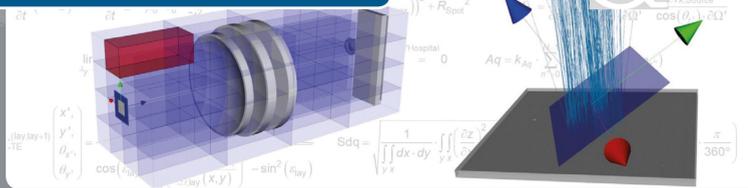


François Maurice Torner



Entwicklung virtueller, optischer Sensoren zur Charakterisierung geometrischer Oberflächen

Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik
Band 6

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig



TECHNISCHE UNIVERSITÄT
KAISERSLAUTERN

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Berichte aus dem Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik - Band 6

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig
Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik
Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik
Technische Universität Kaiserslautern
Gottlieb-Daimler-Straße
67663 Kaiserslautern

Verfasser: François Maurice Torner
Verlag: Technische Universität Kaiserslautern

Druck: Technische Universität Kaiserslautern
Hauptabteilung 5 | Abteilung 5.6 Foto-Repro-Druck

D-386

© François Maurice Torner · Kaiserslautern 2018

Alle Rechte vorbehalten, auch das des auszugsweisen Nachdrucks, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Photographie, Mikroskopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und das der Übersetzung.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 2365-9742
ISBN 978-3-95974-085-2

Kurzzusammenfassung

Das virtuelle, optische Messen wird in der industriellen Anwendung häufig vernachlässigt. Um optische Messergebnisse jedoch vorhersehbar und zuverlässig zu machen, ist es erforderlich, Sensoren zu modellieren und die Resultate, sogenannte virtuelle Messergebnisse, zu analysieren. Die zulässigen Modellvereinfachungen sind dabei vom zugrunde liegenden, physikalischen Messprinzip abhängig. In dieser Arbeit werden zwei virtuelle, optische Sensoren mit unterschiedlichen Messprinzipien unter paraxialen Annahmen modelliert. Zudem werden Untersuchungen zum Übertragungsverhalten der Sensoren angestellt. Beim ersten Sensor handelt es sich um einen winkelauflösenden Streulichtsensor zur Messung der statistischen Verteilung von Gradienten geometrischer Oberflächen. Der zweite Sensor ist ein kurzkohärentes Interferometer zur vertikal hochauflösenden Messung von Topographien. Während dem winkelauflösenden Messprinzip ein inkohärenter Modellansatz zugrunde liegt, werden beim Interferometer kohärente Annahmen getroffen. Mithilfe der Sensormodelle ist es möglich, geometrische Oberflächen virtuell anzutasten und, basierend auf generierten oder real gemessenen Topographiedaten, virtuelle Messungen anzustellen. Auf diese Weise werden umfangreiche Untersuchungen zum Übertragungsverhalten der Sensoren ermöglicht. Darüber hinaus wird ein eigens entwickeltes, VTK-basiertes Programm vorgestellt, das die nichtsequentielle Berechnung optischer Sensoren ermöglicht. Dieses Programm nutzt Ray Tracing zur Simulation nichtsequentieller, optischer Systeme. Des Weiteren werden Ansätze für die parallele Datenverarbeitung mit CUDA[®] vorgestellt. Der paraxial modellierte, winkelauflösende Streulichtsensor wird demnach zusätzlich nichtsequentiell simuliert und die Ergebnisse der paraxialen und der nichtsequentiellen Berechnung werden gegenübergestellt.

Short abstract

Virtual, optical measurements are often neglected within industrial applications. Anyhow, it is crucial to model sensors virtually and to analyze those data properly, so-called virtual measurement results. This is done in order to get predictable and reliable outcomes. The permissible model simplifications depend on the underlying physical measurement principle. In this thesis two virtual, optical sensors based on different measurement principles are modelled paraxially and their transfer characteristic is analyzed. The first sensor is an angle-resolved scattering light sensor, which is used to measure the statistical distribution of surface gradients. The second sensor is a coherence scanning interferometer, which is used to measure topographies with a very high vertical resolution. While the angle-resolved measurement principle is incoherent, the interferometer is based on coherent assumptions. Using those sensor models enables to sample geometric surfaces virtually and to analyze those sensors based on generated or measured topography data. In this manner, comprehensive investigations of the sensors' transfer

characteristics are enabled. A self-developed, VTK-based application is introduced, that facilitates nonsequential simulations of optical sensors. This application utilizes ray tracing techniques to simulate those optical systems. Approaches for parallel data processing using CUDA[®] are included. In addition, the paraxially modeled angle-resolved scattering light sensor is simulated nonsequentially in order to analyze and contrast the results of the paraxial and the nonsequential simulation.

Entwicklung virtueller, optischer Sensoren zur Charakterisierung geometrischer Oberflächen

Vom Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik
der Technischen Universität Kaiserslautern
zur Verleihung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

genehmigte

Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. François Maurice Torner

aus Kaiserslautern

Kaiserslautern 2018

Dekan:	Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig
Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. Jan C. Aurich
Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig Prof. Dr. Wolfgang Osten
Tag der mündlichen Prüfung:	19. September 2017

Vorwort und Danksagung

Die vorliegende Arbeit mit dem Titel „Entwicklung virtueller, optischer Sensoren zur Charakterisierung geometrischer Oberflächen“ entstand während der Zeit meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern, sowie während meiner Forschungsaufenthalte im „Department of Mechanical and Aerospace Engineering“ an der Universität Davis (Kalifornien, USA) in den Jahren 2015 und 2016.

Ein großes Dankeschön möchte ich an meinen Betreuer Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Seewig richten, der mir eine spannende und lehrreiche Zeit am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern ermöglicht hat. Ich hoffe, dass ich durch meine Arbeit aktiv zum Erfolg des Lehrstuhls beitragen konnte und dass der Lehrstuhl auch weiterhin auf solch großes Interesse bei seinen Mitarbeitern und der Studentenschaft stoßen wird.

Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr. Wolfgang Osten für die bereitwillige Übernahme des Gutachtens anlässlich meiner Promotionsprüfung. Ein weiteres Dankeschön richte ich an Herrn Prof. Dr.-Ing. Jan C. Aurich im Besonderen, sowie an alle Betreuer des Graduiertenkollegs „IRTG 2057“, die dieses Programm mit ihrer Arbeit, den Anträgen bei der DFG und ihrem Engagement ermöglicht haben. In diesem Zusammenhang danke ich auch der DFG für die gewährte Unterstützung im Rahmen des IRTG 2057 „Physical Modeling for Virtual Manufacturing Systems and Processes“.

Einen besonderen Dank möchte ich außerdem an Frau Dr.-Ing. Barbara Linke und ihre Mitarbeiter an der Universität Davis (Kalifornien, USA) richten, die mich sehr freundlich aufgenommen haben und mir interessante Forschungsaufenthalte in Kalifornien ermöglichten.

Weiteren Dank richte ich an Dr.-Ing. Gerhard Stelzer, Dr.-Ing. Matthias Eifler und Timo Wiegel vom Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik, die mich immer sehr kollegial unterstützt haben. Ich hoffe, ich kann mich dafür irgendwann revanchieren.

Darüber hinaus danke ich meinen Eltern für die gewährte Unterstützung während meines Studiums. Ganz besonders möchte ich mich außerdem bei Annette und Armand Torner, Genevieve Mulack, Ines Gensinger und Lars Feyock bedanken. Ihr seid der „coole Teil“ meiner Familie.

Zu guter Letzt bedanke ich mich außerdem bei allen Kollegen des Lehrstuhls für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern und dem „IRTG 2057“ für die schöne Zeit, aus der auch Freundschaften erwachsen sind. Glücklicherweise fand keine strikte Trennung zwischen der universitären Arbeit und dem privaten Leben statt. Dafür bin ich Euch sehr dankbar.

Abstract (English)

Virtual measurement and in particular virtual optical measurement has a high degree of relevance in regards to the analyses of measurement devices and systems. The development and optimization of optical sensors, the realization of suitable framework conditions for measurement tasks, as well as analyses and evaluation of measurement results go along with simulations in virtual environments. Hence, the modeling plays an important role both in academic and industrial applications. An example domain, in which virtual measurement tasks gain importance, is the quality assurance.

Visualization frameworks meanwhile provide powerful tools to reflect virtual processes. This is caused by a high demand for "virtual reality". However, there are still shortcomings in optical applications regarding the correct reflection of physical interdependencies. The reason is that graphical applications and visualization techniques have high degrees of abstraction, which do not reflect properly the underlying measurement principles. Thus, the modeling of optical sensors, which is the subject of this thesis, represents a tremendous challenge.

Based on the physical principles, the physical laws, the Maxwell equations, the ray tracing, the scattering behavior of geometric surfaces and optical effects in general, optical sensors are described within this thesis. Those sensors are well-suited for inline measurement and for monitoring processes. They are used to characterize and evaluate geometric surfaces in the context of quality assurance. Two optical sensors, an angle-resolved scattering light sensor and a coherence scanning interferometer, will be focused. Both systems base on different, physical models and completely differ in the underlying measurement principles. In order to model those sensors, primarily basic conditions are elaborated. The performed approach bases on fundamental mathematical interdependencies and the description of the spatial and time-dependent propagation of electromagnetic waves with reference to the Maxwell equations.

First, the modeling of light sources for incoherent and coherent applications is discussed. The basics of modeling for describing light scattering are outlined and fundamental information regarding the methods of incoherent simulations is given. Following, analogous observations for the coherent modeling are performed. In addition, information about polarized electromagnetic waves is provided, which is essential for the description of electromagnetic effects.

Subsequently, information on modeling geometric surfaces and layer models become subject of discussion. Those are relevant in regards to the calculation of electromagnetic field effects and the description of dielectric materials. Complex Fresnel coefficients are applied and the electromagnetic surface interaction is explained in detail. Three layer models are introduced. Depending on the degree of abstraction, the models are used to describe the surface modeling of layers and the interaction of electromagnetic waves with the given layers.

After acquiring the basics for optic simulations, paraxial sensor models for the angle-resolved scattering light sensor and for the coherence scanning interferometer are addressed. On that account, geometric properties of the angle-resolved scattering light sensor are explained in detail and the mapping of rays on a virtual, planar detector is calculated. The deployed mathematical approach is based on a multidimensional convolution, taking into account both spatial and angular information. Analyses of the scattering light distributions are analyzed with respect to one-dimensional and two-dimensional detectors. The transfer behavior of the sensor is described and it is analyzed if normative determined roughness parameters are calculated correctly. Besides existing parameters for the characterization of scattering angle distributions, new parameters are introduced, which enable the assessment and characterization of scattering angle distributions, using two-dimensional detectors. Based on these existing parameters, investigations on the transfer characteristic of the sensor OS500 (company OptoSurf) are performed as well as comprehensive validations for the geometric surface measurement. Both form and roughness are considered in those experiments.

Finally, the basics for virtual measurements of topographies are provided and a virtual model of a coherence scanning interferometer can be applied. Coherent properties of light are considered therefore. Initially, the geometric framework for this kind of sensor is described in detail. Following, the optical path information is processed to measure interference virtually in several height levels. Succeeding, comprehensive analyses of virtual measurements are performed, including analytical calculations of diffraction-limited resolutions of Mirau objectives, which consider the aperture limitation of the integrated reference mirror. Further analyses focus on image contrast, the degree of reflection of the geometric surfaces and the transmission of the objective's beam splitter. Additional investigations have a reference to the objective's acceptance angle, the spectrum of the light source and its discretization.

After the extensive description of paraxial sensor models, a bridging to nonsequential simulations is performed. Primarily, the basics and implementation of nonsequential ray tracing algorithms in the application VTKTrace are addressed. Those deal with the segmented ray propagation and focus geometric intersection calculation of rays and geometric objects within the application VTKTrace. An octree implementation for an efficient intersection analysis is described. Additionally, the software implementation is depicted. Besides the geometry, physical properties like optical path information of calculated ray propagations are focused. Following this, the implementation of the ray tracing process in the application VTKTrace and in the DLL CADUTrace is approached. Latter provides a method to perform parallelized geometric intersection calculations on the GPU, using ray tracing. The implementation, data exchange and results are delineated.

Furthermore, a method for parallel computing based on a cluster is introduced. Such a cluster has been set up at the Institute for Measurement and Sensor-Technology of

the University Kaiserslautern. Basic investigations have been realized. Consequently, further analyses need to be considered.

With the achieved knowledge about calculations with nonsequential systems and the implemented algorithms (implemented in the application VTKTrace) a nonsequential model of the sensor OS500 is depicted subsequently. Therefore, comprehensive investigations are addressed. Finally, the results are contrasted to enable the realization of a direct comparison between the linear, sequential sensor model and the nonsequential model. The transfer characteristic of the first statistical momentum is focused.

Due to the fact that there occur deviations between the paraxial and the nonsequential sensor model, improvements of the virtual measurement device are thematized. The improvements concern the description of parameterized, spherical lenses, which have been implemented in the application VTKTrace afterwards. With the help of parameterized surfaces, spherical lenses (biconvex, biconcave and concavo-convex) are described and precise intersection points as well as normal vectors for the calculation of the ray propagation directions can be extracted. The comparison of the paraxial and the nonsequential sensor model shows significant improvements after the optimization. Thus, the statistical momentums of the first and second order are mapped accurately. The nonsequential model provides good results even for the statistical momentum of the third order. An optimization concerning the surface modeling is described. To avoid the influence of triangles due to the tessellation algorithm, gradients of a rough surface are deposited. This leads to the fact that the slope of the tessellated surface does not affect the end result.

Finally, the so-called riblet sensor is introduced. This sensor is based on the angle-resolved measurement principle and is used to measure the riblet degradation. Consequently, simulations are performed and results are discussed.

Concluding, the obtained results of the thesis are summarized and an outlook on improvements of the ray tracing application VTKTrace is given.

Zusammenfassung

Das virtuelle Messen und im Besonderen das virtuelle, optische Messen haben eine hohe Relevanz in Bezug auf die Untersuchung des Verhaltens von Messgeräten und Messsystemen. Die Entwicklung und Optimierung optischer Sensoren, die Schaffung geeigneter Rahmenbedingungen für Messaufgaben, sowie die Analyse und die Bewertung von Messergebnissen, gehen einher mit Simulationen in virtuellen Umgebungen. Die Modellierung spielt dabei sowohl in der akademischen, wie auch der industriellen Anwendung eine Rolle und gewinnt im Bereich der Qualitätssicherung an Bedeutung.

Während die Rahmenbedingungen für die Abbildung virtueller Prozesse, das heißt die Visualisierung, inzwischen, auch aufgrund vorhandener Bibliotheken und einer gesteigerten Nachfrage nach „*virtual reality*“, enorme Möglichkeiten bieten, bestehen in der optischen Anwendung nach wie vor Defizite bei der Abbildung der exakten physikalischen Modelle. Diese sind teilweise auch Abstraktionen in der Grafikanwendung und der Visualisierung geschuldet, die den zugrunde liegenden Messprinzipien nicht gerecht werden. Damit stellt die Modellierung optischer Sensoren, die Gegenstand dieser Arbeit ist, eine enorme Herausforderung dar.

Basierend auf den physikalischen Grundlagen, den Gesetzmäßigkeiten der Optik, den Maxwell-Gleichungen, dem Ray Tracing, dem Streuverhalten geometrischer Oberflächen und optischen Effekten im Allgemeinen, werden in dieser Arbeit virtuelle, optische Sensoren beschrieben. Diese Sensoren sind auch für die Fertigungsmesstechnik und die Überwachung von Prozessen geeignet und werden in der Qualitätssicherung zur Bewertung geometrischer Oberflächen eingesetzt. Zwei optische Sensoren, ein winkelauflösender Streulichtsensor und ein kurzkohärentes Interferometer, werden in dieser Arbeit detailliert betrachtet. Beide Systeme basieren auf unterschiedlichen physikalischen Modellen und sind bezüglich des Messprinzips grundverschieden. Um die Sensoren zu beschreiben, ist zunächst die Erarbeitung von Grundlagen für die Sensormodellierung erforderlich. Dies geschieht durch die Betrachtung fundamentaler, mathematischer Zusammenhänge und die Beschreibung der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen mit Bezug auf die Maxwell-Gleichungen.

Zunächst wird die Modellierung von Lichtquellen in der inkohärenten und der kohärenten Anwendung thematisiert. Die Grundlagen zur Beschreibung der Lichtstreuung werden behandelt und grundlegende Informationen zu den Methoden der inkohärenten Modellierung werden vermittelt. Im Anschluss erfolgen analoge Betrachtungen für die kohärente Simulation. Des Weiteren werden Informationen zur Polarisierung von Wellen vermittelt, die essentiell für die Beschreibung elektromagnetischer Effekte sind.

Anknüpfend wird die Modellierung geometrischer Oberflächen und von Schichtmodellen thematisiert. Diese sind in Bezug auf die Berechnung der Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen und die Beschreibung optischer Materialien relevant. Die komplexwertigen Fresnel-Koeffizienten werden

herangezogen und die Oberflächeninteraktion mit elektromagnetischen Wellen wird mathematisch detailliert beschrieben. Drei Schichtmodelle werden vorgestellt, die, abhängig vom jeweiligen Abstraktionsgrad, für die Simulation von Oberflächen und die Berechnung der elektromagnetischen Wechselwirkung verwendet werden können.

Nach der Erarbeitung der Grundlagen der Optiksimation, werden die paraxialen Sensormodelle des winkelauflösenden Streulichtensors und des kurzkohärenten Interferometers behandelt. Hierzu erfolgt zunächst eine detaillierte Beschreibung der geometrischen Zusammenhänge des Sensormodells, die für die Abbildung von Lichtstrahlen auf einem virtuellen, flächigen Detektor erforderlich sind. Der eigens entwickelte, mathematische Ansatz basiert auf einer mehrdimensionalen Faltung zur Berücksichtigung von Orts- und Winkelinformationen. Untersuchungen zur Streuwinkelverteilung werden bei ein- und zweidimensionaler Betrachtung angestellt. Das Übertragungsverhalten des Sensors wird beschrieben und es wird überprüft, inwieweit normativ festgelegte Rauheitskenngrößen korrekt abgebildet werden. Neben bereits bestehenden Kenngrößen für die Bewertung der Streuwinkelverteilung erfolgt die Einführung neuer Kenngrößen, die auch die Bewertung und Charakterisierung von Streuwinkelverteilungen auf flächig auflösenden Detektoren ermöglichen. Ausgehend von diesen Kenngrößen, werden schließlich Untersuchungen zum Übertragungsverhalten des Sensors OS500 der Firma OptoSurf, sowie umfangreiche Experimente zur geometrischen Messung formbehalteter und rauer Oberflächen angestellt.

Mit der virtuellen Modellierung eines kurzkohärenten Interferometers wird schließlich die Grundlage geschaffen, um virtuelle Messungen von Topographien umzusetzen. Kohärente Eigenschaften von Licht werden berücksichtigt. Zu Beginn werden auch hier die geometrischen Rahmenbedingungen detailliert erläutert. Im Anschluss erfolgt die Verarbeitung optischer Weglängeninformationen, um in unterschiedlichen Höhenniveaus einer geometrischen Oberfläche Interferenzen virtuell detektieren zu können.

Darauf aufbauend werden mit dem Sensormodell des kurzkohärenten Interferometers umfangreiche Untersuchungen durchgeführt. Diese umfassen unter anderem analytische Berechnungen zur beugungsbegrenzten Auflösung des Mirau-Objektivs bei Berücksichtigung der Aperturbegrenzung des integrierten Referenzspiegels und weitere Analysen. Diese beziehen sich beispielsweise auf den Bildkontrast und die Veränderung des Reflexionsgrades der Oberfläche, sowie die Transmission beim Strahlteiler des Objektivs. Weitere Untersuchungen befassen sich mit dem Akzeptanzwinkel des Objektivs, dem Spektrum der verwendeten Lichtquelle und der Diskretisierung der zugrunde liegenden Spektralverteilung.

Nach der umfangreichen Beschreibung der paraxialen Sensormodelle wird zur nichtsequentiellen Simulation übergeleitet. Zunächst werden dazu die Grundlagen und die Implementierung nichtsequentieller Ray-Tracing-Algorithmen im Programm

VTKTrace thematisiert, das im Rahmen dieser Arbeit entstand. Die Ray-Tracing-Methoden befassen sich mit der segmentierten Strahlausbreitung und ermöglichen die Schnittpunktberechnung von Strahlen mit geometrischen Oberflächen in der Anwendung VTKTrace. Beispiele für nichtsequentielle Berechnungen werden hierzu betrachtet. Eine Implementierung für eine effiziente Schnittpunktanalyse wird zusätzlich beschrieben und die Implementierung in Form eines Octrees erläutert. Neben der Geometrie werden physikalische Randbedingungen, wie beispielsweise die optische Weglängendifferenz berechneter Strahlverläufe, thematisiert. Im Anschluss erfolgt die Beschreibung des Ray-Tracing-Algorithmus im Programm VTKTrace und die DLL (engl. *Dynamic Link Library*) CADUTrace wird behandelt. Letztere ermöglicht die parallele, geometrische Schnittpunktberechnung auf der GPU mithilfe von Ray Tracing. Die Implementierung, der Datenaustausch und die Resultate werden detailliert beschrieben. Alternativ wird eine Methode zur parallelisierten Berechnung vorgestellt. Es handelt sich um das Rechnen auf sogenannten Clustern. Ein solcher Cluster wurde am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern aufgebaut. Grundlegende Funktionstests wurden durchgeführt. Weitere Untersuchungen sind jedoch erforderlich.

Mit den erlangten Erkenntnissen in Bezug auf die Berechnung nichtsequentieller Systeme und der implementierten Algorithmen im Programm VTKTrace wird schließlich ein nichtsequentielles Modell des Sensors OS500 der Firma OptoSurf beschrieben. Es werden ebenfalls umfangreiche Tests thematisiert. Die Ergebnisse werden schließlich den paraxialen Resultaten gegenübergestellt, um so einen direkten Vergleich zwischen dem linearisierten, sequentiellen Sensormodell und dem nichtsequentiellen Modell anzustellen. Das Übertragungsverhalten des Sensormodells OS500 bezüglich des statistischen Moments erster Ordnung wird betrachtet. Aufgrund der resultierenden Abweichungen zwischen dem paraxialen und dem nichtsequentiellen Sensormodell sind Verbesserungen des virtuellen Messgeräts Gegenstand der nachfolgenden Untersuchungen. Die Verbesserungen beziehen sich auf die Beschreibung parametrisierter, sphärischer Linsen, die nachträglich in das Programm integriert wurden. Mithilfe der parametrisierten Oberflächen können sphärische Linsen (bikonvex, bikonkav und konkav-konvex) beschrieben und so die exakten Schnittpunkte, sowie die korrekten Normalenvektoren zur Berechnung der Strahlfortsetzung berechnet werden.

Die Gegenüberstellung des paraxialen und des nichtsequentiellen Sensormodells zeigt nach der Optimierung eine deutliche Verbesserung. So werden die statistischen Momente erster und zweiter Ordnung sehr gut abgebildet. Auch für das statistische Moment dritter Ordnung liefert das nichtsequentielle Ray-Tracing-Programm noch gute Ergebnisse. Eine weitere Optimierung betrifft die Modellierung geometrischer Oberflächen. Um Dreieckseinflüsse bei der Oberflächenbeschreibung infolge der Tessellierung zu vermeiden, können Gradienten bei rauen Oberflächen hinterlegt werden. Das bedeutet, dass Steigungsfehler der tesselierten Oberfläche nicht in das Endergebnis eingehen.

Nach den erzielten Modellverbesserungen wird anschließend der sogenannte Ribletsensor vorgestellt. Dieser Sensor basiert auf dem winkelauflösenden Messprinzip und wird genutzt, um Ribletdegradationen zu messen. Entsprechend werden auch mit diesem Sensormodell Simulationen durchgeführt und Ergebnisse betrachtet.

Abschließend werden die gewonnenen Erkenntnisse der dargelegten Arbeit zusammengefasst und die Arbeit endet mit einem Ausblick zur Verbesserung des Ray-Tracing-Programms VTKTrace.

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichenverzeichnis	XIX
1 Einleitung und Zielsetzung	1
1.1 Vorwort.....	1
1.2 Einleitung	1
1.3 Zielsetzung.....	3
2 Stand der Technik.....	5
2.1 Grundlagen der Wellenoptik.....	5
2.2 Dispersion	10
2.3 Virtuelles, optisches Messen.....	11
2.4 Ray Tracing.....	14
2.4.1 Sequentielles Ray Tracing.....	15
2.4.2 Nichtsequentielles Ray Tracing	17
2.4.3 Kommerzielle Ray-Tracing-Software	18
2.4.4 Methoden für die beschleunigte Ray-Tracing-Berechnung.....	18
2.4.4.1 Axis-Aligned Bounding Boxes (AABBs).....	20
2.4.4.2 Oriented Bounding Boxes (OBBs).....	20
2.4.4.3 Bounding Spheres	20
2.4.4.4 K-D-Trees.....	21
2.4.4.5 Octrees	21
3 Modellannahmen für optische Simulationen.....	23
3.1 Mathematische Beschreibung von Bezugssystemen.....	23
3.2 Modellierung von Lichtquellen und Lichtstreuung	24
3.2.1 Inkohärente Simulation.....	24
3.2.2 Kohärente Simulation	28
3.2.3 Polarisation elektromagnetischer Wellen.....	30
3.2.4 Mathematische Beschreibung virtueller Lichtquellen.....	31
3.3 Oberflächenmodellierung	34
3.3.1 Geometrische Beschreibung von Oberflächen	34
3.3.2 Oberflächennahe Beschreibung elektromagnetischer Wellen.....	35
3.3.3 Oberflächenreflexionen ohne Schichtmodell	39
3.3.4 Dünne Schichten ohne Mehrfachreflexion	41

3.3.5	Dünne Schichten mit Mehrfachreflexion	46
4	Paraxiale Sensormodellierung.....	49
4.1	Der winkelauflösende Streulichtsensor (SLS).....	49
4.1.1	Grundlegende Informationen.....	50
4.1.2	Geometrische Zusammenhänge (OS500).....	52
4.1.3	Ideal inkohärentes Übertragungsverhalten.....	55
4.1.4	Kenngößen zur Beurteilung von Streuwinkelverteilungen	56
4.1.5	Modellevaluierung mittels virtueller Messungen	58
4.1.5.1	Inkohärentes, optisches Übertragungsverhalten	58
4.1.5.2	Virtuelle Streulichtmessungen formbehafteter Oberflächen.....	61
4.1.5.3	Einflüsse der Oberflächenrauheit auf das Sensormodell.....	70
4.1.5.4	Virtuelle Streulichtmessung rauer Oberflächen	72
4.2	Das kurzkohärente Interferometer (CSI)	76
4.2.1	Grundlegende Informationen.....	76
4.2.2	Geometrische Zusammenhänge	78
4.2.3	Optische Weglängenbeschreibung.....	81
4.2.4	Kohärentes Übertragungsverhalten.....	82
4.2.5	Laterale Auflösungsgrenze	85
4.2.6	Modellevaluierung mittels virtueller Messungen	91
4.2.6.1	Kontrastanalyse	91
4.2.6.2	Akzeptanzwinkel.....	94
4.2.6.3	Korrelogramme.....	100
4.2.6.4	Materialeinfluss.....	105
5	Implementierung nichtsequentieller Ray-Tracing-Modelle	111
5.1	Entwicklungsumgebung und Bibliotheken.....	111
5.2	Segmentierte Strahlausbreitung.....	113
5.3	Ray-Tracing-Implementierung auf der GPU.....	119
5.3.1	Informationen zur Parallelisierung mit CUDA®.....	119
5.3.2	Rasterung.....	121
5.3.3	Octree-Implementierung.....	123
5.3.4	CUDA®-Implementierung.....	127
5.3.5	GPU-Performance	130
5.4	Clusterbasierte Ray-Tracing-Berechnung.....	131

5.5	Virtuelle, dynamische Detektoren.....	133
6	Nichtsequentielle Simulation des Sensors OS500.....	137
6.1	Optisches Übertragungsverhalten der Modelle im Vergleich	137
6.2	Implementierung sphärischer Linsenmodelle.....	141
6.3	Virtuelle Messung eines perfekten Spiegels	144
6.4	Übertragungsverhalten für statistische Momente höherer Ordnung.....	145
6.5	Virtuelle Messung des Aq-Normals.....	147
6.6	Virtuelle Ribletmessungen	149
7	Zusammenfassung und Ausblick.....	155
	Anhang.....	159
	Literaturverzeichnis.....	207
	Abbildungsverzeichnis	219
	Tabellenverzeichnis.....	229
	Lebenslauf.....	231
	Veröffentlichungen.....	233
	Betreute studentische Arbeiten	235

Formelzeichenverzeichnis

Kleinbuchstaben Lateinisch

a	Ordnung der Ableitung einer Funktion $z(x,y)$ in x -Richtung
\mathbf{a}	Parametervektor der Gaußfunktion g_p mit $\mathbf{a} = (a_0 \ a_2)^T$
a_0	Parameter einer berechneten Gaußkurve g_p (Maximalwert)
a_1	Parameter einer berechneten Gaußkurve g_p (Schwerpunkt)
a_2	Parameter einer berechneten Gaußkurve g_p (Standardabweichung)
\mathbf{a}_{it}	Iterativ approximierter Parametervektor \mathbf{a}
b	Ordnung der Ableitung der Funktion $z(x,y)$ in y -Richtung
$\hat{\mathbf{b}}_k$	Basisvektor des Wellensystems in Richtung des Vektors \mathbf{k}
block_{id}	Index eines Blocks bei der CUDA [®] -Implementierung
box	Indizierung von Quadern eines implementierten Octrees
$\hat{\mathbf{b}}_{TE}$	Basisvektor des Wellensystems in TE-Richtung
$\hat{b}_{TE,x}$	x -Komponente des Basisvektors $\hat{\mathbf{b}}_{TE}$
$\hat{b}_{TE,y}$	y -Komponente des Basisvektors $\hat{\mathbf{b}}_{TE}$
$\hat{b}_{TE,z}$	z -Komponente des Basisvektors $\hat{\mathbf{b}}_{TE}$
$\hat{\mathbf{b}}_{TM}$	Basisvektor des Wellensystems in TM-Richtung
b_ϕ	Ganzzahliges Vielfaches des Phasenwinkels
c	Lichtgeschwindigkeit in einem optischen Medium
c_0	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
c_σ	Koeffizient zur Berechnung eines diskreten, gaußverteilten Spektrums
d	Indizierung des diskreten Frequenzspektrums
\hat{d}	Ersatzvariable für d
d_{lay}	Dicke einer Oberflächenschicht beim Schichtmodell
d_{Octree}	Index für die Adressierung von Ebenen beim implementierten Octree
\hat{d}_{Octree}	Ersatzvariable für d_{Octree}
$\mathbf{d}_{ray,seg}$	Normierter Richtungsvektor eines virtuellen Strahlsegments
d_{rel}	Relativverschiebung des Strahlteilers beim CSI
$d_{\lambda,Rh}$	Wellenlängenabhängige Auflösungsgrenze (Rayleigh-Kriterium)
e	Eulersche Zahl
\mathbf{e}_0'	Translation des Koordinatensystems der virtuellen Lichtquelle
\mathbf{e}_0''	Translation des Koordinatensystems des virtuellen Detektors
\mathbf{e}_x	Basisvektor des virtuellen Sensors und der Topographie (x -Richtung)
$\mathbf{e}_{x'}$	Basisvektor der virtuellen Lichtquelle (x' -Richtung)
$\mathbf{e}_{x''}$	Basisvektor des virtuellen Detektors (x'' -Richtung)
\mathbf{e}_y	Basisvektor des virtuellen Sensors und der Topographie (y -Richtung)
$\mathbf{e}_{y'}$	Basisvektor der virtuellen Lichtquelle (y' -Richtung)

$\mathbf{e}_{y''}$	Basisvektor des virtuellen Detektors (y'' -Richtung)
\mathbf{e}_z	Basisvektor des virtuellen Sensors und der Topographie (z -Richtung)
$\mathbf{e}_{z'}$	Basisvektor der virtuellen Lichtquelle (z' -Richtung)
$\mathbf{e}_{z''}$	Basisvektor des virtuellen Detektors (z'' -Richtung)
\mathbf{f}	Vektor für die iterative Einpassung einer Gaußkurve in Datenpunkte
f_C	Brennweite der Kollimationslinse bei SLS und CSI
f_{Focus}	Brennweite der Tubuslinse beim CSI
f_{Mirau}	Brennweite des Mirau-Objektivs beim CSI
f_p	Funktional zur iterativen Berechnung des Vektors \mathbf{a}
f_θ	Brennweite des ██████████ -Objektivs beim SLS (OS500)
g_1	Ersatzfunktion zur Beschreibung Grenzen der LED-Leuchtfäche
g_2	Ersatzfunktion für den maximalen, aperturbegrenzten Emissionswinkel
g_p	In Messdaten eingepasste Gaußkurve
$\mathbf{g}_{\text{ray,seg}}$	Gerade zur Beschreibung eines virtuellen Strahlsegments
\hbar	Plancksches Wirkungsquantum
$h_{\text{Gauß}}$	Lateral begrenzte, zweidimensionale Gaußkurve
h_k	Wellenzahlabhängige Punktspreizfunktion (Filterfunktion)
h_m	Diskretes Filter für DHT-Berechnung
i	Index zur Beschreibung der periodischen Profilverschiebung
\mathbf{id}	Vektor mit spezifischen Identifikationsnummern (Octree)
id_u	Komponente des Vektors \mathbf{id} mit $\mathbf{id} = (id_{u=0} \quad id_{u=1} \quad id_{u=2})^T$
it	Iterationsschritt zur Einpassung eines Parametervektors
j	Imaginäre Einheit
\mathbf{j}	Zeitlicher Ladungsfluss (elektrischer Strom)
k	Wellenzahl (skalare Repräsentation des Wellenvektors \mathbf{k})
\mathbf{k}	Reellwertiger Wellenvektor mit $\mathbf{k} = (k_x \quad k_y \quad k_z)^T$
$\mathbf{\hat{k}}$	Komplexwertiger Wellenvektor
\hat{k}	Abtastindex in x -Richtung
\hat{k}''	Abtastindex eines Detektors in x'' -Richtung
k_{Aq}	Korrekturfaktor zur Skalierung des Aq -Werts
k_{Aq2D}	Korrekturfaktor zur Skalierung des Aq_{2D} -Werts
k_{Ask}	Korrekturfaktor zur Skalierung des Ask -Werts
k_d	Skalare Wellenzahl bei diskreter Spektralverteilung
$k_{\hat{d}}$	Ersatzvariable für k_d
\mathbf{k}_d	Komplexwertiger Wellenvektor bei diskreter Spektralverteilung
\mathbf{k}_{lay}	Wellenvektor in Abhängigkeit der betrachteten Oberflächenschicht
k_{max}	Größte Wellenzahl einer diskreten Spektralverteilung η_d
\hat{k}_{max}''	Index \hat{k}'' , an dem der Betrag des Spektrums maximal ist
k_{min}	Kleinste Wellenzahl einer diskreten Spektralverteilung η_d

k_x	Komponente des Wellenvektors \mathbf{k} in x -Richtung
k_y	Komponente des Wellenvektors \mathbf{k} in y -Richtung
k_z	Komponente des Wellenvektors \mathbf{k} in z -Richtung
\hat{l}	Abtastindex in y -Richtung
\hat{l}''	Abtastindex eines Detektors in y'' -Richtung
lay	Index zur Adressierung von Oberflächenschichten (Layer)
\hat{l}_{\max}	Index \hat{l} , an dem der Betrag des Spektrums maximal ist
lr	Einzelmessstrecke
m	Indizierung diskreter Punkte einer Topographie in x -Richtung
\hat{m}	Ersatzvariable für m
m''	Indizierung diskreter Bildpunkte eines Detektors in x'' -Richtung
\hat{m}''	Ersatzvariable für m''
mat1	Index, der einem Material zugewiesen wird (Material 1)
mat2	Index, der einem Material zugewiesen wird (Material 2)
\min_{ID}	Kleinstmögliche Identifikationsnummer innerhalb einer Octree-Ebene
m_r	Steigung einer sphärischen Oberfläche in radialer Richtung
n	Indizierung diskreter Punkte einer Topographie in y -Richtung
\mathbf{n}	Normalenvektor
\hat{n}	Ersatzvariable für n
n''	Indizierung diskreter Bildpunkte eines Detektors in y'' -Richtung
\hat{n}''	Ersatzvariable für n''
n_C	Brechzahl, die der Fraunhofer-Wellenlänge λ_C zugeordnet ist
n_d	Brechzahl, die der Fraunhofer-Wellenlänge λ_d zugeordnet ist
n_F	Brechzahl, die der Fraunhofer-Wellenlänge λ_F zugeordnet ist
$\mathbf{n}_{m,n}^{(1)}$	Erster von zwei Normalenvektoren bei der Oberflächentessellierung
$\mathbf{n}_{m,n}^{(2)}$	Zweiter von zwei Normalenvektoren bei der Oberflächentessellierung
n_r	Brechungsindex oder Brechzahl (reellwertig)
\underline{n}_r	Komplexwertiger Brechungsindex (elektromagnetische Dämpfung)
$\underline{n}_{r,air}$	Komplexwertiger Brechungsindex des Vakuums
$\underline{n}_{r,Cu}$	Komplexwertiger Brechungsindex von Kupfer (Cu)
$\underline{n}_{r,Fe}$	Komplexwertiger Brechungsindex von Eisen (Fe)
$n_{r,lay}$	Brechungsindex einer Oberflächenschicht lay (reellwertig)
$\underline{n}_{r,lay}$	Komplexwertiger Brechungsindex einer Oberflächenschicht lay
$\underline{n}_{r,mat1}$	Brechungsindex des Materials mit der Bezeichnung mat1
$n_{r,MAT}$	Brechzahl, die dem optischen Weg opd_{MAT} zugewiesen wird (reellwertig)
$\underline{n}_{r,ray,seg}$	Brechungsindex $\in \mathbb{C}$, der einem Strahlsegment zugewiesen wird
\mathbf{n}_{tri}	Normalenvektor eines virtuellen, geometrischen Dreiecks
opd	Optische Weglängendifferenz (OPD)

opd_1	Optische Weglängendifferenz beim CSI (Messpfad)
$\text{opd}_{1,1}$	Optische Weglängendifferenzen beim CSI (erster Teilpfad von opd_1)
$\text{opd}_{1,2}$	Optische Weglängendifferenzen beim CSI (zweiter Teilpfad von opd_1)
opd_2	Optische Weglängendifferenz beim CSI (Referenzpfad)
$\text{opd}_{2,1}$	Optische Weglängendifferenzen beim CSI (erster Teilpfad von opd_2)
$\text{opd}_{2,2}$	Optische Weglängendifferenzen beim CSI (zweiter Teilpfad von opd_2)
$\text{opd}_{\text{lay,lay}+1}$	Optische Weglängendifferenz zwischen zwei Grenzschichten
opd_{MAT}	Optische Weglänge bei Reflexion an der Materialschicht MAT
opd_{ray}	Optische Weglängendifferenz bei vorliegender Materialschicht
$\text{opd}_{\text{ray,seg}}$	Optische Weglängendifferenz eines Strahlsegments
ρ	Diskreter Ortsbereich von \hat{I}_{R_0}
$\hat{\rho}$	Radialwert, an dem der Akzeptanzwinkel des CSI erreicht ist
$\rho_{\text{Gauß}}$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (Normalverteilung)
$\mathbf{p}_{m,n}$	Eckpunkt eines Dreiecks bei der Tesselerung einer Topographie
\mathbf{p}_{tri}	Eckpunkt eines virtuellen, geometrischen Dreiecks
q	Diskreter Ortsfrequenzbereich von \hat{I}_{R_0}
$\mathbf{q}_{m,n}$	Eckpunkt eines Dreiecks bei der Tesselerung einer Topographie
\mathbf{q}_{tri}	Eckpunkt eines virtuellen, geometrischen Dreiecks
r	Projizierter Radius auf einer Oberfläche (Referenzkoordinatensystem)
ray	Index zur Adressierung virtueller Lichtstrahlen
ray _{seg}	Index eines Strahls in Abhängigkeit des Strahlsegments (CUDA®)
$\mathbf{r}_{\text{conv,it}}$	Matrix zur Einstellung von Konvergenz
r_d "	Diskreter Radialwert im Messbild eines virtuellen Detektors
$r_{d,\text{max}}$ "	Maximum des diskreten Radialwerts r_d "
ref	Index zur Adressierung der schichtbezogenen Reflexionen
res	Residuenvektor
$\mathbf{r}_{m,n}$	Eckpunkt eines Dreiecks bei der Tesselerung einer Topographie
\mathbf{r}_{tri}	Eckpunkt eines virtuellen, geometrischen Dreiecks
$\underline{r}_{\text{TE}}$	TE-Reflexionsgrad $\in \mathbb{C}$
$\underline{r}_{\text{TE}}^{(\text{lay,lay}+1)}$	TE-Reflexionsgrad $\in \mathbb{C}$ bei der Schichtmodellierung
$\underline{r}_{\text{TM}}$	TM-Reflexionsgrad $\in \mathbb{C}$
$\underline{r}_{\text{TM}}^{(\text{lay,lay}+1)}$	TM-Reflexionsgrad $\in \mathbb{C}$ bei der Schichtmodellierung
r_x	Indizierung eines in x -Richtung unterteilten Volumens
r_y	Indizierung eines in y -Richtung unterteilten Volumens
r_z	Indizierung eines in z -Richtung unterteilten Volumens
s	Index zur Beschreibung der Piezoposition
seg	Index zur Adressierung virtueller Strahlsegmente
$\widehat{\text{seg}}$	Ersatzvariable für seg
\hat{s}_{max}	Virtuell gemessene Position der Lage des Maximums von $\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{upper})}$

\hat{s}_{\min}	Virtuell gemessene Position der Lage des Minimums von $\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{lower})}$
$\mathbf{s}_{m,n}$	Eckpunkt eines Dreiecks bei der Tesselierung einer Topographie
s_p	Empirische Standardabweichung der Funktionswerte von f_p
t	Zeit
$\text{thread}_{\text{id}}$	Index eines Threads bei der CUDA [®] -Implementierung
tri	Index zur Adressierung geometrischer Dreiecke (CUDA [®])
$\hat{\text{tri}}$	Ersatzvariable für tri
$\underline{t}_{\text{TE}}$	TE-Transmission $\in \mathbb{C}$
$\underline{t}_{\text{TE}}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)}$	TE-Transmission $\in \mathbb{C}$ bei der Schichtmodellierung
$\underline{t}_{\text{TM}}$	TM-Transmission $\in \mathbb{C}$
$\underline{t}_{\text{TM}}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)}$	TM-Transmission $\in \mathbb{C}$ bei der Schichtmodellierung
u	Indizierung der Raumrichtung bei der Volumenunterteilung
\mathbf{v}	Basisvektor des Wellenkoordinatensystems
\mathbf{v}_{tri}	Hilfsvektor für Schnittberechnung zwischen Strahl und Dreieck
\mathbf{w}	Basisvektor des Wellenkoordinatensystems
x	Koordinate für den Basisvektor \mathbf{e}_x (Referenzsystem)
\mathbf{x}	Räumliche Position im euklidischen Raum mit $\mathbf{x} = (x \ y \ z)^T$
x'	Koordinate für den Basisvektor $\mathbf{e}_{x'}$ (System der virtuellen Lichtquelle)
\mathbf{x}'	Räumliche Position im Koordinatensystem einer virtuellen Lichtquelle
x''	Koordinate für den Basisvektor $\mathbf{e}_{x''}$ (System des virtuellen Detektors)
\mathbf{x}''	Räumliche Position im Koordinatensystem eines virtuellen Detektors
x_1	Geometrische Ersatzgröße beim SLS
x_2	Geometrische Ersatzgröße beim SLS
$\mathbf{x}_{k,0}$	Ausgangspunkt einer elektromagnetischen Welle
$x_{k,0}$	x -Koordinate des Ausgangspunkts einer elektromagnetischen Welle
$x_{k_d,0}$	Komponente von $\mathbf{x}_{k_d,0}$ in x -Richtung
$\mathbf{x}_{k_d,0}$	Ausgangspunkt einer elektromagnetischen Welle (diskret)
x_{\max}	Länge einer Topographie in x -Richtung
\hat{x}_{\max}	Maximum der euklidischen Raumbegrenzung in x -Richtung
\hat{x}_{\min}	Minimum der euklidischen Raumbegrenzung in x -Richtung
$\mathbf{x}_{m,n}$	Vektor der diskreten Koordinaten $x_{m,n}$, $y_{m,n}$ und $z_{m,n}$ ($\in \mathbb{R}^3$)
x_{Mirror}	x -Koordinate auf dem Referenzspiegel des CSI
x_{off}''	Verschiebung (engl. <i>offset</i>) in x'' -Richtung im System des Detektors
$x_{\text{off}, \text{Mirror}}''$	Offset-Position in x'' -Richtung (Spiegel beim CSI)
$\mathbf{x}_{\text{ray}, \text{seg}}$	Dreiecksschnittpunkt mit virtuellem Strahlsegment
x_{r_x}	x -Position abhängig vom Index r_x
y	Koordinate für den Basisvektor \mathbf{e}_y (Referenzsystem)
y'	Koordinate für den Basisvektor $\mathbf{e}_{y'}$ (System der virtuellen Lichtquelle)
y''	Koordinate für den Basisvektor $\mathbf{e}_{y''}$ (System des virtuellen Detektors)

$y_{k,0}$	y -Koordinate des Ausgangspunkts einer elektromagnetischen Welle
$y_{k_d,0}$	Komponente von $\mathbf{x}_{k_d,0}$ in y -Richtung
y_{\max}	Länge einer Topographie in y -Richtung
\hat{y}_{\max}	Maximum der euklidischen Raumbegrenzung in y -Richtung
\hat{y}_{\min}	Minimum der euklidischen Raumbegrenzung in y -Richtung
y_{Mirror}	y -Koordinate auf dem Referenzspiegel des CSI
y_{off}''	Verschiebung (engl. <i>offset</i>) in y'' -Richtung im System des Detektors
$y_{\text{off,Mirror}}''$	Offset-Position in y'' -Richtung (Spiegel beim CSI)
y_{r_y}	y -Position abhängig vom Index r_y
z	Koordinate für den Basisvektor \mathbf{e}_z (Referenzsystem)
\hat{z}	Gefilterte, kontinuierliche Topographie
z'	Koordinate für den Basisvektor $\mathbf{e}_{z'}$ (System der virtuellen Lichtquelle)
z''	Koordinate für den Basisvektor $\mathbf{e}_{z''}$ (System des virtuellen Detektors)
z_0	Amplitude einer phasenverschobenen, kosinusförmigen Oberfläche
z_1	Erste von zwei Hilfsgrößen zur Beschreibung sphärischer Oberflächen
z_2	Zweite von zwei Hilfsgrößen zur Beschreibung sphärischer Oberflächen
z_H	Signal nach Anwendung der Hilbert-Transformation
$z_{H,m}$	Signal nach Anwendung der DHT
z_j	Funktionsabschnitt eines periodischen Profils
$z_{k,0}$	z -Koordinate des Ausgangspunkts einer elektromagnetischen Welle
$z_{k_d,0}$	Komponente von $\mathbf{x}_{k_d,0}$ in z -Richtung
z_{lower}	Minimale Piezoposition in z -Richtung
z_m	Diskreter Topographiewert (eindimensionale Repräsentation)
\hat{z}_{\max}	Maximum der euklidischen Raumbegrenzung in z -Richtung
\hat{z}_{\min}	Minimum der euklidischen Raumbegrenzung in z -Richtung
$z_{m,n}$	Diskreter Topographiewert (zweidimensionale Repräsentation)
z_{upper}	Maximale Piezoposition in z -Richtung
z_{r_z}	z -Position abhängig vom Index r_z
z_{λ_y}	Phasenverschobene, kosinusförmige Topographie mit Welligkeit λ_y

Großbuchstaben Lateinisch

A'	Flächenbereich einer virtuellen, ebenen Lichtquelle
Aku	Kurtosis der Streuwinkelverteilung (eindimensional)
\mathbf{A}_{MAT}	Matrix zur Berücksichtigung des Materialeinflusses
$\mathbf{A}_{\text{MAT}}^{(1)}$	Matrix für elektromagnetische Materialinteraktion $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ (TE-Anteil)
$\mathbf{A}_{\text{MAT}}^{(2)}$	Matrix für elektromagnetische Materialinteraktion $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ (TE-Anteil)
$\mathbf{A}_{\text{MAT}}^{(3)}$	Matrix für elektromagnetische Materialinteraktion $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ (TE-Anteil)
A_q	Varianz der Streuwinkelverteilung (eindimensional)

Aq_{2D}	Varianz der zweidimensionalen Streuwinkelverteilung
$Aq_{2D,max}$	Wert von Aq_{2D} bei gleichverteilter Streuwinkelverteilung
Aq_{max}	Wert von Aq bei gleichverteilter Streuwinkelverteilung
Aq_{virt}	Aus virtuellen Messdaten ermittelter Aq -Wert
Aq_x	Varianz der Streuwinkelverteilung in x -Richtung
Aq_y	Varianz der Streuwinkelverteilung in y -Richtung
A_r	Projizierte Kreisfläche auf einer geometrischen Oberfläche
A'_r	Kreisfläche in Abhängigkeit des Radius einer virtuellen Lichtquelle
Ask	Schiefe der Streuwinkelverteilung (eindimensional)
Ask_{virt}	Aus virtuellen Messdaten ermittelter Ask -Wert
B	Magnetischer Flussdichtevektor $\in \mathbb{R}^3$
B_k	k -Transformationsmatrix $\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$
B_{MAT}⁽¹⁾	Matrix für elektromagnetische Materialinteraktion $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ (TM-Anteil)
B_{MAT}⁽²⁾	Matrix für elektromagnetische Materialinteraktion $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ (TM-Anteil)
B_{MAT}⁽³⁾	Matrix für elektromagnetische Materialinteraktion $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ (TM-Anteil)
BSDF_k	BSDF in Abhängigkeit der Wellenzahl
B_{TE}	TE-Transformationsmatrix $\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$
B_{TE}^(lay,lay+1)	TE-Transformationsmatrix $\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (Schichtübergang lay zu lay+1)
B_{TE}^(lay+1,lay)	TE-Transformationsmatrix $\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (Schichtübergang lay+1 zu lay)
B_{TM}	TM-Transformationsmatrix $\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$
B_{TM}^(lay,lay+1)	TM-Transformationsmatrix $\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (Schichtübergang lay zu lay+1)
B_{TM}^(lay+1,lay)	TM-Transformationsmatrix $\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (Schichtübergang lay+1 zu lay)
C2	Zweifach stetige Differenzierbarkeit
D	Abstand zwischen  -Objektiv und Kollimator beim SLS
D	Elektrischer Flussdichtevektor $\in \mathbb{R}^3$
D_1	Abstand zwischen Kollimator und Mirau-Objektiv beim CSI
D_2	Abstand zwischen Tubuslinse und Mirau-Objektiv beim CSI
$\underline{D}_{air,mat1}$	DFT2D der CSI-Messung (Übergang von Vakuum zu mat1)
$\underline{D}_{air,mat2}$	DFT2D der CSI-Messung (Übergang von Vakuum zu mat2)
DIM_{block,seg}	Segmentabhängige Anzahl an CUDA®-Blöcken
DIM_{thread}	Anzahl der Threads bei der CUDA®-Implementierung
DIM_{tri}	Anzahl der Datenpakete für Dreiecksberechnungen (CUDA®)
D_{Octree}	Maximale Tiefe einer Baumstruktur (Octree)
D_{z_i}	Definitionsbereich der Funktion z_i
E	Elektrischer Feldstärkevektor $\in \mathbb{R}^3$
E₀	Konstanter, elektrischer Feldstärkevektor $\in \mathbb{C}^3$
$E_{0,v}$	Amplitude des elektrischen Feldes in v -Richtung
$E_{0,w}$	Amplitude des elektrischen Feldes in w -Richtung
$E_{Detector}$	Raumbene, die einen virtuellen Detektor beschreibt

\underline{E}_k	Elektrischer Feldstärkevektor $\in \mathbb{C}^3$ (reellwertiger Wellenvektor)
$\underline{E}_{k,0}$	Elektrischer Amplitudenvektor $\in \mathbb{C}^3$ (reellwertiger Wellenvektor)
$\underline{E}_{k,0}$	Elektrischer Amplitudenvektor $\in \mathbb{C}^3$ (komplexwertiger Wellenvektor)
$\underline{E}_{kd,0}$	Elektrischer Amplitudenvektor bei diskreter Spektralverteilung $\in \mathbb{C}^3$
\underline{E}_{kd}	Elektrischer Feldstärkevektor $\in \mathbb{R}^3$ (bei einem diskreten Spektrum)
$\underline{E}_{k\hat{d}}$	Ersatzvariable für \underline{E}_{kd}
$\underline{E}_{k,Detector}$	Elektrischer Feldstärkevektor (Detektor) $\in \mathbb{C}^3$
$E_{k,eff}$	Effektivwert der elektrischen Feldstärke
$\underline{E}_{k,Mirau}$	Elektrischer Feldstärkevektor (Mirau-Objektiv) $\in \mathbb{C}^3$
$\underline{E}_{k,Source}$	Elektrischer Feldstärkevektor (Lichtquelle) $\in \mathbb{C}^3$
$\underline{E}_{k,TE}$	Elektrischer Feldstärkevektor in TE-Richtung $\in \mathbb{C}^3$
$\underline{E}_{k,TM}$	Elektrischer Feldstärkevektor in TM-Richtung $\in \mathbb{C}^3$
ENV_{R_0}	Einhüllende des Signals \hat{I}_{R_0}
$ENV_{\sigma_k}^{(lower)}$	Untere Signaleinhüllende (ENV) in Abhängigkeit von σ_k
$ENV_{\sigma_k}^{(upper)}$	Obere Signaleinhüllende (ENV) in Abhängigkeit von σ_k
$E_{r_x, r_y, r_z}^{(x)}$	Ebene bei Raumrasterung in \mathbf{e}_x -Richtung
$E_{r_x, r_y, r_z}^{(y)}$	Ebene bei Raumrasterung in \mathbf{e}_y -Richtung
$E_{r_x, r_y, r_z}^{(z)}$	Ebene bei Raumrasterung in \mathbf{e}_z -Richtung
$\underline{E}_{R,k}$	Elektrischer Feldstärkevektor einer Elementarwelle $\in \mathbb{C}^3$
\underline{E}_{Σ}	Summe elektrischer Feldstärkevektoren $\in \mathbb{R}^3$
\underline{E}_{Σ}	Summe elektrischer Feldstärkevektoren $\in \mathbb{C}^3$
$E_{\Sigma,inc}$	Elektrische Feldstärke, die dem inkohärenten Signalanteil entspricht
$\underline{E}_{\Sigma,Source}$	Feldstärkevektor der Lichtquelle im Referenzkoordinatensystem $\in \mathbb{C}^3$
G0	Anzahl der Eingabe-Datentypen (DLL CADUTrace)
G1	Anzahl der Datentypen im <i>shared memory</i> (DLL CADUTrace)
G2	Anzahl der Ausgabe-Datentypen (DLL CADUTrace)
H	Streuwinkelverteilung
H	Magnetischer Feldstärkevektor $\in \mathbb{R}^3$
H_{in}	Mittendicke einer sphärischen Linse
\underline{H}_k	Optische Übertragungsfunktion $\in \mathbb{C}$ (wellenzahlabhängig)
H_{out}	Äußere Linsendicke einer sphärischen Linse
H_{virt}	Mittels virtueller Messung ermittelte Streuwinkelverteilung
\hat{H}_{virt}	Abgetastete, virtuelle Streuwinkelverteilung
$\bar{I}_{air,mat1}$	Zeitlich gemittelte Intensität bei CSI-Messung des Materials mat1
$I_{d,\hat{d}}$	Intensität berechnet mittels diskreter Spektralanteile
ID _{box}	Identifikationsnummer eines Volumenelements
\hat{ID}_{box}	Identifikationsnummer des übergeordneten Volumenelements
\bar{I}_k	Zeitlich gemittelte, wellenzahlabhängige Intensität
\bar{I}'_k	Zeitlich gemittelte, wellenzahlabhängige Intensität

$\bar{I}_{k,0}$	Wellenzahlabhängige, zeitlich gemittelte Intensität
$\bar{I}_{k,\text{Detector}}$	Wellenzahlabhängige, zeitlich gemittelte Intensität auf einem Detektor
$\bar{I}_{k,\text{Mirau}}$	Wellenzahlabhängige, beugungsbedingte Intensität (Mirau-Objektiv)
$\bar{I}_{k,\text{Source}}$	Wellenzahlabhängige, zeitlich gemittelte Intensität einer Lichtquelle
\hat{I}_{R_0}	Durch Spiegelung von $\bar{I}_{R_0,\text{Trans}}$ erweitertes, diskretes Signal
\bar{I}_{R_0}	Virtuell gemessene Intensitätsverteilung, abhängig von R_0 (CSI)
$\bar{I}_{R_0,\text{Trans}}$	Diskrete, zeitlich gemittelte Intensität in radialer Richtung
I_∞	Intensität, die inkohärentem Lichtanteil zuzuordnen ist
\bar{I}_ρ	Zeitlich gemittelte Intensitätsverteilung in Abhängigkeit von ρ
\bar{I}_{σ_k}	Zeitlich gemittelte Intensitätsverteilung in Abhängigkeit von σ_k
I_Σ	Gesamtintensität (wellenlängenunabhängig)
\bar{I}_Σ	Gesamtintensität (wellenlängenunabhängig, zeitlich gemittelt)
J_1	Bessel-Funktion erster Ordnung
\mathbf{J}_{f_p}	Jacobi-Matrix von f_p zur iterativen Approximation von \mathbf{a}
K	Anzahl diskreter Punkte einer Topographie in x -Richtung
K'	Anzahl strahlemittierender Punkte einer Lichtquelle in x' -Richtung
K''	Anzahl diskreter Bildpunkte eines virtuellen Detektors in x'' -Richtung
K_d	Anzahl der Stützstellen der diskreten Spektralverteilung η_d
L	Anzahl diskreter Punkte einer Topographie in y -Richtung
L'	Anzahl strahlemittierender Punkte einer Lichtquelle in y' -Richtung
L''	Anzahl diskreter Bildpunkte eines virtuellen Detektors in y'' -Richtung
LAY	Anzahl der Schichten eines Oberflächenmodells
L_c	Abschneideindex (der Gaußkurve)
L_k	Strahldichte (wellenzahlabhängig)
M	Mittlere Lage der Streuwinkelverteilung (eindimensional)
$\underline{\mathbf{M}}_0$	Materialabhängige Übertragungsmatrix (Modell 0) $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$
$\underline{\mathbf{M}}_1$	Materialabhängige Übertragungsmatrix (Modell 1) $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$
$\underline{\mathbf{M}}_2$	Materialabhängige Übertragungsmatrix (Modell 2) $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$
M_{2D}	Mittlere Lage der Streuwinkelverteilung (zweidimensional)
MAT	Index der reflektierenden Materialschicht
M_{ref}	Referenzwert für maximalen Oberflächenwinkel
M_{virt}	Mittels virtueller Messung ermittelter M -Wert
M_x	Mittlere Lage der Streuwinkelverteilung in x -Richtung
M_y	Mittlere Lage der Streuwinkelverteilung in y -Richtung
N	Anzahl der fotosensitiven Dioden beim SLS (OS500)
NA	Numerische Apertur
\widehat{NA}	Anhand von Messdaten berechneter Wert für NA
N_{boxes}	Anzahl der Volumenelemente des implementierten Octrees
N_{ranks}	Anzahl der Programminstanzen bei Verwendung von MSMPI

N_{rays}	Anzahl virtueller Lichtstrahlen
N_{seg}	Anzahl virtueller Strahlsegmente
$N_{\text{seg, rays}}$	Segmentabhängige Anzahl virtueller Lichtstrahlen (CUDA®)
N_{steps}	Anzahl der Schritte bei vertikaler Topographieverschiebung
N_{tri}	Anzahl geometrischer Dreiecke
$P_{A_r}(R')$	Wahrscheinlichkeitsverteilung bezogen auf den Flächenanteil
P_d	Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Zuordnung von Wellenlängen
$P_{R'}$	Wahrscheinlichkeitsverteilung bezogen auf den Radialwert
R	Kugelradius
R'	Zufallsvariable zur Beschreibung eines Radialwerts
R_0	Krümmungsradius
$R_{0, \text{min}}$	Minimaler Krümmungsradius
R_1	Erster von zwei Krümmungsradien einer sphärischen Linse
R_2	Zweiter von zwei Krümmungsradien einer sphärischen Linse
R_a	Arithmetischer Mittenrauwert
R'_A	Untere Grenze für die Zufallsvariable R'
RANK	Programminstanz bei der Verwendung von MSMPI
R_{Ap}	Aperturradius
R_B	Verrundungsradius der Flanken der Riblets
R'_B	Obere Grenze für die Zufallsvariable R'
R_C	Aperturradius des Kollimators bei SLS und CSI
R_{dq}	Quadratischer Mittelwert der Profilsteigung
REF	Anzahl der Reflexionen innerhalb einer Materialschicht
R'_{equal}	Zufälliger Radialwert (bei gleichverteilter Punktedichte)
$R'_{\text{Gauß}}$	Zufälliger Radialwert bei normalverteilter Punktedichte
R_{LED}	Radius der kreisförmigen Leuchtfläche einer LED
R_{max}	Maximale Rautiefe
R'_{max}	Maximalwert der Zufallsvariablen R'
R_{Mirau}	Aperturradius des Mirau-Objektivs beim CSI
R_{Mirror}	Radius des Referenzspiegels des Mirau-Objektivs beim CSI
R_q	Quadratischer Mittenrauwert
$\mathbf{R}_{\text{Rot}, r}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)}$	Rotationsmatrix für Reflexionsberechnung an einer Grenzschicht
$\mathbf{R}_{\text{Rot}, t}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)}$	Rotationsmatrix für Brechungsrechnung an einer Grenzschicht
R_{Spot}	Leuchtfleckradius im Brennweitenabstand des SLS (OS500)
R_T	Verrundungsradius der Spitzen bei Riblets
$\mathbf{R}_{\text{Trans}}$	Matrix zur Berechnung der elektrischen Feldtransformation
R_x	Äquidistante Volumenunterteilung in \mathbf{e}_x -Richtung
R_y	Äquidistante Volumenunterteilung in \mathbf{e}_y -Richtung
R_z	Äquidistante Volumenunterteilung in \mathbf{e}_z -Richtung

Rz	Gemittelte Rautiefe
\mathbf{R}_{φ_x}	Rotationsmatrix (Berechnung der Rotation um den Vektor \mathbf{e}_x)
\mathbf{R}_{φ_y}	Rotationsmatrix (Berechnung der Rotation um den Vektor \mathbf{e}_y)
\mathbf{R}_{φ_z}	Rotationsmatrix (Berechnung der Rotation um den Vektor \mathbf{e}_z)
Sdq	Mittlerer quadratischer Gradient der skalenbegrenzten Oberfläche
$\mathbf{S}_{D,ray,seg}$	Schnittpunkt eines Strahlsegments mit dem Detektor
SNR	SNR-Verlauf
SNR_{R_0}	SNR-Verlauf in Abhängigkeit des Krümmungsradius
$\mathbf{S}_{tri,ray,seg}$	Potentieller Dreiecksschnitt eines virtuellen Strahlsegments
$\mathbf{S}_{tri,ray,seg}$	Ersatzvariable für $\mathbf{S}_{tri,ray,seg}$
T_1	Anfangszeitpunkt eines vorgegebenen Zeitintervalls
$\underline{\mathbf{T}}_1$	Wechselwirkungsmatrix beim CSI $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ (für den Messpfad)
T_2	Endzeitpunkt eines vorgegebenen Zeitintervalls
$\underline{\mathbf{T}}_2$	Wechselwirkungsmatrix beim CSI $\in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ (für den Referenzpfad)
TIS_k	TIS in Abhängigkeit der Wellenzahl
$\mathbf{V}_{ID_{box}}$	Volumenelement des implementierten Octrees (Volumen ID_{box})
$\mathbf{V}_{\hat{ID}_{box}}$	Volumenelement des implementierten Octrees (Volumen \hat{ID}_{box})
$\mathbf{V}_{r_x, r_y, r_z}$	Wertebereich der Koordinaten bei quaderförmigem Volumen
W_{photon}	Photonenenergie
X'	Gleichverteilte Zufallsvariable zur Berechnung einer Strahlverteilung
Y'	Gleichverteilte Zufallsvariable zur Berechnung einer Strahlverteilung
\underline{Z}	Fourier-Transformation von z
Z'	Gleichverteilte Zufallsvariable zur Berechnung einer Strahlverteilung
$\underline{Z}_{\hat{k}}$	Diskrete Fourier-Transformation von z_m
$\underline{Z}_{\hat{k}, \hat{l}}$	Zweidimensionale, diskrete Fourier-Transformation von $z_{m,n}$

Kleinbuchstaben Griechisch

α	Abbildungswinkel bei SLS und CSI
β	Normierungsfaktor
δ	Dirac-Impuls
δ_K	Kronecker-Delta
δy	Periodenlänge des sogenannten Aq -Normals
ε_0	Permittivität des Vakuums (dielektrisch)
ε_1	Oberflächenbezogener Einfallswinkel für das Material mat1
ε_2	Brechungswinkel beim Materialübergang mat1 zu mat2
ε_{lay}	Einfallswinkel in Abhängigkeit der Schicht (vor der Lichtbrechung)
ε_{lay+1}	Ausfallswinkel in Abhängigkeit der Schicht (nach der Lichtbrechung)
ε_{max}	Grenzwinkel

ζ	Parametrisierte Oberflächenkoordinate orthogonal zu τ
x	Kontinuierliche, intensitätsbezogene Spektralverteilung
η_d	Diskrete, intensitätsbezogene Spektralverteilung
$\theta_{AZ,M2D}$	Azimutwinkel für M_{2D} -Angabe
θ_{max}	Maximal abbildbarer Winkel einer Lichtquelle (begrenzt durch Apertur)
$\theta_{off,x''}$	Offset-Winkel in x'' -Richtung
$\theta_{off,x''},Mirror$	Auftreffwinkel auf Detektor in x'' -Richtung (bei Spiegelreflexion)
$\theta_{off,y''}$	Offset-Winkel in y'' -Richtung
θ_p	Polarwinkel einer strahlemittierenden Leuchtfläche
θ_r	Steigungswinkel einer sphärischen Oberfläche
$\theta_{r'}$	Radialwinkel einer strahlemittierenden Leuchtfläche
$\theta_{r,max}$	Maximaler Steigungswinkel einer sphärischen Oberfläche
$\theta_{R'}$	Per Zufall berechneter Radialwinkel (gleichverteilt)
θ_x	Strahlwinkel in x -Richtung (bezogen auf das Referenzsystem)
$\theta_{x'}$	Emissionswinkel eines Strahls der Leuchtfläche in x' -Richtung
$\theta_{x''}$	Einfallswinkel eines Strahls auf einem Detektor in x'' -Richtung
$\theta_{x,Mirror}$	Einfallswinkel in x -Richtung beim Referenzspiegel des CSI
$\theta_{x,r}$	Strahlwinkel in x -Richtung (Topographiereflexion im Referenzsystem)
$\theta_{x,r,max}$	Maximal messbarer Reflexionswinkel beim CSI in x -Richtung
θ_y	Strahlwinkel in y -Richtung (bezogen auf das Referenzsystem)
$\theta_{y'}$	Emissionswinkel eines Strahls der Leuchtfläche in y' -Richtung
$\theta_{y''}$	Einfallswinkel eines Strahls auf einem Detektor in y'' -Richtung
$\theta_{y,Mirror}$	Einfallswinkel in y -Richtung beim Referenzspiegel des CSI
$\theta_{y,r}$	Strahlwinkel in y -Richtung (Topographiereflexion im Referenzsystem)
$\theta_{y,r,max}$	Maximal messbarer Reflexionswinkel beim CSI in y -Richtung
κ	Dämpfungsfaktor
κ_{lay}	Dämpfungsfaktor der betrachteten Materialschicht
κ_{mat1}	Dämpfungsfaktor des Materials mit der Bezeichnung mat1
κ_x	Ortskreisfrequenz in x -Richtung
κ_y	Ortskreisfrequenz in y -Richtung
$\mathbf{\kappa}_\zeta$	Krümmungsvektor in parametrisierter Koordinatenrichtung ζ
$\mathbf{\kappa}_\tau$	Krümmungsvektor in parametrisierter Koordinatenrichtung τ
λ	Wellenlänge einer elektromagnetischen Welle
λ_c	Grenzwellenlänge zur Trennung von Welligkeit und Rauheit
$\lambda_{c,OS500}$	Sensorspezifische Grenzwellenlänge (OS500)
λ_C	Eine der drei Fraunhofer-Wellenlängen λ_C , λ_d und λ_F
λ_d	Eine der drei Fraunhofer-Wellenlängen λ_C , λ_d und λ_F
λ_f	Grenzwellenlänge zur Trennung von Form und Welligkeit
λ_F	Eine der drei Fraunhofer-Wellenlängen λ_C , λ_d und λ_F

λ_{Photon}	Wellenlänge, die einem Photon zugewiesen wird
λ_{ray}	Wellenlänge, die einem virtuellen Lichtstrahl zugewiesen wird
λ_x	Wellenlänge einer geometrischen Oberfläche in x -Richtung
λ_y	Wellenlänge einer geometrischen Oberfläche in y -Richtung
μ_0	Permeabilität des Vakuums (magnetisch)
$\mu_{D,\text{ray,seg}}$	Parameter für Detektorschnitt mit einem Strahlsegment
$\mu_{\text{Gauß}}$	Schwerpunkt der Gaußverteilung
μ_k	Schwerpunkt des diskreten, gaußförmigen Spektrums
$\mu_{\text{ray,seg}}$	Parametrisierte Koordinate eines virtuellen Strahlsegments
$\mu_{\text{tri},r}^{(1)}$	Geradenparameter für Schnittpunktanalyse (Jordan-Analyse)
$\mu_{\text{tri},r}^{(2)}$	Geradenparameter für Schnittpunktanalyse (Jordan-Analyse)
$\mu_{\text{tri,ray,seg}}$	Parametrisierte, virtuelle Segmentschnittlänge
$\tilde{\mu}_{\text{tri,ray,seg}}$	Parametrisierte, virtuelle Segmentschnittlänge (nicht evaluiert)
$\mu_{\text{tri},s}^{(1)}$	Geradenparameter für Schnittpunktanalyse (Jordan-Analyse)
$\mu_{\text{tri},s}^{(2)}$	Geradenparameter für Schnittpunktanalyse (Jordan-Analyse)
ν	Intensitätsbezogener Reflexionsgrad einer Oberfläche beim CSI
ν_d	Abbe-Zahl
ξ_A	Ersatzgröße zur Angabe des Übertragungsverhaltens eines CSI
ξ_B	Ersatzgröße zur Angabe des Übertragungsverhaltens eines CSI
π	Kreiszahl
ρ	Verhältnis von Transmission zu Reflexion beim Objektiv des CSI
ρ_e	Freie Ladung
ρ_{opt}	Optimales Strahlteilverhältnis beim CSI
σ	Sprungfunktion
$\sigma_{\text{Gauß}}$	Standardabweichung der Gaußverteilung
σ_k	Wellenzahlbezogene Standardabweichung des Spektrums
σ_λ	Wellenlängenbezogene Standardabweichung des Spektrums
τ	Parametrisierte Oberflächenkoordinate orthogonal zu ζ
φ	Kontinuierlicher, messbarer Winkel beim SLS
φ_m''	Diskrete Streuwinkel beim SLS in x'' -Richtung
φ_n''	Diskrete Streuwinkel beim SLS in y'' -Richtung
$\varphi_{x,\text{max}}$	Maximal messbarer Winkel in x -Richtung
$\varphi_{y,\text{max}}$	Maximal messbarer Winkel in y -Richtung
ϕ_0	Phasenverschiebung einer kosinusförmigen Oberfläche
$\phi_{0,x'}$	Phase der elektromagnetischen Wellenkomponente in \mathbf{v} -Richtung
$\phi_{0,y'}$	Phase der elektromagnetischen Wellenkomponente in \mathbf{w} -Richtung
$\phi_{\text{air,mat1}}$	Phasenwinkel (Übergang von Vakuum zu Material mat1)
$\phi_{\text{air,mat2}}$	Phasenwinkel (Übergang von Vakuum zu Material mat2)
ϕ_d	Diskreter Phasenwinkel

ϕ_d	Ersatzvariable für ϕ_d
χ	Index zur Adressierung von Threads (CUDA®)
ω	Skalare Winkelgeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle
$\mathbf{\omega}$	Winkelgeschwindigkeitsvektor in Richtung des Vektors \mathbf{k}
ω_d	Diskreter, skalarer Wert der Winkelgeschwindigkeit
ω_d	Ersatzvariable für ω_d

Großbuchstaben Griechisch

Δ	Abweichung zwischen Soll- und Istwert
$\Delta \mathbf{a}$	Änderung des Parametervektors \mathbf{a}
Δa_0	Änderung des Parameters a_0
Δa_2	Änderung des Parameters a_2
$\Delta \mathbf{a}_{it}$	Änderung des Parametervektors bei Iterationsschritt it
Δr	Maximal zulässige Länge eines virtuellen Strahlsegments
Δr_{Mirau}	Skalarer Wert der Weglänge beim Mirau-Objektiv
Δr_{ray}	Geometrische Weglängendifferenz
$\Delta r_{\text{ray,seg}}$	Geometrische, segmentbezogene Weglängendifferenz
Δx	Abstand äquidistanter Punkte einer Topographie in x -Richtung
$\Delta x''$	Äquidistanter Bildpunkt Abstand eines Detektors in x'' -Richtung
Δy	Abstand äquidistanter Punkte einer Topographie in y -Richtung
$\Delta y''$	Äquidistanter Bildpunkt Abstand eines Detektors in y'' -Richtung
Δz_{step}	Schrittweite bei der Verschiebung einer Topographie in z -Richtung
$\Delta \theta_x$	Diskreter Winkelschritt in x -Richtung
$\Delta \theta_y$	Diskreter Winkelschritt in y -Richtung
$\Delta \kappa$	Krümmungsabweichung $\in \mathbb{R}$
$\Delta \phi_{\text{mat1,mat2}}$	Phasendifferenz zwischen $\phi_{\text{air,mat1}}$ und $\phi_{\text{air,mat2}}$
Φ_k	Wellenzahlabhängiger Strahlungsfluss
Ψ_A	Ersatzgröße für die Berechnung komplexwertiger Fresnel-Koeffizienten
Ψ_B	Ersatzgröße für die Berechnung komplexwertiger Fresnel-Koeffizienten
Ψ_C	Ersatzgröße für die Berechnung komplexwertiger Fresnel-Koeffizienten
Ψ_D	Ersatzgröße für die Berechnung komplexwertiger Fresnel-Koeffizienten
Ψ_r	Ersatzgröße für die Berechnung komplexwertiger Fresnel-Koeffizienten
Ψ_{Re}	Ersatzgröße für die Berechnung komplexwertiger Fresnel-Koeffizienten
Ψ_{Im}	Ersatzgröße für die Berechnung komplexwertiger Fresnel-Koeffizienten
Ψ_ϕ	Ersatzgröße für die Berechnung komplexwertiger Fresnel-Koeffizienten
Ω	Raumwinkel im Referenzsystem (geometrische Oberfläche)
Ω'	Raumwinkel im Koordinatensystem einer virtuellen Lichtquelle

Operatoren

*	Mathematische Faltung
$\nabla \cdot$	Gradientenoperator
$\Delta \cdot$	Laplace-Operator
$[\cdot]$	Abrundung
$ \cdot $	Betragsbildung
$(\cdot)^*$	Komplexe Konjugation
(\cdot)	Arithmetische Mittelung
$(\cdot)^T$	Transponierung einer Matrix
$\text{acos}(\cdot)$	Arkuskosinus
$\text{asin}(\cdot)$	Arkussinus
$\text{atan}(\cdot)$	Arkustangens
$\text{atan2}(\cdot, \cdot)$	Arkustangens zur Abbildung des Winkels im Zeigerdiagramm
$\text{det}(\cdot)$	Determinante
$\text{DFT}\{\cdot\}$	Diskrete Fourier-Transformation
$\text{DFT}_{2D}\{\cdot\}$	Diskrete Fourier-Transformation (zweidimensional)
$\text{DHT}\{\cdot\}$	Diskrete Hilbert-Transformation
$\mathfrak{F}\{\cdot\}$	Fourier-Transformation (kontinuierlich)
$\mathfrak{H}\{\cdot\}$	Hilbert-Transformation (kontinuierlich)
$\text{Im}\{\cdot\}$	Operator für die Berechnung des Imaginärteils einer komplexen Zahl
$\lim(\cdot)$	Grenzwert
$\max\{\cdot\}$	Maximumsoperation
$\min\{\cdot\}$	Minimumsoperation
$\text{mod}(\cdot, \cdot)$	Modulo-Operation
$\text{Re}\{\cdot\}$	Operator für die Berechnung des Realteils einer komplexen Zahl
$\text{sgn}(\cdot)$	Signum-Operation (Vorzeichenfunktion)

Mengenangaben

\mathbb{C}	Menge der komplexen Zahlen (eindimensional)
\mathbb{C}^3	Menge der komplexen Zahlen (dreidimensional)
$\mathbb{C}^{3 \times 3}$	Menge der komplexen Zahlen für eine 3×3 -Matrix
\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen (eindimensional)
\mathbb{R}^3	Menge der reellen Zahlen (dreidimensional)
$\mathbb{R}^{3 \times 3}$	Menge der reellen Zahlen für eine 3×3 -Matrix
\mathbb{Z}	Menge der ganzen Zahlen

Naturkonstanten

c_0	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ($c_0 = 299.792.458$ m/s)
\hbar	Plancksches Wirkungsquantum ($\hbar \approx 6,626070040 \cdot 10^{-34}$ Js)
ε_0	Permittivität des Vakuums ($\varepsilon_0 \approx 8,854187817 \cdot 10^{-12}$ As/Vm)
μ_0	Permeabilität des Vakuums ($\mu_0 \approx 1,256637061 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am)

Abkürzungen

AABB	Engl. <i>Axis-Aligned Bounding Box</i>
ABC-Modell	Dreiparametrische Streuwinkelverteilungsfunktion
ABg-Modell	Dreiparametrische Streuwinkelverteilungsfunktion (ABC-Modell)
Al	Aluminium
BRDF	Engl. <i>Bidirectional Reflectance Distribution Function</i>
BSDF	Engl. <i>Bidirectional Scatter Distribution Function</i>
BSSRDF	Engl. <i>Bidirectional Surface Scattering Reflectance Distribution Function</i>
BTDF	Engl. <i>Bidirectional Transmittance Distribution Function</i>
C++	Programmiersprache
CAD	Engl. <i>Computer-Aided Design</i>
CADUTrace	CUDA®-basierte DLL für GPU-beschleunigte Berechnungen
CCD	Engl. <i>Charge-Coupled Device</i>
CMOS	Engl. <i>Complementary Metal Oxide Semiconductor</i>
CPU	Engl. <i>Central Processing Unit</i>
Cr	Chrom
CSI	Engl. <i>Coherence Scanning Interferometer</i>
Cu	Kupfer
CUDA®	Engl. <i>Compute Unified Device Architecture</i>
deg	Engl. <i>degree</i> (Grad)
DDE	Engl. <i>Dynamic Data Exchange</i>
Dept.	Engl. <i>department</i>
DFG	Deutsche Forschungsgemeinschaft
DFT	Engl. <i>Discrete Fourier Transform</i> (eindimensional)
DFT2D	Engl. <i>Discrete Fourier Transform</i> (zweidimensional)
DGL	Differentialgleichung
DHT	Diskrete Hilbert-Transformation
DIN	Deutsches Institut für Normung
DLL, dll	Engl. <i>Dynamic Link Library</i>
engl.	Englisch
et al.	Lateinisch <i>et alii</i> oder <i>et aliae</i>
EN	Europäische Norm
ENV	Engl. <i>Envelope</i>
Fe	Eisen
FFT	Engl. <i>Fast Fourier Transform</i> (effiziente DFT-Umsetzung)
GPS	Geometrische Produktspezifikation
GPU	Engl. <i>Graphic Processing Unit</i>
INI, ini	Textbasierte Initialisierungsdatei

IRTG 2057	Engl. <i>International Research and Trainee Group 2057</i>
ISO	Engl. <i>International Organization for Standardization</i>
K-D	Algorithmus für Binärunterteilung
LED	Engl. <i>Light-Emitting Diode</i>
LGS	Lineares Gleichungssystem
M3D, m3d	Textbasiertes Dateiformat für virtuelle, optische Sensoren
Mahr	Hersteller des Sensors WS1 (Mahr GmbH)
MATLAB®	Engl. <i>Matrix Laboratory</i>
MICROSIM	Software (Institut für Technische Optik, Universität Stuttgart)
MSMPI	Engl. <i>Microsoft® Message Passing Interface</i>
MTF	Engl. <i>Modulation Transfer Function</i>
n.v.	Nicht verfügbar
NA	Numerische Apertur
NIR	Nahes Infrarot
NURBS	Engl. <i>Non-Uniform Rational B-Splines</i>
NVIDIA®	Nvidia® Corporation
OBB	Engl. <i>Oriented Bounding Boxes</i>
Octree	Hierarchische Baumstruktur für effiziente Suchalgorithmen
OpenCV	Engl. <i>Open Source Computer Vision Library</i>
OpenGL®	Engl. <i>Open Graphics Library</i>
OptoSurf	Hersteller des Sensors OS500 (OptoSurf GmbH)
OPD	Engl. <i>Optical Path Difference</i>
OS500	Winkelauflösender Streulichtsensor (OptoSurf GmbH)
OSLO	Engl. <i>Optics Software for Layout and Optimization</i>
OTF	Engl. <i>Optical Transfer Function</i>
PICK	Suchalgorithmus nach Blum et al. (vgl. [1])
PSF	Engl. <i>Point Spread Function</i>
PSI	Engl. <i>Phase Shifting Interferometry</i>
PTF	Engl. <i>Phase Transfer Function</i>
Qt	Bibliothek für grafische Benutzeroberflächen
rad	Engl. <i>radiant</i> (Bogenmaß)
Si	Silizium
SLS	Engl. <i>Scattered Light Sensor</i>
SNR	Engl. <i>Signal to Noise Ratio</i>
SPEC, spec	Textbasiertes Dateiformat für Spektralinformationen
STL, stl	Engl. <i>Standard Tessellation Language</i>
TE	Transversal-elektrisch
TIS	Engl. <i>Total Integrated Scatter</i>
TM	Transversal-magnetisch

TracePro	Kommerzielles Ray-Tracing-Programm
UC	Engl. <i>University of California</i>
UV	Ultraviolett
vgl.	Vergleiche
VDI	Verein Deutscher Ingenieure
VisIt	Software zur Visualisierung verschiedener Datentypen
VisualStudio®	Entwicklungsumgebung (unter anderem für C++)
VIS	Visuell
VTK	Engl. <i>Visualization Tool Kit</i>
VTKTrace	VTK-basiertes Programm zur Simulation optischer Sensoren
WLIComTool	Programm für den Betrieb des Interferometers WS1
WS1	Weißlichtinterferometer (Mahr GmbH)
ZEMAX®	Simulationssoftware für optische Systeme
ZPL	Engl. <i>ZEMAX® Programming Language</i>

1 Einleitung und Zielsetzung

1.1 Vorwort

Die in dieser Arbeit beschriebenen Tätigkeiten, sowie die gewonnenen Resultate und Erkenntnisse, wurden im Rahmen des IRTG 2057 „*Physical Modeling for Virtual Manufacturing Systems and Processes*“ erarbeitet und von der DFG im Rahmen dieses internationalen Graduiertenprogramms gefördert. Die Kooperation erfolgte dabei zwischen der UC Berkeley (Kalifornien, USA), der UC Davis (Kalifornien, USA) und der Technischen Universität Kaiserslautern (Rheinland-Pfalz, Deutschland). Die nachfolgende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern, sowie während meiner Zeit im „*Department of Mechanical and Aerospace Engineering*“ der UC Davis (Kalifornien, USA).

1.2 Einleitung

Das virtuelle Messen beschreibt ein Tätigkeitsfeld, das in der industriellen Anwendung nicht flächendeckend eingesetzt wird. In vielen Fällen werden Messungen durchgeführt, ohne die Ergebnisse auf Grundlage theoretischer Vorbetrachtungen kritisch zu hinterfragen. Dies gilt sowohl für Anwendungsfälle in der taktilen, geometrischen Oberflächenmesstechnik, als auch in der optischen Messtechnik (vgl. [2]). Gerade die Optik bietet jedoch, aufgrund komplexer physikalischer Zusammenhänge, eine Fülle möglicher Fehlerquellen, die nur dann effektiv beseitigt werden können, wenn detaillierte Informationen zum betrachteten Messprinzip („*Physikalische Grundlage der Messung*“, [3, S. 7]) und zu den geometrischen Gegebenheiten vorliegen. Nur bei Kenntnis des Messprinzips und möglicher Fehlereinflüsse lassen sich Unsicherheiten der Messungen („*validity of the result of a measurement*“, [4, S. 2]) minimieren. Exemplarisch ist das Messen von Oberflächen mit großen Gradienten und der Einsatz von Objektiven mit zu geringen numerischen Aperturen (NA) in der praktischen Anwendung als mögliche Fehlerquelle mikroskopischer Oberflächenmessungen zu nennen (vgl. [5, S. 36]). Auch die Auslegung optischer Sensoren und die Entwicklung von Auswertalgorithmen sind ohne theoretische Vorbetrachtungen, analytische Berechnungen und Simulationen in der industriellen Anwendung nicht mehr denkbar.

Die Analyse des Übertragungsverhaltens optischer Systeme (vgl. [6, 7]) ist ein weiterer Punkt, der in Bezug auf das virtuelle Messen entscheidend für die Bewertung taktiler und optischer Messergebnisse sowie die Auslegung von Filtern ist. Das virtuelle Messprinzip ist damit in der geometrischen Messtechnik essentiell, um optische Messergebnisse vorhersehbar und zuverlässig zu machen. Dies gilt auch mit Blick auf die Abwägung der Vor- und Nachteile optischer Messprinzipien gegenüber taktilen Messverfahren (vgl. [8]). Diese gewinnen in der industriellen Anwendung, der Fertigungsmesstechnik, der Inline-Messtechnik und der Qualitätssicherung hinsichtlich der Bestrebung nach geeigneten und kostengünstigen

Lösungen für messtechnische Anwendungen an Bedeutung. Der Aspekt der Vergleichbarkeit taktiler und optischer Messergebnisse (vgl. [8]) ist hierbei zu nennen.

Bei der Entwicklung optischer Messgeräte kommt dem virtuellen Messen ebenfalls eine wichtige Bedeutung zu. Die fortschreitende Entwicklung in der Computertechnik, die Steigerung der Leistung moderner CPUs/GPUs (vgl. [9]) und die Möglichkeit der Programmierung threadbasierter Algorithmen, offerieren inzwischen enorme Möglichkeiten. Als Beispiel ist das Ray Tracing (vgl. [10, S. 383 ff., 11]) zu nennen, das in der Computergrafik vornehmlich zur Visualisierung virtueller, räumlicher Objekte eingesetzt wird. Das Rendern von Objekten (vgl. [10, S. 342 ff.]) führt zu erstaunlichen Resultaten, die teilweise in fotorealistischen Szenarien münden und numerisch effiziente Algorithmen für die Berechnung erfordern. Neben der Möglichkeit der schnellen Berechnung auf GPUs kann paralleles Rechnen durch den Einsatz von Clustern realisiert werden. Das Ray Tracing bietet sich aber auch für die Simulation optischer Sensoren an. Während in der Computergrafik enorme Fortschritte hinsichtlich der Berechnungsperformance und dem Fotorealismus, auch aufgrund der Nachfrage nach „*virtual reality*“, erzielt werden, bleiben die exakten physikalischen Betrachtungen häufig unberücksichtigt oder werden auf ein Minimum reduziert. Exemplarisch ist die Lichtstreuung an geometrischen Oberflächen zu nennen, deren Berechnung im Allgemeinen stark vereinfacht wird. Raue Oberflächen werden häufig durch abstrahierte Modellfunktionen beschrieben, die beispielsweise auf dem Torrance-Sparrow-Modell oder dem Cook-Torrance-Modell (vgl. [12, 13]) basieren und für die Berechnung diffuser Reflexion genutzt werden. Die Modelle werden vornehmlich für die Visualisierung virtueller Objekte herangezogen.

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, das virtuelle Messen am Beispiel zweier optischer Sensoren ausführlich zu beschreiben und die Grundlagen für geometrische Oberflächenmessungen mit diesen virtuellen, optischen Geräten zu legen. Die Sensormodelle orientieren sich an optischen Messgeräten, die in der Praxis und am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern für geometrische Oberflächenmessungen genutzt werden. Sie dienen der Arbeit als Referenz. Der erste Sensor ist ein winkelauflösender Streulichtsensor (SLS) zur optischen Messung der statistischen Verteilung von Oberflächenwinkeln (vgl. [14]). Der zweite Sensor ist ein kurzkohärentes Interferometer (CSI) (vgl. DIN EN ISO 25178-604, [15]) zur vertikal hochauflösenden Messung von Topographien. Der Streulichtsensor entspricht dem in der Praxis genutzten Sensor OS500 der Firma OptoSurf. Der virtuelle Aufbau des kurzkohärenten Interferometers orientiert sich hingegen an dem modifizierten Weißlichtinterferometer WS1 der Firma Mahr. Es handelt sich um ein optisches Messgerät in Mirau-Konfiguration. Die Existenz der beiden Sensoren bietet die Möglichkeit, virtuelle und reale Messergebnisse miteinander zu vergleichen. Theoretische Betrachtungen können angestellt und physikalische Modelle in nachgeschalteten Schritten verändert werden, um den Einsatz dieser optischen Sensoren zu optimieren.

1.3 Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, optische Sensoren virtuell nachzubilden und das Übertragungsverhalten dieser Sensoren zu beschreiben. Ein winkelauflösender Streulichtsensor (in der Bauart OS500) und ein kurzkohärentes Interferometer (in der modifizierten Bauart WS1) werden exemplarisch modelliert. Auf diese Weise sollen virtuelle Messungen geometrischer Oberflächen ermöglicht werden. Die einzelnen Abschnitte und die Inhalte der Arbeit werden wie folgt zusammengefasst.

Abschnitt 2 (Stand der Technik): Dieser Abschnitt befasst sich mit den Grundlagen der Optik, sowie der räumlichen und zeitlichen Ausbreitung elektromagnetischer Wellen. Zusätzlich wird auf das virtuelle, optische Messen eingegangen und es werden grundlegende Informationen zum Ray Tracing vermittelt. Dieses bildet die mathematische Basis für die Simulation sequentieller und nichtsequentieller, optischer Systeme. Es werden außerdem fundamentale Ray-Tracing-Algorithmen beschrieben und es wird ein kurzer Überblick über gängige Software zur Simulation optischer Systeme gegeben.

Abschnitt 3 (Modellannahmen für optische Simulationen): In diesem Kapitel werden die Voraussetzungen für die Systemmodellierung unter physikalischen Aspekten erarbeitet. Der Abschnitt behandelt die mathematische Beschreibung virtueller Lichtquellen, geometrischer Oberflächen, sowie die optische Schichtmodellierung und legt somit die Grundlagen für die optische Simulation. Die getroffenen Annahmen spielen für die Simulation virtueller Sensoren, sowohl sequentiell, als auch nichtsequentiell, eine wichtige Rolle.

Abschnitt 4 (Paraxiale Sensormodellierung): Dieser Teil der Arbeit thematisiert die Modellierung der genannten Sensoren. Der winkelauflösende Streulichtsensor (SLS) und das kurzkohärente Interferometer (CSI) werden beschrieben und im Anschluss werden die Modelle unter physikalischen Aspekten evaluiert. Die Modellierung erfolgt dabei unter paraxialen und damit linearen Annahmen.

Abschnitt 5 (Implementierung nichtsequentieller Ray-Tracing-Modelle): Dieser Abschnitt befasst sich mit der Beschreibung nichtsequentieller, optischer Ray-Tracing-Modelle und der Implementierung von Algorithmen zur Simulation virtueller Systeme in dem Programm VTKTrace. Zudem wird auf die programmierte DLL CADUTrace eingegangen, welche die GPU-basierte Ray-Tracing-Berechnung auf CUDA®-fähigen Grafikkarten ermöglicht und einen Teil des entwickelten Programms VTKTrace darstellt.

Abschnitt 6 (Nichtsequentielle Simulation des Sensors OS500): In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der nichtsequentiellen Sensormodellierung des Sensors OS500 im Programm VTKTrace thematisiert. Streulichtbasierte Messungen geometrischer Oberflächen werden mit dem Modell durchgeführt und die Ergebnisse

werden analysiert. Eine Evaluierung des Sensormodells und eine Betrachtung möglicher Fehlereinflüsse sind somit möglich. Zusätzlich werden Optimierungen des Sensormodells beschrieben.

Abschnitt 7 (Zusammenfassung und Ausblick): Der letzte Abschnitt ist die Zusammenfassung der erarbeiteten Ergebnisse. Darauf folgt ein Ausblick auf mögliche und in Arbeit befindliche Forschungsansätze in Bezug auf die Modellierung virtueller Systeme und Sensoren.

2 Stand der Technik

Im nachfolgenden Kapitel werden die Grundlagen der Wellenoptik und die physikalischen Zusammenhänge thematisiert, bevor grundlegende Informationen zum virtuellen, optischen Messen und zum sogenannten Ray Tracing, der Berechnung der virtuellen, räumlichen Strahlausbreitung, vermittelt werden.

2.1 Grundlagen der Wellenoptik

Um optische Systeme kohärent und inkohärent (vgl. [16, S. 337 ff.]) zu beschreiben, sind Informationen zur elektromagnetischen Wellenausbreitung erforderlich. Dies gilt auch mit Blick auf physikalisch korrekte Ray-Tracing-Algorithmen (vgl. [11]) in der sequentiellen und der nichtsequentiellen Anwendung. Elektromagnetische Effekte können mit der Wellenoptik und den Maxwell-Gleichungen ([17]) beschrieben werden. Diese bilden, in differentieller oder integraler Notation, die mathematische Grundlage für die Beschreibung der modernen Elektrodynamik und für optische Effekte in den für diese Arbeit relevanten Anwendungsfällen. Die zugrunde liegenden, mathematischen Zusammenhänge wurden erstmals in [17] und in abgewandelter Form in [18, 19] thematisiert. Die Maxwell-Gleichungen gemäß [19] führen, bei Vernachlässigung freier Ladungen ρ_e und elektrischer Ströme \mathbf{j} , auf die Differentialgleichung

$$\Delta \cdot \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

zur Beschreibung der elektromagnetischen Wellenausbreitung zum Zeitpunkt t an der räumlichen Position \mathbf{x} . μ_0 beschreibt dabei die (magnetische) Permeabilität und ε_0 die (dielektrische) Permittivität des betrachteten Ausbreitungsmediums. Die zugrunde liegenden Differentialgleichungen in vektorieller Schreibweise, sowie die mathematischen Zusammenhänge zur Herleitung der Gleichung (2.1) sind in Anhang A zusammengefasst. Der Vektor $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ beschreibt den elektrischen Feldstärkevektor im euklidischen Raum \mathbb{R}^3 . Es besteht ein proportionaler Zusammenhang zwischen dem magnetischen Feldstärkevektor $\mathbf{H}(\mathbf{x}, t)$ und dem magnetischen Flussdichtevektor $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$. Die Felder $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ und $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ stehen orthogonal zueinander und sind über die Lichtgeschwindigkeit c im umgebenden Medium gemäß

$$\mathbf{E}^T(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad \text{und} \quad |\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)| = c \cdot |\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)| \quad (2.2), (2.3)$$

(vgl. [16, S. 247]) miteinander verknüpft. Aufgrund der bestehenden Analogien wird die Betrachtung auf elektrische Felder beschränkt. Eine Betrachtung magnetischer Felder ist jedoch ebenso denkbar.

Die einfachste Lösung der DGL nach Gleichung (2.1) wird durch eine ungedämpfte, ebene Welle beschrieben. Bei Berücksichtigung eines elektrischen Feldstärkevektors $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0} \in \mathbb{C}^3$ und eines Ausgangspunktes $\mathbf{x}_{\mathbf{k},0}$ der Welle gilt

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) = \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0} \cdot \exp\left(j \cdot \left(\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0})\right)\right) \quad \text{mit}$$

$$\mathbf{x} = (x \quad y \quad z)^T \quad \text{und} \quad \mathbf{x}_{\mathbf{k},0} = (x_{\mathbf{k},0} \quad y_{\mathbf{k},0} \quad z_{\mathbf{k},0})^T. \quad (2.4)$$

Der komplexwertige Vektor $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0}$ berücksichtigt beliebige Phasenbeziehungen in x -, y - und z -Richtung. Der Vektor $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$ beschreibt den Ausbreitungsvektor dieser Welle. Die skalare Größe ω gibt die skalare Winkelgeschwindigkeit an. Es gilt

$$\lambda \cdot |\mathbf{k}| = \lambda \cdot \left| (k_x \quad k_y \quad k_z)^T \right| = \lambda \cdot k = 2\pi, \quad (2.5)$$

wobei λ jene Wellenlänge beschreibt, die, bei einer Vernachlässigung vektorieller Größen, durch den um den Faktor 2π skalierten Reziprokwert k repräsentiert wird. Es handelt sich um die sogenannte Wellenzahl. Die Winkelgeschwindigkeit ω und die Wellenlänge λ sind über die Lichtgeschwindigkeit c im umgebenden Medium miteinander verknüpft. Es gilt

$$k = \frac{\omega}{c} = \omega \cdot \frac{n_r}{c_0} \Rightarrow \mathbf{k} \sim \frac{n_r}{c_0}. \quad (2.6)$$

Demnach ist die Wellenzahl abhängig von der Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle, die, bei Angabe eines Proportionalitätsfaktors n_r , auch mithilfe der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0 angegeben werden kann. Gleiches gilt für den Wellenvektor \mathbf{k} . Der Begriff der sogenannten Brechzahl oder des Brechungsindex ist geläufig und stellt eine materialabhängige Größe dar. Das Produkt aus Brechungsindex und Weglänge bezeichnet den optischen Weg oder die optische Weglängendifferenz (OPD).

Die Interpretation von \mathbf{k} hängt vom jeweils betrachteten Anwendungsfall ab. In der Fernfeldanwendung und bei der Beschreibung der Fraunhofer-Beugung (vgl. [16, S. 459 ff.]) wird der Wellenvektor beispielsweise als Ausbreitungsvektor einer elektromagnetischen Welle mit unveränderlicher Amplitude angesehen (vgl. Gleichung (2.4)). Eine solche Annahme ist, entsprechend des Huygens-Prinzips, für große Weglängen zulässig. Diese Annahme kann auf das Ray Tracing (vgl. [11, 16, S. 109 ff.]) übertragen werden. In der Nahfeldanwendung hingegen wird \mathbf{k} als radialer Ausbreitungsvektor einer Elementarwelle angesehen. Da die Kugeloberfläche einer solchen Welle mit zunehmendem Radius quadratisch ansteigt, muss deren Betrag, unter energetischen Aspekten, mit zunehmendem Kugelradius $R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{\mathbf{k},0})$ abnehmen. Die Gleichung (2.4) ergibt sich daher in modifizierter Schreibweise zu

$$\begin{aligned} \underline{E}_{R,k}(\mathbf{x}, t) &\sim \frac{\underline{E}_{k,0}}{R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{k,0})} \cdot \exp\left(j \cdot (\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k,0}))\right) \\ &= \frac{\underline{E}_{k,0}}{\sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k,0})^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k,0})}} \cdot \exp\left(j \cdot (\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k,0}))\right). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Der Ausbreitungsvektor $\mathbf{k} = \mathbf{k}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{k,0})$ zeigt in diesem Fall in Richtung der radialen Wellenausbreitung. Dementsprechend muss nach Gleichung (2.5)

$$\mathbf{k}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{k,0}) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k,0}}{\sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k,0})^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k,0})}} \quad (2.8)$$

gelten. Gleichung (2.7) berücksichtigt die Amplitudenabnahme infolge der radialabhängigen Zunahme der Kugeloberfläche und löst die DGL nach Gleichung (2.1). Die zugrunde liegende Herleitung kann in Anhang B eingesehen werden. Die Amplitudenabnahme muss lediglich in der Nahfeldanwendung bei der Berechnung von Beugungseffekten entsprechend der Fresnel-Beugung (vgl. [16, S. 519 ff.]) bei der Betrachtung kleiner Weglängen $|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{k,0}|$ berücksichtigt werden. In diesem Fall kann die Amplitudenabnahme gewichtige Größenunterschiede bei der Beugung bewirken. In der Fernfeldanwendung hingegen wird die Amplitudenabnahme aufgrund des nichtlinearen Einflusses grundsätzlich vernachlässigt. Demnach reicht es aus, den Betrag der Amplitude der elektrischen Feldstärke als konstant anzusehen (vgl. Gleichung (2.4)).

Eine Einflussgröße, die sowohl bei der Nahfeld-, als auch der Fernfeldanwendung ins Gewicht fallen kann, ist die materialabhängige Dämpfung. Um diese zu berücksichtigen, wird, zusätzlich zum Ausbreitungsvektor \mathbf{k} , der komplexwertige Ausbreitungsvektor $\underline{\mathbf{k}} \in \mathbb{C}^3$ eingeführt. Dieser beschreibt die Amplitudenabnahme einer Welle in optisch dichten Medien (vgl. [20, S. 228–230]) und kann sowohl auf Gleichung (2.4), als auch Gleichung (2.7) analog angewendet werden. In Anlehnung an [16, S. 594] wird $\underline{\mathbf{k}}$ in Abhängigkeit der komplexwertigen Brechzahl nach [16, S. 594] berechnet. Es gilt

$$\underline{n}_r = n_r - j \cdot \kappa. \quad (2.9)$$

Die skalare Größe κ wird als Extinktions- oder häufig auch als Absorptionskoeffizient bezeichnet (vgl. [16, S. 594–595]) und stellt ein materialabhängiges Maß für die Dämpfung der elektromagnetischen Welle in einem elektrisch leitenden oder dielektrischen Medium dar. Bei Berücksichtigung des zu \mathbf{k} kollinearen Vektors $\boldsymbol{\omega}$, zur Beschreibung der Kreisfrequenz und bei Berücksichtigung des konstanten Werts der Lichtgeschwindigkeit c_0 im Vakuum (vgl. Anhang A), folgt

$$\underline{\mathbf{k}} = (\boldsymbol{\omega}/c_0) \cdot \underline{n}_r = \mathbf{k} + j \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot (-\kappa/c_0) = \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{k}}\} + j \cdot \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{k}}\}. \quad (2.10)$$

Als Abwandlung von [20, S. 230] und [16, S. 594] folgt somit

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) &= \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0} \cdot \exp\left(j \cdot \left(\omega \cdot t - (\operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{k}}\} + j \cdot \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{k}}\})^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0})\right)\right) \\ &= \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0} \cdot \exp\left(-\boldsymbol{\omega}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}) \cdot \kappa / c_0\right) \cdot \exp\left(j \cdot \left(\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0})\right)\right)\end{aligned}\quad (2.11)$$

Gleichung (2.11) berücksichtigt damit eine ortsabhängige Dämpfung, bedingt durch den komplexwertigen Brechungsindex. Die weiteren Betrachtungen beziehen sich auf die räumliche und zeitliche Ausbreitung dieser elektrischen Feldstärkevektoren. Der komplexwertige Ausbreitungsvektor $\underline{\mathbf{k}}$ der elektromagnetischen Welle wird, bei linearer Strahlausbreitung und bei noch zu erläuternden Ray-Tracing-Algorithmen, durch den Richtungsvektor des betrachteten Strahls repräsentiert. Der Vektor \mathbf{k} entspricht zugleich der Richtung des sogenannten Poynting-Vektors (vgl. [21, S. 348] und [22, S. 86–87]). Dieser gibt die Richtung des elektromagnetischen Energietransports an. Der Poynting-Vektor stellt eine Funktion der Zeit dar. Dies ist für den Vektor \mathbf{k} nicht der Fall.

Im Gegensatz zu den Angaben in Gleichung (2.8) muss \mathbf{k} nicht zwangsläufig kollinear zum Vektor $\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}$ stehen. Informationen zur Polarisation von $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0}$, das heißt zur entsprechenden Phasenlage, können aus geometrischen Beziehungen unter Berücksichtigung der komplexwertigen Brechzahlen berechnet werden. Bei einer diskretisierten Betrachtung kann der resultierende, orts- und zeitabhängige, elektrische Feldvektor bei Berücksichtigung eines Ausgangspunktes $\mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0}$ zu

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{E}}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) &= \sum_d \left(\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0} \cdot \exp\left(j \cdot \left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right)\right) \right) \text{ mit} \\ \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0} &= \begin{pmatrix} x_{\mathbf{k}_d,0} & y_{\mathbf{k}_d,0} & z_{\mathbf{k}_d,0} \end{pmatrix}^T\end{aligned}\quad (2.12)$$

berechnet werden. $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}$, $\underline{\mathbf{k}}_d$, $\mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0}$ und ω_d beschreiben Werte, die die Gleichung (2.4) diskret repräsentieren. Gleichung (2.12) besitzt Gültigkeit, da sich elektromagnetische Wellen entsprechend des Superpositionsprinzips und gemäß der zugrunde liegenden DGL (2.1) ungestört überlagern.

Die lokale, skalare, sowie orts- und zeitabhängige Intensität, die den räumlichen und zeitlichen Energietransport beschreibt, lässt sich schließlich in Abhängigkeit von $\underline{\mathbf{E}}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t)$ oder mithilfe der reellwertigen Repräsentation $\mathbf{E}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t)$ berechnen. Analog zu den Angaben in [16, S. 252] folgt

$$I_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) = \frac{\varepsilon_0 \cdot c_0}{8} \cdot \left(\frac{(\underline{\mathbf{E}}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) + \underline{\mathbf{E}}_{\Sigma}^*(\mathbf{x}, t))^T \cdot (\underline{\mathbf{E}}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) + \underline{\mathbf{E}}_{\Sigma}^*(\mathbf{x}, t))}{2} \right) = \frac{\varepsilon_0 \cdot c_0}{2} \cdot \mathbf{E}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t)^T \cdot \mathbf{E}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t). \quad (2.13)$$

Entgegen der Angaben in Gleichung (2.13) ist die zeitlich gemittelte Intensität in den meisten optischen Anwendungsfällen die relevante Größe, die mit gängigen Kamerachips gemessen wird. Diese wird, aufgrund der hohen Oszillationsfrequenz der elektromagnetischen Wellen, mit Chips auf CCD- und CMOS-Basis (vgl. [23, S. 22–23]) im ultravioletten (UV), visuellen (VIS), sowie nahen Infrarotbereich (NIR) gemessen. Für eine zeitliche Mittelung über eine endliche Zeitspanne $[T_1, T_2]$ gilt

$$\bar{I}_\Sigma(\mathbf{x}) \cdot \int_{T_1}^{T_2} dt = \int_{T_1}^{T_2} I_\Sigma(\mathbf{x}, t) \cdot dt. \quad (2.14)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichungen (2.12) und (2.13) kann die zeitlich gemittelte Intensität in dem vorgegebenen Zeitintervall in Abhängigkeit komplexwertiger, elektrischer Feldstärkevektoren zu

$$\bar{I}_\Sigma(\mathbf{x}) \sim \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \sum_d \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} \text{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\}^T \\ \text{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \end{array} \right) \cdot \left(\frac{t}{2} + \frac{\sin\left(2 \cdot \left(\omega_d \cdot t - \mathbf{k}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0}\right)\right)}{4 \cdot \omega_d} \right) \Bigg|_{t=T_2} \\ \left(\begin{array}{l} \text{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\}^T \\ \text{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \end{array} \right) \cdot \left(\frac{\cos\left(2 \cdot \left(\omega_d \cdot t - \mathbf{k}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0}\right)\right)}{2 \cdot \omega_d} \right) \Bigg|_{t=T_2} \\ \left(\begin{array}{l} \text{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\}^T \\ \text{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \end{array} \right) \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{\sin\left(2 \cdot \left(\omega_d \cdot t - \mathbf{k}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0}\right)\right)}{4 \cdot \omega_d} \right) \Bigg|_{t=T_1} \end{array} \right] + E_{\Sigma,\text{inc}}^2 \quad (2.15)$$

berechnet werden (siehe Herleitung in Anhang C). Voraussetzung ist, dass die diskreten Signalanteile nicht miteinander korrelieren. $E_{\Sigma,\text{inc}}^2$ stellt den inkohärenten Intensitätsanteil dar. Der Verlauf für eine diskrete Welle ist exemplarisch in Bild 2.1 abgebildet. Es werden unterschiedliche Phasenwinkel ϕ_d bei skalarer Repräsentation des Vektors $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}$ betrachtet. Aufgrund der perfekten Kohärenz gilt $E_{\Sigma,\text{inc}} = 0$. Liegt hingegen eine Korrelation einzelner spektraler Anteile über eine Wegstrecke $|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}|$ vor, spricht man von Korrelogrammen. Die Ausprägung ist von der spektralen Verteilung abhängig, die auch die Kohärenzlänge des Lichts beeinflusst.

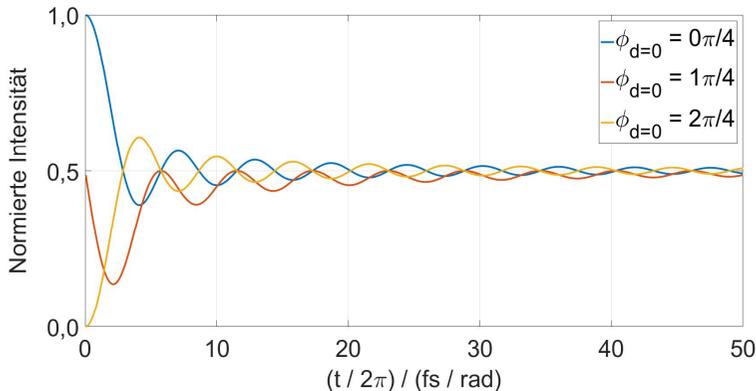


Bild 2.1: Verlauf der normierten, zeitlich integrierten Intensität für den Fall $\omega_{d=0} = 2\pi \cdot c_0 / \lambda$ mit $\lambda = 550 \text{ nm}$ und Berücksichtigung unterschiedlicher Phasenwinkel $\phi_{d=0}$ der zugrunde liegenden, elektromagnetischen Welle

2.2 Dispersion

Dispersion beschreibt die Wellenlängenabhängigkeit der Brechzahl $n_r(\lambda)$ eines Mediums (vgl. [16, S. 161]), die, bedingt durch materialabhängige, elektromagnetische Wechselwirkungen, eine Folge der veränderlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts darstellt. Sie ist bei der Simulation optischer Gläser entscheidend und hat einen enormen Einfluss auf den Berechnungsaufwand optischer Simulationen. Die Ursache liegt darin, dass bei chromatischer Simulation und wellenlängenabhängigem Brechungsverhalten individuellen Lichtstrahlen separate Wellenlängen und, aufgrund des spezifischen Ausbreitungsverhaltens, unterschiedliche optische Weglängen zugewiesen werden müssen. Somit ist die Anzahl der simulierten Wellenlängen bei der Vorgabe einer spezifischen Spektralverteilung proportional zum Aufwand einer strahlenbasierten Optiks simulation.

Aufgrund der komplexen, physikalischen Zusammenhänge und des umfangreichen Themengebiets wird die Dispersion rein phänomenologisch betrachtet. Für weiterführende Angaben wird auf [22, S. 120 ff.] verwiesen. Häufig wird Dispersion mithilfe nichtlinearer Gleichungen zur Angabe des Brechungsverhaltens wie der Sellmeier-Formel (vgl. [24, S. 142] nach Sellmeier, [25]) beschrieben. Der Gleichung liegen Koeffizienten zugrunde, die das Brechungsverhalten optischer Gläser approximieren. Im Allgemeinen basieren diese Koeffizienten auf empirischen Untersuchungen. Physikalische Effekte, wie die chromatische Aberration, spielen bei optischen Weglängen eine Rolle und lassen sich somit berechnen.

Mit gewissen Einschränkungen kann die Dispersion auch linear mithilfe der Abbe-Zahl v_d approximiert werden. Diese ist im Zusammenhang mit der Berechnung achromatischer Linsensysteme relevant (vgl. [22, S. 441]). Die Abbe-Zahl ist gemäß [16, S. 140] zu

$$v_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (2.16)$$

definiert, wobei n_d als Hauptbrechzahl und $n_F - n_C$ als Hauptdispersion bezeichnet wird. Die Brechzahlen werden dabei den Fraunhofer-Wellenlängen λ_d , λ_F und λ_C (vgl. [16, S. 138–139]) zugeordnet. Diese sind zu $\lambda_d = 587,56$ nm, $\lambda_F = 486,10$ nm und $\lambda_C = 656,30$ nm definiert ([16, S. 138–139]). Unter Zuhilfenahme der Abbe-Zahl, sowie der Hauptbrechzahl, kann

$$n_r(\lambda) \approx n_r(\lambda_d) + \left. \frac{\partial n_r}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=\lambda_d} \cdot (\lambda - \lambda_d) \approx n_d + \frac{n_d - 1}{v_d \cdot (\lambda_F - \lambda_C)} \cdot (\lambda - \lambda_d) \quad (2.17)$$

für $v_d \neq 0$ (vgl. [16, S. 139]) als Resultat einer linearen Approximation bei Vernachlässigung nichtlinearer Einflüsse angesehen werden, wobei

$$n_d = \left\{ n_r \mid n_r(\lambda) = n_r(\lambda_d) \right\} \quad (2.18)$$

und analoge Beziehungen für λ_F und λ_C gelten. Dieser Ansatz ist bei der Modellierung zweckmäßig, da n_d , n_F und n_C als spezifische Glasdaten für VIS-Anwendungen häufig zur Verfügung stehen.

2.3 Virtuelles, optisches Messen

Das virtuelle, optische Messen geometrischer Oberflächen ist Hauptgegenstand dieser Arbeit. Das Ziel besteht darin, Topographien optisch anzutasten und virtuelle Messergebnisse (vgl. [26]) aus den Geometriedaten zu generieren. Um aussagekräftige Resultate mittels virtueller, optischer Messungen zu erhalten, müssen optische Systeme, unter Berücksichtigung der geometrischen Randbedingungen und der Physik, realistisch modelliert werden. Dazu zählen Informationen wie die Abstrahlcharakteristik und die spektrale Verteilung von Lichtquellen, begrenzende Objektivaperturen und andere Einflüsse, wie systembedingte Aberrationen. Insbesondere die numerische Apertur (NA) beeinflusst die resultierenden Messergebnisse und die laterale Auflösung, beispielsweise aufgrund resultierender Beugungseffekte. Sie tritt bei unterschiedlichen optischen Messverfahren, wie der chromatisch-konfokalen Mikroskopie (vgl. [5, S. 77]), der Fokusvariation (vgl. [5, S. 144]) und der Interferometrie (vgl. [5, S. 178–181]) gleichermaßen auf.

Für die Beschreibung optischer Systeme existieren verschiedene Möglichkeiten. Bild 2.2 zeigt die Methodik, die dem virtuellen, optischen Messen von Topographien

zugrunde liegt. Außerdem wird auf [26, S. 299] verwiesen. Ausgehend von einer geometrischen Oberfläche wird gemäß Bild 2.2 eine digitalisierte Topographie mithilfe eines existierenden Messsystems generiert. Die geometrische Oberfläche kann dabei entweder mittels einer taktilen Messung (durch äquidistante Parallelverschiebung eines taktilen Profilschriebs und Berechnung einer anisotropen Struktur) oder flächenhaft (durch optische Antastung der geometrischen Oberfläche) beschrieben werden. Insgesamt beeinflusst der gesamte Signalfluss (vgl. [26, S. 302]) und die Signalverarbeitung das Endergebnis. Alternativ ist es daher in bestimmten Anwendungsfällen zweckmäßig, auf synthetisch generierte Oberflächen für virtuelle Analysen zurückzugreifen. Dies ist insbesondere sinnvoll, wenn eine perfekte Oberflächenbeschaffenheit zur Charakterisierung eines virtuellen Messsystems erforderlich ist und sichergestellt werden soll, dass das virtuelle System und nicht das real existierende, referenzierte Messgerät charakterisiert wird. So können beispielsweise virtuelle Chirp-Normale (vgl. [27]) zur Charakterisierung von Sensormodellen generiert werden. Diese eignen sich, neben der in [27] beschriebenen Qualifizierung von Messgeräten, grundsätzlich auch für reine Simulationsanwendungen. Zudem wird auf weitere Normale verwiesen, die in [28] thematisiert werden.

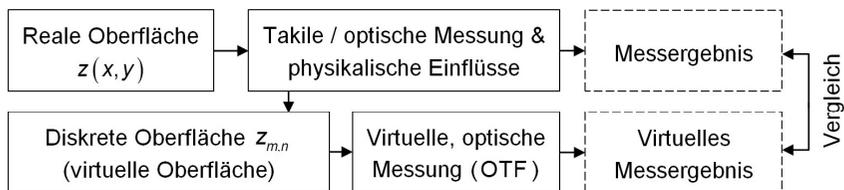


Bild 2.2: Prinzip des virtuellen, optischen Messens geometrischer Oberflächen

Bei rein inkohärenten Simulationen und einfachen Linsenarrangements ist es möglich, Übertragungsfunktionen optischer Systeme (OTF) zu berechnen. Dies gilt nicht für kohärente Simulationen (vgl. DIN ISO 11421, [6, S. 16]). Bei bekannter OTF können systembedingte Einflüsse auf die laterale Filterwirkung des Messsystems simuliert und virtuelle Messdaten, basierend auf real gemessenen Topographiedaten, berechnet werden (vgl. Bild 2.2). Grundsätzlich muss dabei die Filterwirkung des jeweils eingesetzten Messgeräts berücksichtigt werden (vgl. [2, S. 13–25]). So stellen bei taktilen Messgeräten die in DIN EN ISO 16610-85 ([29]) beschriebene, morphologische Flächenfilterung und die in DIN EN ISO 16610-41 ([30]) angegebene Filterung mit Kreisscheibe, die bei der taktilen Antastung aufgrund der Geometrie der Tastspitze (vgl. [5, S. 36]) auftritt, Einflussfaktoren dar, welche Topographie- und Gradientenverteilungen bei der Messung verfälschen können.

Liegt eine digitalisierte Topographie vor, so wird die geometrische Oberfläche virtuell antastet. Das Resultat kann bei Kenntnis der sogenannten Punktspreizfunktion

(PSF) bei einer wellenzahlabhängigen und inkohärenten Intensitätsverteilung $\bar{I}_k(x, y)$ durch Faltung im Ortsbereich berechnet werden. Die PSF charakterisiert das optische Übertragungsverhalten im Ortsbereich und wird beispielsweise genutzt, um die laterale Auflösungsbegrenzung (vgl. DIN EN ISO 25178-603, [31, S. 9]) von Mikroskopen anzugeben. Es gilt

$$\bar{I}'_k(x, y) = \bar{I}_k(x, y) * h_k(x, y) \quad \text{mit} \quad \iint_{y, x} h_k(x, y) \cdot dx \cdot dy = 1. \quad (2.19)$$

Die Koordinaten x und y repräsentieren kartesische Koordinaten zur Beschreibung der zeitlich gemittelten Intensitätsverteilung für eine ausgewählte Wellenzahl k . Die Funktion $h_k(x, y)$ entspricht, bei Vernachlässigung des chromatischen Einflusses, der PSF, die häufig auch als Punktbildfunktion bezeichnet wird und sich als Resultat der beugungsbedingten Abbildung einer ideal punktförmigen Lichtquelle durch ein Linsensystem ergibt. Alternativ kann die Faltungsoperation, bei Anwendung der Fourier-Transformation (vgl. [32, S. 209]), durch Multiplikation im Ortsfrequenzbereich gelöst werden. Gemäß Faltungstheorem gilt

$$\mathfrak{F}\{\bar{I}'_k(x, y)\}(\kappa_x, \kappa_y) = \mathfrak{F}\{\bar{I}_k(x, y)\}(\kappa_x, \kappa_y) \cdot \underbrace{H_k(\kappa_x = 2 \cdot \pi / \lambda_x, \kappa_y = 2 \cdot \pi / \lambda_y)}_{\mathfrak{F}\{h_k(x, y)\}}. \quad (2.20)$$

λ_x und λ_y sind dabei die Wellenlängen in x - und y -Richtung. κ_x und κ_y beschreiben die korrespondierenden Ortskreisfrequenzen. $H_k(\kappa_x, \kappa_y)$ ist im Allgemeinen komplexwertig und entspricht der OTF. Gemäß DIN ISO 11421 ([6, S. 16]) kann die OTF nur für inkohärente Systeme angegeben werden. Chromatische Einflüsse werden für gewöhnlich vernachlässigt. Für die numerische Umsetzung der Gleichung (2.20) kommt anstelle der kontinuierlichen Fourier-Transformation die diskrete Fourier-Transformation (DFT) zum Einsatz. Grundlegende Informationen zur DFT können in Anhang D eingesehen werden. In der praktischen Anwendung wird anstelle der OTF häufig die Modulationsübertragungsfunktion (MTF) betrachtet, die sich aus dem Betrag von $H_k(\kappa_x, \kappa_y)$ berechnet und deren Messung in DIN ISO 15529 ([7]) beschrieben wird. Der Vollständigkeit wegen wird an dieser Stelle die Phasenübertragungsfunktion (PTF) erwähnt (vgl. DIN ISO 11421, [6, S. 31]), mithilfe derer sich, entsprechend des Fourier-Formalismus (vgl. [33, S. 40]), bei vorliegender MTF die OTF berechnen lässt.

Die optische Systembeschreibung mittels Übertragungsfunktion stellt eine Vereinfachung der Realität dar und setzt, aufgrund der zugrunde liegenden Fourier-Methode, lineare Annahmen voraus (vgl. [33, S. 31 ff.]). Zudem eignen sich optische Übertragungsfunktionen ausschließlich zur Beschreibung inkohärenter Systeme. Es werden keine physikalischen Einflüsse wie Interferenzeffekte, Materialeinflüsse oder Schichtmodelle berücksichtigt. Daher sind komplexere mathematische Modelle und alternative Ansätze, auch mit Blick auf kohärente Betrachtungen, erstrebenswert (vgl. [34, S. 234 ff.]). In erster Linie sind rigorose Beugungsmethoden zu nennen, bei denen das optische Systemverhalten unter physikalischen Aspekten bestmöglich

abgebildet wird. Rigorose Beugungsmethoden sind jedoch numerisch aufwendig und damit auf viele Systeme nicht übertragbar. Mögliche Simulationsanwendungen ergeben sich bei der Berechnung diffraktiver Elemente, die durch binäre Approximation geometrisch angenähert werden (vgl. [34, S. 212 ff.]). Exemplarisch wird auf die Berechnungssoftware MICROSIM des Instituts für Technische Optik (Universität Stuttgart) verwiesen. Ein alternativer Ansatz besteht in der Anwendung von Ray Tracing.

2.4 Ray Tracing

Das Prinzip des Ray Tracings (vgl. [10, 11]) basiert auf einer starken Vereinfachung und idealisierten Annahme optischer Effekte. Beim Ray Tracing wird die physikalische Wechselwirkung von Licht und Materie auf die geometrische Strahlausbreitung beschränkt. Der zugrunde liegende mathematische Ansatz geht davon aus, dass sich Licht in Form eines Strahls linear im Raum ausbreitet. Der Lichtstrahl repräsentiert, mit Blick auf die nachfolgend getroffenen Annahmen, eine Wellenfront. Der Richtungsvektor des Strahls ändert demnach nur dann seine initial vorgegebene Richtung, wenn eine Wechselwirkung mit einem geometrischen Objekt auftritt. Es ist daher erforderlich, Schnittpunkte von Lichtstrahlen mit geometrischen Objekten zu berechnen. Anschließend werden, ausgehend von diesen Punkten, weitere Betrachtungen angestellt. Damit beschreibt das Ray Tracing, in Bezug auf die zu beschreibenden Algorithmen für die Strahlberechnung, eine Methode, um numerisch die sogenannte Eikonalgleichung für virtuelle, optische Systeme zu lösen. Dies gelingt, indem optische Weglängeninformationen mit den Strahldaten verknüpft und optische Medien in virtuellen Umgebungen betrachtet werden. Die Strahlen selbst repräsentieren dabei, bezogen auf die Optik, stückweise definierte, ebene, elektromagnetische Wellen.

Die Anwendbarkeit von Ray Tracing ist grundsätzlich vom implementierten Algorithmus abhängig und wird durch die Komplexität des optischen Systems begrenzt. Bei der Simulation von Linsensystemen ist die Berechnung von Beugungseffekten mittels Ray Tracing für nicht triviale Anwendungsfälle zum Beispiel schwierig. Sollen bei einem Objektiv Beugungseffekte berücksichtigt werden, so muss jeder Auftreffpunkt eines Lichtstrahls innerhalb der begrenzenden Apertur gemäß Huygens-Prinzip als Ausgangspunkt einer kugelförmigen Elementarwelle entsprechend der Gleichung (2.7) angesehen werden. Diese kann durch die Simulation einer Vielzahl von N_{rays} radial emittierten Lichtstrahlen nachgebildet werden. Es resultiert ein hoher Berechnungsaufwand.

Durch den Einsatz bidirektionaler Streuverteilungsfunktionen (BSDF), bidirektionaler Reflektanzfunktionen (BRDF) oder Transmissionsverteilungsfunktionen (BTDF) können Streuung, diffuse Reflexionen und Brechungseffekte beim Ray Tracing berücksichtigt werden. Die genannten Modelle sind im Kontext des Torrance-Sparrow-Modells (vgl. [12]) zu sehen und werden beispielsweise in der Computergrafik in abgewandelter Form auch beim Cook-Torrance-Modell (vgl. [13])

für die Modellierung rauer Oberflächen eingesetzt. Nach diesem Prinzip werden diffus reflektierende Geometrien in der nichtsequentiellen Ray-Tracing-Anwendung simuliert. In diesem Zusammenhang sind auch Shading-Methoden und Interpolationsverfahren, wie jene nach Gouraud [35] und Phong [36] zu sehen, die in der Visualisierung zur mathematischen Beschreibung gekrümmter Oberflächen eingesetzt werden.

Neben der Optik kann Ray Tracing, unter gewissen Einschränkungen, auch für akustische Simulationen zur Beschreibung der räumlichen und zeitlichen Schallausbreitung genutzt werden (vgl. [37, S. 18–21]).

2.4.1 Sequentielles Ray Tracing

Das sequentielle Ray Tracing basiert auf der Annahme einer vorgegebenen und bekannten Interaktion von Lichtstrahlen mit geometrischen Objekten. Beim sequentiellen Ray Tracing wird angenommen, dass ein von einem Punkt im \mathbb{R}^3 emittierter Lichtstrahl nur mit einem weiteren geometrischen Objekt interagieren kann. Nach der Interaktion kann der Lichtstrahl mit einem weiteren Objekt wechselwirken. Nach diesem Prinzip wird eine Sequenz beliebig fortgesetzt. Der Vorteil bei der Implementierung besteht in der Einschränkung mathematischer Möglichkeiten.

Während beim nichtsequentiellen Ray Tracing (vgl. Abschnitt 2.4.2) untersucht werden muss, welches Objekt für eine Interaktion in Frage kommt (vgl. [38, S. 142 ff.]), beispielsweise durch Ermittlung virtueller Weglängen, wird beim sequentiellen Ray Tracing das entsprechende Objekt durch Definition einer Sequenz vorgegeben. Durch diese Vorgabe wird Rechenkapazität gegenüber nichtsequentiellen Ray-Tracing-Simulationen bei gleicher Anzahl virtueller Lichtstrahlen eingespart (vgl. [39, S. 60]). Der Nachteil besteht in einem abstrahierten Modell und erfordert Kenntnis von dem zu erwartenden Strahlenverlauf. Bei einfachen Linsensystemen ist diese Vorkennntnis für gewöhnlich vorhanden. Solche Systeme sind exemplarisch in Bild 2.3 dargestellt. Zur Berechnung der Strahlausbreitung wurden bei den abgebildeten Systemen sequentielle Algorithmen angewendet.

Bild 2.3 (linke Darstellung) zeigt exemplarisch ein sequentielles System, bei dem unter anderem ein optisches Gitter zur spektralen, beugungsbedingten Aufspaltung einer inkohärenten Lichtquelle zum Einsatz kommt (vgl. [40, S. 241 ff.]). Das sequentielle Modell wurde mit dem Ray-Tracing-Programm OSLO generiert und dient der Projektion chromatischer Streifen zwecks lateraler, wellenlängenabhängiger Kodierung geometrischer Objekte im euklidischen Raum. In Bild 2.3 (rechte Darstellung) ist ein einfaches, optisches Linsensystem dargestellt, bei dem die von einer Punktlichtquelle emittierten Lichtstrahlen, unter Berücksichtigung der sphärischen Aberration einer Linse, auf einer Ebene abgebildet werden. Die Visualisierung entstand mit dem Ray-Tracing-Programm ZEMAX®.

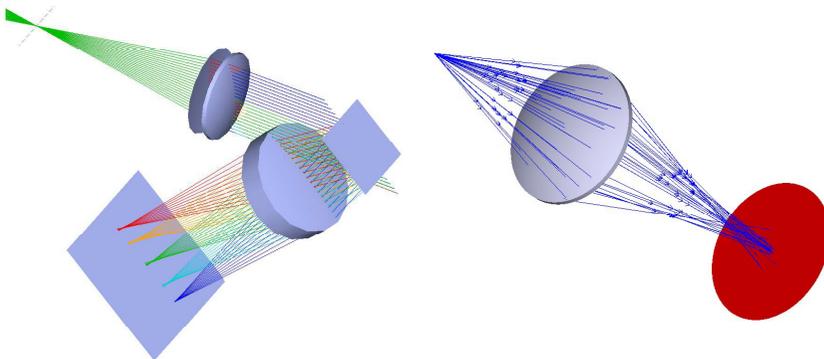


Bild 2.3: Linke Darstellung: Sequentielles Ray Tracing am Beispiel eines chromatischen Streifenprojektors, simuliert mit dem Programm OSLO [40, S. 242]. Rechte Darstellung: Sequentielle Linsenanordnung eines einfachen Linsensystems im Ray-Tracing-Programm ZEMAX®.

Die Anwendung sequentieller Ray-Tracing-Algorithmen bietet bei der Simulation optischer Linsensysteme neben dem geringeren Berechnungsaufwand einen weiteren Vorteil. Werden paraxiale Betrachtungen angestellt, so können vereinfachte Modelle optischer Systeme durch Matrixoperationen beschrieben werden. Eine solche Methode wird beispielsweise in [16, S. 90–101] vermittelt. Demnach wird die geometrische Strahlausbreitung auf ein lineares Gleichungssystem (LGS) übertragen, das mit elementaren Rechenoperationen numerisch effizient, beispielsweise in MATLAB®, gelöst werden kann. Bei achsferner Betrachtung eignen sich solche Methoden, aufgrund nichtlinearer Effekte, meist nicht für die Berechnung. Die Anwendung alternativer Methoden ist in diesem Fall erforderlich. In diesem Fall ist es für realistische Abbildungen erforderlich, Linsenaberrationen, wie sphärische Aberration, Koma, Astigmatismus, Bildfeldwölbung und Verzeichnung, zu berücksichtigen. Grundsätzlich sind diese Arten von Abbildungsfehlern jedoch nicht nur auf sequentielle Modelle beschränkt, sondern können auch mit den in Abschnitt 2.4.2 beschriebenen, nichtsequentiellen Modellen simuliert werden.

Die sequentielle Ray-Tracing-Methode bietet sich für die Beschreibung virtueller Sensoren an und wird zur Berechnung des paraxialen Übertragungsverhaltens herangezogen. Das primäre Ziel besteht darin, die räumliche Intensitätsverteilung optischer Lichtquellen mathematisch nachzubilden und das Übertragungsverhalten zwischen einer virtuellen Lichtquelle und einem Detektor unter Berücksichtigung von Informationen zur geometrischen Oberflächenbeschaffenheit und zum optischen System zu beschreiben.

2.4.2 Nichtsequentielles Ray Tracing

Das nichtsequentielle Ray Tracing basiert auf der Annahme, dass eine virtuelle Umgebung aus einer Anordnung beliebiger geometrischer Objekte besteht. Lichtstrahlen, die von einem Punkt im \mathbb{R}^3 ausgesendet werden, können mit jedem der beschriebenen Objekte im Raum wechselwirken, sofern das Objekt in Ausbreitungsrichtung zum entsprechenden Lichtstrahl liegt (vgl. Bild 2.4) und physikalische Randbedingungen wie Transparenz, Reflexionsgrad und Absorption eingehalten werden. Es ist denkbar, dass bei Streuung oder Reflexion an spiegelnden Oberflächen Lichtstrahlen auch mit mehreren geometrischen Objekten wechselwirken können. Exemplarisch sind Mehrfachreflexionen oder partielle Transparenz virtueller Objekte zu nennen.

Nichtsequentielles Ray Tracing ist in der Computergrafik weit verbreitet und wird vornehmlich zum Rendern virtueller, räumlicher Objekte eingesetzt (vgl. [11]). Es wird aber auch in der wissenschaftlichen Anwendung für optische Simulationen, beispielsweise in ZEMAX[®], genutzt (vgl. Bild 2.4). Die mathematische Modellierung geometrischer Objekte erfolgt häufig durch die Beschreibung tessellierter Daten in Form geometrischer Dreiecksnetze (vgl. [41]). Das gängige Format zur Beschreibung solch geometrischer Objekte ist das STL-Format. Weitere Möglichkeiten bestehen in der Beschreibung von Oberflächen durch Polygone oder Oberflächensplines, wie beispielsweise *Non-Uniform Rational B-Splines* (NURBS).

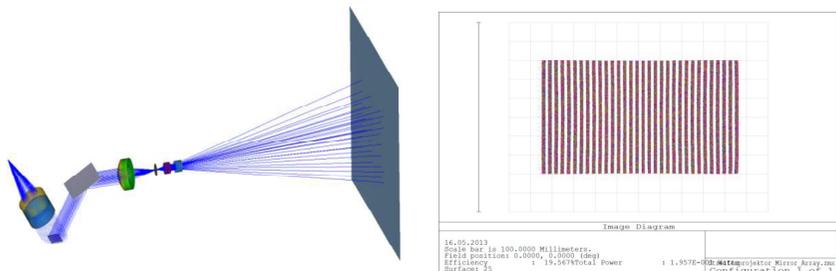


Bild 2.4: Linke Darstellung: Nichtsequentielles Ray-Tracing-Modell eines mit ZEMAX[®] simulierten Streifenprojektionssystems zur virtuellen Messung räumlicher Objekte. Rechte Darstellung: Virtuell projizierter und mittels eines zweidimensionalen Detektors gemessener Streifenverlauf als Ergebnis einer Ray-Tracing-Simulation mit ZEMAX[®].

Die Beschreibung komplexer Geometrieelemente mit Dreiecksnetzen bietet die Möglichkeit, mit geeigneten Algorithmen numerisch effizient Schnittpunkte für die Optiks simulation zu berechnen. Mit Verweis auf Gleichung (2.12) kann jeder Strahl, gemäß Superpositionsprinzip, als eigenes, unabhängiges Objekt angesehen werden. Somit eignet sich die Berechnung der Strahlausbreitung beim nichtsequentiellen Ray

Tracing auch zum Parallelisieren mittels Threading (vgl. [9]) und kann, mit zu erläuternden Verfahren, performant umgesetzt werden.

2.4.3 Kommerzielle Ray-Tracing-Software

In der Computergrafik existiert eine Vielzahl an Softwarelösungen für das Rendern räumlicher Objekte. Diese nutzen großteils OpenGL[®]. Exemplarisch sind das Open-Source-Tool VTK oder das Visualisierungs- und Analyseprogramm VisIt zu nennen. In der wissenschaftlichen Anwendung ist die Zahl an Softwarelösungen für Optiksimulationen jedoch limitiert. Kommerzielle Software wie OSLO sind inzwischen antiquiert und ermöglichen häufig nur die sequentielle Berechnung der Strahlausbreitung. Die Software ZEMAX[®] hingegen bietet die Möglichkeit der sequentiellen und nichtsequentiellen Simulation und liefert eine grafische Benutzerumgebung in Form eines Editors, die dem Anwender die Gestaltung und Anordnung optischer Komponenten ermöglicht. Außerdem ist eine Macro-Programmierung in der Skriptsprache ZEMAX[®] *Programming Language* (ZPL) möglich. Das Problem besteht darin, dass als kommerzielles Tool kein direkter Zugriff auf den eigentlichen Ray Tracer und die implementierten Algorithmen möglich ist. Es existiert lediglich eine DDE-Schnittstelle (engl. *Dynamic Data Exchange*), um eine direkte Kommunikation zwischen eigenen Programmen und der Software ZEMAX[®] herzustellen. Aufgrund der Syntax und Kompatibilitätsproblemen unterschiedlicher Programmversionen stellt die DDE-basierte Kommunikation auf langfristige Sicht jedoch keine adäquate Basis zur physikalisch exakten Ray-Tracing-Berechnung dar. Gleiches gilt für andere, kommerzielle Programme, wie beispielsweise TracePro.

2.4.4 Methoden für die beschleunigte Ray-Tracing-Berechnung

Da räumliche Szenen Millionen Punkte und entsprechend viele Polygone oder Dreiecke für die Beschreibung komplexer Objekte enthalten können, müssen in der nichtsequentiellen Anwendung numerisch effiziente Algorithmen umgesetzt werden, welche die Schnittpunktberechnung für die räumliche und zeitliche Strahlausbreitung ermöglichen. Diese haben das Ziel, die Anzahl der Rechenoperationen zu reduzieren und dadurch die Performance zu steigern. In diesem Zusammenhang ist auch das sogenannte *backward ray tracing* (vgl. [42]) zu erwähnen. Eine parallele Datenverarbeitung ist erstrebenswert und wird beispielsweise mithilfe von GPUs ermöglicht. Der Grafikerhersteller NVIDIA[®] hat mit der CUDA[®]-Technologie eine solche Grundlage für schnelle, parallelisierte Berechnungen geschaffen (vgl. [9, S. 21 ff.]). Auf wichtige Ansätze und Algorithmen für die Berechnung der Strahlausbreitung wird nachfolgend eingegangen.

Bild 2.5 gibt einen Überblick über Möglichkeiten für die schnelle Berechnung der Strahlausbreitung in räumlichen Umgebungen. Da die Entwicklung optischer Sensoren eine physikalisch korrekte Betrachtung voraussetzt, entfallen einige der in Bild 2.5 aufgelisteten Methoden zur beschleunigten Berechnung. Exemplarisch sind statistische Methoden zu nennen, die bei einer physikalischen Simulation nicht

zugelassen werden können. Die Methoden zur beschleunigten, geometrischen Schnittpunktberechnung können jedoch ohne Einschränkungen angewendet werden.

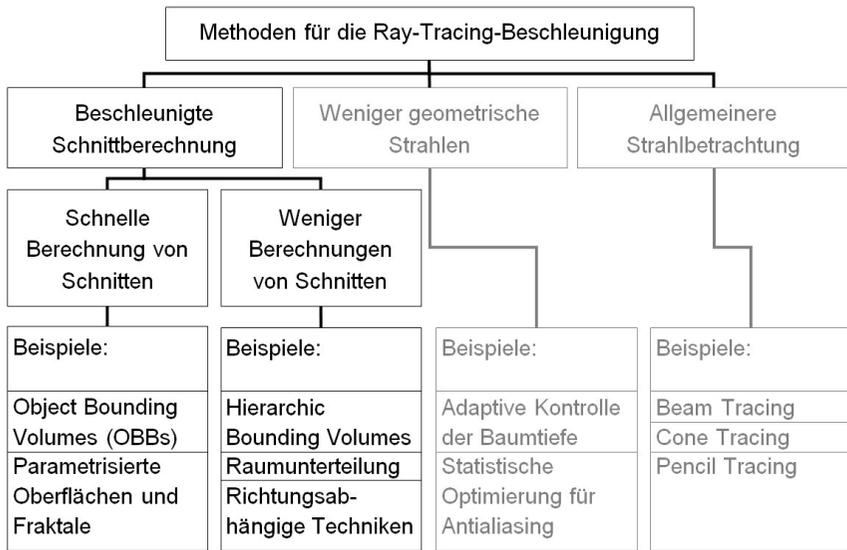


Bild 2.5: Klassifizierung von Methoden zum Beschleunigen von Ray-Tracing-Algorithmen (Abbildung nach [11, S. 204])

Um numerisch effiziente Ray-Tracing-Berechnungen durchführen zu können, ist insbesondere die Raumunterteilung (engl. *space subdivision*) ein probates Mittel (vgl. [43, S. 8 ff.]). Die Raumunterteilung (vgl. Bild 2.5) kann den Rechenaufwand in Abhängigkeit der Anzahl zu berücksichtigender geometrischer Objekte reduzieren und bei geeigneter, räumlicher Verteilung auf einen logarithmischen Rechenaufwand führen (vgl. [44, S. 509]). In der modernen Computeranwendung werden Raumunterteilungen mithilfe von Kontrollvolumen (engl. *bounding boxes*) umgesetzt, wobei sich die Methoden je nach Anwendungsfall, geometrischer Beschaffenheit der Objekte und Komplexität des Systems unterscheiden. Für Informationen zu Raumunterteilungen wird auf [45, S. 150 ff.] verwiesen.

Kontrollvolumen werden genutzt, um beim Ray Tracing geometrische Objekte, wie beispielsweise Dreiecke, in Raumbereichen zusammenzufassen. Es gilt eine Hierarchie zu schaffen, um die Anzahl der Rechenoperationen für die Berechnung der Strahlausbreitung zu reduzieren. Solch effizienzsteigernde Hierarchien basieren auf dem von Sutherland et al. (vgl. [46, 47]) vorgestellten Prinzip, das unter anderem von Clark (vgl. [48]), sowie Rubin und Whitted (vgl. [49]) weiterentwickelt wurde. Heute stellen solche Hierarchien den Stand der Technik dar. Gemäß der

entwickelten Algorithmen muss ein geometrisches Objekt bei der Ray-Tracing-Berechnung mathematisch nur dann berücksichtigt werden, wenn sich das Objekt innerhalb eines Kontrollvolumens befindet, das von einem virtuellen Lichtstrahl geschnitten wird. Nachfolgend werden gängige Methoden beschrieben, die auf solch hierarchischen Strukturen basieren.

2.4.4.1 Axis-Aligned Bounding Boxes (AABBs)

AABBs sind Kontrollvolumen, die für die numerisch effiziente Berechnung geometrischer Schnittpunkte mit komplexen geometrischen Objekten eingesetzt werden. Bei AABBs wird die Orientierung der Volumen im Allgemeinen durch ein ortsfestes Koordinatensystem vorgegeben. Der Vorteil von AABBs besteht darin, dass diese einfach zu berechnen sind. Allerdings existieren in der Computergrafik alternative und numerisch effizientere Ansätze, die sich häufig besser für Ray-Tracing-Berechnungen eignen.

2.4.4.2 Oriented Bounding Boxes (OBBs)

Die Methode zur Beschleunigung von Ray Tracing mittels orientierter Kontrollvolumen (OBB) wird unter anderem in [50] beschrieben. Bei OBBs erfolgt die Generierung von Kontrollvolumen in Abhängigkeit geometrischer Objekte, das heißt vorliegender Formelemente (vgl. [50, S. 173]). Das Grundprinzip von OBBs ist analog zu dem in [51, S. 409 ff.] angegebenen Konzept zur Berechnung von Rechtecken zu sehen, die Polygone umgeben und zur Beschreibung des konvexen Hüllproblems (engl. *convex hull*) genutzt werden. Dieses stellt in der Visualisierungsanwendung ein umfangreich behandeltes Problem dar.

Im Gegensatz zu den AABBs sind OBBs nicht an ein vorgegebenes Koordinatensystem gebunden, wodurch geometrische Formelemente besser nachgebildet und enger umschlossen werden können (vgl. [11, S. 210]). Im Allgemeinen resultieren kleinere Kontrollvolumen als bei AABBs (vgl. Abschnitt 2.4.4.1). Die mathematische Generierung von OBBs ist jedoch mit größerem Aufwand verbunden.

2.4.4.3 Bounding Spheres

Bounding spheres (vgl. [52]) sind Kontrollvolumen, die geometrische Objekte, beispielsweise für eine effiziente Berechnung von Schnittpunkten, kugelförmig umschließen. Diese sind analog zu dem bekannten „Kleinsten-Kreis-Problem“ der Messtechnik zu sehen, das den Gegenstand zahlreicher Untersuchungen darstellt (vgl. [52, 53, S. 766–768]). In der Metrologie wird das Problem durch das Pferchproblem formuliert. Der Vorteil sphärischer Kontrollvolumen besteht in der numerisch effizienten Analyse, sowie der analytischen Lösung der Schnittpunktberechnung mithilfe von Kugelparametern. Demnach muss für die Überprüfung der Existenz eines Schnittpunkts lediglich der Abstand eines Lichtstrahls zum Kugelmittelpunkt ermittelt werden. Die Schnittpunktberechnung ist

aufgrund der Parametrisierung des sphärischen Volumens einfach möglich. Exemplarisch wird auf den in [54, S. 240–245] beschriebenen Ansatz für die Schnittpunktberechnung verwiesen. Die effiziente Berechnung von *bounding spheres* geht jedoch zulasten der Größe des umschlossenen Volumens. Je nach Formgebung des geometrischen Objekts resultieren große Raumbereiche, die die Effizienz bei Ray-Tracing-Anwendungen schmälern.

2.4.4.4 K-D-Trees

K-D-Trees beschreiben in der Ray-Tracing-Anwendung eine Methode, bei welcher der euklidische Raum einer dreidimensionalen Szene, abhängig von der Tiefe, schrittweise binär unterteilt wird. Auf diese Weise können Objekte in einer räumlichen Umgebung mit einem geringen numerischen Aufwand adressiert werden, was sich für die Anwendung des Ray Tracings in besonderem Maße anbietet. Die Grundlagen für die K-D-Trees wurden von Blum et al. mit dem in [1, S. 448 ff.] beschriebenen Algorithmus PICK gelegt und von Bentley et al. in [44] umgesetzt. Bei effizienter Programmierung kann ein K-D-Tree, bezogen auf die betrachtete Objektanzahl, auf einen logarithmischen Rechenaufwand führen (vgl. [44, S. 509]). Dies ist bei Ray-Tracing-Operationen grundsätzlich erstrebenswert.

2.4.4.5 Octrees

Octrees beschreiben, in Bezug auf Ray-Tracing-Betrachtungen, eine quaderförmige Unterteilung des euklidischen Raumes. Die Unterteilung des Volumens nimmt in Abhängigkeit der Tiefe d_{Octree} exponentiell zu. Bei der Schnittpunktanalyse wird ein Volumenelement jeweils mithilfe von acht Volumenelementen beschrieben, woraus sich eine Unterteilung der Größenordnung $8^{d_{\text{Octree}}}$ ergibt. Nach diesem Prinzip kann die Unterteilung beliebig fortgesetzt werden. Die Octree-Methode als Raumunterteilungsmethode (engl. *spatial subdivision*) wird in [11, S. 218–223] detailliert beschrieben und kann, basierend auf dem in [43, S. 8–11] vorgestellten Konzept, für äquidistante und ungleichmäßige Raumunterteilungen genutzt werden. Das Ziel des Octrees in der Ray-Tracing-Anwendung besteht darin, die Anzahl notwendiger Rechenoperationen für die Berechnung von Schnittpunkten virtueller Strahlen mit geometrischen Objekten zu minimieren (vgl. Quasi-Newton-Verfahren in [55, S. 279 ff.]). Dazu wird überprüft, ob sich ein geometrisches Objekt bei der Schnittpunktberechnung innerhalb eines Volumenelements befindet. Damit ist das Prinzip in Analogie zu dem in Abschnitt 2.4.4.4 beschriebenen Suchalgorithmus PICK (vgl. [1, S. 448 ff.]) zu sehen. Die Anwendung von Octrees ist nicht nur auf Ray Tracing beschränkt, sondern kann auf abweichende Anwendungsfälle, wie die schnelle Bildverarbeitung, angewendet werden. Bei zweidimensionaler Betrachtung ergeben sich entsprechend vier rechteckförmige Unterteilungen pro Bildbereich und damit eine Unterteilung der Größenordnung $4^{d_{\text{Octree}}}$.

3 Modellannahmen für optische Simulationen

Ausgangspunkt optischer Simulationen bilden häufig virtuelle Lichtstrahlen, die von einer Lichtquelle im virtuellen Raum in Abhängigkeit einer vorgegebenen Abstrahlcharakteristik emittiert werden. Das Prinzip ist auf das *forward ray tracing* aus der Visualisierungsanwendung übertragbar und vom *backward ray tracing* (vgl. [42]) zu unterscheiden. Die physikalische Modellierung solcher Lichtquellen und die Polarisation werden nachfolgend thematisiert. Darüber hinaus werden geometrische Oberflächen mathematisch beschrieben und die Modellierung von Schichten optisch kooperativer Oberflächen wird behandelt.

3.1 Mathematische Beschreibung von Bezugssystemen

Bevor grundlegende Informationen zu optischen Systemen vermittelt werden, ist es erforderlich, Koordinatensysteme zu beschreiben, innerhalb derer Objekte und Lichtstrahlen definiert, sowie virtuelle Messgrößen ermittelt werden. Die nachfolgenden Konventionen stellen die Basis für die Simulation virtueller Sensoren in der sequentiellen und der nichtsequentiellen Anwendung dar. Bei der Betrachtung optischer Simulationen werden im Folgenden drei kartesische Koordinatensysteme unterschieden.

Das Referenzsystem eines virtuellen Sensors setzt sich aus den orthogonalen, normierten Vektoren \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y und \mathbf{e}_z zusammen und wird als ortsfest angesehen. Für virtuelle Lichtquellen wird ein eigenes Bezugssystem definiert. Dieses wird ebenfalls durch orthogonale, normierte Vektoren $\mathbf{e}_{x'}$, $\mathbf{e}_{y'}$ und $\mathbf{e}_{z'}$ beschrieben und ist im Allgemeinen gegenüber dem Referenzsystem transformiert. Der Vektor \mathbf{e}_0' beschreibt die Verschiebung gegenüber dem Nullpunkt des Referenzsystems. Der Koordinatenvektor \mathbf{x}' , beschrieben im transformierten System, kann auf das Referenzsystem abgebildet werden. Es gilt

$$\mathbf{x} = (\mathbf{e}_{x'} \quad \mathbf{e}_{y'} \quad \mathbf{e}_{z'}) \cdot \mathbf{x}' + \mathbf{e}_0' \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}' = (x' \quad y' \quad z')^T. \quad (3.1)$$

Ein analoger Zusammenhang besteht für das Bezugssystem eines virtuellen Detektors. Es gilt

$$\mathbf{x} = (\mathbf{e}_{x''} \quad \mathbf{e}_{y''} \quad \mathbf{e}_{z''}) \cdot \mathbf{x}'' + \mathbf{e}_0'' \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}'' = (x'' \quad y'' \quad z'')^T. \quad (3.2)$$

Die Koordinatensysteme können durch Umstellen und Invertierung ineinander überführt werden und sind für die Beschreibung der in dieser Arbeit abzubildenden, virtuellen Messgrößen relevant. So kann eine virtuelle Lichtquelle beispielsweise auf ein Modell eines Sensors im Referenzsystem oder einen virtuellen Detektor abgebildet werden.

3.2 Modellierung von Lichtquellen und Lichtstreuung

Die physikalische Modellierung von Lichtquellen ist unter simulationstechnischen Aspekten essentiell für die Berechnung optischer Systeme. Sowohl beim SLS (vgl. [14]), als auch beim CSI (vgl. DIN EN ISO 25178-604, [15]), stellen virtuelle Lichtquellen den Ausgangspunkt für simulierte Strahlverläufe dar. Für Ray-Tracing-Simulationen müssen Lichtquellen nachgebildet werden. Bei kohärenter Simulation müssen, neben geometrischen Aspekten wie Abstrahlwinkel, Verteilungs- und Ortsinformationen, auch elektromagnetische Eigenschaften, wie Phasen- und Polarisationszustände, sowie Spektralinformationen berücksichtigt werden. Abhängig vom simulierten System wird grundsätzlich zwischen einer inkohärenten und einer kohärenten Modellierung unterschieden. Unter Kohärenz ist dabei die Vorhersehbarkeit der Phasenlage einer Welle zu verstehen (vgl. [16, S. 337]).

3.2.1 Inkohärente Simulation

Bei der Simulation optischer Systeme sind inkohärente Betrachtungen, das heißt eine Vernachlässigung von Welleneigenschaften, nur dann zulässig, wenn die optischen Weglängendifferenzen größer als die Kohärenzlänge des Lichts sind. Diese ergibt sich aus der Breite des zugrunde liegenden, intensitätsbezogenen Spektrums (vgl. [16, S. 353]). Bei der Simulation optischer Gitter und feiner periodischer Strukturen muss grundsätzlich kohärent gerechnet werden. Bei einer rein inkohärenten Simulation eines optischen Systems können Intensitätsverteilungen, im Unterschied zu Gleichung (2.13), durch Summation einzelner Intensitätswerte ermittelt werden. Der Wellencharakter des Lichts wird in diesem Fall vernachlässigt. Damit ergibt sich, mit Verweis auf die Gleichungen (2.11) bis (2.14), ein skalarer Intensitätswert $\bar{I}_k(\mathbf{x}) = \bar{I}_k(\mathbf{x}, t) \geq 0$ als Resultat. Dieser ist von der Wellenzahl und der Zeit abhängig. Dem Intensitätswert kann ein skalarer Wert der elektrischen Feldstärke, im Folgenden als Effektivwert $E_{k,\text{eff}}(\mathbf{x})$ bezeichnet, zugewiesen werden. Aus den angegebenen Gleichungen folgt

$$\bar{I}_k(\mathbf{x}) \sim E_{k,\text{eff}}^2(\mathbf{x}) = \frac{1}{4} \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{t} \cdot \int_t \left(\frac{(\mathbf{E}_k(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_k^*(\mathbf{x}, t))^T \cdot (\mathbf{E}_k(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_k^*(\mathbf{x}, t))}{2} \right) dt \right) = \frac{\mathbf{E}_{k,0}^T \cdot \mathbf{E}_{k,0}}{2} \quad (3.3)$$

(vgl. Bild 2.1). Bei dem beschriebenen Ansatz bleibt der Energietransport in Richtung des Poynting-Vektors (vgl. [21]) konstant. Das heißt, die dem Strahl zuzuordnende Intensität bleibt unverändert bestehen. Wird dieser Ansatz für die Modellierung gewählt, so kann die räumliche Abstrahlcharakteristik einer Lichtquelle bei Annahme einer räumlichen Emission und rein inkohärenter Betrachtung radiometrisch als vierdimensionale Intensitätsverteilungsfunktion $\bar{I}_{k,\text{Source}}(x', y', \theta_x', \theta_y')$ aufgefasst werden, die in Analogie zur spezifischen Ausstrahlung gemäß DIN 5031-1 ([56, S. 1]) zu sehen ist. Neben der Abhängigkeit von der Wellenzahl k werden mit x' und y' die Koordinaten einer ebenen Leuchtfläche und mit θ_x' und θ_y' die auf die Flächennormale bezogenen Abstrahlwinkel der Lichtquelle beschrieben. Aus den

Winkeln lassen sich ein Polarwinkel θ_p und ein Radialwinkel θ_r berechnen. Für diese gilt

$$\theta_p = \text{atan2}(\sin(\theta_{y'}), \sin(\theta_{x'})) \quad \text{und} \quad (3.4)$$

$$\theta_r = \text{atan} \left(\frac{\sqrt{\sin^2(\theta_{x'}) + \sin^2(\theta_{y'})}}{\cos(\theta_{x'}) \cdot \cos(\theta_{y'})} \right) \quad \text{mit } \theta_{x'}, \theta_{y'} \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2} \right]. \quad (3.5)$$

Mit diesem Ansatz können unterschiedliche Arten von Lichtquellen, beispielsweise lambertsche Quellen, simuliert werden. Lambertförmiges Abstrahlverhalten einer Lichtquelle liegt vor, wenn die Intensitätsverteilung (spezifische Ausstrahlung einer strahlemittierenden Leuchfläche) durch die Gleichung

$$\bar{I}_{k,\text{Source}}(x', y', \Omega') = \bar{I}_{k,0} \cdot \sin^2(\Omega') \quad (3.6)$$

beschrieben wird. Ω' ist dabei der Raumwinkel. Die Intensitätsverteilung ist somit winkelabhängig und berechnet sich in Abhängigkeit der Strahldichte.¹ Weitere Modelle, wie beispielsweise Gaußstrahler (vgl. Bild 3.1), können analog angegeben werden. Die Begrifflichkeit der Intensität entspricht der in DIN 5031-1 ([56, S. 1]) angegebenen, energetischen Größe der spezifischen Ausstrahlung einer Lichtquelle.

Neben lambertförmiger und gaußförmiger Abstrahlcharakteristik zur räumlichen Beschreibung inkohärenter Lichtquellen sind weitere Verteilungen denkbar. Allgemein werden dazu *Bidirectional Scatter Distribution Functions* (BSDF) genutzt (vgl. [57]). Diese stehen im direkten Zusammenhang mit *Bidirectional Reflectance Distribution Functions* (BRDF) (vgl. [58, S. 3 ff.]) zur Beschreibung der diffusen Reflexion an geometrisch unbestimmten, rauen Oberflächen, sowie *Bidirectional Transmittance Distribution Functions* (BTDF). BRDFs können in mathematischer Analogie angegeben werden. Gemäß [59, S. 258–259] ist in der Computergrafik zudem der Begriff *Bidirectional Surface Scattering Reflectance Distribution Function*² (BSSRDF) zu nennen. Diese Art von Funktion wird zur Visualisierung rauer Oberflächen und zur Berechnung der geometriebedingten Streuung von Licht eingesetzt. Sie wird jedoch an dieser Stelle nicht im Detail thematisiert. BRDFs, BSDFs und BSSRDFs werden häufig zur Beschreibung fotometrischer Lichtgrößen genutzt, die im Zusammenhang mit der in DIN 5031-2 ([60]) beschriebenen Strahlungsbewertung durch einen Empfänger zu sehen sind. Die Betrachtungen

¹ Die Angaben zur Intensitätsverteilung beziehen sich auf die strahlemittierende Leuchfläche. Bei einer Veränderung des Betrachtungswinkels eines Empfängers verändert sich der projizierte Flächenanteil in Form eines Kosinusterns (vgl. [16, S. 14]). Somit stellt die angegebene Größe die spezifische Ausstrahlung gemäß DIN 5031-1 ([56, S. 1]) dar. Es wird darauf hingewiesen, dass die Intensität nicht mit der Strahlstärke zu verwechseln ist (normative Bezeichnung I). Die normative Bezeichnung der spezifischen Ausstrahlung ist M .

² Bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion für Oberflächenstreuung

können aber auf radiometrische Größen entsprechend DIN 5031-1 ([56, S. 1–2]) übertragen werden, welche für die physikalischen Berechnungen und die optischen Sensorsimulationen relevant sind.

Die wellenlängenabhängige BSDF einer virtuellen Lichtquelle berechnet sich, bei Betrachtung eines infinitesimalen, lichtemittierenden Flächenelements $dA' = dx' \cdot dy'$, durch Integration über den Leuchtflächenbereich zu

$$\int_{\Omega'} \text{BSDF}_k(\theta_{x'}, \theta_{y'}) \cdot \cos(\theta_{r'}) \cdot d\Omega' = \beta \cdot \int_{A'} \bar{I}_{k,\text{Source}}(x', y', \Omega') \cdot dA'. \quad (3.7)$$

Die BSDF hängt entsprechend mit der in [16, S. 14] und in DIN 5031-1 ([56, S. 2]) beschriebenen Strahldichte L_k zusammen, die in Anlehnung an die chromatische Betrachtung mit

$$L_k = \frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial A' \cdot \cos(\theta_{r'}) \cdot \partial \Omega'} = \frac{\partial \bar{I}_{k,\text{Source}}}{\cos(\theta_{r'}) \cdot \partial \Omega'} \quad (3.8)$$

angegeben wird und mithilfe der zeitlich gemittelten Intensität $\bar{I}_{k,\text{Source}}$, als spezifische Ausstrahlung (flächenbezogene Strahlungsleistung)

$$\bar{I}_{k,\text{Source}} = \partial \Phi_k / \partial A' \quad (3.9)$$

(vgl. DIN 5031-1, [56, S. 1]), ausgedrückt werden kann. Der in Gleichung (3.7) eingeführte Faktor β normiert die Gleichung bei Berücksichtigung des infinitesimalen Raumwinkelements $d\Omega' = \sin(\theta_{r'}) \cdot d\theta_{r'} \cdot d\theta_{p'}$. Der Faktor berechnet sich abhängig vom Wert der integrierten Streuung (engl. *Total Integrated Scatter*, TIS) nach DIN EN ISO 25178-6 ([61, S. 9]), die mithilfe der Integration über den halben Raumwinkel³ normiert wird. Es gilt

$$\text{TIS}_k(\Omega') = \int_{\Omega'} \text{BSDF}_k(\theta_{r'}) \cdot \cos(\theta_{r'}) \cdot d\Omega' \sim \int_{\Omega'} L_k(\theta_{r'}) \cdot \cos(\theta_{r'}) \cdot d\Omega' \quad (3.10)$$

mit $\text{TIS}_k(2\pi) = 1$ (vgl. BRDF-Definition nach [58, S. 5]⁴). TIS_k entspricht der integrierten Streuung bei Berücksichtigung der Wellenzahl, die mit der radiometrischen Größe des Strahlungsflusses Φ_k zusammenhängt (vgl. [16, S. 12]). Bei der Betrachtung wird die Wellenzahl k ebenfalls berücksichtigt. Es gilt somit

$$\Phi_k(\Omega') \sim \int_{A'} \text{TIS}_k(\Omega') \cdot dA' = \text{TIS}_k(\Omega') \cdot \int_{A'} dA'. \quad (3.11)$$

³ Es wird lediglich der halbe Raumwinkel betrachtet, da bei der BSDF per Definition kein Licht durch die Oberfläche transmittiert. Entsprechend reicht es aus, eine Hemisphäre zu betrachten.

⁴ Im Gegensatz zur BRDF-Definition nach Nicodemus ([58]) wird die BSDF an dieser Stelle als eigenständige Funktion entsprechend der Strahldichte definiert.

Die Verläufe von BSDF und TIS sind in Bild 3.1 jeweils für den zweidimensionalen Fall bei Vernachlässigung einer spektralen Abhängigkeit für gaußförmige Abstrahlcharakteristika dargestellt. Neben lambert- und gaußförmigem Abstrahlverhalten können weitere Streumodelle angewendet werden. Eine Möglichkeit besteht in der Anwendung des sogenannten Harvey-Shack-Modells [62], das beispielsweise in der kommerziellen Software ZEMAX® die Grundlage für ein dreiparametrisches Streumodell (das sogenannte ABg-Streumodell) bildet und in der Fachliteratur häufig auch als ABC-Modell (vgl. [63, S. 5]) bezeichnet wird. Weiterführende Untersuchungen zu Streumodellen finden sich zudem in [64–66]. Das besagte Modell kann genutzt werden, um Lichtstreuung an geometrisch undefinierten, rauen Oberflächen zu simulieren. Mittels geeigneter Parameter werden demnach unterschiedliche Abstrahlcharakteristika vorgegeben, um so die bidirektionale Streuung einzustellen und den TIS-Verlauf (vgl. Bild 3.1) entsprechend zu beeinflussen.

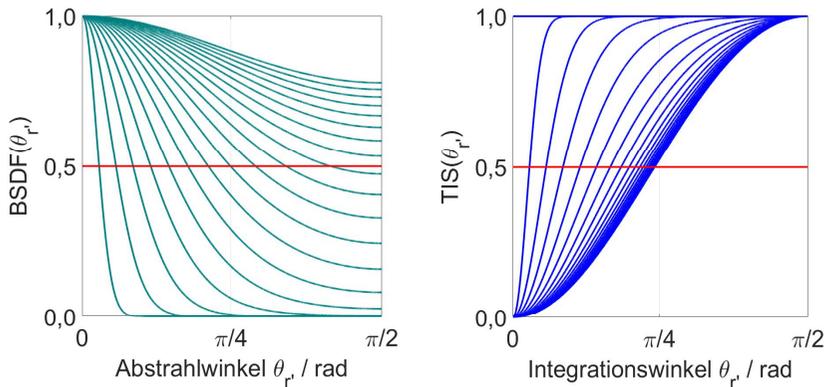


Bild 3.1: Linke Darstellung: Abstrahlcharakteristik einer gaußförmigen Lichtquelle in Form einer BSDF bei Variation der Standardabweichung und Vernachlässigung spektraler Einflüsse. Rechte Darstellung: Verlauf des integrierten Streuwerts TIS als Ergebnis der Integration über den Winkel θ_r (zweidimensionaler Fall) (vgl. [66, S. 7]).

Der beschriebene, inkohärente Modellansatz reicht in vielen Fällen nicht für die Simulation optischer Systeme aus. Geometrische Einflüsse und die Inhomogenität geometrischer Oberflächen werden bei dem beschriebenen Ansatz vernachlässigt. Zudem werden Polarisierungseffekte und Phasenbeziehungen elektromagnetischer Wellen nicht berücksichtigt. In der Interferometrie sind solche Effekte jedoch essentiell, da auf ihnen das physikalische Messprinzip beruht. Daher wird auf die kohärente Modellierung von Licht separat eingegangen.

3.2.2 Kohärente Simulation

Für kohärente Betrachtungen müssen Phasenbeziehungen elektromagnetischer Wellen betrachtet werden. Die winkelabhängige und zeitlich gemittelte Verteilung skalarer Intensitätswerte $\bar{I}_{k, \text{Source}}$ (vgl. Abschnitt 3.2.1) wird auf komplexwertige, elektrische Feldstärkevektoren $\underline{\mathbf{E}}_{k, \text{Source}}$ im Referenzsystem übertragen. Der Wellenvektor \mathbf{k} wird zusätzlich als eigener Parameter berücksichtigt. Für den ungedämpften Fall gilt

$$\underline{\mathbf{E}}_{k, \text{Source}} \left(\begin{array}{c} x', y', \\ \theta_{x'}, \theta_{y'}, t \end{array} \right) = \underbrace{\left(\mathbf{v} \quad \mathbf{w} \quad \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \mathbf{k} \right)}_{\mathbf{R}_{\text{Trans}}(\theta_{x'}, \theta_{y'})} \cdot \left(\begin{array}{c} E_{0,v} \cdot \exp \left(j \cdot \left(\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot \left(\mathbf{x} - \left(\mathbf{e}_{x'} \quad \mathbf{e}_{y'} \quad \mathbf{e}_{z'} \right) \cdot \mathbf{x}' - \mathbf{e}_0' \right) + \phi_{0,x'} \right) \right) \\ E_{0,w} \cdot \exp \left(j \cdot \left(\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot \left(\mathbf{x} - \left(\mathbf{e}_{x'} \quad \mathbf{e}_{y'} \quad \mathbf{e}_{z'} \right) \cdot \mathbf{x}' - \mathbf{e}_0' \right) + \phi_{0,y'} \right) \right) \\ 0 \end{array} \right). \quad (3.12)$$

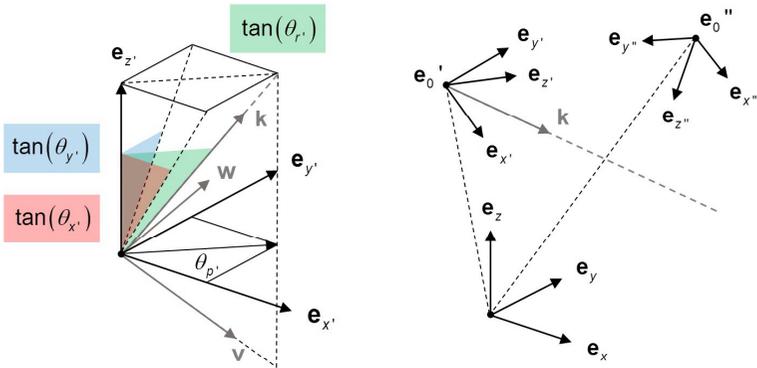


Bild 3.2: Linke Darstellung: Transformation zwischen den kartesischen Koordinaten einer Leuchtfläche (Basisvektoren $\mathbf{e}_{x'}$, $\mathbf{e}_{y'}$ und $\mathbf{e}_{z'}$) und den Wellenkoordinaten \mathbf{v} , \mathbf{w} und \mathbf{k} zur Beschreibung der räumlichen und zeitlichen Ausbreitung elektrischer Feldstärkevektoren in Abhängigkeit vorgegebener Polarisationszustände. Rechte Darstellung: Räumliche Abhängigkeit von Referenzsystem (Basisvektoren \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y und \mathbf{e}_z), virtueller Lichtquelle (Basisvektoren $\mathbf{e}_{x'}$, $\mathbf{e}_{y'}$ und $\mathbf{e}_{z'}$) und virtuellem Detektor (Basisvektoren $\mathbf{e}_{x''}$, $\mathbf{e}_{y''}$ und $\mathbf{e}_{z''}$).

Die Vektoren \mathbf{v} und \mathbf{w} (vgl. Bild 3.2, linke Darstellung) stehen senkrecht zueinander, sind normiert und beschreiben, gemeinsam mit dem Ausbreitungsvektor

\mathbf{k} , der sich aus den Abstrahlwinkeln $\theta_{x'}$ und $\theta_{y'}$ berechnet, ein Orthogonalsystem. Dieses wird fortan als Wellenkoordinatensystem bezeichnet. Die Gleichung erfüllt die Maxwell-Bedingungen (vgl. [19]), was bei Betrachtung des Anhangs A deutlich wird. Die Matrix $\mathbf{R}_{\text{Trans}}$ zur Beschreibung des Wellensystems kann, falls erforderlich, an das abzubildende System angepasst werden. Entsprechend sind spezifische Rotationen erforderlich.

Das System wird für jeden emittierten Lichtstrahl, als Repräsentant einer ebenen, elektromagnetischen Welle und abhängig vom Abstrahlverhalten der Lichtquelle, individuell berechnet. Das Prinzip ist dabei in Anlehnung an [67, S. 9 ff.] zu sehen. Entsprechend der getroffenen Annahme ist das Konzept auf kohärente, optische Systeme übertragbar, die beispielsweise in [34, S. 234 ff.] im Zusammenhang mit der kohärenten Informationsverarbeitung, wie dem 4f-Aufbau, thematisiert werden. Bei den beschriebenen Systemen gehen die optischen Weglängeninformationen, aufgrund des Wellencharakters des Lichts, in das Übertragungsverhalten des betrachteten Systems mit ein.

$E_{0,v}$ und $E_{0,w}$ sind die Amplituden der elektromagnetischen Welle in dem in Bild 3.2 (linke Darstellung) abgebildeten Koordinatensystem. $\phi_{0,x'}$ und $\phi_{0,y'}$ beschreiben die Phasenwinkel, die für die einzelnen Komponenten separat eingestellt werden können. Der resultierende, komplexwertige Feldstärkevektor $\mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{Source}}$ wird somit in einem globalen und für alle Lichtstrahlen definierten Referenzsystem (vgl. Abschnitt 3.1) beschrieben. Gemäß Bild 3.2 können die Winkel $\theta_{x'}$ und $\theta_{y'}$ in den eingeführten Polarwinkel θ_p und den Radialwinkel θ_r transformiert werden (vgl. Abschnitt 3.2.1). Der Ausbreitungsvektor wird in Abhängigkeit der Wellenzahl und damit der Wellenlänge beschrieben und ergibt sich zu

$$\mathbf{k}(\theta_{x'}, \theta_{y'}) = k \cdot \frac{\left(\sin(\theta_{x'}) \quad \sin(\theta_{y'}) \quad \cos(\theta_{x'}) \cdot \cos(\theta_{y'}) \right)^T}{\sqrt{\sin^2(\theta_{x'}) + \sin^2(\theta_{y'}) + \cos^2(\theta_{x'}) \cdot \cos^2(\theta_{y'})}}$$

$$\text{mit } \theta_{x'}, \theta_{y'} \in \left] -\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2} \right[. \quad (3.13)$$

Unter Berücksichtigung des in Bild 3.2 (linke und rechte Darstellung) abgebildeten Koordinatensystems der Leuchtfläche werden die in Gleichung (3.12) eingeführten Vektoren \mathbf{v} und \mathbf{w} in Abhängigkeit des Polarisationswinkels θ_p berechnet. Es gilt

$$\mathbf{w}(\theta_{x'}, \theta_{y'}) = \frac{\mathbf{k}(\theta_{x'}, \theta_{y'}) \times (\mathbf{e}_{x'} \quad \mathbf{e}_{y'} \quad \mathbf{e}_{z'}) \cdot (\cos(\theta_p) \quad \sin(\theta_p) \quad 0)^T}{\left| \mathbf{k}(\theta_{x'}, \theta_{y'}) \times (\mathbf{e}_{x'} \quad \mathbf{e}_{y'} \quad \mathbf{e}_{z'}) \cdot (\cos(\theta_p) \quad \sin(\theta_p) \quad 0)^T \right|}, \quad (3.14)$$

sowie

$$\mathbf{v}(\theta_x, \theta_y) = \frac{\mathbf{w}(\theta_x, \theta_y) \times \mathbf{k}(\theta_x, \theta_y)}{|\mathbf{w}(\theta_x, \theta_y) \times \mathbf{k}(\theta_x, \theta_y)|}. \quad (3.15)$$

Die Vektoren ergeben sich in Abhängigkeit der Abstrahlcharakteristik. Bei vorliegender BSDF, wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, kann damit das Ausbreitungsverhalten auch bei kohärenten Betrachtungen in Analogie zum BRDF-Ansatz nach Nicodemus (vgl. [58]) beschrieben werden. Der Vektor \mathbf{v} zeigt damit in Polarisationsrichtung. Auf Polarisation wird in Abschnitt 3.2.3 gesondert eingegangen. Die Vektoren \mathbf{v} , \mathbf{w} und \mathbf{k} werden genutzt, um die elektrischen Feldstärkevektoren vom Wellenkoordinatensystem in das Referenzsystem zu transformieren. Sie sind für die Superposition und die Intensitätsberechnung nach den Gleichungen (2.12) und (2.13) relevant. Es gilt

$$\underline{\mathbf{E}}_{\Sigma, \text{Source}}(x', y', t) \sim \int_{\mathbf{k} \in \Omega'} \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}, \text{Source}}(x', y', \theta_x, \theta_y, t) \cdot d\Omega'. \quad (3.16)$$

Der komplexwertige Vektor $\underline{\mathbf{E}}_{\Sigma, \text{Source}}(x', y', t)$ entspricht dem resultierenden, elektrischen Feldstärkevektor im Referenzkoordinatensystem. Die in Gleichung (3.12) eingeführte Matrix $\mathbf{R}_{\text{Trans}}(\theta_x, \theta_y)$ kann für eine Umrechnung der Wellenkoordinaten und der in Bild 3.2 (rechte Darstellung) abgebildeten Koordinatensysteme invertiert werden. In der praktischen Anwendung wird der Ausdruck in Gleichung (3.16) durch einen Summationsausdruck substituiert. Die aktuelle Intensität $I_{\Sigma}(x', y', t)$ und die zeitlich gemittelte Gesamtintensität $\bar{I}_{\Sigma}(x', y')$ können dann analog zu den Gleichungen (2.13) und (2.14) berechnet werden. Der zeitlich gemittelte, skalare Intensitätswert ist dabei unabhängig vom betrachteten Koordinatensystem und kann, aufgrund von

$$\det(\mathbf{R}_{\text{Trans}}(\theta_x, \theta_y)) = 1, \quad (3.17)$$

alternativ auch in einem der Wellenkoordinatensysteme angegeben werden. Die Richtung des Energieflusses ist durch den Poynting-Vektor (vgl. [21]) vorgegeben, der entsprechend als Berechnungsgrundlage für die gerichtete Strahlausbreitung dient und mit BSDFs, BRDFs und BSSRDFs (vgl. [58]) kombiniert werden kann.

3.2.3 Polarisation elektromagnetischer Wellen

Bei der räumlichen und zeitlichen Ausbreitung elektrischer Felder ist grundsätzlich auch Polarisation zu berücksichtigen. In Bezug auf die Modellierung von Lichtquellen beschreibt die Polarisation eine räumliche und zeitliche Vorzugsrichtung emittierter, elektrischer (oder magnetischer) Feldstärkevektoren. Die Polarisation kann bei der Modellierung initial vorgegeben werden. Durch Modifikation der Gleichung (3.12) können Polarisationszustände einer elektromagnetischen Welle unterschieden werden. In diesem Zusammenhang ist der Jones-Formalismus (vgl. [68, 69, S. 60 ff.]) zu nennen, der auf Gleichung (3.12) durch Multiplikation mit komplexwertigen

Matrizen zur Einstellung der Polarisation angewendet werden kann. Weitere Matrizenoperationen werden in [70, S. 74 ff.] beschrieben. Für weiterführende Informationen wird auf Hecht ([22, S. 529 ff.]) verwiesen.

Polarisation spielt bei der elektromagnetischen Wechselwirkung mit geometrischen Objekten eine Rolle (vgl. [69, S. 85 ff.]) und beeinflusst das Reflexions- und Transmissionsverhalten bei Materialien mit (komplexwertigen) Brechzahlen (vgl. [16, S. 573 ff.]). Außerdem kann Polarisation durch eine spezifische Anordnung bestimmter Materialien erreicht werden, was je nach Anwendung gewünscht oder unerwünscht sein kann. Den einfachsten Fall stellt die lineare Polarisation dar. Lineare Polarisation einer elektromagnetischen Welle liegt vor, wenn zusätzlich zu Gleichung (3.12) die Bedingung

$$\phi_{0,x'} = \phi_{0,y'} + b_\phi \cdot 2\pi \text{ mit } b_\phi \in \mathbb{Z} \quad (3.18)$$

erfüllt ist. Im Falle $E_{0,w} = 0$ ist die Polarisationsrichtung für alle emittierten Lichtstrahlen im Koordinatensystem der Leuchfläche in Richtung des Winkels θ_p , identisch. Durch die Einführung des Drehwinkels θ_p' (vgl. Bild 3.2) um den Vektor \mathbf{e}_z , kann so die Polarisationsrichtung bei vorgegebener, komplexwertiger Amplitude \mathbf{E}_0 des elektrischen Feldstärkevektors definiert werden. Es wird $|\mathbf{E}_0| = |E_{0,v}|$ angenommen (vgl. [69, S. 44]). Die Phasenwinkel $\phi_{0,x'}$ und $\phi_{0,y'}$ ermöglichen bei der Beschreibung der Wellenausbreitung die Einstellung einer elliptischen Polarisation (vgl. [69, S. 60]). Diese beschreibt, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, den Normalfall. Elliptische Polarisation liegt vor, wenn ein $b_\phi \in \mathbb{Z}$ existiert, für das die Bedingung

$$b_\phi \cdot \frac{\pi}{2} < |\phi_{0,x'} - \phi_{0,y'}| < (b_\phi + 1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad (3.19)$$

zur Angabe der Phasenwinkel erfüllt ist. Im Falle

$$\phi_{0,x'} - \phi_{0,y'} = (2 \cdot b_\phi + 1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad (3.20)$$

spricht man von zirkularer Polarisation (vgl. [69, S. 59–60]). Die drei genannten Fälle werden genutzt, um die Polarisation einer virtuellen Lichtquelle zu modellieren.

3.2.4 Mathematische Beschreibung virtueller Lichtquellen

Die Zusammenhänge der kohärenten und inkohärenten Lichtausbreitung bilden die Grundlage für implementierte, C++-basierte Algorithmen im Ray-Tracing-Programm VTKTrace⁵, das im Rahmen dieser Arbeit für die sequentielle (vgl. Abschnitt 2.4.1) und die nichtsequentielle Simulation (vgl. Abschnitt 2.4.2) optischer Sensoren

⁵ Die Namensgebung des entwickelten Programms ist an die zugrunde liegende, frei verfügbare Bibliothek VTK für C++-Anwendungen angelehnt.

entwickelt wurde. Die Implementierung der geometrischen Strahlausbreitung in diesem Programm orientiert sich an der Darstellung in Bild 3.2 (linke Darstellung). Diese sieht vor, dass ein virtueller Kreis in Richtung der vorgegebenen Ausbreitungsrichtung aufgespannt wird. In der Kreisfläche wird eine statistische Verteilung von Punkten angenommen. Die Punkte beschreiben, zusammen mit den jeweiligen Startpunkten, die initial vorgegebenen Ausbreitungsrichtungen virtueller Lichtstrahlen. Aus diesen Informationen können die Polar- und Radialwinkel berechnet werden (vgl. Gleichung (3.4) und (3.5)). Für die Berechnung wird die Wahrscheinlichkeitsfunktion $P_{R'}$ zur Angabe des gleichverteilten Radialwerts R' in den Grenzen R'_A und R'_B beschrieben. Die Wahrscheinlichkeit berechnet sich zu

$$P_{R'}(R'_B \geq R' \geq R'_A) = \frac{R'_B - R'_A}{R'_{\max}} \quad \text{mit } R'_A, R'_B \in [0, R'_{\max}]. \quad (3.21)$$

Um eine Gleichverteilung im Bereich des virtuellen Kreises zu erhalten, muss die Kreisfläche A'_r in Abhängigkeit des Radialwerts R' betrachtet werden. Bei Gleichverteilung der Zufallsvariablen R' resultiert bei der Berechnung der Punktverteilungsdichte in den angegebenen Grenzen aus geometrischen Gründen der quadratische Zusammenhang

$$P_{A'_r(R')} (A'_r(R'_B) \geq A'_r(R') \geq A'_r(R'_A)) = \frac{\pi \cdot (R'_B)^2 - \pi \cdot (R'_A)^2}{\pi \cdot (R'_{\max})^2}. \quad (3.22)$$

Um den quadratischen Einfluss der Flächenanteile zu kompensieren, werden der Radialwert R'_{equal} und der Radialwinkel $\theta_{R'}$ mithilfe der unabhängigen, gleichverteilten Zufallsvariablen X' und Y' zu

$$R'_{\text{equal}} = R'_{\max} \cdot \sqrt{X'} \quad \text{und} \quad \theta_{R'} = 2\pi \cdot Y' \quad \text{mit } X', Y' \in [0, 1] \quad (3.23), (3.24)$$

berechnet. Die Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle ist somit, in Anlehnung an die Angaben gemäß der Gleichungen (3.7) bis (3.11) und unter der Annahme identischer Intensitätswerte, sowie der Vernachlässigung des nichtlinearen Winkleinflusses, für jeden virtuellen Lichtstrahl in den vorgegebenen Grenzen gleichverteilt. Für die Simulation folgt schließlich, entsprechend der Angaben in Abschnitt 3.2.2, $\theta_p = \theta_{R'}$.

In vielen Fällen ist eine gleichverteilte Strahldichte erstrebenswert, beispielsweise dann, wenn virtuelle Detektoren für bildgebende Analysen homogen ausgeleuchtet werden sollen. Je nach Anwendungsfall können auch abweichende Verteilungen berechnet werden. Exemplarisch ist eine Normalverteilung der Lichtstrahlen zu nennen (vgl. Bild 3.3), wenn die Abstrahlcharakteristik von Leuchtdioden simuliert werden soll. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Normalverteilung kann mit

$$p_{\text{Gauß}}(R') = \frac{1}{\sigma_{\text{Gauß}} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(R' - \mu_{\text{Gauß}})^2}{2 \cdot \sigma_{\text{Gauß}}^2}\right) \quad (3.25)$$

angegeben werden. Für die Berechnung der Radialwerte gilt unter der Annahme des Schwerpunkts $\mu_{\text{Gauß}} = 0$ und unter der Voraussetzung einer weiteren, gleichverteilten Zufallsvariablen Z'

$$R'_{\text{Gauß}} = R'_{\text{equal}} \cdot \sqrt{|\ln|Z'| \cdot (-2) \cdot \sigma_{\text{Gauß}}^2} \quad \text{mit } Z' \in]0,1]. \quad (3.26)$$

In Bild 3.3 sind exemplarisch zwei gaußförmige Lichtquellen dargestellt, deren Abstrahlverhalten nach Gleichung (3.26) für unterschiedliche Standardabweichungen $\sigma_{\text{Gauß}}$ berechnet wurden. Die Strahldichte alleine liefert keine Information zur transportierten Energie oder zu anderen radiometrischen Größen. So werden jedem Lichtstrahl, bei kohärenter oder inkohärenter Simulation, individuelle Eigenschaften wie Intensität, Effektivwert des elektrischen Feldes, Polarisation oder Phasenlage zugewiesen. Spezifische Eigenschaften von Lichtquellen werden somit berücksichtigt.

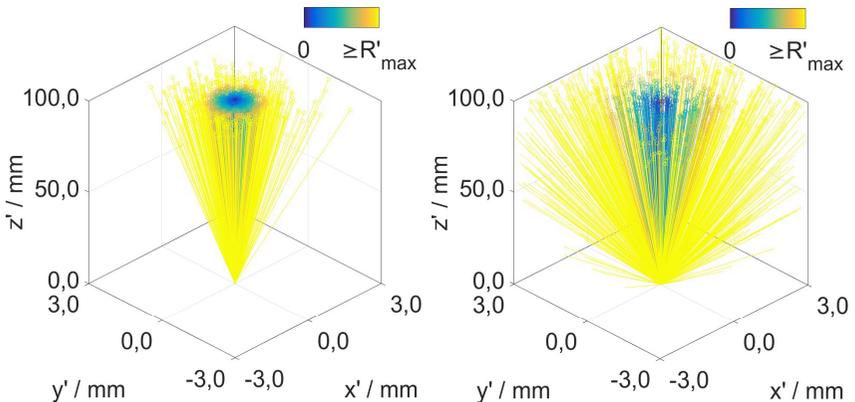


Bild 3.3: Linke Darstellung: Farbliche Visualisierung der Strahldichte bei $N_{\text{rays}} = 1.000$ virtuellen Lichtstrahlen als Folge der Berechnung normalverteilter Punkte in einem virtuellen Kreis, unter den Annahmen $R'_{\text{max}} = 1,0$ mm und $\sigma_{\text{Gauß}} = R'_{\text{max}}$, sowie einem Abstand von $z' = 100$ mm des Kreises zur strahlemittierenden Leuchtfläche. Rechte Darstellung: Visualisierung von $N_{\text{rays}} = 1.000$ virtuellen Lichtstrahlen als Ergebnis der Berechnung normalverteilter Punkte in einem virtuellen Kreis, unter den Annahmen $R'_{\text{max}} = 1,0$ mm und $\sigma_{\text{Gauß}} = 2 \cdot R'_{\text{max}}$, sowie einem Abstand von $z' = 100$ mm zur strahlemittierenden Leuchtfläche.

3.3 Oberflächenmodellierung

Bei der Simulation optischer Sensoren zur Messung geometrischer Oberflächen ist die Beschreibung der Oberflächengeometrie ein entscheidender Aspekt. Auf diese wird nachfolgend eingegangen. Anschließend werden Informationen zur Superposition elektromagnetischer Wellen an oberflächennahen Schichten für die Berücksichtigung des Materialeinflusses vermittelt. Transformationsbeziehungen und Schichtmodelle werden dazu detailliert thematisiert.

3.3.1 Geometrische Beschreibung von Oberflächen

Das Ziel bei der Sensormodellierung besteht darin, die komplexwertige, elektrische Feldstärkeverteilung einer Lichtquelle (vgl. Abschnitt 3.2.2) oder die Intensitätsverteilung (vgl. Abschnitt 3.2.1) unter Berücksichtigung der Interaktion von Lichtstrahlen mit geometrischen Oberflächen, sowie von Superposition auf virtuellen Detektoren abzubilden (vgl. Begriffsdefinition des virtuellen Messprozesses nach Schmitt et al. in [26, S. 298]). Dazu müssen die in Abschnitt 3.1 beschriebenen Transformationen berücksichtigt werden. Die Interaktion elektromagnetischer Wellen mit geometrischen Oberflächen wird näher betrachtet. Die mathematische Beschreibung geometrischer Oberflächen erfolgt mithilfe tessellierter Daten im Referenzkoordinatensystem. Da den Simulationen, neben synthetisch generierten Daten, gemessene, diskrete Topographien $z_{m,n}$ mit $[m,n] \in [\{0,\dots,K-1\}, \{0,\dots,L-1\}]$ und $K,L \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ zugrunde liegen, ist eine Rasterung sinnvoll. Zur Rasterung dient die in [71, S. 3] beschriebene Methode, nach welcher, gemäß

$$\begin{pmatrix} \mathbf{p}_{m,n}^T \\ \mathbf{q}_{m,n}^T \\ \mathbf{r}_{m,n}^T \\ \mathbf{s}_{m,n}^T \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \Delta x & 0 & 0 \\ 0 & \Delta y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m & m & m+1 & m+1 \\ n & n+1 & n & n+1 \\ z_{m,n} & z_{m,n+1} & z_{m+1,n} & z_{m+1,n+1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{K-1}{2} \cdot \Delta x \\ \frac{L-1}{2} \cdot \Delta y \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}^T, \quad (3.27)$$

Eckpunkte $\mathbf{p}_{m,n}$, $\mathbf{q}_{m,n}$, $\mathbf{r}_{m,n}$ und $\mathbf{s}_{m,n}$ in äquidistanten Schritten Δx und Δy zur Beschreibung geometrischer Dreiecke generiert werden. Aus den Dreiecken werden dann, entsprechend [71, S. 3], paarweise Normalenvektoren

$$\mathbf{n}_{m,n}^{(1)} = \frac{(\mathbf{r}_{m,n} - \mathbf{p}_{m,n}) \times (\mathbf{p}_{m,n} - \mathbf{q}_{m,n})}{|(\mathbf{r}_{m,n} - \mathbf{p}_{m,n}) \times (\mathbf{p}_{m,n} - \mathbf{q}_{m,n})|} \quad (3.28)$$

und

$$\mathbf{n}_{m,n}^{(2)} = \frac{(\mathbf{r}_{m,n} - \mathbf{q}_{m,n}) \times (\mathbf{q}_{m,n} - \mathbf{s}_{m,n})}{|(\mathbf{r}_{m,n} - \mathbf{q}_{m,n}) \times (\mathbf{q}_{m,n} - \mathbf{s}_{m,n})|} \quad (3.29)$$

für die Ray-Tracing-Simulation berechnet. Von komplexeren Methoden der Triangulation, wie beispielsweise der Delaunay-Triangulation (vgl. [41, S. 47 ff.]), wird aufgrund der äquidistanten Rasterung abgesehen. Zusätzlich ist es möglich, entsprechend [71, S. 3], Gradienten aus Topographiedaten abzuleiten, die für die paraxiale Simulation optischer Sensoren, beispielsweise des winkelauflösenden Streulichtensors (SLS), herangezogen werden. Da der kontinuierliche Oberflächenverlauf $z(x, y)$ jedoch durch die Diskretisierung verfälscht wird, können Steigungswerte nur in begrenztem Maße abgebildet werden. Für den Fall, dass Topographiedaten eine geringe Formgebung aufweisen, können anstelle geometrischer Spiegelfacetten diskrete Steigungswerte angenommen werden. Zur Trennung der Form- und Rauheitsanteile der Oberfläche eignen sich beispielsweise die in DIN EN ISO 4287 ([72]) beschriebenen Profilfilter λ_c und λ_f . Die Oberflächensteigung in x -Richtung wird dann mit

$$\Delta x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \left(\left(m - \frac{K-1}{2} \right) \cdot \Delta x, \left(n - \frac{L-1}{2} \right) \cdot \Delta y \right) \approx \begin{cases} z_{m+1,n} - z_{m,n} & \text{wenn } m = 0 \\ z_{m,n} - z_{m-1,n} & \text{wenn } m = K-1 \\ (z_{m+1,n} - z_{m-1,n})/2 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.30)$$

abgeschätzt. Ein analoger Zusammenhang gilt für die Steigung in y -Richtung. Bei der Diskretisierung, das heißt bei der Abtastung der Oberfläche, muss das Abtasttheorem nach Nyquist (vgl. [73, S. 620]) eingehalten werden. Für eine möglichst gute Abbildung der Steigungswerte ist zudem eine deutliche Überabtastung der geometrischen Oberfläche zweckmäßig. Mithilfe der Gradienten oder alternativ der berechneten Normalenvektoren können bei lichtundurchlässigen Materialien Reflexionen und bei transparenten Materialien Lichtbrechung berechnet werden. Eine Kombination mit mathematischen Streuverteilungsfunktionen, das heißt BRDFs oder BSSRDFs (vgl. Abschnitt 3.2.1), ist denkbar. Zudem ist die Anwendung von Interpolationsmethoden nach Gouraud ([35]) und Phong ([36]) möglich. Die Normalenvektoren werden für die Berechnung der Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen mit oberflächennahen Materialschichten benötigt, die nachfolgend thematisiert wird.

3.3.2 Oberflächennahe Beschreibung elektromagnetischer Wellen

Für die Simulation der kohärenten Wellenausbreitung kann der nachfolgend beschriebene, faltungsbasierte Ansatz genutzt werden, der die Abbildung eines komplexwertigen, elektrischen Feldstärkevektors $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}}$ auf einen virtuellen Detektor entsprechend der Angaben in Abschnitt 3.1 beschreibt. Der virtuelle Detektor wird dabei mathematisch durch eine Ebenengleichung mit

$$E_{\text{Detector}}(\mathbf{x}) : (\mathbf{x} - \mathbf{e}_0) \cdot \mathbf{e}_z = 0 \Rightarrow \mathbf{x}(x'', y'') = \mathbf{e}_0 + \mathbf{e}_x \cdot x'' + \mathbf{e}_y \cdot y'' \quad (3.31)$$

angegeben. Die Abbildung des Feldstärkevektors auf dieser Ebene erfolgt, unter idealisierten Annahmen, zu

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},\text{Detector}}\left(\begin{matrix} x'', y'', \\ \theta_{x''}, \theta_{y''} \end{matrix}\right) \sim \int_{\Omega'} \int_{A'} \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}}\left(\begin{matrix} x', y', \\ \theta_{x'}, \theta_{y'} \end{matrix}\right) \cdot \delta\left(\begin{matrix} x'' - x_{\text{off}}'', y'' - y_{\text{off}}'', \\ \theta_{x''} - \theta_{\text{off},x''}, \theta_{y''} - \theta_{\text{off},y''} \end{matrix}\right) \cdot dA' \cdot d\Omega' \quad (3.32)$$

mit

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}}\left(\begin{matrix} x', y', \theta_{x'}, \theta_{y'} \end{matrix}\right) = \sum_{\text{MAT}} \left(\underline{\mathbf{A}}_{\text{MAT}} \cdot \exp(-j \cdot |\mathbf{k}/n_{r,\text{MAT}}| \cdot \text{opd}_{\text{MAT}}) \right) \cdot \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},\text{Source}}\left(\begin{matrix} x', y', \theta_{x'}, \theta_{y'} \end{matrix}\right), \quad (3.33)$$

wobei für kleine Raumwinkelbereiche in guter Näherung $d\Omega' \approx d\theta_{x'} \cdot d\theta_{y'}$ angenommen werden kann. Es wird davon ausgegangen, dass die erforderlichen Rotationen für die Abbildung des elektrischen Feldstärkevektors, gemäß der in Gleichung (3.12) eingeführten Matrix $\mathbf{R}_{\text{Trans}}$, bereits im Vektor $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},\text{Source}}$ enthalten sind. Die Verschiebewerte (engl. *offset*) x_{off}'' , y_{off}'' , $\theta_{\text{off},x''}$ und $\theta_{\text{off},y''}$ stellen charakteristische, sensorspezifische Größen dar, welche die geometrischen Abbildungseigenschaften des simulierten, optischen Systems beinhalten und die mathematische Beschreibung der virtuellen Strahlausbreitung ermöglichen. Sie basieren nicht notwendigerweise nur auf linearen Annahmen. Neben der optischen Abbildung berücksichtigen sie auch die geometrische Beschaffenheit der zu analysierenden, geometrischen Oberfläche (vgl. 3.3.1). Die vierdimensionale δ -Funktion beschreibt einen Dirac-Impuls (vgl. Angaben zur Delta-Funktion in [74, Abschnitt 5]) und blendet, in Abhängigkeit geometrischer Beziehungen und der berechneten Argumente, den elektrischen Feldstärkevektor gemäß Gleichung (3.32) an den entsprechenden Stellen aus. Der Vektor wird somit nur an bestimmten Stellen berücksichtigt. In der praktischen Anwendung wird der Dirac-Impuls δ für die numerische Umsetzung durch den Kronecker-Operator δ_{χ} substituiert.

Bei der Abbildung des elektrischen Feldstärkevektors berücksichtigt die Matrix $\underline{\mathbf{A}}_{\text{MAT}} \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ Einflüsse wie die Polarisation. Mithilfe der Matrix können, neben rein geometrischen Eigenschaften, auch Materialeinflüsse in das System eingebracht werden. Die Größe opd_{MAT} beschreibt die optische Weglängendifferenz, die aus den vorgegebenen Koordinaten x'' , y'' , $\theta_{x''}$ und $\theta_{y''}$, sowie der Abbildungseigenschaft des optischen Systems und des Materialverhaltens resultiert. Unter energetischen Aspekten muss

$$\left| \det\left(\sum_{\text{MAT}} \left(\underline{\mathbf{A}}_{\text{MAT}} \cdot \exp(-j \cdot |\mathbf{k}/n_{r,\text{MAT}}| \cdot \text{opd}_{\text{MAT}})\right)\right) \right| \leq 1 \quad (3.34)$$

gelten, da eine Oberfläche lediglich Licht reflektieren oder absorbieren kann. Entsprechend der Gleichungen (3.32) und (3.33) wird der resultierende, elektrische Feldstärkevektor nach dem Superpositionsprinzip berechnet. Dies ist sowohl für die Simulation des SLS als auch des CSI relevant, bei denen geometrische Oberflächen durch Topographiedaten $z(x,y)$ beschrieben werden. Mithilfe von $z(x,y)$ lassen sich beim CSI beispielsweise optische Weglängenunterschiede berechnen und Gradienten für die SLS-Simulation ableiten. Materialeigenschaften (vgl. [75]), die

unter anderem das Brechungsverhalten von Licht beeinflussen, können bei beiden virtuellen Sensoren optional durch die eingeführte, komplexwertige Matrix \mathbf{A}_{MAT} bei Vorgabe einer reflektierenden Materialschicht (Index MAT) berücksichtigt werden. Betrachtet werden zwei Spezialfälle. Für den Fall, dass der Summenausdruck in Gleichung (3.33) mit der Einheitsmatrix übereinstimmt, wird der Vektor $\mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{Source}}$, entsprechend der geometrischen Eigenschaften und der eingeführten δ -Funktion, unverändert abgebildet. Es findet keinerlei Phasensprung oder Verlust an Energie statt. Für den trivialen Fall, dass die Summation der Matrizen einer Nullmatrix entspricht, wird die elektromagnetische Energie der Lichtquelle, repräsentiert durch den Poynting-Vektor nach [21], umgewandelt. Das heißt im Falle einer Oberflächeninteraktion wird diese absorbiert. Folglich wird mit einem virtuellen Detektor keine Intensität gemessen.

Die komplexwertigen Matrizen werden genutzt, um die sogenannten Fresnel-Gleichungen (vgl. [16, S. 573 ff.]) zu berücksichtigen und, darauf basierend, Materialeigenschaften zu simulieren, Polarisierungseffekte zu betrachten und Mehrschichtmodelle abzuleiten. Diese sind für technische Anwendungen insbesondere mit Blick auf die Beschreibung und die Optimierung von Antireflexbeschichtungen (vgl. [76, S. 71 ff.]), sowie optische Filter (vgl. [76, S. 234 ff.]), relevant. Für eine Berücksichtigung der Fresnel-Gleichungen muss der Vektor $\mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{Source}}$ dazu in eine transversal-elektrische (TE) und eine transversal-magnetische Komponente (TM) transformiert werden (vgl. [69, S. 86]), die bei Interaktion mit Materialien, gesondert betrachtet werden müssen. In der Fachliteratur finden sich häufig auch die Bezeichnungen der s- und p-Polarisation (vgl. [69, S. 86 ff.]), die analog zum TE- und TM-Anteil zu interpretieren sind. Betrachtet wird der Normalenvektor $\mathbf{n}(x,y)$ der Oberfläche an der Lateralposition, an der ein virtueller Lichtstrahl auf die geometrische Objektoberfläche trifft. Unter der Voraussetzung eines kontinuierlichen, stetig differenzierbaren Oberflächenverlaufs gilt

$$\sqrt{\left(\frac{\partial z(x,y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z(x,y)}{\partial y}\right)^2} + 1 \cdot \mathbf{n}(x,y) = \begin{pmatrix} -\partial z(x,y)/\partial x \\ -\partial z(x,y)/\partial y \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

Um die TE- und TM-Komponente von $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}$ auf der Oberfläche zu berücksichtigen, werden Basisvektoren eingeführt. Der Vektor \mathbf{k} entspricht dem bereits eingeführten Ausbreitungsvektor der Welle. Für den Basisvektor in Ausbreitungsrichtung gilt

$$\hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{k} \cdot \mathbf{k} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \mathbf{k}. \quad (3.36)$$

Der Basisvektor

$$\hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}} = \frac{\hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}} \times \mathbf{n}}{|\hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{k}} \times \mathbf{n}|} \quad (3.37)$$

beschreibt den TE-Anteil der elektromagnetischen Welle. Der Vektor steht senkrecht zur Ebene, die vom Normalenvektor der Oberfläche und vom Ausbreitungsvektor der elektromagnetischen Welle aufgespannt wird (vgl. Bild 3.4, linke Darstellung). Der TM-Basisvektor berechnet sich dann zu

$$\hat{\mathbf{b}}_{\text{TM}} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \mathbf{k} \times \hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}}. \quad (3.38)$$

Bei Parallelität von \mathbf{k} und $\mathbf{n}(x,y)$ ist das Basissystem nicht definiert. In diesem Fall werden die x - und y -Komponenten von $\mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{Source}}$ für die Berechnung genutzt.⁶ Die Vektoren $\hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}}$ und $\hat{\mathbf{b}}_{\text{TM}}$ können durch Linearkombination der in Abschnitt 3.2.2 angegebenen Vektoren \mathbf{v} und \mathbf{w} ausgedrückt werden und ergeben sich entsprechend aus einer Rotation um den Ausbreitungsvektor der elektromagnetischen Welle. Mithilfe der so berechneten Vektoren werden die TE- und TM-Komponente von $\mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{Source}}$ angegeben. Die Anteile $\mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{TE}}$ und $\mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{TM}}$ berechnen sich, unter Berücksichtigung der zu den Basisvektoren kollinearen, elektrischen Feldkomponenten zu

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{TE}} = \hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}} \cdot \left(\hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}}^T \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{Source}} \right) \text{ und}$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{TM}} = \hat{\mathbf{b}}_{\text{TM}} \cdot \left(\hat{\mathbf{b}}_{\text{TM}}^T \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{Source}} \right). \quad (3.39), (3.40)$$

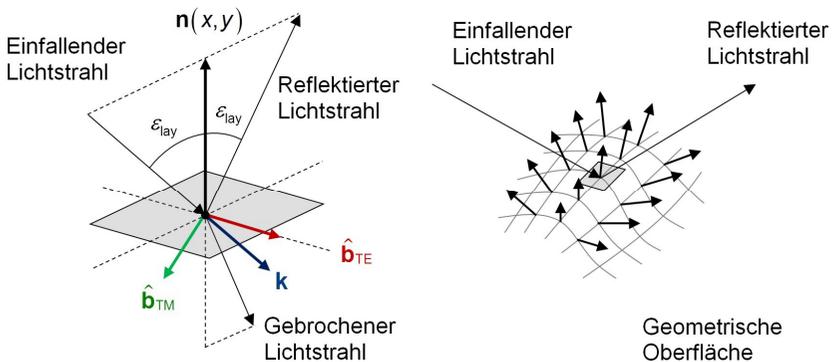


Bild 3.4: Linke Darstellung: Geometrische Beziehungen bei der Beschreibung der Interaktion elektromagnetischer Wellen beim Übergang an der Grenzschicht zwischen zwei optischen Medien mit individuellen Brechzahlen. Rechte Darstellung: Reflexion eines Lichtstrahls an einer gekrümmten, geometrischen Oberfläche.

⁶ Konvention für die Umsetzung im Programm VTKTrace

3.3.3 Oberflächenreflexionen ohne Schichtmodell

Gemäß der Gleichungen (3.39) und (3.40), zur Berechnung der Anteile der TE- und TM-Komponenten, wird die Reflexion von Licht an einer Oberfläche berechnet. Diese ist durch einen Grenzschichtübergang $\text{lay}=0$ zu $\text{lay}=1$ charakterisiert. Bei der Berücksichtigung von Gleichung (3.33) folgt für den resultierenden, komplexwertigen Feldstärkevektor

$$\underbrace{\mathbf{E}_k(x', y', \theta_x, \theta_y)}_{\in \mathbb{C}^{3 \times 1}} = \underbrace{\mathbf{A}_0 \cdot \exp\left(-j \cdot \frac{\mathbf{k}}{n_r, \text{lay}=0} \cdot \text{opd}_{\text{lay}=0}(x', y', \theta_x, \theta_y)\right)}_{\mathbf{M}_0 \in \mathbb{C}^{3 \times 3}} \cdot \underbrace{\mathbf{E}_{k, \text{Source}}(x', y', \theta_x, \theta_y)}_{\in \mathbb{C}^{3 \times 1}} \quad (3.41)$$

mit

$$\mathbf{A}_0 = \underbrace{\mathbf{R}_{\text{Rot}, r}^{(0,1)}}_{\in \mathbb{R}^{3 \times 3}} \cdot \left(\underbrace{r_{\text{TE}}^{(0,1)}}_{\in \mathbb{R}} \cdot \underbrace{\hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}} \cdot \hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}}^T}_{\mathbf{B}_{\text{TE}} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}} + \underbrace{r_{\text{TM}}^{(0,1)}}_{\in \mathbb{R}} \cdot \underbrace{\hat{\mathbf{b}}_{\text{TM}} \cdot \hat{\mathbf{b}}_{\text{TM}}^T}_{\mathbf{B}_{\text{TM}} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}} + 0 \cdot \underbrace{\hat{\mathbf{b}}_k \cdot \hat{\mathbf{b}}_k^T}_{\mathbf{B}_k \in \mathbb{R}^{3 \times 3}} \right). \quad (3.42)$$

Die Matrizen \mathbf{B}_{TE} und \mathbf{B}_{TM} ergeben sich aus den Gleichungen (3.39) und (3.40). Die Matrix \mathbf{B}_k kann aufgrund des transversalen Wellencharakters vernachlässigt werden und ist nur zur Vollständigkeit in Gleichung (3.42) enthalten. Die komplexwertigen Reflexionsfaktoren $r_{\text{TE}}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)}$ und $r_{\text{TM}}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)}$ werden in [16, S. 578] beschrieben. In der Fachliteratur ist auch die Bezeichnung als (komplexwertige) Fresnel-Koeffizienten gebräuchlich. Die Reflexionsfaktoren sind ein Maß für den Reflexionsgrad in Abhängigkeit der Brechzahlen aneinandergrenzender, optischer Medien der zugrunde liegenden Schichten lay und $\text{lay}+1$. Die Matrix $\mathbf{R}_{\text{Rot}, r}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ beschreibt die Reflexion des Lichtstrahls und gibt die Rotation des Koordinatensystems um den Vektor $\hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}}$ vor. Die Rotation ergibt sich aus der Ausbreitungsrichtung $\hat{\mathbf{b}}_k$ der elektromagnetischen Welle und dem Normalenvektor der geometrischen Oberfläche \mathbf{n} im Auftreffpunkt infolge der Reflexion. In Anlehnung an [10, S. 466] kann die Rotation des Wellenkoordinatensystems um den Vektor $\hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}}$ mithilfe einer elementaren Matrixoperation beschrieben werden. Die Rotationsmatrix $\mathbf{R}_{\text{Rot}, r}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)}$ ergibt sich entsprechend zu

$$\mathbf{R}_{\text{Rot}, r}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 - \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}})) \cdot \hat{b}_{\text{TE}, x} \cdot \hat{b}_{\text{TE}, x} + \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}}) \\ (1 - \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}})) \cdot \hat{b}_{\text{TE}, x} \cdot \hat{b}_{\text{TE}, y} - \sin(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}}) \cdot \hat{b}_{\text{TE}, z} \\ (1 - \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}})) \cdot \hat{b}_{\text{TE}, x} \cdot \hat{b}_{\text{TE}, z} + \sin(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}}) \cdot \hat{b}_{\text{TE}, y} \end{pmatrix}, \quad (3.43)$$

$$\mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left((1 - \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}})) \cdot \hat{b}_{\text{TE},y} \cdot \hat{b}_{\text{TE},x} + \sin(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}}) \cdot \hat{b}_{\text{TE},z} \right) \\ \left((1 - \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}})) \cdot \hat{b}_{\text{TE},y} \cdot \hat{b}_{\text{TE},y} + \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}}) \right) \\ \left((1 - \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}})) \cdot \hat{b}_{\text{TE},y} \cdot \hat{b}_{\text{TE},z} - \sin(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}}) \cdot \hat{b}_{\text{TE},x} \right) \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

und

$$\mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left((1 - \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}})) \cdot \hat{b}_{\text{TE},z} \cdot \hat{b}_{\text{TE},x} - \sin(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}}) \cdot \hat{b}_{\text{TE},y} \right) \\ \left((1 - \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}})) \cdot \hat{b}_{\text{TE},z} \cdot \hat{b}_{\text{TE},y} + \sin(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}}) \cdot \hat{b}_{\text{TE},x} \right) \\ \left((1 - \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}})) \cdot \hat{b}_{\text{TE},z} \cdot \hat{b}_{\text{TE},z} + \cos(\pi - 2 \cdot \varepsilon_{\text{lay}}) \right) \end{pmatrix}. \quad (3.45)$$

$\hat{b}_{\text{TE},x}$, $\hat{b}_{\text{TE},y}$ und $\hat{b}_{\text{TE},z}$ sind die Komponenten des Basisvektors $\hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}}$, der mithilfe von Gleichung (3.37) berechnet wird. Der Winkel ε_{lay} gibt den Einfallswinkel des Lichtstrahls bezogen auf die Flächennormale \mathbf{n} an (vgl. Bild 3.4). Er ist abhängig von der Oberflächengeometrie und wird mithilfe des Skalarprodukts zu

$$\varepsilon_{\text{lay}} = \text{acos} \left(-\frac{\lambda \cdot \mathbf{k}_{\text{lay}}^T \cdot \mathbf{n}}{2 \cdot \pi} \right) \text{ mit } \mathbf{k}_{\text{lay}} = \mathbf{k} \quad (3.46)$$

berechnet. Die in Gleichung (3.41) eingeführte Matrix \mathbf{M}_0 beschreibt somit die Reflexion bei Interaktion mit elektromagnetischen Wellen und Vernachlässigung transmittierender Lichtanteile. Voraussetzung für die Berechnung ist die Kenntnis vom materialabhängigen Reflexionsverhalten, das mithilfe der komplexwertigen Fresnel-Koeffizienten beschrieben wird. Für die Reflexionsfaktoren gilt in Anlehnung an [16, S. 578]

$$\underline{r}_{\text{TE}}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta_{x'} \\ \theta_{y'} \end{pmatrix} = \frac{\cos(\varepsilon_{\text{lay}}) - \sqrt{\left(\frac{n_{r,\text{lay}+1}(x,y)}{n_{r,\text{lay}}(x,y)} \right)^2 - \sin^2(\varepsilon_{\text{lay}})}}{\cos(\varepsilon_{\text{lay}}) + \sqrt{\left(\frac{n_{r,\text{lay}+1}(x,y)}{n_{r,\text{lay}}(x,y)} \right)^2 - \sin^2(\varepsilon_{\text{lay}})}} \quad (3.47)$$

und

$$\underline{r}_{\text{TM}}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta_{x'} \\ \theta_{y'} \end{pmatrix} = \frac{\left(\frac{n_{r,\text{lay}+1}(x,y)}{n_{r,\text{lay}}(x,y)} \right)^2 \cdot \cos(\varepsilon_{\text{lay}}) - \sqrt{\left(\frac{n_{r,\text{lay}+1}(x,y)}{n_{r,\text{lay}}(x,y)} \right)^2 - \sin^2(\varepsilon_{\text{lay}})}}{\left(\frac{n_{r,\text{lay}+1}(x,y)}{n_{r,\text{lay}}(x,y)} \right)^2 \cdot \cos(\varepsilon_{\text{lay}}) + \sqrt{\left(\frac{n_{r,\text{lay}+1}(x,y)}{n_{r,\text{lay}}(x,y)} \right)^2 - \sin^2(\varepsilon_{\text{lay}})}}}, \quad (3.48)$$

wobei nach Gleichung (2.9) $\underline{n}_{r,\text{lay}} = n_{r,\text{lay}} - j \cdot \kappa_{\text{lay}}$ gilt und κ_{lay} den Extinktionskoeffizienten des Materials der Oberflächenschicht lay beschreibt. x , y und ε_{lay} ergeben sich in Abhängigkeit von x' , y' , θ_x und θ_y . Die formulierten Zusammenhänge werden genutzt, um homogene Materialien ohne Schichtaufbau zu simulieren. Es wird angenommen, dass die elektromagnetische Welle an der geometrischen Oberfläche reflektiert wird. Der Anteil der Welle, der in das Material eindringt, wird, aufgrund der Beschränkung auf komplexwertige Reflexionsfaktoren und Vernachlässigung des transmittierenden Lichtanteils, nicht weiter berücksichtigt.

Bei Strukturhöhen im Mikrometerbereich können Schichtmodelle häufig vernachlässigt werden (vgl. [77, S. 58]). Sollen hingegen Oberflächen mit einer vertikalen Auflösung von einigen Nanometern oder weniger gemessen werden, so können beispielsweise Oxidschichten eine signifikante Rolle spielen (vgl. [28, S. 142–143]) und, abhängig vom Messprinzip, unerwünschte Phasensprünge der elektromagnetischen Wellen hervorrufen (vgl. [77, S. 53 ff.]). Die Simulation von Materialschichten und Oberflächenbeschichtungen erfordert eine allgemeinere Herangehensweise. Eine solche wird exemplarisch in [16, S. 554 ff.] in Form einer Transfermatrix und detailliert in [78, S. 80 ff.] beschrieben. Der nachfolgend beschriebene Ansatz stellt eine physikalisch korrekte aber numerisch aufwendige Berechnungsmethode dar, die zusätzlich materialabhängige Dämpfung, sowie korrekte Transformationsbeziehungen berücksichtigt.

3.3.4 Dünne Schichten ohne Mehrfachreflexion

Es wird angenommen, dass $LAY \in \mathbb{N}$ Schichten (engl. *layer*) einer Oberfläche vorliegen (vgl. [78, S. 84]). Außerdem wird vorausgesetzt, dass jede Schicht eine positionsabhängige Schichtdicke $d_{\text{lay}}(x,y)$ aufweist und ein komplexwertiger Brechungsindex $\underline{n}_{r,\text{lay}}$ vorliegt.

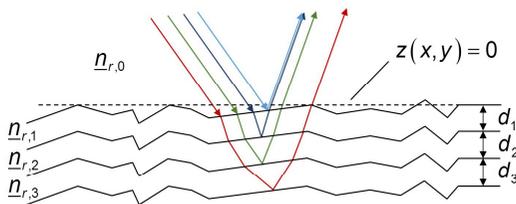


Bild 3.5: Mehrschichtmodell einer Oberfläche mit komplexwertigen Brechzahlen und Schichtdicken zur qualitativen Darstellung des Strahlverlaufs bei Vernachlässigung von Mehrfachreflexionen in Anlehnung an [16, S. 321, 78, S. 84]. Die farblich hervorgehobenen Lichtstrahlen repräsentieren den geometrischen Verlauf einer elektromagnetischen Welle.

Licht eines einfallenden Strahls wird an der Grenzschicht (0,1) partiell reflektiert und transmittiert. Der transmittierende Anteil der elektromagnetischen Welle trifft auf Grenzschicht (1,2), wo abermals eine Aufspaltung erfolgt. Nach diesem Schema kann die Interaktion beliebig fortgesetzt werden (vgl. Bild 3.5). Aufgrund des Schichtaufbaus kommt es, gemäß Brechungsgesetz, in Abhängigkeit des Materials der Oberflächenschicht, zu einem lateralen Versatz der Lichtstrahlen. Dieser Versatz (vgl. Bild 3.5) kann vernachlässigt werden, wenn d_{lay} sehr klein ist. Dies ist a priori der Fall. Im Gegensatz zu Abschnitt 3.3.3 wird ein transmittierender Lichtanteil durch die obere Materialschicht betrachtet. Wird Transparenz berücksichtigt, dann kann der resultierende Feldstärkevektor zu

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}} \begin{pmatrix} x', y', \\ \theta_x, \theta_y, t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{A}}_{\text{MAT}=0} \\ \text{Reflexion an Grenzschicht (0,1)} \\ \exp(-j \cdot |\mathbf{k}/n_{r,0}| \cdot \text{opd}_{\text{MAT}=0}) + \\ \underline{\mathbf{A}}_{\text{MAT}=1} \\ \text{Reflexion an Grenzschicht (1,2)} \\ \exp \left(-j \cdot \left(\begin{array}{l} |\mathbf{k}/n_{r,0}| \cdot \text{opd}_{\text{MAT}=0} + \\ |\mathbf{k}/n_{r,1}| \cdot \text{opd}_{\text{MAT}=1} \end{array} \right) \right) \end{pmatrix} \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k},\text{Source}} \begin{pmatrix} x', y', \\ \theta_x, \theta_y, t \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

mit

$$\underline{\mathbf{A}}_{\text{MAT}=0} = \underline{r}_{\text{TE}}^{(0,1)} \cdot \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(0,1)} \cdot \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(0,1)} + \underline{r}_{\text{TM}}^{(0,1)} \cdot \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(0,1)} \cdot \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(0,1)} \quad (3.50)$$

und

$$\underline{\mathbf{A}}_{\text{MAT}=1} = \begin{pmatrix} \left(\underline{t}_{\text{TE}}^{(1,0)} \cdot \underline{r}_{\text{TE}}^{(1,2)} \cdot \underline{t}_{\text{TE}}^{(0,1)} \right) \cdot \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(1,0)} \cdot \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(1,0)} \cdot \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(1,2)} \cdot \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(1,2)} \cdot \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(0,1)} \cdot \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(0,1)} + \\ \left(\underline{t}_{\text{TM}}^{(1,0)} \cdot \underline{r}_{\text{TM}}^{(1,2)} \cdot \underline{t}_{\text{TM}}^{(0,1)} \right) \cdot \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(1,0)} \cdot \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(1,0)} \cdot \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(1,2)} \cdot \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(1,2)} \cdot \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(0,1)} \cdot \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(0,1)} \end{pmatrix} \quad (3.51)$$

berechnet werden. Zusätzlich zu der bereits eingeführten Rotationsmatrix $\mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(\text{lay},\text{lay}+1)}$, zur Beschreibung der Reflexion (vgl. Gleichung (3.43) bis (3.45)), wird mit der Matrix $\mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(\text{lay},\text{lay}+1)}$ eine Transformationsmatrix für die Beschreibung der Transmission einer Welle durch die Grenzschicht angegeben. Die eingeführten Gleichungen können analog angewendet werden, wenn der Winkelausdruck $\pi - \varepsilon_{\text{lay}}$ in den Gleichungen (3.43) bis (3.45) durch $\varepsilon_{\text{lay}+1} - \varepsilon_{\text{lay}}$ substituiert wird. $\varepsilon_{\text{lay}+1}$ stellt entsprechend den Winkel nach der Lichtbrechung dar, der sich nach dem Brechungsgesetz und unter der Voraussetzung der Einhaltung des Grenzwinkels zu

$$\varepsilon_{\text{lay}+1} = \text{asin} \left(\frac{n_{r,\text{lay}}}{n_{r,\text{lay}+1}} \cdot \sin(\varepsilon_{\text{lay}}) \right) \text{ mit } \left| \frac{n_{r,\text{lay}}}{n_{r,\text{lay}+1}} \cdot \sin(\varepsilon_{\text{lay}}) \right| \leq 1 \quad (3.52)$$

ergibt. Für den Fall $n_{r,lay} > n_{r,lay+1}$ gilt bei Überschreitung des Grenzwinkels $\mathbf{R}_{Rot,t}^{(lay,lay+1)} = \mathbf{0}$. Die Faktoren $t_{TE}^{(lay,lay+1)}$ und $t_{TM}^{(lay,lay+1)}$ sind die Transmissionsfaktoren in TE- und TM-Richtung. Als Abwandlung der Gleichungen in [16, S. 579] werden diese analog zu den Reflexionsfaktoren berechnet. Für die komplexwertigen Transmissionsfaktoren gilt entsprechend

$$t_{TE}^{(lay,lay+1)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta_{x'} \\ \theta_{y'} \end{pmatrix} = \frac{2 \cdot \cos(\varepsilon_{lay})}{\cos(\varepsilon_{lay}) + \sqrt{\left(\frac{n_{r,lay+1}(x,y)}{n_{r,lay}(x,y)}\right)^2 - \sin^2(\varepsilon_{lay})}} \quad (3.53)$$

und

$$t_{TM}^{(lay,lay+1)} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta_{x'} \\ \theta_{y'} \end{pmatrix} = \frac{2 \cdot \left(\frac{n_{r,lay+1}(x,y)}{n_{r,lay}(x,y)}\right) \cdot \cos(\varepsilon_{lay})}{\left(\frac{n_{r,lay+1}(x,y)}{n_{r,lay}(x,y)}\right)^2 \cdot \cos(\varepsilon_{lay}) + \sqrt{\left(\frac{n_{r,lay+1}(x,y)}{n_{r,lay}(x,y)}\right)^2 - \sin^2(\varepsilon_{lay})}} \quad (3.54)$$

Zusammen mit den Gleichungen (3.47) und (3.48) wird somit das Reflexions- und Transmissionsverhalten elektromagnetischer Wellen an geometrischen Oberflächen vollständig beschrieben.

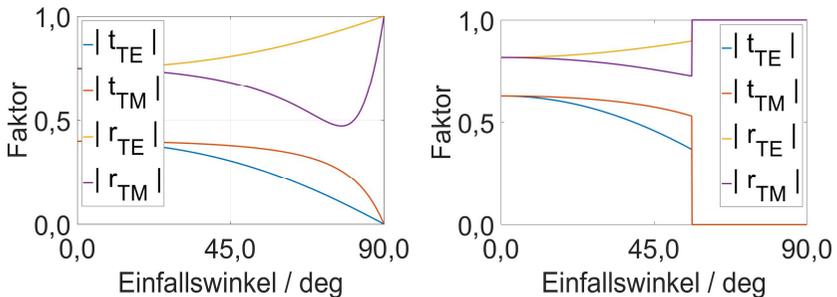


Bild 3.6: Verläufe der Beträge der komplexwertigen Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für die TE- und die TM-Komponente in Abhängigkeit des auf das Oberflächenlot bezogenen Einfallswinkels bei Annahme eines idealen Materialübergangs zwischen optisch dichten Medien. Linke Darstellung: Übergang von Vakuum mit $n_{r,air} = 1,00$ zu Eisen (Fe) mit $n_{r,Fe} = 2,74 - j \cdot 3,33$ bei Vorgabe der Photonenenergie $W_{Photon} = 2,20$ eV ($\lambda_{Photon} \approx 563,56$ nm). Rechte Darstellung: Übergang

von Vakuum mit $n_{r,\text{air}} = 1,00$ zu Kupfer (Cu) mit $n_{r,\text{Cu}} = 0,83 - j \cdot 2,60$ bei identischer Photonenenergie. Die Materialdaten entstammen [75, Abschnitt 4.2]. Die Berechnung erfolgte mit dem Programm VTKTrace.

In Bild 3.6 sind exemplarisch die Beträge der komplexwertigen Reflexions- und Transmissionsfaktoren für die Materialübergänge von Vakuum zu Eisen (Fe) (linke Darstellung) und von Vakuum zu Kupfer (Cu) (rechte Darstellung) bei Vorgabe einer spezifischen Photonenenergie nach [69, S. 44] unter Berücksichtigung des Planckschen Wirkungsquantums \hbar dargestellt. Entsprechend der Photonenenergie

$$W_{\text{Photon}} = \hbar \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \hbar \cdot \frac{c_0}{\lambda} \Rightarrow \lambda_{\text{Photon}} = \hbar \cdot \frac{c_0}{W_{\text{Photon}}} \quad (3.55)$$

(vgl. [69, S. 44]) ergibt sich eine eindeutige Wellenlänge λ_{Photon} und damit ein spezifisches Brechungsverhalten. An der Grenzschicht zwischen Vakuum und Eisen ($\text{Re}\{n_{r,\text{air}}\} < \text{Re}\{n_{r,\text{Fe}}\}$) nimmt das Reflexionsverhältnis mit zunehmendem Einfallswinkel ab, während der transmittierende Anteil bei einem Einfallswinkel von 90° den Maximalwert eins erreicht. Der vorliegende Extinktionskoeffizient ist, als Betrag des Imaginärteils der komplexwertigen Brechzahl, dafür verantwortlich, dass kein Brewster-Winkel (vgl. [79]) existiert. Dies wird bei Betrachtung des Verlaufs der Beträge der komplexwertigen Reflexionsfaktoren in Bild 3.6 (linke Darstellung) deutlich. Der Betrag des Verlaufs von r_{TM} nimmt zwar ein Minimum bei einem Einfallswinkel von etwa $77,5^\circ$ an, nach wie vor liegt jedoch ein TM-Anteil vor. Bei der Reflexion wird keine reine TE-Polarisation des reflektierten Lichts erreicht.

Die Umsetzung der in den Gleichungen (3.47), (3.48), (3.53) und (3.54) angegebenen Zusammenhänge ist beispielsweise in der Programmiersprache C++ aufwendig. Für die Implementierung der mathematischen Gleichungen wird aus diesem Grund auf die Berechnungen in Anhang E verwiesen. Beim Übergang von Vakuum zu Kupfer wird wegen $\text{Re}\{n_{r,\text{air}}\} > \text{Re}\{n_{r,\text{Cu}}\}$ bei

$$\varepsilon_{\text{max}} = \text{asin}\left(\frac{\text{Re}\{n_{r,\text{Cu}}\}}{\text{Re}\{n_{r,\text{air}}\}}\right) \approx 56,10^\circ \quad (3.56)$$

der Grenzwinkel erreicht (vgl. Bild 3.6, rechte Darstellung). Das heißt, dass auftreffendes Licht für größere Winkel ausschließlich reflektiert wird. Es kommt folglich zu keiner Interaktion elektromagnetischer Wellen mit darunter befindlichen Materialsichten. Entsprechend ist es nicht erforderlich, aufwendige Schichtmodelle oder Transfermatrizen entsprechend [78, S. 80 ff.] zu berücksichtigen. Liegt hingegen ein transmittierender Lichtanteil vor, so muss die Strahlfortsetzung innerhalb des Mediums berücksichtigt werden. Dazu wird die optische Weglängendifferenz betrachtet. Die optische Weglängendifferenz der einzelnen Schichten auf einem Substrat kann, unter Berücksichtigung der Schichtdicken und der Brechzahl, angegeben werden. Es gilt

$$\text{opd}_{\text{lay},\text{lay}+1} = \text{Re} \left\{ \underline{n}_{r,\text{lay}} \right\} \cdot 2 \cdot d_{\text{lay}} \cdot \cos(\varepsilon_{\text{lay}}) \quad \text{mit } \text{lay} \in \mathbb{N} \quad (3.57)$$

(vgl. [78, S. 84]). Die Bedingung für mehrere Schichten lässt sich allgemein formulieren. Bei LAY Schichten folgt als Verallgemeinerung der Gleichung (3.49)

$$\underline{E}_{\mathbf{k}} = \sum_{\text{MAT}=0}^{\text{LAY}} \left(\begin{array}{c} \prod_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \left(\begin{array}{c} \underline{r}_{\text{TE}}^{(\text{lay}+1,\text{lay})} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(\text{lay}+1,\text{lay})} \\ \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(\text{lay}+1,\text{lay})} \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} \underline{r}_{\text{TE}}^{(\text{MAT},\text{MAT}+1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(\text{MAT},\text{MAT}+1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(\text{MAT},\text{MAT}+1)} \end{array} \right) \\ \mathbf{A}_{\text{MAT}}^{(3)} \quad \mathbf{A}_{\text{MAT}}^{(2)} \\ \prod_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \left(\begin{array}{c} \underline{t}_{\text{TE}}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \end{array} \right) + \prod_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \left(\begin{array}{c} \underline{t}_{\text{TM}}^{(\text{lay}+1,\text{lay})} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(\text{lay}+1,\text{lay})} \\ \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(\text{lay}+1,\text{lay})} \end{array} \right) \\ \mathbf{A}_{\text{MAT}}^{(1)} \quad \mathbf{B}_{\text{MAT}}^{(3)} \\ \left(\begin{array}{c} \underline{r}_{\text{TM}}^{(\text{MAT},\text{MAT}+1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(\text{MAT},\text{MAT}+1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(\text{MAT},\text{MAT}+1)} \end{array} \right) \cdot \prod_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \left(\begin{array}{c} \underline{t}_{\text{TM}}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(\text{lay},\text{lay}+1)} \end{array} \right) \\ \mathbf{B}_{\text{MAT}}^{(2)} \quad \mathbf{B}_{\text{MAT}}^{(1)} \end{array} \right) \cdot \underline{E}_{\mathbf{k},\text{Source}} \quad (3.58)$$

$$\underbrace{\exp \left(-j \cdot \sum_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \left(\left| \frac{\mathbf{k}}{n_{r,\text{lay}} 0} \right| \cdot \text{opd}_{\text{lay},\text{lay}+1} \right) \right)}_{\mathbf{M}_1}$$

Es wird angenommen, dass der Index MAT für den Fall $\text{MAT} \geq 1$ die Materialschicht angibt, an der die elektromagnetische Welle reflektiert wird. Der Spezialfall $\text{MAT} = 0$ beschreibt den Übergang vom umgebenden Medium zur oberen Materialschicht. Für diesen Fall wird angenommen, dass $\mathbf{A}_0^{(1)} = \mathbf{A}_0^{(3)} = \mathbf{B}_0^{(1)} = \mathbf{B}_0^{(3)} = \mathbf{1}$ gilt und sich der Summationsausdruck des Phasenwinkels zu null ergibt.

Gleichung (3.58) berücksichtigt keine Mehrfachreflexionen innerhalb einzelner Schichten. Für eine solche Simulation müssen zusätzliche Annahmen getroffen werden. Für den Fall $\text{LAY} = \text{MAT}$ transmittiert ein Strahl durch alle Schichten inklusive der untersten Schicht und trifft auf das Substrat. Entsprechend beschreiben $\underline{r}_{\text{TE}}^{(\text{MAT},\text{MAT}+1)}$ und $\underline{r}_{\text{TM}}^{(\text{MAT},\text{MAT}+1)}$ den Übergang zwischen der Materialschicht $\text{LAY} = \text{MAT}$ und dem Substrat. Abhängig vom optischen Brechungsverhalten der einzelnen Materialschichten ist es möglich, dass das Transmissionsverhältnis beim Materialübergang aufgrund der Totalreflexion den Wert null annimmt (vgl. Gleichung

(3.56)). Es folgt $\mathbf{A}_{\text{MAT}}^{(1)} \cdot \mathbf{A}_{\text{MAT}}^{(2)} \cdot \mathbf{A}_{\text{MAT}}^{(3)} = \mathbf{0}$ und $\mathbf{B}_{\text{MAT}}^{(1)} \cdot \mathbf{B}_{\text{MAT}}^{(2)} \cdot \mathbf{B}_{\text{MAT}}^{(3)} = \mathbf{0}$. Tieferliegende Schichten werden in diesem Fall nicht berücksichtigt.

Die Berechnung der Matrix nach Gleichung (3.58) ist aufwendig. Zudem haben die Rotationsmatrizen bei kleinen Einfallswinkeln nur einen geringen Einfluss auf die resultierende Matrix. Aus diesem Grund ist es in guter Näherung zulässig, die Rotationsmatrizen für kleine Einfallswinkel zu vernachlässigen. Für die TM-Komponente muss bei Reflexion, aufgrund der Drehung des Koordinatensystems, jedoch ein negatives Vorzeichen (vgl. [16, S. 575]) eingesetzt werden.

3.3.5 Dünne Schichten mit Mehrfachreflexion

Während in Abschnitt 3.3.4 ausschließlich einfache Reflexionen und Transmissionen betrachtet wurden, werden bei der nachfolgenden Modellierung Mehrfachreflexionen berücksichtigt. Es wird angenommen, dass ein einfallender Lichtstrahl bis auf Schicht MAT vordringt (vgl. Abschnitt 3.3.4) und dort bis zu REF-mal reflektiert wird, bevor der Lichtstrahl wieder aus dem Material austritt (vgl. [16, S. 321]). Bild 3.7 verdeutlicht diesen Sachverhalt. Das Modell beschreibt eine realistischere Annahme als in Abschnitt 3.3.4 beschrieben.

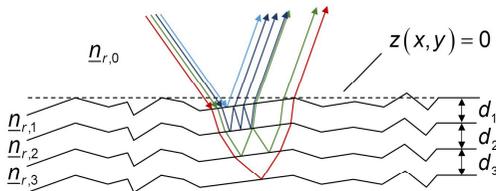


Bild 3.7: Schichtmodell in Anlehnung an [16, S. 321] zur Berücksichtigung von Mehrfachreflexionen in Schichten einer geometrischen Oberfläche zur physikalischen Beschreibung der Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen mit unterschiedlichen Materialien und optischen Eigenschaften. Die farblich hervorgehobenen Lichtstrahlen repräsentieren den geometrischen Verlauf einer elektromagnetischen Welle.

Die Berechnung von Mehrfachreflexionen ist nicht immer sinnvoll. Sie führt zu einem erheblichen Mehraufwand auszuführender Berechnungen, wenn diese nicht mit Transfermatrizen entsprechend der Angaben in [78, S. 80 ff.] berechnet werden und kann bei Ray-Tracing-Analysen eine Menge Rechenkapazität binden. Insbesondere bei starker Dämpfung des zu analysierenden Materials, das heißt bei großen Extinktionskoeffizienten, kann gemäß Gleichung (2.11) die Mehrfachreflexion vernachlässigt werden, da die Intensität der elektromagnetischen Welle stark abnimmt und folglich bei Superposition keine nennenswerten Einflüsse zu erwarten sind. Zur mathematischen Beschreibung der Interaktion der elektromagnetischen Welle mit der Oberfläche wird Gleichung (3.58) modifiziert. Als Erweiterung folgt

$$\mathbf{E}_k \sim \sum_{\text{MAT}=0}^{\text{LAY}} \sum_{\text{ref}=1}^{\text{REF}} \left(\prod_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \begin{pmatrix} \underline{t}_{\text{TE}}^{(\text{lay}+1, \text{lay})} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(\text{lay}+1, \text{lay})} \\ \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(\text{lay}+1, \text{lay})} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{r}_{\text{TE}}^{(\text{MAT}, \text{MAT}-1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(\text{MAT}, \text{MAT}-1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(\text{MAT}, \text{MAT}-1)} \end{pmatrix}^{\text{ref}-1} \right) \cdot \left(\begin{pmatrix} \underline{r}_{\text{TE}}^{(\text{MAT}, \text{MAT}+1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(\text{MAT}, \text{MAT}+1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(\text{MAT}, \text{MAT}+1)} \end{pmatrix}^{\text{ref}} \cdot \prod_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \begin{pmatrix} \underline{t}_{\text{TE}}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TE}}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)} \end{pmatrix} \right) + \left(\prod_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \begin{pmatrix} \underline{t}_{\text{TM}}^{(\text{lay}+1, \text{lay})} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(\text{lay}+1, \text{lay})} \\ \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(\text{lay}+1, \text{lay})} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{r}_{\text{TM}}^{(\text{MAT}, \text{MAT}-1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(\text{MAT}, \text{MAT}-1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(\text{MAT}, \text{MAT}-1)} \end{pmatrix}^{\text{ref}-1} \right) \cdot \left(\begin{pmatrix} \underline{r}_{\text{TM}}^{(\text{MAT}, \text{MAT}+1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},r}^{(\text{MAT}, \text{MAT}+1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(\text{MAT}, \text{MAT}+1)} \end{pmatrix}^{\text{ref}} \cdot \prod_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \begin{pmatrix} \underline{t}_{\text{TM}}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)} \\ \mathbf{R}_{\text{Rot},t}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)} \\ \mathbf{B}_{\text{TM}}^{(\text{lay}, \text{lay}+1)} \end{pmatrix} \right) \cdot \exp \left(-j \cdot \left(\sum_{\text{lay}=0}^{\text{MAT}-1} \left(\left| \frac{\mathbf{k}}{n_{r, \text{lay}}} \right| \cdot \text{opd}_{\text{lay}, \text{lay}+1} \right) + \left(\left| \frac{\mathbf{k}}{n_{r, \text{MAT}}} \right| \cdot (\text{ref} - 1) \cdot \text{opd}_{\text{MAT}, \text{lay}} \right) \right) \right) \cdot \mathbf{M}_2 \quad (3.59)$$

Die Anzahl der Reflexionen REF ist nicht vorgegeben. Allerdings ist es unter numerischen Aspekten zweckmäßig, die Summe nach einem bestimmten Wert REF abubrechen, beispielsweise dann, wenn die energetischen Verluste ein bestimmtes Maß überschreiten und die Amplituden der resultierenden, elektrischen Feldstärkevektoren entsprechend stark gedämpft werden.

⁷ Die Mehrfachreflexion erfolgt innerhalb einer Materialschicht wechselweise zwischen dem Materialübergang MAT zu MAT+1 und MAT zu MAT-1. Da die Matrixmultiplikation nicht kommutativ ist, muss unter rein mathematischen Aspekten eine wechselnde Multiplikation der Matrizen erfolgen. Allerdings wird bei der Berechnung eine Rotation um den Vektor $\hat{\mathbf{b}}_{\text{TE}}$ durchgeführt. Der Vektor bleibt über den gesamten Schichtdickenverlauf in guter Näherung konstant. Entsprechend können die Operationen auch vertauscht werden.

4 Paraxiale Sensormodellierung

In vielen Anwendungsfällen ist es möglich, optische Simulationen idealisiert zu betrachten. Beim Einsatz einfacher Linsensysteme können häufig lineare Annahmen bei der Berechnung des Übertragungsverhaltens getroffen und paraxiale Modellierungen angesetzt werden. Die Matrizenoptik bietet beispielsweise die Möglichkeit, die Strahlausbreitung auf einfach zu berechnende Gleichungssysteme zu reduzieren (vgl. [16, S. 85 ff.]). Bei paraxialen Ray-Tracing-Berechnungen ist diese Herangehensweise zulässig. Mit der zusätzlichen Berücksichtigung optischer Weglängendifferenzen können, neben inkohärenten, grundsätzlich auch kohärente Simulationen durchgeführt werden.

Im Rahmen der virtuellen Sensormodellierung werden zwei optische Sensoren analysiert und mathematisch beschrieben. Bei den Sensoren handelt es sich zum einen um einen winkelauflösenden Streulichtsensor (SLS in der Bauform OS500) zur Beurteilung der statistischen Verteilung von Oberflächenwinkeln (vgl. [14, 80, 81]). Der Sensor der Firma OptoSurf basiert auf einem inkohärenten Messprinzip. Der zweite optische Sensor ist ein kurzkohärentes Interferometer in Mirau-Bauweise (vgl. [82, S. 43–44]) (CSI in modifizierter Bauform des Messgeräts WS1). Das CSI setzt kohärente Betrachtungen bei der Optiksimation voraus. Die genannten, optischen Messgeräte basieren somit auf unterschiedlichen physikalischen Voraussetzungen. Während beim SLS die Gradientenverteilung einer Topographie statistisch durch die Abbildung von Oberflächenwinkeln gemessen wird (vgl. [71, 80, 83]), werden beim Mikroskopaufbau des CSI vertikal hochauflösend und flächig Topographien in Form diskreter Höhenwerte gemessen (vgl. [82, S. 43–44]). Zudem beruht das CSI auf der Annahme der Kohärenz, welche beim SLS in der Bauform OS500 bei der Messung feiner Oberflächenstrukturen und optischer Gitter als störender Einflussfaktor angesehen wird. Dies gilt nicht für den alternativen, streulichtbasierten Ansatz, der von Tiziani et al. in [84, S. 248–249] als kohärentes Verfahren vorgestellt wurde. Für die Simulation des SLS erfolgt gemäß den Angaben in Abschnitt 3.2.1 eine rein inkohärente Betrachtung. Dennoch können bei der Modellierung der Messsysteme grundlegende Gemeinsamkeiten für die Beschreibung des Abbildungsverhaltens genutzt werden. Die Gemeinsamkeiten beziehen sich dabei auf die geometrischen Zusammenhänge und die mathematische Beschreibung von Topographien.

4.1 Der winkelauflösende Streulichtsensor (SLS)

Die winkelauflösende Streulichtmesstechnik ist ein verhältnismäßig altes, jedoch zunehmend in der industriellen Anwendung genutztes Messprinzip, bei dem die Streuung von Licht an einer geometrischen Oberfläche $z(x,y)$ betrachtet wird (vgl. [14, S. 3]). Diese kann neben Formanteilen auch Rauheit beinhalten (vgl. DIN 4760, [85, S. 2]). Der Einfluss auf Rauheitskennwerte, der unter anderem in [86] näher untersucht wurde, ist in diesem Zusammenhang zu nennen. Grundlegende Informationen zum Messprinzip und zur Begrifflichkeit finden sich zudem in [14].

Zunächst werden grundlegende Informationen zum Messprinzip vermittelt, bevor im Anschluss ein entsprechendes Modell beschrieben wird.

4.1.1 Grundlegende Informationen

Die winkelauflösende Streulichtmesstechnik wird heute in unterschiedlichsten Bereichen optischer Anwendungen eingesetzt (vgl. [63, 87–89]). Als Beispiel ist der Bereich der Qualitätskontrolle zu nennen, wenn feinbearbeitete Oberflächen unter ästhetischen Aspekten analysiert werden sollen (vgl. [90]). In diesem Kontext ist auch der Begriff „*specular gloss*“ und der Einsatz sogenannter „*glossmeter*“ (vgl. [91, S. 69 ff.]) zu erwähnen, die sich zur Charakterisierung rauher Oberflächen eignen.

Grundlegende Analysen zum Streuverhalten rauher Oberflächen sind umfangreich und werden beispielsweise in [92, S. 117–119] beschrieben. So wurden grundlegende, mathematische Betrachtungen zu der auf das infinitesimale Raumwinkelement $d\Omega$ bezogenen Intensitätsverteilung rauher Oberflächen angestellt, die einen direkten Bezug zu TIS (vgl. DIN EN ISO 25178-6, [61, S. 9]) und BRDFs (vgl. [58]) haben. Im Zusammenhang mit der Streulichtmesstechnik können fundamentale, mathematische Betrachtungen angestellt werden. Von Bennett et al. wurden umfangreiche Untersuchungen zu dem Themenkomplex durchgeführt und in [93–95] behandelt. Während sich die Betrachtungen jedoch vordergründig mit den mathematischen Modellen und den physikalischen Eigenschaften der Streulichtmessung beschäftigen, wurden Eigenschaften, die spezifischen, optischen Messgeräten zugewiesen werden können, bei den Untersuchungen vernachlässigt. Im Zusammenhang mit dem Übertragungsverhalten winkelauflösender Streulichtsensoren wird daher auf die Quellen [71, 80, 81, 96] verwiesen.

Das physikalische Messprinzip des SLS basiert auf dem Prinzip der Spiegelfacettentheorie. Es wird angenommen, dass eine Oberfläche mithilfe einer beliebig feinen Anordnung von Spiegelfacetten beschrieben werden kann. Jeder einfallende Lichtstrahl wird demnach in Abhängigkeit der Ausrichtung der Facetten entsprechend des Reflexionsgesetzes reflektiert (vgl. Bild 4.1). Die Beschaffenheit der geometrischen Oberfläche führt damit zu charakteristischen Streuwinkelverteilungen, die ausgewertet werden können, um technische Oberflächen und Bearbeitungszustände der Oberflächen zu charakterisieren (vgl. [97]).

Entsprechende Ansätze der Charakteristik lichtstreuender Oberflächen wurden unter anderem in [62] untersucht. Technische Anwendung findet das physikalische Prinzip beim SLS beispielsweise in der Bauform OS500. Der Sensor (vgl. Bild 4.2) nutzt das emittierte Licht einer schmalbandigen LED zur Kollimation der Lichtstrahlen. Das kollimierte Licht trifft auf ein -Objektiv, das die Lichtstrahlen im Brennweitenabstand f_θ auf der Oberfläche eines geometrischen Objekts abbildet. Abhängig von den Gradienten der Oberfläche kommt es, gemäß Spiegelfacettentheorie, zur Reflexion dieser Lichtstrahlen (vgl. [81, S. 35]). Die

reflektierten Strahlen werden, in Abhängigkeit ihres Einfallswinkels und des ortsabhängigen Oberflächengradienten, zurückgeworfen und durch das [REDACTED]-Objektiv abermals kollimiert. Die Strahlen treffen anschließend auf eine aus [REDACTED] bestehende Sensorzeile (vgl. [81, S. 44 ff.]), die die Streuwinkel gemäß der Sensorgeometrie (vgl. Angaben zur Messbedingung nach [14, S. 4]) detektiert. Diese entspricht beim virtuellen Modell des Sensors OS500 einem virtuellen, flächigen Detektor mit einer lateralen Auflösung von [REDACTED] diskreten Bildpunkten.

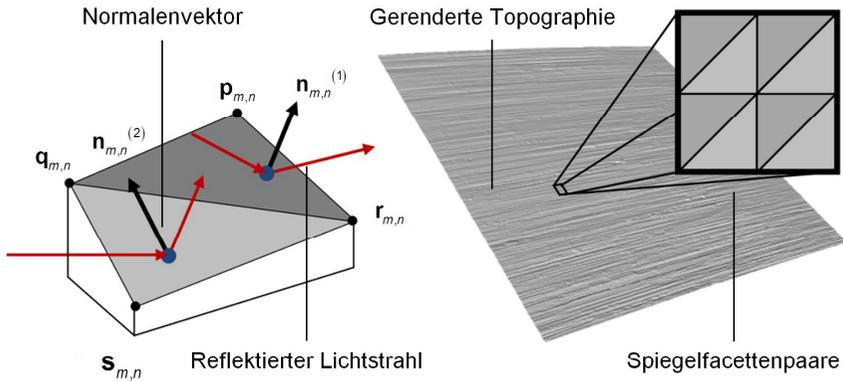


Bild 4.1: Linke Darstellung: Prinzip des Spiegelfacettenmodells am Beispiel einer äquidistant gerasterten Oberfläche. Rechte Darstellung: Gerenderte Darstellung einer konfokal gemessenen, rauen Oberfläche (mit charakteristischem Schlibbild) mithilfe von Spiegelfacetten [71, S. 3].

Der virtuelle Detektor misst die Intensitätsverteilung in Form einer diskreten Streuwinkelverteilung $H(\varphi_n)$ (vgl. [14, S. 3]). Diese kann genutzt werden, um Kenngrößen wie M , A_q , A_{sk} oder A_{ku} zu ermitteln ([14, S. 4–5]). Diese sind insbesondere im Zuge der Evaluierung von Sensormodellen von Bedeutung. Zudem kann der gemessene Winkelverlauf, repräsentiert durch den M -Wert, zur winkelintegrierten Messung eines Profils gemäß [83] und [80, S. 4] genutzt werden. Ähnliche Anwendungsfälle existieren für die krümmungsbasierte Profilmessung optischer Oberflächen (vgl. [98]).

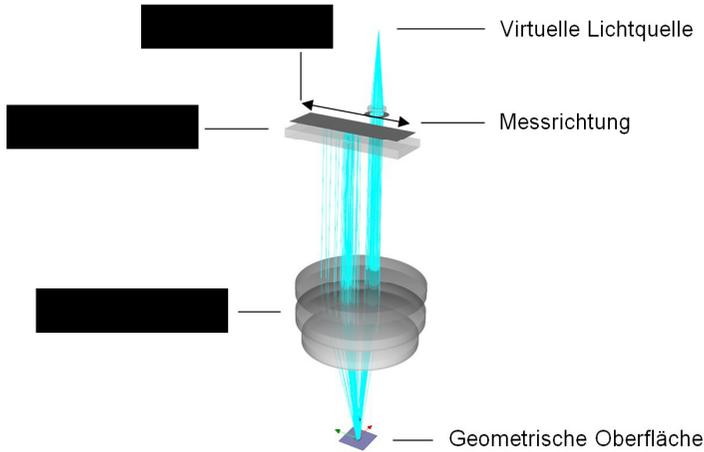


Bild 4.2: Virtuelles Modell des winkelauflösenden Streulichtsenors OS500⁸ der Firma OptoSurf zur Messung der Streuwinkelverteilung mit dem Ziel der Charakterisierung der Form und Rauheit geometrischer Oberflächen (Grafik erzeugt mit dem Ray-Tracing-Programm VTKTrace)

4.1.2 Geometrische Zusammenhänge (OS500)

Nachfolgend wird auf die geometrischen Zusammenhänge beim Streulichtsensor unter paraxialen Annahmen eingegangen. Bild 4.3 zeigt die zugrunde liegende Sensorgeometrie in Form einer gerenderten Darstellung, die im lehrstuhleigenen Programm VTKTrace entstand. Die Leuchtfläche der virtuellen Lichtquelle (LED) befindet sich im Brennpunkt der Kollimationslinse mit der Brennweite f_C . Es wird angenommen, dass diese radialsymmetrisch und eben ist. Zudem wird festgelegt, dass die Lichtquelle eine winkelabhängige Abstrahlcharakteristik besitzt, die mit der Intensitätsverteilung $\bar{I}_{k,Source}(x', y', \theta_{x'}, \theta_{y'})$ im Koordinatensystem der Lichtquelle beschrieben und mithilfe einer Verteilung entsprechend der Gleichung (3.7) modelliert werden kann. Die Abstrahlcharakteristik wird in einem begrenzten Winkelbereich des Öffnungswinkels vorgegeben. Es gilt

$$\bar{I}_{k,Source} \left(\begin{matrix} x', y', \\ \theta_{x'}, \theta_{y'} \end{matrix} \right) = \begin{cases} \bar{I}_{k,0} & \text{wenn } x'^2 + y'^2 \leq R_{LED}^2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} . \quad (4.1)$$

Darüber hinaus wird angenommen, dass jedes von einem infinitesimal kleinen Flächenelement $dA' = dx' \cdot dy'$ der Lichtquelle emittierte Strahlenbündel kollimiert wird (vgl. Bild 4.3, linke Darstellung). Folglich gilt näherungsweise

⁸ Die geometrischen Gegebenheiten und zugrunde liegenden Daten entstammen den Angaben des Sensorherstellers (Firma OptoSurf).

$$\tan(\alpha) = x'/f_C. \quad (4.2)$$

Da die Abbildung über ein [redacted]-Objektiv erfolgt (vgl. Bild 4.2), gilt für den in Bild 4.3 dargestellten Winkel α in guter Näherung der lineare Zusammenhang

$$\alpha = (x \cdot 1 \text{ rad})/f_\theta. \quad (4.3)$$

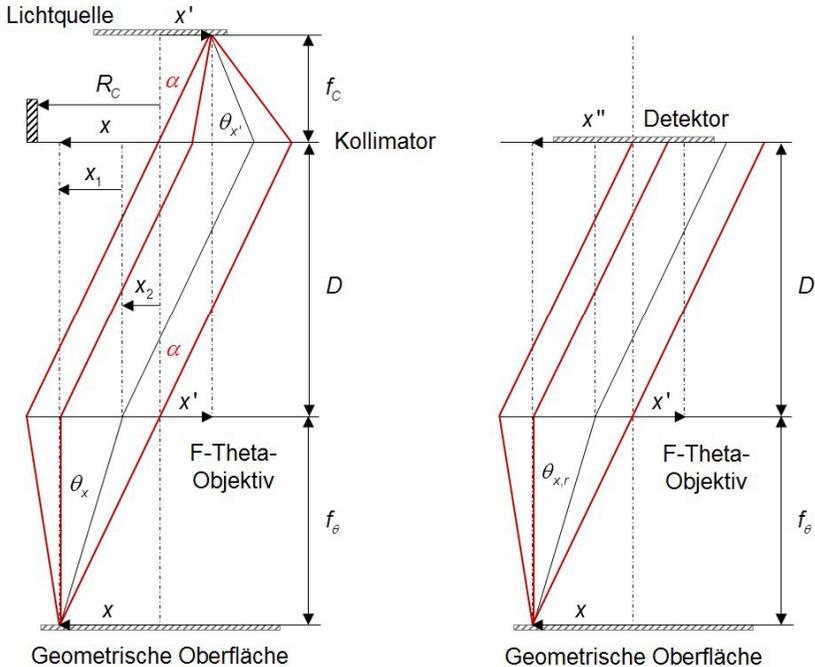


Bild 4.3: Linke Darstellung: Geometrie des winkelauflösenden Streulichtensors OS500. Abbildung eines Punktes der virtuellen Lichtquelle (LED) im Brennweitenabstand der Kollimationslinse auf die Oberfläche eines geometrischen Objekts. Rechte Darstellung: Abbildung eines reflektierenden Lichtstrahls auf das Koordinatensystem des virtuellen Detektors.

Aus den Gleichungen (4.2) und (4.3) folgt für die Abbildung eines Punktes x' im Koordinatensystem der Lichtquelle unter der Annahme einer radialsymmetrischen Leuchtfläche die Beziehung

$$x(x') \cdot 1 \text{ rad} = f_\theta \cdot \alpha = f_\theta \cdot \text{atan}(x'/f_C). \quad (4.4)$$

Ein Punkt x' , beschrieben im Koordinatensystem der virtuellen Lichtquelle innerhalb der Leuchtfläche, wird damit gemäß Gleichung (4.4) auf den Punkt x einer geometrischen Oberfläche im Referenzkoordinatensystem abgebildet. Betrachtet wird zusätzlich die Abbildung des Winkels $\theta_{x'}$ eines von der ebenen Lichtquelle emittierten Strahls. Der Winkel bezieht sich auf die optische Achse des Sensors. Für den resultierenden Winkel gilt beim Auftreffen auf der geometrischen Oberfläche gemäß Bild 4.3 der ideale, lineare Zusammenhang

$$\theta_x = (x_1 \cdot 1 \text{ rad}) / f_\theta. \quad (4.5)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichungen

$$x_2 = x - x_1 = x - \frac{f_\theta \cdot \theta_x}{1 \text{ rad}} \text{ und } x_2 + x' + \tan(\theta_{x'}) \cdot f_C = \tan(\alpha) \cdot D \quad (4.6), (4.7)$$

zur Beschreibung der in Bild 4.3 dargestellten geometrischen Zusammenhänge, zur Angabe des Abbildungsverhaltens des Sensors OS500, folgt somit

$$x - \frac{f_\theta \cdot \theta_x}{1 \text{ rad}} + x' + \tan(\theta_{x'}) \cdot f_C = x' \cdot D / f_C. \quad (4.8)$$

Dementsprechend kann in Abhängigkeit des Abstrahlwinkels $\theta_{x'}$ der resultierende Winkel θ_x mit der Gleichung

$$\theta_x(x', \theta_{x'}) \cdot f_\theta = ((x + x') - (x' \cdot D / f_C) + \tan(\theta_{x'}) \cdot f_C) \cdot 1 \text{ rad} \quad (4.9)$$

berechnet werden. Der Winkel wird für die Abbildung der Intensitätsverteilung auf der zeile genutzt, der durch den virtuellen Detektor beschrieben wird. Letztlich werden die Offset-Positionen x_{off} und y_{off} in Abhängigkeit der Reflexionswinkel $\theta_{x,r}$ und $\theta_{y,r}$ entsprechend Bild 4.3 berechnet. Es gilt

$$\begin{pmatrix} x_{\text{off}}(x', \theta_{x'}) \\ y_{\text{off}}(y', \theta_{y'}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(x') - \frac{\theta_{x,r}(x', \theta_{x'})}{1 \text{ rad}} \cdot f_\theta - (x' \cdot D / f_C) \\ y(y') - \frac{\theta_{y,r}(y', \theta_{y'})}{1 \text{ rad}} \cdot f_\theta - (y' \cdot D / f_C) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

mit den Reflexionswinkeln

$$\theta_{x,r} = 2 \cdot \text{atan}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) - \theta_x \text{ und } \theta_{y,r} = 2 \cdot \text{atan}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) - \theta_y, \quad (4.11), (4.12)$$

die sich aus den Gradienten der zugrunde liegenden Topographie $z(x,y)$ entsprechend der Angaben in Abschnitt 3.3.1 berechnen lassen. Auf diese Weise

können geometrische Oberflächen, die Rauheitsanteile aufweisen, virtuell gemessen werden. Die Modellierung von BSSRDFs ist somit nicht erforderlich.

4.1.3 Ideal inkohärentes Übertragungsverhalten

Die in Abschnitt 4.1.2 hergeleiteten, geometrischen Zusammenhänge werden genutzt, um das inkohärente Übertragungsverhalten des virtuellen Modells des Sensors OS500 paraxial zu beschreiben. Dazu reicht es aus, die zeitlich gemittelte Intensitätsverteilung $\bar{I}_{k, \text{Detector}}$ auf einem virtuellen Detektor unter Berücksichtigung der Abstrahlcharakteristik $\bar{I}_{k, \text{Source}}$ der Leuchtfläche der virtuellen Lichtquelle zu berechnen, die nach [14, S. 8] von der Intensitätsverteilung der LED abhängig ist. Phaseninformationen elektromagnetischer Wellen werden bei dem inkohärenten Modellierungsansatz vernachlässigt. Es gilt

$$\bar{I}_{k, \text{Detector}} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} \sim \int_{\Omega' A'} \bar{I}_{k, \text{Source}} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta_{x'} \\ \theta_{y'} \end{pmatrix} \cdot \delta \begin{pmatrix} x'' - x_{\text{off}}''(x', \theta_{x'}) \\ y'' - y_{\text{off}}''(y', \theta_{y'}) \end{pmatrix} \cdot dA' \cdot d\Omega', \quad (4.13)$$

wobei $dA' = dx' \cdot dy'$ und $d\Omega' \approx d\theta_{x'} \cdot d\theta_{y'}$, angenommen wird. Die Modellierung entspricht, unter der Voraussetzung einer konstanten Intensitätsverteilung der Lichtquelle, in guter Näherung einem Kugelstrahler in dem begrenzten Winkelbereich. Der maximal mögliche, detektierbare Abstrahlwinkel der Lichtquelle θ_{\max} ist von den Koordinaten x' und y' , sowie der Apertur des Kollimators abhängig. Da die Leuchtfläche der Lichtquelle gegenüber der Apertur klein ist (vgl. Bild 4.2), können $\theta_{x'}$ und $\theta_{y'}$ als positionsunabhängig angesehen werden. Es gilt dann

$$\theta_{\max}^2 \geq \theta_{x'}^2 + \theta_{y'}^2 \Rightarrow \left| \theta_{x'}(\theta_{y'}) \right| \leq \sqrt{\theta_{\max}^2 - \theta_{y'}^2} \quad (4.14)$$

mit

$$\theta_{\max} = \text{atan}(R_C/f_C). \quad (4.15)$$

Es kann in guter Näherung vorausgesetzt werden, dass die Leuchtfläche der LED ideal kreisförmig, die Intensitätsverteilung auf der gesamten Leuchtfläche homogen und das Abstrahlverhalten im betrachteten Bereich des Raumwinkels Ω' gleichverteilt ist. Unter diesen Annahmen wird die Intensitätsverteilung auf dem virtuellen Detektor des Streulichtsensors durch Faltung in Analogie zu [80, S. 3] berechnet. Es gilt

$$\bar{I}_{k, \text{Detector}} \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} \sim \int_{-\text{atan}\left(\frac{R_C}{f_C}\right)}^{+\text{atan}\left(\frac{R_C}{f_C}\right)} \int_{-g_2(\theta_{y'}) - R_{\text{LED}} - g_1(y')}^{+g_2(\theta_{y'}) + R_{\text{LED}} + g_1(y')} \int_{-y_{\text{off}}''(y', \theta_{y'})}^{-x_{\text{off}}''(x', \theta_{x'}) + y'' - y'} \delta \begin{pmatrix} -x_{\text{off}}''(x', \theta_{x'}) + x'' - x' \\ -y_{\text{off}}''(y', \theta_{y'}) + y'' - y' \end{pmatrix} \cdot dx' \cdot dy' \cdot d\theta_{x'} \cdot d\theta_{y'}, \quad (4.16)$$

mit

$$g_1(y') = \sqrt{R_{\text{LED}}^2 - y'^2} \quad \text{und} \quad g_2(\theta_{y'}) = \sqrt{\text{atan}^2\left(\frac{R_C}{f_C}\right) - \theta_{y'}^2}, \quad (4.17), (4.18)$$

wobei aufgrund des kleinen Winkelbereichs $d\Omega' \approx d\theta_{x'} \cdot d\theta_{y'}$ gilt. Die hergeleitete Gleichung wird genutzt, um die inkohärente Abbildung der Streuwinkelverteilung auf dem virtuellen Detektor des Sensors OS500 unter der Annahme eines inkohärenten Übertragungsverhaltens zu berechnen. Winkel und Position eines Lichtstrahls werden, entgegen der Modellannahmen in [71], unter linearen Annahmen für jeden Punkt der Leuchtfläche korrekt abgebildet. Bei Bedarf ist die Anpassung des Abstrahlverhaltens der Lichtquelle möglich. Die hergeleitete Gleichung bildet die mathematische Grundlage für ein programmiertes MATLAB®-Skript und ein paraxiales Sensormodell im Programm VTKTrace, das den Sensor OS500 neben einem noch zu beschreibenden, nichtsequentiellen Modell (vgl. Abschnitt 5) simuliert.

4.1.4 Kenngrößen zur Beurteilung von Streuwinkelverteilungen

Die in Abschnitt 4.1.3 hergeleitete Gleichung zur Berechnung des inkohärenten Übertragungsverhaltens des SLS wird genutzt, um virtuelle Streuwinkelverteilungen für den ein- und zweidimensionalen Fall zu berechnen. Diese wiederum können angewendet werden, um Kenngrößen gemäß [14, S. 4–5] zur Charakterisierung der Streuwinkelverteilung zu berechnen. Demnach gilt für die mittlere Lage M der Verteilung $H(\varphi_{n''})$

$$M = \sum_{n''=0}^{N-1} \varphi_{n''} \cdot H(\varphi_{n''}) \quad (4.19)$$

[14, S. 4] und für die Varianz der Streuwinkelverteilung

$$Aq = k_{Aq} \cdot \sum_{n''=0}^{N-1} (\varphi_{n''} - M)^2 \cdot H(\varphi_{n''}) \quad (4.20)$$

[14, S. 5]. Der Wert n'' indiziert diskrete Streuwinkel in Form von Bildpunkten des virtuellen Detektors in y'' -Richtung. Die Verteilung $H(\varphi_{n''})$ entspricht damit den virtuell gemessenen, diskreten Intensitätswerten auf dem virtuellen Detektor. Weitere Kenngrößen, die im Zusammenhang mit der Streuwinkelverteilung von Interesse sind, sind die in [14, S. 5] definierten Kenngrößen Ask und Aku zur Beschreibung der Schiefe und Kurtosis der Streuwinkelverteilung, die statistische Momente höherer Ordnung (vgl. [81, S. 142]) abbilden. Die Kenngrößen können durch Diskretisierung der Winkelschritte ermittelt werden. Während beim realen Streulichtsensor OS500 [REDACTED] in einer Zeile angeordnet sind und damit Gradienten einer Oberfläche nur in einer Messrichtung gemessen werden können, lassen sich mit dem virtuellen Sensormodell auch zweidimensionale Streuwinkelverteilungen analog zu [99] mit beliebiger lateraler Auflösung mithilfe der richtungsabhängigen Streuwinkel $\varphi_{m''}$ und

$\varphi_{n''}$ messen. Eindimensionale Analysen werden durch Schnitte innerhalb dieser Streuwinkelverteilungen abgedeckt.

Für die flächige Anwendung werden an dieser Stelle Kenngrößen definiert. Wenngleich bereits erste Ansätze zur zweidimensionalen Streulichterfassung in [81] untersucht wurden, existieren bislang normativ noch keine Kenngrößen für deren Charakterisierung. In Analogie zu Gleichung (4.19) wird die zweidimensionale Kenngröße M_{2D} bei separater Betrachtung der gemessenen Winkel $\varphi_{m''}$ und $\varphi_{n''}$ mit

$$M_{2D} = \sqrt{\left(\underbrace{\sum_{n''=0}^{L''-1} \sum_{m''=0}^{K''-1} (\varphi_{m''} \cdot H(\varphi_{m''}, \varphi_{n''}))}_{M_x} \right)^2 + \left(\underbrace{\sum_{n''=0}^{L''-1} \sum_{m''=0}^{K''-1} (\varphi_{n''} \cdot H(\varphi_{m''}, \varphi_{n''}))}_{M_y} \right)^2} \quad (4.21)$$

angegeben. Aufgrund der betragsmäßigen Betrachtung ist es sinnvoll, zusätzlich die Neigungsrichtung der geometrischen Oberfläche in Form des Azimutwinkels in Richtung der maximalen Oberflächensteigung anzugeben. Dieser berechnet sich, unter Berücksichtigung der mittleren Lage der Streuwinkelverteilung, in x - und y -Richtung zu

$$\theta_{AZ, M_{2D}} = \text{atan2}(M_y, M_x). \quad (4.22)$$

Analog zu Gleichung (4.20) kann auch eine Kenngröße für die Varianz der zweidimensionalen Streuwinkelverteilung angegeben werden. Für diese gilt

$$Aq_{2D} = k_{Aq_{2D}} \cdot \sum_{n''=0}^{L''-1} \sum_{m''=0}^{K''-1} \left(\left(\sqrt{\varphi_{m''}^2 + \varphi_{n''}^2} - M_{2D} \right)^2 \cdot H(\varphi_{m''}, \varphi_{n''}) \right), \quad (4.23)$$

wobei der Faktor $k_{Aq_{2D}}$ die Varianz der zweidimensionalen Streuwinkelverteilung bei Gleichverteilung der virtuell gemessenen Streuwinkel auf den Wert $Aq_{2D, \max}$ normiert. Der Wert wird, analog zu den Angaben in [71, S. 2], unter Berücksichtigung maximal detektierbarer Winkel $\varphi_{x, \max}$ und $\varphi_{y, \max}$, radialsymmetrisch berechnet. Es folgt

$$k_{Aq_{2D}} = Aq_{2D, \max} \cdot \left(2 \cdot \frac{\sqrt{\varphi_{x, \max}^2 + \varphi_{y, \max}^2}}{\sqrt{\varphi_{x, \max}^2 + \varphi_{y, \max}^2}} \int_{-\sqrt{\varphi_{x, \max}^2 + \varphi_{y, \max}^2}}^{+\sqrt{\varphi_{x, \max}^2 + \varphi_{y, \max}^2}} \varphi^2 \cdot d\varphi \right). \quad (4.24)$$

Um konsistent zum eindimensionalen Fall und damit zu Gleichung (4.20) zu sein, wird ein Normierungsfaktor zur Berechnung von Aq_{2D} festgelegt. Ein geeigneter Faktor kann mit

$$Aq_{2D_{\max}} = Aq_{\max} \cdot \begin{cases} \sqrt{(K''-1)^2 + (L''-1)^2} / (K''-1) & \text{wenn } K'' > L'' \\ \sqrt{2} & \text{wenn } K'' = L'' \\ \sqrt{(K''-1)^2 + (L''-1)^2} / (L''-1) & \text{wenn } K'' < L'' \end{cases} \quad (4.25)$$

angegeben werden. Gleichung (4.25) berücksichtigt die Dimensionen des virtuellen Detektors. Für die Spezialfälle $K'' = 1$ und $L'' = 1$ gilt demnach $Aq_{2D_{\max}} = Aq_{\max}$. Der eindimensionale Fall entspricht der Konfiguration des Sensors OS500, bei dem lediglich eine ████████zeile zur Detektion der Streuwinkel zum Einsatz kommt. Für den Fall $K'' = L''$ folgt hingegen $Aq_{2D_{\max}} = \sqrt{2} \cdot Aq_{\max}$. Wird nur eine ████████zeile des flächigen Detektors ausgeleuchtet, so entspricht der resultierende Aq -Wert dem eindimensionalen Fall. Zusätzlich zu den bisherigen Angaben können Streuwinkelverteilungen Aq_x und Aq_y in x - und y -Richtung betrachtet werden. Für die Berechnung von Aq_x wird in Gleichung (4.23) $\varphi_n = 0$ angenommen, sowie M_{2D} durch die Größe M_x substituiert. Der Faktor $k_{Aq_{2D}}$ wird entsprechend durch k_{Aq} ersetzt. Analog dazu ergibt sich auch Aq_y . Die genannten Kenngrößen sind im Programm VTKTrace für die virtuelle Messung geometrischer Oberflächen implementiert und können für die ein- und zweidimensionale Analyse virtuell gemessener Streuwinkelverteilungen genutzt werden. Mit Ausnahme der Betragsbildung, zur Angabe der Kenngröße M_{2D} (vgl. Gleichung (4.21)), stimmen die Ergebnisse der Kennwerte mit den Ergebnissen entsprechend der Gleichungen (4.19) und (4.20) überein (vgl. [14]).

4.1.5 Modellevaluierung mittels virtueller Messungen

In diesem Abschnitt wird auf die Evaluierung des paraxialen Sensormodells eingegangen. Der Evaluierung liegen geometrische Oberflächen zugrunde, die aus synthetisch generierten, sowie real gemessenen Topographiedaten berechnet wurden. Zunächst werden grundlegende Untersuchungen zum Übertragungsverhalten angestellt. Dieses ergibt sich ortsfrequenzabhängig entsprechend der Modellannahmen nach den Abschnitten 4.1.2 und 4.1.3. Darauf aufbauend werden schließlich weitere Untersuchungen in Form virtueller Messungen an formbehafteten und rauen Oberflächen angestellt, die jeweils realistische Szenarien für messtechnische Anwendungsfälle beschreiben. Damit kann das paraxiale Modell evaluiert und die Anwendbarkeit für geometrische Oberflächenmessungen nachgewiesen werden.

4.1.5.1 Inkohärentes, optisches Übertragungsverhalten

In [80] konnte bereits gezeigt werden, dass das ideale Übertragungsverhalten des Streulichtensors von den auftretenden Ortsfrequenzen einer zu messenden Objektoberfläche abhängig ist. Das Übertragungsverhalten ergibt sich nach [80, S. 4 ff.] in Abhängigkeit des statistischen Moments erster Ordnung. Dieses wird gemäß Gleichung (4.19) durch den M -Wert repräsentiert. Für die Evaluierung wird auf eine virtuell generierte, kosinusförmige Oberfläche mit gewünschter Ortsfrequenz

zurückgegriffen. Die zu analysierende, anisotrope Oberfläche wird in den Grenzen $-x_{\max}/2 \leq x \leq +x_{\max}/2$ und $-y_{\max}/2 \leq y \leq +y_{\max}/2$ durch die Funktion

$$z_{\lambda_y}(x, y) = z_0(\lambda_y) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_y} \cdot y - \phi_0\right) \quad (4.26)$$

im Referenzkoordinatensystem beschrieben. $z_0(\lambda_y)$ ist die wellenlängenabhängige Amplitude einer phasenverschobenen Oberflächenwelle in y -Richtung, die, entsprechend der Angaben in DIN EN ISO 5436-1 ([100, S. 7]), als phasenverschobenes, virtuelles Sinus-Normal interpretiert werden kann. Da das Übertragungsverhalten gemäß [80, S. 5] vom Gradientenverlauf der Oberfläche abhängt, ist es zweckmäßig, die Amplitude der virtuellen Oberfläche durch einen vorgegebenen Referenzwert M_{ref} auf einen maximalen Steigungswert zu normieren. Es gilt

$$\tan\left(\frac{M_{\text{ref}}}{2} \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) = \max_{y \in \mathbb{R}} \left(\frac{\partial z_{\lambda_y}}{\partial y}(x, y) \right) \Rightarrow z_0(\lambda_y) = \tan\left(\frac{M_{\text{ref}} \cdot \pi}{360^\circ}\right) \cdot \frac{\lambda_y}{2\pi}. \quad (4.27)$$

Für den Fall $\lambda_y \rightarrow 0$ resultiert, unter Berücksichtigung des Satzes von l'Hospital, der Grenzwert

$$\lim_{\lambda_y \rightarrow 0} \left(z_{\lambda_y}(x, y) \right) = \tan\left(\frac{M_{\text{ref}} \cdot \pi}{360^\circ}\right) \cdot \lim_{\lambda_y \rightarrow 0} \left(\frac{\lambda_y}{2\pi} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_y} \cdot y - \phi_0\right) \right) \stackrel{\text{l'Hospital}}{=} 0. \quad (4.28)$$

Für den Grenzfall $\lambda_y \rightarrow \infty$ ergibt sich, gemäß Anfangsbedingung, eine Ebene im Raum, deren Steigung in y -Richtung mit

$$\lim_{\lambda_y \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial z_{\lambda_y}}{\partial y}(x, y) \right) \Bigg|_{\phi_0 = \frac{\pi}{2}} = \tan\left(\frac{M_{\text{ref}} \cdot \pi}{360^\circ}\right) \quad (4.29)$$

berechnet werden kann. In Bild 4.4 (untere Darstellung) ist der Verlauf virtuell gemessener M -Werte $M_{\text{virt}}(\lambda_y, \phi_0)$ in Abhängigkeit der Oberflächenwellenlänge für unterschiedliche Phasenwinkel ϕ_0 dargestellt. Für die Simulationen wurden Intensitätsverteilungen unter Berücksichtigung von Gleichung (4.16), sowie der beschriebenen, geometrischen Zusammenhänge berechnet und so virtuelle Streuwinkelverteilungen $H_{\text{virt}}(\varphi_n)$ mithilfe des Modells des Streulichtensors OS500 gemessen. Die Streuwinkelverteilungen wurden durch Diskretisierung der Winkelschritte auf einer räumlich begrenzten, virtuellen Detektorfläche erzeugt, die den Maßen beim realen Sensor OS500 entsprechen. Die Simulationen erfolgten unter der Annahme idealer, gleichverteilter Abstrahlung der Leuchfläche der LED. Für die Modellierung wurden $K' \times L' = 500 \times 500$ diskrete Punkte angenommen. In x' - und y' -Richtung wurden in 25×25 Winkelschritten inkohärente Lichtstrahlen

emittiert. Inkohärent bedeutet in diesem Kontext die Zuweisung eines von der Zeit und der optischen Weglänge unabhängigen Intensitätswerts (vgl. Abschnitt 3.2.1). Für die Simulation wurde $M_{\text{ref}} = 2$ gewählt und der virtuelle M -Wert mithilfe von Gleichung (4.19) berechnet. Die Resultate der Simulation (vgl. Bild 4.4) entsprechen in guter Näherung den Angaben in [80, S. 6] bei Berücksichtigung spezifischer Sensorparameter. Sie stimmen damit mit der analytischen Lösung bei Berücksichtigung eines Phasenwinkels ϕ_0 überein, wenn ein zusätzlicher Faktor $\cos(\pi/2 - \phi_0)$ bei der Berechnung berücksichtigt wird, der die Übertragungsfunktion infolge der Phasenverschiebung der betrachteten Welle skaliert. Idealerweise handelt es sich bei dem Verlauf um eine Bessel-Funktion erster Ordnung (vgl. [80, S. 6]).

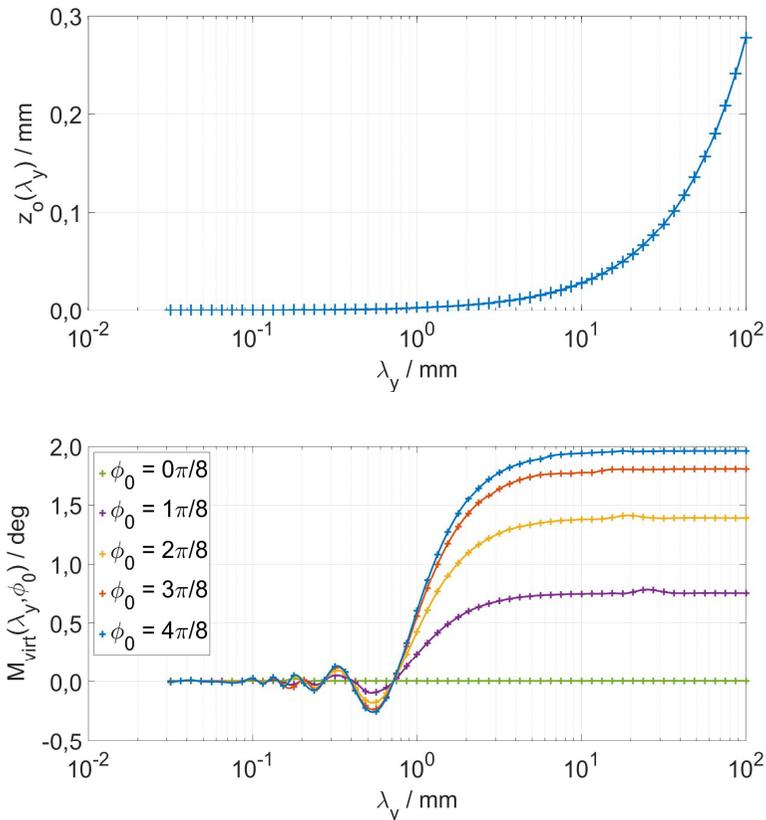


Bild 4.4: Obere Darstellung: Amplitudenverlauf in Abhängigkeit der modellierten Wellenlänge nach Gleichung (4.27) zur Evaluierung des inkohärenten Übertragungsverhaltens des Sensormodells. Untere Darstellung: Inkohärentes Übertragungsverhalten des Streulichtensors OS500 im

Programm VTKTrace als Ergebnis virtueller, faltungsbasierter Messungen idealer, phasenverschobener, kosinusförmiger Oberflächen bei Berücksichtigung der begrenzenden Objektivapertur, sowie winkelabhängiger Strahlemission bei Annahme gleichverteilter Intensitätsverteilung der Lichtquelle. Das Ergebnis entspricht in guter Näherung dem in [80, S. 6] dargestellten Verlauf bei Berücksichtigung von $N_{\text{rays}} = 500^2 \cdot 25^2$ virtuellen Lichtstrahlen und spezifischer Sensorparameter.

Der funktionale Zusammenhang der Abnahme der inkohärenten MTF infolge der Veränderung des Phasenwinkels ϕ_0 lässt sich, bei Betrachtung des virtuellen M -Wertverlaufs, in Bild 4.4 (unter Darstellung) erkennen. Der dargestellte Verlauf kann grundsätzlich auch mit einem zweidimensionalen Detektor mit $K \times L$ Bildpunkten virtuell gemessen werden. Je nach Richtung der Oberflächenwelle resultiert dann gemäß Gleichung (4.21) ein analoger Messwert, dem durch die Angabe des Azimutwinkels nach Gleichung (4.22) eine Richtung zugewiesen werden kann. Bei veränderlicher Ortsfrequenz und Richtung kann somit die in [81, S. 62] dargestellte, zweidimensionale Filterübertragungsfunktion in Form einer Bessel-Funktion mittels virtueller Messungen rekonstruiert werden. Der Einsatz eines Bildrotators, wie in [81, S. 91 ff.] beschrieben, ist somit nicht erforderlich.

4.1.5.2 Virtuelle Streulichtmessungen formbehafteter Oberflächen

Um die in den Abschnitten 4.1.2 und 4.1.3 beschriebenen Gleichungen zu überprüfen, werden die Ergebnisse virtueller Oberflächenmessungen betrachtet. Eine solche Oberfläche wird durch das sogenannte Aq -Normal beschrieben, das aufgrund der Gradientenverteilung einen charakteristischen Wert für die Streuwinkelverteilung liefert (vgl. [96]). Das Aq -Normal besteht aus einer periodischen, anisotropen Mikrostruktur mit einer Periodenlänge von $\delta y = 30 \mu\text{m}$, bei dem die periodische Oberfläche stückweise durch gaußsche Fehlerfunktionen beschrieben wird (vgl. [96, S. 6]). Der zugrunde liegende Verlauf $z_i(y)$ ist neben dem Gradientenverlauf $\partial z_i(y)/\partial y$ in Bild 4.5 abgebildet. Der Gradientenverlauf ergibt sich in Form zweier Gaußkurven in der dargestellten, punktsymmetrischen Weise. Zusätzlich sind die Abbott-Kurven der Verläufe dargestellt.

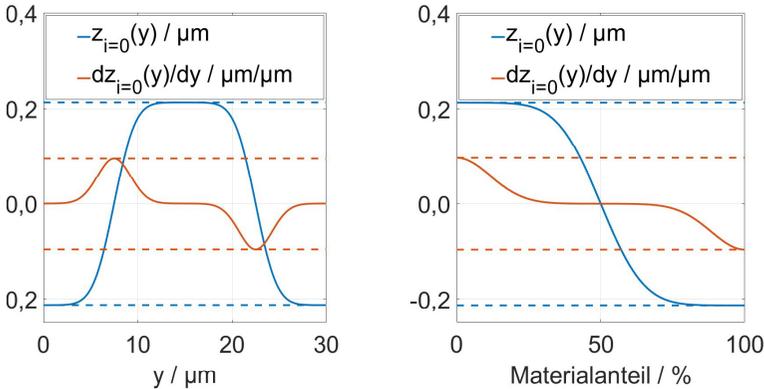


Bild 4.5: Linke Darstellung: Abbildung der dem Aq -Normal zugrunde liegenden Fehlerfunktion und des zugehörigen Gradientenverlaufs nach [96, S. 6]. Rechte Darstellung: Korrespondierende Abbott-Kurven zur Angabe der Topographie- und der Gradientenanteile.

Die Abbott-Kurve des Gradientenverlaufs von $z_i(y)$ ist von Bedeutung, da dieser, aufgrund der periodischen Fortsetzung

$$z(x, y) = z(y) = \sum_i z_i(y) \text{ mit } D_{z_i} = [i \cdot \delta y, (i+1) \cdot \delta y], \quad (4.30)$$

dem entsprechenden Definitionsbereich, auch die Winkelverteilung des zugrunde liegenden Profils $z(y)$ repräsentiert. Durch die mathematische Beschreibung mittels Fehlerfunktionen ist es möglich, den Rdq -Wert zur Beschreibung des quadratischen Mittelwerts der Profilsteigung (DIN EN ISO 4287, [72, S. 18]) und damit einen gewünschten Aq -Wert als Resultat einer winkelauflösenden, streulichbasierten Messung einzustellen. Der nominelle Aq -Wert, der bei einer virtuellen Messung mit dem SLS in der Konfiguration des Sensors OS500 in Strukturrichtung zu erwarten ist, entspricht dabei dem numerischen Wert 30 (vgl. [96, S. 6]). Rdq wird nach DIN EN ISO 4287 ([72, S. 18]) bei Berücksichtigung der Einzelmessstrecke lr angegeben. Da ein funktionaler Zusammenhang zwischen Oberflächensteigung und Streuwinkel besteht, kann

$$Rdq = \sqrt{\frac{1}{lr} \cdot \int_0^{lr} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \cdot dy} \Rightarrow Rdq \approx \tan \left(\sqrt{\frac{Aq}{k_{Aq}}} \cdot \frac{\pi}{360^\circ} \right) \quad (4.31)$$

angenommen werden. Voraussetzung ist, dass eine homogene Beschaffenheit der Oberfläche vorliegt und Abweichungen durch die radialsymmetrische Beleuchtung der geometrischen Oberfläche gering sind. Bei Berücksichtigung der normativ nicht

festgelegten Kenngröße Aq_{2D} (vgl. Gleichung (4.23)) kann eine Beziehung zu dem Hybridparameter Sdq , dem sogenannten mittleren quadratischen Gradienten der skalenbegrenzten Oberfläche, nach DIN EN ISO 25178-2 ([101, S. 15]) hergestellt werden. In Analogie zu Gleichung (4.31) folgt

$$Sdq = \sqrt{\frac{1}{\iint_{y,x} dx \cdot dy} \cdot \iint_{y,x} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \cdot dx \cdot dy} \Rightarrow Sdq \approx \tan \left(\sqrt{\frac{Aq_{2D}}{k_{Aq_{2D}}}} \cdot \frac{\pi}{360^\circ} \right). \quad (4.32)$$

Bei perfekter Anisotropie der betrachteten Oberfläche sind die Resultate entsprechend der Gleichungen (4.31) und (4.32) identisch. Voraussetzung ist, dass ein rechteckiger Integrationsbereich vorliegt. Ein solcher Bereich ist bei der Messung mit dem Streulichtsensor OS500 nicht gegeben, da ein radialsymmetrischer und nahezu homogener Leuchtfleck mit dem Radius

$$R_{Spot} = R_{LED} \cdot f_\theta / f_C \approx 0,45 \text{ mm} \quad (4.33)$$

(vgl. Vorgaben gemäß [14, S. 4]) auf die geometrische Oberfläche projiziert wird. Dennoch kann Sdq bei geringem Formanteil der betrachteten, geometrischen Oberflächen mithilfe von Aq_{2D} abgeschätzt werden. Der Grund liegt darin, dass die Periodenlänge des Normals sehr klein gegenüber dem Messfleckdurchmesser ist.

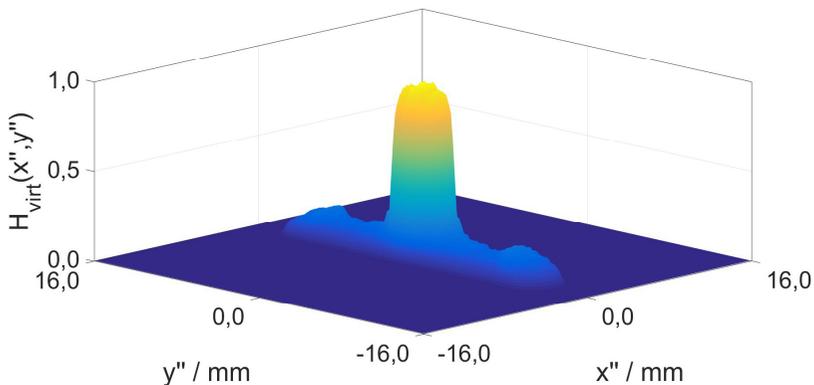


Bild 4.6: Zweidimensionale Streuwinkelverteilung bei virtueller Messung des Aq -Normals mit dem virtuellen Modell des Sensors OS500 und einem virtuellen Detektor mit $K \times L = 200 \times 200$ Bildpunkten (inkohärente Simulation). Virtuelle Messung mit dem paraxialen Modell des Sensors im Programm VTKTrace.

In Bild 4.6 ist die virtuell gemessene Streuwinkelverteilung für die Oberfläche des A_q -Normals nach dem beschriebenen, mathematischen Ansatz nach Gleichung (4.16) dargestellt. Die Streuwinkelverteilung des Normals wurde, bei inkohärenten Annahmen, auf einem virtuellen, flächigen Detektor mit den Maßen $32 \text{ mm} \times 32 \text{ mm}$ und einer Auflösung von $K'' \times L'' = 200 \times 200$ Bildpunkten an der Sollposition der zeile des Sensors OS500 (vgl. Bild 4.2) abgebildet.

Da der winkelauflösende Streulichtsensor OS500, aufgrund der vorliegenden zeile, lediglich Streuwinkel in einer Dimension messen kann, muss die in Bild 4.6 dargestellte, zweidimensionale Streuwinkelverteilung auf eine eindimensionale Verteilung abgebildet werden. Dies ist durch eine Abtastung des Messsignals möglich. Die Methode wird in [71, S. 8–9] für den Fall einer kontinuierlichen Intensitätsverteilung beschrieben und kann für den diskreten Fall adaptiert werden. Dies ist bei numerischer Umsetzung im Programm VTKTrace erforderlich. Es wird angenommen, dass ein virtueller Detektor mit $K'' \times L''$ Messpunkten vorliegt und für jeden Pixel ein eindeutiger Intensitätswert existiert. Demnach gilt für das abgetastete, eindimensionale Signal unter Berücksichtigung des Kronecker-Deltas

$$\hat{H}_{\text{virt}}(\varphi_{n''}) = \frac{\sum_{\hat{n}''=0}^{L''-1} \sum_{\hat{m}''=0}^{K''-1} \left(H_{\text{virt}}[\hat{m}'', \hat{n}''] \cdot \delta_K[n'' - \lfloor \hat{n}'' \cdot N/L'' \rfloor] \right)}{\sum_{\hat{n}''=0}^{L''-1} \sum_{\hat{m}''=0}^{K''-1} \delta_K[n'' - \lfloor \hat{n}'' \cdot N/L'' \rfloor]} \quad (4.34)$$

mit $n'' \in \{0, \dots, N-1\}$.

Falls erforderlich, kann der Ausdruck um eine Dimension erweitert werden. Bei Division durch null wird $\hat{H}_{\text{virt}}(\varphi_{n''}) = 0$ vorgegeben. Ein analoger Zusammenhang gilt für den zweidimensionalen Fall, wenn $K'' > 1$ angenommen wird. Die Gleichung bildet die Grundlage für diskrete, virtuelle Messungen geometrischer Oberflächen und berechneter Kennwerte.

Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über virtuell gemessene Kennwerte, die aus der Simulation geometrischer Oberflächen unter Berücksichtigung von Gleichung (4.34) resultieren. Die Abweichungen bei der virtuellen Messung des A_q -Normals sind entsprechend der Angaben in Tabelle 4.1 gering und lediglich auf numerische Fehler zurückzuführen. Messungen an der ungefilterten Originaltopographie des A_q -Normals ergeben den Kennwert $Rd_q = 44,03 \text{ } \mu\text{m/mm}$, wobei der Berechnung die radialsymmetrisch ausgeleuchtete Fläche des Leuchtflecks mit dem Radius R_{Spot} zugrunde liegt (vgl. Tabelle 4.1). Dem Rd_q -Wert kann gemäß Gleichung (4.31) ein A_q -Wert zugewiesen werden. Für die Varianz der Streuwinkelverteilung gilt $A_q \approx 29,74$. Das Ergebnis entspricht in guter Näherung dem in Tabelle 4.1 angegebenen Messwert 29,80 (Istwert), der sich als Resultat einer virtuellen Messung mit dem Sensormodell ergibt.

Aufgrund der geringen Periodenlänge des Aq -Normals lässt sich Rdq bei der virtuellen Messung gut abschätzen. Dagegen weichen die Daten bei der virtuellen Zylindermessung, sowie der Ebenenmessung (vgl. Tabelle 4.1) vom Erwartungswert ab. Während bei der Zylindermessung die Formgebung der Oberfläche und der radialsymmetrische Leuchtfleck das Messergebnis beeinflussen, ist beim ebenen Spiegel die Abbildung der Apertur der entscheidende Einflussfaktor (vgl. [71, S. 5]). Diese bewirkt einen minimalen Aq -Wert und führt damit zu einem abweichenden Schätzwert von Rdq . Entsprechend kann Rdq nur dann zuverlässig berechnet werden, wenn auf der geometrischen Oberfläche nennenswerte Rauheitsanteile (vgl. DIN 4760, [85, S. 2]), das heißt hohe Ortsfrequenzanteile, vorliegen. Auf die virtuelle Messung rauer Oberflächen wird daher in Abschnitt 4.1.5.3 gesondert eingegangen.

Tabelle 4.1: Resultate der Modellierung des winkelauflösenden Streulichtsenors OS500 (Firma OptoSurf) bei virtueller Messung des Aq -Normals, einer zylinderförmigen Oberfläche, sowie einer perfekt ebenen, spiegelnden Oberfläche für den eindimensionalen Fall (inkohärente Annahmen)

	Aq-Normal			Zylinder ($R_0 = 5 \text{ mm}$)			Perfekter Spiegel		
	Soll	Ist ⁹	Δ	Soll	Ist ⁹	Δ	Soll	Ist ⁹	Δ
$\frac{M}{\text{deg}}$	0,00	-0,01	-0,01	0,00	-0,01	-0,01	0,00	-0,01	-0,01
Aq	30,00	29,80	-0,20	41,68	28,74	-12,94	1,29 ⁽¹⁰⁾	1,43	0,14
$\frac{Rdq}{\frac{\mu\text{m}}{\text{mm}}}$	44,03*	44,01**	-0,02	52,09*	43,22**	-8,87	0,00*	9,66**	-9,66

* Berechnung von Rdq bei Berücksichtigung des kreisförmigen Messbereichs

** Abschätzung von Rdq mithilfe virtuell gemessener Aq -Werte

Ein weiteres Beispiel für formbehaftete Oberflächen sind sphärische Oberflächen, die bei streulichtbasierter Messung zu charakteristischen Streuwinkelverteilungen führen (vgl. Bild 4.7) und für Analysezwecke genutzt werden (vgl. [71, S. 12, 80, S. 10]). Sphärische Oberflächen sind aufgrund der Radialsymmetrie für messtechnische Anwendungen von Interesse. In der praktischen Anwendung kann das Maximum der sphärischen Oberfläche beispielsweise zur rotatorischen und translatorischen Ausrichtung des SLS durch Minimierung des M -Werts genutzt werden. Bei Variation des Radius der sphärischen Oberfläche und perfekter Ausrichtung verändert sich dementsprechend ausschließlich der gemessene Aq -Wert. Zudem sind sphärische Oberflächen günstig in der Herstellung und werden für vielfältige Messaufgaben, auch im Zusammenhang mit der Ermittlung des Akzeptanzwinkels flächig messender Mikroskope, wie dem CSI, eingesetzt (vgl. Abschnitt 4.2). Darüber hinaus können,

⁹ Die Istwerte entsprechen den Ergebnissen der Berechnungen mit dem Programm VTKTrace.

¹⁰ vgl. [71, S. 9]

aufgrund der funktionsbasierten Beschreibung, analytische Berechnungen zu der erwarteten Gradientenverteilung angestellt und mit virtuellen und realen Messdaten verglichen werden.

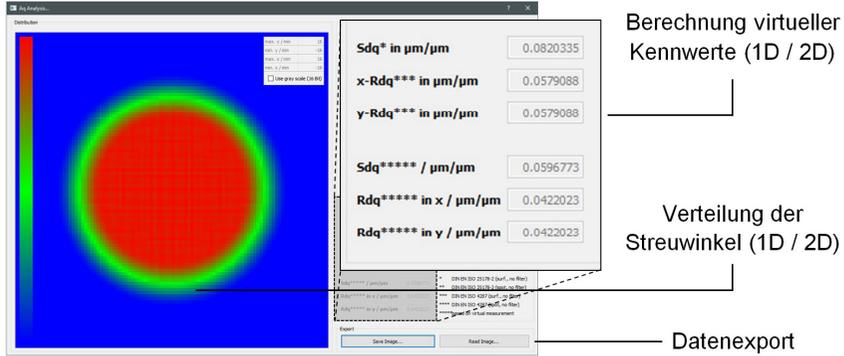


Bild 4.7: Resultat einer virtuellen, sphärischen Oberflächenmessung mit dem paraxialen Modell des Sensors OS500 im Simulationsprogramm VTKTrace. Farbkodierte Darstellung der virtuellen Streuwinkelverteilung bei einer vorgegebenen Detektorauflösung von $K \times L = 100 \times 100$ Bildpunkten.

Sphärische Oberflächen führen, unter der Annahme einer homogenen Messfeldausleuchtung, aufgrund der Invarianz der Oberflächenkrümmung, sowie eines ortsunabhängigen Reflexionsgrades, zu einer Streuwinkelverteilung, die in einem begrenzten Winkelbereich in guter Näherung mit dem Modell einer BSDF beschrieben werden kann. Die mathematischen Grundlagen dazu sind in [71, S. 11–12] angegeben. Die BSDF kann entsprechend der Gleichung (3.7) unter der Annahme einer homogenen Messfeldausleuchtung, sowie des radialabhängigen Winkels $\theta_r(\theta_x, \theta_y) = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$ der Oberfläche unter Berücksichtigung der projizierten Flächenanteile dA_r/A_r zu

$$\text{BSDF}(\theta_r) \sim \begin{cases} 2 \cdot \theta_r \cdot \frac{dA_r}{A_r} = 4 \cdot \text{atan}|m_r| \cdot \frac{\pi \cdot dr}{\pi \cdot r} & \text{wenn } \theta_r \leq \text{atan}|m_{r=R_{\text{Spot}}}| \\ 0 & \text{wenn } \theta_r > \text{atan}|m_{r=R_{\text{Spot}}}| \end{cases} \quad (4.35)$$

berechnet werden. m_r ergibt sich gemäß [71, S. 11] als Steigung der geometrischen Oberfläche in radialer Richtung zu

$$m_r(\theta_r) = -\frac{r(\theta_r)}{\sqrt{R_0^2 - r^2(\theta_r)}} \quad \text{mit } r(\theta_r) = \frac{R_0 \cdot \tan(\theta_r)}{\sqrt{1 + \tan^2(\theta_r)}}. \quad (4.36), (4.37)$$

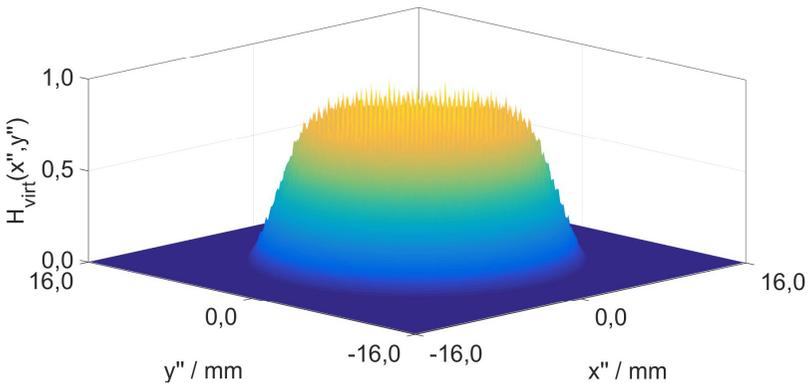
Da der Streulichtsensor, bei Annahme kollimierter, vertikaler Beleuchtung, lediglich bis zu einem maximalen Steigungswinkel $\theta_{r,\max}$ das an einer geometrischen Oberfläche reflektierte Licht detektieren kann, berechnet sich der zugehörige, minimale Krümmungsradius $R_{0,\min}$, bei dem noch sämtliche Oberflächenwinkel mit der virtuellen [REDACTED] zeile des Sensors erfasst werden können, zu

$$R_{0,\min} = \sqrt{\left(R_{\text{Spot}} / \tan(\theta_{r,\max})\right)^2 + R_{\text{Spot}}^2}. \quad (4.38)$$

Beim Streulichtsensor OS500 gilt $\theta_{r,\max} = 8,0^\circ$ und $R_{\text{Spot}} \approx 0,45$ mm. Entsprechend folgt $R_{0,\min} \approx 3,23$ mm. Unter der Annahme $R_0 \gg R_{\text{Spot}}$ gilt somit

$$\text{BSDF}(\theta_r) \approx \begin{cases} \frac{1}{2\pi \cdot \sin\left(\text{atan}\left|m_{r=R_{\text{Spot}}}\right|\right)} & \text{wenn } \theta_r \leq \text{atan}\left|m_{r=R_{\text{Spot}}}\right| \\ 0 & \text{wenn } \theta_r > \text{atan}\left|m_{r=R_{\text{Spot}}}\right| \end{cases} \quad (4.39)$$

(vgl. [71, S. 12]). Dabei wird eine Normierung unter Berücksichtigung des halben Raumwinkels gemäß Gleichung (3.10) berücksichtigt. In Bild 4.8 (untere Darstellung) sind die Verläufe der BSDF exemplarisch für einige Krümmungsradien R_0 der sphärischen Oberfläche dargestellt. Es resultiert in guter Näherung eine Gleichverteilung in einem begrenzten Winkelbereich. Diese ergibt sich auch bei virtuellen Messungen und kann mit einem flächigen Detektor in Form einer zweidimensionalen, diskreten Streuwinkelverteilung gemessen werden (vgl. Bild 4.7 und Bild 4.8, obere Darstellung).



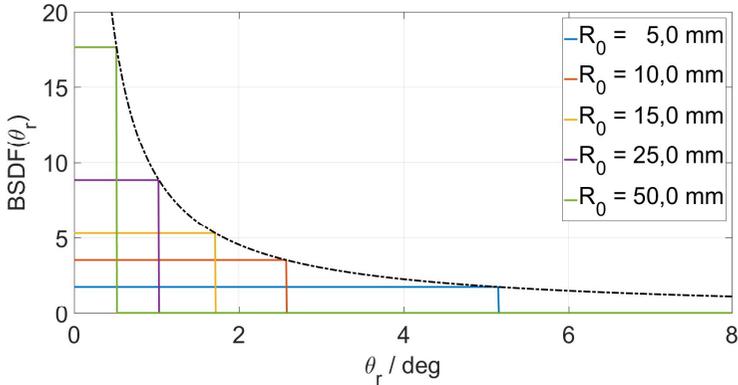


Bild 4.8: Obere Darstellung: Zweidimensionale Streuwinkelverteilung bei virtueller Messung einer sphärischen Oberfläche mit Krümmungsradius $R_0 = 5$ mm und einem virtuellen Detektor mit $K \times L = 200 \times 200$ Bildpunkten im Programm VTKTrace (inkohärente Simulation). Untere Darstellung: Verlauf der BSDF in Abhängigkeit des radialen Oberflächenwinkels bei Annahme einer kollimierten Beleuchtung und einer spiegelnden, sphärischen Oberfläche, sowie Darstellung der Einhüllenden dieser Verläufe.

Die Streuwinkelverteilung in Bild 4.8 (obere Darstellung) entspricht bei der Abbildung des doppelten Reflexionswinkels beim Modell des Sensors OS500 in guter Näherung dem erwarteten Verlauf. Dieser ist in Bild 4.8 (untere Darstellung) neben weiteren, diskreten Krümmungsradien dargestellt. Dies zeigt sich auch bei Betrachtung der mittels virtueller Detektordaten berechneten A_q -Werte, die den Erwartungswerten bei idealer, paraxialer Berechnung gegenübergestellt sind.

Im Randbereich der zweidimensionalen Streuwinkelverteilung in Bild 4.8 (obere Darstellung) ist jedoch eine deutliche Abweichung vom berechneten Verlauf in Form einer abnehmenden Streuwinkeldichte erkennbar. Diese Abweichung ist auf die Beleuchtung der Objektfläche zurückzuführen, die in Gleichung (4.13) durch die Terme $x_{\text{off}}(x', \theta_{x'})$ und $y_{\text{off}}(y', \theta_{y'})$ berücksichtigt wird und gemäß Gleichung (4.10) eine zusätzliche Winkelabhängigkeit beschreibt. Der Einfluss nimmt mit steigender Oberflächenkrümmung ab. Dies wird bei Betrachtung der aus virtuellen Streuwinkelverteilungen entsprechend der Gleichungen (4.31) und (4.32) berechneten R_{dq} - und S_{dq} -Verläufe in Bild 4.9 deutlich. In [71, S. 6–7] wurde dieser Einfluss durch die Einführung von Gewichtungsfaktoren berücksichtigt, die, je nach vorliegender Formgebung der Oberfläche, angepasst werden.

Liegt eine ungekrümmte, spiegelnde Oberfläche vor, so wird die Blende des Kollimators (vgl. Bild 4.2 und Bild 4.3) direkt auf der [REDACTED] zeile des SLS abgebildet.

Die Folge ist, dass ein bestimmter Aq -Wert geometriebedingt nicht unterschritten wird. Der entsprechende Wert kann nach [71, S. 9] für den Sensor OS500 mit $Aq \approx 1,29$ berechnet werden. Gemäß Tabelle 4.1 liefern die virtuellen Messungen bei perfekt ebener Oberfläche eine gute Übereinstimmung mit den erwarteten Werten.

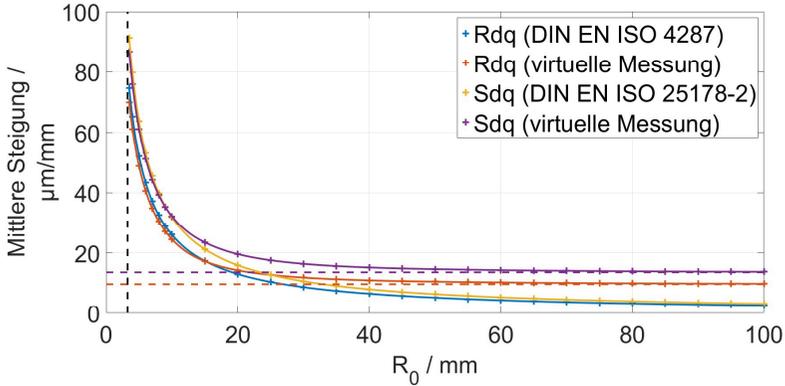


Bild 4.9: Auf Grundlage theoretischer und virtuell gemessener Aq -Werte berechnete Rdq- und Sdq-Verläufe bei Betrachtung sphärischer Oberflächen mit unterschiedlichen Krümmungsradien R_0 . Simulation virtueller Detektoren mit [redacted] zur Berechnung von Rdq und $K \times L = 32 \times 32$ Bildpunkten zur Berechnung von Sdq analog zu [80, S. 10].

Für die idealisierte Betrachtung können die Angaben nach [71, S. 4] genutzt werden. Unter der Annahme $K \times L$ vorliegender Bildpunkte des virtuellen Detektors folgt für die ideale, diskrete Streuwinkelverteilung unter Berücksichtigung der BSDF in guter Näherung

$$H_{\text{virt}}(\varphi_m, \varphi_n) \sim \int_{(n-\frac{L}{2})\Delta\theta_y}^{(n+1-\frac{L}{2})\Delta\theta_y} \int_{(m-\frac{K}{2})\Delta\theta_x}^{(m+1-\frac{K}{2})\Delta\theta_x} \text{BSDF}(\theta_x, \theta_y) \cdot \frac{\Delta x'' \cdot \Delta y''}{\Delta \theta_x \cdot \Delta \theta_y} \cdot d\theta_x \cdot d\theta_y \quad (4.40)$$

Der Kosinusterm nach Gleichung (3.7) wird vernachlässigt. Hierbei stellen $\Delta x''$ die Pixelbreite und $\Delta y''$ die Pixellänge des virtuellen Detektors, sowie $\Delta \theta_x$ und $\Delta \theta_y$ die den Bildpunkten zugeordneten, diskreten Winkelschritte dar. Voraussetzung ist, dass gemäß Raumwinkeldefinition lediglich ein kleiner Raumwinkelbereich um die Nulllage $\theta_x = 0$ und $\theta_y = 0$ betrachtet wird. Diese Vorgabe ist beim Sensor OS500 aufgrund der Aperturbegrenzung erfüllt. Die virtuelle Streuwinkelverteilung gemäß Gleichung (4.40) wird unter Berücksichtigung der Gleichung (4.23) genutzt, um Aq -Werte für virtuelle Messungen sphärischer Oberflächen zu berechnen. Ein Teil der Ergebnisse

der Berechnung ist neben virtuellen Messergebnissen in Tabelle 4.2 angegeben und in Bild 4.9 abgebildet.

Tabelle 4.2: Resultate der virtuellen Messung sphärischer Oberflächen (Istwerte) bei der paraxialen, mathematischen Beschreibung des winkelauflösenden Streulichtensors OS500 (Firma OptoSurf). Betrachtung der virtuellen Messergebnisse für verschiedene Krümmungsradien bei inkohärenter Annahme (eindimensionaler Fall).

	Rdq / $\frac{\mu\text{m}}{\text{mm}}$			Sdq / $\frac{\mu\text{m}}{\text{mm}}$		
	Soll ¹¹	Ist ¹²	$\Delta / \%$	Soll ¹¹	Ist ¹²	$\Delta / \%$
$R_0 = 5 \text{ mm}$	52,09	48,80	6,32	63,81	61,08	4,28
$R_0 = 10 \text{ mm}$	26,00	24,48	5,85	31,84	32,19	1,10
$R_0 = 15 \text{ mm}$	17,33	17,22	0,63	21,22	23,45	10,51
$R_0 = 25 \text{ mm}$	10,39	12,72	22,43	12,73	17,55	37,86
$R_0 = 50 \text{ mm}$	5,20	10,49	101,73	6,36	14,62	129,87

Die Resultate zeigen bei großer Oberflächenkrümmung für die Kenngrößen Rdq und Sdq eine gute Übereinstimmung zwischen den Sollwerten und den virtuellen Messergebnissen (Istwerten). Mit sinkender Krümmung der Oberfläche nehmen die Abweichungen jedoch signifikant zu. Dies ist auf die spezifische Abbildungseigenschaft des Sensors OS500 zurückzuführen. Bei geringem Formanteil der geometrischen Oberfläche und fehlender Rauheit (vgl. DIN 4760, [85, S. 2]) treten die Abweichungen als Folge der Abbildung der Leuchtfächenapertur des virtuellen Sensors auf. Dieser Sachverhalt kann auch beim messtechnischen Einsatz des realen Sensors beobachtet werden.

4.1.5.3 Einflüsse der Oberflächenrauheit auf das Sensormodell

Aufgrund der Auswertung diskreter Streuwinkelverteilungen kann der Sensor auch für die Messung anisotroper, rauer Oberflächen und für deren Charakterisierung eingesetzt werden. Dies gilt auch für das beschriebene Modell. Analog zu den Angaben zum Übertragungsverhalten des statistischen Moments erster Ordnung, repräsentiert durch den wellenlängenabhängigen M -Wertverlauf, können Untersuchungen für höhere Ordnungen angestellt werden. Dazu ist der berechnete, virtuelle A_q -Verlauf für unterschiedliche Phasenwinkel ϕ_0 der kosinusförmigen Oberfläche entsprechend der Angaben gemäß Gleichung (4.26) in Bild 4.10

¹¹ Die Angaben basieren auf der zugrunde liegenden Gradientenverteilung der ungefilterten, geometrischen Oberfläche.

¹² Die Istwerte entsprechen den Ergebnissen bei der Berechnung mit dem Programm VTKTrace.

dargestellt. Demnach zeigt der Aq -Wert für große Oberflächenwellen einen charakteristischen Abfall auf einen minimalen Wert, der infolge der Abbildung des Leuchtfleckdurchmessers auf der geometrischen Oberfläche resultiert. Der Grenzwert für $\lambda_y \rightarrow \infty$ entspricht somit den Angaben bei der Messung eines perfekten Spiegels (vgl. Tabelle 4.1 und [71, S. 9]).

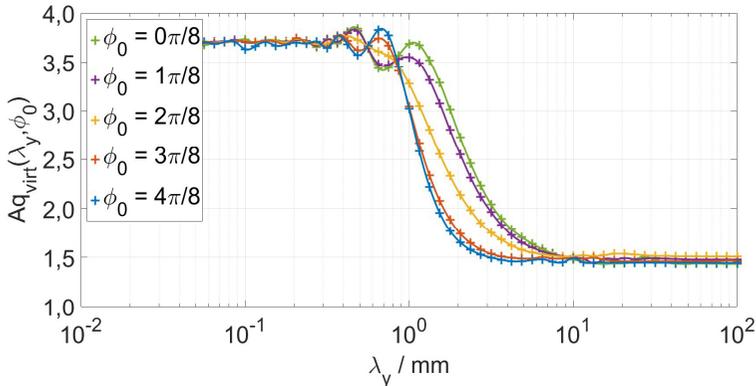


Bild 4.10: Virtuell gemessener Aq -Verlauf zur Beschreibung des inkohärenten Übertragungsverhaltens des virtuellen Modells des Streulichtensors OS500. Ergebnis virtueller, faltungsbasierter Messungen mithilfe phasenverschobener, kosinusförmiger Oberflächen. Berücksichtigung einer begrenzenden Objektivapertur des Sensors, sowie winkelabhängiger Strahlemission bei Simulation einer gleichverteilten Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle. Für die Berechnung wurde der in Bild 4.4 dargestellte Amplitudenverlauf herangezogen.

Das ideale Übertragungsverhalten des Sensors hat allerdings, bedingt durch die Geometrie des SLS, Grenzen. So kann Rauheit senkrecht zur Messrichtung, durch die laterale Begrenzung der [REDACTED]zeile und die Abbildung des Messflecks, Ergebnisse erheblich beeinflussen. Dies wird in Bild 4.11 durch die Darstellung virtueller Messergebnisse bei vorliegender Welligkeit senkrecht zur nominellen Messrichtung deutlich (vgl. Bild 4.2). Die zugrunde liegenden Amplituden der kosinusförmigen Oberfläche wurden in Abhängigkeit der Wellenlänge λ_x analog zu den Angaben nach Gleichung (4.26) und Gleichung (4.27) für den Wert $M_{\text{ref}} = 4,4^\circ$ berechnet. Dieser spezifische Wert entspricht beim Sensor OS500 jener Oberflächensteigung, bei der ein Messfleck, unter der Annahme einer perfekten Abbildung, gerade nicht mehr auf der [REDACTED]zeile des Sensors abgebildet wird. Entsprechend ergibt sich für den Fall $\phi_0 = \pi/2$ bei großen Wellenlängen ein Aq -Wert, der, bedingt durch die Auflösung des Detektors, ein Minimum annimmt. Es werden demnach, aufgrund der geraden Anzahl virtueller Bildpunkte in y -Richtung,

nur zwei Streuwinkel nahe der Nulllage signaltechnisch erfasst. Im Falle ████████ ergibt sich somit der minimale A_q -Wert

$$\min\left(Aq_{\text{virt}}\left(\lambda_x, \phi_0 = \frac{\pi}{2}\right)\right) = k_{Aq} \cdot \left(\frac{(-0,5^\circ)^2}{2} + \frac{(0,5^\circ)^2}{2}\right) \approx 0,29. \quad (4.41)$$

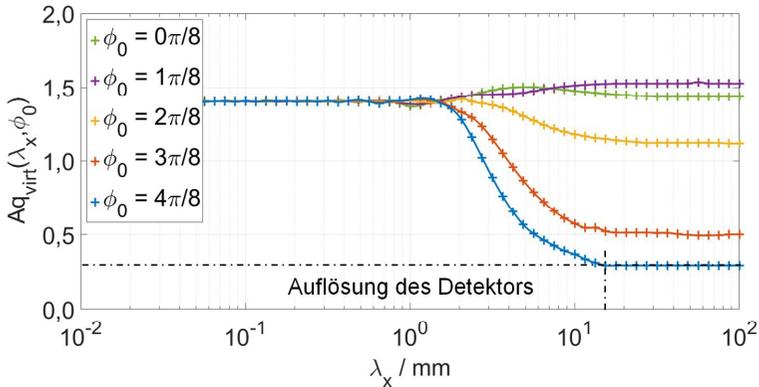


Bild 4.11: Virtuell gemessener A_q -Verlauf bei einer vorliegenden Welligkeit der Oberfläche senkrecht zur Messrichtung der virtuellen ████████zeile, charakterisiert durch die Wellenlänge λ_x und durch einen Phasenwinkel ϕ_0 . Die Berechnungen erfolgten inkohärent und in Analogie zu Gleichung (4.26) und Gleichung (4.27) bei Vorgabe des Referenzwerts $M_{\text{ref}} = 4,4^\circ$.

Die Resultate in Bild 4.11 zeigen einen ausgeprägten und im Allgemeinen unerwünschten Quereinfluss, der auch direkt auf raue Oberflächen übertragen werden kann. Demnach sind nur für hohe Ortsfrequenzen, das heißt kleine Wellenlängen λ_x , sowie betragsmäßig kleine Gradienten die Einflüsse senkrecht zur Messrichtung zu vernachlässigen. Bei diesen Vorgaben wird der A_q -Wert entsprechend der Angaben in Tabelle 4.1 korrekt berechnet.

4.1.5.4 Virtuelle Streulichtmessung rauer Oberflächen

Die Messung formbehalteter Oberflächen ist nur eine Anwendung, für die der Sensor OS500 eingesetzt werden kann. Zusätzlich eignet sich der Sensor auch für die Messung anisotroper, rauer Oberflächen, bei denen keine charakteristischen Form- oder Welligkeitsanteile (vgl. DIN 4760, [85, S. 2]) vorliegen und geometrische Oberflächen lediglich Rauheit aufweisen. Im weiteren Verlauf werden solche rauen Topographien virtuell gemessen. Als Referenz dienen Normale, die mit einem konfokalen Mikroskop (vgl. DIN EN ISO 25178-602, [102, S. 23]) am Lehrstuhl für

Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern gemessen wurden (vgl. Bild 4.12). Es kann angenommen werden, dass die laterale Filterwirkung des konfokalen Messgeräts sehr viel kleiner als die des virtuellen Sensors OS500 ist (vgl. Bild 4.4). Dies ist der Fall, da dem SLS ein integrierendes Verfahren zugrunde liegt. Der Einfluss des optischen Übertragungsverhaltens des Messgeräts wird demnach vernachlässigt.

Bei der normgerechten Auswertung geometrischer Oberflächen ist es erforderlich, die Welligkeit und die Rauheit durch Filterung zu trennen. Entsprechend der normativen Vorgaben in DIN EN ISO 4288 ([103, S. 7]) zur Festlegung der Einzelmessstrecke, sowie der Angaben in DIN EN ISO 3274 ([104, S. 9]), wird die Grenzwellenlänge zu $\lambda_c = 0,8 \text{ mm}$ festgelegt, um, basierend auf den gefilterten Daten, Kennwerte für die geometrische Produktspezifikation (GPS) zu berechnen. Das gleiche Prinzip gilt für die Trennung von Form und Welligkeit, bei der ebenfalls ein lineares Filter mit einer Grenzwellenlänge von $\lambda_f = 400 \text{ }\mu\text{m}$ zum Einsatz kommt. Die entsprechenden Vorgaben für die Anwendung linearer, gaußscher Profilfilter sind in der DIN EN ISO 16610-21 ([105]), sowie in der DIN EN ISO 16610-61 ([106]) für die Anwendung linearer, gaußscher Flächenfilter vorgeschrieben. Die Festlegung eines Gaußfilters mit der Grenzwellenlänge λ_c führt bei der Oberflächenfilterung zu einer ortsfrequenzabhängigen Amplitudenabnahme, welche berücksichtigt werden muss. Gemäß der Angaben in DIN EN ISO 16610-61 ([106, S. 8–9]) zur Beschreibung linear ebener Filter ergibt sich die zweidimensionale Faltungsoperation bei Berücksichtigung einer beliebigen Zahl partieller Ableitungen zu

$$\frac{\partial^a \cdot \partial^b}{\partial x^a \cdot \partial y^b} \cdot \hat{z}(x, y) = \frac{\partial^a \cdot \partial^b}{\partial x^a \cdot \partial y^b} \cdot z(x, y) * h_{\text{Gauß}}(x, y) \text{ mit } a, b \in \mathbb{N}. \quad (4.42)$$

Das zweidimensionale Filter $h_{\text{Gauß}}(x, y)$ ist nach DIN EN ISO 16610-61 ([106, S. 9]) als lateral begrenzte, zweidimensionale Gaußkurve

$$h_{\text{Gauß}}(x, y) = \begin{cases} \frac{\pi}{\ln(2) \cdot \lambda_c^2} \cdot \exp\left(-\frac{\pi^2}{\ln(2)} \cdot \left(\frac{x^2 + y^2}{\lambda_c^2}\right)\right) & \text{wenn } \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\lambda_c} \leq |L_c| \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.43)$$

definiert¹³, wobei L_c den Abschneideindex darstellt. Das Filter kann bei Bedarf mithilfe von Profilfiltern berechnet werden.

Die Rechenoperation kann auf beliebige, äquidistante Messdaten angewendet werden. Dies gilt auch für die in Gleichung (4.26) definierte, phasenverschobene, kosinusförmige Oberfläche, bei der Anisotropie in y -Richtung vorliegt. In diesem speziellen Fall können für Gleichung (4.42) $z(x, y) = z_{\lambda_y}(x, y)$, sowie $a = 0$ und $b = 1$ angenommen werden. Im Gegensatz zu dem beschriebenen, normgerechten

¹³ Die normative Bezeichnung der Gaußkurve ist $s(x, y)$.

Filtermodell gemäß GPS werden beim SLS, aufgrund des Sensoraufbaus und des charakteristischen Übertragungsverhaltens, die messtechnischen Informationen vorab gefiltert (vgl. Bild 4.4). Da der Streulichtsensor Oberflächengradienten misst, hat das optische Übertragungsverhalten einen Einfluss auf die Statistik der gemessenen Streuwinkelverteilung. Diese Filterwirkung ist physikalisch bedingt und erwünscht. Bei der Analyse von Messdaten muss dieser Sachverhalt berücksichtigt werden. Im Verhältnis zu flächig messenden, optischen Messgeräten, wie Interferometern oder konfokalen Mikroskopen, ist die Filterwirkung stark ausgeprägt. Dies wird an späterer Stelle im Zusammenhang mit der Ermittlung der lateralen Auflösungsbegrenzung eines CSI gezeigt (vgl. Abschnitt 4.2).

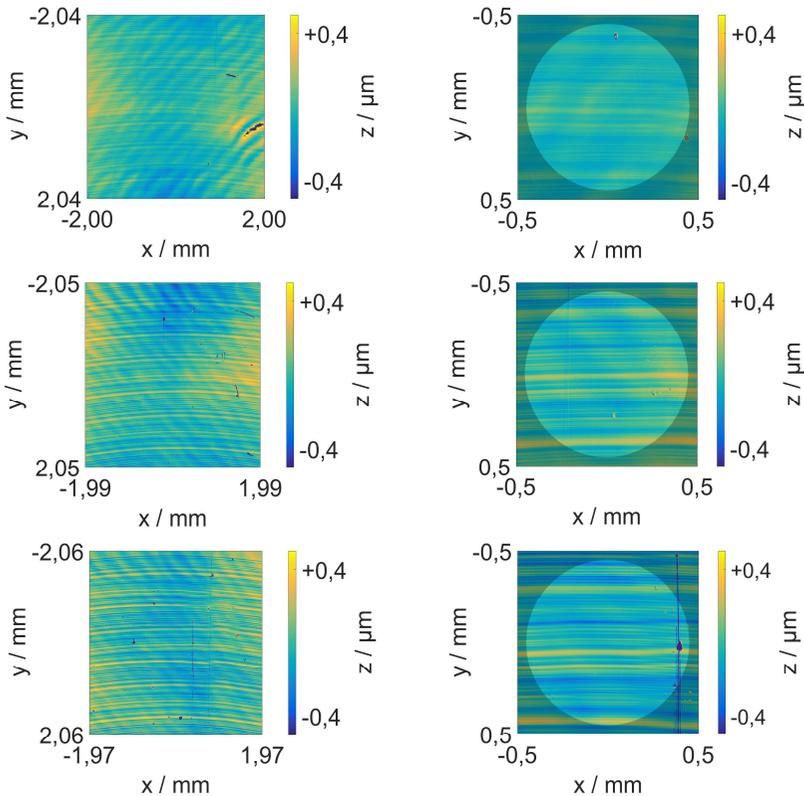


Bild 4.12: Linke Darstellungen: Farbliche Visualisierung optisch gemessener Kalibriernormale der Firma Halle Präzisions-Kalibriernormale GmbH der Baureihe KNT 4070/03 in den Stufen 1 bis 3 (fein, mittel und grob von oben nach unten). Ergebnisse optischer Messungen mit einem Konfokalmikroskop der Bauart „µsurf“ der Firma NanoFocus AG,

gemessen am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern. Verwendung eines Objektivs mit zwanzigfacher Vergrößerung, einer numerischen Apertur $NA = 0,45$ und jeweils 7×7 zusammengesetzten Messungen zur normgerechten Auswertung der Rauheit. Rechte Darstellungen: Topographieausschnitte der für die streulichtbasierte Rauheitsmessung relevanten Messbereiche.

Tabelle 4.3: Ergebnis der virtuellen, streulichtbasierten Messung von Raunormalen der Firma Halle Präzisions-Kalibriernormale GmbH der Baureihe KNT 4070/03 der Stufen 1 bis 3 (fein, mittel und grob) nach [14], sowie der berechneten Rauheitskennwerte nach DIN EN ISO 4287 ([72])

	KNT 4070/03 Stufe 1			KNT 4070/03 Stufe 2			KNT 4070/03 Stufe 3		
	Soll	Ist	Δ	Soll	Ist	Δ	Soll	Ist	Δ
$\frac{Ra}{nm}$	24 ⁽¹⁴⁾	37	13	60 ⁽¹⁴⁾	70	10	82 ⁽¹⁴⁾	95	13
$\frac{Rz}{nm}$	140 ⁽¹⁴⁾	286	146	317 ⁽¹⁴⁾	539	222	457 ⁽¹⁴⁾	837	380
$\frac{Rmax}{nm}$	182 ⁽¹⁴⁾	342	160	375 ⁽¹⁴⁾	769	394	540 ⁽¹⁴⁾	>1500	n.v.
$\frac{Rdq}{\frac{\mu m}{mm}}$	8,83*	12,70**	3,87	15,96*	17,35**	1,39	21,77*	20,83**	-0,94
$\frac{M}{deg}$	0,00	0,01	0,01	0,00	-0,02	-0,02	0,00	0,01	0,01
Aq	1,20***	2,48	1,28	3,92***	4,63	0,71	7,29***	6,68	-0,61

* Berechnung von Rdq bei Berücksichtigung des kreisförmigen Messbereichs

** Abschätzung von Rdq mithilfe virtuell gemessener Aq -Werte

*** Abschätzung von Aq mithilfe des berechneten Rdq-Werts

Die in Bild 4.4 angegebenen Daten führen zu einer messgerätespezifischen Grenzwellenlänge des Sensors, die mit $\lambda_{c,OS500} \approx 1,29$ mm abgeschätzt werden kann und nur eine geringe Abweichung gegenüber dem normgerechten Filtermodell gemäß DIN EN ISO 3274 ([104]) darstellt. Der Einfluss zeigt sich bei der virtuellen Messung der in Bild 4.12 dargestellten Topographien. Die Resultate sind in Tabelle 4.3 zusammengetragen und sind analog zu den Angaben in Tabelle 4.2 zu interpretieren. Die Sollwertangaben von Rdq und Sdq basieren auf den ungefilterten Topographiedaten der in Bild 4.12 hervorgehobenen, radialsymmetrischen Messbereiche. Diese ergeben sich, als Folge der Abbildung nach Gleichung (4.33),

¹⁴ Die Angaben basieren auf den zugrunde liegenden Abnahmeprotokollen der Kalibriernormale.

aus dem Leuchtfleckradius $R_{\text{Spot}} = 0,45$ mm des Streulichtensors OS500. Die Auswertung der virtuellen Messergebnisse zeigt eine gute Übereinstimmung der Soll- und Istdaten. Die Abweichungen zwischen den Sollwerten und aus den A_q -Werten berechneten Rdq-Angaben weisen lediglich quadratisch gemittelte Abweichungen der Steigung in der Größenordnung $< 5\mu\text{m/mm}$ auf.

4.2 Das kurzkohärente Interferometer (CSI)

Die kurzkohärente Interferometrie (engl. *Coherence Scanning Interferometry*) wird häufig auch als Weißlichtinterferometrie (vgl. DIN EN ISO 25178-604, [15]) bezeichnet und wird in der industriellen Anwendung flächendeckend eingesetzt, um vertikal hochauflösend Topographien zu messen (vgl. [82, S. 43–44, 107, S. 187 ff.]). Grundlegende Informationen zu Eigenschaften und Begrifflichkeiten im Zusammenhang mit interferometrischen Messmikroskopen und generell PSI (engl. *Phase Shift Interferometry*), zu denen auch das CSI zählt, sind in DIN EN ISO 25178-603 ([31]) und in DIN EN ISO 25178-604 ([15]) festgeschrieben. Das Messprinzip basiert auf dem Sachverhalt, dass das Licht einer breitbandigen Lichtquelle in einem kleinen optischen Weglängenbereich interferenzfähig ist und damit für die Topographiemessung eingesetzt werden kann. Resultierende Korrelogramme (vgl. [107, S. 188]) werden in Form von Intensitätsverläufen mit bildgebenden Kamerachips gemessen und für die Auswertung genutzt. Zunächst werden grundlegende Informationen zum Sensor vermittelt (vgl. Abschnitt 4.2.1), bevor im Anschluss ein entsprechendes Modell beschrieben wird (vgl. Abschnitt 4.2.2 und Abschnitt 4.2.3).

4.2.1 Grundlegende Informationen

Betrachtet wird ein modifiziertes Interferometer der Bauform WS1. Für die Auswertung von Topographiedaten wird das Interferometer in der praktischen Anwendung mit dem lehrstuhleigenen Mess- und Auswerteprogramm WLIComTool betrieben, das im Rahmen dieser Ausarbeitung entstand. Die Auswertung von Korrelogrammen mithilfe von Bilderstapeln erfolgt dabei bildpunktweise. Häufig kommt für die Auswertung die sogenannte Hilbert-Transformation und in der praktischen Anwendung die diskrete Hilbert-Transformation (DHT) zum Einsatz (vgl. [108, S. 966–1003] und Anhang F). Mithilfe der Modulationsfunktion des Messsignals kann das sogenannte Korrelogramm (vgl. [109, S. 230]) für die Berechnung der Topographie extrahiert werden. Alternative Auswerteverfahren basieren auf der Messung der Phasenlage, die, je nach Oberflächenbeschaffenheit, abweichende Resultate bei Topographiemessungen liefern (vgl. [109, S. 234]) und sich nicht für jede Art geometrischer Oberflächen eignen. Phasenauswerteverfahren lassen sich ausschließlich auf optisch glatten Oberflächen durchführen (vgl. VDI-Empfehlung bezüglich der R_q -Begrenzung in [110, S. 9]).

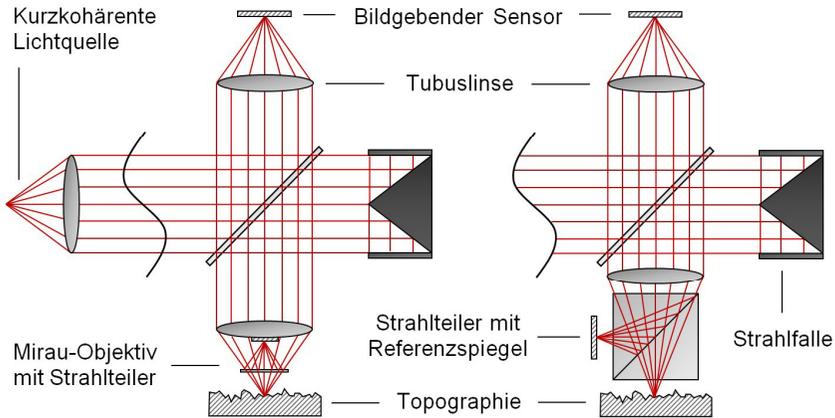


Bild 4.13: Linke Darstellung: Prinzipskizze eines kurzkohärenten Interferometers (CSI) in Mirau-Konfiguration für die vertikal hochauflösende Messung geometrischer Oberflächen. Rechte Darstellung: Prinzipskizze eines kurzkohärenten Interferometers in Michelson-Konfiguration.

Als bildgebendes Mikroskop existiert das CSI in verschiedenen Bauarten und Konfigurationen. Eine gängige Konfiguration ist die Mirau-Konfiguration (vgl. [107, S. 190, 107, S. 188]). Beim Mirau-Interferometer wird das interferometrische Messprinzip durch einen Referenzspiegel in der optischen Achse des eingesetzten Objektivs umgesetzt (vgl. Bild 4.13, linke Darstellung). Optische Weglängen werden durch Piezo-Aktuatoren gezielt verändert, um Interferenzmuster in unterschiedlichen Höhenniveaus einer zu messenden Topographie zu generieren. Die Aufspaltung des Lichts in unterschiedliche optische Pfade erfolgt an einem Strahlteiler in geringem Abstand zur geometrischen Oberfläche. Die Besonderheit beim CSI in Mirau-Konfiguration besteht darin, dass die optischen Weglängendifferenzen zwischen dem Referenzspiegel des Mirau-Objektivs und der zu messenden, geometrischen Oberfläche stark limitiert sind. Daraus ergeben sich geringe Arbeitsabstände und bei Bedarf können kleine Messkreise realisiert werden. Dies ist in der praktischen Anwendung, insbesondere bei der Minimierung von Umgebungseinflüssen, wie Schwingungen (vgl. [111, 112]) und thermischen Effekten, von Relevanz. Ein alternativer Aufbau ist das CSI in Michelson-Konfiguration (vgl. Bild 4.13, rechte Darstellung), bei dem sich der Strahlteiler außerhalb der optischen Achse befindet. Diese Anordnung hat gegenüber dem Mirau-Interferometer den Vorteil, dass paraxiale Strahlen nicht abgeschattet werden. Zumeist können Interferometer, aufgrund des identischen Aufbaus, sowohl mit Mirau-Objektiven, als auch mit Michelson-Objektiven (vgl. Bild 4.13) betrieben werden. Dies gilt auch für das CSI, das am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern zum Einsatz kommt und als Referenz für die virtuelle Sensormodellierung dient. Es handelt sich um ein modifiziertes Interferometer der

Bauform WS1 der Firma Mahr, bei dem nach lehrstuhlinterne Modifikationen eine LED mit geeigneter Spektralverteilung eingesetzt wird.

4.2.2 Geometrische Zusammenhänge

Zur Berechnung des Übertragungsverhaltens eines CSI werden die geometrischen Zusammenhänge betrachtet. In Bild 4.14 sind diese Zusammenhänge durch die Visualisierung des Strahlverlaufs in Analogie zu Bild 4.3 dargestellt. Betrachtet wird zunächst die Leuchtfläche der Lichtquelle, die durch eine Ausleuchtung der Apertur der Kollimatorlinse mit dem Radius R_C und dem resultierenden, geometrischen Strahlverlauf auf dem Detektor des Sensors abgebildet wird. Der Referenzspiegel des Mirau-Objektivs wird zunächst vernachlässigt. Aus Bild 4.14 resultieren die Zusammenhänge

$$\tan(\alpha) = x'/f_C \quad \text{und} \quad \tan(\alpha) = x/f_{\text{Mirau}} \quad (4.44), (4.45)$$

Das heißt, ein Punkt x' im Koordinatensystem der Beleuchtungseinheit wird auf die Oberfläche eines zu untersuchenden Objekts gemäß der Gleichung

$$x(x') = f_{\text{Mirau}} \cdot x'/f_C \quad (4.46)$$

auf den Punkt x abgebildet. Diese Näherung ist gültig, wenn die zu untersuchende Topographiehöhe sehr viel kleiner als die Brennweite des Mirau-Objektivs f_{Mirau} ist. Da beim CSI vertikale Auflösungen im Nanometerbereich und vertikale Positionierwege im Mikrometerbereich realisiert werden, ist dies a priori der Fall.

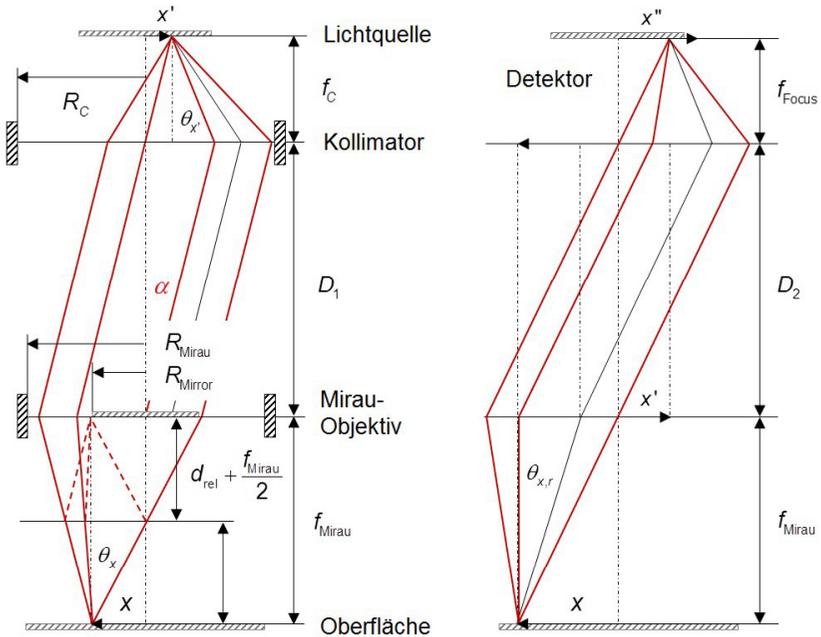


Bild 4.14: Geometrische Zusammenhänge beim CSI-Modell. Linke Darstellung: Abbildung eines Punktes der virtuellen Lichtquelle (LED) im Brennweitenabstand f_c der Kollimatorlinse auf die geometrische Oberfläche, sowie auf den Referenzspiegel des Mirau-Objektivs. Rechte Darstellung: Reflexion eines auf der geometrischen Oberfläche auftreffenden Lichtstrahls und Abbildung auf einen virtuellen Detektor.

Der Punkt x wird bei Reflexion an der geometrischen Oberfläche schließlich auf Punkt x'' im Koordinatensystem des Detektors abgebildet. Für die Verschiebung (engl. *offset*) folgt

$$x_{\text{off}}''(x) = f_{\text{Focus}} \cdot x / f_{\text{Mirau}} \quad (4.47)$$

Außerdem wird der resultierende Winkel $\theta_x(x', \theta_{x'})$ betrachtet, unter dem das Licht auf die zu messende, geometrische Oberfläche projiziert wird. Es gilt

$$\theta_x(x', \theta_{x'}) = \text{atan} \left(\frac{(x' + \tan(\theta_{x'}) \cdot f_c - \tan(\alpha) \cdot D_1 + x(x'))}{f_{\text{Mirau}}} \right) \quad (4.48)$$

Das auf der Objektoberfläche im Punkt $z(x, y)$ auftreffende Licht wird, abhängig vom Gradienten der Oberfläche im Auftreffpunkt, reflektiert. Der Reflexionswinkel wird mit $\theta_{x,r}$ angegeben. Er berechnet sich analog zu den Angaben in Gleichung (4.11) zu

$$\theta_{x,r} = 2 \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{\partial z(x, y)}{\partial x} \right) - \theta_x(x', \theta_{x'}) \quad (4.49)$$

Der Reflexionswinkel $\theta_{x,r}$ wird schließlich als Winkel $\theta_{\text{off},x''}$ auf dem virtuellen Detektor abgebildet. Es gilt

$$\theta_{\text{off},x''}(x, \theta_{x,r}) = \operatorname{atan} \left(\frac{x - \tan(\theta_{x,r}) \cdot f_{\text{Mirau}} - (x/f_{\text{Mirau}}) \cdot D_2 + x''(x)}{f_{\text{Focus}}} \right) \quad (4.50)$$

Analoge Beziehungen lassen sich für die y -Komponente herleiten. Betrachtet werden außerdem die Strahlen, die über den Strahlteiler und den Referenzspiegel des Mirau-Objektivs auf dem Detektor abgebildet werden. Dazu wird zunächst die zu x parallele Koordinate x_{Mirror} auf dem Referenzspiegel eingeführt. Es gilt analog zu Gleichung (4.46) in Abhängigkeit einer Relativverschiebung d_{rel} des Strahlteilers gegenüber dessen Nulllage

$$x_{\text{Mirror}}(x') = (f_{\text{Mirau}} + 2 \cdot d_{\text{rel}}) \cdot x' / f_c \quad (4.51)$$

Der Punkt wird auf die Koordinate x'' abgebildet. Dementsprechend gilt

$$x_{\text{off},\text{Mirror}}''(x_{\text{Mirror}}) = f_{\text{Focus}} \cdot \frac{x_{\text{Mirror}}}{f_{\text{Mirau}} + 2 \cdot d_{\text{rel}}} \quad (4.52)$$

Betrachtet wird nun der resultierende Winkel $\theta_{x,\text{Mirror}}(x', \theta_{x'})$, unter dem das Licht auf den Referenzspiegel des Mirau-Objektivs projiziert wird. Es gilt

$$\theta_{x,\text{Mirror}}(x', \theta_{x'}) = \theta_x(x', \theta_{x'}) \quad (4.53)$$

Der Winkel in x -Richtung, unter dem ein von der Position x' der Lichtquelle emittierter Strahl die Oberfläche des Mirau-Spiegels trifft, ist identisch zu dem Winkel, unter dem der Strahl eine ebene Oberfläche im Brennpunkt des Objektivs schneidet. Dementsprechend resultiert

$$\theta_{\text{off},x'',\text{Mirror}} \left(\begin{matrix} x_{\text{Mirror}}' \\ \theta_{x,\text{Mirror}} \end{matrix} \right) = \operatorname{atan} \left(\left(\frac{x_{\text{Mirror}} - \tan(\theta_{x,\text{Mirror}}) \cdot f_{\text{Mirau}} - (x/f_{\text{Mirau}}) \cdot D_2 + x''(x_{\text{Mirror}})}{f_{\text{Focus}}} \right) \right) \quad (4.54)$$

als Auftreffwinkel auf dem Detektor, wenn die Abbildung über den optischen Pfad betrachtet wird, der dem Referenzspiegel zuzuordnen ist. Der Anteil des Lichts, der auf der geometrischen Oberfläche fokussiert wird, wird, abhängig vom vorliegenden

Reflexionsgrad, absorbiert oder abermals reflektiert, bevor das Licht über das Objektiv wieder in das System eingekoppelt wird.

Im Gegensatz zum SLS sind die geometrischen Randbedingungen für die Modellierung des CSI nicht ausreichend. Zusätzlich zu den Abbildungseigenschaften müssen optische Weglängen für Interferenzeffekte berücksichtigt werden. Eine entsprechende Betrachtung folgt in Abschnitt 4.2.3.

4.2.3 Optische Weglängenbeschreibung

Optische Weglängenunterschiede (OPD) sind bei der Simulation des Übertragungsverhaltens eines CSI aufgrund der kohärenten Betrachtung (vgl. Abschnitt 3.2.2) relevant. Die Lichtstrahlen, die von der Linse des Mirau-Objektivs in Richtung der Objektoberfläche verlaufen, werden an einem teildurchlässigen Strahlteiler in unterschiedliche optische Pfade aufgespalten. Ein Teil des Lichts wird an dem Strahlteiler reflektiert, auf einen, als perfekt angenommenen Spiegel im Achsmittelpunkt des Mirau-Objektivs geleitet und dort abermals reflektiert. Anschließend trifft der Strahl wieder auf den Strahlteiler. Der restliche Lichtanteil wird auf der Objektoberfläche fokussiert.

Zunächst wird die optische Weglängendifferenz zwischen der fokussierenden Linse des Mirau-Objektivs und einem Punkt $z(x,y)$ der Oberfläche für den Fall $z(x,y) \ll f_{\text{Mirau}}$ betrachtet. Es wird angenommen, dass die Topographie eine vertikale Verschiebung um die Strecke Δz_{step} in z -Richtung erfährt, die alternativ zur Relativverschiebung d_{rel} des Objektivs (vgl. Gleichung (4.51) und (4.52)) für die Variierung der optischen Weglängendifferenz genutzt wird. Die praktische Umsetzung dieses Prinzips entspricht der vertikalen Objektbewegung, die beim CSI WS1 am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern durch einen piezobetriebenen Stelltisch umgesetzt wurde. Es gilt

$$\text{opd}_{1,1}(\theta_x, \theta_y) = \text{Re} \left\{ \underline{n}_{r,\text{air}} \right\} \cdot \left(f_{\text{Mirau}} - \left(z(x,y) + \Delta z_{\text{step}} \right) \cdot \cos(\theta_x) \cdot \cos(\theta_y) \right). \quad (4.55)$$

$\underline{n}_{r,\text{air}}$ ist dabei der komplexwertige Brechungsindex der Umgebung. Unter idealisierten Annahmen gilt $\underline{n}_{r,\text{air}} = 1$. θ_x und θ_y beschreiben, analog zu den getroffenen Konventionen, die Einfallswinkel, unter denen die Strahlen auf die Topographie $z(x,y)$ treffen. Die optische Weglängendifferenz zwischen Linse und Referenzspiegel beträgt, bei optimaler Ausrichtung des Spiegels, hingegen

$$\text{opd}_{2,1} = \text{Re} \left\{ \underline{n}_{r,\text{air}} \right\} \cdot \left(f_{\text{Mirau}} - 0 \cdot \cos(\theta_{x,\text{Mirror}}) \cdot \cos(\theta_{y,\text{Mirror}}) \right) = \text{Re} \left\{ \underline{n}_{r,\text{air}} \right\} \cdot f_{\text{Mirau}}. \quad (4.56)$$

Die optische Weglängendifferenz von der Oberfläche zurück zur fokussierenden Linse des Objektivs ist abhängig vom Reflexionswinkel und, gemäß Gleichung (4.53), auch abhängig von den Gradienten der Oberfläche. Es gilt

$$\text{opd}_{1,2}(\theta_{x,r}, \theta_{y,r}) = \text{Re}\{\underline{n}_{r,\text{air}}\} \cdot \left(\underline{f}_{\text{Mirau}} - \left(\underline{z}(x,y) + \Delta z_{\text{step}} \right) \cdot \cos(\theta_{x,r}) \cdot \cos(\theta_{y,r}) \right). \quad (4.57)$$

Die resultierende Weglängendifferenz für den ersten Pfad berechnet sich dann durch Summation zu

$$\text{opd}_1(\theta_x, \theta_y, \theta_{x,r}, \theta_{y,r}) = \text{opd}_{1,1}(\theta_x, \theta_y) + \text{opd}_{1,2}(\theta_{x,r}, \theta_{y,r}) \quad (4.58)$$

und die optische Weglängendifferenz für den zweiten Pfad analog zu

$$\text{opd}_2(\theta_x, \theta_y) = 2 \cdot \text{opd}_{2,1}(\theta_x, \theta_y) = 2 \cdot \text{Re}\{\underline{n}_{r,\text{air}}\} \cdot \underline{f}_{\text{Mirau}}. \quad (4.59)$$

Der beschriebene Ansatz berücksichtigt optische Weglängenunterschiede infolge einer als perfekt spiegelnd angenommenen Beschaffenheit der geometrischen Oberfläche. In Realität wechselwirken elektromagnetische Wellen jedoch, wie in Abschnitt 3.3 bei der Beschreibung von Mehrschichtmodellen thematisiert wurde, mit den Oberflächen. Die Wellen dringen in die Grenzschichten der Oberfläche ein, wo diese, abhängig vom Einfallswinkel und der Polarisation, partiell transmittiert und reflektiert werden. Daher müssen für eine realistische Modellierung zusätzlich die physikalischen Materialeigenschaften nach Abschnitt 3.3 berücksichtigt werden. Diese können für die Beschreibung des kohärenten Übertragungsverhaltens herangezogen werden.

4.2.4 Kohärentes Übertragungsverhalten

Das kohärente Übertragungsverhalten des CSI wird analog zum inkohärenten Übertragungsverhalten des SLS beschrieben. Die winkel- und positionsabhängige komplexwertige, elektrische, sowie zeitlich veränderliche Feldstärkeverteilung $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},\text{Detector}}$ auf einem virtuellen Detektor wird in Abhängigkeit der Verteilung $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},\text{Source}}$ der Lichtquelle mithilfe der Faltungsoperation in vier Dimensionen analog zu Gleichung (4.13) und unter Berücksichtigung der in Abschnitt 3.3 beschriebenen Zusammenhänge berechnet. Für die Abbildung gilt

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},\text{Detector}} \left(\begin{matrix} x'', y'', \\ \theta_{x'', \theta_{y''}}, t \end{matrix} \right) \sim \iint_{\Omega' A'} (\underline{\mathbf{I}}_1 + \underline{\mathbf{I}}_2) \cdot \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},\text{Source}} \left(\begin{matrix} x', y', \\ \theta_{x'}, \theta_{y'} \end{matrix} \right) \cdot dA' \cdot d\Omega' \quad (4.60)$$

mit

$$\underline{\mathbf{I}}_1 = (\sqrt{\rho})^2 \cdot \sum_{\text{MAT}} \underbrace{\left(\underline{\mathbf{A}}_{\text{MAT}} \cdot \exp \left(j \cdot \left(\omega \cdot t - \left| \frac{\mathbf{k}}{n_{r,\text{MAT}}} \right| \cdot \text{opd}_{\text{MAT}} \right) \right) \right)}_{\in \mathbb{C}^{3 \times 3}} \cdot \delta \left(\begin{matrix} x'' - x_{\text{off}}'', y'' - y_{\text{off}}'', \\ \theta_{x''} - \theta_{\text{off},x''}, \theta_{y''} - \theta_{\text{off},y''} \end{matrix} \right) \quad (4.61)$$

und

$$\underline{\mathbf{T}}_2 = \underbrace{\mathbf{1} \cdot (\sqrt{1-\rho})^2 \cdot \exp\left(j \cdot \left(\omega \cdot t - \left| \frac{\mathbf{k}}{n_{r,\text{air}}} \right| \cdot \text{opd}_2\right)\right)}_{\in \mathbb{C}^{3 \times 3}} \cdot \delta \begin{pmatrix} x'' - x_{\text{off,Mirror}}'', y'' - y_{\text{off,Mirror}}'', \\ \theta_x'' - \theta_{\text{off},x''}, \text{Mirror}, \theta_y'' - \theta_{\text{off},y''}, \text{Mirror} \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

Die Matrix $\underline{\mathbf{T}}_1$ beschreibt die Wechselwirkung der elektromagnetischen Welle mit der geometrischen Oberfläche unter Berücksichtigung der Zeit, der optischen Weglängendifferenz, sowie materialabhängiger Eigenschaften, die entsprechend der Angaben in den Abschnitten 3.3.3 bis 3.3.5 mit der komplexwertigen Matrix $\underline{\mathbf{A}}_{\text{MAT}}$ beschrieben werden können. In [113, Abschnitt 2.1] werden diese vereinfacht durch die skalare Größe ν repräsentiert.

Tabelle 4.4: Auflistung charakteristischer Parameter existierender Objektivs am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern zur interferenzbasierten Messung geometrischer Oberflächen mit dem Messgerät WS1. Die Objektivdaten sind für die Topographieauswertung in dem lehrstuhleigenen Auswertprogramm WLIComTool hinterlegt.

Objektiv	Typ	f_{Mirau} mm	ρ	NA
NIKON CF PLAN WD. 9.3 426261	5X Michelson	40,00	n.v.	0,13
LEICA HCX PL FLUOTAR 099 000 226 607	10X Mirau	20,00	0,50	0,30
LEICA N PLAN 099 000 226 608	20X Mirau	10,00	0,50	0,40
LEICA HCX PL FLUOTAR 566 056	10X Mirau	20,00	0,05 / 0,25 / 0,50 / 0,85	0,30
LEICA N PLAN 566 056	20X Mirau	10,00	0,05 / 0,25 / 0,50 / 0,85	0,40
LEICA N PLAN Qu/QFN25	50X Mirau	4,00	0,05 / 0,25 / 0,50 / 0,85	0,50

Die komplexwertige Matrix $\underline{\mathbf{T}}_2$ hingegen beschreibt die Wechselwirkung der elektromagnetischen Wellen mit dem Referenzspiegel des Mirau-Objektivs. Die optische Weglängendifferenz gemäß Gleichung (4.59) wird berücksichtigt.

Materialeinflüsse des Referenzspiegels, beispielsweise eine vorhandene Oxidschicht, werden aufgrund einer zu erwartenden, hohen Homogenität vernachlässigt und durch die Einheitsmatrix **1** substituiert. In beide Matrizen fließt die skalare Größe ρ ein, die das intensitätsbezogene Verhältnis von Transmission zu Reflexion für den im Mirau-Objektiv integrierten Strahlteiler beschreibt und einen objektivspezifischen Parameter darstellt (vgl. [113, Gleichung (2)]). Da die Objektstrahlen den Strahlteiler zweifach durchlaufen, beziehungsweise die Referenzstrahlen doppelt reflektiert werden, geht der Anteil quadratisch in die Gleichungen ein. Das Verhältnis ist von dem integrierten Strahlteiler innerhalb des Objektivs abhängig. Dieses Verhältnis ist neben weiteren, relevanten Kennwerten in Tabelle 4.4 aufgelistet. Die angegebenen Objektivdaten entsprechen Objektiven, die am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern für interferometrische Oberflächenmessungen zur Verfügung stehen und das Übertragungsverhalten des Messgeräts, das heißt die OTF, maßgeblich beeinflussen. Insbesondere das beschriebene Transmissions-Reflexions-Verhältnis ρ hat einen erheblichen Einfluss auf den Kontrast der resultierenden Interferenzbilder. Im optimalen Fall liegen seitens des Referenzspiegels und objektseitig vergleichbare Intensitätswerte vor. Bei einer optimal spiegelnden Objektoberfläche, wie sie bei einem Silizium-Ebenheitsnormal näherungsweise gegeben ist, beträgt das optimale Verhältnis $\rho = 50\%$. Dieses Verhältnis ist für die meisten Mirau-Objektive fest eingestellt; kann bei speziellen Objektiven jedoch auch manuell angepasst werden.

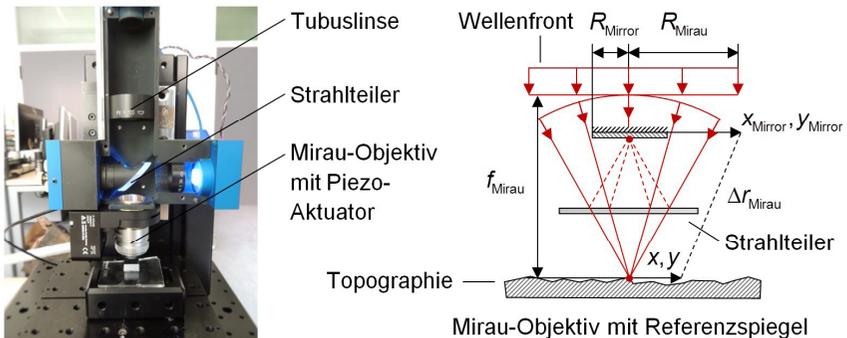


Bild 4.15: Linke Darstellung: Prototyp eines kurzkohärenten Interferometers in Mirau-Konfiguration (modifiziertes WS1 der Firma Mahr) am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern zur vertikal hochauflösenden Messung von Topographien. Rechte Darstellung: Prinzipieller Aufbau eines Mirau-Objektivs zur Verdeutlichung der geometrischen Zusammenhänge zur Berechnung der lateralen, beugungsbegrenzten Auflösung.

4.2.5 Laterale Auflösungsgrenze

Ein Nachteil beim CSI in Mirau-Konfiguration besteht, neben der Begrenzung der NA, in der Lage des Referenzspiegels. Dieser befindet sich in der optischen Achse des Objektivs und schattet den Anteil der Lichtstrahlen ab, der auf der Rückseite des Spiegels diffus reflektiert, oder, im Optimalfall, absorbiert wird (vgl. Bild 4.15, rechte Darstellung). Die Abschattung hat zur Folge, dass die laterale Auflösung (vgl. DIN EN ISO 25178-604, [15, S. 8]), die gemäß Rayleigh-Kriterium (vgl. [114]) oder nach dem in DIN EN ISO 25178-603 ([31, S. 15]) angegebenen Sparrow-Kriterium beugungsbedingt durch die NA des Objektivs begrenzt ist, zusätzlich reduziert wird. Als weiterer Einfluss ist die inhomogene Ausleuchtung des Messfeldes zu nennen, die unter anderem den Kontrast der Korrelogramme bei der Messung mindert und bei lokaler Veränderung, infolge der vertikalen Piezo-Bewegung, einen Einfluss auf die Auswertbarkeit von Korrelogrammen haben kann.

Betrachtet wird zunächst das idealisierte Übertragungsverhalten des Objektivs anhand einer auftreffenden, ebenen Wellenfront. Es wird eine Berechnung unter Berücksichtigung der Fraunhofer-Beugung (vgl. [115, S. 37 ff.]) im Koordinatenursprung des Referenzsystems durchgeführt. Der komplexwertige, elektrische Feldstärkevektor wird gemäß Gleichung (2.4) auf der Oberfläche der Topographie abgebildet. Es folgt in Analogie

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}}(\Delta r_{\text{Mirau}}, t) \sim \frac{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0}}{f_{\text{Mirau}}} \cdot \exp(j \cdot (\omega \cdot t - |\mathbf{k}| \cdot \Delta r_{\text{Mirau}})). \quad (4.63)$$

Δr_{Mirau} stellt den skalaren Wert der Weglängendifferenz dar. Der Einfluss eines umgebenden Mediums wird vernachlässigt. Die geometrischen Randbedingungen gemäß Bild 4.15 (rechte Darstellung), sowie die Linearisierung der Phase liefert schließlich in guter Näherung

$$\Delta r_{\text{Mirau}} \left(\begin{array}{l} x_{\text{Mirror}}, y_{\text{Mirror}} = 0, \\ x, y = 0 \end{array} \right) \approx f_{\text{Mirau}} + \frac{x}{f_{\text{Mirau}}} \cdot x_{\text{Mirror}}. \quad (4.64)$$

Der resultierende elektrische Feldstärkevektor auf der zu messenden Oberfläche im Brennpunkt des Objektivs kann dann durch Integration über die Apertur berechnet werden. Dabei müssen der Radius der Objektivapertur R_{Mirau} und der Radius des Referenzspiegels R_{Mirror} berücksichtigt werden. Voraussetzung ist, dass $\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0}$ als konstant über der gesamten Apertur angesehen werden kann. Für den resultierenden elektrischen, komplexwertigen Feldstärkevektor gilt unter der Annahme der Fraunhofer-Näherung (vgl. [115, S. 37 ff.]), als Vereinfachung des Kirchhoffschen Beugungsintegrals, der Zusammenhang

$$\underline{E}_{k,\text{Mirau}}(x,t) \sim \left(\begin{array}{c} +R_{\text{Mirau}} \\ \downarrow \\ -R_{\text{Mirau}} \end{array} \left[\begin{array}{c} \sqrt{R_{\text{Mirau}}^2 - x_{\text{Mirror}}^2} \cdot \\ \exp \left(j \cdot \left(\omega \cdot t - |\mathbf{k}| \cdot \left(f_{\text{Mirau}} + x \cdot \frac{x_{\text{Mirror}}}{f_{\text{Mirau}}} \right) \right) \right) \end{array} \right] \cdot dx_{\text{Mirror}} - \right. \\ \left. \begin{array}{c} +R_{\text{Mirror}} \\ \downarrow \\ -R_{\text{Mirror}} \end{array} \left[\begin{array}{c} \sqrt{R_{\text{Mirror}}^2 - x_{\text{Mirror}}^2} \cdot \\ \exp \left(j \cdot \left(\omega \cdot t - |\mathbf{k}| \cdot \left(f_{\text{Mirau}} + x \cdot \frac{x_{\text{Mirror}}}{f_{\text{Mirau}}} \right) \right) \right) \end{array} \right] \cdot dx_{\text{Mirror}} \right) \quad (4.65)$$

(vgl. [16, S. 470]). Der Ausdruck ergibt sich aus der vorliegenden Integrationsfläche der Objektivapertur bei Vernachlässigung des radialen Einflusses. Bei Annahme einer homogenen Ausleuchtung des Messfeldes können die Integrale in Gleichung (4.65) weiter vereinfacht werden. Die Lösungen der unabhängigen Ausdrücke entsprechen in diesem Fall Bessel-Funktionen erster Ordnung. Es gilt

$$\underline{E}_{k,\text{Mirau}}(x,t) \sim \underline{E}_{k,0} \cdot \left(\begin{array}{c} R_{\text{Mirau}}^2 \cdot J_1 \left(\frac{|\mathbf{k}| \cdot R_{\text{Mirau}} \cdot x}{f_{\text{Mirau}}} \right) / \left(\frac{|\mathbf{k}| \cdot R_{\text{Mirau}} \cdot x}{f_{\text{Mirau}}} \right) - \\ R_{\text{Mirror}}^2 \cdot J_1 \left(\frac{|\mathbf{k}| \cdot R_{\text{Mirror}} \cdot x}{f_{\text{Mirau}}} \right) / \left(\frac{|\mathbf{k}| \cdot R_{\text{Mirror}} \cdot x}{f_{\text{Mirau}}} \right) \end{array} \right). \quad (4.66)$$

Aufgrund der Radialsymmetrie kann, unter Berücksichtigung von Gleichung (4.66), die resultierende, zeitlich gemittelte Intensitätsverteilung zu

$$\bar{I}_{k,\text{Mirau}}(r) \sim h_k(r) = \left(\begin{array}{c} R_{\text{Mirau}}^2 \cdot \frac{J_1(\xi_A(r))}{\xi_A(r)} \\ R_{\text{Mirror}}^2 \cdot \frac{J_1(\xi_B(r))}{\xi_B(r)} \end{array} \right)^2 \quad \text{mit} \quad \begin{pmatrix} \xi_A \\ \xi_B \end{pmatrix} = \frac{|\mathbf{k}| \cdot r}{f_{\text{Mirau}}} \cdot \begin{pmatrix} R_{\text{Mirau}} \\ R_{\text{Mirror}} \end{pmatrix} \quad (4.67)$$

berechnet werden, wobei $r^2 = x^2 + y^2$ gilt. Die Gleichung entspricht einer Abwandlung der in [8] beschriebenen Gleichung zur Angabe des lateralen Auflösungsvermögens. Die Intensitätsverteilung entspricht der Punktspreizfunktion (PSF) und kann bei der Simulation des CSI in Mirau-Konfiguration gemäß Gleichung (2.19) für die faltungsbasierte, beugungsbedingte Korrektur einer analytisch berechneten Intensitätsverteilung genutzt werden. Für den Fall $R_{\text{Mirror}} = 0$ entspricht die PSF damit einer Bessel-Funktion erster Ordnung, die allgemein unter dem Begriff Airy-Scheibchen bekannt ist und die Auflösung des Objektivs entsprechend der Angaben in [31, S. 9] begrenzt. Die laterale, wellenlängenabhängige Auflösung $d_{\lambda,\text{Rh}}$ kann nach dem Rayleigh-Kriterium (vgl. [114]) und als Abwandlung von [116, S. 42] mit

$$d_{\lambda,\text{Rh}} \approx 0,61 \cdot \frac{\lambda}{\text{NA}} = \frac{\lambda}{\text{Re}\{\underline{n}_{r,\text{air}}\} \cdot \sin(\text{atan}(R_{\text{Mirau}}/f_{\text{Mirau}}))} \quad (4.68)$$

angegeben werden. Substituiert man den Faktor 0,61 durch den numerischen Wert 0,47, so führt dies gemäß [31, S. 15] auf das Sparrow-Kriterium, das eine alternative Auflösungsbegrenzung für inkohärente Systeme angibt.

Für den Fall $R_{\text{Mirror}} > 0$ verändert sich die Intensitätsverteilung, wodurch das Rayleigh-Kriterium (vgl. [114]) seine Gültigkeit verliert. Dies wird bei Betrachtung von Bild 4.16 und der Berücksichtigung unterschiedlicher Radien R_{Mirror} des Referenzspiegels deutlich. Die Intensitätsverteilungen nach Bild 4.16 wurden unter der Annahme gleicher Phasen der komplexwertigen, elektrischen Felder berechnet. Bei unterschiedlichen Phasenwinkeln sind, entsprechend der Angaben in [34, S. 159–160], abweichende Resultate zu erwarten. Diese reduzieren das laterale Auflösungsvermögen.

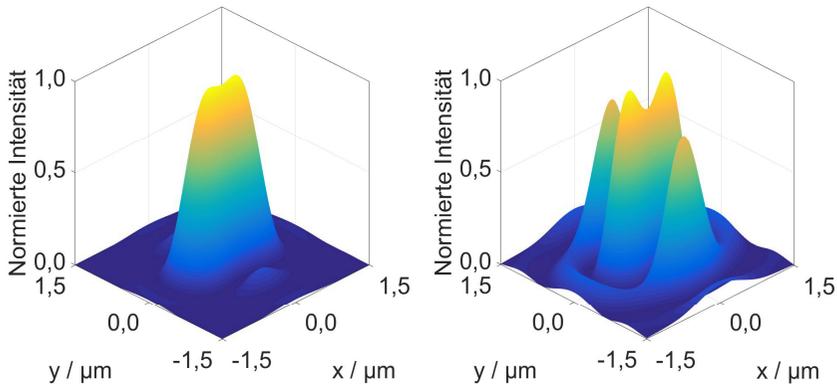


Bild 4.16: Normierte Intensitätsverteilungen sich überlagernder, kohärenter Beugungsmuster in Form resultierender Punktspreizfunktionen (PSFs) bei der Abbildung ideal punktförmiger Lichtquellen mithilfe eines Mirau-Objektivs, bei Berücksichtigung der lateralen Auflösungsgrenze nach Rayleigh und spezifischer, geometrischer Randbedingungen (der Abstand der Beugungsfunktionen beträgt $1,1 \cdot d_{\lambda, \text{Rh}} \approx 0,55 \mu\text{m}$). Linke Darstellung: Berechnung bei Berücksichtigung der Parameter $\lambda = 550 \text{ nm}$, $f_{\text{Mirau}} = 10 \text{ mm}$, $R_{\text{Mirau}} = 5 \text{ mm}$ und $R_{\text{Mirror}} = 0,0 \text{ mm}$. Rechte Darstellung: Berechnung bei identischen Randbedingungen unter der Annahme $R_{\text{Mirror}} = 2,5 \text{ mm}$.

Die Überlagerung der elektrischen Feldstärkevektoren bewirkt lokale Verstärkungen der Intensität, deren Maxima von der Position der abzubildenden Punkte abweichen. Bei Vernachlässigung des Radius wird das Rayleigh-Kriterium für die Punktseparation entsprechend [34, S. 159] eingehalten. Der beschriebene, beugungsbedingte Einfluss muss bei der Angabe des lateralen Auflösungsvermögens von Mirau-Objektiven berücksichtigt werden. In der praktischen Anwendung wird dieser jedoch meist vernachlässigt. Dies liegt daran,

dass andere Effekte, wie beispielsweise Unschärfe, Tiefenunschärfe, Objektivverzeichnungen und chromatische Aberrationen einen zusätzlichen und häufig höheren Systemeinfluss haben. Der Beugungseinfluss auf das laterale Auflösungsvermögen kann insbesondere dann vernachlässigt werden, wenn die laterale Auflösung eines virtuellen Detektors oder eines Kamerachips deutlich kleiner als die aperturbegrenzte Auflösung des Objektivs ist (vgl. Gleichung (4.68)).

Bild 4.17 zeigt die analytisch berechneten, beugungsbedingten Verläufe von MTFs für spezifische Objektivigenschaften, aufgetragen über einer Oberflächenwelle λ_y in y -Richtung. Die berechneten Verläufe basieren auf den Angaben gemäß Gleichung (4.67). Die Veränderung des Radius R_{Mirror} des paraxialen Referenzspiegels bewirkt eine Abweichung der MTF vom idealen Verlauf, welcher in guter Näherung auch als Modell für die Michelson-Konfiguration eines CSI fungiert (vgl. Bild 4.13, rechte Darstellung). Ein zunehmender Radius des Referenzspiegels bewirkt demnach eine signifikante Verschiebung der Grenzwellenlänge hin zu größeren Oberflächenwellen und beeinflusst somit das Übertragungsverhalten. Für den optimalen Fall $R_{\text{Mirror}} = 0$ hingegen resultiert der in [109, S. 231] dargestellte, ideale Verlauf.

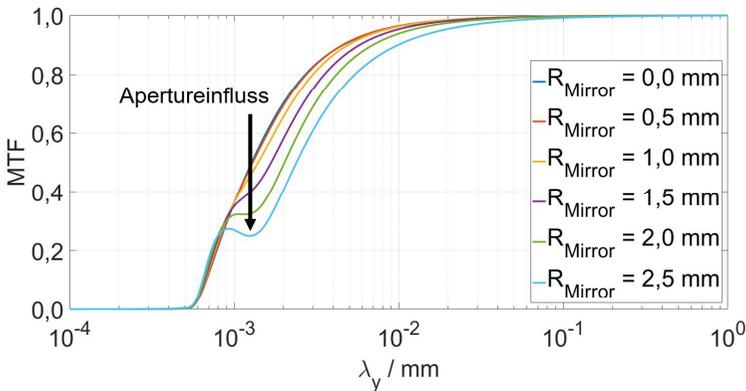


Bild 4.17: Einfluss des Radius eines Referenzspiegels R_{Mirror} auf den Verlauf der MTF eines CSI in Mirau-Konfiguration. Berücksichtigung des Beugungseinflusses der ringförmigen Apertur des Objektivs bei Annahme der vollständigen Lichtabsorption auf der Rückseite des paraxialen Referenzspiegels gemäß Bild 4.15 (rechte Darstellung). Berechnung der MTFs unter der Annahme einer Objektivbrennweite $f_{\text{Mirau}} = 10$ mm, einer numerischen Apertur $NA = 0,45$ und einer kohärenten Beleuchtung mit der Wellenlänge $\lambda = 550$ nm.

Das analytisch berechnete Übertragungsverhalten berücksichtigt an dieser Stelle allerdings keine Einflüsse, die sich aus der Topographie der Oberfläche ergeben. Diese müssen für die Beschreibung des Filterverhaltens zusätzlich berücksichtigt

werden. Hinzu kommen Einflüsse, die bei rauen Oberflächen durch sogenannte Speckles hervorgerufen werden. Speckles sind lokale Interferenzeffekte, die infolge der Oberflächengeometrie resultieren und Messergebnisse häufig in weit größerem Maße beeinflussen. Da die hergeleitete MTF gemäß der Gleichungen (2.19) und (2.20) für die faltungsbasierte Berechnung eingesetzt werden kann, können virtuell gemessene CSI-Bilder manipuliert werden. Dazu ist es erforderlich, die Vergrößerung, die sich aus der Brennweite des Mirau-Objektivs f_{Mirau} und der Brennweite der Tubuslinse f_{Focus} gemäß der Gleichung (4.47) ergibt, zu berücksichtigen. Da lineares Systemverhalten vorausgesetzt wird, kann die MTF entsprechend des sich ergebenden Vergrößerungsfaktors skaliert und so direkt auf den virtuellen Detektor übertragen werden. Resultate der Faltungsberechnung sind in Bild 4.18 dargestellt. Der sogenannte Siemensstern wurde für die diskrete Berechnung herangezogen. Das Ergebnis ist für unterschiedliche Spiegelradien dargestellt. Erwartungsgemäß variiert der Einfluss der Filterwirkung bei Veränderung der Objektivparameter. Hohe Ortsfrequenzen werden, entsprechend der Angaben des analytisch berechneten MTF-Verlaufs, in den dargestellten Bildern stärker oder schwächer gedämpft. Dies zeigt sich im resultierenden, radialen Farbverlauf.

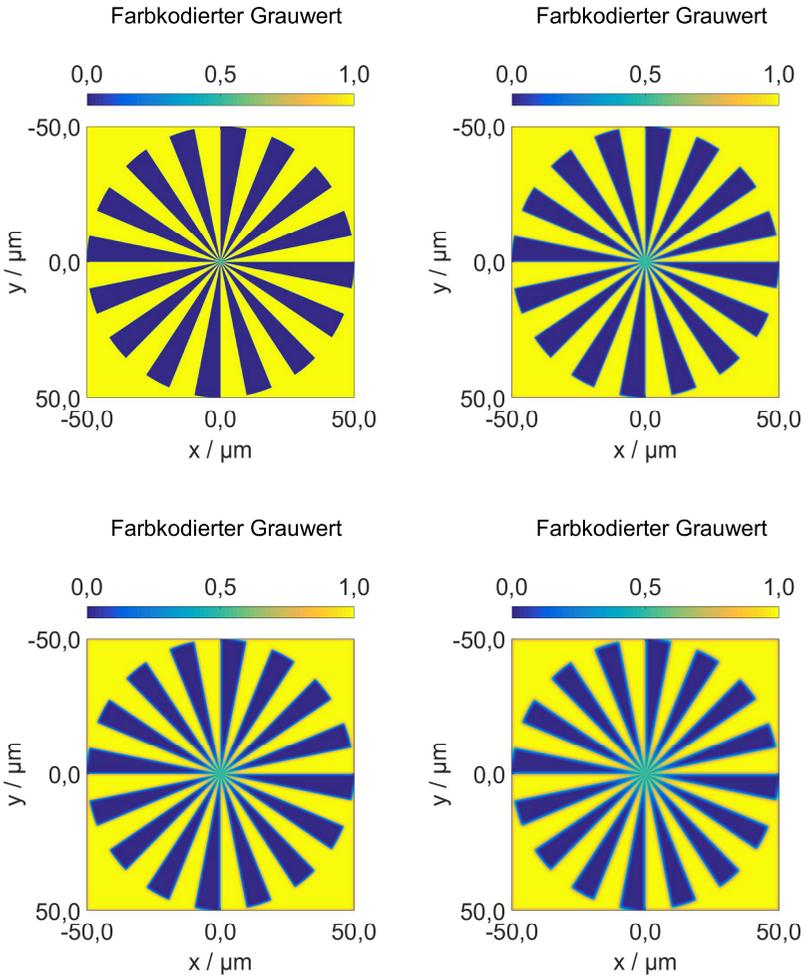


Bild 4.18: Obere linke Darstellung: Farbkodierte Darstellung der optimalen Abbildung des Siemenssterns in einem Bereich von $100 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$. Obere rechte Darstellung: Ergebnis der faltsungsbasierten Messung des Siemenssterns bei Berücksichtigung der Objektivparameter gemäß der Angaben in Bild 4.17 und der Vernachlässigung des paraxialen Referenzspiegels. Untere linke Darstellung: Siemensstern bei identischen Objektivparametern und der Berücksichtigung des Beugungseinflusses des Referenzspiegels für $R_{\text{Mirror}} = 2,0 \text{ mm}$. Untere rechte Darstellung: Siemensstern für den Fall $R_{\text{Mirror}} = 3,0 \text{ mm}$.

4.2.6 Modellevaluierung mittels virtueller Messungen

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten auf das Messprinzip, sowie die Grundlagen der Simulation und die geometrischen Gegebenheiten eingegangen wurde, werden Simulationsergebnisse paraxialer Messungen mit dem virtuellen CSI betrachtet. Es existiert eine Reihe relevanter Einflussfaktoren, die die Auswertbarkeit von Messbildern beeinflussen und die mit dem Modell des CSI analysiert werden können. Die Analyse dieser Einflussfaktoren dient der Evaluierung des Modells.

Vordergründig ist der Kontrast in den Messbildern zu nennen, der unter anderem von der Signalstärke abhängig ist. Entsprechende Untersuchungen werden in Abschnitt 4.2.6.1 angestellt. Zudem stellt der Akzeptanzwinkel, repräsentiert durch die NA eines Objektivs, eine Limitierung der Auflösung von Oberflächen dar. Der Einfluss der NA auf virtuelle Messungen wird entsprechend in Abschnitt 4.2.6.2 thematisiert. Den eigentlichen Informationsträger für Analysen von Topographiedaten stellt jedoch das sogenannte Korrelogramm dar, das durch diskrete Stützstellen beschrieben wird (vgl. 4.2.6.3) und das letztlich durch das Material der geometrischen Oberfläche beeinflusst wird. Untersuchungen zu diesem Einfluss werden in Abschnitt 4.2.6.4 angestellt.

4.2.6.1 Kontrastanalyse

Der einfachste Fall der Simulation einer geometrischen Oberfläche wird durch einen geneigten Spiegel bei Vernachlässigung von Materialeigenschaften beschrieben. In Bild 4.19 sind Intensitätsverteilungen in Form von Grauwertbildern dargestellt, die unter der Annahme einer gleichverteilten Spektralverteilung und zwanzigfacher Objektivvergrößerung berechnet wurden. Das Transmissions-Reflexions-Verhältnis (vgl. Gleichung (4.61) und (4.62)) wurde gezielt verändert, um den Einfluss auf die Interferenzstreifen nachzubilden. Aufgrund der Schrägstellung der ebenen Fläche repräsentieren die Interferenzstreifen, unter rein geometrischen Aspekten, den Verlauf der Korrelogramme in lateraler Richtung. Es ist deutlich erkennbar, dass der Kontrast der Interferenzstreifen für perfekt spiegelnde Oberflächen für den Fall $\rho \neq 50\%$ abnimmt. Dies ist auf das suboptimale Verhältnis zwischen inkohärentem und kohärentem Lichtanteil zurückzuführen.¹⁵ Dieser inkohärente Anteil wird in [113, Gleichung (4)] mit I_{∞} bezeichnet und bewirkt praktisch eine unerwünschte Minderung des Signal-Rausch-Verhältnisses (SNR). Dies wird auch bei der Betrachtung der Intensitätsverteilung im Ortsfrequenzbereich deutlich. Aufgrund numerischer Einflüsse tritt in den Grauwertbildern signifikantes Messrauschen auf, das bei realen Messungen in dieser Ausprägung nicht zu erwarten ist. Das SNR kann mithilfe der zweidimensionalen, diskreten Fourier-Transformation (DFT2D) bewertet werden (vgl. Anhang D). Die DFT2D der diskreten Intensitätsverteilung $\bar{I}_{\rho}[m'',n'']$ abzüglich des

¹⁵ Die Bezeichnung als kohärenter und inkohärenter Lichtanteil lässt sich damit erklären, dass das kurzkohärente Licht bei einem suboptimalen Strahlteilverhältnis des Interferometers eine Minderung der Interferenzeffekte bewirkt. Dies ist eine Folge unterschiedlicher Amplituden der elektromagnetischen Wellen, die überlagert werden. Folglich nimmt der Kontrast in den Messbildern ab. Der Intensitätsanteil des Lichts der für die Interferenz verantwortlich ist sinkt.

mittleren Grauwerts, die sich aus der Messung mit einem virtuellen Detektor mit $K'' \times L''$ Bildpunkten ergibt, berechnet sich zu

$$\text{DFT}_{2\text{D}} \left\{ \bar{i}_\rho \begin{bmatrix} m'' \\ n'' \end{bmatrix} - \left(\bar{i}_\rho \begin{bmatrix} m'' \\ n'' \end{bmatrix} \right) \right\} \begin{bmatrix} \hat{k}'' \\ \hat{l}'' \end{bmatrix} = \sum_{n''=0}^{L''-1} \sum_{m''=0}^{K''-1} \left[\bar{i}_\rho \begin{bmatrix} m'' \\ n'' \end{bmatrix} - \frac{\sum_{\hat{n}''=0}^{L''-1} \sum_{\hat{m}''=0}^{K''-1} \bar{i}_\rho \begin{bmatrix} \hat{m}'' \\ \hat{n}'' \end{bmatrix}}{K'' \cdot L''} \right] \cdot \exp \left(-j \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{\hat{k}'' \cdot m''}{K''} + \frac{\hat{l}'' \cdot n''}{L''} \right) \right) \quad (4.69)$$

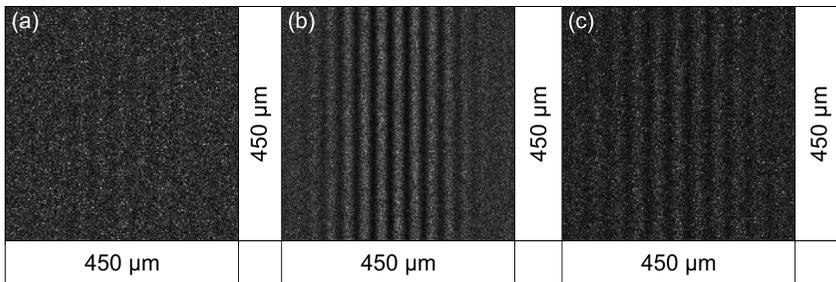


Bild 4.19: Grauwertbilder zeitlich gemittelter, kohärenter, zweidimensionaler Intensitätsverteilungen mit charakteristischen Interferenzstreifen im virtuellen Messbereich $450 \mu\text{m} \times 450 \mu\text{m}$ als Ergebnis virtueller Messungen an einer um $0,5^\circ$ geneigten, ebenen Oberfläche bei Variation des Transmissions-Reflexions-Verhältnisses nach den Gleichungen (4.61) und (4.62) ($\rho = 5\%$ (a), $\rho = 50\%$ (b) und $\rho = 85\%$ (c)). Simulation eines Mirau-Objektivs mit Objektivbrennweite $f_{\text{Mirau}} = 10 \text{ mm}$, der numerischen Apertur $\text{NA} = 0,40$ und der Brennweite der Tubuslinse $f_{\text{Focus}} = 100 \text{ mm}$ (Ergebnis einer Simulation mit $N_{\text{rays}} = 1.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen je simulierter Wellenlänge bei gleichverteiltem, intensitätsbezogenem Spektrum im diskreten Spektralbereich $\{620 \text{ nm}, 630 \text{ nm}, \dots, 720 \text{ nm}\}$).

Der mittlere Intensitätswert, der den inkohärenten Lichtanteil repräsentiert, wird vorab subtrahiert, um das Maximum nullter Ordnung zu unterdrücken. Dementsprechend ergibt sich das Signal-Rausch-Verhältnis, bezogen auf den mittleren Intensitätswert des jeweiligen Messbildes, zu

$$\text{SNR}(\rho) = \frac{\max_{\hat{k}''; \hat{n}''} \left\{ \frac{1}{K'' \cdot L''} \cdot \text{DFT}_{2\text{D}} \left\{ \bar{I}_\rho \begin{bmatrix} m'' \\ n'' \end{bmatrix} - \frac{\sum_{\hat{n}''=0}^{L''-1} \sum_{\hat{m}''=0}^{K''-1} \bar{I}_\rho \begin{bmatrix} \hat{m}'' \\ \hat{n}'' \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \hat{k}'' \\ \hat{n}'' \end{bmatrix} \right\}}{\bar{I}_\rho[m'', n'']}. \quad (4.70)$$

Bild 4.20 (untere Darstellung) zeigt die berechneten SNR-Verläufe in Abhängigkeit des Transmissions-Reflexions-Verhältnisses ρ , sowie in Abhängigkeit des von der Objektoberfläche reflektierten, intensitätsbezogenen Lichtanteils ν , der analog zu den Angaben in [113] und unter Berücksichtigung von Gleichung (3.33) für den Spezialfall

$$\sum_{\text{MAT}} \left(\mathbf{A}_{\text{MAT}} \cdot e^{-j \frac{\mathbf{k}}{\rho_{r, \text{MAT}}} \cdot \text{opd}_{\text{MAT}}} \right) = \sqrt{\nu} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.71)$$

in die Berechnung eingeht. Phasenbeziehungen werden in diesem Fall vernachlässigt. Maximaler Kontrast der Interferenzstreifen und der Korrelogramme sind zu erwarten, wenn die Lichtintensität seitens der Objektoberfläche und des Referenzspiegels jeweils nach der Reflexion identisch sind. Dies ist für das optimale Strahlteilverhältnis ρ_{opt} mit

$$(1 - \rho_{\text{opt}})^2 = \rho_{\text{opt}}^2 \cdot \nu \Rightarrow \rho_{\text{opt}}(\nu) = \begin{cases} \frac{1}{1-\nu} - \sqrt{\left(\frac{1}{1-\nu}\right)^2 - \frac{1}{1-\nu}} & \text{wenn } 0 < \nu < 1 \\ 0,5 & \text{wenn } \nu = 1 \end{cases} \quad (4.72)$$

der Fall. Der Verlauf des optimalen Strahlteilverhältnisses ist in Bild 4.20 (obere Darstellung) in Abhängigkeit des Reflexionsgrades der Oberfläche eingezeichnet. Für die Simulation wurde perfekte Kohärenz des Lichts bei der vorliegenden Wellenlänge $\lambda = 550 \text{ nm}$ angenommen. Erwartungsgemäß variiert der SNR-Verlauf abhängig vom Reflexionsgrad, sowie vom Transmissions-Reflexions-Verhältnis. Die Lage des maximalen SNR-Werts der Kurven verschiebt sich entlang der Abszisse. Die in Bild 4.20 (untere Darstellung) abgebildeten SNR-Verläufe zeigen eine gute Übereinstimmung mit den erwarteten Werten und bestätigen das dem mathematischen Modell zugrunde liegende Prinzip. Die maximal möglichen SNR-Werte von 50 % werden jeweils bei dem berechneten, optimalen Strahlteilverhältnis ρ_{opt} erreicht. Die dargestellten Verläufe liefern keine Aussage zur Signalstärke. In der praktischen Anwendung nimmt diese, bedingt durch einen begrenzten Dynamikbereich des eingesetzten Kamerachips (vgl. [23, S. 40–42]) und störender Umgebungseinflüsse bei zunehmender Lichtabsorption der Oberfläche signifikant ab.

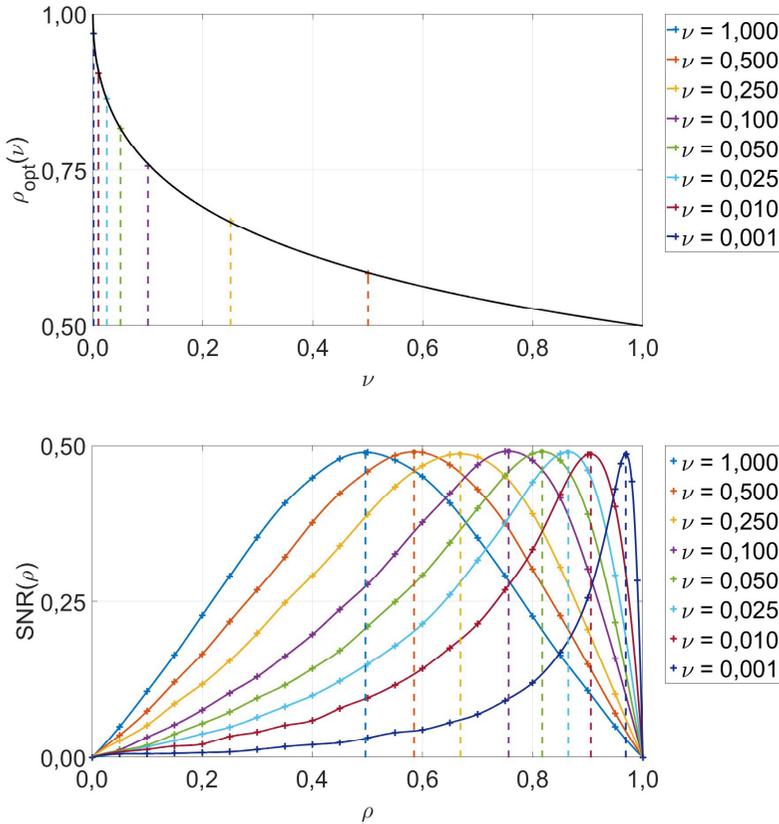


Bild 4.20: Obere Darstellung: Optimaler, analytisch berechneter Verlauf der Verhältniszahl ρ in Abhängigkeit eines vorgegebenen, skalaren Reflexionsgrades ν einer spiegelnden Oberfläche nach Gleichung (4.72). Untere Darstellung: Aus Messdaten nach Gleichung (4.70) berechneter SNR-Verlauf in Abhängigkeit der Verhältniszahl ρ bei Berücksichtigung verschiedener Reflexionsgrade und virtueller Messung einer um $0,5^\circ$ geneigten, ebenen, spiegelnden Oberfläche.

4.2.6.2 Akzeptanzwinkel

Der Akzeptanzwinkel gibt an, bis zu welchem Winkel Lichtstrahlen, die mit einem aperturbegrenzten Objektiv detektiert werden, noch korrekt abgebildet und damit signaltechnisch verarbeitet werden können. Er beschreibt somit eine Größe, die beim CSI und insgesamt bei flächig messenden Mikroskopen von dem jeweiligen Objektiv und dessen NA abhängig ist und gemäß [31, S. 15] im Idealfall dem halben

Aperturwinkel entspricht. In der praktischen Anwendung bieten sich zur Messung des Akzeptanzwinkels, aufgrund der Radialsymmetrie und der radialen Abhängigkeit der Oberflächengradienten, sphärische Oberflächen an (vgl. Messergebnisse in Bild 4.21). Für die maximal detektierbaren Reflexionswinkel $\theta_{x,r,\max}$ und $\theta_{y,r,\max}$ gilt

$$\operatorname{Re}\{\underline{n}_{r,\text{air}}\} \cdot \sin(\theta_{x,r,\max}) = \operatorname{Re}\{\underline{n}_{r,\text{air}}\} \cdot \sin(\theta_{y,r,\max}) = \text{NA} . \quad (4.73)$$

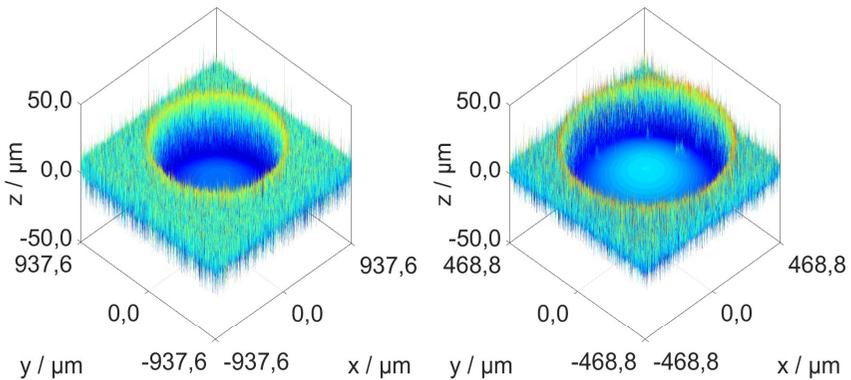


Bild 4.21: Rekonstruierte Topographien sphärischer Oberflächen real gemessen mit dem CSI (WS1) am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern. In den Randbereichen der Messfelder ist deutlich das Messrauschen infolge der Überschreitung des maximal zulässigen Akzeptanzwinkels und der radialabhängigen Zunahme der Gradienten der Oberflächengeometrie erkennbar. Linke Darstellung: Krümmungsradius $R_0 = 22,5$ mm, numerische Apertur $\text{NA} = 0,13$, fünffache Objektivvergrößerung und eine laterale Auflösung von $K'' \times L'' = 800 \times 800$ Bildpunkten des zugrunde liegenden Bildfeldes. Rechte Darstellung: Krümmungsradius $R_0 = 10$ mm, zehnfache Objektivvergrößerung, numerische Apertur $\text{NA} = 0,40$ und eine laterale Auflösung von $K'' \times L'' = 800 \times 800$ Bildpunkten.

Wenngleich die NA den Maximalwert für den Akzeptanzwinkel eines optischen Messgeräts darstellt, wird dieser häufig jedoch bereits früher erreicht. Der Grund liegt darin, dass der Lichtanteil, der vom Objektiv aufgefangen wird, bei zunehmenden Gradienten einer geometrischen Oberfläche abnimmt. Da der Lichtanteil, der auf den Referenzspiegel geleitet und dort reflektiert wird, unabhängig von den auftretenden Oberflächengradienten ist, bewirkt eine objektseitige Minderung der Intensität eine Abnahme des Bildkontrastes. Diese Abnahme kann bei der Betrachtung real und virtuell gemessener Interferenzbilder wahrgenommen werden und ist für die signaltechnische Datenverarbeitung, sowie die Auswertung von Korrelogrammen

relevant. Die Auswertbarkeit hängt somit auch direkt vom Rauschverhältnis in den Messbildern ab. Sie ist in der Realität beispielsweise von der Sensitivität des eingesetzten Kamerachips (vgl. [23, S. 23]) und bei virtuellen Messungen unter anderem von der Anzahl der simulierten Lichtstrahlen abhängig.

In Bild 4.22 sind drei virtuell gemessene Interferenzbilder dargestellt, die jeweils mit $N_{\text{rays}} = 1.000.000$ Lichtstrahlen unter der Annahme perfekter Kohärenz berechnet wurden. Es handelt sich um Interferenzbilder, die an sphärischen Oberflächen im Brennpunkt des virtuellen CSI gemessen wurden. Auch in diesen Interferenzbildern tritt Rauschen aufgrund numerischer Einflüsse auf. Um den Akzeptanzwinkel anhand dieser Messbilder zu ermitteln, wird zunächst eine theoretische Überlegung unter Berücksichtigung virtuell gemessener Intensitätsverteilungen angestellt. Die Intensitätsverteilung in den Messbildern ist mit $I_{R_0}[m'',n'']$ gegeben, wobei der Krümmungsradius der Kugelkalotte mit R_0 berücksichtigt wird. Da sich die Ortsfrequenz aufgrund der spezifischen Oberflächengeometrie radial verändert, eignet sich die DFT, die in Abschnitt 4.2.6.1 zur Analyse von Interferenzstreifen angegeben wurde, nicht für die Bewertung der Interferenzbilder.

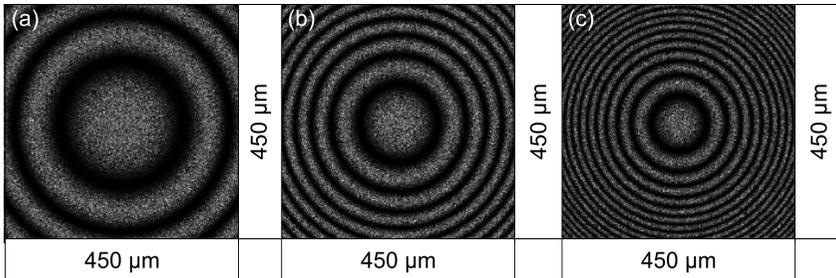


Bild 4.22: Grauwertbilder zeitlich gemittelter, kohärenter, zweidimensionaler Intensitätsverteilungen ($450\ \mu\text{m} \times 450\ \mu\text{m}$) mit charakteristischen, radialsymmetrischen Verläufen der Interferenzmaxima als Ergebnis virtueller Messungen an sphärischen Oberflächen mit unterschiedlichen Krümmungsradien ($R_0 = 50\ \text{mm}$ (a), $R_0 = 20\ \text{mm}$ (b) und $R_0 = 10\ \text{mm}$ (c)) bei Einhaltung der Bedingung (4.73). Simulation eines Mirau-Objektivs mit der Brennweite $f_{\text{Mirau}} = 10\ \text{mm}$, $\text{NA} = 0,40$, $R_{\text{Mirror}} = 4,36\ \text{mm}$ und einer Brennweite der Tubuslinse $f_{\text{Focus}} = 100\ \text{mm}$ (Ergebnis einer kohärenten Simulation mit $N_{\text{rays}} = 1.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen für die diskrete Wellenlänge $\lambda = 550\ \text{nm}$).

Für die Analyse der Bilder wird der radiale, diskrete Intensitätsverlauf $\bar{I}_{R_0, \text{Trans}}[r_d'']$ in Abhängigkeit diskreter Bildkoordinaten m'' und n'' bei Verwendung des Kronecker-Deltas abzüglich des Mittelwerts zu

$$\bar{I}_{R_0, \text{Trans}} [r_d''] = \frac{\sum_{n''=0}^{L''-1} \sum_{m''=0}^{K''-1} \left(\bar{I}_{R_0} \begin{bmatrix} m'' \\ n'' \end{bmatrix} \cdot \delta_K \left[r_d'' - \sqrt{\left(m'' - \frac{K''-1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2}} \right] \right)}{\sum_{n''=0}^{L''-1} \sum_{m''=0}^{K''-1} \delta_K \left[r_d'' - \sqrt{\left(m'' - \frac{K''-1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2}} \right]} \quad (4.74)$$

$$\bar{I}_{R_0} \begin{bmatrix} m'' \\ n'' \end{bmatrix}$$

mit

$$r_d'' \in \{0, \dots, r_{d, \max}''\} = \left\{ 0, \dots, \left\lfloor \sqrt{\left((K''-1)/2 \right)^2 + \left((L''-1)/2 \right)^2} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right\} \quad (4.75)$$

berechnet. Durch die beschriebene Rechenoperation erfolgt eine Mittelung in radialer Richtung. Im Falle einer Division durch null wird $\bar{I}_{R_0, \text{Trans}} [r_d''] = 0$ vorgegeben. $\bar{I}_{R_0, \text{Trans}} [r_d'']$ beschreibt somit die auf den Mittelwert bezogene, radialabhängige Intensität. Der Betrag des Intensitätsverlaufs nimmt entsprechend ab. Durch die Überlagerung von Rauschen findet eine zusätzliche Minderung des SNR-Werts statt. Dies führt dazu, dass ab einer bestimmten Oberflächensteigung das Signal nicht mehr detektiert werden kann. Um die Signalschwächung zu charakterisieren, sowie einen entsprechenden Grenzwert abzuschätzen, wird die Einhüllende aus den Messdaten berechnet, in die schließlich eine Ausgleichsfunktion nach dem Prinzip der kleinsten Abweichungsquadrate eingepasst wird (vgl. [117, S. 250 ff.]). Dazu wird der Verlauf von $\bar{I}_{R_0, \text{Trans}} [r_d'']$ gespiegelt. Es gilt

$$\hat{I}_{R_0} [\rho] = \begin{cases} \bar{I}_{R_0, \text{Trans}} [r_{d, \max}'' - \rho] & \text{wenn } \rho \leq r_{d, \max}'' \\ \bar{I}_{R_0, \text{Trans}} [\rho - r_{d, \max}''] & \text{wenn } \rho > r_{d, \max}'' \end{cases} \text{ mit } \rho \in \{0, \dots, 2 \cdot r_{d, \max}''\}. \quad (4.76)$$

Das resultierende Signal $\hat{I}_{R_0} [\rho]$ ist symmetrisch. Für die Berechnung der Einhüllenden bietet sich die diskrete Hilbert-Transformation (DHT) an. Die DHT wird in Anlehnung an [74, Abschnitt 15.13.4] für den beschriebenen, konkreten Anwendungsfall mit

$$\text{DHT} \left\{ \hat{I}_{R_0} [\rho] \right\} = \text{DFT}^{-1} \left\{ -j \cdot \text{sgn} \left(r_{d, \max}'' + \frac{1}{2} - q \right) \cdot \left[\text{sgn}(q) \cdot \text{DFT} \left\{ \hat{I}_{R_0} [\rho] \right\} [q] \right] \right\} \quad (4.77)$$

angegeben. Die mathematischen Grundlagen zur Beschreibung der DHT sind in Anhang F zusammengefasst. Das transformierte Signal besteht, aufgrund der in Gleichung (4.76) herbeigeführten Symmetrie, ausschließlich aus kosinusförmigen

Komponenten, mithilfe derer die Einhüllende des Signals $\hat{I}_{R_0}[\rho]$ berechnet werden kann. Die Einhüllende wird dementsprechend mit

$$\text{ENV}_{R_0}[\rho] = \sqrt{\left[\hat{I}_{R_0}[\rho]\right]^2 + \left|\text{DHT}\left\{\hat{I}_{R_0}[\rho]\right\}\right|^2} \quad (4.78)$$

angegeben. Nur in einem gewissen Bereich, insbesondere bei hohen Ortsfrequenzen und großer Oberflächenkrümmung, das heißt bei kleinen Krümmungsradien R_0 , liefert die Berechnung gute Resultate. Die Ursache liegt darin, dass bei niedrigen Ortsfrequenzen die Einhüllende in den Randbereichen dem Verlauf $\hat{I}_{R_0}[\rho]$ folgt. Dadurch wird nicht die Modulation, sondern das ursprüngliche Signal nachgebildet, was zu abweichenden Werten führen kann. Um schließlich einen Bezug zum Signalrauschen zu erhalten, wird in den Verlauf $\text{ENV}_{R_0}[\rho]$ eine Gaußkurve nach dem Prinzip der kleinsten Abweichungsquadrate eingepasst. Diese beschreibt in guter Näherung den Verlauf der Einhüllenden. Die Gaußkurve wird für diskrete Werte ρ mit der Gleichung

$$g_p(\mathbf{a}) = a_0 \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\rho - a_1}{a_2}\right)^2\right) \quad \text{mit } \mathbf{a} = (a_0 \quad a_2)^T \quad (4.79)$$

beschrieben. Die Einträge des Vektors \mathbf{a} entsprechen den Parametern der Gaußfunktion. Da es sich um ein symmetrisches Problem handelt, kann vereinfacht $a_1 = 0$ angenommen werden. Dies führt auf das Minimierungsproblem

$$\min_{a_0, a_2 \in \mathbb{R}} \left\{ \sum_{\rho=0}^{2 \cdot r_{d, \max}} (\text{ENV}_{R_0}[\rho] - g_p(\mathbf{a}))^2 \right\} = \min_{a_0, a_2 \in \mathbb{R}} \left\{ \sum_{\rho=0}^{2 \cdot r_{d, \max}} f_p^2(\mathbf{a}) \right\}, \quad (4.80)$$

dessen Lösung sich in Analogie zu [117, S. 250] mithilfe des LGS

$$\underbrace{\begin{pmatrix} f_0(\mathbf{a}) \\ f_1(\mathbf{a}) \\ \vdots \\ f_{2 \cdot r_{d, \max}}(\mathbf{a}) \end{pmatrix}}_{\mathbf{f}(\mathbf{a})} + \underbrace{\begin{pmatrix} \partial f_0(\mathbf{a}) / \partial a_0 & \partial f_0(\mathbf{a}) / \partial a_2 \\ \partial f_1(\mathbf{a}) / \partial a_0 & \partial f_1(\mathbf{a}) / \partial a_2 \\ \vdots & \vdots \\ \partial f_{2 \cdot r_{d, \max}}(\mathbf{a}) / \partial a_0 & \partial f_{2 \cdot r_{d, \max}}(\mathbf{a}) / \partial a_2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{J}_{f_p}(\mathbf{a})} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta a_0 \\ \Delta a_2 \end{pmatrix}}_{\Delta \mathbf{a}} = \mathbf{res} \quad (4.81)$$

unter Berücksichtigung der Jacobi-Matrix $\mathbf{J}_{f_p}(\mathbf{a})$, des Residuenvektors \mathbf{res} und unter Anwendung des Newton-Verfahrens, iterativ approximieren lässt. Für die iterative Approximation des Lösungsvektors \mathbf{a} gilt der Zusammenhang

$$\mathbf{a} = \lim_{it \rightarrow \infty} (\mathbf{a}_{it}) \quad \text{mit } \mathbf{a}_{it+1} = \mathbf{a}_{it} - \underbrace{\mathbf{r}_{\text{conv}, it} \cdot \left(\mathbf{J}_{f_p}^T(\mathbf{a}_{it}) \cdot \mathbf{J}_{f_p}(\mathbf{a}_{it}) \right)^{-1} \cdot \mathbf{J}_{f_p}^T(\mathbf{a}_{it}) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{a}_{it})}_{\Delta \mathbf{a}_{it}} \quad (4.82)$$

(vgl. [117, S. 250]). Der Residuenvektor wird bei der Berechnung, aufgrund fehlender Korrelation, zu $\mathbf{0}$ angenommen und somit vernachlässigt. Die Iterationsschleife wird in der praktischen Anwendung ab einem endlichen Iterationsschritt unter Berücksichtigung von Konvergenzkriterien abgebrochen. Notwendigerweise muss ein geeigneter Startvektor \mathbf{a}_0 , sowie ein entsprechender Verlauf für die Matrix $\mathbf{r}_{\text{conv},it}$ zur Einhaltung der Konvergenz vorgegeben werden. Unter diesen Annahmen kann schließlich das SNR aus dem Quotienten von $g_p(\mathbf{a})$ und der empirischen Standardabweichung s_p zu

$$\text{SNR}_{R_0}[p] = g_p(\mathbf{a})/s_p \quad \text{mit} \quad s_p = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot r_{d,\text{max}}} \cdot \sum_{p=0}^{2 \cdot r_{d,\text{max}}} f_p^2(\mathbf{a})} \quad (4.83)$$

berechnet werden. Der Verlauf von $\text{SNR}_{R_0}[p]$ ist neben der Einhüllenden, welche mithilfe der DHT berechnet wurde, für zwei Objektive und vorgegebene Krümmungsradien R_0 exemplarisch in Bild 4.23 dargestellt. Der Verlauf von $\text{SNR}_{R_0}[p]$ wird genutzt, um den Akzeptanzwinkel des virtuellen Objektivs und dessen numerische Apertur zu ermitteln. Dazu wird untersucht, ab welchem radialen Wert $p \in \{0, \dots, 2 \cdot r_{d,\text{max}}\}$ der SNR-Wert unterschritten wird. Es kann angenommen werden, dass an dieser Stelle der Akzeptanzwinkel erreicht ist, da das Messsignal für kleinere Werte nicht mehr zuverlässig vom Rauschanteil separiert werden kann. Für den Wert gilt entsprechend

$$\hat{p} = a_2 \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(s_p/a_0)}. \quad (4.84)$$

Der Akzeptanzwinkel berechnet sich, unter Berücksichtigung des zugrunde liegenden Krümmungsradius R_0 der Kugeloberfläche, sowie der Abbildungseigenschaften des bildgebenden Mikroskops, zu

$$\theta_{x,r,\text{max}} = \theta_{y,r,\text{max}} = \text{atan} \left(\frac{\left(\hat{p} \cdot \sqrt{(\Delta x'')^2 + (\Delta y'')^2} \right)}{\sqrt{R_0^2 - \left(\hat{p} \cdot \sqrt{(\Delta x'')^2 + (\Delta y'')^2} \right)^2}} \right) \quad (4.85)$$

(vgl. Gleichung (4.36)), wobei $\Delta x''$ der Länge und $\Delta y''$ der Breite eines Bildpunkts auf dem virtuellen Detektor entspricht. Der Gesamtausdruck berechnet sich analog zu [71, S. 11] in Form des Absolutbetrags des Gradienten der Kugelkalotte. Tabelle 4.5 gibt einen Überblick über die aus den Messdaten berechneten Akzeptanzwinkel $\widehat{\text{NA}}$ für unterschiedliche, verwendete Objektive. Die Daten für die berechneten Akzeptanzwinkel $\widehat{\text{NA}}$ stimmen in guter Näherung mit den nominellen Angaben der NA überein. Der beschriebene Algorithmus kann, neben der Analyse von virtuellen Daten, auch für reale Messdaten in Form gemessener Interferenzbilder genutzt werden. Voraussetzung ist eine kohärente Beleuchtung, die mit einer monochromatischen Laserlichtquelle realisiert werden kann.

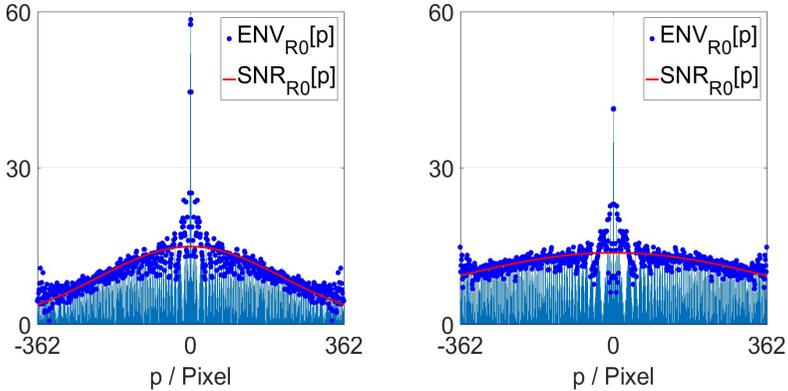


Bild 4.23: Linke Darstellung: ENV- und SNR-Verlauf nach Gleichung (4.83) zur Abschätzung des maximalen Akzeptanzwinkels bei Annahme eines vorliegenden Krümmungsradius $R_0 = 30$ mm und virtueller CSI-Messung mit $N_{\text{rays}} = 2.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen, sowie fünffacher Objektivvergrößerung. Rechte Darstellung: Abbildung entsprechend der linken Darstellung für $R_0 = 15$ mm bei zehnfacher Vergrößerung des Objektivs und Simulation von $N_{\text{rays}} = 2.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen.

Tabelle 4.5: Angabe der gemessenen und aus virtuellen Messdaten berechneten Werte der NA für simulierte Objektive auf Grundlage der Gleichungen (4.83) bis (4.85).

Objektiv	Messfeld μm	$\sqrt{(\Delta x'')^2 + (\Delta y'')^2}$ mm	$\frac{R_0}{\text{mm}}$	$\theta_{x,r,\max}$ deg	NA	$\widehat{\text{NA}}$
5X	1800 x 1800	12,73	30,00	8,80	0,13	0,15
10X	900 x 900	6,36	15,00	18,65	0,30	0,32
20X	450 x 450	3,18	10,00	22,16	0,40	0,38
50X	180 x 180	1,27	2,00	31,02	0,50	0,52

4.2.6.3 Korrelogramme

Korrelogramme enthalten bei einem PSI (vgl. DIN EN ISO 25178-603, [31, S. 17]) und insbesondere dem CSI (vgl. DIN EN ISO 25178-604, [15, S. 15]) die messtechnisch relevanten Informationen ([109, S. 230]), mittels derer Topographien anhand real oder virtuell gemessener Bilderstapel rekonstruiert werden. Die Ausprägung eines Korrelogramms, das sich in der praktischen Anwendung bei

Betrachtung des Verlaufs eines Pixelwerts innerhalb eines Bilderstapels ergibt, ist aus diesem Grund für die Rekonstruktion geometrischer Oberflächen entscheidend. Während in Abschnitt 4.2.6.1 durch die Schrägstellung einer perfekt spiegelnden Ebene das geometrische Problem in die laterale Richtung verlagert wurde, wird an dieser Stelle der Korrelogrammverlauf eines Messpunktes in z-Richtung betrachtet.

Die Ausprägung von Korrelogrammen ist von mehreren Einflussfaktoren abhängig und wird in [113] im Zusammenhang mit Unsicherheitsbetrachtungen näher analysiert. Während in der praktischen Anwendung geometrische Oberflächen durch eine gezielte Veränderung der optischen Weglänge infolge der vertikalen Probenpositionierung oder der Objektivbewegung gemessen werden, werden beim virtuellen CSI die optischen Weglängen durch Verschiebung der virtuellen Oberfläche erzeugt. Der Reflexionsgrad der Oberfläche (vgl. Gleichung (4.71)), sowie das Strahlteilverhältnis des eingesetzten Mirau-Objektivs nehmen dabei Einfluss auf den Kontrast der Korrelogramme und die Auswertbarkeit von Topographiedaten. Ein zusätzlicher Einflussfaktor ist das zugrunde liegende, intensitätsbezogene Spektrum $\eta(k)$ der modellierten Lichtquelle. Das intensitätsbezogene Spektrum beeinflusst, neben der Kohärenzbandbreite, auch die Kohärenzlänge des Lichts (vgl. [22, S. 511 ff.]). Zudem hat der Reflexionsgrad einer geometrischen Oberfläche einen signifikanten Einfluss auf die Ausprägung der Korrelogramme. In diesem Zusammenhang ist auch die Diskretisierung des Spektrums zu nennen, die näher thematisiert wird. Während in der Realität kontinuierliche Spektralverläufe zugrunde liegen, ist es erforderlich, Spektralverläufe für Simulationszwecke zu diskretisieren. Das diskretisierte, intensitätsbezogene Spektrum $\eta_d[k_d]$ wird dabei mittels K_d äquidistanter Wellenzahlen zur Repräsentierung diskreter Frequenzanteile beschrieben. Die Werte können den in Gleichung (2.12) angegebenen Feldstärkevektoren \underline{E}_{k_d} gemäß der Gleichung (2.13) zugeordnet werden. Dementsprechend gilt für einen, dem diskreten, intensitätsbezogenen Spektrum zugeordneten komplexwertigen, elektrischen Feldstärkevektor

$$|\underline{E}_{k_d}| \sim \sqrt{\eta_d[k_d]}. \quad (4.86)$$

Idealerweise entspricht der Verlauf einer diskreten Gaußkurve. Um sicherzustellen, dass die Gaußfunktion durch diskrete Stützwerte bestmöglich approximiert wird, werden die Grenzen k_{\min} und k_{\max} in Abhängigkeit einer vorgegebenen mittleren Wellenzahl μ_k , einer Standardabweichung der Wellenzahl σ_k , sowie eines geeigneten Koeffizienten c_σ dynamisch angepasst. Es gilt

$$k_{\min} = \mu_k - c_\sigma \cdot \sigma_k \quad \text{und} \quad k_{\max} = \mu_k + c_\sigma \cdot \sigma_k. \quad (4.87), (4.88)$$

Dementsprechend berechnen sich die diskreten Stützstellen des Spektralverlaufs zu

$$k_d = k_{\min} + (k_{\max} - k_{\min}) \cdot \frac{d}{K_d - 1} \quad \text{mit} \quad d \in \{0, \dots, K_d - 1\} \quad (4.89)$$

und die diskrete, gaußförmige Spektralverteilung schließlich zu

$$\eta_d[k_d] = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_k} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{k_d - \mu_k}{\sigma_k}\right)^2\right). \quad (4.90)$$

Ein geeigneter Wert des Koeffizienten ist $c_\sigma = 2$, mithilfe dessen die weniger relevanten Anteile der Spektralverteilung ausgeblendet werden. Alternativ können für die Berechnung von Spektralverteilungen diskrete Wellenlängen anstelle der Wellenzahlen angegeben werden. Das Resultat der Berechnung ist ein charakteristischer Intensitätsverlauf, der in Abhängigkeit einer Verschiebung in Messrichtung mit

$$\bar{i}_{\sigma_k}[s] = \bar{i}_{\sigma_k} \left(\left(s - \frac{N_{\text{steps}} - 1}{2} \right) \cdot \Delta z_{\text{step}} \right) \text{ mit } s \in \{0, \dots, N_{\text{steps}} - 1\} \quad (4.91)$$

angegeben wird und dem diskreten Korrelogrammverlauf entspricht. N_{steps} ist dabei die Anzahl der diskreten Messpositionen der Oberfläche bei äquidistanter Objektbewegung beziehungsweise Oberflächenbewegung in z -Richtung. Aus dem diskreten Intensitätsverlauf können, analog zu den Gleichungen (4.77) und (4.78), die obere und untere Einhüllende des Korrelogramms $\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{upper})}[s]$ und $\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{lower})}[s]$ durch Anwendung der DHT berechnet werden (vgl. [108, S. 966–1003]). Es gilt

$$\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{upper})}[s] = \sqrt{\left| \bar{i}_{\sigma_k}[s] - \overline{\bar{i}_{\sigma_k}[s]} \right|^2 + \left| \text{DHT} \left\{ \bar{i}_{\sigma_k}[s] - \overline{\bar{i}_{\sigma_k}[s]} \right\} \right|^2} + \overline{\bar{i}_{\sigma_k}[s]} \quad (4.92)$$

und

$$\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{lower})}[s] = \overline{\bar{i}_{\sigma_k}[s]} - \sqrt{\left| \bar{i}_{\sigma_k}[s] - \overline{\bar{i}_{\sigma_k}[s]} \right|^2 + \left| \text{DHT} \left\{ \bar{i}_{\sigma_k}[s] - \overline{\bar{i}_{\sigma_k}[s]} \right\} \right|^2}. \quad (4.93)$$

$\overline{\bar{i}_{\sigma_k}[s]}$ ist dabei der Mittelwert des zugrunde liegenden, diskreten, zeitlich gemittelten Intensitätsverlaufs.

In Bild 4.24 (obere Darstellung) sind die Verläufe der Korrelogramme für gaußförmige Spektralverteilungen und wellenlängenbezogene Standardabweichungen σ_λ dargestellt, die, entsprechend der Abweichungfortpflanzung, mithilfe von σ_k zu

$$\sigma_\lambda = \left| \frac{\partial \lambda}{\partial k} \right|_{k=\mu_k} \cdot \sigma_k = \left(\frac{2\pi}{\mu_k^2} \right) \cdot \sigma_k \quad (4.94)$$

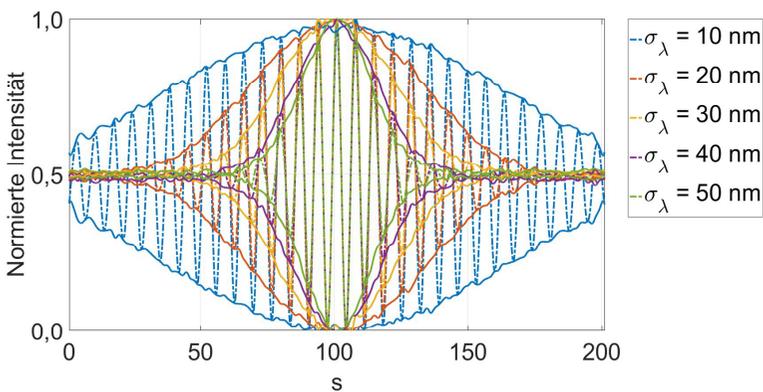
berechnet werden. Zusätzlich sind die Einhüllenden der Verläufe der Korrelogramme eingezeichnet. Für alle Verläufe können die Positionen der Maxima oder der Minima von $\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{upper})}[s]$ und $\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{lower})}[s]$ zu

$$\hat{s}_{\max} = \left\{ s \mid \text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{upper})}[s] = \max_{s \in \{0, \dots, N_{\text{steps}} - 1\}} \left\{ \text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{upper})}[s] \right\} \right\} \quad (4.95)$$

und analog dazu $\hat{s}_{\min} = \hat{s}_{\max}$ ermittelt werden. Es findet eine Überprüfung statt, wie gut sich die Sollposition der Korrelogramme rekonstruieren lässt. Die Daten für die betrachteten Fälle sind in Tabelle 4.6 angegeben. In die Verläufe $\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{upper})}[s]$ und $\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{lower})}[s]$ können geeignete Ausgleichsfunktionen eingepasst werden, um den Einfluss des Messrauschens und der Diskretisierung zu minimieren. Bei normalverteiltem Spektrum bietet sich die Einpassung einer Gaußkurve an, für die schließlich die Lage des Maximums oder Minimums ermittelt werden muss. Das Prinzip der Einpassung wurde bereits in Abschnitt 4.2.6.2 beschrieben. Die Gleichungen (4.79) bis (4.82) können analog auf das beschriebene Problem übertragen werden.

Tabelle 4.6: Angaben zur virtuell gemessenen Lage der Korrelationsmaxima aus der Berechnung der Einhüllenden $\text{ENV}_{\sigma_k}^{(\text{upper})}[s]$ für unterschiedliche, diskrete Spektralverteilungen entsprechend der Angaben in Bild 4.24. Der nominelle Erwartungswert wird mit null angegeben.

$\sigma_\lambda / \text{nm}$	10	20	30	40	50
$(\hat{s}_{\max} - (N_{\text{steps}} - 1)/2) \cdot \Delta z_{\text{step}} / \text{nm}$	14	0	3	0	-2



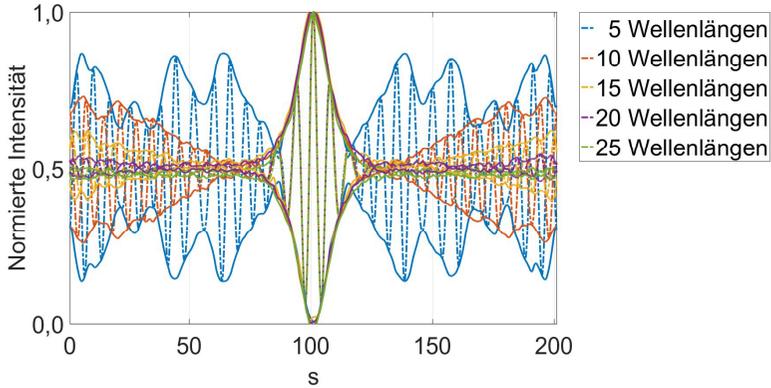


Bild 4.24: Obere Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Korrelogramme und der Einhüllenden $ENV_{\sigma_k}^{(\text{upper})}[\text{s}]$ und $ENV_{\sigma_k}^{(\text{lower})}[\text{s}]$ bei gaußförmiger Spektralverteilung einer ebenen, spiegelnden Oberfläche und äquidistanter Schrittweite $\Delta z_{\text{step}} = 40 \text{ nm}$ im Bereich $z_{\text{lower}} = -4 \mu\text{m}$ bis $z_{\text{upper}} = +4 \mu\text{m}$ (Simulation von elf diskreten Wellenlängen und $N_{\text{rays}} = 10.000$ virtuellen Strahlen je Schritt). Untere Darstellung: Annahme einer gaußverteilten Spektralverteilung mit $\mu_k = 2\pi \cdot (550 \text{ nm})^{-1}$, $\sigma_\lambda = 100 \text{ nm}$ und $c_\sigma = 2$, sowie identischem Messbereich bei Variation der Anzahl äquidistanter Stützstellen der diskreten Spektralverteilung $\eta_d[k_d]$.

Ein unerwünschter Effekt, der bei der Diskretisierung von Spektren auftritt, wird in Bild 4.24 (untere Darstellung) deutlich. Bei zu geringer Stützstellenanzahl kann die Überlagerung der Wellen zur Ausprägung von Nebenkorrelogrammen führen, die auf die Diskretisierung zurückzuführen sind und bei realen Messungen mit kontinuierlichen Spektralverläufen nicht zwangsläufig auftreten. Dazu wird Gleichung (2.12) betrachtet. Das Skalarprodukt $\mathbf{k}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d})$ wird durch das Produkt $k_d \cdot z$, entsprechend einer Betrachtung des Korrelogramms in der Nähe der Nulllage des Referenzkoordinatensystems, substituiert. Zudem werden durch die Einführung diskreter Phasenwinkel nur reellwertige, elektrische Feldstärkevektoren betrachtet. Es wird angenommen, dass das Spektrum mit einer begrenzten Anzahl diskreter Wellenlängen K_d beschrieben wird. Die Berücksichtigung von Gleichung (2.13) führt unter den angegebenen Voraussetzungen zu

$$\begin{aligned}
 I_{\Sigma}(z,t) &\sim \sum_{d=0}^{K_d-1} \sum_{d=0}^{K_d-1} \left(\left(\frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k}_{d,0}}}{2} \right)^T \cdot \exp \left(j \cdot \begin{pmatrix} \omega_d \cdot t - \\ k_d \cdot z + \phi_d \end{pmatrix} \right) + \left(\frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k}_{d,0}}}{2} \right)^T \cdot \exp \left(-j \cdot \begin{pmatrix} \omega_d \cdot t - \\ k_d \cdot z + \phi_d \end{pmatrix} \right) \right) \\
 &= \sum_{d=0}^{K_d-1} \sum_{d=0}^{K_d-1} \underbrace{\left(\left(\frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k}_{d,0}}}{2} \right)^T \cdot \cos(\omega_d \cdot t - k_d \cdot z + \phi_d) \right)}_{\sim I_{d,\hat{d}}(z,t)}. \quad (4.96)
 \end{aligned}$$

Die Gleichung kann somit als Summation einzelner Intensitätsverläufe $I_{d,\hat{d}}$ aufgefasst werden. Aufgrund des doppelten Summenausdrucks kann die Überlagerung zweier Intensitätsverläufe (beispielsweise $I_{d,d}$ und $I_{d+1,d+1}$) zu unerwünschten Effekten infolge der Korrelation führen. Es gilt

$$I_{d,d}(z,t) + I_{d+1,d+1}(z,t) \sim \left(\left(\left(\mathbf{E}_{\mathbf{k}_{d+0,0}} \right)^T \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k}_{d+0,0}} \right) \cdot \cos^2 \left(\begin{matrix} \omega_{d+0} \cdot t - k_{d+0} \cdot z + \\ \phi_{d+0} \end{matrix} \right) + \left(\left(\mathbf{E}_{\mathbf{k}_{d+1,0}} \right)^T \cdot \mathbf{E}_{\mathbf{k}_{d+1,0}} \right) \cdot \cos^2 \left(\begin{matrix} \omega_{d+1} \cdot t - k_{d+1} \cdot z + \\ \phi_{d+1} \end{matrix} \right) \right). \quad (4.97)$$

Bei Vernachlässigung des Zeiteinflusses infolge der zeitlichen Mittelung kann eine Schwebung im Ortsfrequenzbereich resultieren, die sich aus der Differenz der in Gleichung (4.97) angegebenen Wellenzahlen ergibt. Dieser Effekt tritt in Bild 4.24 (untere Darstellung) auf und muss durch eine Erhöhung der Anzahl diskreter Stützstellen des Spektrums behoben werden. Im dargestellten Beispiel wird letztlich mit 25 diskreten Wellenlängen ein gutes Resultat erzielt. Grundsätzlich ist der Einsatz einer breitbandigen Lichtquelle erstrebenswert.

4.2.6.4 Materialeinfluss

An dieser Stelle wird untersucht, inwieweit das Materialverhalten bei der Schichtmodellierung korrekt abgebildet wird. Der Materialübergang zwischen zwei aneinandergrenzenden Schichten wird bei einer ideal spiegelnden und zudem leicht schräg stehenden Oberfläche betrachtet. Es wird angenommen, dass die elektromagnetischen Wellen an der Oberfläche reflektiert werden, nicht in das Material eindringen und somit auch nicht mit darunter befindlichen Schichten wechselwirken. Es werden zwei Materialien $mat1$ und $mat2$ mit komplexwertigen Brechzahlen definiert. Da davon ausgegangen wird, dass die, auf das Oberflächenlot bezogenen, Einfallswinkel beim CSI betragsmäßig klein sind, kann angenommen werden, dass gemäß der Gleichungen (3.47) und (3.48) beim Übergang von $lay = 0$ zu $lay = 1$ für kleine Winkel

$$r_{TE}^{(0,1)} \approx -r_{TM}^{(0,1)} \quad (4.98)$$

gilt. Dementsprechend ist die Ausrichtung von $\hat{\mathbf{b}}_{TE}$ und $\hat{\mathbf{b}}_{TM}$, sowie $\mathbf{R}_{Rot,r}^{(0,1)}$ für solche Winkel jeweils vernachlässigbar. Betrachtet wird Gleichung (3.47). Bei Annahme eines Materialübergangs von Vakuum zu einem beliebigen Material mat1 ergibt sich der Reflexionsfaktor in Abhängigkeit der komplexwertigen Brechzahl $n_r = n_{r,mat1} - j \cdot \kappa_{mat1}$ zu

$$r_{TE}^{(0,1)} = -r_{TM}^{(0,1)} = \frac{(1 - n_{r,mat1}^2 - \kappa_{mat1}^2) + j \cdot 2 \cdot \kappa_{mat1}}{(1 + n_{r,mat1})^2 + \kappa_{mat1}^2} \sim e^{j\phi_{air,mat1}}. \quad (4.99)$$

Die Phasenverschiebung $\phi_{air,mat1}$ der elektromagnetischen Welle, die an der Grenzfläche zwischen Vakuum und dem optischen Material mat1 bei der Reflexion unter der Voraussetzung kleiner Einfallswinkel hervorgerufen wird, kann somit mit

$$\phi_{air,mat1} \approx \text{atan2} \left(\text{Im} \left\{ r_{TE}^{(0,1)} \right\}, \text{Re} \left\{ r_{TE}^{(0,1)} \right\} \right) = \text{atan2} \left(\frac{2 \cdot \kappa_{mat1}}{1 - (n_{r,mat1}^2 + \kappa_{mat1}^2)} \right) \quad (4.100)$$

abgeschätzt werden. Ein analoger Zusammenhang gilt für die Phasenverschiebung bei Betrachtung eines weiteren Materials mat2 an der Grenzfläche zum Vakuum. Dementsprechend wird die Phasendifferenz mit

$$\Delta\phi_{mat1,mat2} = \phi_{air,mat2} - \phi_{air,mat1} \quad (4.101)$$

berechnet. Diese Phasenverschiebung ist bei Betrachtung einer geeigneten Oberfläche zu erwarten und kann bei einem Materialübergang in lateraler Richtung bei virtueller Messung durch eine Verschiebung der Interferenzstreifen festgestellt werden. In der praktischen Anwendung sind solche Phasensprünge infolge von Materialeinflüssen unerwünscht und führen bei der Topographieauswertung zu abweichenden Resultaten (vgl. [77]), die lediglich durch Kenntnis des vorliegenden Materials korrigiert werden können. Im Rahmen virtueller Messungen können solche Phasensprünge jedoch gezielt herbeigeführt werden, um das zugrunde liegende, physikalische Modell des CSI zu evaluieren.

Tabelle 4.7: Eigenschaften optischer Materialien gemäß der Angaben in [75] zur Simulation des Reflexionsverhaltens und Angabe der berechneten, auftretenden Phasenverschiebung der an der Oberfläche reflektierten elektromagnetischen Welle nach Gleichung (4.100) unter der Annahme eines nahezu senkrechten Lichteinfalls, sowie virtuelle Messwerte bei der CSI-Messung einer um $0,1^\circ$ geneigten Oberfläche mit zugewiesenen Materialeigenschaften (zehnfache Objektivvergrößerung, $NA = 0,30$ und $N_{\text{rays}} = 1.000.000$ virtuelle Lichtstrahlen).

Material	$\frac{W_{\text{Photon}}}{\text{eV}}$	n_r	κ	$\phi_{\text{air,mat1}}$ (Theorie) deg	$\phi_{\text{air,mat1}} - 180^\circ$ (Messung) deg
Al	2,20	1,018	6,846	-16,27	-12,96
Cr	2,20	3,180	4,410	-17,16	-15,65
Cu	2,20	0,830	2,600	-38,88	-36,53
Fe	2,20	2,730	3,330	-20,79	-18,11
Si	2,20	4,042	0,032	-0,24	4,37

In Tabelle 4.7 sind die Brechzahlen und Dämpfungsfaktoren für ausgewählte Materialien entsprechend den tabellarischen Angaben in [75] aufgelistet. Zur Evaluierung des implementierten Materialmodells wird, analog zu Abschnitt 4.2.6.1, die DFT2D für die Messung ebener Oberflächen genutzt. Mithilfe der DFT2D können, neben den Beiträgen zur Charakterisierung der Lage und Ausprägung der Interferenzstreifen im diskreten Frequenzspektrum, Phaseninformationen aus den Verläufen der Streifen berechnet werden. Mithilfe dieser Informationen lassen sich die Phasenwinkel mit den idealen Resultaten gemäß Gleichung (4.100) vergleichen. Zur Berechnung der DFT2D wird Gleichung (4.69) angewendet. Der Phasenwinkel wird mit der Gleichung

$$\phi_{\text{air,mat1}} = \text{atan2}\left(\text{Im}\left\{\underline{D}_{\text{air,mat1}}\left[\hat{k}_{\text{max}}'', \hat{l}_{\text{max}}''\right]\right\}, \text{Re}\left\{\underline{D}_{\text{air,mat1}}\left[\hat{k}_{\text{max}}'', \hat{l}_{\text{max}}''\right]\right\}\right) \quad (4.102)$$

und

$$\underline{D}_{\text{air,mat1}}\left[\hat{k}'', \hat{l}''\right] = \text{DFT}_{2\text{D}}\left\{\bar{I}_{\text{air,mat1}}\left[m'', n''\right] - \overline{\bar{I}_{\text{air,mat1}}\left[m'', n''\right]}\right\}\left[\hat{k}'', \hat{l}''\right] \quad (4.103)$$

berechnet, wobei $\bar{I}_{\text{air,mat1}}\left[m'', n''\right]$ die zeitlich gemittelte Intensitätsverteilung darstellt, die beim Übergang von Vakuum zu Material mat1 bei der virtuellen Messung auf dem Detektor zu erwarten ist. Die Orte des diskreten Frequenzspektrums, an denen die Beträge der DFT2D jeweils den Maximalwert annehmen, werden mit

$$\left[\hat{k}_{\text{max}}'', \hat{l}_{\text{max}}''\right] = \left\{\left[\hat{k}'', \hat{l}''\right] \mid \left|\underline{D}_{\text{air,mat1}}\left[\hat{k}'', \hat{l}''\right]\right| = \max_{\hat{k}'', \hat{l}''}\left\{\left|\underline{D}_{\text{air,mat1}}\left[\hat{k}'', \hat{l}''\right]\right|\right\}\right\} \quad (4.104)$$

angegeben. Auf dieser Grundlage können virtuelle Messdaten generiert werden, die in Tabelle 4.7 aufgelistet sind. Der Definitionsbereich der DFT2D entspricht dabei der Größe $K \times L = 500 \times 500$ des virtuellen Detektors. Die Resultate für die Materialübergänge von Vakuum zu Silizium (Si), sowie von Vakuum zu Kupfer (Cu) sind zusätzlich in Bild 4.25 (obere Darstellung) abgebildet. Die theoretisch berechneten und virtuell gemessenen Daten zeigen, aufgrund der geringen Abbildungswinkel, eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung. Die vorliegenden Abweichungen sind auf den leicht schrägen Lichteinfall infolge der Neigung der spiegelnden Oberfläche und die schräg einfallende, virtuelle Lichtprojektion des Objektivs zurückzuführen. Die genannten Effekte führen dazu, dass geringfügige Abweichungen gegenüber der idealisierten Annahme auftreten.

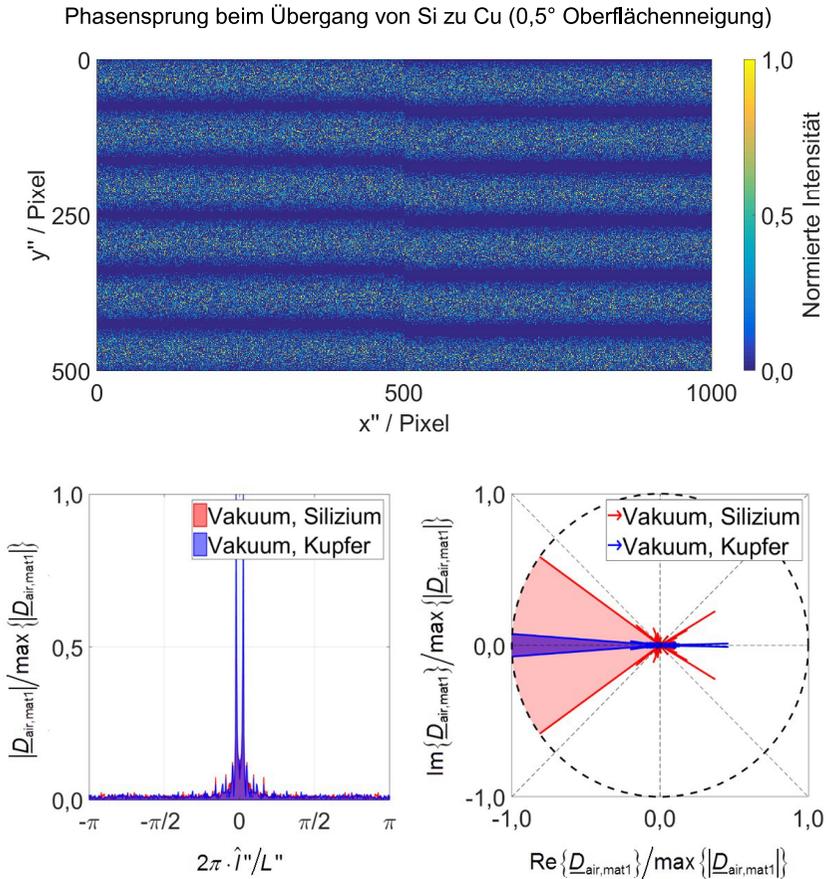


Bild 4.25: Obere Darstellung: Farbkodiertes Bild mit Interferenzstreifen infolge der virtuellen Messung einer perfekt ebenen und um $0,5^\circ$ geneigten Oberfläche. Simulation des horizontalen Materialübergangs von Silizium zu Kupfer mit erkennbarem Phasensprung zwischen der linken und der rechten Bildhälfte. Untere Darstellungen: Visualisierung des Betrags der normierten, komplexwertigen Zeiger als Ergebnis der Berechnung der DFT2D, sowie Darstellung der Phasendifferenz infolge des simulierten Materialübergangs bei Simulation eines virtuellen Mirau-Objektivs mit Brennweite $f_{\text{Mirau}} = 10$ mm, $\text{NA} = 0,40$ und einer Tubusbrennweite $f_{\text{Focus}} = 100$ mm (Resultat einer kohärenten Simulation mit $N_{\text{rays}} = 1.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen für die diskrete Wellenlänge $\lambda = 550$ nm).

5 Implementierung nichtsequentieller Ray-Tracing-Modelle

Die betrachteten Modelle des SLS und CSI wurden in dem entwickelten Ray-Tracing-Programm VTKTrace implementiert. Mithilfe der hergeleiteten Gleichungen und der beschriebenen Zusammenhänge können, bei Vorgabe einer Oberflächengeometrie $z(x,y)$, virtuelle Messungen durchgeführt werden. Allerdings bleiben bei den paraxialen Annahmen Aspekte, wie beispielsweise Linsenaberrationen, unberücksichtigt. Aus diesem Grund wurde im Programm VTKTrace, neben den beschriebenen, paraxialen Sensormodellen, ein Ray-Tracing-Algorithmus implementiert, der die nichtsequentielle Berechnung der Strahlausbreitung ermöglicht. Zusätzlich wurde eine Funktion umgesetzt, die es ermöglicht, konfokal (vgl. [82, S. 25–26]), interferometrisch (vgl. [82, S. 43–44]) oder mittels eines anderen Messprinzips erfasste Topographiedaten neben idealen, geometrischen Oberflächen virtuell zu messen.

Dieser Abschnitt befasst sich mit Informationen zu den implementierten Ray-Tracing-Algorithmen für die nichtsequentielle Simulation. Zunächst wird auf die eingesetzte Software und die verwendeten Bibliotheken eingegangen, bevor der Programmaufbau und die Algorithmen erläutert werden. Besonderheiten des Programms und mögliche Einsatzmöglichkeiten werden schließlich am Beispiel des SLS (OS500) in Abschnitt 6 vermittelt.

5.1 Entwicklungsumgebung und Bibliotheken

Das Programm VTKTrace ist ein Win32-Programm und nutzt frei verfügbare Bibliotheken, um die geometrische Strahlausbreitung in optischen Systemen auf Grundlage der physikalischen Wechselwirkung mit partiell transparenten und absorbierenden Materialien zu simulieren. Den wichtigsten Teil des Programms bildet ein eigens entwickelter, nichtsequentieller Ray-Tracing-Algorithmus, der die Interaktion emittierter Lichtstrahlen mit geometrischen Objekten innerhalb einer räumlichen Umgebung berechnet. Für die Visualisierung und die Schnittpunktberechnung geometrischer Strahlen mit virtuellen Objekten wird auf VTK zurückgegriffen. Optional kann eine GPU-basierte Ray-Tracing-Berechnung, bei vorliegender CUDA®-Unterstützung, mithilfe der DLL CADUTrace realisiert werden. Für die Benutzerinteraktion werden als grafische Bedienoberfläche Qt und für die schnelle Bild- und Datenverarbeitung OpenCV genutzt (vgl. Bild 5.1).

Qt ist ein Open-Source-Projekt, das unter anderem ein Plugin für die Entwicklungsumgebung VisualStudio® zur Verfügung stellt, mit dem sich grafische Bedienelemente, wie Fenster und interaktive Menüs, über sogenannte *signals* und *slots* für die Benutzerinteraktion verknüpfen lassen (vgl. Bild 5.1, rechte Darstellung). Qt bietet die Möglichkeit, automatisiert Klassen zu erstellen, die dem Benutzer die Steuerung des Ray-Tracing-Programms VTKTrace ermöglichen. Aufgrund der einfachen Struktur und der übersichtlichen Programmierweise wurde Qt für die Programmentwicklung ausgewählt. Nähere Informationen finden sich in [118].

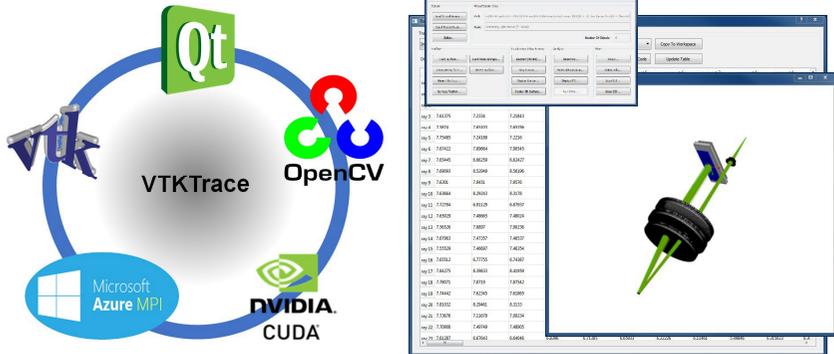


Bild 5.1: Linke Darstellung: Übersicht über die eingesetzten Bibliotheken im Programm VTKTrace. Rechte Darstellung: Interaktives Bedienfenster des Programms VTKTrace mit der gerenderten Darstellung eines Modells des nichtsequentiellen, winkelauflösenden Streulichtensors (OS500) zur Simulation der Streuwinkelverteilung bei der virtuellen Messung geometrischer Oberflächenmodelle.

OpenCV ist ein Open-Source-Projekt, das für die schnelle Bildverarbeitung entwickelt wurde. Die Bibliothek bietet die Möglichkeit der numerisch effizienten Verarbeitung zweidimensionaler und räumlicher Informationen, die beispielsweise im Zusammenhang mit Kalibrieralgorithmen genutzt werden können. Grundlegende Informationen finden sich unter anderem in [119]. Mithilfe dynamischer Speicherbereiche und diverser Datentypen ist es neben der farbkodierten Visualisierung möglich, Topographiedaten zu speichern, zu manipulieren und zu filtern. So werden implementierte Filteralgorithmen im Programm VTKTrace genutzt, um geometrische Oberflächen zu bearbeiten. Faltungsbasierte Operationen, wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben, sind beispielsweise anwendbar.

VTK ist ein Open-Source-Projekt, das unter anderem OpenGL® nutzt und für das Rendern virtueller Objekte entwickelt wurde (vgl. [120, S. 596–597]). VTK bildet die Grundlage kommerzieller Software und Open-Source-Programme, wie beispielsweise VisIt (Lawrence Livermore National Laboratory) und umfasst unter anderem Ray-Tracing-Algorithmen, die auf hierarchischen Strukturen basieren (vgl. Abschnitt 2.4.4). Exakte, physikalische Aspekte, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, werden bei der Visualisierung jedoch nicht berücksichtigt. Aus diesem Grund wurden die vorhandenen VTK-Algorithmen um physikalische Gesetzmäßigkeiten ergänzt, um die Ausbreitung und Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen mit geometrischen Oberflächen zu simulieren (vgl. Bild 5.1).

MSMPI ist ein Programm, das Berechnungen auf einem Windows-Cluster ermöglicht. Mithilfe von MSMPI können auf dem Host-Computer und auf den Knoten eines

Clusters Rechenoperationen **parallel** ausgeführt werden. Dies wird durch den Aufruf mehrerer Instanzen eines Programms, wie VTKTrace, ermöglicht. Jede Instanz, unabhängig vom rechnenden Knoten, greift dabei auf denselben Netzwerkspeicher zu. Somit können berechnete Daten lokal abgelegt und nach Abschluss des Rechenprozesses weiterverarbeitet werden. Die einzelnen Knoten eines Clusters können untereinander kommunizieren und Daten, im vorliegenden Fall Ray-Tracing-Resultate, austauschen.

CUDA[®] bezeichnet eine GPU-Architektur und eine Erweiterung der Programmiersprache C (vgl. [9, S. 14]), mithilfe derer Rechenoperationen in hohem Maße parallelisiert werden können. Für Ray Tracing und die geometrische Schnittpunktberechnung bietet sich CUDA[®] an und bildet die Grundlage der DLL CADUTrace, die in beliebige C++-Programme (32 oder 64 Bit) eingebunden werden kann. Bei kompatibler GPU-Architektur können Schnittpunktberechnungen auf der Grafikkarte durchgeführt werden.

Neben den beschriebenen Bibliotheken werden im nichtsequentiellen Teil des Programms VTKTrace zusätzlich DLLs von Herrn Professor Dr.-Ing. Jörg Seewig für den Im- und Export von Topographiedaten (**implib** und **explib**) genutzt.

5.2 Segmentierte Strahlausbreitung

Die Kernkomponente eines nichtsequentiellen, optischen Systems stellt der Ray-Tracing-Algorithmus dar, der zur Berechnung der nichtsequentiellen Strahlausbreitung verwendet wird. Je nach Algorithmus können unterschiedliche, geometrische Objekttypen berücksichtigt werden (vgl. [11, S. 89 ff.]). Neben einfachen Formen, wie Ebenen, Kugeln und Quadern, erfolgt die Betrachtung komplexerer Geometrielemente. So werden Freiformflächen und räumliche Objekte im Programm VTKTrace durch Dreiecksnetze repräsentiert, für deren Beschreibung das STL-Format genutzt wird (vgl. Bild 5.2). Damit wird ein räumliches Modell aus Strahlen und Dreiecke reduziert.

Eine virtuelle Lichtquelle wird im Programm VTKTrace durch eine Position und eine Ausrichtung, entsprechend der Angaben in Abschnitt 3.2.4, beschrieben. Die Abstrahlcharakteristik und die Geometrie der Lichtquelle werden durch Benutzerinteraktion festgelegt und orientieren sich an den beschriebenen Methoden aus Abschnitt 3.2. Die spektrale Verteilung wird durch eine textbasierte Datei (Dateiendung SPEC) beschrieben, die zu Beginn des Ray-Tracing-Prozesses geladen wird. Die enthaltenen Daten stellen eine strahlbezogene Zuordnung von Wellenlängen des diskreten Spektrums im Vakuum sicher. Die geometrischen Daten virtueller Modelle werden in eigenen, textbasierten Dateien (Dateiendung M3D) abgelegt. Es handelt sich um modifizierte INI-Dateien, in denen die Objektinformationen in Form von Attributen gespeichert werden (vgl. Anhang G). Diese können im Bedarfsfall verändert werden, um die Eigenschaften und die Anordnung geometrischer Objekte für die virtuelle Sensormodellierung anzupassen.

Da jeder emittierte Lichtstrahl potentiell mit jedem geometrischen Objekt in einer räumlichen Umgebung wechselwirken kann, werden den einzelnen Objekten spezifische Eigenschaften zugewiesen, die die Art der Interaktion von Lichtstrahlen mit diesen Objekten vorgeben. Schneidet ein Lichtstrahl ein geometrisches Objekt, beispielweise ein Dreieck eines STL-Netzes, so wird das Ausbreitungsverhalten des Lichtstrahls beeinflusst (vgl. Bild 5.2). Folglich kann sich an der Grenzschicht einer geometrischen Oberfläche die initial vorgegebene Ausbreitungsrichtung bei Reflexion oder Lichtbrechung entsprechend dieser Attribute ändern.

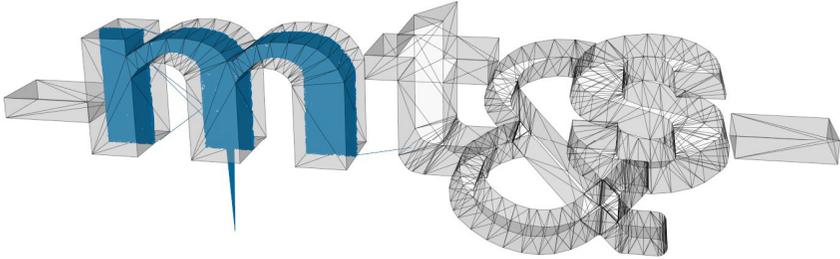


Bild 5.2: Logo des Lehrstuhls für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern (mt&s) im STL-Format (CAD-Daten bereitgestellt von Herrn Fabian Reuter). Darstellung virtueller, totalreflektierender Lichtstrahlen (blau) im Volumenkörper des Logos bei Zuweisung eines Glasmaterials mit großem Brechungsindex und Darstellung der Netzstruktur des Modells (grau). Berechnung und Visualisierung mit dem Programm VTKTrace.

Um eine nichtsequentielle Strahlausbreitung zu berücksichtigen, werden die virtuellen Lichtstrahlen durch indizierte Segmente (Index ray und Index seg) beschrieben. Ein Strahlsegment berechnet sich mit der Geradengleichung

$$\mathbf{x}_{\text{ray,seg}+1} = \mathbf{x}_{\text{ray,seg}} + \mu_{\text{tri,ray,seg}} \cdot \Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}} \quad \text{mit } \text{seg} \in \{0, \dots, N_{\text{seg}} - 1\}, \quad (5.1)$$

wobei N_{seg} die Anzahl maximal berechenbarer Strahlsegmente, Δ_r die maximal zulässige Länge eines virtuellen Lichtstrahls und $\mathbf{d}_{\text{ray,seg}}$ den normierten Richtungsvektor des Lichtstrahls innerhalb des Segments angibt. $\mu_{\text{tri,ray,seg}}$ ist die Parametrisierungsvariable zwischen zwei Schnittpunkten. Die Variable wird ersatzweise durch $\tilde{\mu}_{\text{tri,ray,seg}}$ für die Betrachtung potentieller, das heißt nicht evaluierter, Schnittpunkte substituiert. Ein geometrischer Schnittpunkt mit einem indizierten Dreieck (Index tri) kann nur dann vorliegen, wenn die Bedingung

$$\mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}} = \mathbf{x}_{\text{ray,seg}} + \tilde{\mu}_{\text{tri,ray,seg}} \cdot \Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}} \quad \text{mit } 0 < \tilde{\mu}_{\text{tri,ray,seg}} < 1 \quad (5.2)$$

für einen potentiellen Schnittpunkt $\mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}}$ erfüllt ist. Der Schnittpunkt der Geraden mit der Dreiecksebene wird mithilfe der Dreieckspunkte \mathbf{p}_{tri} , \mathbf{q}_{tri} und \mathbf{r}_{tri} mit der Gleichung

$$\left(\mathbf{x}_{\text{ray,seg}} + \tilde{\mu}_{\text{tri,ray,seg}} \cdot \Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}} - \mathbf{p}_{\text{tri}}\right)^T \cdot \underbrace{\frac{(\mathbf{q}_{\text{tri}} - \mathbf{p}_{\text{tri}}) \times (\mathbf{r}_{\text{tri}} - \mathbf{q}_{\text{tri}})}{(\mathbf{q}_{\text{tri}} - \mathbf{p}_{\text{tri}}) \times (\mathbf{r}_{\text{tri}} - \mathbf{q}_{\text{tri}})}}_{\mathbf{n}_{\text{tri}}} = 0 \quad (5.3)$$

berechnet. \mathbf{n}_{tri} ist der Normalenvektor. Um zu überprüfen, ob der berechnete Schnittpunkt $\mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}}$ innerhalb der Dreiecksgrenzen liegt, wird der Ansatz nach Jordan (vgl. [121]) gewählt. Gemäß Jordan-Algorithmus kann mit einer geringen Anzahl an Rechenoperationen und ohne numerisch aufwendige, trigonometrische Berechnungen die Lage des potentiellen Schnittpunkts überprüft werden (vgl. Bild 5.3).

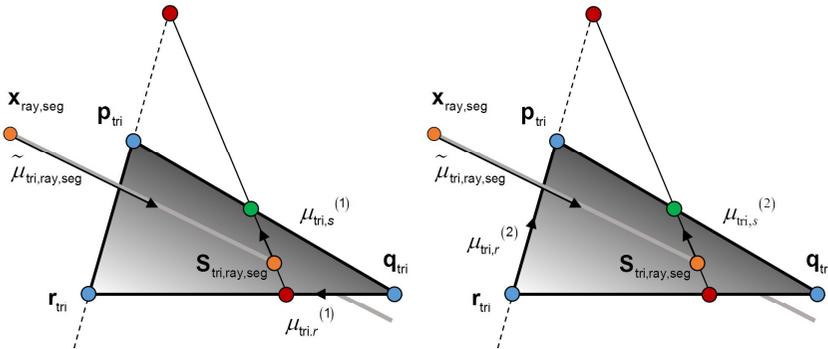


Bild 5.3: Schnittpunktberechnung als Anwendung der Polygonanalyse nach Jordan ([121]) am Beispiel eines Dreiecks zur Überprüfung der Lage eines virtuellen Schnittpunkts $\mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}}$. Linke Darstellung: Geometrische Beziehungen zur Berechnung der Parameter $\mu_{\text{tri},r}^{(1)}$ und $\mu_{\text{tri},s}^{(1)}$. Rechte Darstellung: Geometrische Beziehungen zur Berechnung der Parameter $\mu_{\text{tri},r}^{(2)}$ und $\mu_{\text{tri},s}^{(2)}$.

Der Kurvensatz nach Jordan besagt, dass ein vom Punkt $\mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}}$ ausgehender, in der Dreiecksebene befindlicher Strahl die Kanten des Dreiecks genau einmal schneidet, wenn sich dieser innerhalb der geometrischen Grenzen befindet. Bei effizienter Umsetzung müssen demnach die Schnittpunkte mit zwei Geraden in der Dreiecksebene berechnet werden. Die Geradenparameter $\mu_{\text{tri},r}^{(1)}$ und $\mu_{\text{tri},s}^{(1)}$ (vgl. Bild 5.3, linke Darstellung) werden zu

$$\left(\mathbf{r}_{\text{tri}} - \mathbf{q}_{\text{tri}}\right) \cdot \mu_{\text{tri},r}^{(1)} - \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot (\mathbf{p}_{\text{tri}} + \mathbf{q}_{\text{tri}}) - \mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}}\right)}_{\mathbf{v}_{\text{tri}}} \cdot \mu_{\text{tri},s}^{(1)} = \mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}} - \mathbf{q}_{\text{tri}} \quad (5.4)$$

berechnet, wobei der Endpunkt des Strahls in Richtung des Vektors \mathbf{v}_{tri} durch den Schwerpunkt der Eckpunkte \mathbf{p}_{tri} und \mathbf{q}_{tri} verläuft. Das Vorgehen zur Berechnung von $\mu_{\text{tri},r}^{(2)}$ und $\mu_{\text{tri},s}^{(2)}$ ist analog. Durch Berechnung der Pseudoinversen wird das Problem in die mathematische Form

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{r}_{\text{tri}} - \mathbf{q}_{\text{tri}})^T \cdot (\mathbf{r}_{\text{tri}} - \mathbf{q}_{\text{tri}}) & (\mathbf{q}_{\text{tri}} - \mathbf{r}_{\text{tri}})^T \cdot \mathbf{v}_{\text{tri}} \\ (\mathbf{q}_{\text{tri}} - \mathbf{r}_{\text{tri}})^T \cdot \mathbf{v}_{\text{tri}} & \mathbf{v}_{\text{tri}}^T \cdot \mathbf{v}_{\text{tri}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_{\text{tri},r}^{(1)} \\ \mu_{\text{tri},s}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathbf{r}_{\text{tri}} - \mathbf{q}_{\text{tri}})^T \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}^-} \\ \mathbf{q}_{\text{tri}} \end{pmatrix} \\ \mathbf{v}_{\text{tri}}^T \cdot (\mathbf{q}_{\text{tri}} - \mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}}) \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

gebracht. Eine Überprüfung der numerischen Werte von $\mu_{\text{tri},r}^{(1)}$ und $\mu_{\text{tri},s}^{(1)}$ liefert bei Invertierung das Resultat. Schneidet der vom virtuellen Schnittpunkt ausgehende Strahl in positiver Richtung genau eine der Seiten innerhalb der Dreiecksbegrenzung, so liegt ein wahrer Schnittpunkt vor, der für die Berechnung der Strahlfortsetzung genutzt wird. Folglich gilt

$$\mathbf{x}_{\text{ray,seg}+1} = \left\{ \mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}} \mid \left| \mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}} - \mathbf{x}_{\text{ray,seg}} \right| = \min_{\text{tri}} \left\{ \left| \mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}} - \mathbf{x}_{\text{ray,seg}} \right| \right\} \right\} \quad (5.6)$$

mit der Nebenbedingung

$$0 < \tilde{\mu}_{\text{tri,ray,seg}} \quad \text{oder} \quad 0 < \tilde{\mu}_{\text{tri,ray,seg}} \leq 1. \quad (5.7), (5.8)$$

Je nachdem, ob eine maximale Segmentlänge Δ_r vorgegeben wird, wird wahlweise Bedingung (5.7) oder Bedingung (5.8) für die Berechnung herangezogen. Ausgehend von dem berechneten Schnittpunkt wird die weitere Strahlausbreitung berechnet. Aus dem Verlauf werden dann Informationen, wie die optische Weglängendifferenz, abgeleitet.

Die mit $\mu_{\text{ray,seg}}$ parametrisierte, optische Weglängendifferenz $\text{opd}_{\text{ray,seg}}(\mu_{\text{ray,seg}}, \lambda_{\text{ray}})$ zwischen zwei geometrischen Schnittpunkten $\mathbf{x}_{\text{ray,seg}}$ und $\mathbf{x}_{\text{ray,seg}+1}$ ergibt sich, aufgrund der Dispersion (vgl. Abschnitt 2.2), in Abhängigkeit der zugeordneten Wellenlänge λ_{ray} . Der Brechungsindex in der Umgebung des Strahlsegments wird dazu mit $\underline{n}_{r,\text{ray,seg}}(\lambda_{\text{ray}})$ angegeben und berechnet sich entsprechend der in Anhang G aufgelisteten Attribute. Optional kann der chromatische Einfluss durch die Vorgabe $\text{Re}\{\underline{n}_{r,\text{ray,seg}}\} = n_d$ unterbunden werden.

Tatsächlich stellt bei der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen die Frequenz und nicht die Wellenlänge der elektromagnetischen Welle eine invariante Größe dar. Da dem Brechungsindex jedoch die in Abschnitt 2.2 beschriebenen, phänomenologischen Eigenschaften zur Beschreibung des Brechungsverhaltens zugrunde liegen, wurde die Wellenlänge im Vakuum als Attribut eines virtuellen Strahls festgelegt. Somit kann auch bei einer weiterreichenden Implementierung die Näherung nach Sellmeier (vgl. [25]) zur Beschreibung optischer Materialien einfach berücksichtigt werden. Der komplexwertige Brechungsindex ergibt sich dann in

Abhängigkeit des Mediums, welches das betrachtete Strahlsegment umschließt. Die geometrische Wegdifferenz $\Delta r_{\text{ray,seg}}$, sowie die optische Weglängendifferenz $\text{opd}_{\text{ray,seg}}$ innerhalb des betrachteten Strahlsegments, berechnen sich entsprechend zu

$$\text{opd}_{\text{ray,seg}}(\mu_{\text{ray,seg}}, \lambda_{\text{ray}}) = \text{Re} \left\{ \underline{n}_{r,\text{ray,seg}}(\lambda_{\text{ray}}) \right\} \cdot \underbrace{\mu_{\text{ray,seg}} \cdot \left| \mathbf{x}_{\text{ray,seg}+1} - \mathbf{x}_{\text{ray,seg}} \right|}_{\Delta r_{\text{ray,seg}}(\mu_{\text{ray,seg}})} \quad (5.9)$$

mit $0 \leq \mu_{\text{ray,seg}} \leq 1$. Die resultierende geometrische Weglänge $\Delta r_{\text{ray}}(\mu_{\text{ray,seg}})$ und die korrespondierende, optische Weglänge $\text{opd}_{\text{ray}}(\mu_{\text{ray,seg}}, \lambda_{\text{ray}})$ werden durch Summation der indizierten, segmentierten Einzelstrecken berechnet. Unter der Voraussetzung $\text{seg} \geq 1$ folgt für den resultierenden, geometrischen Pfad innerhalb des betrachteten Strahlsegments seg

$$\Delta r_{\text{ray}}(\mu_{\text{ray,seg}}) = \mu_{\text{ray,seg}} \cdot \Delta r_{\text{ray,seg}}(\mu_{\text{ray,seg}}) + \sum_{\text{seg}=0}^{\text{seg}-1} \Delta r_{\text{ray,seg}}(\widehat{\mu}_{\text{ray,seg}} = 1) \quad (5.10)$$

und für den resultierenden, optischen Pfad

$$\text{opd}_{\text{ray}} \left(\begin{matrix} \mu_{\text{ray,seg}^*} \\ \lambda_{\text{ray}} \end{matrix} \right) = \mu_{\text{ray,seg}} \cdot \text{opd}_{\text{ray,seg}} \left(\begin{matrix} \mu_{\text{ray,seg}^*} \\ \lambda_{\text{ray}} \end{matrix} \right) + \sum_{\text{seg}=0}^{\text{seg}-1} \text{opd}_{\text{ray,seg}} \left(\begin{matrix} \mu_{\text{ray,seg}} \\ = 1, \lambda_{\text{ray}} \end{matrix} \right). \quad (5.11)$$

Zur Verdeutlichung des Prinzips ist in Bild 5.4 (linke Darstellung) exemplarisch die nichtsequentielle Ausbreitung von Lichtstrahlen in einem virtuellen Raum dargestellt. Zusätzlich werden in Bild 5.4 (rechte Darstellung) die berechneten Pfade gemäß Gleichung (5.10) für einige virtuelle Strahlen der nichtsequentiellen Simulation in Abhängigkeit des Strahlsegments seg visualisiert. Eine Übertragung der Resultate auf optische Weglängen ist nach Gleichung (5.11) einfach möglich. Zusätzlich sind in Bild 5.5 die geometrischen Schnittpunkte der virtuellen Strahlsegmente in Form einer Vertikalprojektion dargestellt, die neben anderen Parametern aus dem Programm extrahiert werden können. Die im Modell (vgl. Bild 5.4, linke Darstellung) enthaltenen, virtuellen Objekte treten hervor. Damit kann das Programm auch für die Beleuchtungssimulation in virtuellen Räumen eingesetzt werden.

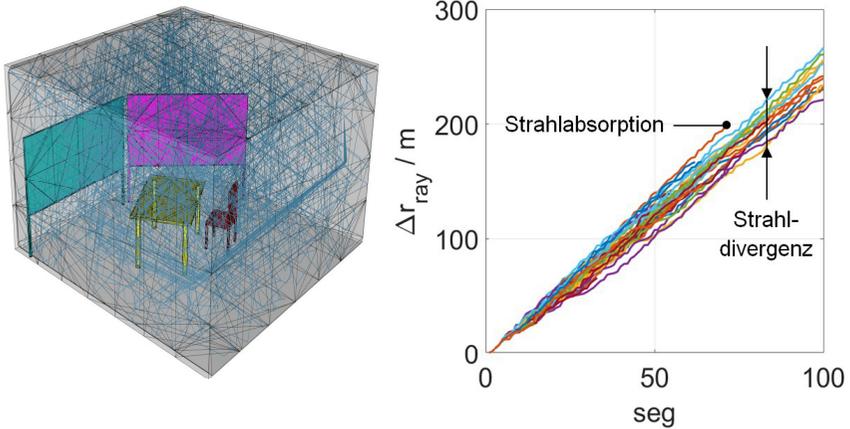


Bild 5.4: Linke Darstellung: Visualisierung der segmentierten, nichtsequentiellen Strahlausbreitung in einem virtuellen Raum im Programm VTKTrace bei Annahme strahlreflektierender und absorbierender Objekte (blaue Darstellung der Strahlsegmente). Rechte Darstellung: Divergenz der Weglängen bei punktförmiger Strahlemission im virtuellen Raum als Folge auftretender Mehrfachreflexionen. Betrachtung einer geringen Auswahl virtueller Strahlen der linken Darstellung.

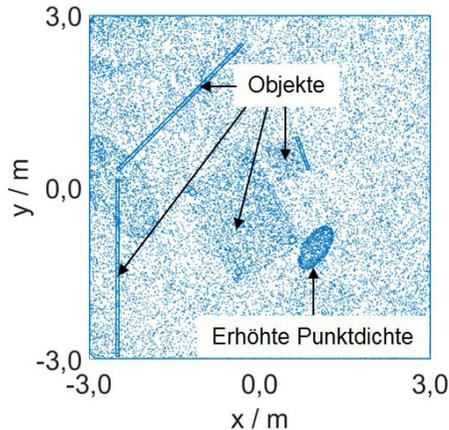


Bild 5.5: Visualisierung der Projektion geometrischer Schnittpunkte virtueller Strahlsegmente des in Bild 5.4 abgebildeten virtuellen Raumes. Die Bereiche mit erhöhter Strahldichte sind deutlich zu erkennen. Die Konturen der geometrischen Objekte treten deutlich hervor.

Durch die Dispersionsabhängigkeit des Lichts und die komplexwertige Angabe der Brechzahlen können bei der Simulation auch Effekte wie die chromatische Aberration und materialbedingte Dämpfungseinflüsse entsprechend der Angaben in Gleichung (2.11) berücksichtigt werden. Zur Simulation des chromatischen Einflusses werden beim Ray-Tracing-Algorithmus K_d diskrete Wellenlängen in Form einer intensitätsbezogenen Spektralverteilung $\eta_d[k_d]$ entsprechend der Angaben in Abschnitt 4.2.6.3 berücksichtigt. Die diskrete Spektralverteilung wird als Wahrscheinlichkeitsverteilung aufgefasst. In Abhängigkeit der Anteile wird demnach festgelegt, welche Wellenlänge einem emittierten, virtuellen Lichtstrahl zugewiesen wird. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung berechnet sich zu

$$P_d[k_d] = \eta_d[k_d] / \sum_{d=0}^{K_d-1} \eta_d[k_d]. \quad (5.12)$$

5.3 Ray-Tracing-Implementierung auf der GPU

Das Ziel der GPU-Implementierung besteht darin, die in Abschnitt 5.2 beschriebene, segmentabhängige Strahlausbreitung numerisch effizient unter Berücksichtigung der vorliegenden Dreiecksverteilung zu berechnen. Da der Rechenaufwand proportional zur Dreieckszahl ist, wurde ein Algorithmus für eine Sortierung und Adressierung der Dreiecke in der DLL CADUTrace implementiert. Eine Parallelisierung von Prozessen mithilfe von Threads ermöglicht die performante Umsetzung. Für alternative Methoden wird auf Abschnitt 2.4.4, sowie [11, S. 201 ff., 122] verwiesen.

5.3.1 Informationen zur Parallelisierung mit CUDA®

Um das parallelisierte Rechnen auf GPUs des Herstellers NVIDIA® umzusetzen, wird auf die Architektur CUDA® zurückgegriffen. Verfügbare Software des Herstellers beinhaltet unter anderem einen Compiler. Als Entwicklungsumgebung dient VisualStudio®. Im Rahmen der praktischen Umsetzung werden Rechenoperationen bei der Verwendung von CUDA® auf Blöcke und Threads (vgl. [9, S. 69 ff.]) aufgeteilt. Während Blöcke sequentiell abgearbeitet werden, werden threadbasierte Operationen parallel berechnet. Detaillierte Informationen der zugrunde liegenden GPU-Architektur finden sich in [9].

Vor Beginn des GPU-Rechenprozesses werden statische Speicherbereiche allokiert. Zweckmäßigerweise werden threadspezifische Bereiche zur Vermeidung von Zugriffskonflikten über eindeutige Identifikationsnummern zugeordnet. Bild 5.6 gibt einen Überblick über die Umsetzung des nichtsequentiellen Ray-Tracing-Algorithmus im Programm VTKTrace. Bei dem dargestellten Algorithmus wird die geometrische Strahlausbreitung auf der GPU mithilfe der DLL CADUTrace berechnet. Physikalische Berechnungen, die Polarisierungseffekte oder die Interaktion elektrischer Feldstärkevektoren mit geometrischen Oberflächen beinhalten, werden gänzlich auf dem Host-Computer ausgeführt. Vordergrundig sind die Host-Berechnungen auf den Programmieraufwand, material- und objektabhängige

Eigenschaften, sowie Debugging-Möglichkeiten zurückzuführen. Nachteilig sind hingegen die Geschwindigkeitseinbußen gegenüber reinen GPU-Berechnungen. Insgesamt überwiegen aus entwicklungstechnischer Sicht jedoch die Vorteile, die mit einer kombinierten Host- und GPU-Berechnung, wie in Bild 5.6 dargestellt, einhergehen.

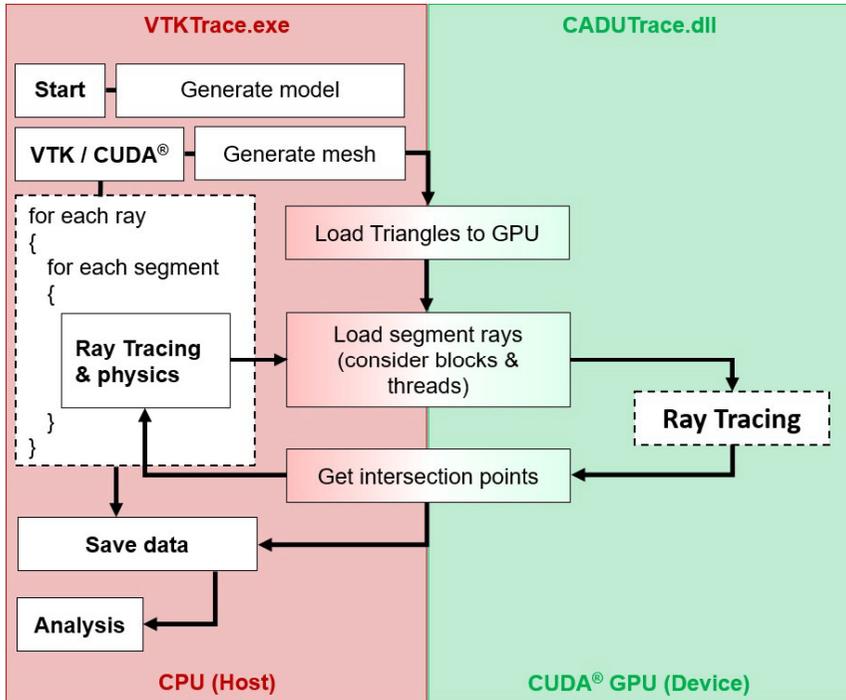


Bild 5.6: Umsetzung des nichtsequentiellen Ray-Tracing-Algorithmus im Programm VTKTrace und Darstellung der Interaktion des Hauptprogramms mit der DLL CADUTrace für die Parallelisierung von Ray-Tracing-Berechnungen auf der GPU

Entsprechend Bild 5.6 sind GPU-Berechnungen rein optional und auch nur dann möglich, wenn eine CUDA[®]-fähige Prozessorarchitektur von dem implementierten Algorithmus der DLL CADUTrace erkannt wird. Da das Programm auf der Bibliothek VTK basiert, können alternativ auch VTK-spezifische, implementierte Ray-Tracing-Algorithmen genutzt werden. Im Programm VTKTrace ist eine Auswahlmöglichkeit vorgesehen. Um die Zahl an Rechenoperationen zwecks performanter Umsetzung niedrig zu halten, werden Prozesse parallelisiert. Eine Methode zur Reduzierung

notwendiger Berechnungen ist das Rastern, das sich, in Kombination mit der GPU-Implementierung mit CUDA[®], für die parallele Datenverarbeitung eignet.

5.3.2 Rasterung

Bei der Rasterung wird ein Volumen in kubische Segmente unterteilt (vgl. äquidistantes Raster in Bild 5.7). Dieses ist nicht notwendigerweise äquidistant (vgl. Abschnitt 2.4.4.5). Virtuelle Lichtstrahlen durchdringen dieses gerasterte Volumen. Ein Strahl wird dabei analog zu Gleichung (5.2) mit einer Geradengleichung

$$\mathbf{g}_{\text{ray,seg}}(\mu_{\text{ray,seg}}) = \mathbf{x}_{\text{ray,seg}} + \mu_{\text{ray,seg}} \cdot \Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}} \quad (5.13)$$

beschrieben. Es wird angenommen, dass die Achsen des Referenzsystems (vgl. Abschnitt 3.1) und die Kanten des Quaders übereinstimmen. Somit ist die Methode analog zu den AABBs zu sehen.

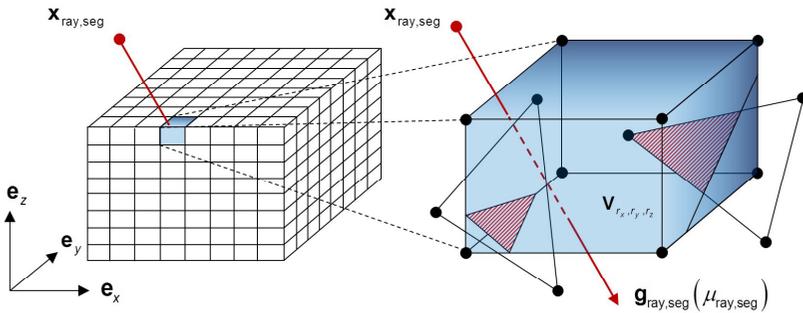


Bild 5.7: Prinzip der Volumenrasterung (äquidistante Darstellung von AABBs) zur Berechnung der geometrischen Strahlausbreitung am Beispiel virtueller Dreiecke

Für jedes Volumenelement wird überprüft, ob dieses von einem virtuellen Strahlensegment durchdrungen wird. Liegt ein geometrischer Schnittpunkt zwischen einem Dreieck und mindestens einer der Seiten des Volumenelements vor, oder befinden sich alle Eckpunkte des Dreiecks innerhalb des kubischen Volumens, wird das entsprechende Dreieck bei der Berechnung berücksichtigt. Anderenfalls entfallen aufwendige Schnittberechnungen innerhalb des Volumens. Die Koordinaten der Kanten des Quaders, der die zu analysierende räumliche Szene umschließt, sind mit $(\hat{x}_{\min}, \hat{x}_{\max})$, $(\hat{y}_{\min}, \hat{y}_{\max})$ und $(\hat{z}_{\min}, \hat{z}_{\max})$ gegeben. Bei äquidistanter Rasterung R_x, R_y, R_z entlang der Achsen ergeben sich insgesamt $(R_x + 1) \cdot (R_y + 1) \cdot (R_z + 1)$ Eckpunkte, die jeweils die Grenzen der Volumenelemente beschreiben. Die Koordinaten berechnen sich zu

$$\begin{pmatrix} x_{r_x} \\ y_{r_y} \\ z_{r_z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_{\min} + \frac{\hat{x}_{\max} - \hat{x}_{\min}}{R_x} \cdot r_x \\ \hat{y}_{\min} + \frac{\hat{y}_{\max} - \hat{y}_{\min}}{R_y} \cdot r_y \\ \hat{z}_{\min} + \frac{\hat{z}_{\max} - \hat{z}_{\min}}{R_z} \cdot r_z \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

mit $(r_x, r_y, r_z) \in (\{0, \dots, R_x\}, \{0, \dots, R_y\}, \{0, \dots, R_z\})$. Betrachtet wird der Schnitt mit einem quaderförmigen Volumenelement $\mathbf{V}_{r_x, r_y, r_z}$. Für einen im Volumenelement befindlichen Raumpunkt \mathbf{x} gilt demnach

$$\mathbf{x} \in \mathbf{V}_{r_x, r_y, r_z} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x \in [x_{r_x+0}, x_{r_x+1}], y \in [y_{r_y+0}, y_{r_y+1}], z \in [z_{r_z+0}, z_{r_z+1}] \right\}. \quad (5.15)$$

Für eine Schnittpunktanalyse werden die begrenzenden Ebenen des Volumenelements $\mathbf{V}_{r_x, r_y, r_z} \in \mathbb{R}^3$ entsprechend der Gleichung (5.14) betrachtet. Ausbreitungsrichtung und Flächennormale der Ebene werden bei der Schnittpunktberechnung berücksichtigt. Es wird vorausgesetzt, dass sich der initiale Startpunkt des Strahlsegments außerhalb des beschriebenen Volumenelements befindet. Exemplarisch wird die Strahlausbreitung in positiver x -Richtung betrachtet. Die Ebenengleichung eines Volumenelements in x -Richtung wird mit

$$E_{r_x, r_y, r_z}^{(x)}(\mathbf{x}) : (\mathbf{x}^T - (x_{r_x} \ y \ z)) \cdot (1 \ 0 \ 0)^T = x_{r_x} \quad (5.16)$$

angegeben. Entsprechend folgt

$$(x_{r_x} \ y \ z)^T = \mathbf{x}_{\text{ray,seg}} + \mu_{\text{ray,seg}} \cdot \Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}}. \quad (5.17)$$

Gemäß Geradengleichung liegt ein Schnittpunkt mit einer rechteckigen Seitenfläche des finiten Volumenelements vor, wenn die Bedingungen

$$\mathbf{x}_{\text{ray,seg}} \cdot (1 \ 0 \ 0)^T \leq x_{r_x} \leq (\mathbf{x}_{\text{ray,seg}} + \Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}})^T \cdot (1 \ 0 \ 0)^T, \quad (5.18)$$

$$y_{r_y} \leq \left(\mathbf{x}_{\text{ray,seg}} + \frac{x_{r_x} - \mathbf{x}_{\text{ray,seg}}^T \cdot (1 \ 0 \ 0)^T}{\Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}}^T \cdot (1 \ 0 \ 0)^T} \cdot \Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}} \right)^T \cdot (0 \ 1 \ 0)^T \leq y_{r_y+1} \quad (5.19)$$

und

$$z_{rz} \leq \left(\mathbf{x}_{\text{ray,seg}} + \frac{x_{rx} - \mathbf{x}_{\text{ray,seg}}^T \cdot (1 \ 0 \ 0)^T}{\Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}}^T \cdot (1 \ 0 \ 0)^T} \cdot \Delta_r \cdot \mathbf{d}_{\text{ray,seg}} \right)^T \cdot (0 \ 0 \ 1)^T \leq z_{rz+1} \quad (5.20)$$

erfüllt sind. Analoge Beziehungen gelten für die Schnittpunktberechnung mit den Ebenen $E_{r_x, r_y, r_z}^{(y)}$ und $E_{r_x, r_y, r_z}^{(z)}$ in y - und z -Richtung. Unter diesen Voraussetzungen schneidet das virtuelle Strahlsegment das Volumenelement. Der beschriebene Algorithmus eignet sich für die GPU-Berechnung, da dieser weder Divisions- noch rechenaufwendige Wurzelberechnungen erfordert.

5.3.3 Octree-Implementierung

Die Octree-Implementierung (vgl. Abschnitt 2.4.4.5) beschreibt eine räumliche Unterteilung des euklidischen Raumes in quaderförmige Volumenelemente $\mathbf{V}_{\text{ID}_{\text{box}}}$. Ziel ist es, die Zahl notwendiger Rechenoperationen zur Beschreibung der geometrischen Strahlausbreitung zu minimieren. Die Methode ist in Analogie zu dem in Abschnitt 5.3.2 beschriebenen Prinzip zu sehen (vgl. [11, S. 218–223]). Dreiecke werden dabei auf eine hierarchische Struktur aufgeteilt. Die Verzweigung der Struktur nimmt in Abhängigkeit der maximalen Tiefe $D_{\text{Octree}} \in \mathbb{N}$ exponentiell zu. Für die Gesamtzahl an Volumenelementen gilt

$$N_{\text{boxes}}[D_{\text{Octree}}] = \sum_{d_{\text{Octree}}=0}^{D_{\text{Octree}}} 8^{d_{\text{Octree}}} \quad (5.21)$$

Zur Adressierung der Volumenelemente der Struktur werden spezifische Identifikationsnummern eingeführt. Diese sind in Bild 5.8 von der nullten bis zur vierten Ebene dargestellt.

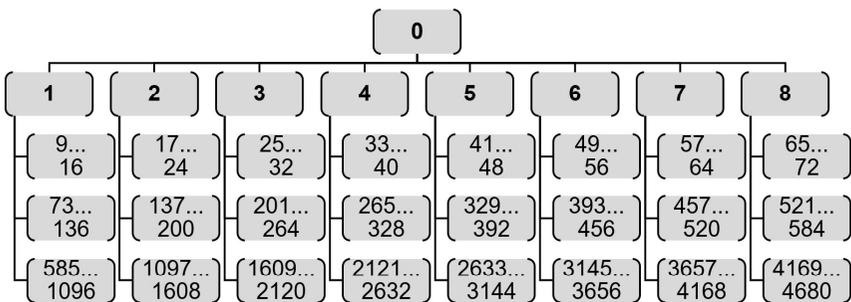


Bild 5.8: Einführung eindeutiger Identifikationsnummern für die Adressierung raumunterteiler Quader für die Octree-Implementierung. Darstellung der den Volumenelementen zugewiesenen Identifikationsnummern ID_{box} einer Octree-Struktur bis zur vierten Ebene.

Die Identifikationsnummern ID_{box} berechnen sich in Abhängigkeit der betrachteten Ebene $d_{\text{Octree}} \in \mathbb{N}$. Es gilt

$$ID_{\text{box}}[d_{\text{Octree}}] \in \begin{cases} \{0\} & \text{wenn} & d_{\text{Octree}} = 0 \\ \left\{ \sum_{\hat{d}_{\text{Octree}}=1}^{d_{\text{Octree}}} \left(8^{\hat{d}_{\text{Octree}}-1} \right), \dots, \right. & & \\ \left. \sum_{\hat{d}_{\text{Octree}}=1}^{d_{\text{Octree}}} \left(8^{\hat{d}_{\text{Octree}}-1} \right) + 8^{d_{\text{Octree}}} - 1 \right\} & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.22)$$

Die Ebene in Abhängigkeit einer vorgegebenen Identifikationsnummer berechnet sich umgekehrt zu

$$d_{\text{Octree}}[ID_{\text{box}}] = \begin{cases} 0 & \text{wenn} & ID_{\text{box}} = 0 \\ D_{\text{Octree}} & \text{mit} & \sum_{\hat{d}_{\text{Octree}}=0}^{D_{\text{Octree}}-1} 8^{\hat{d}_{\text{Octree}}} \leq ID_{\text{box}} < \sum_{\hat{d}_{\text{Octree}}=0}^{D_{\text{Octree}}} 8^{\hat{d}_{\text{Octree}}} \end{cases} \quad (5.23)$$

In jeder Ebene des Baumes werden zusätzlich ebenenspezifische Identifikationsnummern definiert, um die Begrenzungen der Volumenelemente festzulegen. Diese werden im Vektor $\mathbf{id}[ID_{\text{box}}]$ zusammengefasst. Es gilt

$$\mathbf{id}[ID_{\text{box}}] = (id_{u=0}[ID_{\text{box}}] \quad id_{u=1}[ID_{\text{box}}] \quad id_{u=2}[ID_{\text{box}}])^T, \quad (5.24)$$

wobei

$$id_u[ID_{\text{box}}] = \begin{cases} ID_{\text{box}} & \text{wenn} & ID_{\text{box}} = 0 \\ \text{mod} \left(\left(\frac{ID_{\text{box}} - \left(\sum_{\hat{d}_{\text{Octree}}=0}^{d_{\text{Octree}}[ID_{\text{box}]}-1} 8^{\hat{d}_{\text{Octree}}} \right)}{2^{u \cdot d_{\text{Octree}}[ID_{\text{box}]}} \right), 2^{d_{\text{Octree}}[ID_{\text{box}]}} \right) & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.25)$$

mit $u \in \{0,1,2\}$ zur Angabe der drei Raumrichtungen festgelegt wird. Umgekehrt berechnet sich die Identifikationsnummer in Abhängigkeit der ebenenspezifischen Identifikationsnummer zu

$$ID_{\text{box}}[\mathbf{id}, d_{\text{Octree}}] = \begin{cases} 0 & \text{wenn} & d_{\text{Octree}} = 0 \\ N_{\text{boxes}}[d_{\text{Octree}} - 1] + \sum_{u=0}^2 id_u \cdot 2^{u \cdot d_{\text{Octree}}} & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.26)$$

Schließlich können die Grenzen des entsprechenden Kontrollvolumens (vgl. Bild 5.9) angegeben werden. Dies ist letztlich entscheidend, da die Volumenelemente die

Dreiecke umschließen. Die Ebenen der Grenzflächen ergeben sich mit der in Abschnitt 5.3.2 eingeführten Volumenbegrenzung zu

$$x_{r_x}[\text{ID}_{\text{box}}] = \hat{x}_{\min} + (\hat{x}_{\max} - \hat{x}_{\min}) \cdot (\text{id}_{u=0}[\text{ID}_{\text{box}}] + 0) / 2^{d_{\text{Octree}}[\text{ID}_{\text{box}}]} \quad (5.27)$$

und

$$x_{r_{x+1}}[\text{ID}_{\text{box}}] = \hat{x}_{\min} + (\hat{x}_{\max} - \hat{x}_{\min}) \cdot (\text{id}_{u=0}[\text{ID}_{\text{box}}] + 1) / 2^{d_{\text{Octree}}[\text{ID}_{\text{box}}]}, \quad (5.28)$$

wobei $R_x = 2^{d_{\text{Octree}}[\text{ID}_{\text{box}}]}$ gilt. Analoge Zusammenhänge gelten für die Ebenen in y -Richtung ($y_{r_y}[\text{ID}_{\text{box}}]$ und $y_{r_{y+1}}[\text{ID}_{\text{box}}]$) und in z -Richtung ($z_{r_z}[\text{ID}_{\text{box}}]$ und $z_{r_{z+1}}[\text{ID}_{\text{box}}]$).

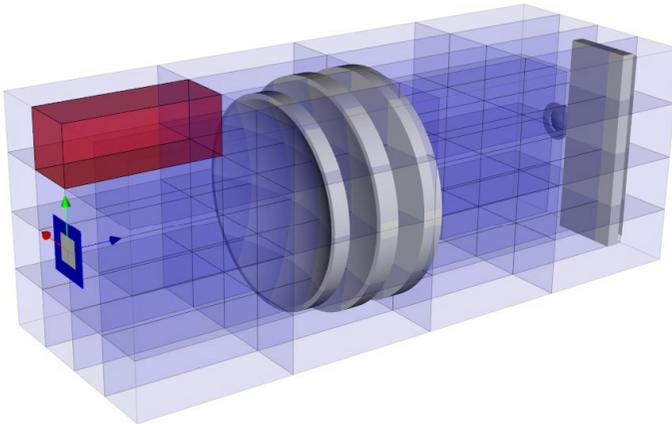


Bild 5.9: Visualisierung des nichtsequentiellen Modells des Sensors OS500, sowie der zugrunde liegenden Raumunterteilung (Octree-Struktur) im Programm VTKTrace für den Fall $D_{\text{Octree}} = 2$. Unterteilung des virtuellen Raumes in äquidistante Volumensegmente (vgl. farbige Hervorhebung), welche mittels Identifikationsnummern adressiert werden und zur Unterteilung der Dreiecke in der dreidimensionalen Umgebung zur Berechnung der Strahlausbreitung mit CUDA® dienen.

Geometriebedingt ist es möglich, dass bei der Unterteilung des Raumes ein Dreieck mehrere Volumenelemente schneidet (vgl. Bild 5.7 und Bild 5.9). In diesem Fall wird das Dreieck ausschließlich der übergeordneten Ebene und damit allen darunter befindlichen Elementen gleichermaßen zugeordnet. Die übergeordnete Identifikationsnummer $\hat{\text{ID}}_{\text{box}}$ berechnet sich zu

$$\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}[\text{ID}_{\text{box}}] = \lfloor (\text{ID}_{\text{box}} - \frac{1}{2}) / 8 \rfloor \text{ mit } \text{ID}_{\text{box}} \geq 1. \quad (5.29)$$

Damit kann sich ein Dreieck potentiell in jedem der Volumenelemente befinden, die der Identifikationsnummer $\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}$ untergeordnet sind. Der entsprechende Wertebereich ergibt sich zu

$$\text{ID}_{\text{box}}[\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}] \in \begin{cases} \{1, \dots, 8\} & \text{wenn } \widehat{\text{ID}}_{\text{box}} = 0 \\ \{\min_{\text{ID}}\{\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}\}, \dots, \min_{\text{ID}}\{\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}\} + 7\} & \text{wenn } \widehat{\text{ID}}_{\text{box}} \geq 1 \end{cases} \quad (5.30)$$

mit

$$\min_{\text{ID}}\{\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}\} = \left(\sum_{\hat{d}_{\text{Octree}}=1}^{d_{\text{Octree}}[\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}]+1} (8^{\hat{d}_{\text{Octree}}-1}) \right) + 8 \cdot \left(\sum_{\hat{d}_{\text{Octree}}=1}^{\widehat{\text{ID}}_{\text{box}} - \sum_{\hat{d}_{\text{Octree}}=1}^{d_{\text{Octree}}[\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}]} (8^{\hat{d}_{\text{Octree}}-1})} (8^{\hat{d}_{\text{Octree}}-1}) \right). \quad (5.31)$$

Für eine effiziente Implementierung werden die Informationen zur Lage einzelner Dreiecke zu Beginn des Ray Tracings einmalig berechnet und in Form eines Lookup-Tables hinterlegt. Der Lookup-Table enthält, in Abhängigkeit der maximalen Tiefe D_{Octree} der Baumstruktur, für jedes Volumenelement eine Identifikationsnummer ID_{box} zur Adressierung der enthaltenen Dreiecke. Gemäß den angegebenen Gleichungen kann ein Rückschluss auf die Lage der Dreiecke umschließenden Volumenbegrenzungen erzielt werden.

Schneidet ein Dreieck mehrere Volumenelemente (vgl. Bild 5.7, rechte Darstellung), dann werden unterschiedlichen Elementen identische Dreiecke zugeordnet. Es gilt

$$\text{ID}_{\text{box}} \begin{pmatrix} \mathbf{p}_{\text{tri}} \\ \mathbf{q}_{\text{tri}} \\ \mathbf{r}_{\text{tri}} \end{pmatrix} = \begin{cases} \text{ID}_{\text{box}} & \text{wenn } \left(\begin{pmatrix} \mathbf{p}_{\text{tri}} \in \\ \mathbf{v}_{\text{ID}_{\text{box}}} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{\text{tri}} \in \\ \mathbf{v}_{\text{ID}_{\text{box}}} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{\text{tri}} \in \\ \mathbf{v}_{\text{ID}_{\text{box}}} \end{pmatrix} \right) \\ \widehat{\text{ID}}_{\text{box}} & \text{wenn } \left(\begin{pmatrix} \mathbf{p}_{\text{tri}} \in \\ \mathbf{v}_{\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{\text{tri}} \in \\ \mathbf{v}_{\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{\text{tri}} \in \\ \mathbf{v}_{\widehat{\text{ID}}_{\text{box}}} \end{pmatrix} \right) \wedge \\ & \left(\begin{pmatrix} \mathbf{p}_{\text{tri}} \notin \\ \mathbf{v}_{\text{ID}_{\text{box}}} \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \mathbf{q}_{\text{tri}} \notin \\ \mathbf{v}_{\text{ID}_{\text{box}}} \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{\text{tri}} \notin \\ \mathbf{v}_{\text{ID}_{\text{box}}} \end{pmatrix} \right) \end{cases} \quad (5.32)$$

mit

$$\mathbf{v}_{\text{ID}_{\text{box}}} = \left\{ (x \ y \ z)^T \mid x \in [x_{r_x}, x_{r_x+1}], y \in [y_{r_y}, y_{r_y+1}], z \in [z_{r_z}, z_{r_z+1}] \right\}. \quad (5.33)$$

Demnach werden nur solche Dreiecke beim Ray Tracing berücksichtigt, die sich ganz oder auch teilweise in einem geschnittenen Volumenelement befinden.

5.3.4 CUDA®-Implementierung

Die in Abschnitt 5.3.3 beschriebenen mathematischen Zusammenhänge bilden die Grundlage für die Ray-Tracing-Implementierung mittels CUDA® und wurden in der DLL CADUTrace implementiert. Die mathematischen Ausdrücke (5.21) bis (5.32) wurden mittels sogenannter Geräte-Methoden umgesetzt, auf die sowohl vom Host-Computer als auch von der GPU gleichermaßen zugegriffen werden kann. Das Ray Tracing selbst erfolgt schließlich in sogenannten Kernen (engl. *kernel*), die auf der GPU ausgeführt werden ([9, S. 77–78]). Die relevanten Daten werden in Form von Zeigern (engl. *device pointer*) an die DLL übergeben.

Um die Rechenzeit zu minimieren, wird der Prozess in parallele Threads [9, S. 69 ff.] aufgeteilt. Da die Anzahl zu berechnender Strahlsegmente linear in den Rechenaufwand eingeht, wird bei der threadbasierten Berechnung die segmentierte Strahlausbreitung parallelisiert. CUDA® ermöglicht die Berechnung der Strahlausbreitung (Index ray_{seg}) mittels $\text{DIM}_{\text{thread}} = 512$ paralleler Prozesse¹⁶, die über Identifikationsnummern indiziert werden (Index $\text{thread}_{\text{id}} \in \{0, \dots, \text{DIM}_{\text{thread}} - 1\}$).¹⁷ Abhängig von der Anzahl der zu berechnenden Strahlen werden die Rechenoperationen in $\text{DIM}_{\text{block,seg}}$ Blöcke (vgl. [9, S. 69 ff.]) unterteilt (Index $\text{block}_{\text{id}} \in \mathbb{N}$). Diese Zahl ergibt sich in Abhängigkeit der Anzahl der zu berechnenden Strahlsegmente $N_{\text{seg,rays}}$ zu

$$\text{DIM}_{\text{block,seg}} = \lfloor N_{\text{seg,rays}} - 1, \text{DIM}_{\text{thread}} \rfloor + 1. \quad (5.34)$$

Um alle Threads gleichmäßig auszulasten, beträgt die Anzahl der zu berücksichtigenden Strahlsegmente zu Beginn des Prozesses ein ganzzahliges Vielfaches der maximal verfügbaren Threadanzahl. Allerdings kann sich diese Zahl in Abhängigkeit des jeweiligen Strahlsegments verändern. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn ein Strahl von einem Gegenstand im virtuellen Raum absorbiert wird oder kein geometrischer Schnittpunkt für ein Strahlsegment existiert. Zudem kann es vorkommen, dass vagabundierende Strahlen, beispielsweise infolge innerer Totalreflexion, den Prozess signifikant verlangsamen. Dies ist ein Nachteil des in Bild 5.6 dargestellten Datenaustauschs zwischen Host und GPU. Der Index des jeweiligen Lichtstrahls berechnet sich zu

$$\text{ray}_{\text{seg}} = \text{DIM}_{\text{block,seg}} \cdot \text{block}_{\text{id}} + \text{thread}_{\text{id}} \text{ mit } 0 \leq \text{ray}_{\text{seg}} \leq N_{\text{seg,rays}} - 1. \quad (5.35)$$

Der Index ray_{seg} entspricht dem in Abschnitt 5.2 eingeführten Index ray für den Fall $\text{seg} = 0$ und kann sich bei der Simulation eines optischen Systems mit zunehmender Weglänge eines virtuellen Lichtstrahls verändern. Da

¹⁶ Die Angabe ist abhängig von der zugrunde liegenden Architektur (vgl. [9, S. 77–78]). Für die Untersuchungen wurden, entsprechend der vorliegenden Hardware, 512 Threads parallel adressiert.

¹⁷ Die Nomenklatur zur Indizierung von Blöcken und Threads orientiert sich an den in [9, S. 69 ff.] getroffenen Konventionen zur Indizierung, sowie den Bezeichnungen im eigentlichen Quellcode.

$$N_{\text{rays}} = N_{0,\text{rays}} \geq N_{1,\text{rays}} \geq \dots \geq N_{\text{seg},\text{rays}} \geq \dots \geq N_{(N_{\text{seg}}-1),\text{rays}} \geq 0 \quad (5.36)$$

gilt, muss für eine numerisch effiziente Implementierung dem Index ray_{seg} für jedes berechnete Strahlsegment ein neuer Lichtstrahl zugeordnet werden. Die Segmentanzahl bestimmt somit den Umfang der zu berechnenden Sequenz. Eine Schwierigkeit bei der CUDA®-Implementierung ergibt sich aus der Speicherverwaltung. Abhängig von der Speicherart können Threads nicht zeitgleich auf denselben allokierten Bereich des GPU-Speichers zugreifen. Es kann zu Zugriffskonflikten kommen (engl. *bank conflicts*, [9, S. 122]), die bei der Speichernutzung den Prozess verlangsamen. Abhängig von der Speicherart können zeitgleiche Zugriffs- und Leseoperationen zudem zu falschen Resultaten führen. Die geeignete Wahl des Speichers ist daher für die Operation und die Vermeidung von Konflikten essentiell (vgl. [9, S. 385]) und beeinflusst die Datenverarbeitungsgeschwindigkeit. Gerade beim Ray Tracing ist dies problematisch, da jeder Lichtstrahl potentiell mit allen Dreiecken in der virtuellen Umgebung interagieren kann. Aus diesem Grunde ist es erforderlich, einen gemeinsam verwalteten Grafikspeicher zuzuordnen, auf den alle Threads zugreifen können. In dem Projekt CADUTrace wird auf diesen gemeinsam nutzbaren Grafikspeicher (engl. *shared memory*, [9, S. 120 ff.]) zurückgegriffen. Dieser Speicherbereich fällt jedoch, abhängig von der eingesetzten GPU, verhältnismäßig klein aus und umfasst meist nur einige Kilobytes (vgl. [9, S. 120 ff.]). Der Speicherbereich wird daher sequentiell zugewiesen. Die Zuordnung erfolgt parallelisiert durch die einzelnen Threads (vgl. Bild 5.10). Zugewiesen werden beispielsweise die geometrischen Eckpunkte von Dreiecken, die als Double-Werte mittels Zeigern übergeben werden, sowie Indizes der Dreiecke und Objekte, die für die Zuordnung der geometrischen Daten erforderlich sind.

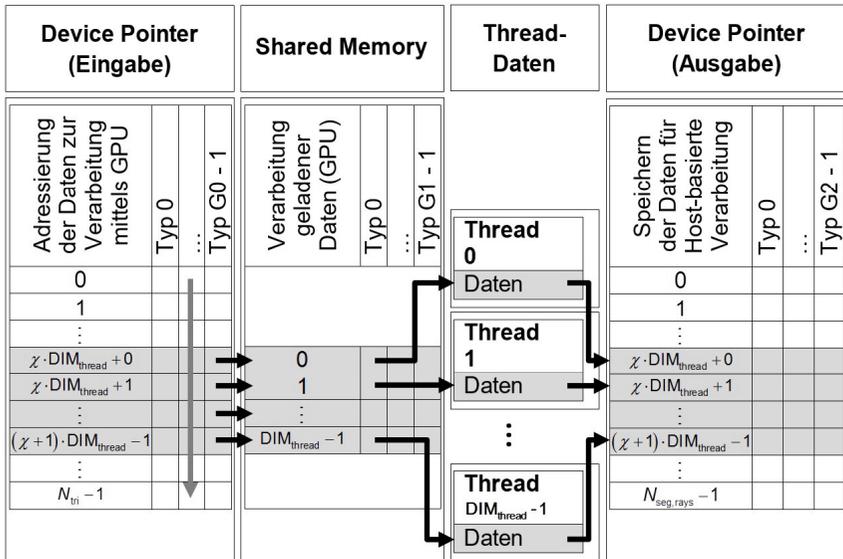


Bild 5.10: Prinzip der implementierten, GPU-basierten Datenverarbeitung für die Berechnung von Ray-Tracing-Ergebnissen und Vermeidung von Zugriffskonflikten, durch sequentielle Adressierung des Speichers (symbolisch dargestellt durch die Veränderung des Werts der Variablen $\chi \in \mathbb{N}$). Sequentielle Zuordnung des threadübergreifend nutzbaren GPU-Speichers (engl. *shared memory*, [9, S. 120 ff.]) mithilfe von Zeigern. Berechnung threadspezifischer Daten und Ergebnisausgabe.

Die einzelnen Datenpakete enthalten jeweils DIM_{thread} Elemente und damit so viele Einträge wie verfügbare Threads. In Abhängigkeit von N_{tri} Dreiecken werden damit

$$DIM_{\text{tri}} = \lfloor N_{\text{tri}} - 1, DIM_{\text{thread}} \rfloor + 1 \tag{5.37}$$

Datenpakete in den gemeinsamen Arbeitsspeicher geladen. Der Index

$$\text{tri} = DIM_{\text{tri}} \cdot DIM_{\text{thread}} + \text{thread}_{\text{id}} \text{ mit } \text{tri} \in \{0, \dots, N_{\text{tri}} - 1\} \tag{5.38}$$

stellt den parallelen Datenzugriff auf den Gerätespeicher ohne Zugriffskonflikte sicher. Voraussetzung einer konfliktfreien Speicheradressierung ist eine Synchronisierung aller Threads nach Ausführung der Rechenoperationen. Der Index tri entspricht der Indizierung der gemeinsamen Speicherblöcke. Sofern die Daten in den Speicherbereich geladen wurden, kann jeder Prozess unter Berücksichtigung der Bedingung (5.38) sequentiell auf diesen Bereich zugreifen und den in Abschnitt 5.2 beschriebenen Ray-Tracing-Algorithmus berechnen. Zwischenergebnisse werden

in lokalen und nur dem jeweiligen Prozess zur Verfügung stehenden Variablen gespeichert. Der gesamte Prozess ist in Bild 5.10 dargestellt.

5.3.5 GPU-Performance

Der zu allozierende Speicherbereich muss bei der Berechnung auf der GPU statisch definiert werden. Eine Verwendung dynamischer Speicherbereiche, wie beispielsweise der Vektor-Klasse, ist nicht möglich. Es wird daher bereits vor den eigentlichen Berechnungen der Speicherbereich für die Dreiecke und virtuellen Strahlsegmente allokiert. Demnach wird $N_{\text{tri}} \in \{0, \dots, 2^{20} - 1\}$ festgelegt. Die maximale Anzahl der virtuellen Lichtstrahlen berechnet sich abhängig von der Zahl verfügbarer Threads.

In diesem Zusammenhang vermittelt Tabelle 5.1 einen Überblick über die Berechnungsdauer bei der Implementierung eines nativen Ray-Tracing-Algorithmus und Verzicht einer performanten Schnittpunktberechnung, sowie einer zufällig berechneten Verteilung virtueller Dreiecke und Strahlen in einem begrenzten Volumenbereich. Die gemessenen Zeiten beinhalten die GPU-abhängige Berechnungsdauer und den erforderlichen Datentransfer vom Grafikspeicher in den Arbeitsspeicher des Host-Computers zur Verarbeitung der geometrischen Daten.

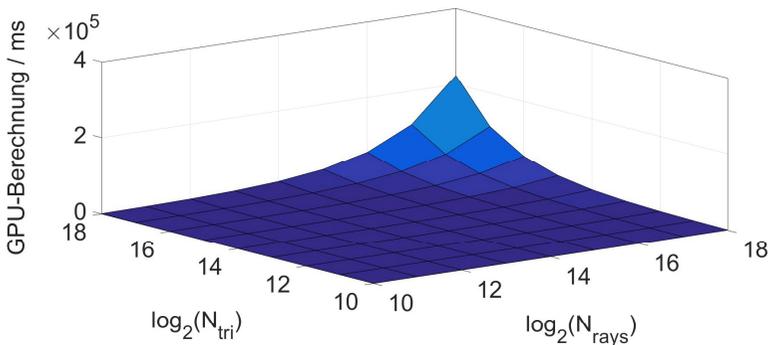


Bild 5.11: Visualisierung der Berechnungsdauer für die Schnittpunktberechnung virtueller Lichtstrahlen mit geometrischen Dreiecken bei der GPU-basierten Ray-Tracing-Berechnung gemäß der Angaben in Tabelle 5.1

Tabelle 5.1: Dauer der Schnittpunktberechnung eines nativen, GPU-basierten Ray-Tracing-Algorithmus in Abhängigkeit der Anzahl der Dreiecke N_{tri} , sowie der Anzahl N_{rays} der virtuellen Strahlen bei Berücksichtigung eines Strahlsegments. Alle Werte sind in Millisekunden angegeben. Durchführung des Performance-Tests mit einer CUDA®-fähigen Grafikkarte (NVIDIA® GeForce 840m mit zwei Gigabyte dediziertem

Grafikspeicher, gemessen am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern).

Dauer / ms	$\log_2(N_{\text{rays}})$									
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
$\log_2(N_{\text{tri}})$	10	14	16	26	31	73	140	256	499	1.009
	11	31	47	47	78	125	265	483	936	1.872
	12	25	31	66	125	240	468	900	1.794	3.582
	13	47	78	110	234	452	889	1.747	3.541	6.989
	14	69	109	401	452	873	1.732	3.472	6.926	13.918
	15	141	234	452	1.061	1.732	3.447	7.254	13.852	27.705
	16	225	437	879	1.732	3.491	6.957	13.917	27.737	55.700
	17	437	874	1.747	3.479	6.942	13.931	27.768	55.708	111.321
	18	877	1.747	3.492	6.957	13.944	27.768	55.844	110.994	223.174

5.4 Clusterbasierte Ray-Tracing-Berechnung

Neben der GPU-basierten Methode für Ray-Tracing-Berechnungen besteht eine weitere Möglichkeit darin, Algorithmen auf Clustern auszuführen. Beim Rechnen auf Clustern können mehrere Instanzen eines kompilierten Programms aufgerufen werden, die unabhängig voneinander arbeiten und gemeinsam zu einem Gesamtergebnis beitragen. Grundsätzlich ist dabei zwischen linux- und windowsbasierten Clustern zu unterscheiden. Das *Message-Passing Interface* (MSMPI) stellt eine standardisierte Kommunikationsmethode dar (vgl. [123, S. 1–2]) und kann für den Datenaustausch genutzt werden. Kommunikationsbefehle, wie das Senden („MPI_SEND“, [123, S. 26]) und das Empfangen („MPI_RECV“, [123, S. 30]) sind standardisiert und erlauben den Austausch von Datenpaketen, beispielsweise zwischen den Instanzen eines Programms, für die Umsetzung paralleler Berechnungen. Weitere standardisierte Befehlssätze finden sich in [123, S. 618 ff.].

Im Rahmen der Entwicklungsarbeiten im Zusammenhang mit dem Programm VTKTrace wurde am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern ein Windows-Cluster aufgebaut (vgl. Bild 5.12, rechte Darstellung) und erste Versuche für dessen Einsatz im Rahmen von Ray-Tracing-Simulationen durchgeführt. Die Versuche bezogen sich auf den Einsatz von MSMPI, um den Ray-Tracing-Prozess durch parallele Datenverarbeitung zu beschleunigen.

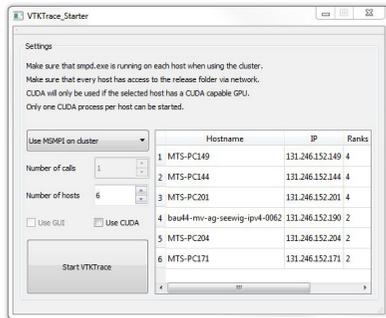


Bild 5.12: Linke Darstellung: Interaktives Bedienfenster zur Auswahl der Cluster-Knoten und der Zuweisung der Anzahl auszuführender Instanzen im Programm VTKTrace. Rechte Darstellung: Windows-Cluster am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern im Jahre 2016.

Die erste Instanz des Programms (RANK 0), ausgeführt vom Host-Computer, allokiert den erforderlichen Speicherbereich für die zu berechnenden Ray-Tracing-Daten. Dazu zählen die Anzahl der pro Lichtstrahl berechneten Strahlsegmente, die komplexwertigen, elektrischen Feldstärkevektoren an den geometrischen Schnittpunkten, die optischen Weglängendifferenzen, sowie die Materialdaten, die in dynamisch erweiterbaren Vektoren gespeichert werden. Die übrigen Instanzen RANK 1 bis RANK $N_{\text{ranks}} - 1$ allokiert den für die jeweilige Strahlberechnung benötigten Speicherbereich. Nach Abschluss des Ray-Tracing-Prozesses werden sämtliche Daten an die erste Instanz (RANK 0) des Prozesses übergeben (vgl. Bild 5.13). Die Daten werden anschließend weiterverarbeitet. Dabei kommen, unter anderem, dynamische Detektoren zum Einsatz, die in Abschnitt 5.5 näher beschrieben werden.

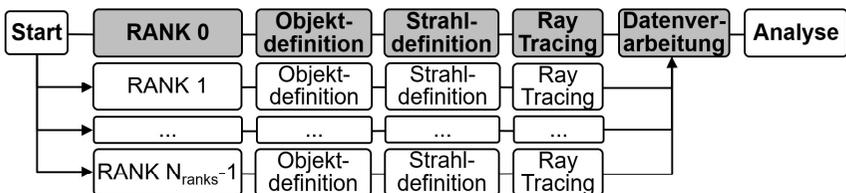


Bild 5.13: Grundprinzip des Ray-Tracing-Prozesses auf Grundlage von MSMPI für die parallele Berechnung der segmentierten Strahl Ausbreitung auf Windows-Clustern. Schematische Darstellung des Aufrufs mehrerer Instanzen des Programms VTKTrace, der Objektdefinitionen und der

Prozesse zur Berechnung von Ray Tracing, sowie der Datenverarbeitung für die weitere Analyse.

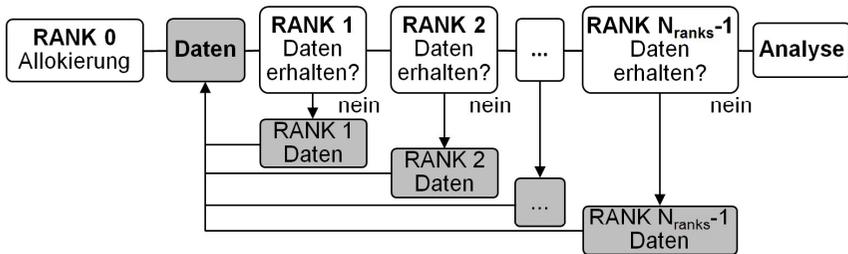


Bild 5.14: Grundprinzip der Datenverarbeitung bei der Parallelisierung des Ray-Tracing-Prozesses mit MSMPI. Darstellung der sequentiellen Zuordnung von Ray-Tracing-Daten in einem allokierten Speicherbereich der ersten Instanz (RANK 0) des ausgeführten Programms.

Ein Problem beim clusterbasierten Rechnen mit MSMPI besteht in dem in Bild 5.14 dargestellten Prozess für den abschließenden Datenaustausch zwischen den einzelnen Programminstanzen. Da beim Ray-Tracing-Algorithmus, neben Schnittpunkten, auch Informationen zur Phasenlage, zu den Feldern, den Koordinatensystemen, sowie den durchdrungenen Materialien gespeichert werden, fällt ein großes Datenvolumen an, das von den einzelnen Programminstanzen sequentiell an den Host-Computer übermittelt und schließlich, für eine Offline-Datenanalyse, als Datei gespeichert werden muss. Dieser Prozess nimmt Zeit in Anspruch und macht die Geschwindigkeitssteigerungen teilweise hinfällig (vgl. [9, S. 22]). Zudem ist der Prozess, abhängig von der Zahl der beteiligten Cluster-Rechner (Knoten des Clusters), von der Inbetriebnahme bis zur Datenverarbeitung, aufwendig und störanfällig. Daher sind weiterführende Untersuchungen zur Berechnung auf Clustern und zur Verbesserung der gesamten System-Performance notwendig. Solche Maßnahmen stellen jedoch einen vielversprechenden Ansatz dar.

5.5 Virtuelle, dynamische Detektoren

Dynamische Detektoren beschreiben im Programm VTKTrace Ebenenbereiche, die für die Detektion von Strahlsegmenten fungieren. Sie werden, analog zu den paraxialen Sensormodellen des SLS und CSI, im Detektorkoordinatensystem beschrieben (vgl. Abschnitt 3.1). Größe, Position, Ausrichtung, Auflösung, sowie die darzustellenden physikalischen und geometrischen Größen der Detektoren können im Gegensatz zu den paraxialen Modellen dynamisch angepasst werden. Die virtuellen Detektoren werden genutzt, um innerhalb einer grafischen Szene Schnitte zu generieren (vgl. Bild 5.15).

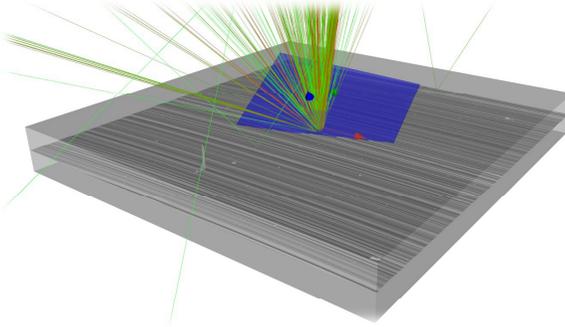


Bild 5.15: Beispiel eines dynamischen Detektors (blau) zur oberflächennahen Messung von Lichtstrahlen im Brennpunkt eines virtuellen Sensors. Darstellung einer gegenüber einer geometrischen Oberfläche rotierten, virtuellen Detektorfläche zur Auswertung von Ray-Tracing-Ergebnissen.

Die Anpassung der Detektoren erfolgt nach dem Ray-Tracing-Prozess im Post-Processing. Dies ist ein Merkmal des Programms VTKTrace, das sich von kommerziell erhältlicher Software, wie OSLO oder ZEMAX®, unterscheidet. Bei den genannten Programmen müssen Detektoren zu Beginn des Ray Tracings statisch definiert werden. Mit den dynamischen Detektoren hingegen lassen sich an beliebigen Positionen im virtuellen, optischen System Informationen aus den berechneten Strahlverläufen generieren und physikalische Größen auswerten. Dabei ist es irrelevant, ob ein Detektor ein geometrisches Objekt, wie beispielsweise eine Linse, schneidet oder sich frei im Raum befindet. Bild 5.15 zeigt exemplarisch einen virtuellen Detektor, der in nächster Nähe einer triangulierten Oberfläche durchdrungen wird. Einen Überblick über derzeit im Programm implementierte, auswertbare Messgrößen können in Anhang H eingesehen werden. Die virtuellen Messdaten können schließlich für die weitere Verarbeitung in Form von Zahlenfeldern mit einer im Programm integrierten Funktion nach MATLAB® exportiert werden.

Um die Ray-Tracing-Resultate zu analysieren, werden die Schnittpunkte $\mathbf{x}_{\text{ray,seg}}$, auf deren Berechnung in Abschnitt 5.2 detailliert eingegangen wurde, miteinander verknüpft. Letztlich erfolgt eine segmentierte Schnittpunktberechnung mit dem Detektor. Der dynamische Detektor wird dabei durch eine Ebenengleichung in x - und y -Richtung beschrieben (vgl. Abschnitt 3.1). Für einen Punkt in der Ebene gilt in Abhängigkeit des Normalenvektors \mathbf{e}_z und des Lagevektors \mathbf{e}_0 des Bezugssystems die Gleichung

$$E_{\text{Detector}}(\mathbf{x}) : (\mathbf{x} - \mathbf{e}_0)^T \cdot \mathbf{e}_z = 0. \quad (5.39)$$

Mithilfe von Rotationsmatrizen \mathbf{R}_{ϕ_x} , \mathbf{R}_{ϕ_y} und \mathbf{R}_{ϕ_z} (vgl. [124, S. 134 ff.]) wird das Koordinatensystem des virtuellen Detektors gegenüber dem Referenzkoordinatensystem verdreht und der Detektor mit dem Vektor \mathbf{e}_0'' verschoben. Somit ist dieser individuell ausrichtbar. Der Punkt \mathbf{x} im Referenzkoordinatensystem kann schließlich durch Matrixinvertierung gemäß

$$\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left(\underbrace{(\mathbf{e}_x \ \mathbf{e}_y \ \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{R}_{\phi_x} \cdot \mathbf{R}_{\phi_y} \cdot \mathbf{R}_{\phi_z}}_{(\mathbf{e}_{x''} \ \mathbf{e}_{y''} \ \mathbf{e}_{z''})} \right)^{-1} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{e}_0'') \quad (5.40)$$

in das Koordinatensystem des dynamischen Detektors transformiert werden (vgl. Bild 3.4, rechte Darstellung). Der Punkt \mathbf{x} wird dazu durch den Schnittpunkt $\mathbf{S}_{D,ray,seg}$ substituiert, der sich zu

$$\mathbf{S}_{D,ray,seg} = \mathbf{x}_{ray,seg} + \mu_{D,ray,seg} \cdot (\mathbf{x}_{ray,seg+1} - \mathbf{x}_{ray,seg}) \quad (5.41)$$

ergibt und für alle indizierten, virtuellen Strahlen N_{rays} , sowie die Strahlsegmente N_{seg} einzeln berechnet wird. Vorausgesetzt, dass die Bedingung

$$0 < \mu_{D,ray,seg} = \frac{(\mathbf{S}_{D,ray,seg} - \mathbf{x}_{ray,seg})^T \cdot \mathbf{e}_z''}{(\mathbf{x}_{ray,seg+1} - \mathbf{x}_{ray,seg})^T \cdot \mathbf{e}_z''} < 1 \quad (5.42)$$

erfüllt ist und geometrische Grenzen für die Ausdrücke $(\mathbf{S}_{D,ray,seg} - \mathbf{e}_0'')^T \cdot \mathbf{e}_x''$ und $(\mathbf{S}_{D,ray,seg} - \mathbf{e}_0'')^T \cdot \mathbf{e}_y''$ zur Beschreibung der lateralen Detektorbegrenzung definiert sind, ergibt sich somit ein wahrer Schnittpunkt mit dem virtuellen Detektor.

Unter Berücksichtigung einer Zählvariablen und physikalischer Aspekte der elektromagnetischen Wellenausbreitung werden implementierte Größen (geometrisch und physikalisch) entsprechend der Angaben in Anhang G berechnet. Die physikalischen Angaben basieren dabei unter anderem auf der resultierenden, optischen Weglängendifferenz, sowie dem komplexwertigen Brechungsindex $\underline{n}_{r,ray,seg}$, der dem Strahlsegment zugewiesen wird. Dieser beschreibt das den Lichtstrahl umgebende Material und somit die Dämpfung und die Phasenlage der elektromagnetischen Welle (vgl. Gleichungen (5.10) und (5.11)). Die Definition von Filtern erlaubt zusätzlich die Ausblendung spektraler Anteile der virtuellen Lichtquelle. Zudem können Richtungsinformationen der Lichtstrahlen für eine Selektion herangezogen werden.

6 Nichtsequentielle Simulation des Sensors OS500

Nach der Thematisierung der Implementierung von Ray-Tracing-Algorithmen und dynamischer Detektoren werden die Ergebnisse virtueller, nichtsequentieller Streulichtmessungen bei Anwendung des Modells des Sensors OS500 betrachtet. Die Untersuchungen dienen der Modellevaluierung.

Die virtuellen Messungen erfolgen analog zu den in Abschnitt 4.1 angestellten, paraxialen Betrachtungen zum Sensor OS500. Grundlage der Simulation bilden aus CAD-Daten generierte Dreiecksnetze. Die kumulierte Summe der Dreiecke, die der mathematischen Beschreibung geometrischer Objekte dienen, ergeben sich bei dem verwendeten Modell zu $N_{tri} = 126.700$. Im Falle der Simulation des A_q -Normals (vgl. [96]) entfallen $2 \cdot (36.000 - 1) = 71.998$ geometrische Dreiecke auf die Beschreibung des Oberflächenmodells. Die Zahl variiert abhängig von der geometrischen Oberfläche und von deren Auflösung.

Den geometrischen Objekten innerhalb des nichtsequentiellen Systems werden objektspezifische Transformationsbeziehungen und individuelle Materialdaten zugewiesen. Beim -Objektiv wird beispielsweise ein Glasmaterial definiert, das mit den optischen Konstanten $n_d \approx 1,458$, $\nu_d \approx 67,821$ und $\kappa = 0,000$ hinreichend gut beschrieben wird und gemäß Gleichung (2.17) bei der Simulation auch den Einfluss der chromatischen Aberration berücksichtigt. Der nichtlineare Materialeinfluss nach Sellmeier ([25]) wird vernachlässigt.

Beim SLS wird eine gleichverteilte Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle in einem begrenzten Winkelbereich, bezogen auf die Normale einer radialsymmetrischen Leuchtfläche mit dem Radius $R_{LED} = 0,2$ mm, angenommen. Unter Berücksichtigung dieser Annahmen, der Vorgabe der maximalen Anzahl $N_{seg} = 50$ an Strahlsegmenten, sowie einer individuell vorgegebenen Strahlanzahl N_{rays} werden Berechnungen durchgeführt.

6.1 Optisches Übertragungsverhalten der Modelle im Vergleich

Analog zu dem Ansatz gemäß Abschnitt 4.1.5.1, werden mit dem nichtsequentiellen Modell des SLS virtuelle Messungen an kosinusförmigen Oberflächen durchgeführt. Für die Simulation werden jeweils $N_{rays} = 10.000$ virtuelle Lichtstrahlen simuliert. Es wird perfekte Kohärenz der Lichtquelle angenommen, das heißt den Lichtstrahlen werden Welleneigenschaften zugewiesen. Aufgrund der Tesselierung der geometrischen Oberflächen und resultierender, optischer Weglängen sind keine Interferenzeffekte zu erwarten. Die Ergebnisse der Berechnung sind für $\lambda = 670$ nm bei STL-basiertem Modell des Sensors in Bild 6.1 und gleichverteiltem Abstrahlverhalten der Lichtquelle dargestellt. Die Resultate der Sensormodellierung sind den paraxialen Simulationsergebnissen gegenübergestellt.

Die Ergebnisse der inkohärenten (vgl. Abschnitt 3.2.1) und der kohärenten Simulation (vgl. Abschnitt 3.2.2) stimmen jeweils sehr gut miteinander überein und unterliegen lediglich numerischen Abweichungen. Auf eine separate Darstellung wird verzichtet. Die Resultate der virtuellen Messung des M -Werts weichen hingegen deutlich vom paraxialen Sensormodell ab. Im Bereich $\lambda_y \in [1 \text{ mm}; 10 \text{ mm}]$ treten signifikante Abweichungen gegenüber dem paraxialen und damit dem idealen Übertragungsverhalten des virtuellen Sensors auf. Dies kann unter anderem mit einem lateralen Versatz des Leuchtflecks auf der geometrischen Oberfläche erklärt werden. Der Versatz tritt, bedingt durch die zugrunde liegende Sensorgeometrie (vgl. Bild 4.2), infolge einer suboptimalen Abbildung der Winkel der virtuellen Lichtstrahlen auf. Die Verschiebung führt dazu, dass auch das Übertragungsverhalten aufgrund der resultierenden Phasenverschiebung verfälscht wird. Der resultierende M -Wertverlauf zeigt erst bei sehr viel größeren Wellenlängen einen charakteristischen Abfall. Folglich verschiebt sich die Grenzwellenlänge.

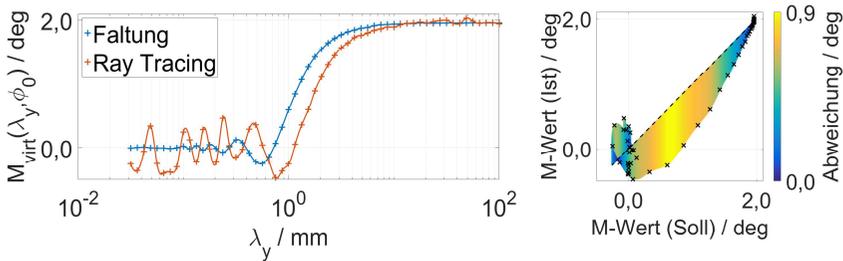


Bild 6.1: Linke Darstellung: Mittels Faltung und nichtsequenziellem Ray Tracing berechneter Verlauf des M -Werts für den kohärenten Fall und die Wellenlänge $\lambda = 670 \text{ nm}$ bei tesselierten Linsenoberflächen. Rechte Darstellung: Abbildung der Abweichung des M -Werts durch Auftrag der idealen, paraxialen (Soll) und per Ray Tracing berechneten M -Werte (Ist), aufgetragen über Ordinate und Abszisse zum Vergleich der Ergebnisse bei Annahme einer gleichverteilten Abstrahlcharakteristik in einem Winkelbereich von 10° .

Zudem resultieren Abweichungen, wenn der Emissionswinkel der strahlmittlernden Leuchtfäche reduziert, oder die Aperturblende der Kollimationslinse verändert wird. Entsprechende Messergebnisse sind in Anhang I dargestellt. Gemäß Gleichung (4.33) ist die ausgeleuchtete Fläche des projizierten Messpunkts auf der Oberfläche bei einer idealen Abbildung mit dem virtuellen Sensor jedoch unabhängig von der ausgeleuchteten Apertur, da der Leuchtfleckdurchmesser auf der geometrischen Oberfläche lediglich von der Leuchtfäche der LED abhängt. Dieser Sachverhalt ist bei dem berechneten und in Bild 6.1 dargestellten Übertragungsverhalten nicht gegeben.

Das abweichende Übertragungsverhalten legt nahe, dass die geometrischen Oberflächenwinkel, die beim SLS signaltechnisch mit [REDACTED] (vgl. [14, S. 3]) erfasst werden, nicht korrekt abgebildet werden. In erster Linie ist der Einfluss bei den zugrunde liegenden Netzen, das heißt der Oberflächentesselierung, zu suchen. Die Netzauflösung des [REDACTED]-Objektivs und der Kollimationslinse haben einen Einfluss auf das Modellverhalten, da die Krümmung der Oberfläche durch die Netzbildung in Oberflächenbereichen linearisiert wird (vgl. Bild 6.2). Der Betrag der Oberflächenkrümmung kann bei stetig differenzierbaren, geometrischen Oberflächen in Abhängigkeit der dargestellten, parametrisierten Koordinaten ζ und τ berechnet werden. Diese ist als oberflächenbezogene Winkelveränderung anzusehen.

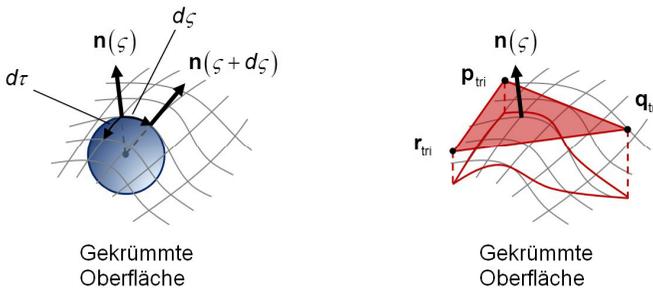


Bild 6.2: Linke Darstellung: Visualisierung der Oberflächenkrümmung in ζ -Richtung durch Darstellung einer Kugel (der Radius entspricht dem Krümmungsradius), sowie parametrisierter Koordinaten ζ und τ auf einer kontinuierlichen und stetig differenzierbaren, geometrischen Oberfläche. Rechte Darstellung: Projektion eines Dreiecks auf die kontinuierliche, geometrische Oberfläche zur Veranschaulichung der Krümmungsabweichung infolge der Linearisierung eines begrenzten Oberflächenbereichs.

Der Krümmungsvektor $\kappa_\zeta(\zeta, \tau)$ in ζ -Richtung (vgl. Bild 6.2, linke Darstellung) berechnet sich, in Abhängigkeit des Normalenvektors $\mathbf{n}(\zeta, \tau)$ der Oberfläche, zu

$$\kappa_\zeta(\zeta, \tau) \cdot d\zeta = \frac{\mathbf{n}(\zeta, \tau)}{|\mathbf{n}(\zeta, \tau)|} \cdot \text{asin} \left(\frac{\mathbf{n}^T(\zeta + d\zeta, \tau) \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \mathbf{n}(\zeta, \tau)}{|\mathbf{n}(\zeta, \tau)| \cdot \left| \frac{\partial}{\partial \zeta} \mathbf{n}(\zeta, \tau) \right|} \right). \quad (6.1)$$

Dementsprechend ergibt sich der Krümmungsvektor der geometrischen Oberfläche, bei Linearisierung der Arkussinus-Funktion, zu

$$\mathbf{k}_\zeta(\zeta, \tau) = \begin{cases} \frac{\mathbf{n}(\zeta, \tau)}{|\mathbf{n}(\zeta, \tau)|} \cdot \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \zeta} \mathbf{n}^T(\zeta, \tau) \cdot \frac{\partial}{\partial \zeta} \mathbf{n}(\zeta, \tau)}{|\mathbf{n}(\zeta, \tau)| \cdot \left| \frac{\partial}{\partial \zeta} \mathbf{n}(\zeta, \tau) \right|} \right) & \text{wenn } \left| \frac{\partial}{\partial \zeta} \mathbf{n}(\zeta, \tau) \right| > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.2)$$

Ein analoger Zusammenhang resultiert für die Oberflächenkrümmung in τ -Richtung. Bei der Betrachtung einer Kugel ergibt sich der Radius beispielsweise aus dem Reziprokwert des Betrags des Krümmungsvektors. Dieser berechnet sich unabhängig von der betrachteten, parametrisierten Koordinate auf der Kugeloberfläche. Bei der Tessellierung hingegen resultiert eine geometrische Abweichung gegenüber einer stetig differenzierbaren Oberfläche und damit gegenüber dem idealen Krümmungsverlauf. Die Abweichung $|\Delta \kappa|$ kann unter Berücksichtigung der zu ζ orthogonal stehenden, parametrisierten Koordinate τ entsprechend Bild 6.2 mit

$$|\Delta \kappa| \sim \iint_{\tau} \sqrt{\left(\begin{matrix} \mathbf{k}_\zeta(\zeta, \tau) - \mathbf{k}_\zeta(\zeta + d\zeta, \tau) \\ \mathbf{k}_\tau(\zeta, \tau) - \mathbf{k}_\tau(\zeta, \tau + d\tau) \end{matrix} \right)^T \cdot \left(\begin{matrix} \mathbf{k}_\zeta(\zeta, \tau) - \mathbf{k}_\zeta(\zeta + d\zeta, \tau) \\ \mathbf{k}_\tau(\zeta, \tau) - \mathbf{k}_\tau(\zeta, \tau + d\tau) \end{matrix} \right)} \cdot d\zeta \cdot d\tau \quad (6.3)$$

angegeben werden. Der Wert steigt bei invarianter Krümmung mit zunehmender Dreiecksfläche an. Entsprechend werden Winkel bei einer vorliegenden Oberflächenkrümmung bei der Berechnung der virtuellen Strahlausbreitung verfälscht. Die Netzauflösung beschreibt somit die Toleranz der Oberflächengüte, die, je nach Art der Triangulierung (vgl. [41, S. 47 ff.]), die Oberfläche besser annähert (vgl. [125, S. 436, 125, S. 434]). Je nach ausgeleuchteter Apertur der Linse fallen diese Abweichungen stärker oder schwächer ins Gewicht. Bei paraxialen Betrachtungen sind demnach geringere Abweichungen infolge der Lichtbrechung zu erwarten. Simulationen mit abweichenden Winkeln (vgl. Anhang I) liefern jedoch ähnliche Resultate wie in Bild 6.1.

Durch eine Verfeinerung der Netzauflösung kann der negative Einfluss grundsätzlich behoben werden. Eine höhere Auflösung führt jedoch zu einem höheren Rechenaufwand und erfordert effiziente Algorithmen für die Schnittpunktberechnung (vgl. Abschnitt 2.4.4). Alternativ können interpolierende Ansätze gewählt werden. So ist der von Gouraud beschriebene Shading-Ansatz ([35]) auf das Problem übertragbar. Gleiches gilt für den in [36] vorgestellten Shading-Algorithmus nach Phong. Letztgenannter eignet sich aufgrund der beschriebenen Interpolation der Normalenvektoren (vgl. [36, S. 315]) besser, um das Ausbreitungsverhalten bei einem Oberflächenschnitt zu berechnen. Bei konstanter Krümmung, die bei einer sphärischen Oberfläche durch den Reziprokwert des Krümmungsradius gegeben ist, kann dieses Problem hingegen analytisch gelöst werden.

6.2 Implementierung sphärischer Linsenmodelle

Da Linsen unter fertigungstechnischen Aspekten häufig sphärisch ausgeführt sind, ist die Implementierung einer entsprechenden Funktionalität sinnvoll. Um den Einfluss infolge der Netzgenerierung (vgl. [41, S. 47 ff.]) zu beheben, wurde als Verbesserung des Programms VTKTrace die Möglichkeit der sphärischen Oberflächenberechnung umgesetzt. Diese sieht vor, dass sphärische Linsen beim nichtsequentiellen Ray-Tracing mithilfe von Kugeln beschrieben werden. Je vier Parameter definieren die Lage und den Radius, um die Linsen im Bereich der Apertur perfekt nachzubilden. Das Prinzip ist analog zu Abschnitt 2.4.4.3 zu sehen.

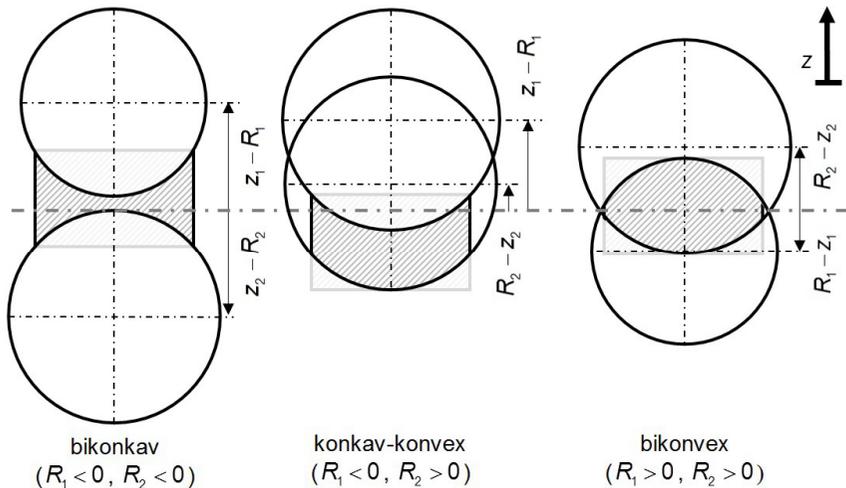


Bild 6.3: Zweidimensionale Darstellung der Modellierung bikonkaver, konkav-konvexer, sowie bikonvexer Linsen in dem Programm VTKTrace durch Beschreibung sphärischer Formelemente und zylinderförmiger Kontrollvolumen zur Abgrenzung des für die Schnittpunktberechnung relevanten Raumbereichs.

In Bild 6.3 sind die sphärischen Linsenarten abgebildet, die im Programm VTKTrace implementiert wurden. Gerenderte Darstellungen der sphärischen Linsenoberflächen sind zudem in Bild 6.4 dargestellt. Bei einer konkaven Linsenoberfläche liegt per Definition ein negativer Krümmungsradius vor. Aus den geometrischen Gegebenheiten folgt für die Mittendicke einer Linse

$$H_{\text{in}} = z_1 + z_2 \text{ mit } z_1 > -z_2. \quad (6.4)$$

Die äußere Linsendicke berechnet sich in Abhängigkeit der vorliegenden Krümmungsradien R_1 und R_2 der sphärischen Oberflächen und dem Aperturradius R_{Ap} zu

$$H_{out} = \left(z_1 + \operatorname{sgn}(R_1) \cdot \left(\sqrt{|R_1|^2 - R_{Ap}^2} - |R_1| \right) \right) + \left(z_2 + \operatorname{sgn}(R_2) \cdot \left(\sqrt{|R_2|^2 - R_{Ap}^2} - |R_2| \right) \right). \quad (6.5)$$

Es gilt $\operatorname{sgn}(R_1 = 0) = \operatorname{sgn}(R_2 = 0) = 0$. Planaren Oberflächen wird per Definition der Krümmungsradius null zugewiesen, was unter mathematischen Aspekten und unter Berücksichtigung von Gleichung (6.2) einer unendlich großen Oberflächenkrümmung entspricht, bei Berücksichtigung von Gleichung (6.5) bei fehlender Krümmung jedoch korrekte Resultate liefert. Demnach können plan-konvexe und plan-konkave Linsen ebenfalls mithilfe von Gleichung (6.5) berechnet werden.

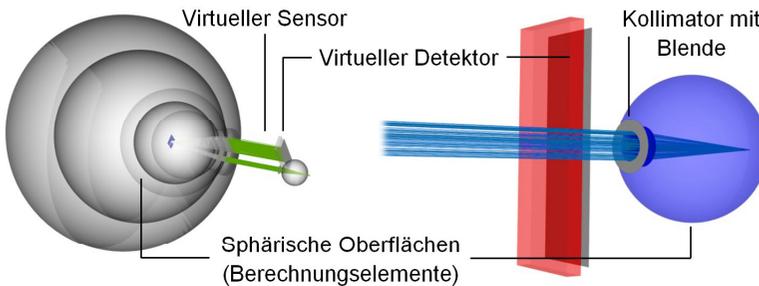


Bild 6.4: Modellierung sphärischer, plan-konvexer und konvex-konkaver Linsen beim winkelauflösenden Streulichtsensor OS500 mit parametrisierten Formelementen (Berechnungselemente)

Je nach Formgebung der Linse gibt der nach Gleichung (6.4) oder nach Gleichung (6.5) berechnete Wert die Länge des Zylinders vor, der gemeinsam mit dem Aperturradius die Parameter eines Kontrollvolumens beschreibt. Innerhalb des Kontrollvolumens ist die sphärische Linse als Volumenkörper mit individuellen Materialeigenschaften definiert. Außerhalb des Kontrollvolumens werden die Oberflächen nicht berücksichtigt.

Die Ergebnisse der nichtsequentiellen Simulation bei Berücksichtigung sphärischer Linsenmodelle sind in Bild 6.5 (rechte Darstellung) und Bild 6.6 dargestellt. Bild 6.5 zeigt den mittels Ray Tracing berechneten, virtuell ausgeleuchteten Messbereich beim Sensor OS500 im Brennweitenabstand f_θ . Bei der netzbasierten Beschreibung (linke Darstellung) resultiert eine signifikante Streuung infolge der Krümmungsabweichung der virtuellen Lichtstrahlen, die zu einer unscharfen Abbildung führt. Dieser Effekt erklärt das in Bild 6.1 dargestellte, suboptimale

Übertragungsverhalten des Sensormodells. Demgegenüber resultiert bei der sphärischen Simulation (Bild 6.5, rechte Darstellung) eine nahezu ideale Verteilung mit einer hohen Homogenität und Radialsymmetrie des Messflecks. Das Ergebnis entspricht in guter Näherung den Angaben gemäß Gleichung (4.33), sowie den Vorgaben nach [14]. Entsprechend resultiert ein gegenüber Bild 6.1 erheblich verbessertes Übertragungsverhalten.

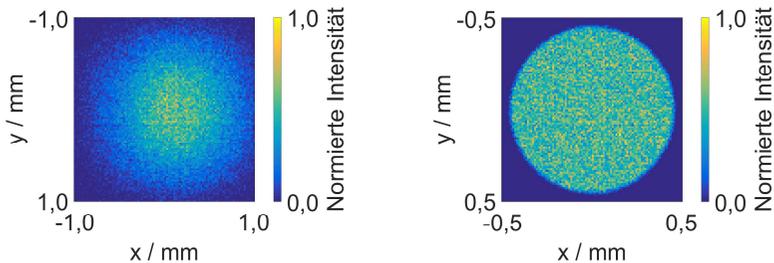


Bild 6.5: Messfleck im Nullpunkt des Sensors bei netzbasierter Simulation (linke Darstellung) und bei Annahme sphärischer Linsenoberflächen (rechte Darstellung). Bei der Simulation sphärischer Oberflächen zur Beschreibung des Kollimators und des [REDACTED]-Objektivs resultiert eine homogene Intensitätsverteilung in einem radialsymmetrischen Leuchtfleck, der in guter Näherung mit den Angaben gemäß Gleichung (4.33) übereinstimmt (Simulation von $N_{\text{rays}} = 100.000$ virtuellen Strahlen für die Berechnung der Messfleckausleuchtung).

Die verbleibenden Abweichungen sind vernachlässigbar und auf Abbildungsfehler der sphärischen Linsen, eine nicht eindeutig definierte Fokusslage des Sensors, bedingt durch das eingesetzte [REDACTED]-Objektiv, eine ungleichmäßige Ausleuchtung des Messfeldes, chromatische Aberration, sowie ganz allgemein numerische Fehler zurückzuführen. Hinzu kommen, bei sehr hohen Ortsfrequenzen, Einflüsse durch die Tesselierung der geometrischen Oberfläche, die analog zu dem in Abschnitt 6.1 beschriebenen Krümmungsproblem zu sehen sind und eine verfälschte Abbildung der Oberflächengradienten bewirken. Zusätzlich sind bei kleinen Wellenlängen der Oberfläche numerische Fehler bei der Tesselierung der Daten und der Berechnung der Normalenvektoren zu nennen, die zu einer abweichenden Gradientenverteilung der Oberfläche beitragen. Solche Einflüsse können grundsätzlich durch die Beschreibung von Oberflächen splines, beispielsweise NURBS, behoben werden. Bislang kann eine hinterlegte Gradientenverteilung genutzt werden. Unter diesen Voraussetzungen lässt sich das virtuelle, nichtsequentielle Sensormodell für die Messung und Charakterisierung rauer Oberflächen einsetzen.

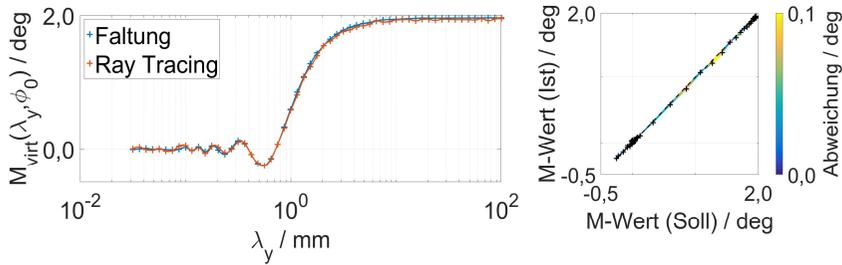


Bild 6.6: Linke Darstellung: Mittels Faltung und nichtsequentiellm Ray Tracing berechneter Verlauf des M -Werts für den kohärenten Fall und die Wellenlänge $\lambda = 670$ nm bei sphärischen Linsenoberflächen. Rechte Darstellung: Abbildung der Abweichung des M -Werts durch Auftrag der idealen, paraxialen (Soll) und per Ray Tracing berechneten M -Werte (Ist), aufgetragen über Ordinate und Abszisse zum Vergleich der Ergebnisse bei Annahme einer gleichverteilten Abstrahlcharakteristik in einem Winkelbereich von 10° .

6.3 Virtuelle Messung eines perfekten Spiegels

Analog zum paraxialen Modell des Sensors OS500 kann das Ergebnis der Messung einer spiegelnden Ebene als Kriterium für die Funktionsweise des Modells genutzt werden. Geometrisch stellt diese Art der Messung den einfachsten Fall dar. Aufgrund fehlender Form- und Rauheitsanteile (vgl. DIN 4760, [85, S. 2]) sind numerische Einflüsse bei der Oberflächenmodellierung zu vernachlässigen.

In Tabelle 6.1 sind die Ergebnisse bei tessellierter Beschreibung der Linsen und sphärischer Berechnung gegenübergestellt. Der optimale Aq -Wert wird bei der sphärischen Modellierung deutlich besser als bei der Oberflächentessellierung abgebildet. Dies ist naheliegend, zumal auch der Leuchtfleck der Lichtquelle, entsprechend der Darstellung in Bild 6.5, korrekt abgebildet wird. Folglich resultiert ein Aq -Wert, der den optimalen Wert deutlich besser approximiert. Dieser wurde in Abschnitt 4.1.5.2 bereits angegeben. Demnach berechnet sich der minimal mögliche Aq -Wert nach [71, S. 8–9] zu $Aq \approx 1,29$. Das Ergebnis setzt perfekte Abbildungen der geometrischen Winkel voraus. Diese sind in der Realität aufgrund von Linsenaberrationen, Rauheit und Inhomogenität des Materials nicht gegeben.

Tabelle 6.1: Ergebnisse der nichtsequentiellen, streulichbasierten Messung einer ebenen, spiegelnden Oberfläche für den inkohärenten (vgl. Abschnitt 3.2.1) und den kohärenten Fall (vgl. Abschnitt 3.2.2) bei der Berechnung von $N_{\text{rays}} = 2^{17} = 131.072$ virtuellen Lichtstrahlen, mit tesselierten Daten und sphärischen Linsenmodellen

	Soll¹⁸ (Referenz)	Ist¹⁹ (inkohärent)	Δ (inkohärent)	Ist¹⁹ (kohärent)	Δ (kohärent)
Tesselierte Linsengeometrien					
M / deg	0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01
Aq	1,29	2,32	1,03	2,32	1,03
Sphärische Linsenmodelle					
M / deg	0,00	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01
Aq	1,29	1,48	0,19	1,48	0,19

6.4 Übertragungsverhalten für statistische Momente höherer Ordnung

Die Messung ideal spiegelnder Ebenen ist in der praktischen Anwendung eher selten. Da der Sensor in der praktischen Anwendung jedoch häufig für die Charakterisierung rauher Oberflächen eingesetzt wird, ist insbesondere die Untersuchung des Übertragungsverhaltens bezüglich des statistischen Moments zweiter Ordnung (vgl. [80, S. 3, 81, S. 142]) interessant. Das statistische Moment zweiter Ordnung wird dabei durch den *Aq*-Wert (vgl. [14, S. 5]) abgebildet. Die Verläufe, die unter paraxialen Annahmen berechnet wurden, sind in Bild 4.10 dargestellt. Es wird untersucht, inwiefern dieses Übertragungsverhalten bei der nichtsequentiellen, sphärischen Modellierung korrekt abgebildet wird. Von einer Untersuchung für tesselierte Linsengeometrien wird, aufgrund der herbeigeführten Modellverbesserung nach Abschnitt 6.2, abgesehen.

Die Resultate der nichtsequentiellen Modellierung sind in Bild 6.7 (obere Darstellung) abgebildet. Der berechnete, virtuelle *Aq*-Verlauf bildet bei nichtsequentieller Modellierung des paraxialen Übertragungsverhaltens (vgl. Bild 4.10) die Varianz der Streuwinkelverteilung (vgl. [14, S. 5]) unter der Annahme $\phi_0 = \pi/2$ sehr gut ab (vgl. Anhang J). Lediglich bei hohen Ortsfrequenzen der Oberfläche zeigen sich geringfügige Abweichungen. Diese sind vornehmlich auf die geometrische Beschreibung der tesselierten, kosinusförmigen Topographie und die resultierenden Krümmungsabweichungen zurückzuführen.

¹⁸ Die Daten basieren auf den paraxialen, faltungsbasierten Berechnungen.

¹⁹ Die Ergebnisse basieren auf dem nichtsequentiellen Ray Tracing unter der Annahme tessellierter und sphärischer Linsenoberflächen.

Während das statistische Moment zweiter Ordnung korrekt abgebildet wird, treten bei höheren Ordnungen deutliche Abweichungen gegenüber dem paraxialen Sensorverhalten auf (vgl. Anhang J). Dies wird bei der Betrachtung des berechneten Ask -Verlaufs zur Beurteilung der Schiefe der virtuellen Streuwinkelverteilung ([14, S. 5]) deutlich. Der Verlauf wird für den Korrekturfaktor $k_{\text{Ask}} = 1,00 \text{ deg}^{-3}$ mithilfe der virtuellen Messdaten unter Berücksichtigung der Gleichung

$$\text{Ask} = k_{\text{Ask}} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} (\varphi_n - M)^3 \cdot H(\varphi_n) \quad (6.6)$$

[14, S. 5] ermittelt. Der gemessene Verlauf ist neben dem Aq-Verlauf in Bild 6.7 (untere Darstellung) abgebildet. Vordergründig sind numerische Einflüsse zu nennen, die aufgrund der Berechnungsmethode und des größeren Exponenten, entsprechend der kombinierten Standardmessunsicherheit nach [4, S. 19], stärker in das Endergebnis eingehen. Für Momente höherer Ordnung (vgl. [81, S. 142]) sind demnach größere Abweichungen zu erwarten. Diese sind für die Auswertung mit dem winkelauflösenden Streulichtsensor OS500 jedoch nicht weiter relevant.

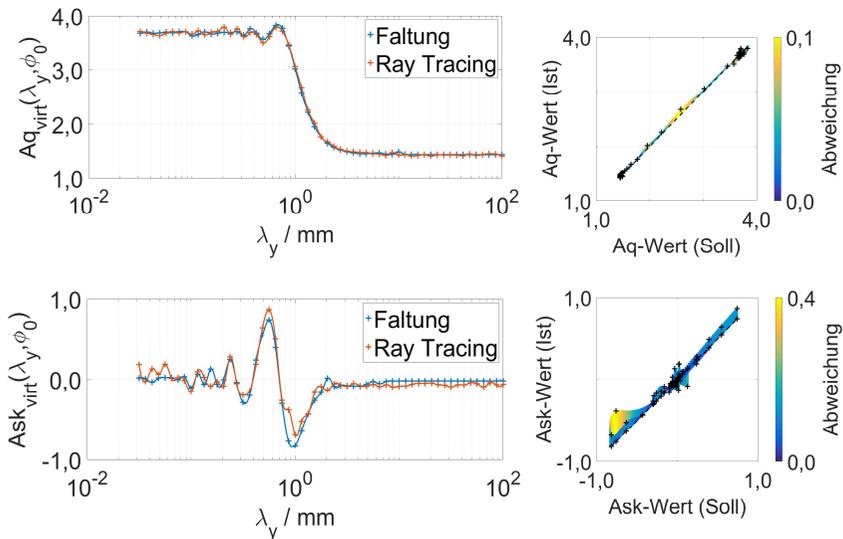


Bild 6.7: Obere Darstellungen: Per Faltung und Ray Tracing mit sphärischen Linsen berechneter Aq-Verlauf zur Charakterisierung des Übertragungsverhaltens des virtuellen Sensormodells für das statistische Moment zweiter Ordnung und Darstellung der Abweichung vom idealen Verlauf ($\phi_0 = \pi/2$). Untere Darstellungen: Virtuell gemessener Ask-Verlauf bei identischen Modellannahmen und Darstellung der Abweichung gegenüber dem paraxialen Verlauf.

6.5 Virtuelle Messung des Aq-Normals

Abschließend werden virtuelle, nichtsequentielle Messungen am bereits beschriebenen Aq-Normal (vgl. [96]) durchgeführt. Dieses wird mithilfe eines optimalen Profilverlaufs modelliert und mit insgesamt 36.000 diskreten Profilpunkten²⁰ beschrieben. Durch Parallelverschiebung des Profils werden paarweise Dreiecke für die Modellierung der geometrischen Oberfläche generiert. Das zugrunde liegende Prinzip wird in Abschnitt 3.3.1 beschrieben. Die virtuelle Messung des Aq-Normals erfolgt analog zur paraxialen Betrachtung. Es werden eine paraxiale und eine nichtsequentielle Abbildung der Streuwinkelverteilung gegenübergestellt. Bild 6.8 zeigt exemplarisch das Ergebnis der virtuellen Messung des Aq-Normals bei nichtsequentieller Modellierung des Sensors und dem Einsatz sphärischer Linsengeometrien, sowie idealer Kohärenz der virtuellen Lichtquelle. Die resultierende Verteilung, die mit einem virtuellen Detektor an der Position der [REDACTED]zeile des Sensors gemessen wird, entspricht dem in Bild 4.6 dargestellten Verlauf der Streuwinkelverteilung. Zudem sind in Tabelle 6.2 die virtuellen Messergebnisse bei paraxialer Sensormodellierung, sowie bei nichtsequentieller Modellierung unter der Annahme sphärischer Linsenmodelle angegeben.

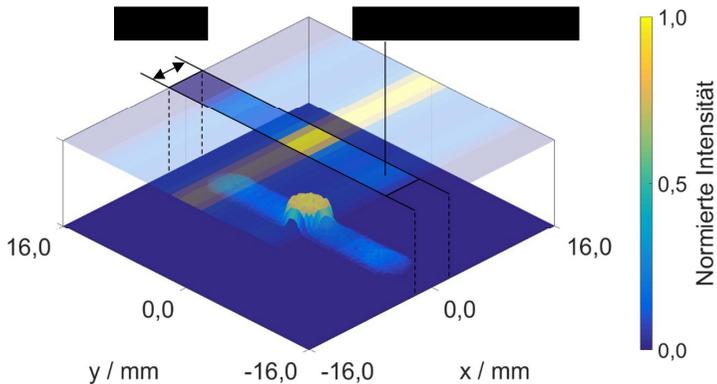


Bild 6.8: Virtuelle Streuwinkelverteilung bei der Messung des Aq-Normals mit dem Sensor OS500 an der Position der [REDACTED]zeile bei der Simulation von $N_{\text{rays}} = 2^{17} = 131.072$ virtuellen Lichtstrahlen und der Annahme perfekter Kohärenz. Darstellung der normierten Intensitätsverteilung, sowie farbliche Hervorhebung der lateralen Begrenzung der [REDACTED]zeile des nichtsequentiellen Sensormodells.

²⁰ Das Originalprofil besteht aus 18.000 diskreten Messpunkten. Für eine Vergrößerung des lateralen Messbereichs wird ein zusammengesetztes Profil betrachtet.

Tabelle 6.2: Paraxiale und nichtsequentielle, streulichtbasierte Messung des A_q -Normals im Programm VTKTrace. Annahme diskreter Steigungswerte beim paraxialen Modell und tessellierter Oberflächendaten beim nichtsequentiellen Sensormodell (Berechnung von $N_{\text{rays}} = 2^{17} = 131.072$ Lichtstrahlen). Berücksichtigung unterschiedlicher Skalierungen²¹ der geometrischen Oberfläche.

Paraxiale Modellannahme									
Skalierung²¹	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00
A_q	29,94	29,88	29,93	29,91	29,88	30,07	29,73	29,87	29,80
Sphärische Linsenmodellierung									
Skalierung²¹	3,00	2,75	2,50	2,25	2,00	1,75	1,50	1,25	1,00
A_q	34,07	34,19	33,76	33,55	33,26	32,67	30,06	24,04	20,71

Während der Erwartungswert für die Varianz der Streuwinkelverteilung bei der paraxialen Modellierung korrekt abgebildet wird und unabhängig von einer Skalierung der Oberfläche ist, treten Abweichungen bei der Modellierung sphärischer Linsen und der Oberflächentesselierung auf. Dies ist der Fall, obwohl der virtuelle Sensor, entsprechend des in Bild 6.7 dargestellten Verlaufs, sowie der in Bild 4.6 dargestellten Periodizität von 30 μm , in dem betrachteten Bereich keine nennenswerten Übertragungseinflüsse zeigen sollte. Dies liegt an einer Invarianz gegenüber der Gradientenverteilung.

Die Ergebnisse in Tabelle 6.2 zeigen beim sphärischen Linsenmodell jedoch eine starke Abhängigkeit des A_q -Werts von der Oberflächenskalierung²¹. Aufgrund der Invarianz der Gradientenverteilung ist dies so nicht direkt zu erwarten. Die Ursache liegt darin, dass die Normalenvektoren bei einer zu fein aufgelösten Oberfläche in lateraler Richtung numerisch nicht korrekt berechnet werden (vgl. Ergebnis bei der Skalierung mit dem Faktor 1,00 in Tabelle 6.2). Um netzbasierte Steigungsfehler zu vermeiden, wurde im Ray-Tracing-Programm eine Funktion implementiert, welche, bei vernachlässigbarem Formanteil der geometrischen Oberfläche, die Berechnung einer Referenzebene ermöglicht. Der sich ergebende Schnittpunkt eines virtuellen Lichtstrahls mit dieser Ebene legt die Lateralposition fest, an welcher ein hinterlegter Gradient für die Berechnung der Strahlfortsetzung genutzt wird. Gemäß Gleichung (3.35) werden Normalenvektoren aus den diskreten Steigungswerten der Topographie abgeleitet, die über Koordinatentransformationen im Raum ausgerichtet werden. Dadurch ist es möglich, auch lateral hochaufgelöste Oberflächen zu berechnen und numerische Fehler, die aus der Tessellierung der Topographie

²¹ Die Skalierung bezieht sich auf eine maßstabsgetreue Abbildung der geometrischen Oberfläche, bei der die Winkel nicht verfälscht werden.

resultieren, zu vermeiden. Die Methode ist damit in Analogie zur Beschreibung von BSSRDFs zu sehen und ist für die virtuelle Messung rauer Oberflächen interessant. Zusätzlich kann durch diese Art der Modellierung Rechenzeit eingespart werden, da für jeden Strahl lediglich der Schnittpunkt mit einer Ebene berechnet werden muss.

6.6 Virtuelle Ribletmessungen

Die Evaluierung des Sensormodells und die Möglichkeit nichtsequentieller Simulationen ermöglichen Untersuchungen zum Einsatz des Sensors in neuen Anwendungsfeldern. Eine solche Anwendung ist beispielsweise die Messung sogenannter Riblets (vgl. [126, 127]). Diese gewinnen im Bereich der Luftfahrt zunehmend an Bedeutung, da sich mit ihnen Strömungseffekte optimieren lassen (vgl. [128]). In der praktischen Anwendung ist es erforderlich, die Riblets messtechnisch zu erfassen, beziehungsweise deren Formgebung und Degradation (vgl. [126, S. 7 ff.]) zu charakterisieren. Dies gilt für den Betrieb und die Fertigung gleichermaßen. Für die Messung wird der SLS, als Abwandlung des in [126, S. 14] dargestellten Versuchsaufbaus, genutzt und am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern derzeit im Prototypenstatus betrieben. Die Entwicklung eines Funktionsmusters erfolgt in Kooperation mit der Airbus S.A.S., dem Fraunhofer Institut IFAM Bremen, der Universität Osnabrück, sowie der Firma OptoSurf. Das zugrunde liegende Messprinzip wurde an der Universität Osnabrück entwickelt.

Bei dem eingesetzten Verfahren handelt es sich um ein gegenüber der Streulichtmesstechnik abgewandeltes Messprinzip, das mit dem nichtsequentiellen Ray-Tracing-Programm VTKTrace ebenfalls simuliert werden kann (vgl. [129]). Bei dem Funktionsmuster des Sensors werden Mehrfachreflexionen an den periodischen Mikrostrukturen mit zwei oder drei winkelauflösenden Streulichtsensoren analog zu dem in [126, S. 14] beschriebenen Prinzip gemessen. Aus den Verteilungen der Streuwinkel können Kennwerte für die Charakterisierung der Ribletbeschaffenheit (vgl. [127, S. 6]) berechnet werden. Das Messprinzip ist damit in Analogie zu der ausführlich beschriebenen Messung der Streuwinkelverteilung gemäß Abschnitt 4.1 und Abschnitt 6 zu sehen.

Das kollimierte Licht der Diode des SLS wird demnach im Brennweitenabstand des Sensors auf der zu messenden Oberfläche abgebildet. Aufgrund der Formgebung der Mikrostruktur (vgl. Bild 6.9) kommt es zur Mehrfachreflexion des Lichts an den Ribletflanken, sowie am Ribletgrund (vgl. [126, S. 5]). Die doppelt reflektierten Strahlen werden mit dem SLS in schräger Einbaulage gemessen. Das zugrunde liegende, evaluierte Sensormodell kann auf die beschriebene Anwendung übertragen werden.²²

²² Der Sensor des Ribletsensors weist gegenüber dem Modell des Sensors OS500 der Firma OptoSurf geringfügige Unterschiede auf. Vordergründig sind die abweichende Brennweite des integrierten Objektivs und der Messbereich zu nennen. Das Messprinzip ist jedoch identisch.

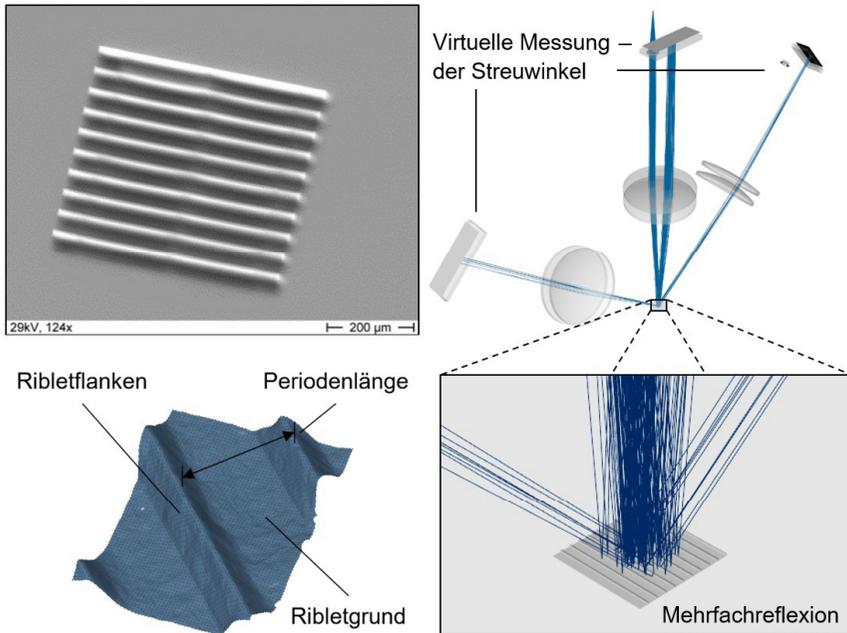


Bild 6.9: Obere linke Darstellung: Mittels Raster-Elektronen-Mikroskopie gemessene Ribletoberfläche mit charakteristischer, periodischer und anisotroper Formgebung (Messung am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern). Untere linke Darstellung: Stereoskopische Auswertung von Riblets, aufgenommen mit einem Raster-Elektronen-Mikroskop am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern ([129]). Rechte Darstellung: Virtuelles, nichtsequentielles Modell eines Prototypen des Ribletsensors zur streulichtbasierten Analyse von Riblets zur Beurteilung der Degradation.

In der praktischen Anwendung ist die Veränderung der Formgebung und die Ribletdegradation ein Beurteilungskriterium, das ein eigenes Forschungsgebiet darstellt (vgl. [127, 128]). Grundlegende Untersuchungen zu dem Messprinzip, sowie zur Simulation wurden bereits angestellt. So wurde für das Programm VTKTrace ein entsprechendes Sensormodell entwickelt (vgl. Bild 6.9). Mithilfe des dargestellten Modells können Riblets virtuell gemessen werden. Dazu ist es erforderlich, eine geometrische Struktur in Form eines STL-Netzes zu generieren und in das bereits evaluierte Sensormodell zu laden. Die Streuwinkelverteilung kann somit von den virtuellen Sensoren erfasst werden.

Entsprechend der Evaluierungen und der erzielten Modellverbesserungen lassen sich die Simulationsergebnisse für die virtuelle Messung von Riblets, die Charakterisierung und die Entwicklung neuer Kenngrößen nutzen (vgl. [129]). Exemplarisch werden virtuelle Messungen an spitzenverrundeten Riblets betrachtet.

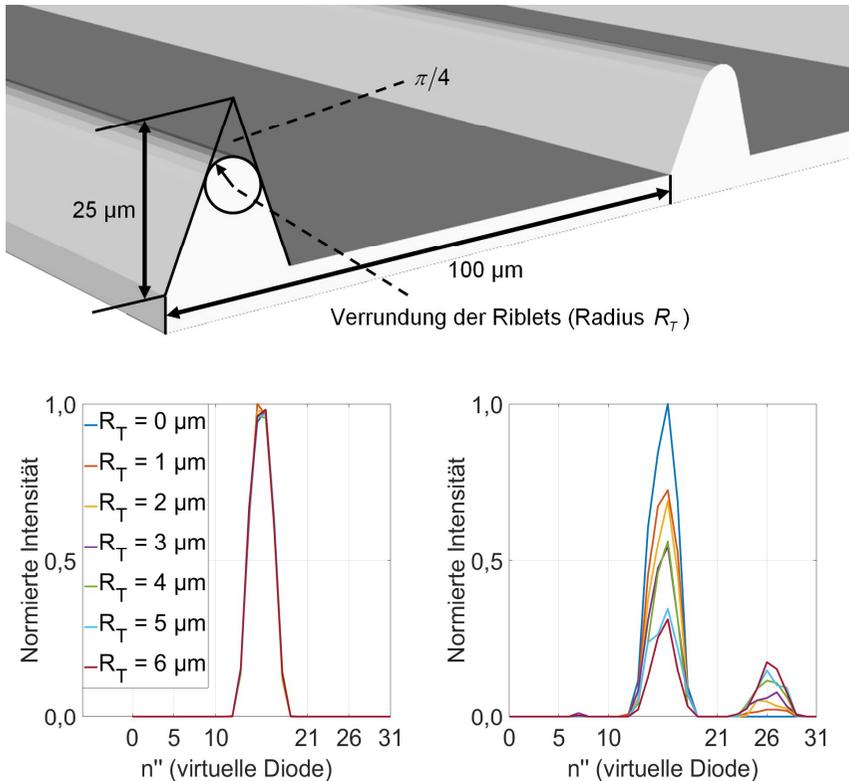


Bild 6.10: Virtuelle Messung von Riblets bei Spitzenverrundung für verschiedene Radien R_T . Obere Darstellung: STL-Netz einer Ribletoberfläche mit Spitzenverrundung. Untere linke Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Streuwinkelverteilung des mittleren Sensors. Die Spitzenverrundung hat nur einen geringen Einfluss auf die Verteilung. Untere rechte Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Streuwinkelverteilung des rechten Streulichtsenors. Der abnehmende Flankenanteil bewirkt eine Abnahme der Streuwinkeldichte und bildet den in [126, S. 8, 127] beschriebenen Fall virtuell ab.

Die Spitzenverrundung stellt nach Tschentscher et al. ([127]) ein Modell für die Ribletdegradation dar. Die Zunahme der Spitzenradien verursacht eine auf den Messpunkt bezogene Abnahme der Flächenanteile, die den Ribletflanken zuzuordnen sind. Folglich sinken die Streuwinkeldichten bei virtueller Messung mit den Sensoren, die jeweils in 45° Einbaulage angebracht sind.²³ Die zu erwartende Abnahme der Streuwinkelverteilung kann im Rahmen virtueller Messungen mit dem beschriebenen Modell des Streulichtensors nachgebildet werden. Die Ergebnisse sind für die einzelnen Sensoren in Bild 6.10 dargestellt. Der Zusammenhang zwischen der abnehmenden Gesamtintensität bei zunehmender Spitzenverrundung ist in Bild 6.10 (untere rechte Darstellung) deutlich zu erkennen. Zusätzlich zum Maximum der Streuwinkelverteilung, dessen Lage sich aus dem Einbauwinkel des Sensors und der Ribletgeometrie ergibt, tritt mit zunehmender Verrundung ein Nebenmaximum auf. Dieses ist auf die direkte und indirekte Reflexion infolge der Oberflächenkrümmung zurückzuführen. Die Intensität des Nebenmaximums steigt mit dem Verrundungsradius an. Gleichzeitig bleibt die Streuwinkelverteilung des virtuellen Sensors, der sich in vertikaler Einbaulage befindet, nahezu unverändert (vgl. Bild 6.10, untere linke Darstellung). Die Ursache für die Invarianz der Streuwinkelverteilung des mittleren Sensors liegt darin, dass die Ribletspitzen gegenüber dem Grundsignal, bedingt durch den Ribletgrund, nur einen sehr geringen Flächenanteil darstellen. Der Winkelanteil der verrundeten Spitzen ist dementsprechend vernachlässigbar.

Neben der in [127] beschriebenen Spitzenverrundung sind weitere Arten der Degradation denkbar, die zu abweichenden Formen und damit zu charakteristischen Streuwinkelverteilungen führen. Verschmutzungen der Riblets beschreiben ein Szenario, das dazu führt, dass die Ribletflanken nicht mehr strikt vom Ribletgrund separiert werden können. Eine solche veränderte Formgebung wird in Bild 6.11 (obere Darstellung) durch die Einführung eines Radius R_B beschrieben, der die Verrundung zwischen den Ribletflanken und dem Ribletgrund modelliert.

Mit zunehmendem Radius sinkt erwartungsgemäß die messbare Streuwinkeldichte für den mittleren SLS. Zugleich resultieren für die Sensoren in schräger Einbaulage charakteristische Verläufe, die auf die direkte Reflexion der Lichtstrahlen an den verrundeten Flanken zurückzuführen sind. Demnach verschiebt sich die Schwerpunktslage der Streuwinkelverteilung (vgl. Bild 6.11, untere rechte Darstellung), hervorgerufen durch die direkte Reflexion an den verrundeten Flanken. Zur Charakterisierung solcher Formveränderungen sind weiterführende Untersuchungen notwendig, die Mehrdeutigkeiten, bedingt durch das zugrunde liegende Messprinzip, berücksichtigen.

²³ Die Einbaulage ergibt sich aus der vorliegenden Formgebung der Ribletgeometrie.

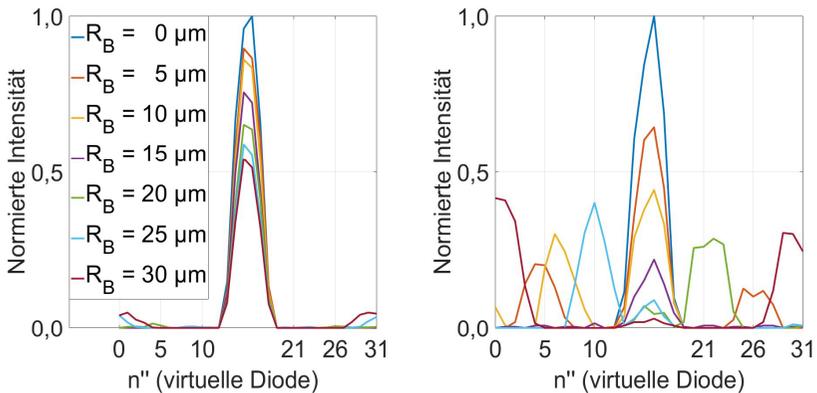
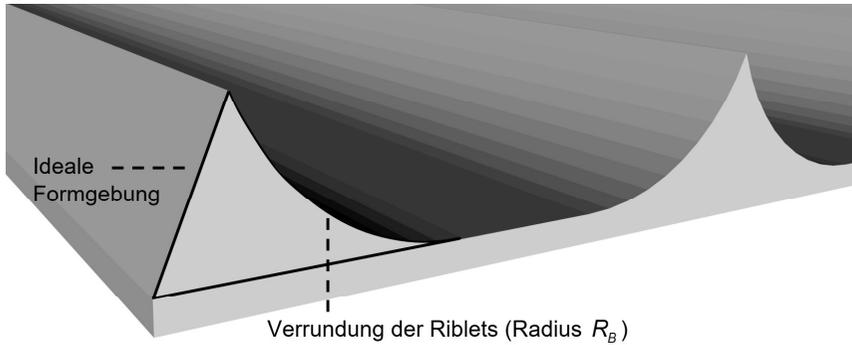


Bild 6.11: Virtuelle Messung von Riblets bei simulierter Flankenverrundung für unterschiedliche Radien R_B . Untere linke Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Streuwinkelverteilung des mittleren Sensors. Die Flankenverrundung bewirkt eine Abnahme der Streuwinkeldichte. Untere rechte Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Streuwinkelverteilung des rechten Streulichtsenors. Die Verrundung der Flanken bewirkt eine unerwünschte, direkte Reflexion der Lichtstrahlen, die auf dem virtuellen Detektor abgebildet werden. Folglich resultiert neben dem Hauptmaximum ein unerwünschtes Nebenmaximum, dessen Position sich in Abhängigkeit des Radius R_B auf dem virtuellen Detektor verändert.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden detailliert Methoden und Algorithmen zur Simulation optischer Sensoren vorgestellt und Untersuchungen zur Evaluierung der optischen Modelle durchgeführt. Die vorangegangenen Kapitel befassten sich ausführlich mit dem Thema der virtuellen Modellierung optischer Sensoren zur Charakterisierung geometrischer Oberflächen. Die Inhalte der einzelnen Abschnitte werden wie folgt zusammengefasst.

Zur Einleitung in die Thematik des virtuellen, optischen Messens wurde zunächst auf die physikalischen Zusammenhänge in Bezug auf die Ausbreitung und die materialabhängige Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen eingegangen. Dazu wurde, basierend auf den Maxwell-Gleichungen, die räumliche und zeitliche Ausbreitung elektromagnetischer Wellen behandelt. Diese dienen als Grundlage für die Simulation optischer Systeme. Anschließend wurde das Ray Tracing als Methode zur Simulation optischer Systeme vorgestellt und die Grundprinzipien der sequentiellen, sowie der nichtsequentiellen Systemmodellierung erläutert. In diesem Zusammenhang wurde auf verfügbare Ray-Tracing-Software und Algorithmen für die effiziente Berechnung der geometrischen Strahlausbreitung eingegangen.

Nach der Betrachtung der Grundlagen erfolgte die Beschreibung der Methodik der physikalischen Systemmodellierung. Informationen zur kohärenten und inkohärenten Simulation wurden hierzu vermittelt. Während bei der inkohärenten Modellierung insbesondere die BSDF als vereinfachte Modellannahme thematisiert wurde, wurde bei der kohärenten Beschreibung die Polarisation elektromagnetischer Wellen näher betrachtet. Diese Grundlagen führten schließlich zur mathematischen Modellierung virtueller Lichtquellen. Mit der mathematischen Beschreibung geometrischer Oberflächen, sowie der oberflächennahen Berechnung elektromagnetischer Effekte, wurde schließlich die Grundlage für die Simulation von Oberflächen mit zugewiesenen Materialeigenschaften und der virtuellen Messung dieser Oberflächen geschaffen. Die Thematik wurde um mehrere Teilkapitel zur physikalischen Schichtmodellierung unter dem Aspekt der Wechselwirkung mit elektromagnetischen Wellen ergänzt.

Mit den erarbeiteten Grundlagen wurde somit eine Basis geschaffen, um paraxiale und damit lineare, optische Systeme mathematisch zu beschreiben. Diese können, entsprechend der Implementierung im Programm VTKTrace, für die virtuelle Messung geometrischer Oberflächen eingesetzt werden.

Bei dem ersten System handelt es sich um ein inkohärentes Modell des winkelauflösenden Streulichtensors SLS in der Bauform OS500, welches für die Messung der statistischen Verteilung von Oberflächenwinkeln einer geometrischen Oberfläche eingesetzt werden kann. Das System wurde paraxial beschrieben und Versuche zur Evaluierung angestellt. Neben bereits bestehenden Kenngrößen wurden neue, streulichtbasierte Kenngrößen definiert, die die Bewertung

zweidimensionaler, virtuell gemessener und real ermittelter Resultate ermöglichen. Die Ergebnisse der Simulation zeigen dabei eine gute Übereinstimmung mit der realen Anwendung.

Neben dem winkelauflösenden Messprinzip, als inkohärentes Verfahren, wurde schließlich das paraxiale, kurzkohärente Interferometer als Repräsentant eines kohärenten, virtuellen Messsystems beschrieben. Die Modellierung dieses Systems orientiert sich dabei an dem modifizierten, kurzkohärenten Interferometer WS1 der Firma Mahr, das zur vertikal hochauflösenden Messung geometrischer Oberflächen am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik eingesetzt wird. Nach der Modellierung und Implementierung im Programm VTKTrace wurden auch zu diesem Modell Untersuchungen durchgeführt.

Nach der ausführlichen Betrachtung paraxialer, sequentieller Systeme wurden nichtsequentielle, optische Ray-Tracing-Simulationen thematisiert. Die in den Anfangskapiteln beschriebenen Grundlagen, die mathematische Beschreibung elektromagnetischer Wellen, sowie die Systemmodellierung wurden auf die nichtsequentielle Betrachtung übertragen. Somit wurde ein nichtsequentieller Ray-Tracing-Algorithmus entwickelt und im Programm VTKTrace implementiert. Für eine numerisch effiziente Berechnung der Strahlausbreitung und die Berechnung der Interaktion mit geometrischen Objekten wurde zudem die DLL CADUTrace vorgestellt, die es ermöglicht, Ray-Tracing-Berechnungen parallel auf einer CUDA®-fähigen GPU auszuführen. Im Programm VTKTrace kann auf diese DLL optional zugegriffen werden. Mit dem Ray-Tracing-Programm VTKTrace, sowie der CUDA®-basierten DLL CADUTrace wurde somit eine Basis geschaffen, um optische Sensoren nichtsequentiell zu beschreiben.

Zudem wurde ein alternativer Ansatz zum GPU-basierten Rechnen vorgestellt. Der Aufbau und die Programmierung eines Windows-Clusters und die Zuhilfenahme von MSMPI erwiesen sich allerdings, aufgrund der anfallenden Datenmengen und der aufwendigen Rahmenbedingungen, als relativ störanfällig. Neben den bereits durchgeführten, grundlegenden Versuchen mit MSMPI ist es daher erforderlich, weiterreichende Untersuchungen zur Parallelisierung anzustellen.

Abschließend wurde der winkelauflösende Streulichtsensor OS500, der bereits als paraxiales Modell beschrieben wurde, nichtsequentiell modelliert. Zur Evaluierung des Sensormodells, sowie zum Nachweis der korrekten Funktionsweise des nichtsequentiellen Programms, wurden Untersuchungen zum Übertragungsverhalten angestellt. Im Rahmen der Evaluierung wurde das Modell optimiert. Mit dem Ribletsensor konnte schließlich ein neues Anwendungsgebiet für den Einsatz des SLS vorgestellt werden.

Wie jedes mathematische Modell kann das beschriebene Programm VTKTrace mit den implementierten Algorithmen nicht die Abbildung der exakten Physik für sich in Anspruch nehmen. Dies ist der Modellabstraktion und dem Ray-Tracing geschuldet.

Allerdings kann das Programm weiter verbessert und um neue Funktionalitäten erweitert werden.

Für eine praktische Anwendbarkeit ist es beispielsweise zweckmäßig, auf mittelfristige Sicht das Programm VTKTrace um einen benutzerfreundlichen Editor zur Erstellung virtueller, optischer Systeme zu erweitern. Zusätzlich ist die Verbesserung der Bedienbarkeit auch unter dem Aspekt der Didaktik zu sehen. Neben den beschriebenen, optischen Sensoren können außerdem weitere optische Systeme modelliert werden. Mikroskope, Streifenprojektionssysteme, sowie interferometrische oder konfokale Systeme stellen nur einige Anwendungsbeispiele für den praktischen Einsatz des Programms VTKTrace und die DLL CADUTrace dar.

Weiteres Verbesserungspotential besteht in einer alternativen Beschreibung geometrischer Oberflächen, die nach aktuellem Stand mit diskreten Steigungswerten oder tesselierten Oberflächen berechnet werden. So besteht grundsätzlich die Möglichkeit, Oberflächensplines in dem Programm VTKTrace zu implementieren, um zweifach stetige Differenzierbarkeit, sogenannte C2-Stetigkeit, der geometrischen Oberfläche zu erreichen (vgl. Bild 7.1). Alternative Interpolationsansätze, wie jene nach Gouraud [35] und Phong [36] sind ebenfalls denkbar.

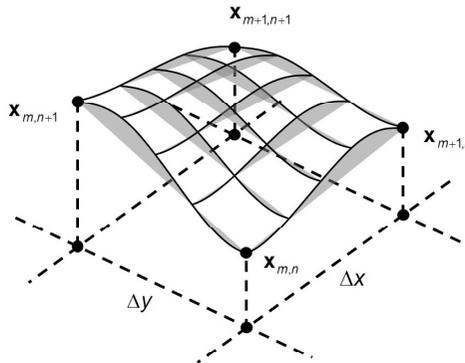


Bild 7.1: Prinzip der Überführung einer diskretisierten, geometrischen Oberfläche mit diskreten Stützstellen in einen kontinuierlichen, zweidimensionalen Funktionsverlauf mithilfe von Oberflächensplines zur Erlangung zweifach stetiger Differenzierbarkeit (C2-Stetigkeit)

In diesem Zusammenhang ist auch die Erweiterbarkeit des nichtsequentiellen Modells um asphärische Linsenmodelle zu sehen. Bislang sind solche Modelle in dem Programm noch nicht implementiert, da bei dem betrachteten, nichtsequentiellen Sensormodell OS500 hierzu bislang keine Notwendigkeit bestand. Allerdings können solche Linsentypen, beispielsweise zylindrische Linsen, analog zu

dem existierenden Modell umgesetzt werden. Zudem sind Simulationen denkbar, bei denen asphärische, polynomiale Oberflächen zum Einsatz kommen. Dies ist beispielsweise möglich, wenn die Grundform der Linse einer Kugel entspricht und der Schnittpunkt mit dem Grundkörper (vgl. Abschnitt 6.2) als Berechnungsgrundlage für eine iterative Approximation des Schnittpunkts, sowie der Berechnung von Oberflächennormalen dienen kann. Exemplarisch wird hierzu auf die normative Beschreibung asphärischer Oberflächen gemäß DIN ISO 10110-12 ([130]) verwiesen.

Abschließend wird außerdem ein alternatives Anwendungsgebiet des Programms VTKTrace, das sogenannte akustische Ray Tracing genannt. Da das Ray Tracing auf der Berechnung der Ausbreitung von Strahlsegmenten basiert, ist eine Beschränkung auf optische Anwendungen nicht zwingend. So bietet die Akustik weitreichende Analogien zur Optik und kann, mit gewissen Einschränkungen, ebenfalls mittels Ray Tracing simuliert werden. Die räumliche und zeitliche Ausbreitung von Schalldruck ist in diesem Zusammenhang zu nennen. Eine Erweiterung des Ray-Tracing-Programms VTKTrace um die Funktionalität der Akustiksimulation ist ein mittelfristiges Ziel. Dieses ist mit Blick auf die Forschungsausrichtung des Lehrstuhls für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern und industrielle Kooperationen von Interesse. Zudem beschreibt die physikalische Modellierung mittels Ray Tracing im Rahmen des IRTG 2057 „*Physical Modeling for Virtual Manufacturing Systems and Processes*“ einen interessanten Anwendungsfall. Für diesen wurden mit den beschriebenen Algorithmen die Grundlagen gelegt.

Anhang

A Maxwell-Gleichungen in der Optik

Die Maxwell-Gleichungen in differentieller Schreibweise bilden die Grundlage der Elektrodynamik in vielen optischen Anwendungsfällen. Mithilfe der Gleichungen, die in differentieller und integraler Schreibweise existieren, können Effekte der Elektrodynamik und damit auch die räumliche und zeitliche Ausbreitung elektrischer und magnetischer Felder berechnet werden. Die Eigenschaften der Maxwell-Gleichungen werden wie folgt beschrieben und finden sich, in stark abgewandelter Schreibweise, in [17] und [18] wieder. Die heute gebräuchliche Schreibweise der Maxwell-Gleichungen in der differentiellen Form lässt sich, unter Berücksichtigung vektorieller Größen, mit vier Gleichungen wie folgt kompakt zusammenfassen (vgl. zum Beispiel [20, S. 231]).

Divergenz des elektrischen Feldes:

$$\nabla^T \cdot \mathbf{D} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \mathbf{D} = \rho_e \quad (\text{A.1})$$

Magnetische Quellenfreiheit:

$$\nabla^T \cdot \mathbf{B} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Zeitliche Magnetfeldveränderung:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right)^T \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \cdot \mathbf{B} \quad (\text{A.3})$$

Zeitliche, elektrische Feldveränderung:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right)^T \times \mathbf{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{j} + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{A.4})$$

D bezeichnet den elektrischen und **B** den magnetischen Flussdichtevektor. **E** wird als elektrischer Feldstärkevektor bezeichnet. ρ_e gibt zudem die freie Ladung und **j** den Ladungsfluss in Form des elektrischen Stromes an. Da bei den betrachteten Anwendungen freie Ladungen und Ladungsflüsse vernachlässigt werden, entfallen die besagten Größen in den angegebenen Gleichungen. Zur Herleitung der Differentialgleichung zur Beschreibung der elektromagnetischen Wellenausbreitung werden zunächst die Gleichungen (A.3) und (A.4) unter den getroffenen Annahmen betrachtet. Die zeitliche Ableitung der Gleichung (A.4) führt zu

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla \times \frac{\partial}{\partial t} \cdot \mathbf{B} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \quad (\text{A.5})$$

Berücksichtigung der Gleichung (A.3) führt, bei Vernachlässigung freier Ladungen, zu

$$\nabla \times ((-1) \cdot \nabla \times \mathbf{E}) = \Delta \cdot \mathbf{E} - \underbrace{\nabla \cdot (\nabla^T \cdot \mathbf{E})}_{=0} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (\text{A.6})$$

und damit auf den in Gleichung (2.1) angegebenen, differentiellen Zusammenhang. Dieser kann genutzt werden, um eine real- oder komplexwertige Wellengleichung zur Lösung des mathematischen Problems zu definieren. Eine komplexwertige Lösung wird in Gleichung (2.4) mit

$$\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) = \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0} \cdot e^{j(\omega t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}))} \quad (\text{A.7})$$

angegeben. Einsetzen der Gleichung in die Gleichung (A.6) führt auf den Zusammenhang

$$(\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{k}) \cdot \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0} \cdot e^{j(\omega t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}))} = \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \omega^2 \cdot \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k},0} \cdot e^{j(\omega t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}))} \quad (\text{A.8})$$

und liefert damit, unter Berücksichtigung von

$$c_0^2 \cdot (\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{k}) = \omega^2, \quad (\text{A.9})$$

den Wert der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Diese wird demnach mit

$$c_0 = \sqrt{\frac{\omega^2}{(\mathbf{k}^T \cdot \mathbf{k})}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} \quad (\text{A.10})$$

angegeben.

B Lösung der Maxwell-Gleichungen (Kugelwelle)

Die Maxwell-Gleichungen können sowohl durch eine ungedämpfte, ebene Welle, als auch durch eine in radialer Richtung verlaufende, gedämpfte Kugelwelle, die sogenannte Elementarwelle, gelöst werden. Die Herleitung zur ebenen Welle findet sich in Anhang A. Dass auch gedämpfte Kugelwellen, entsprechend der Angaben nach Gleichung (2.7), die Maxwell-Gleichungen lösen, soll nachfolgend gezeigt werden. Betrachtet wird dazu die Gleichung (A.6). Einsetzen der vermeintlichen Lösung in die Gleichung führt zu dem Ausdruck

$$\begin{aligned} & \Delta \cdot \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k},0}}{R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{\mathbf{k},0})} \cdot \exp\left(j \cdot (\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}))\right) \\ &= \mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k},0}}{R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{\mathbf{k},0})} \cdot \exp\left(j \cdot (\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}))\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Die angegebene Gleichung kann sowohl bei Betrachtung kartesischer, als auch bei Betrachtung von Kugelkoordinaten, gelöst werden. Es wird darauf hingewiesen, dass der Wellenvektor \mathbf{k} in radialer Richtung verläuft und entsprechend der Angaben in Gleichung (2.8) eine Funktion von $\mathbf{x} = \mathbf{x}(x, y, z)$ darstellt. Dies muss bei der Ableitung des Ausdrucks berücksichtigt werden. Die rechtsseitige, zweifache Zeitableitung kann, unter der Voraussetzung

$$R^2 = (x - x_{\mathbf{k},0})^2 + (y - y_{\mathbf{k},0})^2 + (z - z_{\mathbf{k},0})^2, \quad (\text{B.2})$$

mit

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k},0}}{R} \cdot \exp\left(j \cdot (\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}))\right) \right) \\ &= -\omega^2 \cdot \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k},0}}{R} \cdot \exp\left(j \cdot (\omega \cdot t - \mathbf{k}^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k},0}))\right) \\ &= -\omega^2 \cdot \frac{\mathbf{E}_{\mathbf{k},0}}{R} \cdot \exp\left(j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot R)\right) \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

angegeben werden. Linksseitig wird der Laplace-Operator für eine vereinfachte Berechnung in Kugelkoordinaten transformiert. Gemäß [124, S. 278] kann die Laplace-Operation bei der Kugelwelle auf eine rein radiale Betrachtung reduziert werden. Für den angegebenen Spezialfall folgt entsprechend

$$\Delta \cdot \mathbf{E}_{R,\mathbf{k}} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot \mathbf{E}_{R,\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \cdot \frac{\partial \mathbf{E}_{R,\mathbf{k}}(R, t)}{\partial R} \right). \quad (\text{B.4})$$

Es gilt

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \cdot \frac{\partial}{\partial R} \cdot \mathbf{E}_{R,k}(R,t) \right) \\ &= \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \left((-j \cdot k \cdot R \cdot \mathbf{E}_{k,0} - \mathbf{E}_{k,0}) \cdot \exp(j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot R)) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

und entsprechend folgt

$$\frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \cdot \frac{\partial}{\partial R} \cdot \mathbf{E}_{R,k}(R,t) \right) = -\frac{k^2}{R} \cdot \mathbf{E}_{k,0} \cdot \exp(j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot R)). \quad (\text{B.6})$$

Gleichsetzen der Resultate gemäß der Gleichungen (B.3) und (B.6) und Berücksichtigung von Gleichung (B.1) führt auf den Zusammenhang

$$\begin{aligned} & -k^2 \cdot \frac{\mathbf{E}_{k,0}}{R} \cdot \exp(j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot R)) \\ &= -\mu_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \omega^2 \cdot \frac{\mathbf{E}_{k,0}}{R} \cdot \exp(j \cdot (\omega \cdot t - k \cdot R)) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

der, entsprechend der Angaben in Anhang A, die DGL (A.6) löst.

C Herleitung zur zeitintegrierten Intensität

Die zeitliche Intensitätsmittelung ist von Bedeutung, um einen mittleren Energiefluss bei der Betrachtung elektromagnetischer Wellen zu beschreiben. Es folgt eine Herleitung für die Berechnung der zeitlich gemittelten Intensität nach Gleichung (2.15). Gemäß Gleichung (2.14) gilt für die zeitlich gemittelte Intensität, in Abhängigkeit komplexwertiger, elektrischer Feldstärkevektoren, die Gleichung

$$\bar{I}_{\Sigma}(\mathbf{x}) \cdot \int_t dt = \int_t I_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) \cdot dt, \quad (\text{C.1})$$

wobei sich die zeit- und ortsabhängige Intensität $I_{\Sigma}(\mathbf{x}, t)$ nach Gleichung (2.13) zu

$$I_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) = \frac{\varepsilon_0 \cdot c_0}{8} \cdot \left(\frac{(\mathbf{E}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_{\Sigma}^*(\mathbf{x}, t))^T}{\mathbf{E}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_{\Sigma}^*(\mathbf{x}, t)} \right) = \frac{\varepsilon_0 \cdot c_0}{2} \cdot \mathbf{E}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t)^T \cdot \mathbf{E}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{C.2})$$

berechnet. Folglich ergibt sich die zeitlich gemittelte Intensität durch Integration zu

$$\bar{I}_{\Sigma}(\mathbf{x}) \cdot \int_t dt = \frac{\varepsilon_0 \cdot c_0}{8} \cdot \int_t \left(\frac{(\mathbf{E}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_{\Sigma}^*(\mathbf{x}, t))^T}{\mathbf{E}_{\Sigma}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}_{\Sigma}^*(\mathbf{x}, t)} \right) \cdot dt. \quad (\text{C.3})$$

Die Betrachtung des Zeitintervalls $[T_1, T_2]$ führt, bei Berücksichtigung von Gleichung (2.12), auf den Ausdruck

$$\bar{I}_{\Sigma}(\mathbf{x}) \sim \frac{1/4}{T_2 - T_1} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{\left(\sum_d \left(\mathbf{E}_{\mathbf{k}_d, 0} \cdot \exp \left(j \cdot \left(\omega_d \cdot t - \mathbf{k}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d, 0}) \right) \right) \right) \right)^T + \left(\sum_d \left(\mathbf{E}_{\mathbf{k}_d, 0}^* \cdot \exp \left(-j \cdot \left(\omega_d \cdot t - \mathbf{k}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d, 0}) \right) \right) \right) \right)^T}{\left(\sum_d \left(\mathbf{E}_{\mathbf{k}_d, 0} \cdot \exp \left(j \cdot \left(\omega_d \cdot t - \mathbf{k}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d, 0}) \right) \right) \right) \right)^T + \left(\sum_d \left(\mathbf{E}_{\mathbf{k}_d, 0}^* \cdot \exp \left(-j \cdot \left(\omega_d \cdot t - \mathbf{k}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d, 0}) \right) \right) \right) \right)^T} \right) \cdot dt. \quad (\text{C.4})$$

Der Ausdruck kann durch Separation von Real- und Imaginärteil der komplexwertigen Ausdrücke umgeschrieben werden. Es folgt

$$\bar{I}_{\Sigma}(\mathbf{x}) \sim \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \left(\sum_d \begin{pmatrix} \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \cos\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \sin\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \end{pmatrix} - \sum_d \begin{pmatrix} \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \cos\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \sin\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \end{pmatrix} \right) \cdot dt. \quad (\text{C.5})$$

Unter der Voraussetzung, dass die diskreten Signalanteile nicht korrelieren, kann bei genügend hoher Anzahl diskreter Spektralanteile näherungsweise

$$\bar{I}_{\Sigma}(\mathbf{x}) \sim \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \int_{T_1}^{T_2} \left(\sum_d \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \cos\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \sin\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \cos\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \sin\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right) \cdot dt + E_{\Sigma,\text{inc}}^2 \quad (\text{C.6})$$

angenommen werden. $E_{\Sigma,\text{inc}}^2$ stellt dabei den inkohärenten und näherungsweise konstanten Intensitätsanteil dar, der bei der Umformung aufgrund der vorliegenden, diskreten Signalanteile berücksichtigt werden muss. Auf eine exakte Berechnung wird verzichtet. Das Vertauschen von Summe und Integral führt unter dieser Voraussetzung auf den Zusammenhang

$$\bar{I}_{\Sigma}(\mathbf{x}) \sim \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \sum_d \int_{T_1}^{T_2} \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \cos\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \sin\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \end{array} \right)^T \\ \left(\begin{array}{c} \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \cos\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \cdot \sin\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \end{array} \right) \end{array} \right) \cdot dt \quad (\text{C.7})$$

$$+ E_{\Sigma, \text{inc}}^2$$

und kann weiter umgeschrieben werden. Es folgt

$$\bar{I}_{\Sigma}(\mathbf{x}) \sim \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \sum_d \int_{T_1}^{T_2} \left(\begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\}^T \cdot \cos^2\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \\ \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \end{array} \right)^T \\ \left(\begin{array}{c} 2 \cdot \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\}^T \cdot \cos\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \end{array} \right)^T \cdot \sin\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) + \\ \left(\begin{array}{c} \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\}^T \cdot \sin^2\left(\omega_d \cdot t - \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0})\right) \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \end{array} \right)^T \end{array} \right) \cdot dt \quad (\text{C.8})$$

$$+ E_{\Sigma, \text{inc}}^2$$

und daraus schließlich

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{\Sigma}(\mathbf{x}) \sim & \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \sum_d \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\}^T \\ \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \end{array} \right) \cdot \left(\frac{t}{2} + \frac{\sin \left(2 \cdot \left(\begin{array}{l} \omega_d \cdot t - \\ \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot \left(\begin{array}{l} \mathbf{x} - \\ \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0} \end{array} \right) \end{array} \right) \right)}{4 \cdot \omega_d} \right) \\ \left(\begin{array}{l} \operatorname{Re}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\}^T \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \end{array} \right) \cdot \left(\frac{\cos \left(2 \cdot \left(\begin{array}{l} \omega_d \cdot t - \\ \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot \left(\begin{array}{l} \mathbf{x} - \\ \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0} \end{array} \right) \end{array} \right) \right)}{2 \cdot \omega_d} \right) \\ \left(\begin{array}{l} \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\}^T \\ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{k}_d,0}\} \end{array} \right) \cdot \left(\frac{t}{2} - \frac{\sin \left(2 \cdot \left(\begin{array}{l} \omega_d \cdot t - \\ \underline{\mathbf{k}}_d^T \cdot \left(\begin{array}{l} \mathbf{x} - \\ \mathbf{x}_{\mathbf{k}_d,0} \end{array} \right) \end{array} \right) \right)}{4 \cdot \omega_d} \right) \end{array} \right) \Bigg]_{t=T_1}^{t=T_2} + E_{\Sigma,inc}^2 \quad (C.9)
 \end{aligned}$$

als Endresultat. Damit kann das Integral nach Gleichung (C.3) bei Vernachlässigung der Korrelation einzelner Signalanteile als Summe der einzelnen Intensitäten aufgefasst werden. Die Oszillation des Intensitätsverlaufs infolge der zeitlichen Integration klingt, entsprechend der in Bild 2.1 dargestellten Verläufe, mit zunehmender Integrationszeit ab.

D Die diskrete Fourier-Transformation

Die diskrete Fourier-Transformation (DFT) wird in der Fachliteratur häufig synonym zur schnellen Fourier-Transformation (FFT) bezeichnet. Tatsächlich handelt es sich bei der FFT jedoch um eine numerisch effiziente Implementierung der DFT. Die DFT stellt in der Signalverarbeitung eine effektive und verbreitet genutzte Methode dar, um Signale bezüglich der harmonischen Anteile zu untersuchen. Die DFT ist dabei die diskrete Entsprechung der kontinuierlichen Fourier-Transformation und kann zur Analyse zeitabhängiger Signale oder von Bildinformationen und damit in Abhängigkeit von Bildkoordinaten verwendet werden. Grundlegende Informationen zur DFT sind in [131], sowie in [108, S. 648–741] zu finden.

Aufgrund der Relevanz hinsichtlich der dargelegten Arbeit, wird exemplarisch der kontinuierliche, zweidimensionale Verlauf $z(x, y) \in \mathbb{R}$ betrachtet. Der Verlauf wird sowohl für die zweidimensionale, als auch für die eindimensionale Analyse genutzt, indem die in Gleichung (2.20) eingeführten Ortskreisfrequenzen κ_x und κ_y für die Analyse herangezogen werden. Betrachtet wird zunächst die eindimensionale Fourier-Transformation in x -Richtung für einen beliebigen y -Wert. Das heißt es gilt $z(x) = z(x, y)$. Die Transformation berechnet sich zu

$$\underline{Z}(\kappa_x) = \mathfrak{T}\{z(x)\}(\kappa_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} z(x) \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot dx. \quad (\text{D.1})$$

Die inverse Transformation wird mit

$$z(x) = \mathfrak{T}^{-1}\{\underline{Z}(\kappa_x)\}(x) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{Z}(\kappa_x) \cdot \exp(j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot d\kappa_x \quad (\text{D.2})$$

angegeben. Der Funktionsverlauf $z(x)$ muss absolut integrierbar sein. Im Allgemeinen resultiert bei der Transformation ein komplexwertiger Verlauf für \underline{Z} . Für den symmetrischen Spezialfall $z(x) = z(-x)$ resultiert

$$\begin{aligned} \underline{Z}(\kappa_x) &= \int_{-\infty}^0 z(-x) \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot dx + \int_0^{+\infty} z(x) \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot dx \\ &= \int_0^{+\infty} 2 \cdot z(x) \cdot \left(\frac{\exp(j \cdot \kappa_x \cdot x) + \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x)}{2} \right) \cdot dx \\ &= 2 \cdot \int_0^{+\infty} z(x) \cdot \cos(\kappa_x \cdot x) \cdot dx = \text{Re}\{\underline{Z}(\kappa_x)\} \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

und für den Spezialfall $z(x) = -z(-x)$ folgt

$$\begin{aligned}
 \underline{Z}(\kappa_x) &= \int_{-\infty}^0 -z(-x) \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot dx + \int_0^{+\infty} z(x) \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot dx \\
 &= \int_0^{+\infty} 2 \cdot j \cdot z(x) \cdot \left(\frac{\exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) - \exp(j \cdot \kappa_x \cdot x)}{2 \cdot j} \right) \cdot dx \quad . \quad (D.4) \\
 &= -2 \cdot j \cdot \int_0^{+\infty} z(x) \cdot \sin(\kappa_x \cdot x) \cdot dx = j \cdot \text{Im}\{\underline{Z}(\kappa_x)\}
 \end{aligned}$$

Das resultierende Signal kann somit analog zur Fourier-Reihenentwicklung interpretiert werden. Betrachtet wird nun die Diskretisierung in x -Richtung. Unter der Annahme, dass eine Abtastung in K äquidistanten Schritten mit einem Abstand Δx vorliegt und dass $z(x)$ nur für $x \geq 0$ definiert ist, kann Gleichung (D.1) umgeschrieben werden. Es folgt

$$\begin{aligned}
 \frac{\underline{Z}(\kappa_x)}{dx} &= \frac{1}{dx} \cdot \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\sum_{m=0}^{K-1} \left(\int_{m \cdot \Delta x}^{(m+1) \cdot \Delta x} z(x) \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot dx \right) + \right. \\
 &\quad \left. \sum_{m=0}^{K-1} \left(\int_{m \cdot \Delta x + dx}^{(m+1) \cdot \Delta x} z(x) \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot dx \right) \right) \\
 &= \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{dx} \cdot \sum_{m=0}^{K-1} \left(\underbrace{z(m \cdot \Delta x)}_{=z_m} \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot m \cdot \Delta x) \cdot dx \right) + \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{dx} \cdot \sum_{m=0}^{K-1} \left(\int_{m \cdot \Delta x + dx}^{(m+1) \cdot \Delta x} z(x) \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot dx \right) \right) \quad (D.5) \\
 &= \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\sum_{m=0}^{K-1} (z_m \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot m \cdot \Delta x)) + \right. \\
 &\quad \left. \sum_{m=0}^{K-1} \left(\frac{1}{dx} \cdot \int_{m \cdot \Delta x + dx}^{(m+1) \cdot \Delta x} z(x) \cdot \exp(-j \cdot \kappa_x \cdot x) \cdot dx \right) \right) .
 \end{aligned}$$

Substitution der Ortskreisfrequenz κ_x durch den Ausdruck $2\pi \cdot \hat{k} / (K \cdot \Delta x)$ ergibt für den ersten Ausdruck im Klammerterm schließlich die Gleichung zur Berechnung der DFT. Es gilt

$$\underline{Z}_{\hat{k}} = \text{DFT}\{z_m\}[\hat{k}] = \sum_{m=0}^{K-1} \left(z_m \cdot \exp\left(-j \cdot \frac{2\pi \cdot m \cdot \hat{k}}{K}\right) \right) . \quad (D.6)$$

Analog dazu kann auch die inverse DFT berechnet werden. Es gilt

$$z_m = \text{DFT}^{-1}\{\underline{z}_{\hat{k}}\}[m] = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} \left(\underline{z}_{\hat{k}} \cdot \exp\left(j \cdot \frac{2\pi \cdot m \cdot \hat{k}}{K}\right) \right). \quad (\text{D.7})$$

Die Gültigkeit von Gleichung (D.7) kann leicht durch Einsetzen von Gleichung (D.6) überprüft werden. Es folgt

$$\begin{aligned} z_m &= \frac{1}{K} \cdot \sum_{\hat{m}=0}^{K-1} \left(\sum_{k=0}^{K-1} z_{\hat{m}} \cdot \exp\left(-j \cdot \frac{2\pi \cdot \hat{m} \cdot \hat{k}}{K}\right) \right) \cdot \exp\left(j \cdot \frac{2\pi \cdot m \cdot \hat{k}}{K}\right) \\ &= \frac{1}{K} \cdot \sum_{\hat{m}=0}^{K-1} \left(z_{\hat{m}} \cdot \sum_{k=0}^{K-1} \exp\left(j \cdot \frac{2\pi \cdot (m - \hat{m}) \cdot \hat{k}}{K}\right) \right) \\ &= \frac{1}{K} \cdot \sum_{\hat{m}=0}^{K-1} z_{\hat{m}} \cdot \frac{\exp\left(j \cdot 2\pi \cdot (m - \hat{m})\right) - 1}{\exp\left(j \cdot \frac{2\pi \cdot (m - \hat{m})}{K}\right) - 1} \\ &= \frac{1}{K} \cdot \sum_{\hat{m}=0}^{K-1} \left(\frac{z_{\hat{m}} \cdot \frac{\exp\left(j \cdot \pi \cdot (m - \hat{m})\right)}{\exp\left(j \cdot \frac{\pi}{K} \cdot (m - \hat{m})\right)}}{\frac{\exp\left(j \cdot \pi \cdot (m - \hat{m})\right) - \exp\left(-j \cdot \pi \cdot (m - \hat{m})\right)}{\exp\left(j \cdot \frac{\pi}{K} \cdot (m - \hat{m})\right) - \exp\left(-j \cdot \frac{\pi}{K} \cdot (m - \hat{m})\right)}} \right) \\ &= \frac{1}{K} \cdot \sum_{\hat{m}=0}^{K-1} \left(z_{\hat{m}} \cdot \exp\left(+j \cdot \left((m - \hat{m}) \cdot \left(\pi - \frac{\pi}{K}\right)\right)\right) \cdot \frac{\sin\left(\pi \cdot (m - \hat{m})\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{K} \cdot (m - \hat{m})\right)} \right) = \frac{K}{K} \cdot z_m \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

wobei die letzte Umformung gemäß des Satzes von l'Hospital gültig ist. Die DFT kann auch auf mehrdimensionale Fälle angewendet werden. Das zugrunde liegende Prinzip ist identisch. Demnach folgt für die zweidimensionale, diskrete Fourier-Transformation (DFT2D), entsprechend der Erweiterung um eine Dimension, der Zusammenhang

$$\underline{z}_{\hat{k}, \hat{l}} = \text{DFT}_{2\text{D}}\{z_{m,n}\}[\hat{k}, \hat{l}] = \sum_{n=0}^{L-1} \left(\sum_{m=0}^{K-1} z_{m,n} \cdot \exp\left(-j \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{m \cdot \hat{k}}{K} + \frac{n \cdot \hat{l}}{L}\right)\right) \right) \quad (\text{D.9})$$

und für die inverse Transformation analog zu Gleichung (D.7)

$$z_{m,n} = \text{DFT}_{2\text{D}}^{-1} \{Z_{\hat{k},\hat{j}}\} [m,n] = \frac{1}{K \cdot L} \cdot \sum_{\hat{j}=0}^{L-1} \left(\sum_{\hat{k}=0}^{K-1} \left(Z_{\hat{k},\hat{j}} \cdot \exp \left(j \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{m \cdot \hat{k}}{K} + \frac{n \cdot \hat{j}}{L} \right) \right) \right) \right). \quad (\text{D.10})$$

Wichtige Eigenschaften, die für die DFT gelten, besitzen auch für die DFT2D Gültigkeit (vgl. [23, S. 588]). Die Eigenschaften der DFT können in [131, S. 35] eingesehen werden und werden nachfolgend aufgezählt. Dazu zählen spezifische Eigenschaften bezüglich

- der **Linearität**,
- der **zyklischen Verschiebung**,
- der **Modulation**,
- der **Signalspiegelung**,
- der **konjugiert komplexen Folge**,
- der **zyklischen Faltung**,
- der **parsevalschen Gleichung** und
- des **Zuordnungsschemas**.

E Komplexwertige Fresnel-Koeffizienten

Die komplexwertigen Fresnel-Koeffizienten werden im Programm VTKTrace für die Berechnung von TE- und TM-Übergängen an Grenzschichten zwischen optischen Medien berechnet. Aufgrund der komplexwertigen Wurzelausdrücke ist die Implementierung im C++-basierten Programm ohne Vereinfachung aufgrund der Syntax nicht ohne weiteres möglich. Daher wird die Umrechnung der Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für den Übergang zweier Materialien mat1 und mat2 mit komplexwertigen Brechzahlen $\underline{n}_{r,mat1}$ und $\underline{n}_{r,mat2}$ entsprechend Gleichung (2.9) beschrieben. Es wird eine Fallunterscheidung vorgenommen.

Für den Fall $n_{r,mat1} > n_{r,mat2}$ folgt aus [16, S. 584] bei Berücksichtigung des auf die Oberflächennormale bezogenen Einfallswinkels ε_1

$$\begin{aligned}
 \underline{r}_{TE} &= \frac{\underline{n}_{r,mat1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + j \cdot \sqrt{\underline{n}_{r,mat1}^2 \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - \underline{n}_{r,mat2}^2}}{\underline{n}_{r,mat1} \cdot \cos(\varepsilon_1) - j \cdot \sqrt{\underline{n}_{r,mat1}^2 \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - \underline{n}_{r,mat2}^2}} \\
 &= \frac{(n_{r,mat1} - j \cdot \kappa_{mat1}) \cdot \cos(\varepsilon_1) + j \cdot \sqrt{(n_{r,mat1} - j \cdot \kappa_{mat1})^2 \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - (n_{r,mat2} - j \cdot \kappa_{mat2})^2}}{(n_{r,mat1} - j \cdot \kappa_{mat1}) \cdot \cos(\varepsilon_1) - j \cdot \sqrt{(n_{r,mat1} - j \cdot \kappa_{mat1})^2 \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - (n_{r,mat2} - j \cdot \kappa_{mat2})^2}} \\
 &= \frac{(n_{r,mat1} - j \cdot \kappa_{mat1}) \cdot \cos(\varepsilon_1) + j \cdot \underbrace{\left(\frac{(n_{r,mat1}^2 - \kappa_{mat1}^2) \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - (n_{r,mat2}^2 - \kappa_{mat2}^2)}{\Psi_{Re}} \right)}_{\Psi_{Re}}}{(n_{r,mat1} - j \cdot \kappa_{mat1}) \cdot \cos(\varepsilon_1) - j \cdot \underbrace{\left(\frac{(n_{r,mat1}^2 - \kappa_{mat1}^2) \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - (n_{r,mat2}^2 - \kappa_{mat2}^2)}{\Psi_{Re}} \right)}_{\Psi_{Re}}} + \frac{j \cdot \underbrace{\left(\frac{2 \cdot n_{r,mat2} \cdot \kappa_{mat2} - 2 \cdot n_{r,mat1} \cdot \kappa_{mat1} \cdot \sin^2(\varepsilon_1)}{\Psi_{Im}} \right)}_{\Psi_{Im}}}{\Psi_{Re}} \\
 &= \frac{(n_{r,mat1} - j \cdot \kappa_{mat1}) \cdot \cos(\varepsilon_1) + j \cdot \underbrace{\left(\frac{(n_{r,mat1}^2 - \kappa_{mat1}^2) \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - (n_{r,mat2}^2 - \kappa_{mat2}^2)}{\Psi_{Re}} \right)}_{\Psi_{Re}}}{(n_{r,mat1} - j \cdot \kappa_{mat1}) \cdot \cos(\varepsilon_1) - j \cdot \underbrace{\left(\frac{(n_{r,mat1}^2 - \kappa_{mat1}^2) \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - (n_{r,mat2}^2 - \kappa_{mat2}^2)}{\Psi_{Re}} \right)}_{\Psi_{Re}}} + \frac{j \cdot \underbrace{\left(\frac{2 \cdot n_{r,mat2} \cdot \kappa_{mat2} - 2 \cdot n_{r,mat1} \cdot \kappa_{mat1} \cdot \sin^2(\varepsilon_1)}{\Psi_{Im}} \right)}_{\Psi_{Im}}}{\Psi_{Re}}
 \end{aligned} \tag{E.1}$$

Mit

$$\Psi_r = \sqrt{\Psi_{\text{Re}}^2 + \Psi_{\text{Im}}^2} \quad (\text{E.2})$$

und

$$\Psi_\phi = \text{atan2}(\Psi_{\text{Im}}, \Psi_{\text{Re}}) \quad (\text{E.3})$$

folgt schließlich

$$\begin{aligned} \underline{r}_{\text{TE}} &= \frac{(n_{r,\text{mat1}} - j \cdot \kappa_{\text{mat1}}) \cdot \cos(\varepsilon_1) + j \cdot \sqrt{\Psi_r \cdot \cos(\Psi_\phi) + j \cdot \Psi_r \cdot \sin(\Psi_\phi)}}{(n_{r,\text{mat1}} - j \cdot \kappa_{\text{mat1}}) \cdot \cos(\varepsilon_1) - j \cdot \sqrt{\Psi_r \cdot \cos(\Psi_\phi) + j \cdot \Psi_r \cdot \sin(\Psi_\phi)}} \\ &= \frac{\underbrace{\left(\frac{n_{r,\text{mat1}} \cdot \cos(\varepsilon_1) - \sqrt{\Psi_r} \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right)}{\sqrt{\Psi_r} \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right)} \right)}_{\Psi_A} + j \cdot \underbrace{\left(\frac{\sqrt{\Psi_r} \cdot \cos\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) - \kappa_{\text{mat1}} \cdot \cos(\varepsilon_1)}{\kappa_{\text{mat1}} \cdot \cos(\varepsilon_1)} \right)}_{\Psi_B}}{\underbrace{\left(\frac{n_{r,\text{mat1}} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \sqrt{\Psi_r} \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right)}{\sqrt{\Psi_r} \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right)} \right)}_{\Psi_C} - j \cdot \underbrace{\left(\frac{\sqrt{\Psi_r} \cdot \cos\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) + \kappa_{\text{mat1}} \cdot \cos(\varepsilon_1)}{\kappa_{\text{mat1}} \cdot \cos(\varepsilon_1)} \right)}_{\Psi_D}} \\ &= \frac{\left(\Psi_A \cdot \Psi_C - \right) + j \cdot \left(\Psi_B \cdot \Psi_C + \right)}{\Psi_C^2 + \Psi_D^2} \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

Für den Fall $n_{r,\text{mat1}} > n_{r,\text{mat2}}$ folgt aus [16, S. 584] analog

$$\begin{aligned} \underline{r}_{\text{TM}} &= \frac{\underline{n}_{r,\text{mat2}}^2 \cdot \cos(\varepsilon_1) + j \cdot \underline{n}_{r,\text{mat1}} \cdot \sqrt{\underline{n}_{r,\text{mat1}}^2 \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - \underline{n}_{r,\text{mat2}}^2}}{\underline{n}_{r,\text{mat2}}^2 \cdot \cos(\varepsilon_1) - j \cdot \underline{n}_{r,\text{mat1}} \cdot \sqrt{\underline{n}_{r,\text{mat1}}^2 \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - \underline{n}_{r,\text{mat2}}^2}} \\ &= \frac{\left(\frac{n_{r,\text{mat2}} - j \cdot \kappa_{\text{mat2}}}{j \cdot \kappa_{\text{mat2}}} \right)^2 \cdot \cos(\varepsilon_1) + j \cdot \left(\frac{n_{r,\text{mat1}} - j \cdot \kappa_{\text{mat1}}}{j \cdot \kappa_{\text{mat1}}} \right) \cdot \sqrt{\left(n_{r,\text{mat1}} - j \cdot \kappa_{\text{mat1}} \right)^2 \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - \left(n_{r,\text{mat2}} - j \cdot \kappa_{\text{mat2}} \right)^2}}{\left(\frac{n_{r,\text{mat2}} - j \cdot \kappa_{\text{mat2}}}{j \cdot \kappa_{\text{mat2}}} \right)^2 \cdot \cos(\varepsilon_1) - j \cdot \left(\frac{n_{r,\text{mat1}} - j \cdot \kappa_{\text{mat1}}}{j \cdot \kappa_{\text{mat1}}} \right) \cdot \sqrt{\left(n_{r,\text{mat1}} - j \cdot \kappa_{\text{mat1}} \right)^2 \cdot \sin^2(\varepsilon_1) - \left(n_{r,\text{mat2}} - j \cdot \kappa_{\text{mat2}} \right)^2}} \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

und damit

$$\begin{aligned}
 \underline{r}_{\text{TM}} = & \frac{\left(\begin{array}{c} \left(n_{r,\text{mat}2}^2 - \kappa_{\text{mat}2}^2 \right) - \\ j \cdot \left(2 \cdot n_{r,\text{mat}2} \cdot \kappa_{\text{mat}2} \right) \end{array} \right) \cdot \cos(\varepsilon_1) + j \cdot \left(\begin{array}{c} n_{r,\text{mat}1} - \\ j \cdot \kappa_{\text{mat}1} \end{array} \right) \cdot \left[\begin{array}{c} \left(n_{r,\text{mat}1}^2 - \kappa_{\text{mat}1}^2 \right) \cdot \\ \sin^2(\varepsilon_1) - \\ \left(n_{r,\text{mat}2}^2 - \kappa_{\text{mat}2}^2 \right) \end{array} \right] + \Psi_{\text{Re}}}{j \cdot \left[\begin{array}{c} 2 \cdot n_{r,\text{mat}2} \cdot \kappa_{\text{mat}2} - \\ 2 \cdot n_{r,\text{mat}1} \cdot \kappa_{\text{mat}1} \cdot \\ \sin^2(\varepsilon_1) \end{array} \right] + \Psi_{\text{Im}}} + \\
 & \frac{\left(\begin{array}{c} \left(n_{r,\text{mat}2}^2 - \kappa_{\text{mat}2}^2 \right) - \\ j \cdot \left(2 \cdot n_{r,\text{mat}2} \cdot \kappa_{\text{mat}2} \right) \end{array} \right) \cdot \cos(\varepsilon_1) - j \cdot \left(\begin{array}{c} n_{r,\text{mat}1} - \\ j \cdot \kappa_{\text{mat}1} \end{array} \right) \cdot \left[\begin{array}{c} \left(n_{r,\text{mat}1}^2 - \kappa_{\text{mat}1}^2 \right) \cdot \\ \sin^2(\varepsilon_1) - \\ \left(n_{r,\text{mat}2}^2 - \kappa_{\text{mat}2}^2 \right) \end{array} \right] + \Psi_{\text{Re}}}{j \cdot \left[\begin{array}{c} 2 \cdot n_{r,\text{mat}2} \cdot \kappa_{\text{mat}2} - \\ 2 \cdot n_{r,\text{mat}1} \cdot \kappa_{\text{mat}1} \cdot \\ \sin^2(\varepsilon_1) \end{array} \right] + \Psi_{\text{Im}}} \cdot
 \end{aligned} \tag{E.6}$$

Es folgt analog zu den Gleichungen (E.2) und (E.3)

$$\begin{aligned}
 \underline{\Gamma}_{\text{TM}} = & \frac{\left((n_{r,\text{mat}2}^2 - \kappa_{\text{mat}2}^2) - j \cdot (2 \cdot n_{r,\text{mat}2} \cdot \kappa_{\text{mat}2}) \right) \cdot \cos(\varepsilon_1) + j \cdot \left(\frac{n_{r,\text{mat}1}}{j \cdot \kappa_{\text{mat}1}} \right) \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \left(\cos\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) \right)}{\left((n_{r,\text{mat}2}^2 - \kappa_{\text{mat}2}^2) - j \cdot (2 \cdot n_{r,\text{mat}2} \cdot \kappa_{\text{mat}2}) \right) \cdot \cos(\varepsilon_1) - j \cdot \left(\frac{n_{r,\text{mat}1}}{j \cdot \kappa_{\text{mat}1}} \right) \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \left(\cos\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) \right)} \\
 & \frac{\overbrace{\left(\frac{n_{r,\text{mat}2}^2}{\kappa_{\text{mat}2}^2} \right) \cdot \cos(\varepsilon_1) - n_{r,\text{mat}1} \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) + \kappa_{\text{mat}1} \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \cos\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right)}^{\Psi_A}}{j \cdot \overbrace{\left(\frac{2 \cdot n_{r,\text{mat}2}}{\kappa_{\text{mat}2}} \right) \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}1} \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \cos\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) + \kappa_{\text{mat}1} \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right)}^{\Psi_B}} \\
 = & \frac{\overbrace{\left(\frac{n_{r,\text{mat}2}^2}{\kappa_{\text{mat}2}^2} \right) \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}1} \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) - \kappa_{\text{mat}1} \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \cos\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right)}^{\Psi_C}}{j \cdot \overbrace{\left(\frac{2 \cdot n_{r,\text{mat}2}}{\kappa_{\text{mat}2}} \right) \cdot \cos(\varepsilon_1) - n_{r,\text{mat}1} \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \cos\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right) - \kappa_{\text{mat}1} \cdot \sqrt{\Psi_r} \cdot \sin\left(\frac{\Psi_\phi}{2}\right)}^{\Psi_D}}
 \end{aligned} \tag{E.7}$$

und als Endergebnis ergibt sich

$$\begin{aligned}
 \underline{\Gamma}_{\text{TM}} = & \frac{\Psi_A + j \cdot \Psi_B}{\Psi_C + j \cdot \Psi_D} = \frac{\Psi_A + j \cdot \Psi_B}{\Psi_C^2 + \Psi_D^2} \cdot (\Psi_C - j \cdot \Psi_D) \\
 = & \frac{(\Psi_A \cdot \Psi_C + \Psi_B \cdot \Psi_D) + j \cdot (\Psi_B \cdot \Psi_C - \Psi_A \cdot \Psi_D)}{\Psi_C^2 + \Psi_D^2}
 \end{aligned} \tag{E.8}$$

Die Berechnung der durch die Grenzschicht transmittierenden TE- und TM-Anteile können dann mithilfe der berechneten, vereinfachten Ausdrücke (E.4) und (E.8) unter Berücksichtigung von [16, S. 579] angegeben werden. Demnach gilt

$$\underline{t}_{TE} = \underline{L}_{TE} + 1 \quad (\text{E.9})$$

und

$$\underline{t}_{TM} \cdot \underline{n}_{r,\text{mat}2} = (\underline{L}_{TM} + 1) \cdot \underline{n}_{r,\text{mat}1}. \quad (\text{E.10})$$

Für den Fall $n_{r,\text{mat}1} < n_{r,\text{mat}2}$ wird der transmittierende TE-Anteil mithilfe von [16, S. 579] berechnet. Komplexwertige Wurzelausdrücke entfallen demnach bei der Berechnung. Es wird vorausgesetzt, dass der aus dem Materialübergang resultierende Brechungswinkel ε_2 bekannt ist. Unter dieser Voraussetzung folgt

$$\begin{aligned} \underline{t}_{TE} &= \frac{2 \cdot \cos(\varepsilon_1) \cdot (n_{r,\text{mat}1} - j \cdot \kappa_{\text{mat}1})}{(n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2)) - j \cdot (\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2))} \\ &= \frac{2 \cdot \cos(\varepsilon_1) \cdot (n_{r,\text{mat}1} - j \cdot \kappa_{\text{mat}1}) \cdot \left((n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2)) + j \cdot (\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2)) \right)}{\left((n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2))^2 + (\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2))^2 \right)} \\ &= \frac{2 \cdot \cos(\varepsilon_1) \cdot \left(\left(n_{r,\text{mat}1} \cdot \left(\frac{n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2)}{n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)} \right) + \kappa_{\text{mat}1} \cdot \left(\frac{\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2)}{\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)} \right) \right) - j \cdot \left(\kappa_{\text{mat}1} \cdot \left(\frac{n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2)}{n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)} \right) - n_{r,\text{mat}1} \cdot \left(\frac{\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2)}{\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)} \right) \right) \right)}{\left((n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2))^2 + (\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_2))^2 \right)} \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

und gemäß [16, S. 579] resultiert für den TM-Anteil

$$\begin{aligned} \underline{t}_{TM} &= \frac{2 \cdot \cos(\varepsilon_1) \cdot (n_{r,\text{mat}1} - j \cdot \kappa_{\text{mat}1})}{(n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)) - j \cdot (\kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2))} \\ &= \frac{2 \cdot \cos(\varepsilon_1) \cdot \left(\left(n_{r,\text{mat}1} \cdot \left(\frac{n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)}{n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)} \right) + \kappa_{\text{mat}1} \cdot \left(\frac{\kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)}{\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)} \right) \right) - j \cdot \left(\kappa_{\text{mat}1} \cdot \left(\frac{n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)}{n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)} \right) - n_{r,\text{mat}1} \cdot \left(\frac{\kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)}{\kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2)} \right) \right) \right)}{\left((n_{r,\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_1) + n_{r,\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2))^2 + (\kappa_{\text{mat}2} \cdot \cos(\varepsilon_1) + \kappa_{\text{mat}1} \cdot \cos(\varepsilon_2))^2 \right)} \end{aligned} \quad (\text{E.12})$$

Die angegebenen Gleichungen lassen sich einfach implementieren und werden im Programm VTKTrace durch Vektoren zur Beschreibung des Real- und des Imaginärteils einer komplexen Zahl repräsentiert.

F Die diskrete Hilbert-Transformation

Die Hilbert-Transformation, sowie in der praktischen Anwendung die diskrete Hilbert-Transformation (DHT), eignen sich, um die Einhüllenden modulierter Signale (vgl. [107, S. 188]) zu berechnen und werden beispielsweise in der kurzkohärenten Interferometrie zur Berechnung topographischer Höheninformationen genutzt. Die DHT basiert dabei auf der DFT, die in Anhang D beschrieben wird. Detaillierte Informationen zur DHT sind zudem in [108, S. 966–1003] zu finden.

Zunächst wird die kontinuierliche Hilbert-Transformation der Funktion $z(x)$ betrachtet. Als Abwandlung von [132, S. 122] ergibt sich diese für den genannten Fall zu

$$z_H(x) = H\{z(x)\} = z(x) * \left(\frac{\mathfrak{I}^{-1}\{j \cdot \sigma(-\kappa_x)\}(x) - \mathfrak{I}^{-1}\{j \cdot \sigma(+\kappa_x)\}(x)}{2} \right), \quad (\text{F.1})$$

wobei $\sigma(\kappa_x)$ die Sprungfunktion im kontinuierlichen Ortsfrequenzbereich darstellt. Damit wird das Signal im Frequenzbereich in der komplexen Ebene um $\pi/2$ punktsymmetrisch gedreht. Eine alternative Schreibweise wird in [132, S. 122] mit

$$z_H(x) = H\{z(x)\} = z(x) * \left(\frac{1}{\pi \cdot x} \right) \quad (\text{F.2})$$

angegeben, wobei der Ausdruck durch Anwendung von Gleichung (D.2) analytisch berechnet werden kann. Anwendung der Fourier-Transformation auf Gleichung (F.1) ermöglicht die Beschreibung des gesamten Problems mithilfe einer Multiplikation im Frequenzbereich.

Da die Hilbert-Transformation mithilfe einer Faltungsoperation ausgedrückt werden kann, sind fundamentale Berechnungsmöglichkeiten, die in Anhang D bereits im Zusammenhang mit der Fourier-Transformation und der DFT angegeben wurden, auch für die Hilbert-Transformation gültig. Die DHT wird schließlich mithilfe von [108, S. 983] angegeben. Demnach berechnet sich das diskrete, transformierte Signal $z_{H,m}$ zu

$$z_{H,m} = \text{DHT}\{z_m\} = z_m * h_m \quad (\text{F.3})$$

mit

$$h_m = \begin{cases} \frac{2}{\pi \cdot m} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot m}{2}\right) & \text{wenn } m \neq 0 \\ 0 & \text{wenn } m = 0 \end{cases}. \quad (\text{F.4})$$

G Attribute virtueller Objekte im Programm VTKTrace

Tabelle G.1 gibt einen Überblick über die derzeit implementierten Attribute, die virtuellen Objekten im Programm VTKTrace zur Berechnung der nichtsequentiellen Strahlausbreitung zugewiesen werden. Die Attribute geben unter anderem die räumliche Ausbreitung von Lichtstrahlen vor.

Tabelle G.1: Attribute zur Beschreibung virtueller Sensoren im Ray-Tracing-Programm VTKTrace und Angaben zu den zugrunde liegenden Datentypen für die Berechnung der geometrischen Strahlausbreitung, sowie der elektromagnetischen Interaktion

Attribut	Bedeutung	Datentyp
type	Objekttyp (rectangle, disk, sphere, STL, ...)	qstring ²⁴
name	Name des Objekts (Relativer Dateipfad, wenn der Objekttyp einem STL-Netz entspricht)	qstring ²⁴
scale	Skalierungsfaktor zur Anpassung der Objektgröße (nur beim Objekttyp STL)	double
material	Bezeichnung des vorliegenden Materials (glass, absorb, mirror, perfect mirror)	qstring ²⁴
Nd	Abbe-Zahl zur Beschreibung des Einflusses der Dispersion*	double
Vd	Abbe-Zahl zur Beschreibung des Einflusses der Dispersion*	double
kappa	Dämpfungsfaktor der komplexwertigen Brechzahl	double
x_pos_mm	x-Position im Referenzkoordinatensystem in mm	double
y_pos_mm	y-Position im Referenzkoordinatensystem in mm	double
z_pos_mm	z-Position im Referenzkoordinatensystem in mm	double
x_angle_deg	x-Rotation im Referenzkoordinatensystem in deg	double
y_angle_deg	y-Rotation im Referenzkoordinatensystem in deg	double
z_angle_deg	z-Rotation im Referenzkoordinatensystem in deg	double
alpha	Wert zur Darstellung der Transparenz eines Objekts	double
R	Farbwert des roten Farbkanals eines Objekts	unsigned int
G	Farbwert des grünen Farbkanals eines Objekts	unsigned int

²⁴ Qt-spezifischer Datentyp zur Beschreibung von Zeichenketten

B	Farbwert des blauen Farbkanals eines Objekts	unsigned int
visualize	Der Wert gibt an, ob das Objekt dargestellt wird	bool
consider	Der Wert gibt an, ob das Objekt bei der Berechnung berücksichtigt wird	bool

*Berücksichtigung bei Material „glass“

H Virtuelle Messgrößen im Ray-Tracing-Programm

Tabelle H.1 gibt einen Überblick über die im Programm VTKTrace implementierten Messgrößen, die im sogenannten Post-Processing, das heißt nach dem eigentlichen Ray-Tracing-Prozess, mithilfe eines virtuellen, frei positionierbaren Detektors gemessen und analysiert werden können.

Tabelle H.1: Im Programm VTKTrace implementierte Messgrößen zur Beurteilung der Ray-Tracing-Resultate. Berechnung der Größen anhand der Daten auf einem virtuellen, frei positionierbaren Detektor innerhalb einer virtuellen, räumlichen Umgebung.

Attribut	Virtuelle Messgröße (zweidimensional)	Einheit	Typ
0	Mittlere Anzahl der Schnittpunkte	-	geometrisch
1	Mittlere Wellenlänge	nm	physikalisch
2 bis 3	Mittlerer Betrag des Einfallswinkels in x- und y-Richtung	deg	geometrisch
4	Mittlerer Absolutwert des Einfallswinkels	deg	geometrisch
5 bis 6	Mittlerer Einfallswinkel in x- und y-Richtung	deg	geometrisch
7 bis 9	Mittlerer Realteil des komplexwertigen, elektrischen Feldes in x-, y- und z-Richtung (Koordinatensystem des virtuellen Detektors)	-	physikalisch
10 bis 12	Mittlerer Imaginärteil des komplexwertigen, elektrischen Feldes in x-, y- und z-Richtung (Koordinatensystem des virtuellen Detektors)	-	physikalisch
13 bis 15	Mittlerer Realteil des komplexwertigen, elektrischen Feldes in x-, y- und z-Richtung (Koordinatensystem des virtuellen Sensors)	-	physikalisch
16 bis 18	Mittlerer Imaginärteil des komplexwertigen, elektrischen Feldes in x-, y- und z-Richtung (Koordinatensystem des virtuellen Sensors)	-	physikalisch
19	Mittlerer, normalisierter, kohärenter Intensitätswert (Koordinatensystem des virtuellen Sensors)	-	physikalisch
20	Mittlerer, normalisierter, inkohärenter Intensitätswert (Koordinatensystem des virtuellen Sensors)	-	physikalisch

21 bis 23	Mittlerer Phasenwinkel des komplexwertigen, elektrischen Feldes in x-, y- und z-Richtung (Koordinatensystem des virtuellen Sensors)	deg	physikalisch
24	Mittlerer Polarisationswinkel	deg	physikalisch
25	Mittlerer Weg der virtuellen Lichtstrahlen zwischen dem Startpunkt und dem Schnittpunkt mit dem virtuellen Detektor	mm	geometrisch
26	Mittlerer, optischer Weg der virtuellen Lichtstrahlen zwischen dem Startpunkt und dem Schnittpunkt mit dem virtuellen Detektor	mm	physikalisch
27	Mittlere Weglängendifferenz, bezogen auf den letzten Schnittpunkt der geometrischen Lichtstrahlen mit einem virtuellen Objekt	mm	geometrisch
28	Mittlere, optische Weglängendifferenz, bezogen auf den letzten Schnittpunkt der geometrischen Lichtstrahlen mit einem virtuellen Objekt	mm	physikalisch

I Ergebnisse der Streulichtsimulation (tesselierte Linsen)

Nachfolgend sind die Ergebnisse für die Berechnung des Übertragungsverhaltens des virtuellen Streulichtensors OS500, sowie die Abweichungen vom idealen M -Wertverlauf bei Beschreibung tessellierter Linsenoberflächen für unterschiedliche Emissionswinkel der virtuellen Lichtquelle grafisch dargestellt und tabellarisch angegeben. Der M -Wert repräsentiert das statistische Moment erster Ordnung.

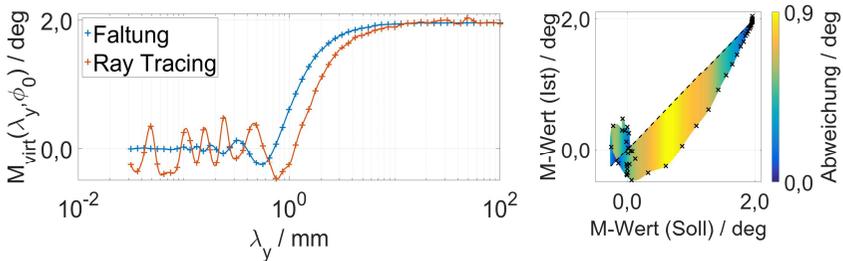


Bild I.1: Linke Darstellung: Mittels Faltung und nichtsequenziellem Ray Tracing berechneter Verlauf des M -Werts für den kohärenten Fall und die Wellenlänge $\lambda = 670$ nm bei tessellierten Linsenoberflächen. Rechte Darstellung: Abbildung der Abweichung des M -Werts durch Auftrag der idealen, paraxialen (Soll) und per Ray Tracing berechneten M -Werte (Ist), aufgetragen über Ordinate und Abszisse zum Vergleich der Ergebnisse bei Annahme einer gleichverteilten Abstrahlcharakteristik in einem Winkelbereich von 10° .

Tabelle I.1: Ergebnisse virtueller Messungen kosinusförmiger Oberflächen mit dem nichtsequenziellen Modell des Sensors OS500 im Programm VTKTrace bei gleichverteilter Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle in einem Winkelbereich von 10° . Die virtuellen, optischen Komponenten des zugrunde liegenden Sensormodells werden mit $N_{tri} = 126.700$ Dreiecken beschrieben. Angabe der berechneten M -Werte nach Gleichung (4.19) ([14, S. 4]).

Wellenlänge λ_y / mm	Amplitude z_{λ_v} / mm	M-Wert / deg (kohärent)	M-Wert / deg (inkohärent)	M-Wert / deg (Zählvariable)
100,000000	0,277806	1,946260	1,945730	1,946790
86,596432	0,240570	1,965090	1,963700	1,963650
74,989421	0,208325	1,965430	1,966200	1,967900
64,938163	0,180402	1,954650	1,953880	1,953790
56,234133	0,156222	1,988810	1,988010	1,988860
48,696753	0,135282	2,034000	2,034050	2,035270
42,169650	0,117150	1,950050	1,949630	1,949910

36,517413	0,101448	1,958150	1,957560	1,957430
31,622777	0,087850	1,999690	1,999210	1,999710
27,384196	0,076075	1,997620	1,997390	1,997350
23,713737	0,065878	1,980500	1,979330	1,980310
20,535250	0,057048	1,963070	1,962350	1,964190
17,782794	0,049402	1,974860	1,975230	1,977510
15,399265	0,042780	1,959480	1,959860	1,961160
13,335214	0,037046	1,954460	1,955020	1,956120
11,547820	0,032081	1,932060	1,931420	1,933380
10,000000	0,027781	1,898130	1,897540	1,899470
8,659643	0,024057	1,898480	1,897950	1,901220
7,498942	0,020833	1,869840	1,869150	1,872770
6,493816	0,018040	1,847210	1,847190	1,848030
5,623413	0,015622	1,804080	1,804020	1,805130
4,869675	0,013528	1,768150	1,768610	1,770440
4,216965	0,011715	1,737450	1,738000	1,739720
3,651741	0,010145	1,647520	1,648040	1,650710
3,162278	0,008785	1,575345	1,575550	1,577470
2,738420	0,007607	1,450990	1,450880	1,454300
2,371374	0,006588	1,305320	1,306210	1,309830
2,053525	0,005705	1,121370	1,121230	1,124970
1,778279	0,004940	0,904164	0,903471	0,908955
1,539927	0,004278	0,603726	0,604314	0,611299
1,333521	0,003705	0,363761	0,363418	0,369983
1,154782	0,003208	0,056931	0,057794	0,063046
1,000000	0,002778	-0,256752	-0,256621	-0,251279
0,865964	0,002406	-0,363545	-0,363792	-0,357354
0,749894	0,002083	-0,472060	-0,470752	-0,468238
0,649382	0,001804	-0,215287	-0,215571	-0,216910
0,562341	0,001562	0,044447	-0,045085	0,041302
0,486968	0,001353	0,362397	0,363352	0,360480
0,421697	0,001171	0,293967	0,294064	0,291713
0,365174	0,001014	-0,024015	-0,027269	-0,027349
0,316228	0,000878	-0,146712	-0,146060	-0,147167
0,273842	0,000761	0,032557	0,032658	0,031840
0,237137	0,000659	0,467413	0,468137	0,463609
0,205353	0,000570	-0,228949	-0,229935	-0,226904
0,177828	0,000494	-0,015524	-0,015708	-0,015908
0,153993	0,000428	0,288800	0,288911	0,286311
0,133352	0,000370	-0,227194	-0,227804	-0,223170
0,115478	0,000321	0,122581	0,121711	0,120005
0,100000	0,000278	0,250115	0,249773	0,246463
0,086596	0,000241	-0,302033	-0,301633	-0,297975
0,074989	0,000208	-0,384239	-0,384488	-0,378709

0,064938	0,000180	-0,400023	-0,400908	-0,395744
0,056234	0,000156	-0,251448	-0,251377	-0,248938
0,048697	0,000135	0,346457	0,346491	0,342956
0,042170	0,000117	-0,059506	-0,059825	-0,058471
0,036517	0,000101	-0,361385	-0,361080	-0,354729
0,031623	0,000088	-0,255704	-0,255902	-0,251656

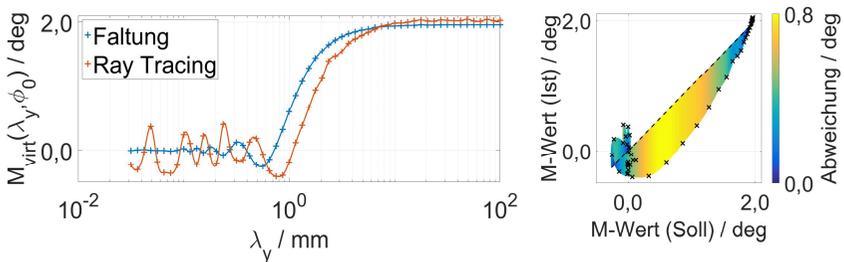


Bild I.2: Linke Darstellung: Mittels Faltung und nichtsequentiellm Ray Tracing berechneter Verlauf des M -Werts für den kohärenten Fall und die Wellenlänge $\lambda = 670 \text{ nm}$ bei tesselierten Linsenoberflächen. Rechte Darstellung: Abbildung der Abweichung des M -Werts durch Auftrag der idealen, paraxialen (Soll) und per Ray Tracing berechneten M -Werte (Ist), aufgetragen über Ordinate und Abszisse zum Vergleich der Ergebnisse bei Annahme einer gleichverteilten Abstrahlcharakteristik in einem Winkelbereich von 5° .

Tabelle I.2: Ergebnisse virtueller Messungen kosinusförmiger Oberflächen mit dem nichtsequentiellen Modell des Sensors OS500 im Programm VTKTrace bei gleichverteilter Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle in einem Winkelbereich von 5° . Die virtuellen, optischen Komponenten des zugrunde liegenden Sensormodells werden mit $N_{\text{tri}} = 126.700$ Dreiecken beschrieben. Angabe der berechneten M -Werte nach Gleichung (4.19) ([14, S. 4]).

Wellenlänge λ_y / mm	Amplitude $z_{\lambda_y} / \text{mm}$	M-Wert / deg (kohärent)	M-Wert / deg (inkohärent)	M-Wert / deg (Zählvariable)
100,000000	0,277806	2,030120	2,029760	2,029520
86,596432	0,240570	2,022280	2,022180	2,024180
74,989421	0,208325	2,040690	2,041190	2,041470
64,938163	0,180402	2,017090	2,017290	2,016770
56,234133	0,156222	2,018650	2,018390	2,018430
48,696753	0,135282	2,044780	2,045280	2,045280
42,169650	0,117150	2,024340	2,024800	2,024350

36,517413	0,101448	2,024240	2,024830	2,024890
31,622777	0,087850	2,027970	2,028900	2,029960
27,384196	0,076075	2,034640	2,035860	2,035860
23,713737	0,065878	2,017360	2,016820	2,017400
20,535250	0,057048	2,019060	2,019370	2,020420
17,782794	0,049402	2,034840	2,034560	2,034950
15,399265	0,042780	2,020980	2,029075	2,022350
13,335214	0,037046	2,000730	1,999720	1,999890
11,547820	0,032081	1,985840	1,985770	1,986700
10,000000	0,027781	1,985100	1,986170	1,987260
8,659643	0,024057	1,959380	1,959420	1,960520
7,498942	0,020833	1,939160	1,938160	1,939980
6,493816	0,018040	1,889840	1,889250	1,890780
5,623413	0,015622	1,845520	1,845490	1,846720
4,869675	0,013528	1,795160	1,795360	1,796810
4,216965	0,011715	1,739290	1,740180	1,740560
3,651741	0,010145	1,671470	1,671370	1,673690
3,162278	0,008785	1,543700	1,544970	1,548040
2,738420	0,007607	1,462470	1,463210	1,465540
2,371374	0,006588	1,381510	1,318680	1,321230
2,053525	0,005705	1,125560	1,125310	1,128500
1,778279	0,004940	0,938520	0,937329	0,942015
1,539927	0,004278	0,667855	0,667139	0,638396
1,333521	0,003705	0,391533	0,391253	0,398446
1,154782	0,003208	0,120331	0,119118	0,125409
1,000000	0,002778	-0,182413	-0,182617	-0,173442
0,865964	0,002406	-0,390685	-0,390995	-0,384946
0,749894	0,002083	-0,408927	-0,409860	-0,407917
0,649382	0,001804	-0,322884	-0,323284	-0,324748
0,562341	0,001562	-0,062807	-0,061854	-0,065326
0,486968	0,001353	0,182432	0,182297	0,176092
0,421697	0,001171	0,129019	0,129282	0,127058
0,365174	0,001014	-0,144553	-0,144204	-0,140536
0,316228	0,000878	-0,148512	-0,146884	-0,147925
0,273842	0,000761	0,054896	0,054977	0,054261
0,237137	0,000659	0,402295	0,401473	0,396758
0,205353	0,000570	-0,199970	-0,198153	-0,195300
0,177828	0,000494	-0,055498	-0,053697	-0,053776
0,153993	0,000428	0,224042	0,223647	0,222000
0,133352	0,000370	-0,217947	-0,216413	-0,212611
0,115478	0,000321	0,104911	0,104142	0,104077
0,100000	0,000278	0,245046	0,245018	0,241203
0,086596	0,000241	-0,231630	-0,232091	-0,228601
0,074989	0,000208	-0,362448	-0,362557	-0,357324

0,064938	0,000180	-0,349631	-0,350408	-0,345919
0,056234	0,000156	-0,175519	-0,175835	-0,173099
0,048697	0,000135	0,372441	0,374334	0,369629
0,042170	0,000117	-0,024310	-0,023463	-0,023159
0,036517	0,000101	-0,300585	-0,301477	-0,296016
0,031623	0,000088	-0,222563	-0,222602	-0,219121

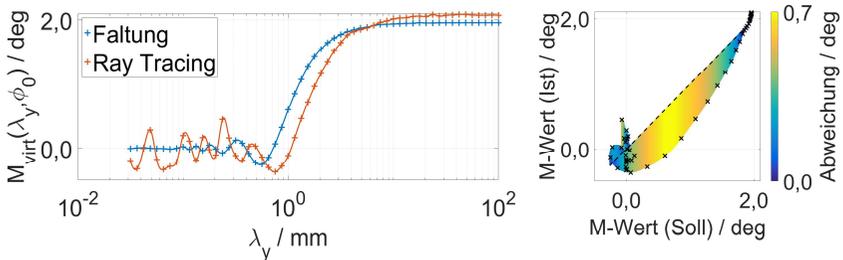


Bild I.3: Linke Darstellung: Mittels Faltung und nichtsequentiellm Ray Tracing berechneter Verlauf des M -Werts für den kohärenten Fall und die Wellenlänge $\lambda = 670 \text{ nm}$ bei tesselierten Linsenoberflächen. Rechte Darstellung: Abbildung der Abweichung des M -Werts durch Auftrag der idealen, paraxialen (Soll) und per Ray Tracing berechneten M -Werte (Ist), aufgetragen über Ordinate und Abszisse zum Vergleich der Ergebnisse bei Annahme einer gleichverteilten Abstrahlcharakteristik in einem Winkelbereich von $2,5^\circ$.

Tabelle I.3: Ergebnisse virtueller Messungen kosinusförmiger Oberflächen mit dem nichtsequentiellen Modell des Sensors OS500 im Programm VTKTrace bei gleichverteilter Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle in einem Winkelbereich von $2,5^\circ$. Die virtuellen, optischen Komponenten des zugrunde liegenden Sensormodells werden mit $N_{\text{tri}} = 126.700$ Dreiecken beschrieben. Angabe der berechneten M -Werte nach Gleichung (4.19) ([14, S. 4]).

Wellenlänge λ_y / mm	Amplitude $z_{\lambda_y} / \text{mm}$	M-Wert / deg (kohärent)	M-Wert / deg (inkohärent)	M-Wert / deg (Zählvariable)
100,000000	0,277806	2,073850	2,073760	2,073870
86,596432	0,240570	2,077600	2,077420	2,078150
74,989421	0,208325	2,074990	2,075350	2,076300
64,938163	0,180402	2,076660	2,076440	2,076940
56,234133	0,156222	2,079590	2,079310	2,079080
48,696753	0,135282	2,088070	2,089250	2,089800
42,169650	0,117150	2,089300	2,088520	2,089680

36,517413	0,101448	2,080830	2,080480	2,081640
31,622777	0,087850	2,073450	2,072640	2,072770
27,384196	0,076075	2,064410	2,065550	2,065430
23,713737	0,065878	2,083000	2,083480	2,083690
20,535250	0,057048	2,058410	2,057700	2,058410
17,782794	0,049402	2,060460	2,060490	2,061180
15,399265	0,042780	2,057520	2,057520	2,057830
13,335214	0,037046	2,040180	2,040680	2,041750
11,547820	0,032081	2,032120	2,031760	2,033020
10,000000	0,027781	2,018460	2,017180	2,018490
8,659643	0,024057	1,987370	1,988050	1,988680
7,498942	0,020833	1,964160	1,964710	1,965910
6,493816	0,018040	1,919830	1,920480	1,921490
5,623413	0,015622	1,881620	1,882820	1,883970
4,869675	0,013528	1,856080	1,856150	1,857630
4,216965	0,011715	1,822190	1,822830	1,823820
3,651741	0,010145	1,767840	1,766680	1,767210
3,162278	0,008785	1,646930	1,648080	1,649490
2,738420	0,007607	1,518930	1,518160	1,520190
2,371374	0,006588	1,348440	1,348660	1,351370
2,053525	0,005705	1,174110	1,174540	1,174900
1,778279	0,004940	0,970126	0,969113	0,973279
1,539927	0,004278	0,726737	0,727781	0,731701
1,333521	0,003705	0,462597	0,460108	0,464269
1,154782	0,003208	0,167554	0,169153	0,175517
1,000000	0,002778	-0,115029	-0,112868	-0,108480
0,865964	0,002406	-0,276942	-0,277479	-0,274608
0,749894	0,002083	-0,369141	-0,369261	-0,366716
0,649382	0,001804	-0,301357	-0,301410	-0,301292
0,562341	0,001562	-0,136717	-0,137493	-0,142676
0,486968	0,001353	0,032441	0,031844	0,026811
0,421697	0,001171	0,026708	0,025931	0,024751
0,365174	0,001014	-0,185374	-0,183596	-0,182256
0,316228	0,000878	-0,112533	-0,114918	-0,115737
0,273842	0,000761	0,162111	0,164403	0,163957
0,237137	0,000659	0,449346	0,449981	0,446462
0,205353	0,000570	-0,105752	-0,105131	-0,102609
0,177828	0,000494	-0,019849	-0,019739	-0,019749
0,153993	0,000428	0,166124	0,166588	0,164323
0,133352	0,000370	-0,185052	-0,185165	-0,182040
0,115478	0,000321	0,110969	0,110902	0,110005
0,100000	0,000278	0,196236	0,195748	0,193340
0,086596	0,000241	-0,214015	-0,213053	-0,210872
0,074989	0,000208	-0,284065	-0,285469	-0,281061

0,064938	0,000180	-0,332220	-0,334333	-0,329778
0,056234	0,000156	-0,172278	-0,172202	-0,169100
0,048697	0,000135	0,286625	0,285831	0,281950
0,042170	0,000117	-0,002998	-0,003259	-0,003141
0,036517	0,000101	-0,317879	-0,319811	-0,314555
0,031623	0,000088	-0,193243	-0,193017	-0,190104

J Ergebnisse der Streulichtsimulation (sphärische Linsen)

Nachfolgend sind die Ergebnisse für die Berechnung des Übertragungsverhaltens des virtuellen Streulichtensors OS500, sowie die Abweichungen vom idealen M -Wertverlauf bei Beschreibung sphärischer Linsenoberflächen tabellarisch angegeben.

Tabelle J.1: Ergebnisse virtueller Messungen kosinusförmiger Oberflächen mit dem nichtsequentiellen Modell des Sensors OS500 im Programm VTKTrace bei gleichverteilter Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle in einem Winkelbereich von 10° . Angabe der berechneten M -Werte nach Gleichung (4.19) ([14, S. 4]).

Wellenlänge λ_y / mm	Amplitude z_{λ_y} / mm	M-Wert / deg (kohärent)	M-Wert / deg (inkohärent)	M-Wert / deg (Zählvariable)
100,000000	0,277806	1,948300	1,947390	1,948260
86,596432	0,240570	1,945560	1,945300	1,946040
74,989421	0,208325	1,922640	1,923600	1,925180
64,938163	0,180402	1,949080	1,949550	1,950460
56,234133	0,156222	1,930870	1,931490	1,931880
48,696753	0,135282	1,934540	1,933660	1,934270
42,169650	0,117150	1,934130	1,933810	1,934140
36,517413	0,101448	1,937530	1,937430	1,938500
31,622777	0,087850	1,938970	1,939330	1,941440
27,384196	0,076075	1,941690	1,942180	1,942570
23,713737	0,065878	1,925860	1,925840	1,927630
20,535250	0,057048	1,939310	1,940180	1,941420
17,782794	0,049402	1,939720	1,939670	1,940020
15,399265	0,042780	1,919770	1,919330	1,920650
13,335214	0,037046	1,935510	1,935140	1,936550
11,547820	0,032081	1,934340	1,933460	1,934530
10,000000	0,027781	1,929690	1,929810	1,931140
8,659643	0,024057	1,907570	1,907200	1,909570
7,498942	0,020833	1,899090	1,899220	1,900260
6,493816	0,018040	1,913650	1,913420	1,914520
5,623413	0,015622	1,870380	1,870170	1,871440
4,869675	0,013528	1,845810	1,846370	1,847560
4,216965	0,011715	1,827060	1,827400	1,828010
3,651741	0,010145	1,785270	1,785210	1,786460
3,162278	0,008785	1,760820	1,760330	1,761270
2,738420	0,007607	1,698480	1,699730	1,700260
2,371374	0,006588	1,619290	1,619000	1,620190
2,053525	0,005705	1,549360	1,549950	1,551790

1,778279	0,004940	1,387680	1,388260	1,388900
1,539927	0,004278	1,227890	1,229160	1,229610
1,333521	0,003705	1,068040	1,068771	1,069380
1,154782	0,003208	0,817954	0,817775	0,817917
1,000000	0,002778	0,580630	0,581521	0,581643
0,865964	0,002406	0,309880	0,309785	0,308645
0,749894	0,002083	0,069615	0,069101	0,069000
0,649382	0,001804	-0,150605	-0,149444	-0,149610
0,562341	0,001562	-0,252565	-0,251610	-0,250529
0,486968	0,001353	-0,212612	-0,212779	-0,211848
0,421697	0,001171	-0,081290	-0,081489	-0,080603
0,365174	0,001014	0,086932	0,086967	0,086680
0,316228	0,000878	0,105941	0,106486	0,107622
0,273842	0,000761	-0,001253	-0,001285	-0,002492
0,237137	0,000659	-0,053810	-0,054080	-0,054072
0,205353	0,000570	0,027281	0,028123	0,027519
0,177828	0,000494	0,038016	0,038108	0,039000
0,153993	0,000428	-0,064135	-0,063104	-0,062728
0,133352	0,000370	0,022589	0,022729	0,022665
0,115478	0,000321	-0,022576	-0,022960	-0,022637
0,100000	0,000278	0,052499	0,052550	0,051925
0,086596	0,000241	0,043964	0,044097	0,044218
0,074989	0,000208	-0,020807	-0,020809	-0,020549
0,064938	0,000180	-0,025945	-0,026117	-0,025432
0,056234	0,000156	0,008718	0,008470	0,008722
0,048697	0,000135	-0,012318	-0,011499	-0,012197
0,042170	0,000117	-0,006576	-0,006080	-0,006193
0,036517	0,000101	0,029237	0,029654	0,030558
0,031623	0,000088	0,004676	0,004034	0,004072

Tabelle J.2: Ergebnisse virtueller Messungen kosinusförmiger Oberflächen mit dem nichtsequentiellen Modell des Sensors OS500 im Programm VTKTrace bei gleichverteilter Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle in einem Winkelbereich von 10° . Angabe der berechneten A_q -Werte nach Gleichung (4.20) ([14, S. 5]) und Berücksichtigung des Korrekturfaktors $k_{A_q} \approx 1,17 \text{ deg}^{-2}$ nach [71, S. 2] für den Fall $A_{q_{\max}} = 100$.

Wellenlänge λ_y / mm	Amplitude $z_{\lambda_y} / \text{mm}$	A_q -Wert (kohärent)	A_q -Wert (inkohärent)	A_q -Wert (Zählvariable)
100,000000	0,277806	1,419440	1,420110	1,421180
86,596432	0,240570	1,457550	1,458550	1,458640
74,989421	0,208325	1,463590	1,463640	1,463120
64,938163	0,180402	1,447760	1,446520	1,446040
56,234133	0,156222	1,431950	1,431430	1,432240

48,696753	0,135282	1,457700	1,456900	1,456880
42,169650	0,117150	1,426380	1,426620	1,427000
36,517413	0,101448	1,435110	1,434880	1,435700
31,622777	0,087850	1,439590	1,440350	1,439940
27,384196	0,076075	1,438710	1,440400	1,440310
23,713737	0,065878	1,443190	1,442840	1,442790
20,535250	0,057048	1,420610	1,420210	1,419140
17,782794	0,049402	1,441170	1,440900	1,440910
15,399265	0,042780	1,431820	1,433600	1,433650
13,335214	0,037046	1,421670	1,422440	1,422730
11,547820	0,032081	1,444220	1,444870	1,444420
10,000000	0,027781	1,439930	1,439690	1,439090
8,659643	0,024057	1,482430	1,481650	1,481600
7,498942	0,020833	1,429320	1,430390	1,430670
6,493816	0,018040	1,458140	1,458140	1,458090
5,623413	0,015622	1,461370	1,461910	1,460310
4,869675	0,013528	1,482370	1,483520	1,483270
4,216965	0,011715	1,487620	1,489220	1,488370
3,651741	0,010145	1,497420	1,497160	1,497910
3,162278	0,008785	1,510610	1,510950	1,511430
2,738420	0,007607	1,539140	1,539390	1,539820
2,371374	0,006588	1,596310	1,596430	1,596630
2,053525	0,005705	1,677540	1,679030	1,679610
1,778279	0,004940	1,770740	1,769460	1,768600
1,539927	0,004278	2,018400	2,017380	2,017540
1,333521	0,003705	2,254900	2,254210	2,254820
1,154782	0,003208	2,675860	2,674650	2,674260
1,000000	0,002778	3,061740	3,059830	3,061020
0,865964	0,002406	3,472000	3,472570	3,474840
0,749894	0,002083	3,725230	3,723950	3,726310
0,649382	0,001804	3,792170	3,790670	3,791470
0,562341	0,001562	3,623100	3,621920	3,622070
0,486968	0,001353	3,509050	3,509400	3,510190
0,421697	0,001171	3,666450	3,668510	3,671480
0,365174	0,001014	3,694380	3,695850	3,696060
0,316228	0,000878	3,625780	3,624170	3,626140
0,273842	0,000761	3,767330	3,763710	3,767700
0,237137	0,000659	3,667460	3,667770	3,669330
0,205353	0,000570	3,794600	3,795030	3,800280
0,177828	0,000494	3,716660	3,719350	3,720800
0,153993	0,000428	3,703800	3,702650	3,701920
0,133352	0,000370	3,657040	3,656060	3,662320
0,115478	0,000321	3,725910	3,726000	3,729530
0,100000	0,000278	3,668180	3,668220	3,672370

0,086596	0,000241	3,712570	3,709660	3,714390
0,074989	0,000208	3,688790	3,689970	3,692080
0,064938	0,000180	3,717480	3,717690	3,724330
0,056234	0,000156	3,684510	3,687130	3,690110
0,048697	0,000135	3,642440	3,640110	3,641920
0,042170	0,000117	3,663680	3,661770	3,660160
0,036517	0,000101	3,687110	3,686740	3,684740
0,031623	0,000088	3,719940	3,719750	3,720570

Tabelle J.3: Ergebnisse virtueller Messungen kosinusförmiger Oberflächen mit dem nichtsequentiellen Modell des Sensors OS500 im Programm VTKTrace bei gleichverteilter Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle in einem Winkelbereich von 10° . Angabe der berechneten Ask-Werte nach Gleichung (6.6) ([14, S. 5]) und Berücksichtigung des Korrekturfaktors $k_{\text{Ask}} = 1,00 \text{ deg}^{-3}$.

Wellenlänge λ_y / mm	Amplitude $z_{\lambda_y} / \text{mm}$	Ask-Wert (kohärent)	Ask-Wert (inkohärent)	Ask-Wert (Zählvariable)
100,000000	0,277806	-0,056850	-0,055444	-0,057155
86,596432	0,240570	-0,065112	-0,064251	-0,065375
74,989421	0,208325	-0,037681	-0,038965	-0,039645
64,938163	0,180402	-0,088911	-0,088406	-0,089403
56,234133	0,156222	-0,049589	-0,048771	-0,050293
48,696753	0,135282	-0,038190	-0,037796	-0,038964
42,169650	0,117150	-0,063757	-0,062910	-0,062215
36,517413	0,101448	-0,063944	-0,064904	-0,066868
31,622777	0,087850	-0,090150	-0,091227	-0,094548
27,384196	0,076075	-0,068775	-0,069247	-0,069993
23,713737	0,065878	-0,061055	-0,060827	-0,064338
20,535250	0,057048	-0,042015	-0,043385	-0,044415
17,782794	0,049402	-0,044050	-0,043707	-0,044080
15,399265	0,042780	-0,043944	-0,043931	-0,045974
13,335214	0,037046	-0,055457	-0,055142	-0,057464
11,547820	0,032081	-0,078484	-0,077256	-0,078119
10,000000	0,027781	-0,080844	-0,081401	-0,083444
8,659643	0,024057	-0,090734	-0,090733	-0,092698
7,498942	0,020833	-0,063386	-0,063274	-0,063819
6,493816	0,018040	-0,087195	-0,086395	-0,087325
5,623413	0,015622	-0,056835	-0,057549	-0,058665
4,869675	0,013528	-0,080822	-0,082121	-0,083651
4,216965	0,011715	-0,073887	-0,075460	-0,076495
3,651741	0,010145	-0,049094	-0,049510	-0,052042
3,162278	0,008785	-0,082054	-0,081819	-0,083419
2,738420	0,007607	-0,062071	-0,063518	-0,065169

2,371374	0,006588	-0,051667	-0,050748	-0,051912
2,053525	0,005705	-0,129084	-0,130996	-0,133841
1,778279	0,004940	-0,084338	-0,086077	-0,087489
1,539927	0,004278	-0,162375	-0,166561	-0,166419
1,333521	0,003705	-0,424207	-0,424050	-0,426323
1,154782	0,003208	-0,520491	-0,521410	-0,527050
1,000000	0,002778	-0,680865	-0,677489	-0,676915
0,865964	0,002406	-0,378462	-0,377669	-0,370097
0,749894	0,002083	-0,261501	-0,260264	-0,262886
0,649382	0,001804	0,497242	0,490228	0,489536
0,562341	0,001562	0,869282	0,870140	0,869126
0,486968	0,001353	0,645300	0,640311	0,641200
0,421697	0,001171	0,188441	0,192308	0,181429
0,365174	0,001014	-0,144293	-0,149194	-0,150859
0,316228	0,000878	-0,193979	-0,196125	-0,200060
0,273842	0,000761	-0,047987	-0,044887	-0,040307
0,237137	0,000659	0,277791	0,280316	0,277635
0,205353	0,000570	-0,076998	-0,075671	-0,075838
0,177828	0,000494	-0,022819	-0,028724	-0,034162
0,153993	0,000428	-0,082925	-0,086560	-0,081818
0,133352	0,000370	0,027574	0,025008	0,020933
0,115478	0,000321	0,095801	0,097566	0,091375
0,100000	0,000278	-0,152044	-0,150577	-0,152398
0,086596	0,000241	-0,013738	-0,015404	-0,025918
0,074989	0,000208	0,023624	0,025472	0,028887
0,064938	0,000180	0,015296	0,011122	0,000000
0,056234	0,000156	0,186491	0,186066	0,187503
0,048697	0,000135	0,065526	0,062844	0,060311
0,042170	0,000117	0,130569	0,128290	0,127942
0,036517	0,000101	-0,021047	-0,017899	-0,015357
0,031623	0,000088	0,183092	0,185008	0,183753

K Methoden der programmierten DLL

Dieser Anhang fasst die implementierten Methoden der in C++ umgesetzten DLL CADUTrace zusammen und gibt die Eingabe- und Ausgabegrößen, sowie die zugrunde liegenden Datentypen an. Es wird unterschieden zwischen

- Geräte-Methoden, die ausschließlich auf der CUDA® GPU ausgeführt werden,
- kombinierten Geräte- und Host-Methoden, die sowohl auf der GPU, als auch auf dem Host-System ausgeführt werden können,
- Kernen (engl. *kernels*), die auf der GPU ausgeführt werden,
- privaten Methoden der DLL, die für ein externes Programm nicht sichtbar sind, sowie
- öffentliche Methoden der DLL, über welche diese angesprochen wird.

Private Geräte-Methoden („__device__“)

Rückgabewert	Methode inklusive Eingabeparameter
unsigned long long int	DEV_MAXIMUM_NumberOfOctreeBoxes[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_CurrentOctreeDepthFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_id_0_FromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_id_1_FromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_id_2_FromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_PreviousOctreeIDFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_RangeMinimumOfOctreeIDFromPreviousOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_RangeMaximumOfOctreeIDFromPreviousOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_RangeMinimumOfOctreeIDFromFinalOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_RangeMaximumOfOctreeIDFromFinalOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_RangeMinimumOfOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_RangeMaximumOfOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
double	DEV_MinimumXValueFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
double	DEV_MaximumXValueFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
double	DEV_MinimumYValueFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
double	DEV_MaximumYValueFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
double	DEV_MinimumZValueFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
double	DEV_MaximumZValueFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_OctreeIDFromCoordinates[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_FinalOctreeIDForTriangle[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
bool	DEV_OctreeBoxContainsTriangles[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_MinimumOctreePositionFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]
unsigned long long int	DEV_MaximumOctreePositionFromOctreeID[NumberOfCUDAThreadsPerBlock]

Private Geräte- und Host-Methoden („_host__device__“)

Rückgabewert	Methode inklusive Eingabeparameter
unsigned long long int	HOST_DEV_GetMAXIMUM_NumberOfOctreeBoxes(int THREAD, unsigned long long int D-Octree)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetCurrentOctreeDepthFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	HOST_DEV_Get_id_0_FromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	HOST_DEV_Get_id_1_FromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	HOST_DEV_Get_id_2_FromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetPreviousOctreeIDFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetRangeMinimumOfOctreeIDFromPreviousOctreeID(int THREAD, unsigned long long int PreviousOctreeID)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetRangeMaximumOfOctreeIDFromPreviousOctreeID(int THREAD, unsigned long long int PreviousOctreeID)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetRangeMinimumOfOctreeIDFromFinalOctreeID(int THREAD, unsigned long long int FinalOctreeID, unsigned long long int D-Octree)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetRangeMaximumOfOctreeIDFromFinalOctreeID(int THREAD, unsigned long long int FinalOctreeID, unsigned long long int D-Octree)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetRangeMinimumOfOctreeID(int THREAD, unsigned long long int CurrentOctreeDepth)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetRangeMaximumOfOctreeID(int THREAD, unsigned long long int CurrentOctreeDepth)
double	HOST_DEV_GetMinimumXValueFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box, double x_min, double x_max)
double	HOST_DEV_GetMaximumXValueFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box, double x_min, double x_max)
double	HOST_DEV_GetMinimumYValueFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box, double y_min, double y_max)
double	HOST_DEV_GetMaximumYValueFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box, double y_min, double y_max)
double	HOST_DEV_GetMinimumZValueFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box, double z_min, double z_max)
double	HOST_DEV_GetMaximumZValueFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int ID_box, double z_min, double z_max)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetOctreeIDFromCoordinates(int THREAD, double x_input, double y_input, double z_input, double x_min, double x_max, double y_min, double y_max, double z_min, double z_max, unsigned long long int CurrentOctreeDepth)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetFinalOctreeIDForTriangle(int THREAD, double p_x, double p_y, double p_z, double q_x, double q_y, double q_z, double r_x, double r_y, double r_z, double x_min, double x_max, double y_min, double y_max, double z_min, double z_max, unsigned long long int OctreeDepth)
bool	HOST_DEV_GetOctreeBoxContainsTriangles(int THREAD, unsigned long long int *TriangleCounterOctree, unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetMinimumOctreePositionFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int *TriangleCounterOctree, unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	HOST_DEV_GetMaximumOctreePositionFromOctreeID(int THREAD, unsigned long long int *TriangleCounterOctree, unsigned long long int ID_box)

CUDA®-Kernels („_global_“)

Rückgabewert	Methode inklusive Eingabeparameter
void	intersectKernel_SURFACE(bool *export_didintersect, double *export_intersectionpoint_x, double *export_intersectionpoint_y, double *export_intersectionpoint_z, double *export_intersection_normal_x, double *export_intersection_normal_y, double *export_intersection_normal_z, double *x_ray0, double *y_ray0, double *z_ray0, double *x_ray1, double *y_ray1, double *z_ray1, double *p_surf_x, double *p_surf_y, double *p_surf_z, double *q_surf_x, double *q_surf_y, double *q_surf_z, double *r_surf_x, double *r_surf_y, double *r_surf_z)
void	intersectoctreeKernel(bool *export_octree_ray_intersected_box, unsigned int current_boxes_offset, int CurrentOctreeDepth, unsigned long long int MAXIMUM_OctreeDepth, unsigned long long int MAXIMUM_MAXIMUM_NumberOfOctreeBoxes, double octree_min_val_x, double octree_max_val_x, double octree_min_val_y, double octree_max_val_y, double octree_min_val_z, double octree_max_val_z, double *x_ray0, double *y_ray0, double *z_ray0, double *x_ray1, double *y_ray1, double *z_ray1)
void	intersectKernel_OCTREE(unsigned long long int *TrianglesOctree_MINIMUM_Octree_ID, unsigned long long int *TrianglesOctree_MAXIMUM_Octree_ID, unsigned long long int *TrianglesOctree_Box_ID, unsigned long long int *TrianglesOctree_Triangle_ID, unsigned long long int *TrianglesOctree_Object_ID, double *TrianglesOctree_p_x, double *TrianglesOctree_p_y, double *TrianglesOctree_p_z, double *TrianglesOctree_q_x, double *TrianglesOctree_q_y, double *TrianglesOctree_q_z, double *TrianglesOctree_r_x, double *TrianglesOctree_r_y, double *TrianglesOctree_r_z, unsigned long long int *TriangleCounterOctree, bool *export_didintersect, unsigned long long int *export_intersection_counter, unsigned long long int *export_intersection_octree_index, unsigned long long int *export_intersection_object_index, unsigned long long int *export_intersection_triangle_index, double *export_intersectionpoint_x, double *export_intersectionpoint_y, double *export_intersectionpoint_z, double *export_intersection_normal_x, double *export_intersection_normal_y, double *export_intersection_normal_z, double *x_ray0, double *y_ray0, double *z_ray0, double *x_ray1, double *y_ray1, double *z_ray1)
void	intersectKernel_REF_V1(bool *export_didintersect, unsigned long long int *export_intersection_counter, unsigned long long int *export_intersection_object_index, unsigned long long int *export_intersection_triangle_index, double *export_intersectionpoint_x, double *export_intersectionpoint_y, double *export_intersectionpoint_z, double *export_intersection_normal_x, double *export_intersection_normal_y, double *export_intersection_normal_z, double *x_ray0, double *y_ray0, double *z_ray0, double *x_ray1, double *y_ray1, double *z_ray1, double *p_x, double *p_y, double *p_z, double *q_x, double *q_y, double *q_z, double *r_x, double *r_y, double *r_z)

	<code>*r_y, double *r_z, unsigned long long int *object_id, unsigned long long int *triangle_id)</code>
void	<code>intersectKernel_V2(bool *export_didintersect, unsigned long long int *export_intersection_counter, unsigned long long int *export_intersection_object_index, unsigned long long int *export_intersection_triangle_index, double *export_intersectionpoint_x, double *export_intersectionpoint_y, double *export_intersectionpoint_z, double *export_intersection_normal_x, double *export_intersection_normal_y, double *export_intersection_normal_z, double *x_ray0, double *y_ray0, double *z_ray0, double *x_ray1, double *y_ray1, double *z_ray1, double *p_x, double *p_y, double *p_z, double *q_x, double *q_y, double *q_z, double *r_x, double *r_y, double *r_z, unsigned long long int *object_id, unsigned long long int *triangle_id)</code>
void	<code>intersectKernel_V3(bool *export_didintersect, unsigned long long int *export_intersection_counter, unsigned long long int *export_intersection_object_index, unsigned long long int *export_intersection_triangle_index, double *export_intersectionpoint_x, double *export_intersectionpoint_y, double *export_intersectionpoint_z, double *export_intersection_normal_x, double *export_intersection_normal_y, double *export_intersection_normal_z, double *x_ray0, double *y_ray0, double *z_ray0, double *x_ray1, double *y_ray1, double *z_ray1, double *p_x, double *p_y, double *p_z, double *q_x, double *q_y, double *q_z, double *r_x, double *r_y, double *r_z, unsigned long long int *object_id, unsigned long long int *triangle_id)</code>
void	<code>intersectKernel_V4(bool *export_didintersect, unsigned long long int *export_intersection_counter, unsigned long long int *export_intersection_object_index, unsigned long long int *export_intersection_triangle_index, double *export_intersectionpoint_x, double *export_intersectionpoint_y, double *export_intersectionpoint_z, double *export_intersection_normal_x, double *export_intersection_normal_y, double *export_intersection_normal_z, double *x_ray0, double *y_ray0, double *z_ray0, double *x_ray1, double *y_ray1, double *z_ray1, double *p_x, double *p_y, double *p_z, double *q_x, double *q_y, double *q_z, double *r_x, double *r_y, double *r_z, unsigned long long int *object_id, unsigned long long int *triangle_id)</code>
void	<code>distanceKernel_V0(double *x_ray0, double *y_ray0, double *z_ray0, double *export_intersectionpoint_x, double *export_intersectionpoint_y, double *export_intersectionpoint_z, double *export_intersection_length)</code>
void	<code>normalsKernel_V0(double *p_x, double *p_y, double *p_z, double *q_x, double *q_y, double *q_z, double *r_x, double *r_y, double *r_z, double *n_x, double *n_y, double *n_z)</code>
void	<code>normalsKernel_SURFACE(double *p_surf_x, double *p_surf_y, double *p_surf_z, double *q_surf_x, double *q_surf_y, double *q_surf_z, double *r_surf_x, double *r_surf_y, double *r_surf_z, double *n_surf_x, double *n_surf_y, double *n_surf_z)</code>

Private Methoden

Rückgabewert	Methode inklusive Eingabeparameter
cudaError_t	InitializeGPU(unsigned int GPU_Index)
cudaError_t	AllocateHostMemory_RAYTRACING()
cudaError_t	AllocateHostMemory_RAYTRACING(unsigned long long int NumberOfTriangles, unsigned long long int NumberOfRays)
cudaError_t	AllocateGPUMemory_RAYTRACING()
cudaError_t	AllocateGPUMemory_RAYTRACING(unsigned long long int NumberOfTriangles, unsigned long long int NumberOfRays)
cudaError_t	Copy2GPU_Triangles()
cudaError_t	Copy2GPU_Triangles2()
cudaError_t	Copy2GPU_Octree(unsigned long long int OctreeDepth)
cudaError_t	Copy2GPU_Rays()
cudaError_t	Copy2GPU_Rays2()
cudaError_t	AllocateHostMemory_SURFACE()
cudaError_t	AllocateHostMemory_SURFACE2(unsigned long long int NumberOfSurfaceTriangles)
cudaError_t	AllocateGPUMemory_SURFACE()
cudaError_t	AllocateGPUMemory_SURFACE2(unsigned long long int NumberOfSurfaceTriangles)
cudaError_t	Copy2GPU_Surface()
cudaError_t	Copy2GPU_Surface2()
cudaError_t	CalculateIntersectionsWithCuda(unsigned int Kernel_index, bool use_boundary_box, bool use_octree, bool calculate_intersection_distance, bool calculate_normals, bool consider_surface_only)
cudaError_t	MemcpyGPUResults_RAYTRACING()
cudaError_t	MemcpyGPUResults_RAYTRACING2()
cudaError_t	MemcpyGPUResults_RAYTRACING_Normals()
cudaError_t	MemcpyGPUResults_RAYTRACING_Normals2()
cudaError_t	MemcpyGPUResults_RAYTRACING_SurfaceNormals()
cudaError_t	MemcpyGPUResults_RAYTRACING_SurfaceNormals2()
void	FreeGPUMemory_RAYTRACING()
void	FreeGPUMemory_Triangles()
void	FreeGPUMemory_Rays()
void	FreeGPUMemory_Surface_Triangles()
void	FreeGPUMemory_Octree()
void	FreeHostMemory_RAYTRACING()
void	FreeHostMemory_Triangles()
void	FreeHostMemory_Rays()
void	FreeHostMemory_Surface_Triangles()
void	FreeHostMemory_Octree()

Öffentliche Methoden („extern “C” __declspec(dllexport)”)

Rückgabewert	Methode inklusive Eingabeparameter
char*	CUDA_GetErrorString()
unsigned int	CUDA_Debug()
unsigned long long int	CUDA_GetMAXIMUM_NumberOfOtreeBoxes(unsigned int D_Octree)
unsigned long long int	CUDA_GetCurrentOtreeDepthFromOtreeID(unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	CUDA_Get_id_0_FromOtreeID(unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	CUDA_Get_id_1_FromOtreeID(unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	CUDA_Get_id_2_FromOtreeID(unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	CUDA_GetPreviousOtreeIDFromOtreeID(unsigned long long int ID_box)
unsigned long long int	CUDA_GetRangeMinimumOfOtreeIDFromPreviousOtreeID(unsigned long long int PreviousOtreeID)
unsigned long long int	CUDA_GetRangeMaximumOfOtreeIDFromPreviousOtreeID(unsigned long long int PreviousOtreeID)
unsigned long long int	CUDA_GetRangeMinimumOfOtreeIDFromFinalOtreeID(unsigned long long int FinalOtreeID, unsigned long long int D_Octree)
unsigned long long int	CUDA_GetRangeMaximumOfOtreeIDFromFinalOtreeID(unsigned long long int FinalOtreeID, unsigned long long int D_Octree)
unsigned long long int	CUDA_GetRangeMinimumOfOtreeID(unsigned long long int CurrentOtreeDepth)
unsigned long long int	CUDA_GetRangeMaximumOfOtreeID(unsigned long long int CurrentOtreeDepth)
double	CUDA_GetMinimumXValueFromOtreeID(unsigned long long int ID_box, double x_min, double x_max)
double	CUDA_GetMaximumXValueFromOtreeID(unsigned long long int ID_box, double x_min, double x_max)
double	CUDA_GetMinimumYValueFromOtreeID(unsigned long long int ID_box, double y_min, double y_max)
double	CUDA_GetMaximumYValueFromOtreeID(unsigned long long int ID_box, double y_min, double y_max)
double	CUDA_GetMinimumZValueFromOtreeID(unsigned long long int ID_box, double z_min, double z_max)
double	CUDA_GetMaximumZValueFromOtreeID(unsigned long long int ID_box, double z_min, double z_max)
unsigned long long int	CUDA_GetOtreeIDFromCoordinates(double x_input, double y_input, double z_input, double x_min, double x_max, double y_min, double y_max, double z_min, double z_max, unsigned long long int CurrentOtreeDepth)
unsigned long long int	CUDA_GetFinalOtreeIDForTriangle(double p_x, double p_y, double p_z, double q_x, double q_y, double q_z, double r_x, double r_y, double r_z, double x_min, double x_max, double y_min, double y_max, double z_min, double z_max, unsigned long long int OtreeDepth)
double	CUDA_GetAllocationTimeHost_ms()
double	CUDA_GetAllocationTimeGPU_ms()
double	CUDA_GetMemcpyTimeHost2GPU_Triangles_ms()
double	CUDA_GetMemcpyTimeHost2GPU_Rays_ms()
double	CUDA_GetMemcpyTimeHost2GPU_ms()
double	CUDA_GetRayTracingTime_ms()
double	CUDA_GetMemcpyTimeGPU2Host_ms()
unsigned long long int	CUDA_GetMaximumNumberOfTriangles()
unsigned long long int	CUDA_GetMaximumNumberOfSurfaceTriangles()
unsigned long long int	CUDA_GetMaximumNumberOfOtreeElements()
unsigned long long int	CUDA_GetMaximumNumberOfRays()
unsigned long long int	CUDA_GetNumberOfLoadedTriangles()

	*TrianglesOctree_q_y_input, double *TrianglesOctree_q_z_input, double *TrianglesOctree_r_x_input, double *TrianglesOctree_r_y_input, double *TrianglesOctree_r_z_input, unsigned long long int *TriangleCounterOctree_input, unsigned long long int NumberOfLoadedOctreeElements_input, unsigned long long int OctreeDepth_input, double octree_min_val_x_input, double octree_max_val_x_input, double octree_min_val_y_input, double octree_max_val_y_input, double octree_min_val_z_input, double octree_max_val_z_input)
bool	CUDA_OctreeGetUsable()
unsigned int	CUDA_GetMaximumOctreeDepth()
bool	CUDA_LoadRays(double *x_ray0_input, double *y_ray0_input, double *z_ray0_input, double *x_ray1_input, double *y_ray1_input, double *z_ray1_input, unsigned long long int NumberOfLoadedRays_input)
bool	CUDA_LoadRays2(double *x_ray0_input, double *y_ray0_input, double *z_ray0_input, double *x_ray1_input, double *y_ray1_input, double *z_ray1_input, unsigned long long int NumberOfLoadedRays_input)
bool	CUDA_StartTracing(unsigned int Kernel_Index, bool calculate_intersection_distance, bool calculate_normals, bool export_boundary_information, bool consider_surface_only)
bool	CUDA_StartTracing2(unsigned int Kernel_Index, bool calculate_intersection_distance, bool calculate_normals, bool export_boundary_information, bool consider_surface_only)
bool	CUDA_GetUseOctreeFromKernelID(unsigned int Kernel_Index)
bool	CUDA_CalculateNormals()
bool	CUDA_CalculateNormals2(unsigned long long int NumberOfTriangles)
bool	CUDA_CalculateSurfaceNormals()
bool	CUDA_CalculateSurfaceNormals2()
void	CUDA_CodeTesting()
void	CUDA_SetBoundingBox(double x_min_input, double x_max_input, double y_min_input, double y_max_input, double z_min_input, double z_max_input)
double	CUDA_GetBoundXMin()
double	CUDA_GetBoundXMax()
double	CUDA_GetBoundYMin()
double	CUDA_GetBoundYMax()
double	CUDA_GetBoundZMin()
double	CUDA_GetBoundZMax()
double*	CUDA_GetAllLoadedTriangleNormals_x()
double*	CUDA_GetAllLoadedTriangleNormals_y()
double*	CUDA_GetAllLoadedTriangleNormals_z()
bool*	CUDA_GetAllDidIntersect()
unsigned long long int*	CUDA_GetAllIntersectionCounters()
double*	CUDA_GetAllIntersectionDistances()
unsigned long long int*	CUDA_GetAllIntersectionOctreeIndices()
unsigned long long int*	CUDA_GetAllFinalOctreeIndices()
unsigned long long int*	CUDA_GetAllIntersectionObjectIndices()
unsigned long long int*	CUDA_GetAllIntersectionTriangleIndices()
double*	CUDA_GetAllIntersectionPoints_x()
double*	CUDA_GetAllIntersectionPoints_y()
double*	CUDA_GetAllIntersectionPoints_z()
double*	CUDA_GetAllIntersectionNormals_x()
double*	CUDA_GetAllIntersectionNormals_y()
double*	CUDA_GetAllIntersectionNormals_z()

double	CUDA_GetLoadedTriangleNormal_x(unsigned long long int triangle)
double	CUDA_GetLoadedTriangleNormal_y(unsigned long long int triangle)
double	CUDA_GetLoadedTriangleNormal_z(unsigned long long int triangle)
unsigned long long int	CUDA_GetFinalOctreeIndex(unsigned long long int triangle)
bool	CUDA_GetDidIntersectBoundingBox(unsigned long long int ray, unsigned int boundary_index_x, unsigned int boundary_index_y, unsigned int boundary_index_z)
bool	CUDA_GetDidIntersect(unsigned long long int ray)
unsigned long long int	CUDA_GetIntersectionCounter(unsigned long long int ray)
double	CUDA_GetIntersectionDistance(unsigned long long int ray)
unsigned long long int	CUDA_GetIntersectionOctreeIndex(unsigned long long int ray)
unsigned long long int	CUDA_GetIntersectionObjectIndex(unsigned long long int ray)
unsigned long long int	CUDA_GetIntersectionTriangleIndex(unsigned long long int ray)
double	CUDA_GetIntersectionPoint_x(unsigned long long int ray)
double	CUDA_GetIntersectionPoint_y(unsigned long long int ray)
double	CUDA_GetIntersectionPoint_z(unsigned long long int ray)
double	CUDA_GetIntersectionNormal_x(unsigned long long int ray)
double	CUDA_GetIntersectionNormal_y(unsigned long long int ray)
double	CUDA_GetIntersectionNormal_z(unsigned long long int ray)
bool	CUDA_InitializeGPU(unsigned int GPU_Index)
bool	CUDA_DeviceReset()
unsigned long long int	CUDA_GetMaximumNumberOfThreadsPerMultiprocessor()
unsigned long long int	CUDA_GetMaximumNumberOfMultiprocessors()
unsigned long long int	CUDA_GetMaximumNumberOfThreadsPerBlock()
unsigned int	CUDA_GetMaximumNumberOfIntersectionKernels()
unsigned long long int	CUDA_GetMaximumGlobalMemory_Bytes()
unsigned long long int	CUDA_GetMaximumSharedMemoryPerBlock_Bytes()

Literaturverzeichnis

- [1] **Blum, M.; Floyd, R. W.; Pratt, V.; Rivest, R. L.; Tarjan, R. E.:** Time bounds for selection. In: Journal of Computer and System Sciences 7 (1973), Nr. 4, S. 448–461. DOI: 10.1016/S0022-0000(73)80033-9.
- [2] **Torner, F.; Wendel, M.; Broschart, D.; Seewig, J.:** Einfluss der physikalischen Eigenschaften optischer und taktiler Messeinrichtungen bei der Form- und Konturmessung. In: VDI-Fachtagung Form- und Konturmesstechnik 2013: *Termin und Ort: 04. und 05. Juni 2013, Leonberg bei Stuttgart*. Düsseldorf : VDI Verlag, 2013, S. 13–25
- [3] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN 1319-1: 1995-01. Grundlagen der Meßtechnik - Teil 1: Grundbegriffe. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [4] **Comité commun des guides en métrologie:** Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure (GUM 1995 avec des corrections mineures): Évaluation des données de mesure - Guide to the expression of uncertainty measurement (GUM 1995) : evaluation of measurement data. 1ère édition. [S.l.]: JCGM, 2008
- [5] **Leach, R.** (Hrsg.): Optical Measurement of Surface Topography. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011. ISBN: 978-3-642-12011-4. DOI: 10.1007/978-3-642-12012-1.
- [6] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN ISO 11421: 2010-10. Optik und optische Instrumente – Genauigkeit von Messungen der optischen Übertragungsfunktion (ISO 11421:1997). Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [7] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN ISO 15529: 2010-11. Optik und Photonik – Optische Übertragungsfunktion – Messung der Modulationsübertragungsfunktion (MTF) von abtastenden Abbildungssystemen (ISO 15529:2010). Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [8] **Torner, F.; Stelzer, G.; Seewig, J.:** Vergleich taktiler und optischer Antastung. In: 9. VDI-Fachtagung Koordinatenmesstechnik 2014: *Schlüsseltechnologie für die Produktion von morgen; Braunschweig, 19. und 20. November 2014*. Nichtred. Ms.-Dr. Düsseldorf : VDI Verlag, 2014 (VDI-Berichte, 2243), S. 55–73
- [9] **Cook, S.:** Cuda programming: A developer's guide to parallel computing with GPUs. Waltham, MA: Morgan Kaufmann, 2013 (Applications of GPU Computing Series). ISBN: 978-0-12-415933-4.
- [10] **Glassner, A. S.:** Graphics gems. Boston: Acad. Press, 1990 (The graphics gems series). ISBN: 0122861663.
- [11] **Glassner, A. S.:** An Introduction to ray tracing. London: Academic Press, 1989. ISBN: 978-0122861604.

- [12] **Torrance, K. E.; Sparrow, E. M.:** Theory for Off-Specular Reflection From Roughened Surfaces. In: *Journal of the Optical Society of America* 57 (1967), Nr. 9, S. 1105. DOI: 10.1364/JOSA.57.001105.
- [13] **Cook, R. L.; Torrance, K. E.:** A Reflectance Model for Computer Graphics. In: *ACM Transactions on Graphics* 1 (1982), Nr. 1, S. 7–24. DOI: 10.1145/357290.357293.
- [14] **Verband der Automobilindustrie e.V. (VDA):** VDA 2009: Oberflächenbeschaffenheit: Geometrische Produktspezifikation; winkelaufgelöste Streulichtmesstechnik; Definition, Kenngrößen und Anwendung. Bietigheim-Bissingen: Dokumentation Kraftfahrtwesen e.V. (DKF), 2009
- [15] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V. DIN EN ISO 25178-604:** 2013-12. Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft – Teil 604: Merkmale von berührungslos messenden Geräten (Weißlicht-Interferometrie) (ISO 25178-604:2013); Deutsche Fassung EN ISO 25178-604:2013. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [16] **Pedrotti, F. L.:** Optik für Ingenieure: Grundlagen; mit 28 Tabellen. 4., bearbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2008. ISBN: 978-3-540-73471-0.
- [17] **Maxwell, J. C.:** A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 155 (1865), S. 459–512. DOI: 10.1098/rstl.1865.0008.
- [18] **Maxwell, J. C.:** A treatise on electricity and magnetism. Oxford: Clarendon Pr., 1873
- [19] **Maxwell, J. C.:** A Treatise on Electricity and Magnetism. 2. ed. Oxford: Clarendon Pr, 1881
- [20] **Demtröder, W.:** Elektrizität und Optik: Mit 19 Tabellen, zahlreichen durchgerechneten Beispielen und 145 Übungsaufgaben mit ausführlichen Lösungen. 4., überarb. und erw. Aufl. Berlin: Springer, 2006 (Springer-Lehrbuch / Wolfgang Demtröder ; 2). ISBN: 9783540337942.
- [21] **Poynting, J. H.:** On the Transfer of Energy in the Electromagnetic Field. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 175 (1884), Nr. 0, S. 343–361. DOI: 10.1098/rstl.1884.0016.
- [22] **Hecht, E.:** Optik. 6., verbesserte Auflage. München: Oldenbourg [u.a.], 2014 (de Gruyter - Studium). ISBN: 978-3-486-58861-3.
- [23] **Jähne, B.:** Digital image processing. 6., rev. and extended ed. Berlin: Springer, op. 2005. ISBN: 3-540-24999-0.
- [24] **Litfin, G.:** Technische Optik in der Praxis: Mit 19 Tabellen. Berlin [u.a.]: Springer, 1997. ISBN: 3-540-60613-0.

- [25] **Sellmeier, W. von:** Zur Erklärung der abnormen Farbenfolge im Spectrum einiger Substanzen. In: *Annalen der Physik und Chemie* 219 (1871), Nr. 6, S. 272–282. DOI: 10.1002/andp.18712190612.
- [26] **Schmitt, R., et al.:** Virtuelle Messgeräte. In: *tm - Technisches Messen* 75 (2008), 5/2008. DOI: 10.1524/teme.2008.0872.
- [27] **Krüger-Sehm, R.; Bakucz, P.; Jung, L.; Wilhelms, H.:** Chirp-Kalibriernormale für Oberflächenmessgeräte (Chirp Calibration Standards for Surface Measuring Instruments). In: *tm - Technisches Messen* 74 (2007), Nr. 11. DOI: 10.1524/teme.2007.74.11.572.
- [28] **Eifler, M.; Seewig, J.:** Modellbasierte Entwicklung von Kalibriernormalen zur geometrischen Produktspezifikation. Kaiserslautern, Technische Universität Kaiserslautern. Dissertation: 2016-01-01. URL <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:386-kluedo-44276>
- [29] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 16610-85: 2013-05. Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Filterung – Teil 85: Morphologische Flächenfilterung: Segmentierung (ISO 16610-85:2013); Deutsche Fassung EN ISO 16610-85:2013. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [30] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 16610-41: 2015-12. Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Filterung – Teil 41: Morphologische Profilfilter: Filter mit Kreisscheibe und horizontaler Strecke (ISO 16610-41:2015); Deutsche Fassung EN ISO 16610-41:2015. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [31] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 25178-603: 2014-02. Geometrical product specifications (GPS) - Surface texture: Areal - Part 603: Nominal characteristics of non-contact (phase-shifting interferometric microscopy) instruments (ISO 25178-603:2013); German version EN ISO 25178-603:2013. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [32] **Werner, M.:** Signale und Systeme: Lehr- und Arbeitsbuch mit MATLAB-Übungen und Lösungen ; mit 48 Tabellen und zahlreichen Beispielen, sowie integriertem Online-Übungsteil mit 118 gelösten Aufgaben und MATLAB-Übungen. 3., vollst. überarb. und erw. Aufl. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 2008 (Studium). ISBN: 978-3-8348-0233-0.
- [33] **Williams, T. L.:** Optical transfer function of imaging systems. Bristol: Institute of Physics Publ, 1999 (Optics and optoelectronics series). ISBN: 0750305991.
- [34] **Goodman, J. W.:** Introduction to Fourier optics. 3rd edition. Englewood (Colo.): Roberts, op. 2005. ISBN: 0-9747077-2-4.
- [35] **Gouraud, H.:** Continuous Shading of Curved Surfaces. In: *IEEE Transactions on Computers* C-20 (1971), Nr. 6, S. 623–629. DOI: 10.1109/T-C.1971.223313.

- [36] **Phong, B. T.:** Illumination for computer generated pictures. In: Communications of the ACM 18 (1975), Nr. 6, S. 311–317. DOI: 10.1145/360825.360839.
- [37] **Abou-Elleal, E. R. E.:** Raumakustik - Interaktion visueller und auditiver Wahrnehmungen. Aachen, Technische Hochschule Aachen, Dissertation: 2003. URL http://publications.rwth-aachen.de/record/58908/files/Abou-Elleal_Esam.pdf – Überprüfungsdatum 2017-03-12
- [38] **Shamos, M. I.:** Computational geometry. New Haven, Yale University, Dissertation: 1978
- [39] **Haag, M.:** Systemtechnische Optimierungen der Strahlqualität von Hochleistungsdiodenlasern: Herbert Utz Verlag, 2000. ISBN: 9783896758408.
- [40] **Torner, F.; Seewig, J.; Fahlbusch, T.; Beichert, G.; Böttner, T.:** Design of a Chromatic Fringe Projector for 3D Object Reconstruction. In: Osten, W. (Hrsg.): Fringe 2013. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2014, S. 241–245. DOI: 10.1007/978-3-642-36359-7_37.
- [41] **Hjelle, O.; Dæhlen, M.:** Triangulations and applications. Berlin: Springer, op. 2006 (Mathematics and visualization). ISBN: 978-3-540-33260-2.
- [42] **Arvo, J.:** Backward Ray Tracing, Volume 12. In: ACM SIGGRAPH '86 Course Notes - Developments in Ray Tracing, 1986
- [43] **Reddy, D. R.; Rubin, S.:** Representation of Three-Dimensional Objects. Pittsburgh: Department of Computer Science, Carnegie-Mellon University, 1978 (CMU-CS 78-113)
- [44] **Bentley, J. L.:** Multidimensional binary search trees used for associative searching. In: Communications of the ACM 18 (1975), Nr. 9, S. 509–517. DOI: 10.1145/361002.361007.
- [45] **Glaeser, G.:** Fast algorithms for 3D-graphics. 2nd corr. printing. New York, Berlin: Springer-Verl., op. 1995. ISBN: 0-387-94288-2.
- [46] **Sutherland, I. E.:** Sketch pad a man-machine graphical communication system. In: Unknown (Hrsg.): Proceedings of the SHARE design automation workshop on - DAC '64. New York, New York, USA : ACM Press, 1964, 6.329-6.346. DOI: 10.1145/800265.810742.
- [47] **Sutherland, I. E.; Sproull, R. F.; Schumacker, R. A.:** A Characterization of Ten Hidden-Surface Algorithms. In: ACM Computing Surveys 6 (1974), Nr. 1, S. 1–55. DOI: 10.1145/356625.356626.
- [48] **Clark, J. H.:** Hierarchical geometric models for visible surface algorithms. In: Communications of the ACM 19 (1976), Nr. 10, S. 547–554. DOI: 10.1145/360349.360354.
- [49] **Rubin, S. M.; Whitted, T.:** A 3-dimensional representation for fast rendering of complex scenes. In: Thomas, J. J.; Ellis, R. A.; Kriloff, H. Z. (Hrsg.): Proceedings of the 7th annual conference on Computer graphics and

- interactive techniques. New York, NY : ACM, 1980, S. 110–116. DOI: 10.1145/800250.807479.
- [50] **Gottschalk, S.; Lin, M. C.; Manocha, D.:** OBBTree: A Hierarchical Structure for Rapid Interference Detection. In: SIGGRAPH '96 Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques, S. 171–180. DOI: 10.1145/237170.237244.
- [51] **Freeman, H.; Shapira, R.:** Determining the minimum-area enclosing rectangle for an arbitrary closed curve. In: Communications of the ACM 18 (1975), Nr. 7, S. 409–413. DOI: 10.1145/360881.360919.
- [52] **Welzl, E.:** Smallest enclosing disks: (balls and ellipsoids). Berlin: Freie Univ., Fachbereich Mathematik, 1991 (Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik : Ser. B, Informatik 91,09)
- [53] **Megiddo, N.:** Linear-Time Algorithms for Linear Programming in R^3 and Related Problems. In: SIAM Journal on Computing 12 (1983), Nr. 4, S. 759–776. DOI: 10.1137/0212052.
- [54] **Agoston, M. K.:** Computer graphics and geometric modeling: Implementation and algorithms. London: Springer, 2005. ISBN: 1-85233-818-0.
- [55] **Joy, K. I.; Bhetanabhotla, M. N.:** Ray tracing parametric surface patches utilizing numerical techniques and ray coherence. In: ACM SIGGRAPH Computer Graphics 20 (1986), Nr. 4, S. 279–285. DOI: 10.1145/15886.15917.
- [56] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN 5031-1: 1982-03. Strahlungsphysik im optischen Bereich und Lichttechnik - Größen, Formelzeichen und Einheiten der Strahlungsphysik. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [57] **Bartell, F. O.; Dereniak, E. L.; Wolfe, W. L.; Hunt, G. H.:** The Theory And Measurement Of Bidirectional Reflectance Distribution Function (Brdf) And Bidirectional Transmittance Distribution Function (BTDF). In: 1980 Huntsville Technical Symposium : SPIE, 1981 (SPIE Proceedings), S. 154–160. DOI: 10.1117/12.959611.
- [58] **Nicodemus, F. E.; Richmond, J. C.; Hsia, J. J.; Ginsberg, I. W.; Limperis, T.:** Geometrical considerations and nomenclature for reflectance: U.S. Government Printing Office, 1977 (NBS monograph)
- [59] **Birn, J.:** [Digital] lighting and rendering. 2nd ed. Berkeley, CA., London: New Riders; Pearson Education [distributor], 2006. ISBN: 978-0-321-31631-8.
- [60] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN 5031-2: 1982-03. Strahlungsphysik im optischen Bereich und Lichttechnik - Strahlungsbewertung durch Empfänger. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [61] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 25178-6: 2010-06. Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft – Teil 6: Klassifizierung von Methoden zur Messung der

- Oberflächenbeschaffenheit (ISO 25178-6:2010); Deutsche Fassung EN ISO 25178-6:2010. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [62] **Harvey, J. E.; Shack, R. V.:** Light-Scattering Characteristics of Optical Surfaces. Space and Missile Systems Organization: University of Arizona, 1975
- [63] **Coronal Solar Magnetism Observatory. Nelson, P. G.:** An Analysis of Scattered Light in Reflecting and Refracting Primary Objectives for Coronagraphs. URL <https://opensky.ucar.edu/islandora/object/reports%3A12> – Überprüfungsdatum 2017-03-27
- [64] **Harvey, J. E., et al.:** Unified scatter model for rough surfaces at large incident and scatter angles. In: Optical Engineering + Applications : SPIE, 2007 (SPIE Proceedings), 66720C. DOI: 10.1117/12.739139.
- [65] **Schröder, S., et al.:** Modeling of light scattering in different regimes of surface roughness. In: Optics Express 19 (2011), Nr. 10, S. 9820. DOI: 10.1364/OE.19.009820.
- [66] **Harvey, J. E.; Schröder, S.; Choi, N.; Duparré, A.:** Total integrated scatter from surfaces with arbitrary roughness, correlation widths, and incident angles. In: Optical Engineering (2012), Volume 15(1). DOI: 10.1117/1.OE.51.1.013402.
- [67] **Doicu, A.; Wriedt, T.; Eremin, J. A.:** Light scattering by systems of particles: Null-field method with discrete sources: theory and programs. Berlin, Heidelberg [u.a.]: Springer, 2006 (Springer series in optical sciences 124). ISBN: 3-540-33696-6.
- [68] **Jones, R. C.:** A New Calculus for the Treatment of Optical Systems| Description and Discussion of the Calculus. In: Journal of the Optical Society of America 31 (1941), Nr. 7, S. 488. DOI: 10.1364/JOSA.31.000488.
- [69] **Meschede, D.:** Optik, Licht und Laser. 3., durchges. Auflage. Wiesbaden: Teubner, 2008 (Studium). ISBN: 9783835101432.
- [70] **Peřina, J.:** Coherence of light. 2nd completely revised ed. Dordrecht [etc.]: D. Reidel, 1985. ISBN: 90-277-2004-5.
- [71] **Torner, F. M.; Stelzer, G.; Anslinger, L.; Seewig, J.:** Description and evaluation of a simplified model to simulate the optical behavior of an angle-resolved scattered light sensor. In: Journal of Computing and Information Science in Engineering (2016). DOI: 10.1115/1.4034386.
- [72] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 4287: 2010-07. Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren – Benennungen, Definitionen und Kenngrößen der Oberflächenbeschaffenheit (ISO 4287:1997 + Cor 1:1998 + Cor 2:2005 + Amd 1:2009); Deutsche Fassung EN ISO 4287:1998 + AC:2008 + A1:2009. Berlin: Beuth Verlag GmbH.

- [73] **Nyquist, H.:** Certain topics in telegraph transmission theory (Winter Convention of the American Institute of Electrical Engineers). New York, 13.02.1928 - 17.02.1928. URL http://www.eit.lth.se/fileadmin/eit/courses/eit085f/Nyquist_Certain_Topics_in_Telegraph_Transmission_Theory__AIEE_1928.pdf – Überprüfungsdatum 2017-03-27
- [74] **Poularikas, A. D.:** The handbook of formulas and tables for signal processing. Boca Raton FL u.a.: CRC Press [u.a.], 1999 (The electrical engineering handbook series). ISBN: 0-8493-8579-2.
- [75] **Weber, M. J.:** Handbook of optical materials. Boca Raton: CRC Press, 2003 (The CRC Press laser and optical science and technology series). ISBN: 9780849335129.
- [76] **Macleod, H. A.:** Thin-film optical filters. 2a ed. Bristol: Adam Hilger, 1986. ISBN: 0-85274-784-5.
- [77] **Leonhardt, K.; Breitmeier, U.:** Ellipso-Höhentopometrie. In: tm - Technisches Messen 83 (2016), Nr. 1. DOI: 10.1515/teme-2015-0070.
- [78] **Tompkins, H. G.:** Handbook of ellipsometry. Repr. Norwich, NY [u.a.]: Andrew [u.a.], 2010. ISBN: 0-8155-1499-9.
- [79] **Brewster, D.:** On the laws which regulate the polarisation of light by reflexion from transparent bodies. London: Royal Society, 1815 (Philosophical Transactions of the Royal Society of London 105)
- [80] **Seewig, J.; Beichert, G.; Brodmann, R.; Bodschwinn, H.; Wendel, M.:** Extraction of shape and roughness using scattering light. In: SPIE Europe Optical Metrology : SPIE, 2009 (SPIE Proceedings), 73890N. DOI: 10.1117/12.827478.
- [81] **Wendel, M.; Seewig, J.:** Qualifizierung eines Streulichtensors und Untersuchung erster Ansätze zur dreidimensionalen Streulichterfassung. Kaiserslautern, Technische Universität Kaiserslautern, Technische Universität Kaiserslautern. Dissertation: 2015-07-21. URL <https://kluedo.uni-kl.de/frontdoor/index/index/docId/4240> – Überprüfungsdatum 2017-03-27
- [82] **Rahlves, M.; Seewig, J.:** Optisches Messen technischer Oberflächen: Messprinzipien und Begriffe. 1. Aufl. [S.l.]: Beuth Verlag GmbH, 2009 (Beuth Pocket). ISBN: 3410171339.
- [83] **Seewig, J., et al.:** Reconstruction of Shape using Gradient Measuring Optical Systems. In: Osten, W.; Kujawinska, M. (Hrsg.): Fringe 2009. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2009, S. 1–7. DOI: 10.1007/978-3-642-03051-2_65.
- [84] **Tiziani, H. J.; Leonhardt, K.; Rippert, K.-H.:** Optische Mikroprofilometrie und Rauheitsmessung/ Optical microprofilometry and roughness measurement. In: tm - Technisches Messen 54 (1987), Nr. 6. DOI: 10.1524/teme.1987.54.6.243.

- [85] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN 4760: 1982-06. Gestaltabweichungen Begriffe Ordnungssystem. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [86] **Das, J.; Linke, B.:** Evaluation and systematic selection of significant multi-scale surface roughness parameters (SRPs) as process monitoring index. In: Journal of Materials Processing Technology (2017). DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2017.01.017.
- [87] **Beckmann, P.; Spizzichino, A.:** The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces. Goford, New York: Pergamon Press; [distributed in the Western Hemisphere by Macmillan, New York], 1963 (International series of monographs on electromagnetic waves v. 4)
- [88] **Schröder, S.; Herfurth, T.; Blaschke, H.; Duparré, A.:** Angle-resolved scattering: an effective method for characterizing thin-film coatings. In: Applied Optics 50 (2011), Nr. 9, C164. DOI: 10.1364/AO.50.00C164.
- [89] **Nadal, M. E.; Early, E. A.; Thompson, A.:** Specular gloss. Gaithersburg, MD: U.S. Dept. of Commerce, Technology Administration, National Institute of Standards and Technology, Physics Laboratory, Optical Technology Division, 2006 (NIST special publication 250-70)
- [90] **Linke, B.; Das, J.:** Aesthetics and Gloss of Ground Surfaces. In: Journal of Manufacturing Science and Engineering 138 (2016), Nr. 6, S. 64501. DOI: 10.1115/1.4032587.
- [91] **Lavin, E. P.:** Specular reflection. London: Hilger, 1971 (Monographs on applied optics 2). ISBN: 085274174X.
- [92] **Elson, J. M.; Bennett, J. M.:** Vector Scattering Theory. In: Optical Engineering 18 (1979), Nr. 2. DOI: 10.1117/12.7972336.
- [93] **Bennett, H. E.:** Specular Reflectance of Aluminized Ground Glass and the Height Distribution of Surface Irregularities. In: Journal of the Optical Society of America 53 (1963), Nr. 12, S. 1389. DOI: 10.1364/JOSA.53.001389.
- [94] **Bennett, H. E.:** Scattering Characteristics Of Optical Materials. In: Optical Engineering 17 (1978), Nr. 5. DOI: 10.1117/12.7972268.
- [95] **Elson, J. M.; Bennett, J. M.:** Relation between the angular dependence of scattering and the statistical properties of optical surfaces. In: Journal of the Optical Society of America 69 (1979), Nr. 1, S. 31. DOI: 10.1364/JOSA.69.000031.
- [96] **Seewig, J.; Eifler, M.; Schneider, F.; Kirsch, B.; Aurich, J. C.:** A model-based approach for the calibration and traceability of the angle resolved scattering light sensor. In: Surface Topography: Metrology and Properties 4 (2016), Nr. 2, S. 24010. DOI: 10.1088/2051-672X/4/2/024010.
- [97] **Torner, F.; Das, J.; Stelzer, G.; Linke, B.; Seewig, J.:** Fundamental Analysis of the Usability of an Angle-resolved Scattered Light Sensor for Monitoring

- Vibratory Finishing Processes Based on Ray Tracing Simulations. In: Physical Modeling for Virtual Manufacturing (angenommene Veröffentlichung).
- [98] **Elster, C.; Gerhardt, J.; Thomsen-Schmidt, P.; Schulz, M.; Weingärtner, I.:** Reconstructing surface profiles from curvature measurements. In: *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* 113 (2002), Nr. 4, S. 154–158. DOI: 10.1078/0030-4026-00138.
- [99] **Rodríguez-Herrera, O. G.; Rosete-Aguilar, M.; Bruce, N. C.:** Scatterometer of visible light for 2D rough surfaces. In: *Review of Scientific Instruments* 75 (2004), Nr. 11, S. 4820. DOI: 10.1063/1.1809300.
- [100] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 5436-1: 2000-11. Geometrical Product Specifications (GPS) - Surface texture: Profile method; Measurement standards - Part 1: Material measures (ISO 5436-1:2000); German version EN ISO 5436-1:2000. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [101] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 25178-2: 2012-09. Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft – Teil 2: Begriffe und Oberflächen-Kenngrößen (ISO 25178-2:2012); Deutsche Fassung EN ISO 25178-2:2012. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [102] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 25178-602: 2011-01. Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Oberflächenbeschaffenheit: Flächenhaft – Teil 602: Merkmale von berührungslos messenden Geräten (mit chromatisch konfokaler Sonde) (ISO 25178-602:2010); Deutsche Fassung EN ISO 25178-602:2010. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [103] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 4288: 1998-04. Geometrische Produktspezifikationen (GPS) Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren Regeln und Verfahren für die Beurteilung der Oberflächenbeschaffenheit (ISO 4288 : 1996) Deutsche Fassung EN ISO 4288 : 1997. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [104] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 3274: 1998-04. Geometrische Produktspezifikationen (GPS) Oberflächenbeschaffenheit: Tastschnittverfahren Nenneigenschaften von Tastschnittgeräten (ISO 3274 : 1996) Deutsche Fassung EN ISO 3274 : 1997. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [105] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 16610-21: 2013-06. Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Filterung – Teil 21: Lineare Profilfilter: Gauß-Filter (ISO 16610-21:2011); Deutsche Fassung EN ISO 16610-21:2012. Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [106] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN EN ISO 16610-61: 2016-04. Geometrische Produktspezifikation (GPS) – Filterung – Teil 61: Lineare Flächenfilter: Gauß-Filter (ISO 16610-61:2015); Deutsche Fassung EN ISO 16610-61:2015. Berlin: Beuth Verlag GmbH.

- [107] **Leach, R.:** Optical measurement of surface topography. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011. ISBN: 3642120113.
- [108] **Oppenheim, A. V.; Schafer, R. W.:** Discrete-time signal processing, 3rd ed. Upper Saddle River, N.J., London: Pearson, 2010. ISBN: 978-0-13-206709-6.
- [109] **Xie, W.; Lehmann, P.; Niehues, J.:** Übertragungsverhalten von tiefenscannenden Weißlichtinterferometern. In: tm - Technisches Messen 79 (2012), Nr. 4, S. 229–237. DOI: 10.1524/teme.2012.0226.
- [110] **Verein Deutscher Ingenieure VDI/VDE 2655 Blatt 1.1:** 3.2008. Optische Messtechnik an Mikrotopografien: Kalibrieren von Interferenzmikroskopen und Tiefeneinstellnormalen für die Rauheitsmessung. Berlin: Beuth Verlag.
- [111] **Groot, P. J. de:** Vibration in phase-shifting interferometry. In: Journal of the Optical Society of America A 12 (1995), Nr. 2, S. 354. DOI: 10.1364/JOSAA.12.000354.
- [112] **Deck, L. L.; Assoufid, L.; Takacs, P. Z.; Ohtsuka, M.:** Suppressing vibration errors in phase-shifting interferometry. In: Optical Engineering + Applications : SPIE, 2007 (SPIE Proceedings), S. 670402. DOI: 10.1117/12.731421.
- [113] **Seewig, J., et al.:** Uncertainty of height information in coherence scanning interferometry. In: SPIE Optical Metrology : SPIE, 2011 (SPIE Proceedings), 80820V. DOI: 10.1117/12.889796.
- [114] **Rayleigh, J. W. S.:** XV. On the theory of optical images, with special reference to the microscope. In: Philosophical Magazine Series 5 42 (1896), Nr. 255, S. 167–195. DOI: 10.1080/14786449608620902.
- [115] **Fouckhardt, H.:** Halbleiterlaser: Unter Verwendung Fourier-optischer Methoden. 1. Auflage. Wiesbaden: Vieweg et Teubner, 2011 (Studium). ISBN: 978-3-8348-1721-1.
- [116] **Steward, E. G.:** Fourier optics: An introduction. 2.ed. Chichester: Horwood, 1987 (Ellis Horwood series in physics). ISBN: 0470208066.
- [117] **Engeln-Müllges, G.:** Numerik-Algorithmen: Verfahren, Beispiele, Anwendungen. Berlin: Springer, 2005 (Xpert.press). ISBN: 3-540-62669-7.
- [118] **Dalheimer, M. K.:** Programming with QT. 2nd ed. Sebastopol, Calif.: O'Reilly, 2002. ISBN: 9780596000646.
- [119] **Bradski, G. R.; Kaehler, A.:** Learning OpenCV: [computer vision with the OpenCV library]. 1. ed., [Nachdr.]. Beijing [u.a.]: O'Reilly, 2011 (Software that sees). ISBN: 0596516134.
- [120] **Hansen, C. D.; Johnson, C. R.:** Visualization Handbook: Elsevier Science, 2011. ISBN: 9780080481647.
- [121] **Jordan, C.:** Cours d'Analyse de l'École polytechnique: Calcul intégral: équations différentielles. Paris, 1887 (Cours d'Analyse de l'École polytechnique 3)

- [122] **Arvo, J.; Kirk, D.:** Fast ray tracing by ray classification. In: SIGGRAPH '87 Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, S. 55–64. DOI: 10.1145/37401.37409.
- [123] **Message Passing Interface Forum:** MPI: A message-passing interface standard, version 2.2. [Stand:] September 4, 2009. Stuttgart: Höchstleistungsrechenzentrum Univ. Stuttgart, 2009
- [124] **Korsch, H.-J.:** Mathematische Ergänzungen zur Einführung in die Physik. 3., überarbeitete und ergänzte Auflage. Springer: Binomi, 2004. ISBN: 3-923923-60-0.
- [125] **Laurent, P.-J.; Le Méhauté, A.; Schumaker, L. L.:** Curves and Surfaces. Burlington: Elsevier Science, 2014. ISBN: 1483263878.
- [126] **Universität Osnabrück. Imlau, M.; Bruening, H.; Voit, K.-M.; Tschentscher, J.; Dieckmann, V.:** Riblet Sensor – Light Scattering on Micro Structured Surface Coatings. URL <http://arxiv.org/pdf/1601.04694v1>. – Aktualisierungsdatum: 2016-01-19 – Überprüfungsdatum 2017-04-17
- [127] **Tschentscher, J., et al.:** Optical Riblet Sensor: Beam Parameter Requirements for the Probing Laser Source. In: Sensors 16 (2016), Nr. 4, S. 458. DOI: 10.3390/s16040458.
- [128] **Bechert, D. W.; Bruse, M.; Hage, W.; van der Hoeven, J. G. T.; Hoppe, G.:** Experiments on drag-reducing surfaces and their optimization with an adjustable geometry. In: Journal of Fluid Mechanics 338 (1997), S. 59–87. DOI: 10.1017/S0022112096004673.
- [129] **Torner, F.; Stelzer, G.; Ströer, F.; Seewig, J.:** Development of a sensor prototype and geometry based parameters for the characterization of riblets using angle-resolved measurement techniques (angenommene Veröffentlichung) (50th CIRP Conference on Manufacturing Systems (angenommene Veröffentlichung)). Taichung City, 03.05.2017 - 05.05.2017
- [130] **DIN Deutsches Institut für Normung e.V.** DIN ISO 10110-12: 2016-04. Optik und Photonik – Erstellung von Zeichnungen für optische Elemente und Systeme – Teil 12: Asphärische Oberflächen (ISO 10110-12:2007 + Amd 1:2013). Berlin: Beuth Verlag GmbH.
- [131] **Werner, M.:** Diskrete Fourier-Transformation. In: Werner, M. (Hrsg.): Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB®. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2012, S. 29–39. DOI: 10.1007/978-3-8348-8621-7_3.
- [132] **Bachmann, W.:** Hilbert-Transformation und Anwendungen. In: Bachmann, W. (Hrsg.): Signalanalyse: *Grundlagen und mathematische Verfahren*. Braunschweig : Vieweg, 1992, S. 122–134. DOI: 10.1007/978-3-322-83635-9_5.

Abbildungsverzeichnis

- Bild 2.1: Verlauf der normierten, zeitlich integrierten Intensität für den Fall $\omega_{d=0} = 2\pi \cdot c_0 / \lambda$ mit $\lambda = 550 \text{ nm}$ und Berücksichtigung unterschiedlicher Phasenwinkel $\phi_{d=0}$ der zugrunde liegenden, elektromagnetischen Welle 10
- Bild 2.2: Prinzip des virtuellen, optischen Messens geometrischer Oberflächen 12
- Bild 2.3: Linke Darstellung: Sequentielles Ray Tracing am Beispiel eines chromatischen Streifenprojektors, simuliert mit dem Programm OSLO [40, S. 242]. Rechte Darstellung: Sequentielle Linsenordnung eines einfachen Linsensystems im Ray-Tracing-Programm ZEMAX®. 16
- Bild 2.4: Linke Darstellung: Nichtsequentielles Ray-Tracing-Modell eines mit ZEMAX® simulierten Streifenprojektionssystems zur virtuellen Messung räumlicher Objekte. Rechte Darstellung: Virtuell projizierter und mittels eines zweidimensionalen Detektors gemessener Streifenverlauf als Ergebnis einer Ray-Tracing-Simulation mit ZEMAX®. 17
- Bild 2.5: Klassifizierung von Methoden zum Beschleunigen von Ray-Tracing-Algorithmen (Abbildung nach [11, S. 204]) 19
- Bild 3.1: Linke Darstellung: Abstrahlcharakteristik einer gaußförmigen Lichtquelle in Form einer BSDF bei Variation der Standardabweichung und Vernachlässigung spektraler Einflüsse. Rechte Darstellung: Verlauf des integrierten Streuwerts TIS als Ergebnis der Integration über den Winkel θ_r (zweidimensionaler Fall) (vgl. [66, S. 7]). 27
- Bild 3.2: Linke Darstellung: Transformation zwischen den kartesischen Koordinaten einer Leuchtfläche (Basisvektoren $\mathbf{e}_{x'}$, $\mathbf{e}_{y'}$ und $\mathbf{e}_{z'}$) und den Wellenkoordinaten \mathbf{v} , \mathbf{w} und \mathbf{k} zur Beschreibung der räumlichen und zeitlichen Ausbreitung elektrischer Feldstärkevektoren in Abhängigkeit vorgegebener Polarisationszustände. Rechte Darstellung: Räumliche Abhängigkeit von Referenzsystem (Basisvektoren \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y und \mathbf{e}_z), virtueller Lichtquelle (Basisvektoren $\mathbf{e}_{x'}$, $\mathbf{e}_{y'}$ und $\mathbf{e}_{z'}$) und virtuellem Detektor (Basisvektoren $\mathbf{e}_{x''}$, $\mathbf{e}_{y''}$ und $\mathbf{e}_{z''}$). 28
- Bild 3.3: Linke Darstellung: Farbliche Visualisierung der Strahldichte bei $N_{\text{rays}} = 1.000$ virtuellen Lichtstrahlen als Folge der Berechnung normalverteilter Punkte in einem virtuellen Kreis, unter den Annahmen $R'_{\text{max}} = 1,0 \text{ mm}$ und $\sigma_{\text{Gauß}} = R'_{\text{max}}$, sowie einem Abstand von $z' = 100 \text{ mm}$ des Kreises zur strahlemittierenden Leuchtfläche. Rechte Darstellung: Visualisierung von $N_{\text{rays}} = 1.000$ virtuellen Lichtstrahlen als Ergebnis der Berechnung normalverteilter Punkte in einem virtuellen Kreis, unter den Annahmen $R'_{\text{max}} = 1,0 \text{ mm}$ und $\sigma_{\text{Gauß}} = 2 \cdot R'_{\text{max}}$, sowie einem Abstand von $z' = 100 \text{ mm}$ zur strahlemittierenden Leuchtfläche. 33
- Bild 3.4: Linke Darstellung: Geometrische Beziehungen bei der Beschreibung der Interaktion elektromagnetischer Wellen beim Übergang an der Grenzschicht zwischen zwei optischen Medien mit individuellen

- Brechzahlen. Rechte Darstellung: Reflexion eines Lichtstrahls an einer gekrümmten, geometrischen Oberfläche..... 38
- Bild 3.5: Mehrschichtmodell einer Oberfläche mit komplexwertigen Brechzahlen und Schichtdicken zur qualitativen Darstellung des Strahlverlaufs bei Vernachlässigung von Mehrfachreflexionen in Anlehnung an [16, S. 321, 78, S. 84]. Die farblich hervorgehobenen Lichtstrahlen repräsentieren den geometrischen Verlauf einer elektromagnetischen Welle. 41
- Bild 3.6: Verläufe der Beträge der komplexwertigen Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für die TE- und die TM-Komponente in Abhängigkeit des auf das Oberflächenlot bezogenen Einfallswinkels bei Annahme eines idealen Materialübergangs zwischen optisch dichten Medien. Linke Darstellung: Übergang von Vakuum mit $n_{r,air} = 1,00$ zu Eisen (Fe) mit $n_{r,Fe} = 2,74 - j \cdot 3,33$ bei Vorgabe der Photonenenergie $W_{\text{Photon}} = 2,20 \text{ eV}$ ($\lambda_{\text{Photon}} \approx 563,56 \text{ nm}$). Rechte Darstellung: Übergang von Vakuum mit $n_{r,air} = 1,00$ zu Kupfer (Cu) mit $n_{r,Cu} = 0,83 - j \cdot 2,60$ bei identischer Photonenenergie. Die Materialdaten entstammen [75, Abschnitt 4.2]. Die Berechnung erfolgte mit dem Programm VTKTrace. 43
- Bild 3.7: Schichtmodell in Anlehnung an [16, S. 321] zur Berücksichtigung von Mehrfachreflexionen in Schichten einer geometrischen Oberfläche zur physikalischen Beschreibung der Wechselwirkung elektromagnetischer Wellen mit unterschiedlichen Materialien und optischen Eigenschaften. Die farblich hervorgehobenen Lichtstrahlen repräsentieren den geometrischen Verlauf einer elektromagnetischen Welle..... 46
- Bild 4.1: Linke Darstellung: Prinzip des Spiegelfacettenmodells am Beispiel einer äquidistant gerasterten Oberfläche. Rechte Darstellung: Gerenderte Darstellung einer konfokal gemessenen, rauen Oberfläche (mit charakteristischem Schliffbild) mithilfe von Spiegelfacetten [71, S. 3]. 51
- Bild 4.2: Virtuelles Modell des winkelauflösenden Streulichtensors OS500 der Firma OptoSurf zur Messung der Streuwinkelverteilung mit dem Ziel der Charakterisierung der Form und Rauheit geometrischer Oberflächen (Grafik erzeugt mit dem Ray-Tracing-Programm VTKTrace) 52
- Bild 4.3: Linke Darstellung: Geometrie des winkelauflösenden Streulichtensors OS500. Abbildung eines Punktes der virtuellen Lichtquelle (LED) im Brennweitenabstand der Kollimationslinse auf die Oberfläche eines geometrischen Objekts. Rechte Darstellung: Abbildung eines reflektierenden Lichtstrahls auf das Koordinatensystem des virtuellen Detektors. 53
- Bild 4.4: Obere Darstellung: Amplitudenverlauf in Abhängigkeit der modellierten Wellenlänge nach Gleichung (4.27) zur Evaluierung des inkohärenten Übertragungsverhaltens des Sensormodells. Untere Darstellung: Inkohärentes Übertragungsverhalten des Streulichtensors OS500 im Programm VTKTrace als Ergebnis virtueller, faltungsbasierter Messungen idealer, phasenverschobener, kosinusförmiger Oberflächen

- bei Berücksichtigung der begrenzenden Objektivapertur, sowie winkelabhängiger Strahlemission bei Annahme gleichverteilter Intensitätsverteilung der Lichtquelle. Das Ergebnis entspricht in guter Näherung dem in [80, S. 6] dargestellten Verlauf bei Berücksichtigung von $N_{\text{rays}} = 500^2 \cdot 25^2$ virtuellen Lichtstrahlen und spezifischer Sensorparameter..... 60
- Bild 4.5: Linke Darstellung: Abbildung der dem A_q -Normal zugrunde liegenden Fehlerfunktion und des zugehörigen Gradientenverlaufs nach [96, S. 6]. Rechte Darstellung: Korrespondierende Abbott-Kurven zur Angabe der Topographie- und der Gradientenanteile..... 62
- Bild 4.6: Zweidimensionale Streuwinkelverteilung bei virtueller Messung des A_q -Normals mit dem virtuellen Modell des Sensors OS500 und einem virtuellen Detektor mit $K \times L = 200 \times 200$ Bildpunkten (inkohärente Simulation). Virtuelle Messung mit dem paraxialen Modell des Sensors im Programm VTKTrace..... 63
- Bild 4.7: Resultat einer virtuellen, sphärischen Oberflächenmessung mit dem paraxialen Modell des Sensors OS500 im Simulationsprogramm VTKTrace. Farbkodierte Darstellung der virtuellen Streuwinkelverteilung bei einer vorgegebenen Detektorauflösung von $K \times L = 100 \times 100$ Bildpunkten..... 66
- Bild 4.8: Obere Darstellung: Zweidimensionale Streuwinkelverteilung bei virtueller Messung einer sphärischen Oberfläche mit Krümmungsradius $R_0 = 5$ mm und einem virtuellen Detektor mit $K \times L = 200 \times 200$ Bildpunkten im Programm VTKTrace (inkohärente Simulation). Untere Darstellung: Verlauf der BSDF in Abhängigkeit des radialen Oberflächenwinkels bei Annahme einer kollimierten Beleuchtung und einer spiegelnden, sphärischen Oberfläche, sowie Darstellung der Einhüllenden dieser Verläufe..... 68
- Bild 4.9: Auf Grundlage theoretischer und virtuell gemessener A_q -Werte berechnete R_{dq} - und S_{dq} -Verläufe bei Betrachtung sphärischer Oberflächen mit unterschiedlichen Krümmungsradien R_0 . Simulation virtueller Detektoren mit [REDACTED] zur Berechnung von R_{dq} und $K \times L = 32 \times 32$ Bildpunkten zur Berechnung von S_{dq} analog zu [80, S. 10]..... 69
- Bild 4.10: Virtuell gemessener A_q -Verlauf zur Beschreibung des inkohärenten Übertragungsverhaltens des virtuellen Modells des Streulichtensors OS500. Ergebnis virtueller, faltungsbasierter Messungen mithilfe phasenverschobener, kosinusförmiger Oberflächen. Berücksichtigung einer begrenzenden Objektivapertur des Sensors, sowie winkelabhängiger Strahlemission bei Simulation einer gleichverteilten Abstrahlcharakteristik der Lichtquelle. Für die Berechnung wurde der in Bild 4.4 dargestellte Amplitudenverlauf herangezogen..... 71
- Bild 4.11: Virtuell gemessener A_q -Verlauf bei einer vorliegenden Welligkeit der Oberfläche senkrecht zur Messrichtung der virtuellen [REDACTED]zeile, charakterisiert durch die Wellenlänge λ_x und durch einen Phasenwinkel

- ϕ_0 . Die Berechnungen erfolgten inkohärent und in Analogie zu Gleichung (4.26) und Gleichung (4.27) bei Vorgabe des Referenzwerts $M_{\text{ref}} = 4,4^\circ$ 72
- Bild 4.12: Linke Darstellungen: Farbliche Visualisierung optisch gemessener Kalibriernormale der Firma Halle Präzisions-Kalibriernormale GmbH der Baureihe KNT 4070/03 in den Stufen 1 bis 3 (fein, mittel und grob von oben nach unten). Ergebnisse optischer Messungen mit einem Konfokalmikroskop der Bauart „µsurf“ der Firma NanoFocus AG, gemessen am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern. Verwendung eines Objektivs mit zwanzigfacher Vergrößerung, einer numerischen Apertur $NA = 0,45$ und jeweils 7×7 zusammengesetzten Messungen zur normgerechten Auswertung der Rauheit. Rechte Darstellungen: Topographieausschnitte der für die streulichtbasierte Rauheitsmessung relevanten Messbereiche. 74
- Bild 4.13: Linke Darstellung: Prinzipskizze eines kurzkohärenten Interferometers (CSI) in Mirau-Konfiguration für die vertikal hochauflösende Messung geometrischer Oberflächen. Rechte Darstellung: Prinzipskizze eines kurzkohärenten Interferometers in Michelson-Konfiguration. 77
- Bild 4.14: Geometrische Zusammenhänge beim CSI-Modell. Linke Darstellung: Abbildung eines Punktes der virtuellen Lichtquelle (LED) im Brennweitenabstand f_C der Kollimatorlinse auf die geometrische Oberfläche, sowie auf den Referenzspiegel des Mirau-Objektivs. Rechte Darstellung: Reflexion eines auf der geometrischen Oberfläche auftreffenden Lichtstrahls und Abbildung auf einen virtuellen Detektor. 79
- Bild 4.15: Linke Darstellung: Prototyp eines kurzkohärenten Interferometers in Mirau-Konfiguration (modifiziertes WS1 der Firma Mahr) am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern zur vertikal hochauflösenden Messung von Topographien. Rechte Darstellung: Prinzipieller Aufbau eines Mirau-Objektivs zur Verdeutlichung der geometrischen Zusammenhänge zur Berechnung der lateralen, beugungsbegrenzten Auflösung. 84
- Bild 4.16: Normierte Intensitätsverteilungen sich überlagernder, kohärenter Beugungsmuster in Form resultierender Punktspreizfunktionen (PSFs) bei der Abbildung ideal punktförmiger Lichtquellen mithilfe eines Mirau-Objektivs, bei Berücksichtigung der lateralen Auflösungsgrenze nach Rayleigh und spezifischer, geometrischer Randbedingungen (der Abstand der Beugungsfunktionen beträgt $1,1 \cdot d_{\lambda, \text{Rh}} \approx 0,55 \mu\text{m}$). Linke Darstellung: Berechnung bei Berücksichtigung der Parameter $\lambda = 550 \text{ nm}$, $f_{\text{Mirau}} = 10 \text{ mm}$, $R_{\text{Mirau}} = 5 \text{ mm}$ und $R_{\text{Mirror}} = 0,0 \text{ mm}$. Rechte Darstellung: Berechnung bei identischen Randbedingungen unter der Annahme $R_{\text{Mirror}} = 2,5 \text{ mm}$ 87
- Bild 4.17: Einfluss des Radius eines Referenzspiegels R_{Mirror} auf den Verlauf der MTF eines CSI in Mirau-Konfiguration. Berücksichtigung des

- Beugungseinflusses der ringförmigen Apertur des Objektivs bei Annahme der vollständigen Lichtabsorption auf der Rückseite des paraxialen Referenzspiegels gemäß Bild 4.15 (rechte Darstellung). Berechnung der MTFs unter der Annahme einer Objektivbrennweite $f_{\text{Mirau}} = 10 \text{ mm}$, einer numerischen Apertur $NA = 0,45$ und einer kohärenten Beleuchtung mit der Wellenlänge $\lambda = 550 \text{ nm}$ 88
- Bild 4.18: Obere linke Darstellung: Farbkodierte Darstellung der optimalen Abbildung des Siemenssterns in einem Bereich von $100 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m}$. Obere rechte Darstellung: Ergebnis der faltungs-basierten Messung des Siemenssterns bei Berücksichtigung der Objektivparameter gemäß der Angaben in Bild 4.17 und der Vernachlässigung des paraxialen Referenzspiegels. Untere linke Darstellung: Siemensstern bei identischen Objektivparametern und der Berücksichtigung des Beugungseinflusses des Referenzspiegels für $R_{\text{Mirror}} = 2,0 \text{ mm}$. Untere rechte Darstellung: Siemensstern für den Fall $R_{\text{Mirror}} = 3,0 \text{ mm}$ 90
- Bild 4.19: Grauwertbilder zeitlich gemittelter, kohärenter, zweidimensionaler Intensitätsverteilungen mit charakteristischen Interferenzstreifen im virtuellen Messbereich $450 \mu\text{m} \times 450 \mu\text{m}$ als Ergebnis virtueller Messungen an einer um $0,5^\circ$ geneigten, ebenen Oberfläche bei Variation des Transmissions-Reflexions-Verhältnisses nach den Gleichungen (4.61) und (4.62) ($\rho = 5 \%$ (a), $\rho = 50 \%$ (b) und $\rho = 85 \%$ (c)). Simulation eines Mirau-Objektivs mit Objektivbrennweite $f_{\text{Mirau}} = 10 \text{ mm}$, der numerischen Apertur $NA = 0,40$ und der Brennweite der Tubuslinse $f_{\text{Focus}} = 100 \text{ mm}$ (Ergebnis einer Simulation mit $N_{\text{rays}} = 1.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen je simulierter Wellenlänge bei gleichverteiltem, intensitätsbezogenem Spektrum im diskreten Spektralbereich $\{620 \text{ nm}, 630 \text{ nm}, \dots, 720 \text{ nm}\}$). 92
- Bild 4.20: Obere Darstellung: Optimaler, analytisch berechneter Verlauf der Verhältniszahl ρ in Abhängigkeit eines vorgegebenen, skalaren Reflexionsgrades ν einer spiegelnden Oberfläche nach Gleichung (4.72). Untere Darstellung: Aus Messdaten nach Gleichung (4.70) berechneter SNR-Verlauf in Abhängigkeit der Verhältniszahl ρ bei Berücksichtigung verschiedener Reflexionsgrade und virtueller Messung einer um $0,5^\circ$ geneigten, ebenen, spiegelnden Oberfläche. 94
- Bild 4.21: Rekonstruierte Topographien sphärischer Oberflächen real gemessen mit dem CSI (WS1) am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern. In den Randbereichen der Messfelder ist deutlich das Messrauschen infolge der Überschreitung des maximal zulässigen Akzeptanzwinkels und der radialabhängigen Zunahme der Gradienten der Oberflächengeometrie erkennbar. Linke Darstellung: Krümmungsradius $R_0 = 22,5 \text{ mm}$, numerische Apertur $NA = 0,13$, fünffache Objektivvergrößerung und eine laterale Auflösung von $K'' \times L'' = 800 \times 800$ Bildpunkten des zugrunde liegenden Bildfeldes. Rechte Darstellung: Krümmungsradius $R_0 = 10 \text{ mm}$, zehnfache

- Objektivvergrößerung, numerische Apertur $NA = 0,40$ und eine laterale Auflösung von $K'' \times L'' = 800 \times 800$ Bildpunkten..... 95
- Bild 4.22: Grauwertbilder zeitlich gemittelter, kohärenter, zweidimensionaler Intensitätsverteilungen ($450 \mu\text{m} \times 450 \mu\text{m}$) mit charakteristischen, radialsymmetrischen Verläufen der Interferenzmaxima als Ergebnis virtueller Messungen an sphärischen Oberflächen mit unterschiedlichen Krümmungsradien ($R_0 = 50 \text{ mm}$ (a), $R_0 = 20 \text{ mm}$ (b) und $R_0 = 10 \text{ mm}$ (c)) bei Einhaltung der Bedingung (4.73). Simulation eines Mirau-Objektivs mit der Brennweite $f_{\text{Mirau}} = 10 \text{ mm}$, $NA = 0,40$, $R_{\text{Mirror}} = 4,36 \text{ mm}$ und einer Brennweite der Tubuslinse $f_{\text{Focus}} = 100 \text{ mm}$ (Ergebnis einer kohärenten Simulation mit $N_{\text{rays}} = 1.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen für die diskrete Wellenlänge $\lambda = 550 \text{ nm}$). 96
- Bild 4.23: Linke Darstellung: ENV- und SNR-Verlauf nach Gleichung (4.83) zur Abschätzung des maximalen Akzeptanzwinkels bei Annahme eines vorliegenden Krümmungsradius $R_0 = 30 \text{ mm}$ und virtueller CSI-Messung mit $N_{\text{rays}} = 2.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen, sowie fünffacher Objektivvergrößerung. Rechte Darstellung: Abbildung entsprechend der linken Darstellung für $R_0 = 15 \text{ mm}$ bei zehnfacher Vergrößerung des Objektivs und Simulation von $N_{\text{rays}} = 2.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen..... 100
- Bild 4.24: Obere Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Korrelogramme und der Einhüllenden $\text{ENV}_{\sigma_k^{(\text{upper})}}[\text{s}]$ und $\text{ENV}_{\sigma_k^{(\text{lower})}}[\text{s}]$ bei gaußförmiger Spektralverteilung einer ebenen, spiegelnden Oberfläche und äquidistanter Schrittweite $\Delta z_{\text{step}} = 40 \text{ nm}$ im Bereich $z_{\text{lower}} = -4 \mu\text{m}$ bis $z_{\text{upper}} = +4 \mu\text{m}$ (Simulation von elf diskreten Wellenlängen und $N_{\text{rays}} = 10.000$ virtuellen Strahlen je Schritt). Untere Darstellung: Annahme einer gaußverteilten Spektralverteilung mit $\mu_k = 2\pi \cdot (550 \text{ nm})^{-1}$, $\sigma_\lambda = 100 \text{ nm}$ und $c_\sigma = 2$, sowie identischem Messbereich bei Variation der Anzahl äquidistanter Stützstellen der diskreten Spektralverteilung $\eta_d[k_d]$ 104
- Bild 4.25: Obere Darstellung: Farbkodiertes Bild mit Interferenzstreifen infolge der virtuellen Messung einer perfekt ebenen und um $0,5^\circ$ geneigten Oberfläche. Simulation des horizontalen Materialübergangs von Silizium zu Kupfer mit erkennbarem Phasensprung zwischen der linken und der rechten Bildhälfte. Untere Darstellungen: Visualisierung des Betrags der normierten, komplexwertigen Zeiger als Ergebnis der Berechnung der DFT2D, sowie Darstellung der Phasendifferenz infolge des simulierten Materialübergangs bei Simulation eines virtuellen Mirau-Objektivs mit Brennweite $f_{\text{Mirau}} = 10 \text{ mm}$, $NA = 0,40$ und einer Tubusbrennweite $f_{\text{Focus}} = 100 \text{ mm}$ (Resultat einer kohärenten Simulation mit $N_{\text{rays}} = 1.000.000$ virtuellen Lichtstrahlen für die diskrete Wellenlänge $\lambda = 550 \text{ nm}$). 109
- Bild 5.1: Linke Darstellung: Übersicht über die eingesetzten Bibliotheken im Programm VTKTrace. Rechte Darstellung: Interaktives Bedienfenster

- des Programms VTKTrace mit der gerenderten Darstellung eines Modells des nichtsequentiellen, winkelauflösenden Streulichtensors (OS500) zur Simulation der Streuwinkelverteilung bei der virtuellen Messung geometrischer Oberflächenmodelle. 112
- Bild 5.2: Logo des Lehrstuhls für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern (mt&s) im STL-Format (CAD-Daten bereitgestellt von Herrn Fabian Reuter). Darstellung virtueller, totalreflektierender Lichtstrahlen (blau) im Volumenkörper des Logos bei Zuweisung eines Glasmaterials mit großem Brechungsindex und Darstellung der Netzstruktur des Modells (grau). Berechnung und Visualisierung mit dem Programm VTKTrace..... 114
- Bild 5.3: Schnittpunktberechnung als Anwendung der Polygonanalyse nach Jordan ([121]) am Beispiel eines Dreiecks zur Überprüfung der Lage eines virtuellen Schnittpunkts $\mathbf{S}_{\text{tri,ray,seg}}$. Linke Darstellung: Geometrische Beziehungen zur Berechnung der Parameter $\mu_{\text{tri,r}}^{(1)}$ und $\mu_{\text{tri,s}}^{(1)}$. Rechte Darstellung: Geometrische Beziehungen zur Berechnung der Parameter $\mu_{\text{tri,r}}^{(2)}$ und $\mu_{\text{tri,s}}^{(2)}$ 115
- Bild 5.4: Linke Darstellung: Visualisierung der segmentierten, nichtsequentiellen Strahlausbreitung in einem virtuellen Raum im Programm VTKTrace bei Annahme strahlreflektierender und absorbierender Objekte (blaue Darstellung der Strahlsegmente). Rechte Darstellung: Divergenz der Weglängen bei punktförmiger Strahlemission im virtuellen Raum als Folge auftretender Mehrfachreflexionen. Betrachtung einer geringen Auswahl virtueller Strahlen der linken Darstellung..... 118
- Bild 5.5: Visualisierung der Projektion geometrischer Schnittpunkte virtueller Strahlsegmente des in Bild 5.4 abgebildeten virtuellen Raumes. Die Bereiche mit erhöhter Strahldichte sind deutlich zu erkennen. Die Konturen der geometrischen Objekte treten deutlich hervor. 118
- Bild 5.6: Umsetzung des nichtsequentiellen Ray-Tracing-Algorithmus im Programm VTKTrace und Darstellung der Interaktion des Hauptprogramms mit der DLL CADUTrace für die Parallelisierung von Ray-Tracing-Berechnungen auf der GPU..... 120
- Bild 5.7: Prinzip der Volumenrasterung (äquidistante Darstellung von AABBs) zur Berechnung der geometrischen Strahlausbreitung am Beispiel virtueller Dreiecke..... 121
- Bild 5.8: Einführung eindeutiger Identifikationsnummern für die Adressierung raumunterteilender Quader für die Octree-Implementierung. Darstellung der den Volumenelementen zugewiesenen Identifikationsnummern ID_{box} einer Octree-Struktur bis zur vierten Ebene..... 123
- Bild 5.9: Visualisierung des nichtsequentiellen Modells des Sensors OS500, sowie der zugrunde liegenden Raumunterteilung (Octree-Struktur) im Programm VTKTrace für den Fall $D_{\text{Octree}} = 2$. Unterteilung des virtuellen Raumes in äquidistante Volumensegmente (vgl. farbige Hervorhebung), welche mittels Identifikationsnummern adressiert werden und zur

	Unterteilung der Dreiecke in der dreidimensionalen Umgebung zur Berechnung der Strahlausbreitung mit CUDA® dienen.....	125
Bild 5.10:	Prinzip der implementierten, GPU-basierten Datenverarbeitung für die Berechnung von Ray-Tracing-Ergebnissen und Vermeidung von Zugriffskonflikten, durch sequentielle Adressierung des Speichers (symbolisch dargestellt durch die Veränderung des Werts der Variablen $\chi \in \mathbb{N}$). Sequentielle Zuordnung des threadübergreifend nutzbaren GPU-Speichers (engl. <i>shared memory</i> , [9, S. 120 ff.]) mithilfe von Zeigern. Berechnung threadspezifischer Daten und Ergebnisausgabe.	129
Bild 5.11:	Visualisierung der Berechnungsdauer für die Schnittpunktberechnung virtueller Lichtstrahlen mit geometrischen Dreiecken bei der GPU-basierten Ray-Tracing-Berechnung gemäß der Angaben in Tabelle 5.1	130
Bild 5.12:	Linke Darstellung: Interaktives Bedienfenster zur Auswahl der Cluster-Knoten und der Zuweisung der Anzahl auszuführender Instanzen im Programm VTKTrace. Rechte Darstellung: Windows-Cluster am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern im Jahre 2016.....	132
Bild 5.13:	Grundprinzip des Ray-Tracing-Prozesses auf Grundlage von MSMPI für die parallele Berechnung der segmentierten Strahlausbreitung auf Windows-Clustern. Schematische Darstellung des Aufrufs mehrerer Instanzen des Programms VTKTrace, der Objektdefinitionen und der Prozesse zur Berechnung von Ray Tracing, sowie der Datenverarbeitung für die weitere Analyse.....	132
Bild 5.14:	Grundprinzip der Datenverarbeitung bei der Parallelisierung des Ray-Tracing-Prozesses mit MSMPI. Darstellung der sequentiellen Zuordnung von Ray-Tracing-Daten in einem allokierten Speicherbereich der ersten Instanz (RANK 0) des ausgeführten Programms.....	133
Bild 5.15:	Beispiel eines dynamischen Detektors (blau) zur oberflächennahen Messung von Lichtstrahlen im Brennpunkt eines virtuellen Sensors. Darstellung einer gegenüber einer geometrischen Oberfläche rotierten, virtuellen Detektorfläche zur Auswertung von Ray-Tracing-Ergebnissen.	134
Bild 6.1:	Linke Darstellung: Mittels Faltung und nichtsequentiellen Ray Tracing berechneter Verlauf des M -Werts für den kohärenten Fall und die Wellenlänge $\lambda = 670$ nm bei tesselierten Linsenoberflächen. Rechte Darstellung: Abbildung der Abweichung des M -Werts durch Auftrag der idealen, paraxialen (Soll) und per Ray Tracing berechneten M -Werte (Ist), aufgetragen über Ordinate und Abszisse zum Vergleich der Ergebnisse bei Annahme einer gleichverteilten Abstrahlcharakteristik in einem Winkelbereich von 10°	138
Bild 6.2:	Linke Darstellung: Visualisierung der Oberflächenkrümmung in ζ -Richtung durch Darstellung einer Kugel (der Radius entspricht dem Krümmungsradius), sowie parametrisierter Koordinaten ζ und τ auf	

- einer kontinuierlichen und stetig differenzierbaren, geometrischen Oberfläche. Rechte Darstellung: Projektion eines Dreiecks auf die kontinuierliche, geometrische Oberfläche zur Veranschaulichung der Krümmungsabweichung infolge der Linearisierung eines begrenzten Oberflächenbereichs. 139
- Bild 6.3: Zweidimensionale Darstellung der Modellierung bikonkaver, konkav-konvexer, sowie bikonvexer Linsen in dem Programm VTKTrace durch Beschreibung sphärischer Formelemente und zylinderförmiger Kontrollvolumen zur Abgrenzung des für die Schnittpunktberechnung relevanten Raumbereichs..... 141
- Bild 6.4: Modellierung sphärischer, plan-konvexer und konvex-konkaver Linsen beim winkelauflösenden Streulichtsensor OS500 mit parametrisierten Formelementen (Berechnungselemente)..... 142
- Bild 6.5: Messfleck im Nullpunkt des Sensors bei netzbasierter Simulation (linke Darstellung) und bei Annahme sphärischer Linsenoberflächen (rechte Darstellung). Bei der Simulation sphärischer Oberflächen zur Beschreibung des Kollimators und des [REDACTED]-Objektivs resultiert eine homogene Intensitätsverteilung in einem radialsymmetrischen Leuchtfleck, der in guter Näherung mit den Angaben gemäß Gleichung (4.33) übereinstimmt (Simulation von $N_{\text{rays}} = 100.000$ virtuellen Strahlen für die Berechnung der Messfleckausleuchtung). 143
- Bild 6.6: Linke Darstellung: Mittels Faltung und nichtsequenziellem Ray Tracing berechneter Verlauf des M -Werts für den kohärenten Fall und die Wellenlänge $\lambda = 670$ nm bei sphärischen Linsenoberflächen. Rechte Darstellung: Abbildung der Abweichung des M -Werts durch Auftrag der idealen, paraxialen (Soll) und per Ray Tracing berechneten M -Werte (Ist), aufgetragen über Ordinate und Abszisse zum Vergleich der Ergebnisse bei Annahme einer gleichverteilten Abstrahlcharakteristik in einem Winkelbereich von 10° 144
- Bild 6.7: Obere Darstellungen: Per Faltung und Ray Tracing mit sphärischen Linsen berechneter Aq -Verlauf zur Charakterisierung des Übertragungsverhaltens des virtuellen Sensormodells für das statistische Moment zweiter Ordnung und Darstellung der Abweichung vom idealen Verlauf ($\phi_0 = \pi/2$). Untere Darstellungen: Virtuell gemessener Ask-Verlauf bei identischen Modellannahmen und Darstellung der Abweichung gegenüber dem paraxialen Verlauf..... 146
- Bild 6.8: Virtuelle Streuwinkelverteilung bei der Messung des Aq -Normals mit dem Sensor OS500 an der Position der [REDACTED]zeile bei der Simulation von $N_{\text{rays}} = 2^{17} = 131.072$ virtuellen Lichtstrahlen und der Annahme perfekter Kohärenz. Darstellung der normierten Intensitätsverteilung, sowie farbliche Hervorhebung der lateralen Begrenzung der [REDACTED]zeile des nichtsequenziellen Sensormodells..... 147
- Bild 6.9: Obere linke Darstellung: Mittels Raster-Elektronen-Mikroskopie gemessene Ribletoberfläche mit charakteristischer, periodischer und anisotroper Formgebung (Messung am Lehrstuhl für Messtechnik und

- Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern). Untere linke Darstellung: Stereoskopische Auswertung von Riblets, aufgenommen mit einem Raster-Elektronen-Mikroskop am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern ([129]). Rechte Darstellung: Virtuelles, nichtsequentielles Modell eines Prototypen des Ribletsensors zur streulichtbasierten Analyse von Riblets zur Beurteilung der Degradation..... 150
- Bild 6.10: Virtuelle Messung von Riblets bei Spitzenverrundung für verschiedene Radien R_T . Obere Darstellung: STL-Netz einer Ribletoberfläche mit Spitzenverrundung. Untere linke Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Streuwinkelverteilung des mittleren Sensors. Die Spitzenverrundung hat nur einen geringen Einfluss auf die Verteilung. Untere rechte Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Streuwinkelverteilung des rechten Streulichtsenors. Der abnehmende Flankenanteil bewirkt eine Abnahme der Streuwinkeldichte und bildet den in [126, S. 8, 127] beschriebenen Fall virtuell ab..... 151
- Bild 6.11: Virtuelle Messung von Riblets bei simulierter Flankenverrundung für unterschiedliche Radien R_B . Untere linke Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Streuwinkelverteilung des mittleren Sensors. Die Flankenverrundung bewirkt eine Abnahme der Streuwinkeldichte. Untere rechte Darstellung: Abbildung der virtuell gemessenen Streuwinkelverteilung des rechten Streulichtsenors. Die Verrundung der Flanken bewirkt eine unerwünschte, direkte Reflexion der Lichtstrahlen, die auf dem virtuellen Detektor abgebildet werden. Folglich resultiert neben dem Hauptmaximum ein unerwünschtes Nebenmaximum, dessen Position sich in Abhängigkeit des Radius R_B auf dem virtuellen Detektor verändert..... 153
- Bild 7.1: Prinzip der Überführung einer diskretisierten, geometrischen Oberfläche mit diskreten Stützstellen in einen kontinuierlichen, zweidimensionalen Funktionsverlauf mithilfe von Oberflächensplines zur Erlangung zweifach stetiger Differenzierbarkeit (C2-Stetigkeit)..... 157

Tabellenverzeichnis

Tabelle 4.1:	Resultate der Modellierung des winkelauflösenden Streulichtsenors OS500 (Firma OptoSurf) bei virtueller Messung des A_q -Normals, einer zylinderförmigen Oberfläche, sowie einer perfekt ebenen, spiegelnden Oberfläche für den eindimensionalen Fall (inkohärente Annahmen)...	65
Tabelle 4.2:	Resultate der virtuellen Messung sphärischer Oberflächen (Istwerte) bei der paraxialen, mathematischen Beschreibung des winkelauflösenden Streulichtsenors OS500 (Firma OptoSurf). Betrachtung der virtuellen Messergebnisse für verschiedene Krümmungsradien bei inkohärenter Annahme (eindimensionaler Fall).....	70
Tabelle 4.3:	Ergebnis der virtuellen, streulichtbasierten Messung von Raunormalen der Firma Halle Präzisions-Kalibriernormale GmbH der Baureihe KNT 4070/03 der Stufen 1 bis 3 (fein, mittel und grob) nach [14], sowie der berechneten Rauheitskennwerte nach DIN EN ISO 4287 ([72]).....	75
Tabelle 4.4:	Auflistung charakteristischer Parameter existierender Objektive am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern zur interferenzbasierten Messung geometrischer Oberflächen mit dem Messgerät WS1. Die Objektivdaten sind für die Topographieauswertung in dem lehrstuhleigenen Auswertprogramm WLIComTool hinterlegt.....	83
Tabelle 4.5:	Angabe der gemessenen und aus virtuellen Messdaten berechneten Werte der NA für simulierte Objektive auf Grundlage der Gleichungen (4.83) bis (4.85).....	100
Tabelle 4.6:	Angaben zur virtuell gemessenen Lage der Korrelationsmaxima aus der Berechnung der Einhüllenden $ENV_{\sigma_k}^{(upper)}[s]$ für unterschiedliche, diskrete Spektralverteilungen entsprechend der Angaben in Bild 4.24. Der nominelle Erwartungswert wird mit null angegeben.....	103
Tabelle 4.7:	Eigenschaften optischer Materialien gemäß der Angaben in [75] zur Simulation des Reflexionsverhaltens und Angabe der berechneten, auftretenden Phasenverschiebung der an der Oberfläche reflektierten elektromagnetischen Welle nach Gleichung (4.100) unter der Annahme eines nahezu senkrechten Lichteinfalls, sowie virtuelle Messwerte bei der CSI-Messung einer um $0,1^\circ$ geneigten Oberfläche mit zugewiesenen Materialeigenschaften (zehnfache Objektivvergrößerung, $NA = 0,30$ und $N_{rays} = 1.000.000$ virtuelle Lichtstrahlen).....	107
Tabelle 5.1:	Dauer der Schnittpunktberechnung eines nativen, GPU-basierten Ray-Tracing-Algorithmus in Abhängigkeit der Anzahl der Dreiecke N_{tri} , sowie der Anzahl N_{rays} der virtuellen Strahlen bei Berücksichtigung eines Strahlsegments. Alle Werte sind in Millisekunden angegeben. Durchführung des Performance-Tests mit einer CUDA®-fähigen Grafikkarte (NVIDIA® GeForce 840m mit zwei Gigabyte dediziertem Grafikspeicher, gemessen am Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik der Technischen Universität Kaiserslautern).....	130

- Tabelle 6.1: Ergebnisse der nichtsequentiellen, streulichtbasierten Messung einer ebenen, spiegelnden Oberfläche für den inkohärenten (vgl. Abschnitt 3.2.1) und den kohärenten Fall (vgl. Abschnitt 3.2.2) bei der Berechnung von $N_{\text{rays}} = 2^{17} = 131.072$ virtuellen Lichtstrahlen, mit tesselierten Daten und sphärischen Linsenmodellen 145
- Tabelle 6.2: Paraxiale und nichtsequentielle, streulichtbasierte Messung des Aq -Normals im Programm VTKTrace. Annahme diskreter Steigungswerte beim paraxialen Modell und tessellierter Oberflächendaten beim nichtsequentiellen Sensormodell (Berechnung von $N_{\text{rays}} = 2^{17} = 131.072$ Lichtstrahlen). Berücksichtigung unterschiedlicher Skalierungen²¹ der geometrischen Oberfläche 148

Lebenslauf

Name **François Maurice Torner**

Geburtsort Kaiserslautern

Staatszugehörigkeit deutsch



Berufserfahrung

Wenzel Präzision GmbH, Balingen

01/2018 - heute Mitarbeiter im Bereich der optischen Sensorentwicklung

Dept. of Mechanical and Aerospace Engineering, UC Davis

10/2017 - 11/2017 Doktorand und Trainee (IRTG 2057, gefördert durch die DFG)

10/2016 - 12/2016 Doktorand und Trainee (IRTG 2057, gefördert durch die DFG)

10/2015 - 12/2015 Doktorand und Trainee (IRTG 2057, gefördert durch die DFG)

Lehrstuhl für Messtechnik und Sensorik, TU Kaiserslautern

03/2013 - 12/2017 Wissenschaftlicher Mitarbeiter

04/2011 - 09/2011 Wissenschaftliche Hilfskraft

Volkswagen AG, Wolfsburg

06/2012 - 02/2013 Praktikum und Diplomarbeit; Bereich Meisterbock und Cubing
Titel der Diplomarbeit: „Grundlegende Untersuchungen zum optischen Messen von Formelementen und Designlinien im Bereich Meisterbock und Cubing der Marke Volkswagen“

Airbus Operations GmbH, Hamburg Finkenwerder

10/2011 - 04/2012 Praktikum; Bereich Strukturversuch (ESVOA)

Schlosserei Neumann GmbH, Bruchmühlbach

07/2009 - 08/2009 Praktikum

Werkzeugbau Günter Lang GmbH & Co. KG, Rohrbach

02/2008 - 02/2008 Praktikum

Westfalz-Klinikum GmbH, Kusel

04/2007 - 12/2007 Zivildienst; Bereich „Hol- und Bringdienst“

Akademischer / schulischer Werdegang

Technische Universität Kaiserslautern

- 04/2008 - 02/2013 Studium Maschinenbau und Verfahrenstechnik
Diplom-Ingenieur (1,4); Vertiefungsrichtung Mechatronik
- 10/2007 - 03/2008 Früheinstieg ins Mathematik- und Physikstudium (FiMS / FiPS)
-

Gymnasium Kusel

- 08/1998 - 03/2007 Allgemeine Hochschulreife (1,2), Jahrgangsbester
-

Auszeichnungen

- 2007 Rotary Club Kusel für „Soziales Engagement verbunden mit fachlicher Kompetenz“
-
- 2018 Stiftungspreis der „Familie-Dr.-Jürgen-Ziegler-Stiftung“
anlässlich der „mit hervorragendem Erfolg durchgeführten
Dissertation“
-

Veröffentlichungen

- **Torner, F.; Wendel, M.; Broschart, D.; Seewig, J.:** Einfluss der physikalischen Eigenschaften optischer und taktiler Messeinrichtungen bei der Form- und Konturmessung. In: VDI-Fachtagung Form- und Konturmesstechnik 2013: Termin und Ort: 04. und 05. Juni 2013, Leonberg bei Stuttgart. Düsseldorf : VDI Wissensforum, 2013, S. 13–25
- **Torner, F.; Seewig, J.; Fahlbusch, T.; Beichert, G.; Böttner, T.:** Design of a Chromatic Fringe Projector for 3D Object Reconstruction. In: OSTEN, Wolfgang (Hrsg.): Fringe 2013. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2014, S. 241–245
- **Torner, F.; Stelzer, G.; Seewig, J.:** Vergleich taktiler und optischer Antastung. In: 9. VDI-Fachtagung Koordinatenmesstechnik 2014: Schlüsseltechnologie für die Produktion von morgen ; Braunschweig, 19. und 20. November 2014. Nichtred. Ms.-Dr. Düsseldorf: VDI-Verl., 2014 (VDI-Berichte, 2243), S. 55–73
- **Torner, F.; Stelzer, G.; Anslinger, L.; Seewig, J.:** Description and evaluation of a simplified model to simulate the optical behavior of an angle-resolved scattered light sensor. In: Journal of Computing and Information Science in Engineering (2016)
- **Torner, F.; Stelzer, G.; Ströer, F.; Seewig, J.:** Development of a sensor prototype and geometry based parameters for the characterization of riblets using angle-resolved measurement techniques. In: 50th CIRP Conference on Manufacturing Systems (2017)
- **Torner, F.; Das, J.; Stelzer, G.; Linke, B.; Seewig, J.:** Fundamental analysis of the usability of an angle-resolved scattered light sensor for monitoring vibratory finishing processes based on ray tracing simulations. In: Physical Modeling for Virtual Manufacturing Systems and Processes (2017)
- **Rupprecht, A.; Torner, F.; Seewig, J.; Ebert, A.:** Dependency graph based on user taxonomy and related parameters for more efficient collaborative work. In: Physical Modeling for Virtual Manufacturing Systems and Processes (2017)
- **Linke, B.; Garretson, I.; Torner, F.; Seewig, J.:** Grinding energy modeling based on friction, plowing and shearing. In: Journal of Manufacturing Science and Engineering (2017)
- **Torner, F.; Karatas, A.; Eifler, M.; Raid, I.; Seewig, J.:** Application of GPU-based, highly parallelized algorithms for the estimation of electromagnetic

multi-layer interactions. In: Proc. SPIE 10329, Optical Measurement Systems for Industrial Inspection X (2017)

- **Anslinger, L.; Sivasothy, P.; Torner, F.; Seewig, J.:** Mobile sensor concept for acoustic level estimation in bulk solid silos. In: Sensors Applications Symposium (SAS), IEEE (2018)

Betreute studentische Arbeiten

- Entwicklung und Charakterisierung modularer Multi-LED-Optiken für spektroskopische Analysesysteme (Laux, P.; 02 / 2014 - 10 / 2014)
- Grundlegende Untersuchungen zur Kalibrierung bildgebender Sensoren in Stereoanordnung (Umber, K.; 04 / 2014 - 01 / 2015)
- Beschreibung und Optimierung eines Algorithmus und Validierung eines Parameters zur Analyse von Designlinien (Karatas, A.; 05 / 2014 – 02 / 2015)
- Entwicklung eines Algorithmus für die robuste Detektion von Kalibriermarken in Messbildern (Rocklage, E.; 06 / 2014 – 09 / 2015)
- Planung und Konstruktion eines Rundheitsmessgeräts mit LEGO (Klein, J.; 11 / 2014 – 11 / 2015)
- Optimierung eines MATLAB-Programms für die Rekonstruktion von 3D-Objekten mittels chromatischer Streifen (Klein, A.; 11 / 2014 – 11 / 2016)
- Entwicklung einer GUI-basierten Software in C++ zur Ansteuerung eines Weißlichtinterferometers und Auswertung gemessener Bildinformationen (Su, Y.; 11 / 2014 – 05 / 2016)
- Qualifizierung eines Weißlichtinterferometers zur flächigen Messung von rauen Oberflächen an einem Koordinatenmessgerät (Schäfer, J.; 01 / 2015 – 09 / 2015)
- FEM-Modelle für die Verformungssimulation zur virtuellen Oberflächenanalyse und Verifizierung der Analyse durch Messung an verformten Bauteilen (Charalampos, V.; 04 / 2015 – 12 / 2015)
- Miniaturisierung und FEM-Simulation der mechanischen Komponenten eines Streifenprojektionssystems mithilfe von 3D-Druck (Klein, A.; 05 / 2015 – 05 / 2016)
- Planung und Konstruktion einer Koordinatenmessmaschine mit LEGO (Neumann, O.; 07 / 2015 – 11 / 2015)
- Konstruktive, elektronische und softwaretechnische Prototypentwicklung eines streulichtbasierten Sensors zur Messung der Ribletdegradation im Luftfahrtbereich (Zimmer, E.; 09 / 2015 – 06 / 2016)

- Entwicklung eines Konzepts zur Generierung realistischer Verkehrsszenarien zur Verwirklichung von Regressionstests für autonome Fahrzeuge in einer virtuellen Umgebung (Rocklage, E.; 09 / 2015 – 08 / 2016)
- Evaluierung und Umsetzung des Datenaustauschs zwischen einem linuxbasierten Entwicklerboard und einem windowsbasierten Desktop-PC mit dem Ziel der Bildverarbeitung (Matheis, A.; 10 / 2015 – 04 / 2016)
- Programmierung eines Lego-Koordinatenmessgeräts mit Microsoft Small Basic (Dietz, J.; 01 / 2016 – 10 / 2016)
- Die Analyse der maximalen Lochlageneinstellbereiche der Front- bzw. Heckklappe im Bereich Scharnier, Schloss, Bügel (Tiguan) (Koochakalavi, S.; 05 / 2016 – 02 / 2017)

ISBN: 978-3-95974-085-2
ISSN: 2365-9742

Kurzfassung

Das virtuelle, optische Messen wird in der industriellen Anwendung häufig vernachlässigt. Um optische Messergebnisse jedoch vorhersehbar und zuverlässig zu machen, ist es erforderlich, Sensoren zu modellieren und die Resultate, sogenannte virtuelle Messergebnisse, zu analysieren. In dieser Arbeit werden zwei virtuelle, optische Sensoren mit unterschiedlichen Messprinzipien unter paraxialen Annahmen modelliert. Zudem werden Untersuchungen zum Übertragungsverhalten der Sensoren angestellt. Beim ersten Sensor handelt es sich um einen winkelauflösenden Streulichtsensor zur Messung der statistischen Verteilung von Gradienten geometrischer Oberflächen. Der zweite Sensor ist ein kurzkohärentes Interferometer zur vertikal hochauflösenden Messung von Topographien. Während dem winkelauflösenden Messprinzip ein inkohärenter Modellansatz zugrunde liegt, werden beim Interferometer kohärente Annahmen getroffen. Mithilfe der Sensormodelle ist es möglich, geometrische Oberflächen virtuell anzutasten und, basierend auf generierten oder real gemessenen Topographiedaten, virtuelle Messungen anzustellen. Auf diese Weise werden umfangreiche Untersuchungen zum Übertragungsverhalten der Sensoren ermöglicht. Darüber hinaus wird ein eigens entwickeltes, VTK-basiertes Programm vorgestellt, das die nichtsequentielle Berechnung optischer Sensoren ermöglicht. Dieses Programm nutzt Ray Tracing zur Simulation nichtsequentieller, optischer Systeme. Des Weiteren werden Ansätze für die parallele Datenverarbeitung mit CUDA® vorgestellt.

Abstract

Virtual, optical measurements are often neglected within industrial applications. Anyhow, it is crucial to model sensors virtually and to analyze those data properly, so-called virtual measurement results. This is done in order to get predictable and reliable outcomes. In this thesis two virtual, optical sensors based on different measurement principles are modelled paraxially and their transfer characteristic is analyzed. The first sensor is an angle-resolved scattering light sensor, which is used to measure the statistical distribution of surface gradients. The second sensor is a coherence scanning interferometer, which is used to measure topographies with a very high vertical resolution. While the angle-resolved measurement principle is incoherent, the interferometer is based on coherent assumptions. Using those sensor models enables to sample geometric surfaces virtually and to analyze those sensors based on generated or measured topography data. In this manner, comprehensive investigations of the sensors' transfer characteristics are enabled. A self-developed, VTK-based application is introduced, that facilitates nonsequential simulations of optical sensors. This application utilizes ray tracing techniques to simulate those optical systems. Approaches for parallel data processing using CUDA® are included