# Zum Tragverhalten von Stahlbetonsandwichelementen mit stiftförmigen Verbundmitteln

Vom Fachbereich Bauingenieurwesen der Technischen Universität Kaiserslautern zur Verleihung des akademischen Grades

# DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)

genehmigte

# DISSERTATION

von

# **Torsten Helmut Weiler**

aus Platten

Dekan:

1. Berichterstatter:

2. Berichterstatter:

3. Berichterstatter:

Prof. Dr. rer. nat. Oliver Kornadt Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Kurz

Prof. Dr.-Ing. Matthias Pahn

Tag der mündlichen Prüfung: 09.04.2018

Kaiserslautern 2018

(D 386)

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet für Massivbau und Baukonstruktion des Fachbereiches Bauingenieurwesen an der Technischen Universität Kaiserslautern.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell möchte ich ganz herzlich für die Anregung zu meinem Thema sowie die Betreuung und die gewährte Unterstützung meiner Arbeit danken.

Dem 2. Berichterstatter Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Kurz gilt für die zahlreichen und intensiven Gespräche rund um meine Arbeit mein besonderer Dank.

Bei Herrn Prof. Matthias Pahn möchte ich mich für die Anfertigung des Drittgutachtens und das Interesse an meiner Arbeit bedanken.

Ebenso gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Sadegh-Azar für die Übernahme des Vorsitzes der Promotionskomission.

Bei allen ehemaligen Kollegen am Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion und am Fachgebiet Stahlbau sowie meinen studentischen Hilfskräften und Diplomanden, die mit großem Einsatz meine umfangreichen Untersuchungen ermöglicht haben, möchte ich mich für die angenehme und kollegiale Zusammenarbeit bedanken.

Daneben danke ich Arnaud Pavis d'Escurac, Sebastian Schmitt, Michael Weber und Felix Breit für das sehr hilfreiche Lesen und Kommentieren meiner Arbeit. Bei ersterem als meinem langjährigen Zimmerkollegen gilt mein Dank darüber hinaus auch für die zahlreichen sowie intensiven Diskussionen zu meiner Arbeit und für die schöne Zeit auch außerhalb der Universität.

Besonders möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mich auf meinem Bildungsweg immer gefödert und unterstützt haben sowie meinen Freunden und Geschwistern, die mir zuverlässig zur Seite stehen und mir immer die wesentlichen Dinge des Lebens vor Augen führen.

Ich danke von Herzen meiner Frau Julia, die zu jeder Zeit große Geduld mit mir und meiner Arbeit hatte. Durch ihre stete und bedingungslose Untersützung ermöglichte sie mir die Fertigstellung meiner Arbeit.

Heppenheim, April 2018

Torsten Weiler

Torsten Helmut Weiler

# Zum Tragverhalten von Stahlbetonsandwichelementen mit stiftförmigen Verbundmitteln

# Inhaltsverzeichnis

Kι	Kurzfassungix					
Ab	ostrac	t	x			
Fo	rmelz	eicher	n und Variablenxi			
1	Einle	eitung.	1			
	1.1	Motiva	ation 1			
	1.2	Aufba	u der betrachteten Sandwichelemente3			
	1.3	Zielse	tzung3			
	1.4	Vorge	hensweise4			
2	Grur	ndlagei	n7			
	2.1	Allgen	neines7			
	2.2	Sandv	vichbauweise7			
		2.2.1	Allgemeines7			
		2.2.2	Geschichte und historische Entwicklung7			
		2.2.3	Aufbau eines Stahlbetonsandwichelementes			
		2.2.4	Sandwichtheorie - Tragverhalten von Sandwichelementen11			
	2.3	Model Biegel	le zur Berechnung von Sandwichelementen unter beanspruchung12			
		2.3.1	Allgemeines			
		2.3.2	Biegung von Sandwichelementen mit dicken Deckschichten – Grundgleichungen nach Stamm u. Witte 197413			
		2.3.3	Untersuchungen und Ingenieurmodell von Horstmann 201020			
		2.3.4	Untersuchungen und Ingenieurmodell von Müller 2015			
	2.4	Model Schub	le zur Berechnung von Sandwichelementen unter beanspruchung22			
		2.4.1	Allgemeines			
		2.4.2	Modelle zum Tragverhalten von Sandwichelementen unter Schubbeanspruchung22			
	2.5	Dämm	nstoffe			
		2.5.1	Allgemeines			

		2.5.2	Extrudiertes Polystyrol (XPS)	33
		2.5.3	Expandiertes Polystyrol (EPS)	34
		2.5.4	Materialeigenschaften	36
	2.6	Last-V	/erformungs-Verhalten von Stahlbetonbauteilen	42
		2.6.1	Allgemeines	42
		2.6.2	Grundlagen der Verformungsberechnung	45
		2.6.3	Grundlegendes Modell zur Berechnung von Verformungen	47
		2.6.4	Bestimmung der Verformung von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen	54
		2.6.5	Vergleich der unterschiedlichen Ansätze	63
3	Eiae	ne exp	erimentelle Untersuchungen	66
•	3.1	Allgen	neines	66
	3.2	Tastve	ersuche an Sandwichelementen unter Biegebeanspruchung	67
		3.2.1	Allgemeines	67
		3.2.2	Anforderungen und Randbedingungen	67
		3.2.3	Versuchsprogramm	68
		3.2.4	Versuchsergebnisse	69
		3.2.5	Fazit der Tastversuche	71
	3.3	Materi	ialeigenschaften des eingesetzten Dämmstoffes	72
		3.3.1	Allgemeines	72
		3.3.2	Bestimmung der Druckfestigkeit sowie des Elastizitätsmoduls	73
		3.3.3	Ermittlung der Scherfestigkeit sowie des Schubmoduls	76
		3.3.4	Zusammenfassung der Ergebnisse	83
		3.3.5	Kritische Betrachtung für die Bestimmung des Schubmoduls gem DIN EN 12090	äß 84
	3.4	Biegev	versuche an Sandwichelementen	85
		3.4.1	Allgemeines	85
		3.4.2	Versuchsprogramm	85
		3.4.3	Versuchskörperdetails	88
		3.4.4	Herstellung der Versuchskörper	89
		3.4.5	Werkstoffe und Materialeigenschaften	. 90

		3.4.6	Messtechnik	94
		3.4.7	Versuchsaufbau	97
		3.4.8	Versuchsablauf	99
		3.4.9	Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung	100
		3.4.10	Zusammenfassung der Ergebnisse und Fazit	119
	3.5	Schub	oversuche an Sandwichelementen	120
		3.5.1	Allgemeines	120
		3.5.2	Versuchsprogramm	120
		3.5.3	Versuchskörperdetails	121
		3.5.4	Herstellung der Versuchskörper	122
		3.5.5	Werkstoffe und Materialeigenschaften	123
		3.5.6	Messtechnik	124
		3.5.7	Versuchsaufbau	125
		3.5.8	Versuchsablauf	127
		3.5.9	Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung	127
		3.5.10	Zusammenfassung der Ergebnisse und Fazit	133
	3.6	Biege	versuche an einzelnen Tragschichten	134
		3.6.1	Allgemeines	134
		3.6.2	Versuchsprogramm und Details zu den Versuchskörpern	134
		3.6.3	Herstellung der Versuchskörper	134
		3.6.4	Werkstoffe und Materialeigenschaften	135
		3.6.5	Messtechnik	136
		3.6.6	Versuchsaufbau	136
		3.6.7	Versuchsablauf	137
		3.6.8	Versuchsergebnisse	138
4	Entw	vicklun	g eines Ingenieurmodells für biegebeanspruchte	
	Sand	dwiche	lemente	141
	4.1	Allgen	neines	141
	4.2	Vorge Trags	hen zur Nachrechnung der Biegeversuche an einer einzelnen chicht	141

		4.2.1	Erläuterung141
		4.2.2	Nachrechnung der Biegeversuche an einer Tragschicht
		4.2.3	Zusammenfassung144
	4.3	Vorsc	hlag zur Bestimmung der Schubsteifigkeit für einen Dämmstoff 144
		4.3.1	Erläuterung144
		4.3.2	Bestimmung der Schubsteifigkeit in Form des Schubmoduls für den eingesetzten Dämmstoff
		4.3.3	Zusammenfassung und Fazit149
	4.4	Vorsc	hlag zur Nachrechnung der Schubversuche
		4.4.1	Erläuterung149
		4.4.2	Modell zur Nachrechnung der Schubversuche
		4.4.3	Zusammenfassung155
	4.5	Vorsc	hlag zur Nachrechnung der Biegeversuche156
		4.5.1	Erläuterung156
		4.5.2	Ingenieurmodell zur Nachrechnung der Biegeversuche 157
		4.5.3	Nachrechnung der Versuche mit dem Berechnungswerkzeug zur Kontrolle des Ingenieurmodells168
		4.5.4	Beispielrechnungen171
		4.5.5	Zusammenfassung173
5	Vors	chlag	eines Bemessungskonzeptes für Sandwichelemente
	5.1	Allgen	neines – Bemessung eines Sandwichelementes
	5.2	Konst Stahlb	ruktive Details und Ausführungshinweise für betonsandwichelemente
	5.3	Ermitt	lung der Schnittgrößen177
	5.4	Grenz	zustand der Gebrauchstauglichkeit177
		5.4.1	Begrenzung der Verformungen177
		5.4.2	Begrenzung der Rissbreite in den Tragschichten
		5.4.3	Nachweise für den eingesetzten Dämmstoff 179
		5.4.4	Nachweis für die Verbundmittel
	5.5	Grenz	zustand der Tragfähigkeit180
		5.5.1	Nachweise für die Tragschichten aus Stahlbeton180

		5.5.2	Nachweise für den eingesetzten Dämmstoff18	31		
		5.5.3	Nachweise für die eingesetzten Verbundmittel18	32		
	5.6	Fazit f	ür den Vorschlag des Bemessungskonzeptes18	83		
6	Bem	essun	gsbeispiel18	85		
	6.1	Vorbe	merkungen18	35		
	6.2	Syster	n, Belastung und Querschnitt18	85		
	6.3	Materi	alkennwerte18	36		
		6.3.1	Tragschichten	36		
		6.3.2	Kernschicht	36		
	6.4	Lastar	nahmen1t	36		
		6.4.1	Dauerhafte Beanspruchungen18	87		
		6.4.2	Veränderliche Beanspruchungen18	87		
	6.5	Ermitt	lung der Schnittgrößen und Verformungen18	87		
		6.5.1	Lastfallkombinationen18	87		
		6.5.2	Berücksichtigung des Kriechens18	38		
		6.5.3	Eingabemaske zur Berechnung der Teilschnittgrößen und der Verformungen des Sandwichelementes18	89		
		6.5.4	Ergebnisse für die Ermittlung der Schnittgrößen und Verformungen	 91		
	6.6	Nachv	veise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit1	93		
		6.6.1	Begrenzung der Verformung des Sandwichelementes19	93		
		6.6.2	Nachweise für den eingesetzten Dämmstoff19	93		
	6.7	Nachv	veise im Grenzzustand der Tragfähigkeit1	94		
		6.7.1	Nachweis der Tragschichten19	94		
		6.7.2	Nachweise für den eingesetzten Dämmstoff19	95		
		6.7.3	Nachweis der Verbundmittel	96		
7	Zusa	ammen	fassung und Ausblick19	99		
	7.1	Zusan	nmenfassung19	99		
	7.2	Ausbli	ck20	21		
Lit	iteraturverzeichnis					

Anhang	A Experimentelle Untersuchungen	217
A.1	Materialeigenschaften des eingesetzten Dämmstoffes	217
A.2	Biegeversuche an Sandwichelementen	226
A.3	Schubversuche an Sandwichelementen	250
A.4	Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht	251
Lebens	lauf	253

## Kurzfassung

Sandwichelemente aus Stahlbeton genügen zahlreichen Ansprüchen hinsichtlich energetischer, wirtschaftlicher, architektonischer und gestalterischer Gesichtspunkte sowie tragfähiger Konstruktionen. Neben Sandwichwänden können Sandwichelemente auch als biegebeanspruchte Bauteile wie Sandwichdecken oder Sandwichdächer eingesetzt werden. Das große Potential solcher Elemente kann jedoch aufgrund fehlender Kenntnisse bezüglich des Last-Verformungs-Verhaltens bisher nicht ausgeschöpft werden.

Das Tragverhalten von Stahlbetonsandwichelementen wird maßgeblich durch die Rissbildung in den Betonschichten beeinflusst. Während die Berücksichtigung der Rissbildung beispielsweise bei der Verformungsberechnung von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen schon intensiv erforscht wurde und realitätsnah beschrieben werden kann, steht die Entwicklung einer abschnittsweisen Berücksichtigung der reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten infolge der Rissbildung für biegebeanspruchte Sandwichelemente aufgrund der höheren Komplexität noch am Anfang. Bisher existieren nur Modelle, die die Rissbildung im Beton von Sandwichelementen für die Berechnung der Teilschnittgrößen und der Verformung näherungsweise berücksichtigen. Die Anwendung dieser Rissmodelle ist aber aufgrund verschiedener Annahmen und Vereinfachungen, die diesen Modellen zugrunde liegen, für die in dieser Arbeit untersuchten Sandwichelemente mit Stahlbetontragschichten nicht geeignet.

Mithilfe eines realitätsnahen Ansatzes zur Bestimmung des Schubmoduls eines Dämmstoffes, der Auswahl eines geeigneten Verfahrens zur Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens eines Stahlbetonbauteils einschließlich der Berücksichtigung der Rissbildung sowie eines Modellvorschlags zur Nachrechnung der Schubversuche an Sandwichelementen wird ein eigenes Ingenieurmodell zur Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens von biegebeanspruchten Sandwichelementen entwickelt. Aufbauend auf diesem Ingenieurmodell erfolgt die Erstellung eines Berechnungswerkzeuges. Anhand der Nachrechnung zahlreicher Versuchsergebnisse kann gezeigt werden, dass mit diesem Berechnungswerkzeug eine sehr gute Übereinstimmung der rechnerisch ermittelten mit den im Versuch bestimmten Last-Verformungs-Kurven erzielt werden kann. Das neue Ingenieurmodell berücksichtigt sowohl die reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten infolge der Rissbildung als auch abschnittsweise unterschiedlich große Schubsteifigkeiten der Kernschicht, die sich aus der Anordnung von stiftförmigen Verbundmitteln ergeben.

Basierend auf dem Ingenieurmodell sowie den umfangreichen experimentellen Untersuchungen zum Last-Verformungs-Verhalten von Sandwichelementen wird ein Berechnungswerkzeug sowie ein Bemessungskonzept für Stahlbetonsandwichelemente mit stiftförmigen Verbundmitteln vorgestellt. Damit konnte ein Fortschritt erzielt und die Grundlage für den Einsatz von Sandwichelementen mit Stahlbetontragschichten sowie einer Kernschicht aus Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln gelegt werden.

## Abstract

By using sandwich elements with reinforced concrete layers, necessities such as energetic aspects, economic requirements, load bearing constructions, and design aspects can be fulfilled simultaneously. In addition to the classic use, sandwich wall elements are being used as sandwich ceilings or solid roofs. However, the increased potential of these elements can not yet be utilized properly due to insufficient knowledge of load-deformation behavior.

The cracking in the concrete layers has a decisive influence on the load-bearing behavior of sandwich elements. While the consideration of crack formation has already been intensively investigated (e.g. in the calculation of the deformation of steel reinforced concrete components), due to the higher complexity, the development of the reduced strain and bending stiffness as a result of the bending cracks for sandwich elements is still in its infancy. So far, existing models only take the approximate crack formation in concrete in sandwich elements into account for the calculation of internal forces distribution and deformation. Thus, due to various assumptions and simplifications in these models, the application of these models is not suitable for the sandwich elements with reinforced concrete layers investigated in this study.

Hence, a new model for the calculation of sandwich elements will be developed by using a realistic approach to determine the shear modulus of an insulating material and selecting a suitable method to calculate the load-deformation behavior of a reinforced concrete component. The model includes consideration of bending cracks and a proposed model for the calculation of shear stresses on sandwich elements. Based on the calculation of a series of test results, it can be shown that there is a very good correspondence between the simulated and the calculated load-deformation curves. The new model takes both the reduced strain and bending stiffness as a result of bending cracks into account. In sections, different sized shear stiffnesses of the core layer which result from the arrangement of pin-shaped connectors by means of a calculation tool are taken into consideration as well.

Based on the new model as well as the extensive experimental investigations on the load-deformation behavior of sandwich elements, a new design method for sandwich elements with reinforced concrete layers and pin-shaped connectors is presented. With the help of the calculation tool and the design method, significant progress of these models has been made. Moreover, the foundation for the use of sandwich elements with reinforced concrete layers, as well as a core layer of insulation panels and pin-shaped connectors, has been created.

# Formelzeichen und Variablen

#### Große lateinische Buchstaben

Α	Fläche
В	Biegesteifigkeit
E	Elastizitätsmodul
F	Last / Kraft
G	Schubmodul / Schubsteifigkeit
Ι	Flächenträgheitsmoment
Μ	Biegemoment
Ν	Normalkraft
S	Schubsteifigkeit
Т	Schubkraft
V	Querkraft
W	Widerstandsmoment

### Kleine lateinische Buchstaben

а	Abstand / Abmessung / Hebelarm			
b	Breite			
С	Betondeckung / Federsteifigkeit			
d	statische Nutzhöhe / Länge			
е	Exzentrizität / Position			
f	Betonfestigkeit / Stahlfestigkeit / GFK-Festigkeit / Abstand			
g	Eigenlast			
h	Höhe			
k	Bettungsmodul			
1	Länge			
q	Flächenlast			
S	Standardabweichung			
t	Dicke / Tiefe			
u	Verformung / gegenseitige Tragschichtenverschiebung			
W	Verformung			

- x Druckzonenhöhe / Koordinate / Länge
- y Koordinate
- z Koordinate / Hebelarm

#### Griechische Buchstaben

α	Thermischer Längenausdehnungskoeffizient / Verhältnis
β	Verhältnis / Relative Steifigkeit
γ	Verzerrung / Verhältnis
3	Dehnung / bezogene Position
λ	Wärmeleitfähigkeit / Korrekturfaktor
μ	Reibkoeffizient
ξ	bezogene Druckzonenhöhe / bezogene Länge
ρ	Dichte
σ	Spannung
т	Scherfestigkeit / Scherspannung
$\phi$	Durchmesser

#### Indizes

A	Anker / Verbundmittel
В	Biegung
с	Beton
D	Dämmstoff
E	Einbindung
f	Kunststoff
k	charakteristisch
К	Kernschicht
0	oben
Q	Schub
φ	Verdrehung
S	Sandwich / Schub
Ts	Tragschicht
u	unten

- y Vertikale Verformung
- z Fugenbreite
- Z/D Zug-/Druck-

## 1 Einleitung

#### 1.1 Motivation

Sandwichelemente vereinen durch den schichtartigen Aufbau sowie dem gezielten Einsatz von Materialien gute Dämmeigenschaften, ein geringes Eigengewicht sowie hohe Biegesteifigkeiten und große Tragfähigkeiten. Außerdem können mit Sandwichelementen beachtliche Spannweiten erreicht werden, wobei sich Einsparpotentiale hinsichtlich der eingesetzten Materialien und bezogen auf die Gesamtquerschnittsdicke im Vergleich zu herkömmlichen Stahlbetonquerschnitten ergeben.

Im Stahlbetonbau werden Sandwichelemente aktuell überwiegend als Wandelemente eingesetzt und bestehen in der Regel aus einer vergleichsweise dicken Tragschicht, einer Kernschicht und einer dünnen Vorsatzschicht. Neben dem vertikalen Lastabtrag werden solche Sandwichkonstruktionen durch direkte und indirekte Einwirkungen beansprucht. Während in der Bemessung der Lastabtrag ausschließlich der Tragschicht zugeordnet wird, dient die Vorsatzschicht in erster Linie dazu, die Dämmstoffplatten vor Witterungseinflüssen zu schützen.

Neben Sandwichwänden, die überwiegend druckbeansprucht sind, werden in der Praxis auch überwiegend biegebeanspruchte Bauteile beispielsweise in Form von Fertigdecken oder Dächern in der Sandwichbauweise eingesetzt (*Friedrich 2006, Riffel 2006* oder *Friedrich u. a. 2014*). Damit bietet es sich auch, wie in *Torrang 2015* gezeigt, an, ein Gebäude ganzheitlich aus Sandwichelementen herzustellen. Auch auf dem Campus der Technischen Universität Kaiserslautern entsteht aktuell ein Forschungsgebäude – das sogenannte *Small House IV* – das bis auf die Ortbetonbodenplatte ausschließlich aus Stahlbetonsandwichelementen hergestellt wird. Dazu wurde vom Verfasser sowohl die statische Berechnung als auch die konstruktive Ausführung der Anschlussdetails ausgearbeitet. Damit wurde und wird eine ganzheitliche Betrachtung energetischer und bauphysikalischer Aspekte sowie eine Machbarkeitsstudie hinsichtlich Herstellung, Transport und Montage von Stahlbetonsandwichelementen im Rahmen eines Großdemonstrators möglich.

Neben den schon genannten Vorteilen von Sandwichkonstruktionen lassen sich deren massive Betonschichten mithilfe von eingebauten Rohrregistern zum Heizen oder Kühlen, zur längerfristigen Speicherung von Wärmeenergie oder sogar zur Energiegewinnung in Form von Massivabsorbern nutzen.

Gemeinsam haben Sandwichelemente aus Stahlbeton genutzt als Wand- oder Decken-/ Dachbauteil, dass aktuell in der Praxis bis auf vereinzelte Ausnahmen lediglich die Tragschicht bei der Bemessung – entgegen der tatsächlichen Tragwirkung eines Sandwichelementes – zum Lastabtrag herangezogen wird. Dies beruht unter anderem auf mangelnden Kenntnissen bezüglich des Last-Verformungs-Verhaltens mit Berücksichtigung der Rissbildung im Beton und damit an der fehlenden Möglichkeit der Bestimmung der Verformung sowie der Teilschnittgrößen von Sandwichelementen.

Verformungen und die Teilschnittgrößen eines Sandwichelementes können unter bestimmten Voraussetzungen beispielsweise mit den auf Basis der linearen Sandwichtheorie bestimmten Differentialgleichungen nach *Stamm u. Witte 1974* berechnet werden. Allerdings sind diese Differentialgleichungen nur für Bauteile mit konstanten

#### 1 Einleitung

Steifigkeiten über die Elementlänge gültig, sodass die Rissbildung im Beton zunächst nicht berücksichtigt werden kann. *Horstmann 2010* hat dazu als Erster für die Tragschichten die aus der Rissbildung resultierenden reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten mithilfe eines vereinfachten Rissmodells berücksichtigt. Über verschiedene Wichtungsansätze, mit denen er die neuen Steifigkeiten über die Länge des Bauteils "verschmiert", gelang es ihm die Durchbiegung in Feldmitte zutreffend zu ermitteln, wohingegen die Verteilung der Teilschnittgrößen nur unzureichend bestimmt werden kann. Zudem werden in *Horstmann 2010* zur Schubkraftübertragung zwischen den Tragschichten in der Regel Gitterträger verwendet. Diese erhöhen zwar die aufnehmbaren Traglasten sowie die Steifigkeit infolge einer deutlich größeren Sandwichtragwirkung, stellen aber auch eine nicht zu vernachlässigende Wärmebrücke dar und sorgen für einen größeren Herstellungsaufwand. Darüber hinaus können durch die infolge der steifen Gitterträger behinderten Temperatur- und Schwindverformungen Eigenspannungen in den Tragschichten entstehen.

Müller 2015 untersucht Sandwichelemente mit dünnen Deckschichten aus Hochleistungsbeton und verzichtet auf Verbundmittel, bestimmt jedoch abschnittsweise mithilfe eines ähnlichen Rissmodells wie *Horstmann 2010* die reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten infolge der Rissbildung. Damit lassen sich neben der Durchbiegung auch die Teilschnittgrößen zielsicher bestimmen. Die von *Müller 2015* getroffenen Annahmen und Vereinfachungen zur Berechnung der Teilschnittgrößen können jedoch nicht auf die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Sandwichelemente angewendet werden, da beispielsweise die Vernachlässigung der Steifigkeitsanteile der Bewehrung die tatsächliche Steifigkeit des Stahlbetonelementes nur unzureichend wiedergeben würde.

Außerdem ist die Herstellung der Elemente sowohl bei *Horstmann 2010* mit Tragschichten aus Textilbeton als auch bei *Müller 2015* mit Tragschichten aus Hochleistungsbeton sehr aufwändig. Die Tragschichten der untersuchten Sandwichelemente von *Horstmann 2010* und *Müller 2015* sind zudem jeweils vergleichsweise dünn, sodass Fragestellungen hinsichtlich der Anschlüsse untereinander sowie an bestehende Konstruktionen ungeklärt sind. Auch die beispielsweise nur einige Millimeter dicken Tragschichten liegen außerhalb der konstruktiven Mindestdicken für zugelassene Verbundmittel von Sandwichelementen, deren Verwendung gemäß *DIN EN 1992-1-1/NA* zur Verbindung der einzelnen Schichten gefordert wird.

Deshalb soll in dieser Arbeit gezeigt werden, dass auch mit einem Sandwichelement, bestehend aus vergleichsweise dünnen Stahlbetontragschichten, stiftförmigen Verbundmitteln aus glasfaserverstärktem Kunststoff und einem relativ schubweichen Dämmstoff, große Traglasten und hohe Biegesteifigkeiten erreicht werden können. Damit ergeben sich Fragestellungen hinsichtlich eines optimierten Querschnittsaufbaus und der wirklichkeitsnahen Berücksichtigung der Schubkraftübertragung der stiftförmigen Verbundmittel. Der sogenannte Sandwichtraganteil ist damit zwingend erforderlich zu berücksichtigen, um ausreichend große Traglasten und Steifigkeiten zu erreichen und somit vor allem die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit erfüllen zu können. Daneben ergibt sich für ein Decken- oder Dachbauteil infolge der dauerhaften Belastung senkrecht zur Bauteilachse, im Gegensatz zu einem Wandbauteil, zusätzlich planmäßig das sogenannte Schubkriechen für den Dämmstoff, das zu berücksichtigen ist.

### 1.2 Aufbau der betrachteten Sandwichelemente

In Abb. 1.1 ist ein Modell, das den Aufbau der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Sandwichelemente darstellt, gezeigt. Wie zu ersehen ist, besteht das Sandwichelement aus zwei gleichdicken Stahlbetonschichten, die gleichermaßen zentrisch bewehrt sind. Durch diese Ausführung kann nicht eindeutig zwischen den Begriffen einer lastabtragenden Tragschicht sowie einer dünneren dämmstoffschützenden Vorsatzschicht, wie sie allgemein beispielsweise für Sandwichtafeln Verwendung finden (*DIN EN 1992-1-1/NA*), unterschieden werden. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit nicht mehr zwischen Trag- und Vorsatzschicht differenziert, sondern für beide Stahlbetonschichten jeweils der Begriff Tragschicht verwendet. Unterschieden wird bei den biegebeanspruchten Bauteilen, die als Decken- oder Dachbauteil eingesetzt werden sollen, lediglich noch zwischen der oberen und unteren der beiden Tragschichten.



- zentrisch bewehrte Stahlbetonschicht
- 2 Dämmstoff aus EPS
- 3 Verbundmittel aus GFK
- Betonstahl

Abb. 1.1: Querschnittsaufbau der untersuchten Sandwichelemente (Modell, Bewehrungsstäbe und Verbundmittel nicht maßstäblich)

Zwischen den beiden Tragschichten aus Stahlbeton ist eine Kernschicht, die aus den beiden Komponenten Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln zusammengesetzt ist, angeordnet. Als Kernschicht verstehen sich somit definitionsgemäß immer alle Komponenten, die sich zwischen den beiden Tragschichten befinden und diese verbinden.

#### 1.3 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Optimierung eines tragfähigen Sandwichquerschnitts einschließlich eines angepassten Bemessungskonzeptes. Die konstruktive Ausführung soll sowohl energetische Anforderungen nach aktueller Energieeinsparverordnung (EnEV) systematisch erfüllen als auch Konstruktionsregeln nach *DIN EN 1992-1-1* und *DIN EN 1992-1-1/NA* einhalten. Aufbauend auf dem entwickelten und in Abb. 1.1 gezeigten Querschnitt soll im Rahmen der experimentellen Untersuchungen die Bestimmung des allgemeinen Last-Verformungs-Verhaltens der Sandwichelemente mit Stahlbetontragschichten sowie einer Kernschicht aus expandiertem Polystyrol und stiftförmigen Verbundmitteln aus glasfaserverstäktem Kunststoff unter einer Biege- und Schubbeanspruchung erfolgen. Mithilfe eines geeigneten Ingenieurmodells soll das Last-Verformungs-Verhalten der vorgestellten Sandwichelemente unter der realitätsnahen Berücksichtigung der infolge der Rissbildung in den Tragschichten abschnittsweise unterschiedlichen Dehn- und Biegesteifigkeiten und mit über die Bauteillänge unterschiedlich großen Schubsteifigkeiten der Kernschicht nachgerechnet werden. Abschließend soll ein dazu passendes Bemessungskonzept im Rahmen dieser Arbeit entwickelt werden, das anhand eines Bemessungsbeispiels verifiziert werden soll.

### 1.4 Vorgehensweise

Um die in Abschnitt 1.3 genannten Ziele zu erreichen, werden zunächst in Kapitel 2 die Grundlagen für diese Arbeit zusammengestellt. Dazu gehören im Rahmen einer ausführlichen Literaturrecherche die umfassende Betrachtung der Sandwichbauweise und der Sandwichtheorie allgemein. Ferner erfolgt die Zusammenstellung der bisherigen Modelle und Ansätze zur Berechnung von Sandwichelementen unter einer Biegebeanspruchung sowie unter einer Schubbeanspruchung. Kapitel 2 umfasst außerdem eine ausführliche Zusammenfassung der für diese Arbeit maßgebenden Eigenschaften von Dämmstoffen sowie des Last-Verformungs-Verhaltens eines Stahlbetonbauteils, um einen Einblick in die realitätsnahe Berücksichtigung der reduzierten Dehnund Biegesteifigkeiten infolge der Rissbildung solcher Bauteile zu gewinnen.

In Kapitel 3 werden die umfangreichen eigenen experimentellen Untersuchungen, die unter anderem zur Bestimmung des allgemeinen Last-Verformungs-Verhaltens der Sandwichelemente dienen, detailliert beschrieben. Aufbauend auf der Zusammenstellung der Grundlagen wird zunächst ein geeigneter tragfähiger Sandwichquerschnitt im Rahmen von Tastversuchen entwickelt und den Anforderungen entsprechend optimiert. Daraufhin erfolgt die Bestimmung der maßgebenden Materialeigenschaften des gewählten Dämmstoffes, bevor umfangreiche Untersuchungen des Last-Verformungs-Verhaltens von Sandwichelementen unter einer Biege- und einer Schubbeanspruchung durchgeführt werden. Maßgebende Untersuchungsparameter sind die Einflüsse der unterschiedlichen Verteilung sowie verschiedener Durchmesser der stiftförmigen Verbundmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff in Längsrichtung des Versuchskörpers auf das Tragverhalten der Sandwichelemente. Daneben steht auch das Last-Verformungs-Verhalten einer einzelnen Tragschicht unter einer Biegebeanspruchung als Vergleichsgröße im Fokus der experimentellen Untersuchungen.

Basierend auf den experimentellen Untersuchungen wird im weiteren Verlauf der Arbeit ein eigenes Ingenieurmodell für biegebeanspruchte Stahlbetonsandwichelemente unter Berücksichtigung der reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten infolge der Rissbildung im Beton und mit über die Bauteillänge unterschiedlich großen Schubsteifigkeiten der Kernschicht, die sich aus der Anordnung der stiftförmigen Verbundmittel ergeben, entwickelt (Kapitel 4). Dieses beinhaltet unter anderem einen neuen Ansatz zur Bestimmung des Schubmoduls für einen Dämmstoff. Da innerhalb der Zusammenstellung der Grundlagen und der experimentellen Untersuchungen zur Bestimmung des Verhaltens eines Dämmstoffes unter einer Scherbeanspruchung festgestellt wurde, dass sich das gemäß *DIN EN 12090* vorgeschlagene Vorgehen zur Bestimmung der Schubsteifigkeit in Form des Schubmoduls nicht für den in dieser Arbeit eingesetzten Dämmstoff eignet. Daneben wird ein aus der Literatur bekanntes Verfahren zur realitätsnahen Nachrechnung einer einzelnen Tragschicht ausgewählt und ein Modell zur Beschreibung des Tragverhaltens von Sandwichelementen mit einer Kernschicht bestehend aus Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln unter einer nahezu reinen Schubbelastung vorgestellt.

Aufbauend auf den umfangreichen experimentellen Untersuchungen und dem vorgestellten Ingenieurmodell zur Nachrechnung von biegebeanspruchten Sandwichelementen wird schließlich in Kapitel 5 ein Bemessungskonzept für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und den Grenzzustand der Tragfähigkeit für Stahlbetonsandwichelemente entwickelt.

In Kapitel 6 wird die Anwendung des Bemessungskonzeptes im Rahmen eines Bemessungsbeispiels erläutert, bevor abschließend die gewonnenen Erkenntnisse in Kapitel 7 zusammengefasst werden und ein Ausblick zu weiteren Forschungsansätzen sowie Anwendungsmöglichkeiten für die Sandwichelemente gegeben wird.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Allgemeines

Das Kapitel Grundlagen dient dazu, einen Überblick zum Stand der Forschung hinsichtlich der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Themenschwerpunkte zu geben.

Dazu wird in Abschnitt 2.2 zunächst auf die Sandwichbauweise allgemein eingegangen, bevor die maßgebenden Modelle und Ansätze zur Berechnung von Sandwichelementen unter einer Biegebeanspruchung (Abschnitt 2.3) sowie unter einer Schubbeanspruchung (Abschnitt 2.4) zusammengefasst werden. Abschnitt 2.5 umfasst zudem eine ausführliche Betrachtung der für diese Arbeit maßgebenden Eigenschaften von Dämmstoffen.

Da die realitätsnahe Berücksichtigung der reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten infolge der Rissbildung in den Tragschichten der Sandwichelemente, wie in Abschnitt 1.3 beschrieben, zentrales Thema dieser Arbeit ist, wird in Abschnitt 2.6 ausführlich auf das Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonbauteils eingegangen. Es werden verschiedene Modelle und Ansätze zur Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen vorgestellt und die Möglichkeiten zur Berechnung der Durchbiegung eines Stahlbetonbauteils beschrieben.

#### 2.2 Sandwichbauweise

#### 2.2.1 Allgemeines

Mit der Sandwichbauweise lassen sich durch die bewusste Kombination von unterschiedlichen Materialien innerhalb eines Verbundquerschnitts zahlreiche Vorteile generieren. Durch die unterschiedlich hohen Dichten der Tragschichten und der Kernschicht kann eine große Steifigkeit bei gleichzeitig geringem Eigengewicht erreicht werden. Bereits in der Natur befinden sich diverse Beispiele für Sandwichkonstruktionen. Unsere menschliche Schädeldecke, die Blätter von Pflanzen, aber auch die Flügel von Vögeln funktionieren auf Grundlage dieses Prinzips (*Horstmann 2010*).

#### 2.2.2 Geschichte und historische Entwicklung

Die Vorteile von Sandwichelementen wurden erstmals im frühen 19. Jahrhundert vom Franzosen *Duleau* mit der Ermittlung des Flächenträgheitsmomentes für Sandwichquerschnitte erkannt. Darauf basierend konnten im Flugzeugbau schon Ende des 19. Jahrhundert erste Sandwich-Doppeldecker-Strukturen realisiert werden. Die Sandwichbauweise erzielte während der Weltkriege durch die damit verbundene Forschung und Entwicklung unter anderem aufgrund der Materialknappheit große Fortschritte hinsichtlich der Klärung der Zusammenhänge der eingesetzten Materialien zur Reduzierung des Eigengewichtes bei gleichzeitiger Verbesserung der strukturellen Leistungsfähigkeit. So wurden Rumpf und Tragflächen des im Zweiten Weltkrieg erfolgreich eingesetzten Mehrzweckflugzeug *de Havilland Mosquito* in Holzbauweise mit einer Sandwichkonstruktion bestehend aus einem Kern aus Balsaholz und Deckschichten aus Massivholz gefertigt. Auch heute werden im Flugzeugbau, in der Kältetechnik, im Fahrzeug- und Schiffsbau, im konstruktiven Ingenieurbau, in zahlreichen Alltagsgegenständen wie Sportgeräten oder in der Raumfahrt die Vorteile der Sandwichbauweise in Form der effektiven Kombination verschiedener Materialien genutzt.

Im Bauwesen beginnen Forschung, Entwicklung und der Einsatz von Sandwichelementen in Leicht- oder Stahlbetonbauweise in den 1960er Jahren. Die Sandwichelemente aus Stahlbeton haben bis heute in der Regel einen dreischichtigen Aufbau mit einer Vorsatzschicht, einer Kernschicht und einer Tragschicht. Der Verbund wird mittels linien- oder punktförmigen Verbundmitteln wie Gitterträgern oder Verbundankern gesichert. Eingesetzt werden diese Sandwichelemente beispielsweise als tragende Außenbauteile zum Abtrag von Vertikallasten. Einen Beitrag zur Ermittlung der Schnittund Verformungsgrößen solcher mehrschichtiger Stahlbetonelemente liefert *Pahn 2011*, auf dessen Arbeit an dieser Stelle verwiesen wird.

Sandwichelemente in Leichtbauweise haben im Gegensatz zu den Stahlbetonsandwichbauteilen metallische Deckschichten und eine Kernschicht aus Polyurethan-Hartschaum. Verbundmittel werden in diesen Elementen in der Regel nicht angeordnet. Eingesetzt wurden und werden die Sandwichelemente für Wandverkleidungen oder als Dachbauteile. Auch an der Einsatzmöglichkeit solcher Sandwichelemente als aussteifende Bauteile wird in der jüngeren Vergangenheit zunehmend geforscht (*Käpplein 2016*).

#### 2.2.3 Aufbau eines Stahlbetonsandwichelementes

#### 2.2.3.1 Allgemeines

Der Querschnittsaufbau eines Sandwichelementes ist der oben beschriebene dreischichtige Aufbau. Im Stahlbetonbau werden Sandwichelemente zurzeit vor allem als Wandelemente eingesetzt. Sandwichkonstruktionen werden im Allgemeinen durch Wind, Vertikallasten sowie Einflüssen aus Temperatur, Feuchtigkeit, Austrocknen und Schwinden, die unter Berücksichtigung ihres zeitlichen Verlaufs beachtet werden müssen (*DIN EN 1992-1-1/NA*), beansprucht. Durch die Vorsatzschicht werden die Dämmstoffplatten vor Witterungseinflüssen geschützt. In der Praxis wird bei der Bemessung bis auf vereinzelte Ausnahmen unter Vernachlässigung und entgegen der tatsächlichen Tragwirkung eines Sandwichelementes nur die Tragschicht zum Lastabtrag herangezogen.

#### 2.2.3.2 Dämmstoffe

Der Dämmstoff stellt neben den eingesetzten Verbundmitteln die schubelastische Kopplung der beiden Tragschichten sicher. Neben der Druckfestigkeit und dem E-Modul jeweils senkrecht zu den Tragschichten muss der Dämmstoff unter anderem zur Sicherstellung der schubelastischen Kopplung eine ausreichende Schubfestigkeit und Schubsteifigkeit aufweisen. Außerdem werden ein geringes Eigengewicht, eine ausreichende Temperaturbeständigkeit und Dimensionsstabilität bei gleichzeitig guten Wärmedämmeigenschaften gefordert. Die Auswahl des Dämmstoffes beeinflusst das Last-Verformungs-Verhalten eines Sandwichelementes maßgebend, sodass in Abschnitt 2.5 ausführlich auf die Materialeigenschaften von Dämmstoffen eingegangen wird.

### 2.2.3.3 Verbundmittel

#### Allgemeines

Verbundmittel als Teil der Kernschicht stellen zusätzlich zum eingesetzten Dämmstoff die Verbindung der zwei äußeren Schichten sicher und tragen damit zur schubelastischen Kopplung der beiden Tragschichten bei. Es können je nach Anwendung und Anforderungen diverse Typen unterschieden werden.

#### Verbundmitteltypen

Unterschieden werden die Verbundmittel je nach Form – stiftförmig oder linienförmig – dem Material sowie der vorhandenen Schubtragwirkung. Damit können Verbundmittel in:

- schubweiche stiftförmige Verbundmittel wie metallische Anker oder GFK-Anker,
- in eine Richtung schubsteife stiftförmige Verbundmittel wie Flachanker aus Stahl,
- in zwei Richtungen schubsteife stiftförmige Verbundmittel wie Manschettenanker sowie
- Iinienförmige Verbundmittel wie Gitterträger

eingeteilt werden. Bis auf die in den Tastversuchen (siehe Abschnitt 3.2) eingesetzten Gitterträger kamen in dieser Arbeit für die Sandwichelemente lediglich stiftförmige Verbundmittel zum Einsatz. Auf diese wird im folgenden Abschnitt eingegangen.

#### Schöck Thermoanker und Schöck ComBAR®-Bewehrungsstäbe

Als stiftförmige Verbundmittel wurden Schöck-Thermoanker mit einem Durchmesser von 12 mm (*Z-21.8-1894*) sowie zugeschnittene *Schöck ComBAR*<sup>®</sup>-Bewehrungsstäbe mit einem Durchmesser von 20 mm (*Z-1.6-238*) aus glasfaserverstärktem Kunststoff (GFK) eingesetzt.

"Der Stab besteht aus einer Vielzahl endloser in Kraftrichtung ausgerichteter E-CR Glasfasern die von einer Vinyl Ester Harzmatrix umgeben sind. Die Stäbe werden in einem geschlossenen Pultrusionsverfahren (Strangzieh-Verfahren) hergestellt. Dieses garantiert die lineare Ausrichtung der Fasern entlang der Stabachse, die vollständige Tränkung der Glasfasern mit dem Harz und einen extrem hohen Aushärtungsgrad des Harzes" (Schöck ComBAR<sup>®</sup>).

Die Vorteile dieses Faserverbundwerkstoffs sind unter anderem eine hohe Chemikalienbeständigkeit und Korrosionsbeständigkeit. Zudem ist der Werkstoff nicht magnetisch oder elektrisch leitfähig und besitzt eine geringe Wärmeleitfähigkeit. GFK weist außerdem eine hohe Zugfestigkeit auf. Für eine Beanspruchung in Faserrichtung ergibt sich für GFK nach *Ehrenstein 2006* ein quasi-lineares Materialverhalten, das gemäß Abb. 2.1 bis kurz vor dem Versagen zutreffend ist. Der E-Modul ist vergleichsweise gering und beträgt nur in etwa 30 bis 50 Prozent des E-Moduls von Betonstahl.





Nach Schöck ComBAR<sup>®</sup>, Ehrenstein 2006 und Pahn 2011 gelten für die glasfaserverstärkten Kunststoffstäbe die in Tab. 2.1 dargestellten Eigenschaften und mechanischen Kenngrößen. Die Schöck ComBAR<sup>®</sup>-Bewehrungsstäbe weisen bis zum Bruch ein linear-elastisches Materialverhalten auf.

Tab. 2.1: Eigenschaften und mechanische Kenngrößen für den Thermoanker und den Bewehrungsstab aus glasfaserverstärktem Kunststoff von Schöck gemäß Schöck Com-BAR<sup>®</sup> und Pahn 2011

Eigenschaften / Kenngrößen	Bezeichnung	Werte	Einheit
char. Kurzzeit-Zugfestigkeit	f <sub>fk0</sub>	> 1.000	[N/mm²]
char. Dauerzugfestigkeit	f <sub>fk</sub>	580	[N/mm²]
Teilsicherheitsbeiwert	γ <sub>f</sub>	1,3	[-]
E-Modul	Ef	60.000	[N/mm²]
Dehnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit	٤f	7,4	[‰]
Schubmodul	Gf	8.666	[N/mm²]
Tragfähigkeit quer zur Faser	Т	150	[N/mm²]
Dichte	ρ	2,2	[g/cm <sup>3</sup> ]
Wärmeleitfähigkeit	λ	0,7 (axial); 0,5 (radial)	[W/mK]
thermischer Längenausdehnungskoeffizient	α	0,6.10 <sup>-5</sup> (axial); 2,2.10 <sup>-5</sup> (radial)	[1/K]

Für weitere Informationen wird an dieser Stelle auf die Arbeiten und Literaturstellen *Ehrenstein* 2006, *Pahn* 2011, *Schöck ComBAR*<sup>®</sup>, *Z*-21.8-1894 sowie *Z*-1.6-238 verwiesen.

#### 2.2.3.4 Herstellverfahren

Die zwei gebräuchlichsten Verfahren zur Herstellung von Sandwichelementen im Fertigteilwerk können wie folgt beschrieben und differenziert werden: In der ersten Variante wird am ersten Tag zunächst eine Betonschicht betoniert, um daraufhin die Dämmstoffplatten sowie die Verbundmittel in den frischen Beton zu drücken. Am zweiten Tag wird das halbfertige Sandwichbauteil gedreht und in die zweite frisch betonierte Betonschicht eingedrückt. Im Gegensatz dazu erfolgt die Herstellung mit der zweiten Variante innerhalb eines Tages. Nach Eindrücken der Dämmstoffplatten und der Verbundmittel wie in der ersten Variante erfolgt der Einbau der Bewehrung und im Anschluss die Betonage der zweiten Betonschicht auf den zuvor eingelegten Dämmstoffplatten.

#### 2.2.4 Sandwichtheorie - Tragverhalten von Sandwichelementen

#### 2.2.4.1 Allgemeines

Das Tragverhalten von Sandwichelementen wird durch die Biegesteifigkeiten der Tragschichten, die Schubsteifigkeit der Kernschicht sowie den Haftverbund zwischen der Kernschicht und den Tragschichten bestimmt.

In Tab. 2.2 werden beispielhaft zur Darstellung des Sandwicheffektes die relative Biegefestigkeit und Biegesteifigkeit sowie das Gewicht für die Tragschichten alleine denen für Sandwichelemente gegenübergestellt. Es wird deutlich, dass sich bei der Betrachtung zweier gleich dicken Tragschichten mit der Gesamtdicke *t* als Referenz im Vergleich zu Elementen mit einer zwischengeschalteten Kernschicht der Dicke *t* beziehungsweise 3*t* zum einen deutlich größere Biegefestigkeiten und zum anderen eine Steigerung der Steifigkeit um das 7 oder sogar bis zu 37fache ergeben können. Dabei erhöht sich das Eigengewicht nur marginal.

Tab. 2.2: Vergleich der relativen Biegefestigkeit und Biegesteifigkeit sowie des Gewichtes für die Tragschichten alleine und Sandwichelemente mit unterschiedlicher Kernschichtdicke nach *Torsakul 2007* 

	Tragschichten alleine	Kernschichtdicke t	Kernschichtdicke 3t	
	t <b>\</b>	21	4t	
Biegefestigkeit	1,0	3,50	9,20	
Biegesteifigkeit	1,0	7,00	37,00	
Gewicht	1,0	1,03	1,06	

#### 2.2.4.2 Grundlagen der Sandwichtragwirkung

Bei biegebeanspruchten Sandwichelementen wird zwischen Elementen mit dünnen, schub- und biegeschlaffen Tragschichten sowie Elementen mit dicken, biegesteifen Tragschichten unterschieden. Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Sandwichelemente lassen sich eindeutig zu den Sandwichelementen mit dicken, biegesteifen Tragschichten einordnen. Damit sind sie innerlich statisch unbestimmt und es ergeben sich beispielsweise Eigenspannungen infolge Temperatur- und Feuchte-änderungen im Vergleich zur Ausgangssituation über die Querschnittshöhe. Außerdem können die Teilschnittgrößen im Gegensatz zu Sandwichelementen mit dünnen, schub- und biegeschlaffen Tragschichten nicht direkt aus der äußeren Belastung bestimmt werden. Die Verteilung der Teilschnittgrößen ist vielmehr abhängig von der sogenannten Sandwichbiegesteifigkeit des Sandwichquerschnitts, der Eigenbiegesteifigkeit der Tragschichten sowie der Schubsteifigkeit der Kernschicht.

Mithilfe der Theorie des elastischen Verbundes und der linearen Sandwichtheorie kann die Schubverformbarkeit der schubweichen Kernschicht berücksichtigt werden. Im Abschnitt 2.3 wird im Detail auf die Modelle und Ansätze zur Berechnung von Sandwichelementen unter einer Biegebeanspruchung eingegangen. Allgemein lässt sich formulieren, dass aus der vergleichsweise geringen Schubsteifigkeit der Kernschicht ein teilweise entkoppeltes Tragverhalten der beiden Tragschichten resultiert. Somit sind .

die Hypothese von Bernoulli und damit ein Ebenbleiben der Querschnitte, als Voraussetzung zur Anwendung der technischen Biegelehre, für den Gesamtquerschnitt nicht mehr gegeben. In der internationalen Literatur werden nach Horstmann 2010 die folgenden Sandwichtragwirkungen in Abhängigkeit der Schubsteifigkeit definiert:

- schubschlaffe Verbindung •
- $\rightarrow$  Schubsteifigkeit G = 0,
- schubsteife Verbindung schubstarre Verbindung
- → Schubsteifigkeit  $G = \infty$ .

 $\rightarrow$  Schubsteifigkeit 0 < G <  $\infty$  und

Die schubschlaffe und schubstarre Verbindung stellen Grenzwerte dar, die im Falle einer schubstarren Verbindung wieder eine ebene Querschnittsbetrachtung nach der Hypothese von Bernoulli zulassen, während im Fall der schubschlaffen Verbindung von einer vollkommen entkoppelten Tragwirkung der beiden Tragschichten ausgegangen werden kann. Als schubsteife Verbindung wird der Bereich zwischen den beiden vorgenannten Grenzwerten definiert.

#### 2.2.4.3 Versagensarten von Sandwichelementen

Im Rahmen dieser Arbeit wird lediglich eine Auflistung der in der Literatur genannten Versagensarten gegeben. Demnach können nach Stamm u. Witte 1974, Torsakul 2007, Gollwitzer 2007, Horstmann 2010 und Müller 2015 die nachfolgenden Versagensarten unterschieden werden:

- Überschreitung der Zug- oder Druckfestigkeit in der Tragschicht,
- Schubversagen der Kernschicht, ٠
- lokales Stabilitätsversagen der auf Druck beanspruchten Tragschicht durch Überschreitung der kritischen Beul- oder Knitterspannung,
- globales Stabilitätsversagen
- Verbundversagen / Delamination (Ablösen, Abreißen, Abschälen) infolge zu geringer Schub- und Zugfestigkeit der Verbundfuge mit der Folge des Verlustes der Sandwichtragwirkung,
- lokale Deformation / Instabilität im Bereich von konzentrierten Lasteinleitungen.
- Zugversagen der unteren Bewehrung,
- lokales Biegeversagen einer Tragschicht,
- lokales Querkraftversagen einer Tragschicht und
- Druckversagen des Dämmstoffes an den Auflagern.

#### 2.3 Modelle zur Berechnung von Sandwichelementen unter Biegebeanspruchung

#### 2.3.1 Allgemeines

Insgesamt lassen sich zum einen die Theorie des verschieblichen Verbundes und zum anderen die lineare Sandwichtheorie als Ansätze zur Berechnung von Sandwichelementen unterscheiden. Der Unterschied der beiden Theorien liegt im Wesentlichen in der Herleitung der Differentialgleichungen über die Verschiebungsgröße w und den Schubverzerrungswinkel y für die Sandwichtheorie im Gegensatz zur Verschiebungsgröße w und der Relativverschiebung  $\delta$  zwischen den Verbundpartnern für die Theorie des verschieblichen Verbundes. Nach *Horstmann 2010* und *Stamm u. Witte 1974* existiert trotz der Annahme von kleinen Verformungen keine geschlossene Lösung des Differentialgleichungssystems, das auf Basis der Elastizitätstheorie für das räumliche und elastisch-orthotrope Kontinuum eines ebenen Sandwichelementes mit homogener Kernschicht aufgestellt werden kann.

Horstmann 2010 führt in seiner Arbeit die gebräuchlichsten analytischen Ansätze hinsichtlich der linearen Sandwichtheorie und der Theorie des verschieblichen Verbundes sowie die zur Berechnung getroffenen Vereinfachungen und Annahmen ausführlich auf. Auf dieser Grundlage erstellt er im weiteren Verlauf seiner Arbeit die in Tab. 2.3 dargestellte Bewertungsmatrix zur Auswahl eines geeigneten Verfahrens für die Berechnung von Sandwichelementen.

Tab. 2.3:	Bewertungsmatrix zur Auswahl eines geeigneten Ansatzes für ein Ingenieurmodell
	nach Horstmann 2010

	Ansätze						
Anforderung	Holberg u. Plem 1965	Allen 1969	Stamm u. Witte 1974	Aicher u. Roth 1987	Wölfel 1987		
Membrankräfte Tragschichten	++	++	++	++	+		
Biegemomente Tragschichten	++	++	++	++	+		
Kernschub	++	++	++	-	+		
Elastische Verbindung Tragschich- ten	++	-	-	-	-		
Unsymmetrische Querschnitte	-	+	++	++	++		
Einfache Bestimmungsgleichun- gen für Modellweiterentwicklung	-	-	++	-	++		
++ gut geeignet; + geeignet; - weniger geeignet							

Basierend auf der in Tab. 2.3 dargestellten Bewertungsmatrix wählt Horstmann 2010 den Ansatz der linearen Sandwichtheorie nach Stamm u. Witte 1974 als geeignetste Grundlage für sein Ingenieurmodell aus. Auch für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Sandwichtheorie nach Stamm u. Witte 1974 am besten, sodass die Sandwichtheorie nach Stamm u. Witte 1974 ebenfalls als Grundlage für das in Abschnitt 4.5.2 vorgestellte Ingenieurmodell zur Nachrechnung der Biegeversuche dient und im nachfolgenden Abschnitt 2.3.2 ausführlich erläutert wird. Auf eine erneute Beschreibung der schon in Horstmann 2010 umfangreich aufgeführten Verfahren auf der Basis der Theorie des verschieblichen Verbundes sowie auf der Basis der linearen Sandwichtheorie wird an dieser Stelle verzichtet und lediglich auf die Arbeit von Horstmann 2010 sowie die darin genannten Literaturstellen verwiesen.

### 2.3.2 Biegung von Sandwichelementen mit dicken Deckschichten – Grundgleichungen nach *Stamm u. Witte* 1974

#### 2.3.2.1 Voraussetzungen

Nach *Stamm u. Witte 1974* werden zur Berechnung von Sandwichelementen mit dicken, biegesteifen Tragschichten folgende Vereinfachungen und Annahmen getroffen:

- Das Materialverhalten der Werkstoffe aller Schichten ist linear elastisch.
- Die Kernschicht ist homogen und im Verhältnis zu den Tragschichten relativ weich.
- In Querrichtung ist das Sandwichelement nicht zusammendrückbar.

- Das Ebenbleiben der Querschnitte bleibt für jede einzelne Teilschicht bestehen, während ein Ebenbleiben des Gesamtquerschnitts nicht vorausgesetzt werden kann.
- die Sandwichplatte wird als Balken gelagert und hat somit eine ausschließlich eindimensionale Tragwirkung.
- Das Sandwichelement ist gleichzeitig belastet durch eine Quer- und Längsbelastung. Der angenommene Angriffspunkt bzw. die angenommene Angriffslinie der Querbelastung ist die Schwerachse des Sandwichelementes.
- Die Verformungen sind hinreichend klein, sodass sich lineare Zusammenhänge zwischen den Verschiebungs- und Verzerrungsgrößen ergeben.

Da in der Folge nur biegebeanspruchte Sandwichelemente ohne eine äußere Normalkraft betrachtet werden, beschränkt sich diese Arbeit auf die Angabe der Gleichungen für N = 0.

#### 2.3.2.2 Differentialgleichungen für die Verformung w und die Verzerrung y

#### Allgemeines

Stamm u. Witte 1974 ermitteln mithilfe der Verzerrung  $\gamma$  und der Verformung w die Differentialgleichungen zur Bestimmung der Teilschnittgrößen sowie der Verformungen für ein Sandwichelement mit biegesteifen Tragschichten. Dazu leiten sie die Gleichungen anhand eines verformten Ausschnittes her (Abb. 2.2).



Abb. 2.2: Verformter Ausschnitt eines Sandwichelementes nach Stamm u. Witte 1974 aus Horstmann 2010

Nachfolgend werden für einen Einfeldträger mit Gleichstreckenlast sowie für einen Einfeldträger mit einer beliebig positionierten Einzellast die Gleichungen für die Verformung w, die Verzerrung  $\gamma$  sowie für die Schnittgrößen M und V angegeben. Mithilfe
dieser beiden Lastfälle lässt sich für einen Einfeldträger die Mehrzahl der für die Praxis relevanten Fälle durch eine Superposition der Schnittgrößen lösen. Die Herleitung der dargestellten Gleichungen ist ausgehend von der Arbeit von *Stamm u. Witte 1974* Bestandteil zahlreicher Forschungsarbeiten, sodass an dieser Stelle lediglich auf die genannten Literaturstellen verwiesen wird. Wie oben schon beschrieben beziehen sich die Gleichungen auf biegebeanspruchte Sandwichelemente ohne äußere Normalkraft (N = 0).

## Gleichgewichtsbetrachtung

Aus den Gleichgewichtsbetrachtungen am Querschnitt resultieren die Gleichungen (2.1) und (2.2) für die Summe der Momente und die Summe der Querkräfte. Das Gesamtmoment sowie die Gesamtquerkraft ergeben sich demnach aus der Summe der Tragschichtanteile  $M_{Ts,o}$ ,  $M_{Ts,u}$  sowie  $V_{Ts,o}$ ,  $V_{Ts,u}$  und des Sandwichmomentes  $M_S$ sowie der Sandwichquerkraft  $V_S$ .

$$M = M_{\rm Ts} + M_{\rm S} = M_{\rm Ts,o} + M_{\rm Ts,u} + M_{\rm S}$$
(2.1)

mit  $M_{Ts,o}$  Moment in der oberen Tragschicht

M<sub>Ts,u</sub> Moment in der unteren Tragschicht

M<sub>s</sub> Sandwichmoment

$$V = V_{T_{S}} + V_{S} = V_{T_{S,0}} + V_{T_{S,u}} + V_{S}$$
(2.2)

V<sub>Ts,u</sub> Querkraft in der unteren Tragschicht

Vs Sandwichquerkraft

## Steifigkeiten

Um die beiden unten beschriebenen Lastfälle mithilfe der Differentialgleichung lösen zu können, werden verschiedene Hilfswerte, die mit den nachfolgenden Steifigkeiten bestimmt werden können, benötigt:

- Gesamtbiegesteifigkeit B (Gleichung (2.3)),
- Sandwichbiegesteifigkeit B<sub>s</sub> (Gleichung (2.4)),
- Tragschichtbiegesteifigkeiten B<sub>Ts,o</sub> und B<sub>Ts,u</sub> (Gleichung (2.5)),
- Schubsteifigkeit der Kernschicht S<sub>D</sub> (Gleichung (2.6)).

Die Kernschicht bezieht sich bei *Stamm u. Witte 1974* ausschließlich auf den eingesetzten Dämmstoff, da keine Verbundmittel angeordnet wurden.

Die Gesamtbiegesteifigkeit *B* ergibt sich nach Gleichung (2.3) aus der Summe der Sandwichbiegesteifigkeit  $B_s$  sowie den beiden Eigenbiegesteifigkeiten der Tragschichten  $B_{Ts,o}$  und  $B_{Ts,u}$ .

$$B = B_{\rm S} + B_{\rm Ts} = B_{\rm S} + B_{\rm Ts,o} + B_{\rm Ts,u}$$
(2.3)

Die Sandwichbiegesteifigkeit  $B_s$  lässt sich nach *Stamm u. Witte 1974* für Sandwichelemente im Zustand I mit Gleichung (2.4) bestimmen.

$$B_{\rm S} = \frac{E_{\rm Ts,o} \cdot A_{\rm Ts,o} \cdot E_{\rm Ts,u} \cdot A_{\rm Ts,u}}{E_{\rm Ts,o} \cdot A_{\rm Ts,o} + E_{\rm Ts,u} \cdot A_{\rm Ts,u}} a^2$$
(2.4)

mit a Abstand der Schwerachsen der beiden Tragschichten

Die Eigenbiegesteifigkeit der Tragschichten kann in bekannter Weise aus dem Produkt des E-Moduls sowie des Flächenträgheitsmomentes ermittelt werden.

$$B_{\mathrm{Ts},\mathrm{o},\mathrm{u}} = E_{\mathrm{Ts},\mathrm{o},\mathrm{u}} \cdot I_{\mathrm{Ts},\mathrm{o},\mathrm{u}} \tag{2.5}$$

Die Schubsteifigkeit berechnen *Stamm u. Witte* 1974 ausschließlich auf den Dämmstoff bezogen nach Gleichung (2.6), da die eingesetzten Sandwichelemente mit metallischen Deckschichten in der Regel ohne Verbundmittel ausgeführt wurden und werden.

$$S_{\rm D} = G_{\rm D} \frac{ba^2}{h_{\rm D}} \tag{2.6}$$

mit

*b* Breite des Sandwichelementes

Schubmodul des Dämmstoffes

h<sub>D</sub> Dicke der Dämmstoffschicht

#### Hilfswerte

 $G_{D}$ 

Anhand der zuvor vorgestellten Steifigkeiten lassen sich die folgenden Hilfswerte, die in die Bestimmungsgleichungen für die Teilschnittgrößen und die Verformung *w* sowie die Verzerrung  $\gamma$  eingehen (Gleichungen (2.13) bis (2.18) für eine Gleichstreckenlast und Gleichungen (2.19) bis (2.30) für eine Einzellast), ermitteln:

- Verhältnis α<sub>Ts,o,u</sub> aus der Biegesteifigkeit der oberen bzw. unteren Tragschicht- zur Sandwichbiegesteifigkeit (Gleichung (2.7)),
- Summe α der Verhältnisse der Biegesteifigkeit der oberen und unteren Tragschicht zur Sandwichbiegesteifigkeit (Gleichung (2.8)),
- Beiwert β aus Sandwichbiege- und Schubsteifigkeit pro Länge zum Quadrat (Gleichung (2.9)),
- Beiwert  $\lambda$  aus den Steifigkeitsverhältnissen  $\alpha$  und  $\beta$  (Gleichung (2.10)).

$$\alpha_{\mathrm{Ts},\mathrm{o}} = \frac{B_{\mathrm{Ts},\mathrm{o}}}{B_{\mathrm{S}}} \text{ bzw. } \alpha_{\mathrm{Ts},\mathrm{u}} = \frac{B_{\mathrm{Ts},\mathrm{u}}}{B_{\mathrm{S}}}$$
(2.7)

$$\alpha = \alpha_{\mathrm{Ts},\mathrm{o}} + \alpha_{\mathrm{Ts},\mathrm{u}} \tag{2.8}$$

$$\beta = \frac{B_{\rm S}}{{\rm S}l^2} \tag{2.9}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{1+\alpha}{\alpha\beta}} \tag{2.10}$$

Zusätzlich gehen in die Bestimmungsgleichungen noch die beiden auf die Gesamtlänge bezogenen Größen  $\xi$  (Gleichung (2.11), siehe auch Abb. 2.3) und  $\varepsilon$  (Gleichung (2.12), siehe auch Abb. 2.4) für die Position einer Einzellast mit ein.

$$\xi = \frac{x}{l} \tag{2.11}$$

$$\varepsilon = \frac{e}{l} \tag{2.12}$$

#### Bestimmungsgleichungen für einen Einfeldträger mit Gleichstreckenlast



Abb. 2.3: Statisches System für ein Sandwichelement mit einer Gleichstreckenlast

Für den in Abb. 2.3 dargestellten Einfeldträger mit Gleichstreckenlast ergeben sich für die Verformung *w* Gleichung (2.13), die Verzerrung  $\gamma$  Gleichung (2.14), die Teilmomente  $M_i$  Gleichung (2.15) und (2.16) sowie die Teilquerkräfte  $V_i$  Gleichung (2.17) und (2.18).

$$w = \frac{ql^{4}}{B} \begin{bmatrix} \frac{1}{24}\xi(1-2\xi^{2}+\xi^{3}) + \frac{1}{2\alpha\lambda^{2}}\xi(1-\xi) - \\ \frac{1}{\alpha\lambda^{4}}\frac{\cosh\lambda/2 - \cosh\lambda(1-2\xi)/2}{\cosh\lambda/2} \end{bmatrix}$$
(2.13)

$$\gamma = \frac{ql^3}{B} \beta \left[ \frac{1}{2} (1 - 2\xi) - \frac{1}{\lambda} \frac{\sinh \lambda (1 - 2\xi)/2}{\cosh \lambda/2} \right]$$
(2.14)

$$M_{\rm S} = q l^2 \frac{1}{1+\alpha} \left[ \frac{1}{2} \xi(1-\xi) - \frac{1}{\lambda^2} \frac{\cosh \lambda / 2 - \cosh \lambda (1-2\xi) / 2}{\cosh \lambda / 2} \right]$$
(2.15)

$$M_{\text{Ts},\text{o},\text{u}} = q l^2 \frac{\alpha_{\text{Ts},\text{o},\text{u}}}{1+\alpha} \left[ \frac{1}{2} \xi (1-\xi) + \frac{1}{\alpha \lambda^2} \frac{\cosh \lambda / 2 - \cosh \lambda (1-2\xi) / 2}{\cosh \lambda / 2} \right]$$
(2.16)

$$V_{\rm S} = q l \frac{1}{1+\alpha} \left[ \frac{1}{2} (1-2\xi) - \frac{1}{\lambda} \frac{\sinh \lambda (1-2\xi)/2}{\cosh \lambda/2} \right]$$
(2.17)

$$V_{\mathrm{Ts,o,u}} = q I \frac{\alpha_{\mathrm{Ts,o,u}}}{1+\alpha} \left[ \frac{1}{2} (1-2\xi) + \frac{1}{\alpha \lambda} \frac{\sinh \lambda (1-2\xi)/2}{\cosh \lambda/2} \right]$$
(2.18)



#### Bestimmungsgleichungen für einen Einfeldträger mit Einzellast

Abb. 2.4: Statisches System für ein Sandwichelement mit einer Einzellast

Durch die Einzellast ergibt sich für den oben dargestellten Einfeldträger (Abb. 2.4) automatisch eine Unterteilung in zwei Bereiche (I und II) links und rechts der Einzellast. Damit erhält man für die Bestimmung der Verformung *w* (Gleichungen (2.19) und (2.20)), der Verzerrung *y* (Gleichungen (2.21) und (2.22)), der Teilmomente  $M_i$  (Gleichungen (2.23) bis (2.26)) sowie der Teilquerkräfte  $V_i$  (Gleichungen (2.27) bis (2.30)) im Gegensatz zu einer Gleichstreckenlast immer zwei Gleichungen, die jeweils nur die Gültigkeit für den jeweiligen Bereich besitzen.

$$w_{1} = \frac{Fl^{3}}{B} \left[ \frac{1}{6} (1-\varepsilon)\xi(2\varepsilon - \varepsilon^{2} - \xi^{2}) + \frac{1}{\alpha\lambda^{2}} (1-\varepsilon)\xi - \frac{1}{\alpha\lambda^{3}} \frac{\sinh\lambda(1-\varepsilon)}{\sinh\lambda} \sinh\lambda\xi \right]$$
(2.19)

$$w_{\parallel} = \frac{Fl^3}{B} \left[ \frac{1}{6} \varepsilon (1-\xi) (-\varepsilon^2 + 2\xi - \xi^2) + \frac{1}{\alpha \lambda^2} \varepsilon (1-\xi) - \frac{1}{\alpha \lambda^3} \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\sinh \lambda} \sinh \lambda (1-\xi) \right] \quad (2.20)$$

$$\gamma_{1} = \frac{Fl^{2}}{B} \beta \left[ 1 - \varepsilon - \frac{\sinh \lambda (1 - \varepsilon)}{\sinh \lambda} \cosh \lambda \xi \right]$$
(2.21)

$$\gamma_{\parallel} = \frac{Fl^2}{B} \beta \left[ -\varepsilon + \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\sinh \lambda} \cosh \lambda (1 - \xi) \right]$$
(2.22)

$$M_{\rm S,I} = F I \frac{1}{1+\alpha} \left[ (1-\varepsilon)\xi - \frac{\sinh\lambda(1-\varepsilon)}{\lambda\sinh\lambda} \sinh\lambda\xi \right]$$
(2.23)

$$M_{\rm S,II} = F I \frac{1}{1+\alpha} \left[ \epsilon(1-\xi) - \frac{\sinh \lambda \epsilon}{\lambda \sinh \lambda} \sinh \lambda (1-\xi) \right]$$
(2.24)

$$M_{\mathrm{Ts,o,u,l}} = Fl \frac{\alpha_{\mathrm{o,u}}}{1+\alpha} \left[ (1-\varepsilon)\xi + \frac{\sinh\lambda(1-\varepsilon)}{\alpha\lambda\sinh\lambda} \sinh\lambda\xi \right]$$
(2.25)

$$M_{\text{Ts},\text{o},\text{ull}} = FI \frac{\alpha_{\text{o},\text{u}}}{1+\alpha} \left[ \varepsilon(1-\xi) + \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\alpha \lambda \sinh \lambda} \sinh \lambda (1-\xi) \right]$$
(2.26)

$$V_{\rm S,I} = F \frac{1}{1+\alpha} \left[ 1 - \varepsilon - \frac{\sinh \lambda (1-\varepsilon)}{\sinh \lambda} \cosh \lambda \xi \right]$$
(2.27)

$$V_{\rm S,II} = F \frac{1}{1+\alpha} \left[ -\varepsilon + \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\sinh \lambda} \cosh \lambda (1-\xi) \right]$$
(2.28)

$$V_{\text{Ts,o,u,l}} = F \frac{\alpha_{\text{o,u}}}{1+\alpha} \left[ 1 - \varepsilon + \frac{\sinh \lambda (1-\varepsilon)}{\alpha \sinh \lambda} \cosh \lambda \xi \right]$$
(2.29)

$$V_{\text{Ts,o,u,II}} = F \frac{\alpha_{\text{o,u}}}{1+\alpha} \bigg[ -\varepsilon - \frac{\sinh \lambda \varepsilon}{\alpha \sinh \lambda} \cosh \lambda (1-\xi) \bigg]$$
(2.30)

Mithilfe der ermittelten Teilschnittgrößen des Sandwichelementes können für die Tragschichten die Normalspannungen sowie für die Kernschicht die resultierenden Schubspannungen mit den folgenden Gleichungen (2.31) bis (2.33) berechnet werden (siehe Abb. 2.5).

$$\sigma_{\text{Ts,o,1 bzw. 2}} = -\frac{N_{\text{S,o}}}{A_{\text{Ts,o}}} \pm \frac{M_{\text{Ts,o}}}{W_{\text{Ts,o}}}$$
(2.31)

$$\sigma_{\text{Ts,u,1 bzw. 2}} = -\frac{N_{\text{S,u}}}{A_{\text{Ts,u}}} \pm \frac{M_{\text{Ts,u}}}{W_{\text{Ts,u}}}$$
(2.32)

$$\tau_{\rm S} = \tau_{\rm K} = \frac{V_{\rm S}}{a \cdot b} \tag{2.33}$$

Die Normalspannungen der Kernschicht werden in der einschlägigen Literatur aufgrund des vergleichsweise kleinen E-Moduls des Dämmstoffes nicht berücksichtigt. Nach *Horstmann 2010* ergibt sich in den Tragschichten ohne Berücksichtigung des Sandwichtraganteils anhand von Gleichgewichtsbetrachtungen ein linearer Verlauf der Schubspannungen.



Abb. 2.5: Sandwichquerschnitt mit dicken, biegesteifen Tragschichten und der zugehörigen Schnittgrößen- und Spannungsverteilung nach Stamm u. Witte 1974 und Müller 2015

Die angegebenen Bestimmungsgleichungen von *Stamm u. Witte 1974* gelten nur für ungerissene Tragschichten beziehungsweise unter der Voraussetzung konstanter Steifigkeiten über die Bauteillänge. In den beiden folgenden Abschnitten 2.3.3 und 2.3.4 wird unter anderem auf bisher publizierte Ansätze zur Berücksichtigung der Rissbildung im Beton der Tragschichten zur Berechnung der Durchbiegung von Sandwichelementen eingegangen.

## 2.3.3 Untersuchungen und Ingenieurmodell von Horstmann 2010

*Horstmann 2010* untersucht das Tragverhalten von Sandwichelementen mit dünnen Deckschichten aus Textilbeton und entwickelt in diesem Zusammenhang ein Ingenieurmodell zur Berechnung von selbsttragenden Sandwichelementen mit textilbewehrten Deckschichten. In seinen experimentellen Untersuchungen variiert er die Deckschichtdicken zwischen 15 mm und 85 mm, während die Kernschichtdicke eine Stärke von 150 mm oder 160 mm aufweist. Neben unterschiedlichen Bewehrungsmaterialien in den Deckschichten verwendet *Horstmann 2010* als Kernmaterial expandiertes und extrudiertes Polystyrol sowie einen PUR-Hartschaum.

Horstmann 2010 bestimmt in umfangreichen experimentellen und theoretischen Untersuchungen, die unter anderem das Tragverhalten von Dämmstoffplatten aus EPS, XPS und Polyurethanschaum sowie von punktförmigen Verbundmittel unter Zug-, Druck- und Schubbeanspruchung und zahlreiche Biegeversuche mit der Variation der Querschnittsabmessungen, der Kern-, Deckschicht- und Bewehrungsmaterialien sowie der Verbundmitteltypen und -anordnung beinhalten, das Last-Verformungs-Verhalten von Sandwichelementen. Er ermittelt dazu passende Ingenieurmodelle für das Tragverhalten beispielsweise von punkt- und linienförmigen Verbundmitteln oder von Sandwichelementen unter Schubbeanspruchung. Schließlich leitet er darauf aufbauend und basierend auf der linearen Sandwichtheorie von *Stamm u. Witte 1974* ein erweitertes Ingenieurmodell für Sandwichkonstruktionen aus Textilbeton her. Dieses beinhaltet die Beschreibung des Tragverhaltens für die zuvor beschriebenen Sandwichelemente unter einer Zug-, Schub- und Biegebeanspruchung und bildet die Traganteile aus Dämmstoff und Verbundmitteln mithilfe von Federmodellen ab.

Horstmann 2010 erfasst erstmals näherungsweise den Einfluss der Rissbildung in den Tragschichten auf die Verformungen. Dazu unterscheidet er definitionsgemäß Biegeund Trennrisse in den Tragschichten. Mit diesem Rissmodell bestimmt *Horstmann 2010* die jeweiligen Steifigkeiten im Querschnitt der Tragschichten für eine Belastung aus Biegemoment und Normalkraft und stellt mittels des sogenannten Lastschrittverfahrens, das die Nachrechnung der Last-Verformungs-Kurve erlaubt, eine vereinfachte Berechnung der Durchbiegung und der Schnittgrößenumlagerung für gerissene Sandwichelemente vor. Dazu berücksichtigt er über die Gesamtlänge verschmierte reduzierte Biege- und Dehnsteifigkeiten infolge gerissener Bereiche mittels dreier verschiedener Wichtungsansätze. Neben dem Ansatz über eine arithmetische Mittelwertbildung werden die Werte analog zur Durchbiegungslinie oder zu den Schnittkraftverläufen gewichtet. Die damit bestimmten Last-Verformungs-Kurven vergleicht er schließlich mit den Ergebnissen seiner Versuche und seiner FE-Modellierung und stellt eine gute Übereinstimmung der mit dem Wichtungsansatz analog zur Durchbiegungslinie berechneten und der im Versuch ermittelten Verformungen fest.

Basierend auf den Ergebnissen und Erkenntnissen der umfangreichen experimentellen und rechnerischen Untersuchungen entwickelt Horstmann 2010 schließlich ein Bemessungskonzept für die vorgestellten Sandwichelemente.

# 2.3.4 Untersuchungen und Ingenieurmodell von Müller 2015

Im Rahmen seiner Arbeit untersucht *Müller 2015* Sandwichelemente mit dünnen Deckschichten aus Hochleistungsbeton und einem Kern aus extrudiertem Polystyrol sowohl experimentell als auch rechnerisch. Die Deckschichten weisen eine Dicke zwischen 10 und 20 mm auf, während die Kernschichtdicke zwischen 120 und 140 mm beträgt. Der Kern ist mit den Deckschichten neben der Adhäsion nur über eine thermisch geprägte rautenförmige Struktur in der Oberfläche der Dämmstoffplatten aus XPS verbunden. Auf Verbundmittel verzichtet *Müller 2015*. Er untersucht die Dauerhaftigkeit des Verbundes jedoch in umfangreichen Ermüdungs-, Frost-Tau-Wechsel- und Dauerstandsversuchen.

Die Ermittlung der Teilschnittgrößen der untersuchten Sandwichelemente bestimmt *Müller 2015* aufbauend auf dem Ansatz von *Schwarze 1984*, der einen numerischen Ansatz zur Berechnung von Sandwichelementen mit biegesteifen Tragschichten entwickelt hat.

In Müller u. a. 2016 wird die programmtechnische Umsetzung des vorgenannten Ansatzes auf Basis von Schwarze 1984 im von Urbanek 2011 frei verfügbaren Bemessungsprogramm swe2 beschrieben. Urbanek 2011 unterteilt das Sandwichelement zur Berechnung im Gegensatz zu Schwarze 1984 in zahlreiche kleine Abschnitte. Wie in Müller 2015 erwähnt wird mit dem Bemessungsprogramm swe2 mithilfe einer grafischen Benutzeroberfläche die Eingabe der Geometrie, der Lasten sowie der Querschnittseigenschaften ermöglicht. Da das Programm allerdings für die Bemessung von Sandwichelementen mit Stahldeckschichten vorgesehen ist, ist beispielsweise der E-Modul der Deckschichten mit 210.000 N/mm<sup>2</sup> vorprogrammiert und nur die Eingabe einer der beiden Deckschichten als biegesteif (profiliert) vorgesehen. Um die Sandwichelemente mit beidseitigen Deckschichten aus Hochleistungsbeton zu berechnen, modifizieren Müller u. a. 2016 das Bemessungsprogramm swe2 zu swe2+, indem eine Steifigkeitsänderung infolge der Rissbildung im Beton berücksichtigt sowie die Auswahl des Materials für die Deckschichten mit der Einbindung eines frei wählbaren E-Moduls gestaltet werden können. Dem Berechnungsansatz liegen dazu unter anderem die folgenden Vereinfachungen zugrunde:

- Annahme eines linear elastisches Werkstoffverhaltens des Hochleistungsbetons,
- Vernachlässigung des Einflusses der Bewehrungslagen in der Druckzone (Druckbewehrung) bei der Ermittlung der Biegesteifigkeit,
- Vernachlässigung der Eigenbiegesteifigkeit und der Anteile nach dem *Steinerschen Satz* der Bewehrung zur Berechnung der Biegesteifigkeit für den Fall eines Biegerisses und
- Annahme einer stetigen Krümmung im Übergangsbereich zwischen gerissenen und ungerissenen Teilbereichen.

Die Nachweisführung im Bemessungskonzept für die Sandwichelemente orientiert sich nach *Müller u. a. 2015* an der Nachweisführung von Elementen mit Metalldeckschichten ergänzt um die Berücksichtigung der Steifigkeitsreduzierung infolge der Rissbildung im Beton bei der Schnittgrößenermittlung. Die Ermittlung der Schnittgrößen im Zustand I kann mithilfe der Verfahren der linearen Sandwichtheorie für Sandbiegesteifen Deckschichten nach dem wichelemente mit Ansatz von Stamm u. Witte 1974 erfolgen. Im Zustand II ergibt sich eine Abnahme der Biege- und Dehnsteifigkeit der Deckschichten im gerissenen Bereich, die zwangsläufig zu einer Vergrößerung der Durchbiegung sowie Umlagerung der Schnittgrößen über den Querschnitt und die Länge des Sandwichelementes infolge der inneren statischen Unbestimmtheit der Sandwichelemente beziehungsweise für den Fall eines statisch unbestimmten Systems führen. Der Ansatz zur Ermittlung der Schnittgrößen unter Berücksichtigung der Rissbildung in den Deckschichten sieht eine abschnittsweise Reduktion der Biegesteifigkeiten vor. Müller 2015 unterscheidet wie Horstmann 2010 drei verschiedene Rissfälle. Ein Biegeriss geht im Rissfall A maximal bis zur Bewehrungsachse, während er im Rissfall B über die Bewehrungsachse hinausgeht. Als dritten Rissfall charakterisiert Müller 2015 den Trennriss.

Das Nachweiskonzept zur Bemessung der Sandwichelemente mit Deckschichten aus Hochleistungsbeton basiert auf der *DIN EN 14509*, die die Bemessung von Sandwichelementen mit metallischen Deckschichten regelt. Die Anwendbarkeit des Nachweiskonzepts wird von *Müller 2015* anhand von Bemessungsbeispielen dargelegt.

# 2.4 Modelle zur Berechnung von Sandwichelementen unter Schubbeanspruchung

## 2.4.1 Allgemeines

Das Schubtragverhalten von Sandwichelementen wird bestimmt durch die Schubsteifigkeit des Dämmstoffs, die Haftscherfestigkeit der Verbundfuge sowie die Steifigkeit der Verbundmittel unter Berücksichtigung deren Einspanngrades im Beton.

In der Literatur existieren zahlreiche Untersuchungen zum Tragverhalten von Sandwichelementen verschiedener Bauart unter einer Schubbeanspruchung (u. a. *Gastmeyer 2004, Horstmann 2010, Shams u. Stark 2013, Müller 2015*). Im weiteren Verlauf dieser Arbeit liegt das Augenmerk auf der Untersuchung des Tragverhaltens von Sandwichelementen mit stiftförmigen Verbundmitteln.

# 2.4.2 Modelle zum Tragverhalten von Sandwichelementen unter Schubbeanspruchung

#### 2.4.2.1 Allgemeines

Das Tragverhalten von Sandwichelementen mit stiftförmigen Verbundmitteln unter einer Schubbeanspruchung setzt sich aus unterschiedlichen Tragwirkungen zusammen.

*Gastmeyer 2003* unterscheidet prinzipiell drei Tragwirkungen. Wie in Abb. 2.6 dargestellt, gibt es neben der Biegetragwirkung des Verbundmittels und der Schubtragwirkung des Dämmstoffes unter der Voraussetzung einer intakten Verbundfuge infolge des Zusammenwirkens des zugfesten Verbundmittels und des druckfesten Dämmstoffes einen zusätzlichen Traganteil.



Abb. 2.6: Tragwirkungen in einem Sandwichelement unter Schubbeanspruchung nach Gastmeyer 2003

In der Literatur existieren zur Beschreibung der unterschiedlichen Tragwirkungen diverse Modelle, die in den folgenden Kapiteln getrennt nach den oben genannten Traganteilen zusammengefasst werden.

## 2.4.2.2 Modelle zum Tragverhalten von stiftförmigen Verbundmitteln

## Allgemeines

Die gegenseitige vertikale Verformung zweier Betonkörper, die nur durch ein beidseitig in Beton eingebettetes Verbundmittel verbunden sind, setzt sich aus unterschiedlichen Verformungsanteilen zusammen. Dies sind zum einen Verformungsanteile infolge Schub und Biegung im Verbundmittel und zum anderen Verformungsanteile, die sich aus der elastischen Bettung des Verbundmittels im Beton ergeben. In der Literatur gibt es vor allem zur Berücksichtigung der letztgenannten Verformungsanteile unterschiedliche Ansätze. Es lassen sich zwei verschiedene Modelle, die nachfolgend vorgestellt werden, unterscheiden.

#### Vereinfachtes Modell zur Berechnung der Verformung u

Ein vereinfachtes Modell zur Berechnung der vertikalen Verformung *u* mithilfe des Ansatzes der reinen Biegeverformung eines beidseitig eingespannten Stabes wird durch den unten dargestellten Zusammenhang gegeben. Verformungen infolge Schub im Verbundmittel werden allerdings vernachlässigt.

$$u = \frac{F_A d_A^3}{12EI} \tag{2.34}$$

mit *F*<sub>A</sub> Stabkraft

*d*<sub>A</sub> ideelle Stützweite bzw. Biegelänge (s. u.)

- E E-Modul des Stabes
- *I* Flächenträgheitsmoment des Stabes

Die Berücksichtigung der elastischen Bettung des beidseitig eingespannten Verbundmittels im Beton erfolgt vereinfacht über den Ansatz einer ideellen Stützweite für das Verbundmittel. Die Stützweite bzw. Biegelänge ergibt sich aus der Dämmstoffdicke beziehungsweise Fugendicke und der zweifachen ideellen Einbindetiefe zu Gleichung (2.35).

$$d_{\rm A} = h_{\rm K} + 2x_{\rm E} \tag{2.35}$$

23

Für die ideelle Einbindetiefe existiert in der Literatur ein Ansatz von *Paschen u. Schönhoff 1983*, die den halben Stabdurchmesser als ideelle Einbindetiefe  $x_E$  nach Gleichung (2.36) vorschlagen.

$$x_{\rm E} = \frac{\phi_{\rm A}}{2} \tag{2.36}$$

Dahingegen bestimmt *Wiedenroth 1971* die ideelle Einbindetiefe  $x_{E}$  in Abhängigkeit der Fugenbreite, die im Fall eines Sandwichelementes der Kernschichtdicke  $h_{k}$  entspricht, sowie der vorhandenen Einbindetiefe des Verbundmittels  $t_{A}$  zu Gleichung (2.37). Dieser Ansatz geht auf die Annahme einer linear elastischen Verteilung der Reaktionskräfte über die tatsächliche Einbindetiefe  $t_{A}$  zurück.

$$x_{\rm E} = \left(1 - \frac{1}{1 + t_{\rm A} / h_{\rm K}}\right) \frac{t_{\rm A}}{3} \tag{2.37}$$

Die Berechnung der Verformung bzw. der Steifigkeit eines Verbundmittels mithilfe einer ideellen Stützweite und der ideellen Einbindetiefe nach *Wiedenroth 1971* verwenden beispielsweise *Gastmeyer 1997* und *Hegger u. Horstmann 2011* speziell für den TM-Verbundanker (*THERMOMASS*<sup>®</sup>) in Zusammenhang mit dem TM-Verbundsystem für dreischichtige Stahlbetonwandtafeln (*Z-21.8-1878*).

#### Modell von Porter

Im Gegensatz zum oben vorgestellten vereinfachten Modell stellt *Porter* auf der Grundlage von umfangreichen Untersuchungen sowie zahlreichen Forschungsarbeiten und Publikationen (*Porter u. a. 1992*; *Porter u. a. 2001*, *Porter u. Guinn 2002*, *Porter 2003*, *Porter u. Cable 2006*, *Porter u. a. 2008*) ein mechanisches Modell zur Bestimmung der gegenseitigen vertikalen Verformung *u* von Fahrbahnplatten (siehe Abb. 2.7), die durch Schubdorne verbunden werden, vor. Er berücksichtigt nicht nur die Schubverformungen im Verbundmittel, sondern auch die elastische Bettung des Verbundmittels im Beton durch einen Bettungsmodul.



Abb. 2.7: Relative Verschiebung zwischen zwei Platten nach Porter u. Cable 2006



Wie in Abb. 2.7 zu ersehen ist, setzt sich die Verformung damit aus den folgenden vier Anteilen zusammen:

- Verschiebung des Verbundmittels resultierend aus der elastischen Bettung im Beton u<sub>y,0</sub> (Gleichung (2.44)),
- Verschiebung infolge der Verdrehung des Verbundmittels resultierend aus der elastischen Bettung im Beton  $u_{\varphi}$  (Gleichung (2.45)),
- Verschiebung infolge der Berücksichtigung der Schubverformung des Verbundmittels u<sub>s</sub> (Gleichung (2.48)),
- Verschiebung infolge der Berücksichtigung der Biegeverformung des Verbundmittels u<sub>B</sub> (Gleichung (2.49)).

Damit ergibt sich die vertikale Verformung *u* zu Gleichung (2.38).

$$u = 2u_{y,0} + u_{\varphi} + u_{S} + u_{B} \tag{2.38}$$

Der Anteil aus der Verschiebung und Verdrehung des Verbundmittels resultierend aus der elastischen Bettung im Beton (siehe Abb. 2.8) kann basierend auf der Bestimmung der vertikalen Verformung eines Balkens unter der Berücksichtigung einer elastischen Bettung nach *Timoshenko u. Lessels 1925* ermittelt werden.

Dazu geben *Timoshenko u. Lessels 1925* zur Ermittlung der vertikalen Verformung *y* Gleichung (2.39) in Form einer Differentialgleichung an.

$$-ky = EI \frac{d^4 y}{dx^4}$$
(2.39)

mit k Bettungsmodul des Balkens je Längeneinheit

E E-Modul des Balkens

- I Flächenträgheitsmoment
- y vertikale Verformung des Balkens

Als allgemeine Lösung der Differentialgleichung lässt sich Gleichung (2.40) schreiben.

$$y = e^{\beta x} (A\cos\beta x + B\sin\beta x) + e^{-\beta x} (C\cos\beta x + D\sin\beta x)$$
(2.40)

mit β Relative Steifigkeit der Balkenbettung nach Gleichung (2.41)

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$$
(2.41)

Unter Berücksichtigung der Randbedingungen für Gleichung (2.40) können die Konstanten *A*, *B*, *C* und *D* bestimmt werden. Für einen semi-infiniten sowie elastisch gebetteten Balken, der an einem Ende durch eine Einzellast  $F_A$  und einem daraus resultierenden Moment  $M_0$  belastet wird, sind die Konstanten A und B gleich null und es ergibt sich schließlich Gleichung (2.42).

$$y = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta^{3}EI} \left[ F_{A} \cos\beta x - \beta M_{0} (\cos\beta x - \sin\beta x) \right]$$
(2.42)

Durch die Ableitung von Gleichung (2.42) nach dx kann für die Verdrehung des Balkens Gleichung (2.43) geschrieben werden.

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{e^{\beta x}}{2\beta^2 E I} \Big[ (2\beta M_0 - F_A) \cos\beta x - F_A \sin\beta x \Big]$$
(2.43)

*Friberg 1940* bestimmt für einen Dübel mit semi-infiniter Länge sowie einer elastischen Bettung die vertikale Verformung  $y_0$  sowie die Verdrehung  $dy_0/dx$  an der Stelle x = 0 zu folgenden Zusammenhängen aufbauend auf dem Ansatz von *Timoshenko u. Lessels 1925*.

$$u_{y,0} = y_0 = \frac{F_A}{4\beta^3 E I} (2 + \beta h_K)$$
(2.44)

$$u_{\varphi} = \frac{dy_0}{dx} = \frac{-F_A}{2\beta^2 E I} (1 + \beta h_K)$$
(2.45)

mit F<sub>A</sub> Dübelkraft

*h*<sub>K</sub> Fugenbreite (entspricht der Kernschichtdicke)

In der Realität ist die Länge eines Dübels immer finit, sodass die Möglichkeit der Annahme einer semi-infiniten Länge des Dübels nicht in jedem Fall gewährleistet ist und die Anwendbarkeit der Zusammenhänge nach *Friberg 1940* zu überprüfen ist. Bei zu kurzer Einbindetiefe  $t_A$  oder einer zu weichen Bettung des Dübels bauen sich beispielsweise die Spannungen nicht innerhalb der Einbindetiefe ab. Als Anwendbarkeitskriterium wird in der Literatur ein einzuhaltender Grenzwert festgelegt, der durch das Produkt der relativen Steifigkeit  $\beta$  des Verbundmittels und der Einbindetiefe  $t_A$ des Verbundmittels nicht überschritten werden darf. *Albertson 1992* hat dazu speziell für Dübel in Fahrbahnplatten Vergleichsrechnungen mit einem semi-infiniten Modell und einem finiten Modell durchgeführt und kommt auf das Ergebnis, dass, wie in Abb. 2.9 zu ersehen, ab einem Wert von  $\beta t_A \ge 2$  die Unterschiede zwischen den beiden Modellen bei Betrachtung des Momentes und der Durchbiegung vernachlässigbar gering werden.

In der Literatur finden sich nach *Marx* 2016 für den allgemeinen Fall als Grenzwerte, die zur Annahme eines semi-infiniten elastisch gebetteten Balkens einzuhalten sind, außerdem 5 gemäß *Timoshenko* 2002 und 6 gemäß *Young u. Budynas* 2002 für das Produkt  $\beta t_A$ .

Den Faktor  $\beta$  nach Gleichung (2.41) modifiziert *Friberg 1940* zu Gleichung (2.46).

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_0\phi}{4EI}} \tag{2.46}$$

mit k<sub>0</sub> Bettungsmodul des Dübels je Flächeneinheit

φ Durchmesser bzw. maximale Breite des Dübels



Abb. 2.9: Vergleich des semi-infiniten und finiten Modells verschiedener βt<sub>A</sub>-Werte für Moment und Durchbiegung nach *Albertson 1992* 

Mit dem Bettungsmodul  $k_0$  werden die elastischen Eigenschaften der den Dübel umgebenden Masse, in der Regel Beton, berücksichtigt. Er steht unter anderem für die auftretenden Biegespannungen im Beton im Bereich der Einbindung des Dübels. Die Größe des Bettungsmoduls  $k_0$  hat einen entscheidenden Einfluss auf die Verformung sowie die Verdrehung des Dübels und ist durch die große Beeinflussung der Durchbiegung in Abhängigkeit der entsprechenden Wahl des  $k_0$ -Wertes vor allem in Nordamerika Bestandteil von zahlreichen Untersuchungen. Aktuell muss der Wert  $k_0$  allerdings aufgrund seiner großen Abhängigkeit vom jeweiligen Gesamtsystem für jeden Einzelfall experimentell bestimmt werden (*Albertson 1992, Mannava u. a. 1999, Porter u. a. 2001, Porter u. Guinn 2002*). Die theoretische Bestimmung des  $k_0$ -Wertes ist neben der Belastungsgeschwindigkeit nach *Murison u. a. 2002* zusätzlich abhängig von dem Einwirkungsniveau, der Betonfestigkeit sowie dem Durchmesser und dem Material des Dübels. Dadurch lässt sich aktuell kein allgemeingültiges Modell zur analytischen Bestimmung des Bettungsmoduls angeben.

Zur experimentellen Bestimmung des Bettungsmoduls existieren verschiedene Testmethoden, auf die in dieser Arbeit allerdings nicht näher eingegangen wird. Es wird an dieser Stelle auf die Arbeiten von *Porter u. a. 2001* sowie *Mannava u. a. 1999* verwiesen. Auf der Grundlage einer umfassenden Literaturrecherche werden in Tab. 2.4 die bisherigen Angaben für Bettungsmodule  $k_0$  zusammengefasst dargestellt. Weitere Informationen zur Art der Testmethode, Betonfestigkeiten, Fugenbreiten etc. können den aufgelisteten Literaturangaben entnommen werden. In *Marx 2016* wird außerdem eine tabellarische Übersicht dazu angegeben.

		Verbundmittel		Betonfes-		Bettungsmo-
Material	Qualla	E-Modul	Durchmesser	tigkeit	Fugenbreite	dul
	Quelle	E	$\phi$	fc	$z = h_{\rm K}$	<i>k</i> o
		[N/mm <sup>2</sup> ]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[mm]	[N/mm <sup>3</sup> ]
		34.000	38,10	39,80	3,18	187
	Dortor u o 2001	43.000	44,45	39,80	3,18	81
glasfaser- verstärkter	Fonter u. a. 2001	34.000	38,10	43,45	3,18	89
		45.000	47,63	43,45	3,18	70
Kunststoff	Dortor u o 1002	43.000	44,45	48,90	3,18	97
(GFK)	FUILEI U. A. 1993	43.000	44,45	35,11	3,18	67
	Albertson 1992	48.000	31,75	55,18	3,18	38
	Porter u. a. 1992	19.500	31,75	55,18	3,18	40
	Dortor u. o. 2001	200.000	38,10	43,45	3,18	184
	Fonter u. a. 2001	193.000	38,10	43,45	3,18	181
		-	25,40	40,00	8,90	920
		-	25,40	36,20	8,90	1.100
		-	19,00	24,50	8,90	580
	Mannava u. a. 1999	-	19,00	24,90	8,90	460
Stahl		-	19,00	17,90	20,30	240
		-	25,40	24,10	8,90	340
		-	38,10	45,00	8,90	560
	Albertson 1992	200.000	38,10	55,18	3,18	535
	Porter u. a. 1992	195.000	38,10	55,18	3,18	581
	Paschen u. Schön- hoff 1983	210.000	14-40	-	-	400

Tab. 2.4: Zusammenstellung der Bettungsmodule aus der Literatur

*Porter u. a. 2001* weisen in ihrer Arbeit zusätzlich noch auf Arbeiten von *Friberg 1938* bzw. *Friberg 1940*, *Grinter 1940* und *Yoder u. Witczak 1975* hin, in denen ebenfalls Werte zur größenmäßigen Eingrenzung des Bettungsmoduls für ein Stahlverbundmittel angegeben und Vorschläge für einen konstanten Wert publiziert werden.

Tab. 2.5: 2	Zusammenstellung der	Bettungsmodule nach	Porter u. a. 2001
-------------	----------------------	---------------------	-------------------

		Bettungsmodul			
Motorial	Qualla	Grenzen	vorgeschlagener Wert		
Material	Queile	<i>k</i> o	<i>k</i> o		
		[N/mm <sup>3</sup> ]	[N/mm <sup>3</sup> ]		
	Friberg 1938 / Friberg 1940	54-1.358	272		
Stahl	Grinter 1940	81-407	-		
	Yoder u. Witczak 1975	81-407	407		

Wie aus Tab. 2.4 und Tab. 2.5 ersichtlich wird, ergeben sich für jedes Verbundmittel je nach Material, Durchmesser, Fugenbreite oder auch Betonfestigkeit stark unterschiedliche  $k_0$ -Werte. *Paschen u. Schönhoff 1983* weisen ebenfalls auf eine starke Streuung des Bettungsmoduls, der laut ihrer Literaturrecherche für Stahl zwischen 250 und 1.060 N/mm<sup>3</sup> liegen kann, hin. Wie schon in *Paschen 1975* publizieren sie, dass die vereinfachende Annahme eines Bettungsmoduls von  $k_0 = 400$  N/mm<sup>3</sup> ausreichend genau ist, da der Einfluss auf die Ergebnisse laut Vergleichsrechnungen nur geringfügig sei. Dazu vergleichen sie die Änderung der zulässigen Querkraft, die sich bei doppeltem Bettungsmodul und einem Hebelarm von 20 mm nur um 5-10 % und bei einem Hebelarm von 0 mm nur um 20 % erhöht. Außerdem gibt *Hunziker 1984* an, dass eine Fehleinschätzung des Bettungsmoduls um 20 % die Betonkantenpressung im schlechtesten Fall um 10 % beeinflusst. *Pahn 2011* verwendet für sein Modell mit GFK-Verbundmitteln ebenfalls den schon von *Paschen 1975* bzw. *Paschen u. Schönhoff 1983* angegebenen konstanten Wert für den Bettungsmodul von Stahl von  $k_0 = 400$  N/mm<sup>3</sup>, um Versuche mit dem Modell nach Porter nachzurechnen.

Trotz der großen Abhängigkeit des Bettungsmoduls von zahlreichen unterschiedlichen Parametern lassen sich einige allgemeine Zusammenhänge für dessen Größe formulieren. Der Bettungsmodul  $k_0$  wird:

- kleiner mit wachsender Steifigkeit des Ankers,
- größer mit abnehmendem Stabdurchmesser,
- größer mit zunehmender Betonfestigkeit und
- größer mit abnehmender Auflagerdicke.

Die Untersuchungen von *Mannava u. a. 1999* legen außerdem nahe, dass der Bettungsmodul mit größer werdender Fugenbreite kleiner wird.

Verbundmittel werden bei *Porter* nicht als schubstarr angesehen, sodass sich der Durchbiegungsanteil infolge Schub nach *Gross u. a. 2007* aufbauend auf der Schubgleitung  $\gamma$  (Gleichung (2.47)) durch einmalige Integration für das gewählte System zu Gleichung (2.48) ergibt.

$$\gamma = \frac{F_{\rm A}}{A_{\rm Q}G} = \frac{F_{\rm A}\lambda_{\rm Q}}{AG}$$
(2.47)

$$u_{\rm S} = \frac{F_{\rm A}h_{\rm K}}{A_{\rm Q}G} = \frac{F_{\rm A}\lambda_{\rm Q}h_{\rm K}}{AG}$$
(2.48)

mit A<sub>Q</sub> Schubfläche

 $\lambda_{Q}$  Schubkorrekturfaktor

Um die Schubgleitung nach Gleichung (2.47) berechnen zu können, wird der sogenannte Schubkorrekturfaktor benötigt. Mit dem Kehrwert dieses Faktors muss dazu die Querschnittsfläche multipliziert werden. Nach *Küttler 2002* beträgt der Schubkorrekturfaktor für einen Kreisquerschnitt  $\lambda_{q} = 1,185$ .

Der Anteil der Durchbiegung infolge der Biegetragwirkung des beidseitig eingespannten Verbundmittels lässt sich in bekannter Weise mit folgendem Ausdruck bestimmen.

$$u_{\rm B} = \frac{F_{\rm A} h_{\rm K}^3}{12EI}$$
(2.49)

Setzt man nun die einzelnen Anteile nach *Porter* zusammen, indem man die Ausdrücke der Gleichungen (2.44), (2.45), (2.48) und (2.49) in Gleichung (2.38) einsetzt, ergibt sich für die vertikale Verformung u der in Gleichung (2.50) dargestellte Zusammenhang.

$$u = 2 \frac{F_{A}}{4\beta^{3}EI} (2 + \beta h_{K}) + h_{K} \left| \frac{-F_{A}}{2\beta^{2}EI} \right| (1 + \beta h_{K}) + \frac{F_{A}\lambda_{Q}h_{K}}{AG} + \frac{F_{A}h_{K}^{3}}{12EI} u = F_{A} \left( \frac{2 + \beta h_{K}}{2\beta^{3}EI} + \frac{h_{K} + \beta h_{K}^{2}}{2\beta^{2}EI} + \frac{\lambda_{Q}h_{K}}{AG} + \frac{h_{K}^{3}}{12EI} \right)$$

$$(2.50)$$

Für die Federsteifigkeit  $c_A$  des Verbundmittels lässt sich damit anhand des bekannten Federgesetzes (Gleichung (2.51)) Gleichung (2.52) angeben.

$$F_{\rm A} = c_{\rm A} u \tag{2.51}$$

$$c_{A} = \frac{1}{\frac{2+\beta h_{K}}{2\beta^{3}EI} + \frac{h_{K}+\beta h_{K}^{2}}{2\beta^{2}EI} + \frac{\lambda_{Q}h_{K}}{AG} + \frac{h_{K}^{3}}{12EI}}$$
(2.52)

Auf ein von *Pahn 2011* aufgestelltes empirisches Modell zur Berechnung der Verformungen wird an dieser Stelle nicht näher eingegangen, da die Herleitung auf der numerischen Approximation seiner Versuchsergebnissen beruht. Die Randbedingungen dieser Versuche passen jedoch nicht zu den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Sandwichelementen. Es sei an dieser Stelle aber auf die Arbeit von *Pahn 2011* verwiesen.

#### 2.4.2.3 Modelle zur Beschreibung des Tragverhaltens des Dämmstoffes

Das Tragverhalten des Dämmstoffes (Tragwirkung 2 in Abb. 2.6 und Abb. 2.11) wird in der einschlägigen Literatur (*Gastmeyer 1997; Hegger u. Horstmann 2011*) unter der Voraussetzung einer intakten Verbundfuge durch eine Schubfeder abgebildet. Die aufnehmbare Schubkraft des Dämmstoffes setzt sich demnach aus dem Produkt der Schubfedersteifigkeit und der dazugehörigen Verformung zusammen (Gleichung (2.53)).

$$F_{\rm D} = c_{\rm D} u \tag{2.53}$$

Für die Federsteifigkeit ergibt sich anhand der Schubspannungs-Verzerrungs-Beziehung (siehe Abb. 2.10) der nachfolgend dargestellte Ausdruck:

$$c_{\rm D} = G_{\rm D} \frac{b_{\rm D} I_{\rm D}}{h_{\rm K}}.$$



Abb. 2.10: Schubspannungs-Verzerrungs-Beziehung zur Bestimmung der Federsteifigkeit des Dämmstoffes

## 2.4.2.4 Modelle zur Beschreibung des Tragverhaltens der Kernschicht

## Allgemeines

Es lassen sich zwei Bereiche zum Tragverhalten der Kernschicht unterscheiden. Im Bereich A herrscht zwischen Dämmstoff und den Betonschichten voller Haftverbund, sodass eine intakte Verbundfuge vorliegt. Im Gegensatz dazu ist die Verbundfuge im Bereich B infolge des Überschreitens der Haftscherfestigkeit und dem damit verbundenen Verlust des Haftverbundes geschädigt und es ergeben sich sekundäre Traganteile.

Die nachfolgend beschriebenen Modelle für das Tragverhalten mit und das Tragverhalten ohne intakte Verbundfuge beziehen sich ausschließlich auf einen Kernschichtaufbau bestehend aus Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln.

## Modelle mit intakter Verbundfuge – Bereich A

In den Bereichen einer intakten Verbundfuge können die Traganteile der Verbundmittel und des Dämmstoffes mit dem Modell zweier parallel geschalteter Federn abgebildet werden. Voraussetzung dafür ist eine ausreichend hohe Haftung zwischen Dämmstoff und Beton. Durch die in der Regel hohe Schubsteifigkeit des Dämmstoffes im Vergleich zur Steifigkeit der stiftförmigen Verbundmittel hängt die übertragbare Schubkraft in diesem Bereich maßgebend vom Dämmstoff ab. Für den Bereich A kann somit für die Schubkraft, die über die Kernschicht übertragen werden kann, folgender Zusammenhang geschrieben werden.

$$F_{\rm K,Teil\,A} = F_{\rm D} + F_{\rm A} \tag{2.55}$$

# Modelle nach Überschreiten der Haftscherfestigkeit in der Verbundfuge – Bereich B

Nach *Gastmeyer* 1997 setzt sich das Tragverhalten nach Überschreiten der Haftscherfestigkeit der Verbundfuge aus der Biegetragwirkung des Verbundmittels sowie einem Anteil, der sich aus dem Zusammenwirken des zugsteifen Verbundmittels und des drucksteifen Dämmstoffes ergibt, zusammen (Tragwirkung 1 und 3 in Abb. 2.6 und Abb. 2.11). Der horizontale Abschnitt und der plötzliche Verformungszuwachs im Last-Verformungs-Diagramm (Abb. 2.11) entstehen durch die kraftgesteuerte Aufbringung der Belastung.

Entscheidend für die Größe des Anteils aus der Zug- und Drucktragwirkung des Verbundsystems sind die Größen des Elastizitätsmoduls des Dämmstoffes sowie des Gleitreibungskoeffizienten  $\mu$  zwischen Dämmstoff und Beton. *Gastmeyer 1997* bestimmt den mit zunehmender Verformung ansteigenden Traganteil mithilfe von Gleichung (2.56).

$$F_{\rm Z/D} = \frac{\mu E_{\rm D} A_{\rm D}}{2h_{\rm K} d_{\rm A}} u^2 \tag{2.56}$$

Die übertragbare Schubkraft in der Kernschicht ergibt sich demnach aus der Summe der Traganteile des Verbundmittels und des Verbundsystems zu:

$$F_{\rm K,Teil\,B} = F_{\rm A} + F_{\rm Z/D}. \tag{2.57}$$

Dahingegen stellt *Horstmann 2010* in Schubversuchen mit einem vergleichsweise druckweichen EPS in Kombination mit TM-Verbundankern (*Z-21.8-1878*) als stiftförmige Verbundmittel fest, dass sich die Versuchskurve im Bereich B im Vergleich zum Verlauf der Versuchskurve eines Schubversuches nur mit TM-Verbundankern lediglich parallel um eine Kraft  $\Delta F$  verschiebt (siehe Abb. 2.12). Auf der Grundlage einer FE-Simulation begründet *Horstmann 2010*, dass sich diese konstante Differenzkraft aus Traganteilen infolge Reibung sowie einer Dübeltragwirkung zwischen Verbundmitteln und Dämmstoff zusammensetzt.



Abb. 2.11: Last-Verformungs-Verhalten von Schubversuchen mit stiftförmigen Verbundmitteln nach *Gastmeyer 2003* (Abb. 2.6)



Abb. 2.12: Last-Verformungs-Verhalten von Schubversuchen mit EPS und TM-Verbundankern aus Horstmann 2010

Pahn 2011 unterscheidet für den Bereich B zwischen dem Überschreiten der Scherfestigkeit des Dämmstoffes und der Haftscherfestigkeit der Verbundfuge. Letzteres basiert ebenfalls auf den Ansätzen von *Gastmeyer 1997*, während für das Schubversagen im Dämmstoff von *Pahn 2011* aufbauend auf einem Stabwerkmodell die Tragwirkung des Verbundsystems hergeleitet wird. Voraussetzungen dafür sind ausgeprägte Schubrisse im Dämmstoff in einem regelmäßigen Abstand. Da dies in keinem der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Schub- oder auch Biegeversuche beobachtet werden konnte (siehe Abschnitt 3.4 und 3.5), sei an dieser Stelle lediglich auf die Arbeit von *Pahn 2011* verwiesen.

# 2.5 Dämmstoffe

## 2.5.1 Allgemeines

Expandiertes und extrudiertes Polystyrol (EPS und XPS) gehören gemeinsam mit Polyurethanhartschaumstoff (PUR) und Mineralwolle zu den meist verwendeten Dämmstoffen im Bauwesen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde in den Versuchskörpern für die Biegeversuche an Sandwichelementen (Abschnitt 3.4) sowie für die Schubversuche an Sandwichelementen (Abschnitt 3.5) neben einigen wenigen Referenzbiegeversuchen mit XPS ausschließlich EPS als Dämmstoff eingesetzt.

Wie in Abschnitt 3.2.5 anhand der Ergebnisse der Tastversuche erläutert, müssen zur Ausnutzung der Steifigkeit eines Dämmstoffes mit verhältnismäßig hohem Schubmodul und großer Schubfestigkeit, wie beispielsweise für einen Dämmstoff aus XPS, gleichzeitig auch ausreichende Verbundfestigkeiten vorliegen. Das heißt, um ein vorzeitiges Versagen in der Verbundfuge zu verhindern, muss die Verbundfestigkeit zwischen Dämmstoff und Beton höher sein als die Scherfestigkeit des Dämmstoffes. Wie im Rahmen der Tastversuche gezeigt, wird diese Vorgabe bei XPS mit glatter Oberfläche nicht immer erfüllt. Es besteht zwar die Möglichkeit die Haftung beispielsweise durch eine thermisch geprägte Oberfläche in Waffelstruktur deutlich zu verbessern (siehe auch Müller 2015), neben der in der Regel aber schon kostenintensiveren Herstellung von XPS im Vergleich zu EPS, wird durch das thermische Einprägen ein weiterer Arbeitsschritt, der sich auch im Preis bemerkbar macht, notwendig. Da im Rahmen dieser Arbeit eine möglichst wirtschaftliche Ausführung der Sandwichelemente angestrebt wurde, wurde als Dämmstoff Platten aus dem in der Regel kostengünstigeren EPS ausgewählt. Deshalb wird nachfolgend nur kurz auf den Dämmstoff XPS eingegangen, während das Hauptaugenmerk in diesem Abschnitt sowie in den experimentell untersuchten Materialeigenschaften (Abschnitt 3.3) auf dem Dämmstoff EPS liegt.

# 2.5.2 Extrudiertes Polystyrol (XPS)

## 2.5.2.1 Allgemeines

Die Entwicklung von extrudiertem Polystyrol (XPS) begann ursprünglich 1941 für Schwimm- und Auftriebskörper im Auftrag des amerikanischen Verteidigungsministeriums. Sieben Jahre später wurde es von der Firma Dow unter der Bezeichnung Styrofoam<sup>®</sup> als Dämmstoff auf dem Markt eingeführt. 1964 begann die Entwicklung dieses Materials auch in Europa durch die BASF, die es bis heute unter dem Namen Styrodur<sup>®</sup> vermarktet. Die Anforderungen aller Produkte aus XPS zur Nutzung als Gebäudedämmung werden in der *DIN EN 13164* geregelt. Im Vergleich zu anderen Dämmstoffen weist XPS eine höhere Druckfestigkeit sowie Feuchtebeständigkeit auf, wodurch es vorrangig in Bereichen eingesetzt wird, in denen der Dämmstoff neben dem Wärmeschutz hohen mechanischen Belastungen und Feuchtebeanspruchungen ausgesetzt ist. Als Trittschalldämmung ist es im Gegensatz zu EPS aufgrund der hohen dynamischen Steifigkeit weniger gut geeignet.

## 2.5.2.2 Herstellung

XPS basiert auf perlenförmigem Polystyrolgranulat, das beispielsweise zu Dämmstoffplatten extrudiert wird. Dies erfolgt in einem Extruder, in dem das Granulat aufgeschmolzen wird und unter Zusatz von CO<sub>2</sub> als Treibmittel durch Breitschlitzdüsen 2 bis 20 cm dick kontinuierlich ausgetragen wird (siehe Abb. 2.13). Durch diese Extrusion entstehen viele kleine geschlossene Zellen.



Abb. 2.13: Herstellung von XPS aus Müller 2015

## 2.5.3 Expandiertes Polystyrol (EPS)

#### 2.5.3.1 Allgemeines

Der Markenname Styropor<sup>®</sup> der Firma BASF bezeichnet expandiertes Polystyrol (EPS), das zu den thermoplastischen Kunststoffen gehört und seit 1954 in dieser Form als Dämmstoff verwendet wird.

Genormt sind diese Dämmstoffe nach *DIN EN 13163* und die einzuhaltenden Mindestanforderungen für unterschiedliche Einsatzgebiete sind in *DIN 4108-10* geregelt. Gemäß *DIN 4102-1* gehören sie zu der Baustoffklasse B1 "*schwer entflammbar*" oder nach *DIN EN 13501-1* zu Euroklasse E.

EPS ist besonders leicht und formstabil, schimmelt oder fault nicht, weist eine gute Beständigkeit gegenüber säure- sowie laugenartigen Stoffen auf und ist unempfindlich gegenüber Feuchtigkeit aufgrund seiner überwiegend geschlossenen Zellen. Je nach Produktionsdauer und Produktionstemperatur unterscheiden sich die Eigenschaften des Endproduktes hinsichtlich Rohdichte oder Wärmeleitfähigkeit. Im Bauwesen werden EPS-Dämmstoffe überwiegend im Decken-, Wand- und Dachbereich und als Trittschalldämmung eingebaut.

#### 2.5.3.2 Herstellung

Bei der Herstellung von Polystyrol werden Benzol und Ethylen benötigt. Beide Grundstoffe, die aus Erdöl gewonnen werden, werden unter Beigabe eines Katalysators zu Ethylenbenzol umgesetzt, das wiederum im Anschluss zu monomerem Styrol dehydriert wird. Durch Treibmittelzugabe und anderer Additiven polymerisieren die Monomere und es werden glasähnliche Granulatperlen mit einem Durchmesser zwischen 1 und 3 mm gewonnen. Dieses Granulat wird anschließend bei den Dämmstoffherstellern in einem nächsten Schritt durch das Verdampfen von Penthan auf das 20- bis 50-Fache seines Volumens vorgeschäumt. Nach dem Abkühlen wird das vorgeschäumte Polystyrol durch heißen Wasserdampf nochmals je nach benötigter Form expandiert. Dabei verklebt dieses gleichzeitig, sodass ein überwiegend geschlossenzelliger Schaumstoff mit einem Luftporenvolumen von ca. 98 Vol.-% entsteht. In Abb. 2.14 ist der Herstellungsprozess von expandiertem Polystyrol schematisch dargestellt. Eine neue Produktvariante des EPS der Firma BASF stellt das Neopor<sup>®</sup> dar, das seit Mitte der 90er Jahre auf dem Markt ist. Dieses unterscheidet sich vor allem wegen der Zugabe von gemahlenem Graphit durch seine schwarz-graue Farbe vom herkömmlichen weißen EPS. Die Graphitpartikel führen dazu, dass einwirkende Infrarotstrahlen teilweise absorbiert und teilweise abgelenkt werden, wodurch die Wärmeleitfähigkeit weiter gesenkt wird (*Neopor<sup>®</sup> 2010*). Somit kann bei entsprechend dünneren Platten von einer Materialersparnis von 20 % ausgegangen werden. Einige Kennzahlen sowie die zugehörigen Regelwerke für den Dämmstoff Neopor<sup>®</sup> sind in Tab. 2.6 für unterschiedliche Druckfestigkeitsklassen gemäß *Neopor<sup>®</sup> 2010* und *Neopor<sup>®</sup> 2014* zusammenfassend dargestellt.

Eigenschaft	Einheit	Bezeichnungs- schlüssel nach Kennzahlen von Dämmstoffen			stoffen aus	Norm	
		DIN EN 13163	EPS 70	EPS 100	EPS 150		
Wärmeleitfähig- keit	[W/(mK)]	-	≥ 0,031	≥ 0,030	≥ 0,030	DIN EN 13163	
Wärmeleitfähig- keit, Bemes- sungswert	[W/(mK)]	-	≥ 0,032	≥ 0,031	≥ 0,031	abZ	
Druckspannung bei 10 % Stau- chung	[kPa]	CS(10)	≥ 70	≥ 100	≥ 150	DIN EN 826	
Zugfestigkeit senkrecht zur Plattenebene	[kPa]	TR	≥ 100	≥ 150	≥ 200	DIN EN 1607	
Biegefestigkeit	[kPa]	BS	≥ 115	≥ 150	≥ 200	DIN EN 12089	
Scherfestigkeit	[kPa]	Т	≥ 35	≥ 60	≥ 85	DIN EN 12090	
Dimensionsstabili- tät bei 48 h, 70°C	[%]	DS(70,-)	≤ 1	≤ 1	≤ 1	DIN EN 1604	
Verformungsver- halten 48 h, 2 kPa, 80°C	[%]	DLT(1)5	-	≤ 5	≤ 5	DIN EN 1605	
Verformungsver- halten 168 h, 40 kPa, 70°C	[%]	[%] DLT(2)5 -		-	≤ 5	DIN EN 1605	
Wasserdampfdif- fusionswider- standszahl	[-]	-	20-40	30-70	30-70	DIN EN 12086	
thermischer Län- genänderungsko- effizient	[K <sup>-1</sup> ]	-	60-80·10 <sup>-6</sup>	60-80-10 <sup>-6</sup>	60-80·10 <sup>-6</sup>	DIN 53752 bzw. ISO 11359-2	
Brandverhalten	Euro- klasse	ro- sse - E E E		DIN EN 13501-1			
chemische Be- ständigkeit	"Unempfindlich gegenüber Wasser, den meisten Säuren sowie gegen Laugen. Emp- findlich gegenüber organischen Lösemitteln"						
biologisches Ver-	"Kein Einfluss von Mikroorganismen. Fault und verrottet nicht. Chemisch neutral, nicht						
halten wasserlöslich. Keine gesundheitliche Beeinträchtigung bekannt."							
<u>Hinweis:</u> Die in dieser Ubersicht genannten Kennwerte der technischen und physikalischen Eigenschaften sind als Richtwerte für Dämmstoffe aus Neopor <sup>®</sup> anzusehen. Die Werte und Eigenschaften können in Abhängigkeit der Herstellung und Verarbeitung abweichen.							

Tab. 2.6: Kennzahlen, Eigenschaften und normative Regelung von Dämmstoffen aus Neopor<sup>®</sup> (Neopor<sup>®</sup> 2010, Neopor<sup>®</sup> 2014)



Abb. 2.14: Schematische Darstellung des Herstellprozesses von expandiertem Polystyrol gemäß Fouad 2013

#### 2.5.4 Materialeigenschaften

#### 2.5.4.1 Allgemeines

Die für diese Arbeit maßgebenden Materialeigenschaften sowie die Vorgehensweise bei der Bestimmung einzelner Materialfestigkeiten werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

In Tab. 2.7 sind übersichtshalber ausgewählte Materialeigenschaften von EPS und XPS gegenübergestellt. Hieraus wird unter anderem ersichtlich, dass trotz ähnlicher Wärmeleitfähigkeit, XPS in Bezug auf Druckfestigkeit und Wasserdampfdiffusionswiderstand deutlich größere Werte erreichen kann als EPS.

T 07.	A			and Mintauli	Commton 0011
Tab. 2.7:	Ausgewanite	Eigenschaften vor	1 EPS und XPS	aus <i>vvinterili</i>	ng u. Sonntag 2011

Eigenschaften	EPS	XPS		
Wärmeleitfähigkeit	[W/(m·K)]	0,031 - 0,045	0,035 - 0,045	
Rohdichte	[kg/m³]	10 – 35	25 - 45	
Druckfestigkeit bei 10% Stauchung	[MPa]	0,07 - 0,26	0,15 - 0,70	
Zulässige Druckspannung bei Druckbe- lastung (50 Jahre, < 2% Stauchung)	[MPa]	0,012 - 0,11	0,06 - 0,25	
Wärmespeicherkapazität	[J/(kg·K]	1500	1500	
Wasserdampfdiffusionswiderstandszahl	[-]	20 – 100	80 - 200	
Baustoffklasse	[-]	B1 nach <i>DIN 4102-1</i> E nach <i>DIN EN 13501-1</i>		

#### 2.5.4.2 Mechanische Eigenschaften

Die mechanischen Eigenschaften von Dämmstoffen wie Druck-, Zug-, Schub- sowie Biegesteifigkeit und -festigkeit sind vor allem von der Rohdichte sowie der Ausrichtung und der Form der Schaumstoffzellen abhängig. Außerdem spielen die Belastungsdauer und die Belastungsgeschwindigkeit eine entscheidende Rolle.



Abb. 2.15: Spannungs-Dehnungs-Kurven von XPS-Würfeln unter einer Druckbeanspruchung aus *Fouad 2013* 

Polystyrol gehört zu den elastisch-plastischen oder auch thermoplastischen Werkstoffen, deren Materialverhalten unter Druckbeanspruchung dem Verlauf der Kurven des in Abb. 2.15 gezeigten Spannungs-Dehnungs-Diagramms entsprechen. Im linear elastischen Bereich wird die auf die Zellstruktur einwirkende Druckkraft überwiegend über die steifen Kanten der Zellen abgetragen. Räumlich betrachtet, bestehen diese Zellen aus biegesteif miteinander verbundenen Zug- und Druckstäben, die zusammen ein Fachwerk bilden. Abb. 2.16 stellt diese geschlossenzellige Mikrostruktur für Polystyrol-Schaumstoffe wie EPS oder XPS dar. Die sich einstellenden Verformungen führen dazu, dass Zellwände geringerer Steifigkeit in Belastungsrichtung ausknicken oder beulen, rechtwinklig zur Belastungsrichtung jedoch als Zugbänder die Steifigkeit erhöhen. Die Kompression des Zellgases in den geschlossenen Zellen steigert ebenfalls die Steifigkeit.



Abb. 2.16: Geschlossenzellige Mikrostruktur eines Polystyrol-Schaumstoffes mithilfe einer rasterelektronenmikroskopischen Aufnahme aus *ChemgaPedia 2013* 

Bei Druckbelastungen über den linear elastischen Bereich hinaus, kommt es zum Plastizieren der als Zugbänder wirkenden Zellwände bis hin zum plastischen Versagen.

EPS oder XPS mit einer geringen Rohdichte besteht aus größeren Zellen mit insgesamt schlankeren Zellwänden, die wiederum schneller zum Ausknicken neigen. Somit nehmen die Verformungen zu und der E-Modul ist geringer als bei Dämmstoffen mit einer höheren Rohdichte.

Wird das Materialverhalten unter Kurzzeit-Zugbeanspruchung betrachtet, so kann dieses als rein linear-elastisch betrachtet werden. Wie schon unter vorhandener Druckbeanspruchung eingangs erklärt, setzen sich die einstellenden Dehnungen auch hier aus den Anteilen der Biegeverformung der Zellkanten, Dehnung der Zellwände und Kompression des Gasdrucks im Inneren der Zelle zusammen. Das Versagen jedoch ist spröde und kann bei kleinen Beschädigungen der Zellstruktur dazu führen, dass sich die Spannung an einer Stelle konzentriert und zum Reißen der Zellwand führt. *Ashby 1983* beschreibt, dass sich dieser Riss entlang der Zellstruktur fortsetzt und letztendlich ein schlagartiges Versagen des Schaumstoffes verursacht.

Die *DIN EN 1608* beschreibt die Bestimmung der Zugfestigkeiten in Plattenebene, während die *DIN EN 1607* die Ermittlung der Zugfestigkeit senkrecht zur Plattenebene regelt.

## 2.5.4.3 Materialverhalten bei dauerhafter Beanspruchung

Polystyrol-Dämmstoffe zeigen bei dauerhafter Lasteinwirkung ein viskoelastisches Materialverhalten auf. Bei einer konstanten Spannung nehmen die Verformungen mit der Zeit zu, der Stoff kriecht. Abb. 2.17 veranschaulicht die drei Stadien des Kriechens bei konstanter Zugspannung.



Abb. 2.17: Schematische Darstellung des viskoelastischen Verhaltens eines Polystyrol-Hartschaums nach *Fouad 2013* 

Am Anfang stellt sich eine sofortige elastische Dehnung  $\varepsilon_0$  ein. Diese nimmt mit abnehmender Kriechgeschwindigkeit stetig zu. Dieser Bereich wird als primäres Kriechen bezeichnet. Anschließend folgt der zweite Bereich, das sekundäre Kriechen, in dem die Kriechgeschwindigkeit nahezu konstant ist. Vergeht ein Großteil der Lebensdauer eines Dämmstoff-Bauteils, so steigt ab einem bestimmten Lastniveau die Kriechgeschwindigkeit bis zum Versagen stark an. In diesem dritten sogenannten tertiären Kriechbereich treten überwiegend plastische Verformungen auf, die auf Entschlaufungsprozessen der Makromoleküle basieren (*Fouad 2013*).

Auch das Druckkriechverhalten kann in die oben beschriebenen drei charakteristischen Bereiche unterteilt werden. Einzige Unterschiede sind der Abfall der Kriechdehnungsrate, wenn die Kriechdehnung zunimmt, und es gibt kein Versagen unter einer reinen Druckbeanspruchung, da sich das Material wie ein fester Stoff verhält. Die Kriechkurven und die Kriechbereiche sind von der Laststufe und der Temperatur abhängig. Bei steigendem Belastungsniveau oder steigender Temperatur erhöht sich die Kriechgeschwindigkeit.

## 2.5.4.4 Bestimmung des Verhaltens bei Druckbeanspruchung

Die Ermittlung der Druckfestigkeit und des Druck-Elastizitätsmoduls erfolgen nach *DIN EN 826*, die die Bestimmung des Verhaltens bei Druckbeanspruchung für einen Dämmstoff regelt. In der Regel wird die Druckspannung  $\sigma_{10}$  bei 10 % Stauchung zum Ausgangsquerschnitt des Probekörpers ermittelt, sofern diese ohne vorheriges Erreichen der Quetschgrenze oder des Bruchs bestimmt werden kann. Die Druckspannung  $\sigma_{10}$  ergibt sich aus dem Quotienten der Druckkraft  $F_{10}$  bei 10 % Stauchung und dem Ursprungsquerschnitt (Gleichung (2.58)).

$$\sigma_{10} = \frac{F_{10}}{A_0}$$
(2.58)

mit  $\sigma_{10}$  Kraft

Kraft bei einer Stauchung von 10 %

A<sub>0</sub> Ursprungsquerschnitt des Probekörpers

Aus dem linearen Zusammenhang zwischen der Druckspannung und der zugehörigen Stauchung bis zur Proportionalitätsgrenze lässt sich der Druck-Elastizitätsmodul bestimmen (Abb. 2.18).



Abb. 2.18: Beispiel für ein Kraft-Verformungs-Diagramm nach DIN EN 826

Mit der in Abb. 2.18 gezeigten Kraft-Verformungs-Kurve und den zugehörigen Werten ergibt sich der Druck-Elastizitätsmodul  $E_{\rm D}$  des Dämmstoffes nach Gleichung (2.59).

$$E_{\rm D} = \sigma_{\rm e} \frac{d_0}{X_{\rm e}} \tag{2.59}$$

Die Spannung  $\sigma_{\rm e}$  ergibt sich aus Gleichung (2.60).

$$\sigma_{\rm e} = \frac{F_{\rm e}}{A_0} \tag{2.60}$$

mit F<sub>e</sub> Kraft am Ende des elastischen Bereiches

X<sub>e</sub> zu F<sub>e</sub> gehörige Verformung

#### 2.5.4.5 Bestimmung des Verhaltens bei Scherbeanspruchung

Die Scherfestigkeit sowie der Schubmodul werden auf Grundlage der *DIN EN 12090*, die die Bestimmung des Verhaltens von Wärmedämmstoffen bei Scherbeanspruchung regelt, ermittelt.

Die Scherfestigkeit  $\tau_{\rm D}$  ergibt sich nach *DIN EN 12090* aus dem Quotienten der aufgebrachten Höchstkraft und der dazu parallel der Kraftrichtung beanspruchten Fläche, während sich der Schubmodul *G*<sub>D</sub> aus dem "*Verhältnis der Scherspannung zur zugehörigen relativen Verformung unterhalb der Proportionalitätsgrenze bei linearer Abhängigkeit*" berechnen lässt. Dazu werden die Probekörper mithilfe einer starren Haltevorrichtung durch eine Scherkraft beansprucht.

Für die Bestimmung der beiden Materialeigenschaften Scherfestigkeit und Schubmodul werden zwei Versuchsaufbauten in der *DIN EN 12090* vorgeschlagen. Zum einen gibt es die Möglichkeit, die Prüfung mit einem Einzelprobekörper (Abb. 2.19) durchzuführen, zum anderen ist die Prüfung auch mit einem Doppelprobekörper (Abb. 2.20) möglich.



- 1 feste Einspannklemme
- 2 Universalgelenk, Verbindungsstifte
- 3 Nut und Feder
- 4 Schraube und Mutter
- 5 Passstück
- 6 Haltevorrichtung für den Probekörper
- 7 Probekörper
- 8 Lastverteilungsplatten
- 9 bewegliche Einspannklemme





#### Abb. 2.20: Prüfaufbau mit einem Doppelprobekörper aus DIN EN 12090

Für den quaderförmigen Einzelprobekörper wird eine Grundfläche mit einer Länge von 250 mm und einer Breite von 50 mm angegeben, während für den Doppelprobekörper eine Länge von 200 mm und eine Breite von 100 mm maßgebend sind. Die Dicke der Probekörper entspricht der Lieferdicke des Produkts, jedoch weniger als 50 mm.

Die weggeregelte Vorschubgeschwindigkeit des Prüfzylinders zum Aufbringen der Kraft beträgt  $3 \pm 0.5$  mm/min. Die Kraft-Verformungs-Kurve wird während des Versuches aufgezeichnet (Abb. 2.21).



Abb. 2.21: Beispiel für ein Kraft-Verformungs-Diagramm nach DIN EN 12090

Mithilfe der gemessenen Kräfte und Verformungen lässt sich die Scherfestigkeit  $\tau_{D}$  nach Gleichung (2.61) bestimmen.

$$\tau_{\rm D} = \frac{F_{\rm m}}{A} \tag{2.61}$$

mit F<sub>m</sub> maximale aufgebrachte Kraft im Versuch

A *I* · *b* für einen Einzelprobekörper

2 · I · b für einen Doppelprobekörper

I Ausgangslänge des Probekörpers

b Ausgangsbreite des Probekörpers

Der Schubmodul  $G_{D}$  ergibt sich anhand der aufgezeichneten Kraft-Verformungs-Kurve (vgl. auch Abb. 2.21) aus Gleichung (2.62).

$$G_{\rm D} = \frac{d \cdot \tan \alpha}{A} \tag{2.62}$$

mit d Ausgangsdicke des Probekörpers

 α Neigungswinkel des linearen Teils der Kraft-Verformungs-Kurve nach Gleichung (2.63)

$$\tan \alpha = \frac{F_{\rm e}}{\gamma_{\rm e}} \tag{2.63}$$

mit  $\gamma_e$  Gesamtverformung im elastischen Bereich (vgl. auch Abb. 2.21)

 $F_{e}$  zu  $\gamma_{e}$  gehörige Kraft

## 2.6 Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonbauteilen

#### 2.6.1 Allgemeines

Das möglichst realitätsnahe Beschreiben des Last-Verformungs-Verhaltens eines Stahlbetonbauteils ist unter anderem maßgebend für die Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit, die die Begrenzung der Rissbreiten, der Spannungen sowie der Verformungen beinhalten. Die Basis zur Beschreibung eines Stahlbetonbauteils im gerissenen Zustand II sowie für den Übergang von Zustand I in Zustand II legten schon *Rao 1966* und *Falkner 1969. Rao 1966* liefert, wie im Abschnitt Völligkeitsbeiwert (Abschnitt 2.6.3.2) beschrieben, den Ansatz des noch heute in *DIN EN 1992-1-1* verwendeten Verfahrens zur direkten Berechnung der Verformung. Auf ihn geht die Bestimmung des Völligkeitsbeiwertes auf Basis des Verhältnisses der im Riss vorhandenen Stahlspannung im Zustand II infolge des Rissmomentes zur Stahlspannung im Zustand II infolge des einwirkenden Momentes an dieser Stelle zurück.

Sandwichelemente mit dicken, biegesteifen Tragschichten sind, wie bereits in Abschnitt 2.2.4.2 erläutert, unabhängig von den Lagerungsbedingungen oder vom statischen System innerlich statisch unbestimmt. Die Verteilung der äußeren auf die Teilschnittgrößen ist dementsprechend von den einzelnen Steifigkeiten wie Kernschichtoder Sandwichbiegesteifigkeit (Gleichungen (2.3) bis (2.6), siehe Abschnitt 2.3.2) abhängig. Die Biegesteifigkeiten der Tragschichten im jeweils betrachteten Schnitt führen somit zwangsläufig zu einem gewissen Anteil am äußeren Moment. Dazu lässt sich formulieren: Je größer die Eigenbiegesteifigkeit der Tragschicht im Verhältnis zur Gesamtbiegesteifigkeit eines Sandwichelementes ist, desto größer ist ihr Anteil am Lastabtrag des äußeren Momentes. Um diesen Zusammenhang zu verdeutlichen, wird für den unten dargestellten Einfeldträger mit Gleichstreckenlast (Abb. 2.22; links) die unterschiedliche Verteilung der Teilmomente  $M_{Ts,o,u}$  sowie  $M_s$  für ein Sandwichelement (Abb. 2.22; rechts) infolge unterschiedlicher Tragschichtsteifigkeiten anhand der in Abschnitt 2.3.2.2 vorgestellten Bestimmungsgleichungen berechnet.



Abb. 2.22: System und Belastung (links) sowie Querschnitt des Sandwichelementes (rechts) für die Vergleichsrechnung

Die äußere Belastung bleibt gleich und es wird gezeigt, wie sich die Änderung der Steifigkeit beispielsweise infolge der Rissbildung auf die Verteilung der Teilschnittgrößen, aber auch die Durchbiegung des Sandwichelementes auswirkt. Es wird im Fall A davon ausgegangen, dass die Tragschichten im Zustand I verbleiben, während im Fall B die Steifigkeit für eine über die Länge theoretisch vollkommen gerissene Tragschicht angenommen wird (Zustand II). Außerdem werden ein linear elastisches Materialverhalten sowie eine ideale Verbundfuge zwischen den Dämmstoffplatten und den Tragschichten vorausgesetzt. Einflüsse aus Kriechen, Schwinden oder Temperaturunterschieden werden in diesem Beispiel vereinfachend vernachlässigt.



Abb. 2.23: Vergleich der Teilmomentenverläufe für ungerissene Tragschichten (links, Fall A) und Tragschichten im Zustand II (rechts, Fall B) eines Sandwichelementes

In Abb. 2.23 sind die Verläufe der Teilmomente  $M_{Ts,o,u}$  und  $M_s$  für das Sandwichelement mit ungerissenen Tragschichten (Fall A) und das Sandwichelement mit gerissenen Tragschichten (Fall B) sowie der Verlauf des äußeren Momentes  $M_{tot}$  dargestellt. Es ist klar ersichtlich, dass die Tragschichtmomente, die durch den identischen Querschnittsaufbau gleich groß sind, im Fall A noch maßgebend zum Lastabtrag beitragen, während im Fall B das äußere Moment beinahe vollständig vom sogenannten Sandwichmoment  $M_s$  aufgenommen wird.

In Tab. 2.8 sind die hier maßgebenden Steifigkeiten – Tragschicht-, Sandwich- und Gesamtbiegesteifigkeit – gegenübergestellt. Daneben werden auch der absolute Wert des Momentes, der damit verbundene prozentuale Anteil am Gesamtmoment sowie die zugehörige Durchbiegung in Feldmitte für beide Fälle angegeben.

Tab. 2.8:Übersicht der Ergebnisse der Vergleichsrechnung für ungerissene Tragschichten<br/>(Fall A) und Tragschichten im Zustand II (Fall B) eines Sandwichelementes

Vergleich	Fall A – Tragschichten im Zustand I			Fall B – Tragschichten im Zustand II				
Gesamtbiegesteifigkeit B	73,04	MNm <sup>2</sup>	100,0	%	15,89	MNm <sup>2</sup>	100,0	%
Anteil B <sub>S</sub> an B	71,44	MNm <sup>2</sup>	97,8	%	15,70	MNm <sup>2</sup>	98,8	%
Anteil B <sub>Ts,o</sub> an B	0,80	MNm <sup>2</sup>	1,1	%	0,10	MNm <sup>2</sup>	0,6	%
Anteil B <sub>Ts,u</sub> an B	0,80	MNm <sup>2</sup>	1,1	%	0,10	MNm <sup>2</sup>	0,6	%
Gesamtmoment M <sub>tot</sub>	15,63	kNm	100,0	%	15,63	kNm	100,0	%
Anteil M <sub>s</sub> an M <sub>tot</sub>	9,99	kNm	63,9	%	14,59	kNm	93,4	%
Anteil M <sub>Ts,o</sub> an M <sub>tot</sub>	2,82	kNm	18,0	%	0,52	kNm	3,3	%
Anteil M <sub>Ts,u</sub> an M <sub>tot</sub>	2,82	kNm	18,0	%	0,52	kNm	3,3	%
Durchbiegung in Feldmitte	10,5		mm		15,7		mm	

Während sich die Teilschnittgrößen in Abhängigkeit der Steifigkeitsverhältnisse verteilen, hängt die Verformung wie beispielsweise die Durchbiegung in Feldmitte vom absoluten Wert der Gesamtbiegesteifigkeit ab (siehe Tab. 2.8 und Abb. 2.24).



Abb. 2.24: Vergleich der Durchbiegungen für ungerissene Tragschichten (Fall A) und Tragschichten im Zustand II (Fall B) eines Sandwichelementes

Das Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonbauteils unter einer Biegebeanspruchung mit der Ermittlung der Steifigkeitsverteilung über die Bauteillänge für die Zustände I und II, das durch zahlreiche Parameter beeinflusst wird, hat damit einen maßgebenden Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten eines Sandwichelementes mit Tragschichten aus Stahlbeton. Der Bestimmung von ungerissenen und gerissenen Bereichen sowie der darauf basierenden Berechnung der einzelnen Steifigkeiten und der Bestimmung des mittleren Bauteilverhaltens für eine Tragschicht kommt damit eine zentrale Rolle zu. Die wichtigsten Grundlagen des Last-Verformungs-Verhaltens eines Stahlbetonbauteils unter einer Biegebeanspruchung sowie Einflussgrößen und Ansätze zur Berechnung der Verformungen werden deshalb nachfolgend eingehend erläutert.

## 2.6.2 Grundlagen der Verformungsberechnung

Allgemein werden Verformungen eines Bauteils oder Tragwerks in Stahlbetonbauweise durch verschiedene Ursachen hervorgerufen. Hierzu zählen nach Zilch u. Zehetmaier 2010 direkte Einwirkungen, indirekte Einwirkungen sowie zeitabhängige Einflüsse auf den Beton. Außerdem wird die Verformung durch die Größe und die Dauer sowie die Art der Einwirkung beeinflusst. Dabei gilt es zu unterscheiden, ob eine kurzzeitige oder langandauernde Belastung vorliegt und ob von einer vorwiegend ruhenden oder überwiegend nicht ruhenden Einwirkung ausgegangen werden kann. Insgesamt ergeben sich die Verformungen getrennt für die Beanspruchungen aus einem Biegemoment *M* und einer Normalkraft *N* sowie einer Querkraft *V* und gegebenenfalls einer Torsion *T*. Die Superposition der einzelnen Verformungsanteile ist aber nur für den Fall einer kurzzeitig wirkenden Last und im Bereich eines ideal-elastischen Materialverhaltens möglich, sodass die Überlagerung nur für ungerissene Bauteile zulässig ist.

Verformungen stellen das mittlere Bauteilverhalten dar und ergeben sich größenmäßig durch die Integration der jeweiligen Querschnittsverzerrungen über die Bauteillänge. Die Auswirkungen lokaler Schwach- oder Fehlstellen sind in der Regel nur von geringer Bedeutung. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit lässt sich gemäß *Zilch u. Zehetmaier 2010* und *Schmitz u. Goris 2001* das Materialverhalten der Bewehrung und des Betons ausreichend präzise mithilfe linearer Spannungs-Dehnungs-Beziehungen darstellen.

In den Abschnitten 2.6.4 und 2.6.5 werden die gebräuchlichsten Ansätze zur Berechnung der Verformung eines biegebeanspruchten Stahlbetonbauteils vorgestellt und verglichen. Wie in *Fingerloos u. a. 2012* und *Fastabend 2002* erwähnt, werden Verformungsberechnungen normalerweise softwaregestützt durchgeführt. In diesem Zusammenhang ist es daher unerlässlich zu kontrollieren, wie das Programm die Querschnittssteifigkeiten und darauf basierend die Verformungen berechnet. Bei jedem Stahlbetonbiegebauteil können auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit Risse auftreten, sodass sich im Bauteil Bereiche, die sich im Zustand II befinden, ergeben. Dies lässt sich leicht durch vereinfachte Betrachtungen mithilfe einer ingenieurmäßigen Abschätzung in den Ergebnisausdrucken der softwaregestützten Berechnung überprüfen.

Nach *Fingerloos u. a. 2012* wird empfohlen, bei verformungsempfindlichen Bauteilen mit hohen Anforderungen an die Verformungsbegrenzung oder unter Einzel- und Streckenlasten, eine direkte Berechnung der Verformungen durchzuführen. Durch die Abhängigkeit der Verformung von zahlreichen Parametern, die teilweise stark streuen können, kann die Verformung eines biegebeanspruchten Bauteils zahlenmäßig nicht exakt, sondern nur näherungsweise bestimmt werden. Unter anderem ist die auftretende Verformung abhängig von Einflussgrößen wie den mechanischen Betoneigenschaften, den Querschnittsabmessungen und -steifigkeiten, der Belastungsgeschichte des Bauteils, der Größe der Belastung, den Auflagerbedingungen im Sinne einer realitätsnahen Abbildung des statischen Systems sowie der Art der Lastabtragung.

Von den oben genannten Parametern sind vor allem die mechanischen Betoneigenschaften sowie die Belastungsgeschichte des Bauteils und damit die zeitliche Abfolge der Lastaufbringung maßgebend für das Verformungsverhalten. Im Folgenden werden sie deshalb erläutert.

## Zugfestigkeit des Betons

Obwohl der Beton nur eine verhältnismäßig geringe Zugfestigkeit besitzt, hat sie einen großen Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten des Bauteils. Bei Überschreiten der Zugfestigkeit setzt die Rissbildung im Bauteil ein. Die rechnerische Aufnahme dieser Risslast bildet beispielsweise die Grundlage zur Ermittlung der erforderlichen Mindestbewehrung.

Weiterhin wird mit dem Reißen des Betons und der Aktivierung der Bewehrung auf Zug ein grundlegend anderer Spannungszustand im Querschnitt erzeugt. Außerdem ergeben sich deutlich kleinere Steifigkeiten und damit einhergehend größere Verformungen für das Bauteil. Im weiteren Verlauf der Arbeit werden deshalb wie in *Zilch u. Zehetmaier 2010* erläutert die folgenden Zustände unterschieden:

- Zustand I (ungerissener Querschnitt) mit den Steifigkeiten EA' und EI',
- reiner Zustand II (gerissener Querschnitt) mit den Steifigkeiten EA<sup>II</sup> und EI<sup>II</sup>,
- mittleres Verhalten eines Bauteils mit den Steifigkeiten EA<sup>III</sup> und EI<sup>III</sup>.

## Elastizitätsmodul des Betons

Die Angaben in der *DIN EN 1992-1-1* für den Elastizitätsmodul als mittlerer Sekantenmodul  $E_{cm}$  sind gemittelte Richtwerte, die in der Regel zur Berechnung von Stahlbetonbauwerken herangezogen werden dürfen, obwohl der E-Modul gegenüber dem angegebenen Rechenwert zum Teil erheblichen Streuungen unterliegt. Daher wird bei verformungsempfindlichen Bauteilen und für Tragwerke, die empfindlich gegenüber Schwankungen des E-Moduls reagieren, empfohlen, den tatsächlichen E-Modul im Vorhinein experimentell zu bestimmen. Beeinflusst wird der E-Modul überwiegend durch den E-Modul der Zementsteinmatrix sowie den der Gesteinskörnung. Während der E-Modul des Zementsteins von der Kapillarporosität, also letztendlich vom Wasserzementwert abhängt, wird der E-Modul der Gesteinskörnung durch die Steifigkeit der verwendeten Zuschläge bestimmt.

#### Belastungsgeschichte des Bauteils

Die Belastungsgeschichte mit dem zeitlichen Verlauf der Belastung sowie der maximalen Größe der Last beeinflusst ebenfalls in hohem Maße das Verformungsverhalten eines Bauteils. Neben dem direkt mit der Größe der Last zusammenhängenden Kriechen des Betons ist die Belastungsgeschichte maßgebend für die Unterscheidung, welche Bereiche des Bauteils sich im ungerissenen und welche im gerissenen Zustand befinden. Ein einmaliges Überschreiten der Betonzugfestigkeit in einem Bauteilbereich führt zu Rissen und damit zu einer lokal kleineren Steifigkeit. Dies muss bei der Verformungsberechnung mit einer entsprechenden Steifigkeitsverteilung über die Bauteillänge, auch wenn die maßgebenden Schnittgrößen für die Verformungsberechnung in diesem Bereich das rechnerische Rissmoment nicht überschreiten würden, berücksichtigt werden.

# 2.6.3 Grundlegendes Modell zur Berechnung von Verformungen

# 2.6.3.1 Allgemeines

Die grundlegende Berechnung der Verformungen eines gerissenen Stahlbetonquerschnitts sowie die Bestimmung der auftretenden Rissbreiten basieren auf der Betrachtung eines Zugstabes. Dieses Modell wird für die spätere Betrachtung eines biegebeanspruchten Stahlbetonbauteils analog für dessen Zuggurt angewendet.

Zunächst wird das Tragverhalten eines einfach bewehrten Stahlbetonstabes (Abb. 2.25c) unter einer Zugkraft betrachtet. Es lassen sich beispielsweise nach *Schnell 2015* oder *Zilch u. Zehetmaier 2010* die vier nachfolgend beschriebenen und in Abb. 2.25a im Diagramm dargestellten typischen Phasen charakterisieren.

## A) Zustand I

Im Zustand I liegt die Normalkraft *N* unterhalb der Rissschnittgröße  $N_{cr}$ , wodurch zwischen den beiden Verbundpartnern Beton und Bewehrung idealer Verbund vorliegt und sie dementsprechend die gleiche Dehnung besitzen. Damit ergibt sich die Betonspannung aus dem Quotienten der einwirkenden Normalkraft und dem ideellen Betonquerschnitt, während sich die Stahlspannung aus der  $\alpha_e$ -fachen Betonspannung ergibt.



Abb. 2.25: Stadien der Rissbildung für einen Zugstab nach Zilch u. Zehetmaier 2010

## B) Rissbildung

Eine weitere Steigerung von N führt zum Erreichen der Zugfestigkeit des Betons und der Rissschnittgröße  $N_{cr}$  und damit zum Einsetzen der Rissbildung. Es entsteht an der schwächsten Stelle ein Trennriss, sodass die komplette Zugkraft von der Bewehrung aufgenommen werden muss. Wie in Abb. 2.25b gezeigt, steigt die Stahldehnung an der Rissstelle lokal an und erreicht ihren Maximalwert, während die Betondehnung auf null abfällt. Es ergeben sich im Riss unterschiedliche Dehnungen der Bewehrung und des Betons, die zu einer gegenseitigen Relativverschiebung führen. Damit werden Verbundspannungen  $T_{\rm b}$  aktiviert, die ausgehend vom Riss entlang der Bewehrung wieder Zugspannungen in den Beton einleiten. Über die sogenannte Einleitungslänge  $I_{\rm t}$  wird die Spannung  $\sigma_{\rm sr}^{\rm II}$  damit wieder auf  $\sigma_{\rm sr}^{\rm I}$  minimiert, sodass an deren Ende wieder idealer Verbund herrscht und der Beton sowie die Bewehrung die gleiche Dehnung aufweisen. Gleichzeitig entstehen unter der Risslast entlang des Zugstabes in Abhängigkeit der Streuung der Zugfestigkeit des Betons weitere Risse. Die Größe des minimalen Abstandes der Risse entspricht der Einleitungslänge  $l_{1}$ , da erst dort die Zugfestigkeit des Betons wieder erreicht werden kann. Sobald im Lastbereich der Rissschnittgröße keine neuen Risse mehr entstehen, also die Zugfestigkeit des Betons an keiner Stelle mehr erreicht wird, spricht man vom sogenannten Erstrissbild. Wird die Last weiter gesteigert, entstehen zwischen den schon vorhandenen Rissen solange weitere Risse, bis an keiner Stelle mehr die Zugfestigkeit des Betons erreicht wird und damit das sogenannte abgeschlossene Rissbild entstanden ist. Nach Zilch u. Zehetmaier 2010 wird die Steigerung der Last vom Beginn der Rissbildung bis zum abgeschlossenen Rissbild mit  $\Delta N = 0.3 \cdot N_{cr}$  angenommen.

#### C) Abgeschlossenes Rissbild

Das abgeschlossene Rissbild entsteht, sobald die Abstände zwischen den Rissen so klein geworden sind, dass die Länge, über die die Verbundspannung wieder Zugspannung in den Beton einleitet, nicht ausreicht, damit die Betonspannung die Zugfestigkeit des Betons erreicht. Es herrschen nun über die gesamte Länge des Bauteils Verbundspannungen, sodass an jeder Stelle eine Dehnungsdifferenz zwischen Beton und Stahl vorliegt. Die vorhandenen Rissabstände können erheblich voneinander abweichen, sie unterliegen aber einem unteren und oberen Grenzwert, die wie folgt definiert sind:

- Minimaler Rissabstand s<sub>r,min</sub>
  - Der minimale Rissabstand  $s_{r,min} = I_t$  ergibt sich als Grenzwert aus der Bedingung, dass zwischen zwei benachbarten vorhandenen Rissen mindestens die doppelte Einleitungslänge  $I_t$  vorhanden sein muss, damit das Entstehen eines neuen Risses möglich ist.
- Maximaler Rissabstand  $s_{r,max}$ Als maximaler Rissabstand lässt sich  $s_{r,max} = 2 \cdot I_t$  definieren, da spätestens mit größerem Rissabstand wieder ein Überschreiten der Betonzugfestigkeit stattfinden und damit ein neuer Riss entstehen würde.

Während sich der Rissabstand zwischen den oben genannten Grenzwerten  $(I_t \le s_r \le 2 \cdot I_t)$  bewegt, liegt der mittlere Rissabstand damit ungefähr bei  $s_{rm} = 1, 5 \cdot I_t$ . Mit abgeschlossenem Rissbild ergeben sich durch eine weitere Steigerung der Last im Grunde genommen nur noch breitere Risse. Die maximalen Stahldehnungen treten im

Riss auf und werden durch die Verbundspannungen und dem damit verbundenen Mitwirken des Betons auf Zug – sogenannter *Tension-Stiffening-Effekt* – zwischen den Rissen reduziert.

## D) Fließen der Bewehrung

Sobald die Stahlspannung die Streckgrenze der Bewehrung erreicht, beginnt das Fließen der Bewehrung und die Verformungen des Zugstabes nehmen sichtbar zu. Die Last kann durch die Stahlverfestigung aber weiter gesteigert werden, sodass sich erst mit Erreichen der Zugfestigkeit der Bewehrung die maximale Tragfähigkeit des Zugstabes ergibt.

# 2.6.3.2 Bestimmungen für das mittlere Bauteilverhalten eines gerissenen Zugstabes

## Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen

Anhand der im vorherigen Abschnitt genannten und beschriebenen Zusammenhänge lassen sich für die Kräfte und Verformungen für den ungerissenen Zugstab (Zustand I) sowie für den gerissenen Zugstab der Zustand im Riss (reiner Zustand II) und für das mittlere Bauteilverhalten unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons auf Zug die Dehnungszustände bestimmen. In dieser Arbeit wird lediglich auf das mittlere Bauteilverhalten eingegangen, weitergehende Informationen können beispielsweise *Schnell 2015* oder *Zilch u. Zehetmaier 2010* entnommen werden.

Zur Bestimmung des mittleren Bauteilverhaltens muss zunächst die Art der Berücksichtigung des Mitwirkens des Betons zwischen den Rissen (*Tension Stiffening*) definiert werden. Hierzu existieren verschiedene Ansätze, die die zusätzliche Zugversteifung entweder auf der Betonseite anhand einer effektiven Betonzugspannung zwischen den Rissen oder auf der Stahlseite durch eine erhöhte effektive Steifigkeit der Bewehrung und damit einer Reduktion der reinen Stahldehnung berücksichtigen. Analog zu *Heft 525* mit Erläuterungen zu DIN 1045-1 oder *Heft 600* mit Erläuterungen zu Eurocode 2 wird in Anlehnung an *MC90* der Ansatz einer modifizierten Spannungs-Dehnungs-Linie für die Bewehrung gewählt. Damit erhält man eine sehr gute Näherung zum tatsächlichen Bauteilverhalten.

Mit dem zuvor gewählten Ansatz ist durch das Mitwirken des Betons zwischen den Rissen die mittlere Dehnung  $\varepsilon_{sm}$  immer kleiner als die reine Stahldehnung  $\varepsilon_{s2}$ . Umgekehrt betrachtet heißt das, dass die Dehnsteifigkeit des Stahls durch die Zugversteifung infolge des Mitwirkens des Betons größer wird. Sie lässt sich anhand von Gleichung (2.64) ausdrücken.

$$EA_{\rm m}^{\rm II} = \frac{N}{\varepsilon_{\rm sm}} \tag{2.64}$$

Betrachtet man nun einen Ausschnitt eines Zugstabes zum Zeitpunkt der Erstrissbildung ( $N = N_{cr}$ ) mit einer über die Länge konstanten Zugfestigkeit des Betons, lassen sich mithilfe von Abb. 2.26 nach *Zilch u. Zehetmaier 2010* die mittlere Dehnung sowie die effektive Dehnsteifigkeit wie nachfolgend beschrieben ermitteln.



Abb. 2.26: Dehnungen bei der Einzelrissbildung nach Zilch u. Zehetmaier 2010

Wie in Abb. 2.26 dargestellt, wird bei der Bestimmung des mittleren Bauteilverhaltens zunächst vom maximalen Rissabstand  $s_{r,max}$  ausgegangen, sodass am Ende der Einleitungslänge  $I_t$  genau die Zugbruchdehnung des Betons  $\varepsilon_{ct}$  herrscht. Die Zugkraft im Riss und die Zugkraft am Ende der Lasteinleitungslänge müssen gleich groß sein, sodass sich aus der Gleichgewichtsbetrachtung Gleichung (2.65) ergibt.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ct} \cdot \boldsymbol{E}_{c} \boldsymbol{A}_{n} = \boldsymbol{E}_{s} \boldsymbol{A}_{s} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sr1}) = \boldsymbol{E}_{s} \boldsymbol{A}_{s} \cdot \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{\varepsilon}_{sr,max}$$
(2.65)

Außerdem ist auch an jeder Stelle *x* über die Bauteillänge das Gleichgewicht zu erfüllen (Gleichung (2.66)).

$$\varepsilon_{\rm c}(\mathbf{x}) \cdot E_{\rm c} A_{\rm n} = \Delta \varepsilon_{\rm sr}(\mathbf{x}) \cdot E_{\rm s} A_{\rm s} \tag{2.66}$$

Mit den Gleichungen (2.67) und (2.68) lassen sich die mittlere Dehnung des Betons und der Bewehrung wie folgt ausdrücken.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{cm} = \frac{1}{l_t} \cdot \int_{x=0}^{x=l_t} \boldsymbol{\varepsilon}_c(x) \, dx = \boldsymbol{\beta}_t \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{ct}$$
(2.67)

mit  $\beta_t$  Völligkeitsbeiwert der Betondehnungsverteilung (siehe S. 53)

$$\varepsilon_{\rm sm} = \frac{1}{I_{\rm t}} \cdot \int_{x=0}^{x=I_{\rm t}} \varepsilon_{\rm s}(x) \, \mathrm{d}x = \frac{1}{I_{\rm t}} \cdot \int_{x=0}^{x=I_{\rm t}} (\varepsilon_{\rm sr2} - \Delta \varepsilon_{\rm sr}(x)) \, \mathrm{d}x \tag{2.68}$$

Setzt man nun die beiden Gleichungen (2.66) und (2.67) in Gleichung (2.68) ein, ergibt sich nach kurzer Rechnung Gleichung (2.69).

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \frac{\boldsymbol{E}_{c}\boldsymbol{A}_{n}}{\boldsymbol{E}_{s}\boldsymbol{A}_{s}} \cdot \boldsymbol{\beta}_{t} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{ct}$$
(2.69)

Schließlich kann der Zusammenhang der Zugbruchdehnung des Betons  $\varepsilon_{ct}$  aus Gleichung (2.65) noch in Gleichung (2.69) eingesetzt werden und es folgt:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \boldsymbol{\beta}_t \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sr1}). \tag{2.70}$$
Für ( $N = N_{cr}$ ) lässt sich somit die mittlere Dehnung durch die Dehnung im reinen Zustand II abzüglich der mit dem Völligkeitsbeiwert  $\beta_t$  (Erläuterung hierzu siehe S. 53) multiplizierten Dehnungsdifferenz  $\Delta \varepsilon_{sr}(x)$  bestimmen. Wie aus Gleichung (2.70) ersichtlich wird, gilt der Völligkeitsbeiwert auch für die Dehnungsdifferenz im Betonstahl. Für die Annahme einer mit zunehmender Dehnung des Betonstahls konstanten Verbundkraft bleibt die Dehnungsdifferenz zwischen einem Riss und der Mitte zweier Risse ebenfalls konstant. Dies hat zur Folge, dass sich sowohl für den Verlauf der Betondehnung  $\varepsilon_c(x)$  als auch den Völligkeitsbeiwert  $\beta_t$  mit steigender Belastung keine Änderungen ergeben. Galt Gleichung (2.70) nur für den Fall des Zeitpunktes der Erstrissbildung ( $N = N_{cr}$ ), lässt sich für  $N > N_{cr}$  allgemein mit den vorgenannten Annahmen Gleichung (2.71) formulieren.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{s2} - \boldsymbol{\beta}_{t} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sr1}). \tag{2.71}$$

Mit der Analogie der mittleren Stahldehnung  $\varepsilon_{sm}$  zur mittleren Bauteildehnung entspricht die Darstellung der Zugkraft-Verformungs-Beziehung eines Zugstabes in gleicher Weise der Darstellung der  $\sigma_s$ - $\varepsilon_{sm}$ -Beziehung der Bewehrung. In Abb. 2.27 ist die linearisierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung mit den schon in Abschnitt 2.6.3.1 aufgezeigten typischen vier Phasen A – D dargestellt.



Abb. 2.27: Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betonstahls zur Berücksichtigung des Betons auf Zug nach *Heft 600* 

Die in Abb. 2.27 gezeigten vier Bereiche A – D lassen sich mit den nachfolgend aufgeführten Gleichungen (2.72) bis (2.75) abgrenzen.

A) Zustand I ( $0 < \sigma_{s2} \le \sigma_{sr}$ )

 $\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{s1} \tag{2.72}$ 

B) Rissbildung  $\sigma_{sr} < \sigma_{s2} \le 1, 3\sigma_{sr}$ 

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{s2} - \frac{\boldsymbol{\beta}_{t} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_{s2} - \boldsymbol{\sigma}_{sr}) + (1, 3 \cdot \boldsymbol{\sigma}_{sr} - \boldsymbol{\sigma}_{s2})}{0, 3 \cdot \boldsymbol{\sigma}_{sr}} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sr1})$$
(2.73)

mit  $\beta_t$  Völligkeitsbeiwert (Erläuterung siehe S. 53)

C) Abgeschlossenes Rissbild (1,3 $\sigma_{sr} < \sigma_{s2} \le f_y$ )

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{s2} - \boldsymbol{\beta}_{t} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sr1}) \tag{2.74}$$

D) Stahlfließen ( $f_y < \sigma_{s2} \le f_t$ )

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{sy} - \boldsymbol{\beta}_{t} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sr1}) + \boldsymbol{\delta}_{d} \cdot \left(1 - \frac{\boldsymbol{\sigma}_{sr}}{f_{y}}\right) \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{s2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sy})$$
(2.75)

mit  $\delta_d$  Beiwert zur Berücksichtigung der Duktilität der Bewehrung

 $\delta_{d} = \begin{cases} 0,6 & \text{für normalduktilen Betonstahl} \\ 0,8 & \text{für hochduktilen Betonstahl} \end{cases}$ 

Die Bestimmung der Dehnungen  $\varepsilon_{sr1}$  und  $\varepsilon_{sr2}$  sowie der zugeordneten Rissspannung  $\sigma_{sr}$  erfolgt im Allgemeinen mit der Querschnittsfläche  $A_{c,eff}$  des Zugstabes. Damit wird berücksichtigt, dass das Überschreiten der Betonzugfestigkeit bei hohen Bauteilen neben den Primärrissen lokal zu Sekundärrissen führen kann. Diese Sekundärrissbildung führt zu einer Reduktion der Mitwirkung des Betons auf Zug. Für die hier betrachteten dünnen und zentrisch bewehrten Tragschichten in den Sandwichelementen wird dies jedoch nicht maßgebend werden.

#### Vereinfachter Ansatz mit einer trilinearen Arbeitslinie

Neben der oben gezeigten modifizierten Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Betonstahl lässt sich nach *Heft 600* auch ein vereinfachter Ansatz über eine trilineare Arbeitslinie formulieren. In Abb. 2.28 ist dieser Ansatz für die Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls dargestellt.



Abb. 2.28: Vereinfachter Ansatz der Zugversteifung nach Heft 600

Der Bereich zwischen Erstrissbildung und abgeschlossenem Rissbild wird durch die Erweiterung der Linie der abgeschlossenen Rissbildung bis zum Schnittpunkt mit der Linie des ungerissenen Zustandes I vernachlässigt. Dadurch ergibt sich eine trilineare Arbeitslinie, die durch die folgenden Bereiche der Stahlspannung charakterisiert wird.

A) Zustand I (
$$0 < \sigma_{s2} \le \beta_t \sigma_{sr}$$
)

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm s1} \tag{2.76}$$

C) gerissen ( $\beta_t \sigma_{sr} < \sigma_{s2} \le f_y$ )

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{s2} - \boldsymbol{\beta}_t \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sr1}) \tag{2.77}$$

D) Stahlfließen ( $f_y < \sigma_{s2} \le f_t$ )

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{sm} = \boldsymbol{\varepsilon}_{sy} - \boldsymbol{\beta}_t \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{sr2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sr1}) + \boldsymbol{\delta}_d \cdot \left(1 - \frac{\boldsymbol{\sigma}_{sr}}{f_y}\right) \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{s2} - \boldsymbol{\varepsilon}_{sy})$$
(2.78)

Der vereinfachte Ansatz sollte insbesondere bei zu erwartender wiederholter Belastung gewählt werden, da die Spannungs-Dehnungs-Linie eines Zugstabes bei einer Entlastung und Wiederbelastung nicht mehr auf der Linie des ungerissenen Querschnitts verlaufen wird.

#### Völligkeitsbeiwert

Die oben getroffene Annahme einer mit zunehmender Dehnung des Betonstahls konstanten Verbundkraft (siehe S. 51) und damit linearer Dehnungsverläufe würde zu einem konstanten Völligkeitsbeiwert von  $\beta_t = 0,5$  führen. In *MC90* wird deshalb ein realitätsnäherer Wert für den Völligkeitsbeiwert für eine kurzzeitige Belastung von  $\beta_t = 0,6$ , der annähernd einem parabelförmigen Verlauf entspricht und somit eher den tatsächlichen Dehnungsverlauf abbildet, empfohlen. Deutlich wird dies, wenn man nochmal den schon in Abb. 2.25 dargestellten nun grau schraffierten Dehnungsverlauf des Stahls und Betons für die Rissbildung in größerem Maßstab betrachtet (Abb. 2.29).



Abb. 2.29: Völligkeitsbeiwert bei der Rissbildung nach MC90 aus Zilch u. Zehetmaier 2010

In der Regel ist für das Verformungsverhalten eines Bauteils das mittlere Bauteilverhalten maßgebend, sodass nicht der maximale Rissabstand, sondern der mittlere Rissabstand von Bedeutung ist. Dieser beträgt ungefähr 2/3-mal dem maximalen Rissabstand ( $s_{\rm rm} \approx 2/3 \cdot s_{\rm r,max}$ ). Mit diesem mittleren Abstand ergibt sich die Betondehnung zwischen den Rissen zu Gleichung (2.79).

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm c} = 2/3 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm ct} \tag{2.79}$$

Unter der Berücksichtigung dieser Dehnung in Gleichung (2.69) sowie Gleichung (2.71) gilt der Faktor 2/3 auch für den Völligkeitsbeiwert  $\beta_t$ . Zusätzlich kann auch die Auswirkung für eine langandauernde Zugbeanspruchung vereinfachend mithilfe einer Abminderung für den Völligkeitsbeiwert betrachtet werden. Dies betrifft das Verbundkriechen – Verformungen infolge Kriechen in der Verbundzone – sowie geringfügiges Kriechen im zugbeanspruchten Beton. Dadurch erfolgt eine Reduktion der Betonzugdehnungen, sodass das Mitwirken des Betons auf Zug zwischen den Rissen

zunehmend kleiner wird (*Franke 1976, Rostásy u. Rohling 1984, Keitel 2012*). Bei Einzelrissen bedeutet dies eine zunehmende Eintragungslänge  $I_{t}$ , während es beim abgeschlossenen Rissbild zu größeren Stahldehnungen zwischen den Rissen führt, sodass die mittleren Stahldehnungen  $\varepsilon_{sm}$  ansteigen und damit einhergehend eine Verlängerung des Zugstabes eintritt. Mit den oben genannten Anmerkungen und einer vereinfachenden Berücksichtigung der Auswirkungen einer langandauernden Zugbeanspruchung mit einer Abminderung um 1/3 ergibt sich nach *Zilch u. Zehetmaier 2010* Gleichung (2.80).

$$\beta_{t,\infty} = 2/3 \cdot \beta_t = \begin{cases} 2/3 \cdot 0, 4 \approx 0, 25 & \text{(abgeschlossenes Rissbild)} \\ 2/3 \cdot 0, 6 \approx 0, 40 & \text{(Einzelriss)} \end{cases}$$
(2.80)

In der Realität hingegen ist der Völligkeitsbeiwert beanspruchungsabhängig und wird unter anderem mit steigender Stahldehnung hin zum Riss durch größer werdende Verbundstörungen kleiner. Die Annahme eines über die Bauteillänge konstanten Faktors stellt dementsprechend eine Vereinfachung dar. *Rao 1966* entwickelte dafür aufbauend auf Versuchsbeobachtungen den ersten Ansatz für einen beanspruchungsabhängigen Beiwert, der sich aus dem Verhältnis der Stahlspannungen im Riss für den Zustand II infolge des Rissmomentes zur Stahlspannung im Riss für den Zustand II infolge des Rissmomentes zur Stahlspannung im Riss für den Zustand II für das tatsächlich einwirkende Moment ergibt. Der Ansatz von *Rao 1966* liefert die Basis für zahlreiche weitere Untersuchungen hinsichtlich Rissbildung und Verformung (*Rehm u. Martin 1968*). Auch die *DIN EN 1992-1-1* verwendet einen Faktor  $\beta_t$ , der sich zu Gleichung (2.81) in Abhängigkeit der Rissspannung für das Rissmoment und der auftretenden Stahlspannung ergibt.

$$\boldsymbol{\beta}_{t} = \boldsymbol{\beta} \cdot \frac{\boldsymbol{\sigma}_{sr}}{\boldsymbol{\sigma}_{s}}$$
(2.81)

mit  $\beta = \begin{cases} 1,0 & \text{kurzzeitige Beanspruchung} \\ 0,5 & \text{langandauernde Beanspruchung} \end{cases}$ 

Das Vorgehen zur Berechnung der Verformung nach *DIN EN 1992-1-1* wird in Abschnitt 2.6.4.7 vorgestellt.

### 2.6.4 Bestimmung der Verformung von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen

### 2.6.4.1 Grundlagen

Da im weiteren Verlauf der Arbeit vor allem das reine Biegeverhalten eines Stahlbetonbauteils maßgebend wird, liegt der Fokus der nachfolgenden Betrachtungen ausschließlich auf der Bestimmung der Verformung von biegebeanspruchten Stahlbetonbauteilen.

Unter der Annahme eines schubstarren Balkens und damit der Voraussetzung vom Ebenbleiben der Querschnitte nach Jakob Bernoulli (*Bernoullische Annahmen*), ergibt sich die Differentialgleichung der Biegelinie nach dem allgemeinen Ansatz der Technischen Mechanik (*Gross u. a. 2006*) zu Gleichung (2.82).

$$w'' = -\frac{M}{EI}$$
(2.82)

Die Annahme eines schubstarren Balkens ist für schlanke Balken hinreichend genau, da die Auswirkung des Schubes mit zunehmendem Schlankheitsgrad kleiner wird. Nach *Gross u. a. 2007* darf die Verformung infolge Schub im Allgemeinen vernachlässigt werden, wenn die Balkenlänge mehr als der fünffachen Höhe des Querschnitts entspricht.

Durch die erste Integration von Gleichung (2.82) kann zunächst die Neigung w'(x)und mit der zweiten Integration die Durchbiegung w(x) und damit die sogenannte *Biegelinie* bestimmt werden. Die Krümmung  $\kappa$  der Balkenachse ist durch Gleichung (2.83) definiert.

$$\kappa = \frac{w''}{\left(1 + (w')^2\right)^{3/2}}$$
(2.83)

Für sehr kleine Werte von w'(x), die typischerweise auch bei Stahlbetonbauteilen gelten, ergibt sich für Gleichung (2.83) die vereinfachte Form zu:

$$\kappa \approx w'' = -\frac{M}{EI} \tag{2.84}$$

Somit ist die Krümmung proportional zum einwirkenden Moment. Diese Angabe gilt nach Zilch u. Zehetmaier 2010 auch für gerissene Querschnitte, da das Differenzieren oder Ableiten unabhängig vom Materialverhalten durchgeführt werden kann. Die Berechnung der Verformung infolge einer Biegebeanspruchung kann damit durch die zweifache Integration der Querschnittskrümmung unter passenden Randbedingungen oder wie in Mang u. Hofstetter 2013 beschrieben für eine bestimmte Stelle durch die Anwendung des Prinzips der virtuellen Verrückungen erfolgen.

In Abb. 2.30 ist die Last-Verformungs-Beziehung für einen Stahlbetonbalken unter einer Biegebeanspruchung dargestellt. Durch das Mitwirken des Betons auf Zug (Analogie zum Zugstab, siehe Abschnitt 2.6.3.1) weichen das Verformungsverhalten sowie die Querschnittswerte des Stahlbetonbalkens in der Regel erheblich vom reinen Zustand II ab.



Abb. 2.30: Last-Verformungs-Verhalten für einen Stahlbetonbalken unter einer Biegebeanspruchung

In einem biegebeanspruchten Stahlbetonbalken können die vier nach *Heft 600* definierten Phasen A – D gleichzeitig verteilt und beanspruchungsabhängig über die Bauteillänge auftreten. Außerdem beeinflussen Kriechen und Schwinden das Verformungsverhalten in Form einer zeitabhängigen Zunahme der Verformung, die aber vor allem für das Kriechen abhängig von den gerissenen Querschnittsbereichen ist, in denen Verformungen infolge Kriechen nur noch in geringerem Umfang stattfinden können.

#### 2.6.4.2 Definitionen und Querschnittswerte im Zustand I

Im ungerissenen Zustand können die Regeln der Technischen Mechanik zur Ermittlung der Spannungen und Verformungen angewendet werden. Für eine Biegebeanspruchung ergibt sich damit allgemein die Krümmung des Querschnitts zu Gleichung (2.85).

$$\kappa^{\rm I} = \frac{M}{E_{\rm c} \cdot I_{\rm i}} \tag{2.85}$$

mit E<sub>c</sub> E-Modul Beton

*I*<sub>i</sub> Flächenträgheitsmoment des ungerissenen ideellen Stahlbetonquerschnitts

Dabei entspricht  $E_c \cdot I_i$  der Biegesteifigkeit für den ideellen Querschnitt, sodass sich für die Biegesteifigkeit im Zustand I Gleichung (2.86) schreiben lässt.

 $E \cdot l^{l} = E_{c} \cdot l_{i} \tag{2.86}$ 

#### 2.6.4.3 Definitionen und Querschnittswerte im Zustand II

Für eine reine Biegebeanspruchung geht die Dehnungsnulllinie durch den mechanischen Schwerpunkt des gerissenen Querschnitts. Damit lässt sich nach *Zilch u. Zehetmaier 2010* die bezogene Druckzonenhöhe  $\xi$  unabhängig von der Beanspruchung *M* mithilfe von Gleichung (2.87) bestimmen. Sie ergibt sich ausschließlich durch die vorhandene Bewehrung in Form des Längsbewehrungsgrads sowie dem Verhältnis der E-Module  $\alpha_s$  von Stahl und Beton.

$$\xi = -\alpha_{s}\rho_{sl} + \sqrt{\left(\alpha_{s}\rho_{sl}\right)^{2} + 2\alpha_{s}\rho_{sl}}$$

$$\rho_{sl} = \frac{A_{sl}}{b \cdot d} \qquad \text{Längsbewehrungsgrad}$$

$$\alpha_{s} = \frac{E_{s}}{E_{s}} \qquad \text{Verhältnis der E-Moduln}$$

$$(2.87)$$

Für die Höhe der Betondruckzone  $x^{II}$  im Zustand II lässt sich damit Gleichung (2.88) schreiben.

$$\mathbf{x}^{\mu} = \boldsymbol{\xi} \cdot \boldsymbol{d} \tag{2.88}$$

Es ergibt sich somit für den inneren Hebelarm  $z^{II}$  im Zustand II unter der Annahme einer linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung für das Materialverhalten im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (siehe Abschnitt 2.6.2):

$$z^{\rm II} = d - \frac{x^{\rm II}}{3} \,. \tag{2.89}$$

Mit bekannter Höhe der Betondruckzone können nun die Querschnittswerte für einen gerissenen Rechteckquerschnitt analog zu einem ungerissenen Querschnitt nach den bekannten Regeln der Technischen Mechanik berechnet werden.



Abb. 2.31: Druckzonenhöhe für einen gerissenen Rechteckquerschnitt bei reiner Biegebeanspruchung

Damit ergeben sich für den in Abb. 2.31 dargestellten einfach bewehrten Rechteckquerschnitt das Flächenträgheitsmoment  $I^{\parallel}$  und das zur Ermittlung von Verformungen infolge Schwinden benötigte Statische Moment  $S_s$  zu Gleichung (2.90) sowie (2.91).

$$I^{II} = \frac{b(x^{II})^{3}}{3} + \alpha_{s}A_{sI}(d - x^{II})^{2}$$
(2.90)

$$S_{\rm s} = A_{\rm sl} \cdot z_{\rm sl} \tag{2.91}$$

Im Zustand II lässt sich die Krümmung  $\kappa^{\parallel}$  mit Gleichung (2.92) ermitteln. Sie kann für Stahlbetonbauteile anhand der Betonstauchung und der zugehörigen Stahldehnung unter Annahme eines linear elastischen Materialverhaltens wie folgt bestimmt werden.

$$\kappa^{II} = \frac{\varepsilon_{\rm s}^{II}}{d - x^{II}} = \frac{M}{E_{\rm c} \cdot I^{II}}$$
(2.92)

mit *I*<sup>II</sup> Flächenträgheitsmoment des gerissenen Stahlbetonquerschnitts (Gleichung (2.90))

#### 2.6.4.4 Verformungsberechnung durch die Integration der M-ĸ-Beziehung

Die Verformungsberechnung durch die Integration der Momenten-Krümmungs-Beziehung stellt das genaueste Verfahren zur Bestimmung der Verformung eines Stahlbetonbauteils dar. In Gleichung (2.93) ist der Ausdruck der Biegeverformung eines Stabes mithilfe der Krümmung gegeben (siehe Abschnitt 2.6.4.1).

$$-W^{\parallel} = \kappa \tag{2.93}$$

Demnach lässt sich die Verformung durch die zweifache Integration der Krümmung  $\kappa$  über die Bauteillänge bestimmen. Dafür wird in der Regel an einer Vielzahl von Punkten die Krümmung des Bauteils bestimmt, um im Folgenden die Durchbiegung des Bauteils mithilfe einer numerischen Integration zu ermitteln.

Die Berechnung einer einzelnen Verformung für eine bestimmte Stelle lässt sich wie oben schon erwähnt mithilfe des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* (*Gross u. a. 2006*) auf der Grundlage des Arbeits- bzw. Energiesatzes der Technischen Mechanik durchführen (*Mang u. Hofstetter 2013*).

Mit der Berechnung der M- $\kappa_m$ -Linie wird das Verformungsverhalten eines biegebeanspruchten Querschnitts unter der Berücksichtigung der Rissbildung und der Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen beschrieben. Das Mitwirken des Betons auf Zug wird über die Idealisierung des Zuggurtes als Zugstab und damit einer Modifikation der Spannungs-Dehnungs-Beziehung berücksichtigt (siehe Abschnitt 2.6.3.2).

Im Folgenden wird die Bestimmung der mittleren Krümmung für ein vorgegebenes Moment *M* eines einfach bewehrten und ausschließlich durch Biegung belasteten Querschnitts vorgestellt. Da die Verformung über die numerische Integration der Momenten-Krümmungs-Beziehung und mittels des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* ermittelt wird, muss das Bauteil zunächst in *n* Abschnitte mit einer Länge  $\Delta x$  mit n+1äquidistanten Stützstellen  $x_i$  unterteilt werden. Damit kann für jede Stelle *i* ausgehend vom jeweils einwirkenden Moment  $M_i$  an der Stelle *i* die mittlere Krümmung  $\kappa_{m,i}$  bestimmt werden. Dazu erfolgt zuerst die Berechnung der Stahlspannung und der zugehörigen Dehnung im Zustand II mithilfe der Gleichungen (2.94) und (2.95).

$$\sigma_{s2,i} = \frac{M_i}{Z^{II} \cdot A_s}$$
(2.94)

mit  $z^{II}$  Hebelarm im reinen Zustand II nach Gleichung (2.89)

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{s2,i} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_{s2,i}}{\boldsymbol{E}_{s}} \tag{2.95}$$

Die Ermittlung der mittleren Stahldehnung  $\varepsilon_{sm,i}$  wird ausgehend von der Stahldehnung  $\varepsilon_{s2,i}$  im Zustand II über die modifizierte Spannungs-Dehnungs-Linie anhand der Gleichungen (2.72) bis (2.75) berechnet. Im Anschluss kann mit Gleichung (2.96) auf der Basis der mittleren Stahldehnung der wirksame E-Modul  $E_{s,eff}$  und somit indirekt die Zuggurtsteifigkeit des Zugstabes bestimmt werden.

$$E_{\rm s,eff,i} = \frac{\sigma_{\rm s2,i}}{\varepsilon_{\rm sm,i}}$$
(2.96)

Damit ergibt sich das effektive Verhältnis der E-Module zu Gleichung (2.97).

$$\alpha_{\rm s, eff, i} = \frac{E_{\rm s, eff, i}}{E_{\rm cm}}$$
(2.97)

Die Berechnung der mittleren Druckzonenhöhe und des darauf basierenden mittleren Hebelarms erfolgt analog zu den Gleichungen (2.87) und (2.88) mit den Gleichungen (2.98) und (2.99).

$$\mathbf{x}_{m,i}^{ll} = \mathbf{d} \cdot \left( -\alpha_{s,eff,i} \boldsymbol{\rho}_{sl} + \sqrt{\left( -\alpha_{s,eff,i} \boldsymbol{\rho}_{sl} \right)^2 + 2\alpha_{s,eff,i} \boldsymbol{\rho}_{sl}} \right)$$
(2.98)

$$z_{m,i}^{ll} = d - \frac{x_{m,i}^{ll}}{3}$$
(2.99)

Mit Gleichung (2.100) lässt sich nun die mittlere Dehnung und damit schließlich anhand von Gleichung (2.101) die mittlere Krümmung bestimmen.

$$\varepsilon_{\rm sm,i} = \frac{M_{\rm i}}{Z_{\rm m,i}^{\rm II} \cdot E_{\rm s,eff,i} \cdot A_{\rm s}}$$
(2.100)

$$\kappa_{\rm m,i} = \frac{\varepsilon_{\rm sm,i}}{d - x_{\rm m,i}^{\rm II}} \tag{2.101}$$

Sobald die mittlere Krümmung an jeder Stützstelle bekannt ist, lässt sich die Verformung durch die numerische Integration der Momenten-Krümmungs-Beziehung und mittels des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* in tabellarischer Form mit Gleichung (2.102) berechnen. Zur numerischen Integration verwendet man im vorliegenden Fall in der Regel die sogenannten *Newton-Cotes*-Formeln wie die *Simpson*- oder Trapezregel.

$$w = \int_{x=0}^{x=1} \delta M \cdot \kappa \, dx \tag{2.102}$$

mit δM virtuelles Moment

Der Verlauf des virtuellen Momentes  $\delta M_i$  ergibt sich infolge der Belastung durch eine virtuelle Kraft  $\delta F_i$ , deren Wirkungsrichtung gleich der gesuchten Verschiebungsrichtung sein muss. Durch das virtuelle Moment  $\delta M_i$  wird damit an jeder Stützstelle *i* die Größe der Auswirkung der zugehörigen mittleren Krümmung  $\kappa_{m,i}$  beschrieben.

#### 2.6.4.5 Vereinfachte Berechnung der Verformung über Verteilungsbeiwerte

Eine vereinfachte Berechnung der Verformung kann nach Zilch u. Zehetmaier 2010 über den sogenannte Verteilungsbeiwert oder auch Rissbildungsfaktor  $\zeta$  erfolgen (*Krüger u. Mertzsch 1998a, Krüger u. Mertzsch 1998b, Grasser u. Thielen 1991*). Da sich die Größe der Biegeverformungen durch den ungerissenen (Zustand I) und den vollständig gerissenen Zustand (reiner Zustand II) definieren lassen, bietet es sich an, die auftretenden Verformungen durch die Interpolation der einfach zu bestimmenden Grenzwerte zu ermitteln. Damit kann für überwiegend biegebeanspruchte Bauteile allgemein die Gleichung (2.103) geschrieben werden.

$$\alpha = \zeta \cdot \alpha^{||} + (1 - \zeta) \cdot \alpha^{||} \tag{2.103}$$

Mit dem Verteilungsbeiwert  $\zeta$  wird je nach gewähltem Ansatz die Größe des gerissenen Bereiches bestimmt sowie das Mitwirken des Betons auf Zug in Ansatz gebracht. Damit bleibt die im Mittel steifere Druckzone jedoch unberücksichtigt. Für die Werte  $\alpha$ sowie  $\alpha^{I}$  und  $\alpha^{II}$  können beliebige Verformungsgrößen eingesetzt werden.  $\alpha^{I}$  und  $\alpha^{II}$ stehen für den ungerissenen Zustand I sowie den vollständig gerissenen Zustand II der gewählten Verformungsgröße. Nach *Zilch u. Zehetmaier 2010* definiert der Verteilungsbeiwert das Verhältnis der mittleren Stahldehnung zur Stahldehnung im Riss  $\zeta = \varepsilon_{sm} / \varepsilon_{s2}$  und kann damit direkt auf Basis der Gleichungen (2.72) bis (2.75) bestimmt werden. Es ergeben sich für die vier definierten Bereiche A – D die Gleichungen (2.104) bis (2.107).

A) Zustand I ( $0 < \sigma_{s2} \le \sigma_{sr}$ )

$$\zeta = 0 \tag{2.104}$$

B) Rissbildung ( $\sigma_{sr} < \sigma_{s2} \le 1, 3\sigma_{sr}$ )

$$\zeta = 1 - \frac{\beta_{t} \cdot (\sigma_{s2} - \sigma_{sr}) + (1, 3 \cdot \sigma_{sr} - \sigma_{s2})}{0, 3 \cdot \sigma_{sr}} \cdot \frac{(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1})}{\varepsilon_{s2}}$$
(2.105)

C) Abgeschlossenes Rissbild (1,3 $\sigma_{sr} < \sigma_{s2} \le f_y$ )

$$\zeta = 1 - \beta_t \cdot \frac{(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1})}{\varepsilon_{s2}}$$
(2.106)

D) Stahlfließen ( $f_y < \sigma_{s2} \le f_t$ )

$$\zeta = \frac{\varepsilon_{sy}}{\varepsilon_{s2}} - \beta_{t} \cdot \frac{(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1})}{\varepsilon_{s2}} + \delta_{d} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{sr}}{f_{y}}\right) \cdot \frac{(\varepsilon_{s2} - \varepsilon_{sy})}{\varepsilon_{s2}}$$
(2.107)

Wählt man nun als Verformungsgröße in Gleichung (2.103) die Querschnittskrümmung, so lässt sich die vereinfachte M- $\kappa_m$ -Beziehung anhand von Gleichung (2.108) ermitteln.

$$\kappa_{\rm m} = \zeta \cdot \kappa^{\rm H} + (1 - \zeta) \cdot \kappa^{\rm I} \tag{2.108}$$

Wie in Abschnitt 2.6.4.4 gezeigt, lässt sich nun für eine beliebige Stelle die Verformung mittels des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* infolge der numerischen Integration über Stützstellen, die jeweils gleich große Abstände aufweisen, bestimmen. Mit zunehmender Anzahl der Stützstellen kann die Genauigkeit der numerischen Berechnung gesteigert werden.

### 2.6.4.6 Vereinfachte Berechnung der Verformung mit abschnittsweise konstanten Biegesteifigkeiten

Wie in Abschnitt 2.6.4.4 erläutert, ist die mittlere Biegesteifigkeit *El*<sup>III</sup><sub>m</sub> beanspruchungsabhängig. Allerdings ist deren Veränderung über die Bauteillänge größtenteils nur gering, weshalb es sich anbietet, abschnittsweise konstant wirksame Biegesteifigkeiten anzunehmen (*Fastabend 2002, Zilch u. Donaubauer 2006*). Wie in *Fastabend 2002*  beschrieben lässt sich die Biegesteifigkeit  $EI_m^{II}$  mit Gleichung (2.109) direkt proportional zum Kehrwert der Krümmung angeben.

$$EI_{\rm m}^{\rm II} = \frac{M}{\kappa_{\rm m}} = \frac{M \cdot d}{\varepsilon_{\rm c} + \varepsilon_{\rm sm}}$$
(2.109)

*Fastabend 2002* setzt dafür vereinfacht die mittlere Betondehnung  $\varepsilon_{cm}$  mit der Betondehnung im Riss  $\varepsilon_c^{II}$  gleich und vernachlässigt so die im Mittel steifere Druckzone des Betons (siehe auch Abb. 2.32). Er begründet dies mit dem nur geringen Einfluss auf die Verformung bei der Betrachtung für kleine und große Bewehrungsgehalte. Bei Ersterem beträgt die Betonstauchung nur etwa ein Zehntel der zugehörigen Stahldehnung, während sich die Betonstauchung für hohe Bewehrungsgehalte wegen des verhältnismäßig geringen Mitwirkens des Betons zwischen den Rissen nur geringfügig verändert.



Abb. 2.32: Beton- und Stahldehnungen längs eines biegebeanspruchten Stahlbetonbalkens nach *Fastabend 2002* 

Mithilfe von Gleichung (2.108) und unter Berücksichtigung der Gleichungen (2.85) und (2.92) lässt sich Gleichung (2.109) zu nachfolgender Gleichung (2.110) schreiben.

$$EI_{m}^{II} = \frac{1}{\zeta \cdot \frac{1}{EI^{II}} + (1 - \zeta) \cdot \frac{1}{EI^{II}}}$$
(2.110)

Für die Verformungsberechnung muss das Bauteil zunächst entlang seiner Systemachse in ungerissene und gerissene Bereiche eingeteilt werden, um die abschnittsweisen effektiven Biegesteifigkeiten einsetzen zu können.

Dafür wird nach *MC90* als Grenzen und Übergangbereich vom ungerissenen Bauteilbereich zum abgeschlossenen Rissbild die Rissspannung  $\sigma_{sr}$  sowie  $1,3 \cdot \sigma_{sr}$  für die abgeschlossene Rissbildung gewählt. Ab dem Erreichen der Rissspannung  $\sigma_{sr}$  fällt die Biegesteifigkeit kontinuierlich ab, während man ab der 1,3-fachen Rissspannung  $\sigma_{sr}$  nur noch einen geringfügigen Steifigkeitsabfall beobachten kann. Die Länge zur Abgrenzung von Zustand I wird nach *Zilch u. Donaubauer 2006* ausgehend vom Momentennullpunkt in die geometrische Mitte zwischen dem Ort, an dem die Rissbildung anfängt, und dem definierten Ort der abgeschlossenen Rissbildung festgelegt. In Abb. 2.33 ist dazu nach *Zilch u. Donaubauer 2006* der reale Verlauf sowie der idealisierte Verlauf der Biegesteifigkeit in Abhängigkeit der Stahlspannung gezeigt.



Abb. 2.33: Realer sowie idealisierter Verlauf der Biegesteifigkeit in Abhängigkeit der Stahlspannung nach Zilch u. Donaubauer 2006

Wie in Abb. 2.33 zu erkennen, nimmt die effektive Biegesteifigkeit mit dem Überschreiten des Rissmomentes zunächst bei vergleichsweise nur geringfügig zunehmender Stahlspannung kontinuierlich ab, während sie sich mit Erreichen des Zustandes der abgeschlossenen Rissbildung nur noch in sehr kleinem Umfang ändert.

Durch die Definition der ungerissenen und gerissenen Bereiche und mit bekannter Biegesteifigkeit  $El_m^{II}$  kann somit die Verformung wieder mithilfe einer abschnittsweisen Integration, aber auch mit einem Stabstatik-Programm, in dem man für einen Stab abschnittsweise unterschiedliche Biegesteifigkeiten definiert, berechnet werden. Nach Zilch u. Zehetmaier 2010 ergibt sich damit die Durchbiegung für einen statisch bestimmt gelagerten Einfeldträger unter einer Gleichstreckenlast in Feldmitte zu Gleichung (2.111).

$$w = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E l_m^{ll}} - \frac{1}{24} \cdot q \cdot (l^{l})^3 \cdot (4 \cdot l - 3 \cdot l^{l}) \cdot \left(\frac{1}{E l_m^{ll}} - \frac{1}{E l^{l}}\right)$$
(2.111)

mit *I*<sup>I</sup> Länge des rechnerisch ungerissenen Bereichs nach Gleichung (2.112)

Die Länge des rechnerisch ungerissenen Bereiches ist wie oben erwähnt durch den Mittelwert der x-Koordinaten der Momente  $M_{cr}$  und  $1,3 \cdot M_{cr}$  definiert. Für eine Gleichstreckenlast *q* lässt sich beispielsweise der Abstand x(M) vom Auflager mithilfe der nachfolgenden Gleichung berechnen.

$$x(M) = \frac{l}{2} - \sqrt{\frac{l^2}{4} - 2 \cdot \frac{M}{q}}$$
(2.112)

#### 2.6.4.7 Berechnung der Verformung nach DIN EN 1992-1-1

Unabhängig von dem zuvor vorgestellten Ansatz zur Berücksichtigung des Mitwirkens des Betons auf Zug wird in Abschnitt 7.4.3 nach *DIN EN 1992-1-1* für die direkte Berechnung der Verformung von überwiegend biegebeanspruchten Bauteilen ein Vorgehen auf der Basis von Verteilungsbeiwerten vorgeschlagen (Gleichung (2.113)).

 $\alpha = \zeta \cdot \alpha^{||} + (1 - \zeta) \cdot \alpha^{||} \tag{2.113}$ 

mit *α* Durchbiegungsparamter (z. B. Dehnung oder Krümmung)

 $\alpha^{I}, \alpha^{II}$  Durchbiegungsparameter für Zustand I und für den reinen Zustand II

ζ Verteilungsbeiwert

Der Verteilungsbeiwert  $\zeta$  wird aber, wie in Abschnitt 2.6.3.2 schon beschrieben, basierend auf dem Ansatz für den Völligkeitsbeiwert nach *Rao 1966* berechnet und ergibt sich anhand der Gleichung (2.81) zu Gleichung (2.114).

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{\rm sr}}{\sigma_{\rm s}}\right)^2 \tag{2.114}$$

mit  $\beta = \begin{cases} 1,0 & \text{kurzzeitige Beanspruchung} \\ 0,5 & \text{langandauernde Beanspruchung} \end{cases}$ 

Für den Quotienten aus der Spannung in der Zugbewehrung für das Rissmoment und der Zugspannung in der Bewehrung für das tatsächliche Moment im Riss ( $\sigma_{sr} / \sigma_{s}$ ) darf für eine Biegebeanspruchung auch der Quotient aus dem Rissmoment und dem einwirkenden Moment  $M_{cr} / M$  für die Berechnung des Verteilungsbeiwertes eingesetzt werden.

### 2.6.4.8 Berechnung nach ACI 318

In *ACI 318* wird, entgegen der zuvor vorgestellten Möglichkeiten der Verformungsberechnung, ein effektives Flächenträgheitsmoment  $I_{eff}$  nach Gleichung (2.115) berechnet.

$$I_{\text{eff}} = \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M_{\text{i}}}\right)^3 I^{\text{i}} + \left(1 - \left(\frac{M_{\text{cr}}}{M_{\text{i}}}\right)^3\right) I^{\text{ii}} \le I^{\text{i}}$$
(2.115)

Das effektive Flächenträgheitsmoment ergibt sich damit, ähnlich wie bei den Methoden über den Ansatz eines Verteilungsbeiwertes, mithilfe einer Interpolation der Flächenträgheitsmomente zwischen dem ungerissenen Zustand I und vollständig gerissenen Zustand II. Die Größenanteile für das Flächenträgheitsmoment im Zustand I und Zustand II werden anhand eines kubischen Ansatzes aus dem Quotienten des Rissmomentes und des einwirkenden Momentes  $M_{cr} / M$  analog zu *DIN EN 1992-1-1* bestimmt.

Zusätzliche Ansätze zur Berechnung der Verformung sind für den weiteren Verlauf dieser Arbeit nicht maßgebend und werden deshalb im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter ausgeführt. Es sei an dieser Stelle aber auf *Krüger u. Mertzsch 2006* verwiesen.

# 2.6.5 Vergleich der unterschiedlichen Ansätze

Um die unterschiedlichen Ansätze nach *MC90/Heft 600, DIN EN 1992-1-1* (EC2) und *ACI 318* besser vergleichen zu können, wurden für den mit System und Belastung in Abb. 2.34 dargestellten Stahlbetonbalken die Last-Verformungs-Linien berechnet. Für

die Berechnung der Verformung nach *MC90/Heft 600* wird für das Berechnungsbeispiel das genaueste Verfahren zur Bestimmung der Verformung eines Stahlbetonbauteils über die Ermittlung der *M*- $\kappa_m$ -Linie (siehe Abschnitt 2.6.4.4) gewählt. Die zahlenmäßigen Unterschiede zwischen der Berechnung der Verformung über die *M*- $\kappa_m$ -Linie und der vereinfachten Berechnung über Verteilungsbeiwerte (siehe Abschnitt 2.6.4.5) sind allerdings nur minimal (*Zilch u. Zehetmaier 2010* und Abschnitt 4.2.2).



Abb. 2.34: System und Belastung (links) sowie Querschnitt (rechts) für die Berechnung der Verformung verschiedener Ansätze

In Abb. 2.35 sind die berechneten Momenten-Verformungs-Kurven für die verschiedenen Ansätze zur Bestimmung der Verformung sowie eine Kurve für den reinen Zustand II dargestellt. Für einen späteren Vergleich mit Versuchsergebnissen ist die Durchbiegung über dem Moment, jeweils in Feldmitte, aufgetragen.



Abb. 2.35: Vergleich der berechneten Last-Verformungs-Linien für den oben dargestellten Stahlbetonbalken nach den Ansätzen von *MC90/Heft 600, DIN EN 1992-1-1* (EC2) und *ACI 318* 

Es ist zu erkennen, dass alle drei Kurven bis zur Erstrissbildung identisch sind, während sich die Ansätze vor allem im Bereich nach der Erstrissbildung teilweise deutlich unterscheiden. Die Last-Verformungs-Kurve nach *ACI 318* lässt sich nach Überschreiten der Risslast näherungsweise mit einer nach außen gewölbten Parabel beschreiben, während die Kurve nach *DIN EN 1992-1-1* nach der Erstrissbildung näherungsweise linear anwächst. Die Berechnung nach *MC90/Heft 600* liefert dagegen einen trilinearen Verlauf der im Bereich der Erstrissbildung bis zum abgeschlossenen Rissbild vergleichsweise flach verläuft, um anschließend wieder mit größerer Steigung anzuwachsen. Ab einer gewissen Durchbiegung nähern sich die berechneten Kurven wieder an und liegen alle in einem Bereich nur unwesentlich oberhalb der berechneten Kurve für den reinen Zustand II. Dem in Abb. 2.30 qualitativ gezeigten Verlauf kommt der Ansatz nach *MC90/Heft 600* eindeutig am nächsten.

# 3 Eigene experimentelle Untersuchungen

### 3.1 Allgemeines

Zur Umsetzung der in Abschnitt 1.3 formulierten Zielsetzung dienen die experimentellen Untersuchungen der Bestimmung des Last-Verformungs-Verhaltens von Sandwichelementen mit Stahlbetontragschichten sowie einer Kernschicht aus expandiertem Polystyrol und stiftförmigen Verbundmitteln.

Insgesamt lassen sich die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen dazu wie folgt gliedern:

- Entwicklung eines geeigneten Querschnittsaufbaus für die Sandwichelemente im Rahmen von Tastversuchen (Abschnitt 3.2),
- Bestimmung der maßgebenden Materialeigenschaften für den eingesetzten Dämmstoff (Abschnitt 3.3),
- Untersuchung des Last-Verformungs-Verhaltens von Sandwichelementen unter einer vorwiegenden Biegebeanspruchung (Abschnitt 3.4),
- Untersuchung des Last-Verformungs-Verhaltens von Sandwichelementen unter einer vorwiegenden Schubbeanspruchung (Abschnitt 3.5) und
- Untersuchung des Last-Verformungs-Verhaltens einer einzelnen Tragschicht unter einer Biegebeanspruchung (Abschnitt 3.6).

Zunächst wird auf der Grundlage zahlreicher Vorüberlegungen und darauf aufbauenden 11 Biegeversuchen an Sandwichelementen im Rahmen von Tastversuchen ein geeigneter Querschnittsaufbau für die Sandwichelemente festgelegt.

Da die Dämmstoffplatten in einem Sandwichelement unter Biegebeanspruchung auch planmäßig eine Schubbeanspruchung erfahren, sind als Materialkennwerte neben der Druckfestigkeit und dem E-Modul vor allem die Scherfestigkeit sowie der Schubmodul maßgebend. Deshalb werden die vorgenannten Materialeigenschaften aller eingesetzten Chargen des Dämmstoffes in umfangreichen experimentellen Untersuchungen anhand von 25 Probekörpern unter einer Druck- und 28 Probekörpern unter einer Schubbeanspruchung ermittelt.

Insgesamt 47 Biegeversuche an Sandwichelementen werden neben den 11 Tastversuchen zur Untersuchung des Last-Verformungs-Verhaltens von Sandwichelementen unter Biegebeanspruchung durchgeführt. Damit können die Auswirkungen zahlreicher Parameter auf das Tragverhalten untersucht werden, sodass die Identifikation der maßgebenden Einflüsse und Mechanismen als Basis zur Entwicklung eines geeigneten Ingenieurmodells zur Nachrechnung der Versuche möglich ist.

Da das Tragverhalten von Sandwichelementen sehr komplex ist, werden die Mechanismen und Traganteile von Sandwichelementen unter einer vorwiegenden Schubbeanspruchung isoliert betrachtet. Dazu werden insgesamt 15 Schubversuche durchgeführt, die zum einen für die Beschreibung des Schub- und Verbundverhaltens von Sandwichelementen unter einer vorwiegenden Schubbeanspruchung bestimmt sind und zum anderen darauf aufbauend zum besseren Verständnis des Biegetragverhaltens von Sandwichelementen beitragen. Außerdem dienen sie der Entwicklung geeigneter Modelle für die Beschreibung und Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens eines Sandwichelementes mit einer Kernschicht bestehend aus Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln unter einer Schubbeanspruchung. Diese Modelle sind maßgebende Teile des Ingenieurmodells zur Nachrechnung der Biegeversuche.

Wie in Abschnitt 2.6 beschrieben, hat das Last-Verformungs-Verhalten der beiden Tragschichten bezüglich der Steifigkeitsverteilung über die Bauteillänge infolge der Rissbildung einen maßgebenden Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten eines Sandwichelementes. Die 3 Biegeversuche an einzelnen Tragschichten dienen deshalb der Auswahl eines geeigneten Ansatzes zur Bestimmung der Dehn- und Biegesteifigkeiten in den Tragschichten unter der Berücksichtigung der Rissbildung im Beton.

# 3.2 Tastversuche an Sandwichelementen unter Biegebeanspruchung

### 3.2.1 Allgemeines

Wie zu Beginn der Arbeit beschrieben bietet ein Sandwichelement eingesetzt beispielsweise als Dach-, aber auch als Deckenbauteil zahlreiche Vorteile. Im Hinblick auf ein wirtschaftliches, leichtes und ressourcenschonendes aber gleichzeitig auch wärmedämmendes Bauteil muss der Sandwichquerschnitt entsprechend optimiert werden. Außerdem sollen die eingesetzten Materialien möglichst effektiv angeordnet und kombiniert werden, um Ansprüche an die Wirtschaftlichkeit zu erfüllen, aber auch um ein ausreichendes Traglast- und Verformungsvermögen zu erreichen.

Ziel soll die Entwicklung eines bezüglich der oben genannten Aspekte optimierten Querschnittsaufbaus für ein Sandwichelement sein. Dazu werden auf Grundlage umfangreicher theoretischer Vorüberlegungen hinsichtlich der Anforderungen und Randbedingungen zunächst 11 große Biegeversuche als Tastversuche (siehe auch Abschnitt 3.2.3) durchgeführt.

### 3.2.2 Anforderungen und Randbedingungen

Die beiden Tragschichten des Sandwichelementes sollen zur Reduktion des Eigengewichtes unter Einhaltung des Korrosionsschutzes möglichst dünn sein. Daneben sollen sie die gleiche Dicke aufweisen, um beispielsweise die Möglichkeit für eine Ausführung als Mehrfeldträger zu gewährleisten. Durch gleichdicke Tragschichten ergibt sich nach *Horstmann 2010* zusätzlich der Vorteil der Minimierung der Eigenspannungen, die durch das Positiv- oder Negativverfahren beim Herstellungsprozess in den Tragschichten entstehen können. Infolge der gewählten Ausführung besitzen die Tragschichten die gleichen Steifigkeiten und demnach werden die durch Schwindunterschieden verursachten gegenseitigen Verformungen minimiert.

Die gewählte Dicke und die Auswahl der Materialien für die Kernschicht sollen die bauphysikalischen Anforderungen für den Einsatz in Wohn- und Gewerbebauten zielsicher erfüllen, die durch die aktuelle *Energieeinsparverordnung* beispielsweise hinsichtlich des Wärmedurchgangskoeffizienten definiert werden. Neben den geometrischen und energetischen Anforderungen spielt die Auswahl der Verbundmittel und des Dämmstoffes für die Kernschicht eine entscheidende Rolle für das Last-Verformungs-Verhalten eines Sandwichelementes. Wie in Abschnitt 2.2 aufgezeigt, gibt es eine große Auswahl an Verbundmitteln und Dämmstoffen, die unterschiedlich kombiniert werden können.

Um Auswirkungen auf das Last-Verformungs-Verhalten von Sandwichelementen unter einer Biegebeanspruchung mit unterschiedlichen Dämmstoffeigenschaften, diversen Verbundmitteln sowie verschiedenen Querschnittshöhen zu untersuchen, wurden zunächst 4-Punkt-Biegeversuche mit dem im nachfolgenden Abschnitt 3.2.3 dargestellten Versuchsprogramm im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern durchgeführt.

### 3.2.3 Versuchsprogramm

Insgesamt wurden elf 4-Punkt-Biegeversuche an Sandwichelementen mit einer Stützweite von 3,80 m durchgeführt. Dabei wurden die Auswirkungen auf das Last-Verformungs-Verhalten unterschiedlicher Dämmstoffe (EPS und XPS) diverser Verbundmittel (Gitterträger, Schöck-Thermoanker und keine Anordnung von Verbundmitteln) sowie zwei verschiedener Kernschichtdicken (6 cm und 20 cm) untersucht.

Die einhüftigen Gitterträger sowie die Verbundmittel wurden über die Breite der Versuchskörper jeweils zweireihig angeordnet. In Längsrichtung hatten die Schöck-Thermoanker einen Abstand von 40 cm. Wie schon eingangs erwähnt, sollten die Tragschichten so dünn wie möglich und gleichdick sein, sodass sich gemäß DIN EN 1992-1-1/NA Abschnitt NA. 10.9.9 für Sandwichtafeln jeweils eine Höhe von 70 mm unter Einhaltung des Korrosionsschutzes ergab. Daneben erfüllte die Tragschichtdicke auch die Anforderung an die Mindestdicke für die zugelassenen und korrosionsbeständigen Verbundmittel der einzelnen Schichten. Bewehrt wurden die Tragschichten zentrisch jeweils mit Stabstahl \u00d810 der Stahlgüte B500B mit einem Achsabstand von 10 cm. Die Bewehrungsstäbe des Obergurtes und des Untergurtes der Gitterträger wurden in den Tragschichten anteilig berücksichtigt, sodass der Bewehrungsgrad in den Tragschichten in allen Versuchen gleich war. Die Höhe der Gitterträger wurde so gewählt, dass der Ober- und Untergurt wie die Bewehrung jeweils zentrisch in der Tragschicht angeordnet werden konnte. Damit ergab sich für den Fall einer 6 cm starken Kernschicht eine Höhe von 13 cm, während die Gitterträger im Falle einer 20 cm dicken Kernschicht eine Höhe von 27 cm aufwiesen. Die Durchmesser der Diagonalen der einhüftigen Gitterträger betrugen 9 mm (13 cm hoher Gitterträger) und 6 mm (27 cm hoher Gitterträger). Damit ergab sich für den kleineren Gitterträger eine relativ große Steifigkeit, während der hohe Gitterträger als vergleichsweise weich eingestuft werden kann. In Tab. 3.1 ist das Versuchsprogramm mit zusätzlichen Informationen zu den Versuchskörpern der Tastversuche übersichtlich dargestellt.



#### Tab. 3.1: Versuchsprogramm der Tastversuche

Die Versuchsbezeichnung (siehe auch Abschnitt 3.4.2) ergibt sich unter anderem aus der Breite der Versuchskörper in Zentimetern (60), dem Abstand zwischen der Lasteinleitung und dem Auflager in Zentimetern (95), der eingesetzten Dämmstoffart (E für EPS; X für XPS), der Dicke der Kernschicht in Millimetern (60 oder 200) sowie der eingesetzten Verbundmittelart (G für Gitterträger; S für Schöck Thermoanker).

### 3.2.4 Versuchsergebnisse

In Abb. 3.1 bis Abb. 3.4 sind die Momenten-Verformungs-Linien der 11 Tastversuche dargestellt. Da für jeden Versuchstyp innerhalb der Tastversuchsserie immer nur ein Versuchskörper hergestellt und geprüft wurde, lassen sich anhand dieser Ergebnisse allgemein keine fundierten Aussagen treffen. Trotzdem ist es möglich Tendenzen zu erkennen und Schlüsse, die eine spätere Auswahl hinsichtlich der Materialien und deren Kombination ermöglichen, aus den Ergebnissen zu ziehen. Damit kann ein geeigneter Querschnittsaufbau für Sandwichelemente unter einer vorwiegenden Biegebeanspruchung gewählt werden.

In den Momenten-Verformungs-Linien lässt sich sehr gut der Einfluss der Verbundmittel auf das Last-Verformungs-Verhalten von Sandwichelementen erkennen. Durch den Einsatz der Verbundmittel kann die Tragfähigkeit, aber auch die Steifigkeit im Gegensatz zu Versuchskörpern ohne Verbundmittel gesteigert werden. Interessant ist, dass die in Abb. 3.2 gezeigten Versuchskurven der Versuchskörper mit XPS als Dämmstoff im Vergleich zu den in Abb. 3.1 dargestellten Versuchskurven der Versuchskörper mit EPS als Dämmstoff, die jeweils eine Dicke von 6 cm aufwiesen, trotz der höheren Steifigkeit des Dämmstoffes früher abflachen. In diesem Fall versagte nicht der Dämmstoff an sich, sondern der Verbund zwischen den Dämmstoffplatten und der unteren Tragschicht. Im Fall von BV-60-I.95-X60 (schwarze durchgezogenen Linie in Abb. 3.2 keine Verbundmittel) führte das Versagen des Verbundes zu einem Lastabfall und einem plötzlichen Verformungssprung, sodass kurzzeitig in Folge der weggeregelter Steuerung der Kontakt zwischen Zylinder und Lasteinleitungskonstruktion verloren ging. Dieses Verhalten lässt sich durch die Anordnung auch der vergleichsweise wenig steifen stiftförmigen Verbundmittel effektiv verhindern.





Momenten-Verformungs-Linien der Tastversuche mit 6 cm dicken XPS-Dämmstoffplatten

Vergleicht man die Versuchskurven der Biegeversuche mit einer 20 cm starken Kernschicht (Abb. 3.3 und Abb. 3.4) wird deutlich, dass mit dem steiferen Dämmstoff XPS größere Traglasten erzielt werden können, sofern der Verbund zwischen Dämmstoffplatten und den Tragschichten ausreichend groß ist.







Abb. 3.4: Momenten-Verformungs-Linien der Tastversuche mit 20 cm dicken XPS-Dämmstoffplatten

Auffällig ist hier, dass bei den Versuchskörpern mit dem Dämmstoff aus EPS die Versuchskurve mit stiftförmigen Verbundmitteln früher abflacht, als die ohne Verbundmittel (vgl. durchgezogene und Strich-Punkt-Linie in Abb. 3.3). Grund hierfür ist erneut das Versagen des Verbundes zwischen den Dämmstoffplatten und der unteren Tragschicht. Nach diesem Versagen ist die Steifigkeit jedoch höher als die Steifigkeit des Versuches ohne Verbundmittel, nachdem dort der Dämmstoff oder der Verbund versagt haben. Der Einfluss der Verbundmittel auf die Gesamtsteifigkeit des Versuchskörpers ist also deutlich zu erkennen. Eine detaillierte Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens von Sandwichelementen unter einer vorwiegenden Biegebeanspruchung ist Bestandteil von Abschnitt 3.4.

# 3.2.5 Fazit der Tastversuche

Auf der Grundlage der durchgeführten Tastversuche konnte gezeigt werden, dass mit Sandwichelementen mit zwei 70 mm dicken, zentrisch bewehrten Stahlbetontragschichten große Tragfähigkeiten und hohe Biegesteifigkeiten erzielt werden können. Je steifer die Verbundmittel und je steifer der Dämmstoff, also mit steigender Steifigkeit der Kernschicht, umso größer sind die erreichbaren Steifigkeiten und Traglasten für die Sandwichelemente. Allerdings muss die Verbundfestigkeit zwischen Dämmstoff und dem Beton der Tragschichten immer größer sein als die Scherfestigkeit des Dämmstoffes alleine, um die Steifigkeit des Dämmstoffes vollständig ausnutzen zu können. Es wird immer die Anordnung von Verbundmittel empfohlen, um unter anderem ein Versagen und "Durchsacken" eines Bauteils wie im oben genannten Fall von Versuch BV-60-I.95-X60 effektiv zu verhindern.

Weiterhin konnte dargestellt werden, dass auch mit Schöck-Thermoankern als stiftförmige Verbundmittel, die gegenüber den Gitterträgern eine vergleichsweise geringe Steifigkeit besitzen, in Kombination mit einem relativ weichen Dämmstoff ausreichend große Traglasten in Verbindung mit einer hohen Steifigkeit der Sandwichelemente möglich sind. Somit können gleichzeitig normative Anforderungen hinsichtlich des Korrosionsschutzes und energetische Vorteile des Materials GFK gegenüber den Gitterträgern aus Stahl sowie wirtschaftliche Vorzüge eines Dämmstoffes aus expandiertem gegenüber extrudiertem Polystyrol genutzt werden.

Auch Anforderungen hinsichtlich der Duktilität und weitere Ansprüche wie eine einfache Herstellung sowie eine gute Wirtschaftlichkeit lassen sich mit dem gewählten Querschnittsaufbau erfüllen.



Abb. 3.5: Querschnittsaufbau für die Sandwichelemente auf Grundlage der Ergebnisse der Tastversuche

Auf der Grundlage der Tastversuche wird somit für die weiteren Untersuchungen von Sandwichelementen unter einer kurzzeitigen Schub- und Biegebeanspruchung der in Abb. 3.5 dargestellte Querschnittsaufbau gewählt.

Mit diesem gewählten Querschnittsaufbau liegen die im Folgenden genannten Parameter vor.

- Tragschichten:
  - o gleiche Dicke mit jeweils 7 cm,
  - o zentrisch bewehrt mit Betonstahl,
  - o normalfester Beton.
- Kernschicht:
  - o Dicke 20 cm,
  - o Dämmstoffplatten aus EPS,
  - o stiftförmige Verbundmittel aus GFK.

Wie oben schon erwähnt, kombiniert diese Wahl des Querschnittsaufbaus zahlreiche Vorteile. Daneben ist auch die Verbundfestigkeit zwischen den Dämmstoffplatten und dem Beton der Tragschichten ausreichend groß, um die Steifigkeit des Dämmstoffes in vollem Umfang ausnutzen zu können.

# 3.3 Materialeigenschaften des eingesetzten Dämmstoffes

### 3.3.1 Allgemeines

Auf Grundlage der Tastversuche (Abschnitt 3.2) kam für den Kern der mehrschichtigen Sandwichbauteile hauptsächlich expandiertes Polystyrol (EPS) als Dämmstoff zum Einsatz. Hierbei wurde die Dämmstoffplatte *JOMA EPS DEO 032 - 100*, die als Innendämmung von Decken oder Bodenplatten (oberseitig) unter Estrich ohne Schallschutzanforderungen eingesetzt werden darf und nach *Z-23.15-1421* zugelassen ist, des Herstellwerks "JOMA-Dämmstoffwerk GmbH" ausgewählt. Diese Dämmstoffplatte hat für EPS eine mittlere Druckfestigkeit und ist im Vergleich zu einem XPS ein relativ weiches Material.

In den Biege- und Schubversuchen an Sandwichelementen kamen insgesamt fünf unterschiedliche Chargen des Dämmstoffes zum Einsatz (E200J1, E200J2, E200J3, E200J4, E200J5). Diese variieren leicht in der Rohdichte und damit auch in den einzelnen für die spätere Bemessung maßgebenden Materialeigenschaften. Außerdem führten unterschiedliche Lagerungsbedingungen zu teilweise größeren Abweichungen im Materialverhalten. Die Bezeichnung der fünf Dämmstoffchargen E200J1 bis E200J5 ergibt sich anhand der Auswahl des Dämmstoffes (E für EPS), der Dicke des Dämmstoffes (d = 200 mm), des Herstellwerkes (J für "JOMA-Dämmstoffwerk GmbH") sowie der durchlaufenden Nummerierung 1-5 der jeweiligen Charge. Für jede der fünf Chargen wurden die Dichte, die einachsige Druckfestigkeit mit Bestimmung des Druck-Elastizitätsmoduls sowie die Scherfestigkeit mit dem zugehörigen Schubmodul ermittelt (vgl. Abschnitt 3.3.2 und 3.3.3).

Eine Übersicht aller bestimmten Materialeigenschaften für die unterschiedlichen Chargen des Dämmstoffs ist in Tab. 3.5 gegeben.

### 3.3.2 Bestimmung der Druckfestigkeit sowie des Elastizitätsmoduls

### 3.3.2.1 Allgemeines

Die Ermittlung der Druckfestigkeit sowie des Druck-Elastizitätsmoduls erfolgte auf Basis der *DIN EN 826* für jede der fünf eingesetzten Dämmstoffchargen.

### 3.3.2.2 Versuchsprogramm und Probekörperabmessungen

Nach *DIN EN 826* werden die Druckfestigkeit sowie der Druck-Elastizitätsmodul jeweils auf Grundlage von fünf Probekörpern bestimmt. Die Bezeichnung der einzelnen Probekörper orientiert sich an der Art der Prüfung (D für Druckprüfung), der jeweiligen Chargennummer (1-5) sowie der fortlaufenden Nummerierung der Probekörper (1-5). Damit ergeben sich beispielsweise für den Dämmstoff der Charge 1 (E200J1) die Probekörper D1-1 bis D1-5.

Die Dicke der Probekörper orientiert sich nach *DIN EN 826* an der Lieferdicke des Produkts. Außerdem sollen die Probekörper quaderförmig sein, wobei die Breite nicht kleiner als die Dicke der Probekörper sein darf. Zusätzlich muss der Querschnitt der Probekörper folgenden Maßen entsprechen:  $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ ,  $100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$ ,  $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm}$ ,  $200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$  oder  $300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ . Die eingesetzten Dämmstoffplatten haben eine Lieferdicke von 200 mm, sodass sich die Probekörper zu Würfeln mit einer Kantenlänge von 200 mm ergeben. Die Probekörper wurden mittels eines Glühdraht-Schneidegeräts zugeschnitten.



# 3.3.2.3 Versuchsaufbau

- 1 Lasteinleitung über Zylinder
- 2 Kalotte
- 3 Kraftmessdose
- 4 Lastverteilungsplatte
- 5 Probekörper
- 6 Induktive Wegaufnehmer

Abb. 3.6: Aufbau eines Druckversuchs am Beispiel von Versuch D1-3 (E200J1)

Die Probekörper wurden im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern in einem Vier-Säulen-Prüfrahmen mit einer maximalen Zylinderkraft des servohydraulischen Prüfzylinders von 630 kN geprüft. Der Einbau erfolgte zwischen zwei parallelen Stahlplatten. Über eine Lasteinleitungskonstruktion bestehend aus der Lasteinleitung über den Zylinder, einer Kalotte zur Zentrierung der Kraft, einer Kraftmessdose und einer Lastverteilungsplatte wurde die Zylinderkraft vollflächig auf den Probekörper aufgebracht. Der Aufbau eines Druckversuches ist in Abb. 3.6 exemplarisch dargestellt.

# 3.3.2.4 Messtechnik

Kraft und Weg des servohydraulischen Zylinders, die Werte der Kraftmessdose sowie die Werte der eingesetzten induktiven Wegaufnehmer zur Aufnahme der vertikalen Verformungen der Probekörper wurden digital aufgezeichnet. Die Positionen der Wegaufnehmer und der Kraftmessdose sind in Abb. 3.6 dargestellt. Die Messlänge der Wegaufnehmer betrug jeweils  $\pm$  20 mm.

# 3.3.2.5 Versuchsablauf

Mithilfe einer 3 mm starken Stahlplatte wurde die normierte Vorlast von 250 Pa auf den Probekörper aufgebracht (*DIN EN 826*). Die vorgeschriebene weggeregelte Vorschubgeschwindigkeit nach *DIN EN 826* beträgt 0,1 *d*, wobei *d* der Dicke des Probekörpers in Millimetern entspricht. Damit ergibt sich die Belastungsgeschwindigkeit zu 20 mm/min. Während des Versuchs wurde die Kraft-Verformungs-Kurve aufgezeichnet. Nachdem die gemessene Verformung der Probekörper eine Stauchung von über 20 mm also über 10 % im Vergleich zur Ausgangshöhe von 200 mm erreicht hatte, wurde der Versuch beendet.

# 3.3.2.6 Versuchsergebnisse

Die Druckspannungen  $\sigma_{10}$  bei 10 % Stauchung der Probekörper wurden nach Gleichung (2.58) unter Berücksichtigung der gemessenen Kraft *F* sowie der Länge *I* und der Breite *b* der Probekörper bestimmt.



Abb. 3.7: Grafische Bestimmung des Druck-Elastizitätsmoduls am Beispiel von Probekörper D1-4 (E200J1)

Auf Grundlage der im Versuch aufgezeichneten Kraft-Verformungs-Linie konnte der Druck-Elastizitätsmodul *E* anhand des Verhältnisses der Druckspannung zur zugehörigen Stauchung unterhalb der Proportionalitätsgrenze im linearen Bereich der aufgezeichneten Versuchskurve nach Gleichung (2.59) bestimmt werden. Beispielhaft ist die

grafische Bestimmung des Elastizitätsmoduls nach *DIN EN 826* (siehe auch Abschnitt 2.5.4.4) in Abb. 3.7 für Versuch D1-4 der Dämmstoffcharge E200J1 aufgezeigt.

In Abb. 3.8 und Abb. 3.9 sind die Ergebnisse der mittleren Druckfestigkeit  $\sigma_{10}$  bei 10 % Stauchung sowie die ermittelten Druck-Elastizitätsmodule *E* für jede Dämmcharge mit der Darstellung der empirischen Standardabweichung dargestellt. Während die Druckfestigkeit für die unterschiedlichen Chargen alle in einem Bereich liegen sowie insgesamt nur sehr wenig streuen, weichen die bestimmten mittleren E-Module der Chargen E200J2 und E200J5 erheblich von den drei weiteren Dämmchargen ab.



Dämmcharge

- Abb. 3.8: Mittlere Druckspannung  $\sigma_{10}$  bei Abb. 3.9: 10 % Stauchung der einzelnen Dämmstoffchargen mit Darstellung der empirischen Standardabweichung
- Mittlerer Druck-Elastizitätsmodul *E* der einzelnen Dämmstoffchargen mit Darstellung der empirischen Standardabweichung

Wie in Abb. 3.8 und Abb. 3.9 zu erkennen liegen die Werte der mittleren Druckspannungen bei allen fünf Dammstoffchargen in einem Bereich zwischen 105 kN/m<sup>2</sup> und 115 kN/m<sup>2</sup>, während die mittleren E-Module der Chargen E200J2 und E200J5 nur ungefähr die Hälfte der ermittelten Werte für die drei übrigen Chargen erreichten. Die laut Datenblatt *JOMA EPS DEO 032 - 100* angegebenen Werte für die Druckfestigkeit bei 10 % Stauchung und 2 % Stauchung werden allerdings von allen Dämmstoffchargen erreicht. Die Streuungen können zum Teil durch die unterschiedliche Art der Lagerung, die Dämmstoffplatten wurden teilweise im überdachten Außenbereich gelagert und waren so nicht gänzlich vor der Witterung geschützt, erklärt werden. Da, wie oben erläutert, die Mindestwerte für die Druckspannungen eingehalten werden, wird im Rahmen dieser Arbeit nicht näher auf die Streuung des mittleren Druck-Elastizitäts-Moduls der einzelnen Dämmstoffchargen eingegangen.

In Abb. 3.10 und Abb. 3.11 sind Kraft-Verformungs-Kurven der jeweils fünf Probekörper beispielhaft für die beiden Dämmstoffchargen E200J3 (mit einem vergleichsweise hohen E-Modul) und E200J5 (mit einem relativ geringen E-Modul) dargestellt. Die Diagramme aller weiteren Versuchsreihen sind angefügt im Anhang A.1.1. Die Verläufe passen alle zu den im Abschnitt 2.5.4.2 (Abb. 2.15) vorgestellten Spannungs-Dehnungs-Kurven eines Polystyrol-Schaumstoffes. Für die gewählten Abmessungen der Probekörper von 200 mm x 200 mm x 200 mm ergibt sich ab einer Kraft von 4,0 kN bei einer Stauchung von 20 mm der nach Datenblatt angegebene Wert für die Druckspannung von mehr als 100 kPa. Zur besseren Übersicht sind die beiden Größen  $F_{10}$  und  $X_{10}$  in den Kraft-Verformungs-Diagrammen entsprechend dargestellt.



Aus Abb. 3.10 und Abb. 3.11 wird ersichtlich, dass die Kraft-Verformungs-Beziehungen der Probekörper einer Charge nahezu identisch verlaufen, während die Kraft-Verformungs-Beziehungen der beiden unterschiedlichen Chargen deutlich voneinander abweichen. Die Kraft-Verformungs-Beziehungen der Probekörper von Charge 3 verlaufen anfangs sehr steil und ab einer Kraft von ca. 3,5 kN relativ flach, dahingegen ist der Verlauf der Kurven der Probekörper aus Charge 5 anfangs deutlich flacher und die Kurven knicken schon bei einer Kraft von ca. 1,5 kN ab. Im Gegensatz zu Charge drei verläuft der zweite Teil der Kurve aber deutlich steiler, sodass auch für Charge fünf die nach Datenblatt *JOMA EPS DEO 032 - 100* angegebenen Mindestwerte der aufnehmbaren Druckspannungen erreicht werden.

In Abschnitt 3.3.4 sind die Ergebnisse der Versuche in Tab. 3.5 in einer Übersicht der bestimmten Materialparameter zusammengefasst.

### 3.3.3 Ermittlung der Scherfestigkeit sowie des Schubmoduls

### 3.3.3.1 Allgemeines

Zur Ermittlung der Scherfestigkeit sowie des Schubmoduls der unterschiedlichen Dämmstoffchargen wurden die Dämmstoffplatten mithilfe einer von *Cusnick 2018* entworfenen Versuchsvorrichtung am sogenannten Doppelprobekörper in Anlehnung an den Versuchsaufbau der *DIN EN 12090* geprüft (Abb. 3.14). Wie im folgenden Abschnitt 3.3.3.2 erläutert, mussten die in der *DIN EN 12090* genannten Abmessungen zur Prüfung der oben genannten Dämmstoffkennwerte entsprechend der Dämmstoffdicke angepasst werden.

#### 3.3.3.2 Versuchsprogramm und Probekörperabmessungen

Wie in *DIN EN 12090* vorgeschrieben, wurde von jeder Dämmstoffcharge die Scherfestigkeit sowie der Schubmodul in der Regel anhand von fünf Probekörpern bestimmt. Die Bezeichnung der einzelnen Probekörper orientiert sich an der Art der Prüfung (SM für Scher- und Schubmodulprüfung), der jeweiligen Chargennummer (1-5) sowie der fortlaufenden Nummerierung der Probekörper (1-5). Damit ergibt sich beispielsweise für den Dämmstoff der Charge 1 (E200J1) die Bezeichnung der Probekörper SM1-1 bis SM1-5.

Da die Plattendicke von 200 mm den zulässigen Höchstwert von 50 mm aus der *DIN EN 12090* um ein Vielfaches übersteigt (vgl. Abschnitt 2.5.4.5), muss die Grundfläche der Dämmstoffplatten angepasst werden, um unter anderem die Einflüsse der Zugspannungen senkrecht zur Belastungsrichtung infolge eines aus der Schubkraft und Dämmungsdicke resultierenden Momentes zu minimieren. Theoretische und praktische Untersuchungen von *Müller 2015* und *Cusnick 2018* ergeben die in Tab. 3.2 dargestellten Abmessungen zur Ermittlung der Scherfestigkeit sowie des Schubmoduls von Dämmstoffen für einen Einzelprobekörper (*Müller 2015*) und einen Doppelprobekörper (*Cusnick 2018*). Betrachtet man die in der Norm genannten Abmessungen für die Länge und Breite der Probekörper als ein Vielfaches der maximal zulässigen Dämmstoffdicke von 50 mm, lassen sich die jeweils von *Müller 2015* und *Cusnick 2018* vorgeschlagenen Abmessungen leicht ableiten.

Tab. 3.2: Abmessungen der Dämmstoffplatten zur Ermittlung der Scherfestigkeit sowie des Schubmoduls nach *DIN EN 12090* und *Müller 2015* am Einzelprobekörper sowie nach *DIN EN 12090* und *Cusnick 2018* am Doppelprobekörper

	Einzelpro	bekörper	Doppelprobekörper		
Abmessungen	DIN EN 12090	Müller 2015	DIN EN 12090	Cusnick 2018	
Dicke d	d	d	d	d	
Länge /	250 mm	5∙d	200 mm	4·d	
Breite b	50 mm	50 mm	100 mm	2·d	

Da die Angaben der Abmessungen von *Müller 2015* nur aufgrund theoretischer Überlegungen anhand von rechnerischen Untersuchungen basieren, wird für die Ermittlung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls der fünf Dämmstoffchargen auf die in der Praxis schon erprobten Abmessungen von *Cusnick 2018* zurückgegriffen. Diese gewählten Abmessungen stehen auch im Einklang mit den Angaben in *Fouad 2013*. Für eine Dämmstoffplattendicke von 200 mm ergeben sich damit jeweils eine Länge von 800 mm und eine Breite von 400 mm der Dämmstoffplatten für den Doppelprobekörper (vgl. Spalte 2 in Tab. 3.3). Von diesen Abmessungen wurde lediglich bei der 2. Charge (E200J2) abgewichen, da bei dieser Charge nach der Herstellung der Biegeversuchskörper im Fertigteilwerk nur noch schmale Reststücke der Dämmstoffplatten vorhanden waren. Anstatt einer Breite von 400 mm waren die Platten lediglich 200 mm breit (vgl. Spalte 3 in Tab. 3.3).

Tab. 3.3: Abmessungen der Dämmstoffplatten im Doppelprobekörper zur Ermittlung der Scherfestigkeit sowie des Schubmoduls

	Abmessungen - normal	Abmessungen - schmal
Dicke d	<i>d</i> = 200 mm	<i>d</i> = 200 mm
Länge /	4· <i>d</i> = 800 mm	4· <i>d</i> = 800 mm
Breite b	2· <i>d</i> = 400 mm	<i>d</i> = 200 mm

Um die Ergebnisse der zweiten Charge mit den Ergebnissen der übrigen Chargen zu vergleichen, wurden von der ersten Charge sowohl jeweils fünf Doppelprobekörper mit Dämmstoffplatten mit den normalen Abmessungen als auch Dämmstoffplatten mit den schmalen Abmessungen hergestellt und geprüft.

Abweichend von den übrigen Chargen wurden für die dritte Charge (E200J3) aufgrund nicht ausreichender Dämmstoffplatten nur drei Doppelprobekörper hergestellt und geprüft.

# 3.3.3.3 Herstellung der Doppelprobekörper

Die Anfertigung der Doppelprobekörper erfolgte in mehreren Schritten. Zunächst wurden die Dämmstoffplatten mithilfe eines Glühdraht-Schneidegeräts alle auf eine Länge von 800 mm und eine Breite von 400 mm beziehungsweise 200 mm aus den Dämmstoffplatten zugeschnitten. Demnach entspricht die Dicke *d* des halben Doppelprobekörpers immer der Lieferdicke des Dämmstoffes, in diesem Fall jeweils 200 mm. Nach dem Zuschneiden der Dämmstoffplatten wurden die Multiplexplatten für die Seitenund das Mittelholz (vgl. Abb. 3.14) zum Aufbringen des Klebstoffs entsprechend vorbereitet und zur späteren Befestigung an der Prüfvorrichtung und der Lasteinleitungskonstruktion vorgebohrt.



Abb. 3.12: Multiplexplatte mit grob aufgebrachtem Klebstoff aus Andres 2015



Abb. 3.13: Multiplexplatte mit durch einen Zahnspachtel vollflächig und gleichmäßig verteilter Klebstoffschicht aus Andres 2015

Als Klebstoff kam ein Spezial-PU-Klebstoff zum Einsatz, der mittels eines Zahnspachtels gleichmäßig und vollflächig über die gesamte Klebefläche verteilt wurde (Abb. 3.12 und Abb. 3.13). Daraufhin wurde die Dämmstoffplatte aufgelegt, mittels der zuvor angezeichneten Markierungen ausgerichtet und anschließend mithilfe von Gewichten auf einer weiteren Multiplexplatte flächig beschwert. Nach einer 30-minütigen Belastungszeit, die laut Anwendungshinweis einzuhalten ist, ist der Klebstoff erhärtet, sodass mit der nächsten Klebstoffschicht des Doppelprobekörpers fortgefahren werden konnte.

#### 3.3.3.4 Versuchsaufbau

Die Probekörper wurden im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern in einem Zwei-Säulen-Prüfrahmen mit einer maximalen Zylinderkraft von 250 kN des servohydraulischen Prüfzylinders belastet. Mithilfe einer Lasteinleitungskonstruktion bestehend aus der Lasteinleitung über den Zylinder, einer Gewindestange, einer Stahlaufsatzkonstruktion, einer Kalotte zur Zentrierung der Kraft und einer Kraftmessdose wurde die Zylinderkraft als Zugkraft auf die mittlere bewegliche Multiplexplatte des Probekörpers aufgebracht. Die seitlichen Multiplexplatten sind fest mit der Haltevorrichtung aus Metall, die ihrerseits im Spannfeld verankert ist, verschraubt. Der Aufbau eines Scherversuchs ist in Abb. 3.14 dargestellt.



- 1 Lasteinleitungskonstruktion
- 2 Multiplexplatte als Mittelholz zum Aufbringen der Kraft
- 3 Probekörper
- 4 Klebstoff bzw. Klebefugen
- 5 Multiplexplatten als Seitenhölzer
- 6 Haltevorrichtung aus Metall
- 7 Induktiver Wegaufnehmer
- a Kalotte
- b Kraftmessdose
- c Stahlplatten

Abb. 3.14: Aufbau eines Scherversuchs in Anlehnung an *DIN EN 12090* exemplarisch gezeigt an Probekörper SM5-5

#### 3.3.3.5 Messtechnik

Kraft und Weg des servohydraulischen Zylinders, die Werte der Kraftmessdose sowie die Daten der beiden eingesetzten induktiven Wegaufnehmer zur Aufnahme der vertikalen Verformungen der Probekörper wurden digital aufgezeichnet. Die Anordnung der beiden Wegaufnehmer und die Position der Kraftmessdose sind in Abb. 3.14 dargestellt. Die Messlänge der Wegaufnehmer betrug jeweils ± 25 mm.

### 3.3.3.6 Versuchsablauf

Die nach *DIN EN 12090* vorgeschriebene Vorschubgeschwindigkeit in vertikaler Richtung von 3 mm/min wurde auf die bewegliche Haltevorrichtung aufgebracht und blieb bis zum Versagen der Dämmstoffplatten konstant. Während des Versuchs wurde die Kraft-Verformungs-Kurve aufgezeichnet.

### 3.3.3.7 Versuchsergebnisse

#### Versagensarten

Die Probekörper versagten überwiegend durch einen Längsriss parallel zur Kraftrichtung oder durch einen diagonal zur Kraftrichtung verlaufenden Schubriss in der Dämmstoffplatte (Abb. 3.15 und Abb. 3.16). Der Längsriss tritt in der Regel in einer der beiden Dämmstoffplatten in unmittelbarer Nähe der Fuge zum Mittelholz auf. Nach dem Versagen der Probekörper wurden die Probekörper ausgebaut, um die Dämmstoffplatten händisch entlang des aufgetretenen Risses zu trennen. Daraufhin wurde geprüft, ob der Dämmstoff versagt hat oder die Klebstofffuge für das Versagen maßgebend war. Anhand der visuellen Kontrolle konnte festgestellt werden, dass der Riss durch den Dämmstoff verläuft und damit nicht zwischen Dämmstoff und Klebstoff oder zwischen Klebstoff und Multiplexplatte (Abb. 3.15 und Abb. 3.16), sodass die Ergebnisse nach *DIN EN 12090* für die Auswertung herangezogen werden dürfen. Die Art des Versagens der Probekörper wurde dokumentiert und die aufgetrennten Probekörper wurden anschließend fotografiert. Die Versagensbilder und -arten aller Probekörper sind in Anhang A.1.2 dargestellt.



Abb. 3.15: Längsriss als typische Versagensart der Scherversuche am Doppelprobekörper am Beispiel des Probekörpers SM1-3



Abb. 3.16: Schubriss als typische Versagensart der Scherversuche am Doppelprobekörper am Beispiel des Probekörpers SM3-2

#### Ermittlung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls

Nach DIN EN 12090 lassen sich anhand der gemessenen Kräfte und der auftretenden Verformungen die Scherfestigkeit sowie der Schubmodul bestimmen. Die Scherfestigkeiten 7 der Doppelprobekörper wurden nach Gleichung (2.61) unter Berücksichtigung der gemessenen Kraft Fsowie der Länge / und der Breite b der Probekörper bestimmt. Auf Grundlage der im Versuch aufgezeichneten Kraft-Verformungs-Kurve soll der Schubmodul G<sub>D</sub> anhand des Verhältnisses der Kraft Fzur zugehörigen vertikalen Verformung unterhalb der Proportionalitätsgrenze im linearen Bereich der Versuchskurve nach Gleichung (2.62) bestimmt werden. Der lineare Teil der Kraft-Verformungs-Kurve lässt sich bei den Versuchskurven jedoch nicht eindeutig abgrenzen, da die Kurven in der Regel bei fast allen Versuchen schon von Beginn an nicht linear verlaufen und mit zunehmender Belastung immer weiter abflachen. Deshalb wurde bei jedem Versuchskörper aus der Kraft-Verformungs-Kurve eher ein Null-Punkt-Tangentenmodul bestimmt. Dieser lässt sich anhand der Anfangssteigung der Versuchskurve ablesen.



Ermittlung der Scherspannung sowie des Schubmoduls an Probekörpern mit schmalen Abmessungen (siehe Tab. 3.3 und Abschnitt 3.3.3.2)

Abb. 3.17: Mittlere Scherspannung r der ein- Abb. 3.18: Mittlerer Schubmodul G der einzel-Dämmstoffchargen zelnen mit Darstellung der empirischen Standardabweichung

nen Dämmstoffchargen mit Darstellung der empirischen Standardabweichung

In Abb. 3.17 und Abb. 3.18 sind die Ergebnisse der mittleren Scherfestigkeit *t* sowie die ermittelten Schubmodule G<sub>D</sub> für jede Dämmstoffcharge mit der Darstellung der empirischen Standardabweichung abgebildet.

Während die Scherfestigkeiten für die unterschiedlichen Chargen alle in einem Bereich zwischen 73.4 kN/m<sup>2</sup> und 95.5 kN/m<sup>2</sup> liegen, streuen die ermittelten mittleren Schubmodule der Doppelprobekörper mit normalen Abmessungen zwischen 2.900 kN/m<sup>2</sup> und 3.935 kN/m<sup>2</sup>.

Auffällig ist, dass bei den geprüften Probekörpern mit den normalen Abmessungen (siehe Tab. 3.3) die Dämmstoffcharge mit der niedrigsten mittleren Scherfestigkeit den höchsten mittleren Schubmodul aufweist (E200J4). Umgekehrt hat die Dämmstoffcharge E200J5 die höchste mittlere Scherfestigkeit, aber den geringsten mittleren Schubmodul.

In Abb. 3.19 und Abb. 3.20 sind beispielhaft die Kraft-Verformungskurven der ersten Charge für die normalen (E200J1) und die schmalen Abmessungen (E200J1\*) der Doppelprobekörper dargestellt. Im Anhang A.1.2 (siehe S.218) dieser Arbeit sind die Diagramme aller weiteren Dämmstoffchargen angefügt.



Ermittlung der Scherspannung sowie dies Schubmoduls an Probekörpern mit schmalen Abmessungen (siehe Tab. 3.3 und Abschnitt 3.3.3.2)

Abb. 3.19: Kraft aufgetragen über die Verfor- Abb. 3.20: Kraft aufgetragen über die Verformung der Probekörper aus Dämmstoffcharge E200J1

mung der Probekörper aus Dämmstoffcharge E200J1\*

Wie schon in Abschnitt 3.3.3.2 erwähnt wurden von der ersten Charge sowohl Doppelprobekörper mit den normalen als auch mit den schmalen Abmessungen hergestellt und geprüft, um Referenzwerte für die zweite Charge, bei der nur Doppelprobekörper mit den schmalen Abmessungen hergestellt und geprüft werden konnten, zu erhalten. Die Ergebnisse der drei Versuchsserien sind in Tab. 3.4 zusammenfassend dargestellt.

Charge	Probekör- per	Maximal- kraft	Mittelwert	Scherfes- tigkeit	Mittelwert	Schubmo- dul	Mittelwert
		[kN]	[kN]	[kN/m²]	[kN/m²]	[kN/m²]	[kN/m²]
E200J1	SM1-1	46,68		72,94	80,67	3.681	3.390
	SM1-2	50,34	51,63	78,66		3.558	
	SM1-3	53,55		83,67		3.227	
	SM1-4	54,52		85,18		3.065	
	SM1-5	53,06		82,91		3.420	
E200J1*	SM1-1*	28,38	28,08	88,69	87,74	3.110	2.985
	SM1-2*	27,64		86,38		2.956	
	SM1-3*	27,63		86,34		3.057	
	SM1-4*	28,78		89,94		2.907	
	SM1-5*	27,95		87,34		2.905	
E200J2*	SM2-1*	21,07 <sup>1</sup>	27,65	65,84 <sup>1</sup>	84,34	2.842	2.755
	SM2-2*	27,05		84,53		2.760	
	SM2-3*	26,53		82,91		2.567	
	SM2-4*	27,39		85,59		2.845	
	SM2-5*	29,62		92,56		3.401 <sup>1</sup>	
<sup>1</sup> Probe ausgeschlossen							

Tab. 3.4: Übersicht der Ergebnisse der ersten und zweiten Dämmstoffcharge mit Doppelprobekörpern mit normalen und schmalen Abmessungen

Die beiden Probekörper SM2-1\* und SM2-5\* wurden bei der Ermittlung der mittleren Scherfestigkeit und des mittleren Schubmoduls ausgeschlossen. Während beim Probekörper SM2-1 eine der Klebstoffschichten (siehe Abb. A.14, S. 222) vorzeitig versagte, sodass eine deutlich geringere Kraft im Vergleich zu den weiteren Probekörpern gemessen wurde, verklemmte sich bei Probekörper SM2-5\* zu Beginn des Versuchs ein Teil der Lasteinleitung, sodass sich eine größere Steigung im linearen Bereich der Versuchskurve ergab und damit ein theoretisch höherer, aber falscher Schubmodul.

Die mittlere Scherfestigkeit der Charge E200J1 der Probekörper mit normalen Abmessungen beträgt nur 91,9 % der mittleren Scherfestigkeit der Probekörper der Charge E200J1\* mit den schmalen Abmessungen. Dagegen ergeben sich für den mittleren Schubmodul der Charge E200J1 ein um 13,6 % höherer mittlerer Schubmodul als für die Charge E200J1\*. Durch den Vergleich der normalen und schmalen Abmessungen der Dämmstoffcharge E200J1 und E200J1\* können die Ergebnisse der Charge E200J2\* für die nur noch Doppelprobekörper mit den schmalen Abmessungen hergestellt und geprüft werden konnten, auf die normalen Abmessungen umgerechnet werden. Die ermittelten Werte sind in Tab. 3.5 dargestellt.

# 3.3.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

In Tab. 3.5 sind neben der nach *DIN EN 1602* ermittelten Dichte die Ergebnisse der Druck- und Scherversuche zur Ermittlung der in Abschnitt 3.3.2 sowie Abschnitt 3.3.3 genannten Materialkennwerte zusammenfassend dargestellt. Hierzu wurden die Werte der zweiten Charge, für die die Scherfestigkeit und der Schubmodul nur mit den schmalen Abmessungen bestimmt werden konnten, anhand der ersten Charge, für die sowohl für die schmalen als auch für die normalen Abmessungen die Scherfestigkeit sowie der Schubmodul bestimmt wurden, umgerechnet.

Charge	Dichte	Druckspan- nung	Druck-Elastizi- tätsmodul	Scherfestigkeit	Schubmodul	
	ρ	$\sigma_{_{10}}$	E <sub>D</sub>	T <sub>D</sub>	$G_{ m D}$	
	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kN/m²]	[kN/m²]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m²]	
E200J1	19,35	105,1	5.060	80,7	3.390	
E200J2	21,25	108,1	2.710	77,5 <sup>1</sup>	3.130 <sup>1</sup>	
E200J3	22,15	115,0	5.985	86,4	3.545	
E200J4	20,25	115,0	6.100	73,4	3.935	
E200J5	24,30	114,5	2.885	95,5	2.900	
<sup>1</sup> Die Werte für die zweite Charge wurden anhand der Versuchsergebnisse der ersten Charge auf die normalen Abmes- sungen umgerechnet						

Tab. 3.5: Übersicht der bestimmten Materialparameter für die fünf Dämmstoffchargen

In Abb. 3.21 und Abb. 3.22 sind die Druckspannungen  $\sigma_{10}$  bei 10 % Stauchung und die Scherfestigkeiten *t* sowie die Druck-Elastizitätsmodule E<sub>D</sub> und die Schubmodule G<sub>D</sub> der einzelnen Dämmstoffchargen grafisch gegenübergestellt.



Druckspannung Scherfestigkeit

Abb. 3.21: Mittlere Druckspannung  $\sigma_{10}$  bei Abb. 3.22: Mittlerer Druck-Elastizitätsmodul E 10 % Stauchung sowie mittlere Scherfestigkeit r der einzelnen Dämmstoffchargen



E-Modul Schubmodul



Die Auswirkung unterschiedlicher Elastizitätsmodule ist nur gering (siehe auch Ergebnisse der Messung der Zusammendrückbarkeit des Kerns in Abschnitt 3.4.9.5), da die Verformungen in Dickenrichtung bis zum Erreichen der maximalen Traglast vernachlässigbar klein sind.

#### 3.3.5 Kritische Betrachtung für die Bestimmung des Schubmoduls gemäß **DIN EN 12090**

Der Schubmodul G<sub>D</sub> wird gemäß DIN EN 12090 aus dem "Verhältnis der Scherspannung zur zugehörigen relativen Verformung unterhalb der Proportionalitätsgrenze bei linearer Abhängigkeit" berechnet. Ein lineares Last-Verformungs-Verhalten konnte in den Versuchen an expandiertem Polystyrol (vgl. Abschnitt 3.3.3 sowie die dargestellten Versuchskurven im Anhang A.1.2) und nach Müller 2015 auch bei extrudiertem Polystyrol (XPS) nicht beobachtet werden. Die Versuchskurven werden in der Regel von Beginn an mit steigender Last kontinuierlich flacher bis hin zu großen Verformungen vor dem Versagen des Dämmstoffes. Der Schubmodul GD lässt sich nach

DIN EN 12090 somit nicht eindeutig ermitteln und entspricht eher einem Nullpunkttangentenmodul. Mit diesem Tangenten-Schubmodul wird die Steifigkeit des Dämmstoffes schon bei kleinen Verformungen zum Teil erheblich überschätzt. In Abschnitt 4.3 wird deshalb gesondert auf die Bestimmung des Schubmoduls eingegangen und ein eigener Ansatz zur Ermittlung des Schubmoduls für einen Dämmstoff vorgestellt. Dieser Ansatz lässt eine realitätsnahe Beschreibung der tatsächlichen Steifigkeit in Form des Schubmoduls zu.

# 3.4 Biegeversuche an Sandwichelementen

### 3.4.1 Allgemeines

Wie in Abschnitt 3.1 schon erwähnt, wurde das Trag- und Verformungsverhaltens von Sandwichelementen in umfangreiche Versuchen unter einer Biegebeanspruchung untersucht. Aufbauend auf den in Abschnitt 3.2 vorgestellten Tastversuchen, in denen verschiedene Dämmstoffarten und Dämmstoffdicken sowie unterschiedliche Verbundmittel geprüft wurden, wurden im Folgenden eine Reihe von Versuchen zur Verifikation unterschiedlicher Parameter durchgeführt. Eine detaillierte Aufstellung der untersuchten Parameter wird im folgenden Abschnitt 3.4.2 gegeben.

### 3.4.2 Versuchsprogramm

Insgesamt wurden 47 Bauteilversuche an Sandwichelementen unter einer Biegebeanspruchung im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern durchgeführt. Zu jeder Versuchskonstellation wurden jeweils drei gleichartige Versuchskörper hergestellt und geprüft. Eine Übersicht der durchgeführten Biegeversuche mit der Darstellung der geprüften Versuchsparameter ist in Tab. 3.6 aufgezeigt.

In Abb. 3.23 ist der Querschnitt der untersuchten Sandwichelemente dargestellt. Zwei 7 cm starke Stahlbetontragschichten begrenzen eine 20 cm dicke Dämmstoffschicht. Als Verbundmittel kamen glasfaserverstärkte Kunststoffstäbe zum Einsatz, während für die Dämmstoffplatten überwiegend, wie schon in Abschnitt 3.3 beschrieben, expandiertes Polystyrol (EPS) ausgewählt wurde.



Abb. 3.23: Querschnitt der Sandwichelemente für die Biegeversuche mit Anordnung der Verbundmittel (siehe auch Tab. 3.7)

Ein maßgebender Untersuchungsparameter ist die unterschiedliche Verteilung der stiftförmigen Verbundmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff in Längsrichtung des

Versuchskörpers auf das Last-Verformungs-Verhalten der Sandwichelemente mit dem oben beschriebenen Querschnittsaufbau. Es wurden dazu insgesamt die in Abb. 3.24 dargestellten vier verschiedenen Varianten für die Verteilung der Verbundmittel untersucht. Wie in Abb. 3.24 zu ersehen ist, umfassten die Verteilungen sowohl die klassischen konstanten Verteilungen von Verbundmitteln mit der Variante C mit Verbundmitteln alle 70 cm, der Variante B mit Verbundmitteln alle 45 cm bis hin zur Variante D mit Verbundmitteln alle 20 cm als auch eine statisch optimierte Verteilung mit Variante A mit einem zum Auflager hin enger werdenden Abstand der Verbundmittel. Über die Breite der Versuchskörper, die 50 oder 60 cm betrug (siehe auch Tab. 3.7 und Abschnitt 3.4.3), wurden die Verbundmittel wie in den Tastversuchen immer zweireihig angeordnet.



Abb. 3.24: Unterschiedliche Varianten für die Verteilung der Verbundmittel in Längsrichtung der Versuchskörper

Zu den vier unterschiedlichen Verteilungen der Verbundmittel (Varianten A – D) wurden zusätzliche Versuchsparameter festgelegt. Damit konnte der Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten von Sandwichelementen infolge:

- unterschiedlicher Durchmesser der Verbundmittel,
- Dämmstoffplatten aus EPS oder XPS mit diversen Steifigkeiten,
- einer Längsfuge in den Dämmstoffplatten,
- unterschiedlichem Moment- zu Querkraft-Verhältnis,
- eines 4-Punkt-Biegeversuchs (4-PBV) oder 6-Punkt-Biegeversuchs (6-PBV) sowie
- einer Trennfolie zwischen den Tragschichten und den Dämmstoffplatten

untersucht werden. Diese einzelnen Versuchsparameter wurden unterschiedlich kombiniert, um ein möglichst breites Spektrum an denkbaren Kombinationen abzudecken. Insgesamt ergibt sich damit das in Tab. 3.6 dargestellte Versuchsprogramm.
Variante	Durchmesser Ver- bundmittel		Dämr	nstoff	Sys	tem	Trennfo-	M/V-Ver-	Längs-
vanante	12 mm	20 mm	EPS	XPS	4-PBV	6-PBV	lie	hältnis	fuge
٨	Х		Х		Х				
A	Х			Х	Х				
	Х		х		х				
В	Х			х	х				
	Х				х				Х
	Х		Х		х				
	х		х		х		х		
	Х		х		х			х	
C	Х		х			х			
C	х		х			х	х		
		х	Х		х				
		х	Х			х			
		х	Х			Х	х		
	Х				х				
D	х				х		х		
	Х				Х			Х	
Kurzbe- zeich- nung	-S12	-S20	-E1	-X	-I.	-11.	-F	-	-
<sup>1</sup> Da bis schied	auf wenige A	usnahmen El en des einges	PS verwende setzten Dämr	et wurde, ent mstoffes ist Ir	fällt die Beze nhalt von Tab	ichnung in d . 3.10.	er Regel. Die	Zuordnung o	ler unter

Tab. 3.6: Versuchsprogramm der Biegeversuche an Sandwichelementen

In Tab. 3.7 sind weitere Informationen zum System, der Geometrie sowie Details zu den eingesetzten Verbundmitteln für die Biegeversuche an Sandwichelementen übersichtlich aufgeführt. Anhand dieser beiden Tabellen (Tab. 3.6 und Tab. 3.7) lässt sich auch die definierte Versuchsbezeichnung mithilfe von Abb. 3.25 aufschlüsseln.



Wird nur für Versuchskörper mit Därmstoffplatten aus XPS erwähnt, da alle anderen Versuchskörper mit Därmstoffplatten aus EPS hergestellt wurden, die sich lediglich in der Charge unterschieden. Die Zuordnung der Versuchskörper zu den einzelnen Chargen kann Tab. 3.10 entnommen werden.

Abb. 3.25: Aufschlüsselung der definierten Versuchsbezeichnung

Zusätzlich zu der in Abb. 3.25 gezeigten Versuchsbezeichnung wurden die drei Versuchskörper je unterschiedlicher Versuchskonstellation mit den Ziffern 1 - 3 durchnummeriert.

		System / Geometrie Verbundmittel						ttel		
Versuchskörper	Länge der Ver- suchskörper	Stützweite	Überhang am Auflager	Abstand Auflager – Lasteinleitung <sup>1</sup>	Breite der Ver- suchskörper	Durchmesser	Anzahl absolut	Anzahl pro Quadratmeter	Abstand in Quer- richtung <sup>2</sup>	Randabstand in Querrichtung <sup>2</sup>
-	Iges	<i>l</i> eff	С	а	b	$\phi$	n	n	f	е
	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[mm]	[-]	[1/m <sup>2</sup> ]	[cm]	[cm]
BV-60-I.90-S12-A	280	270	5	90,0	60	12	22	13,1	40	10
BV-60-I.90-X200-S12-A	280	270	5	90,0	60	12	22	13,1	40	10
BV-60-I.90-S12-B	280	270	5	90,0	60	12	14	8,3	40	10
BV-60-I.90-X200-S12-B	280	270	5	90,0	60	12	14	8,3	40	10
BV-50-I.90-S12-B <sup>3</sup>	280	270	5	90,0	50	12	14	10,0	30	10
BV-50-I.85-S12-C	300	280	10	85,0	50	12	10	6,7	30	10
BV-50-F-I.85-S12-C	300	280	10	85,0	50	12	10	6,7	30	10
BV-50-I.42,5-S12-C	300	280	10	42,5	50	12	10	6,7	30	10
BV-50-II.56-S12-C	300	280	10	56,0	50	12	10	6,7	30	10
BV-50-F-II.56-S12-C	300	280	10	56,0	50	12	10	6,7	30	10
BV-50-I.85-S20-C	300	280	10	85,0	50	20	10	6,7	30	10
BV-50-II.56-S20-C	300	280	10	56,0	50	20	10	6,7	30	10
BV-50-F-II.56-S20-C	300	280	10	56,0	50	20	10	6,7	30	10
BV-50-I.85-S12-D	300	280	10	85,0	50	12	30	20,0	30	10
BV-50-F-I.85-S12-D	300	280	10	85,0	50	12	30	20,0	30	10
BV-50-I.42,5-S12-D	300	280	10	42,5	50	12	30	20,0	30	10
<ol> <li>Im 6-Punkt-Biegeversuch wird an dieser Stelle immer der Abstand zwischen dem Auflager und dem ersten Lasteinleitungspunkt angegeben. Dies entspricht auch dem Abstand zwischen den Lasteinleitungspunkten untereinander (siehe auch Abb. 3.34).</li> <li>Achsabstand</li> <li>Es wurden nur 2 Versuchskörper hergestellt und geprüft.</li> </ol>										

Tab. 3.7: Informationen zu System, Geometrie und Verbundmitteln für die Biegeversuche an Sandwichelementen

Weitere Details zu den Versuchskörpern werden im folgenden Abschnitt erläutert.

## 3.4.3 Versuchskörperdetails

## 3.4.3.1 Allgemeines

Um die Abläufe bei der Herstellung, beim Materialaufwand, beim Einbau und bei der späteren Versuchsdurchführung hinsichtlich der Abmessungen der einzelnen Versuchskörper zu vereinfachen, wurde als Versuchstyp entgegen der späteren Einsatzmöglichkeiten keine Platte sondern ein Balken gewählt. Der Einfluss auf die Tragwirkung liegt auf der sicheren Seite, da positive Einflüsse, wie die Möglichkeit einer Spannungsumlagerung in Querrichtung, bei den gewählten Balkenabmessungen nicht auftreten können (*Leonhardt 1983*).

## 3.4.3.2 Versuchskörperbreite

Die Breite der untersuchten Versuchskörper orientierte sich in erster Linie an den Lieferabmessungen des eingesetzten Dämmstoffes. So ergab sich für die Versuchskörper mit EPS als Dämmstoff in der Regel eine Breite von 500 mm oder im Falle von XPS als Dämmstoff eine Breite von 600 mm. Bei der Überprüfung des Einflusses einer Längsfuge in der Dämmschicht kamen ebenfalls Versuchskörper mit einer Breite von b = 600 mm zum Einsatz.

## 3.4.3.3 Dicke der Betonschichten

Die Dicke der Tragschichten von  $t_{Ts} = 70$  mm wurde in Anlehnung an die minimal zulässige Dicke für eine Vorsatz- oder Tragschicht einer Sandwichtafel nach Abschnitt NA. 10.9.9 (5) in *DIN EN 1992-1-1* gewählt. Damit wurde gleichzeitig auch die Mindestdicke  $h_{min}$  einer Vollplatte gemäß *DIN EN 1992-1-1* Abschnitt 9.1.1.1 (NA5) eingehalten.

## 3.4.3.4 Längsbewehrung

Als Längsbewehrung in den Tragschichten wurden Betonstabstähle  $\phi$  10 der Stahlgüte B500B mit einem Achsabstand von 10 cm eingesetzt. Der Längsbewehrungsgrad betrug somit 1,12 %. Die Bewehrung wurde immer zentrisch in den Tragschichten verlegt.

## 3.4.3.5 Querbewehrung

Um Einflüsse einer eingelegten Querbewehrung insbesondere in den Auflagerbereichen als mögliche Unterstützung der Verbundmittel auf das Last-Verformungs-Verhalten der Versuchskörper zu vermeiden, wurde auf das Einlegen einer Querbewehrung verzichtet.

Da keine Querbewehrung in den Tragschichten vorgesehen war, wurden konstruktiv vier 6 mm starke Bewehrungsstäbe angeordnet, um die Längsbewehrungsstäbe bei der Betonage in Querrichtung zu fixieren.

## 3.4.3.6 Trennfolie

Bei den Versuchskörpern mit einer Trennfolie zwischen den Tragschichten und den Dämmstoffplatten kam eine handelsübliche Baufolie (PE-Folie) mit einer Stärke von 0,1 mm zum Einsatz.

## 3.4.4 Herstellung der Versuchskörper

Die Biegeversuchskörper wurden sowohl in einem Fertigteilwerk als auch im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern jeweils nach Variante 2 (siehe Abschnitt 2.2.3.4) gefertigt. Die Herstellung erfolgte immer nach demselben Schema. Nach dem Einlegen der Bewehrungsstäbe auf den entsprechenden Abstandhaltern zur Einhaltung des Verlegemaßes von  $c_{V,I} = 35$  mm wurde zunächst die untere Tragschicht mit einer Dicke von 70 mm betoniert. Direkt im Anschluss erfolgte das Einlegen der vorher schon zugeschnittenen und zum Einbau der Verbundmittel vorgebohrten Dämmstoffplatten. Die Verbundmittel konnten daraufhin durch die vorgebohrten Löcher eingebaut werden. Mit dem Einlegen der Bewehrungsstäbe für die obere Tragschicht und der Betonage der oberen Tragschicht wurde die Herstellung der Versuchskörper abgeschlossen. Der Ablauf der Herstellung lässt sich auch anhand der in Abb. 3.26 gezeigten Bilder nachvollziehen.



) Eingebaute Dämmstoffplatten, Verbundmittel und Bewehrung vor der Betonage der oberen Tragschicht

Abb. 3.26: Herstellung der Versuchskörper für die Biegeversuche

Ein Unterschied im Herstellungsprozess zwischen Labor und Fertigteilwerk ist jedoch, dass im Fertigteilwerk die untere Tragschicht durch den Rütteltisch verdichtet werden konnte, während im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau eine Rüttelflasche zum Einsatz kam. Auch nach dem Einbau der Dämmstoffplatten und der Verbundmittel wurde die untere Tragschicht im Fertigteilwerk durch den Rütteltisch nochmal verdichtet, um einen bestmöglichen Verbund zwischen Beton und Verbundmittel sowie Beton und Dämmstoffplatten zu erzielen. Dies konnte bei den Versuchskörpern, die im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau hergestellt wurden, nicht erfolgen. Die obere Tragschicht wurde in beiden Fällen jeweils mit einer Rüttelflasche verdichtet.

Das Ablaufschema bei der Herstellung der Versuchskörper mit einer Trennfolie zwischen den Tragschichten und den Dämmstoffplatten entspricht dem oben genannten Ablauf. Die Trennfolie wurde dazu mithilfe eines doppelseitigen Klebebandes lediglich punktuell an der jeweiligen Dämmstoffplatte befestigt und an den vorgebohrten Löchern in der Dämmstoffplatte aufgeschnitten.

# 3.4.5 Werkstoffe und Materialeigenschaften

## 3.4.5.1 Betonfestigkeiten und Elastizitätsmodule

## Allgemeines

Um die Druckfestigkeit, die Spaltzugfestigkeit sowie den E-Modul des eingesetzten Betons zum Zeitpunkt des Bauteilversuchs zu ermitteln, wurden bei jeder Betonage

jeweils Würfel mit einer Kantenlänge von 150 mm sowie Zylinder mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Höhe von 300 mm hergestellt. Diese wurden wie die Versuchskörper nach einem Tag ausgeschalt und im Folgenden bis zum Versuch trocken neben den Versuchskörpern gelagert. Zur Ermittlung der vorgenannten Materialkennwerte wurden am Versuchstag jeweils drei Probekörper im Materialprüfamt der Technischen Universität Kaiserslautern geprüft.

#### Betondruckfestigkeit

Die Würfeldruckfestigkeit wird nach *DIN EN 12390-3* an einem Würfel mit einer Kantenlänge von 150 mm mit einer Genauigkeit von 0,1 MPa ermittelt. Die Würfel sind nach *DIN EN 12390-2* Abschnitt 5.5 zu lagern, wobei nach Abschnitt 5.5.3 abweichende Lagerungen zugelassen sind. Diese werden in Deutschland in *DIN EN 12390-2 Ber 1* Abschnitt NA.2 und deren Änderung *DIN EN 12390-2/A20* Abschnitt NA.2 geregelt, sodass sich die Druckfestigkeit  $f_{c,dry}$  oder der Elastizitätsmodul  $E_{c,dry}$  bestimmen lassen. Die so am Würfel mit einer Kantenlänge von 150 mm bestimmten Druckfestigkeiten  $f_{c,dry}$  können nach *DIN 1045-2* mit Gleichung (3.1) auf die Druckfestigkeiten ausschließlich nass gelagerter Probewürfel umgerechnet werden.

$$f_{c,cube} = \begin{cases} 0,92 \cdot f_{c,dry} & \text{bis C50/60} \\ 0,95 \cdot f_{c,dry} & \text{ab C55/67} \end{cases}$$
(3.1)

Da für die Nachrechnung der Versuche die tatsächliche Bauteilfestigkeit maßgebend ist, wurden die Probewürfel entgegen den normativen Bestimmungen wie oben schon beschrieben immer direkt neben dem Versuchskörper gelagert, um nahezu gleiche Randbedingungen für die Betonerhärtung zu gewährleisten. Eventuelle Unterschiede der Betonfestigkeiten infolge verschiedener Einflussgrößen wie Verdichtung (Rütteltisch oder Rüttelflasche) oder unterschiedliche Nacherhärtungsbedingungen für die Versuchskörper im Gegensatz zu den Probewürfeln (*DIN EN 13791/A20*) wurden nicht berücksichtigt.

Schließlich wird aus den an drei Würfeln ermittelten Druckfestigkeiten  $f_{c,cube}$  die mittlere Würfeldruckfestigkeit  $f_{cm,cube}$  bestimmt und für die Nachrechnung in mittlere Zylinderdruckfestigkeiten nach Gleichung (3.2) umgerechnet. Die Gleichung stellt eine lineare Trendlinie dar und ergibt sich anhand des Zusammenhangs zwischen der Würfelund Zylinderdruckfestigkeit (*DIN EN 1992-1-1* Tabelle 3.1) für einen Festigkeitsbereich eines Würfels zwischen 25 N/mm<sup>2</sup> und 65 N/mm<sup>2</sup>. In diesem Bereich liegen alle Ergebnisse der durchgeführten Betondruckfestigkeitsuntersuchungen der Biege- als auch der Schubversuche.

$$f_{\rm cm} = 0,8326 \cdot f_{\rm cm,cube} - 0,9174 \tag{3.2}$$

Nach *Zilch u. Donaubauer 2006* kann die Umrechnung der Würfel- in eine Zylinderdruckfestigkeit allgemein auch anhand von Gleichung (3.3) erfolgen.

$$f_{\rm cm} = 0.82 \cdot f_{\rm cm,cube} \tag{3.3}$$

#### Elastizitätsmodul des Betons

Der Elastizitätsmodul des Betons wurde gemäß *DIN 1048-5* und *DIN EN 12390-13* an jeweils drei Zylindern geprüft.

#### Betonzugfestigkeit

Die Spaltzugfestigkeit  $f_{ct,sp}$  wurde im Anschluss an die Prüfung des Elastizitätsmoduls nach *DIN EN 12390-6* an denselben Zylindern geprüft, da bei der Ermittlung des Elastizitätsmodul lediglich eine Spannung bis zu einem Drittel der erwarteten Druckfestigkeit aufgebracht wird und somit keine Vorschädigung eintritt. Die Ergebnisse werden näherungsweise mit Gleichung (3.4) aus *DIN EN 1992-1-1* Abschnitt 3.1.2 (8) auf die einachsige und zentrische Zugfestigkeit  $f_{ct}$  umgerechnet.

$$f_{\rm ct} = 0, 9 \cdot f_{\rm ct,sp} \tag{3.4}$$

#### Ergebnisse

Zur Herstellung der Versuchskörper waren insgesamt 30 Betonagen im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern und im Fertigteilwerk erforderlich. Es konnte im Fertigteilwerk produktionsbedingt nur ein Versuchskörper pro Tag hergestellt werden.

Tab. 3.8:	Übersicht der	Betonagen

Betonage	Datum	Versuchskörper
1	17.12.2014	BV-60-I.90-S12-A-1
2	18.12.2014	BV-60-I.90-S12-B-1
3	14.01.2015	BV-60-I.90-S12-A-2
4	16.01.2015	BV-60-I.90-S12-A-3
5	20.01.2015	BV-60-I.90-X200-S12-A-1
6	26.01.2015	BV-60-I.90-X200-S12-B-1
7	28.01.2015	BV-60-I.90-S12-B-3
8	03.02.2015	BV-60-I.90-S12-B-2
9	17.02.2015	BV-60-I.90-X200-S12-A-2
10	18.02.2015	BV-60-I.90-X200-S12-A-3
11	19.02.2015	BV-60-I.90-X200-S12-B-2
12	20.02.2015	BV-60-I.90-X200-S12-B-3
13	02.07.2015	BV-50-I.85-S12-D-1
14	06.07.2015	BV-50-I.42,5-S12-D-1
15	07.07.2015	BV-50-I.85-S12-D-2
16	08.07.2015	BV-50-I.85-S12-D-3
17	09.07.2015	BV-50-I.42,5-S12-D-2
18	13.07.2015	BV-50-I.42,5-S12-D-3
19	14.07.2015	BV-50-I.85-S12-C-1
20	15.07.2015	BV-50-I.42,5-S12-C-1
21	16.07.2015	BV-50-I.85-S12-C-2
22	17.07.2015	BV-50-I.85-S12-C-3
23	20.07.2015	BV-50-I.42,5-S12-C-2
24	21.07.2015	BV-50-I.42,5-S12-C-3
25	22.07.2015	BV-50-I.90-S12-B-1
26	23.07.2015	BV-50-I.90-S12-B-2
27	23.11.2015	BV-50-II.56-S12-C-1 – 3; BV-50-F-II.56-S12-C-1 – 3
28	27.01.2016	BV-50-F-I.85-S12-C-1 – 3; BV-50-F-I.85-S12-D-1 – 3
29	01.02.2016	BV-50-II.56-S20-C-1 – 3; BV-50-F-II.56-S20-C-1 – 3
30	04.02.2016	BV-50-I.85-S20-C-1 – 3

In Tab. 3.13 ist eine Übersicht der durchgeführten Betonagen mit der Zuordnung zu den jeweils hergestellten Versuchskörpern dargestellt.

Eine Übersicht der bestimmten Mittelwerte für die Betonfestigkeiten und die Elastizitätsmodule ist in Tab. 3.9 dargestellt. Die Ergebnisse aller Einzelproben sind im Anhang A.2.1 ab S. 226 zu finden.

Tab. 3.9:	Mittelwerte der Betonfestigkeiten und E-Module ermittelt anhand von jeweils drei Pro-
	bewürfeln sowie drei Probezylindern

Versuchsbezeichnung	Betonalter am Ver-	Würfel- druckfes- tigkeit <sup>a</sup>	Zylinder- druckfes- tigkeit <sup>b</sup>	E-Modul <sup>a</sup>	Spaltzug- festigkeit <sup>a</sup>	zentrische Zugfestig- keit <sup>b</sup>
Versuensbezeiennung	suchstag	f <sub>cm,cube</sub>	<i>f</i> <sub>cm</sub>	Ecm	f <sub>ctm,sp</sub>	f <sub>ctm</sub>
	[d]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
BV-60-I.90-S12-A-1	82°	64,8	53,1	30.600	4,00	3,60
BV-60-I.90-S12-A-2	51°	60,0	49,1	31.300	3,40	3,05
BV-60-I.90-S12-A-3	53°	58,9	48,2	31.200	3,70	3,30
BV-60-I.90-X200-S12-A-1	46 <sup>c</sup>	62,4	51,1	30.000	3,55	3,20
BV-60-I.90-X200-S12-A-2	22	56,8	46,4	30.400	3,45	3,10
BV-60-I.90-X200-S12-A-3	22	54,6	44,5	30.400	3,45	3,10
BV-60-I.90-S12-B-1	81°	61,9	50,6	28.900	3,50	3,15
BV-60-I.90-S12-B-2	36	59,6	48,7	28.800	3,45	3,10
BV-60-I.90-S12-B-3	41	58,6	47,9	27.300	3,85	3,45
BV-60-I.90-X200-S12-B-1	40 <sup>c</sup>	54,3	44,3	28.500	3,30	2,95
BV-60-I.90-X200-S12-B-2	21	52,2	42,6	28.100	3,35	3,00
BV-60-I.90-X200-S12-B-3	21	58,7	48,0	30.300	3,25	2,95
BV-50-I.90-S12-B-1	14	45,8	37,2	28.400	3,30	3,00
BV-50-I.90-S12-B-2	13	46,9	38,1	26.800	3,40	3,05
BV-50-I.85-S12-C-1	17	55,2	45,0	30.500	3,65	3,30
BV-50-I.85-S12-C-2	18	51.1	41.6	28,700	3.05	2.75
BV-50-I.85-S12-C-3	17	53,4	43,5	28.300	3,35	3,00
BV-50-F-I.85-S12-C-1	15	58,1	47,5	28.100	3,70	3,35
BV-50-F-I.85-S12-C-2	13	57.8	47.2	26.900	3.55	3.20
BV-50-F-I.85-S12-C-3	14	60.5	49.4	27.100	3.55	3.20
BV-50-I.42.5-S12-C-1	16	51.9	42.9	28,500	3.60	3.25
BV-50-I.42.5-S12-C-2	15	49.0	39.9	27.100	3.60	3.25
BV-50-I.42.5-S12-C-3	14	51.8	42.2	28.200	3.35	3.05
BV-50-II.56-S12-C-1	15	51.8	42.2	25.600	2.95	2.65
BV-50-II.56-S12-C-2	14	53.4	43.7	25.200	3.30	3.00
BV-50-II.56-S12-C-3	14	53.4	43.7	25.200	3.30	3.00
BV-50-F-II.56-S12-C-1	15	51.8	42.2	25.600	2.95	2.65
BV-50-F-II.56-S12-C-2	11	50.2	40.9	25.300	3.15	2.85
BV-50-F-II.56-S12-C-3	14	53.4	43.6	25.200	3.30	3.00
BV-50-I.85-S20-C-1	13	57.2	46.7	27.200	3.50	3.15
BV-50-1.85-S20-C-2	13	57.2	46.7	27.200	3.50	3.15
BV-50-1.85-S20-C-3	13	57.2	46.7	27.200	3.50	3.15
BV-50-II.56-S20-C-1	14	59,4	48,6	26.700	3,35	3,00
BV-50-II.56-S20-C-2	15	59,1	48,3	27.200	3,25	2,95
BV-50-II.56-S20-C-3	15	59,1	48,3	27.200	3,25	2,95
BV-50-F-II.56-S20-C-1	14	59.4	48.6	26.700	3.35	3.00
BV-50-F-II.56-S20-C-2	15	59,1	48,3	27.200	3,25	2,95
BV-50-F-II.56-S20-C-3	14	59,4	48,6	26.700	3,35	3,00
BV-50-I.85-S12-D-1	26	50.5	41.1	26.900	3.55	3.20
BV-50-I.85-S12-D-2	22	50.0	40.7	27.600	3.25	2.90
BV-50-I.85-S12-D-3	21	53.4	43.6	30.300	3.80	3.45
BV-50-F-I.85-S12-D-1	15	58.1	47.5	28.100	3.70	3.35
BV-50-F-I.85-S12-D-2	14	60.5	49.4	27.100	3.55	3.20
BV-50-F-I.85-S12-D-3	15	58.1	47.5	28.100	3.70	3.35
BV-50-I.42.5-S12-D-1	22	51.7	42.1	28.200	3.65	3.30
BV-50-I.42.5-S12-D-2	21	50.3	41.0	29.200	3.80	3.45
BV-50-I.42.5-S12-D-3	17	54.3	44.3	22.600	3.50	3.15
a geprüft		0.,0	,0	12.000	0,00	0,10
<sup>b</sup> berechnet						
<sup>c</sup> Prüfung der Festigkeiten sowie de	es E-Moduls scl	hon eine Woch	e vor der Versi	Jchsdurchführu	ing	

° Prüfung der Festigkeiten sowie des E-Moduls schon eine Woche vor der Versuchsdurchführung

# 3.4.5.2 Dämmstoff

Insgesamt kamen in den Biegeversuchen alle fünf in Abschnitt 3.3 vorgestellten Dämmstoffchargen zum Einsatz. Die Zuordnung der einzelnen Chargen zu den jeweiligen Biegeversuchen sowie die dazu nach Norm bestimmten Materialeigenschaften können Tab. 3.10 entnommen werden. An dieser Stelle wird jedoch darauf hingewiesen, dass die in der letzten Spalte angegebenen Schubmodule nach *DIN EN 12090* mit der schon beschriebenen Problematik der nicht eindeutigen Möglichkeit der Ermittlung (siehe Abschnitt 3.3.3) bestimmt wurden. In Abschnitt 4.3 wird deshalb, wie schon zu Beginn der Arbeit erwähnt, ein eigener Ansatz zur Bestimmung des Schubmoduls vorgestellt.

				Druck Floo		Cohuhmodul		
		Dichto	Druck-	tizitätemo	Scherfes-	Schubmodul		
Vorsuchsbozoichnung	Dämm-	Dicitie	spannung	dul	tigkeit	12000		
versuchsbezeichnung	stoffcharge	0	<b>G</b> to	En En	To	12030		
		[ka/m3]	[kN/m2]	[kN/m2]	[kN/m2]	[kNl/m2]		
BV-50-L85-S20-C-3	E200.11	19.35	105.1	5.060	80.7	3 390		
BV-60-1.90-S12-A-1 = 3	220001	10,00	100,1	0.000	00,1	0.000		
BV-60-I.90-S12-B-1 - 3	E200J2	21,25	108,1	2.710	77,5 <sup>1</sup>	3.130 <sup>1</sup>		
BV-50-I.85-S20-C-1 - 2	E200J3	22,15	115,0	5.985	86,4	3.545		
BV-50-I.42,5-S12-C1 - 3			í í		, ,			
BV-50-I.42,5-S12-D-1 - 3								
BV-50-I.85-S12-C-1 - 3	E200J4	20,25	115,0	6.100	73,4	3.935		
BV-50-I.85-S12-D-1 - 3								
BV-50-I.90-S12-B-1 - 2								
BV-50-F-I.85-S12-C-1 - 3								
BV-50-F-I.85-S12-D-1 - 3								
BV-50-F-II.56-S12-C-1 – 3	E200 IF	24.20	1115	2 995	05 5	2 000		
BV-50-F-II.56- 20-C-1 – 3	E200J5	24,30	114,5	2.000	95,5	2.900		
BV-50-II.56-S12-C-1 - 3								
BV-50-II.56-S20-C-1 - 3								
<sup>1</sup> Die Werte für die zweite Cha	rge wurden anh	and der Ver	suchsergebnisse	e der ersten Cha	rge auf die norn	nalen Abmes-		
sunden umderechnet								

Tab. 3.10:	Materialkennwerte des eingesetzten Dämmstoffes der unterschiedlichen Chargen mit
	der Zuordnung zu den verschiedenen Biegeversuchen

## 3.4.6 Messtechnik

#### 3.4.6.1 Induktive Wegaufnehmer

Anhand von fünf induktiven Wegaufnehmern (WA1 – WA5) verteilt an den Viertelspunkten der Stützweite des Längsträgers konnten die vertikalen Verformungen in Belastungsrichtung der Versuchskörper gemessen werden (Abb. 3.26).



Abb. 3.27: Anordnung der induktiven Wegaufnehmer zur Aufnahme der vertikalen Verformungen (oben schematisch; unten am Beispiel von Versuch BV-F-50-II.56-S12-C-2)

Außerdem wurde die gegenseitige Verschiebung der Tragschichten in der Achse der Auflager durch die beiden induktiven Wegaufnehmer (WA6 links und WA7 rechts) erfasst (Abb. 3.28).





In den Versuchen BV-50-II.56-S12-C-1 – 3 und BV-50-F-II.56-S12-C-1 – 3 wurden zusätzliche Wegaufnehmer ebenso verteilt an den Viertelspunkten der Stützweite des Versuchskörpers angeordnet, um eine mögliche Dickenänderung der Kernschicht in vertikaler Richtung aufzunehmen (Abb. 3.29). Damit sollte überprüft werden, ob sich die Kernschicht zusammendrückt (siehe auch Abschnitt 3.4.6.3). Dazu wird die Annahme getroffen, dass ein Zusammendrücken der Stahlbetontragschichten ausgeschlossen ist.



Abb. 3.29: Anordnung der induktiven Wegaufnehmer zur Aufnahme der möglichen Dickenänderung der Kernschicht (oben schematisch; unten am Beispiel von Versuch BV-F-50-II.56-S12-C-2)

## 3.4.6.2 Dehnmessstreifen

Detail DMS - Position:

Zusätzlich zu den induktiven Wegaufnehmern wurden die Dehnungen der glasfaserverstärkten Kunststoffstäbe direkt oberhalb der unteren Tragschicht mittels Dehnungsmessstreifens aufgenommen. Die Position der DMS im Detail können Abb. 3.30 entnommen werden.





#### 3.4.6.3 Photogrammetrisches Messsystem

Wie in Abschnitt 2.3.2.1 erwähnt, ist eine Grundvoraussetzung zur Anwendung der linearen Sandwichtheorie nach *Stamm u. Witte 1974*, dass die Kernschicht nicht zusammendrückbar ist. Um dies in den Biegeversuchen zu überprüfen, kam das photogrammetrische Messsystem ARAMIS bei den Versuchen BV-50-I.85-S12-C-1 – 3, BV- 50-I.85-S12-D-1 – 3, BV-50-I.425-S12-C-1 – 2 sowie BV-50-I.425-S12-D-2 – 3 zum Einsatz, um die Verformungen auf einer Seite des Versuchskörpers im Bereich zwischen der Lasteinleitung und dem Auflager aufzunehmen (Abb. 3.32 und Abb. 3.31).



Abb. 3.31: Einsatz des photogrammetrischen Messsystems ARAMIS



Abb. 3.32: Mit dem photogrammetrischen Messsystems ARAMIS aufgenommener Bereich

# 3.4.7 Versuchsaufbau

Die Versuchskörper wurden im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern in einem Zwei-Säulen-Prüfrahmen mit einer maximalen Zylinderkraft des servohydraulischen Prüfzylinders von 630 kN in einem 4- oder 6-Punktbiegeversuch geprüft. In Abb. 3.33 und Abb. 3.34 ist der jeweilige schematische Aufbau eines 4-Punkt-Biegeversuches und eines 6-Punkt-Biegeversuches dargestellt.



Abb. 3.33: Schematischer Versuchsaufbau eines 4-Punkt-Biegeversuchs

Im Gegensatz zu den 4-Punkt-Biegeversuchen soll mit den 6-Punkt-Biegeversuchen eine gleichmäßigere Momenten- und Querkraftbeanspruchung für das Sandwichelement erzielt werden. Durch die vier Einzellasten, die jeweils im Abstand von  $I_{\text{eff}}$  / 5 angreifen, ergibt sich damit gleichzeitig ein Momenten- und Querkraftverlauf, der eher

dem Momenten- und Querkraftverlauf unter einer Gleichstreckenbelastung entspricht als der eines klassischen 3- oder 4-Punkt-Biegeversuches.



Abb. 3.34: Schematischer Versuchsaufbau eines 6-Punkt-Biegeversuchs

Die Stützweite  $I_{\text{eff}}$ , der Abstand a zwischen dem Auflager und dem ersten Lasteinleitungspunkt und der Abstand zwischen den Lasteinleitungspunkten sowie die Länge *c* des Überhangs am Auflager sind in Tab. 3.7 für alle Biegeversuche an Sandwichelementen aufgelistet.

Exemplarisch gezeigt ist der Versuchsaufbau anhand des Versuches BV-50-I.85-S12-C-1 für den 4-Punkt-Biegeversuch (Abb. 3.34) und Versuches BV-50-II.56-S20-C-1 für den 6-Punkt-Biegeversuch (Abb. 3.35).

Die Stützweite der Biegeversuchskörper betrug je nach Verteilung der Verbundmittel 2,70 m oder 2,80 m. Aufgelagert wurden die Versuchskörper auf zwei Stahlrollenlagern, um so problemlos Verdrehungen der Versuchskörper zu gewährleisten. Zwischen den Stahlrollenlagern und der Versuchskörperunterseite wurden zunächst eine Stahlplatte mit den Abmessungen von  $b \times h = 120 \times 10$  mm und darauf ein unbewehrtes Elastomerlager in Form eines *Compressionslagers* der Firma Elastomere Lagersysteme Heim GmbH mit den Abmessungen von  $b \times h = 120 \times 12$  mm eingebaut, sodass eine gleichmäßige Auflagerung gewährleistet und Spannungsspitzen infolge Unebenheiten der Betonoberfläche minimiert werden konnten.



- 1 Zylinder + Verlängerung
- 2 Kalotte
- 3 Kraftmessdose
- 4 Längsträger zur Lastverteilung
- 5 induktive Wegaufnehmer
- 6 Stahlrolle + Stahlplatte + Elastomerlager
- 7 Versuchskörper
- Abb. 3.35: Aufbau eines 4-Punkt-Biege-Versuchs für die Sandwichelemente am Beispiel von Versuch BV-50-I.85-S12-C-1

In den 4-Punkt-Biegeversuchen wurde die Druckkraft über eine Lasteinleitungskonstruktion bestehend aus der Lasteinleitung über den Zylinder, einer Kalotte zur Zentrierung der Kraft, einer Kraftmessdose, einem Längsträger sowie zwei 20 mm starken Stahlplatten als Lastverteilungsplatten in Querrichtung auf den Versuchskörper aufgebracht. Um eine statisch bestimmte Lagerung und Verdrehungen des Längsträgers auf den beiden Stahlplatten zu ermöglichen, lagerte der Längsträger jeweils auf einer Stahlrolle. Zwischen den beiden Stahlplatten und dem Versuchskörpern wurde wie an den beiden Auflagern wieder ein unbewehrtes Elastomerlager, um eine gleichmäßige Lasteinleitung zu gewährleisten, eingebaut (siehe auch Abb. 3.34).



- 2 Kreuzgelenk
- 3 Längsträger zur Lastverteilung
- 4 induktive Wegaufnehmer
- 5 Stahlrolle + Stahlplatte
  6 Stahlrolle + Stahlplatte + Elastomerlager
  7 Versuchskörper
- Abb. 3.36: Aufbau eines 6-Punkt-Biege-Versuchs für die Sandwichelemente am Beispiel von Versuch BV-50-II.56-S12-C-1

Die 6-Punkt-Biegeversuche haben grundsätzlich den gleichen Aufbau wie die 4-Punkt-Biegeversuche. Allerdings wird die Druckkraft nach dem ersten Längsträger durch zwei weitere Längsträger auf 4 Lasteinleitungspunkte verteilt. Um ausreichend große Verdrehungen zuzulassen, die infolge der Durchbiegung des Versuchskörpers hervorgerufen werden, kommen unter den Längsträgern jeweils Stahlrollen zum Einsatz. Zwischen Zylinder und Längsträger wurde im Falle der 6-Punkt-Biegeversuche aus versuchstechnischen Gründen keine Kalotte eingebaut. Um die Last trotzdem zentrisch einzuleiten und leichte Schiefstellungen sowie eine mögliche Asymmetrie der Lasteinleitungskonstruktion und des Versuchskörpers ausgleichen zu können, wurde zwischen dem Längsträger und dem Zylinder ein sogenanntes Kreuzgelenk montiert (siehe auch Abb. 3.35).

## 3.4.8 Versuchsablauf

Es wurden bei allen Biegeversuchen in der Regel zunächst zwischen sechs und zehn Lastzyklen bis zu einem definierten Gebrauchslastniveau abgefahren. Dieses Gebrauchslastniveau orientierte sich an dem nach Abschnitt 7.4.1 (4) in *DIN EN 1992-1-1* festgelegten Grenzwert für den Durchhang einer Platte unter quasi-ständiger Einwirkungskombination und damit nicht an einer Last, sondern an einer maximal zulässigen

Verformung. Die maßgebenden Verformungen der Sandwichbiegeversuchskörper ergeben sich damit aus nachfolgender Gleichung (3.5).

$$W_{\rm i} = \frac{I_{\rm eff,i}}{250} \tag{3.5}$$

Dieses Vorgehen ist aufgrund der bisher nicht genau definierbaren Gebrauchslast eines mehrschichtigen Sandwichelements von Vorteil, da sich so mit unterschiedlichen Versuchskörperlängen und Versuchskörperquerschnitten vergleichbare Versuchsabläufe gestalten lassen. Durch die Simulation des Gebrauchslastzustandes konnte das Rissbild im Anwendungsfall bestimmt werden.

Die Last wurde mittels eines servohydraulischen Zylinders bei den anfänglichen Lastzyklen weggesteuert mit 5 mm/min aufgebracht, sodass das Gebrauchslastniveau nach ca. zwei Minuten erreicht wurde. Nach Erreichen der Verformung im definierten Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wurde die Last etwa eine Minute lang gehalten und daraufhin wieder auf 1 kN reduziert. Im Anschluss an die Lastzyklen wurde die Last in Laststufen, die in Abhängigkeit der erwarteten Bruchlast bestimmt wurden, mit einer Geschwindigkeit von 2 mm/min bis zum Versagen gesteigert. In Abb. 3.37 ist beispielhaft eine Kurve anhand des Versuchs BV-50-1.85-S20-C-1 mit der Darstellung der Zylinderkraft  $F_{zyl}$  über die Zeit *t* aufgetragen.



Abb. 3.37: Zylinderkraft aufgetragen über die Zeit dargestellt am Beispiel des Versuchs BV-50-I.85-S20-C-1

## 3.4.9 Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung

## 3.4.9.1 Allgemeines

## 3.4.9.2 Allgemeine Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens

#### Allgemeines

Die Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens der untersuchten Sandwichelemente kann in die Versuchskörper ohne oder mit einer Trennfolie zwischen den beiden Tragschichten und den Dämmstoffplatten unterschieden werden. Damit werden automatisch die beiden Grenzfälle "guter Verbund" und "mäßiger Verbund" in der Verbundfuge charakterisiert.

#### Versuchskörper ohne Trennfolie – guter Verbund

Für Versuchskörper mit gutem Verbund lässt sich das Last-Verformungs-Verhalten der Sandwichelemente nach *Weiler u. a. 2016* in verschiedene Bereiche einteilen und damit ansprechend verallgemeinern. Beispielhaft werden die Bereichsgrenzen für das Last-Verformungs-Verhalten für Versuchskörper ohne Trennfolie zwischen den Dämmstoffplatten und den beiden Tragschichten anhand der Last-Verformungs-Kurven von Versuch BV-50-I.90-S12-B-2 definiert und erläutert. In Abb. 3.38 ist dazu das Moment in Feldmitte über die Verformung in Feldmitte aufgetragen, während in Abb. 3.39 das Moment in Feldmitte über die jeweilige gegenseitige Tragschichtenverschiebung (WA6 und WA7) über den Auflagern dargestellt ist. Zur besseren Übersicht werden die gemessenen Werte von WA6 mit negativen Vorzeichen abgebildet.



Wie schon im vorherigen Abschnitt 3.4.8 beschrieben wurden zunächst Lastzyklen bis zu einem definierten Gebrauchslastniveau, das sich anhand der Verformungsgrenze gemäß *DIN EN 1992-1-1* mit *I*<sub>eff</sub> / 250 orientiert, durchgeführt. Diese Verformungsgrenze stellt auch die erste Bereichsgrenze dar. Abb. 3.40 zeigt das Rissbild in diesem definierten Gebrauchslastzustand bei einer vertikalen Verformung in Feldmitte von ca. 11 mm. In der oberen und unteren Tragschicht haben sich wenige Risse unterhalb der Lasteinleitung und zwischen den beiden Lasteinleitungspunkten gebildet. Diese Rissverteilung passt auch zum Momentenverlauf in den Tragschichten, der sich für einen 4-Punkt-Biegeversuch aus den Differentialgleichungen der linearen Sandwichtheorie nach *Stamm u. Witte 1974* für den zunächst ungerissenen Zustand der Tragschichten ergibt. Der Verbund zwischen den Dämmstoffplatten und den beiden Tragschichten ist in diesem definierten Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit noch völlig intakt.



Abb. 3.40: Rissbild im definierten Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit am Beispiel von Versuchskörper BV-50-I.90-S12-B-2

Der nächste Bereich wird begrenzt durch den ersten Lastabfall (LA) in der Last-Verformungs-Kurve. In Abb. 3.39 ist zu erkennen, dass die Werte der linken gegenseitigen Tragschichtenverschiebung mit dem Lastabfall deutlich anwachsen, während auf der rechten Seite nur der Lastabfall zu beobachten ist. Dies ist leicht durch den entstandenen Schubriss im Dämmstoff auf der linken Seite des Versuchskörpers zu erklären (Abb. 3.41). Außerdem erkennt man sehr gut, dass sich ein Riss im Bereich der Fuge zwischen der oberen Tragschicht und dem Dämmstoff oberhalb des Auflagers entwickelt hat. Dieses Versagen wird als primäres Versagen eingestuft, da die Last im Anschluss an den Lastabfall über das schon mal erreichte Lastniveau hinaus gesteigert werden kann.



Abb. 3.41: Schubriss auf der linken Seite des Versuchskörpers sowie Riss im Bereich der Fuge zwischen der oberen Tragschicht und dem Dämmstoff oberhalb des linken Auflagers am Beispiel von Versuchskörper BV-50-I.90-S12-B-2

Nach Wiedererreichen und darauf folgendem geringfügigen Überschreiten der ersten (primären) Versagenslast kommt es zu einem zweiten deutlich erkennbaren Lastabfall in der Last-Verformungs-Kurve, womit die nächste Bereichsgrenze definiert wird. Wie in Abb. 3.42 zu sehen entsteht der Lastabfall durch ein Versagen im Bereich der oberen Verbundfuge im rechten Teil des Versuchskörpers zwischen Lasteinleitung und Auflager. Dabei ist es in Abb. 3.39 im rechten Diagramm nun genau umgekehrt als beim 1. Lastabfall. Die Werte der rechten gegenseitigen Tragschichtenverschiebung werden mit dem Lastabfall deutlich größer, während auf der linken Seite nur der Lastabfall zu beobachten ist. Dieses Versagen wird ebenfalls als primäres Versagen eingestuft, da die Last im Anschluss an den Lastabfall ebenfalls wieder über das schon erreichte Lastniveau hinaus gesteigert werden kann.



Abb. 3.42: Riss im Bereich der Fuge zwischen der oberen Tragschicht und dem Dämmstoff auf der rechten Seite des Versuchskörpers zwischen Lasteinleitung und Auflager am Beispiel von Versuchskörper BV-50-I.90-S12-B-2

Die beiden primären Versagen geschehen trotz der symmetrischen Ausführung der Versuchskörper und der symmetrischen Lasteinleitungskonstruktion in der Regel nicht gleichzeitig, sondern wie schon erläutert zeitlich leicht versetzt zuerst auf der einen und danach auf der anderen Seite der Versuchskörper.

In den beiden Tragschichten entstehen während der weggeregelten Zylindersteuerung mit zunehmender Verformung zusätzliche Biegerisse bis sich ein abgeschlossenes Rissbild einstellt und schließlich nur noch ein Rissfortschritt und zunehmende Rissöffnungen zu beobachten sind. Die Unterschiede bezüglich Rissanzahl und Rissfortschritt zwischen der oberen und unteren Tragschicht sind nur gering. Trennrisse hingegen sind in den Tragschichten in keinem der Versuche aufgetreten.

Die Versuchskörper haben trotz des Versagens des Dämmstoffes auf der einen oder im Bereich der Verbundfuge auf der anderen Seite noch nicht die maximale Traglast erreicht, da Sandwichelemente große Umlagerungsmöglichkeiten besitzen und so weiterhin Lasten abtragen können. Die Gesamtsteifigkeit der Versuchskörper nimmt nach jedem primären Versagen jedoch ab, wie man deutlich an der Steigung der Kraft-Verformungs-Kurve vor beziehungsweise nach dem 1. und nach dem 2. Lastabfall erkennen kann.

Mit der Laststeigerung bis zum Erreichen der maximalen Traglast und dem sekundären Versagen der Versuchskörper in Form eines Betondruckversagens in der oberen Tragschicht für den hier dargestellten Versuch BV-50-I.90-S12-B-2 lässt sich der letzte Bereich abgrenzen. Die primären und sekundären Versagensarten sind im Abschnitt 3.4.9.3 ausführlich beschrieben.

#### Versuchskörper mit Trennfolie – mäßiger Verbund

Auch das Last-Verformungs-Verhalten der Versuche mit Trennfolie lässt sich sehr gut verallgemeinernd beschreiben. Dazu ist für den Versuch BV-50-F-I.85-S12-D-3 in Abb. 3.43 wieder das Moment in Feldmitte über die Durchbiegung in Feldmitte aufgetragen, während in Abb. 3.44 das Moment in Feldmitte über die jeweilige gegenseitige Tragschichtenverschiebung (WA6 und WA7) über den Auflagern dargestellt ist. Zur besseren Übersicht sind die gemessenen Werte von WA6 erneut mit negativen Vorzeichen abgebildet.



Abb. 3.43: Momenten-Verformungs-Linie am Abb. 3.44: Tragschichtenverschiebung u auf-Beispiel von Versuch BV-50-F-I.85-S12-D-3

getragen über das Moment am Beispiel von Versuch BV-50-F-1.85-S12-D-3

Aufgrund des vorhandenen Haftverbunds zwischen Dämmstoff und den Tragschichten beziehungsweise der Trennfolie steigt die Versuchskurve zunächst linear an. Schon vor Erreichen des definierten Lastniveaus für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit versagt jedoch fast gleichzeitig der Verbund zwischen den Dämmstoffplatten und der darauf beidseitig aufgelegten Trennfolie an beiden Enden des Versuchskörpers (primäres Versagen). Das heißt, im Gegensatz zu den Versuchen ohne Trennfolie löst sich die obere und untere Tragschicht von den Dämmstoffplatten. Im Folgenden schieben sich die Tragschichten Stück für Stück weiter über die Dämmstoffplatten mit der maximalen Verformung u über dem jeweiligen Auflager (Abb. 3.45). Die Verformung u und auch die Durchbiegung in Feldmitte wächst nahezu proportional mit steigender Belastung an. Erst kurz vor dem sekundären Versagen des Versuchskörpers flachen die Kurven ab, bis es schließlich wie bei den Versuchen ohne Trennfolie zumeist zu einem Betondruckversagen in der oberen Tragschicht kommt.



Abb. 3.45: Gegenseitige Tragschichtenverschiebung *u* am Beispiel von Versuch BV-50-F-I.85-D-3

Das Rissgeschehen in den beiden Tragschichten ist vergleichbar mit den Versuchen ohne Trennfolie und wird an dieser Stelle nicht gesondert betrachtet.

## 3.4.9.3 Versagensarten

Im vorherigen Abschnitt wurde bereits erwähnt, dass sich die Versagensarten in primäre und sekundäre Versagensarten unterscheiden lassen. Definitionsgemäß liegt ein primäres Versagen vor, wenn es durch das Versagen zwar unter weggeregelter Zylindersteuerung zu einem Lastabfall kommt, die Last im Folgenden aber wieder auf ihr ursprüngliches Niveau und darüber hinaus gesteigert werden kann. Dementsprechend charakterisiert das sekundäre Versagen immer das Versagen unter der Maximallast.



Abb. 3.46: Primäre Versagensarten der Versuchskörper am Beispiel von Versuchskörper BV-50-I.85-S20-C-2 (hier: links und rechts des Versuchskörpers jeweils ein geneigten Schubriss sowie ein mittiger Biegeriss in der Kernschicht)

Als primäre Versagensarten in den Biegeversuchen konnten die nachfolgend aufgeführten Versagensarten beobachtet werden:

- Schubversagen der Kernschicht in Form eines geneigten Schubrisses zwischen Auflager und Lasteinleitung (Abb. 3.46),
- Schubversagen im Bereich der Verbundfuge unterteilt in
  - ein Adhäsionsversagen in Form eines Ablösens des Dämmstoffes vom Beton (Abb. 3.45) oder
  - ein Kohäsionsversagen in Form eines Schubrisses des Dämmstoffes parallel zur Verbundfuge (Abb. 3.42),

• Biegeversagen der Kernschicht in Form eines Biegerisses im Bereich der Feldmitte (Abb. 3.46, teilweise ohne nennenswerten Lastabfall).

Während das Schubversagen sowie das Biegeversagen im Dämmstoff die Folge eines Überschreitens der Scherfestigkeit oder der Biegezugfestigkeit des Dämmstoffes darstellt, entsteht das Adhäsionsversagen durch das Überschreiten der Verbundfestigkeit zwischen Beton und Dämmstoff. Eine mäßige Verbundfestigkeit entsteht unter anderem infolge von Fehlstellen wie Lufteinschlüssen oder dergleichen im Bereich der Verbundfuge. In den Versuchen mit einer Trennfolie konnte erwartungsgemäß immer ein Adhäsionsversagen festgestellt werden, während in den Versuchen ohne Trennfolie sowohl Kohäsions- als auch Adhäsionsversagen sowie teilweise auch eine Kombination dieser beiden an den Versuchskörpern beobachtet wurden. Wenn herstellbedingt eine schon sichtbar mäßige Verbundfuge vorlag, löste sich der Dämmstoff zum Teil schon bei geringer Belastung von der Tragschicht, wohingegen mit einer guten Verbundfestigkeit kein Ablösen des Dämmstoffes zu beobachten war. Durch das gewählte Vorgehen der Herstellung ist die Verbundfuge zwischen der unteren Tragschicht und den Dämmstoffplatten in der Regel die schlechtere, da die Dämmstoffplatten nur von oben auf die abgezogene Betonschicht aufgelegt werden und sich so beispielsweise Lufteinschlüsse etc. bilden können. Die Qualität der Fuge zwischen den Dämmstoffplatten und der oberen Tragschicht ist dagegen in der Regel sehr gut, da der Beton direkt darauf aufgebracht und verdichtet werden kann. Diese Feststellung kann neben den visuellen Eindrücken anhand des Ortes des Versagens begründet werden. Das Adhäsionsversagen oder ein kombiniertes Adhäsions- und Kohäsionsversagen trat in den Versuchen ohne Trennfolie zwischen der unteren Tragschicht und dem Dämmstoff ein. Ausnahmen bildeten teilweise Versuche an Versuchskörpern, die im Fertigteilwerk hergestellt wurden. Die Begründung liegt darin, dass durch die Verwendung eines Rütteltisches nach dem Einlegen der Dämmstoffplatten der Beton in den unteren Tragschichten nochmal verdichtet werden konnte. Damit wurden im Gegensatz zu den im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern hergestellten Versuchskörpern in der Regel deutlich bessere Verbundeigenschaften in der unteren Fuge erzielt.



Abb. 3.47: Versagen der Biegedruckzone als sekundäre Versagensart in den Sandwichbiegeversuchen

Als sekundäre Versagensarten konnten im Rahmen der durchgeführten Biegeversuche die Folgenden festgestellt werden:

• Versagen der Biegedruckzone zumeist im Bereich einer der Lasteinleitungen in der Regel in der oberen Tragschicht (Abb. 3.47), • Betonausbruch am Verbundmittel über dem Auflager in der oberen oder unteren Tragschicht (Abb. 3.48).



Abb. 3.48: Betonausbruch am Verbundmittel über dem Auflager als sekundäre Versagensart in den Sandwichbiegeversuchen

Das Versagen der Biegedruckzone, das zumeist im Bereich der Lasteinleitung auftritt und in der Regel in der oberen Tragschicht stattfindet, tritt infolge der großen Verformungen sowie der punktuellen Belastung in den Bereichen der Lasteinleitungen durch ein Einschnüren der Betondruckzone und infolgedessen einem Überschreiten der Betondruckfestigkeit ein. Dagegen entsteht der Betonausbruch über den Auflagern in der oberen oder unteren Tragschicht infolge zu geringer Betondeckung an den Stirnseiten, zu kurzer Längsbewehrung im Verankerungsbereich sowie fehlender Querbewehrung in Verbundmittelnähe.

## 3.4.9.4 Momenten-Verformungs-Kurven

#### Allgemeines

Um die Ergebnisse der durchgeführten Versuche mit unterschiedlichen Längen, verschiedenen Lasteinleitungspunkten und ungleichen Versuchskörperbreiten zu vergleichen, wird für jeden Versuchskörper das resultierende normierte Moment  $M_n$  in Feldmitte infolge der aufgebrachten Zylinderkraft  $F_{Zyl}$  bestimmt und anschließend auf einen Plattenstreifen mit einer Breite von einem Meter bezogen.

Wie oben schon beschrieben lässt sich das Last-Verformungs-Verhalten der untersuchten Sandwichelemente zielführend mit Last-Verformungs-Kurven oder in diesem Fall mit Momenten-Verformungs-Kurven als Ergebnis der durchgeführten Biegeversuche beschreiben. Die Versuchskurven für das Moment in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte sowie über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse der jeweiligen Auflager aller Versuche sind im Anhang im Abschnitt A.2.2 ab S. 229 jeweils für eine Versuchsserie in einem Diagramm zusammengefasst zu finden. Außerdem werden für die in Abschnitt 3.4.9.2 definierten Bereiche die Werte für das erreichten Moment (bezogen auf einen Meter Plattenstreifen) sowie die zugehörige Durchbiegung in Feldmitte und die jeweilige Tragschichtenverschiebung *u* über dem Auflager für alle Biegeversuche an Sandwichelementen in Tab. A.4 bis Tab. A.7 aufgeführt (siehe Anhang A.2.2 – Zusammenstellung der maßgebenden Versuchsdaten, S. 229).

Auf den folgenden Seiten werden die maßgebenden Einflüsse sowie Vergleiche der unterschiedlichen Untersuchungsparameter (siehe Abschnitt 3.4.2) auf das Last-Verformungs-Verhalten der Sandwichelemente anhand von Versuchsdiagrammen dargestellt sowie die wichtigsten Erkenntnisse zusammengefasst.



# Vergleich der Versuche an Sandwichelementen mit unterschiedlicher Verteilung sowie verschiedenem Durchmesser der Verbundmittel

raleich der Durchbiegungen in Feldmitte der Versuche BV-50-I 85-S12-C

Abb. 3.49: Vergleich der Durchbiegungen in Feldmitte der Versuche BV-50-I.85-S12-C, BV-50-I.85-S12-D, BV-60-I.90-S12-A und BV-50-I.85-S20-C

Im in Abb. 3.49 dargestellten Diagramm, das die Versuchskurven der Biegeversuche an Sandwichelementen mit unterschiedlicher Verteilung sowie verschiedenem Durchmesser der Verbundmittel zeigt, ist gut zu erkennen, dass mit steigender Anzahl, optimierter Verteilung oder dickerem Durchmesser der Verbundmittel die erreichten Traglasten und Steifigkeiten gesteigert werden können. Vergleicht man beispielsweise die grünen Kurven mit den roten Kurven, deren Versuchskörper sich lediglich durch den Durchmesser der Verbundmittel unterscheiden (grün: 12 mm, rot: 20 mm) lässt sich festhalten, dass mit dem dickeren Durchmesser in allen Bereichen der Versuchskurve maßgebend größere Traglasten und höhere Steifigkeiten erreichbar sind. Interessant ist auch, dass mit der statisch optimierten Verteilung der Verbundmittel (Variante A in schwarz) ähnliche Ergebnisse im Vergleich zu den Versuchskurven der Versuchskörper, in denen Verbundmitteln alle 20 cm (Variante D in blau) angeordnet waren, erzielt werden. Obwohl mit Variante A anzahlmäßig nur gut 2/3 der Verbundmittel im Vergleich zu Variante D eingesetzt wurden, kann bis zum ersten primären Versagen sogar eine größere Traglast erreicht werden. Erst mit großen Verformungen zahlen sich die vielen im mittleren Bereich der Versuchskörper angeordneten Verbundmittel in Variante D durch eine größere erreichbare Steifigkeit und Traglast aus.

## Vergleich der Versuche an Sandwichelementen mit unterschiedlicher Gesamtsteifigkeit der Verbundmittel und einer Trennfolie zwischen dem Dämmstoff und den beiden Tragschichten

Durch den Vergleich der Versuche mit Trennfolie und einer unterschiedlichen Gesamtsteifigkeit der Verbundmittel infolge verschiedener Durchmesser oder einer unterschiedlichen Anzahl an Verbundmitteln ist zu erkennen, dass die Steifigkeit der Sandwichelemente durch eine zunehmende Gesamtsteifigkeit der Verbundmittel gesteigert werden kann. Gleichzeitig werden auch höhere Traglasten erreicht (Abb. 3.50).



Der Versuchskörper wurde anfangs mit falsch positionierter Lasteinleitungskonstruktion geprüft. Nach Entlastung, Korrektur der Lasteinleitungskonstruktion und erneuter Belastung ergab sich durch den schon gelösten Haftverbund zwischen den Tragschichten und der Kernschicht ein geringfügig abweichendes Last-Verformungs-Verhalten im Vergleich zu den beiden anderen Versuchskörpern dieser Serie.

Abb. 3.50: Vergleich der Durchbiegungen in Feldmitte der Versuche BV-50-F-I.85-S12-C, BV-50-F-I.85-S12-D und BV-50-F-II.I56-S20-C

An dem Vergleich der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung u (Abb. 3.51) der genannten Versuche erkennt man außerdem, dass mit zunehmender Gesamtsteifigkeit der Verbundmittel infolge einer größeren Anzahl oder eines größeren Durchmessers auch die Verformung u zum Teil erheblich reduziert werden kann. Während die Verformungen u für die Versuche BV-50-F-II.56-S20-1 – 3 (schwarze Kurven) für ein Moment von 20 kNm/m knapp 10 mm beträgt, liegen diese Verformungen bei den Versuchen BV-50-F-I.85-12-1 – 3 (blaue Kurven) zum Teil schon oberhalb von 20 mm.



- Der Versuchskörper wurde anfangs mit falsch positionierter Lasteinleitungskonstruktion geprüft. Nach Entlastung, Korrektur der Lasteinleitungskonstruktion und erneuter Belastung ergab sich durch den schon gelösten Haftverbund zwischen den Tragschichten und der Kernschicht ein geringfügig abweichendes Last-Verformungs-Verhalten im Vergleich zu den beiden anderen Versuchskörpern dieser Serie.
- Abb. 3.51: Vergleich der Tragschichtenverschiebungen *u* der Versuche BV-50-F-I.85-S12-C, BV-50-F-I.85-S12-D und BV-50-F-II.156-S20-C

# Vergleich der Versuche an Sandwichelementen ohne sowie mit einer Trennfolie zwischen den Tragschichten und dem Dämmstoff

In Abb. 3.52 und Abb. 3.53 sowie Abb. 3.56 bis Abb. 3.58 sind die Momenten-Verformungs-Kurven von Versuchen ohne sowie mit einer Trennfolie zwischen den Tragschichten und dem Dämmstoff bei jeweils gleicher Verteilung der Verbundmittel dargestellt. Man erkennt vor allem in den ersten beiden Diagrammen den großen Unterschied im Anfangsbereich der Versuchskurven mit zum Teil erheblich größeren erreichbaren Traglasten bei gleichen Verformungen. Wie in Abschnitt 3.4.9.2 beschrieben, nimmt die Steifigkeit der Versuche ohne Trennfolie mit jedem primären Versagen, beispielsweise einem Schubriss in der Dämmstoffplatte, ab. Es ist in den Versuchskurven deutlich zu erkennen, dass die Steifigkeit nach den primären Versagen in etwa der Steifigkeit der Versuchskörper mit einer Trennfolie entspricht.

In allen vier Diagrammen ist auch zu erkennen, dass sich die maximal erreichten Traglasten für die Versuche ohne oder mit Trennfolie nur geringfügig unterscheiden. Die Traglasten sowie die Steifigkeiten können mit zunehmender Gesamtverbundmittelsteifigkeit infolge einer größeren Anzahl der Verbundmittel oder durch Verbundmittel mit einem größeren Durchmesser gesteigert werden.



Abb. 3.52: Vergleich der Durchbiegungen in Feldmitte der Versuche BV-50-F-I.85-S12-D und BV-50-I.85-S12-D



Abb. 3.53: Vergleich der Durchbiegungen in Feldmitte der Versuche BV-50-F-I.85-S12-C und BV-50-I.85-S12-C

In den beiden Diagrammen in Abb. 3.56 und Abb. 3.57 ist jedoch auffällig, dass sich die Verläufe der Versuchskurven ohne und mit Trennfolie zwischen den Tragschichten und dem Dämmstoff nur geringfügig unterscheiden. Dies lag hauptsächlich daran, dass die Versuchskörper ohne Trennfolie im vorliegendem Fall herstellungsbedingt eine relativ schlechte Qualität der Verbundfuge aufwiesen (siehe auch Abb. 3.54 und Abb. 3.55), sodass es vergleichsweise schnell zu einem kombinierten Adhäsions- und

Kohäsionsversagen im Bereich der Verbundfuge in den Versuchen ohne Trennfolie zwischen den Tragschichten und dem Dämmstoff kam.



Abb. 3.54: Mäßiger Verbund zwischen unte- Abb. 3.55: ren Tragschicht und Dämmstoffplatte am Beispiel von Versuchskörper BV-50-II.56-S12-C-1

Mäßiger Verbund zwischen unterer Tragschicht und Dämmstoffplatte am Beispiel von Versuchskörper BV-50-II.56-S20-C-2

Damit ist der Unterschied des Last-Verformungs-Verhaltens zwischen den Versuchskörpern ohne und mit Trennfolie nur sehr gering, da auch bei den Versuchen ohne Trennfolie die Sandwichtragwirkung infolge des Verlustes des Verbundes nicht richtig aktiviert werden kann. Nach dem primären Versagen der Versuchskörper ohne Trennfolie verlaufen die Kurven der Versuche im Diagramm wieder annähernd parallel zueinander.



Abb. 3.56: Vergleich der Durchbiegungen in Feldmitte der Versuche BV-50-F-II.56-S12-C und BV-50-II.56-S12-C



- Der Versuchskörper wurde anfangs mit falsch positionierter Lasteinleitungskonstruktion geprüft. Nach Entlastung, Korrektur der Lasteinleitungskonstruktion und erneuter Belastung ergab sich durch den schon gelösten Haftverbund zwischen den Tragschichten und der Kernschicht ein geringfügig abweichendes Last-Verformungs-Verhalten im Vergleich zu den beiden anderen Versuchskörpern dieser Serie.
- Abb. 3.57: Vergleich der Durchbiegungen in Feldmitte der Versuche BV-50-F-II.56-S20-C und BV-50-II.56-S20-C

# Vergleich der Versuche an Sandwichelementen mit Dämmstoffplatten aus EPS und XPS



Abb. 3.58: Vergleich der Durchbiegungen in Feldmitte der Versuche BV-60-I.90-S12-A und BV-60-I.90-X200-S12-A

Der Vergleich des Last-Verformungs-Verhaltens der Versuchskörper mit Dämmstoffplatten aus EPS und XPS liefert das erwartete Ergebnis. Durch die deutlich steifere Kernschicht aufgrund des signifikant höheren Schubmoduls des Dämmstoffes aus XPS gegenüber des Dämmstoffes aus EPS können erheblich größere Traglasten sowie höhere Steifigkeiten erreicht werden. Voraussetzung dafür ist allerdings eine ausreichende Verbundfestigkeit zwischen dem XPS und den Tragschichten, die in diesem Fall durch eine gewaffelte Oberflächenstruktur in den Dämmstoffplatten, die bessere Eigenschaften in der Verbundfuge ermöglicht (*Müller 2015*), erzielt werden konnte. Auffällig ist der vergleichsweise große Lastabfall in den Versuchen mit XPS. Dieser verdeutlich unter anderem, welch großen Einfluss die Steifigkeit und das Versagen des Dämmstoffes auf das allgemeine Last-Verformungs-Verhalten von Sandwichelementen haben kann.

## 3.4.9.5 Zusammendrückbarkeit der Kernschicht

Mithilfe der in Abb. 3.29 gezeigten induktiven Wegaufnehmern WA8 bis WA12 sowie dem photogrammetrischen Messsystem sollte überprüft werden, ob sich die Kernschicht in Dickenrichtung zusammendrückt. Eine Voraussetzung zur Anwendung der linearen Sandwichtheorie ist, dass die Sandwichelemente in Querrichtung nicht zusammendrückbar sind (siehe Abschnitt 2.3.2.1). Das heißt, es dürfen keine nennenswerten Stauchungen in Dickenrichtung der Kernschicht auftreten. Mittels der Wegaufnehmer konnte dies jedoch nicht einwandfrei geklärt werden: Bei großen Lasten und Verformungen steigen die Werte der Wegaufnehmer geringfügig an, da durch die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse der Wegaufnehmer aber zusätzliche Verformungen entstehen, lassen sich die gemessenen Werte nicht eindeutig als vertikales Zusammendrücken der Kernschicht identifizieren.

Aufgrund dessen wurde das Messsystem ARAMIS der Firma GOM GmbH eingesetzt. Die Messgenauigkeit des Systems im Sinne des Messrauschens lässt sich allgemein schwierig quantifizieren, da es sich um einen zufälligen und nicht systematischen Fehler handelt, der von zahlreichen Einflussgrößen abhängt. Gemäß den Herstellerangaben liegt das Messrauschen im vorliegenden Fall aber typischerweise in einer Größenordnung, die durch den Quotienten des Messvolumens und 50.000 definiert wird. Werden also beispielsweise als Messvolumen 1.000 mm gewählt, beträgt das Messrauschen 20 µm. Im hier betrachteten Fall heißt das für die xy-Ebene (siehe Abb. 3.60), dass die Werte mit einer Abweichung zwischen 0,0022 mm und 0,024 mm angegeben werden können. Dies ist zur Bestimmung der Stauchung in Dickenrichtung der Kernschicht absolut ausreichend.

Allgemein lassen sich mithilfe des Messsystems ARAMIS unbekannte Abstände mittels bekannter Abstände berechnen. Dazu wird ein unregelmäßiges Bild von Markierungspunkten im Messbereich aufgebracht (Abb. 3.59) und aus unterschiedlichen feststehenden Perspektiven und einem gleichbleibenden Abstand beispielsweise für unterschiedliche Laststufen fotografiert.



Abb. 3.59: Unregelmäßig aufgebrachte Markierungspunkte im Messbereich

Das Ergebnis sind unter anderem die Darstellung der Hauptformänderungen für jede Laststufe (Abb. 3.60) und eine Datei mit Koordinaten aller Markierungspunkte in x-, yund z-Richtung. Damit können die Stauchungen der Kernschicht in Dickenrichtung im gewählten Messbereich bestimmt werden, um so zu überprüfen, ob sich die Kernschicht während des Versuches unter der aufgebrachten Last zusammendrückt. Die Auswertung der Messdaten ergab allerdings für alle Versuche, bei denen das Messsystem eingesetzt wurde, dass sich die Verformungen in Dickenrichtung der Kernschicht bis kurz vor dem Versagen der Versuchskörper im kleinen Hundertstel Millimeterbereich bewegen.



Abb. 3.60: Hauptformänderungen für verschiedene Laststufen am Beispiel von Versuch BV-50-I.85-S12-C-3

Die Annahme, dass die in dieser Arbeit betrachteten Sandwichelemente in Dickenrichtung nicht zusammendrückbar sind, kann auf der Grundlage der Ergebnisse der oben beschriebenen Untersuchungen als gerechtfertigt angesehen werden. Damit wird diese Voraussetzung zur Anwendung der linearen Sandwichtheorie gemäß *Stamm u. Witte 1974* erfüllt.

## 3.4.9.6 Auswertung der Dehnmessstreifen auf den Verbundmitteln

In Abb. 3.63 und Abb. 3.64 sind die Momenten-Dehnungs-Kurven am Beispiel der Versuche BV-60-I.90-S12-A-1 mit einem Durchmesser der Verbundmittel von 12 mm und BV-50-I.85-S20-C-1 mit einem Durchmesser der Verbundmittel von 20 mm dargestellt. Für den Versuch BV-60-I.90-S12-A-1 ist übersichtshalber nur für die Stäbe 1. 4. 6. 8 und 11 (siehe Abb, 3.61) sowie für Versuch BV-50-I.85-S20-C-1 (siehe Abb, 3.62) für alle fünf Stäbe die linke und rechte Dehnung des jeweiligen Verbundmittels zu sehen. Die Position der DMS auf dem Stab können Abb. 3.30 entnommen werden.



L90-S12-A-1

I.85-S20-C-1

Es ist zu erkennen, dass der Verlauf der Momenten-Dehnungs-Kurven für beide Versuche in etwa affin zu den Momenten-Verformungs-Kurven der beiden Biegeversuche (siehe Anhang A.2.2, Abb. A.38 und Abb. A.39 sowie Abb. A.18 und Abb. A.19) ist. Außerdem kann man festhalten, dass die Dehnungen der äußeren Stäbe größer sind als die der mittleren Stäbe.



Abb. 3.65: System und Belastung (links) sowie Querschnitt des Sandwichelementes (rechts) für die Berechnung der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung mithilfe der Differentialgleichungen

Betrachtet man dazu den Verlauf der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung eines Sandwichelementes über die Systemlänge im ungerissenen Zustand (Abb. 3.66), der sich anhand des schon in Abschnitt 2.6.1 gezeigten Systems und Querschnitts, das nochmal in Abb. 3.65 dargestellt ist, ergibt, können die größeren Dehnungen der Stäbe Richtung Auflager bestätigt werden. Während die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in Feldmitte aus Verträglichkeitsbedingungen null sein muss, steigt sie zu den Auflagern parabelförmig an und erreicht in der Achse der Auflager das Maximum. Wie aus Abb. 3.67 deutlich wird, müssen damit auch die Dehnungen des Verbundmittels, die über dem Auflager angeordnet sind, maximal sein, während sie in Richtung Feldmitte mit kleiner werdenden Relativverschiebungen abnehmen müssen.







Anhand der mittels DMS bestimmten Werte der linken und rechten Dehnung der eingebauten GFK-Stäbe in den Versuchen BV-60-I.90-S12-A-1 und BV-50-I.85-S20-C-1 kann mithilfe von Gleichung (3.6) unter Annahme eines linear elastischen Materialverhaltens des GFK (siehe auch Abschnitt 2.2.3.3) das Moment des Verbundmittels  $M_A$ lokal an der Stelle der DMS bestimmt werden.

$$M_{\rm A} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)W_{\rm A}E_{\rm A}}{2} \tag{3.6}$$

mit  $W_A$  Widerstandsmoment des Verbundmittels

*E*<sub>A</sub> E-Modul des Verbundmittels

In den beiden Abb. 3.68 und Abb. 3.69 sind die beiden gegenseitigen Tragschichtverschiebungen *u* über den jeweiligen Auflagern der beiden Versuche gezeigt. Zur besseren Übersicht sind die Werte des linken Wegaufnehmers (WA6) wieder mit negativen Vorzeichen dargestellt.



Abb. 3.68: Tragschichtenverschiebung u über Abb. 3. dem jeweiligen Auflager für den Versuch BV-60-I.90-S12-A-1



Trägt man nun die mit Gleichung (3.6) bestimmten Momente für die Verbundmittel direkt über dem Auflager (M1 und M11 für BV-60-I.90-S12-A-1 sowie M1 und M5 für BV-50-I.85-S20-C-1) über die zugehörige jeweilige gegenseitige Tragschichtenverschiebung *u* auf, erhält man die in Abb. 3.70 und Abb. 3.71 dargestellten Momenten-Verformungs-Kurven.



tragen über die Tragschichtenverschiebung *u* über dem jeweiligen Auflager für den Versuch BV-60-I.90-S12-A-1

tragen über die Tragschichtenverschiebung *u* über dem jeweiligen Auflager für den Versuch BV-50-1.85-S20-C-1

Die beiden Verbundmittel 1 und 11 sowie 1 und 5 weisen in den jeweiligen Versuchen bei gleicher Verformung *u* auch das in etwas gleiche Moment auf. Mit zunehmender Tragschichtenverschiebung steigen die Werte für das Moment anfangs nahezu linear an. Auffällig ist, dass die aufgenommenen Momente unabhängig vom Versagen des Dämmstoffes und dem zugehörigen Lastabfall in den Momenten-Verformungs-Kurven (Abb. 3.68 und Abb. 3.69), in denen in allen vier Kurven Lastabfälle vor Erreichen einer gegenseitigen Tragschichtenverschiebung von u = 9 mm zu beobachten sind, zunehmen. Obwohl die Last in den dargestellten Kurven im Versuch deutlich abfällt, steigt der Anteil der Last in Form des Momentes in den Verbundmitteln weiter an und ist damit ausschließlich von der Verformung u abhängig. Zusätzlich ist deutlich zu erkennen, dass erwartungsgemäß die aufnehmbaren Momente in den dickeren Verbundmitteln deutlich größer sind.

## 3.4.10 Zusammenfassung der Ergebnisse und Fazit

Es konnte gezeigt werden, dass mit dem gewählten Querschnitt der Sandwichelemente bestehend aus dünnen Stahlbetonschichten, einem vergleichsweise weichen Dämmstoff und stiftförmigen Verbundmitteln große Biegetragfähigkeiten und hohe Steifigkeiten unter einer kurzzeitigen Beanspruchung realisiert werden können.

Die maximale Traglast und auch die Steifigkeit sind signifikant abhängig von der Steifigkeit der Kernschicht, also der Kombination aus Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln. Um vor allem die Begrenzung der Verformung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit einhalten zu können, muss eine ausreichende Verbundfestigkeit zwischen den Dämmstoffplatten und den beiden Tragschichten vorliegen. Erst damit lässt sich die vergleichsweise hohe Steifigkeit des Dämmstoffes gegenüber den Verbundmitteln effektiv nutzen. Außerdem lässt sich festhalten, dass das Versagen des Dämmstoffes verformungsabhängig ist, solange gewährleistet ist, dass eine ausreichende Verbundfestigkeit zwischen Dämmstoff und Beton vorliegt.

Ohne eine ausreichende Verbundfestigkeit können aber trotzdem hohe Traglasten, allerdings in Verbindung mit großen Verformungen, erzielt werden, wie anhand der Ergebnisse der Versuchskörper mit Trennfolie zwischen den Dämmstoffplatten und den Tragschichten gezeigt werden konnte. Durch das Einlegen einer Trennfolie zwischen die Dämmstoffplatten und die Tragschichten, konnte auch bei großen Lasten und Verformungen kein Versagen des Dämmstoffes festgestellt werden.

Mithilfe der DMS auf den Verbundmitteln wurde beobachtet, dass die Verbundmittel mit zunehmender gegenseitiger Tragschichtenverschiebung u – unabhängig von der Größe der Belastung – größere Kräfte und daraus auch größere resultierende Momente aufnehmen. Die Kräfte in den Verbundmitteln nehmen annähernd proportional zur Verformung u zu. Damit ist eine statisch optimierte im Sinne einer am Verlauf der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung u (siehe Abb. 3.66) orientierte Verteilung der Verbundmittel sinnvoll. Dies konnte mit den Ergebnissen der Versuchskörpervariante mit der zum Auflager hin engeren Anordnung der Verbundmittel (Variante A) nachgewiesen werden.

Anhand des Messsystems ARAMIS konnte weiterhin festgestellt werden, dass bei den Biegeversuchen an den Sandwichelementen keine nennenswerte Stauchungen in Dickenrichtung der Kernschicht aufgetreten sind. Damit wird die Voraussetzung, dass die Sandwichelemente in Querrichtung nicht zusammendrückbar sind, erfüllt, sodass die Differentialgleichungen der linearen Sandwichtheorie gemäß *Stamm u. Witte 1974* als Grundlage für das eigene Ingenieurmodell zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens von biegebeanspruchten Sandwichelementen unter Berücksichtigung der Rissbildung in den Tragschichten dienen können. Aufbauend auf den Ergebnissen der Biegeversuche wurden im Folgenden, um das Tragverhalten der Sandwichelemente im Detail näher beschreiben zu können einzelne Tragmechanismen gesondert geprüft. Damit konnten sie separat betrachtet werden, sodass eine quantitative und qualitative Aussage über den Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten von Sandwichelementen möglich ist. Dazu wurden zum einen das Last-Verformungs-Verhalten von Sandwichelementen unter einer vorwiegenden Schubbeanspruchung und zum anderen das Last-Verformungs-Verhalten für eine Tragschicht alleine unter einer Biegebeanspruchung untersucht. In den folgenden Abschnitten 3.5 und 3.6 werden diese Untersuchungen vorgestellt.

# 3.5 Schubversuche an Sandwichelementen

## 3.5.1 Allgemeines

Um das Verhalten von Sandwichelementen unter einer überwiegenden Schubbeanspruchung zu untersuchen und ein besseres Verständnis bis hin zu einer realitätsnahen Beschreibung der Tragwirkung zu entwickeln, wurden neben den in Abschnitt 3.4 genannten Biegeversuchen auch Schubversuche durchgeführt.

Da, wie in Abschnitt 2.4 schon beschrieben, noch kein durchgängig mechanisches Modell zur Beschreibung des Schubtragverhaltens von Sandwichelementen mit einer Kernschicht bestehend aus Dämmstoffplatten sowie stiftförmigen Verbundmitteln, dienen die nachfolgend vorgestellten Versuche somit neben einem besseren Verständnis des allgemeinen Tragverhaltens und der Charakterisierung unterschiedlicher Tragmechanismen auch der Entwicklung eines Ingenieurmodells zur Beschreibung des Schubtragverhaltens von Sandwichelementen. Dieses Modell soll später ein Baustein für das Ingenieurmodell zur Beschreibung des Biegetragverhaltens von Sandwichelementen sein, um die Nachrechnung der Biegeversuche an Sandwichelementen zu ermöglichen.

Die experimentelle Untersuchung des Schubtragverhaltens von Sandwichelementen ist neben den Arbeiten von *Horstmann 2010, Pahn 2011* und *Müller 2015* Inhalt zahlreicher weiterer Arbeiten wie *Shams u. Stark 2013, Gastmeyer 1991* oder *Gastmeyer 1992*. Darin werden unter anderem auch die Problematik des Versuchsaufbaus und der Versuchsdurchführung sowie die davon abhängige Versuchskörpergestaltung mit der zugehörigen Herstellung der Versuchskörper beschrieben. Aufgrund dessen wurde in dieser Arbeit ausschließlich der in Abschnitt 3.5.7 beschriebene Aufbau für die Schubversuche gewählt.

# 3.5.2 Versuchsprogramm

Insgesamt wurden in Anlehnung an die Biegeversuche an Sandwichelementen (siehe Abschnitt 3.4) 15 Bauteilversuche unter einer Schubbeanspruchung durchgeführt. Die variierten Versuchsparameter orientierten sich an den schon in den Biegeversuchen untersuchten Einflussgrößen. Neben der Variation der Anzahl und des Durchmessers der Verbundmittel wurden auch Versuchskörper ohne Verbundmittel geprüft. Insgesamt wurden vier Varianten für die Schubversuche geprüft: eine Serie ohne Verbundmittel (SV-1 – 3), eine Serie mit 4 Verbundmitteln Durchmesser 12 mm (SV-S12-C-1 – 6), eine Serie mit 10 Verbundmitteln Durchmesser 12 mm (SV-S12-D-1 – 3) und eine

Serie mit 4 Verbundmitteln Durchmesser 20 mm (SV-S20-C-1 – 3). Die Dicke der beiden Tragschichten sowie die Kernschichtdicke betrugen wie bei den Biegeversuchen jeweils 7 cm beziehungsweise 20 cm. In Abb. 3.72 sind beispielhaft der Längsschnitt sowie die Ansicht der Schubversuchskörper mit der Anordnung der Verbundmittel dargestellt.



Abb. 3.72: Längsschnitt und Ansicht mit Anordnung der Verbundmittel (s. auch Tab. 3.11) für die Schubversuche

Je Versuchstyp wurden im Rahmen der Schubversuche mindestens drei Versuche durchgeführt. Das Versuchsprogramm der Schubversuche sowie Informationen zur Geometrie und Anordnung der Verbundmittel sind in Tab. 3.11 dargestellt.

Tab. 3.11: Versuchsprogramm, Geometrie und Anordnung der Verbundmittel für die Schubversuche

	Geometrie				Verbundmittel						
Versuch	Versuchskörperlänge	Versuchskörperbreite	Höhe Tragschichten	Höhe Kernschicht	Durchmesser	Anzahl	Abstand in Längsrich-	Randabstand in Längsrichtung <sup>1</sup>	Abstand in Querrich- tung <sup>1</sup>	Randabstand in Quer- richtung <sup>1</sup>	Anzahl Versuche
	1	b	t <sub>Ts</sub>	hк	$\phi$	r 1	f	е	[am]	[am]	r 1
	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[mm]	[-]	[cm]	[cm]	ı] [cm]	[cm]	[-]
SV-1 – 3	96	48	7	20	-	-	-	-	-	-	3
SV-S12-C-1-6	96	48	7	20	12	4	70	13	30	9	6
SV-S12-D-1 - 3	96	48	7	20	12	10	20	8	30	9	3
SV-S20-C-1 - 3	96	48	7	20	20	4	70	13	30	9	3
1 Achsabstand											

## 3.5.3 Versuchskörperdetails

## 3.5.3.1 Versuchskörperabmessungen

Wie in Abschnitt 2.5.4.5 schon genannt, gibt es bei der Bestimmung des Verhaltens unter einer Schubbeanspruchung für einen Dämmstoff gemäß der *DIN EN 12090* einzuhaltende Geometrieverhältnisse. Darauf aufbauend wurden in Abschnitt 3.3.3 trotz

der Überschreitung der zulässigen Dicke des Dämmstoffes nach Norm die angegebenen Geometrieverhältnisse für die Abmessungen der Versuchskörper ingenieurmäßig angepasst. Diese passen auch zu den gewählten Abmessungen der in Fouad 2013 beschriebenen Untersuchungen zur Ermittlung der Scherfestigkeit eines Dämmstoffes. Damit ergibt sich für Versuchskörper, die mittels eines einhüftigen Versuchsaufbaus geprüft werden, ein Verhältnis Länge zu Dicke von 5. Das heißt, bei einer Dicke der Dämmstoffplatten von 200 mm beträgt die Länge 1000 mm. Dies entspricht genau der Lieferabmessung der eingesetzten Dämmstoffplatte JOMA EPS DEO 032 - 100. Da die Anordnung der Verbundmittel über die Breite in den Schubversuchen vergleichbar zu den Biegeversuchen gestaltet werden sollte, bietet es sich an, die gleiche Breite von b = 500 mm zu wählen, damit die Verbundmittel wie in den Biegeversuchen auch immer zweireihig angeordnet werden können. Dies entspricht ebenfalls der Lieferabmessung der eingesetzten Dämmstoffplatte JOMA EPS DEO 032 - 100. Um den Dämmstoff bei der Herstellung (siehe Abschnitt 3.5.4) in der Schalung zu fixieren, wurden in der Schalung dreiseitig zusätzlich 2 cm dicke Schalbretter aufgenagelt (siehe auch Abb. 3.73). Damit ergibt sich ausgehend von den Lieferabmessungen der Dämmstoffplatten (1000 mm × 500 mm) eine Versuchskörperlänge von 960 mm und eine Versuchskörperbreite von 480 mm.

# 3.5.3.2 Dicke der Tragschichten

Die Dicke der Tragschichten von  $t_{Ts} = 70$  mm wurde in Anlehnung an die minimal zulässige Dicke der Vorsatz- und Tragschicht einer Sandwichtafel nach Abschnitt NA. 10.9.9 (5) in *DIN EN 1992-1-1* gewählt und entspricht damit der Dicke der Tragschichten in den Biegeversuchen.

# 3.5.3.3 Längsbewehrung

Als Längsbewehrung in den Tragschichten wurden wie bei den Biegeversuchen Stabstähle  $\phi$  10 B500B nach *DIN 488-2* mit einem Achsabstand von 10 cm eingesetzt. Durch die infolge der Herstellung bedingte geringere Breite der Schubversuchskörper (siehe Abschnitt 3.5.4) ergibt sich im Gegensatz zu den Biegeversuchen ein geringfügig höherer Längsbewehrungsgrad von 1,17 % im Gegensatz zu 1,12 %.

# 3.5.3.4 Querbewehrung

Wie bei den Biegeversuchen an Sandwichelementen wurde planmäßig keine Querbewehrung in die Versuchskörper eingelegt. Allerdings wurde die Längsbewehrung mit drei Querbewehrungsstäben für den Einbau und die Betonage fixiert (siehe Abb. 3.73).

# 3.5.4 Herstellung der Versuchskörper

Die Versuchskörper wurden alle im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern hergestellt. Um eine beidseitig gleichwertige Verbundfuge zwischen Beton und Dämmung zu gewährleisten, wurden die Versuchskörper auf der Längsseite stehend betoniert (siehe Abb. 3.73).


Abb. 3.73: Schalungs- und Bewehrungsvorbereitungen vor der Betonage der Schubversuchskörper

Die Dämmstoffplatten wurden dazu seitlich und unten durch aufgenagelte Schalungsbretter fixiert, sodass sich die in Abschnitt 3.5.3.1 beschriebenen Abmessungen der Versuchskörper ergeben. Mittels Abstandhaltern in Richtung der Schalung sowie der Dämmstoffplatte wurde die Einhaltung des Verlegemaßes der Längsbewehrung von  $c_{V,I} = 35$  mm gewährleistet.

# 3.5.5 Werkstoffe und Materialeigenschaften

### 3.5.5.1 Betonfestigkeiten und Elastizitätsmodule

Zur Herstellung der Versuchskörper waren drei Betonagen erforderlich. Es wurde für alle Betonagen die gleiche in Tab. 3.12 dargestellte Betonzusammensetzung gewählt. Da die Versuchskörper, wie in Abschnitt 3.5.4 beschrieben, auf der Längsseite liegend betoniert wurden und nur eine Tragschichtdicke von 7 cm aufwiesen, wurde die Konsistenzklasse F4-F5 für den Frischbeton angestrebt.

Bestandteil	Masse
Wasser	174,0 kg
Zement CEM I 42,5 N	341,2 kg
Zuschlag Rheinsand 0/2	585,6 kg (entspricht 33 % der Zuschlagsmasse)
Zuschlag Rheinkies 2/8	585,6 kg (entspricht 33 % der Zuschlagsmasse)
Zuschlag Rheinkies 8/16	591,1 kg (entspricht 34 % der Zuschlagsmasse)
Fließmittel MasterGlenium ACE 30	1,365 kg (entspricht 0,4 % der Zementmasse)

Tab. 3.12: Betonrezeptur für die Schubversuche

Mit der in Tab. 3.12 dargestellten Betonrezeptur ergibt sich ein Wasserzementwert von w/z = 0,51 und eine Sieblinie, die sich nach *Grübl u. a. 2001* in den Bereich A/B einordnen lässt. In Tab. 3.13 ist eine Übersicht der durchgeführten Betonagen mit der Zuordnung zu den jeweils hergestellten Versuchskörpern dargestellt.

Tab. 3.13:	Übersicht der Betonagen	
------------	-------------------------	--

Betonage	Datum	Versuchskörper
1	03.07.2015	SV-S12-C-1 – 2; SV-S12-D-1 – 3
2	07.07.2015	SV-1 – 3; SV-S12-C-3
3	20.01.2016	SV-S12-C-4 – 6; SV-S20-C-1 – 3

Die Auswertung und Bestimmung der Materialeigenschaften erfolgten analog zur Vorgehensweise der Biegeversuche (siehe Abschnitt 3.4.5.1). Eine Übersicht der bestimmten Mittelwerte für die Betonfestigkeiten und die Elastizitätsmodule ist in Tab. 3.14 dargestellt. Die Ergebnisse aller Einzelproben sind im Anhang A.3.1, S. 250 zu finden.

Tab. 3.14: Mittelwerte der Betonfestigkeiten und E-Module ermittelt anhand von jeweils drei Probewürfeln sowie drei Probezylindern

Versuchsbezeichnung	Betonalter am Ver-	Würfel- druckfes- tigkeit <sup>a</sup>	Zylinder- druckfes- tigkeit <sup>b</sup>	E-Modul <sup>a</sup>	Spaltzug- festigkeit <sup>a</sup>	zentrische Zugfestig- keit <sup>b</sup>
	suchstag	f <sub>cm,cube</sub>	<i>f</i> <sub>cm</sub>	Ecm	f <sub>ctm,sp</sub>	f <sub>ctm</sub>
	[d]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
SV-1 – 3	16	38,8	31,4	24.600	2,80	2,55
SV-S12-C-1	19	49,6	40,4	26.300	3,30	2,95
SV-S12-C-2	20	-c	-c	-c	_c	_c
SV-S12-C-3	16	38,8	31,4	24.600	2,80	2,55
SV-S12-C-4 – 6	19	27,0	21,6	19.900	2,15	1,90
SV-S12-D-1 – 3	19	49,6	40,4	26.300	3,30	2,95
SV-S20-C-1 – 3	19	27,0	21,6	19.900	2,15	1,90
<ul> <li>a geprüft</li> <li>b berechnet</li> <li>c Annahme der Werte wie für Versu</li> </ul>	ichskörper SV-	S12-C-1 da fü	r 20 Tage kein	e Prüfung der I	- estiakeiten un	d Steifia-

<sup>c</sup> Annahme der Werte wie f
ür Versuchsk
örper SV-S12-C-1, da f
ür 20 Tage keine Pr
üfung der Festigkeiten und Steifigkeiten

# 3.5.5.2 Dämmstoff

Die Dämmstoffplatten, die in den Schubversuchen zum Einsatz kamen, entstammten alle der Charge E200J3, für die die in Tab. 3.15 dargestellten Materialkennwerte in Abschnitt 3.3 nach gültiger Norm bestimmt wurden. An dieser Stelle wird jedoch wie schon an gleicher Stelle bei den Biegeversuchen darauf hingewiesen, dass der in der letzten Spalte angegebenen Schubmodul nach *DIN EN 12090* mit der schon beschriebenen Problematik der nicht eindeutigen Möglichkeit der Ermittlung (siehe Abschnitt 3.3.3) bestimmt wurde. In Abschnitt 4.3 wird deshalb wie schon zu Beginn der Arbeit erwähnt ein eigener Ansatz zur Bestimmung des Schubmoduls vorgestellt.

Tab. 3.15:	Materialkennwerte des	Dämmstoffes der Cha	arge E200J3 für die	Schubversuche
			0	

Charge	Dichte	Druckspannung	Druck-Elastizitäts- modul	Scherfestigkeit	Schubmodul nach DIN EN 12090
Charge	ρ	$\sigma_{10}$	ED	7 <sub>D</sub>	GD
	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kN/m²]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m²]	[kN/m <sup>2</sup> ]
E200J3	22,15	115,0	5.985	86,4	3.545

### 3.5.6 Messtechnik

### 3.5.6.1 Allgemeines

Kraft und Weg des servohydraulischen Zylinders, die Werte der Kraftmessdose, die Daten der eingesetzten induktiven Wegaufnehmer zur Aufnahme der vertikalen und

horizontalen Verformungen der Versuchskörper sowie die Dehnungen der eingesetzten Dehnmessstreifen (DMS) wurden digital aufgezeichnet.

# 3.5.6.2 Wegaufnehmer

Die vertikale Verformung der vorderen Tragschicht wurde durch zwei induktive Wegaufnehmer (WA V1+2) aufgenommen, während an allen von vorne betrachteten vier Ecken der vorderen Tragschicht ebenfalls induktive Wegaufnehmer (WA O1+2 und WA U1+2) zur Aufnahme der jeweiligen horizontalen Verformung des Versuchskörpers angeordnet waren (siehe Abb. 3.74, Abb. 3.75 und Abb. 3.76). Die Messlänge der vertikalen Wegaufnehmer betrug jeweils ± 50 mm, während für die horizontale Verformung des Versuchskörpers Wegaufnehmer mit einer Messlänge von jeweils ± 25 mm eingesetzt wurden.

# 3.5.6.3 Dehnungsmessstreifen

Zusätzlich zu den oben genannten Wegaufnehmern wurden in den beiden Versuchen SV-S12-C-4 und SV-S20-C-1 auf jeden der vier GFK-Stäbe jeweils zwei DMS appliziert. Diese waren innerhalb der Kernschicht direkt angrenzend an die Einspannung in eine der beiden Tragschichten des jeweiligen Stabes angeordnet. Der Abstand der Messgitterachse zum Betonrand der Tragschicht betrug 1,5 cm (siehe Abb. 3.74). Die DMS dienten zur Aufnahme der oberen und unteren Dehnung des jeweiligen Stabes.



Abb. 3.74: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus mit Anordnung der Wegaufnehmer und Dehnmessstreifen für die Schubversuche an Sandwichelementen

### 3.5.7 Versuchsaufbau

Die Versuchskörper wurden im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern in einem Zwei-Säulen-Prüfrahmen mit einer maximalen Zylinderkraft des servohydraulischen Prüfzylinders von 1.600 kN geprüft. Der Versuchsaufbau eines Schubversuches ist in Abb. 3.74 schematisch sowie in Abb. 3.75 (Seitenansicht) und in Abb. 3.76 (Vorderansicht) exemplarisch an Versuch SV-S12-D-3 dargestellt.

Mithilfe der sogenannten Reaktionswand sowie einer Stahlkonstruktion wurde der Schubversuchskörper in horizontaler Richtung gehalten. Die Reaktionswand ist fest im Spannfeld der Versuchshalle eingespannt und unbeweglich. Die Stahlkonstruktion bestand aus zwei senkrecht stehenden I-Profilen, die horizontal mittels vier Gewindestangen und zwei Querträgern mit den fest in der Reaktionswand installierten Halfenschienen verschraubt waren. In vertikaler Richtung stand die an der Reaktionswand lehnende (hintere) Tragschicht des Versuchskörpers unten auf einem Vierkantstahlvollprofil auf. Die Kernschicht sowie die (vordere) Tragschicht waren in vertikaler Richtung dagegen frei verschiebbar.

Die Druckkraft wurde über eine Lasteinleitungskonstruktion bestehend aus der Lasteinleitung über den Zylinder, einem Druckstempel, einer Kalotte zur Zentrierung der Kraft, einer Kraftmessdose und einem Vierkantvollprofil aus Stahl auf die vordere der beiden Tragschichten aufgebracht.



- 1 Druckstempel
- 2 Stahlkonstruktion
- 3 induktive Wegaufnehmer
- 4 Stahlrollen
- 5 Probekörper
- 6 Vierkantstahlvollprofil
- a Kalotte
- b Kraftmessdose
- c Stahlplatten
- d Vierkantstahlvollprofil

Abb. 3.75: Aufbau eines Schubversuchs am Beispiel von Versuch SV-S12-D-1 (Seitenansicht)



- 1 Druckstempel
- 2 Stahlkonstruktion
- 3 induktive Wegaufnehmer
- 5 Probekörper
- a Kalotte
- b Kraftmessdose
- c Stahlplatten
- d Vierkantstahlvollprofil

Abb. 3.76: Aufbau eines Schubversuchs am Beispiel von Versuch SV-S12-C-1 (Vorderansicht)

#### 3.5.8 Versuchsablauf

Vor Versuchsbeginn werden die vertikalen Verformungen der (vorderen) Tragschicht sowie der Kernschicht durch ihr Eigengewicht und die Last der Lasteinleitungskonstruktion mithilfe einer Holzkonstruktion verhindert. Mit dem Start des Versuchs sowie der Messung wird die Unterkonstruktion aus Holz entfernt, sodass die Verformungen aus dem Eigengewicht sowie der Lasteinleitungskonstruktion aufgenommen werden. In Anlehnung an die *DIN EN 12090* zur Bestimmung des Verhaltens bei Scherbeanspruchung für einen Dämmstoff betrug die weggeregelte Geschwindigkeit des servohydraulischen Zylinders 3 mm/min.

### 3.5.9 Versuchsergebnisse und Versuchsauswertung

#### 3.5.9.1 Versagensarten

Im Zuge der Schubversuche an Sandwichelementen konnten zwei Versagensarten identifiziert werden. Entweder versagten die Versuchskörper infolge eines durchgehenden Längsrisses im Bereich der Fuge zwischen Beton und Dämmstoff (Abb. 3.77, links) oder durch einen in der Regel um ca. 40-50° geneigten Schubriss, der sich ausgehend von einem Längsriss im Bereich der Fuge zwischen Dämmstoff und Beton entwickelte (Abb. 3.77, rechts). Das Versagen kündigte sich jeweils zunächst durch einen langsam fortschreitenden Riss entlang der Fuge zwischen Dämmstoff und Beton am oberen Ende im Bereich der hinteren aufstehenden Tragschicht und am unteren Ende im Bereich der vorderen freihängenden Tragschicht des Versuchskörpers an

(Abb. 3.78). Danach kam es zu einem schlagartigen Versagen durch eine der beiden zuvor genannten Versagensarten.





Abb. 3.77: Längsriss und Schubriss als typische Versagensart beispielhaft dargestellt anhand der Versuche SV-2 (links) und SV-C-2 (rechts)



Abb. 3.78: Risse im Bereich der Fuge



Abb. 3.79: Scherversagen des Dämmstoffes am Beispiel von Versuch SV-3

Das Versagen im Bereich der Fuge konnte im Anschluss an die Versuche eindeutig als ein Scherversagen des Dämmstoffes identifiziert werden. Damit liegt ein Kohäsionsversagen des Dämmstoffes und kein Adhäsionsversagen durch das Versagen der Verbundfuge zwischen Beton und Dämmstoff vor (siehe auch Abschnitt 3.4.9.3 Versagensarten der Biegeversuche an Sandwichelementen). Dies lässt sich beispielsweise anhand von Versuchskörper SV-3 mit Abb. 3.79 belegen. Durch die Herstellung der Versuchskörper auf der Längsseite stehend, konnte also ein guter Verbund zwischen Dämmstoff und Beton erzielt werden. Ein Adhäsionsversagen wurde bei keinem der durchgeführten Versuche beobachtet, sodass die Schlussfolge, dass die Verbundfestigkeit, die sich unter anderem in Folge der gewählten Herstellungsart ergibt, zwischen Beton und Dämmstoff größer als die Scherfestigkeit des Dämmstoffes ist, erlaubt ist.

In den Versuchen SV-S12-C-4 – 6 und SV-S20-C-1 – 3, die bei der 3. Betonage (siehe Tab. 3.13) hergestellt wurden, wurden bei den Versuchen mit dem kleineren Durchmesser der Schöck-Thermoanker (SV-S12-C-4 – 6) bei großen Verformungen, also schon deutlich nach dem Versagen des Dämmstoffes, in beiden Tragschichten Biegerisse festgestellt. Bei den Versuchen mit dem dickeren Durchmesser (SV-S20-C-1 – 3) wurden diese Biegerisse schon kurz nach dem Versagen des Dämmstoffes beobachtet. Bei den Versuchskörpern, die im Rahmen der ersten beiden Betonagen hergestellt wurden, gab es hingegen keine Risse in den Tragschichten. Zurückzuführen ist dies auf die deutlich geringeren Betonfestigkeiten, die bei der 3. Betonage erreicht wurden (siehe Tab. 3.14).



#### 3.5.9.2 Last-Verformungs-Verhalten

Abb. 3.80: Last-Verformungs-Kurven der Ver- Abb. 3.81: Last-Verformungs-Kurven der Versuche SV-1 - 3









SV-S20-C-1

50 60 70 Die dargestellten Diagramme (Abb. 3.80 bis Abb. 3.83) zeigen das Last-Verformungs-Verhalten der 15 durchgeführten Schubversuche. Getrennt für die vier untersuchten Varianten ist die Zylinderkraft über den Mittelwert der vertikalen Verformung *u* aufgetragen.

Die Verläufe der Versuchskurven aller Versuche sind im Anfangsbereich annähernd linear sowie affin zueinander. Erst mit steigender Belastung lassen sich erste Einflüsse der eingesetzten Verbundmittel auf das Last-Verformungs-Verhalten erkennen. Die Versuchskörper mit Verbundmitteln versagen alle schlagartig bei einer Verformung *u* im Bereich von ca. 8 mm. Diese Verformung passt auch sehr gut zu den Ergebnissen der Ermittlung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls der in den Schubversuchen eingesetzten Dämmstoffcharge E200J3 (siehe Anhang A.1.2, Abb. A.9). In diesen Untersuchungen versagten die Probekörper auch jeweils bei einer Verformung *u* von ca. 8 mm. Im Gegensatz dazu versagten die Versuchskörper ohne Verbundmittel erst nachdem die Versuchskurve abflachte und sich damit einhergehend vergleichsweise große plastische Verformungen des Dämmstoffes im unteren Bereich des Versuchskörpers ergaben. Dies wird besonders deutlich, wenn man den Verlauf der gemittelten unteren horizontalen Verschiebung für einen Versuchskörper mit und einen ohne Verbundmitteln vergleicht (siehe Abb. 3.84).



untere hor. Verformung [mm]

Abb. 3.84: Vergleich der unteren horizontalen Verformung der Versuche SV-3 und SV-S12-D-2

Durch die in den drei übrigen Serien eingesetzten Verbundmittel wurden die in Abb. 3.84 gezeigten unteren horizontalen Verformungen wie bei den Versuchen ohne Verbundmittel bis zum Dämmstoffversagen und dem damit verbundenen Lastabfall wirkungsvoll verhindert. In Abb. 3.84 ist dazu der Vergleich der beiden Versuche SV-3 und SV-S12-D-2 zu sehen. Während beim Versuch SV-3 die untere horizontale Verformung bei Versagen des Dämmstoffes ca. 6 mm beträgt, liegt diese Verformung im Versuch SV-S12-D-2 im kleinen Zehntel-Millimeter-Bereich. Mit Erreichen eines Plateaus versagten die Versuchskörper ohne Verbundmittel schließlich schlagartig mit der Folge, dass die Zylinderkraft auf 10 - 15 kN abfiel und mit weiterer Wegsteigerung kontinuierlich abnahm.

In Abb. 3.85 ist jeweils eine Last-Verformungs-Kurve der vier unterschiedlichen geprüften Varianten der Versuchskörper dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Verformung bis zum Erreichen der Maximallast mit zunehmender Gesamtsteifigkeit der Verbundmittel abnimmt. Außerdem lässt sich festhalten, dass sich mit steigender Anzahl oder größerem Durchmesser und daraus resultierender höherer Gesamtsteifigkeit der Verbundmittel größere aufnehmbare Lasten ergeben (Abb. 3.86), sodass sich die daraus resultierende Scherfestigkeit zum Teil deutlich steigern lässt (siehe auch Tab. 3.16). Zudem ist das Lastniveau nach dem Lastabfall durch die Anordnung von Verbundmitteln ebenfalls mit zunehmender Steifigkeit der Verbundmittel wesentlich höher.







Tab. 3.16: Ergebnisse und Vergleich der Schubversuche an Sandwichelementen

		Gesamtkraft <sup>1</sup>		Scherfe	Scherfestigkeit		orupa <sup>2</sup>	Verformung	Voroo
Versuchsser	ie	F <sub>max</sub>	F <sub>max,m</sub>	T <sub>ma</sub>	ax,m	Stelge	liung	u <sup>3</sup>	versa-
		[kN]	[kN]	[kN	/m²]	[9	6]	[mm]	gensan
	1	43,92							S
SV-	2	41,04	42,77	92,8	86,4 <sup>5</sup>	-	-	15,3	L
	3	43,34							S
	1	47,18						7,8	L
	2	44,05	44,56 96,7		4 12 <sup>6</sup>	106	S		
01/040.0	3	42,57		56 96,7			L		
50-512-0-	4	41,87				12°	L		
	5	45,50					S		
	6	46,18							L
	1	51,41							S
SV-S12-D-	2	49,04	49,38	10	7,2	15	15 24 <sup>6</sup>	7,7	S
	3	47,69							S
	1	56,98			121,1				L
SV-S20-C	2	56,99	55,80	12		30	30 <i>40</i> <sup>6</sup>	7,4	L
	3	53,44	1						L

inkl. der Last aus Eigengewicht und Lasteinleitungskonstruktion

2 bezogen auf die Versuchskörper ohne Verbundmittel

3 Mittelwert der vertikalen Verformung u bei maximaler Zylinderkraft

S = Schubriss und L = Längsriss (siehe Abschnitt 3.5.9.1)

Ergebnis der Ermittlung der Scherfestigkeit für die eingesetzte Dämmstoffcharge E200J3 (siehe Tab. 3.5)

prozentuale Steigerung bezogen auf die Scherfestigkeit des Dämmstoffes der Charge E200J3 (siehe Tab. 3.5)

In Tab. 3.16 sind die erreichten maximalen Kräfte inklusive der Last aus Eigengewicht und Lasteinleitungskonstruktion, die daraus resultierende rechnerische Scherfestigkeit der Kernschicht und die zugehörige Verformung dargestellt. Außerdem wird die mögliche Steigerung der Last durch die Anordnung von Verbundmitteln in Bezug auf die Versuche ohne Verbundmittel angegeben. Abschließend wird in der letzten Spalte die

jeweilige Versagensart der Versuche, unterschieden in einen Schubriss (S) oder einen Längsriss (L) im Dämmstoff, für alle Versuche angegeben.

Die Scherfestigkeit von knapp 93 kN/m<sup>2</sup> der Versuchskörper ohne Verbundmittel liegt etwas oberhalb der im Rahmen der Ermittlung der Scherfestigkeiten bestimmten Scherfestigkeit von ca. 86 kN/m<sup>2</sup> für die Dämmstoffcharge E200J3. Diese Abweichung lässt sich aber hauptsächlich durch das infolge des Versuchsaufbaus zusätzlich entstehende Moment erklären. Wie in Abb. 3.84 für Versuchskörper SV-3 dargestellt, drückt sich der Dämmstoff im unteren Bereich vor dem Versagen stark zusammen. Aus dieser Verformung und der resultierenden Druckkraft im Dämmstoff sowie einer Zugkraft, die in den oberen Gewindestangen (siehe Abb. 3.74 bis Abb. 3.76) aufgenommen werden kann, resultiert das zusätzliche Moment. Wertet man die Versuche ohne Verbundmittel (SV-1 – 3) hingegen für eine vertikale Verformung von ca. 8 mm aus, bei der die übrigen Schubversuche mit Verbundmitteln sowie die Versuche zur Bestimmung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls (siehe Abschnitt 3.3.3) versagten, ergibt sich ein Mittelwert von ca. 85 kN/m<sup>2</sup>. Vergleicht man diese Ergebnisse der erreichbaren Scherfestigkeiten miteinander, ergeben sich in Bezug auf die Versuchskörper ohne Verbundmittel die in Tab. 3.16 kursiv geschriebenen möglichen Steigerungen der Scherfestigkeit durch die Anordnung von Verbundmitteln von bis zu 40 %.

### 3.5.9.3 Auswertung der Dehnmessstreifen auf den Verbundmitteln

In Abb. 3.87 und Abb. 3.88 sind die Verläufe der Dehnungen aufgetragen über die Zylinderkraft der beiden Versuche SV-S12-C-4 und SV-S20-C-1 dargestellt. Es sind für jeden der vier Stäbe die obere (positive) und untere (negative) Dehnung abgebildet. Insgesamt lässt sich festhalten, dass die obere und untere Dehnung eines Stabes auf demselben Lastniveau betragsmäßig in etwa gleich sind und die Dehnungen bei Versagen (Lastabfall) der beiden Versuche bei ungefähr 4-5 ‰ liegen. Außerdem ist der Verlauf der Last-Dehnung-Kurven in etwa affin zu den oben dargestellten Last-Verformungs-Kurven der beiden Versuche (siehe Abb. 3.81 und Abb. 3.83).



such SV-S12-C-4

such SV-S20-C-1

Anhand der mittels DMS bestimmten Messwerte der oberen und unteren Dehnung der eingebauten GFK-Stäbe in den Versuchen SV-S12-C-4 und SV-S20-C-1 kann nun wie schon bei den Biegeversuchen mithilfe von Gleichung (3.6) unter Annahme eines linearen Materialverhaltens des GFK das Moment des Verbundmittels  $M_A$  lokal an der Stelle der DMS bestimmt werden. Eine DMS auf Stab 3 von Versuch SV-S20-C-1 fiel jedoch gleich zu Beginn des Versuchs aus, sodass für diesen Stab kein Moment ermittelt werden konnte. Mithilfe der bestimmten Momente lassen sich wieder deren Verläufe über die mittlere vertikale Verformung *u* darstellen (Abb. 3.89). Es ist deutlich zu erkennen, dass erwartungsgemäß die aufnehmbaren Momente in den dickeren Ankern größer sind. Mit zunehmender vertikaler Verformung steigen die Werte für das Moment linear an. Auffällig ist, dass dieser lineare Anstieg unabhängig vom Versagen des Dämmstoffes und dem zugehörigen Lastabfall ist. Dies wird deutlich, wenn man die in Abb. 3.89 eingezeichneten Grenzlinien für die zum Versagen des Dämmstoffes gehörige Verformung für den jeweiligen Versuch betrachtet. Obwohl die Last bei der eingezeichneten Verformung im Versuch deutlich abfällt, steigt der Anteil der Last in Form des Momentes in den Verbundmitteln weiter an und ist damit ausschließlich abhängig von der vertikalen Verformung *u*.



Abb. 3.89: Vergleich der Momente im Verbundmittel in Abhängigkeit der vertikalen Verformung für die Versuche SV-S20-C-1 – 3 (graue Linien) und SV-S12-C-4 – 6 (schwarze Linien)

### 3.5.10 Zusammenfassung der Ergebnisse und Fazit

Insgesamt konnte vergleichbar zu den Biegeversuchen bestätigt werden, dass mit steiferen oder mehr Verbundmitteln die Traglast und auch die Steifigkeit der Sandwichelemente gesteigert werden kann. Auch das Last-Verformungs-Verhalten der Versuche nach dem Versagen des Dämmstoffes wird durch die Anordnung von Verbundmitteln positiv beeinflusst. Während die Last bei den Versuchskörpern ohne Verbundmittel auf ein sehr niedriges Niveau abfällt und im Folgenden nicht mehr gesteigert werden kann, ist der Lastabfall bei den Versuchen mit Verbundmitteln geringer. Die Last kann nach dem Lastabfall bei hoher Gesamtsteifigkeit der Verbundmittel sogar nochmal annähernd bis zur primären Versagenslast gesteigert werden. Außerdem ist das Lastniveau nach dem Lastabfall bei den Versuchskörpern mit steigender Verbundmittelsteifigkeit höher. Die Steifigkeit hängt nach Versagen des Dämmstoffes maßgebend von der Anzahl und der Steifigkeit der Verbundmittel ab.

Aus den Ergebnissen der DMS lässt sich analog zu den Biegeversuchen an Sandwichelemente ableiten, dass sich die aufnehmbare Kraft und das aufnehmbare Moment des Verbundmittels in Form eines GFK-Stabes mit einem Durchmesser von 12 mm oder 20 mm proportional zur zugehörigen Verformung verhalten. Die GFK-Stäbe verlieren ihre Steifigkeit dementsprechend nicht.

# 3.6 Biegeversuche an einzelnen Tragschichten

# 3.6.1 Allgemeines

Wie schon in Abschnitt 2.6.1 erwähnt, ist das Last-Verformungs-Verhalten eines biegebeanspruchten Sandwichelementes maßgebend vom Last-Verformungs-Verhalten der Tragschichten abhängig. Es sind insbesondere der Beginn der Phase der Rissbildung, der Rissfortschritt und die Rissverteilung von Bedeutung, da darauf basierend die verschieden Querschnittssteifigkeiten über die Bauteillänge und damit das mittlere Verhalten eines gerissenen Bauteils bestimmt werden können. Diese ermittelten Querschnittssteifigkeiten haben unmittelbaren Einfluss auf die Verteilung der Teilschnittgrößen in einem Sandwichelement (siehe Abschnitt 2.6.1).

# 3.6.2 Versuchsprogramm und Details zu den Versuchskörpern

Es wurden drei Biegeversuche an einzelnen Tragschichten durchgeführt, um das Last-Verformungs-Verhalten zu untersuchen und dieses im Anschluss möglichst realitätsnah abbilden zu können. Die Abmessungen sowie der Aufbau der Tragschicht orientierten sich an der Geometrie und dem Querschnitt der Tragschichten für die Sandwichbiegeversuche (siehe auch Abschnitt 3.4.3). Damit ergaben sich eine Dicke und eine Breite der Tragschicht von 70 mm bzw. 600 mm. Als Längsbewehrung wurden Stabstähle  $\phi$  10 B500B mit einem Achsabstand von 10 cm eingelegt, der Längsbewehrungsgrad betrug somit 1,12 %. Die Stützweite der Versuchskörper wurde in Anlehnung an den Großteil der Biegeversuche an Sandwichelementen zu  $I_{\text{eff}} = 2,80$  m gewählt.

# 3.6.3 Herstellung der Versuchskörper

Die Herstellung der Versuchskörper erfolgte im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern. Nach der Fixierung der Ankerhülsen inkl. Anschlussbewehrung für den Transport seitlich an der Schalung und dem Einlegen der Längsbewehrung wurde der Beton in die vorbereitete Schalung gegossen und mittels einer Rüttelflasche gleichmäßig verdichtet (siehe Abb. 3.90). Die Einhaltung des Verlegemaßes der Längsbewehrung von  $c_{V,I} = 35$  mm wurde über Abstandhalter gewährleistet.



Abb. 3.90: Vorbereitete Schalung mit eingelegter Längsbewehrung (links), Einbringen des Betons in die Schalung (rechts)

### 3.6.4 Werkstoffe und Materialeigenschaften

### 3.6.4.1 Betonfestigkeiten und Elastizitätsmodule

Alle drei Versuchskörper wurden gleichzeitig mit demselben Beton am 31.10.2014 hergestellt. Für den Beton wurde die in Tab. 3.17 dargestellte Rezeptur gewählt.

Bestandteil	Masse
Wasser	174,0 kg
Zement CEM I 42,5 N	341,2 kg
Zuschlag Rheinsand 0/2	585,6 kg (entspricht 33 % der Zuschlagsmasse)
Zuschlag Rheinkies 2/8	585,6 kg (entspricht 33 % der Zuschlagsmasse)
Zuschlag Rheinkies 8/16	591,1 kg (entspricht 34 % der Zuschlagsmasse)
Fließmittel MasterGlenium ACE 30	1.365 kg (entspricht 0.4 % der Zementmasse)

Tab. 3.17: Betonrezeptur für die Biegeversuche an den einzelnen Tragschichten

Mit der in Tab. 3.17 gezeigten Betonrezeptur ergibt sich ein Wasserzementwert von w/z = 0,51 und eine Sieblinie, die sich nach *Grübl u. a. 2001* in den Bereich A/B einordnen lässt.

Tab. 3.18: Mittelwerte der Betonfestigkeiten und E-Module ermittelt anhand von jeweils drei Probewürfeln und drei Probezylindern

Versuchsbezeichnung	Betonalter am Ver- suchstag	Würfel- druckfestig- keit <sup>a</sup>	Zylinder- druckfestig- keit <sup>b</sup>	E-Modul <sup>a</sup>	Spaltzug- festigkeit <sup>a</sup>	zentrische Zugfestig- keit <sup>b</sup>	
	-	f <sub>cm,cube</sub>	<i>f</i> <sub>cm</sub>	Ecm	f <sub>ctm,sp</sub>	f <sub>ctm</sub>	
	[d]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	
BV-60-I.70-1	10	57,5	47,0	-c	3,95	3,60	
BV-60-I.70-2 - 3	11	58,9	48,1	29.400	-d	_d	
a geprüft <sup>c</sup> Annahme des Wertes für 11 Tage, da für 10 Tage keine Prüfung des E-Moduls							

Die Auswertung und Bestimmung der Materialeigenschaften erfolgten analog zur Vorgehensweise der Biegeversuche an Sandwichelementen (siehe Abschnitt 3.4.5.1). Eine Übersicht der bestimmten Mittelwerte für die Betonfestigkeiten und die Elastizitätsmodule ist in Tab. 3.18 dargestellt. Die Ergebnisse aller Einzelproben sind im Anhang A.4.1, S. 251 zu finden.

### 3.6.5 Messtechnik

Kraft und Weg des servohydraulischen Zylinders, die Werte der Kraftmessdose sowie die Daten der eingesetzten induktiven Wegaufnehmer zur Aufnahme der vertikalen Verformungen der Versuchskörper wurden digital aufgezeichnet. Die vertikalen Verformungen des Versuchskörpers wurden jeweils in den Viertelspunkten der Stützweite des Versuchskörpers gemessen (siehe Abb. 3.91).



Abb. 3.91: Anordnung der induktiven Wegaufnehmer zur Aufnahme der vertikalen Verformungen (links schematisch; rechts auszugsweise am Beispiel von Versuch BV-60-.70-2)

### 3.6.6 Versuchsaufbau

Die Versuchskörper wurden im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern in einem Zwei-Säulen-Prüfrahmen mit einer maximalen Zylinderkraft des servohydraulischen Prüfzylinders von 630 kN geprüft. Ein exemplarischer sowie ein schematischer Aufbau eines Biegeversuches an einer einzelnen Tragschicht sind in Abb. 3.92 und Abb. 3.93 dargestellt.



- 1 Druckstempel
- 2 Kalotte
- 3 Kraftmessdose 4 induktive Wegaufnehm
- 4 induktive Wegaufnehmer5 Stahlhalbrolle
- 5 Stahlhalbrolle

- 6 Stahlrolle 7 Querträge
- 7 Querträger 8 Elastomerlager
- 9 Längsträger zur Lastverteilung
- 10 Versuchskörper
- Abb. 3.92: Aufbau eines Biegeversuchs an einer einzelnen Tragschicht am Beispiel von Versuch BV-60-I.70-2



Abb. 3.93: Schematischer Versuchsaufbau eines Biegeversuchs an einer einzelnen Tragschicht

Die Stützweite des in einem Vier-Punkt-Biegeversuch geprüften Versuchskörpers betrug wie beim Hauptteil der Sandwichbiegeversuche 2,80 m. Aufgelagert wurden die Versuchskörper auf zwei Stahlrollenlagern, um so problemlos Verdrehungen des Versuchskörpers zu gewährleisten. Zwischen den Stahlrollenlagern und der Versuchskörperunterseite wurden zunächst eine Stahlplatte mit den Abmessungen von  $b \times h = 120 \times 10$  mm und darauf ein unbewehrtes Elastomerlager in Form eines *Compressionslagers* der Firma Elastomere Lagersysteme Heim GmbH mit den Abmessungen von  $b \times h = 120 \times 12$  mm eingebaut, sodass eine gleichmäßige Auflagerung gewährleistet und Spannungsspitzen infolge Unebenheiten der Betonoberfläche minimiert werden konnten.

Die Druckkraft wurde über eine Lasteinleitungskonstruktion bestehend aus der Lasteinleitung über den Zylinder, einem Druckstempel, einer Kalotte zur Zentrierung der Kraft, einer Kraftmessdose, einem Längsträger sowie zwei Querträgern als Lastverteilungsträger auf den Versuchskörper aufgebracht (Abb. 3.92). Um eine statisch bestimmte Lagerung und Verdrehungen des Längsträgers auf den beiden Querträgern zu ermöglichen, lagerte der Längsträger auf der einen Seite auf einer Stahlhalbrolle, während er auf der anderen Seite auf einer Stahlrolle lag. Zwischen den beiden Querträgern und dem Versuchskörpern wurde wie an den beiden Auflagern wieder ein unbewehrtes Elastomerlager, um eine gleichmäßige Lasteinleitung zu gewährleisten, eingebaut (s. o.).

### 3.6.7 Versuchsablauf

### 3.6.7.1 Bestimmung der Durchbiegung infolge der Last aus Eigengewicht und Lasteinleitungskonstruktion

Nach der Fertigstellung des Versuchsaufbaus mit dem Einbau des Versuchskörpers, der Installation der Messtechnik sowie dem Aufbau der Lasteinleitungskonstruktion wurde vor dem Aufbringen der Zylinderlast auf den Versuchskörper zunächst die Durchbiegung der Tragschicht infolge der Last ihres Eigengewichts sowie der Lasteinleitungskonstruktion bestimmt. Dazu wurden unterhalb des Versuchskörpers auf Höhe der beiden Lasteinleitungspunkte jeweils zwei Hydraulikpressen auf einer geeigneten Unterkonstruktion installiert, auf denen ein Querträger aus Stahl in Form eines Doppel-T-Profils oder zwei durch Stahllaschen zusammengeschweißte U-Profile aufgelegt wurden (Abb. 3.94).

3 Eigene experimentelle Untersuchungen



Abb. 3.94: Aufbau der Hydraulikzylinder zur Bestimmung der Durchbiegung infolge der Last aus Eigengewicht und Lasteinleitungskonstruktion (links schematisch; rechts am Beispiel von Versuch BV-60-.70-1)

Zwischen Stahlträger und Versuchskörper kam wieder ein unbewehrtes Elastomerlager zum Einsatz. Mittels einer Handpumpe erfolgte im Anschluss das gleichmäßige langsame Ausfahren des Kolbens aus dem Hydraulikzylinder, sodass eine entgegen der Eigenlast wirkende Verformung auf den Versuchskörper aufgebracht wurde. Sobald sich der Versuchskörper minimal von den Elastomerlagern auf den Auflagern löste bzw. sich diese per Hand leicht bewegen ließen, wurde das Ausfahren der Hydraulikpressen gestoppt, die Werte der Wegaufnehmer genullt und die Messung gestartet. Mit dem Ablassen des Drucks in den Pressen senkte sich der Versuchskörper wieder zurück in seine Ausgangslage ab und die damit einhergehenden Verformungen wurden durch die fünf induktiven Wegaufnehmer in den Viertelspunkten des Versuchskörpers (siehe Abb. 3.91) aufgenommen.

Nach der Bestimmung der Durchbiegung infolge der Eigenlast, konnte der eigentliche Versuch gestartet werden.

### 3.6.7.2 Bestimmung der Durchbiegung infolge Zylinderlast

Die Last wurde mittels eines servohydraulischen Zylinders weggesteuert mit einer anfänglichen Geschwindigkeit von 1 mm/min aufgebracht. Der Erstriss wurde bei einer Zylinderlast zwischen ca. 1,0 kN und 2,0 kN beobachtet und am Versuchskörper entsprechend gekennzeichnet. In der Folge wurde die Zylindergeschwindigkeit auf 2 mm/min erhöht. Nach dem Erreichen einer Zylinderlast von  $F_{Zyl} = 5,0$  kN wurden die aufgetretenen Risse ebenfalls wieder dokumentiert. Die Last wurde im Anschluss auf eine Geschwindigkeit von 10 mm/min erhöht und bis zum Versagen konstant gehalten.

### 3.6.8 Versuchsergebnisse

Die ermittelten Durchbiegungen infolge der Last aus Eigengewicht und Lasteinleitungskonstruktion liegen für alle drei Versuche im Bereich zwischen 2,5 und 3,0 mm. In Abb. 3.95 sind die Last-Verformungs-Kurven der drei Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht dargestellt. Es lässt sich leicht feststellen, dass das Last-Verformungs-Verhalten dem in Abschnitt 2.5 beziehungsweise explizit in Abb. 2.30 qualitativ gezeigten Verhalten eines Stahlbetonbalkens unter einer Biegebeanspruchung entspricht.



Abb. 3.95: Last-Verformungs-Verhalten der Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht

Alle drei Versuchskurven verlaufen nahezu identisch und lassen sich in die in Abschnitt 2.6.3.1 beschriebenen Bereiche A-D einteilen. Bis zu einer Zvlinderkraft von knapp 2,0 kN bleiben die Bauteile ungerissen (Bereich A), sodass die Versuchskurven vergleichsweise steil ansteigen. Mit der einsetzenden Rissbildung und bis zum Erreichen des abgeschlossenen Rissbildes bei einer Zylinderkraft von ca. 4,5 - 5,0 kN (Bereich B) flachen die Versuchskurven deutlich ab, während im Bereich C bei abgeschlossenem Rissbild und weiterer Laststeigerung wieder eine größere Steigung der Versuchskurven, die aber deutlich geringer ist als für den ungerissenen Zustand I, beobachtet werden kann. Ab einer Zylinderkraft im Bereich von 20,0 kN beginnt das Fließen des Bewehrungsstahls und es gibt bis zum Bruch keine oder nur noch eine mini-Laststeigerung bei gleichzeitig großer Verformungszunahme. male Ohne nennenswerte Lastzunahme kommt es bei verhältnismäßig großen Verformungen schließlich durch ein Einschnüren der Betondruckzone zu einem Betondruckversagen der Versuchskörper (siehe Abb. 3.96).



Abb. 3.96: Versagensbilder der drei Versuchskörper BV-60-.70-1 – 3 (von links nach rechts)

# 4 Entwicklung eines Ingenieurmodells für biegebeanspruchte Sandwichelemente

# 4.1 Allgemeines

In diesem Kapitel wird die Entwicklung eines Ingenieurmodells für biegebeanspruchte Stahlbetonsandwichelemente unter Berücksichtigung der Rissbildung im Beton mit über die Bauteillänge unterschiedlich großen Schubsteifigkeiten der Kernschicht beschrieben.

Dazu wird zunächst die realitätsnahe Nachrechnung der Last-Verformungs-Kurve einer einzelnen Tragschicht erläutert, bevor auf das Vorgehen zur Ermittlung eines neuen Ansatzes zur Bestimmung des Schubmoduls für einen Dämmstoff eingegangen wird. Im Anschluss folgt die Vorstellung eines Ingenieurmodells zur Beschreibung des Tragverhaltens von Sandwichelementen unter einer nahezu reinen Schubbeanspruchung, während daraufhin ein auf den zuvor vorgestellten Modellen basierendes Ingenieurmodell für biegebeanspruchte Sandwichelemente präsentiert wird. Aufbauend auf diesem Ingenieurmodell wird schließlich ein Berechnungswerkzeug zur Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der untersuchten Sandwichelemente vorgestellt.

# 4.2 Vorgehen zur Nachrechnung der Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht

# 4.2.1 Erläuterung

In Abschnitt 1.3 wurde die Zielsetzung einer realitätsnahen Berücksichtigung der reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten infolge der Rissbildung in den Tragschichten für Sandwichelemente formuliert. Um dazu einen geeigneten Ansatz inklusive der Beachtung des Mitwirkens des Betons auf Zug zwischen den Rissen auszuwählen, wurden in Abschnitt 2.6 eingehend verschiedene Ansätze erläutert sowie verglichen, sodass darauf basierend der Ansatz zur Berechnung der Verformung nach *Heft 600* als Geeignetster charakterisiert wurde. Zur Verifizierung dieses Ansatzes wurden zunächst drei Biegeversuche an einzelnen Tragschichten durchgeführt, deren Versuchsergebnisse in Form von Last-Verformungs-Kurven im Folgenden mit dem ausgewählten Ansatz nachgerechnet werden sollen.

# 4.2.2 Nachrechnung der Biegeversuche an einer Tragschicht

Wie schon in Abschnitt 2.6.5 gezeigt, entspricht der Ansatz zur Berechnung der Verformung nach *Heft 600* am ehesten dem realen Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonbalkens unter einer Biegebeanspruchung. Aus diesem Grund wird dieser Ansatz für die Nachrechnung der Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht gewählt. Zusätzlich bietet sich die numerische Integration vor allem bei statisch bestimmten Systemen an, da die Verformung nur von der jeweiligen Querschnittskrümmung abhängig ist und nicht von der Verteilung der Steifigkeiten über die Bauteillänge (siehe Abschnitt 2.6.4). Zunächst wird eine Vergleichsrechnung zwischen der Bestimmung der Verformung über die Integration der M- $\kappa_m$ -Beziehung (im Folgenden Methode A genannt) und der vereinfachten Verformungsberechnung über die sogenannten Verteilungsbeiwerte (im Folgenden Methode B genannt) durchgeführt. Als Eingangsparameter und Randbedingungen für die Vergleichsrechnung dienen die in Abschnitt 3.6 vorgestellten Biegeversuche mit den zugehörigen Materialeigenschaften.

In Abb. 4.1 sind die Verformungskurven für die Methode A und die Methode B sowie eine Linie für den reinen Zustand II dargestellt. Wie schon in Abschnitt 2.6.5 erläutert, unterscheiden sich die nach Methode A und Methode B berechneten Kurven nur geringfügig. Da mit der Methode A die realitätsnähere Berechnung erfolgen kann, wird diese Methode für die Nachrechnung der Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht verwendet.



Methode A:

Bestimmung der Verformung über die numerische Integration der Momenten-Krümmungs-Beziehung (siehe Abschnitt 2.6.4.4, S. 57)

#### Methode B:

Bestimmung der Verformung über den vereinfachten Ansatz mit Verteilungsbeiwerten (siehe Abschnitt 2.6.4.5, S. 59)

Durchbiegung in Feldmitte [mm]

Abb. 4.1: Berechnete Momenten-Verformungs-Kurven für die Methode A und die Methode B

Ein großer zusätzlicher Vorteil bei der Bestimmung der Verformung mithilfe der numerischen Integration der *M*- $\kappa_m$ -Beziehung ist, dass im Zuge der Ermittlung der mittleren Krümmung  $\kappa_m$  die Bestimmung der Zuggurtsteifigkeit mit dem wirksamen E-Modul  $E_{s,eff}$  und dem wirksamen Längsbewehrungsgrad  $\alpha_{s,eff}$  sowie der mittleren Druckzonenhöhe  $x_m^{II}$  und damit dem mittleren Hebelarm  $z_m^{II}$  einhergeht. Mit diesen Angaben können, wie in Abschnitt 4.5.2 erwähnt, die Eigenbiegesteifigkeiten der Tragschichten sowie die Sandwichbiegesteifigkeit unmittelbar berechnet werden.

Für Methode A sind in Abb. 4.2 beispielhaft der Verlauf des virtuellen Momentes  $\delta M$  infolge der virtuellen Kraft  $\delta F = 1$  an der Stelle und in Richtung der gesuchten Verformung (Feldmitte), der Verlauf der mittleren Krümmung und die Momenten-Linie jeweils über die Bauteillänge sowie die mit der numerischen Integration berechnete Verformung in Feldmitte für eine Kraft von F = 10 kN dargestellt.



Abb. 4.2: Berechnung der Verformung durch die Integration der *M-ĸ*-Linie sowie des *Prinzips* der virtuellen Verrückungen

Vergleicht man die berechneten Kurven mit den in Abschnitt 3.6 vorgestellten Last-Verformungs-Kurven der Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht, ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung (siehe Abb. 4.3).



Abb. 4.3: Last-Verformungs-Kurven für die Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht und deren Nachrechnung mit der Methode A

Für die Nachrechnung musste beachtet werden, dass die Verformungen infolge des Eigengewichtes des Versuchskörpers sowie des Eigengewichtes der Lasteinleitungskonstruktion in den während des Versuchs aufgezeichneten Last-Verformungs-Kurven nicht berücksichtigt werden. Dies führt dazu, dass die Versuchskurven und die berechnete Kurve vergleichsweise früh mit dem Erreichen des Rissmomentes abknicken. In Abb. 4.3 ist deshalb zusätzlich schwarz gestrichelt die ermittelte Last-Verformungs-Kurve mit der Berücksichtigung der Verformung infolge des Eigengewichtes dargestellt.

# 4.2.3 Zusammenfassung

Insgesamt lässt sich festhalten, dass das Last-Verformungs-Verhalten einer einzelnen Tragschicht unter einer Biegebeanspruchung mit dem gewählten Ansatz (Methode A) und für die vorliegende Parameterkonstellation sehr gut abgebildet werden kann. Damit sind gleichzeitig eine realitätsnahe Berücksichtigung der Rissbildung und somit auch die Ermittlung der damit verbundenen abschnittsweise unterschiedlichen Dehnund Biegesteifigkeiten der Tragschicht möglich. Diese Berücksichtigung der Rissbildung für die Tragschichten ist unter anderem eine der in Abschnitt 1.3 formulierten Zielsetzungen für das Ingenieurmodell zur Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der biegebeanspruchten Sandwichelemente und soll deshalb als Grundlage zur Berechnung der über die Länge veränderlichen Biegesteifigkeiten der Tragschichten sowie der Sandwichbiegesteifigkeit für die Sandwichelemente dienen. Auf die Umsetzung wird ausführlich in Abschnitt 4.5 eingegangen.

# 4.3 Vorschlag zur Bestimmung der Schubsteifigkeit für einen Dämmstoff

# 4.3.1 Erläuterung

Wie in Abschnitt 2.5.4.5 schon beschrieben, wird der Schubmodul  $G_D$  gemäß *DIN EN 12090* aus dem "*Verhältnis der Scherspannung zur zugehörigen relativen Verformung unterhalb der Proportionalitätsgrenze bei linearer Abhängigkeit*" berechnet. Ein lineares Last-Verformungs-Verhalten konnte in den Versuchen an expandiertem Polystyrol (vgl. Abschnitt 3.3.3 und dargestellte Versuchskurven im Anhang A.1.2) sowie gemäß *Müller 2015* auch bei extrudiertem Polystyrol (XPS) allerdings nicht beobachtet werden. Die Versuchskurven werden in der Regel von Beginn an mit steigender Last kontinuierlich flacher bis hin zu großen Verformungen vor dem Versagen des Dämmstoffes. Zum Teil lässt sich auch ein ausgeprägtes Fließplateau beobachten. Die Bestimmung des Schubmoduls  $G_D$  nach *DIN EN 12090* ist somit nicht zufrieden stellend möglich, da sich in Wirklichkeit nur ein Nullpunkt-Tangenten-Schubmodul ermitteln lässt. *Müller 2015* bestimmt deshalb neben dem Tangenten-Schubmodul einen Sekanten-Schubmodul, der sich aus der Steigung der Gerade, die durch den Nullpunkt und den Beginn des Fließplateaus oder den Punkt vor dem Lastabfall definiert ist, ergibt.

Während der Tangenten-Schubmodul die Steifigkeit des Dämmstoffes schon bei kleinen Verformungen zum Teil erheblich überschätzt, kann die Berechnung des Sekanten-Schubmoduls nach *Müller 2015* zu einer deutlichen Unterschätzung der eigentlichen Steifigkeit des Dämmstoffes führen. Wie schon in Abschnitt 2.2.4.2 erläutert, verteilen sich die Teilschnittgrößen eines Sandwichelementes anhand der Steifigkeiten der äußeren Tragschichten und der Kernschicht. Die Über- oder Unterschätzung des Schubmoduls des Dämmstoffes als maßgebende Größe zur Bestimmung der Kernschichtsteifigkeit (siehe auch Abschnitt 4.4) führt somit unter anderem zu ungenauen und gegebenenfalls zu falschen Ergebnissen bezüglich der Ermittlung der Teilschnittgrößen und der Verformung eines Sandwichelementes.

Im nachfolgenden Abschnitt wird deshalb ein eigener Vorschlag zur Ermittlung des Schubmoduls eines Dämmstoffes vorgestellt, der eine möglichst realitätsnahe Beschreibung der tatsächlichen Steifigkeit in Form der Bestimmung des Schubmoduls ermöglicht.

# 4.3.2 Bestimmung der Schubsteifigkeit in Form des Schubmoduls für den eingesetzten Dämmstoff

In Anlehnung an die Vorgehensweise bei der Ermittlung der Nachgiebigkeit der Verdübelung in der *DIN EN 1994-1-1* wird ein eigener Vorschlag zur Bestimmung der Schubsteifigkeit des Dämmstoffes in Form des Schubmoduls erarbeitet.

Zunächst wird auf der Grundlage der Ergebnisse der in Abschnitt 3.3.3 vorgestellten Untersuchungen zur Ermittlung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls der charakteristische Wert  $F_{D,k}$  für die maximale Kraft bestimmt. Für die Bestimmung des charakteristischen Wertes wird die Anwendung der logarithmischen Normalverteilung gewählt. Diese ist gemäß *Spaethe 1992* zur Berechnung von Materialfestigkeiten geeignet, da ausgeschlossen ist, dass sich auch bei großen Variationskoeffizienten negative Werte, die für eine Festigkeit nicht auftreten können, ergeben.

Mit der logarithmischen Normalverteilung folgt gemäß *DIN EN 1990* Gleichung (4.1) für die Berechnung des charakteristischen Wertes.

$$\mathbf{x}_{k} = \exp\left(m_{y} - k_{n} \mathbf{s}_{y}\right) \tag{4.1}$$

mit *m*<sub>y</sub> Mittelwert der logarithmierten Einzelwerte

k<sub>n</sub> Faktor in Abhängigkeit der Probekörperanzahl

sy Standardabweichung der logarithmierten Einzelwerte

Der Mittelwert  $m_y$  lässt sich mit Gleichung (4.2) bestimmen, während die Standardabweichung  $s_y$  für eine lognormale Verteilung mit nicht aus Vorinformationen bekanntem Variationskoeffizienten der Materialeigenschaft mit Gleichung (4.3) ermitteln werden kann. Beim Faktor  $k_n$  geht gemäß Tabelle D.1 aus *DIN EN 1990* neben der Probekörperanzahl ebenfalls mit ein, dass der Variationskoeffizient nicht aus Vorinformationen bekannt ist.

$$m_{\rm y} = \frac{1}{n} \sum \ln x_{\rm i} \tag{4.2}$$

$$s_{y} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum \left( \ln x_{i} - m_{y} \right)^{2}}$$
(4.3)

Die Bestimmung des Teilsicherheitsbeiwertes für die maximale Kraft  $F_{D,k}$  erfolgt gemäß *DIN EN 1990.* Der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_M$  kann damit mithilfe von Gleichung (4.4) bestimmt werden.

$$\gamma_{\rm M} = \exp(\alpha_{\rm R} \cdot \beta \cdot V_{\rm R} - 1,645 \cdot V_{\rm f}) \tag{4.4}$$

mit  $\alpha_{R}$ 

*β* Zuverlässigkeitsindex

V<sub>R</sub> Variationskoeffizient Widerstand

Wichtungsfaktor Widerstand

Vf Variationskoeffizient Materialeigenschaft

Es ergibt sich nach *DIN EN 1990* für Widerstände der Wichtungsfaktor  $\alpha_R$  zu 0,8, während für den Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  je nach Grenzzustand und Zielwert verschiedene Faktoren angesetzt werden. In diesem Fall wird ein Zielwert von 50 Jahren im Grenzzustand der Tragfähigkeit festgelegt, sodass  $\beta = 3,8$  ist. In den Variationskoeffizienten des Widerstandes, der sich mithilfe von Gleichung (4.5) berechnen lässt, fließen die Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit, der Geometrie und der oben schon beschriebenen Materialeigenschaft ein.

$$V_{\rm R} = \sqrt{V_{\rm m}^2 + V_{\rm G}^2 + V_{\rm f}^2} \tag{4.5}$$

mit V<sub>m</sub> Variationskoeffizient Modellunsicherheit

V<sub>G</sub> Variationskoeffizient Geometrie

V<sub>f</sub> Variationskoeffizient Materialeigenschaft

Der Variationskoeffizient der Materialeigenschaft ergibt sich anhand der beiden Gleichungen (4.2) und (4.3) und der Ergebnisse der in Abschnitt 3.3.3 vorgestellten Untersuchungen zur Ermittlung der Scherfestigkeit sowie des Schubmoduls ebenfalls bezogen auf die Normalverteilung nach Gleichung (4.6).

$$V_{\rm y} = V_{\rm f} = \sqrt{\exp(s_{\rm y}^{\,2}) - 1} = \sqrt{\exp(0,095^{\,2}) - 1} = 0,095 \tag{4.6}$$

Ein gemeinhin geltender Variationskoeffizient für die Modellunsicherheit lässt sich aufgrund des dafür zu geringen Umfangs an Versuchen hinsichtlich verschiedener Einflussfaktoren wie unterschiedliche Dämmmaterialien und Dämmstoffdicken oder verschiedene Versuchsaufbauten nicht angeben. Auch ein allgemeingültiger Variationskoeffizient für die Geometrie kann auf der Grundlage der experimentellen Untersuchungen wissenschaftlich nicht fundiert definiert werden. Für den üblichen Neubau bei Stahlbetonbauteilen gilt aber gemäß *DBV-Merkblatt*  $V_m = V_G \approx 0,05$ . Es kann davon ausgegangen werden, dass sich die Variationskoeffizienten für die Modellunsicherheit und für die Geometrie im hier betrachteten Fall in einem ähnlichen Bereich bewegen. Vor allem der für die Geometrie würde beispielsweise aufgrund der maschinellen Fertigungsmöglichkeiten der Dämmstoffplatten und der damit verbundenen vergleichsweise hohen Maßgenauigkeit sogar eher niedriger ausfallen. Außerdem würde sich durch eine Unterschätzung von jeweils 25 % für die angenommenen Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit sowie der Geometrie der Teilsicherheitsbeiwert im betrachteten Fall um lediglich knapp 5 % vergrößern. Die Auswirkungen auf die Größe des Teilsicherheitsbeiwertes sind somit nur von geringem Umfang, sodass die Annahme von  $V_m = V_G = 0,05$  gerechtfertigt erscheint. Demnach ergibt sich der resultierende Variationskoeffizient des Widerstandes  $V_R$  gemäß Gleichung (4.7).

$$V_{\rm R} = \sqrt{0.05^2 + 0.05^2 + 0.095^2} = 0.119 \tag{4.7}$$

Setzt man  $V_{\rm f}$  und  $V_{\rm R}$  sowie die Werte für den Wichtungsfaktor und den Zuverlässigkeitsindex in Gleichung (4.4) ein, berechnet sich der Teilsicherheitsbeiwert wie in Gleichung (4.8) dargestellt.

$$\gamma_{\rm M} = \gamma_{\rm D} = \exp(0.8 \cdot 3.8 \cdot 0.119 - 1.645 \cdot 0.095) = 1.23 \tag{4.8}$$

Als Teilsicherheitsbeiwert für die Materialfestigkeit in Form der maximalen Kraft wird daher vereinfacht ein Wert von  $\gamma_{\rm M} = 1,25$  vorgeschlagen. Damit bestimmt sich der Bemessungswert der maximalen Kraft  $F_{\rm D,d}$  zu Gleichung (4.9).

$$F_{\rm D,d} = \frac{F_{\rm D,k}}{\gamma_{\rm D}} = 0.8 \cdot F_{\rm D,k}$$
 (4.9)

In Abhängigkeit des zuvor bestimmten charakteristischen Wertes der maximalen Kraft  $F_{\rm D,k}$  wird in Anlehnung an die Ermittlung der Steifigkeit eines Verbundmittels im Verbundbau (*DIN EN 1994-1-1*) der in Gleichung (4.10) angegebene Ansatz zur Bestimmung des Neigungswinkels  $\alpha$  nach Gleichung (2.63) definiert. Der Neigungswinkel ergibt sich damit nicht aus dem geradlinigen Teil der Kraft-Verformungs-Kurve, der wie oben beschrieben in vielen Fällen auch nicht eindeutig vorhanden ist, sondern in Abhängigkeit des 0,7-fachen charakteristischen Wertes und der zugehörigen Verformung.

$$\tan \alpha = \frac{0,7 \cdot F_{D,k}}{\gamma_{0,7}F_{D,k}} \tag{4.10}$$

mit  $\gamma_{0,7}$ ,  $F_{D,k}$  zu 0,7,  $F_{D,k}$  gehörige Schubverformung

Setzt man nun den Neigungswinkel aus Gleichung (4.10) in die Formel zur Bestimmung des Schubmoduls  $G_{D}$  (Gleichung (2.62)) ein, lässt sich anhand von Gleichung (4.11) der Schubmodul in gewohnter Weise ermitteln.

$$G_{\rm D} = \frac{d \cdot \tan \alpha}{A} = \frac{d \cdot 0, 7 \cdot F_{\rm D,k}}{A \cdot \gamma_{0,7 \cdot F_{\rm D,k}}}$$
(4.11)

Anhand von Abb. 4.4 wird nachfolgend exemplarisch der Ansatz zur Bestimmung des Schubmoduls am Beispiel der Kraft-Verformungs-Kurve von Probekörper SM3-2 dargestellt.



Abb. 4.4: Bestimmung des Neigungswinkels mithilfe des eigenen Ansatzes

Wie in Abb. 4.4 zu ersehen ist, kann mit der nach eigenem Ansatz definierten Gerade zur Bestimmung des Neigungswinkels, mit dem im Weiteren auch der Schubmodul ermittelt wird, die tatsächliche Steifigkeit sichtbar realitätsnäher ermittelt werden.

Eine Übersicht der nach dem eigenen Ansatz, nach *DIN EN 12090* sowie nach *Müller 2015* vorgestellten Methoden zur Bestimmung des Schubmoduls für die einzelnen Dämmstoff-Chargen kann Tab. 4.1 entnommen werden. Zusätzlich wird der prozentuale Unterschied der bestimmten Schubmodule für die beiden letztgenannten Methoden im Vergleich zu den nach dem eigenen Ansatz ermittelten Schubmodulen dargestellt.

Tab. 4.1:	Übersicht der Ergebnisse zur Bestimmung des Schubmoduls für einen Dämmstoff
	mit verschiedene Methoden

Charge	Schubmodul G <sub>D</sub> in [kN/m²]							
Charge	Eigener Ansatz	DIN EI	J 12090	Müller 2015				
E200J1	2.905	3.390	+ 17 %	1.695	-42 %			
E200J2	2.570 <sup>1</sup>	3.130 <sup>1</sup>	+ 22 %	1.575 <sup>1</sup>	-39 %			
E200J3	2.820	3.545	+ 26 %	2.070	-27 %			
E200J4	3.360	3.935	+ 17 %	2.540	-24 %			
E200J5	2.120	2.900	+ 37 %	1.265	-40 %			
<sup>1</sup> Die Werte für die zweite Charge wurden anhand der Versuchsergebnisse der ersten Charge auf die normalen Abmes-								
sungen umgere	echnet.							

Es ist klar zu erkennen, dass die Ergebnisse der unterschiedlichen Methoden bei der Ermittlung des Schubmoduls zum Teil deutlich voneinander abweichen. Ausgehend von den Werten nach dem neuen Ansatz liegen die Schubmodule nach *DIN EN 12090* um 17 % bis 37 % über den Ergebnissen nach dem neuen Ansatz, während die Sekanten-Schubmodule nach *Müller 2015* zwischen 24 % und 42 % kleiner als die Ergebnisse nach dem neuen Ansatz sind. Dies hat unter anderem, wie oben schon genannt, große Auswirkungen auf die mithilfe der Differentialgleichungen nach *Stamm u. Witte 1974* bestimmbaren Teilschnittgrößen und Verformungen eines Sandwichelementes (siehe auch Abschnitt 4.5.5).

# 4.3.3 Zusammenfassung und Fazit

Im Gegensatz zur grafischen und damit aufwendigen sowie gegebenenfalls fehleranfälligen Ermittlung des Schubmoduls für einen Dämmstoff nach DIN EN 12090 wird in Anlehnung an den Verbundbau gemäß DIN EN 1994-1-1 ein eigener Ansatz zur Bestimmung des Neigungswinkels a für die Gerade zur Bestimmung des Schubmoduls vorgeschlagen. Dieser Ansatz eignet sich ebenfalls auch allgemein zur Bestimmung des Schubmoduls für einen Dämmstoff, da gleichzeitig basierend auf dem gewählten Ansatz ein einfaches Materialgesetz für den Dämmstoff entwickelt werden kann, sodass sich die Bemessung eines Sandwichelementes deutlich einfacher gestalten lässt. Mit dem vorgestellten eigenen Ansatz können anhand der Versuchsergebnisse sowohl für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit als auch für den Grenzzustand der Tragfähigkeit ohne Probleme Verformungs- und/oder Spannungsgrenzen definiert werden. Damit ist die Bemessung des Dämmstoffes in einem Sandwichelement auf der Grundlage einer statistischen Auswertung von Materialuntersuchungen möglich. Der Ansatz eignet sich für jede Dämmstoffart und für jede Dämmstoffdicke, wobei die Durchführung von Versuchen mit der statistischen Auswertung deren Ergebnisse für jeden Dämmstoff und für jede Dämmstoffdicke erforderlich sind. Des Weiteren muss berücksichtigt werden, dass der Kurvenverlauf der Versuchskurve durch die lineare Näherung gemäß des vorgestellten eigenen Ansatzes unterhalb des berechneten Bemessungswertes der Tragfähigkeit geschnitten wird. So ist gewährleistet, dass sowohl Über- als auch Unterschreitungen der Versuchskurve auftreten.

Für die Nachrechnung der Biege- und Schubversuche wird der mit dem eigenen Ansatz bestimmte Schubmodul angesetzt.

# 4.4 Vorschlag zur Nachrechnung der Schubversuche

### 4.4.1 Erläuterung

In den nachfolgenden Abschnitten wird aufbauend auf den in Abschnitt 2.3 dargestellten Modellen von überwiegend schubbeanspruchten Sandwichelementen ein Modell zur Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der in Abschnitt 3.5 beschriebenen Schubversuche an Sandwichelementen vorgestellt. Die ermittelten Steifigkeiten für den Dämmstoff und für die Verbundmittel sollen als Baustein und damit als Grundlage zur Entwicklung des in Abschnitt 4.5 ausführlich vorgestellten Ingenieurmodells zur Nachrechnung von Sandwichelementen unter einer Biegebeanspruchung dienen.

### 4.4.2 Modell zur Nachrechnung der Schubversuche

### 4.4.2.1 Aufbau des Modells

Vereinfacht lässt sich das Last-Verformungs-Verhalten der untersuchten Sandwichelemente unter einer Schubbeanspruchung mithilfe von Abb. 4.5 beschreiben.

Wie in Abb. 4.5 dargestellt kann das Last-Verformungs-Verhalten der untersuchten Schubversuchskörper ähnlich wie in Abschnitt 2.4.2.4 beschrieben in zwei Bereiche eingeteilt werden. Im Bereich A ist die Verbundfuge intakt und die Scherspannungen

in der Dämmstoffplatte unterhalb der maximal aufnehmbaren Scherspannung, während im Bereich B die Scherfestigkeit der Dämmstoffplatte überschritten wurde und ein Längsriss längs zur Fuge oder ein geneigter Schubriss in der Dämmstoffplatte entstanden ist.



Abb. 4.5: Vereinfachte Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens von Sandwichelementen unter einer Schubbeanspruchung

Wie schon in Abschnitt 2.4.2.4 erläutert, kann für den Bereich A mit einer intakten Verbundfuge und Dämmstoffplatte die aufnehmbare Schubkraft eines Sandwichelementes mittels zweier parallel geschalteter Federn, die jeweils den Anteil des Dämmstoffes und der Verbundmittel repräsentieren, anhand von Gleichung (2.55) bestimmt werden. Die Federsteifigkeiten für den Dämmstoff und für die Verbundmittel können aufgrund der Parallelschaltung addiert werden, sodass sich für die Schubkraft  $F_k$ , die über die Kernschicht übertragen werden kann, Gleichung (4.12) ergibt. Diese verformungsabhängige Betrachtung für die Verbundmittel konnte unter anderem mit den Ergebnissen der in den Biege- und Schubversuchen an Sandwichelementen auf die Verbundmittel angebrachten DMS und deren Auswertung bestätigt werden (siehe Abschnitt 3.4.9.6 und Abschnitt 3.5.9.3).

$$F_{\rm K} = F_{\rm D} + F_{\rm A} = (c_{\rm D} + c_{\rm A}) \cdot u \tag{4.12}$$

mit F<sub>D</sub> Anteil des Dämmstoffes an der Schubkraft

F<sub>A</sub> Anteil der Verbundmittel an der Schubkraft

- c<sub>D</sub> Federsteifigkeit des Dämmstoffes
- c<sub>A</sub> Federsteifigkeit der Verbundmittel

Der Übergang von Bereich A in Bereich B wird unter der Voraussetzung, dass die Scherfestigkeit des Dämmstoffes größer ist als die Verbundfestigkeit in der Fuge durch den Lastabfall infolge des Überschreitens der Scherfestigkeit des Dämmstoffes in der Versuchskurve bestimmt. Wie schon in Abschnitt 3.5.9.2 beschrieben, ist der Lastabfall je nach Anzahl und Durchmesser der eingesetzten Verbundmittel unterschiedlich groß. Dies betrifft auch die Steigung der Versuchskurven nach dem Lastabfall. Diese Steigung wird bestimmt durch die eingesetzten Verbundmittel und damit durch deren Federsteifigkeit. Diese Annahme wird zusätzlich von *Horstmann 2010* bestätigt, der in Schubversuchen mit vergleichsweise weichen stiftförmigen Verbundmitteln in Form

von TM-Verbundankern feststellt, dass die Steigung der Versuchskurve nach dem Lastabfall parallel zur Versuchskurve von Schubversuchen, die ausschließlich mit stiftförmigen Verbundmitteln versehen sind, verläuft. Somit ergibt sich die Tragfähigkeit im Bereich B aus der Summe des linear mit der Verformung zunehmenden Anteils der Verbundmittel und einem konstanten Traganteil  $\Delta F$ , der sich aus sekundären Mechanismen ergibt. Diese konstante Differenzkraft setzt sich nach *Horstmann 2010* aus Traganteilen infolge Reibung sowie einer Dübeltragwirkung zwischen Verbundmitteln und Dämmstoff zusammen.

Da das in Abschnitt 4.5.2 beschriebene Ingenieurmodell zur Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens der Biegeversuche an Sandwichelementen auf der linearen Sandwichtheorie basiert, ist für diese Arbeit der Bereich A maßgebend. Die Bestimmung der Differentialgleichungen nach *Stamm u. Witte 1974* für die Verformung *w* sowie die Verzerrung  $\gamma$  sind nur für eine intakte Verbundfuge gültig (siehe auch Abb. 2.2). Darauf aufbauend wird auch für die Anwendung des in Kapitel 5 vorgestellten Bemessungskonzeptes eine ausreichend große Verbundfestigkeit zwischen den Dämmstoffplatten und den beiden Tragschichten vorausgesetzt (siehe Abschnitt 5.2).

Die Bestimmung der Federsteifigkeiten für den Dämmstoff und für die Verbundmittel wird in den nachfolgenden Abschnitten 4.4.2.2 und 4.4.2.3 erläutert.

# 4.4.2.2 Bestimmung der Federsteifigkeit für einen Dämmstoff

Die Federsteifigkeit für einen Dämmstoff wird nach *Gastmeyer 1997* wie schon in Abschnitt 2.4.2.3 beschrieben anhand der Schubspannungs-Verzerrungs-Beziehung (siehe Abb. 2.10) bestimmt und ergibt sich somit aus Gleichung (2.54) zu folgendem schon bekannten Ausdruck.

$$c_{\rm D} = G_{\rm D} \frac{b_{\rm D} I_{\rm D}}{h_{\rm K}}$$

Obwohl diese Annahme der Federsteifigkeit eine starke Vereinfachung des tatsächlichen Tragverhaltens des Dämmstoffes darstellt (*Müller 2015*), hat sie sich in zahlreichen Arbeiten bewährt und liefert für die gewünschte Nachrechnung der Versuchsergebnisse eine sehr gute Näherung.

# 4.4.2.3 Bestimmung der Federsteifigkeit für ein Verbundmittel

Zur Beschreibung des Tragverhaltens eines stiftförmigen Verbundmittels aus glasfaserverstärktem Kunststoff, das beidseitig in eine Stahlbetonschicht einbindet, gibt es aktuell kein allgemeingültiges mechanisches Modell (siehe auch Abschnitt 2.4.2.2). Die Modelle zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens eines beidseitig eingespannten Stabes basieren auf den Untersuchungen von Scherbolzen, Schubdollen oder Dübeln, die überwiegend aus Stahl hergestellt sind und deren Randbedingungen beim Lastabtrag teils erheblich von den vorgesehenen Randbedingungen in einem Sandwichelement abweichen. Dies betrifft neben dem schon genannten unterschiedlichen Material vor allem die in der Regel deutlich kleineren untersuchten Abmessungen der Fugenbreite. Während sich die Fugenbreite für den Einsatz der vorgenannten Verbundmittel im Bereich weniger Millimeter bewegt, entspricht sie in einem Sandwichelement dem lichten Abstand der Tragschichten und kann damit zum Teil mehr als 20 cm betragen.

Die Anwendung der in Abschnitt 2.4.2.2 vorgestellten Gleichung (2.34) zur Bestimmung der Federsteifigkeit mithilfe einer ideellen Stützweite (Gleichung (2.35)), die wiederum über eine ideelle Einbindetiefe (Gleichung (2.36) oder (2.37)) ermittelt wird, erscheint für die eingesetzten Verbundmittel nicht zweckmäßig zu sein (siehe auch Tab. 4.3). Deshalb wird auf das mechanisch hergeleitete Modell zur Bestimmung der Federsteifigkeit von *Porter* zurückgegriffen. Unbekannt ist zunächst der sogenannte Bettungsmodul  $k_0$ , der systemabhängig ist und auf den ausführlich in Abschnitt 2.4.2.2 eingegangen wurde. Unter der Berücksichtigung der im Rahmen einer ausführlichen Literaturrecherche ermittelten Werte für GFK (Tab. 2.5) und den in Abschnitt 2.4.2.2 genannten Angaben lässt sich der Wert vorerst jedoch auf einen Bereich zwischen 100 und 400 N/mm<sup>3</sup> eingrenzen.

Mithilfe der beiden Versuche SV-S12-C-4 und SV-S20-C-1, bei denen die Dehnungen der jeweils vier Verbundmittel gemessen wurden, lässt sich, wie in Abschnitt 3.5.6.3 schon erläutert, das aufnehmbare Moment an der Stelle der DMS bestimmen. Damit kann anhand des in Tab. 4.2 gezeigten statischen Systems und der daraus resultierenden Gleichung (4.13) die Federsteifigkeit für ein Verbundmittel bestimmt werden. Dazu wurde zunächst der Mittelwert  $M_{A,m}$  der Momente an der Stelle der DMS (x = 1,5 cm) für eine definierte Verformung *u* aller 4 Verbundmittel bestimmt, um daraufnin das Moment für die theoretische Einspannstelle (x = 0) zu berechnen.

$$c_{\rm A} = \frac{2 \cdot M_{\rm A,m,x=0}(z)}{u(z) \cdot h_{\rm K}}$$
(4.13)

Hat man die Federsteifigkeit  $c_A$  bestimmt, lässt sich anhand von Gleichung (2.52) der Bettungsmodul  $k_0$  für die Verbundmittel je nach Durchmesser bestimmen. Als letztes wird über das Gültigkeitskriterium nach *Albertson 1992* überprüft, ob die semi-infinite Lösung im vorliegenden Fall angewendet werden darf. Wie in Abschnitt 2.4.2.2 beschrieben, muss dafür der Wert  $\beta t_A$  größer als 2 sein.

 Tab. 4.2:
 Bestimmung der Federsteifigkeit und des Bettungsmoduls unter Einhaltung des Gültigkeitskriteriums nach Albertson 1992 für die Verbundmittel

Stat. Ersatzsystem	Information	Formelzei- chen	Einheit	Durchmes- ser	Durchmes- ser
FA	Verformung	u	[mm]	7,734	7,212
	Moment	M <sub>A,m</sub>	[kNm]	0,050	0,226
	Federsteifigkeit	CA	[kN/mm⋅A]	0,064	0,342
$\stackrel{X}{\leftrightarrow} \stackrel{CA}{\stackrel{\leq}{=}}  \forall$	Bettungsmodul	<i>k</i> o	[N/mm <sup>3</sup> ]	240	210
hκ	relative Steifigkeit	β	[1/mm]	0,0586	0,0386
	Einbindetiefe	<i>t</i> A	[mm]	70	70
+ M <sub>A</sub>	Gültigkeitskriterium	βt <sub>A</sub>	[-]	4,10	2,70

Das oben beschriebene Vorgehen ist in Tab. 4.2 übersichtlich dargestellt. Das Gültigkeitskriterium nach *Albertson 1992* wird für beide Durchmesser eingehalten Die ermittelten Werte für  $k_0$  von 240 N/mm<sup>3</sup> und 210 N/mm<sup>3</sup> für die Verbundmittel mit Durchmesser 12 mm sowie 20 mm liegen im Bereich der in der Literatur genannten Werte. Trotzdem können diese Werte für  $k_0$  nur eine grobe Einordnung darstellen, da für ein aussagekräftiges und stichhaltiges Ergebnis zu wenige Versuchsdaten vorliegen. Da sich mit vergleichsweise großen Änderungen des  $k_0$ -Wertes im angegebenen Bereich für die Federsteifigkeiten nur ein geringer Einfluss ergibt, ist es im Rahmen dieser Arbeit dennoch gerechtfertigt mit den bestimmten  $k_0$ -Werten eine Federsteifigkeit je Verbundmittel von 0,064 kN/mm für den Durchmesser 12 mm und von 0,342 kN/mm für den Durchmesser 20 mm anzugeben.

### 4.4.2.4 Nachrechnung der Schubversuche an Sandwichelementen mit dem Modell

Anhand von Gleichung (4.12) ergibt sich mit den beiden bestimmten Federsteifigkeiten nach Tab. 4.2 Gleichung (4.14) für die Kraft  $F_{\rm K}$ , die über die Kernschicht übertragen werden kann. Es ist die Summe der Federsteifigkeiten für den Dämmstoff (Gleichung (2.54)) sowie für alle eingesetzten Verbundmittel (Gleichung (2.52)), die mit der Verformung *u* multipliziert wird. Diese Gleichung gilt für das Modell zur Nachrechnung der Schubversuche im Bereich A.

$$F_{\rm K} = \left(G_{\rm D}\frac{b_{\rm D}I_{\rm D}}{h_{\rm K}} + \frac{1}{\frac{2+\beta h_{\rm K}}{2\beta^3 EI} + \frac{h_{\rm K}+\beta h_{\rm K}^2}{2\beta^2 EI} + \frac{\lambda_{\rm Q}h_{\rm K}}{AG} + \frac{h_{\rm K}^3}{12EI} \cdot n_{\rm A}\right) \cdot u \tag{4.14}$$

Für den Schubmodul wird der nach dem neuen Ansatz (siehe Abschnitt 4.3) bestimmte Schubmodul von  $G_D = 2,820$  kN/m<sup>2</sup> aus Tab. 4.1 für die Dämmstoffcharge E200J3, aus der alle Dämmstoffplatten stammen, die in den Schubversuchskörpern eingesetzt wurden, angesetzt.

In Abb. 4.6 bis Abb. 4.9 sind zusammenfassend die Last-Verformungs-Kurven aller Schubversuche an Sandwichelementen mit der zusätzlichen Darstellung der mit dem Modell gemäß Gleichung (4.14) nachgerechneten Kurve zu sehen. Außerdem wird in den Versuchen mit Verbundmitteln auch die Last-Verformungs-Linie, die sich rechnerisch alleine durch die Steifigkeit der Verbundmittel ergeben würde, dargestellt.







Zur besseren Übersicht sind hier nur drei der eigentlich sechs Versuchskurven dargestellt.

Insgesamt können die Versuchskurven in dem für diese Arbeit maßgebenden Bereich A bis zum Versagen des Dämmstoffes mit dem Modell sehr gut abgebildet werden. In den Versuchen ohne Verbundmittel ist die mit dem Modell nachgerechnete Linie bis zu einer Verformung von ca. 8 mm nahezu identisch mit den Versuchskurven. Erst oberhalb dieses Wertes weichen die Versuchskurven von der Nachrechnung aus den schon in Abschnitt 3.5.9.2 genannten Gründen hinsichtlich des Versuchsaufbaus ab.

Bei den Versuchen mit Verbundmitteln können die jeweiligen Kurven ebenfalls sehr treffend bis zum Lastabfall abgebildet werden. Erst wenn die Versuchskurven kurz vor dem Lastabfall abflachen, übersteigen die nachgerechneten Werte die Versuchswerte, während die mit dem Modell berechneten Kurven ansonsten immer geringfügig unterhalb der Versuchskurven verlaufen. Dies liegt unter anderem in der Annahme eines konstanten Schubmoduls begründet, während die tatsächliche Last-VerformungsKurve in den Versuchen zur Bestimmung des Schubmoduls (Abschnitt 3.3.3), wie in Abschnitt 4.3.2 schon ausführlich erläutert, leicht nach außen gewölbt ist. Grundsätzlich lässt sich aber eine sehr gute Übereinstimmung der berechneten und der im Versuch ermittelten Last-Verformungs-Linien feststellen.

Vergleicht man im Bereich B des Modells (Abb. 4.5) die Steigung der Versuchskurven mit den berechneten Kurven alleine für die Verbundmittel, verlaufen die Kurven für die Versuche SV-S12-C und SV-S12-D annähernd parallel zu den jeweils berechneten Kurven. Dies entspricht auch den Beobachtungen von *Horstmann 2010* mit der durch FE-Berechnungen bestätigten Annahme, dass die Steigung der Versuchskurven im Bereich B ausschließlich durch die Steifigkeit der Verbundmittel bestimmt wird. Die Versuchskurven der Versuche SV-S20-C haben im Bereich B eine geringere Steigung im Vergleich zu der berechneten Steigung der Kurve für die Verbundmittel. Dies lässt sich jedoch mit der schon in Abschnitt 3.5.9.1 erwähnten Rissbildung in den Tragschichten, die kurz nach dem Lastabfall aufgrund der in diesen Versuchen niedrigen Betonfestigkeiten auftrat und der gleichzeitig hohen punktuellen Belastung durch die dickeren Verbundmittel, erklären.

Somit kann die oben (Abschnitt 4.4.2.3) vorgestellte Bestimmung der Verbundmittelsteifigkeit mit dem Modell von *Porter* bestätigt werden. Vergleicht man dazu noch die nach *Porter* ermittelten Steifigkeiten für die Verbundmittel mit dem Ansatz einer ideellen Stützweite (siehe Abschnitt 2.4.2.2), ergeben sich vor allem für die dickeren Durchmesser der Verbundmittel große Abweichungen. In Tab. 4.3 sind die Änderungen prozentual angegeben. Die nach *Paschen u. Schönhoff 1983* sowie *Wiedenroth 1971* bestimmten Steifigkeiten liegen für den Durchmesser von 20 mm um 54 % beziehungsweise 72 % höher als die nach *Porter* bestimmten Werte.

Modell	Verbundmitteldurchmesser		Ände	Verbundmitteldurchmesser		Ändo
	12 mm			20 mm		
	ideelle Stütz- weite	Federsteifigkeit	rung	ideelle Stütz- weite	Federsteifigkeit	rung
	d <sub>A</sub>	CA		d <sub>A</sub>	CA	
	[mm]	[kN/mm]	[%]	[mm]	[kN/mm]	[%]
Porter	-	0,064	-	-	0,342	-
Pa- schen u. Schön- hoff 1983	212,0	0,077	20	220,0	0,531	54
Wieden- roth 1971	212,1	0,077	20	212,1	0,593	72

Tab. 4.3: Vergleich der nach Porter ermittelten Verbundmittelsteifigkeit mit den Ansätzen über eine ideelle Stützweite

Mit den mithilfe einer ideellen Stützweite bestimmten Federsteifigkeiten für die Verbundmittel würden sich dementsprechend große Abweichungen bei der Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens in Form einer Überschätzung der Traglast ergeben.

# 4.4.3 Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass mit dem vorgestellten Modell das Last-Verformungs-Verhalten von schubbeanspruchten Sandwichelementen im Bereich A sehr gut abgebildet werden kann. Aufgrund dessen werden die in diesem Abschnitt ermittelten Steifigkeiten für den Dämmstoff und die Verbundmittel als Baustein des im folgenden Abschnitt vorgestellten Ingenieurmodells zur Nachrechnung der Biegeversuche an Sandwichelementen verwendet. Dazu werden sie für den Einsatz in den Bestimmungsgleichungen der Differentialgleichungen, wie in Abschnitt 4.5.2.2 beschrieben, in eine Schubsteifigkeit transformiert.

# 4.5 Vorschlag zur Nachrechnung der Biegeversuche

# 4.5.1 Erläuterung

Das Ingenieurmodell von Horstmann 2010 berücksichtigt erstmals die Rissbildung im Beton zur Berechnung der Verformung sowie die Umlagerung der Schnittgrößen in einem Sandwichelement. Die Dehnungsverteilung für den Querschnitt bestimmt Horstmann 2010 mithilfe eines Spannungsblocks und setzt damit indirekt ein Plastizieren des Betons in der Druckzone voraus. Dies ist jedoch in der Regel nur für den Grenzzustand der Tragfähigkeit zutreffend und darf bei der Berechnung der Teilschnittgrößen nicht pauschal unterstellt werden, da vor allem für kleine Dehnungen beispielsweise zu Beginn einer Belastung große Abweichungen entstehen können. Die Verformung der Sandwichelemente bestimmt er anhand des Lastschrittverfahrens mittels verschiedener Wichtungsansätze (siehe Abschnitt 2.3.3), womit es zwar letztendlich möglich ist, die Verformung in Feldmitte zutreffend zu ermitteln, die bestimmten Teilschnittgrößen an jeder Stelle werden jedoch für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Sandwichelemente nicht ausreichend genau wiedergegeben. Während beispielsweise in gerissenen Bereichen der Anteil des Sandwichmomentes tatsächlich größer und die Anteile der Tragschichtmomente kleiner sind, werden der Anteil des Sandwichmomentes in den ungerissenen Bereichen überschätzt und die Anteile der Momente in den Tragschichten unterschätzt.

Die von *Müller 2015* getroffenen Annahmen und Vereinfachungen wie die Vernachlässigung der Steifigkeitsanteile der Bewehrung für den Fall eines Biegerisses in den Tragschichten zur Berechnung der Biegesteifigkeiten sowie die Annahme einer stetigen Krümmung im Übergangsbereich zwischen gerissenen und ungerissenen Teilbereichen würden im Fall der in dieser Arbeit untersuchten Sandwichelemente zu großen Abweichungen im Vergleich zum tatsächlichen Verhalten führen.

Außerdem ist es weder mit dem Ingenieurmodell von *Horstmann 2010* noch mit dem von *Müller 2015* möglich, die Verbundmittel mithilfe einer abschnittsweise unterschiedlichen Schubsteifigkeit zu berücksichtigen. Während *Müller 2015*, wie schon in Abschnitt 2.3.4 erwähnt, auf Verbundmittel verzichtet, geht im Ingenieurmodell bei *Horstmann 2010* lediglich ein konstanter Schubmodul beziehungsweise eine konstante Schubsteifigkeit durch das "Verschmieren" der Steifigkeit der Verbundmittel über die Länge der Elemente ein.

Aufgrund der zuvor beschriebenen Aspekte sowie unter Einbezug und aufbauend auf den vorherigen Abschnitten mit dem Vorgehen zur Nachrechnung der Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht (Abschnitt 4.2), dem eigenen Ansatz zur Bestimmung des Schubmoduls (Abschnitt 4.3) sowie dem Modell zur Nachrechnung der Schubversuche (Abschnitt 4.4) wird in diesem Abschnitt ein Ingenieurmodell zur Nachrechnung der in Abschnitt 3.4 vorgestellten Biegeversuche vorgestellt. Dieses berücksichtigt sowohl die Rissbildung im Beton und die dadurch reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten in den Tragschichten als auch abschnittsweise unterschiedliche Schubsteifigkeiten infolge stiftförmiger Verbundmittel zur Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen von Sandwichelementen. Durchgeführt wird die Berechnung mithilfe eines Berechnungswerkzeuges, das auf Basis des Tabellenkalkulationsprogramms *Excel*<sup>®</sup> von *Microsoft*<sup>®</sup> erstellt wurde und das im Abschnitt 4.5.2.4 ausführlich beschrieben wird.

# 4.5.2 Ingenieurmodell zur Nachrechnung der Biegeversuche

# 4.5.2.1 Vorgehen

Die realitätsnahe Berücksichtigung der Rissbildung für die Verformungsberechnung von Stahlbetonbauteilen ist als Ergebnis jahrzehntelanger Forschung zum heutigen Zeitpunkt bereits weitestgehend möglich. Dies wird unter anderem in Abschnitt 2.6, in welchem dargestellt wird, dass das Last-Verformungs-Verhalten eines Stahlbetonbauteils bereits wirklichkeitsnah nachvollzogen und nachgerechnet werden kann, deutlich. Diese Kenntnisse und Erfahrungen sind für das nachfolgend vorgestellte Ingenieurmodell von großer Bedeutung und sollen für die Berechnung der Schnitt- und Verformungsgrößen eines Sandwichelementes genutzt werden.

Wie in Abschnitt 2.3.2.1 beschrieben ist eine Voraussetzung für die Aufstellung der Differentialgleichung nach *Stamm u. Witte 1974*, dass der Querschnitt nicht zusammendrückbar ist. Mithilfe des Messsystems ARAMIS der Firma GOM GmbH wurde explizit überprüft, ob sich die Kernschicht zusammendrückt (siehe Abschnitt 3.4.9.5). Dies konnte aber in keinem der Versuche festgestellt werden. Damit haben beide Tragschichten an jeder Stelle  $x_i$  in Längsrichtung bezogen auf die Schwerelinie die gleiche Verformung  $w_i$  in z-Richtung, die gleichzeitig auch der Verformung des Sandwichelementes an jeder Stelle  $x_i$  entspricht. Das heißt im Umkehrschluss, wenn beispielsweise die Verformung  $w_{Ts,u}$  der Tragschicht bekannt ist, kennt man auch die Verformung  $w_s$  des Sandwichelementes (siehe Abb. 4.10).



Abb. 4.10: Verformtes Sandwichelement

Dies bietet für die in dieser Arbeit untersuchten Sandwichelemente mit symmetrisch ausgeführten Tragschichten und auch bei Sandwichelementen allgemein die Möglichkeit, die Bestimmung der Verformung des Sandwichelementes anhand der Verformung einer der beiden Tragschichten zu berechnen. Vergleicht man zur Verifizierung der vorherigen These dazu zunächst die Ergebnisse für ungerissene Tragschichten, ergeben die Berechnungen für die Durchbiegung *w* in Feldmitte mithilfe der Differentialgleichung nach *Stamm u. Witte 1974* sowie mittels der Integration der Momenten-Krümmungs-Linie in Verbindung mit dem *Prinzip der virtuellen Verrückungen* für eine Tragschicht die gleichen Werte. Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Berechnung der Verformung eines Sandwichelementes unter der Berücksichtigung der Rissbildung im Beton der Tragschichten ist damit eine Kombination aus der Verformungsberechnung für ein Stahlbetonbauteil allgemein und der linearen Sandwichtheorie nach *Stamm u. Witte 1974*. Die Steifigkeiten werden anhand des Last-Verformungs-Verhaltens eines Stahlbetonbauteils ermittelt, mithilfe derer mit den Differentialgleichungen nach *Stamm u. Witte 1974* die Teilschnittgrößen und darauf aufbauend die Verformung eines Sandwichelementes anhand einer Tragschicht mittels der Integration der Momenten-Krümmungs-Linie und des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* berechnet werden können. Wie schon in Abschnitt 4.2.2 erwähnt können die ermittelten Steifigkeiten im Zuge der Berechnung der Durchbiegung mittels der modifizierten Spannungs-Dehnungs-Linie direkt zur Berechnung der Tragschichtbiegesteifigkeiten sowie der Sandwichbiegesteifigkeit genutzt werden. Die einzelnen Rechenschritte werden in Abschnitt 4.5.2.4 ausführlich beschrieben. Zunächst wird jedoch auf die Ermittlung der Schubsteifigkeit der Kernschicht eingegangen.

# 4.5.2.2 Ermittlung der Schubsteifigkeit der Kernschicht

Wie im Abschnitt 4.5.2.4 näher erläutert, wird das Sandwichelement in Längsrichtung in ausreichend kleine n+1 äquidistante Stützstellen mit der Länge  $\Delta x$  unterteilt, um die reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten in den Tragschichten infolge der Rissbildung abschnittsweise berücksichtigen zu können. Diese Unterteilung ermöglicht zudem die Umsetzung der in Abschnitt 1.3 formulierten Zielsetzung einer punktuellen Betrachtung der eingesetzten Verbundmittel.

Im Allgemeinen entspricht die Schubsteifigkeit der Kernschicht  $S_{\kappa}$  an jeder Stelle der Schubsteifigkeit des Dämmstoffes, die, wie schon in Abschnitt 2.3.2.2 erläutert, nach *Stamm u. Witte 1974* anhand von Gleichung (2.6) ermittelt werden kann. Abweichend davon wird an den Positionen in Längsrichtung des Sandwichelementes, an denen Verbundmittel angeordnet sind, die Schubsteifigkeit  $S_{\kappa}$  der Kernschicht analog zu der Bestimmung der Federsteifigkeiten bei den Schubversuchen als Summe der beiden einzelnen Schubsteifigkeiten des Dämmstoffes und der Verbundmittel berechnet (Gleichung (4.15)).

$$S_{\rm K} = S_{\rm D} + S_{\rm A} \tag{4.15}$$

In dem in Abschnitt 4.4 vorgestellten Modell für die Nachrechnung der Schubversuche an Sandwichelementen berechnet sich die über die Kernschicht übertragbare Kraft  $F_{\rm K}$ mithilfe des Produktes der Summe der Federkonstanten des Dämmstoffes sowie der Verbundmittel und der Relativverschiebung *u* (Gleichung (4.14)). In den Bestimmungsgleichungen nach *Stamm u. Witte 1974* ist jedoch die allgemeine Schubsteifigkeit *S* mit der Schubgleitung  $\gamma$  verbunden. Das heißt, die Federsteifigkeit  $c_{\rm A}$  muss in eine Schubsteifigkeit  $S_{\rm A}$  umgerechnet werden. Die transformierte Schubsteifigkeit der Verbundmittel  $S_{\rm A}$  kann allgemein anhand der Gleichgewichtsbetrachtung für den in Abb. 4.11 dargestellten Ausschnitt eines Sandwichelementes bestimmt werden. Nach *Horstmann 2010* ergibt sich der Querkraftanteil der Kernschicht direkt aus dem Produkt der Schubsteifigkeit *S* mit der Schubgleitung  $\gamma$  (Gleichung (4.16)).
$V_{\rm S} = V_{\rm K} = {\rm S} \cdot \gamma$ 





Abb. 4.11: Ausschnitt eines Sandwichelementes zur Umrechnung einer Federsteifigkeit in eine Schubsteifigkeit

Die transformierte Schubsteifigkeit  $S_A$  eines Verbundmittels ergibt sich schließlich zu Gleichung (4.17).

$$S_{A} = \frac{a^{2} \cdot c_{A}}{\Delta L}$$
(4.17)

mit  $\Delta L = n \cdot \Delta x$ 

Aufgrund der unter anderem zur Bestimmung der Verformung des Sandwichelementes benötigten Integration der Momenten-Krümmungs-Beziehung für eine Tragschicht beispielsweise mithilfe der *Simpson*-Regel, muss die Länge  $\Delta L$  immer größer sein als die Länge der Stützstelle  $\Delta x$ . Die Länge  $\Delta L$  entspricht der Länge, über die die punktuelle Steifigkeit der Verbundmittel verteilt wird. Um Integrationsfehler zu vermeiden wird deshalb für den Faktor ein Wert von n = 6 empfohlen. Dies entspricht der doppelten Anzahl an Stützstellen, die zur Anwendung der *Simpson*-Regel mindestens erforderlich sind.

## 4.5.2.3 Ermittlung der Teilschnitt- und Verformungsgrößen im Zustand I

Die Ermittlung der Teilschnitt-, Verformungs- und Verzerrungsgrößen im Zustand I können in bekannter Weise mithilfe der linearen Sandwichtheorie für Sandwichelemente mit biegesteifen Deckschichten nach *Stamm u. Witte 1974* ermittelt werden.

## 4.5.2.4 Berechnungswerkzeug – Ermittlung der Teilschnitt- und Verformungsgrößen unter Berücksichtigung der Rissbildung im Beton der Tragschichten

Mithilfe des auf dem Tabellenkalkulationsprogramm *Excel®* basierenden Berechnungswerkzeuges können die Teilschnitt- und Verformungsgrößen unter Berücksichtigung der Rissbildung in den Tragschichten für ein Stahlbetonsandwichelement ermittelt werden. Die Funktionsweise dieses Berechnungswerkzeuges wird nachfolgend ausführlich erläutert.

### Ausgangszustand – Eingabemaske

In Tab. 4.4, Tab. 4.5 und Tab. 4.6 ist die Eingabemaske des Berechnungswerkzeuges zusammenfassend dargestellt. In die grün hinterlegten Felder sind die erforderlichen Angaben für die Berechnung der Teilschnitt- und Verformungsgrößen eines Sandwichelementes einzugeben. Die Werte in den übrigen Feldern werden automatisch berechnet. Benötigt werden neben den Angaben zu System und Belastung des statisch bestimmt gelagerten Einfeldträgers die Informationen zum Querschnittsaufbau des Sandwichelementes.

Für die Berechnung muss das Sandwichelement zunächst in Längsrichtung in ausreichend kleine n+1 äquidistante Stützstellen mit der Länge  $\Delta x$  unterteilt werden (siehe auch Abschnitt 2.6.4.4). Da die Steifigkeiten der eingesetzten stiftförmigen Verbundmittel mit einem Durchmesser von 12 mm oder 20 mm möglichst wirklichkeitsnah abgebildet, also nicht über die Systemlänge verschmiert angenommen werden sollen, ist beispielsweise eine Abschnittslänge von  $\Delta x = 1,0 - 2,0$  cm sinnvoll.

Info	rmation	Formelzeichen	Wert <sup>1</sup>	Einheit
	Breite	b		[m]
	Gesamtlänge	l <sub>ges</sub>		[m]
System	Stützweite	l <sub>eff</sub>		[m]
,	Stützlänge	Δx		[m]
	Stützstellen	i		[-]
	Einzellast 1	FLe,1		[kN/m]
	Position	Le,1		[m]
	bezogene Position	ε <sub>1</sub>		[-]
	Lastschritt	$\Delta F_1$		[kN/m]
	Einzellast 2	FLe,2		[kN/m]
	Position	Le,2		[m]
	bezogene Position	<b>£</b> 2		[-]
	Lastschritt	$\Delta F_2$		[kN/m]
Delecture	Einzellast 3	FLe,3		[kN/m]
belastung	Position	Le,3		[m]
	bezogene Position	<b>£</b> 3		[-]
	Lastschritt	$\Delta F_3$		[kN/m]
	Einzellast 4	F <sub>Le,4</sub>		[kN/m]
	Position	I <sub>Le,4</sub>		[m]
	bezogene Position	<b>£</b> 4		[-]
	Lastschritt	$\Delta F_4$		[kN/m]
	Gleichflächenlast	q		[kN/m²]
	Lastschritt	Δq		[kN/m²]
<sup>1</sup> Die Werte in den	grün hinterlegten Feldern r	nüssen angegeben werden.	Die übrigen Felder werder	automatisch berech-

 Tab. 4.4:
 Angaben zu System und Belastung des Sandwichelementes

Bei den Angaben zum Querschnittsaufbau des Sandwichelementes sind für die Tragschichten jeweils die Dicke sowie Informationen zur Bewehrung und zum Beton erforderlich (Tab. 4.5). Für den Beton kann an dieser Stelle zur Berücksichtigung von Steifigkeitsverlusten infolge Kriechens durch die Angabe der Kriechzahl  $\varphi_{\text{eff}}$  gemäß *DIN EN 1992-1-1* automatisch ein effektiver E-Modul  $E_{c,\text{eff}}$  ermittelt werden.

	Tragschichten									
		Stahlbe	etontragschic	ht oben	Stahlbe	tontragschich	nt unten			
Information		Formelzei- chen	Wert	Einheit	Formelzei- chen	Wert <sup>1</sup>	Einheit			
	Dicke	t <sub>Ts,o</sub>		[m]	t <sub>Ts,u</sub>		[m]			
	Durchmesser	$\phi_{\circ}$		[m]	<b>¢</b> u		[m]			
Dawah	Anzahl	no		[-]	nu		[-]			
Bewen-	Fläche	As,o		[m²]	A <sub>s,u</sub>		[m <sup>2</sup> ]			
rung	E-Modul	E <sub>s,o</sub>		[MN/m <sup>2</sup> ]	E <sub>s,u</sub>		[MN/m <sup>2</sup> ]			
	Stat. Höhe	d₀		[m]	du		[m]			
	Zugfestigkeit	f <sub>ctm,o</sub>		[MN/m <sup>2</sup> ]	f <sub>ctm,u</sub>		[MN/m <sup>2</sup> ]			
	E-Modul	E <sub>cm,o</sub>		[MN/m <sup>2</sup> ]	E <sub>cm,u</sub>		[MN/m <sup>2</sup> ]			
	Kriechzahl	$\phi_{\rm eff,o}$		[-]	$\phi_{\rm eff,u}$		[-]			
Beton	effektiver E- Modul	E <sub>c,eff,o</sub>		[MN/m <sup>2</sup> ]	E <sub>c,eff,u</sub>		[MN/m²]			
	Verhältnis E- Module	a <sub>s,o</sub>		[-]	as,u		[-]			
	Völligkeitsbei- wert	$\beta_{t,o}$		[-]	$\beta_{t,u}$		[-]			
1 Die Wert	e in den grün hinterle	gten Feldern m	üssen angegeb	en werden. Die	e übrigen Felder	werden automa	atisch berech-			

Tab. 4.5: Angaben zu Aufbau und Materialien der Tragschichten

Für die Kernschicht werden anhand der Eingabemaske die Angaben zur Dicke und zum Schubmodul des eingesetzten Dämmstoffes abgefragt. Daneben sind Informationen zu den Verbundmitteln wie Durchmesser, E-Modul und Abstand in Längsrichtung anzugeben (Tab. 4.6).

Auch das Schubkriechen des Dämmstoffes in der Kernschicht kann im Berechnungswerkzeug berücksichtigt werden. Dazu wird in der Tabellenkalkulation der Schubmodul des Dämmstoffes mithilfe eines Kriechfaktors  $\varphi_t$  gemäß *DIN EN 14509* abgemindert (Gleichung (5.1), siehe Abschnitt 5.4.1).

	Kernschicht									
	Information	Formelzeichen	Wert <sup>1</sup>	Einheit						
	Dicke	hĸ		[m]						
	Schubmodul	GD		[MN/m <sup>2</sup> ]						
Dämmstoff	Kriechzahl	φt		[-]						
	effektiver Schubmodul	G <sub>D,t</sub>		[MN/m <sup>2</sup> ]						
	transformierte Schubsteifigkeit	SD		[MN]						
	Durchmesser	$\phi_{A}$		[mm]						
	E-Modul	Ef		[MN/m <sup>2</sup> ]						
	Flächenträgheitsmoment	I <sub>A</sub>		[mm <sup>4</sup> ]						
	Bettungsmodul	$k_0$		[N/mm <sup>3</sup> ]						
	bezogene Steifigkeit	β		[1/mm]						
Varbundmittal	Fläche	A <sub>A</sub>		[mm²]						
verbundmitter	Schubmodul	Gf		[MN/m <sup>2</sup> ]						
	Schubkorrekturfaktor	Q		[-]						
	Federsteifigkeit	CA		[N/mm]						
	transformierte Schubsteifigkeit (je Anker)	SA		[MN/A]						
	Abstand in Längsrichtung	XA		[m]						
	Anzahl in Querrichtung	n <sub>A</sub>		[m <sup>-1</sup> ]						
Die Werte in net.	den grün hinterlegten Feldern müssen angegeben	werden. Die übrigen Feld	ler werden autor	natisch berech-						

Tab. 4.6: Angaben zu Aufbau und Materialien der Kernschicht

Im Berechnungswerkzeug erfolgt nach der Angabe der erforderlichen Informationen in der Eingabemaske automatisch die zeilenweise Unterteilung des Sandwichelementes in die gewünschte Anzahl an Stützstellen. Daraufhin kann die Berechnung durch die Betätigung eines verknüpften "Startfeldes" gestartet werden. Für jede der Stützstellen

werden im Folgenden spaltenweise für den Ausgangszustand (ohne Belastung – Lastschritt "0") zunächst die Sandwichsteifigkeiten sowie darauf basierend die Sandwichhilfswerte anhand der in Abschnitt 2.3.2.2 vorgestellten Gleichungen (2.3) bis (2.10) bestimmt (Tab. 4.7).

		Sand	wichsteifig	keiten		Sandwichhilfswerte				
Stützstelle	Tragschichtbiegesteifig- keit oben	Tragschichtbiegesteifig- keit unten	Sandwichbiegesteifig- keit	Gesamtbiegesteifigkeit	Transformierte Schubsteifigkeit Kern- schicht	Tragschicht- zu Sand- wichbiegesteifigkeit (oben)	Tragschicht- zu Sand- wichbiegesteifigkeit (unten)	Summe Verhältnisstei- figkeiten (oben + unten)	Sandwichbiege- zu Schubsteifigkeit pro Länge zum Quadrat	Beiwert aus Steifigkeits- verhältnissen $\alpha$ und $\beta$
i	Bo	Bu	Bs	В	Sĸ	αo	αu	α	β	λ
1										
•										
•										
•										
<i>n</i> +1										



### Lastschritt 1 – Iterationsschritt 1

Für den Lastschritt 1 erfolgt im 1. Iterationsschritt basierend auf den zuvor ermittelten Sandwichhilfswerten die Bestimmung der (Einzel-)Teilmomente (Tab. 4.8) für die unterschiedlichen Belastungsarten (Einzellasten und Gleichstreckenlast) für jede Stützstelle *i* des Sandwichmomentes anhand der Gleichungen (2.15) und (2.16) sowie (2.23) bis (2.26).

Tab. 4.8:	Bestimmung der	(Einzel-)Teilmomente
-----------	----------------	----------------------

	E	inzellast F	1	E	inzellast F	2	 Gleichstreckenlast q		
Stützstelle	 Tragschichtmoment oben	Tragschichtmoment unten	Sandwichmoment	Tragschichtmoment oben	Tragschichtmoment unten	Sandwichmoment	 Tragschichtmoment oben	Tragschichtmoment unten	Sandwichmoment
i	 M <sub>Ts,o,F1</sub>	MTs,u,F1	M <sub>S,F1</sub>	M <sub>Ts,o,F2</sub>	M <sub>Ts,u,F2</sub>	M <sub>S,F2</sub>	 <i>M</i> <sub>Ts,o,q</sub>	<i>M</i> <sub>Ts,u,q</sub>	M <sub>S,q</sub>
1									
<i>n</i> +1									

Infolge der Superposition der einzelnen Lastfälle werden die (Gesamt-)Teilmomente für jede Stützstelle des Sandwichelementes bestimmt (Tab. 4.9). Mit diesen Teilmomenten können für die obere und untere Tragschicht, wie in Abschnitt 2.6.4 erläutert, die mittlere Druckzonenhöhe und der mittlere Hebelarm ermittelt werden.

Die Normalkräfte  $N_{S,o}$  und  $N_{S,u}$  der beiden Tragschichten, die sich aus dem Sandwichmoment  $M_S$  ergeben, müssen dazu ebenfalls berücksichtigt werden. Sie fließen bei der Ermittlung der Druckzonenhöhe und damit bei der Bestimmung der Sandwichsteifigkeiten in die Berechnung mit ein. Nach *Zilch u. Zehetmaier 2010* lässt

sich unter der vereinfachten Annahme eines linear elastischen Materialgesetzes für den Beton sowie aus der Gleichgewichtsbetrachtung für die Summe der Normalkräfte und der Momente um die Schwerachse der Bewehrung ein kubisches Polynom zur Berechnung der bezogenen Druckzonenhöhe mit Gleichung (4.18) angeben.

mit

 $a_0 = -m_{\rm bez} \cdot \alpha_{\rm s} \rho_{\rm sl}$ 

$$a_{3}\xi^{3} + a_{2}\xi^{2} + a_{1}\xi + a_{0} = 0$$

$$a_{3} = \frac{n_{bez}}{6}$$

$$a_{2} = \frac{n_{bez}}{2} + \frac{m_{bez}}{2}$$

$$a_{1} = m_{bez} \cdot \alpha_{s}\rho_{sl}$$
(4.18)

Für  $n_{\text{bez}}$  und  $m_{\text{bez}}$  als bezogene Normalkraft und bezogenes Moment können die Gleichungen (4.19) und (4.20) aufgestellt werden, sodass sich für die kubische Gleichung genau eine Nullstelle im Bereich  $0 \le \xi \le 1$  bestimmen lässt.

$$n_{\rm bez} = \frac{N}{b \cdot d \cdot E_{\rm cm}} \tag{4.19}$$

$$m_{\rm bez} = \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot E_{\rm cm}} \tag{4.20}$$

Programmintern wird für jeden Last- und Iterationsschritt für alle Stützstellen die jemals maximal erreichte Stahlspannung im Zustand II gespeichert (Tab. 4.9).

Tab. 4.9: Bestimmung der mittleren Druckzonenhöhen und Hebelarme für die obere und untere Tragschicht

		Ges	amtbelast	tung			u	ntere Trag	gschicht <sup>1</sup>			
Stützstelle		Tragschichtmoment oben	Tragschichtmoment unten	Sandwichmoment	Stahlspannung im Zustand II	maximale Stahlspan- nung im Zustand II	Stahldehnung im Zustand II	mittlere Dehnung <sup>3</sup>	wirksamer E-Modul (Zuggurtsteifigkeit)	wirksames E-Modul- Verhältnis	mittlere Druckzonen- höhe	mittlerer innerer Hebelarm
i		<i>M</i> <sub>Ts,o</sub>	<i>M</i> <sub>Ts,u</sub>	Ms	$\sigma_{s2}$	$\sigma_{\rm s2,max,u}$	<b>£</b> s2,u	Esm,u	Es,eff,u	α <sub>s,eff,u</sub>	<b>X</b> m,u <sup>II</sup>	Zm,u <sup>II</sup>
1												
•												
•												
•												
<i>n</i> +1												
1 C 2 N 3 C	Die Bestimmung der mittleren Druckzonenhöhe sowie des mittleren inneren Hebelarms für die obere Tragschicht wird analog zur unteren Tragschicht durchgeführt und wird deshalb hier nicht gesondert aufgeführt. Maximal erreichte Stahlspannung im Zustand II für jeden Last- und Iterationsschritt. Die mittlere Dehnung $\varepsilon_{sm}$ wird mit der Stahldehnung $\varepsilon_{s2}$ im Zustand II anhand der modifizierten Spannungs-Dehnungs-Linie (Gleichungen (2.72) bis (2.75)) bestimmt.											

Die mittlere Druckzonenhöhe und die darauf basierende Ermittlung der Sandwichsteifigkeiten werden immer anhand dieser gespeicherten maximalen Stahlspannung bestimmt. Somit ist ausgeschlossen, dass sich durch die Teilmomentenumlagerung als Folge von Steifigkeitsänderungen innerhalb des Sandwichquerschnitts wieder größere Druckzonenhöhen in den jeweiligen Tragschichten ergeben können (siehe dazu auch Abschnitt 4.5.2.5).

## Lastschritt 1 – Iterationsschritt 2

Im nächsten Iterationsschritt werden mit den im 1. Iterationsschritt bestimmten mittleren Druckzonenhöhen und mittleren Hebelarmen der oberen und unteren Tragschicht wieder für jede Stützstelle die Sandwichsteifigkeiten und –hilfswerte ermittelt. Darauf basierend werden analog zum 1. Iterationsschritt zunächst die Teilmomente und im Folgenden die mittlere Druckzonenhöhen und mittleren Hebelarme bestimmt (Tab. 4.8 und Tab. 4.9).

## Lastschritt 1 – Iterationsschritt j

Die Iteration wird im Berechnungswerkzeug solange durchgeführt, bis sich mit dem Iterationsschritt *j* die Abweichungen *e* der mittleren Druckzonenhöhe für jede Stützstelle bei nahezu null ( $e \le 0,1$  mm) im Vergleich zum vorherigen Iterationsschritt bewegen.

## Ende der Berechnung – Bestimmung der Teilschnittgrößen

Das oben beschriebene Vorgehen für den Lastschritt 1 wird mittels des Lastschrittverfahrens im Berechnungswerkzeug bis zum Erreichen der angegebenen Belastungshöhe in den gewählten Lastschritten fortgeführt. Als Ergebnis stehen im Berechnungswerkzeug zunächst für jede Stützstelle die anhand der mittleren Druckzonenhöhe und des mittleren Hebelarmes bestimmten Sandwichsteifigkeiten mit den zugehörigen Sandwichhilfswerten zur Verfügung. Darüber hinaus können sowohl die Teilmomente (Gleichungen (2.15), (2.16) und (2.23) bis (2.26)) als auch die Teilquerkräfte (Gleichungen (2.17), (2.18) sowie (2.27) bis (2.30)) für alle Stützstellen ausgegeben werden. Anhand der jeweiligen Summe der Teilmomente (Gleichung (2.1)) und der Teilquerkräfte (Gleichung (2.2)) ergeben sich die äußeren Schnittgrößen, die den Schnittgrößen unter der gegebenen Belastung des statisch bestimmt gelagerten Einfeldträgers entsprechen (Tab. 4.10).

	1	1			äußere Schnittgrößen				
Stützstelle		Tragschichtmoment oben	Tragschichtquerkraft oben	Tragschichtmoment unten	Tragschichtquerkraft unten	Sandwichmoment	Sandwichquerkraft	Moment	Querkraft
i		M <sub>Ts,o</sub>	V <sub>Ts,o</sub>	M <sub>Ts,u</sub>	V <sub>Ts,u</sub>	Ms	Vs	M <sub>ges</sub>	Vges
1									
•									
•	••••								
•									
<i>n</i> +1									

T-1 4 40.		Taila ala aittan "O an	1 (	
Tab. 4.10:	Bestimmung der	relischnittgroßen	des t	Sandwichelementes

### Bestimmung der vertikalen Verformungen

Die vertikale Verformung *w* kann nicht mithilfe der Bestimmungsgleichungen (Gleichungen (2.13), (2.19) und (2.20)) ausgehend von den Differentialgleichungen ermittelt werden, da über die Systemlänge des Sandwichelementes durch die Rissbildung im Beton sowie die stiftförmigen Verbundmittel keine konstanten Querschnittssteifigkeiten vorliegen.

Wie oben schon erläutert, lässt sich die vertikale Verformung für die untersuchten Sandwichelemente aber alleine anhand der Berechnung der Verformung einer der beiden Tragschichten – im Berechnungswerkzeug wird dazu die untere Tragschicht gewählt – bestimmen. Um beispielsweise die Verformung in Feldmitte des Sandwichelementes zu ermitteln, kann, wie in Abschnitt 2.6 allgemein und in Abschnitt 4.2 für eine einzelne Tragschicht schon vorgestellt, mithilfe des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* eine zur gegebenen Belastung gehörige Verformung berechnet werden. Dazu wird für jede Stützstelle basierend auf der mittleren Druckzonenhöhe  $x_m^{II}$  der mittlere Hebelarm  $z_m^{II}$  und damit die mittlere Dehnung  $\varepsilon_{sm}$  (Gleichung (2.100)) für die untere Tragschicht berechnet. Anhand Gleichung (2.101) lässt sich mit der mittleren Dehnung daraufhin die mittlere Krümmung  $\kappa_m$  bestimmen.

Zur Ermittlung der Verformung in Feldmitte werden weiterhin für jede Stützstelle das Moment infolge der "1"-Last in Feldmitte, die in Richtung der gesuchten Verformung wirkt, und die Vorfaktoren zur Integration gemäß der *Simpson*-Regel tabellarisch erfasst. Im Anschluss wird im Berechnungswerkzeug für alle Stützstellen gemäß der numerischen Integration automatisch das Produkt aus einem Drittel mal der mittleren Krümmung, dem Moment infolge der "1"-Last in Feldmitte sowie dem Vorfaktor und der gewählten Stützstellenlänge bestimmt. Aus der Summe dieser einzelnen Produkte ergibt sich für die gegebene Belastung letztendlich die gesuchte vertikale Verformung *w* (Tab. 4.11).

				Α	В	С	D			
Stützstelle		mittlere Druckzo- nenhöhe	mittlerer innerer Hebelarm	mittlere Krüm- mung	Moment infolge "1"-Last	Vorfaktor	Produkt aus Spalte A, B, C mal der gewählten Stützstellenlänge Δx/3			
i		X <sub>m,u</sub> ll	Z <sub>m,u</sub> ll	Km	ΔM	f				
1										
•										
•										
•										
<i>n</i> +1										
Verformung w							= Summe Spalte D <sup>1</sup>			
1 E	Die Summe aus den Produkten aller Stützstellen entspricht der zur gegebenen Belastung gehörigen Verformung w für die gesuchte Stelle.									

Tab. 4.11: Bestimmung der Verformung eines Sandwichelementes anhand der Verformung der unteren Tragschicht

Mithilfe des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* lässt sich auch an jeder anderen Stelle in Längsrichtung des Sandwichelementes die zugehörige Verformung berechnen, sodass auch die Biegelinie des Sandwichelementes unter der gegebenen Belastung bestimmt werden kann.

## 4.5.2.5 Beispiel zur Erläuterung der Teilschnittgrößenumlagerung

Die Umlagerung der Teilschnittgrößen und deren iterativen Bestimmung infolge der Steifigkeitsänderung durch die Rissbildung im Beton der Tragschichten für ein Sandwichelement wird nachfolgend anhand eines Beispiels kurz erläutert.

In Abb. 4.12 ist das statische System mit einer Belastung über die Länge sowie der Querschnitt des Sandwichelementes dargestellt (für weitere Informationen zu System und Querschnitt siehe Abschnitt 2.6.1).



Abb. 4.12: System und Belastung (links) sowie Querschnitt des Sandwichelementes (rechts)

Weiterhin wird in Abb. 4.13 das verformte Sandwichelement mit dem Schnitt in Feldmitte gezeigt. Die zur Ermittlung der Teilschnittgrößen benötigten Steifigkeiten sind dargestellt und die daraus resultierenden Teilmomente  $M_{Ts,o}$ ,  $M_{Ts,u}$  und  $M_s$  sind zu erkennen. Die Querkraft ist an dieser Stelle für das gegebene statische System und die gewählte Einwirkung gleich null.



Abb. 4.13: Verformtes Sandwichelement sowie Darstellung der Teilschnittgrößen in Feldmitte

In Abb. 4.14 wird nun die Steifigkeitsänderung und die dadurch resultierende Umverteilung der Teilschnittgrößen beispielhaft für die in Abb. 4.13 gezeigte Stelle  $x_i$  in Feldmitte, also an genau einer Stützstelle, gezeigt. Für die dargestellte Stützstelle *i* in Feldmitte und den Lastschritt *n* wird angenommen, dass unter der zum Lastschritt *n* gehörigen Last noch keine Risse im Beton entstanden sind, sodass sich diese Stützstelle noch im Zustand I befindet. Erst mit dem Lastschritt n+1 tritt der erste Riss in der unteren Tragschicht auf.



Abb. 4.14: Stützstelle x in Feldmitte des verformten Sandwichelementes für verschiedene Lastund Iterationsschritte mit Darstellung der Tendenz für die Teilschnittgrößen und Steifigkeiten

Mithilfe des Berechnungswerkzeuges erfolgt zunächst für die Berechnung der Teilschnittgrößen für die Stelle *i* in Feldmitte die Ermittlung der Sandwichsteifigkeiten  $B_{T_{S,0}}$ ,  $B_{T_{S,u}}$ ,  $B_S$  und S im Zustand I sowie der daraus resultierenden Hilfswerte als Eingangswerte für die Differentialgleichungen. Damit können die Teilschnittgrößen für diese Stützstelle bestimmt werden.

Über die Stahlspannung  $\sigma_{s2i}$  im Zustand II wird, wie oben erläutert, anhand der modifizierten Spannungs-Dehnungs-Linie (Gleichungen (2.72) bis (2.75), Abschnitt 2.6.4) die Einordnung des oberen und unteren Tragschichtquerschnitts in den entsprechenden Bereich (Bereiche A – D in Abb. 2.27) definiert. Für die untere Tragschicht bedeutet dies für den Lastschritt n+1 im 1. Iterationsschritt den Übergang von Bereich A (ungerissen) in Bereich B (Erstrissbildung). Mit dem Riss ändern sich somit die Steifigkeiten im Lastschritt n+1 und dementsprechend darauf aufbauend mit dem Iterationsschritt 2 auch die Verteilung der Teilschnittgrößen. Die untere Tragschichtbiegesteifigkeit und die Sandwichbiegesteifigkeit werden kleiner, während die obere Tragschichtbiegesteifigkeit gleich groß bleibt. Dies führt dazu, dass das Moment in der untere Tragschicht abnimmt und das obere Tragschichtmoment sowie das Sandwichmoment größer werden (siehe auch Abb. 4.14 mittlerer Ausschnitt). Mit diesen Ergebnissen als Ausgangswerte werden nun erneut zunächst die Steifigkeiten über eine geänderte Druckzonenhöhe und daraus wieder die resultierenden Teilschnittgrößen ermittelt, solange bis im Lastschritt n+1 die Iteration konvergiert. Mit dem Iterationsschritt / liegen die Abweichungen der Steifigkeiten und der darauf basierenden Verteilung der Teilschnittgrößen für jede Stützstelle bei nahezu null im Vergleich zum vorherigen Iterationsschritt (siehe oben und Abb. 4.14).

Wie oben schon beschrieben, muss beachtet werden, dass die Steifigkeiten in den Tragschichten in Abhängigkeit der Druckzonenhöhen bei der iterativen Berechnung nie größer werden dürfen. Wie zuvor am Beispiel der Entstehung des ersten Risses an einer Stützstelle *x*<sub>i</sub> beschrieben, wird die Steifigkeit der unteren Tragschicht infolge

der Rissbildung kleiner und bekommt somit im nächsten Iterationsschritt einen kleineren Anteil am äußeren Gesamtmoment zugeordnet. Damit wird das Teilmoment  $M_{Ts,u}$ geringer, während der Normalkraftanteil  $N_{s,u}$  größer wird. Unter dieser neuen Beanspruchung wäre es theoretisch möglich, dass sich die untere Tragschicht rechnerisch wieder im Zustand I befinden würde. Dies ist jedoch bekanntlich nicht möglich und wird im Berechnungswerkzeug, wie oben schon erläutert, durch das Speichern und der damit verbundenen Berücksichtigung der für jede Stützstelle jemals erreichten maximalen Stahlspannung im Zustand II bei der Ermittlung der mittleren Druckzonenhöhe gewährleistet (Tab. 4.9).

## 4.5.2.6 Vereinfachungen und Voraussetzungen

Die gemäß *Stamm u. Witte* 1974 in Abschnitt 2.3.2 genannten Voraussetzungen und Vereinfachungen zur Anwendung der Differentialgleichungen sind weiterhin gültig. Dies betrifft auch die Annahme eines linear-elastischen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens des Betons zur Nachrechnung der Biegeversuche an Sandwichelementen. Diese Annahme ist für die Nachweise in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit, die für die vorgestellten Sandwichelemente in der Regel maßgebend sind, in der gängigen Literatur weit verbreitet (*Schmitz u. Goris 2001, Zilch u. Zehetmaier 2010* und *Müller 2015*). Gemäß Bild 3.2 aus *DIN EN 1992-1-1* kann für Beton bis zu einer Grenzspannung von  $0, 4 \cdot f_{cm}$  eine lineare Spannungs-Dehnungs-Linie für die Schnittgrößenermittlung und Verformungsberechnungen angenommen werden.

Im Berechnungswerkzeug gehen abweichend von den Voraussetzungen und Vereinfachungen gemäß *Stamm u. Witte 1974* abschnittsweise unterschiedliche Dehn- und Biegesteifigkeiten der Tragschichten infolge der Rissbildung im Beton sowie verschieden große Schubsteifigkeiten der Kernschicht zur Berechnung der Teilschnittgrößen sowie der Verformungen eines Stahlbetonsandwichelementes ein.

Die Stoßfugen der Dämmstoffplatten in Querrichtung der Sandwichelemente werden bei der Berechnung nicht berücksichtigt.

Es wird bei der Berechnung immer voller Verbund in der Fuge zwischen den Dämmstoffplatten und den beiden Tragschichten vorausgesetzt.

## 4.5.3 Nachrechnung der Versuche mit dem Berechnungswerkzeug zur Kontrolle des Ingenieurmodells

Zur Überprüfung der Ergebnisse des Ingenieurmodells wurden die Versuche BV-50-I.85-S12-C-1 – 3, BV-50-I.85-S12-D-1 – 3, BV-60-I.90-S12-A-1 – 3 und BV-50-I.85-S20-C-1 – 3 nachgerechnet. Um das Last-Verformungs-Verhalten der Biegeversuche an den Sandwichelementen (siehe Abschnitt 3.4) mit der Nachrechnung anhand des Berechnungswerkzeuges zu vergleichen, wurde die Durchbiegung in Feldmitte bestimmt.

Für die Nachrechnung wurden die mit dem neuen Ansatz bestimmten Schubmodule (siehe Abschnitt 4.3) angesetzt. Da die jeweils drei Versuchskörper in den zugehörigen Versuchsserien unter anderem durch die Herstellung im Fertigteilwerk und die zeitlich teilweise unterschiedlichen Prüftage immer eine unterschiedliche Steifigkeit und verschiedene Festigkeiten des Betons aufwiesen, wurden für die Nachrechnung jeweils mittlere Werte für den E-Modul und die zentrische Zugfestigkeit anhand der in Tab. 3.9 dargestellten Werte berechnet.

Mittels des Lastschrittverfahrens konnte mit dem Berechnungswerkzeug für jede Laststufe die Verformung in Feldmitte berechnet werden, sodass die Last-Verformungs-Kurven für die jeweiligen Versuche dargestellt werden können. Diese sind in Abb. 4.15 bis Abb. 4.18 zusammen mit den Versuchskurven dargestellt.



Durchbiegung in Feldmitte [mm]

Abb. 4.15: Versuchskurven und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell anhand des Berechnungswerkzeuges für die Versuche BV-50-I.85-S12-C-1 – 3



Abb. 4.16: Versuchskurven und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell anhand des Berechnungswerkzeuges für die Versuche BV-50-I.85-S12-D-1 – 3



Abb. 4.17: Versuchskurven und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell anhand des Berechnungswerkzeuges für die Versuche BV-60-I.90-S12-A-1 – 3



Abb. 4.18: Versuchskurven und Nachrechnung mit dem Ingenieurmodell anhand des Berechnungswerkzeuges für die Versuche BV-50-I.85-S20-C-1 – 3

Die mit dem Ingenieurmodell anhand des Berechnungswerkzeuges nachgerechneten Last-Verformungs-Kurven für die oben genannten Versuche zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Last-Verformungs-Kurven der Versuche. Im Zustand I sind die nachgerechneten Kurven nahezu identisch mit den jeweiligen Versuchskurven. Mit der einsetzenden Rissbildung knicken sowohl die Versuchs- als auch die nachgerechneten Kurven gleichzeitig infolge der reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten in den Tragschichten ab. Der Punkt dieses Abknickens kann zielsicher mit der Nachrechnung bestimmt werden, wie in den gezeigten Abbildungen zu erkennen ist. Die berechneten Kurven liegen nach der ersten Rissbildung leicht unterhalb der Versuchskurven, verlaufen aber nahezu parallel zu diesen. Bis zum Versagen des Dämmstoffes und dem zugehörigen Lastabfall passt die Nachrechnung aber sehr gut und die kleinen Abweichungen sind gemessen an den zahlreichen Einflussgrößen vernachlässigbar gering.

Im nachfolgenden Abschnitt 4.5.4 werden verschiedene Parameter anhand der Berechnung und der Darstellung von Last-Verformungs-Kurven mithilfe des Berechnungswerkzeuges verglichen.

## 4.5.4 Beispielrechnungen

Wie schon in Abschnitt 4.5.2 beschrieben, lassen sich mit dem neuen Berechnungswerkzeug die Verformung sowie die Teilschnittgrößen eines Sandwichelementes bestimmen. Für Sandwichelemente wird gerade unter Berücksichtigung der Langzeitauswirkungen infolge des Kriechens des Betons sowie des Schubkriechens des Dämmstoffes häufig der Nachweis der Begrenzung der Verformung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit maßgebend. Um den Einfluss auf die Verformung von verschiedenen Parametern zu zeigen, werden im Folgenden Beispielrechnungen durchgeführt. Für das schon bekannte System eines Einfeldträgers mit einer Gleichstreckenbelastung *q* sowie des ebenfalls bekannten Querschnitts des Sandwichelementes (Abb. 4.12) werden mittels des Lastschrittverfahrens (Aufbringen der Gleichflächenlast von q = 0 bis  $q_{max} = 10 \text{ kN/m}^2$  in 0,01 kN/m<sup>2</sup>-Schritten) Last-Verformungs-Kurven erzeugt. In Tab. 4.12 sind die im Rahmen der Vergleichsrechnung untersuchten Parameter übersichtlich aufgeführt. Für die Anordnung der Verbundmittel (Schöck Thermoanker) wird in allen Berechnungen eine konstante Verteilung in einem Raster von  $50 \times 50$  cm gewählt.

	Schubmodul	Kernschicht-	Suctorniängo	Beton				
Dämmstof		dicke	Systemiange	Festigkeitsklasse	E-Modul	Zugfestigkeit		
	[MN/m <sup>2</sup> ]	[cm]	[m]	[-]	[MN/m <sup>2</sup> ]	[MN/m <sup>2</sup> ]		
Ausgangs- wert	3,0	20	5,0	C35/45	34.000	3,2		
Variationan	8,0	30	6,0	C50/60	37.000	4,1		
variationen	1,0	6	8,0	C16/20	29.000	2,9		
Diagramm	Abb. 4.19	Abb. 4.20	Abb. 4.21		Abb. 4.22			

Tab. 4.12: Grundkonstellation und Parameter für die Vergleichsrechnungen

Jeweils im Vergleich zur Grundkonstellation (siehe Tab. 4.12) werden getrennt voneinander die Auswirkungen auf die Verformung für unterschiedliche Schubmodule, verschiedene Kernschichtdicken sowie für unterschiedliche Systemlängen gezeigt (Abb. 4.19 bis Abb. 4.21). Abschließend werden Berechnungen für diverse Betonfestigkeiten und -steifigkeiten infolge unterschiedlicher Betonfestigkeitsklassen durchgeführt (Abb. 4.22).

Zusätzlich sind in allen Diagrammen die Linien für den verformungsabhängigen definierten Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) eingezeichnet (siehe Abschnitt 3.4.8 und Gleichung (3.5)). Die Last-Verformungskurve der Grundkonstellation wird in den jeweiligen Diagrammen als "Ursprung" bezeichnet und immer mit dargestellt.



Ursprung C50/60 | = 62 2 C16/20 - 8 •• GzG GzG 0 0 0 10 20 30 40 50 10 20 40 0 30 50 Durchbiegung in Feldmitte Durchbiegung in Feldmitte [mm] [mm] Abb. 4.21: Berechnung für unterschiedliche Abb. 4.22: Berechnung für unterschiedliche Systemlängen E-Module und Zugfestigkeiten infolge diverser Betonfestigkeits-

klassen

Man erkennt deutlich, dass mit steigender Schubsteifigkeit der Kernschicht aufgrund eines höheren Schubmoduls oder eines größeren Abstandes der Schwerachsen der beiden Tragschichten durch eine dickere Kernschicht (siehe auch Gleichung (2.6)), höhere Steifigkeiten und Traglasten über den gesamten Verlauf der Last-Verformungs-Kurve erreicht werden können. Dies passt auch zum Last-Verformungs-Verhalten, das schon in den Versuchen beobachtet werden konnte. Dagegen ist der Einfluss auf das Last-Verformungs-Verhalten eines unterschiedlich großen E-Moduls des Betons nur sehr gering, während hingegen die Zugfestigkeit den Zeitpunkt beziehungsweise den Beginn der Rissbildung in den Tragschichten bestimmt und so einen maßgebenden Einfluss hat. Mit größer werdender Länge nimmt die Steifigkeit der berechneten Kurven sichtbar ab. Dies lässt sich unter anderem mit dem Beiwert  $\beta$  (Gleichung (2.9)) erklären, der aus dem Verhältnis der Sandwichbiegesteifigkeit zur Schubsteifigkeit je Länge zum Quadrat bestimmt wird, leicht erklären. Insgesamt kann festgehalten werden, dass mit dem gewählten Querschnittsaufbau für die Sandwichelemente die zum Nachweis der Begrenzung der Verformung einzuhaltenden Werte erreicht werden. Selbst für einen vergleichsweise kleinen Schubmodul von  $G_D = 1,0$  MN/m<sup>2</sup>, der sich beispielsweise in etwa für den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Dämmstoff der Charge E200J4 ( $G_D = 3,36$  MN/m<sup>2</sup>, siehe Tab. 4.1) infolge Schubkriechens des Dämmstoffes für den Zeitpunkt  $t = \infty$  unter Annahme einer Kriechzahl von  $\varphi_t = 2,5$  ergeben könnte (siehe auch Gleichung (5.1) und Abschnitt 5.4.1), wird der Nachweis für die Einhaltung der Grenzverformung  $w_F$  in Feldmitte von  $I_{\text{eff}}$  / 250 für das Eigengewicht des Sandwichelementes (g = 3,5 kN/m<sup>2</sup>) noch erfüllt.

## 4.5.5 Zusammenfassung

Basierend auf der gewählten Möglichkeit zur Berechnung des Last-Verformungs-Verhaltens eines Stahlbetonbauteils, dem neuen Ansatz zur Bestimmung des Schubmoduls eines Dämmstoffes sowie dem vorgeschlagenen Modell zur Nachrechnung der Schubversuche an Sandwichelementen wurde letztendlich ein Ingenieurmodell zur Nachrechnung des Last-Verformungs-Verhaltens von Sandwichelementen unter einer Biegebeanspruchung entwickelt.

Für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Sandwichelemente mit zwei gleichdicken und zentrisch bewehrten Stahlbetontragschichten sowie einer Kernschicht aus Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln wurde aufbauend auf dem Ingenieurmodell ein Berechnungswerkzeug erstellt. Über die Eingabemaske des Berechnungswerkzeuges können damit zahlreiche Parameter wie unter anderem die Querschnittsabmessungen, die Materialkennwerte für die Tragschichten, getrennt für die obere und untere Tragschicht, sowie die Kernschicht berücksichtigt werden. Mithilfe des Lastschrittverfahrens ist für einen statisch bestimmt gelagerten Einfeldträger daraufhin für verschiedene Belastungsarten, -größen und Lastfälle (Gleichstreckenlast, beliebig positionierte Einzellasten sowie deren Kombination) sowie unterschiedliche Systemlängen in Abhängigkeit der gewählten Querschnittsabmessungen und Materialien die Bestimmung der Verformungen und der Teilschnittgrößen für Stahlbetonsandwichelemente möglich.

Anhand der Nachrechnung einer Reihe von Versuchsergebnissen konnte gezeigt werden, dass mit dem entwickelten Ingenieurmodell und dem darauf aufbauenden Berechnungswerkzeug eine sehr gute Übereinstimmung der berechneten mit den Last-Verformungs-Kurven der Versuche bis zum Versagen des Dämmstoffes erzielt werden kann. Damit konnte die Berechnung der Verformung sowie Teilschnittgrößen eines Sandwichelementes mit Stahlbetontragschichten unter Berücksichtigung der reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten infolge der Rissbildung im Beton der Tragschichten sowie abschnittsweise verschiedener Schubsteifigkeiten durch die Anordnung von stiftförmigen Verbundmitteln mithilfe des Berechnungswerkzeuges verifiziert werden.

Die Last-Verformungs-Kurven in Abb. 4.19, die sich aus der Berechnung für unterschiedliche Schubmodule ergeben, machen zusätzlich deutlich, dass der Schubmodul einen entscheidenden Einfluss auf die Verformung und damit auch auf die Teilschnittgrößen eines Sandwichelementes hat. Umso mehr ist die Bestimmung eines realitätsnahen Schubmoduls anhand von Materialuntersuchungen von großer Bedeutung. Der in Abschnitt 4.3 vorgestellte eigene Ansatz zur Ermittlung der Schubsteifigkeit in Form des Schubmoduls für einen Dämmstoff stellt somit insgesamt eine wichtige und maßgebende Grundlage für die Bestimmung des allgemeinen Last-Verformungs-Verhaltens eines Stahlbetonsandwichelementes dar.

Aufbauend auf den in diesem Kapitel vorgestellten Ansätzen und Modellen wird in Kapitel 5 ein Bemessungskonzept, das für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Stahlbetonsandwichelemente mit stiftförmigen Verbundmitteln gültig ist, beschrieben. In Kapitel 6 wird das Vorgehen zur Berechnung der Verformungen und der Teilschnittgrößen sowie die Bemessung eines Stahlbetonsandwichelementes anhand eines Beispiels erläutert.

# 5 Vorschlag eines Bemessungskonzeptes für Sandwichelemente

## 5.1 Allgemeines – Bemessung eines Sandwichelementes

Aufbauend auf den umfangreichen experimentellen Untersuchungen und dem vorgestellten Ingenieurmodell zur Nachrechnung von biegebeanspruchten Sandwichelementen wird in diesem Kapitel ein Bemessungskonzept für Stahlbetonsandwichelemente vorgeschlagen.

Neben der Einhaltung einiger konstruktiver Details (Abschnitt 5.2) für Sandwichelemente aus Stahlbeton, müssen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit die Durchbiegung *w* des Sandwichelementes und die Rissbreiten in den beiden Tragschichten begrenzt werden. Daneben sind außerdem auf Grundlage der Schubverzerrung die Scherspannung des Dämmstoffes sowie die Verformung der Verbundmittel quer zu ihrer Stabachse zu begrenzen.

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Nachweise für die Tragschichten für eine Einwirkung aus Biegung mit Normalkraft sowie Querkraft zu führen. Für den Dämmstoff müssen Grenzwerte für die zulässige Verformung *u* und eine zulässige Scherspannung eingehalten werden. Auch für die Verbundmittel sind die Spannungen resultierend aus der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung *u* zu begrenzen.

Das Bemessungskonzept ist ausschließlich für die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Sandwichelemente mit den untersuchten verschiedenen Parametern und den damit gegebenen Randbedingungen gültig.

# 5.2 Konstruktive Details und Ausführungshinweise für Stahlbetonsandwichelemente

Die in den Abschnitten 5.3 bis 5.5 genannten Angaben für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sowie den Grenzzustand der Tragfähigkeit gelten nur für eine ausreichende große Verbundfestigkeit zwischen den Dämmstoffplatten und den Tragschichten aus Stahlbeton. Das heißt, es wird vorausgesetzt, dass die Verbundfestigkeit zwischen Dämmstoff und Beton immer größer ist als die Scherfestigkeit des Dämmstoffes. Damit wird ein Versagen des Dämmstoffes immer maßgebend, da die Schubspannungen bis zur Verbundfuge parabelförmig ansteigen und danach über die Kernschichtdicke konstant bleiben (siehe auch Abb. 5.1).



Abb. 5.1: Sandwichquerschnitt mit zugehöriger Schubspannungsverteilung

Zur Gewährleistung einer ausreichenden Verbundtragwirkung sind in Sandwichelemente im Allgemeinen immer Verbundmittel anzuordnen. Diese stellen einen dauerhaften Verbund in Form der schubelastischen Kopplung der beiden Tragschichten sicher. In der rechnerischen Achse der Auflager ist immer die erste Reihe der Verbundmittel anzuordnen und mit einem Bewehrungsstab zusätzlich zur erforderlichen Querbewehrung links und rechts orthogonal zur Spannrichtung des Sandwichelementes in der oberen und unteren Tragschicht gegen Betonausbruch zu sichern (siehe Abb. 5.2).



Abb. 5.2: Ausschnitt eines Sandwichelementes mit Darstellung der konstruktiven Bewehrung für das Verbundmittel über dem Auflager

Einflüsse aus einer Temperaturbeanspruchung müssen bei Sandwichelementen mit biegesteifen Tragschichten unter anderem aufgrund der inneren statischen Unbestimmtheit berücksichtigt werden. *DIBt 1995* regelt die "*Grundsätze zur Ermittlung der Temperaturbeanspruchung mehrschichtiger Wandtafeln mit Betondeckschicht*", diese dürfen jedoch in der Regel lediglich für Wandbauteile angesetzt werden.

Gemäß *DIBt 1995* darf die Zwangbeanspruchung in den Tragschichten infolge einer Temperaturdifferenz von  $\Delta T = 5$  K in der oberen Tragschicht (außen) bestimmt werden, während für eine Zwangbeanspruchung resultierend aus unterschiedlichen Temperaturen der beiden Betonschichten die in Tab. 5.1 angegebenen Temperaturwerte bei Wandbauteilen maßgebend sind.

 Tab. 5.1:
 Temperaturen zur Bestimmung der Temperaturdifferenz für die Ermittlung der Zwangbeanspruchung von Sandwichelementen nach DIBt 1995

Lootfoll	Temperatur [°C]	Temperatur [°C]		
Lastian	innen	außen		
Winter	- 20	+ 20		
Sommer	+ 65	+ 20		

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Sandwichelemente sollen jedoch beispielsweise als raumabschließende und wärmedämmende Dachbauteile eingesetzt werden. Deshalb werden für die Ermittlung der Temperaturdifferenz zwischen der oberen und unteren Tragschicht, die für die Sandwichelemente zu berücksichtigen ist, die in Tab. 5.2 angegebenen Temperaturwerte in Abhängigkeit der Jahreszeit, der Sonneneinstrahlung und der Grenzzustände empfohlen. Diese entsprechen den Angaben für tragende Sandwichelemente mit Stahldeckschichten und einem Kernwerkstoff aus Polyurethan-Hartschaum gemäß Z-10.4-549 oder Z-10.49-524. Die Oberflächen aus Normalbeton der untersuchten Sandwichelemente sind, wenn kein anderer Nachweis geführt wird, in die Farbgruppe III einzuordnen. Damit ergibt sich anhand von Tab. 5.2 sowohl für den Grenzzustand der Tragfähigkeit als auch für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit eine anzusetzende Temperatur von 80°C in der oberen (äußeren) Tragschicht.

Tab. 5.2:	Empfohlene Werte für die Sandwichelemente zur Berücksichtigung der Temperatur-
	differenz zwischen den beiden Tragschichten (Z-10.4-549, Z-10.49-524)

Jahreszeit		Sonnen-	Grenzzustand der Tragfähigkeit		Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit				
		einstran-	Temperatur [°C]		Forberuppe1	Reflexionsgrad <sup>2</sup> Temperat		atur [°C]	
		lung	außen	innen	Farbgruppe	R <sub>G</sub> [%]	außen	innen	
	allgemein	-	- 20		alle	90 - 8	- 20		
Winter	mit Schnee- last	-	0 + 20		alle	90 – 8	0	+ 20	
				I	90 – 75	+ 55			
	Sommor	direkt	+ 80	+ 25		74 – 40	+ 65	+ 25	
	Sommer					39 – 8	+ 80		
		indirekt <sup>3</sup>	+ 40		alle	90 - 8	+ 40		
<sup>1</sup> I: II: <sup>2</sup> Refle fahre	<ol> <li>I: sehr hell</li> <li>II: hell</li> <li>III: dunkel</li> <li>Reflexionsgrad bezogen auf Bariumsulfat (= 100 %) (Die angegebenen Helligkeitswerte beziehen sich auf das Messverfahren nach Hunter-L-a-b.)</li> </ol>								

Unter indirekter Sonneneinstrahlung auf die Wand wird der Fall einer vorgehängten, hinterlüfteten Fassade von der Sandwichwand (wie oftmals bei Kühlhallen) verstanden.

Die zusätzliche Krümmung infolge der Temperaturdifferenz kann gemäß *Horstmann 2010* in den Bestimmungsgleichungen der Differentialgleichungen für die Berechnung der Teilschnittgrößen sowie der Verformung des Sandwichelementes berücksichtigt werden.

Für eine Zwangbeanspruchung infolge Schwindens wird beispielsweise in *Z-21.8-1878* eine Erhöhung der Temperaturdifferenz für eine Tragschicht um 10 K vorgeschlagen. Damit kann der Einfluss der Schwindunterschiede näherungsweise berücksichtigt werden.

# 5.3 Ermittlung der Schnittgrößen

Zur Ermittlung der Teilschnittgrößen für die Sandwichelemente gilt die in *DIN EN 1992-1-1* in Bild 3.2 gezeigte Spannungs-Dehnungs-Linie für Beton. Bis zu einer Grenzspannung von  $0,4 \cdot f_{cm}$  kann damit ein linear elastisches Materialverhalten angenommen werden, sodass die Anwendung des Berechnungswerkzeuges möglich ist.

Gleichzeitig wird damit die Grenze, bis wohin die Teilschnittgrößen sowie die Verformungen eines Sandwichelementes im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit sowie im Grenzzustand der Tragfähigkeit mit dem in Abschnitt 4.5.2 vorgestellten Ingenieurmodell bestimmt werden können, definiert.

# 5.4 Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

# 5.4.1 Begrenzung der Verformungen

Der einzuhaltende Grenzwert für den Durchhang eines Balkens oder einer Platte unter quasi-ständiger Einwirkungskombination zum maßgebenden Zeitpunkt *t* für die Verformungsbegrenzung wird für die Sandwichelemente in Anlehnung an die *DIN EN 1992*-

1-1 auf 1/250 der Stützweite ("ohne besondere Anforderungen an die Verformung") festgelegt. Maßgebend wird in der Regel der Nachweis für den Zeitpunkt  $t = \infty$ . Dies ist eine leicht strengere Regelung als die in der *DIN EN 14509* für selbsttragende Sandwichelemente mit beidseitigen Metalldeckschichten formulierte Begrenzung auf 1/200 der Stützweite für Sandwichdachelemente unter Langzeitbelastung.

Zur Berechnung der Verformung mithilfe des Berechnungswerkzeuges gilt die in *DIN EN 1992-1-1* in Bild 3.2 gezeigte Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons. Bis zu einer Grenzspannung von  $0,4 \cdot f_{cm}$  kann damit ein linear elastisches Materialverhalten für den Beton angenommen werten.

Die Verformungen sind für den maßgebenden Zeitpunkt, also in der Regel für eine Langzeitbeanspruchung zu bestimmen, da wie schon in Abschnitt 2.5.4.3 erläutert Schaumstoffe zu den visko-elastischen Werkstoffen, die auch bei gleichbleibender Belastung zunehmende Verformungen aufweisen, gehören. Das damit verbundene sogenannte Schubkriechen des Dämmstoffes in der Kernschicht darf nach *DIN EN 14509* durch eine Verminderung des Schubmoduls berücksichtig werden. Für die allgemeine Ermittlung des Schubmoduls  $G_D$  wird der in Abschnitt 4.3 vorgestellte eigene Ansatz zur Bestimmung der Schubsteifigkeit für einen Dämmstoff unter den genannten Anwendungsbedingungen empfohlen. Die Verminderung des Schubmoduls erfolgt mit Gleichung (5.1) anhand des Kriechfaktors  $\varphi_t$ .

$$G_{\mathrm{D},\mathrm{t}} = \frac{G_{\mathrm{D}}}{1 + \varphi_{\mathrm{t}}} \tag{5.1}$$

#### mit $\varphi_t$ Kriechfaktor

Der Kriechfaktor kann mithilfe von *DIN EN 14509* bestimmt werden. Bei einer Schneelast ist eine Dauer von 2.000 h und bei einer langzeitigen Belastung eine Dauer von 100.000 h anzusetzen. Wenn der Kriechfaktor nicht ermittelt wird, dürfen allgemein für EPS, XPS oder PUR die folgenden Werte angenommen werden:

- $\varphi_{\rm t} = 2,4$  für t = 2.000 h,
- $\varphi_{\rm t} =$  7,0 für t = 100.000 h.

Für XPS hat *Müller 2015* im Rahmen seiner Arbeit anhand von Dauerstandsversuchen in Form von 4-Punkt-Biegeversuchen die nachfolgend dargestellten deutlich kleineren Kriechfaktoren bestimmt:

- $\varphi_{\rm t} = 0.5 \; {\rm für} \; t = 2.000 \; {\rm h},$
- $\varphi_{\rm t} = 2,0$  für t = 100.000 h.

Daneben gibt *Horstmann 2010* allgemein für Polystyrole (wie EPS oder XPS) aus der Literatur die folgenden Werte an:

- $\varphi_{\rm t} = 0,75 1,2$  für t = 2.000 h,
- $\varphi_{\rm t} = 1,5 3,0$  für t = 100.000 h.

Da explizit für den eingesetzten Dämmstoff noch keine Kriechfaktoren bestimmt wurden, wird an dieser Stelle auf die in *DIN EN 14509* genannten Werte verwiesen oder eine Bestimmung der Kriechfaktoren empfohlen. Die Ermittlung des Kriechfaktors kann gemäß des in *DIN EN 14509* Anhang A.6 beschriebenen Verfahrens erfolgen.

Zusätzlich ist bei der Verformungsberechnung auch das Kriechen des Betons nach *DIN EN 1992-1-1* und *DIN EN 1992-1-1/NA* zu berücksichtigen. Das Vorgehen dazu wird im Rahmen eines Bemessungsbeispiels näher erläutert (siehe Abschnitt 6.5.2.1).

Bei der Bestimmung der Federsteifigkeit für die Verbundmittel aus glasfaserverstärktem Kunststoff wird sowohl der E-Modul als auch der Schubmodul mit einbezogen. Bei der Berechnung der Verformung sind die zeitabhängigen Steifigkeitsverluste dementsprechend ebenfalls zu beachten. Diese könnten beispielweise analog zur Vorgehensweise der Kriechverluste des Betons oder des Dämmstoffs durch eine Abminderung der Steifigkeit mit einem entsprechenden Kriechfaktor erfolgen. Untersuchungen zum zeitabhängigen Tragverhalten der Verbundmittel aus glasfaserbewehrten Kunststoff wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt. An dieser Stelle sei jedoch auf den Inhalt der Arbeit von *Cusnick 2018* verwiesen.

## 5.4.2 Begrenzung der Rissbreite in den Tragschichten

Die Begrenzung der Rissbreite kann in der Regel nach *DIN EN 1992-1-1*, sodass "… die ordnungsgemäße Nutzung des Tragwerks, sein Erscheinungsbild und die Dauerhaftigkeit nicht beeinträchtigt werden" erfolgen. Damit müssen für die Tragschichten unter der in der Regel quasi-ständigen Einwirkungskombination für die Zeitpunkte  $t = \infty$  und t = 0 die Einhaltung der zulässigen Rissbreite für eine Belastung aus Biegung mit Normalkraft gewährleistet werden.

Für die untersuchten Sandwichelemente mit zentrisch bewehrten Tragschichten erscheint die Anwendung der normativen Regelung bezüglich der Rissbreitennachweise gemäß *DIN EN 1992-1-1* jedoch zweifelhaft, da unter anderem die Wirkungszone der Bewehrung nicht klar definierbar ist. Da in den experimentellen Untersuchungen auf Gebrauchslastniveau jedoch nur fein verteilte Risse aufgetreten sind, wird im Rahmen dieser Arbeit nicht näher auf die Begrenzung der Rissbreiten in den Tragschichten eingegangen.

## 5.4.3 Nachweise für den eingesetzten Dämmstoff

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist die Verzerrung des eingesetzten Dämmstoffes auf Grundlage der durchgeführten Schub- und Biegeversuche auf eine Verzerrung von maximal  $\gamma \le 1/50$  zu begrenzen. Für eine 200 mm dicke Kernschicht ergibt sich damit anhand von Gleichung (5.2) eine zulässige Verformung von u = 4 mm.

$$u = \gamma \cdot h_{\rm K} = 1/50 \cdot h_{\rm K} = 1/50 \cdot 200 = 4 \text{ mm}$$
(5.2)

Maximal und damit maßgebend für einen statisch bestimmt gelagerten Einfeldträger ist die jeweilige Verzerrung in der Achse der Auflager.

Anhand der ingenieurmäßigen Begrenzung der Verzerrung y auf 1/50 als Ergebnis der umfangreichen experimentellen Untersuchungen wird die zu dieser Verzerrung gehö-

rige charakteristische Kraft  $F_{D,k,y=1/50}$  anhand der Versuchsergebnisse der in Abschnitt 3.3.3 vorgestellten Untersuchungen zur Bestimmung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls ermittelt. Auch hierzu wird zur Bestimmung des charakteristischen Wertes für eine Materialfestigkeit die Anwendung der logarithmischen Normalverteilung gewählt (siehe Abschnitt 4.3), sodass sich nach *DIN EN 1990* für den charakteristischen Wert die schon bekannte Gleichung (4.1) ergibt. Mithilfe der Gleichungen (4.3) und (4.4) kann somit anhand des Mittelwertes und der Standardabweichung der charakteristische Wert für die Kraft  $F_{D,k,y=1/50}$  ermittelt werden. Schließlich lässt sich daraus der charakteristische Wert der Scherspannung durch die Division mit der Scherfläche des Doppelprobekörpers (Gleichung (2.61)) mithilfe von Gleichung (5.3) bestimmen.

$$\tau_{D,k,y=1/50} = \frac{F_{D,k,y=1/50}}{A}$$
(5.3)

Für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird, wie in *DIN EN 1990* Abschnitt 6.5.4 und *DIN EN 1992-1-1* Abschnitt 2.4.2.4 (2) empfohlen, als Teilsicherheitsbeiwert für Materialien  $\gamma_{M,\gamma=1/50} = 1,00$  gewählt. Es ergibt sich Gleichung (5.4) für die aufnehmbare Scherspannung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit.

$$\tau_{\rm D,d,\gamma=1/50} = \frac{\tau_{\rm D,k,\gamma=1/50}}{\gamma_{\rm M,\gamma=1/50}} = \frac{\tau_{\rm D,k,\gamma=1/50}}{1,00}$$
(5.4)

### 5.4.4 Nachweis für die Verbundmittel

Gemäß der bauaufsichtlichen Zulassung Z-21.8-1894 sind die Verformungen quer zur Stabachse für eine Kernschichtdicke zwischen 100 mm und 350 mm im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit auf  $u \le 3,7$  mm für die seltene Einwirkungskombination zu begrenzen. Da die Verbundmittel jedoch für die vorgesehene Einsatzmöglichkeit aktuell keine Zulassung besitzen, ist dieser Wert für die hier untersuchten Sandwichelemente lediglich als Orientierung zu betrachten. Die Größenordnung der zulässigen Verformung der Verbundmittel im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit passt aber gut zur im obigen Abschnitt 5.4.3 erläuterten zulässigen gegenseitigen Tragschichtenverschiebung für den Dämmstoff ( $u \le 4$  mm). Somit wird für die in dieser Arbeit untersuchten Sandwichelemente im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit mit der Begrenzung der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung für den Dämmstoff gleichzeitig auch die Verformung für die Verbundmittel beschränkt.

## 5.5 Grenzzustand der Tragfähigkeit

## 5.5.1 Nachweise für die Tragschichten aus Stahlbeton

## 5.5.1.1 Nachweis Biegung mit Normalkraft

Die Teilschnittgrößen für die Tragschichten können, wie in Abschnitt 5.3 erläutert, mit der Spannungs-Dehnungs-Linie gemäß *DIN EN 1992-1-1* bis zu einer Grenzspannung des Betons von  $0.4 \cdot f_{cm}$  anhand des Berechnungswerkzeuges erfolgen. Für die maß-

gebenden Zeitpunkte t = 0 und  $t = \infty$  ist getrennt für die Berücksichtigung des Kriechens im Beton und des Schubkriechens im Dämmstoff die Berechnung der Teilschnittgrößen durchzuführen. Mit den so berechneten Schnittgrößen *M* und *N* können die bekannten Nachweise für die beiden Tragschichten nach *DIN EN 1992-1-1* und *DIN EN 1992-1-1/NA* geführt werden.

## 5.5.1.2 Nachweis Querkraft

Das Vorgehen zur Bestimmung der maßgebenden Querkraftbeanspruchung in den Tragschichten entspricht dem Vorgehen zur Bestimmung der maßgebenden Momenten- und Normalkraftbelastung aus dem vorherigen Abschnitt 5.5.1.1. Mit der bestimmten Querkraft kann der Nachweis gemäß *DIN EN 1992-1-1* und *DIN EN 1992-1-1/NA* für ein Bauteil ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung geführt werden.

Da sich die Tragschichtendicke jedoch an der Grenze der zulässigen Mindestdicke für Vollplatten bewegt und die Tragschichten infolge des Sandwichmomentes zusätzlich durch eine Zugkraft belastet sein können, wird eine Abminderung auf 50 % des gemäß *DIN EN 1992-1-1* und *DIN EN 1992-1-1/NA* zu berechnenden Bemessungswertes empfohlen. Dieser Ansatz liegt auf der sicheren Seite. Zudem konnte im Rahmen der Biegeversuche an Sandwichelementen in keinem der geprüften Versuchskörper ein Querkraftversagen oder Trennrisse in den Tragschichten beobachtet werden.

## 5.5.2 Nachweise für den eingesetzten Dämmstoff

## 5.5.2.1 Erläuterung

Aufbauend auf dem in Abschnitt 4.3 dargestellten eigenen Ansatz zur Bestimmung der Schubsteifigkeit in Form des Schubmoduls für einen Dämmstoff kann, wie schon erwähnt, eine einfache Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit für den Dämmstoff erfolgen. Demnach wird sowohl eine Begrenzung der Scherspannung als auch eine Begrenzung der zulässigen gegenseitigen Tragschichtenverschiebung des Sandwichelementes und somit einer zulässigen Verformung *u* für den Dämmstoff empfohlen.

Die Verformung *u* des Sandwichelementes muss für den maßgebenden Zeitpunkt (in der Regel  $t = \infty$ ) unter Berücksichtigung des Schubkriechens des Dämmstoffes sowie des Kriechens des Betons bestimmt werden.

# 5.5.2.2 Begrenzung der Scherspannung

Die einwirkende Scherspannung wird im Normalfall maximal für den Zeitpunkt  $t = \infty$ unter Berücksichtigung des Kriechens im Beton. Diese ermittelte Scherspannung sollte wie nachfolgend beschrieben begrenzt werden.

In Abschnitt 4.3 wurden auf der Grundlage der Ergebnisse der in Abschnitt 3.3.3 vorgestellten Untersuchungen zur Ermittlung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls eines Dämmstoffes die charakteristischen Werte für die maximale Kraft  $F_{D,k}$  bestimmt. Damit kann wie in Abschnitt 2.5.4.5 schon erläutert anhand der Scherfläche im Doppelprobekörper nach Gleichung (2.61) die charakteristische Scherfestigkeit  $\tau_{D,k}$  berechnet werden. Mithilfe des ebenfalls schon in Abschnitt 4.3 ermittelten Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{\rm M}$  für den Grenzzustand der Tragfähigkeit kann somit der Bemessungswert der Scherfestigkeit für den Dämmstoff mithilfe von Gleichung (5.5) bestimmt werden.

$$r_{\rm D,d} = \frac{r_{\rm D,k}}{\gamma_{\rm M}} = \frac{r_{\rm D,k}}{1,25}$$
(5.5)

## 5.5.2.3 Begrenzung der Schubverformung des Dämmstoffes anhand der Begrenzung der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung des Sandwichelementes

Zusätzlich zur Begrenzung der Scherspannung des Dämmstoffes wird die Begrenzung der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung u im Grenzzustand der Tragfähigkeit auf einen zulässigen charakteristischen Wert  $u_k$  empfohlen, um die zulässige Schubverformung des Dämmstoffes einzuhalten.

Auf der Grundlage der Ergebnisse der in Abschnitt 3.3.3 vorgestellten Untersuchungen zur Ermittlung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls des eingesetzten Dämmstoffes wird als zulässige maximale Verformung die zur maximalen Kraft  $F_m$  gehörige Verformung u gewählt. Der charakteristische Wert der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung  $u_k$  für das Verformungsvermögen kann nach *DIN EN 1994-1-1* wie schon bei der Ermittlung des Schubmoduls basierend auf einer statistischen Auswertung aller Versuchsergebnisse gleichfalls mithilfe der logarithmischen Normalverteilung anhand der *DIN EN 1990* ermittelt werden. Damit ergibt sich die zulässige Schubverformung des Dämmstoffes  $u_k$  über dem Auflager wieder mit Gleichung (4.1).

## 5.5.3 Nachweise für die eingesetzten Verbundmittel

Die eingesetzten Verbundmittel (*Z*-21.8-1894 und *Z*-1.6-238) sind nach aktuellem Stand für den in diesen Sandwichelementen vorgesehenen Zweck nicht zugelassen. Das Nachweiskonzept für derartige Verbundmittel könnte auf der Grundlage der Untersuchungen aber wie nachfolgend beschrieben aussehen.

Für die Verbundmittel wird vorgeschlagen die einwirkende Biegespannung anhand der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung zu bestimmen (siehe Abschnitt 5.5.3) und auf den in *Z*-1.6-238 angegebenen zulässigen Bemessungswert für die Dauerzugfestigkeit nach Gleichung (5.6) zu begrenzen.

$$f_{\rm fcl} = \frac{f_{\rm fk}}{\gamma_{\rm f}} = \frac{580}{1,3} = 445 \text{ N/mm}^2$$
 (5.6)

Maßgebend sind immer die Verbundmittel, die über dem Auflager angeordnet sind (siehe Abb. 3.66 und Abb. 3.67 mit der Darstellung der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung eines Sandwichelementes über die Systemlänge und der schematisch dargestellten Verformung eines Verbundmittels über dem Auflager). Darüber hinaus darf die Tragfähigkeit quer zur Faser (Gleichung (5.7)) nicht überschritten werden. Die Scherspannung  $r_{fk}$  beruht auf der Angabe in *Schöck ComBAR®*, während der Teilsicherheitsbeiwert analog zu Gleichung (5.6) gewählt wurde.

Die einwirkende Spannung kann anhand der Federkraft *F*<sub>A</sub>, die sich aus dem Produkt der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung *u* und der in Abschnitt 4.4.2.3 bestimmten Federsteifigkeit ergibt, bezogen auf die Scherfläche eines Verbundmittels, bestimmt werden (siehe Abschnitt 5.5.3).

$$T_{\rm fd} = \frac{T_{\rm fk}}{\gamma_{\rm f}} = \frac{150}{1,3} = 115 \text{ N/mm}^2$$
 (5.7)

Da die Biege- und Querkraftbeanspruchung an derselben Stelle im Stab auftreten, muss eine Interaktion berücksichtigt werden. Auf der sicheren Seite liegend wird dafür eine lineare Interaktion nach Gleichung (5.8) vorgeschlagen.

$$\frac{\sigma_{\rm Ed}}{f_{\rm fd}} + \frac{\tau_{\rm Ed}}{\tau_{\rm fd}} \le 1,0 \tag{5.8}$$

Da die Verbundmittel wie oben erläutert für die im Rahmen dieser Arbeit vorgesehene dauerhafte Biege- und Scherbeanspruchung nicht zugelassen sind, müssen die in diesem Abschnitt beschriebenen Ansätze zur Bemessung der Verbundmittel noch verifiziert werden. An dieser Stelle wird auf die Arbeit von *Cusnick 2018* verwiesen.

## 5.6 Fazit für den Vorschlag des Bemessungskonzeptes

Wie schon in Abschnitt 4.5.2 erwähnt, ist die Ermittlung der Teilschnittgrößen sowie der Verformungen für die im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Sandwichelemente mithilfe des Berechnungswerkzeuges möglich. Aufbauend auf dieser Möglichkeit konnte ein dazu passendes neues Nachweiskonzept für Stahlbetonsandwichelemente entwickelt werden.

Ein maßgebender Nachweis für die betrachteten Sandwichelemente ist der Nachweis der Begrenzung der Verformung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit mit der Berücksichtigung der Steifigkeitsverluste infolge des Schubkriechens im Dämmstoff sowie des Kriechens im Beton. Daneben müssen für die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit Nachweise für die Stahlbetontragschichten sowie für den eingesetzten Dämmstoff und die angeordneten Verbundmittel der Kernschicht erfüllt werden. Hierbei wurde unter anderem für den eingesetzten Dämmstoff ein neues Nachweisformat bestimmt. Durch die Entwicklung eines Materialgesetzes für den Dämmstoff auf Basis einer statistischen Auswertung gemäß DIN EN 1990 in Anlehnung an DIN EN 1994-1-1, das als Grundlage der erforderlichen Nachweise dient, konnte ein übersichtliches und gut nachvollziehbares Nachweisformat geschaffen werden. Da die angeordneten Verbundmittel keine Zulassung für den vorgesehenen Einsatz in überwiegend biegebeanspruchten Sandwichelementen besitzen, sodass kein gültiges Nachweiskonzept vorliegt, wurde auch für die Verbundmittel ein neuer Vorschlag zur Bemessung erarbeitet, der jedoch noch für eine dauerhafte Beanspruchung der Verbundmittel zu verifizieren ist.

Das entwickelte Nachweiskonzept für die Stahlbetonsandwichelemente bietet zudem im Gegensatz zu an einzelnen Versagensarten kalibrierten Nachweiskonzepten in Form von beispielsweise zahlreichen unterschiedlichen Teilsicherheitsbeiwerten für jede Versagensart den Vorteil einer einfachen Nachvollziehbarkeit. Damit ist die Anwendung in der Praxis für Tragwerksplaner ohne intensive Einarbeitung möglich. Dies soll durch das in Kapitel 6 vorgestellte Bemessungsbeispiel gezeigt und bestätigt werden.

# 6 Bemessungsbeispiel

## 6.1 Vorbemerkungen

Mit dem nachfolgend vorgestellten Beispiel soll die Vorgehensweise für die Bemessung eines Stahlbetonsandwichelementes, das wie die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Sandwichelemente aufgebaut ist, erläutert werden.

Vereinfachend werden die einwirkenden Lasten im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit für die quasi-ständige Einwirkungskombination (maßgebend beispielsweise für den Nachweis der Begrenzung der Verformungen) und im Grenzzustand der Tragfähigkeit für die Grundkombination ermittelt. Die Teilschnittgrößen sowie die Verformungen des Sandwichelementes werden jeweils nur für eine Lastfallkombination, allerdings unter Berücksichtigung der zeitabhängigen Steifigkeitsverluste, bestimmt. Damit ergeben sich für die Bestimmung für *t* gleich null sowie durch die getrennte Betrachtung des Kriechens des Betons, des Schubkriechens des Dämmstoffes sowie deren Kombination für den Zeitpunkt *t* gleich unendlich für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und den Grenzzustand der Tragfähigkeit jeweils vier Berechnungen der Teilschnittgrößen und der Verformungen des Sandwichelementes (siehe Abschnitt 6.5).

## 6.2 System, Belastung und Querschnitt

Das statische System, die zu berücksichtigende Belastung und der betrachtete Sandwichquerschnitt sind in Abb. 6.1 dargestellt. Die Belastung für das 5 m lange Sandwichelement setzt sich zusammen aus der Eigenlast des Bauteils, einer Ausbaulast, einer Winddruckkraft sowie einer Schneelast. Der Querschnitt besteht aus zwei 7 cm dicken und zentrisch mit  $\phi 10 - 10$  cm bewehrten Stahlbetontragschichten sowie einer 20 cm dicken Kernschicht. Diese setzt sich aus Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln zusammen. Als Dämmstoff wird angenommen, dass das expandierte Polystyrol aus der in dieser Arbeit untersuchten Charge E200J4 (siehe Abschnitt 3.2) eingesetzt wird, während als Verbundmittel *Schöck ComBAR*<sup>®</sup> Bewehrungsstäbe mit einem Durchmesser von 20 mm zum Einsatz kommen. Diese werden über die Breite 4-reihig und über die Länge mit einem Achsabstand von 50 cm untereinander angeordnet.



Abb. 6.1: System und Belastung (links) sowie Querschnitt des Sandwichelementes (rechts) für das Bemessungsbeispiel

Zusammengefasst ergeben sich die nachfolgend genannten Parameter und Informationen für das Bemessungsbeispiel.

- System
  - o Stützweite: 5,0 m
  - o Auflagerbreite: 0,3 m
- Querschnitt
  - o Tragschichten
    - zentrisch bewehrt
      - Dicke: 7 cm
  - o Kernschicht
    - Dämmstoffplatten
      - EPS
      - Dicke: 20 cm
    - Verbundmittel
      - GFK
      - 4 Reihen pro Meter
      - Achsabstand in Längsrichtung: 50 cm

### 6.3 Materialkennwerte

#### 6.3.1 Tragschichten

- Beton: C35/45
  - Druckfestigkeit:  $f_{ck} = 35 \text{ MN/m}^2$
  - Zugfestigkeit:  $f_{ctm} = 3,2 \text{ MN/m}^2$
  - E-Modul:  $E_{cm} = 34.000 \text{ MN/m}^2$
- Betonstahl: B500B; *φ*10 − 10 cm
  - Streckgrenze:  $f_{yk} = 435 \text{ MN/m}^2$
  - E-Modul:  $E_{\rm S} = 200.000 \, \rm MN/mm^2$

#### 6.3.2 Kernschicht

- Dämmstoff: EPS Charge E200J4 (siehe Abschnitt 3.3.3 und Tab. 4.1, S. 148)
  - o Schubmodul:  $G_D = 3,36 \text{ MN/m}^2$
- Verbundmittel: Schöck ComBAR® Bewehrungsstäbe
  - o Durchmesser: 20 mm
  - E-Modul:  $E_{\rm f} = 60.000 \, {\rm MN/m^2}$
  - o Schubmodul:  $G_{\rm f} = 8.666 \, {\rm MN/m^2}$

## 6.4 Lastannahmen

Für die Ermittlung der einwirkenden Lasten wird angenommen, dass die Sandwichelemente zur Ausbildung eines Flachdaches für ein Gebäude mit einer Gesamthöhe von 6 m in Kaiserslautern genutzt werden sollen.

#### 6.4.1 Dauerhafte Beanspruchungen

- Eigenlast
  - Wichte Stahlbeton  $\gamma_c = 25 \text{ kN/m}^3$
  - o  $g_{k,E} = (h_{Ts,o} + h_{Ts,o}) \cdot \gamma_C = (0,07 + 0,07) \cdot 25 = 3,50 \text{ kN/m}^2$
- Ausbaulast
  - Annahme: Dach- und Bauwerksabdichtungen aus Kunststoffbahnen sowie einer 6 cm dicken Kiesschüttung als Oberflächenschutz
  - $\circ$   $g_{k,A} = 1,30 \text{ kN/m}^2$

### 6.4.2 Veränderliche Beanspruchungen

- Wind (nach DIN EN 1991-1-4 und DIN EN 1991-1-4/NA)
  - o Windlastzone 1, Binnenland
  - $\circ$   $q_{\rm k} = 0.5 \, \rm kN/m^2 \, für \, h \le 10 \, m$
  - o  $c_{pe,10} = +0,2$  (Druck) für Bereich I, scharfkantiger Traufbereich
  - Windsog wird in diesem Beispiel nicht maßgebend und deshalb vereinfachend vernachlässigt.
  - $\circ \qquad w_k = 0, 5 \cdot 0, 2 = 0, 25 \text{ kN/m}^2$
  - o Kombinationsbeiwerte nach DIN EN 1990 und DIN EN 1990/NA
    - $\psi_0 = 0,6$
    - $\psi_2 = 0$
- Schnee (nach DIN EN 1991-1-3 und DIN EN 1991-1-3/NA)
  - $\circ$   $s_k = 0,85 \text{ kN/m}^2 \text{ für Schneelastzone 2}$
  - $\circ$   $\mu_1 = 0,80$  für Dachneigung  $0^{\circ} \le \alpha \le 30^{\circ}$
  - o  $s = \mu_1 \cdot s_k = 0, 8 \cdot 0, 85 = 0, 68 \text{ kN/m}^2$
  - o Kombinationsbeiwerte nach DIN EN 1990 und DIN EN 1990/NA
    - $\psi_0 = 0,5$
    - $\psi_2 = 0$

## 6.5 Ermittlung der Schnittgrößen und Verformungen

#### 6.5.1 Lastfallkombinationen

Die Flächenlast  $q_{d,GzG}$  im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ergibt sich wie schon in Abschnitt 6.1 erwähnt für die quasi-ständige Einwirkungskombination zu Gleichung (6.1).

$$E_{d,perm} = \sum_{j\geq 1} G_{k,j} \oplus \sum_{i\geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

$$q_{d,perm} = q_{d,GzG} = g_{k,E} + g_{k,A} + \psi_{2,i} \cdot w_k + \psi_{2,i} \cdot s_k$$

$$q_{d,GzG} = 3,50 + 1,30 + 0 \cdot 0,25 + 0 \cdot 0,68 = 4,80 \text{ kN/m}^2$$
(6.1)

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird die Flächenlast  $q_d$  für die Grundkombination mithilfe von Gleichung (6.2) bestimmt. Der maßgebende Wert ergibt sich mit der dargestellten Lastfallkombination.

$$E_{d} = \sum_{j \ge 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \oplus \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

$$q_{d} = \gamma_{G} \cdot \left(g_{k,E} + g_{k,A}\right) + \gamma_{Q} \cdot s_{k} + \gamma_{Q} \cdot \psi_{0} \cdot w_{k}$$

$$q_{d} = 1,35 \cdot (3,50 + 1,30) + 1,5 \cdot 0,68 + 1,5 \cdot 0,6 \cdot 0,25 = 7,73 \text{ kN/m}^{2}$$
(6.2)

#### 6.5.2 Berücksichtigung des Kriechens

#### 6.5.2.1 Kriechen des Betons

Zur Berechnung der Gesamtverformung darf das Kriechen des Betons gemäß *DIN EN 1992-1-1* mit einem effektiven E-Modul  $E_{c,eff}$  nach Gleichung (6.3) berücksichtigt werden.

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$
(6.3)

mit  $\varphi(\infty, t_0)$  maßgebende Kriechzahl nach *DIN EN 1992-1-1* 

Die maßgebende Kriechzahl ergibt sich somit für das betrachtete Sandwichelement mit den nachfolgenden Randbedingungen zu  $\varphi(\infty, t_0) = 2,420$ .

- Beton: C35/45
- Zement: CEM 42,5 N (Klasse N)
- wirksame Bauteildicke  $h_0 = 140 \text{ mm}$
- relative Luftfeuchte RH: 60%
- Betonalter bei Belastungsbeginn t<sub>0</sub> = 10 d

Für die Berechnung wurde die Endkriechzahl vereinfachend zu 2,5 gewählt, sodass sich für den effektiven E-Modul Gleichung (6.4) ergibt.

$$E_{\rm c,eff} = \frac{E_{\rm cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} = \frac{34.000}{1 + 2.5} = 9.700 \,\rm N/mm^2$$
(6.4)

#### 6.5.2.2 Schubkriechen des Dämmstoffes

Wie in Abschnitt 5.4.1 erläutert, darf das Schubkriechen des Dämmstoffes durch die Abminderung des Schubmoduls mit Gleichung (5.1) erfolgen. Für den Kriechfaktor wird für eine Zeitspanne von t = 100.000 h  $\varphi_t = 1,5$  gemäß *Horstmann 2010* angenommen, da für den eingesetzten Dämmstoff noch keine explizite Bestimmung des Kriechfaktors vorgenommen wurde. Damit ergibt sich Gleichung (6.5).

$$G_{\rm D,t} = \frac{G_{\rm D}}{1+\varphi_{\rm t}} = \frac{3,36}{1+1,5} = 1,344 \text{ MN/m}^2$$
(6.5)

## 6.5.3 Eingabemaske zur Berechnung der Teilschnittgrößen und der Verformungen des Sandwichelementes

Zur Ermittlung der Schnittgrößen wird das in Abschnitt 4.5.2.4 vorgestellte und erläuterte Berechnungswerkzeug genutzt. Dazu müssen zunächst alle Systemabmessungen, Belastungen, der Lastschritt sowie Querschnitts- und Materialangaben für die Tragschichten und die Kernschicht in die Eingabemaske des Berechnungswerkzeuges eingegeben werden.

Die Materialkennwerte und der Querschnittaufbau der Tragschichten können unabhängig voneinander für die obere und für die untere Tragschicht eingegeben werden. In Tab. 6.1 bis Tab. 6.4 sind die erforderlichen Angaben, die zur Berechnung der Teilschnittgrößen sowie der Verformungen eines Sandwichelementes erforderlich sind, dargestellt. Diese Angaben beziehen sich hier auf den Zeitpunkt t = 0, sodass die Kriechzahl  $\varphi(\infty, t_0)$  zur Berücksichtigung des Schubkriechens des Dämmstoffes sowie der Kriechfaktor  $\varphi_t$  zur Berücksichtigung des Kriechens des Betons jeweils null sind.

Info	ormation	Formelzeichen	Wert	Einheit
	Breite	b	1,00	[m]
	Gesamtlänge	l <sub>ges</sub>	5,30	[m]
System	Stützweite	leff	5,00	[m]
	Stützlänge	Δx	0,02	[m]
	Stützstellen	i	251	[-]
Belastung	Flächenlast	q	7,73	[kN/m <sup>2</sup> ]
	Lastschritt	$\Delta q$	0,01	[kN/m <sup>2</sup> ]

Tab. 6.1: Information zu System und Belastung des Sandwichelementes

Tragschichten								
		Stahlbe	etontragschic	ht oben	Stahlbetontragschicht unten			
Information		Formelzei- chen	Wert	Einheit	Formelzei- chen	Wert	Einheit	
	Dicke	t <sub>Ts,o</sub>	0,07	[m]	t <sub>Ts,u</sub>	0,07	[m]	
	Durchmesser	$\phi_{\circ}$	0,01	[m]	$\phi_{u}$	0,01	[m]	
	Anzahl	no	10	[-]	nu	10	[-]	
Bewen-	Fläche	A <sub>s,o</sub>	7,85E-04	[m²]	A <sub>s,u</sub>	7,85E-04	[m²]	
rung	E-Modul	E <sub>s,o</sub>	200.000	[MN/m <sup>2</sup> ]	E <sub>s,u</sub>	200.000	[MN/m <sup>2</sup> ]	
	Stat. Höhe	do	0,035	[m]	du	0,035	[m]	
	Zugfestigkeit	f <sub>ctm,o</sub>	3,20	[MN/m <sup>2</sup> ]	f <sub>ctm,u</sub>	3,20	[MN/m <sup>2</sup> ]	
	E-Modul	E <sub>cm,o</sub>	34.000	[MN/m <sup>2</sup> ]	E <sub>cm,u</sub>	34.000	[MN/m <sup>2</sup> ]	
	Kriechzahl	$\phi_{\rm eff,o}$	-	[-]	$\phi_{\rm eff,u}$	-	[-]	
Beton	effektiver E- Modul	$E_{\rm c,eff,o}$	34.000	[MN/m²]	$E_{\rm c,eff,u}$	34.000	[MN/m²]	
	Verhältnis E- Module	α <sub>s,o</sub>	5,88	[-]	α <sub>s,u</sub>	5,88	[-]	
	Völligkeitsbei- wert	$\beta_{t,o}$	0,4	[-]	β <sub>t,u</sub>	0,4	[-]	

Tab. 6.2: Informationen zu Aufbau und Materialien der Tragschichten

Kernschicht							
	Information	Formelzeichen	Wert	Einheit			
	Dicke	hк	0,20	[m]			
	Schubmodul	GD	3,36	[MN/m <sup>2</sup> ]			
Dämmstoff	Kriechzahl	φt	-	[-]			
	Effektiver Schubmodul	G <sub>D,t</sub>	3,36	[MN/m <sup>2</sup> ]			
	transformierte Schubsteifigkeit	SD	1,2247	[MN]			
	Durchmesser	$\phi_{A}$	20	[mm]			
	E-Modul	Ef	60.000	[MN/m <sup>2</sup> ]			
	Flächenträgheitsmoment	I <sub>A</sub>	7854	[mm <sup>4</sup> ]			
	Bettungsmodul	<i>k</i> o	210	[N/mm <sup>3</sup> ]			
	Bezogene Steifigkeit	β	0,0386	[1/mm]			
Vorbundmittal	Fläche	AA	314	[mm <sup>2</sup> ]			
verbundmitter	Schubmodul	Gf	8666	[MN/m <sup>2</sup> ]			
	Schubkorrekturfaktor	Q	1,185	[-]			
	Federsteifigkeit	CA	342	[N/mm]			
	transformierte Schubsteifigkeit (je Anker)	SA	1,2466	[MN/A]			
	Abstand in Längsrichtung	XA	0,50	[m]			
	Anzahl in Querrichtung	n <sub>A</sub>	4	[m <sup>-1</sup> ]			

 Tab. 6.3:
 Informationen zu Aufbau und Materialien der Kernschicht

An den Stützstellen, an denen in Längsrichtung des Sandwichelementes Verbundmittel angeordnet sind (in diesem Beispiel alle 50 cm), ergibt sich anhand von Gleichung (4.15) die Schubsteifigkeit der Kernschicht zu Gleichung (6.6). Für die Annahme von  $\Delta L = 12$  cm (siehe Gleichung (4.17)) ergibt sich damit für die Steifigkeit der Kernschicht an der Stelle der Verbundmittel (4-reihige Anordnung):

$$S_{\rm K} = S_{\rm D} + S_{\rm A} = 1,2247 + 4.0,2080 = 2,0567 \,\rm MN.$$
 (6.6)

Diese Steifigkeit wird örtlich zur Berechnung der Teilschnittgrößen und der Verformungen des Sandwichelementes berücksichtigt.

Sandwichsteifigkeiten und -hilfswerte						
	Information	Formelzeichen	Wert	Einheit		
	Abstand Schwerachsen Tragschicht	а	0,27	[m]		
	Querschnittfläche obere Tragschicht	Ao	0,07	[m²]		
	Querschnittfläche untere Tragschicht	Au	0,07	[m²]		
	Tragschichtbiegesteifigkeit oben	Bo	0,9718	[MNm <sup>2</sup> ]		
	Tragschichtbiegesteifigkeit unten	Bu	0,9718	[MNm <sup>2</sup> ]		
	Gesamtquerschnittshöhe	h <sub>ges</sub>	0,34	[m]		
	resultierende Schubsteifigkeit Dämmstoff	SD	1,2247	[MN]		
Zustand I	Sandwichbiegesteifigkeit	Bs	86,7510	[MNm <sup>2</sup> ]		
	Gesamtbiegesteifigkeit	В	88,6947	[MNm <sup>2</sup> ]		
	Tragschicht- zu Sandwichbiegesteifigkeit (oben)	α <sub>o</sub>	0,0112	[-]		
	Tragschicht- zu Sandwichbiegesteifigkeit (unten)	αu	0,0112	[-]		
	Summe Verhältnissteifigkeiten (oben + unten)	α	0,0224	[-]		
	Sandwichbiege- zu Schubsteifigkeit pro Länge zum Quadrat	β	2,3980	[-]		
	Beiwert aus Steifigkeitsverhältnissen $\alpha$ und $\beta$	λ	4,3623	[-]		

Tab. 6.4: Berechnete Sandwichsteifigkeiten und -hilfswerte im Zustand I

Für das Bemessungsbeispiel wurde zunächst das Element wieder in n+1 äquidistante Stützstellen mit einer Stützlänge von  $\Delta x = 2$  cm eingeteilt, sodass sich insgesamt 251 Stützstellen ergeben (siehe Tab. 6.1). Daraufhin werden alle benötigten Werte automatisch, insbesondere die Sandwichsteifigkeiten und Hilfswerte im Zustand I, berechnet und den entsprechenden Stützstellen zugeordnet (Tab. 6.4).

Danach wird die Last mithilfe des sogenannten Lastschrittverfahrens bis zur definierten Gesamtlast (siehe Tab. 6.1) mit dem gewählten Lastschritt (siehe Tab. 6.1) gesteigert.

Wie in Abschnitt 4.5.2.4 beschrieben werden für jede Laststufe automatisch die Schnitt- und Verformungsgrößen unter Berücksichtigung der Rissbildung im Beton der Tragschichten sowie der Beachtung der unterschiedlichen Kernschichtsteifigkeiten mithilfe des Berechnungswerkzeuges ermittelt.

## 6.5.4 Ergebnisse für die Ermittlung der Schnittgrößen und Verformungen

Da sich die Teilschnittgrößen eines Sandwichelementes, wie schon zu Beginn dieser Arbeit erwähnt, anhand der Steifigkeiten verteilen, werden die Schnittgrößen getrennt für verschiedene Zeitpunkte (t = 0 und  $t = \infty$ ) sowie getrennt für die unterschiedlichen Einflüsse (aus dem Kriechen des Betons (Gleichung (6.4)) und dem Schubkriechen des Dämmstoffes (Gleichung (6.5)) bestimmt. Für die Verformungen ist hingegen immer die Betrachtung zum Zeitpunkt  $t = \infty$  mit der Berücksichtigung der Steifigkeitsverluste infolge des Kriechens maßgebend. Wie schon in Abschnitt 2.4.1 unter anderem in Abb. 2.24 gezeigt, hängen die Verformungen eines Sandwichelementes von seiner Gesamtsteifigkeit ab. In Tab. 6.5 sind die Ergebnisse getrennt für beide Grenzzustände für die Momente (Feldmitte), die Querkräfte (Auflager) und die Verformungen u über dem Auflager (gegenseitige Tragschichtenverschiebung) sowie w (Durchbiegung in Feldmitte) dargestellt. Außerdem werden auch das Gesamtmoment und die Gesamtquerkraft als Summe der Teilschnittgrößen zur Kontrolle aufgelistet. Diese Summe entspricht jeweils immer den äußeren Schnittgrößen für das Moment und die Querkraft. Die Tabelle beinhaltet zudem die aus dem Sandwichmoment resultierende Normalkraft, die als Druckkraft in der oberen und als Zugkraft in der untere Tragschicht wirkt, sowie die aus der Sandwichquerkraft resultierende Scherspannung im Dämmstoff.

Informationen		Grenzzus	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit				Grenzzustand der Tragfähigkeit			
Formel-	Linhoit	4.0	<i>t</i> =∞ <sup>1</sup>	<i>t</i> =∞ <sup>1</sup>	t=∞	4.0	<i>t</i> =∞	<i>t</i> =∞ <sup>1</sup>	t=∞	
zeichen	Einneit	<i>l</i> ≡0	B <sup>2</sup> +D <sup>3</sup>	B <sup>2</sup>	$D^3$	l=0	B <sup>2</sup> +D <sup>3</sup>	B <sup>2</sup>	$D^3$	
M <sub>Ts,o</sub>	[kNm]	1,45	1,75	1,02	2,45	2,29	1,47	1,64	2,59	
<i>M</i> <sub>Ts,u</sub>	[kNm]	1,41	1,75	1,02	2,38	2,22	1,43	1,64	2,52	
Ms	[kNm]	12,14	11,49	12,97	10,19	19,65	21,25	20,89	19,05	
Mges	[kNm]	15,00	15,00	15,00	15,00	24,16	24,16	24,16	24,16	
Ns	[kN]	44,96	42,57	48,03	37,70	72,77	78,72	77,35	70,56	
V <sub>Ts,o</sub>	[kN]	2,75	2,17	1,57	3,63	4,44	3,50	2,53	5,84	
V <sub>Ts,u</sub>	[kN]	2,75	2,17	1,57	3,63	4,44	3,50	2,53	5,84	
Vs	[kN]	6,49	7,66	8,86	4,75	10,45	12,34	14,27	7,65	
Vges	[kN]	12,00	12,00	12,00	12,00	19,33	19,33	19,33	19,33	
TD	[kN/m <sup>2</sup> ]	24,04	28,37	32,82	17,59	38,72	46,89	52,86	28,32	
и	[mm]	1,3	2,9	1,7	2,3	2,3	5,2	2,7	3,9	
W	[mm]	7,9	17,4	10,3	13,9	13,4	29,4	16,6	26,4	
<ul> <li>Tragschichten bleiben ungerissen.</li> <li>Kriechen des Betons</li> </ul>										

Tab. 6.5: Ergebnisse für die Teilschnittgrößen und die Verformungen des Sandwichelementes aus dem Berechnungswerkzeug für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit und den der Tragfähigkeit

<sup>3</sup> Schubkriechen des Dämmstoffes

Anhand der in Tab. 6.5 dargestellten Werte lässt sich festhalten, dass die Verformungen maximal werden, wenn die Steifigkeiten durch die Berücksichtigung des Kriechens des Betons und des Dämmstoffes minimal werden. Betrachtet man hingegen das Kriechen des Betons und des Dämmstoffes unabhängig voneinander ergeben sich die maximalen Teilschnittgrößen für das Sandwichelement. Während die Anteile in den Tragschichten durch das Kriechen des Betons verglichen mit der Berechnung für das Schubkriechen des Dämmstoffes minimal werden, ergeben sich gleichzeitig die maximalen Schnittgrößen für das Sandwichmoment und die Sandwichquerkraft. Genau umgedreht verhält es sich, wenn nur das Schubkriechen des Dämmstoffes berücksichtigt wird.

Zur Bemessung eines Sandwichelementes ist es erforderlich, die Berechnung der Teilschnittgrößen getrennt für die verschiedenen zeitabhängigen Steifigkeitsverluste der Tragschichten und der Kernschicht durchzuführen. Dies wird unter anderem auch anhand von Abb. 6.2 deutlich, in der die verschiedenen Last-Verformungs-Kurven für die oben genannten Zeitpunkte und die getrennte Betrachtung der Kriecheinflüsse dargestellt sind.



<sup>1</sup> Für den Fall "Kriechen des Betons" bleiben die Tragschichten bis zur maximalen Last ungerissen.

Abb. 6.2: Vergleich der Berechnungen für unterschiedliche Zeitpunkte und Berücksichtigung des Kriechens

In Abb. 6.2 ist deutlich zu erkennen, dass die Kurve für den Zeitpunkt t = 0 oberhalb der übrigen Kurven für den Zeitpunkt  $t = \infty$  verläuft. Berücksichtigt man das Schubkriechen des Dämmstoffes sowie das Kriechen des Betons gleichzeitig erhält man wie schon erläutert die größten Verformungen. Außerdem ist ersichtlich, dass durch die Berücksichtigung des Schubkriechens des Dämmstoffes alleine die Rissbildung im Beton der Tragschichten am ehesten eintritt. Dies macht die steifigkeitsabhängige Verteilung der Teilschnittgrößen deutlich. Mit dem abgeminderten Schubmodul des Dämmstoffes sinkt der Steifigkeitsanteil der Kernschicht, während der Steifigkeitsanteil der beiden Tragschichten gleichzeitig zunimmt. Dadurch bekommen die Tragschichten rechnerisch ein größeres anteiliges Moment des äußeren Momentes zugewiesen, sodass die Risslast früher erreicht wird.

In Abb. 6.2 sind außerdem noch übersichtshalber für die im folgenden Abschnitt erläuterte Vorgehensweise zur Begrenzung der Verformung eines Sandwichelementes Hilfslinien für die einwirkende Flächenlast  $q_{GzG}$  sowie die Verformungsgrenze  $w_{GzG}$ für die Durchbiegung im Grenzzustand der Tragfähigkeit eingezeichnet. Es ist damit zu erkennen, dass diese Verformungsgrenze für alle berechneten Kurven eingehalten wird.

## 6.6 Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

## 6.6.1 Begrenzung der Verformung des Sandwichelementes

Der maßgebende Nachweis im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist der Nachweis der Begrenzung der Verformung. Wie schon in Abschnitt 5.4.1 beschrieben, sind für die Berechnung der Verformung sowohl das Schubkriechen des Dämmstoffes als auch das Kriechen des Betons zu berücksichtigen.

Aus Tab. 6.5 lässt sich die maßgebende Durchbiegung in Feldmitte *w* für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zum Zeitpunkt  $t = \infty$  ablesen und der Nachweis der Begrenzung der Verformung (5.4.1) wie folgt führen.

$$w = 17,4 \text{ mm} \le \frac{l_{\text{eff}}}{250} = \frac{5,0}{250} = 20,0 \text{ mm} \checkmark$$

## 6.6.2 Nachweise für den eingesetzten Dämmstoff

Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist die Verzerrung des Dämmstoffes auf  $\gamma \le 1/50\,$  zu begrenzen. Maßgebend und maximal ist die Verzerrung des Dämmstoffes über dem Auflager. Mithilfe von Gleichung (6.7) lässt sich die maximal zulässige Verformung *u* bestimmen.

$$u = \gamma \cdot h_{\rm K} = 1/50 \cdot h_{\rm K} \tag{6.7}$$

Aus Tab. 6.5 erhält man die maßgebende gegenseitige Tragschichtenverschiebung u für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zum Zeitpunkt  $t = \infty$  unter der Berücksichtigung des Kriechens des Betons sowie des Schubkriechens des Dämmstoffes. Damit ergibt sich für den Nachweis schließlich:

$$u = 2,9 \text{ mm} \le 1/50 \cdot 200 = 4,0 \text{ mm}.$$
  $\checkmark$ 

Zusätzlich ist die Scherspannung auf die zulässige Scherfestigkeit nach Gleichung (5.4) zu begrenzen. Der charakteristische Wert der Scherspannung  $r_{D,k,\gamma=1/50}$ ergibt sich anhand von Gleichung (5.3) aus dem charakteristischen Wert der Kraft  $F_{D,k,\gamma=1/50}$  geteilt durch die Scherfläche des Doppelprobekörpers (Gleichung (2.61), S. 42). Wie in Abschnitt 5.4.3 beschrieben erhält man die charakteristische Kraft  $F_{D,k,\gamma=1/50}$  mithilfe einer statistischen Auswertung der Versuchsergebnisse (siehe Abschnitt 3.3.3). Damit ergibt sich  $F_{D,k,\gamma=1/50}$  zu 25,37 kN, sodass der Nachweis wie unten beschrieben geführt werden kann. Für den Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{M,\gamma=1/50}$  wird, wie ebenfalls in Abschnitt 5.4.3 erläutert, 1,00 gewählt. Die einwirkende Scherspannung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit  $\tau_{E,D,d} = 32,82 \text{ kN/m}^2$  kann aus Tab. 6.5 für den Zeitpunkt *t* gleich unendlich aus der Spalte fünf (Berücksichtigung des Kriechens des Betons) entnommen werden.

$$\tau_{E,D} \le \tau_{R,D}$$

$$\tau_{E,D} = 32,82 \le \tau_{R,D} = \frac{T_{D,k,Y=1/50}}{\gamma_{M,Y=1/50}}$$

$$\tau_{E,D} = 32,82 \le \frac{F_{D,k,Y=1/50}}{A}$$

$$\tau_{E,D} = 32,82 \le \frac{25,37}{2\cdot0,80\cdot0,40} = 39,64 \checkmark$$

Die maßgebenden Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit werden somit erfüllt.

## 6.7 Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit

#### 6.7.1 Nachweis der Tragschichten

#### 6.7.1.1 Biegung mit Normalkraft

Exemplarisch wird hier der Nachweis für die untere Tragschicht, die durch ein Moment und eine Zugnormalkraft beansprucht wird, gezeigt. Vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend werden aus den für den Grenzzustand der Tragfähigkeit berechneten Schnittgrößen das größte Moment  $M_{Ed} = 2,52$  kNm und die größte Normalkraft  $N_{Ed} = 78,72$  kN als einwirkende Beanspruchung für den Nachweis gewählt, auch wenn diese nicht an gleicher Stelle auftreten (siehe Abschnitt 6.5.4 und Tab. 6.5).

Mithilfe des  $\omega$ -Verfahrens wird anhand der Beanspruchung die benötigte Bewehrung berechnet und der folgende Nachweis geführt.

$$A_{s,erf} \le A_{s,vorh}$$
  
3,50 cm<sup>2</sup>/m  $\le$  7,86 cm<sup>2</sup>/m  $\checkmark$ 

#### 6.7.1.2 Querkraft

Die maximale Querkraft in einer Tragschicht ergibt sich im Grenzzustand der Tragfähigkeit für den Fall des Schubkriechens des Dämmstoffes zu  $V_{Ed} = 5,84$  kN über dem Auflager (siehe Tab. 6.5). Der Querkraftwiderstand berechnet sich gemäß *DIN EN 1992-1-1* für Bauteile ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung nach Gleichung (6.8).

$$V_{\text{Rd,c}} = k_{\text{S}} \cdot \left[ C_{\text{Rd,c}} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_{\text{I}} \cdot f_{\text{ck}})^{1/3} + 0.12 \cdot \sigma_{\text{cp}} \right] \cdot b_{\text{w}} \cdot d$$
(6.8)
mit  $k_{\rm S} = 0,5$  (Abminderung auf 50 % des Bemessungswertes)  $C_{\rm Rd,c} = (0,15 / \gamma_{\rm C})$   $k = 1 + \sqrt{200 / d} \le 2,0$  mit d [mm]  $\rho_{\rm I} = A_{\rm sl} / (b_{\rm w} \cdot d) \le 0,02$  $\sigma_{\rm cp} = 0$  (keine Normalkraft infolge Sandwichmoment über dem Auflager)

Damit ergibt sich für den Nachweis der nachfolgende Ausdruck:

$$V_{Ed} \le V_{Rd,c}$$

$$V_{Ed} \le V_{Rd,c} = k_{S} \cdot \left[ C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_{i} \cdot f_{ck})^{1/3} + 0.12 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_{w} \cdot d$$

$$V_{Ed} \le 0.5 \cdot \left[ 0.15 / 1.5 \cdot 2.0 \cdot (100 \cdot 0.02244 \cdot 35 + 0.12 \cdot 0)^{1/3} \right] \cdot 1.0 \cdot 0.035$$

$$5.84 \text{ kN} \le 14.99 \text{ kN}. \quad \checkmark$$

Der Querkraftwiderstand einer Tragschicht ist trotz der Abminderung auf 50 % des Bemessungswertes damit immer noch ausreichend groß, um die einwirkende Querkraft aufnehmen zu können.

## 6.7.2 Nachweise für den eingesetzten Dämmstoff

## 6.7.2.1 Begrenzung der Scherspannung

Die maximale Scherspannung im Dämmstoff ergibt sich im Grenzzustand der Tragfähigkeit für den Fall des Kriechens des Betons zu  $\tau_{Ed,D} = 52,86 \text{ kN/m}^2$  über dem Auflager (siehe Tab. 6.5).

Die aufnehmbare Scherspannung wird anhand von Gleichung (5.5) bestimmt. Der dazu benötigte charakteristische Wert für die maximale Kraft  $F_{D,k}$  wurde schon in Abschnitt 4.3 auf der Grundlage der Ergebnisse der in Abschnitt 3.3.3 vorgestellten Untersuchungen zur Ermittlung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls eines Dämmstoffes bestimmt und ergibt sich zu  $F_{D,k} = 45,48$  kN. Wie für die Begrenzung der Scherspannung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit schon erläutert (siehe Abschnitt 6.6.2), ergibt sich die charakteristische Scherspannung  $\tau_{D,k}$  aus der charakteristischen Kraft  $F_{D,k}$  dividiert durch die Scherfläche der Doppelprobekörper. Damit kann der Nachweis der Begrenzung der Scherspannung wie nachfolgend dargestellt geführt werden.

$$\tau_{Ed,D} \le \tau_{Rd,D}$$
  
$$\tau_{Ed,D} \le \tau_{Rd,D} = \frac{\tau_{D,k}}{\gamma_{M}} = \frac{\frac{F_{D,k}}{A}}{\gamma_{M}} = \frac{\frac{45,48}{2 \cdot 0,80 \cdot 0,40}}{1,25}$$
  
52,86 kN/m<sup>2</sup>  $\le$  56,85 kN/m<sup>2</sup>  $\checkmark$ 

## 6.7.2.2 Begrenzung der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung

Zusätzlich zur Begrenzung der Scherspannung des Dämmstoffes wird auch die Schubverformung des Dämmstoffes anhand der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung u im Grenzzustand der Tragfähigkeit auf einen zulässigen charakteristischen Wert  $u_k$  begrenzt.

Der maximale Wert der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung resultiert aus der Berechnung der Verformung mit der Berücksichtigung des Schubkriechens des Dämmstoffes sowie des Kriechens des Betons, da, wie schon in Abschnitt 5.4.1 erwähnt, die Verformungen eines Sandwichelementes von der Gesamtsteifigkeit abhängen. Es ergibt sich gemäß Tab. 6.5 eine maximale Verformung  $u_{\rm E}$  von 5,2 mm.

Die zulässige maximale Verformung wird, wie schon in Abschnitt 5.5.2.3 erwähnt, auf der Grundlage der Ergebnisse der in Abschnitt 3.3.3 vorgestellten Untersuchungen zur Ermittlung der Scherfestigkeit und des Schubmoduls des Dämmstoffes anhand der zur maximalen Kraft  $F_m$  gehörigen Verformung bestimmt. Damit lässt sich der charakteristische Wert der zulässigen Schubverformung  $u_k$  für das Verformungsvermögen des Dämmstoffes zu  $u_k = 5,4$  mm ermitteln und der Nachweis kann wie folgt geführt werden.

 $u_{\rm E} \le u_{\rm k}$ 5,2 mm  $\le$  5,4 mm  $\checkmark$ 

## 6.7.3 Nachweis der Verbundmittel

Für den Nachweis der Verbundmittel müssen sowohl die Biegespannung als auch die Scherspannung begrenzt werden. Die einwirkende Scherspannung kann wie in Abschnitt 5.5.3 schon erläutert anhand der Federkraft  $F_A$ , die sich aus dem Produkt der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung *u* und der in Abschnitt 4.4.2.3 bestimmten Federsteifigkeit ergibt, bezogen auf die Scherfläche eines Verbundmittels, bestimmt werden. Außerdem kann mit der bestimmten Federkraft  $F_A$  auch das einwirkende Moment im Stab und damit die Biegespannung ermittelt werden.

Die maximale Verformung u resultiert wie beim Nachweis der Begrenzung der Schubverformung des Dämmstoffes aus der Berechnung mit der Berücksichtigung des Schubkriechens des Dämmstoffes sowie des Kriechens des Betons. Die Verformung beträgt gemäß Tab. 6.5 somit wieder u gleich 5,2 mm.

Der Nachweis der zulässigen Scherspannung kann damit wie folgt geführt werden.

$$\tau_{Ed,A} \le \tau_{Rd,A}$$

$$\tau_{Ed,A} = \frac{F_A}{A_Q} = \frac{c_A \cdot u}{A / \lambda_Q} \le \tau_{Rd,A} = \frac{\tau_{K,A}}{\gamma_f}$$

$$\frac{342 \cdot 5,2}{314 / 1,185} \le \frac{150}{1,3}$$

$$6,71 \text{ N/mm}^2 \le 115,38 \text{ N/mm}^2 \checkmark$$

Für den Nachweis der zulässigen Biegespannung ergibt sich die nachfolgend dargestellte Vorgehensweise.

$$\sigma_{\text{Ed},\text{A}} \leq f_{\text{Rd},\text{A}} \\ \sigma_{\text{Ed},\text{A}} = \frac{M_{\text{A}}}{W_{\text{A}}} = \frac{0.5 \cdot F_{\text{A}} \cdot h_{\text{K}}}{W_{\text{A}}} = \frac{0.5 \cdot c_{\text{A}} \cdot u \cdot h_{\text{K}}}{W_{\text{A}}} \leq f_{\text{Rd},\text{A}} = f_{\text{fd}} = \frac{f_{\text{fk}}}{\gamma_{\text{f}}} \\ \frac{0.5 \cdot 342 \cdot 5.2 \cdot 200}{785,4} \leq \frac{580}{1,3}$$

 $239,4 \text{ N/mm}^2 \le 446,2 \text{ N/mm}^2 \checkmark$ 

Die Biege- und Querkraftbeanspruchung für den GFK-Stab treten an derselben Stelle auf. Deshalb wird wie in Abschnitt 5.5.3 beschrieben der Nachweis für eine Interaktion der Normal- und der Schubspannungen gemäß Gleichung (5.8) geführt.

$$\frac{\sigma_{\rm Ed}}{f_{\rm fd}} + \frac{\tau_{\rm Ed}}{\tau_{\rm fd}} \le 1,0$$
$$\frac{239,4}{446,2} + \frac{6,71}{115,38} \le 1,0$$
$$0,59 \le 1,0 \quad \checkmark$$

Auch die maßgebenden Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden somit erfüllt.

# 7 Zusammenfassung und Ausblick

# 7.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit konnten die in Abschnitt 1.3 aufgeführten Ziele erfolgreich erreicht werden. Aufbauend auf der ausführlichen Literaturrecherche im Zusammenhang mit der Zusammenstellung der Grundlagen wurden zunächst tragfähige Sandwichquerschnitte entwickelt und im Rahmen der Tastversuche hinsichtlich zahlreicher energetischer, wirtschaftlicher und konstruktiver Anforderungen optimiert. Mit diesem Sandwichquerschnitt werden Ansprüche hinsichtlich der Duktilität erfüllt und gleichzeitig Randbedingungen wie eine einfache Herstellung sowie eine gute Wirtschaftlichkeit eingehalten.

Auf Basis dieser Erkenntnisse wurde das allgemeine Last-Verformungs-Verhalten der Sandwichelemente unter einer Biege- sowie einer vorwiegenden Schubbeanspruchung untersucht. Der Fokus lag auf unterschiedlichen Verteilungen in Längsrichtung sowie verschiedenen Durchmessern von glasfaserverstärkten Kunststoffstäben, die als stiftförmige Verbundmittel eingesetzt wurden und damit neben den Dämmstoffplatten als zusätzliche Anteile zur schubelastischen Kopplung zwischen den beiden Stahlbetontragschichten beitragen. Durch den Einsatz von Verbundmitteln aus glasfaserverstärktem Kunststoff ergeben sich unter anderem energetische Vorteile gegenüber den klassischen Gitterträgern aus Edelstahl.

Sowohl die erreichbare Traglast als auch die Biegesteifigkeit hängen maßgebend von der Steifigkeit der Kernschicht, also der Kombination aus Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln, ab. Mit steigender Anzahl und/oder größerem Durchmesser der glasfaserverstärkten Kunststoffstäbe lassen sich auch größere Traglasten und höhere Steifigkeiten erzielen. Außerdem konnte gezeigt werden, dass eine statisch optimierte Verteilung der Verbundmittel in Form eines kleiner werdenden Abstandes hin zum Auflager – orientiert am Verlauf der gegenseitigen Tragschichtenverschiebung des Sandwichelementes – sinnvoll ist. Damit konnte vor allem die gegenseitige Tragschichtenverschiebung effektiv vermindert und damit eine höhere Last bis zum Versagen des Dämmstoffes erreicht werden.

Neben den Versuchen an Sandwichelementen wurde zur Auswahl eines geeigneten Ansatzes zur Berücksichtigung der Rissbildung in den Tragschichten auch Biegeversuche an einzelnen 70 mm dicken Stahlbetontragschichten durchgeführt. Im Rahmen der Literaturrecherche und anhand der Nachrechnung der Versuche konnte gezeigt werden, dass sich mit dem Ansatz der Verformungsbestimmung über die Integration der Momenten-Krümmungs-Linie in Kombination mit dem *Prinzip der virtuellen Verrückungen* sehr gute Übereinstimmungen mit den Versuchsergebnissen erzielen lassen.

Bei der Ermittlung der maßgebenden Materialeigenschaften des Dämmstoffes wurde bei der Bestimmung der Scherfestigkeit sowie des Schubmoduls gemäß *DIN EN 12090* festgestellt, dass sich die Schubsteifigkeit in Form des Schubmoduls nicht eindeutig bestimmen lässt und eher einem Nullpunkt-Tangenten-Schubmodul entspricht. Deshalb bestimmt *Müller 2015* neben dem Nullpunkt-Tangenten-Schubmodul einen Sekanten-Schubmodul, der sich aus der Steigung der Geraden, die durch den Nullpunkt und das Maximum oder den Punkt für das Erreichen eines Fließplateaus in der Last-Verformungs-Kurve geht, ergibt. Während mit dem Tangenten-Schubmodul die Steifigkeit des Dämmstoffes schon bei kleinen Verformungen zum Teil erheblich überschätzt wird, wird die Steifigkeit mit dem Ansatz nach Müller 2015 teilweise deutlich unterschätzt. Da die Teilschnittgrößen sowie die Verformung eines Sandwichelementes unter anderem maßgebend von der Schubsteifigkeit der Kernschicht abhängig ist, führt die Über- oder Unterschätzung des Schubmoduls GD des Dämmstoffes als eine entscheidende Größe zur Bestimmung der Kernschichtsteifigkeit somit zu ungenauen und gegebenenfalls zu falschen Ergebnissen bezüglich der Ermittlung der Teilschnittgrößen und der Verformung eines Sandwichelementes. Deshalb wurde im Rahmen dieser Arbeit ein eigener Ansatz zur Ermittlung des Schubmoduls für einen Dämmstoff entwickelt. Dieser Ansatz lässt eine realitätsnahe Beschreibung der tatsächlichen Steifigkeit in Form des Schubmoduls zu. Im Gegensatz zur grafischen und damit aufwendigen sowie gegebenenfalls fehleranfälligen Ermittlung des Schubmoduls nach DIN EN 12090 basiert der neue Ansatz auf einer statistischen Auswertung bezüglich des Verformungsvermögens in Anlehnung an den Verbundbau und der DIN EN 1994-1-1. Dadurch ergibt sich zusätzlich der Vorteil, dass mit dem vorgestellten Ansatz für jeden Dämmstoff auch ganz allgemein sowohl für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit als auch für den Grenzzustand der Tragfähigkeit Verformungs- und/oder Spannungsgrenzen definiert werden können und eine Bemessung des Dämmstoffes als Bestandteil eines Sandwichelementes auf der Grundlage einer statistischen Auswertung von Materialuntersuchungen möglich ist.

Aufbauend auf den Schubversuchen an Sandwichelementen konnte mithilfe eines Ingenieurmodells das Zusammenwirken des Dämmstoffes und der stiftförmigen Verbundmittel zielsicher bestimmt werden. Es wurde unter anderem festgestellt, dass sich sowohl die übertragbare Schubkraft des Dämmstoffes als auch der Verbundmittel annähernd proportional zur Verformung verhält. Damit lässt sich die Schubkraft als Gesamtfederkraft aus der Summe der Produkte der jeweiligen Federsteifigkeit und der zugehörigen Verformung ermitteln. Während sich bei der Bestimmung der Federsteifigkeit des Dämmstoffes in der Literatur ein Ansatz weitestgehend durchgesetzt hat, existieren zur Berücksichtigung des Anteils eines Verbundmittels verschiedene Ansätze. Hier konnte aufgrund der experimentellen Untersuchungen auf einen mechanisch hergeleiteten Ansatz zurückgegriffen werden. Insgesamt konnte mit der Nachrechnung anhand des Ingenieurmodells eine sehr gute Näherung zu den tatsächlichen Last-Verformungs-Kurven der Schubversuche an Sandwichelementen erzielt werden.

Basierend auf den experimentellen Untersuchungen und unter Einbezug des Schubmodells, der Auswahl eines geeigneten Ansatzes zur Berechnung der Verformung eines Stahlbetonbauteils sowie des neuen Ansatzes zur Bestimmung des Schubmoduls eines Dämmstoffes wurde im weiteren Verlauf der Arbeit ein Ingenieurmodell für biegebeanspruchte Stahlbetonsandwichelemente entwickelt. Während die Teilschnittgrößen auf Basis der Differentialgleichungen nach *Stamm u. Witte 1974* bestimmt werden, werden die dazu benötigten Steifigkeiten in Form der Biegesteifigkeiten der Tragschichten sowie der sogenannten Sandwichbiegesteifigkeit anhand der modifizierten Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betonstahls gemäß *Heft 600* ermittelt. Die Bestimmung der Verformung wird letztlich über die Integration der Momenten-Krümmungs-Linie mithilfe des *Prinzips der virtuellen Verrückungen* ermöglicht. Da sich diese Berechnung sehr gut tabellarisch durchführen lässt, aber nur iterativ möglich ist, wurde zur Berechnung der Teilschnittgrößen sowie der Verformung eines Sandwichelementes ein Berechnungswerkzeug auf der Basis des Tabellenkalkulationsprogramms *Excel*<sup>®</sup> erstellt. Mit diesem Berechnungswerkzeug konnte schließlich anhand der Nachrechnung verschiedener Last-Verformungs-Kurven von Sandwichelementen gezeigt werden, dass die Verformung und die Teilschnittgrößen unter Berücksichtigung der reduzierten Dehn- und Biegesteifigkeiten infolge der Rissbildung im Beton mit über die Bauteillänge unterschiedlich großen Schubsteifigkeiten der Kernschicht, die sich aus der Anordnung der stiftförmigen Verbundmittel ergeben, zielsicher bestimmt werden können.

Mithilfe der umfangreichen experimentellen Untersuchungen sowie basierend auf dem vorgestellten Ingenieurmodell zur Nachrechnung von biegebeanspruchten Sandwichelementen konnte ein Bemessungskonzept für Stahlbetonsandwichelemente erarbeitet werden. Damit sind die Nachweise für die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit unter anderem anhand der im Stahlbetonbau bekannten Nachweise gemäß *DIN EN 1992-1-1* und *DIN EN 1992-1-1/NA* möglich. Zusätzlich werden Vorschläge zur Bemessung des Dämmstoffes sowie der eingesetzten stiftförmigen Verbundmittel gegeben. Auch für den in der Regel maßgebenden Nachweis – der Begrenzung der Verformung eines Sandwichelementes – wird das Vorgehen unter Berücksichtigung des Schubkriechens des Dämmstoffes detailliert beschrieben.

Abschließend wurde anhand eines Bemessungsbeispieles für ein Sandwichdachelement mit Stahlbetontragschichten und einer Kernschicht aus Dämmstoffplatten und stiftförmigen Verbundmitteln die Vorgehensweise für die Ermittlung der Teilschnittgrößen sowie der Verformungen mithilfe des Berechnungswerkzeuges erläutert. Mit den berechneten Teilschnittgrößen und den bestimmten Verformungen konnte anschließend die Bemessung des Stahlbetonsandwichelementes anhand des in Kapitel 5 dargestellten Nachweiskonzeptes im Rahmen des Bemessungsbeispieles ausführlich vorgestellt werden.

# 7.2 Ausblick

Mit dem vorgestellten Berechnungswerkzeug lassen sich die Teilschnittgrößen eines Sandwichelementes bis zur Spannungsgrenze des Betons von 0,4 · *f*<sub>cm</sub> bestimmen. Während dies für die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit in der Regel ausreichend ist, kann es insbesondere für die Nachweise im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu unwirtschaftlichen Ergebnissen und zu einer geringen Ausnutzung der tatsächlichen Tragfähigkeiten führen. Hier ist es sinnvoll, die Spannungs-Dehnungs-Linie für Beton zur Ermittlung der Schnittgrößen nach *DIN EN 1992-1-1* in das Modell und das Berechnungswerkzeug zu integrieren.

Außerdem haben die Biegeversuche an Sandwichelementen mit einer Trennfolie zwischen den Dämmstoffplatten und den beiden Tragschichten gezeigt, dass auch mit einer sehr geringen oder praktisch nicht vorhandenen Verbundfestigkeit zwischen den Dämmstoffplatten und den Tragschichten vergleichsweise große Traglasten erzielt werden können. Dies kann mit einem passenden Ingenieurmodell zu erheblich höheren Ausnutzungsgraden im Grenzzustand der Tragfähigkeit der Sandwichelemente führen. Insgesamt haben die untersuchten Sandwichelemente ein hohes Potential und können beispielsweise als Schräg- oder Satteldächer eingesetzt werden. Damit lassen sich unter anderem Probleme wie der sommerliche Wärmeschutz in Dachgeschossen durch die eingebrachte Speichermasse aber auch eine zusätzliche Energiegewinnung in Form von Massivabsorbern durch das Einlegen von Rohrregistern, die auch zum Heizen und Kühlen verwendet werden können, gewinnbringend lösen. Für einen solchen Ansatz sind noch konstruktive Details beispielsweise in Form der Anschlusspunkte an die übrige Konstruktion sowie der einzelnen Elemente untereinander zu entwickeln. Der Ausbildung der Fuge zwischen den Elementen kommt damit eine besondere Bedeutung zu. Außerdem müssen auch bauphysikalische Ansprüche hinsichtlich des Wärme-, Feuchte- und Schallschutzes sowie Anforderungen des Brandschutzes untersucht und erfüllt werden. Dafür sollte unter anderem in großmaßstäblichen Brandversuchen eine ausreichende Feuerwiderstandsdauer nachgewiesen werden.

Das entwickelte Berechnungswerkzeug eignet sich außerdem sehr gut für weitergehende Betrachtungen. So können ohne großen Aufwand andere Bewehrungsmaterialien wie glasfaserverstärkte Bewehrungsstäbe, verschiedene Dämmstoffmaterialien und -dicken sowie unterschiedliche Verbundmittel berücksichtigt werden. Auch die Dicken der Tragschichten und der Kernschicht sind unter Einhaltung von konstruktiven Randbedingungen frei wähl- und kombinierbar. Damit lassen sich mithilfe des Berechnungswerkzeuges insbesondere Parameterstudien zur Verifizierung einzelner Einflussfaktoren sehr gut durchführen. Außerdem ist somit auch die Entwicklung von Bemessungshilfen in Form von Bernessungsdiagrammen oder -tabellen möglich, in denen sich beispielsweise in Abhängigkeit der äußeren Schnittgrößen und des festgelegten Querschnittsaufbaus mögliche Stützweiten ablesen lassen.

Das vorgestellte Ingenieurmodell mit Berechnungswerkzeug sowie das darauf aufbauende Bemessungskonzept, die im Wesentlichen anhand von Kurzzeit-Versuchen entwickelt wurden. sind zunächst auch durch entsprechende Langzeituntersuchungen zu verifizieren. Darauf aufbauend kann in Zukunft ein allgemeingültiges Bemessungswerkzeug für Sandwichelemente entwickelt werden. Dieses soll dem Tragwerksplaner eine einfache sowie zielgerechte Eingabe der erforderlichen Parameter ermöglichen. Damit wird die Nachweisführung erleichtert und der Einsatz von Stahlbetonsandwichelementen in anspruchsvollen Bauprojekten ermöglicht. Durch die Möglichkeit der Betrachtung einer abschnittsweise unterschiedlichen Schubsteifigkeit in der Kernschicht können beispielsweise auch verschieden steife Dämmstoffe statisch optimiert angeordnet werden, um Anforderungen an die Bauteile wie große Tragfähigkeiten oder geringe Verformungen zielgerecht zu erfüllen.

# Literaturverzeichnis

### ACI 318

ACI 318: *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary,* Farmington Hills, Michigan, American Concrete Institute, 2008-01

### Aicher u. Roth 1987

AICHER, Simon; ROTH, Walter von: *Ein modifiziertes* γ-Verfahren für das mechanische Analogon: dreischichtiger Sandwichverbund – zweiteiliger verschieblicher Verbund. Bautechnik 64 Heft 1, S. 79–86, 1987

### Albertson 1992

ALBERTSON, Michael D.: *Fibercomposite and steel pavement dowels,* Master Thesis, Iowa State University, 1992

### Allen 1969

ALLEN, Howard G.: Analysis and Design of Structural Sandwich Panels, Pergamon Press, Oxford, 1969

## Andres 2015

ANDRES, Peter: Experimentelle Untersuchungen zum Tragverhalten von Sandwichquerschnitten unter Schubbeanspruchung, Kaiserslautern: TU Kaiserslautern, 2015 (Studienarbeit betreut durch Weiler, Torsten)

### Ashby 1983

ASHBY, Michael F.: *The Mechanical Properties of Cellular Solids.* Metallurgical Transaction A, S. 1755–1769, 1983

### ChemgaPedia 2013

ChemgaPedia: Eigenschaften von geschäumtem Polystyrol, http://www.chemgapedia.de, 2013

### Cusnick 2018

CUSNICK, Lars: Zum zeitabhängigen Tragverhalten von Sandwichwandtafeln mit Verbindungsmitteln aus glasfaserverstärkten Kunststoffen und einem Wärmedämmstoff aus expandiertem Polystyrol, Kaiserslautern: TU Kaiserslautern, 2018 (Dissertation in Vorbereitung)

### DBV-Merkblatt

DBV-Merkblatt: *Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Stahlbetonbauteile,* Berlin, Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein E.V., 2013-03

### DIBt 1995

DIBt: Grundsätze zur Ermittlung der Temperaturbeanspruchung mehrschichtiger Wandtafeln mit Betondeckschicht, 1995

## DIN 1045-2

DIN 1045-2: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 2: Beton – Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität – Anwendungsregeln zu DIN EN 206-1, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2008-08

## DIN 1048-5

DIN 1048-5: *Prüfverfahren für Beton - Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper,* Berlin, Beuth Verlag GmbH, 1991-06

## DIN 4102-1

DIN 4102-1: Brandverhalten von Baustoffen und Bauteilen - Teil 1: Baustoffe; Begriffe, Anforderungen und Prüfungen, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 1998-05

## DIN 4108-10

DIN 4108-10: Wärmeschutz und Energie-Einsparung in Gebäuden – Teil 10: Anwendungsbezogene Anforderungen an Wärmedämmstoffe – Werkmäßig hergestellte Wärmedämmstoffe, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2015-12

### DIN 488-2

DIN 488-2: Betonstahl - Betonstabstahl, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2009-08

### DIN 53752

DIN 53752: Prüfung von Kunststoffen – Bestimmung des thermischen Längenausdehnungskoeffizienten, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 1980-12

### DIN EN 12086

DIN EN 12086: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung der Wasserdampfdurchlässigkeit; Deutsche Fassung EN 12086:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-06

### DIN EN 12089

DIN EN 12089: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung des Verhaltens bei Biegebeanspruchung; Deutsche Fassung EN 12089:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-06

### DIN EN 12090

DIN EN 12090: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung des Verhaltens bei Scherbeanspruchung; Deutsche Fassung EN 12090:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-06

### DIN EN 12390-13

DIN EN 12390-13: Prüfung von Festbeton – Teil 13: Bestimmung des Elastizitätsmoduls unter Druckbelastung (Sekantenmodul); Deutsche Fassung EN 12390-13:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2014-06

## DIN EN 12390-2

DIN EN 12390-2: *Prüfung von Festbeton – Teil 2: Herstellung und Lagerung von Probekörpern für Festigkeitsprüfungen; Deutsche Fassung EN 12390-2:2009,* Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2009-08

## DIN EN 12390-2 Ber 1

DIN EN 12390-2 Ber 1: Prüfung von Festbeton – Teil 2: Herstellung und Lagerung von Probekörpern für Festigkeitsprüfungen; Deutsche Fassung EN 12390-2:2009, Berichtigung zu DIN EN 12390-2:2009-08, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2012-02

#### DIN EN 12390-2/A20

DIN EN 12390-2/A20: Prüfung von Festbeton – Teil 2: Herstellung und Lagerung von Probekörpern für Festigkeitsprüfungen; Änderung A20, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2015-12

#### DIN EN 12390-3

DIN EN 12390-3: Prüfung von Festbeton – Teil 3: Druckfestigkeit von Probekörpern; Deutsche Fassung EN 12390-3:2009, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2009-07

#### DIN EN 12390-6

DIN EN 12390-6: Prüfung von Festbeton – Teil 6: Spaltzugfestigkeit von Probekörpern; Deutsche Fassung EN 12390-6:2009, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010-09

#### DIN EN 13163

DIN EN 13163: Wärmedämmstoffe für Gebäude – Werkmäßig hergestellte Produkte aus expandiertem Polystyrol (EPS) – Spezifikation; Deutsche Fassung EN 13163:2012+A2:2016, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2017-02

#### DIN EN 13164

DIN EN 13164: Wärmedämmstoffe für Gebäude – Werkmäßig hergestellte Produkte aus extrudiertem Polystyrolschaum (XPS) – Spezifikation; Deutsche Fassung EN 13164:2012+A1:2015, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2015-04

### DIN EN 13501-1

DIN EN 13501-1: Klassifizierung von Bauprodukten und Bauarten zu ihrem Brandverhalten – Teil 1: Klassifizierung mit den Ergebnissen aus den Prüfungen zum Brandverhalten von Bauprodukten; Deutsche Fassung EN 13501-1:2007+A1:2009, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010-01

### DIN EN 13791/A20

DIN EN 13791/A20: Bewertung der Druckfestigkeit von Beton in Bauwerken oder in Bauwerksteilen; Änderung A20, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2017-02

#### DIN EN 14509

DIN EN 14509: Selbsttragende Sandwich-Elemente mit beidseitigen Metalldeckschichten – Werkmäßig hergestellte Produkte – Spezifikationen; Deutsche Fassung EN 14509:2013, 2013-02

#### DIN EN 1602

DIN EN 1602: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung der Rohdichte; Deutsche Fassung EN 1602:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-05

### DIN EN 1604

DIN EN 1604: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung der Dimensionsstabilität bei definierten Temperatur- und Feuchtebedingungen; Deutsche Fassung EN 1604:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-05

#### DIN EN 1605

DIN EN 1605: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung der Verformung bei definierter Druck- und Temperaturbeanspruchung; Deutsche Fassung EN 1605:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-05

## DIN EN 1607

DIN EN 1607: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung der Zugfestigkeit senkrecht zur Plattenebene; Deutsche Fassung EN 1607:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-05

## DIN EN 1608

DIN EN 1608: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung der Zugfestigkeit in Plattenebene; Deutsche Fassung EN 1608:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-05

## DIN EN 1990

DIN EN 1990: Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010-12

## DIN EN 1990/NA

DIN EN 1990/NA: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010-12

## DIN EN 1991-1-3

DIN EN 1991-1-3: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen, Schneelasten; Deutsche Fassung EN 1991-1-3:2003 + AC:2009, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010-12

## DIN EN 1991-1-3/NA

DIN EN 1991-1-3/NA: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen – Schneelasten, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010-12

## DIN EN 1991-1-4

DIN EN 1991-1-4: Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen – Windlasten; Deutsche Fassung EN 1991-1-4:2005 + A1:2010 + AC:2010, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010-12

## DIN EN 1991-1-4/NA

DIN EN 1991-1-4/NA: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen - Windlasten, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010-12

## DIN EN 1992-1-1

DIN EN 1992-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2011-01

### DIN EN 1992-1-1/NA

DIN EN 1992-1-1/NA: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton - und Spannbetontragwerken – Teil 1 - 1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-04

### DIN EN 1994-1-1

DIN EN 1994-1-1: Eurocode 4: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Anwendungsregeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1994-1-1:2004 + AC:2009, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010-12

### **DIN EN 826**

DIN EN 826: Wärmedämmstoffe für das Bauwesen – Bestimmung des Verhaltens bei Druckbeanspruchung; Deutsche Fassung EN 826:2013, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2013-05

### Ehrenstein 2006

EHRENSTEIN, Gottfried W.: Faserverbund-Kunststoffe. Werkstoffe - Verarbeitung - Eigenschaften. 2. Auflage, Hanser Verlag, München, 2006

### Falkner 1969

FALKNER, Horst: *Zur Frage der Rißbildung durch Eigen- und Zwängspannungen infolge Temperatur in Stahlbetonbauteilen.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 208, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1969

### Fastabend 2002

FASTABEND, Michael: *Zur ingenieurmäßigen Bestimmung des Steifigkeitsabfalls von Stahlbeton im Zustand II.* Beton- und Stahlbetonbau 97 Heft 8, S. 415–420, 2002

### Fingerloos u. a. 2012

FINGERLOOS, Frank; HEGGER, Josef; ZILCH, Konrad: EUROCODE 2 für Deutschland. DIN EN 1992-1-1 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau mit Nationalem Anhang - Kommentierte Fassung. 1. Auflage, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2012

### Fouad 2013

FOUAD, Nabil A.: *Bauphysik Kalender. Nachhaltigkeit und Energieeffizienz,* Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 2013

#### Franke 1976

FRANKE, Lutz: *Einfluß der Belastungsdauer auf das Verbundverhalten von Stahl in Beton (Verbundkriechen).* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 268, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1976

### Friberg 1938

FRIBERG, Bengt F.: Load and deflection characteristics of dowels in transverse joints of concrete pavements, Proceedings, 18th Annual Meeting of the Highway Research, pp. 140-154, Washington D.C., 1938

### Friberg 1940

FRIBERG, Bengt F.: *Design of Dowels in Transverse Joints of Concrete Pavements.* Transactions, American Society of Civil Engineers Vol. 105 Heft No. 2081, 1940

## Friedrich 2006

FRIEDRICH, Thomas: *Massivdach. Betontafeln mit Dämmung,* Skript: Weiterbildung für Tragwerksplaner an der Technischen Universität Kaiserslautern, 2006

## Friedrich u. a. 2014

FRIEDRICH, Thomas; KORNADT, Oliver; KURZ, Wolfgang; SCHNELL, Jürgen: *Entwicklung eines weitgespannten Sandwichdeckensystems mit integrierter Haustechnik in Verbundbauweise.* Beton- und Stahlbetonbau 109 Heft 10, S. 678–688, 2014

## Gastmeyer 1991

GASTMEYER, Ralf: Bericht über Zug- und Scherversuche unter statischer Belastung an einer Verankerung für dreischichtigen Fassadenplatten nach dem THER-MOMASS-Building-System, Versuchsbericht, TU Kaiserslautern, 1991

## Gastmeyer 1992

GASTMEYER, Ralf: Bericht über Zug- und Scherversuche unter statischer Belastung an einer Verankerung für dreischichtigen Fassadenplatten nach dem DEHA-TM-System, Versuchsbericht, TU Kaiserslautern, 1992

## Gastmeyer 1997

GASTMEYER, Ralf: Bemessung der Vorsatzschalen dreischichtiger Außenwandplatten aus Stahlbeton. Bauingenieur 72 Heft 4, S. 235–240, 1997

## Gastmeyer 2003

GASTMEYER, Ralf: *Neuentwicklungen bei der Konstruktion mehrschichtiger Stahlbeton-Wandtafeln mit integrierter Wärmedämmung.* Beton- und Stahlbetonbau 98 Heft 6, S. 360–368, 2003

### Gastmeyer 2004

GASTMEYER, Ralf: *Tragverhalten von teilweise vorgefertigten Stahlbetonwänden mit Ortbetonergänzung und integrierter Wärmedämmung.* Bautechnik 81 Heft 11, S. 869–873, 2004

## Gollwitzer 2007

GOLLWITZER, Thomas: *Finite Stabelemente für mehrteilige nachgiebige Verbundquerschnitte zur Berechnung von Brettrippenschalen.* Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau // Universität der Bundeswehr München, Institut für Mechanik und Statik , Univ. der Bundeswehr München, 2007

### Grasser u. Thielen 1991

GRASSER, Emil; THIELEN, Gerd: *Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045, Ausgabe Juli 1988.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 240, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1991

## Grinter 1940

GRINTER, L E.: Discussion of "Design of dowels in transverse joints of concrete pavements" by B.F. Friberg. Transactions, American Society of Civil Engineers Heft Vol. 105, S. 1096–1101, 1940

#### Gross u. a. 2006

GROSS, Dietmar; HAUGER, Werner; SCHRÖDER, Jörg; WALL, Wolfgang: *Technische Mechanik Band 1: Statik.* 9. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2006

#### Gross u. a. 2007

GROSS, Dietmar; HAUGER, Werner; SCHRÖDER, Jörg; WALL, Wolfgang: *Technische Mechanik Band 2: Elastostatik.* 9. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2007

#### Grübl u. a. 2001

GRÜBL, Peter; WEIGLER, Helmut; KARL, Sieghart: *Beton. Arten, Herstellung und Eigenschaften.* 2. Auflage, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2001

## Heft 525

Heft 525: *Erläuterungen zu DIN 1045-1, 2. überarbeitete Auflage 2010.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2010

#### Heft 600

Heft 600: *Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2).* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin, Beuth Verlag GmbH, 2012

#### Hegger u. Horstmann 2011

HEGGER, Josef; HORSTMANN, Michael: Sandwichfassaden aus Textilbeton – Numerik und Ingenieurmodelle (Teil 2). Bautechnik 88 Heft 6, S. 373–384, 2011

#### Holmberg u. Plem 1965

HOLMBERG, Åke; PLEM, Erik: *Behaviour of Load-Bearing Sandwich-Type Structures.* Byggforskningen Handlingar nr 49, Nat. Swed. Cncl. Bldg. Res, 1965

#### Horstmann 2010

HORSTMANN, M.: Zum Tragverhalten von Sandwichkonstruktionen aus textilbewehrtem Beton, Aachen: RWTH Aachen, 2010 (Dissertation)

#### Hunziker 1984

HUNZIKER, Armin: *In Stahlbeton eingespannte Stahlprofile und Stahlbolzen.* Bautechnik 61 Heft 5, S. 165–169, 1984

### ISO 11359-2

ISO 11359-2: Kunststoffe - Thermomechanische Analyse (TMA) - Teil 2: Bestimmung des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten und der Glasübergangstemperatur, 1999-10

#### JOMA EPS DEO 032 - 100

JOMA EPS DEO 032 - 100: Innendämmung der Decke oder Bodenplatte (oberseitig) unter Estrich ohne Schallschutzanforderungen, Datenblatt, 2013-01

#### Käpplein 2016

KÄPPLEIN, Saskia: Sandwichelemente als tragende und aussteifende Bauteile, Karlsruhe: Karlsruher Instituts für Technologie (KIT), 2016 (Dissertation)

#### Keitel 2012

KEITEL, Holger: Bewertungsmethoden für die Prognosequalität von Kriechmodellen des Betons, Weimar: Bauhaus-Universität Weimar, 2012 (Dissertation)

### Krüger u. Mertzsch 1998a

KRÜGER, Wolfgang; MERTZSCH, Olaf: *Beitrag zur Verformungsberechnung von Stahlbetonbauten*. Beton- und Stahlbetonbau 93 Heft 10, S. 300–303, 1998

### Krüger u. Mertzsch 1998b

KRÜGER, Wolfgang; MERTZSCH, Olaf: *Beitrag zur Verformungsberechnung von Stahlbetonbauten (Fortsetzung aus Heft 10/1998 und Schluß).* Beton- und Stahlbetonbau 93 Heft 11, S. 330–336, 1998

### Krüger u. Mertzsch 2006

KRÜGER, Wolfgang; MERTZSCH, Olaf: *Zum Trag- und Verformungsverhalten bewehrter Betonquerschnitte im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 533, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2006

### Küttler 2002

KÜTTLER, Matthias: Aussteifung von Hochbauten. Berechnungsansätze, Formeln, Grenzen der Berechnung, 2002

### Leonhardt 1983

LEONHARDT, Fritz: Vorlesungen über Massivbau. Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. 3. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 1983

### Mang u. Hofstetter 2013

MANG, Herbert; HOFSTETTER, Günter: *Festigkeitslehre.* 4. Auflage, Springer Verlag, Berlin, 2013

#### Mannava u. a. 1999

MANNAVA, Syam S.; BUSH, Thomas D., Jr.; KUKRETI, Anant R.: *Load-Deflection Behavior of Smooth Dowels.* ACI Structural Journal Vol. 96 Heft 6, S. 891–899, 1999

### Marx 2016

MARX, Cathrin: Sandwichquerschnitte mit stiftförmigen Verbundmitteln unter Schubbeanspruchung - Analyse des Tragverhaltens und Nachrechnung von Schubversuchen, Kaiserslautern: TU Kaiserslautern, 2016 (Diplomarbeit betreut durch Weiler, Torsten)

### MC90

MC90: Comité Euro-International du Béton (CEB): CEB-FIP Model Code 1990. Bulletin No. 213/214, London, Thomas Telford Publications, 1993

#### Müller u. a. 2015

MÜLLER, Frank; KOHLMEYER, Christian; SCHNELL, Jürgen: Sandwichelemente mit Deckschichten aus Hochleistungsbeton und einem Kern aus extrudiertem Polystyrol. Beton- und Stahlbetonbau 110 Heft 12, S. 799–810, 2015

#### Müller 2015

MÜLLER, Frank: Selbsttragende Sandwichelemente mit Deckschichten aus Hochleistungsbeton und einem Kern aus extrudiertem Polystyrol, Kaiserslautern: TU Kaiserslautern, 2015 (Dissertation)

### Müller u. a. 2016

MÜLLER, Frank; KOHLMEYER, Christian; SCHNELL, Jürgen: A new approach for calculating the internal forces, moments and deflections of sandwich panels with reinforced concrete facings. Structural Concrete 17 Heft 2, S. 152–161, 2016

#### Murison u. a. 2002

MURISON, Scott; SHALABY, Ahmed; MUFTI, Aftab A.: *Modelling of Concrete Pavement Dowel-Slab Interaction,* 4th Transportation Specialty Conference of the Canadian Society for Civil Engineering, Montréal, Québec, Canada, 5-8 juin 2002, 2002

### Neopor® 2010

Neopor® 2010: Bauen und Modernisieren mit Neopor®, Infobroschüre, BASF SE, 2010-03

### Neopor® 2014

Neopor® 2014: *Neopor® – Ein Rohstoff für vielfältige Dämmlösungen,* Infobroschüre, BASF SE, 2014-11

### Pahn 2011

PAHN, Matthias: Beitrag zur Ermittlung von Schnitt- und Verformungsgrößen bei mehrschichtigen Stahlbetonwandtafeln mit Verbindungsmitteln aus glasfaserverstärktem Kunststoff, Kaiserslautern: TU Kaiserslautern, 2011 (Dissertation)

### Paschen 1975

PASCHEN, Heinrich: *Das Bauen mit Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonfertigbauteilen.* Betonkalender II. Teil, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin / München / Düsseldorf, 1975

### Paschen u. Schönhoff 1983

PASCHEN, Heinrich; SCHÖNHOFF, Theodor: *Untersuchungen über in Beton eingelassene Scherbolzen aus Betonstahl.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 346, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1983

### Porter u. a. 1992

PORTER, Max L.; LORENZ, Eric A.; VISWANATH, Kasi P.; BARNES, Bruce A.; ALBERTSON, Michael D.: *Thermoset Composite Concrete Reinforcement*, Final Report Part 1, Iowa Department of Transportation and Iowa Highway Research Board, 1992

### Porter u. a. 1993

PORTER, Max L.; HUGHES, Bradley W.; BARNES, Bruce A.; VISWANATH, Kasi P.: *Non-Corrosive Tie Reinforcing and Dowel Bars for Highway Pavement Slabs,* Final Report, Highway Division of the Iowa Department of Transportation and Iowa Highway Research Board, Project Number: HR-343, 1993

#### Porter u. a. 2001

PORTER, Max L.; GUINN, Robert J., Jr.; LUNDY, Andrew L.; DAVIS, Dustin D.; ROHNER, John G.: *Investigation of Glass Fiber Composite Dowel Bars For Highway Pavement Slabs,* Final Report, Project Number: TR-408, 2001

### Porter 2003

PORTER, Max L.: *Alternative Dowel Bars,* Proceedings of the 2003 Mid-Continent Transportation Research Symposium, Ames, Iowa, August 2003, 2003

### Porter u. a. 2008

PORTER, Max; PETERSON, Steven; LORENZ, Eric: *Determination of the Performance of Concrete Slab Dowels,* Final Report, Iowa State University, 2008

### Porter u. Cable 2006

PORTER, Max; CABLE, James: *Alternative FRP Dowel Joint Reinforcement,* COM-POSITES 2006 Convention and Trade Show American Composites Manufacturers Association October 18-20, St. Louis, Missouri USA, 2006

### Porter u. Guinn 2002

PORTER, Max L.; GUINN, Robert J., Jr.: Assessment of Dowel Bar Research, Final Report, Iowa State University, 2002

### Rao 1966

RAO, Pulugurta S.: *Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte.* Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 177, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1966

### Rehm u. Martin 1968

REHM, Gallus; MARTIN, Horst: *Zur Frage der Rißbegrenzung im Stahlbetonbau.* Beton- und Stahlbetonbau 63 Heft 8, S. 175–182, 1968

#### Riffel 2006

RIFFEL, Siegried: *iRoof / iWall - Strom, Wärme und Kühlung mit intelligenten Fertigteilen aus Beton.* 3. Symposium Baustoffe und Bauwerkserhaltung Universität Karlsruhe (TH), 15. März 2006, S. 79–89, 2006

### Rostásy u. Rohling 1984

ROSTÁSY, Ferdinand; ROHLING, Annette: Dauerhaftigkeit von Stahlbetonbauteilen - Untersuchung des Verbundkriechens als Ursache für Rißbreitenvergrößerung, Forschungsbericht an der TU Braunschweig, 1984

#### Schmitz u. Goris 2001

SCHMITZ, Ulrich; GORIS, Alfons: *Bemessungstafeln nach DIN 1045-1, Mit Berücksichtigung des DIN-Fachberichts 102 - Betonbrücken, Normalbeton Hochfester Beton Leichtbeton.* 1. Auflage, Werner Verlag GmbH & Co. KG, Düsseldorf, 2001

#### Schnell 2015

SCHNELL, Jürgen: Vorlesungsskript zu Stahl- und Spannbetonbau 5, TU Kaiserslautern, Kaiserslautern, 2015

#### Schöck ComBAR®

Schöck ComBAR®: Technische Informationen, 2016-07

#### Schwarze 1984

SCHWARZE, Knut: Numerische Methoden zur Berechnung von Sandwichelementen. Stahlbau 53 Heft 12, S. 363–370, 1984

#### Shams u. Stark 2013

SHAMS, A.; STARK, A.: Untersuchungen zum Verbundverhalten von Sandwichelementen mit Betondeckschichten und geschäumten Polyurethan-Kernschichten. Bauingenieur 88 Heft 10, S. 412–419, 2013

#### Spaethe 1992

SPAETHE, Gerhard: *Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen.* 2. Auflage, Springer Verlag, Wien, 1992

#### Stamm u. Witte 1974

STAMM, Klaus; WITTE, Horst: *Sandwichkonstruktionen: Berechnung, Fertigung, Ausführung.* Ingenieurbauten: Theorie und Praxis, Springer Verlag, Wien, 1974

#### THERMOMASS®

THERMOMASS®: THERMOMASS MS/MC-Anker, Infobroschüre, Construction Systems Marketing Ltd

#### Timoshenko 2002

TIMOSHENKO, Stephen: *Strength of Materials, Part 2: Advanced Theory and Problems.* 3rd Edition, CBS Publishers & Distributors Pvt. Ltd., 2002

#### Timoshenko u. Lessels 1925

TIMOSHENKO, Stephen; LESSELS, John M.: *Applied Elasticity,* Westinghouse Technical Night School, Pennsylvania, 1925

#### Torrang 2015

TORRANG, Ola: *Flexible Betonrahmen für Häuser.* BFT International Heft Heft 05, 2015

#### Torsakul 2007

TORSAKUL, Sirichai: Modellierung und Simulation eines Verbunds von Sandwichplatten zur Entwicklung einer mechanischen Verbindungstechnik, Aachen: *RWTH Aachen*, 2007 (Dissertation)

#### Urbanek 2011

URBANEK, Dirk: *swe2: Dokumentation,* ZBN CIVIL ENGINEERS (Hrsg.), http://www.swe2.de/, 2011

#### Weiler u. a. 2016

WEILER, Torsten; SCHNELL, Jürgen; PAHN, Matthias: *Structural Behavior of Sandwich-Roof Panels with different Distributions of bar-shaped Connectors,* Proceedings of fib Symposium, 21. - 23. November 2016, Cape Town, South Africa, 2016

#### Wiedenroth 1971

WIEDENROTH, M.: Einspanntiefe und zulässige Belastung eines in einen Betonkörper eingespannten Stabes. Bautechnik 48 Heft 12, S. 426–429, 1971

#### Winterling u. Sonntag 2011

WINTERLING, Helmut; SONNTAG, Natalie: *Polystyrol-Hartschaumstoff (EPS, XPS).* Kunststoffe 101 Heft 10, S. 32–37, 2011

## Wölfel 1987

WÖLFEL, Eilhard: Nachgiebiger Verbund – Eine Näherungslösung und deren Anwendungsmöglichkeiten. Stahlbau 56 Heft 6, S. 173–180, 1987

## Yoder u. Witczak 1975

YODER, E J.; WITCZAK, M W.: *Principles of Pavement Design.* 2. Auflage, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1975

## Young u. Budynas 2002

YOUNG, Warren C.; BUDYNAS, Richard G.: *Roark's Formulas for Stress and Strain.* 7th Edition, McGraw-Hill, New York, 2002

## Z-1.6-238

Z-1.6-238: Bewehrungsstab Schöck ComBAR aus glasfaserverstärktem Kunststoff; Nenndurchmesser: 8, 12, 16, 20 und 25 mm. Deutsches Institut für Bautechnik: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Berlin, 2014-01

## Z-10.4-549

Z-10.4-549: *Tragende Sandwichelemente* "ROMA-Schnellbau-Dämmpaneel" mit Stahldeckschichten und einem Kernwerkstoff aus Polyurethan-Hartschaum; Typ "P", "M" und "D". Deutsches Institut für Bautechnik: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Berlin, 2015-01

## Z-10.49-524

Z-10.49-524: Sandwichelemente "isolier Kühlhauspaneel" nach EN 14509 mit Stahldeckschichten und einer Kernschicht aus Polyurethan-Hartschaum; Typ "isolier Kühlhauspaneel PU" und "isolier Kühlhauspaneel PU FW". Deutsches Institut für Bautechnik: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Berlin, 2015-12

### Z-21.8-1878

Z-21.8-1878: *TM-Verbundsystem für dreischichtige Stahlbetonwandtafeln.* Deutsches Institut für Bautechnik: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Berlin, 2014-12

### Z-21.8-1894

Z-21.8-1894: *Schöck Thermoanker.* Deutsches Institut für Bautechnik: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Berlin, 2014-11

### Z-23.15-1421

Z-23.15-1421: Wärmedämmstoffe aus expandiertem Polystyrol (EPS) nach DIN EN 13163:2009-02. Deutsches Institut für Bautechnik: Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung, Berlin, 2012-08

### Zilch u. Donaubauer 2006

ZILCH, Konrad; DONAUBAUER, Uli: Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 533, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2006 Zilch u. Zehetmaier 2010

ZILCH, Konrad; ZEHETMAIER, Gerhard: *Bemessung im konstruktiven Betonbau. Nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2).* 2. Auflage, Springer Verlag, Heidelberg, 2010

# Anhang A Experimentelle Untersuchungen

## A.1 Materialeigenschaften des eingesetzten Dämmstoffes



#### A.1.1 Zusammenstellung der Druckversuche









Abb. A.3: Kraft aufgetragen über die Verfor- Abb. A.4: mung für die Versuche der Dämmstoffcharge E200J3



Kraft [kN]

Kraft aufgetragen über die Verformung für die Versuche der Dämmstoffcharge E200J4



Abb. A.5: Kraft aufgetragen über die Verformung für die Versuche der Dämmstoffcharge E200J5

## A.1.2 Zusammenstellung der Scherversuche





Abb. A.6: Kraft aufgetragen über die Verfor- Abb mung für die Versuche der Dämmstoffcharge E200J1

















Kraft [kN]



## Versagensbilder der Scherversuche – Teil 1/6

Charge E200J1



SM1-1 – Längsriss

SM1-2 – Längsriss

SM1-3 – Längsriss



SM1-4 – Längsriss

SM1-5 – Längsriss

Abb. A.12: Versagensbilder und Zuordnung der Versagensart für die Charge E200J1 der Probekörper SM1-1 bis SM1-5

## Versagensbilder der Scherversuche – Teil 2/6

Charge E200J1\*



SM1-1\* – Längsriss

SM1-2\* – Längsriss

SM1-3\* - Längsriss



SM1-4\* – Längsriss

SM1-5\* – Längsriss

Abb. A.13: Versagensbilder und Zuordnung der Versagensart für die Charge E200J1\* der Probekörper SM1-1\* bis SM1-5\*

## Versagensbilder der Scherversuche – Teil 3/6

• Charge E200J2



SM2-1 - Versagen Klebstoff

SM2-2 – Längsriss

SM2-3 – Längsriss



SM2-4 – Schubriss

SM2-5 – Längsriss

Abb. A.14: Versagensbilder und Zuordnung der Versagensart für die Charge E200J2 der Probekörper SM2-1 bis SM2-5

## Versagensbilder der Scherversuche – Teil 4/6

Charge E200J3



SM3-1 – Längsriss

SM3-2 - Schubriss

SM3-3 - Schubriss

Abb. A.15: Versagensbilder und Zuordnung der Versagensart für die Charge E200J3 der Probekörper SM3-1 bis SM3-3

## Versagensbilder der Scherversuche – Teil 5/6

Charge E200J4



SM4-1 – Längsriss

SM4-2 – Längsriss

SM4-3 – Längsriss



SM4-4 – Längsriss

SM4-5 – Längsriss

Abb. A.16: Versagensbilder und Zuordnung der Versagensart für die Charge E200J4 der Probekörper SM4-1 bis SM4-5

## Versagensbilder der Scherversuche – Teil 6/6

Charge E200J5



SM5-1 – Längsriss

SM5-2 – Längsriss

SM5-3 – Längsriss



SM5-4 – Längsriss

SM5-5 - Schubriss

Abb. A.17: Versagensbilder und Zuordnung der Versagensart für die Charge E200J5 der Probekörper SM5-1 bis SM5-5

## A.2 Biegeversuche an Sandwichelementen

## A.2.1 Zusammenstellung der einzelnen Betonfestigkeiten und Elastizitätsmodule

 Tab. A.1:
 Betonfestigkeiten und E-Module aller Einzelproben zu den Biegeversuchen an Sandwichelementen ermittelt anhand von Probewürfeln und Probezylindern (Teil 1)

Betonage	Datum	etonalter am Pro- betag	Würfeldruckfes- tigkeit	mittlere Würfel- druckfestigkeit	E-Modul	mittlerer E-Modul	Spaltzugfestig- keit	mittlere Spalt- zugfestigkeit
Nr	_	ā	f <sub>c,cube</sub>	f <sub>cm,cube</sub>	Ec	Ecm	f <sub>ct,sp</sub>	f <sub>ctm,sp</sub>
1.1.	-	[d]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
		75	64,14	64,8	30.194	30.600	3,81	4,00
1	17.12.2014		63,92		31.228		3,98	
			66,39		30.349		4,14	
	18.12.2014	74	61,84	61,9	29.711	28.900	3,69	3,50
2			63,35		29.747		3,40	
			60,47		27.245		3,35	
	14.01.2015	43	59,53	60,0	31.493	31.300	3,67	3,40
3			60,59		31.256		3,33	
			59,98		31.046		3,20	
	16.01.2015	53	58,09	58,9	33.052	31.200	4,42	3,70
4			-		28.925		3,30	
			59,78		31.525		3,35	
5	20.01.2015	38	63,22	62,4	30.102	30.000	3,65	3,55
			61,10		29.228		3,68	
			62,96		30.662		3,34	
	26.01.2015	32	54,32	54,3	27.809	28.500	3,52	3,30
6			53,78		28.539		3,14	
			54,64		29.082		3,17	

Betonage	Datum	etonalter am Pro- betag	Würfeldruckfes- tigkeit	mittlere Würfel- druckfestigkeit	E-Modul	mittlerer E-Modul	Spaltzugfestig- keit	mittlere Spalt- zugfestigkeit
Nr	-	ā	f <sub>c,cube</sub>	f <sub>cm,cube</sub>	Ec	Ecm	f <sub>ct,sp</sub>	f <sub>ctm,sp</sub>
		[d]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm²]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
7	28.01.2015	41	59,94 57,93 58.04	58,6	26.675 27.869 27.455	27.300	3,82 3,86 3.88	3,85
8	03.02.2015	36	59,28 60,62 58,92	59,6	29.931 26.993 29.586	28.800	4,30 3,19 2,84	3,45
9	17.02.2015	22	56,64 55,58 58,13	56,8	29.366 31.954 29.971	30.400	3,33 3,63 3,39	3,45
10	18.02.2015	22	54,55 55,96 53,13	54,5	30.269 31.518 29.267	30.400	3,55 3,33 3,55	3,45
11	19.02.2015	21	51,68 52,03 53,00	52,2	27.288 27.898 29.178	28.100	3,16 3,53	3,35
12	20.02.2015	21	58,63 56,23 61,23	58,7	30.625 29.984 30.426	30.300	3,58 2,92	3,25
13	02.07.2015	26	49,11 51,21 51.03	50,5	26.979 26.694 27.050	26.900	3,37 3,15 3.02	3,20
14	06.07.2015	22	52,20 51,08 51,67	51,7	29.175 27.754 27.762	28.200	3,24 3,16 3,46	3,30
15	07.07.2015	22	51,00 49,07 49.93	50,0	27.357 28.690 26.781	27.600	2,78 2,91 3.02	2,90
16	08.07.2015	21	53,00 51,94 55,31	53,4	31.618 29.655 29.628	30.300	3,35 3,50 3,44	3,45
17	09.07.2015	21	50,40 50,48 49,99	50,3	29.723 27.661 30.114	29.200	3,33 3,66 3,32	3,45
18	13.07.2015	17	54,14 55,83 52,87	54,3	23.249 22.926 21.692	22.600	3,46 2,92 3,08	3,15
19	14.07.2015	17	54,78 54,01 56,76	55,2	30.228 29.043 32.275	30.500	3,47 3,32 3,11	3,30
20	15.07.2015	16	53,13 50,94 51,59	51,9	27.864 28.593 28.904	28.500	3,48 3,28 2,99	3,25
21	16.07.2015	18	51,44 50,86 50,89	51,1	28.244 28.615 29.361	28.700	3,03 2,76 2,50	2,75
22	17.07.2015	17	52,33 53,11 54,63	53,4	28.014 27.497 29.421	28.300	2,89 2,94 3,17	3,00
23	20.07.2015	15	49,94 46,84 50,09	49,0	26.845 27.498 26.833	27.100	3,41 2,99 3,31	3,25
24	21.07.2015	14	52,39 50,96 52,08	51,8	28.229 27.501 28.819	28.200	3,09 2,85 3 14	3,05

Tab. A.2: Betonfestigkeiten und E-Module aller Einzelproben zu den Biegeversuchen an Sandwichelementen ermittelt anhand von Probewürfeln und Probezylindern (Teil 2)

Tab. A.3:	Betonfestigkeiten und E-Module aller Einzelproben zu den Biegeversuchen an Sand-
	wichelementen ermittelt anhand von Probewürfeln und Probezylindern (Teil 3)

Betonage	Datum	etonalter am Pro- betag	Würfeldruckfes- tigkeit	mittlere Würfel- druckfestigkeit	E-Modul	mittlerer E-Modul	Spaltzugfestig- keit	mittlere Spalt- zugfestigkeit
Nr.	-	<u> </u>	f <sub>c,cube</sub>	f <sub>cm,cube</sub>	Ec	Ecm	f <sub>ct,sp</sub>	f <sub>ctm,sp</sub>
		[d]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm²]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm²]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm²]
05	22.07.2015		45,08	45,8	28.217	28.400	2,83	3,00
25		14	47,20		28.789		2,93	
			44,92		26.300		3,19	
26	22.07.2015	10	44,44	46.0	20.300	26 900	3,08	2.05
20	23.07.2015	13	47,80	46,9	20.049	20.800	3,20	3,05
			40,44		20.423		2,00	
		11	50,90	50,2	24.941	25 200	3,10	2 15
		11	50,45		20.073	25.300	3,20	3,15
			49,21		24.930		3,11	
		14	52,74	53,4	20.203	25.200	3,42	2 20
		14	52,20		24.434		3,12	3,30
27	23.11.2015	15	53,32	51,8	25.901	25.600	3,39	2,95
			51,77		25.152		3,10	
			51,50		25.005		2,00	
		16	51.80	52,5	20.033	25.700	2,03	<u> </u>
			51,09		23.342		3,10	3.00
			53.85		24.000		2.82	0,00
			56.28		26.365		2,02	<u> </u>
	27.01.2016	13	50,20	57,8	26.653	26.900	3.51	3,55
			57 72		27 704		3.60	
		14 15	61 15	60,5 58,1	27.704	27.100 28.100	3.22	3,55 3,70
28			60 19		26 430		3,70	
20			60.08		27 336		3,70	
			61 61		27.975		3.67	
			53.84		27.935		3 72	
			58 86		28 283		3 76	
-	01.02.2016	14	62.00	59,4	26.893	26.700	3.49	3,35
			60.21		27.640		3.31	
			56.08		25.657		3.20	
		15	59,80	59,1	27.542	27.200	3,44	3,30
29			57,57		26.832		3,29	
20			59,85		27.345		3,08	
		28	61,40	60,7	26.036	26.700	3,55	
			58,14		27.119		3,69	3,60
			62,48		26.993		3,61	1
	04.02.2016	13 28	60,66	57,2	26.354	27.200	3,07	
			54,46		27.501		3,67	3,50
20			56,43		27.764		3,69	
30			62,59	64,0	26.528		3,70	3,30
			65,45		27.047	26.500	3,18	
			64,00		25.802		2,89	

## A.2.2 Zusammenstellung der maßgebenden Versuchsdaten

In den Tabellen (Tab. A.4 bis Tab. A.7) sind die maßgebenden Versuchsdaten zu allen Biegeversuchen an Sandwichelementen dargestellt. Dazu gehören für die definierten Laststufen (siehe unten) die Angaben der Werte für das Moment bezogen auf einen Meter Plattenstreifen und die Durchbiegung jeweils in Feldmitte sowie für die gegenseitige Tragschichtenverschiebung über dem linken ( $u_L$ ) und rechten ( $u_R$ ) Auflager.

In Tab. A.4, Tab. A.5 und Tab. A.6 werden alle oben genannte Werte aufbauend auf der allgemeinen Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens für die Biegeversuche ohne Trennfolie zwischen den Dämmstoffplatten und den beiden Tragschichten (siehe Abschnitt 3.4.9.2) für die gewählten Laststufen Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG), Lastabfall 1 (LA1), Lastabfall 2 (LA2), maximale Zylinder-kraft ( $F_{max}$ ) sowie gegebenenfalls Bruchlast ( $F_u$ ) zusammengefasst. Für den Fall, dass mit dem 2. Lastabfall die Maximalkraft erreicht wurde, entfallen die Werte in der Zeile für die maximale Zylinderkraft, während Werte für die danach noch erreichte Bruchlast angegeben werden. Gibt es keinen 2. Lastabfall in der Last-Verformungs-Kurve werden im Anschluss an die Werte für den 1. Lastabfall nur noch Angaben für die maximale Zylinderkraft angeben.

In Tab. A.7 werden die oben genannten Werte aufbauend auf der allgemeinen Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens für die Biegeversuche an Sandwichelemente mit einer Trennfolie zwischen den Dämmstoffplatten und den beiden Tragschichten (siehe Abschnitt 3.4.9.2) für die gewählten Laststufen Adhäsionsversagen (AdV), Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) und maximale Zylinderkraft ( $F_{max}$ ) angegeben.

Versuchsbezeichnung	Laststufe	Moment (Feldmitte)	Verformung (Feldmitte)	gegenseitige Tragschich- tenverschiebung (Auflager)	
<b>, , , , , , , , , ,</b>		М	W	u <sub>L</sub> (links)	u <sub>R</sub> (rechts)
		[kNm/m]	[mm]	[mm]	[mm]
	GZG	18,46	10,8	3,1	2,7
	LA1	32,00	20,9	5,9	5,3
BV-60-I.90-S12-A-1	LA2	35,83	51,1	7,6	21,7
	F <sub>max</sub>	42,80	141,8	41,3	40,2
	Fu	-	-	-	-
	GZG	17,36	10,8	2,6	2,8
	LA1	30,26	25,4	6,4	6,9
BV-60-I.90-S12-A-2	LA2	35,46	34,0	8,6	9,4
	F <sub>max</sub>	41,48	125,2	35,5	36,9
	Fu	-	-	-	-
	GZG	19,98	10,8	3,3	2,2
	LA1	34,09	25,3	7,5	5,7
BV-60-I.90-S12-A-3	LA2	37,65	59,3	9,5	23,9
	F <sub>max</sub>	42,50	122,0	WA ausgefallen	30,3
	Fu	-	-	-	-
	GZG	28,74	10,8	2,8	2,5
	LA1	55,50	31,3	8,2	10,1
BV-60-I.90-X200-S12-A-1	LA2	55,31	42,1	8,8	17,4
	F <sub>max</sub>	59,87	88,7	10,2	40,8
	Fu	-	-	-	-
	GZG	31,27	10,8	2,9	2,7
	LA1	58,71	32,7	10,3	8,8
BV-60-I.90-X200-S12-A-2	LA2	45,14	54,2	8,8	23,4
	F <sub>max</sub>	59,65	93,5	10,8	43,5
	Fu	-	-	-	-
	GZG	31,18	10,8	3,0	2,7
	LA1	60,16	29,9	8,4	8,3
BV-60-I.90-X200-S12-A-3	LA2	60,56	32,7	9,0	9,8
	F <sub>max</sub>	62,61	86,1	12,1	39,3
	Fu	-	-	-	-
	GZG	16,44	10,8	3,1	2,4
	LA1	27,53	30,6	7,2	9,1
BV-60-I.90-S12-B-1	LA2	34,02	99,1	9,3	45,5
	Fmax	34,18	141,8	27,8	52,2
	Fu	-	-	-	-
	GZG	19,42	10,8	2,7	2,6
	LA1	32,16	24,3	6,3	6,0
BV-60-I.90-S12-B-2	LA2	33,68	69,8	8,9	30,2
	F <sub>max</sub>	36,87	112,8	25,8	39,0
		-	-	-	-
	GZG	18,81	10,8	2,4	3,0
	LAI	29,20	25,3	5,6	7,6
BV-60-1.90-S12-B-3	LAZ	32,16	61,5	25,9	8,8
	Fmax	37,33	122,0	WA ausgetallen	WA ausgetallen
		-	-	-	-
	GZG	30,39	10,8	2,0	2,7
BV 60 L00 X200 S12 B 1		03,28	45,9	13,3	12,0
Dv-00-1.90-7200-912-D-1	E LAZ	63.28	- 45.0	- 12.2	- 12.6
	/ max	03,20	43,9	15,5	12,0
	67G	30.74	10.9	29	27
	1 / 1	60.12	3/ /	2,0	2,1
BV-60-190-X200-S12-B 2				3,0	10,0
DV 00-1.30-7/200-012-D-2	Enz Emai	60.12	34.4	9.5	10.0
	F		-	-	-
	GZG	24.05	10.8	2.3	34
	Ι Δ1	39.58	21.1	4.2	76
BV-60-L90-X200-S12-B-3	A2	43.48	41.0	4 7	20.0
	Erve F	45 18	55.6	5.0	26.5
	F.				

Tab. A.4: Zusammenstellung der Werte für die Biegeversuche ohne Trennfolie (Teil 1)
Versuchsbezeichnung	Laststufe	Moment (Feldmitte)	Verformung (Feldmitte)	gegenseitige Tragschich- tenverschiebung (Auflager)	
Ũ		М	W	u <sub>L</sub> (links)	UR (rechts)
		[kNm/m]	[mm]	[mm]	[mm]
	GZG	20,25	10,77	2,37	2,63
	LA1	31,03	24,52	6,28	5,97
BV-50-1.90-512-B-1	LAZ	35,38	76,21	34,08	8,31
	rmax E	37,07	131,12	41,20	34,25
	GZG	21 12	10.8	- 1.8	22
	LA1	33.29	27.8	7.5	6.0
BV-50-I.90-S12-B-2	LA2	34,16	61,1	26,2	7,0
	F <sub>max</sub>	37,31	111,6	31,5	29,8
	Fu	-	-	-	-
	GZG	16,04	11,2	3,4	1,7
	LA1	20,48	29,3	12,3	2,4
BV-50-I.85-S12-C-1	LA2	29,17	64,8	29,1	4,3
	F <sub>max</sub>	36,47	131,9	41,1	19,8
	Fu Fu	-	-	-	-
	GZG	19,43	11,2	2,8	2,6
DV 50 L 85 S12 C 2	LA1	23,63	15,5	4,1	3,5
BV-50-1.85-512-C-2	LAZ E	33,06	89,0	41,4	0,1
	F max	- 30.11	1/1 5	12.8	41.6
	676	20.22	141,3	2.5	3.0
	L A1	20,22	13.0	2,3	3.6
BV-50-L85-S12-C-3	LA2	20.54	18,3	2.6	7.9
	Fmax	35.49	96.5	6.8	46.8
	Fu	-	-	-	-
	GZG	20,34	11,2	3,3	2,7
	LA1	28,99	29,3	11,4	7,7
BV-50-I.42,5-S12-C-1	LA2	29,77	60,0	28,8	10,2
	F <sub>max</sub>	32,21	92,3	39,0	26,1
	Fu	-	-	-	-
BV-50-I.42,5-S12-C-2	GZG	18,17	11,2	3,3	3,8
	LA1	26,72	34,2	11,2	13,2
	LAZ	21,67	61,Z	25,7	15,6
	r max	31,20	100,3	30,3	31,3
	676	- 18.61	- 11.2	3.4	3.6
	L A1	26 44	40.2	15.4	14.0
BV-50-I.42.5-S12-C-3	LA2	27.71	65.7	22.2	22.8
,	F <sub>max</sub>	31,41	100,3	34,0	36,1
	Fu	-	-	-	-
	GZG	8,58	11,2	4,9	0,9
	LA1	18,63	34,0	15,8	2,6
BV-50-II.56-S12-C-1	LA2	-	-	-	-
	Fmax	41,23	134,5	36,4	34,7
	Fu	-	-	-	-
	GZG	8,90	11,2	4,8	0,8
RV 50 II 56 S12 C 2	LA1	36,53	87,2	28,7	21,6
Bv-50-11.50-512-C-2	LAZ E	42,32	130,2	39,0	30,4
	E.	41 19	152.6	45.2	33.5
	GZG	9.41	11.2	26	3.1
	LA1	-	-		
BV-50-II.56-S12-C-3	LA2	-	-	-	-
	F <sub>max</sub>	42,62	137,0	44,8	29,8
	Fu	-	-	-	-

Tab. A.5: Zusammenstellung der Werte für die Biegeversuche ohne Trennfolie (Teil 2)

Versuchsbezeichnung	Laststufe	Moment (Feldmitte)	Verformung (Feldmitte)	gegenseitige Tragschich- tenverschiebung (Auflager)	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		М	W	u <sub>L</sub> (links)	UR (rechts)
		[kNm/m]	[mm]	[mm]	[mm]
	GZG	24,49	11,2	2,9	2,7
	LA1	40,75	31,3	8,7	7,8
BV-50-I.85-S20-C-1	LA2	41,34	39,0	24,0	8,8
	Fmax	51,68	127,0	36,3	37,8
	Fu	-	-	-	-
	GZG	23,17	11,2	2,7	2,7
	LA1	38,71	28,3	7,2	6,8
BV-50-1.85-S20-C-2	LA2	37,96	54,5	21,7	6,6
	F <sub>max</sub>	44,42	126,5	50,5	22,0
		-	-	-	-
		21,96	11,19	2,6	2,8
BV 50 1 85 820 C 2		41,20	50,23	0,9	9,0
BV-30-1.85-320-C-3	E E	42,00	111.09	21,1	27.0
	/ max	30,30	111,90	20,7	37,0
	676	0.78	11.22	27	31
	<u>ΙΔ1</u>	5,70	-		
BV-50-II 56-S20-C-1	L A2	-	-	-	-
	Fmax	49 14	131 22	33.1	40.5
	Eu	-	-	-	-
	GZG	11 55	11.2	42	14
	LA1	19.81	25.9	9.7	3.6
BV-50-II.56-S20-C-2	LA2	36.45	77.3	20.2	21.6
	F <sub>max</sub>	43,36	111,4	WA ausgefallen	25,7
	Fu	-	-	-	-
	GZG	15,23	11,2	3,3	2,0
	LA1	-	-	-	-
BV-50-II.56-S20-C-3	LA2	-	-	-	-
	F <sub>max</sub>	49,34	111,2	31,8	30,2
	Fu	-	-	-	-
	GZG	20,19	11,2	2,5	3,0
	LA1	28,06	19,2	4,4	5,6
BV-50-I.85-S12-D-1	LA2	37,40	56,5	8,5	21,2
	- F <sub>max</sub>	46,26	128,4	36,9	35,2
	<u> </u>	-	-	-	-
	GZG	23,02	11,2	3,0	2,5
	LA1	22,41	13,3	4,1	2,7
BV-50-1.85-S12-D-2	LA2	29,93	43,4	19,2	5,9
	r max	45,24	126,5	41,6	33,8
		15.76	- 11.0	-	-
	<u> </u>	27.41	36.8	4,4	2,0
BV-50-L85-S12-D-3		-		- 10,5	
DV-00-1.00-012-D-0	Fmax	45 59	122.3	39.8	32.0
	E.		-	-	-
	GZG	20.80	11 19	44	4 1
	LA1	24 69	14 70	60	5.5
BV-50-I.42.5-S12-D-1	LA2	28.47	37.60	8.9	19.7
,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	F <sub>max</sub>	36,73	95.73	38,9	34.7
	Fu	-	-	-	-
	GZG	20,20	11,2	3,8	4,5
	LA1	26,45	20,3	6,8	9,4
BV-50-I.42,5-S12-D-2	LA2	29,92	43,5	8,9	22,6
	F <sub>max</sub>	39,06	105,6	37,8	41,1
	Fu	-	-	-	-
	GZG	21,34	11,2	4,0	4,6
	LA1	21,32	12,8	4,3	5,5
BV-50-I.42,5-S12-D-3	LA2	28,62	37,1	8,8	19,8
	F <sub>max</sub>	39,30	94,7	35,9	37,1
1	E.	1 -	-	-	-

Tab. A.6: Zusammenstellung der Werte für die Biegeversuche ohne Trennfolie (Teil 3)

Versuchsbezeichnung	Laststufe	Moment (Feldmitte)	Verformung (Feldmitte)	gegenseitige Tragschich- tenverschiebung (Auflager)	
Ŭ		М	W	u <sub>L</sub> (links)	UR (rechts)
		[kNm/m]	[mm]	[mm]	[mm]
	AdV	5,51	5,1	1,4	1,1
BV-50-F-I.85-S12-C-1	GZG	6,39	11,2	3,9	1,8
	F <sub>max</sub>	36,59	168,3	50,4	44,1
	AdV	3,97	5,6	0,7	1,9
BV-50-F-I.85-S12-C-2	GZG	5,53	11,2	1,8	4,0
	F <sub>max</sub>	36,01	154,4	36,2	50,2
	AdV	3,63	1,7	0,7	1,2
BV-50-F-I.85-S12-C-3	GZG	5,39	11,20	3,1	3,7
	F <sub>max</sub>	36,34	171,66	51,9	43,3
	AdV	3,17	3,1	0,6	1,0
BV-50-F-II.56-S12-C-1	GZG	5,62	11,2	1,3	4,3
	F <sub>max</sub>	38,32	154,6	40,1	45,0
	AdV	4,60	4,3	1,2	0,9
BV-50-F-II.56-S12-C-2	GZG	6,51	11,2	3,9	1,8
	F <sub>max</sub>	40,07	164,4	42,6	46,2
	AdV	4,85	5,0	1,5	0,9
BV-50-F-II.56-S12-C-3	GZG	6,32	11,2	4,1	1,3
	F <sub>max</sub>	37,39	147,0	40,5	38,2
BV-50-F-II.56-S20-C-1	AdV	-*	-*	-*	-*
	GZG	9,04	11,2	3,1	2,9
	F <sub>max</sub>	43,03	94,4	26,0	26,0
	AdV	8,83	8,0	1,7	2,1
BV-50-F-II.56-S20-C-2	GZG	10,13	11,2	2,5	3,0
	F <sub>max</sub>	44,47	125,8	26,4	40,5
	AdV	8,92	7,2	1,8	1,6
BV-50-F-II.56-S20-C-3	GZG	10,31	11,2	3,1	2,3
	F <sub>max</sub>	42,38	100,0	30,3	22,3
	AdV	2,64	2,6	0,6	0,8
BV-50-F-I.85-S12-D-1	GZG	5,17	11,2	3,0	3,2
	F <sub>max</sub>	43,23	157,9	44,4	49,6
	AdV	4,11	3,6	0,9	1,0
BV-50-F-I.85-S12-D-2	GZG	5,80	11,2	3,0	3,1
	F <sub>max</sub>	43,05	150,8	44,1	44,2
	AdV	4,3	4,3	1,3	0,9
BV-50-F-I.85-S12-D-3	GZG	6,22	11,2	2,7	3,2
	F <sub>max</sub>	44,80	151,8	36,8	47,9
Der Versuchskörper wurde anfangs mit falsch positionierter Lasteinleitungskonstruktion geprüft. Nach Entlastung, Korrek- tur der Lasteinleitungskonstruktion und erneuter Belastung war der Haftverbund schon gelöst, sodass für die Laststufe "AdV" keine Werte angegeben werden können.					

Tab. A.7: Zusammenstellung der Werte für die Biegeversuche mit Trennfolie

# A.2.3 Momenten-Verformungs-Diagramme

## Allgemeines

Auf den folgenden Seiten werden die Versuchskurven für alle durchgeführten Biegeversuche mit der Darstellung des Momentes in Feldmitte über die Durchbiegung in Feldmitte und die gegenseitige Tragschichtenverschiebung der Vollständigkeit halber aufgeführt. Dazu sind für jede Versuchsserie die einzelnen Versuche in jeweils einem Diagramm zusammengefasst.

Wie in Abschnitt 3.4.9.4, S. 107 schon erwähnt wird zur Darstellung der Versuchskurven für jeden Versuchskörper das resultierende normierte Moment  $M_n$  in Feldmitte infolge der aufgebrachten Zylinderkraft  $F_{Zyl}$  bestimmt und anschließend auf einen Meter Plattenstreifen bezogen.

#### BV-60-I.90-S12-A-1 - 3



Abb. A.18: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-60-I.90-S12-A-1 – 3



Abb. A.19: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-60-I.90-S12-A-1 – 3

BV-60-I.90-X200-S12-A-1 - 3



Abb. A.20: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-60-I.90-X200-S12-A-1 – 3



Abb. A.21: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-60-I.90-X200-S12-A-1 – 3

#### BV-60-I.90-S12-B-1 - 3



Abb. A.22: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-60-I.90-S12-B-1 – 3



Abb. A.23: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-60-I.90-S12-B-1 – 3

BV-60-I.90-X200-S12-B-1 - 3



Abb. A.24: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-60-I.90-X200-S12-B-1 – 3



Abb. A.25: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-60-I.90-X200-S12-B-1 – 3

#### BV-50-I.90-S12-B-1 - 2



Abb. A.26: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-I.90-S12-B-1 – 2



Abb. A.27: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-I.90-S12-B-1 – 2

BV-50-I.85-S12-C-1 - 3



Abb. A.28: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-I.85-S12-C-1 – 3



Abb. A.29: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-I.85-S12-C-1 – 3

#### BV-50-F-I.85-S12-C-1 - 3



Abb. A.30: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-F-I.85-S12-C-1 – 3



Abb. A.31: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-F-I.85-S12-C-1 – 3

BV-50-I.42,5-S12-C-1 - 3



Abb. A.32: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-I.42,5-S12-C-1 – 3



Abb. A.33: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-I.42,5-S12-C-1 – 3

#### BV-50-II.56-S12-C-1 - 3



Abb. A.34: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-II.56-S12-C-1 – 3



Abb. A.35: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-II.56-S12-C-1 – 3

BV-50-F-II.56-S12-C-1 - 3



Abb. A.36: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-F-II.56-S12-C-1 – 3



Abb. A.37: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-F-II.56-S12-C-1 – 3

#### BV-50-I.85-S20-C-1 - 3



Abb. A.38: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-I.85-S20-C-1 – 3



Abb. A.39: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-I.85-S20-C-1 – 3

#### BV-50-II.56-S20-C-1 - 3



Abb. A.40: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-II.56-S20-C-1 – 3



Abb. A.41: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-II.56-S20-C-1 – 3

#### BV-50-F-II.56-S20-C-1 - 3



Abb. A.42: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-F-II.56-S20-C-1 – 3



Abb. A.43: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-F-II.56-S20-C-1 – 3

#### BV-50-I.85-S12-D-1 - 3



Abb. A.44: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-I.85-S12-D-1 – 3



Abb. A.45: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-I.85-S12-D-1 – 3

#### BV-50-F-I.85-S12-D-1 - 3



Abb. A.46: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-F-I.85-S12-D-1 – 3



Abb. A.47: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-F-I.85-S12-D-1 – 3

BV-50-I.42,5-S12-D-1 - 3



Abb. A.48: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die Durchbiegung in Feldmitte für die Versuche BV-50-I.42,5-S12-D-1 – 3



Abb. A.49: Darstellung des Momentes in Feldmitte aufgetragen über die gegenseitige Tragschichtenverschiebung in der Achse des jeweiligen Auflagers für die Versuche BV-50-I.42,5-S12-D-1 – 3

# A.3 Schubversuche an Sandwichelementen

# A.3.1 Zusammenstellung der einzelnen Betonfestigkeiten und Elastizitätsmodule

 Tab. A.8:
 Betonfestigkeiten und E-Module aller Einzelproben zu den Schubversuchen an Sandwichelementen ermittelt anhand von Probewürfeln und Probezylindern

Betonage	Datum	Betonalter am Probetag	Würfeldruckfes- tigkeit	mittlere Würfel- druckfestigkeit	E-Modul	mittlerer E-Modul	Spaltzugfestig- keit	mittlere Spalt- zugfestigkeit
Nr.	-		f <sub>c,cube</sub>	fcm,cube	Ec	Ecm	f <sub>ct,sp</sub>	f <sub>ctm,sp</sub>
		[d]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]
		_	42,88		-		-	
		5	35,92	38,9	-	-	-	-
			37,92		-		-	
			46,46		26.083		3,12	
		10	44,86	44,3	26.647	26.200	2,97	3,00
1	03.07.2015		41,46		25.991		2,96	
			45,21		-	-	-	
		11	46,94	46,3	-		-	-
			46,70		-		-	
			50,20		26.301		3,40	
	19	49,92	49,6	25.982	26.300	3,15	3,30	
		48,77		26.610		3,32		
			22,67		-		-	
	3	29,84	27,0	-	-	-	-	
			28,48		-		-	
		7	34,70	32,8	24.544	24.000	2,86	
			31,33		23.786		2,82	2,75
2	07 07 2015		32,34		23.664		2,51	
2	07.07.2013		32,40		-		-	
		8	38,04	34,9	-	-	-	-
		34,30		-		-		
			38,80		24.169		2,81	
	16	39,50	38,8	24.739	24.600	2,87	2,80	
		38,11		24.735		2,78		
2 20.04.2046		28,07		18.505		2,20		
	16	28,51	27,8	19.887	18.700	2,18	2,15	
		26,71		17.844		2,04		
3	20.01.2016		26,46		19.718		2,31	
		19	28,25	27,0	19.908	19.900	2,08	2,15
	-	26,42		20.055		2,02		

# A.4 Biegeversuche an einer einzelnen Tragschicht

# A.4.1 Zusammenstellung der einzelnen Betonfestigkeiten und Elastizitätsmodule

Tab. A.9:Betonfestigkeiten und E-Module aller Einzelproben zu den Biegeversuchen an einer<br/>einzelnen Tragschicht ermittelt anhand von Probewürfeln und Probezylindern

Betonage	Datum	Betonalter am Probetag	Würfeldruckfes- tigkeit	mittlere Würfel- druckfestigkeit	E-Modul	mittlerer E-Modul	Spaltzugfestig- keit	mittlere Spalt- zugfestigkeit
Nr	_		f <sub>c,cube</sub>	f <sub>cm,cube</sub>	Ec	Ecm	f <sub>ct,sp</sub>	f <sub>ctm,sp</sub>
INI.	-	[d]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
		7	52,76	53,2	-	-	-	-
	1 31.10.2014		53,64		-		-	
		10	57,40	57,5	-	-	3,46	3,95
			58,39		-		4,93	
			56,84		-		3,52	
1			59,76		28.635		-	
	11	55,84	58,9	30.170	29.400	-	] -	
		61,18		29.345		-		
		28	64,65	64,3	-		-	
			63,74		-	-	-	] -
			64,48		-		-	

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name:	Torsten Helmut Weiler

Staatsangehörigkeit: deutsch

## **Beruflicher Werdegang**

seit 04/2017: Tragwerksplanung und bautechnische Prüfung bei der Krebs + Kiefer Ingenieure GmbH in Darmstadt 01/2012 – 03/2017: Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Technischen Universität

01/2012 – 03/2017: Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Technischen Universität Kaiserslautern am Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion bei Prof. Dr.-Ing. Jürgen Schnell

## Hochschulausbildung

04/2006 – 12/2011: Studium des Bauingenieurwesens an der Technischen Universität Kaiserslautern, Vertiefungsfächer: Stahlbau, Massivbau und Baubetrieb, Abschluss: Dipl.-Ing.

## Schulausbildung

03/2006: Abitur am Cusanus-Gymnasium in Wittlich