$	-4,28	0,67	-2,08	-0,12	0,12	1,00	0,95
$R_{\parallel,Z}$	-2,75	0,35	-2,39	-0,09	0,06	1,03	0,97
$R_{\parallel,D}$	0,00	-13,93	10,90	-2,23	-1,00	2,71	0,99

Tabelle 6.3: Koeffizienten und Bestimmtheitsmaße der Regressionsfunktionen

Der Vergleich der E-Moduln aus dem Welligkeits- und dem daraus abgeleiteten Regressionsmodell mit den Welligkeitsversuchen wird in Abbildung 6.2 gezeigt. Neben den Berechnungen der Varianten 1-6 ist zusätzlich der E-Modul der Variante 0 ohne Welligkeit dargestellt. Da die Änderungen des E-Moduls relativ gering sind, beginnt die Hochachse nicht bei Null. Die Fehlerindikatoren der Versuchswerte stellen die Standardabweichungen dar. Bei den Fehlerindikatoren des Welligkeitsmodells handelt es sich um die Berechnungsergebnisse der in-phase- und out-of-phase-Konfigurationen. Bei Variante 0 fallen alle drei Werte zusammen.



Abbildung 6.2: Vergleich der berechneten E-Moduln mit den Versuchswerten

Qualitativ werden die Tendenzen aus den Versuchen von beiden Modellen wiedergegeben. Das Welligkeitsmodell überschätzt den E-Modul nahezu konstant um ca. 10%. Dies liegt zum Teil daran, dass das Welligkeitsmodell Variante 0 als Referenzwert hat und in Variante 0 noch keine Einflüsse aus Poren oder der Faser-Matrix-Anbindung berücksichtigt werden. Dagegen hat das Regressionsmodell den Versuchswert von Variante 3 als Referenz. In diesem Wert sind andere Einflussparameter bereits berücksichtigt. Damit können deutlich bessere Abschätzungen mit einem maximalen Fehler von 2% erreicht werden. Wenn das Regressionsmodell ebenfalls den Referenzwert von Variante 0 nutzen würde, wären beide Modelle nahezu deckungsgleich in ihren Ergebnissen. Vice versa könnte das Welligkeitsmodell auf den Versuchswert von Variante 3 kalibriert werden, womit das Welligkeitsmodell dann nahezu identisch mit dem Regressionsmodell wäre. In Abbildung 6.3 sind die Berechnungsergebnisse der Zugfestigkeiten zusammengefasst. Die Fehlerindikatoren stellen für die Versuche die Standardabweichung und für das Welligkeitsmodell die Ergebnisse der in-phase- und out-of-phase-Schichtung dar. Die qualitativen Tendenzen können auch hier von beiden Modellen abgebildet werden. Die absoluten Werte des Welligkeitsmodells überschätzen die Versuche im Schnitt um ca. 30%. An dieser Stelle sei wieder darauf hingewiesen, dass Variante 0 als Referenzwert des Welligkeitsmodells keine Einflüsse von Poren, Faser-Matrix-Anbindung oder anderen Größen beinhaltet. Hingegen wird für das Regressionsmodell der Versuchswert der Variante 3 als Referenz genutzt. Mit der Kenntnis dieser experimentell ermittelten Zugfestigkeit ist auch hier eine Verbesserung des Prognosefehlers auf weniger als 5% möglich. Mit einer Kalibrierung des Welligkeitsmodells auf einen der Versuchswerte wären diese geringen Abweichungen auch möglich.



Abbildung 6.3: Vergleich der berechneten Zugfestigkeiten mit den Versuchswerten

Abschließend zeigt das Diagramm in Abbildung 6.4 die mit dem Welligkeits- und Regressionsmodell berechneten Druckfestigkeiten. Zunächst fallen die großen Fehlerindikatoren des Welligkeitsmodells auf, welche die Ergebnisse der in-phase- und out-of-phase-Modelle darstellen. Diese große Streubreite zeigt die Schwierigkeit der Simulation der Druckfestigkeit. Je kleiner die berechneten Mittelwerte der Druckfestigkeiten des Welligkeitsmodells sind, desto kleiner ist auch der Unterschied zwischen den in-phase- und out-of-phase-Ergebnissen. Das Maximum von Variante 5 und das Minimum von Variante 6 werden von beiden Modellen richtig berechnet und auch die Tendenzen stimmen gut überein. Bei der Betrachtung der absoluten Werte des Welligkeitsmodells sind jedoch Abweichungen von 50-160% im Vergleich zum Experiment vorhanden. Der größte Fehler ist bei dem Modell mit der größten Druckfestigkeit vorhanden. Umgekehrt zeigt das Modell mit der geringsten Festigkeit die kleinste Abweichung vom Versuchswert. Für das Regressionsmodell mit dem Versuchswert von Variante 3 als Referenz werden mit durchschnittlich ca. 20% deutlich geringere Prognosefehler erreicht.



Abbildung 6.4: Vergleich der berechneten Druckfestigkeiten mit den Versuchswerten

Als Fazit lässt sich ziehen, dass das Welligkeitsmodell in der Lage ist, qualitativ gute Ergebnisse für den Einfluss der Welligkeitsparameter auf die faserparallelen Kennwerte zu liefern. Für einen möglichst geringen Prognosefehler der absoluten Kennwerte ist die Kenntnis eines Referenzwertes mit den entsprechenden Welligkeitsparametern notwendig.

### 6.1.2 Rechnerische Materialcharakterisierung von textilen FKV

Der folgende Abschnitt beschreibt die Anwendung des Welligkeitsmodells auf die textilen FKV-Materialien und vergleicht die berechneten mit den experimentellen Ergebnissen aus 5.2. Weiterhin wird der Vorteil des Welligkeitsmodells im Vergleich zum Ingenieurtool COMPOSITOR untersucht. Abbildung 6.5 zeigt, welche Eingabegrößen für das Welligkeitsmodell und für COMPOSITOR benötigt werden bzw. welche Kennwerte mit diesen Modellen für textile FKV bestimmt werden können. Zusätzlich wird kurz beschrieben, welche Ansätze beiden Modellen zugrunde liegen. Im Gegensatz zu COMPOSITOR ist das Welligkeitsmodell in der Lage Druck-Moduln und -festigkeiten mit Hilfe der Faser- und Matrixkennwerte zu

berechnen. Außerdem werden beim Welligkeitsmodell die real vorhandenen Welligkeitsparameter und die Bindungsart berücksichtigt, wohingegen dies bei COMPOSITOR lediglich für den Textiltyp der Fall ist.



Abbildung 6.5: Vergleich des Berechnungsablaufs des COMPOSITOR und des Welligkeitsmodells

### 6.1.2.1 Gewebe

Die FE-Welligkeitsmodelle des 330- und 660-Gewebes wurden entsprechend den gemessenen Amplituden und Wellenlängen aus Abschnitt 5.2.1 aufgebaut. Da keinerlei Reinharzgebiete im Welligkeitsmodell vorhanden sind, konnten direkt die berechneten FVG der Prüfplatten für das Modell übernommen werden. Damit berechnen sich nach den Mischungsformeln die faserparallelen Materialkennwerte wie in Tabelle 6.4 dargestellt. Die Schubkennwerte wurden direkt am FKV-Gewebe gemessen. Die Bestimmung der fasersenkrechten Kennwerte erfolgte anhand von unidirektionalen FKV-Materialien, welche die gleiche Faser-Matrix-Kombination und einen ähnlichen FVG aufwiesen.

Material	<i>Е</i> <sub>  </sub> [MPa]	ν <sub>⊥∥</sub> [-]	$E_{\perp}$ [MPa]	$G_{\parallel\perp}$ [MPa]	<i>R</i> ∥, <i>Z</i> [MPa]	<i>R</i> ⊥, <i>Z</i> [MPa]	<i>R</i> ⊥, <i>D</i> [MPa]	<i>R</i> ⊥∥ [MPa]	$lpha_{\parallel\perp}$ [MPa <sup>-5</sup> ]
330-Gewebe	107.400	0,32	7.690	3.430	2.288	44	151	59	4,80E-11
660-Gewebe	122.300	0,31	8.670	4.786	2.606	52	198	75	1,42E-11

Tabelle 6.4: Materialkennwerte für das Roving- und Quer-Roving-Gebiet

Für das Materialgesetz des Quer-Rovings wird zusätzlich die Querkontraktionszahl  $v_{\perp\perp}$  benötigt. Der Versuch zur Bestimmung dieses Kennwertes ist nicht vorhanden, weshalb auf die bestehende Literatur zurückgegriffen wurde. Mit Hilfe von [1] erfolgte die Abschätzung auf  $v_{\perp\perp} = 0.4$  für beide Gewebe-Modelle.

Mit dem Welligkeitsmodell und dem COMPOSITOR wurden die in Abbildung 6.6 dargestellten Zug-Moduln berechnet. Die Fehlerindikatoren der Versuchsergebnisse stellen die Standardabweichung dar und bei dem Welligkeitsmodell die Ergebnisse aus den in-phase- und out-of-phase-Modellen. Auch hier zeigt sich, dass mit größerem s/L der Unterschied zwischen den berechneten E-Moduln der in-phase- und out-of-phase-Welligkeitsmodelle ansteigt. Neben den Ergebnissen der Modelle zur Berücksichtigung der Welligkeiten sind auch die theoretischen Kennwerte der Referenz ohne Ondulationen zu sehen. Diese wurden aus den Faser- und Matrixkennwerten sowie mit Hilfe der Mischungsregeln und der CLT bestimmt. Die Anwendung des Regressionsmodells aus Abschnitt 6.1.1 ist nur mittels Extrapolation möglich, da die Welligkeitsparameter der hier untersuchten Gewebe außerhalb des Definitionsbereichs der Regressionsfunktion (Gleichungen (4.65) und (4.66)) liegen. Das Regressionsmodell zeigte, aufgrund der Extrapolation für Gewebe, deutliche Abweichungen im Vergleich zu den Versuchsergebnissen und ist deshalb hier nicht aufgeführt.



Abbildung 6.6: Vergleich der berechneten Zug-Moduln mit den Versuchswerten der FKV-Gewebe bei  $\varphi_{ref} = 50 \%$ 

Ohne Korrektur der Welligkeiten weicht der berechnete E-Modul für das 330-Gewebe um ca. 10% und für das 660-Gewebe um ca. 20% von den Versuchswerten ab. Mit dem Welligkeitsmodell und dem COMPOSITOR werden mit weniger als 10% relativ kleine Prognosefehler zur Berechnung der E-Moduln erreicht. COMPOSITOR geht aufgrund der Köperbindung des 660-Gewebes von einem kleineren Korrekturfaktor als bei dem 330-Gewebe aus, da letztes in Leinwandbindung gefertigt wird. Daher folgt bei der Berechnung von COMPO-SITOR ein kleiner Anstieg des Zug-Moduls für das 660-Gewebe im Vergleich zum 330-Gewebe. Im Experiment war dies jedoch umgekehrt der Fall, welches auch richtig vom Welligkeitsmodell wiedergegeben wird.

Der Vergleich der experimentellen und berechneten Zugfestigkeiten ist in Abbildung 6.7 dargestellt. Da der Korrekturfaktor des COMPOSITOR auch hier nur die Bindungsart, aber nicht die eigentlichen Welligkeitsparameter berücksichtigt, sind die Zugfestigkeiten für das 660-Gewebe größer als beim 330-Gewebe. Die Versuche zeigen jedoch eine geringere Zugfestigkeit des 660-Gewebes, weshalb bei der Abschätzung von COMPOSITOR eine Abweichung von 40% im Vergleich zum Versuchswert auftritt. Das Welligkeitsmodell gibt die Verringerung der Zugfestigkeit des 660-Gewebes richtig wieder und der Prognosefehler liegt bei weniger als 10%. Der Vergleich des Versuchswertes mit dem Referenzwert ohne Berücksichtigung der Welligkeit zeigt relativ große Unterschiede von 30% für das 330- und 90% für das 660-Gewebe.



Abbildung 6.7: Vergleich der berechneten Zugfestigkeiten mit den Versuchswerten der FKV-Gewebe bei  $\varphi_{ref} = 50\%$ 

Das Welligkeitsmodell ist außerdem in der Lage, den in 5.2.2 beschriebenen Dehnungssprung in der Spannungs-Dehnungs-Kurve des 660-Gewebes abzubilden. Abbildung 6.8 zeigt die Spannungsverläufe der Simulationen des in-phase- und out-of-phase-Welligkeitsmodells. Zu Beginn des Dehnungssprungs treten laut Simulation im Quer-Roving- und Roving-Gebiet Zwischenfaserbrüche auf. Die ZFB im Roving entsprechen den beobachteten Delaminationen im Versuch. Diese haben zur Folge, dass unter anderem der Schubmodul in diesem Gebiet degradiert wird und die Rovings in der Lage sind, sich in Lastrichtung zu strecken. Die Streckung der Rovings führt zu dem Dehnungssprung im Spannungs-Dehnungs-Verlauf.



Abbildung 6.8: Simulation der Spannungs-Dehnungs-Kurven des 660-Gewebes mittels in-phase- und out-of-phase-Welligkeitsmodell

Für die Druck-Moduln in Abbildung 6.9 ergibt sich ein ähnliches Bild wie bei den Zugkennwerten. Die Referenz ohne Welligkeit überschätzt die Versuchsergebnisse des 330-Gewebes um 15% und die des 660-Gewebes um 20%. Sowohl der COMPOSITOR als auch das Welligkeitsmodell liefern gute Ergebnisse mit Abweichungen von unter 10% im Vergleich zu den Versuchswerten. Der COMPOSITOR berechnet wiederum einen kleinen Anstieg für den Modul des 660-Gewebes. Auch hier zeigt das Experiment den umgekehrten Fall. Das Welligkeitsmodell sagt die Reduktion des Druck-Moduls vom 330- zum 660-Gewebe korrekt vorher.



Abbildung 6.9: Vergleich der berechneten Druck-Moduln mit den Versuchswerten der FKV-Gewebe bei  $\varphi_{ref} = 50\%$ 

Mit dem COMPOSITOR ist keine Abschätzung der Druckfestigkeit des FKV-Gewebes möglich, da kein Referenzwert berechnet werden kann. Dies hängt damit zusammen, dass es keinen Druckfestigkeitskennwert der Faser gibt. Das Welligkeitsmodell ist jedoch in der Lage, wie in Abbildung 6.10 dargestellt, mit einer Abweichung von 13-17% im Vergleich zum Versuch, eine Abschätzung der Druckfestigkeiten zu geben. Wie bei den UD-Welligkeitsversuchen ist zu beobachten, dass größere Rovingwelligkeiten zu kleineren Unterschieden zwischen den berechneten Ergebnissen der in-phase- und out-of-phase-Welligkeitsmodelle führen. Ebenso wird der Fehler zu den experimentellen Werten geringer.



Abbildung 6.10: Vergleich der berechneten Druckfestigkeiten mit den Versuchswerten der FKV-Gewebe bei  $\varphi_{ref} = 50 \%$ 

Zusammenfassend ist festzustellen, dass beim Vergleich der Referenzwerte mit den Versuchsergebnissen Fehler von 15-20% bei den E-Moduln und bis zu 90% bei den Zugfestigkeiten beobachtet wurden. Daher sollten bei FKV-Geweben die faserparallelen E-Moduln und Festigkeiten aufgrund der Rovingwelligkeiten korrigiert werden. Die Korrektur der E-Moduln mit COMPOSITOR oder dem Welligkeitsmodell verringert den Prognosefehler auf unter 10%. Bei den Zugfestigkeiten liefert das Welligkeitsmodell deutlich bessere Prognosen als COMPOSITOR. Für die Druckfestigkeiten kann COMPOSITOR keine Abschätzung geben. Das Welligkeitsmodell berechnet Druckfestigkeiten, welche die Versuchsergebnisse um weniger als 20% sowohl über- als auch unterschätzen.

### 6.1.2.2 Gelege

Für das GFK- und CFK-Gelege wurden die Welligkeitsmodelle mit den entsprechenden Rovingwelligkeiten aus Abschnitt 5.2.1 erstellt. Die Faservolumengehalte entsprechen denen der Prüfplatten, da in den Welligkeitsmodellen keine Reinharzgebiete vorhanden sind. Die faserparallelen Kennwerte wurden mit den Mischungsformeln berechnet. Im Gegensatz dazu erfolgte die Bestimmung der fasersenkrechten Kennwerte aus Versuchen an unidirektional verstärkten Proben mit ähnlichen FVG und gleicher Faser-Matrix-Kombination. Gleiches gilt für die Schubkennwerte. Die Querkontraktionszahl  $v_{\perp\perp}$  für das Quer-Roving-Materialgesetz wurde wiederum nach [1] mit 0,4 für beide Materialien abgeschätzt. Die Zusammenfassung aller Materialkennwerte ist in Tabelle 6.5 dargestellt.

Material	E <sub>∥</sub> [MPa]	ν <sub>⊥∥</sub> [-]	E⊥ [MPa]	G <sub>∥⊥</sub> [MPa]	<i>R</i> <sub>∥,Z</sub> [MPa]	<i>R</i> ⊥, <i>Z</i> [MPa]	<i>R</i> ⊥, <i>D</i> [MPa]	<i>R</i> ⊥∥ [MPa]	$lpha_{\parallel\perp} \ [MPa^{-5}]$	α <sub>⊥,D</sub> [MPa <sup>-5</sup> ]
GFK- Gelege	35.000	0,3	11.550	3.790	864	45	157	58	4,5 E-11	2,4 E-13
CFK- Gelege	116.900	0,32	7.690	3.430	2.490	44	151	44	3,8 E-11	3,5 E-13

Tabelle 6.5: Materialkennwerte für das Roving und Quer-Roving-Gebiet

Der Vergleich der berechneten E-Moduln mit den Versuchswerten in Abbildung 6.11 zeigt, dass der Referenzwert ohne Berücksichtigung der Welligkeiten mit 6% beim GFK-Gelege und 2% beim CFK-Gelege vergleichsweise nahe am Versuch liegt. Daher ist die Verringerung des Prognosefehlers mit Hilfe des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR auf jeweils ca. 1% und 2% relativ gering. Das Regressionsmodell berechnet eine Abschätzung des E-Moduls mit einer Abweichung von unter 3% im Vergleich zum Versuch.



Abbildung 6.11: Vergleich der berechneten Zug-Moduln mit den Versuchswerten der FKV-Gelege bei  $\varphi_{ref} = 50\%$ 

Bei den Zugfestigkeiten in Abbildung 6.12 weichen die Referenzwerte stärker von den experimentell ermittelten Werten ab als bei den E-Moduln zuvor. Es sind Unterschiede von 20% für CFK- und 40% für GFK-Gelege zu beobachten. Mit dem Welligkeitsmodell ist es möglich, diesen Prognosefehler auf unter 7% zu senken. Die Abschätzung von COMPOSITOR verringert die Abweichung vergleichsweise weniger auf 11% für CFK- und auf 33% für GFK-Gelege. Verglichen mit den Ergebnissen der E-Moduln liefert das Regressionsmodell an dieser Stelle ungenauere Vorhersagen. Es sind Fehler von 16% und 27% für jeweils CFK- und GFK-Gelege vorhanden. Dies liegt vor allem daran, dass das Regressionsmodell auf Basis einer einzelnen UD-Schicht ermittelt wurde. Die Welligkeitsmodelle des CFK und GFK-Geleges beinhalten hingegen zusätzlich die senkrecht zum welligen Roving orientierten Quer-Rovings. Somit können ebenfalls die ZFB in den Quer-Rovinggebieten abgebildet werden.



Abbildung 6.12: Vergleich der berechneten Zugfestigkeiten mit den Versuchswerten der FKV-Gelege bei  $\varphi_{ref} = 50\%$ 

Bei den Druck-Moduln in Abbildung 6.13 der GFK- und CFK-Gelege ergibt sich ein ähnliches Bild wie bei den Zugkennwerten. Der Unterschied zwischen der Referenz und dem Versuch ist auch hier mit 5-7% relativ gering. Die Berücksichtigung der Welligkeiten mit dem Welligkeitsmodell oder dem COMPOSITOR zeigt daher auch keine große Verbesserung. Die Prognosefehler können auf 1-5% herabgesenkt werden. Gleiches gilt für das Regressionsmodell.

Der Vorteil des Welligkeitsmodells gegenüber dem COMPOSITOR zeigt sich in Abbildung 6.14 bei der Bestimmung der Druckfestigkeiten. Das Welligkeitsmodell liefert für die Druckfestigkeit des GFK-Geleges mit einem Fehler von 14% im Vergleich zum Versuch sehr gute Ergebnisse. Für das CFK-Gelege sind die Berechnungen des Welligkeitsmodells deutlich schlechter. Der große Unterschied zwischen dem in-phase- und out-of-phase-Modell ist ein Indiz für die Ungenauigkeit der Simulation. Die größeren Abweichungen der berechneten Druckfestigkeiten im Vergleich zum Versuch für kleine Rovingwelligkeiten waren bereits bei den Welligkeitsproben zu beobachten.



Abbildung 6.13: Vergleich der berechneten Druck-Moduln mit den Versuchswerten der FKV-Gelege bei  $\varphi_{ref} = 50\%$ 



Abbildung 6.14: Vergleich der berechneten Druckfestigkeiten mit den Versuchswerten der FKV-Gelege bei  $\varphi_{ref} = 50 \%$ 

Bei vernähten FKV-Biaxial-Gelegen weichen die idealen Referenzwerte nicht so stark von den Versuchswerten ab wie bei den FKV-Geweben. Bei den E-Moduln sind es weniger als 7%. Eine Korrektur durch das Welligkeitsmodell oder den COMPOSITOR liefert genauere Abschätzungen der Versuche. Die Verringerung des Fehlers ist jedoch relativ gering. Bei den Zugfestigkeiten sind die Unterschiede der Referenzwerte verglichen mit den Versuchswerten deutlich höher. Mit Hilfe des Welligkeitsmodells können die Abweichungen von 20-44% auf unter 7% gesenkt werden. Die Berechnung der Druckfestigkeiten mit dem Welligkeitsmodell liefert für GFK-Gelege sehr gute Ergebnisse, wohingegen CFK-Gelege vergleichsweise stark

überschätzt werden. Das Regressionsmodell berechnet für die Steifigkeiten gute Ergebnisse im Vergleich zum Versuch. Die Abschätzung der Zugfestigkeiten mit Hilfe des Regressionsmodells zeigt jedoch größere Abweichungen als das Welligkeitsmodell und für die Druckfestigkeit ist die Berechnung mit der Regressionsfunktion aufgrund des fehlenden Referenzwertes nicht möglich.

### 6.2 Validierung der berechneten Kennwerte an MD-Laminaten

Die rechnerisch ermittelten Kennwerte der textilen FKV aus 6.1.2 werden nachfolgend mit den Versuchen aus Abschnitt 4.7 validiert. Die Simulation der Versuche erfolgte mit Hilfe des FEM-Programms ABAQUS und der Versagensanalyse aus Kapitel 2. Die FEM-Rechnung mit den Kennwerten aus dem Welligkeitsmodell wird nachfolgend als Welligkeitsmodell bezeichnet. Analog gilt dies für die Simulationen mit den berechneten Kennwerten des COM-POSITOR. Ob das Welligkeitsmodell oder der COMPOSITOR den Versuch besser abbilden, hängt von dem Prognosefehler des zugrunde liegenden FE-Modells ab. Für einen besseren Vergleich beider Modelle wird daher zusätzlich eine Referenzsimulation dargestellt. Bei dieser werden die Kennwerte direkt aus der Materialcharakterisierung verwendet. Das Welligkeitsmodell und der COMPOSITOR werden mit dieser Referenzsimulation verglichen, womit eine bessere Beurteilung der Vorhersagegenauigkeit möglich wird. Der zusätzliche Vergleich des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR mit den Versuchswerten wird unabhängig voneinander betrachtet und dient der Aussage über die generelle Größenordnung des Prognosefehlers. Bei den Flachproben wird aufgrund der größeren Anzahl an Versuchen teilweise der betragsmäßige Mittelwert der prozentualen Abweichungen angegeben. Somit heben sich negative und positive Fehler nicht gegenseitig auf.

### 6.2.1 Flachproben

In dem nachfolgenden Abschnitt wird gezeigt, welche Genauigkeiten bei der Simulation der Flachproben unter Zug-, Druck- oder Biegebelastung mit dem Welligkeitsmodell und dem COMPOSITOR zu erwarten sind. Um die Dickentoleranzen und die daraus resultierenden unterschiedlichen FVG der Flachproben auszugleichen, wurden die Materialkennwerte für die Simulation auf den rechnerischen Faservolumengehalt der Proben umgerechnet.

#### 6.2.1.1 Gewebe

Als Erstes werden die Flachprobenversuche des 330-Gewebes mit Mittelwert und Standardabweichung (SA) in Tabelle 6.6 vorgestellt. Die Zug- und Druckproben zeigten Faserbrüche mittig sowie in der Nähe der Einspannung der Probe. Bei den Biegeproben war immer ein Faserbruch auf der Druckseite zu beobachten. Bei einigen wenigen Proben zeigte sich zusätzlich ein Faserbruch auf der Zugseite. Der Versagensort war direkt an den Druckfinnen sowie zwischen diesen zu finden.

Versuch/ Prüfrichtung	Proben- anzahl	E-Mod [MPa	lul ]	Bruchspannung [MPa]		
Pruirichtung	[-]	Mittelwert	SA	Mittelwert	SA	
Zug/0°	10	42.201	1.718	715	32	
Zug/90°	10	40.715	1.780	702	22	
Zug/45°	10	29.559	1.061	477	20	
Druck/0°	10	41.609	2.106	458	34	
Druck/90°	10	39.902	1.319	450	19	
Biegung/0°	10	39.041	1.367	566	30	
Biegung/90°	10	39.272	925	553	31	

Tabelle 6.6: Messergebnisse der Flachproben aus 330-Gewebe

Abbildung 6.15 zeigt die E-Moduln der Versuche und die dazugehörigen Simulationen Referenz, Welligkeitsmodell und COMPOSITOR. Die Ergebnisse sind nach den Belastungsarten Zug, Druck und Biegung sowie nach der Prüfrichtung 0°, 90° und 45° gruppiert. Bei den Steifigkeiten weicht das Welligkeitsmodell zwischen 5 % und 10 % vom Referenzwert ab. Die mit den COMPOSITOR ermittelten Steifigkeitskennwerte liefern Simulationen mit einem Fehler von 5-7 % verglichen mit der Referenz. Im Vergleich zu allen Flachprobenversuchen weicht das Welligkeitsmodell im Schnitt um 15 % und der COMPOSITOR um 4 % bei den Steifigkeiten ab.



Abbildung 6.15: Vergleich der berechneten Steifigkeiten verschiedener Flachproben mit den Versuchsergebnissen für das 330-Gewebe

Die Festigkeitsergebnisse sind in Abbildung 6.16 dargestellt. Mit dem COMPOSITOR ist im Gegensatz zum Welligkeitsmodell keine Aussage zur Druckfestigkeit der Flachproben möglich. Daraus folgt, dass die Simulation der Biegeversuche mit dem COMPOSITOR ein Zugversagen berechnet, welches nicht mit den experimentell beobachteten Bruchmoden übereinstimmt. Demzufolge sind bei der Biegefestigkeit mit 28% auch vergleichsweise große Abweichungen des COMPOSITOR im Vergleich zur Referenz vorhanden.



Abbildung 6.16: Vergleich der berechneten Festigkeiten verschiedener Flachproben mit den Versuchsergebnissen für das 330-Gewebe

Die berechneten Zugfestigkeiten von COMPOSITOR sind mit einem Fehler von 5-7% verglichen mit der Referenz geringer als beim Welligkeitsmodell. Beim Welligkeitsmodell sind über alle Belastungsarten Prognosefehler von 5-15% im Vergleich zu den Festigkeiten der Referenzsimulation vorhanden, wobei die höheren Werte aus den Druckversuchen resultieren. Verglichen zu den Festigkeiten der Experimente, liegt der Fehler der Abschätzung des Welligkeitsmodells im Schnitt bei 7%. Das Druckversagen der Biegeproben wird im Gegensatz zum COMPOSITOR vom Welligkeitsmodell richtig prognostiziert.

Als nächstes zeigt Tabelle 6.7 die Versuchsergebnisse für das 660-Gewebe. Die Versagensmodi und -orte stimmen größtenteils mit den 330-Gewebe-Proben überein. Die Biegeproben versagten ausschließlich auf der Druckseite. Bei den Zugproben traten, wie schon bei der Materialcharakterisierung des 660-Gewebes aus Abschnitt 5.2.2, Delaminationen vor dem endgültigen Faserbruch auf. Auf der Zugseite der Biegeproben war dieses Phänomen nicht zu beobachten.

Versuch/ Prüfrichtung	Proben- anzahl	E-Mod [MPa]	ul ]	Bruchspannung [MPa]		
Pruirichtung	[-]	Mittelwert	SA	Mittelwert	SA	
Zug/0°	8	50.496	1.519	623	19	
Zug/90°	8	47.898	1.825	556	21	
Zug/45°	8	34.584	1.407	342	7	
Druck/0°	8	50.184	3.676	352	28	
Druck/90°	8	47.696	1.880	318	16	
Biegung/0°	8	48.926	1.005	464	17	
Biegung/90°	8	48.971	2.009	417	14	

Tabelle 6.7: Messergebnisse der Flachproben aus 660-Gewebe

Bezüglich der Steifigkeiten, welche in Abbildung 6.17 dargestellt sind, ist kein großer Unterschied zwischen den Ergebnissen des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR zu erkennen. Erstes weicht zwischen 1% und 7% von der Referenz ab, wobei die höheren Werte bei den Druck-Moduln auftreten. Verglichen mit der Referenz liegen die Prognosefehler vom COMPOSITOR bei 1-4%. Im Vergleich zu den Versuchen sind sowohl beim Welligkeitsmodell als auch beim COMPOSITOR im Schnitt Abweichungen von 8% bei den Steifigkeiten zu verzeichnen.



Abbildung 6.17: Vergleich der berechneten Steifigkeiten verschiedener Flachproben mit den Versuchsergebnissen für das 660-Gewebe

Abbildung 6.18 zeigt die berechneten Festigkeitsergebnisse. Die Festigkeitsprognosen von COMPOSITOR können wiederum nicht für die Druckproben gemacht werden. Die Übrigen weichen mit durchschnittlich 40% für die Zug- und 130% für die Biegeversuche vergleichsweise stark von den Referenzwerten ab.



Abbildung 6.18: Vergleich der berechneten Festigkeiten verschiedener Flachproben mit den Versuchsergebnissen für das 660-Gewebe

Bei diesem Material, das die größte Rovingwelligkeit aufweist, liefert das Welligkeitsmodell mit einem Fehler von 3 bis 20% im Vergleich zur Referenz deutlich bessere Prognosen. Da-

bei treten die größten Fehler bei den Druckversuchen auf. Die durchschnittliche Abweichung vom Versuch liegt beim COMPOSITOR bei 80% und beim Welligkeitsmodell bei 20%.

In der Zusammenfassung zeigt sich bei der Steifigkeitssimulation der Flachproben kein deutlicher Unterschied zwischen dem COMPOSITOR und dem Welligkeitsmodell. Beide weichen um ca. 5% ab. Für die Steifigkeitsberechnung von Zug, Druck- oder Biegeproben können daher beide Methoden gleich gut angewendet werden.

Bei der Festigkeitsberechnung ist der Unterschied deutlicher. Zunächst einmal ist es mit dem COMPOSITOR nicht möglich eine Aussage über die Druckfestigkeiten zu treffen. Daraus resultieren die größeren Abweichungen bei den Biegeversuchen. Hinzu kommt, dass die größeren Rovingwelligkeiten des 660-Gewebes vom COMPOSITOR nicht berücksichtigt werden, sondern nur die Bindungsart. Dies führt zu größeren Abweichungen des COMPOSITOR bei der Festigkeitsberechnung des 660-Gewebes. Im Schnitt liegt der Prognosefehler hier bei 45% im Vergleich zur Referenzsimulation. Mit Hilfe des Welligkeitsmodells ist es möglich, diesen Fehler auf durchschnittlich 10% zu senken. Zusätzlich ist eine Aussage zur Druckfestigkeit möglich.

## 6.2.1.2 Gelege

Zunächst werden die Ergebnisse des CFK-Geleges in Tabelle 6.8 beschrieben. Das Versagensbild der Zug- und Druckproben zeigte immer einen Faserbruch mittig oder in der Nähe der Probeneinspannungen. Die Biegeproben versagten immer auf der Druckseite, wobei der Versagensort bei der Prüfrichtung 0° häufig direkt unter den Druckfinnen zu finden war. Bei der Biegung in 90°-Richtung war die Versagensstelle meist zwischen den Lasteinleitungen der 4-Punkt-Biegevorrichtung zu beobachten.

Versuch/ Prüfrichtung	Proben- anzahl	E-Mod [MPa	l <b>ul</b> ]	Bruchspannung [MPa]		
Pruirichtung	[-]	Mittelwert	SA	Mittelwert	SA	
Zug/0°	6	47.902	1.939	875	42	
Zug/90°	6	46.671	2.677	883	25	
Zug/45°	6	32.752	1.670	509	33	
Druck/0°	6	44.012	3.195	506	20	
Druck/90°	6	45.547	1.417	496	26	
Biegung/0°	6	52.272	3.535	758	26	
Biegung/90°	6	37.319	3.341	653	46	

Tabelle 6.8: Messergebnisse der Flachproben aus CFK-Gelege

Die Ergebnisse des Welligkeitsmodells in Abbildung 6.19 zeigen Abweichungen zur Referenzsimulation von 1-7% bei der Steifigkeitsprognose. Die größeren Fehler sind bei den Druck-Moduln vorhanden. Bei dem COMPOSITOR weichen die Steifigkeitssimulationen zwischen 1% und 4% von der Referenz ab. Bei dem direkten Vergleich des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR mit den Versuchsergebnissen liegt der Prognosefehler im Schnitt bei jeweils 11% und 8%.



Abbildung 6.19: Vergleich der berechneten Steifigkeiten verschiedener Flachproben mit den Versuchsergebnissen für das CFK-Gelege

Die Abweichungen der berechneten Zugfestigkeiten aus Abbildung 6.20 im Vergleich zu den experimentellen Werten liegen bei 10% beim Welligkeitsmodell und bei 12% bei COMPO-SITOR. Bei den Biegeversuchen wird von beiden Modellen ein Zugversagen bestimmt, welches nicht mit den Beobachtungen des Versuches übereinstimmt. Mit ca. 60% sind relativ große Abweichungen der vom Welligkeitsmodell und COMPOSITOR berechneten Biegefestigkeiten im Vergleich zur Referenz vorhanden. Diese großen Fehler hängen mit den berechneten Druckkennwerten beider Modelle zusammen. Deshalb ist auch bei den Druckversuchen der Prognosefehler des Welligkeitsmodells verglichen mit den Referenzwerten mit 90% relativ groß. Im direkten Vergleich mit den Versuchen weicht das Welligkeitsmodell durchschnittlich um 40% und der COMPOSITOR um 20% ab.



Abbildung 6.20: Vergleich der berechneten Festigkeiten verschiedener Flachproben mit den Versuchsergebnissen für das CFK-Gelege

Als nächstes sind in Tabelle 6.9 die Messergebnisse der Steifigkeiten und Festigkeiten für das GFK-Gelege dargestellt. Die Versagensmodi und -orte der Zug- und Druckproben stimmen mit den Proben der CFK-Gelege überein. Bei den Biegeproben brachen die Fasern auf der Zugseite zwischen den Druckfinnen.

Versuch/ Prüfrichtung	Proben- anzahl	E-Mod [MPa	<b>ul</b> ]	Bruchspannung [MPa]		
Pruirichtung	[-]	Mittelwert	SA	Mittelwert	SA	
Zug/0°	6	21.570	384	330	16	
Zug/90°	6	20.640	1.180	335	11	
Zug/45°	6	18.073	278	276	9	
Druck/0°	6	22.058	621	350	21	
Druck/90°	6	19.802	953	389	301	
Biegung/0°	6	20.909	777	517	134	
Biegung/90°	6	17.433	720	412	15	

Tabelle 6.9: Messergebnisse der Flachproben aus GFK-Gelege

Die Abweichungen der Steifigkeitskennwerte aus dem Welligkeitsmodell und dem COMPO-SITOR im Vergleich zu den Ergebnissen der Referenzsimulation in Abbildung 6.21 liegen bei 1-2%. Im direkten Vergleich mit den Versuchsergebnissen haben beide Berechnungsmethoden einen Fehler von 3%.



Abbildung 6.21: Vergleich der berechneten Steifigkeiten verschiedener Flachproben mit den Versuchsergebnissen für das GFK-Gelege

Die Ergebnisse der Festigkeitsprognose sind in Abbildung 6.22 zusammengefasst. Der COM-POSITOR weist für die Zugfestigkeiten einen Prognosefehler von 4 % im Vergleich zur Referenz auf. Da die Biegeversuche auf der Zugseite versagten, sind die Fehler des COMPOSI- TOR auch hier mit 3-4% relativ gering. Das Welligkeitsmodell liefert für die Zug- und Biegeversuche mit einer Abweichung von 1% ebenfalls geringe Fehler im Vergleich zur Referenzfestigkeit. Zusätzlich ist es in der Lage, die Druckfestigkeiten mit einem Prognosefehler von 0,3% im Vergleich zur Referenz abzuschätzen. Der Vergleich aller Versuchsergebnisse mit den Festigkeitsprognosen zeigt beim Welligkeitsmodell und beim COMPOSITOR einen mittleren Fehler von ca. 10%.



Abbildung 6.22: Vergleich der berechneten Festigkeiten verschiedener Flachproben mit den Versuchsergebnissen für das GFK-Gelege

Bei den Steifigkeitsprognosen zeigen das Welligkeitsmodell und der COMPOSITOR bei den Gelege-Materialien einen Fehler von unter 5% im Vergleich zur Referenz. Damit sind beide Methoden gleichermaßen geeignet, um die Kennwerte für die Steifigkeitssimulation von Flachproben zu berechnen. Bei den Festigkeiten ist mit Hilfe von COMPOSITOR keine Aussage über die Druckfestigkeiten der Gelege-Materialien möglich. Für die übrigen Zug- und Biegefestigkeiten sind durchschnittliche Abweichungen von 18% im Vergleich zur Referenz vorhanden. Dahingegen liegt das Welligkeitsmodell an dieser Stelle bei einem Fehler von 16%, welches keine deutliche Verbesserung darstellt

Das Welligkeitsmodell ist jedoch in der Lage eine Abschätzung für die Druckfestigkeiten von Gelege-Materialien zu geben. Hier werden, verglichen mit der Referenz und den Versuchen, vor allem beim CFK-Gelege größere Abweichungen beobachtet. Als ein Grund für die größeren Abweichungen bei Gelege-Materialien im Vergleich zu den Geweben werden die kleineren Rovingwelligkeiten der Gelege vermutet. Für GFK-Gelege ist der Fehler der Druckfestig-keit des Welligkeitsmodells im Vergleich zur Referenz mit weniger als 1 % somit vergleichs-

weise gering. Die Schlussfolgerung aus dieser geringen Abweichung wäre, dass bei GFK-Gelegen andere Einflüsse aus Poren oder der Faser-Matrix-Anbindung eine untergeordnete Rolle spielen.

#### 6.2.2 4-Punkt-Biegung eines Hutprofils

Der nachfolgende Abschnitt behandelt die zweite Stufe der Validierung der beiden Modelle zur rechnerischen Ermittlung der faserparallelen Kennwerte von textilen FKV. Grundlage sind die in Abschnitt 4.7.2 beschriebenen Versuche.

Die Hutprofile wurden bezüglich ihrer Dicke an mehreren Punkten vermessen. Damit konnte die Anpassung der Materialkennwerte an die resultierenden rechnerischen Faservolumengehalte vorgenommen werden. Bei den Hutprofilversuchen traten zwei Versagensarten auf. Entweder brachen die Fasern auf der Zugseite in der Mitte der Taillierung des Flansches oder auf der Druckseite im unverstärkten Bereich in der Nähe der ersten Verstärkungslage wie in Abbildung 6.23 dargestellt. Die erste Versagensform wird in diesem Abschnitt mit Zug abgekürzt und dementsprechend die letzte mit Druck.



Abbildung 6.23: Links: Faserbruch auf der Druckseite; Rechts: Faserbruch auf der Zugseite

Abbildung 6.24 zeigt beispielhaft die Kraft-Weg-Kurve eines Hutprofilversuchs. Vor dem Erreichen der Maximallast verläuft die Kurve, bis auf den leichten Knick bei ungefähr 11 kN, nahezu linear. Am Ende fällt die Kurve abrupt auf ein deutlich tieferes Kraftniveau ab. Dieser

Kraftabfall konnte eindeutig mit den oben beschriebenen Faserbrüchen in Verbindung gebracht werden.



Abbildung 6.24: Beispiel einer Kraft-Weg-Kurve für die Hutprofilversuche

### 6.2.2.1 Gewebe

Die Ergebnisse der Messungen an den 330-Gewebe Hutprofilen sind mit Mittelwert und Standardabweichung in Tabelle 6.10 zusammengefasst. Bei diesen Hutprofilen wurde ausschließlich ein Versagen durch Faserbruch auf der Zugseite beobachtet.

Dicken- variante	Proben- anzahl	Biegesteifigkeit [Nm/mm]		max. Biegen [Nm]	Versa-		
[mm] [-]	[-]	Mittelwert	SA	Mittelwert	SA	gensart	
2	4	158	5	1.865	67	Zug	
4	4	245	8	3.859	269	Zug	

Tabelle 6.10: Messergebnisse der Hutprofile aus 330-Gewebe

Der Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Resultaten der Simulationen ist in Abbildung 6.25 dargestellt. Bei den Steifigkeiten überschätzt das Welligkeitsmodell den Referenzwert um ca. 5% und der COMPOSITOR unterschätzt die Referenzsimulation um 3%. Ein ähnliches Bild ergibt sich bei den Biegefestigkeiten. Hier unterschätzt das Welligkeitsmodell die Referenz um 7% und der COMPOSITOR um 0,3-4%.



Abbildung 6.25: Vergleich der berechneten Biegesteifigkeiten der Hutprofile mit den Versuchsergebnissen für das 330-Gewebe

Im Vergleich mit den Versuchsergebnissen liegen die berechneten Steifigkeiten des Welligkeitsmodells um ca. 15 % und des COMPOSITOR um 5 % über den experimentellen Werten. Die maximalen Biegemomente des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR in Abbildung 6.26 unterschätzen den gemessenen Wert um jeweils 4-9 % und 0,4-3 %.



Abbildung 6.26: Vergleich der berechneten Biegefestigkeiten der Hutprofile mit den Versuchsergebnissen für das 330-Gewebe

Der Versagensmodus und -ort wird von allen Simulationen richtig bestimmt.

Als Nächstes zeigt Tabelle 6.11 die Ergebnisse der 660-Gewebe Hutprofile. Im Gegensatz zu den 330-Gewebe Hutprofilen war hier die Versagensart Druck zu beobachten. Zusätzlich trat auf der Zugseite im Bereich der Taillierung das bereits bei den Zugproben in Abschnitt 5.2.2 beschriebene Phänomen der Delaminationen unter einer Zugbelastung auf.

Dicken- Proben- variante anzahl		Biegesteifig [Nm/mn	gkeit 1]	max. Biegem [Nm]	Versa-	
[mm]	[-]	Mittelwert	SA	Mittelwert	SA	gensart
2,1	4	184	13	1.653	84	Druck
4,2	3	304	4	4.666	19	Druck

Tabelle 6.11: Messergebnisse der Hutprofile aus 660-Gewebe

Die in Abbildung 6.27 zusammengefassten Simulationsergebnisse zeigen bei den Steifigkeiten nur geringe Unterschiede zwischen dem Welligkeitsmodell und dem COMPOSITOR. Im Vergleich zur Referenzsimulation überschätzen beide Modelle die Steifigkeitsergebnisse um ca. 4%. Im direkten Vergleich mit den Versuchsergebnissen liegt die Prognose des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR bei 10-15% über den Messwerten.



Abbildung 6.27: Vergleich der berechneten Biegesteifigkeiten der Hutprofile mit den Versuchsergebnissen für das 660-Gewebe

Für die Simulation der Biegefestigkeiten in Abbildung 6.28 ergeben sich größere Unterschiede. Da das Druckversagen von COMPOSITOR nicht abgebildet werden kann, resultieren relativ große Abweichungen von 33-50% über dem Wert der Referenzsimulation. Mit Hilfe des Welligkeitsmodells kann dieser Prognosefehler deutlich auf 4-8% gesenkt werden. Die berechneten Biegefestigkeiten liegen beim Welligkeitsmodell bei 13-25% unter den Versuchswerten und beim COMPOSITOR bei 5-42% sowohl über als auch unter den Messergebnissen.



Abbildung 6.28: Vergleich der berechneten Biegefestigkeiten der Hutprofile mit den Versuchsergebnissen für das 660-Gewebe

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass bei beiden Geweben die Steifigkeiten der Referenzsimulationen vom Welligkeitsmodell und von COMPOSITOR gleichermaßen gut abgebildet werden können. Bei den Festigkeitssimulationen ist dies nur für das 330-Gewebe zu beobachten. Hier liegen die Ergebnisse vom Welligkeitsmodell und vom COMPOSITOR relativ nah beieinander. Bei der Festigkeitsberechnung des 660-Gewebes kann der COMPO-SITOR die Versagensart und -stelle nicht korrekt bestimmen. Auch die Abweichungen der berechneten Festigkeiten im Vergleich zur Referenz sind mit durchschnittlich 42% relativ hoch. Im Gegensatz dazu liegt der Prognosefehler des Welligkeitsmodells bei 6%.

Die Schlussfolgerung beim Hutprofilversuch mit Gewebe-Materialien ist, dass das Welligkeitsmodell sowohl bei den Steifigkeits- als auch bei den Festigkeitssimulationen mindestens gleichwertige Ergebnisse wie COMPOSITOR liefert. Bei der Simulation des Druckversagens im Zusammenspiel mit großen Welligkeiten des 660-Gewebe-Hutprofils werden mit Hilfe des Welligkeitsmodells deutlich bessere Ergebnisse berechnet. Somit ist im Vergleich zum COMPOSITOR mit dem Welligkeitsmodell ein größerer Anwendungsbereich vorhanden.

Die Ergebnisse der Simulationen ohne Berücksichtigung der Welligkeiten zeigen, dass eine deutliche Verbesserung des Prognosefehlers vor allem für die Festigkeiten möglich ist.

#### 6.2.2.2 Gelege

Als Erstes werden die Ergebnisse der Hutprofile aus CFK-Gelege in Tabelle 6.12 vorgestellt. Bei diesem Material war ein Versagen durch Faserbruch auf der Zugseite in der Mitte der Taillierung zu beobachten.

Dicken- variante [mm]	Proben- anzahl [-]	Biegesteifigkeit [Nm/mm]		max. Biegemoment [Nm]		Versa-
		Mittelwert	SA	Mittelwert	SA	gensart
2	3	158	4	2.184	34	Zug
4	3	254	10	4.581	364	Zug

Tabelle 6.12: Messergebnisse der Hutprofile aus CFK-Gelege

Die Resultate der Steifigkeiten der CFK-Gelege-Hutprofile aus den Simulationen und Versuchen sind in Abbildung 6.29 dargestellt. Die berechneten Biegesteifigkeiten des Welligkeitsmodells überschätzen die Referenzsimulation um 2-3% und der COMPOSITOR um 0,05 bis 0,5%. Im direkten Vergleich mit den Versuchen liegt die Prognose des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR um ca. 20% über den Messwerten.



Abbildung 6.29: Vergleich der berechneten Biegesteifigkeiten der Hutprofile mit den Versuchsergebnissen für das CFK-Gelege

Ein ähnliches Bild ergibt sich bei der Auswertung der Festigkeiten in Abbildung 6.30. Das Welligkeitsmodell und der COMPOSITOR überschätzen den Referenzwert gleichermaßen um ca. 10%. Beide Simulationen beschreiben den Faserbruch unter Zug in der Mitte der Taillierung korrekt. Der Vergleich mit den Versuchsergebnissen zeigt beim Welligkeitsmodell eine Überschätzung des Messwerts von 6-8% und beim COMPOSITOR um 2-9%.



Abbildung 6.30: Vergleich der berechneten Biegefestigkeiten der Hutprofile mit den Versuchsergebnissen für das CFK-Gelege

Zuletzt zeigt Tabelle 6.13 die Ergebnisse der Hutprofilversuche des GFK-Geleges mit Mittelwert und Standardabweichung. Das Versagensbild war dem der CFK-Gelege-Profile ähnlich, denn die Glasfasern brachen in der Mitte der Taillierung des Flansches.

Dicken- variante [mm]	Proben- anzahl [-]	Biegesteifigkeit [Nm/mm]		max. Biegemoment [Nm]		Versa-
		Mittelwert	SA	Mittelwert	SA	gensart
4	4	155	10	2.268	106	Zug

Tabelle 6.13: Messergebnisse der Hutprofile aus GFK-Gelege

Die mit Hilfe des COMPOSITOR und des Welligkeitsmodells berechneten Biegesteifigkeiten des Hutprofils aus GFK-Gelege sind in Abbildung 6.31 zusammengefasst. Die Ergebnisse liegen bei beiden Modellen 1 % über dem Wert der Referenzsimulation. Der direkte Vergleich mit den Versuchen zeigt eine Unterschätzung von 10 % sowohl für das Welligkeitsmodell als auch für den COMPOSITOR.



Abbildung 6.31: Vergleich der berechneten Biegesteifigkeiten der Hutprofile mit den Versuchsergebnissen für das GFK-Gelege

Die Auswertung der Biegefestigkeiten in Abbildung 6.32 zeigt beim COMPOSITOR einen Prognosefehler von 6% über dem Wert der Referenzsimulation und beim Welligkeitsmodell von 3%. Im Vergleich zu den experimentell ermittelten Biegefestigkeiten unterschätzt das Welligkeitsmodell den Versuchswert um 7% und der COMPOSITOR um 4%. Beide Simulationen berechnen ein endgültiges Versagen des Hutprofils aufgrund von Faserbrüchen unter Zugbelastung in der Mitte der Taillierung und stimmen diesbezüglich mit dem Versuch überein.



Abbildung 6.32: Vergleich der berechneten Biegefestigkeiten der Hutprofile mit den Versuchsergebnissen für das GFK-Gelege

Als Fazit zeigt sich auch hier eine gute Übereinstimmung der Referenzsimulation mit den Berechnungen des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR. Die Abweichungen liegen bei beiden Modellen bei ca. 1%. Die Biegefestigkeiten können bei den Gelege-Materialien ebenfalls sowohl mit dem COMPOSITOR als auch mit dem Welligkeitsmodell gleichermaßen gut prognostiziert werden. Somit ist die Schlussfolgerung, dass auch bei FKV-Gelege-Materialien das Welligkeitsmodell und der COMPOSITOR vergleichbare Ergebnisse berechnen.

Der Vergleich der Modelle mit der Simulationen ohne Berücksichtigung der Welligkeiten zeigt bei den Steifigkeiten keinen großen Unterschied. Eine Berücksichtigung der Welligkeiten ist hier weniger notwendig. Bei den Festigkeiten ist der Unterschied etwas größer, jedoch nicht in dem Maße wie bei den Gewebe-Materialien.

#### 6.2.3 Bauteilversuche

In der letzten Validierungsstufe wird die Anwendung des Welligkeitsmodells auf den Prototypen eines Heckdeckelinnenteils vorgestellt. Für die FEM-Simulation des, in Abschnitt 4.7.3 beschriebenen, Bauteilversuchs wird die Versagensanalyse aus Kapitel 2 verwendet.

Eine beispielhafte Kraft-Weg-Kurve des Experiments ist in Abbildung 6.33 dargestellt. Die Kurve verläuft bis zum Erreichen des Kraftmaximums deutlich nichtlinearer als beim Hutprofil und zeigt eine degressive Charakteristik. Ein Kraftabfall auf ein deutlich kleineres Niveau wie beim Hutprofilversuch ist nicht vorhanden. Ab einer Kraft von ca. 1 kN waren deutlich erste Bruchgeräusche zu vernehmen. Zu diesen Geräuschen war allerdings mit dem bloßen Auge keine Bruchstelle auszumachen. Ein Faserbruch setzt in der Regel so viel Energie frei, dass die Bruchstelle deutlich zu erkennen ist. Auslöser dieser Geräusche müssten demnach andere Versagensarten wie Zwischenfaserbrüche oder Delaminationen sein.


Abbildung 6.33: Beispielhafte Kraft-Weg-Kurve eines Heckdeckelversuchs

Abbildung 6.34 zeigt, mit Pfeilen markiert, die Faserbrüche, welche nach Abschluss der Prüfung auf der Oberseite des Heckdeckels in der Nähe der Lasteinleitung zu sehen waren. Da am Ende der Kraft-Weg-Kurve viele kleine Kraftabfälle vorhanden sind, ist eine eindeutige Zuordnung des Faserbruchs zu diesen nicht möglich. Die Messergebnisse mit Mittelwert und Standardabweichung sind in Tabelle 6.14 zusammengefasst.



Abbildung 6.34: Faserbrüche am Bauteil

	S	Steifigkeit		Festigkeit			
Material	Proben- anzahl [-]	Mittel- wert SA [N/mm]		Proben- anzahl [-]	Mittel- wert [N]	SA [N]	
660-Gewebe	3	204	4,5	4	5.094	426	
CFK-Gelege	4	126	7,8	4	2.224	156	
GFK-Gelege	3	49,7	5,2	3	995,0	146	

Tabelle 6.14: Messergebnisse der Bauteilversuche

Die Simulationsergebnisse des COMPOSITOR und des Welligkeitsmodells sind zusammen mit den Versuchsergebnissen in Abbildung 6.35 dargestellt. Bei den Steifigkeiten ist kein deutlicher Unterschied zwischen dem COMPOSITOR und dem Welligkeitsmodell bei allen untersuchten Bauteilen zu beobachten. Beide überschätzen den Wert der Referenz um weniger als 5%. Im Vergleich zu den Experimenten weicht das Welligkeitsmodell um 11-36% und der COMPOSITOR um 12-35% nach oben ab. Die größten Fehler der berechneten Steifigkeiten im Vergleich zu den Versuchsergebnissen sind bei den 660-Gewebe Bauteilen vorhanden. Die Simulationen des GFK-Bauteils liegen am nächsten zu den Versuchsergebnissen.



Abbildung 6.35: Vergleich der berechneten Steifigkeiten mit den Versuchsergebnissen der Bauteile

Bei den berechneten Festigkeiten des 660-Gewebes in Abbildung 6.36 fällt als Erstes der große Fehler der Simulation des COMPOSITOR im Vergleich zur Referenz auf. Die Überschätzung des Referenzwertes ist mit 53%, im Vergleich zur leichten Unterschätzung des Welligkeitsmodells mit 1%, relativ hoch. Dies hängt damit zusammen, dass die Referenzsimulation ein Druckversagen der Fasern berechnet. Die Festigkeitsprognosen des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR liegen bei den Gelege-Halbzeugen um 5% über dem Referenzwert. Im direkten Vergleich mit den Versuchsergebnissen überschätzt das Welligkeitsmodell die Messwerte um 1-37% und der COMPOSITOR um 18-53%.



Abbildung 6.36: Vergleich der berechneten Festigkeiten mit den Versuchsergebnissen der Bauteile

In der Zusammenfassung zeigt sich, dass auch bei diesem Bauteilversuch der COMPOSITOR und das Welligkeitsmodell die Steifigkeit der Referenzsimulationen mit einem maximalen Fehler von 4 % gleichermaßen sehr gut abbilden. Bei der Simulation der Festigkeit des 660-Gewebe-Bauteils ist zu beobachten, dass das Welligkeitsmodell einen deutlichen Vorteil liefert.

Die abschließende Tabelle 6.15 gibt die Gesamtübersicht der Validierungsergebnisse über alle Materialien und Versuche. Diese verdeutlicht nochmals, dass das Welligkeitsmodell in allen Fällen mindestens vergleichbare Ergebnisse zum COMPOSITOR berechnet. Deutlich bessere Ergebnisse liefert das Welligkeitsmodell vor allem bei den Festigkeitssimulationen der Gewebe-Materialien. Gerade für diese textilen FKV wurde gezeigt, dass die Welligkeitsparameter mit einfachen Formeln gut hergeleitet werden können. Dies ermöglicht dem Berechnungsingenieur, mit Hilfe des entwickelten Welligkeitsmodells, schon in der frühen Phase der Produktentwicklung genauere Materialkennwerte für Gewebe-Materialien zu bestimmen.

		Flach	proben	Hutp	rofile	Bauteile	
Variante	Modell	Steifig- keit	Festig- keit	Steifig- keit	Festig- keit	Steifig- keit	Festig- keit
330-	COMPO- SITOR	5-7%	5-28% <sup>1)</sup>	3%	0,3-4%	-	-
Gewebe	Welligkeits- modell	5-10%	5-15%	5-6%	7%	-	-
660-	COMPO- SITOR	1-4%	37-133% <sup>1)</sup>	3-4%	33-50% <sup>1)</sup>	3%	53% <sup>1)</sup>
Gewebe y	Welligkeits- modell	1-7%	3-20%	4%	4-8%	4%	0,2%
GFK-	COMPO- SITOR	1-2%	3-4% <sup>1)</sup>	1%	6%	2%	2%
Gelege	Welligkeits- modell	1-2%	0,3-1%	1%	3%	2%	1%
CFK-	COMPO- SITOR	1-4%	12-63% <sup>1)</sup>	0,05-0,5%	7-11%	1%	1%
Gelege	Welligkeits- modell	1-7%	10-90%	2-3%	10-11%	3%	3%

Tabelle 6.15: Prognosefehler von COMPOSITOR und dem Welligkeitsmodell im Vergleich zu den Ergebnissen der Referenzsimulation

<sup>1)</sup> keine Vorhersage des Druckversagens möglich

## 7 Zusammenfassung

Beim Einsatz textiler Halbzeuge wie Geweben oder vernähten Gelegen sind periodische outof-plane Rovingwelligkeiten vorhanden. Der Einfluss dieser Ondulationen auf die faserparallelen Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte wurde experimentell anhand eines unidirektional verstärkten FKV untersucht. Um dafür die periodischen Welligkeiten gezielt in die Probekörper einbringen zu können, erfolgte die Entwicklung einer neuen Methode, bei der UD-Gewebe-Halbzeuge verwendet werden. Mit diesen ist es möglich, verschiedene Wellenlängen und Amplituden in den Probekörpern zu erzeugen. Es zeigte sich, dass die Einstellung der Wellenlänge sehr genau und reproduzierbar ist. Die Einbringung der gewünschten Amplitude ist mit größeren Abweichungen und Streubändern verbunden, je kleiner die dazugehörige Wellenlänge ist. Es wurden sechs Varianten mit unterschiedlichen Kombinationen von Amplitude und Wellenlänge hergestellt. Mit dieser Methode sind nur Rovingwelligkeiten in der Größenordnung von Gelegen möglich. Gewebe-Materialien mit gleichen Flächengewichten in Kett- und Schussrichtung können deutlich höhere Rovingwelligkeiten aufweisen. Daher wäre es sinnvoll, diese Materialien in weiteren Versuchsreihen mit unterschiedlich hohen Amplituden und Wellenlängen systematisch zu untersuchen.

Von den sechs hergestellten Varianten mit unterschiedlichen Welligkeitsparametern wurden die Zug-, Druck- und Biegeeigenschaften untersucht. Der E-Modul der Zugproben zeigte eine maximale Reduktion von 4%. Dahingegen verringerte sich die Zugfestigkeit um maximal 7%. Im Vergleich zu anderen Untersuchungen mit Reduktionen von bis zu 50% [29, 30] fällt die Verringerung der Zugkennwerte somit geringer aus. Da die Rovingwelligkeiten in dieser Arbeit kleiner waren, entsteht daraus jedoch kein Widerspruch.

Die faserparallelen Druckfestigkeiten zeigten eine maximale Veränderung von 14%. Im Vergleich zu den Zugfestigkeiten wurde somit ein größerer Einfluss der Rovingwelligkeiten auf die Druckfestigkeiten beobachtet. Dieser Zusammenhang wurde beispielsweise auch in [3] beschrieben.

Bei den Biegeeigenschaften wurde eine maximale Änderung des Moduls von 9% und der Festigkeit von 4% beobachtet. Die Änderungen des Biege-Moduls liegen im Bereich der Zugversuche, welche damit bestätigt werden konnten. Bei einigen Biegeproben war der Versagensvorgang ausreichend langsam, sodass der Bruchmodus klar mit einem Faserbruch auf der Druckseite identifiziert werden konnte. Andere Proben versagten so schlagartig in zwei Teile, dass eine Identifizierung des Bruches auf der Zug- oder Druckseite nicht möglich war. Somit ist keine Aussage zum Einfluss der Rovingwelligkeit auf die faserparallele Zug- oder Druckfestigkeit bei den Biegeproben möglich.

Im nächsten Schritt wurden textile FKV-Materialien untersucht, welche für den Einsatz im Automobil angedacht sind. Die Welligkeitsparameter wurden experimentell bestimmt und anschließend erfolgte die Charakterisierung der faserparallelen Zug- und Druckkennwerte. Die Messung der Welligkeitsparameter zeigte große Unterschiede bei den Amplituden der FKV-Gelege im Vergleich zu den Geweben. Bei Letzten sind die Amplituden um eine Größenordnung größer als bei den Gelege-Materialien. Andererseits sind die Wellenlängen der FKV-Gelege im Schnitt kleiner als bei den Geweben, jedoch ist die Größenordnung nicht so hoch wie bei den Amplituden.

Da die CFK-Halbzeuge alle mit Fasern vom Typ T700 hergestellt wurden, können die faserparallelen Zugkennwerte gut miteinander verglichen werden. Hier zeigte sich, dass das CFK-Gelege die höchsten E-Moduln und Festigkeiten erreicht. Direkt darauf folgte das 330-Gewebe und die geringsten Werte wurden beim 660-Gewebe gemessen. Diese Reihenfolge korreliert mit der Größe der Welligkeit s/L. Die Unterschiede zwischen dem CFK-Gelege und dem 330-Gewebe lagen beim E-Modul und der Zugfestigkeit bei unter 10%. Die Reduktion der Zugfestigkeiten des 660-Gewebes zum CFK-Gelege war dagegen mit 35% relativ hoch, wohingegen der E-Modul hier nur um 14% absank. Zusätzlich zeigte das 660-Gewebe ein weiteres Phänomen. Die einzelnen Schichten des Laminats delaminierten unter der Zugbelastung, wodurch sich die welligen Rovings strecken können.

Bei den Druck-Moduln ergab sich ein ähnliches Bild wie bei den Zug-Moduln. Dies gilt beim CFK-Gelege und 330-Gewebe auch für die Druckfestigkeiten. Beim 660-Gewebe fiel die Druckfestigkeit sehr stark um fast 50% gegenüber dem maximalen Wert des CFK-Geleges ab. Da das 660-Gewebe im Prepreg-Verfahren hergestellt wurde, ist hier ein anderes Harz verwendet worden. Da die Druckfestigkeiten neben den Rovingwelligkeiten auch stark von der verwendeten Matrix abhängen, ist ein direkter Rückschluss auf den Einfluss der Welligkeitsparameter an dieser Stelle kritisch.

Die Materialcharakterisierung von textilen FKV-Materialien ist mit einem erheblichen Kosten- und Zeitaufwand verbunden. Um diesen zumindest für die faserparallelen Kennwerte zu reduzieren, gibt es Modelle, mit denen diese Kennwerte rechnerisch ermittelt werden können. Ein wesentlicher Teil dieser Arbeit, war die Weiterentwicklung dieser bestehenden Modelle zu einem vereinfachten Welligkeitsmodell. Dieses sollte möglichst wenige Eingabegrößen benötigen. Außerdem wurde mit Hilfe des Welligkeitsmodells und einem vollständigen Versuchsplan numerisch ein Regressionsmodell abgeleitet. Mit diesem war die Berechnung des Welligkeitseinflusses auf die faserparallelen Kennwerte von unidirektionalen FKV ohne Anwendung eines FEM-Tools möglich. Diese beiden Modelle wurden an den Welligkeitsversuchen sowie an den textilen FKV-Gelegen und -Geweben validiert. Die Validierung an den UD-Materialien zeigte, dass die absoluten Werte der Versuche vom Welligkeitsmodell überschätzt werden. Je kleiner die Welligkeiten waren, desto größer waren die Abweichungen zu den Versuchswerten. Dies war vor allem bei den Druckfestigkeiten zu beobachten. Der qualitative Einfluss auf Zug-Modul und die -festigkeit wurde jedoch sehr gut und der auf die Druckfestigkeit gut abgebildet. Wenn die Kennwerte zu einer Amplitude und Wellenlänge bekannt sind, kann dieser Referenzwert zur Kalibrierung genutzt werden. Damit können unbekannte Einflüsse wie die von Poren oder der Faser-Matrix-Anbindung berücksichtigt werden. Die Prognosefehler der kalibrierten Modelle im Vergleich mit den Versuchswerten sind deutlich geringer.

Die Validierung des Welligkeits- und des Regressionsmodells an textilen Gewebe- und Gelege-Materialien stellt die Anwendbarkeit auf praxisrelevante Halbzeuge dar. Um den Vorteil des vereinfachten Welligkeitsmodells zu zeigen, wurde ebenfalls das Ingenieurtool COMPO-SITOR verglichen. Dieses nutzt vom Halbzeugtyp abhängige Korrekturfaktoren zur Abminderung des E-Moduls und der Zugfestigkeit. Dagegen ist für die Druckfestigkeiten keine Abschätzung möglich. Der Vergleich beider Modelle mit den experimentellen E-Moduln der textilen FKV zeigte, dass das Welligkeitsmodell und der COMPOSITOR vergleichbare Ergebnisse berechnen. Bei den Festigkeiten zeigte sich der Vorteil des Welligkeitsmodells, je größer die Rovingwelligkeiten waren. Im extremsten Fall des 660-Gewebes verbessert das Welligkeitsmodell die Prognose der Zugfestigkeit um 30%. Weiterhin ist, im Gegensatz zum COMPOSITOR, eine Abschätzung der Druckfestigkeiten mit dem Welligkeitsmodell möglich. Der Prognosefehler des Welligkeitsmodells verglichen mit den Versuchswerten sank auch hier mit steigender Rovingwelligkeit von 100% beim CFK-Gelege auf 13-17% bei den Gewebe-Materialien. Die großen Abweichungen bei der Abschätzung der Druckfestigkeit des CFK-Geleges sowie auch bei den Welligkeitsversuchen führt zu der Schlussfolgerung, dass hier noch weitere Einflussgrößen wie zum Beispiel Poren oder die Faser-Matrix-Anbindung in der Modellierung berücksichtigt werden müssen.

Das Regressionsmodell war nur bei den Gelege-Materialien sinnvoll, da die Welligkeitsparameter der Gewebe außerhalb des Gültigkeitsbereichs der Regressionsfunktion lagen. Hierfür müsste mit einem weiteren Versuchsplan ein neues Regressionsmodell für FKV-Gewebe erstellt werden. Bei der Abschätzung der E-Moduln der FKV-Gelege lieferte das Regressionsmodell vergleichbare Ergebnisse zum Welligkeitsmodell. Die Abweichungen der mit dem Regressionsmodell berechneten Zugfestigkeiten für die FKV-Gelege sind im Vergleich zum Experiment größer als bei den Welligkeitsversuchen. Die Übertragbarkeit des Regressionsmodells für die Zugfestigkeit von unidirektionalen FKV auf biaxial verstärkte Gelege ist somit nicht ohne größere Abweichungen möglich. Um den Fehler zu reduzieren, müsste ein neues Regressionsmodell erstellt werden. Da kein Referenzwert für die Druckfestigkeit von FKV-Gelegen vorhanden war, konnte mit dem Regressionsmodell keine Abschätzung für diesen Kennwert berechnet werden.

Im letzten Schritt wurden die Vorteile des Welligkeitsmodells gegenüber dem COMPOSI-TOR bei multidirektionalen Laminaten gezeigt. Hierfür wurden die beiden Modelle in einem dreistufigen Validierungsprogramm von einfachen Flachproben bis zum komplexen Bauteilversuch verglichen. Bei allen drei Validierungsstufen waren die Prognosefehler der Steifigkeitssimulationen des Welligkeitsmodells und des COMPOSITOR in der gleichen Größenordnung. Der Vorteil des Welligkeitsmodells zeigte sich hier vor allem bei den Festigkeitssimulationen der Gewebe-Materialien. Vor allem wenn der Bruchmodus ein Faserbruch aufgrund von Druckspannungen war, konnte das Welligkeitsmodell einen Vorteil nachweisen. Da die absoluten Fehler der berechneten Festigkeiten im Vergleich zu den Versuchswerten gerade bei kleinen Rovingwelligkeiten relativ groß sind, sollten weitere Forschungsarbeiten zu anderen Einflussgrößen wie Poren oder der Faser-Matrix-Anbindung folgen.

## Anhang A

Material/ Lagen- aufbau	Versuchsart/- richtung	Dehnungs- messung	Geometrie l/b/t [mm] Aufleimer
330-Gewebe RTM-Epoxid/ [(0/90) <sub>38</sub> ]	Zugversuch DIN 527-4/ 0°; 90°	Längs-/Quer-DMS einseitig	250/25/2,4 ja
330-Gewebe RTM-Epoxid/ [(0/90) <sub>58</sub> ]	Druckversuch DIN 14126/ 0°; 90°	Längs-DMS beidseitig	110/10/4,0 ja
330-Gewebe RTM-Epoxid/ [(0/90) <sub>3S</sub> ]	Schubversuch DIN 14129/ 0°	Längs-/Quer-DMS einseitig	250/25/2,4 ja
	Zugversuch DIN 527-4/ 0°; 90°	Längs-/Quer-DMS einseitig	250/25/2,8 ja
660-Gewebe- prepreg-Epoxid/ [(0/90) <sub>2S</sub> ]	Druckversuch DIN 14126/ 0°; 90°	Längs-DMS beidseitig	110/10/2,8 ja
	Schubversuch ASTM D 5379/ 0°; 90°	±45°-DMS einseitig	76/25/2,8 ja
	Zugversuch DIN 527-4/ 0°; 90°	Längs-/Quer-DMS einseitig	250/25/2,4 ja
CFK-Biaxial- Gelege- RTM-Epoxid/ [(0/90)28]	Druckversuch DIN 14126/ 0°; 90°	Längs-DMS beidseitig	110/10/4,0 ja
[(0,20)33]	Schubversuch DIN 14129/ 0°; 90°	Längs-/Quer-DMS einseitig	250/25/2,4 ja
GFK-Biaxial- Gelege-	Zugversuch DIN 527-4/ 0°; 90°	Längs-/Quer-DMS einseitig	250/25/2,4 ja
RTM-Epoxid/ [(0/90) <sub>3S</sub> ]	Druckversuch DIN 14126/ 0°; 90°	Längs-DMS beidseitig	110/10/2,4 ja
GFK-UD-Gelege- RTM-Epoxid/ [(0) <sub>11</sub> ]	Schubversuch ASTM D 5379/ 0°	±45°-DMS einseitig	76/25/2,0 ja

Tabelle A 1: Übersicht der Materialcharakterisierungsversuche an textilen FKV

Material/ Lagen- aufbau	Versuchsart/- richtung	Dehnungs- messung	Geometrie l/b/t [mm] Aufleimer
	Zugversuch DIN 527-4/ 0°; 90°; 45°	Längs-DMS einseitig	250/25/2,4 nein
330-Gewebe- RTM-Epoxid/ [(0/90/45/ -45/0/90) <sub>S</sub> ]	Druckversuch DIN 14126/ 0°; 90°	Längs-DMS beidseitig	110/10/2,4 ja
-45/0/90) <sub>S</sub> ]	4-Punkt- Biegeversuch DIN 14125/ 0°; 90°	Versuchsart/- richtungDehnungs- messungGeoZugversuch DIN 527-4/ 0°; 90°; 45°Längs-DMS einseitigGeoDruckversuch DIN 14126/ 0°; 90°Längs-DMS beidseitigDMS beidseitigDruckversuch DIN 14125/ Wegaufnehmer 0°; 90°Längs-DMS beidseitigLängs-DMS beidseitigJIN 14125/ 0°; 90°Wegaufnehmer 0°; 90°Längs-DMS einseitigDIN 527-4/ 0°; 90°; 45°Längs-DMS beidseitigDruckversuch DIN 527-4/ 0°; 90°Längs-DMS beidseitigDruckversuch DIN 14126/ 0°; 90°Längs-DMS beidseitigDIN 14125/ 0°; 90°Wegaufnehmer einseitigO°; 90°Zugversuch Längs-DMS beidseitigDIN 14125/ 0°; 90°Wegaufnehmer einseitigO°; 90°Längs-DMS einseitigDIN 14126/ 0°; 90°beidseitigO°; 90°Längs-DMS beidseitigDIN 14126/ 0°; 90°beidseitigO°; 90°Längs-DMS beidseitigDIN 14126/ 0°; 90°beidseitigO'; 90°Längs-DMS beidseitigDIN 14126/ 0°; 90°Längs-DMS einseitigDIN 14126/ 0°; 90°Längs-DMS beidseitigDIN 14126/ 0°; 90°Längs-DMS einseitigDIN 14126/ 0°; 90°Längs-DMS beidseitigDIN 14126/ 0°; 90°Längs-DMS beidseitigDIN 14126/ 0°; 90°Längs-DMS beidseitigDIN 14126/ 0°; 90°Längs-DMS beidseitig	120/15/2,4 nein
	Zugversuch DIN 527-4/ 0°; 90°; 45°	Längs-DMS einseitig	250/25/4,2 ja
660-Gewebe- prepreg-Epoxid/ [(0/90/45/ -45/0/90) <sub>S</sub> ]	Druckversuch DIN 14126/ 0°; 90°	Längs-DMS beidseitig	110/10/4,2 ja
	4-Punkt- Biegeversuch DIN 14125/ 0°; 90°	Induktiver Wegaufnehmer	210/15/4,2 nein
	Zugversuch DIN 527-4/ 0°; 90°; 45°	Längs-DMS einseitig	250/25/2,4 nein
Gelege- RTM-Epoxid	Druckversuch DIN 14126/ 0°; 90°	Längs-DMS beidseitig	110/10/2,4 ja
[(0/90/45/ -45/0/90) <sub>S</sub> ]	4-Punkt- Biegeversuch DIN 14125/ 0°; 90°	Induktiver Wegaufnehmer	120/15/2,4 nein
CEV Biovial	Zugversuch DIN 527-4/ 0°; 90°; 45°	Längs-DMS einseitig	250/25/2,4 nein
Gelege- RTM-Epoxid	Druckversuch DIN 14126/ 0°; 90°	Längs-DMS beidseitig	110/10/2,4 ja
[(0/90/45/ -45/0/90) <sub>S</sub> ]	4-Punkt- Biegeversuch DIN 14125/ 0°; 90°	Induktiver Wegaufnehmer	72/15/2,4 nein

Tabelle A 2: Übersicht der Validierungsversuche an multidirektionalen Laminaten von textilen FKV

	ç	I	Proben-	$E_{\perp}$	
Variante	5 [mm]	<i>L</i> [mm]	anzahl [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]
1	0,123	5,76	5	6.172	1,0
2	0,110	4,41	6	6.006	1,8
3	0,082	3,04	6	6.091	1,1
4	0,059	2,97	6	5.906	1,4
5	0,040	2,93	6	6.126	1,5
6	0,041	1,52	6	6.214	0,7

Tabelle A 3: Fasersenkrechte E-Moduln der Welligkeitsproben

Tabelle A 4: Fasersenkrechte Zugfestigkeit der Welligkeitsproben

	s	L	Proben-	$R_{\perp,Z}$	
Variante	[mm]	[mm]	anzahl [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]
1	0,123	5,76	6	35,2	13,5
2	0,110	4,41	6	30,9	17,7
3	0,082	3,04	6	33,5	12,0
4	0,059	2,97	6	28,4	11,5
5	0,040	2,93	6	32,3	11,6
6	0,041	1,52	6	37,2	8,4

Tabelle A 5: Fasersenkrechte Druckfestigkeit der Welligkeitsproben

Variante	ç	L	Proben-	$R_{\perp,D}$	
	[mm]	[mm]	anzahl [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]
1	0,123	5,76	5	146,7	1,7
2	0,110	4,41	6	150,7	3,3
3	0,082	3,04	5	142,5	7,0
4	0,059	2,97	4	140,4	9,4
5	0,040	2,93	4	137,0	10,2
6	0,041	1,52	6	138,8	6,1

	s	I	Proben-	$oldsymbol{G}_{\parallel\perp}$		
Variante	[mm]	[mm]	anzahl [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]	
1	0,123	5,76	6	2.999	8,3	
2	0,110	4,41	6	2.995	14,7	
3	0,082	3,04	6	2.999	11,7	
4	0,059	2,97	6	2.777	5,9	
5	0,040	2,93	6	2.550	7,3	
6	0,041	1,52	6	2.894	9,2	

Tabelle A 6: Schubmoduln der Welligkeitsproben

Tabelle A 7: Schubfestigkeiten der Welligkeitsproben

	ç	L	Proben-	$R_{\perp\parallel}$		
Variante	[mm]	[mm]	anzahl [-]	Mittelwert [MPa]	VarK [%]	
1	0,123	5,76	6	40,4	13,9	
2	0,110	4,41	6	39,4	21,0	
3	0,082	3,04	6	33,2	7,5	
4	0,059	2,97	6	41,7	11,0	
5	0,040	2,93	6	33,8	24,6	
6	0,041	1,52	6	46,8	16,7	

Tabelle A 8: Versuchsplan der Welligkeitsparameter für Regressionsanalyse

Variante	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>s</i> [mm]	0,123	0,11	0,082	0,059	0,04	0,041	0,123	0,123
<i>L</i> [mm]	11,51	8,83	6,07	5,93	5,85	3,05	6,07	3,05
Variante	9	10	11	12	13	14	15	16
<i>s</i> [mm]	0,082	0,082	0,082	0,059	0,059	0,059	0,04	0,04
<i>L</i> [mm]	11,51	8,83	3,05	11,51	8,83	3,05	11,51	8,83

## Literaturverzeichnis

- H. Schürmann, Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden, Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 2005.
- [2] W. J. Cantwell und J. Morton, "The significance of damage and defects and their detection in composite materials: a review," *Journal of Strain Analysis for Engineering Design 27*, pp. 29-42, 1992.
- [3] T. Erb, Methodik zur Bewertung von Fehlern in Strukturbauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbunden im Automobilbau, Aachen: Shaker Verlag, 2004.
- [4] N. K. Naik, Woven Fabric Composites, Basel: Technomic Publishing, 1994.
- [5] I. Herszberg und M. K. Bannister, "Tensile properties of thin stitched carbon/epoxy composites," in *Proc. 5th Aust. Aero. Conf.*, 1993.
- [6] A. P. Mouritz und B. N. Cox, "A mechanistic approach to the properties of stitched laminates," *Composites Part A*, pp. 1-27, 2000.
- [7] A. Puck, Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten. Modelle f
  ür die Praxis, M
  ünchen Wien: Hanser, 1996.
- [8] A. Bleier, Pr
  üfverfahren zur Ermittlung exakter Werkstoffkennwerte einer unidirektionalen Schicht unter besonderer Ber
  ücksichtigung physikalischer Nichtlinearit
  äten, Aachen: Shaker Verlag, 2012.
- [9] H. T. Hahn und S. W. Tsai, "Nonlinear elastic behavior of unidirectional composite laminae," *Journal of Composite Materials*, pp. 102-118, 1973.
- [10] R. G. Cuntze und A. Freund, "The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multidirectional laminates," in *Failure Criteria in Fibre Reinforced Polymer Composites*, Elsevier, 2004, pp. 429-489.
- [11] T. A. Bogetti, C. P. R. Hoppel, V. M. Harik, J. F. Newill und B. P. Burns, "Predicting the nonlinear response and progressive failure of composite laminates," *Composites Science and Technology*, pp. 329-342, 2004.

- [12] A. Puck und H. Schürmann, "Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models," *Composites Science and Technology*, pp. 1045-1067, 1998.
- [13] P. Maimí, P. P. Camanho, J. A. Mayugo und C. G. Dávila, "A continuum damage model for composite laminates: Part I - Constitutive model," *Mechanics of Materials 39*, pp. 897-908, 2007.
- [14] H. M. Deuschle, 3D failure analysis of UD fibre reinforced composites: Puck's theory within FEA, Stuttgart: Dissertation, 2010.
- [15] A. Matzenmiller, J. Lubliner und R. L. Taylor, "A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites," *Mechanics of Materials 20*, pp. 125-152, 1995.
- [16] P. Ladeveze und E. Le Dantec, "Damage modelling of the elementary ply for laminated composites," *Composites Science and Technology* 43, pp. 257-267, 1992.
- [17] C. W. Bert, "Fibrous composites with different moduli in tension and compression," *Journal of mechanical science and technology*, pp. 1845-1854, 1977.
- [18] S. A. Ambartsumyan, "Basic equations and relations in the theory of elasticity of anisotropic bodies with differing moduli in tension and compression.," *Inzhenemyi* zhumal, Mekhanika tverdogo tela, Translation available as LRG-IO-T-I, The Aerospace Corporation, El Segundo, California., 1969.
- [19] M. J. Hinton, A. S. Kaddour und P. D. Soden, "A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates, judged against experimental evidence," *Composites Science and Technology*, pp. 1725-1797, 2002.
- [20] P. D. Soden, A. S. Kaddour und M. J. Hinton, "Recommendations for designers and researchers resulting from the world-wide failure exercise," *Composites Science and Technology Vol. 64, Issue 3-4*, p. 589–604, 2004.
- [21] S. T. Tsai und K. Liu, "A progressive quadratic failure criterion for a laminate," *Composites Science and Technology*, pp. 1023-1032, 1998.
- [22] P. Maimí, P. P. Camanho, J. A. Mayugo und C. G. Dávila, "A continuum damage model for composite laminates: Part 2 - Computational implementation and validation," *Mechanics of Materials*, pp. 909-919, 2007.
- [23] P. A. Zinoviev, S. V. Grigoriev, O. V. Lebedeva und L. P. Tairova, "The strength of multilayered composites under a plane-stress state," *Composites Science and Technology*, pp. 1209-1223, 1998.

- [24] G. M. Martinez, M. R. Piggott, D. M. R. Bainbridge und B. Harris, "The compression strength of composites with kinked, misaligned and poorly adhering fibres," *Journal of material science*, pp. 2831-2836, 1981.
- [25] A. L. Highsmith, J. J. Davis und K. L. E. Helms, "The influence of fiber waviness on the compressive behavior of unidirectional continuous fiber composites," in *Composite Materials: Testing and Design (Tenth Volume)*, Philadelphia, American Society for Testing and Materials, 1992, pp. 20-36.
- [26] J. Haeberle und F. L. Matthews, "Studies on compressive failure in unidirectional cfrp using an improved test method.," in *Developments in the Science and Technology of Composite Materials: ECCM4*, Stuttgart, 1990.
- [27] A. M. Mrse und M. R. Piggott, "Compressive properties of unidirectional carbon fibre laminates: II. The effects of unintentional and intentional fibre misalignements," *Composites science and technology*, pp. 219-227, 1993.
- [28] H. M. Hsiao und I. M. Daniel, "Effect of fiber waviness on stiffness and strength reduction of unidirectional composites under compressive loading," *Composites science and technology*, pp. 581-593, 1996.
- [29] H. Chun, J. Shin und I. M. Daniel, "Effects of material and geometric nonlinearities on the tensile and compressive behavior of composite materials with fiber waviness," *Composites Science and Technology*, pp. 125-134, 2001.
- [30] R. F. El-Hajjar und D. R. Petersen, "Gaussian function characterization of unnotched tension behavior in a carbon/epoxy composite containing localized fiber waviness," *Composite structures*, pp. 2400-2408, 2011.
- [31] D. O. Adams und S. J. Bell, "Compression strength reductions in composite laminates due to multiple layer-waviness," *Composite science and technology*, pp. 207-212, 1994.
- [32] A. Caiazzo, M. Orlet, H. McShane, L. Strait und C. Rachau, "The effects of marcel defects on composite structural properties," *Composite structures*, pp. 58-87, 2000.
- [33] COMPOSITOR, "IKV-Aachen.de," 2010. [Online]. Available: http://www.ikvaachen.de/forschungsschwerpunkte/faserverstaerkte-kunststoffe-undpolyurethane/software-fvk/. [Zugriff am 22. August 2013].
- [34] J. Wang, K. D. Potter, K. Hazra und M. R. Wisnom, "Experimental fabrication and characterization of out-of-plane fiber waviness in continuous fiber-reinforced composites," *Journal of Composite Materials*, p. 2041–2053, 2012.

- [35] T. A. Bogetti, j. J. W. Gillespie und M. A. Lamontia, "The influence of ply waviness with nonlinear shear on the stiffness and strength reduction of composite laminates," U.S. Army Research Laboratory, 1994.
- [36] G. Karami und M. Garnich, "Effective moduli and failure considerations for composites with periodic fiber waviness," *Composite Structures*, p. 461–475, 2005.
- [37] T.-W. Chou und K. Takahashi, "Non-linear elastic behaviour of flexible fibre composites," *Composites*, pp. 25-34, 1987.
- [38] M. J. Shuart, "Short-wavelength buckling and shear failures for compression-loaded composite laminates," NASA Langley Research Center, Hampton, 1985.
- [39] M. R. Wisnom, "Nonlinear analysis of misaligned unidirectional carbon fibre-epoxy compression specimens," *Composites Engineering*, pp. 541-556, 1993.
- [40] H. G. Rai, E. V. Honein, R. A. Dibo und P. N. Ayoub, "The influence of fiber waviness on the critical buckling load of multilayered composites," in *Proceedings of the 28th Risø International Symposium on Materials Science*, Roskilde, 2008.
- [41] B. H. Le Page, F. J. Guild, S. L. Ogni und P. A. Smith, "Finite Element Simulation of Woven Fabric Composites," *Composites*, pp. 861-872, 2004.
- [42] H. Schürmann, Zur Erhöhung der Belastbarkeit von Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbunden durch gezielt eingebrachte Eigenspannungen, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1989.
- [43] Z. Hashin, D. Bagchi und B. W. Rosen, "Non-linear behavior of fiber composite laminates," 1974.
- [44] L. M. Kachanov, "Time of the rupture process under creep conditions," 1958.
- [45] J. Lemaitre, "A continuous damage mechanics model for ductile fracture," J. Eng. Mater. Technol., 1985.
- [46] Norm, VDI 2014 Blatt 3, Berlin: Beuth Verlag, 2006.
- [47] A. Puck, "Physikalisch begründete Zwischenfaserbruch-Kriterien ermöglichen realistische Festigkeitsanalysen von Faserverbund-Laminaten," in DGLR-Tagung "Faserverbund-Kunststoffe und Bauweisen in der Luft- und Raumfahrt", Ottobrunn, 1997.
- [48] S. May, "Weiterentwicklung eines Materialmodells für Faser-Kunststoff-Verbunde," *Studienarbeit TU Dresden*, 2012.
- [49] N. M. Nahas, "Survey of failure and post-failure theories of fibre reinforced composites," *Journal of composites technology and research Vol.* 8, pp. 138-153, 1986.
- [50] Norm, DIN EN ISO 527-1, Berlin: Beuth Verlag, 2012.

- [51] Norm, DIN EN ISO 527-4, Berlin: Beuth Verlag, 1997.
- [52] Norm, DIN EN ISO 527-5, Berlin: Beuth Verlag, 2010.
- [53] Norm, DIN EN ISO 14126, Berlin: Beuth Verlag, 2000.
- [54] Norm, DIN EN ISO 14129, Berlin: Beuth Verlag, 1998.
- [55] Norm, ASTM D 5379/D 5379M 05, 2005.
- [56] Norm, DIN EN ISO 14125, Berlin: Beuth Verlag, 2011.
- [57] D. o. Defense, Composite Materials Handbook Volume 1, Lancaster: Technomic Publishing Company, 1999.
- [58] K. Stellbrink, Micromechanics of Composites, München: Hanser Verlag, 1996.
- [59] A. Puck, "Zur Beanspruchung und Verformung von GFK-Mehrschichtverbund-Bauelementen," *Kunststoffe*, p. 284, 1967.
- [60] R. Förster und W. Knappe, "Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Rissbildungsgrenze an zweischichtigen Wickelrohren aus GFK unter Innendruck," *Kunst-stoffe*, p. 583, 1971.
- [61] R. L. Foye, "The transverse poisson's ratio of composites," *Journal of Composite Materials Vol.* 6, pp. 293-295, 1972.
- [62] B. W. Rosen, "Mechanisms of composite strengthening," *Fiber Composite Materials*, 1965.
- [63] S. L. Bazhenov, A. M. Kuperman, E. S. Zelenskii und A. A. Berlin, "Compression failure of unidirectional glass-fibre-reinforced plastics," *Composites Science and Technology*, pp. 201-208, 1992.
- [64] C. R. Schultheisz und A. M. Waas, "Compressive Failure of Composites, Part I: Testing and Micromechanical Theories," *Prog. Aerospace Sci.*, p. 1.42, 1996.
- [65] C. C. Chamis, "Simplified composite micromechanics equations for hygral, thermal and mechanical properties," SAMPE, p. 14, 1984.
- [66] B. D. Agarwal und L. J. Broutman, Analysis and performance of fiber composites, John wiley & Sons, Inc, 1980.
- [67] A. Puck, J. Kopp und M. Knops, "Guidelines for the determination of the parameters in Puck's action planes strength criterion," *Composites Science and Technology*, pp. 371-378, 2002.
- [68] Z. Hashin, "Failure Criteria of Unidirectional Fiber Composites," J Appl. Mech. 47, pp.

329-334, 1980.

- [69] O. Mohr, "Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials," Z. d. VDI 24, pp. 1524-1530 u. 1572 1577, 1900.
- [70] C. A. Coulomb, "Sur une application des règles de maximis et minimis a quelques problèmes de statique, relatifs a l'architecture," *Memoires de Mathematique et de Physique*, 1776.
- [71] M. Ziermaier und M. Kögl, "Influence of fibre waviness on the stiffness and strength of CFRPs," in *3rd International Congress "Automotive Composites*", Wiesbaden, 2012.
- [72] P. Csallner, Eine Methode zur Vorausberechnung der Änderung des Brennverlaufs von Ottomotoren bei geänderten Betriebsbedingungen, Dissertation TU München, 1981.
- [73] Norm, *DIN 53804-1*, Berlin: Beuth-Verlag, 2002.
- [74] Sika Deutschland GmbH, "Sika.de," 2013. [Online]. Available: http://deu.sika.com/de/solutions\_products/construction/03/03a001.html. [Zugriff am 1. August 2013].

## Liste betreuter studentischer Arbeiten

Scholz, M.: Festigkeitsberechnung von Faserkunststoffverbunden mit der Finite-Elemente-Methode. Freiberg, TU Bergakademie, Diplomarbeit, 2011
May, S.: Weiterentwicklung eines Materialmodells für Faser-Kunststoff-Verbunde. Dresden, Technische Universität, Projektarbeit, 2012
Delic, S.: Einfluss von Faserwelligkeiten auf die Festigkeit von Faser-Kunststoff-Verbunden.
Berlin, Technische Universität, Masterarbeit, 2013