

# IVW - Schriftenreihe Band 65

Institut für Verbundwerkstoffe GmbH - Kaiserslautern

---

**Kay Thielemann**

**Adaptive Strukturoptimierung von  
Faserkunststoffverbunden unter  
Berücksichtigung bionischer Aspekte**

### Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the Internet at <<http://dnb.ddb.de>>.

Herausgeber: Institut für Verbundwerkstoffe GmbH  
Prof. Dr.-Ing. Alois K. Schlarb  
Erwin-Schrödinger-Straße  
TU Kaiserslautern, Gebäude 58  
67663 Kaiserslautern  
<http://www.ivw.uni-kl.de>

Verlag: Institut für Verbundwerkstoffe GmbH

Druck: Technische Universität Kaiserslautern  
ZBT – Abteilung Foto-Repro-Druck

D 386

© Institut für Verbundwerkstoffe GmbH, Kaiserslautern 2006

Alle Rechte vorbehalten, auch das des auszugsweisen Nachdrucks, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Photographie, Mikroskopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und das der Übersetzung.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 1615-021X  
ISBN 3-934930-61-1

**Adaptive Strukturoptimierung von Faserkunststoffverbunden unter  
Berücksichtigung bionischer Aspekte**

Beim Fachbereich für Maschinenbau und Verfahrenstechnik  
der Technischen Universität Kaiserslautern  
am 14. 09. 2005 eingereichte Dissertation  
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt von

Kay Thielemann

aus Großenhain

D 386



## **Vorwort und Danksagung**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Doktorand im DaimlerChrysler-Forschungszentrum in Ulm.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. M. Maier bin ich für die wohlwollende Förderung der Arbeit und damit verbundenen konstruktiven Diskussionen zu besonderem Dank verpflichtet. Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. W. Becker für die sorgfältige Durchsicht der Arbeit und Herrn Prof. Dr.-Ing. P. Steibler der mich als Kollege unaufhörlich unterstützt hat. Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Dr.-Ing. H.-G. Herrmann, Dr.-Ing. K. Götz und Dr.-Ing. J. Weiss für die kollegiale Unterstützung bedanken.

Darüber hinaus möchte ich allen Mitarbeitern des Institutes für Verbundwerkstoffe der Universität Kaiserslautern danken, die durch ihre Arbeit und Fachgespräche zur Vollendung meiner Dissertation beigetragen haben. Sowohl bei Herrn Altmann als auch bei Herrn Schleif möchte ich mich für die Unterstützung bei der Durchführung spezieller Untersuchungen bedanken.

Die abschließende Danksagung widme ich meiner Frau, die mich und meine Arbeit stets unterstützt hat.

Dietzenbach-Steinberg, im Februar 2006

Kay Thielemann



---

**Inhaltsverzeichnis**

<b>1. Einleitung</b> .....	<b>1</b>
1.1. Einführung .....	1
1.2. Problembeschreibung und Motivation.....	2
1.3. Stand der Technik .....	4
1.3.1. Allgemeine Methoden der Topologieoptimierung.....	4
1.3.2. Optimierungsmethoden nach dem Vorbild der Natur.....	7
1.3.3. Strukturoptimierung von FKV-Strukturen .....	10
1.4. Aufgabenstellung und Zielsetzung.....	14
<b>2. Definitionen und Voraussetzungen</b> .....	<b>15</b>
2.1. Der Aufbau von Faserverbundwerkstoffen.....	15
2.1.1. Faserarten und Matrixsysteme .....	15
2.1.2. Herstellungsverfahren.....	17
2.1.3. FKV-Werkstoffe .....	18
2.2. Materialmodell und Methoden.....	21
2.2.1. Die Formulierung der Deformations- und Spannungsanalyse .....	21
2.2.2. Die Kontinuumstheorie .....	25
2.3. Die Versagensanalyse von FKV unter quasistatischer Belastung .....	29
<b>3. Strukturoptimierung auf Grundlage biologischer Designfindung</b> .....	<b>39</b>
<b>4. Die Methode der Topologie- und Faserwinkeloptimierung von FKV</b> .....	<b>47</b>
4.1. Allgemeine Formulierung der Optimierungsmethode.....	47
4.2. Einführende numerische Beispiele .....	58
4.3. Numerische Untersuchung der Optimierung von Laminaten .....	59
4.4. Die Optimierung mehrerer Laminat-Einzellagen .....	65
4.5. Zusammenfassende Darstellung der Optimierungsmethode .....	67

---

<b>5. Experimentelle Festigkeits- und Steifigkeitsuntersuchungen.....</b>	<b>69</b>
5.1. Topologie- und Faserwinkeloptimierung von Verstärkungslagen.....	69
5.2. Empirische Gegenüberstellung der numerischen Untersuchungen .....	72
5.2.1. Steifigkeitsuntersuchungen .....	76
5.2.2. Festigkeitsuntersuchungen .....	80
5.3. Strukturoptimierung eines statisch überbestimmt gelagerten Systems.....	83
5.3.1. Modellgenerierung und Optimierung der Einzellagen .....	83
5.3.2. Generierung der Faserorientierung der Basisschicht.....	84
5.3.3. Topologie- und Faserwinkeloptimierung der ersten Zulagenschicht ...	87
5.3.4. Topologie- und Faserwinkeloptimierung der zweiten Zulagenschicht .	90
5.3.5. Ergebnisbetrachtungen .....	91
<b>6. Vergleich der Optimierung mit konventionellen Verstärkungsmaßnahmen</b> .....	<b>97</b>
6.1. Modell- und Berechnungsparameter .....	98
6.2. Klassische Zulagen in Form von Tapes und Lochrandverstärkungen.....	99
6.3. Einzelschichtoptimierung .....	101
6.4. Bewertung der Eigenschaften verschiedener Modelle .....	104
6.5. Praktische Anwendung .....	110
<b>7. Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>114</b>
<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>117</b>
<b>Lebenslauf.....</b>	<b>133</b>



---

**Symbole/Formelzeichen**

A, B	Materialensoren
$A_{\text{Mohr}}$	Spannungsfläche, definiert durch die Endpunkte des Mohrschen Spannungsvektors
C	Elastizitätstensor einer unidirektionalen Schicht
$\bar{C}$	Elastizitätstensor eines Laminates
$D_{\text{FG}}$	Designraumfüllgrad
$\delta$	Kroneckersymbol
E	Elastizitätsmodul
$\varepsilon$	Verzerrungstensor
$F(\sigma, R)$	Versagensgrenzfläche im Spannungsraum
$F_{12i}, F_{13i}$	Polynomkoeffizienten des Tsai-Wu-Kriteriums
$F_{\text{max}}$	maximale Bruchlast
G	Schubmodul $\rho_i$
$I_1, I_2, I_3$	Spannungsinvarianten der Isotropie
$I$	Einheitsmatrix
$I_{Th}$	Versagensindex Tsai-Hill
J	Jakobimatrix
K	Wichtungsfaktor
M	Materialanstrengung
$\nu$	Querkontraktionszahl
R	Festigkeit
$\varphi, \theta$	Winkel im Kugelkoordinatensystem
$\mathcal{G}_i$	Faserwinkel modifiziert
$\rho_i$	Elementdichte

$s$	Spannungsdeviator
$\sigma$	Spannungstensor
$\sigma_{temp}$	Spannungen aus thermischer Beanspruchungen
$\sigma_{ref}$	Referenzspannungstensor
$T$	Transformationsmatrix
$T_i$	Knotentemperatur
$\tau_i$	Vergleichsspannung

---

**Abkürzungen**

BMC	-	Bulk Moulding Compound
CAD	-	Computer Aided Design
CAIO	-	Computer Aided Internal Optimization
CAO	-	Computer Aided Optimization
CFK	-	kohlefaserverstärkter Kunststoff
DMS	-	Dehnmessstreifen
EP	-	Epoxid
Fb	-	Faserbruch
FPF	-	First Ply Failure, Versagen der ersten Schicht eines Laminates
FEM	-	Finite Elemente Methode
FKV	-	Faserkunststoffverbund
FVW	-	Faserverbundwerkstoffe
GFK	-	Glasfaserkunststoffverbund
LPF	-	Last Ply Failure, Versagen der letzten Schicht eines Laminates
MMA	-	Method of Moving Asymptotes
PA	-	Polyamid
PEEK	-	Polyetheretherketonen
PUR	-	Polyurethan
SCP	-	Sequential Convex Programming
SKO	-	Soft Kill Option
SMC	-	Sheet Moulding Compound
SQP	-	Sequential Quadratic Programming
UD	-	Unidirektional
Zfb	-	Zwischenfaserbruch



## Kurzfassung

Es finden immer häufiger Faserverbundmaterialien in Strukturbauteilen Anwendung, da bei konventionellen Materialien die Zielkriterien, wie definierte Festigkeit, Steifigkeit, etc. nicht mehr bzw. nicht mit hinreichend geringem Bauteilgewicht erreicht werden können. Angesichts der hohen Kosten ist es verständlich, dass Faserkunststoffverbunde (FKV) vorzugsweise in den Bereichen eingesetzt werden, wo die eingangs erwähnten Optimierungsziele hohe Priorität haben. Besonders hervorzuheben ist hierbei die Luft- und Raumfahrt. Zunehmende Bedeutung gewinnt der Einsatz von Faserverbundwerkstoffen aber auch in der Automobil- bzw. Maschinenbauindustrie. Mit fortschreitender Verbesserung der Optimierungsmethoden sowie der Fertigungstechnologien und der damit verbundenen Kostenreduktion, werden heute bereits komplexe Module hergestellt. Das zieht wiederum eine lastgerechte und werkstoffspezifische Konstruktion nach sich. Gegenstand der Arbeit ist die Entwicklung eines Topologieoptimierungswerkzeuges zur werkstoffgerechten Auslegung von FKV-Strukturen. Ziel ist, FKV - eine Klasse von Hochleistungswerkstoffen, deren Potenzial sich nur mit geeigneten Modellen zur Nutzung ihrer anisotropen Eigenschaften ausschöpfen lässt - unter Berücksichtigung der technischen Realisierbarkeit zu optimieren. Dabei werden natürliche Wachstumsprinzipien in einen iterativen Prozess überführt. Als Ziel dieses Algorithmus kann entweder eine gezielte Steifigkeit oder eine gewichtsoptimale Lösung bei hinreichender Festigkeit mit möglichst gleichmäßiger Spannungsverteilung im Bauteil definiert werden. Erreicht wird dies durch eine effektive Lastverteilung von hoch belasteten auf geringer belastete Bereiche und somit auch die Optimierung der Materialverteilung. In diesem Designvorschlag wird die Grundorientierung der Basisschicht, die kraftflussgerechte Orientierung der Laminat-einzellagen sowie die Topologie von Zulagenschichten bzw. des Gesamtlaminates optimiert. Besonders interessant ist die adaptive Strukturoptimierung von FKV-Strukturen bei lokalen Zulagen an hoch belasteten Kraffteinleitungsstellen bzw. allgemein in Bereichen hoher Spannungen. Wie weiterhin gezeigt wird, ist die entwickelte adaptive Topologie- und Faserwinkeloptimierung in Kombination aus technologischer, werkstoffmechanischer sowie wirtschaftlicher Sicht vorteilhaft und kann problemlos in der Praxis angewandt werden.

---

**Abstract**

More and more fibre-reinforced composite materials are being used in structural building components because with conventional materials, the target criteria, such as defined strength, rigidity etc. can no longer be achieved with a sufficiently low weight of the structural components, if at all. In view of the high costs, it is understandable that fibre-reinforced plastic composites tend to be used in technical areas where the optimization goals mentioned above have a high priority. The aviation and aerospace industry deserves special mention here. The use of fibre composite materials is also gaining significance in the automotive and mechanical engineering industry. Thanks to increasing improvements in optimization methods and manufacturing technologies and the reduction in costs that this brings with it, complex modules are being produced even today. This in turn ensures specific-material construction with the necessary load-bearing properties. The objective of the presentation is the development of a topology optimization tool for designing Fibre-plastic-composite (FPC)-structures which is appropriate for each material involved. The objective is to optimize FPC – a class of high-performance materials the potential of which can only be exploited with suitable models for the utilization of their anisotropic properties – under consideration of their capability for technical realization. In doing so, natural growth principles are implemented into an iterative process, thereby enabling computer simulation. The main goal of this algorithm is maximum rigidity with as even a distribution of tension as possible throughout the component, which is achieved by distributing the load from high-load to lower load bearing areas, thereby optimizing the material distribution. The weight optimization of specific components is possible in this way. The basic orientation of the base layer, the orientation of the individual laminate layers in a manner appropriate to the power flux, as well as the topology of bonding layers and/or the entire laminate are optimized in this design recommendation. Of particular interest here is the adaptive structural optimization of FPC structures with localized bonding to high-load bearing load introduction points or generally, in areas with high stresses. As continues to be shown, the developed adaptive topology and fibre angle optimization is beneficial from a technological, material-mechanical and economical point of view, and can be applied in everyday practice without any problems.

## 1. Einleitung

### 1.1. Einführung

Nirgendwo ist der Daseinskampf um Lebensraum und Energie so erbarmungslos wie in der Natur, nichtoptimierte Spezies werden von besser angepassten, optimierten Konkurrenten verdrängt. Die Entwicklung der heute vorhandenen Bäume dauerte mehr als 250 Millionen Jahre. Es liegt daher nahe, in der Evolution von Organismen realisierte Problemlösungen auch in der Technik einzusetzen. Biologische Konstruktionen sind stets auf die Funktion abgestimmt bzw. optimiert. Besonders beachtenswert ist das Zusammenwirken von Materialeigenschaften, Materialgestaltung und -aufwand. Evolutionäre Selektionsprozesse zielen dabei auf die funktionale Optimierungen bei möglichster Effizienz. Technisches Konstruieren orientiert sich heute an der Maximierung der Funktion eines einzelnen Elementes. Die perfektionierten Lösungen „natürlicher Konstruktionen“ sollten vielfältigste Anregungen für ein eigenständiges ingenieurtechnisches Gestalten geben. Eine Strukturoptimierung mit numerischen Verfahren kann den Entwurfsprozess von technischen Bauteilen wesentlich unterstützen und somit Designentscheidungen erleichtern.

Zwischen der heute noch gängigen Folge der einzelnen Arbeitsschritte, Konstruktion mit nachfolgender Berechnung, stellt die Strukturoptimierung eine logische Ergänzung dar. Bisher jedoch waren Intuition und Erfahrung des Konstrukteurs der maßgebliche Ausgangspunkt für einen Entwurf. Als Startpunkt für eine Konstruktion wäre es aber wünschenswert, eine lastgerechte Materialverteilung im Bauteil bereits zu kennen. Dadurch ist es möglich, bereits im Anfangsstadium des Konstruierens mit einer Bauteilgeometrie zu beginnen, die adaptiv an die jeweilige Belastung im Bauteil angepasst ist und somit den materialeseitigen Festigkeits- und Steifigkeitsanforderungen genügt. Die praktische Bedeutung der Topologieoptimierung liegt darin, überflüssiges Material zu vermeiden.

Der Designprozess wird um einen weiteren Arbeitsschritt ergänzt. Durch den Einsatz von Topologieoptimierungstools lässt sich die Anzahl der Designzyklen verringern, da von Anfang an mit einer an das jeweilige Lastkollektiv angepassten Ausgangsstruktur gearbeitet wird. Durch eine in den Konstruktionsprozess integrierte bzw. vorgeschaltete Topologieoptimierung kann z.B. die Entscheidung für eine mögliche Schalen- oder Stabstruktur des Bauteils aus den bekannten Belastungsannahmen

schon vor Beginn der Konstruktion getroffen und somit der Gesamtarbeitsablauf um mehrere aufwendige Iterationen verkürzt werden.

Wesentliche Voraussetzungen für die Anwendung von Topologieoptimierungsverfahren sind, wie bereits erwähnt, die Kenntnis des Bauraumes und der Belastungen bzw. der Randbedingungen. Bei praktischen Anwendungen liegt die Schwierigkeit oft in der Festlegung der Randbedingungen sowie in der Definition der Lastannahmen, denn beanspruchungsgerecht kann nur für bekannte Belastungen konstruiert werden. Mit Hilfe der bereits heute verfügbaren kommerziellen Software-Tools ist es möglich, erste Erfahrungen bei der Anwendung von Optimierungsverfahren für praktische Lösungen zu sammeln. Die Ergebnisse sind z. B. in Bezug auf die Gewichtsoptimierung unter Berücksichtigung von Hinterschnitten teilweise beachtlich.

Einige wichtige Fragestellungen in Bezug auf die Allgemeingültigkeit der Ergebnisse, insbesondere bei nichtlinearen Problemstellungen (verschiedene Tools liefern unterschiedliche Designvorschläge), sind jedoch bisher offen geblieben. Es bleibt zu hoffen, dass die weitere Entwicklung dieser Optimierungsverfahren diese offenen Fragen beantworten wird.

Besonderes Interesse gilt hierbei den praktischen Problemlösungen. Die Behandlung von multidisziplinären Optimierungszielen, wie z. B. eine maximale Steifigkeit oder die gewichtsm minimale Lösung bei hinreichender Festigkeitsrestriktion sowie der Berücksichtigung von Stabilitätsproblemen, sind wesentliche Forderungen an ein leistungsstarkes Optimierungsverfahren. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Weiterentwicklung eines Topologieoptimierungswerkzeuges nach dem Vorbild der Natur mit dem Ziel, FKV - eine Klasse von Hochleistungswerkstoffen, deren Potenzial sich nur mit geeigneten Modellen zur Nutzung ihrer anisotropen Eigenschaften ausschöpfen lässt - unter Berücksichtigung der technischen Realisierbarkeit zu optimieren.

## **1.2. Problembeschreibung und Motivation**

Es finden immer häufiger Faserverbundmaterialien in Strukturbauteilen Anwendung, da bei konventionellen Materialien die Zielkriterien, wie eine definierte Festigkeit, Steifigkeit, etc. nicht mehr, beziehungsweise nicht bei hinreichend geringem Bauteilgewicht erreicht werden können. Bei Entwurf und Berechnung entsprechender Bauteile ist zu beachten, dass diese Materialien gerichtete Eigenschaften besitzen. Die



Eigenschaften von FKV lassen sich in komplexer Multi-Purpose-Software abbilden. Die Wahl des jeweiligen Versagenskriteriums bereitet einigen Anwendern hingegen Probleme.

Für Bauteile aus isotropen Werkstoffen werden mittlerweile immer häufiger Struktur- bzw. Topologieoptimierungsprozeduren angewandt, um eine optimale Materialverteilung im Bauteil zu ermöglichen. Hierbei finden Ansätze aus der Bionik, Genetik, Evolution und Mathematik Anwendung. Für die Optimierung von Bauteilen aus anisotropen Werkstoffen bestehen bislang viele, auf spezielle Optimierungsziele zugeschnittene Lösungen.

Angesichts der hohen Kosten ist es verständlich, dass FKV vorzugsweise in den Bereichen der Technik eingesetzt wird, wo die eingangs erwähnten Optimierungsziele hohe Priorität haben. Besonders hervorzuheben ist hierbei die Luft- und Raumfahrt. Zunehmende Bedeutung gewinnt der Einsatz von Faserverbundwerkstoffen auch in der Automobil- bzw. Maschinenbauindustrie. Mit fortschreitender Verbesserung der Optimierungsmethoden sowie der Fertigungstechnologien und der damit einhergehenden Kostenreduktion werden heute schon komplexe Module vor allem in der Zuliefererindustrie hergestellt. Das zieht wiederum eine lastgerechte und werkstoffspezifische Konstruktion nach sich.

Besonders bei Bauteilen mit komplexen Beanspruchungen, z.B. in lokalen Bereichen wie Lasteinleitungsstellen oder beim Zusammenwirken vielfältiger Lastarten, ist dies von großer Bedeutung.

Die oben aufgeführten Probleme stellen nur einen kleinen Einblick in die Komplexität der Strukturoptimierung von FKV dar. Obgleich teilweise großer Aufgaben bei einer fundierten und vor allem wirtschaftlichen Strukturauslegung von Faserverbundbauteilen bleibt anzumerken, dass das große Potenzial hinsichtlich zukünftiger Leichtbaulösungen gegenüber konventionellen Werkstoffen den Aufwand zur Entwicklung geeigneter Optimierungsverfahren rechtfertigt. In dieser Arbeit werden aus materialtechnologischer Sicht nur FKV behandelt, die aus sogenannten unidirektionalen Schichten (UD-Schichten) bestehen. Innerhalb dieser UD-Schicht besitzen die Fasern eine konstante Orientierung, was leicht zu fertigen ist.

### **1.3. Stand der Technik**

### 1.3.1. Allgemeine Methoden der Topologieoptimierung

Entscheidend für eine Optimierungsaufgabe sind die Zielkriterien. Ein oder mehrere Zielkriterien werden anhand der jeweiligen Problemstellung definiert. Mögliche Kriterien nach denen beispielsweise optimiert werden könnte:

- Festigkeit
- Steifigkeit
- Gewicht
- Schwingungsverhalten
- Dämpfungsverhalten.

Wesentliche Elemente der Strukturoptimierung sind die Topologie-, die Gestalt- sowie die Dimensionsoptimierung.

Bei der Topologieoptimierung wird die optimale Bauteilgeometrie rechnerisch direkt aus dem zur Verfügung stehenden Bauraum (Design-Raum) in Bezug auf Festigkeit, Steifigkeit, Gewicht etc. bestimmt. In diesem Bereich ist die Homogenisierungsmethode sowie die **Soft Kill Option (SKO)**-Methode zu nennen.

Die Gestaltoptimierung hingegen ermöglicht, durch eine gezielte Formänderung des Bauteils, lokale Spannungsspitzen an Kerben zu reduzieren.

Wichtige Vertreter sind hierbei die **Computer Aided Optimization (CAO)**-Methode sowie die **Non-Uniform-Rational-B-Spline (NURBS)**-Methode.

Die Dimensionsoptimierung (Parameteroptimierung/Sizing) ermöglicht die Optimierung von expliziten Parametern. Dieses Verfahren stellt ein deterministisches mathematisches Optimierungsverfahren für Zielfunktionen in stetigen, restringierten Parameterräumen dar. Für den Bereich der Dimensionsoptimierung ebener Fachwerkstrukturen können drei wesentliche Verfahren genannt werden:

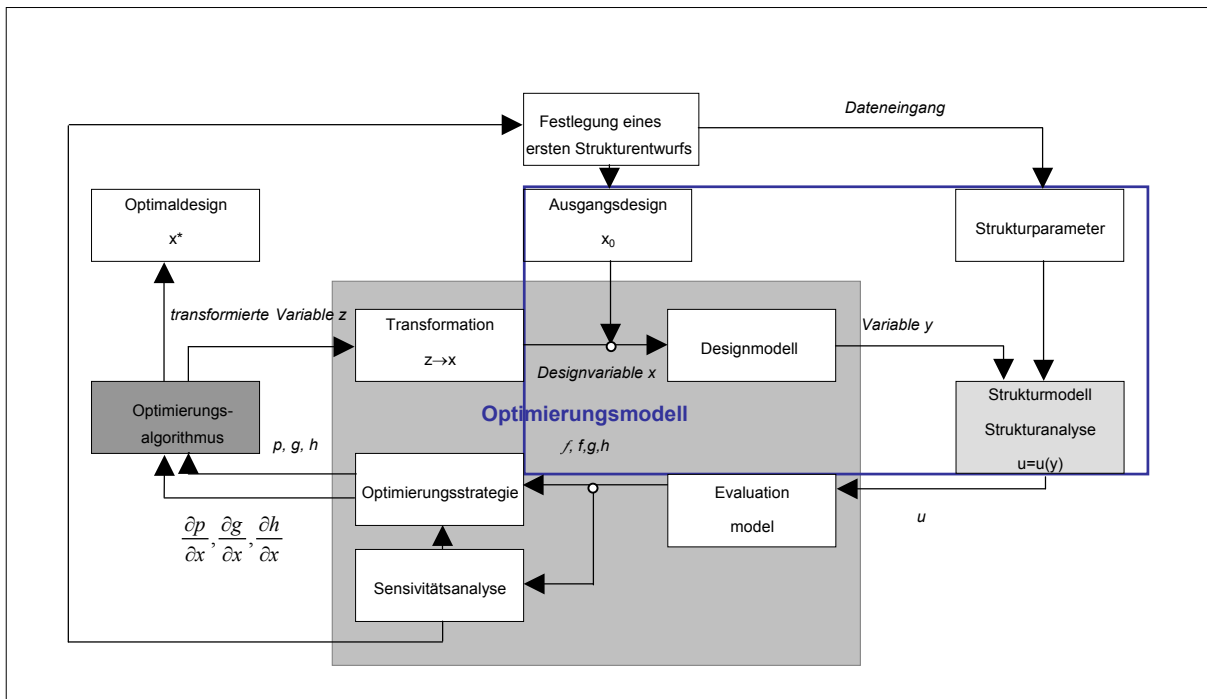
- **Sequential Quadratic Programming (SQP)**
- **Sequential Convex Programming (SCP)**
- **Method of Moving Asymptotes (MMA)**

Die Strukturoptimierung teilt sich im Wesentlichen in zwei unterschiedliche Verfahrensgruppen auf. Es wird unterschieden zwischen mathematischer Programmierung und den Verfahren mit Optimalitätskriterien. Bei der mathematischen Optimierung

werden dabei Parameter gesucht, für die die Zielfunktionen Extremalwerte annehmen. Zur Lösung eines Optimierungsproblems ist es notwendig, dieses mittels einer mathematischen Ziel- bzw. Gleichgewichtsfunktion zu beschreiben. Das ist im Wesentlichen nur durch eine parametrisierte Struktur möglich. Bei der mathematischen Optimierung steigt der Aufwand mit zunehmender Anzahl der Parameter. Hierzu seien einige Beispiele genannt. BAIER, SEEßELBERG und SPECHT [4] geben eine ausführliche Übersicht über heute gängige Strukturoptimierungsmethoden der mathematischen Optimierung. Aber bereits GALILEO GALILEI [45] formulierte 1638 ein Strukturoptimierungsproblem eines Biegebalkens und fand dabei einen optimalen Querschnitt in Form eines Parabolids. Um ca. 1958 begannen durch HEMP [62] die Forschungen zur Algorithmisierung von Optimierungsaufgaben. Der Einsatz von Verfahren der mathematischen Programmierung wurde ab ca. 1970 durch ZIENKIEWICZ und CAMPBELL [158] stärker forciert. HÖRNLEIN [67] konnte mit dem Optimierungsprogramm LAGRANGE Aufgabenstellungen im Bereich des Flugzeugbaus lösen. Wie bereits der Name verdeutlicht, werden mit Hilfe der Lagrangefunktion die Zielparameter ermittelt.

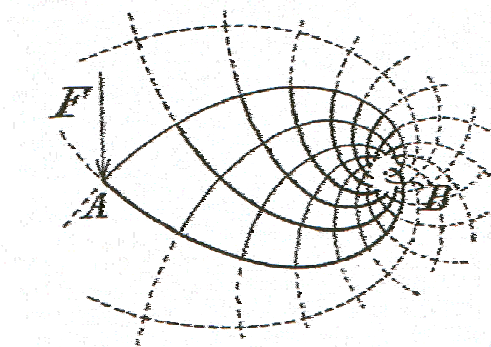
Des Weiteren sind die Methoden zu erwähnen, die Optimalitätskriterien nutzen. Der Algorithmus dieser Methoden kann mit einem geregelten Kreislaufprinzip verglichen werden. Das System wird solange nach entsprechenden Kriterien geregelt, bis ein hinreichend brauchbares Ergebnis erzielt wird. Während die mathematische Optimierung schon seit ca. 50 Jahren kontinuierlich entwickelt wird, ist die multidisziplinäre Strukturoptimierung, die bereits sehr vielfältige Kriterien erfüllen kann, eine relativ junge Disziplin. Eine umfassende Übersicht über multidisziplinäre Strukturoptimierungswerkzeuge und deren Lösungsansätze sind in HÖRNLEIN und SCHITTKOWSKI [68] sowie bei ESCHENAUER und SCHNELL [39] zu finden. Hervorzuheben ist insbesondere auch das „Drei-Säulen-Konzept“ von ESCHENAUER [34], der damit das Optimierungsproblem modular in „Strukturmodell“, „Optimierungsmodell“ und „Optimierungsalgorithmus“ aufteilte bzw. kombinierte und somit ein universell einsetzbares Optimierungskonzept erarbeitete (siehe Abb.1.1).

Die Strukturoptimierung von technischen Faserverbunden wurde von FUKUNAGA und VANDERPLAATS [44] behandelt, hierbei stand die gewichtsminimale Auslegung von Faserverbundlaminaten im Vordergrund.



**Abb.1.1:** Darstellung der Optimierungsregelschleife nach ESCHENAUER

Selbstverständlich ist die Idee der möglichst optimalen Auslegung von Strukturbauteilen nicht neu. Bereits MICHELL [102] befasste sich um 1904 mit der Optimierung von Stabwerkstrukturen, indem er mit Hilfe der Variationsrechnung untersuchte, welche optimale Topologie sich bei definierten Lastfällen und Lagerungsbedingungen einstellt. Hierzu werden noch weitere Ausführungen im Verlauf dieses Kapitels gemacht.



**Abb.1.2:** MICHELL-Struktur (1904)

Leider sind solche Ergebnisse meist keine Praxislösungen, da sie sehr stark vereinfacht bzw. abstrahiert sind. Erst seit wenigen Jahrzehnten gibt es Programme, deren Lösungen technisch relevante Bauteilstrukturen hervorgebracht haben.

Hier konnten BENDSØE und KIKUCHI [11] im Bereich der Topologieoptimierung grundlegende Ergebnisse erzielen. Bei der Homogenisierungsmethode wird das Material

als fiktiv porös abgebildet. Es wird von einer porösen Struktur ausgegangen, deren Materialverhalten anschließend homogenisiert wird. BENDSØE und KIKUCHI führen eine kontinuierliche Dichtefunktion ein, sodass jedes finite Element unendlich viele Zustände annehmen kann. Bei der Lösung sollen alle Elemente entweder die Dichte 1 oder 0 annehmen. Es werden somit die Bereiche angegeben, in welchen Material notwendig ist bzw. entfernt werden kann. Basis dieser Methode sind die klassischen analytischen Möglichkeiten zur grundlegenden Untersuchung der Eigenschaften von gitterförmigen Strukturen, wie sie schon von MICHELL [102] eingesetzt wurden. MICHELL entwickelte eine Theorie für die Ausbildung einer charakteristischen, für maximale Zug- und Druckspannungen optimierten Topologie gewichtsminimaler Fachwerkstrukturen.

### **1.3.2. Optimierungsmethoden nach dem Vorbild der Natur**

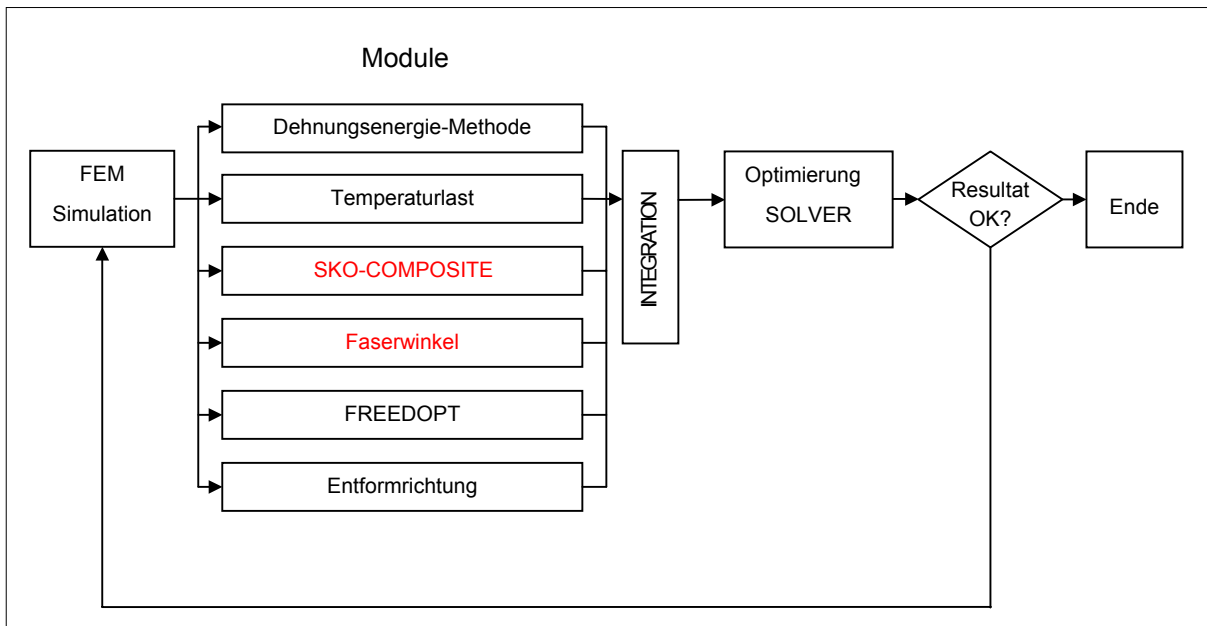
Basierend auf der Finiten-Elemente-Methode (FEM) wurden – gemäß den Mechanismen der biologischen Selbstoptimierung – Computeralgorithmen entwickelt, die es ermöglichen, technische Bauteile optimal zu gestalten.

Die CAO-Methode nach MATTHECK [97] bewirkt eine gleichmäßiger verteilte Spannung an der Bauteiloberfläche und steigert dadurch die Lebensdauer des optimierten Bauteils um ein Vielfaches gegenüber der des nicht optimierten Bauteils.

Die SKO-Methode entfernt nichttragende Bauteilbereiche; hierdurch werden Bauteile bei nahezu gleichbleibender Festigkeit nach BAUMGARTNER et al. [3], leichter. Der Grundgedanke der Topologieoptimierung nach der SKO-Methode ist somit ein „volles Ausschöpfen“ des Materials und damit ein „fully stressed design“.

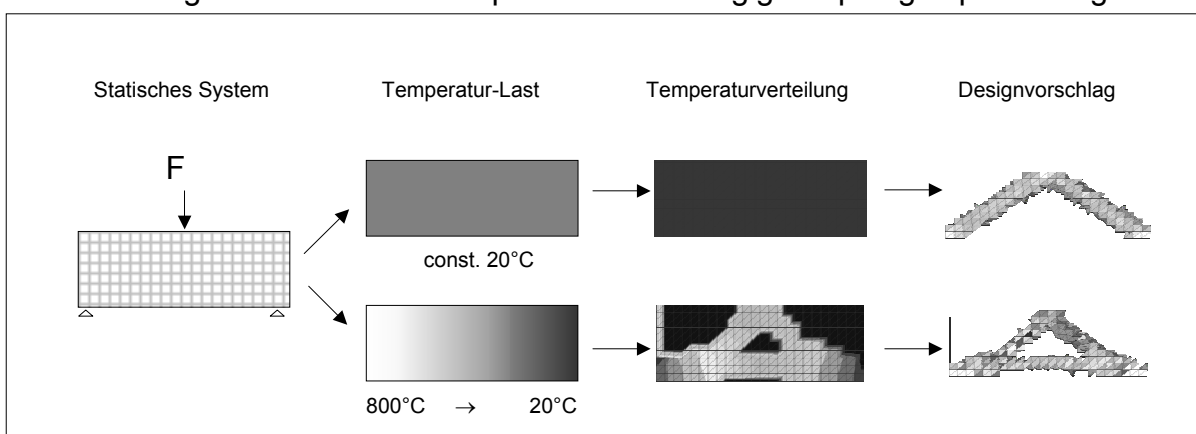
Die SKO-Methode wurde im Forschungszentrum der DaimlerChrysler AG Ulm weiterentwickelt (Abb. 1.3).

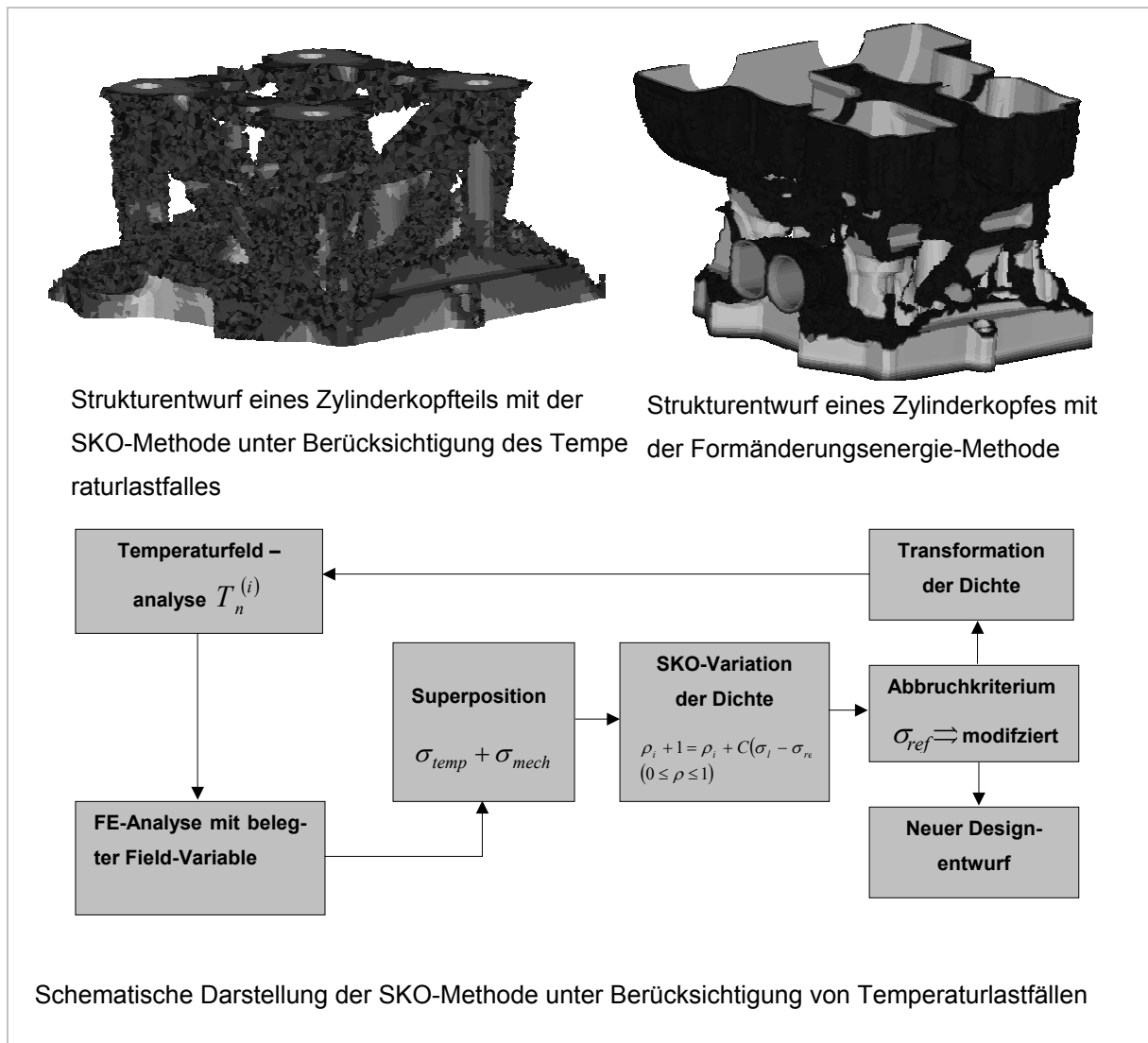
Durch THIELEMANN et al. [145] konnte u.a. auch die Kopplung von mechanischen und thermischen Lasten in der Topologieoptimierung berücksichtigt werden. Der praktische Einsatz erfolgte bereits an Motorkomponenten. Aufgrund dieser Forderungen wurde der Topologieoptimierungsalgorithmus SKO hinsichtlich der Berücksichtigung von Temperatureinflüssen erweitert. Die Anwendungen für eine temperaturabhängige Strukturoptimierung sind z. B. im Bereich der Motoren- sowie Turbinenentwicklung zu finden.



**Abb.1.3:** Ablaufschema der Optimierungsbereiche mit der modifizierten SKO-Methode

Wurden bisher nur mechanische Eigenschaften wie E-Modul, Querkontraktion, etc. berücksichtigt, so sind nun auch zusätzlich thermische Eigenschaften wie Wärmeleitfähigkeit und Wärmeausdehnung berücksichtigt. Wärmespannungen entstehen, wenn Wärmedehnungen durch äußere Einspannungen behindert werden oder aber auch, wenn Temperaturgradienten im Bauteil unterschiedliche Wärmedehnungen an verschiedenen Orten bewirken, die einander gegenseitig behindern. Diese Wärmespannungen werden zu den mechanischen Spannungen superpositioniert und finden daher Berücksichtigung in der Topologieoptimierung. Hierzu wird die Temperaturverteilung im Bauteil in einer vorgeschalteten Temperaturfeldberechnung ermittelt und im Anschluss in der Standardanalyse verarbeitet. Das heißt, die Wärmespannungen und die mechanischen Spannungen eines jeden Elementes beeinflussen somit das Ergebnis. Dabei werden die unbekanntenen Knotentemperaturen in dem Knotentemperaturvektor zusammengefasst. Mit Kenntnissen des statischen Gleichgewichtes, des Hookeschen Materialgesetzes und des Zusammenhanges zwischen Dehnungen und Verschiebungen lässt sich die temperaturlastabhängige Topologieoptimierung lösen.



**Abb.1.4:** Darstellung des Einflusses der Temperatur auf den Strukturentwurf**Abb.1.5:** Optimierung eines Zylinderkopfes nach der SKO-Methode unter Berücksichtigung von Temperaturlasten

Durch STEIBLER [142] wurde die Formänderungsenergie als Referenzkriterium in der SKO-Methode eingeführt, um eine wesentlich diskretere Materialverteilung der Topologie zu erhalten (Abb. 1.5). Des Weiteren ergänzte er die SKO-Methode mit der Hinterschnittfunktion. Dabei können Entformrichtungen für Gussbauteile bei der Topologieoptimierung berücksichtigt werden. Durch diese wichtige Funktionalität werden Hohlräume und Hinterschnitte vermieden. Es werden die Auszugsrichtung und Aus-

zugswinkel (Entformschräge) vorgegeben. Es ist zudem möglich Teilungsebenen und mehrere Gebiete mit jeweils unterschiedlicher Auszugsrichtung zu definieren. Weiterhin wurde von WEISS et al. [153] die SKO-Methode als Grundlage für die Topologieoptimierung unter Berücksichtigung von Schwingungs- bzw. Dämpfungseigenschaften genutzt. Die zu optimierenden Strukturbauteile werden z. B. auf eine gezielte Frequenz optimiert.

XIE und STEVEN [156] beschäftigten sich unter Beobachtung selektiver Wachstumsprozesse mit der evolutionären Bauteiloptimierung, wobei sie wie bei der SKO-Methode Material aus gering belasteten Bereichen entfernten und Material an hoch belasteten Bereichen kraftflussgerecht anpassten. Hierbei kann wiederum von einem „fully-stressed-design“ gesprochen werden.

### **1.3.3. Optimierung von FKV-Strukturen**

Die Grundlagen der optimalen kraftflussgerechten Ausrichtung von Materialeigenschaften wurde bereits von MICHELL erkannt. Erste Untersuchungen von Faserverbunden an speziellen Plattenproben mit Störbohrung wurden von COOPER [24] durchgeführt.

Die Wirkung trajektorieell orientierter Fasern an Plattenproben wurde von HYER und CHARETTE [69] untersucht. Sie verifizierten ihre Ergebnisse nicht durch empirische Verfahren, sondern stützten sich auf die FE-Analyse. Bei der Wahl des Faserwinkels orientierten sie sich am Verlauf der Hauptspannungstrajektorien. Die festigkeitssteigernde Wirkung der optimierten Lochplatte gegenüber der nichtoptimierten Platte betrug ca. 50%.

PLATTS [118] und MAKIYAMA und PLATTS [91] nutzten ebenso die Natur als Vorbild in Bezug auf technische Faserverbundkonstruktionen. Sie studierten die Natur um deren Vorteile in die Technik zu übertragen. Dabei erkannten sie den Mechanismus der Natur, auf Spannungen und Dehnungen zu reagieren und Material kraftflussgerecht anzuordnen. Die Fasern werden dabei so angelagert, dass sie die jeweilige Last optimal aufnehmen, wodurch ein räumliches Netzwerk gebildet wird, welches keine Matrix benötigt. Die Fasermatrix dient dazu, die Fasern zu versiegeln.

Ein heuristisches Optimierungsverfahren wurde von HANSEL und BECKER [56] entwickelt. Sie gehen von einem herkömmlichen Laminat aus, wobei die Orientierung der



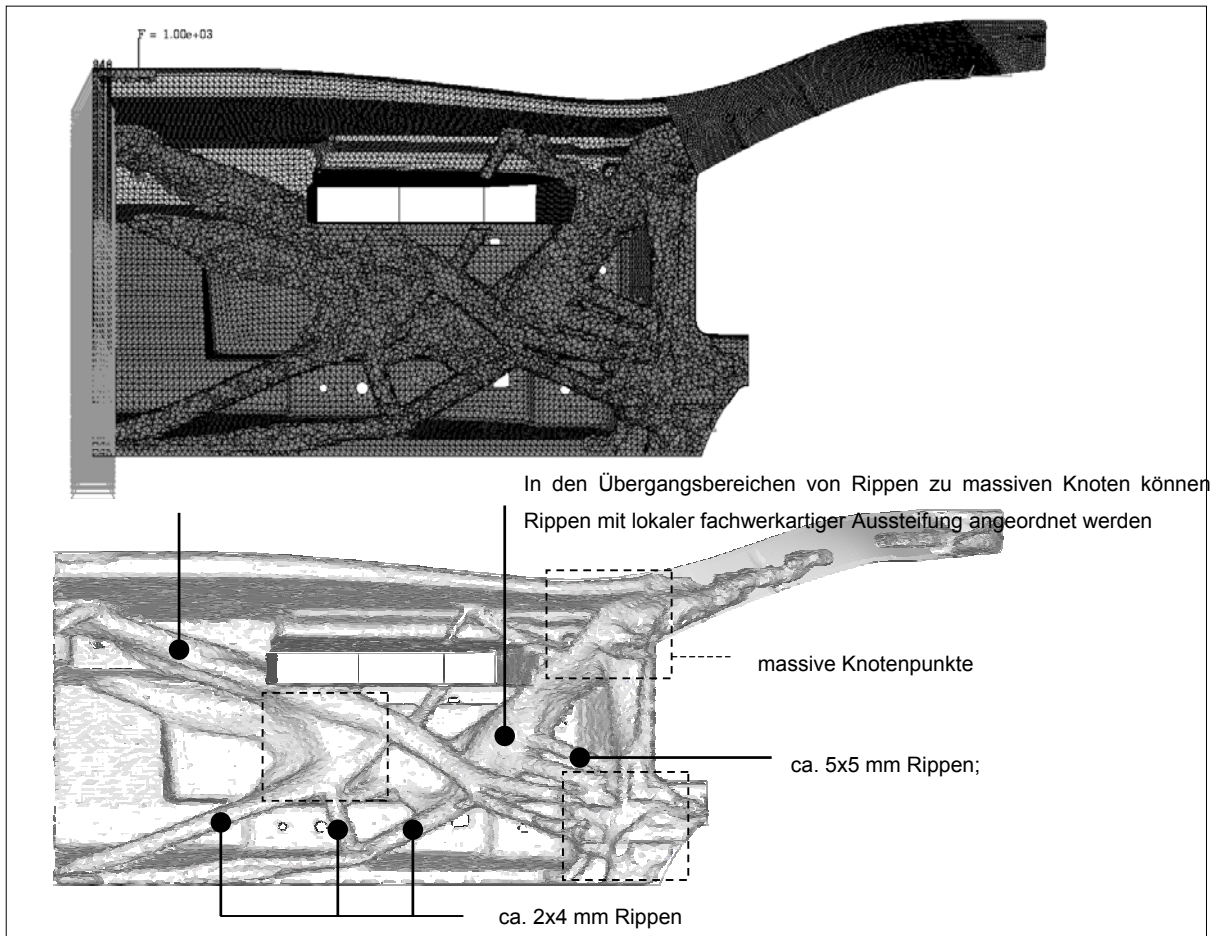
Einzellagen nicht variiert werden kann. Die Einzellagen werden topologieoptimiert und auch die Dicken werden lastadaptiv an die Struktur angepasst. Dabei werden die Einzelelemente durch ein geeignetes Versagenskriterium (z. B. Tsai-Wu) geprüft.

Grundsätzlich können nach GÖTZ [47] mindestens drei generelle Optimierungsprinzipien für die Auslegung von FKV-Strukturen nach dem Vorbild des Baumwachstums dienen:

1. Gezielte Einbringung von Eigenspannungen (in der Technik: Vorspannung – in der Natur: Wachstumsspannung) in den Faserverbund, damit kann nach TESARI [143] äußeren Beanspruchungen entgegengewirkt und somit die Versagenslast erhöht werden.
2. Gezieltes Einlegen von Quer- bzw. „Verankerungsfasern“ in die UD-Schichten, diese Fasern verringern durch die Reduktion von Querspannungen die Gefahr von Faserdelaminationen, in der Baumstruktur wird diese Funktion durch Holzstrahlen übernommen, siehe dazu ALBRECHT [1], DIETRICH [28] und ZISPE [159].
3. Gezielte Orientierung der Fasern am Verlauf der Hauptspannungstrajektorien, damit entsteht nach KRIECHBAUM, SCHÄFER und MATTHECK [83] eine lastgerechte Konstruktion dort, wo die Fasern entlang des Krafftflusses ausgerichtet sind.

Eine weitere Möglichkeit, speziell für Faserverstärkungen, besteht in der Anordnung der Fasern in Richtung der Spannungstrajektorien. Die **CAIO**-Methode (**C**omputer-**A**ided-**I**nternal-**O**ptimization) definiert das Faserarrangement in Faserverbundwerkstoffen entlang des ermittelten Krafftflusses. Hierdurch werden laut KRIECHBAUM et al. [83], REUSCHEL [127], GÖTZ [47] versagensrelevante Schubspannungen zwischen den Fasern minimiert.

Während mit der CAO- und der SKO-Methode die Optimierungsmechanismen der Natur nicht nur in die Technik übertragen werden konnten, sondern heute auch fester Bestandteil der Entwicklungsarbeit in der Industrie sind, wurde der Einsatz der CAIO-Methode in der Industrie bis heute noch nicht vollzogen. Für die wirtschaftliche Produktion von Faserverbundwerkstoffen – nach einer Verteilungsoptimierung der Faseranordnung mit Hilfe der CAIO-Methode – ist eine dafür erforderliche Fertigungstechnologie in absehbarer Zeit zu kostenintensiv.



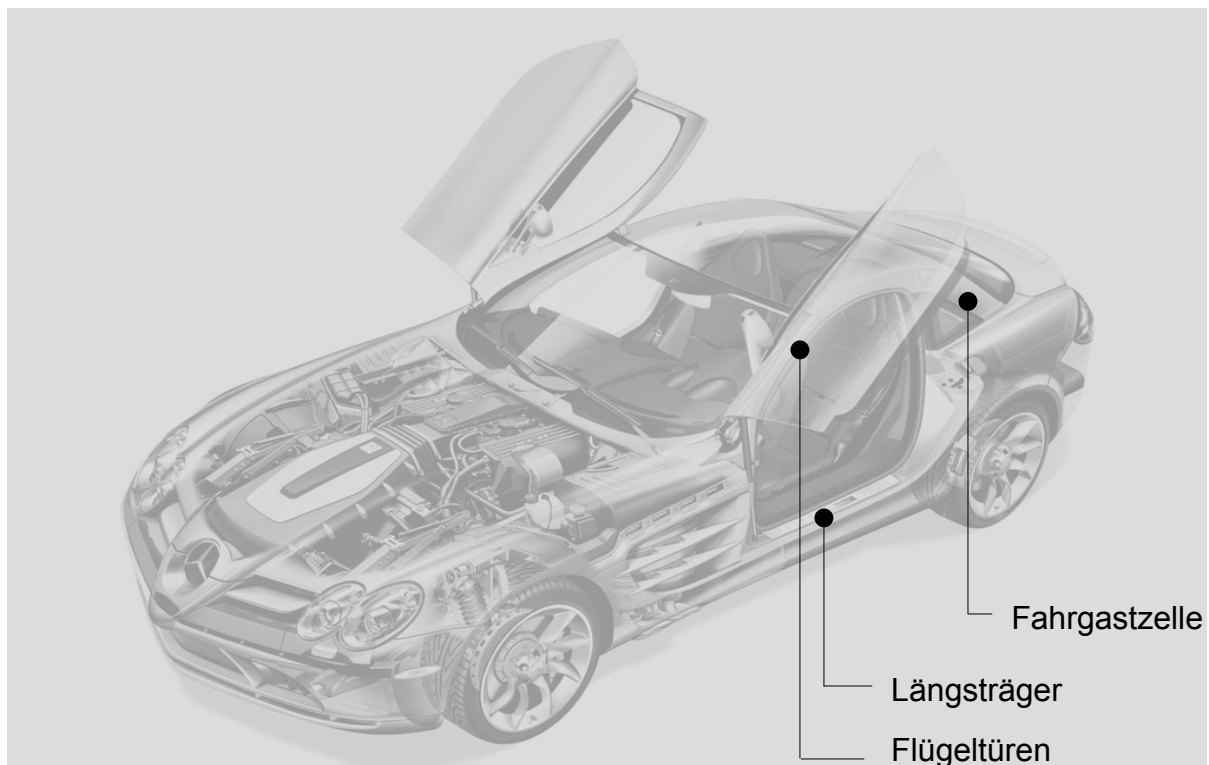
**Abb. 1.6:** Umsetzung eines Optimierungsergebnisses in eine komplexe FKV/LFI-Struktur am Beispiel eines Montageträgers

Des Weiteren besteht nach KOČVARA und ZOWE [82] die Möglichkeit, z. B. das Gewicht oder die Steifigkeit komplexer Strukturen durch die sogenannte freie Materialoptimierung zu verbessern. Dies stellt eine junge Disziplin der angewandten Mathematik dar. Das Programm **MOPED** (**M**aterial **O**ptimization in **E**ngineering **D**esign), das für die sogenannte freie Materialoptimierung steht, kann beliebige elastische Strukturen berücksichtigen. Im Rahmen dieser Strukturoptimierung wird eine nichtlineare Materialmodellierung in den mathematischen Algorithmus einbezogen, die Stabilitätsprobleme (z.B. Knicken der Struktur unter Last) berücksichtigen soll. Die Materialverteilung wird unter der Berücksichtigung nichtlinearer Komplementaritätsprobleme orientiert. Die optimierte Struktur eignet sich besonders für das Tape-lege-Verfahren. In der konzeptionellen Designphase wird dieses Verfahren bereits kommerziell eingesetzt.

Bei bionisch geprägter Optimierungssoftware, die auf der Basis der Fully-Stressed-Methode arbeitet, wurde zu Beginn der Arbeit kein Programm gefunden, das fertigungsrelevante Strukturbauteile den Anforderungen entsprechend FKV optimieren

konnte. Lediglich im Bereich mathematischer Optimierungssoftware muss auf die Software BOSS Quattro® von Samtech und Optistruct® von Altair verwiesen werden. Auch die Industrie setzt bereits serienmäßig FKV-Strukturbauteile ein. Insbesondere Modullösungen werden derzeit favorisiert.

Besonders flächige Bauteile wie Motorhauben, Türmodule, Klappen etc. besitzen großes Potential für eine FKV-Lösung. Exemplarisch hierfür steht der Mercedes-Benz SLR McLaren (Abb.1.7). In diesem Fahrzeug wurden bereits die Fahrgastzelle, die Längsträger sowie die Flügeltüren in CFK gefertigt. Auch beim BMW M3 CSL konnte das Fahrzeuggewicht durch den Einsatz von FKV um 110 kg auf 1.385 kg reduziert werden.



**Abb.1.7:** FKV-Einsatz im Mercedes-Benz SLR McLaren

#### **1.4. Aufgabenstellung und Zielsetzung**

Die klassische SKO-Methode ist in der Lage, homogenes isotropes Designmaterial hinsichtlich Festigkeit und so mit Einfluß auf die Steifigkeit zu optimieren. Mit dem biologisch-basierten Verfahren können sehr vielfältige Zielfunktionen und Restriktionen sowie designabhängige Lasten behandelt werden.

Das optimale Design einer FKV-Struktur hängt von zusätzlichen Charakteristika wie Laminataufbau, Faserorientierung als auch materialspezifischen Parametern ab. In-

nerhalb der vorliegenden Arbeit soll daher die Topologie- und Faserwinkeloptimierung auf Basis der nach den Aspekten der Natur funktionierenden SKO-Methode - unter Berücksichtigung technologischer Realisierbarkeit für Faserverbundbauteile - erweitert werden. Die Spezifikation der zu erarbeitenden Methode liegt darin, FKV-Bauteile hinsichtlich Steifigkeit, Festigkeit und Gewicht zu optimieren. Dabei sollen alle Einzelschichten eines Laminates berücksichtigt werden. Die optimale Faserorientierung der Grundsicht soll dabei als Basis für das lagenweise Zusammenfügen von optimal ausgelegten Einzelschichten dienen. Mit der neuen Methode sollen sowohl lokale Verstärkungen eines stark beanspruchten Bereiches als auch eine komplexe Gesamtlaminatstruktur optimiert werden können. Ein weiteres Hauptaugenmerk liegt in der Berücksichtigung fertigungstechnischer Anforderungen, die in den Entwurfsprozess mit einbezogen werden sollen. Insbesondere soll abgesichert werden, dass die anisotropen Struktureigenschaften optimal genutzt werden.

Zunächst wird eine Methode zur Optimierung von FKV-Strukturen erarbeitet. Im nächsten Schritt wird diese anhand grundlegender numerischer Beispiele überprüft und durch empirische Versuche abgesichert. Anhand verschiedener Beispiele werden unterschiedliche Optimierungsziele untersucht wie z.B. die Erhöhung der Steifigkeit, die Erreichung eines möglichst ausgeglichenen Spannungsniveaus sowie natürlich eine Gewichtsreduktion. Besonderer Wert soll dabei auf die Interaktion zwischen der topologischen sowie der faserorientierenden Optimierung gelegt werden, um eine größtmögliche Effizienz zu erreichen.

Abschließend wird in einer ergänzenden Betrachtung die neue Methode unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten an einem realen Bauteil angewendet.

## **2. Definitionen und Voraussetzungen**

### **2.1. Aufbau von Faserverbundwerkstoffen**

#### **2.1.1. Fasertypen und Matrixsysteme**

Faserverbundwerkstoffe sind metallische oder nichtmetallische, kontinuierliche oder diskontinuierliche Fasern, die unidirektional oder regellos in eine metallische oder nichtmetallische Matrix eingebettet sind. Die meist hochfesten Fasern übernehmen in faserverstärkten Bauteilen einen Teil der äußeren Spannung. Die Kraftübertragung von der Matrix auf die Faser erfolgt dabei durch Schubkräfte an der Grenzfläche zwischen Faser und Matrix. Der Einsatz eines geeigneten Faser-Harz-Systems hängt von der jeweiligen Funktion des Bauteils ab. In Industrie und Technik werden eine Vielzahl von Faser- und Kunststoffmatrixsystemen verwendet. Um einen ersten Überblick zu geben, werden die gebräuchlichsten Faser- und Matrixwerkstoffe beschrieben.

#### **- Faserarten**

Die zur Anwendung kommenden Fasern werden ihren Materialien entsprechend eingeordnet. Zur Verstärkung von Kunststoffen finden vor allem die Glas-, Kohlenstoff-, Aramid- und Naturfasern Verwendung. Bor- und Keramikfasern hingegen werden in der Regel zum Verstärken von metallischen Werkstoffen genutzt. Die mechanischen Eigenschaften der späteren Bauteile, z.B. Zug-, Biegefestigkeit und Schlagzähigkeit können wesentlich durch die Wahl des Fasertyps, den Fasergehalt sowie die Orientierung der Fasern beeinflusst werden. Fasern werden in der Regel nicht einzeln, sondern als Rovings (Faserbündel), Gewebe und andere textile Halbzeuge erzeugt und verwendet. Als Hochleistungsfaserverbundsystem (mit Polymermatrix) haben sich im wesentlichen drei Faserwerkstoffe durchgesetzt: die Glasfaser, die Aramidfaser sowie die Kohlenstofffaser. Diese Faserarten haben einen Querschnittsdurchmesser von 0,1 – ca. 30 µm. Sie unterscheiden sich deutlich in ihren mechanischen und chemischen Eigenschaften, außerdem differieren ihre Herstellungskosten sehr stark. Auf die Faserarten soll hier aber nicht im Detail eingegangen werden. Bei der Herstellung der in dieser Arbeit untersuchten Lochplattenproben wurde auf Kohlenstofffasern zurückgegriffen (Kap.5.).

### **- Matrixsysteme**

Der neben den Fasern zweite Teil eines Verbundwerkstoffes - die Matrix - stellt nicht nur einen Füll- und Klebstoff für die tragenden Fasern dar, sondern beeinflusst selbst wesentlich die Eigenschaften eines Verbundes.

Die Matrixsysteme werden in polymere, metallische und keramische Werkstoffe eingeteilt. Die Werkstoffe werden ihren Einsatzbedingungen entsprechend gewählt. In der Regel werden Kunststoffe als Matrix verwendet, wobei bei hohen thermischen Belastungen auch Metalle und keramische Werkstoffe zum Einsatz kommen. Der Einsatz eines Matrix-Kunststoffes wird im Wesentlichen von der mechanischen und chemischen Beanspruchung sowie von der Einsatztemperatur beeinflusst. Bei Kunststoffmatrixsystemen wird zwischen Duroplasten wie ungesättigten Polyester-Harzen, Epoxid-Harzen sowie Phenolharzen und den Thermoplasten wie Polyamid (PA) und Polyetheretherketon (PEEK) unterschieden. Die Prototypen, die in Kapitel [6] vorgestellt werden, wurden mittels Epoxidharz hergestellt.

### **- Verbundbauweisen**

Da ein Faserverbundwerkstoff aus mindestens zwei verschiedenen Werkstoffen besteht, existieren verschiedene Möglichkeiten, diese zu kombinieren. Hierbei wird vor allem in der Anordnung und Länge der Fasern unterschieden.

Der Länge nach werden die Fasern in Kurz-, Lang- und Endlosfasern sowie Whisker unterteilt. Whisker sind sehr dünne und kurze (vorwiegend metallische oder keramische) Fasern. Eine weitere Unterscheidung wird in der Anordnung der Fasern getroffen. Diese können wirr (Kurz-, oder Langfasern) oder gerichtet angeordnet sein. Bei Wirrfasern erhält man in der Ebene einen quasiisotropen Verbund der Fasern, wobei diese in Form von gepressten Matten oder lose zum Einsatz kommen. Bei der Verwendung von Kurzfasern und Whiskern ist es möglich, diese direkt einer Spritzgussmasse oder einer Gusslegierung beizusetzen und zu vergießen. Gerichtete Fasern können entweder einzeln (dem Kraftfluss entsprechend orientiert) in eine Form eingelegt oder als Matte hergestellt werden. Dabei wird zwischen Gelege und Gewebe unterschieden, je nachdem ob die Fasern plan liegen oder miteinander verwoben sind. Bei den Gelegen wird zwischen unidirektionalen und biaxialen Gelegen unterschieden. Die Gewebe unterscheidet man vor allem nach der Bindungsart (Lein-

wand-, Atlas-, oder Körperbindung). Eine weitere Möglichkeit besteht darin, 3D-Gewebe zu erstellen und in diesen die Fasern räumlich gerichtet anzuordnen.

Für besonders biegesteife Strukturen finden sogenannte Sandwich-Strukturen Anwendung. Hierbei werden flächige Bauteile mit einem sehr leichten Kern aus PUR-Schaum oder Aluminium-, Papier- bzw. Kevlarwaben versehen. Diese Kernmaterialien sorgen für eine hohe spezifische Steifigkeit bei geringem Einsatz an Faserverbundwerkstoffen.

### **2.1.2. Herstellungsverfahren**

Bei Faserverbundwerkstoffen werden die Herstellungsverfahren nach dem Matrixsystem unterschieden. Bei polymeren Matrixsystemen sind die Herstellungsmöglichkeiten aufgrund der dafür notwendigen geringeren Temperaturen deutlich vielschichtiger. Man unterscheidet dabei zwischen Handauflegeverfahren und automatisierten Verfahren. Entscheidend für die Realisierbarkeit komplexer Formen ist das Anpassungsvermögen der Fasermatten und –gewebe (Drapierbarkeit).

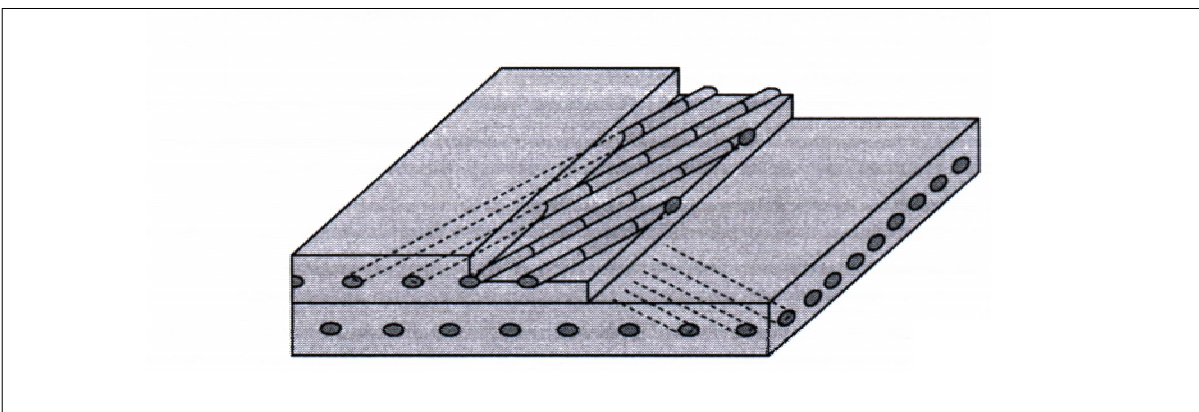
Beim Handauflegeverfahren werden Matten, Tapes, Gewebe oder einzelne Fasern von Hand auf eine Negativform gelegt und dann mit Harz getränkt. Danach kann eine weitere Schicht Fasern aufgebracht werden. Zum Schluss kann dieser Verbund noch gepresst werden, um die Faser/Harz-Verbindung zu verbessern. So wird der Verbund homogenisiert und überschüssiges Harz herausgepresst. Da bei diesem Verfahren die Gefahr von Inhomogenitäten im Verbund besteht, werden häufig auch flächige Halbzeuge (Prepregs) verwendet. Diese stellen bereits mit Harz getränkte Fasermatten oder –gewebe dar, die gekühlt bis zur Verwendung gelagert werden müssen und einen optimalen Verbund garantieren. Für besonders hohe Belastungen kann die Aushärtung des Harzes auch in einem sog. Autoklaven erfolgen. Im Vakuumverfahren wird die umgebende Luft durch mehrmaliges Evakuieren (Leerpumpen) entfernt und anschließend das eingebrachte Faserverbund-Bauteil unter hohem Druck (bis zu ca. 10 bar) und hoher Temperatur (100-250°C) mehrere Stunden ausgehärtet.

Eine Möglichkeit der Automatisierung ist, das Auflegen von Hand durch einen mechanischen Prozess unter Verwendung von Prepregs zu ersetzen und diese dann zu verpressen (SMC für flächige Halbzeuge und BMC für Pressmassen). Des Weiteren

besteht die Möglichkeit der Infiltrierung von Gewebe mit Harz oder thermoplastischen Kunststoffen durch Druck oder Vakuum. Ein weiteres Herstellungsverfahren ist das Wickeln von Bauteilen. Dabei werden bevorzugt rotationssymmetrische Körper durch Abwickeln eines Tapes auf eine Form erzeugt. Es besteht auch die Möglichkeit, 3D-Gewebe in einer Form zu infiltrieren. Wenn kurze Fasern einem spritzgussfähigen Kunststoff beigemischt werden, können diese direkt mit vergossen werden. Außerdem können spezielle Matrixwerkstoffe einem Gewebe direkt als Garn zugegeben werden, die unter Einfluss von Wärme zu fließen beginnen und dann die Matrix bilden.

### 2.1.3. FKV-Werkstoffe

Die FKV bestehen aus einer Matrix geringer Festigkeit sowie aus eingebetteten Fasern mit hoher spezifischer Festigkeit und geringer Bruchdehnung. In dieser Arbeit werden im praktischen Teil nur Kohlenstofffaserkunststoffverbunde (CFK) behandelt, die aus einzelnen ebenen UD-Schichten bestehen. In einer UD-Schicht besitzen die Fasern eine konstante Orientierung. Textile Faserverbunde, bei denen die Fasern räumlich miteinander verbunden sind, und FKV mit stochastischer Faserorientierung werden in dieser Arbeit nicht betrachtet. Bei gleicher Orientierung aller UD-Schichten nennt man den Mehrschichtaufbau unidirektionales Laminat und bei variierender Orientierung der UD-Schichten wird es als multidirektionales Laminat bezeichnet (Abb. 2.1).



**Abb.2.1:** Multidirektionales Laminat aus unidirektionalen Schichten

Durch Modifikation von Fasergehalt und Faserrichtungswinkel der jeweiligen UD-Schichten eines Laminates ist je nach Anforderung ein gezielter Strukturentwurf möglich.



Das Produkt ist ein Verbundwerkstoff mit starker Anisotropie in Bezug auf Festigkeit und Steifigkeit. Dadurch, dass nun nicht mehr ein homogenes sondern ein aus mindestens zwei Werkstoffen bestehendes Material vorliegt, weist das Materialverhalten von FKV zum Teil völlig gegensätzliche Eigenschaften auf. So haben zum Beispiel T700 C-Fasern eine sehr geringe Bruchdehnung (max. 1,5%) bei relativ hoher Festigkeit, während die Bruchdehnung einer Epoxidharzmatrix ca. dreimal so groß ist. Die Steifigkeit der Matrix beträgt nur 1% und die Festigkeit nur 1,5 % der Fasern (bei Zugbelastung in Faserrichtung). Dies führt dazu, dass faserverstärkte Kunststoffe gezielt auf die spätere Anwendung hin optimiert werden müssen. Diese Optimierung betrifft sowohl die Faser/Matrix-Kombination als auch die Lage der Fasern im Bauteil. Während man bei wirr angeordneten Fasern noch von einer quasiisotropen oder plananisotropen Struktur ausgehen kann, muss man bei unidirektional angeordneten Fasern und Geweben in der Einzelschicht zwischen einer Belastung in Faserrichtung sowie quer zur Faserrichtung unterschieden werden. Dabei gilt, dass bei Belastung in Faserrichtung das Materialverhalten faserdominant und bei Querbeltung matrixdominant ist. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die Fasern möglichst so angeordnet werden sollten, dass Querbeltungen vermieden werden.

Im Allgemeinen können als Vorteile der FKV aufgeführt werden:

- hohe spezifische Festigkeit und Steifigkeit
- hohe chemische Resistenz
- hohe Ermüdungs- und Schwingfestigkeit
- optimale Anpassung an den jeweiligen Lastfall möglich.

Als Nachteile können genannt werden:

- geringe Bruchdehnung
- hohe Materialkosten
- geringe UV-Beständigkeit
- geringe Temperaturbeständigkeit der Matrix.

Weiterhin werden in Kurzform die mechanischen Eigenschaften von FKV-Laminaten mit unterschiedlich orientierten Fasern und unterschiedlichem Faservolumengehalt beschrieben. Dabei wird die Steifigkeit in Faserrichtung von der Faser bzw. vom Faservolumengehalt bestimmt.

Eine gute Näherung des E-Moduls erzielt man aus den Eigenschaften der Teilkomponenten unter Anwendung der linearen Mischungsregel. Dabei wird ein idealisiertes Volumenelement mit gleichmäßiger, homogener Verteilung von Faser und Matrix angenommen. Die lineare Mischungsregel zur Bestimmung des E-Moduls in Faserrichtung mit:

$$\varphi = \frac{V_f}{V_{La\ min\ at}} = \text{Faservolumenanteil}$$

$$\text{lautet: } E_{II} = E_{Faser} \cdot \varphi + (1 - \varphi) \cdot E_{Matrix}; \quad (2.1)$$

Bei Ermittlung des E-Moduls quer zur Faserrichtung wird die gleiche Spannung von Faser und Matrix angenommen. Hieraus ergeben sich für E-Modul ( $E_{\perp}$ ) und Schubmodul ( $G_{II,\perp}$ ) folgende Beziehungen:

$$E_{\perp} = \frac{E_{Matrix} \cdot E_{Faser\perp}}{\varphi \cdot E_{Matrix} + (1 - \varphi) \cdot E_{Faser\perp}} \quad (2.2)$$

$$\text{und } G_{II,\perp} = \frac{G_{Faser} \cdot G_{Matrix}}{\varphi \cdot G_{Matrix} + (1 - \varphi) \cdot G_{Faser}}. \quad (2.3)$$

Während die Werte des E-Moduls in Faserlängsrichtung und der Querkontraktion gut mit empirischen Ergebnissen übereinstimmen, zeigen sich deutliche Unterschiede beim E-Modul quer zur Faserrichtung und beim Schubmodul. PUCK [120] stellte folgende modifizierte Regeln auf:

$$\text{mit: } E_{Matrix}^* = \frac{E_{Matrix}}{(1 - \nu_{Matrix}^2)}$$

$$\text{folgt: } E_{\perp} = \frac{E_{Matrix}^* \cdot (1 + 0.85\varphi^2)}{\varphi \cdot E_{Matrix}^* / E_{Faser} + (1 - \varphi)^{1.25}} \quad (2.4)$$

$$\text{und } G_{II,\perp} = \frac{G_{Matrix} \cdot (1 + 0.6\varphi^{0.5})}{\varphi \cdot G_{Matrix} / G_{Faser} + (1 - \varphi)^{1.25}}. \quad (2.5)$$

Eine einheitliche und vor allem allgemein gültige Mischungsregel wurde bisher nicht ermittelt. Entsprechend der Faser-Matrix-Kombination gibt es Abweichungen zu experimentell ermittelten E- bzw. Schubmoduln. Die numerischen Betrachtungen in dieser Arbeit wurden mit Werkstoffkennwerten aus der Literatur, wie in Kapitel 6 beschrieben, durchgeführt.

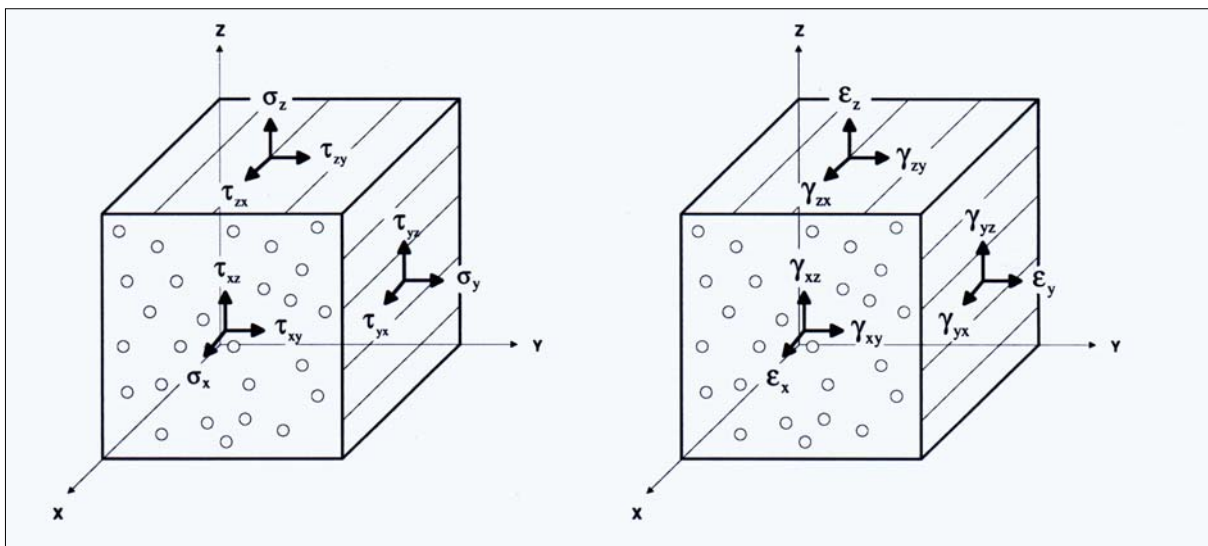
## 2.2. Materialmodell und Methoden

### 2.2.1. Die Formulierung der Deformations- und Spannungsanalyse

Eingangs sollen zunächst die grundsätzlichen Konventionen erläutert werden, die für eine makromechanische Analyse unidirektionaler Mehrschichtverbunde von FKV getroffen werden. Dazu wird das Materialmodell vorgestellt, das im weiteren Verlauf der Arbeit zur Anwendung kommt. Des Weiteren werden die Grundlagen der Spannungs- und Dehnungsanalyse von FKV, die als Voraussetzung zur Beurteilung von Versagenkriterien anzusehen sind, in Kurzform erläutert.

Im Hinblick auf die rechen- und konstruktionstechnische Praxis ist es sinnvoll, jede einzelne Schicht als kleinstes makromechanisches Element zu betrachten. Wie in Abschnitt 1.2 erläutert, wird die Spannungs- und Dehnungsanalyse schichtweise durchgeführt. Innerhalb dieser Analyse wird die UD-Schicht als defektfreies, quasi-homogenes Kontinuum mit homogenisierten anisotropen Materialeigenschaften betrachtet. Hierdurch wird die Berechnung von makroskopischen Spannungen und Dehnungen, gemittelt über die Faser- bzw. Matrixquerschnitte, möglich.

Es wird ein kartesisches Koordinatensystem  $(x, y, z)$  in einer Schichtebene definiert. Die  $x$ -Achse definiert die Längsrichtung der Fasern, die  $y$ -Achse steht orthogonal in der Schichtebene zur  $x$ -Achse und die  $z$ -Achse steht senkrecht auf der  $x$ - $y$ -Ebene (siehe Abb. 2.2).



**Abb.2.2:** Schematische Darstellung des Spannungs- und Verzerrungstensors am unidirektionalen Schnittelement

Im weiteren Verlauf werden folgende Bezeichnungen für die vektorielle Darstellung des Spannungstensors  $\sigma$  und des Verzerrungstensors  $\varepsilon$  im  $x, y, z$ -Koordinatensystem verwendet.

$$= (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy})^T = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12})^T = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6)^T \quad (2.6)$$

$$= (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy})^T = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, 2\varepsilon_{23}, 2\varepsilon_{13}, 2\varepsilon_{12})^T = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6)^T \quad (2.7)$$

Es wird dabei folgende Symmetrie vorausgesetzt:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad \text{und} \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \quad \text{mit} \quad i, j = 1, \dots, 3 \quad (2.8)$$

Im weiteren Verlauf der Arbeit ist der Begriff ebener Spannungszustand gleichbedeutend mit der Darstellung  $= (\sigma_x, \sigma_y, 0, 0, 0, \tau_{xy})^T$ . Beim erweiterten Hookeschen Gesetz lässt sich für anisotrope Materialien mit Hilfe des Elastizitätstensors  $C$  folgende Beziehung zwischen Spannungs- und Verzerrungstensor nach ALTENBACH und KISSING [2] aufstellen.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & SYM & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Der Elastizitätstensor besitzt 21 unabhängige Kennwerte  $C_{ij}$ . Eine UD-Schicht besitzt Materialeigenschaften, die symmetrisch zur  $(x, y)$ - , zur  $(y, z)$ - sowie zur  $(x, z)$ -Ebene sind. Dadurch vereinfacht sich das Hookesche Gesetz zu:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Zwischen den neun verbleibenden unabhängigen Werten des Elastizitätstensors gibt es unter der Benutzung der Querkontraktionszahlen  $\nu_{ij}$  mit den E-Modulen  $E$  und den Schubmodulen  $G$  in Richtung der Materialachsen folgenden Zusammenhang:

$$C_{11} = [(1 - \nu_{yz}\nu_{zy})E_x] / \Delta \quad C_{12} = [(\nu_{xy} + \nu_{zy}\nu_{xz})E_y] / \Delta \quad C_{44} = G_{yz} \quad (2.11)$$

$$C_{22} = [(1 - \nu_{xz}\nu_{zx})E_y] / \Delta \quad C_{13} = [(\nu_{xz} + \nu_{xy}\nu_{yz})E_z] / \Delta \quad C_{55} = G_{xz} \quad (2.12)$$

$$C_{33} = [(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})E_z] / \Delta \quad C_{23} = [(\nu_{yz} + \nu_{yx}\nu_{xz})E_x] / \Delta \quad C_{66} = G_{xy} \quad (2.13)$$

$$\Delta = 1 - \nu_{xy}\nu_{yx} - \nu_{xz}\nu_{zx} - \nu_{yz}\nu_{zy} - 2\nu_{yx}\nu_{xz}\nu_{zy}$$

$$= 1 - \nu_{xy}^2 E_x / E_y - \nu_{xz}^2 E_x / E_z - \nu_{yz}^2 E_y / E_z - 2\nu_{xy}\nu_{xz}\nu_{yz} E_x / E_z \quad \text{mit} \quad \nu_{ij} / E_i = \nu_{ji} / E_j \quad (2.14)$$

Die Festigkeit verhält sich als Materialeigenschaft ebenfalls orthotrop. Folgende Basisfestigkeiten einer UD-Schicht lassen sich in Bezug auf die einachsigen Belastungszustände definieren:

Basisfestigkeit	zugehörige Beanspruchungsart
$R_x^{(+)}$	reine Zugbeanspruchung $\sigma_x$
$R_x^{(-)}$	reine Druckbeanspruchung $-\sigma_x$
$R_y^{(+)}$	reine Zugbeanspruchung $\sigma_y$
$R_y^{(-)}$	reine Druckbeanspruchung $-\sigma_y$
$R_z^{(+)}$	reine Zugbeanspruchung $\sigma_z$
$R_z^{(-)}$	reine Druckbeanspruchung $-\sigma_z$
$R_{xy}$	reine Schubbeanspruchung $\tau_{xy}$
$R_{xz}$	reine Schubbeanspruchung $\tau_{xz}$
$R_{yz}$	reine Schubbeanspruchung $\tau_{yz}$

**Tab.2.1:** Basisfestigkeiten im (x, y, z)-System

Bei der phänomenologischen Analyse einer UD-Schicht hat sich ein vereinfachtes Abbild orthotropen Materialverhaltens durchgesetzt. Es wird angenommen, dass bei den Materialeigenschaften keine Richtungsabhängigkeit in der y-z-Ebene besteht und sich diese bei einer Rotation um die x-Achse nicht ändern. Diese Symmetrie wird als transversale Isotropie bezeichnet und erfordert folgende Relationen:

$$E_y = E_z; \quad G_{xy} = G_{xz}; \quad \nu_{xy} = \nu_{xz}; \quad G_{yz} = \frac{E_y}{2(1 + \nu_{yz})} \quad (2.15)$$

Damit vereinfacht sich das Hookesche Gesetz (vgl. zur Orthotropie) weiterhin zu:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{22} - C_{23})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Letztlich verbleiben fünf unabhängige Elastizitätskennwerte, wobei bei transversal isotropem Verhalten für die Festigkeiten der Einzelschicht gilt:

$$R_z^{(+)} = R_y^{(+)} \quad (2.17)$$

$$R_z^{(-)} = R_y^{(-)} \quad (2.18)$$

$$R_{xz} = R_{xy} \quad (2.19)$$

Damit reduzieren sich die Festigkeitsparameter für transversal isotrope Schichten zunächst auf sechs. Laut PUCK [121] ist die Festigkeit  $R_{yz}$  bei spröden FKV nicht messbar. Dadurch resultieren für FKV fünf unabhängige Festigkeitsparameter  $R_x^{(+)}, R_x^{(-)}, R_y^{(+)}, R_y^{(-)}$  und  $R_{xy}$ . Diese können mittels standardisierter empirischer Verfahren analysiert werden.

Nachfolgend sollen hier noch zum Vergleich das Materialgesetz und die Festigkeitsparameter für isotrope Werkstoffe genannt werden:

$$\text{mit } E_x = E_y = E_z = E; \quad \nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yz} = \nu; \quad G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.20)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (C_{11} - C_{12})/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Es existieren somit drei unabhängige Kennwerte der Matrix. Die nun verbleibenden unabhängigen Parameter sind die Zugfestigkeit  $R^{(+)}$ , die Druckfestigkeit  $R^{(-)}$  und die Schubfestigkeit  $R_s$ .

Analytische Lösungen für Platten und zylindrische Strukturen aus Laminatwerkstoffen wurden unter anderem von JAKOBI [71], NOOR und BURTON [116], PAGANO [117] sowie SRIVINAS [141] erarbeitet, bleiben jedoch auf wenige Beispiele beschränkt. Für komplexe Strukturen sind numerische Methoden unumgänglich. Zum Einsatz kommt dabei fast ausschließlich die FE-Methode. Dies ist sicher die allgemeingültigste Methode zur Auslegung von Faserverbundbauteilen. Inwieweit Voraussetzungen für die Anwendung einzelner FE-Programme erfüllt sein müssen, wie z.B. Orthotropie, Symmetrie zur Mittelebene, ebener Spannungszustand, etc., muss je nach eingesetztem Werkzeug in Erfahrung gebracht werden.

### 2.2.2. Die Kontinuumstheorie

Die Definition der Kontinuumstheorie ist orthotropes Materialverhalten, Symmetriebedingungen zur Mittelebene und ein ebener Spannungszustand. Bei der Kontinuumstheorie werden im Laminat Faser und Harz als fest verbunden angesehen. Hierbei wird bei der Spannungs-Dehnungsanalyse das Laminat als quasihomogenes Kontinuum mit iso- bzw. orthotropen Materialeigenschaften betrachtet. Die anisotropen Eigenschaften können dadurch ausgeschlossen werden, zugleich muss keine Biegung bzw. Torsion berücksichtigt werden.

Die Problemstellung reduziert sich bei der Ermittlung der Spannungen und Dehnungen von Laminaten auf die klassische Theorie dünner Scheiben.

Voraussetzung dafür ist die **klassische Laminattheorie**, für die folgende vereinfachten Vereinbarungen gelten:

- das orthotrope Laminat ist dünn ( $h \ll a, b$ )
- linear-elastisches Materialverhalten, geringe Dehnungen
- zwischen den Einzelschichten finden keine Verschiebungen statt
- die Einzelschichten besitzen homogenes, iso- bzw. orthotropes Materialverhalten

- Die Querschnitte bleiben unter Beanspruchung eben und normal bezüglich der Mittelebene (Kirchhoff'sche Plattenhypothese), damit verhält sich der Verbund Schubstarr

$$\gamma_{23} = \gamma_{13} = 0 \text{ bzw. } \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0$$

(gilt jedoch nicht für Einspannstellen)

- konstante Schichtdicke  $h$  ( $\varepsilon_z = 0$ ) bzw. ( $\varepsilon_3 = 0$ ).

Die Steifigkeiten  $C_{ij}$  werden mit Hilfe der für jede Schicht experimentell ermittelten Elastizitätskonstanten  $E_{ij}$ ,  $G_{ij}$  und  $\nu_{ij}$ , der Schichtdicken sowie der Faserausrichtung im Verhältnis zum globalen Koordinatensystem berechnet.

In Anlehnung an MICHAELI und WEGENER [101] ist in Abb. 2.3 der Ablauf der Berechnung dargestellt.

Abgekürzt erhält man für die Dehnungen in einem ideellen Querschnitt die Anteile:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

Beim Einsetzen in die Spannungs-Dehnungs-Beziehung ergibt sich somit für die Einzelschicht  $k$  im globalen System:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \cdot \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \right\} \quad (2.23)$$

sowie in verkürzter Form:

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k \cdot \{\varepsilon\}_k \quad (2.24)$$

Durch die Integration der Schichtspannungen über die Laminatdicke werden die resultierenden Kräfte und Momente wie folgt definiert:

$$N_i = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_i dz \quad i = 1,2,6 \quad (2.25)$$

$$M_i = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_i z dz \quad i = 1,2,6 \quad (2.26)$$



Werden die Spannungen aus Gleichung 2.23 in die Beziehungen 2.25 und 2.26 eingesetzt und integriert über die Laminatdicke  $h$ , so erhält man vereinfacht mit den Dehnsteifigkeiten

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \cdot (z_k - z_{k-1}) \quad (2.27)$$

den Kopplungssteifigkeiten

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \cdot (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (2.28)$$

und den Biegesteifigkeiten

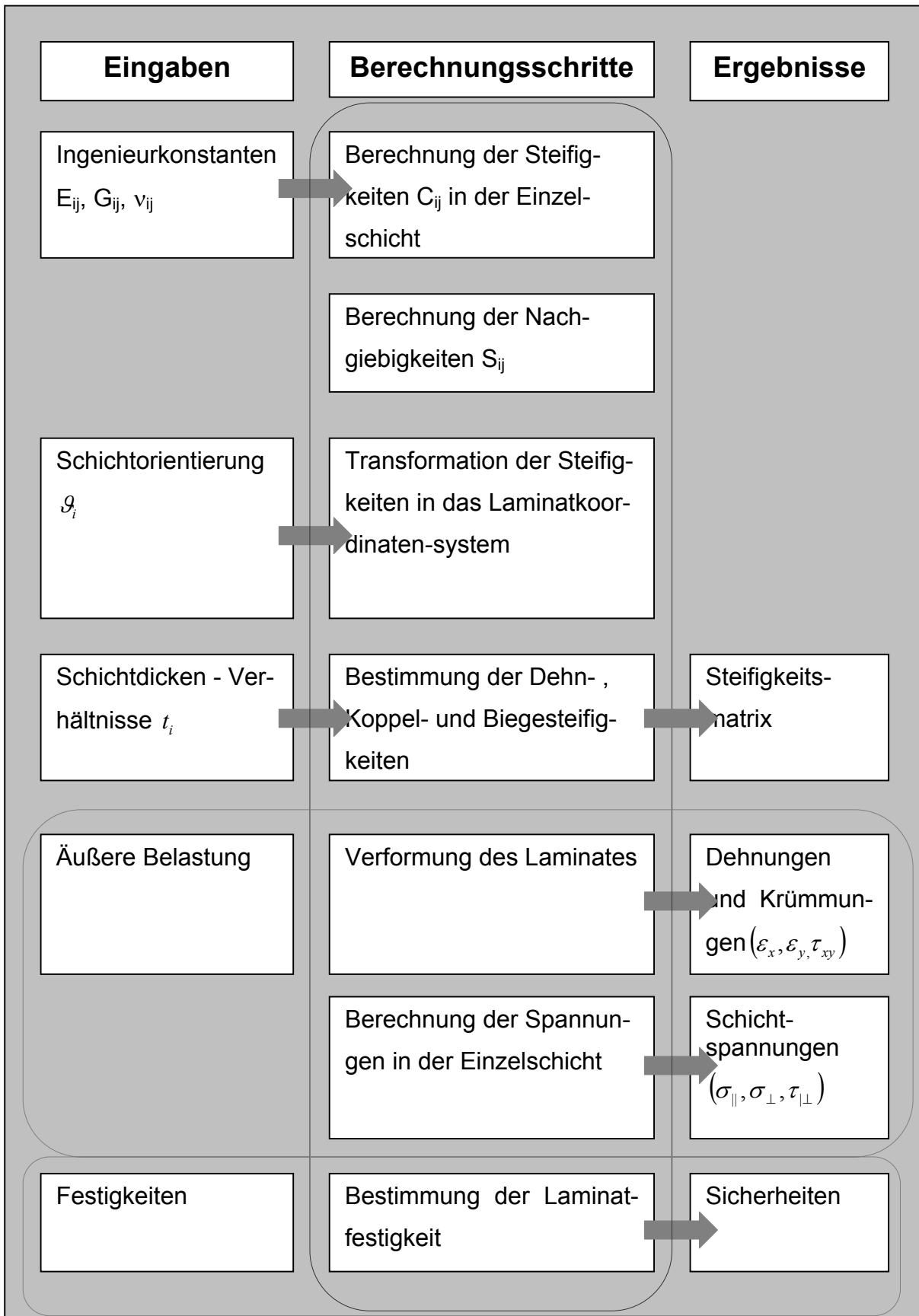
$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \cdot (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.29)$$

die Matrix der Plattensteifigkeiten  $([A],[B],[D])$ . Sie wird als ABD-Matrix bezeichnet und beschreibt das Verhalten eines Laminates in der Mehrschichttheorie vollständig.

Die verkürzte Schreibweise lautet:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

Da FKV eine vergleichsweise geringe Querschubsteifigkeit besitzen und die Querschubverformungen nur für dünnwandige Strukturen vernachlässigbar sind, ist der Gültigkeitsbereich der Laminattheorie auf Schlankheitsgrade größer ca. 25 beschränkt [2]. Durch einen entsprechenden Lagenaufbau lassen sich die spezifischen Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften einer Bauteilstruktur so modifizieren, dass die Randbedingungen bzw. Restriktionen meist gut erfüllt werden.



**Abb.2.3:** Schematische Darstellung des Berechnungsablaufes nach der Kontinuumstheorie in Anlehnung an MICHAELI und WEGENER [101]

### 2.3. Die Versagensanalyse von FKV unter quasistatischer Belastung

An dieser Stelle wird kein komplexer Überblick über alle existierenden Versagens-theorien, sondern lediglich über einige der heute angewandten Methoden gegeben. Grundlegende Voraussetzung für eine fundierte Versagensanalyse ist eine exakte Berechnung des vollständigen, dreidimensionalen Deformations- und Spannungszustandes.

Für eine vertiefte Darstellung der Versagenskriterien wird auf die angegebene Literatur verwiesen. Die Versagenskriterien für FV-Werkstoffe werden grundsätzlich unter Benutzung von Spannungen und Dehnungen formuliert. In Hinblick auf die praktische Anwendung werden allgemein spannungsbasierte Versagenskriterien verwendet. Offen ist, wie bei zusammengesetzter Beanspruchung die Interaktion einzelner Komponenten des Spannungstensors beim Versagen realitätsnah beschrieben werden kann. Wesentlichen Einfluss auf das Versagen hat das Materialverhalten des jeweiligen Werkstoffes. Auch die Kombination von Spannungskomponenten kann besonders kritisch für die Tragfähigkeit sein. Deshalb ist es erforderlich, dass für verschiedene Werkstoffe auch verschiedene Versagenshypothesen zur Anwendung kommen. Die nachfolgend genannten Hypothesen stellen die wichtigsten Grundsätze für spannungsbasierte Versagenskriterien dar.

#### - Gestaltänderungsenergie-Hypothese:

Die elastische Energie, die bei der Verformung eines Körpers reversibel in diesem gespeichert wird, lässt sich in zwei Teile aufspalten. Die Gestaltänderungsenergie-Hypothese besagt, dass das Versagen abhängig vom Spannungszustand durch Fließen erfolgt und ausschließlich durch Gestaltänderung verursacht wird.

Darauf aufbauend entwickelte VON-MISES [104] folgendes Kriterium für den ebenen (2.31) und den dreidimensionalen Spannungszustand (2.32).

$$\frac{\sigma_x^2}{R^2} + \frac{\sigma_y^2}{R^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{R^2} + \frac{3\tau_{xy}^2}{R^2} = 1 \quad (2.31)$$

$$\frac{1}{R} \sqrt{3J_2} = 1 \quad (2.32)$$

Die zweite Invariante des Spannungsdeviators berechnet sich wie folgt:

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji} = \frac{1}{6} [(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2] \quad (2.33)$$

Die Hauptnormalspannungen  $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$  werden als Lösung der Gleichung :

$$\det(-\lambda I) = \det \begin{bmatrix} \sigma_x - \lambda & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \lambda & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \lambda \end{bmatrix} = \lambda^3 - I_1 \lambda^2 + I_2 \lambda - I_3 = 0 \quad (2.34)$$

angegeben mit:

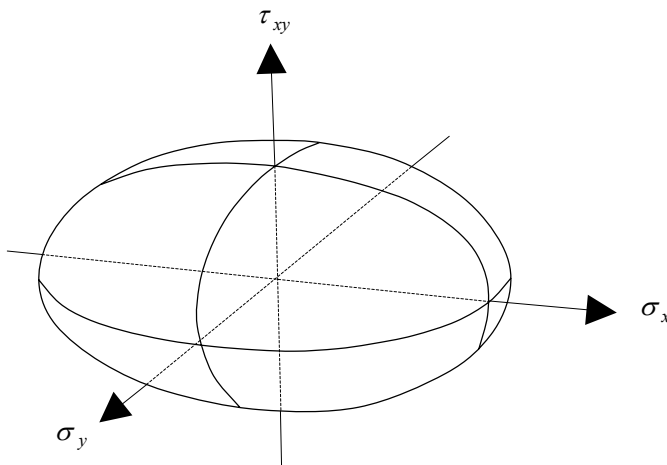
$$\sigma_I = \frac{I_1}{3} + \frac{2}{3} \sqrt{I_1^2 - 3I_2} \cos\left(\frac{\alpha}{3}\right) \quad (2.35)$$

$$\sigma_{II} = \frac{I_1}{3} + \frac{2}{3} \sqrt{I_1^2 - 3I_2} \cos\left(\frac{\alpha}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.36)$$

$$\sigma_{III} = \frac{I_1}{3} + \frac{2}{3} \sqrt{I_1^2 - 3I_2} \cos\left(\frac{\alpha}{3} + \frac{4\pi}{3}\right) \quad (2.37)$$

$$\text{mit } \alpha = \arccos \left[ \frac{2I_1^3 - 9I_1 I_2 + 27I_3}{2(I_1^2 - 3I_2)^{3/2}} \right] \quad (2.38)$$

Entsprechend der getroffenen Annahmen und der Voraussetzung von Fließversagen ist das Kriterium für FKV ungeeignet und nur für isotrope duktile Werkstoffe anwendbar. Um die Fließfestigkeit R für isotrope Werkstoffe zu bestimmen, existieren DIN-Versuche. In Abb. 2.4 wird die Hypothese der Gestaltänderungsenergie in Form von Normal- und Schubspannungen verdeutlicht.



**Abb. 2.4:** Versagenskörper eines isotropen Werkstoffes nach der Gestaltänderungsenergie-Hypothese

Neben dem Versagen durch Fließen oder Gleitbruch gibt es verschiedene Versagenskriterien für Sprödbruch.

**- Hypothese der maximalen Normalspannung:**

*Das Versagen wird zum einen durch die größte, die Festigkeit bezüglich einachsiger Zugbeanspruchung überschreitende Normalspannung oder durch die kleinste, die Festigkeit durch einachsige Druckbeanspruchung überschreitende Normalspannung unabhängig von der Größe anderer wirkender Spannungen verursacht.*

Das Kriterium ist auf spröde Werkstoffe anzuwenden, wenn ein Bruch senkrecht zur Richtung der größten Hauptnormalspannung  $\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$  eintritt. Von Sprödbruch wird dann gesprochen, wenn dem Bruch keine makroskopischen plastischen Verformungen vorausgehen MUNZ [110].

**- Hypothese der maximalen Schubspannung:**

*Das Versagen wird durch eine die Festigkeit durch reine Schubbeanspruchung überschreitende Schubspannung unabhängig vom Betrag anderer auftretender Spannungen verursacht.*

Anwendbar ist diese Versagensthypothese für Werkstoffe mit ausgeprägter Fließgrenze. Die maximale Schubbeanspruchung kann wie folgt berechnet werden:

$$\tau_{\max} = \frac{\max|\sigma_i - \sigma_j|}{2}; \quad i, j = I, II, III \quad (2.39)$$

Die Gleichung (2.39) ermöglicht die Ermittlung der für alle möglichen Transformationen maximal auftretenden Schubspannung.

**- Mohrsche Festigkeitshypothese:**

*Die Fließgrenze eines Materials wird ausschließlich durch die Spannungen der Bruch- oder Fließebene bestimmt.*

Bei dem von MOHR [106] verallgemeinertem Ansatz tritt die kritischste Kombination der Einzelspannungen in der Versagensebene auf. Die Problematik besteht bei dieser Versagensthypothese darin, dass die Bestimmung der Bruch- bzw. Fließebene

nur durch die Lösung eines Extremwertproblems möglich ist. In der Ebene mit der maximalen Materialanstrengung wird dann fließendes Versagen bzw. der Bruch auftreten. Im Folgenden werden die Normalspannungen der Bruchebene mit  $\sigma_N$  und die Schubspannungen mit  $\tau_{NT}$  sowie mit  $\tau_{NL}$  bezeichnet. Geometrisch lässt sich nach [74] dies durch eine Spannungsfläche im Spannungsraum wie folgt interpretieren

$$A_{Mohr} = A_{Mohr}(\sigma_N(\Theta, \varphi), \tau_{NT}(\Theta, \varphi), \tau_{NL}(\Theta, \varphi)); \quad 0 \leq \Theta, \varphi \leq \pi \quad (2.40)$$

Die Spannungsfläche wird durch die Endpunkte des Spannungsvektors  $\vec{\sigma}_{Mohr} = (\sigma_N(\theta, \varphi), \tau_{NT}(\theta, \varphi), \tau_{NL}(\theta, \varphi))^T$  definiert. (2.41)

Die Spannungen  $\sigma_N$ ,  $\tau_{NT}$  und  $\tau_{NL}$  ergeben sich aus den Gleichungen (4.42) bis (2.44). Jeder Spannungszustand ist somit einer Spannungsfläche  $A_{Mohr}$  zugeordnet.

$$\sigma_N = (\sigma_x \cos^2 \varphi + \sigma_y \sin^2 \varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi) \sin^2 \theta + \sigma_z \cos^2 \theta + (\tau_{xz} \cos \varphi + \tau_{yz} \sin \varphi) \sin 2\theta \quad (2.42)$$

$$\tau_{NT} = \frac{1}{2} (\sigma_x \cos^2 \varphi + \sigma_y \sin^2 \varphi - \sigma_z + \tau_{xy} \sin 2\varphi) \sin 2\theta + (\tau_{xz} \cos \varphi + \tau_{yz} \sin \varphi) (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (2.43)$$

$$\tau_{NL} = \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \sin 2\varphi + \tau_{xy} \sin \theta \cos 2\varphi - (\tau_{xz} \sin \varphi - \tau_{yz} \cos \varphi) \cos \theta \quad (2.44)$$

Die konzeptionell vorgestellte Mohrsche Festigkeitshypothese ist für alle Werkstoffe gültig. Dies gilt insbesondere für anisotrope Werkstoffe, da das Versagen unter räumlicher Beanspruchung zumeist komplexer als bei isotropen Material ist.

Weiterhin existiert noch eine Vielzahl von globalen Versagenskriterien, wie z.B. die Sandel'sche- oder die Kuhn'sche Bruchhypothese, auf die aber im Verlauf der Arbeit nicht näher eingegangen wird.

Die verschiedenen Bruchphänomene setzen ein homogenes, isotropes Kontinuum voraus. Faserverbundwerkstoffe besitzen diese Eigenschaft jedoch nicht. Anders als bei isotropen Werkstoffen, ist es bei Faserkunststoffverbunden nicht möglich, einen Spannungszustand ohne Verlust auf die Hauptspannungen zu transformieren. Hierbei sind keine Hauptspannungszustände, sondern Normal- und Schubspannungen in den Anisotropiehauptachsen zu berücksichtigen.

Es können grundsätzlich zwei Gruppen von Versagenshypothesen unterschieden werden:

- Versagen der Einzelschicht
- Versagen eines Mehrschichtlaminates (First Ply- und Last Ply Failure).

Die Gestaltänderungsenergie-Hypothese ist dabei die Basis der Kriterien zum Versagen einer Einzelschicht für isotrope Werkstoffe. Die Erweiterung dieser Hypothese für orthotropes Material geht auf HILL [63] zurück. Hill fügte das orthotrope Fließkriterium als quadratisches Polynom ein, welches wiederum für den Sonderfall der Anisotropie, die Isotropie, in das von-Mises'sche Kriterium übergeht.

Die Verknüpfung der Festigkeitsparameter des Kriteriums nach Hill mit den analytisch ermittelten Verbundfestigkeiten der Materialachsen wurde von TSAI und WU [148] vorgenommen. Von ihnen wurde das Tsai-Hill-Versagenskriterium eingeführt.

Das in der Arbeit verwendete Versagenskriterium kann, wie in Kapitel 6 dargestellt, durch das Tsai-Wu-Kriterium alternativ ersetzt werden. Das Tsai-Hill-Kriterium wurde speziell wegen der einfachen Handhabung eingesetzt.

TSAI und WU haben ein Kriterium für orthotrope Materialien entwickelt, wobei aus experimenteller Sicht grundlegende Annahmen für die Materialtensoren **A** bzw. **B** getroffen wurden:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_x^{(+)}} - \frac{1}{R_x^{(-)}} & & & & & & \\ & \frac{1}{R_y^{(+)}} - \frac{1}{R_y^{(-)}} & & & & & \\ & & \frac{1}{R_z^{(+)}} - \frac{1}{R_z^{(-)}} & & & & \\ & & & 0 & & & \\ & & & & 0 & & \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_x^{(+)}R_x^{(-)}} & F_{12i}\sqrt{B_{11}B_{22}} & F_{13i}\sqrt{B_{11}B_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{R_y^{(+)}R_y^{(-)}} & B_{22} - \frac{1}{2R_{yz}^2} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{R_z^{(+)}R_z^{(-)}} & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2(B_{22} - B_{23}) & 0 & 0 \\ & SYM & & & \frac{1}{R_{xz}^2} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{R_{xy}^2} \end{bmatrix}$$

Damit lautet die Gleichung:

$$F(\sigma_i) = A_i\sigma_i + B_{ij}\sigma_i\sigma_j = 1 \quad (2.45)$$

detailliert:

$$\begin{aligned} & A_1\sigma_x + B_{11}\sigma_x^2 + A_2\sigma_y + 2B_{12}\sigma_x\sigma_y + B_{22}\sigma_y^2 + A_3\sigma_z \\ & + 2B_{23}\sigma_y\sigma_z + 2B_{33}\sigma_z^2 + B_{44}\tau_{yz}^2 + B_{55}\tau_{xz}^2 + B_{66}\tau_{xy}^2 = 1 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Da der Versagenskörper im  $(\sigma_{II}, \sigma_{\perp}, \tau_{II,\perp})$ -Raum geschlossen ist, muss gelten:

$$-1 \leq F_{12i} \leq 1 \quad (2.47)$$

$$-1 \leq F_{13i} \leq 1 \quad (2.48)$$

Der Bruchkörper entspricht einem Ellipsoid, der im Spannungsraum definiert ist. Aufgrund dessen, dass das Versagenskriterium nicht homogen ist, muss zur Bestimmung der Materialanstrengung  $M$  die in (2.49) dargestellte Gleichung gelöst werden,

$$\text{mit } c = B_{11}\sigma_x^2 + B_{22}\sigma_y^2 + B_{33}\sigma_z^2 + 2B_{12}\sigma_x\sigma_y + 2B_{13}\sigma_x\sigma_z + 2B_{23}\sigma_y\sigma_z + B_{44}\tau_{yz}^2 + B_{55}\tau_{xz}^2 + B_{66}\tau_{xy}^2$$

$$\text{und } d = A_1\sigma_x + A_2\sigma_y + A_3\sigma_z$$

$$\text{zu } M = \frac{2c}{\sqrt{4c + d^2} - d}. \quad (2.49)$$

Bei transversal isotropen Materialien mit weiteren Symmetrierandbedingungen entsprechend der Gleichungen (2.17) bzw. (2.19) gilt demzufolge

$$A_2 = A_3; B_{12} = B_{13}; B_{22} = B_{33}; B_{55} = B_{66}, \quad (2.50)$$



damit vereinfacht sich das Kriterium weiterhin zu

$$\begin{aligned} & A_1 \sigma_x + B_{11} \sigma_x^2 + A_2 (\sigma_y + \sigma_z) + 2B_{12} \sigma_x (\sigma_y + \sigma_z) \\ & + B_{22} (\sigma_y^2 + \sigma_z^2) + 2B_{23} \sigma_y \sigma_z + B_{44} \tau_{yz}^2 + B_{55} (\tau_{xz}^2 + \tau_{xy}^2) = 1. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Nachfolgend soll das Tsai-Wu-Kriterium näher veranschaulicht werden:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_x^2}{R_x^{(+)} R_x^{(-)}} + \frac{2F_{12i} \sigma_x \sigma_y}{\sqrt{R_x^{(+)} R_x^{(-)} R_y^{(+)} R_y^{(-)}}} + \frac{\sigma_y^2}{R_y^{(+)} R_y^{(-)}} + \frac{\tau_{xy}^2}{R_{xy}^2} \\ & + \sigma_x \left( \frac{1}{R_x^{(+)}} - \frac{1}{R_x^{(-)}} \right) + \sigma_y \left( \frac{1}{R_y^{(+)}} - \frac{1}{R_y^{(-)}} \right) = 1 \end{aligned} \quad (2.52)$$

Durch Wu [155] wurde nachgewiesen, dass die Mehrzahl der zuvor entwickelten globalen Kriterien Sonderfälle des Tsai-Wu-Kriteriums darstellen. So erhält man

$$\text{mit } R_x^{(+)} = R_x^{(-)} = R_x; \quad R_y^{(+)} = R_y^{(-)} = R_y; \quad A_1 = A_2 = 0; \quad F_{12i} = -\frac{1}{2} \frac{R_y}{R_x}$$

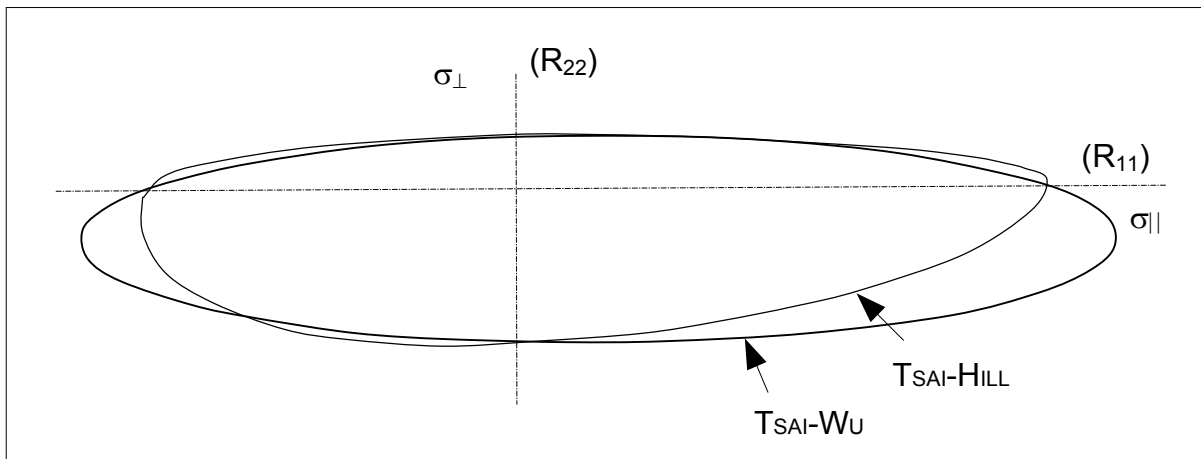
das Tsai-Hill-Kriterium:

$$\frac{\sigma_x^2}{R_x^2} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{R_x^2} + \frac{\sigma_y^2}{R_y^2} + \frac{\tau_{xy}^2}{R_{xy}^2} = 1. \quad (2.53)$$

Durch den Vergleich mit Gleichung (2.31) wird dargestellt, dass alle Kriterien vom Typus Tsai-Wu im Grundprinzip auf ein auf orthotrope Werkstoffe erweitertes von-Mises-Kriterium zurückgehen. So wurde bei den Tensoren teilweise explizit auf Konformität zum von-Mises-Kriterium geachtet.

Die Hypothese: „Versagen findet unabhängig vom Spannungszustand durch Fließen statt und wird ausschließlich durch Gestaltänderung verursacht“ gilt ausschließlich für duktile Werkstoffe. Sie beruht auf den beim von-Mises-Kriterium festgelegten Annahmen. Das Tsai-Hill-Versagenskriterium wurde ausgewählt, weil es aufgrund der bereits genannten Vereinfachungen in der Rechenpraxis besonders einfach anzuwenden ist. Es erlaubt keine Aussage, ob Faserbruch **Fb** oder Zwischenfaserbruch **Zfb** in der Einzelschicht zu erwarten ist, sondern bietet nur Informationen über die Bruchreserve.

Für die Analysen standen im Bearbeitungszeitraum das Tsai-Hill- bzw. das Tsai-Wu-Kriterium zu Verfügung. Ein Vergleich zwischen den beiden Kriterien ist in Abb. 2.5 zu sehen.



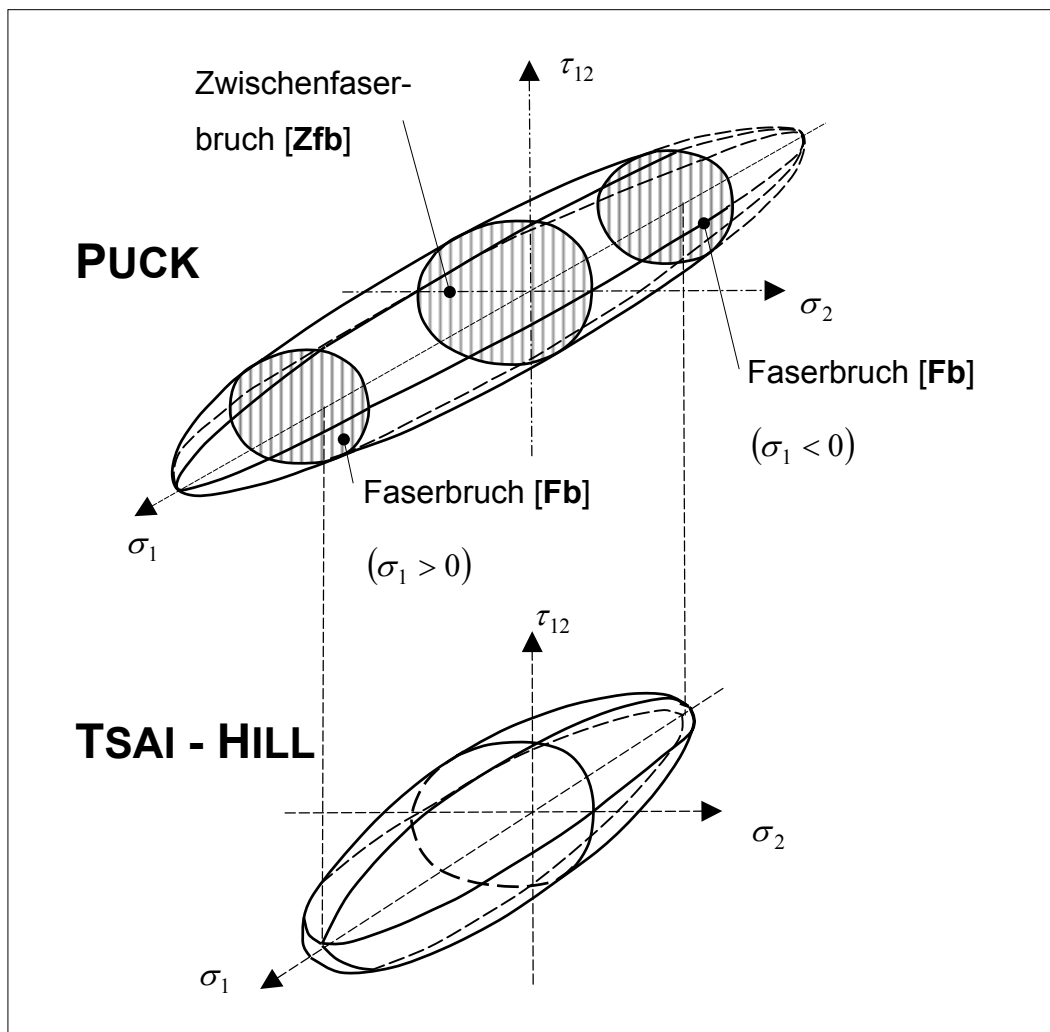
**Abb. 2.5:** Vergleich der Versagensellipsen von Tsai-Hill und Tsai-Wu

Speziell unter 2-achsigem Spannungszustand sagt Tsai-Wu eine höhere ertragbare Querspannung bei gleichzeitiger Zugbelastung voraus. Durch das einfach anwendbare Tsai-Hill-Versagenskriterium werden daher gegenüber dem Tsai-Wu-Kriterium in der Rechenpraxis eher geringfügig konservative Ergebnisse erzielt. Der Tsai-Hill-Versagenskörper ist im  $(\sigma_{||}, \sigma_{\perp}, \tau_{||,\perp})$ -Raum ein geschlossener Ellipsoid, der die 1. Hauptspannungsrichtung ( $\sigma_{||}$ ) nicht in dem Maße beschreibt wie das Tsai-Wu-Kriterium.

Es existieren weiterhin eine Vielzahl an ebenen Versagenskriterien. Einen Überblick über die existierenden Kriterien hat z.B. NAHAS [115] gegeben. Eine deutliche Empfehlung wird jedoch nicht ausgesprochen. Von der **E**uropean **S**pace **A**gency **ESA** [31] ist ebenfalls der Versuch unternommen worden, 19 Kriterien in Bezug auf die benutzte Interaktionshypothese zu systematisieren. Hervorzuheben ist die von HINTON et al. [65] initiierte „Failure Exercise“, die einen Vergleich unterschiedlicher Kriterien hinsichtlich ihrer Fähigkeiten zum Ziel hat. Als Resultat wurde u.a. das Kriterium von Puck als eines der Besten empfohlen.

Die theoretischen Versagenskriterien bei Einzelschichtversagen sind sehr grob dem realen Bruchverhalten angenähert. In der Realität hingegen existieren drei verschiedene Arten des Versagens einer Einzelschicht: Faser- und Matrixbruch sowie Versagen der Grenzfläche. Es ist jedoch nicht möglich, zwischen einem Versagen der Faser-Matrix-Grenzfläche und einem reinen Matrixbruch zu differenzieren, denn diese treten in der Regel gleichzeitig auf. Aufgrund dessen wird lediglich in Faser- und Zwischenfaserbruch unterschieden. Es gibt weitere Bruchkriterien, die Mehrfachbruch berücksichtigen. Für jede der Versagensformen - Faserbruch und Zwischenfaser-

bruch - wird ein Kriterium angeboten. Die Unterscheidung der Bruchart wurde z.B. von PUCK [122] dargestellt. Der Puck'sche Versagenskörper entspricht einer beidseitig abgeschnittenen Zigarre. Ähnlich dem Tsai-Hill-Kriterium müssen hier genauso die, je nach Vorzeichen der wirkenden Spannungen, Zug- bzw. Druckfestigkeiten eingesetzt werden (Abb. 2.6). Die Bruchfigur (Bruchzigarre) nach Tsai-Hill stellt demzufolge ein sehr ‚konservatives‘ Bruchkriterium dar, welches die gerichteten Eigenschaften der Faser sehr ‚vorsichtig‘ ausschöpft. Bei HASHIN [60] werden aufgrund seiner komplexen Versagenshypothese vier Versagensformen geführt.



**Abb.2.6:** Versagenskörper als Bruchzigarre - Fb- und Zfb-Bedingung nach Puck und Tsai-Hill

Bei CUNTZE [25], der ebenfalls ein Kriterium für Zfb auf Grundlage der Spannungsinvarianten entwickelte, werden die Spannungsterme der dritten Potenz zugelassen.

Beim Versagen in einem Mehrschichtlaminat wird grundsätzlich zwischen zwei Hypothesen differenziert:

Die FPF- Hypothese sagt aus, dass in keiner Schicht Faserbruch bzw. Zwischenfaserbruch auftreten darf. Es ist vom jeweiligen Anwendungsfall abhängig, ob die FPF-Hypothese zulässig ist. Zwischenfaserbrüche können ggfs. toleriert werden, da die intakten Fasern Lasten übertragen können.

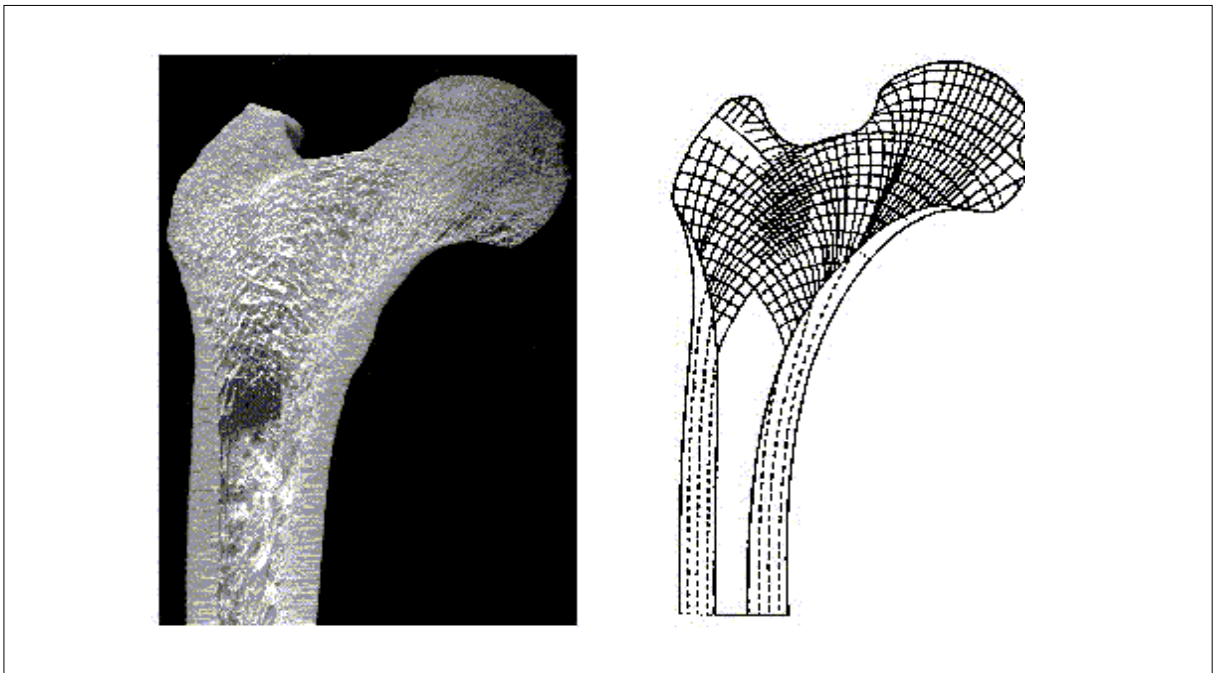
Die LPF-Hypothese lässt aber das Versagen einer bzw. mehrerer Schichten zu. Als relevante Bruchlast wird die Belastung herangezogen, die das Versagen der letzten intakten Schicht verursacht. Weitere Ansätze dazu gibt es z.B. von PUCK [122].

In der Industrie wird oft nach der FPF-Hypothese dimensioniert, obwohl die maximalen Festigkeitswerte von Faserverbunden weitaus höher sind als die konservativen rechnerischen Werte.

### 3. Strukturoptimierung auf Grundlage biologischer Designfindung

Ziel der Anwendung bionischer Aspekte bei Optimierungsvorgängen ist, mit Hilfe der von der Natur „abgeschauten“ Prinzipien die Gestalt von Bauteilen so zu optimieren, dass die Eigenschaften eines Materials effektiv ausgenutzt werden.

Dabei werden natürliche Wachstumsprinzipien in einen iterativen Prozess umgesetzt, sodass eine Simulation am Rechner möglich wird. Das Hauptziel dieser Programme ist eine möglichst gleichmäßige Spannungsverteilung im Bauteil, welches durch eine Belastungsverteilung von hochbelasteten auf geringer belastete Bereiche und somit der Optimierung der Materialverteilung erreicht wird. Dadurch ist eine gezielte Masseoptimierung von Bauteilen möglich. Zur Realisierung dieses Zieles existieren mehrere Ansätze. Zum einen besteht die Möglichkeit, das Wachstumsverhalten des menschlichen Knochengewebes zu simulieren (SKO-Methode), um die globale Materialverteilung zu berechnen (MATHECK).



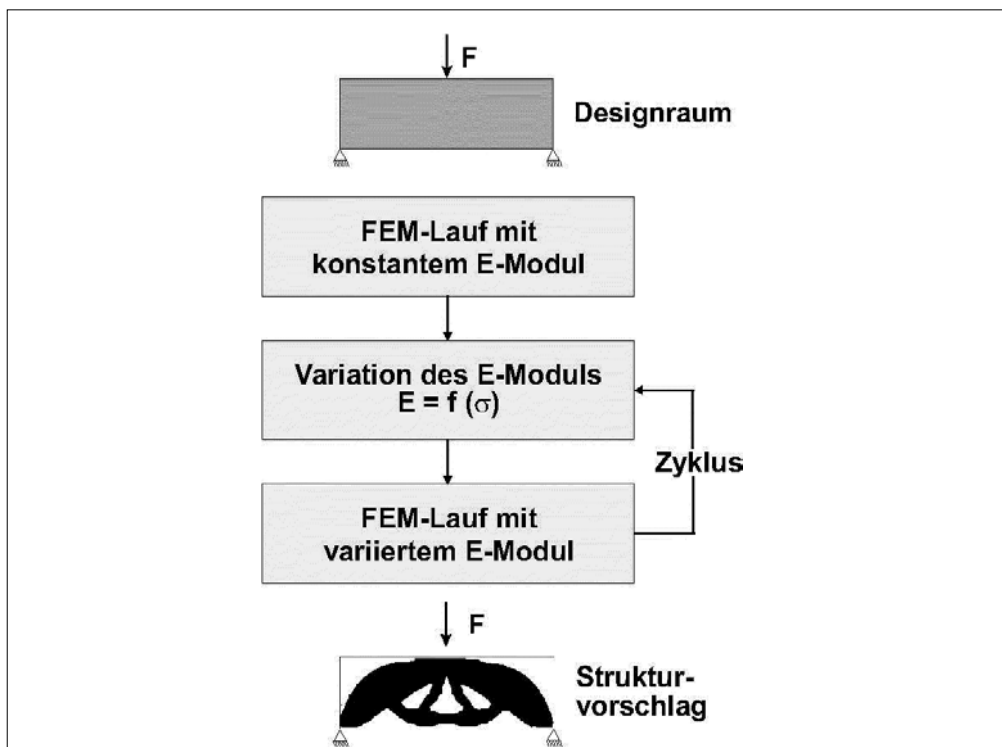
**Abb.3.1:** Schnitt durch menschlichen Femur und Verlauf der Spannungstrajektorien nach MATHECK [97]

Zum anderen ist es möglich, durch gezieltes Wachstum von hochbelasteten Bereichen, wie es bei Bäumen zu beobachten ist, eine lokale Feinoptimierung an der Bauteiloberfläche durchzuführen (CAO-Methode). Diese ist speziell anwendbar bei der Gestaltung von Kerbformen, der Optimierung der Dauerfestigkeit von Strukturen und der Feinoptimierung von SKO-Vorschlägen.

Die SKO-Methode simuliert die adaptiven Mineralisationsvorgänge bei Wachstumsprozessen des menschlichen Knochens (siehe Abb. 3.1). Das entstandene Programm findet nach dem Axiom der konstanten Spannungen die optimale Topologie mit Hilfe des festigkeitsbasierenden Kriteriums der von Mises'schen Vergleichsspannung. Man unterscheidet dabei die Methoden der spannungsgesteuerten E-Modul-Verteilung und der spannungsinkrementgesteuerten E-Modul-Verteilung.

Die in Abb. 3.2 dargestellte Vorgehensweise einer Optimierung mit spannungsgesteuerter E-Modul-Verteilung wird wie folgt durchgeführt :

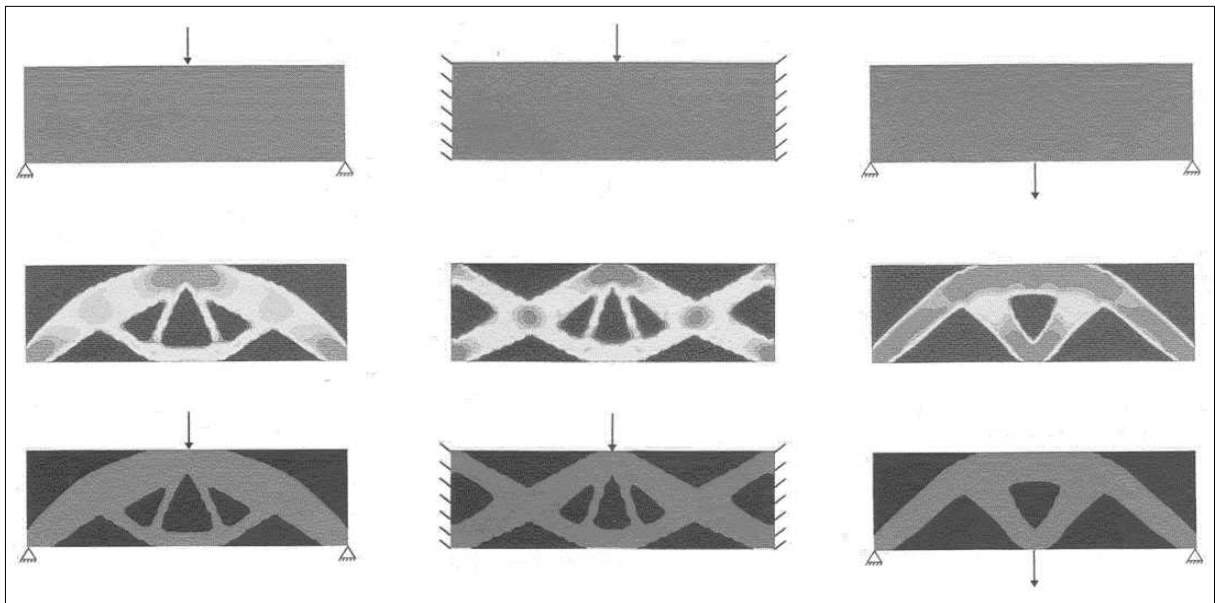
- Definition eines zur Verfügung stehenden Designraums und seiner Randbedingungen
- Erzeugung eines FEM-Modells innerhalb dieses Designraums
- Durchführung einer elastischen FEM-Rechnung mit konstantem E-Modul
- Variation des E-Moduls, jedes Element erhält seinen lastspezifischen E-Modul. Die Variation des E-Moduls entspricht der Materialverteilung der späteren Bauteilstruktur. Elemente mit einem großen E-Modul werden für die Struktur des Bauteils benötigt, Elemente mit kleinem E-Modul verdeutlichen kein Material.
- Erneute FEM-Rechnung mit variiertem E-Modul



**Abb. 3.2:** Ablaufschema der SKO-Optimierung nach Mattheck

Als Ergebnis der Optimierung erhält man eine Struktur, die sich an den, für einen bestimmten Lastfall typischen Lastpfaden, orientiert. Beispiele dieser Strukturen sind in Abb. 3.3 als Stabwerke erkennbar.

Die spannungsinkrementgesteuerte Methode unterscheidet sich von der spannungsgesteuerten Methode dadurch, dass der lokale E-Modulzuwachs mit dem örtlichen Spannungszuwachs gleichgesetzt wird:  $E_{n+1} = E_n + \Delta\sigma_n$ . Diese Methode führt zu einer Aussteifung der tragenden Bereiche und zur Erweichung und damit weiteren Entlastung der minder belasteten Strukturelemente.



**Abb.3.3:** Beispiele für Fachwerkstrukturen nach SKO-Optimierungen, von oben nach unten: Designraum mit Randbedingungen und mittig aufgebrachtener Last, Verteilung der virtuellen Dichte und Designvorschlag (nach MATTHECK)

Die Optimierung ist ein iterativer Prozess, bei dem das Material spannungsgesteuert verteilt wird. Für den Designraum wird eine Standardanalyse durchgeführt. Anhand der Ergebnisse wird dann eine neue Materialverteilung errechnet. Diese neue Verteilung dient als Ausgangspunkt für die nächste Iteration. Die Optimierung ist beendet, wenn zwischen zwei Iterationen nur noch wenige Elemente umgelagert werden.

In der Regel sind an den Stellen, an denen Lasten angreifen oder Zwangsbedingungen herrschen, die Bauteilbeanspruchungen am größten. Diese Bereiche spielen in jeder Hinsicht eine tragende Rolle. Bei komplexer Beanspruchung ist im Bauteilinneren nicht sofort ersichtlich wo Material erforderlich ist. Um den Kraftfluss auch im Bauteil zu erkennen und sich zudem nur auf die notwendigen Bereiche zu konzent-

rieren, bedient man sich eines technischen Tricks. In Bereichen hoher Spannungskonzentrationen wird die Steifigkeit der Elemente erhöht und an wenig belasteten Bereichen gesenkt. Die Umsetzung der Materialverteilung erfolgt dabei nicht durch die Schichtdicke oder die Anlagerung zusätzlicher Elemente, sondern durch Variation des E-Moduls jedes einzelnen Elementes über dessen fiktive Temperatur. Dies kann durchaus auch über eine definierte Feldvariable erreicht werden, die Temperatur hat sich dabei als sehr einfach erwiesen, da diese bereits im FE-Programm definiert ist. Diese hochbelasteten und somit steifen Bereiche haben demzufolge eine hohe Temperatur, während gering belastete Bereiche nur eine geringe Temperatur aufweisen. Die Übertragung der Lasten kann somit durch steife Elemente besser erfolgen als in weichen. An dieser Stelle soll nun näher auf die globale Spannungskrementmethode eingegangen werden, da sie die größte praktische Bedeutung hat. Die fiktiven Temperaturen berechnen sich wie folgt

$$T_{neu} \equiv T_{alt} + A(\sigma - \sigma_{ref}). \quad (3.1)$$

$\sigma$  ist die von-Mises-Spannung und  $A$  ist der Wichtungsfaktor, von dem die Temperaturverteilung abhängig ist. Die Wahl von  $\sigma_{ref}$ , der Referenzspannung, bestimmt das anzustrebende Spannungsniveau des fertigen Bauteils.

Die Steuergröße für die Optimierung kann z.B. auch ein Füllgrad (beizubehaltende Materialmenge) sein. Der Füllgrad legt fest, wie viel Prozent des Designraummaterials im Optimierungsmodell verbleibt und welche Belastung damit verbunden ist.

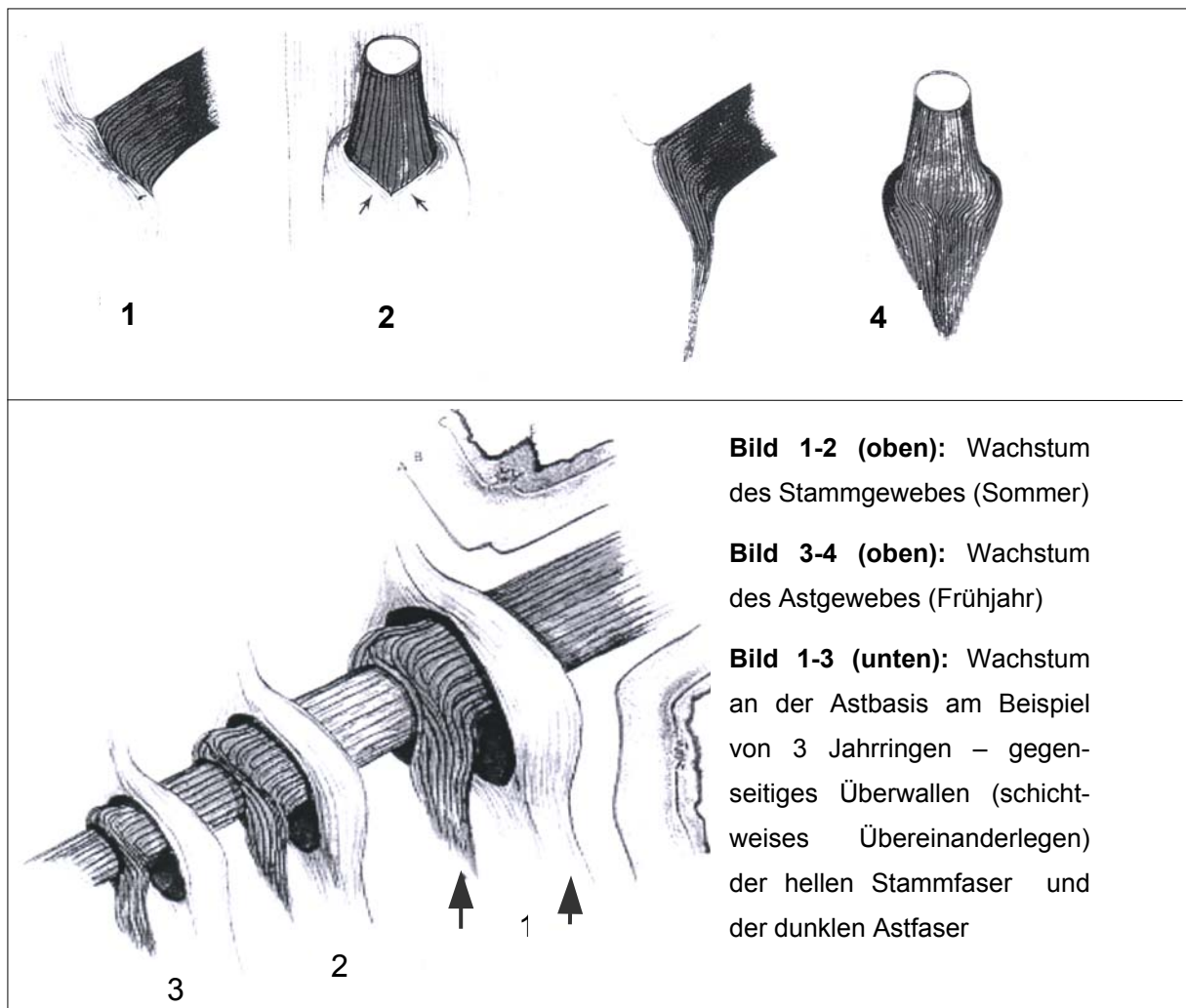
Der Vorteil dieser Methode ist, dass sowohl komplexe Strukturen als auch einfache Designräume ohne konstruktiven Aufwand gezielt und schnell auf eine Belastung hin optimiert werden können. Nachteilig wirkt sich jedoch aus, dass das Optimum nur für einen bestimmten Lastfall zutrifft. Ist der genaue Belastungszustand des Bauteils nicht exakt bekannt, in der Berechnung stark vereinfacht oder erfolgt eine Belastung anders als im Designraum vorgesehen, kann es zu plötzlichem Versagen kommen, da die Struktur für die angreifenden Randbedingungen nicht mehr ausreichend dimensioniert ist. Bei der konstruktiven Umsetzung derartiger Strukturvorschläge ist es also notwendig, ausreichende Sicherheitsfaktoren einzukalkulieren.

Im Gegensatz zur CAO-Methode ist bei der SKO-Methode das Ergebnis der Optimierung zum Teil nur ein recht grober Strukturvorschlag, dessen Topologie noch geglättet und vereinfacht werden muss. Es ist also nicht möglich, aus einem Designraum



direkt fertige Bauteile zu erhalten, sondern der Vorschlag muss erst noch interpretiert werden. Hierbei ist vor allem die globale Topologie umzusetzen und lokale Geometrien sollten entsprechend vereinfacht werden. In jedem Fall reduziert der Topologievorschlag den Designraum auf die notwendigen Lastpfade, wobei sich durch eine Verringerung des Füllgrades diese Tendenz noch verstärken lässt. Zudem ermöglicht es der generalistische Ansatz dieses Optimierungskonzeptes nicht nur Bauteile hinsichtlich ihrer Festigkeit, sondern unter anderem auch in Bezug auf Schwingungsverhalten, Stabilität beziehungsweise unter Berücksichtigung von Temperaturlasten zu optimieren. Es müssen dafür nur entsprechende Steuergrößen und Ausgabeparameter gewählt werden.

Im Rahmen der Grundlagenermittlung ist weiterhin die CAIO-Methode zu erwähnen.



**Abb.3.4:** Darstellung des Faserverlaufes im Bereich einer Astanbindung nach SHIGO [139] – natürliche „Lochrandverstärkung“

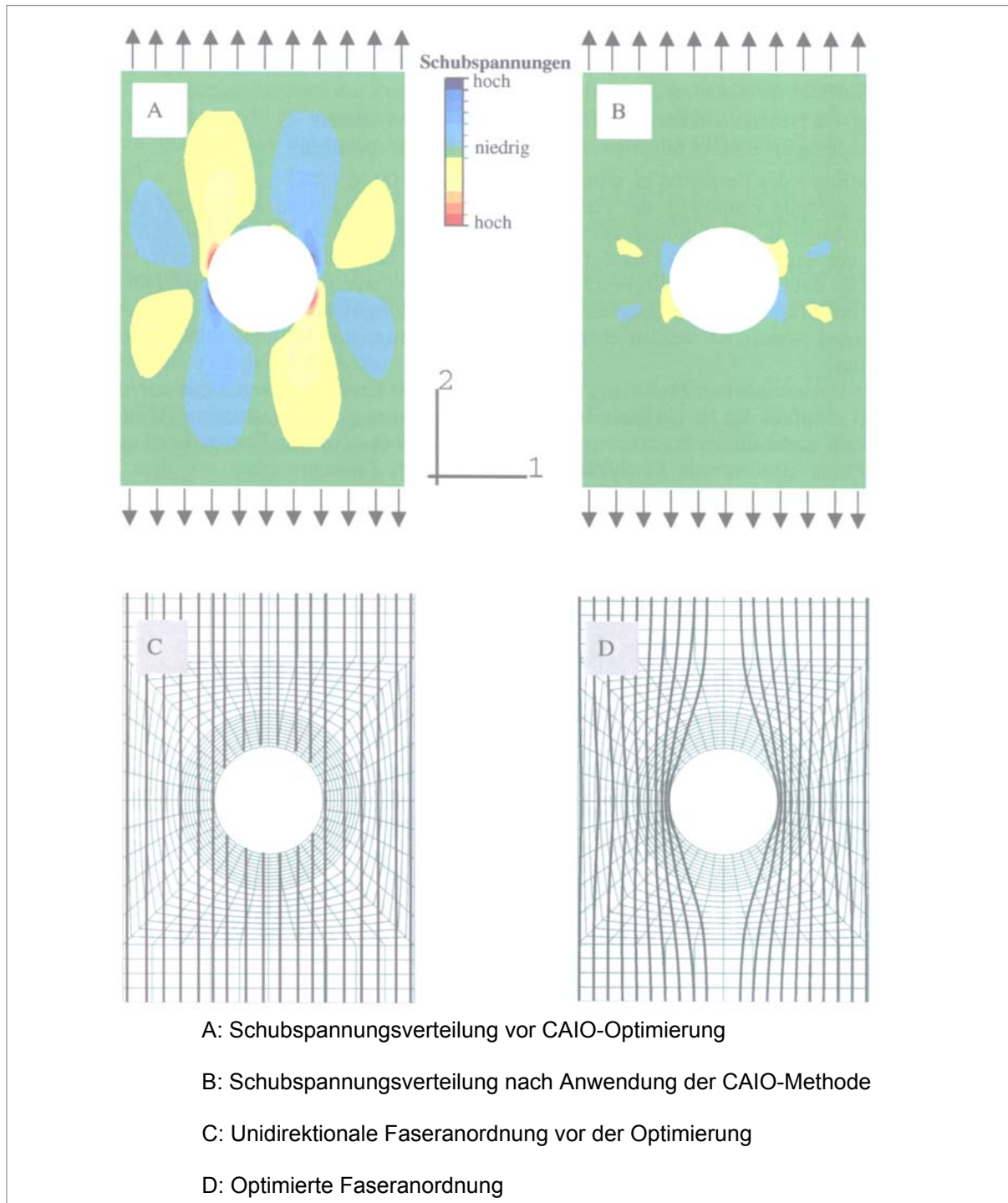
Untersuchungen an natürlichen Lastträgern, z.B. Bäumen, beweisen, dass die Natur im Hinblick auf äußerste Funktionalität ein Lehrmeister für das lastgerechte Konstruieren sein kann. Hierzu lassen sich vielfältige Beispiele in der Natur erkennen. So analysierte SHIGO [139] die Faserverläufe von Baumstrukturen, wie sie in Abb.3.4 dargestellt sind.

Nach diesem Vorbild der Natur wurde von Kriechbaum die Optimierungsmethode CAIO zur optimalen Verteilung orthotropen Materials entwickelt. Mit Hilfe dieser Methode können die Orthotropieachsen entlang der Spannungstrajektorien orientiert werden, was eine deutliche Reduktion der Schubspannungen zwischen den Fasern zur Folge hat. Faserdelaminationen können nach MATTHECK et al. [98] somit nahezu eliminiert werden. Die CAIO-Methode gründet sich darauf, dass in einem Hauptspannungssystem keine Schubspannungen auftreten. Der iterativ analysierte Faserverlauf wird durch die Kopplung von maximalster Hauptnormalspannung und maximalem Elastizitätsmodul in Faserrichtung bestimmt MATTHECK [96] (Abb.3.5). Kraftfluss und Faserverlauf sind damit identisch.

Die Verfahrensschritte der CAIO-Methode sind nach REUSCHEL [127] wie folgt:

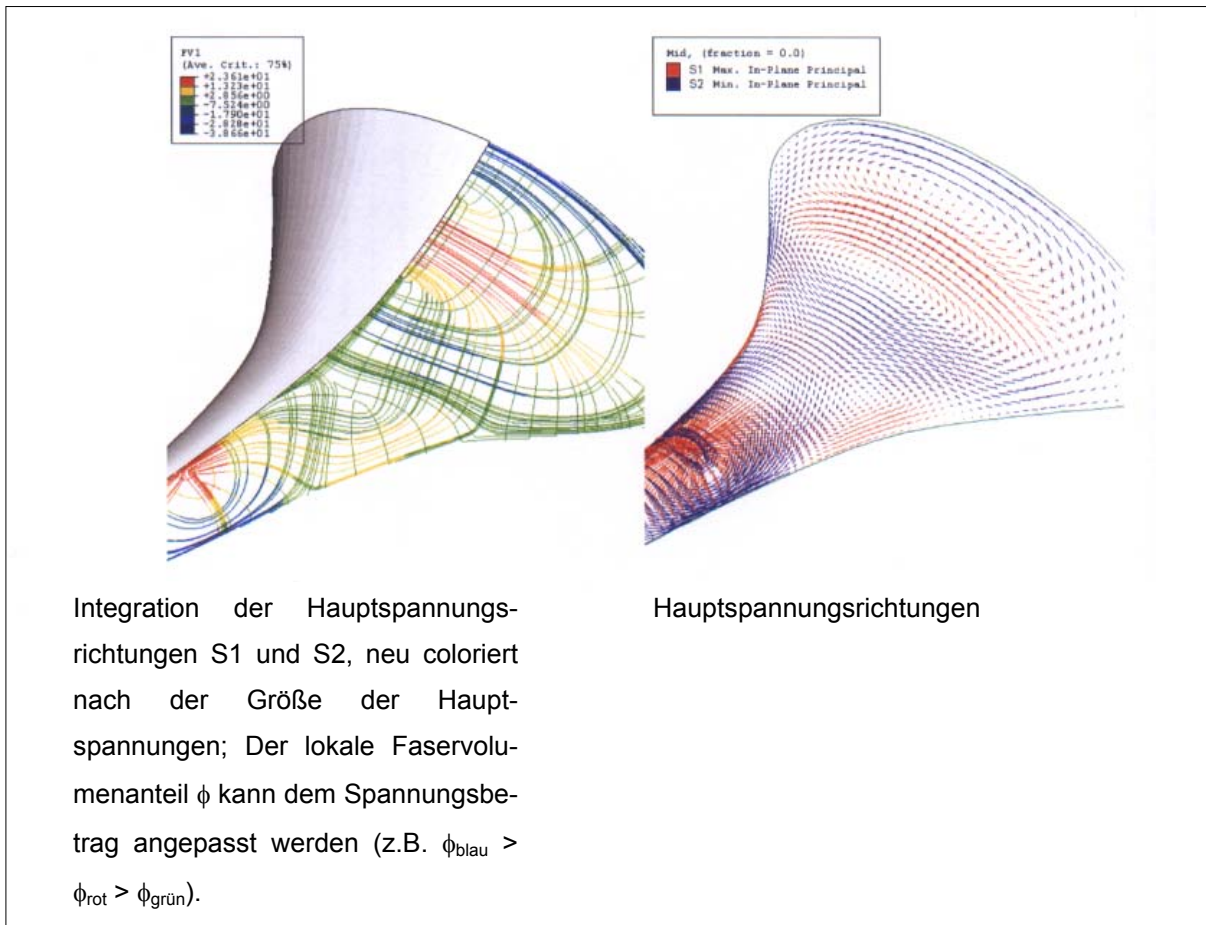
- Erzeugen eines Finite-Elemente-Modells des zu optimierenden Bauteils
- Definition einer grundlegenden Orthotropieachsenanordnung im Werkstoff
- FE-Analyse, Ermittlung der Hauptspannungsverteilung in der Bauteilstruktur
- Berechnung der optimal orientierten Orthotropieachsen für jedes Element des Bauteils

Die CAIO-Methode wurde hinsichtlich der Spezialisierung auf räumlich gekrümmte Schalenstrukturen von MOLDENHAUER [107] weiterentwickelt. Die Schalenstrukturen sind dabei schichtweise aufgebaut. Jede einzelne Schicht ist bei überwiegender Biegebelastung durch einen ebenen Spannungszustand mit zwei effektiven Hauptspannungsrichtungen gekennzeichnet.



**Abb.3.5:** Lochplatte unter Zugbelastung nach GÖTZ [47]

Durch Folgen der Hauptspannungstrajektorien (die numerische Integration des Richtungsfeldes) kann dabei die Faseranordnung bestimmt werden. Wie in Abb.3.6. dargestellt, kann dem Spannungsbetrag der lokale Faservolumenanteil  $\varphi$  angepasst werden.



**Abb.3.6:** Optimierung der Faserverlaufes eines Fahrradsattels mittels CAIO-Methode nach MOLDENHAUER [107]

## **4. Die Methode der Topologie- und Faserwinkeloptimierung von FKV**

### **4.1. Allgemeine Formulierung der Optimierungsmethode**

Eines der Ziele dieser Arbeit ist es, technische FKV-Bauteile so zu entwickeln, dass sie für definierte Belastungen ein maßgeschneidertes Strukturverhalten aufweisen.

Die Entwicklung der Methode erfolgte in drei Phasen. Zuerst wurden die Möglichkeiten der lastgerechten Struktur(Topologie)optimierung von faserverstärkten Kunststoffen untersucht. In einem weiteren Schritt wurde die Faserwinkeloptimierung integriert. Zum Schluss sollte die gleichzeitige Optimierung mehrerer Schichten in einen Berechnungsgang integriert werden. Das aus der Optimierungsmethode hervorgegangene Programm ist modular aufgebaut und ermöglicht den Einbau zusätzlicher Funktionen sowie die Kombination verschiedener Programmteile. Diese Fähigkeit soll für die Optimierung der FKV-Strukturen genutzt werden.

Als Ausgangspunkt für die Strukturoptimierung sollten die Ergebnisse verarbeitet werden, die mit einem Multi-Purpose-Programm wie z.B. ABAQUS, NASTRAN oder ANSYS errechnet werden können. Die Berücksichtigung spezieller Versagensmuster von FKV, z.B. schichtweises Versagen oder der Einfluss interlaminarer Spannungen ist hierbei vorerst nicht geplant, da sie nur mit speziellen Werkzeugen oder erhöhtem Modellierungsaufwand realisiert werden können.

Der Ablauf der Faserwinkel- und Topologieoptimierung gestaltet sich wie folgt:

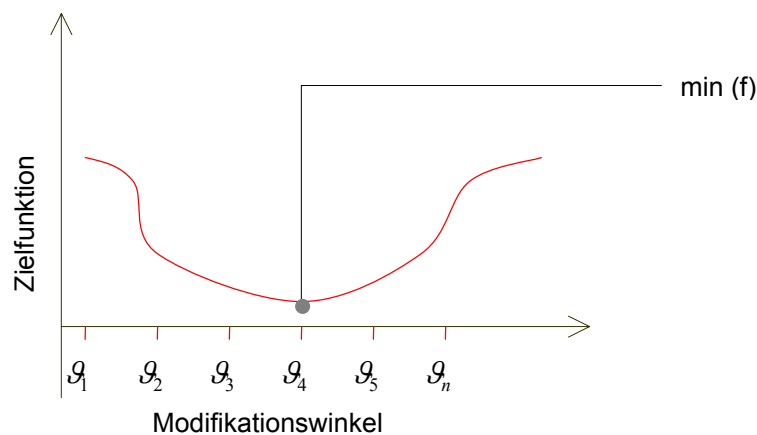
1. Generierung eines Finiten-Elemente-Modells des interessierenden Bauteils (Laminateinzellage – als Basislage)
2. Definition einer Ausgangsanordnung für die Orthotropieachsen des Materials
3. Durchführung einer FEM-Analyse zur Ermittlung der Spannungsverteilung
4. Ermittlung der optimalen Basislage

Die Ergebnisse der FE-Analyse werden eingelesen und daraus die neue Faserorientierung sowie die neue Topologie in Abhängigkeit von den vorgegebenen Randbedingungen berechnet. Das Ergebnis ist ein optimaler Faserwinkel sowie eine elementbezogene optimale Faserrichtung. Das Einlesen der benötigten Daten für den Optimierungslauf erfolgt direkt aus dem FE-Werkzeug.

5. Ergänzung bzw. Freischalten von Zulagenschichten
6. wie 4., gleicher Ablauf des Optimierungszyklus mit den Zulagenschichten

7. Das Ergebnis der Optimierungsläufe ist eine dem Kraftfluss angepasste, lokale oder globale Materialausrichtung für jede vergebene *Designschicht*. Die optimale Topologie wird elementweise ausgegeben. Hierbei wird eine berechnete Referenzspannung genutzt.

Bis zum Erreichen einer kraftflussgerechten Struktur kann der alternierende Prozess der Faserwinkel- und Topologieoptimierung und FE-Analyse iterativ fortgesetzt werden. Eine Iteration umfasst einen Optimierungslauf und eine FE-Analyse. Das Ergebnis der Faserwinkeloptimierung ist ein aufbereitetes Diagramm mit dem in Abhängigkeit von den Zielkriterien dargestellten optimalen Faserwinkel (Abb.4.1).



**Abb.4.1:** Ermittlung des optimalen Faserwinkels

Das Ergebnis der Topologieoptimierung ist entsprechend dem vereinbarten Füllgrad eine für das Postprocessing aufbereitete, kraftflussgerechte Verteilung der benötigten Elemente.

Vor dem Start wird festgelegt, wie viele Iterationen durchgeführt werden. Der alternierende Ablauf von FE-Berechnung sowie Faserwinkel- und Topologieoptimierung erfolgt automatisch. Weiterhin werden die Zwischenergebnisse nach jeder Optimierungsschleife gespeichert. Es ist auch möglich, weitere Iterationen, bei bereits vorhandenen Iterationen, durchzuführen.

Da die Topologieoptimierung auf Basis der SKO-Methode erfolgt, sind Untersuchungen hinsichtlich der Diskretisierung der bereits existierenden, nur für isotrope Materialien entwickelten Methode und der erfolgten Erweiterung für anisotrope Materialien notwendig. Als Ziel wurde definiert, für einen beliebigen, mit orthotropen Materialeigenschaften versehenen Designraum, einen dem Leistungsvermögen des FKV entsprechenden Strukturvorschlag zu erhalten. Dieser Strukturvorschlag muss vom De-

signraum, den äußeren Belastungen bzw. Randbedingungen, dem Materialverhalten und der Orientierung der Fasern abhängig sein. Das Ergebnis erhält man nach einer vom Problem abhängigen Anzahl von Iterationsschritten und einer geringfügig schwankenden Dichteverteilung im Designraum. Nach Ablauf der Berechnung sind die variierten Gradienten der E-Moduli entsprechend der Elastizitätstheorie bei Spannungsmaxima relativ steil bzw. scharf abgegrenzt. Der interessierende Dichtebereich ist deutlich abgegrenzt und stellt die tragende Bauteilfläche dar. Selbst bei grob generierten FE-Netzen werden aufgrund der Interpolationseigenschaft der FE-Elemente weiche Konturen erzeugt. Damit ist die Bauteiltopologie erstellt, aber Spannungsüberhöhungen sind zumindest im Bereich der ersten FKV-Lagen nicht ausgeschlossen.

Der verwendete bionische Solver, der auf der Optimierungsstrategie des Knochens beruht (SKO), kann nun im Zuge der Modularisierung auch weitere Kriterien als den Spannungszustand aus der FE-Analyse verarbeiten. Hierbei werden die Optimalitätskriterien erweitert.

$$E_{n+1} = E + k(\sigma_n - \sigma_{ref}) \quad (4.1)$$

Der Gewichtungsfaktor  $k$  beeinflusst den virtuellen Dichtegradienten und damit die E-Moduli. Daraus errechnet sich die Referenzspannung bzw. der effektive Füllgrad.

Ein bedeutender Teil des Programms ist der Transfer der Daten zwischen FEM-Analyse und Optimierungsprogramm. Beim bestehenden SKO-Algorithmus wird die Verteilung der Materialsteifigkeiten als virtuelle Dichte (Wertebereich 0-100%) für jedes generierte Element ausgegeben.

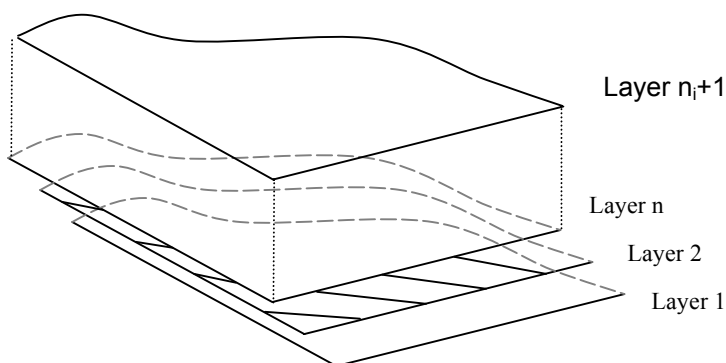
$$0 \leq \rho_{n+1} \leq 1 \quad (4.2)$$

Um diesen Wert auf einfache Weise im FE-Programm einlesen zu können, werden die Werte als definierte FIELD-Variable an den Knoten herausgeschrieben. Von dieser spezifischen Dichte können dann die Materialparameter abhängig gemacht werden. Nach einer FEM-Standardanalyse werden durch die Optimierungsroutine die Spannungen im Bauteil in Wertebereiche unterteilt. Anhand des Füllgrades und der Lage der Elemente wird jedem Element eine spezifische Dichte zugeordnet. Geringe Spannungen im Bauteil resultieren also in einer geringen Dichte (nahe oder gleich null), wodurch den betroffenen Elementen geringere Steifigkeitswerte (z.B. 1/100 der Ausgangswerte) zugewiesen werden. Bei Elementen mit hohen Spannungen wird

eine hohe Elementdichte übertragen und gleichzeitig mit den annähernd unveränderten Steifigkeitswerten gerechnet. Damit werden die zu entfernenden Bereiche „ausgeschaltet“, ohne die Elemente zu entfernen. Dadurch besteht die Möglichkeit, diese in einer späteren Iteration wieder „einzuschalten“, ohne in das FEM-Modell einzugreifen.

Im Unterschied zur klassischen SKO-Methode von Mattheck wird in diesem Programm nicht eine Referenzspannung zur Steuerung der Materialverteilung eingesetzt, sondern ein anzustrebender Füllgrad vorgegeben. Das heißt, bei Mattheck ergibt sich aus der gegebenen Referenzspannung ein Füllgrad und nach Modifikation von STEIBLER aus dem gegebenen Füllgrad eine Referenzspannung. Bei gegebener Referenzspannung lässt sich festlegen, wie weit die Festigkeitsreserve des Materials ausgeschöpft werden soll. Hierbei erschwert der eher virtuelle Charakter der Referenzspannung bei komplexen Bauteilstrukturen eine qualitative Aussage ohne vorherige Abschätzung. Wird ein Füllgrad vorgegeben, so wird festgelegt, wieviel Material eingesetzt werden soll. Die Abschätzung dieses Faktors ist wesentlich einfacher vorzunehmen, doch auch hier ist eine zuverlässige Aussage vorab häufig nicht möglich.

Zuerst ist es wichtig, die Parameter festzulegen, nach denen die Topologie optimiert werden soll. Bei der SKO-Methode für isotropes Material, deren bisherige Anwendungen überwiegend im Umfeld duktiler Werkstoffe liegen, kommt als Auslastungsindikator die Mises'sche Vergleichsspannung zur Anwendung. Diese kann für anisotrope Materialien jedoch keine Anwendung finden. Es gilt also, im Folgenden einen vergleichbaren Indikator zu wählen, der es erlaubt, auf die Festigkeitsreserve von FKV zu schließen. Für die Optimierungsmethode bietet sich, wie bereits in Abschnitt 2 erwähnt, das Tsai-Hill-Kriterium an, da das besonders einfache Versagenskriterium bereits in einigen FE-Programmen integriert ist und somit die gesonderte Programmierung eines Versagensmechanismus entfallen kann.

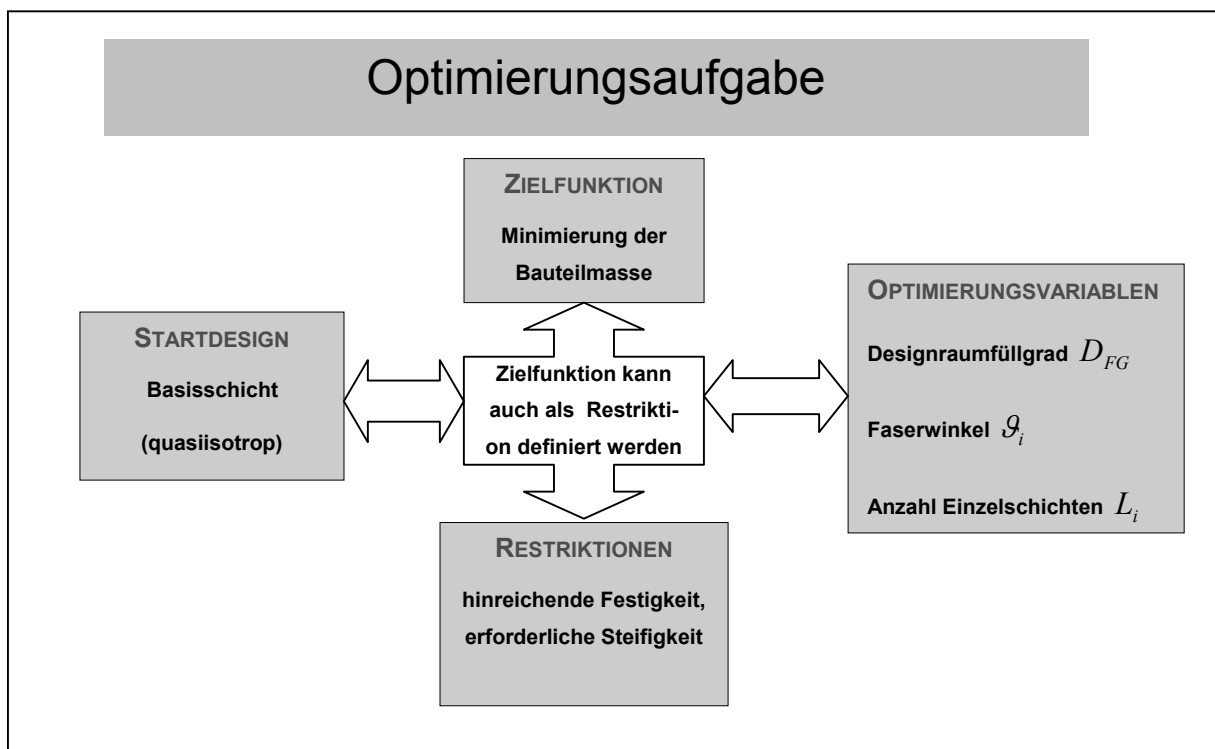


**Abb. 4.2:** FKV-Schichtenverbund



Der Nachteil dieses Versagenskonzeptes ist jedoch seine auf den ebenen Spannungszustand beschränkte Gültigkeit, sodass Einschränkungen bei der Modellierung berücksichtigt werden müssen. Für die Untersuchungen in der Arbeit wurde das Tsai-Hill-Kriterium ausgewählt und die klassische Laminattheorie zu Grunde gelegt.

Im Gegensatz zum isotropen Material, wo nicht nur flächige Strukturen sondern auch Volumen optimiert werden können, ist bei typischen Schichtenverbunden die Optimierung von räumlichen Strukturen derzeit im theoretischen Grundsatz erfasst, jedoch bisher nicht vollständig in die Praxis umgesetzt. Die einzelnen Schichten werden stattdessen mit Schalenelementen oder speziell definierten Kontinuumelementen simuliert. Das bedeutet, dass für eine Optimierung ein 3D-Designraum modelliert wird, aber nur die jeweilige Schicht des Laminates (2D) in Abhängigkeit des definierten Koordinatensystems betrachtet werden kann. Für mehrlagige Verbunde ist also die Definition mehrerer Designräume bzw. mehrerer Designschichten erforderlich.



**Abb.4.3:** Schematische Darstellung des Optimierungsproblems der Faserwinkel- und Topologieoptimierungsmethode

Für die Umsetzung der Anforderungen ist es notwendig, die nötigen Eingabewerte zu bestimmen. Die virtuelle Dichte als Äquivalent zur Materialverteilung (Elastizitätsmodul) wurde beibehalten.

Im Gegensatz zur Optimierung von isotropen Materialien musste die Auswahl der zu optimierenden Elemente auf Schalenelemente [SHELL-Elemente] beschränkt werden, da derzeit nur für diese die Versagenskriterien automatisiert ausgegeben werden können.

Als Zielfunktion wird entweder das Gewicht oder eine gezielte Steifigkeit lokal durch die maximale Verformung in einem bestimmten Knoten bzw. durch die Summe der Knotenverschiebungen vorgegeben, oder es wird ein gezielt definiertes Spannungsniveau durch eine spezifische Referenzspannung angestrebt. Die Referenzspannung errechnet sich aus den Vergleichswerten der ermittelten Tsai-Hill-Versagensindizes (4.5/4.6). Weiterhin kann auch die maximal erforderliche Festigkeit als zusätzliche Nebenbedingung definiert werden. Dabei sind die variablen Kenngrößen der Faserwinkel  $\vartheta_i$  der Einzelschicht sowie die virtuelle Dichte  $\rho_i$ . Wie in Abschnitt 6 dargestellt, ist die Basisschicht Ausgangspunkt der Optimierung. Diese Schicht wird entsprechend der Randbedingungen optimal orientiert.

#### - Faserwinkel- und Topologieoptimierung mit Festigkeitsrestriktionen

Für jede Laminat-Einzellage erhält man eine optimale Topologie, z.B. mit der Zielfunktion „Minimales Gewicht“:

$$\text{Min}_{x \in \mathfrak{R}} \{m(x) | g(x) \leq 0\}. \quad (4.3)$$

Die Masse des Bauteils wird durch  $m(x)$  sowie die Festigkeitsrestriktion durch  $g(x)$  beschrieben. Als Entwurfsvariablen werden der Faserwinkel  $\vartheta_i$  sowie der Füllgrad  $D_{FG}$  der Elemente  $i$  im Entwurfsraum  $\mathfrak{R} = [0,1]$  festgelegt

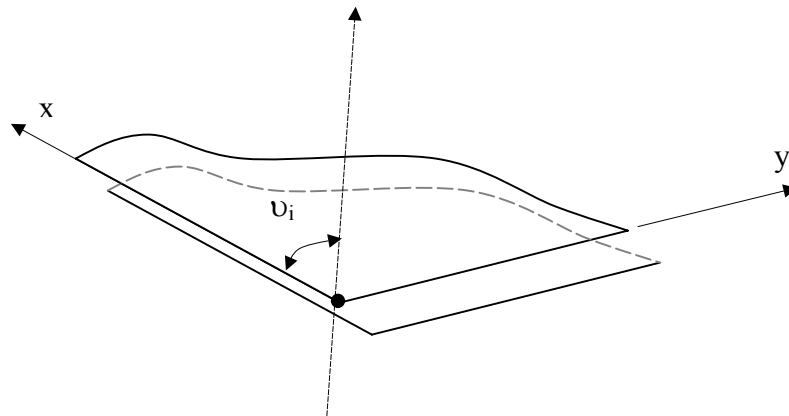
$$g = 1 - I_{\text{Tsai-Hill}}. \quad (4.4)$$

Unter der Variation des globalen Faserwinkels  $\vartheta_i$  wird die virtuelle Dichteverteilung in Bezug auf die richtungsabhängigen E-Moduli analysiert

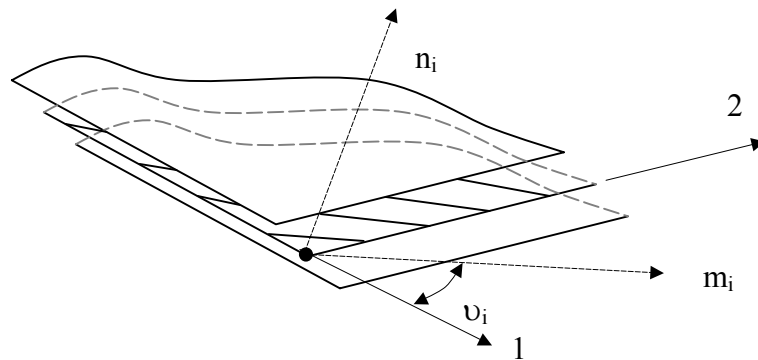
$$E_{n+1} = E_n + k(\rho_{n\text{Element}} - \rho_{\text{ref}}); \quad \rho_n \{F(\sigma_n)\} \quad (4.5)$$

$$E_{m+1} = E_m + k(\rho_{m\text{Element}} - \rho_{\text{ref}}); \quad \rho_m \{F(\sigma_m)\} \quad (4.6)$$

$$0 \leq \rho_{n,m+1} \leq 1. \quad (4.7)$$



**Abb.4.4:** Suchfeld des optimalen Faserwinkels



**Abb.4.5:** Koordinatensystem des Gesamtlaminates

Im Anschluß wird dann Schicht für Schicht z.B. Fasergelege aufgedickt, bis die Zielkriterien erfüllt sind. Hierbei kann vom „Wachsen“ des Bauteils gesprochen werden.

#### - Topologieoptimierung mit Steifigkeitsrestriktionen

Die Optimierungsaufgabe, ein Bauteil gewichtsm minimal unter Verschiebungsrestriktionen zu ermitteln, lässt sich wie folgt mathematisch beschreiben:

$$\text{Min}_{x \in \mathbb{R}} \{m(x) | g(x) \leq 0\}. \quad (4.8)$$

Die Dehnung verhält sich zur Ableitung der Verschiebung proportional. Daher ergibt sich bei Einhaltung einer spezifischen Verschiebungsrestriktion eine andere Topologie bzw. ein anderer optimaler Faserwinkel. Die Masse des Bauteils wird durch  $m(x)$

sowie die Verschiebungsrestriktion durch  $g(x)$  beschrieben. Als Entwurfsvariablen werden der Faserwinkel  $\vartheta_i$  sowie der Füllgrad  $D_{FG}$  der Elemente  $i$  festgelegt.

Dabei wird der Faserwinkel im erlaubten Bereich:

$$-90 \leq \vartheta_i \leq 90 \text{ variiert.} \quad (4.9)$$

Der gesamte Schichtenaufbau wird durch den linearen Zusammenhang zwischen Lagenanzahl  $L_i$  und Designraumfüllgrad:

$$L_{ges} = \sum_{n,m}^i L_i(\vartheta_i) \cdot D_{FG} \quad (4.10)$$

bestimmt. Hierbei können lokale oder auch globale Bereiche des Zielbauteils betrachtet werden.

Zur Untersuchung der Einsatzmöglichkeiten der Methode wurden mehrere Designräume modelliert und mit verschiedenen Randbedingungen versehen. Dabei wurden die Parameter so gewählt, dass sich einfache, statisch bestimmt gelagerte bzw. bekannte Strukturen einstellen. Der Vergleich der Ergebnisse mit theoretischen Modellen zeigt, dass diskrete Strukturvorschläge entstehen.

In einem weiteren Schritt wurde untersucht, welchen Einfluss die Parameter Faserwinkel, Orientierung der Basisschicht, Lagerungsbedingungen und Krafteinleitung auf den Strukturvorschlag haben. Diese Untersuchungen wurden am Beispiel der Lochplatte durchgeführt, welche in Kapitel 5 und 6 näher vorgestellt werden. Wichtig für einen diskreten Strukturvorschlag ist die Anzahl der Iterationen der einzelnen Berechnungsläufe. Es hat sich gezeigt, dass sich erst im Laufe des Iterationsprozesses ein effektiver Strukturvorschlag einstellt (sowohl Faserwinkeloptimierung als auch Topologieoptimierung). Die notwendige Anzahl der Iterationsschritte ist abhängig von der Komplexität des Designraumes sowie deren Randbedingungen.

Die Belastbarkeit von FKV-Bauteilen ist, bedingt durch die Anisotropie des Materials, nicht nur von der Materialverteilung, sondern auch von der Orientierung der Fasern in der Einzelschicht abhängig. Um die Eigenschaften des Materials optimal auszunutzen ist es erforderlich, neben der Verteilung auch die Orientierung des Materials zu optimieren. Dabei wird nicht die Orientierung jeder Einzelfaser oder jedes Faserbündels forciert, wie die CAIO-Methode zeigt, sondern im Hinblick auf eine kostengünstige Fertigung die globale Ausrichtung der jeweiligen Einzelschicht, wie sie z.B.

in Gelegen oder Geweben zu finden ist, angestrebt. Ziel ist, mit einem vertretbaren Aufwand das größtmögliche Optimierungspotenzial einer Struktur auszuschöpfen. Der Ansatz soll dabei nicht nur in Verbindung mit der Topologieoptimierung funktionieren, sondern als Sonderfall auch eine Aussage über den Faserwinkel ohne zusätzliche Topologieoptimierung liefern. Dies empfiehlt sich z.B. bei den so genannten "Starterlagen".

Für die Optimierung der Orientierung der Fasern (Faserwinkeloptimierung) ist es notwendig festzulegen, in welcher Reihenfolge die Struktur- und Faserwinkeloptimierung zu einem effektiven Ergebnis führt. Da sich für jeden Faserwinkel ein anderer Strukturvorschlag ergibt, ist es zwingend notwendig, die beiden Zielkriterien, optimale Topologie und optimaler Faserwinkel, zu koppeln.

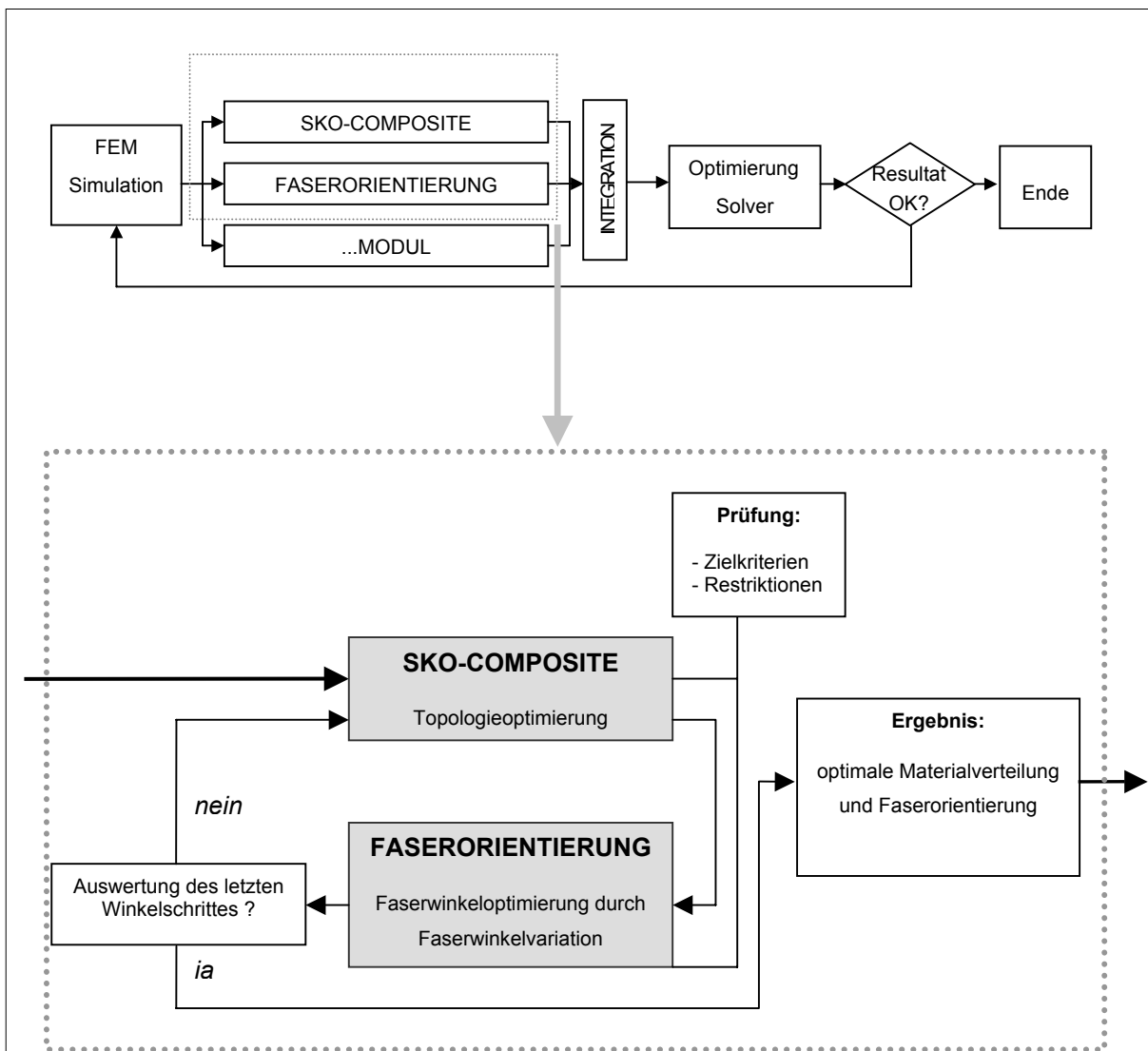
Generell gibt es mehrere Möglichkeiten, die Gesamtstrukturoptimierung durchzuführen. Es ist möglich, für jeden Winkel einen diskreten Strukturvorschlag (Topologie) zu erstellen und diese im Anschluss zu vergleichen. Der Rechenaufwand ist hierbei besonders groß. Es hat sich gezeigt, dass nach einer bestimmten, vom jeweiligen Modell abhängigen Anzahl von Iterationen, eine ausreichend zuverlässige Aussage über den optimal orientierten Faserwinkel getroffen werden kann.

In Abhängigkeit von Rechenkapazität und Genauigkeit des jeweiligen Ergebnisses ist es sinnvoll, eine entsprechende Diskretisierung der Analyse des optimalen Faserwinkels sowie der dazugehörigen Topologie abzuwarten und nach Ermittlung des optimalen Faserwinkels die vollständige Berechnung der Topologie durchzuführen.

Die Anzahl der Iterationsschleifen variiert sehr stark von Berechnungsmodell zu Berechnungsmodell.

Um effektiv zu arbeiten und trotzdem ein aussagefähiges Ergebnis zu erhalten, ist es erforderlich, eine minimal notwendige Anzahl an Iterationen durchzuführen. In der Regel sind fünf Iterationen ausreichend. Eine automatisierte Lösung wurde aufgrund der Komplexität bisher nicht umgesetzt. Es ist jedoch möglich, das Konvergenzkriterium automatisiert auszuwerten bzw. zu steuern. Die Wahl des zu untersuchenden, erlaubten Winkelbereiches sowie die Diskretisierung der Winkelschritte ist ebenfalls von großer Bedeutung. Die pauschale Faserorientierung vollzieht sich in einem Bereich von  $180^\circ$ , da für die weiteren  $180^\circ$  die Orientierung und damit das Materialverhalten identisch ist. Die Wahl der Schrittweite der Analyse des jeweiligen Faserwinkels ist sehr stark abhängig vom Berechnungsmodell und damit vom Rechenaufwand

sowie von der Genauigkeit des Ergebnisses. Bei kleineren Berechnungsmodellen mit entsprechend kurzer Rechenzeit lässt sich die Schrittweite auf  $1^\circ$  oder kleiner festlegen. Bei sehr großen Modellen kann es erforderlich sein, die Schrittweite auf bis zu  $10^\circ$  anzuheben. Bei großen Schrittweiten wurde nachgeschaltet, die lokalen Maxima bzw. Minima diskretisiert und erneut betrachtet, um den optimalen Faserwinkel zu ermitteln. Aus fertigungstechnischer Erfahrung der zu berechnenden Bauteile lässt sich sagen, dass unter Berücksichtigung der Analyseergebnisse die Genauigkeit eines Winkelschrittes von  $1^\circ$ - $2^\circ$  ausreichend ist. Die richtungsabhängigen Materialeigenschaften von Faserverbundwerkstoffen werden jeder Schicht in Abhängigkeit von der globalen Orientierung zugeordnet.



**Abb. 4.6:** Flussdiagramm der Topologie- und Faserwinkeloptimierung

Dabei gibt es mehrere Möglichkeiten den Faserwinkel variabel zu gestalten. Zum einen über die Modifikation der Orientierung (lokales Koordinatensystem) der Einzel-

schichten und zum anderen über das Ersetzen des Winkels durch eine variable Größe. Diese letztere Variante wurde schon aufgrund dessen bevorzugt, weil der variable Faserwinkel  $\vartheta_i$  relativ leicht automatisiert selektiert und damit die Information schnell verarbeitet werden kann.

Für die Auswahl des Zielkriteriums wurden mehrere Möglichkeiten untersucht. Es kann z.B. die Bauteilsteifigkeit sowie die Auslastung des Bauteils (hinreichende Bauteilfestigkeit) ausgewertet werden. Für die Bauteilsteifigkeit wird die Summe der Verschiebungen (Gesamtverformung) oder die Verformung bestimmter Knoten analysiert. Dies ist besonders sinnvoll, wenn es Vorgaben in Bezug auf eine geforderte Mindeststeifigkeit bzw. maximal zulässige Verformungskomponenten einzelner Knoten gibt. Des Weiteren ist es wichtig, die Auslastung des Bauteils zu betrachten. Hierbei wird die Bruchfestigkeit als restriktive Komponente als Äquivalent zur Referenzspannung der SKO-Methode für isotrope Materialien zur Auswertung herangezogen.

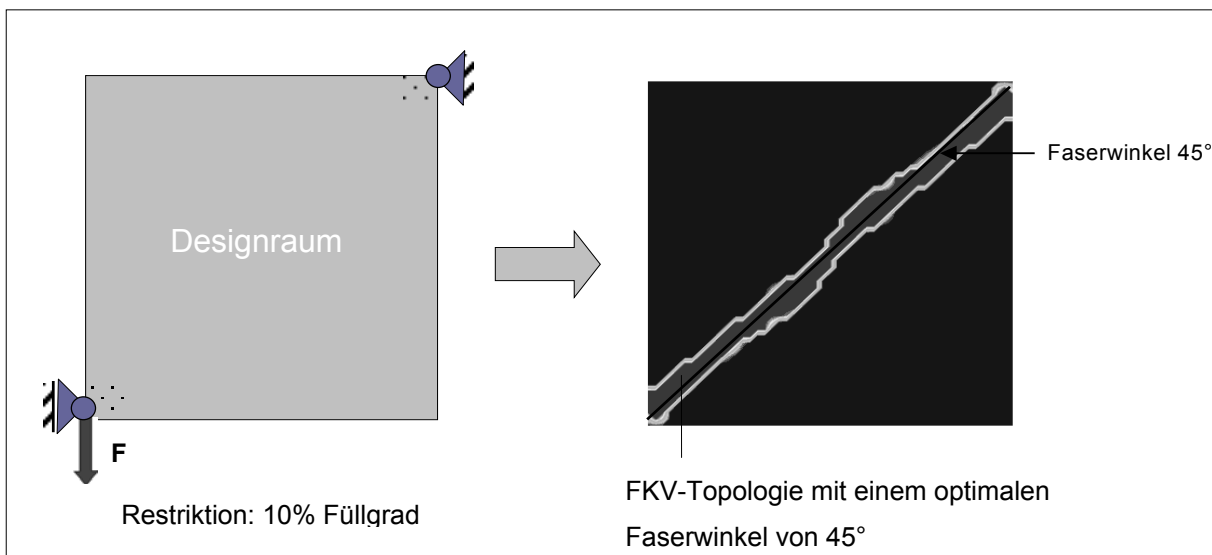
Für die in Kapitel 5 und 6 untersuchte Lochplatte wurden die aufsummierten Knotenverschiebungen als Indikator für die erreichte Bauteilsteifigkeit herangezogen. Zudem wurde das Tsai-Hill-Versagenskriterium als Indikator für die Bauteilauslastung verglichen. Dabei kann an dieser Stelle das Bruchkriterium entsprechend der Anwendung ausgewertet werden. Alle nachfolgend genannten Beispiele beziehen sich auf das Tsai-Hill-Kriterium, da es - wie schon mehrfach erwähnt - besonders einfach zu handhaben ist und im verwendeten Berechnungsprogramm ABAQUS bereits implementiert ist.

Die Ermittlung des Struktur-Optimums sowie die Auswertung der Ergebnisse erfolgt wie in Abb. 4.6. dargestellt und nachfolgend beschrieben. Hierzu werden die Bewertungskriterien des zu variierenden Faserwinkels dargestellt. Der sich dabei einstellende Kurvenverlauf wird auf entsprechende Minima bzw. Maxima untersucht und der optimale Faserwinkel ermittelt. Falls erforderlich, lassen sich im Bereich des globalen Optimums diskretere Untersuchungen mit kleineren Schrittweiten durchführen, um die Lage des Struktur-Optimums exakt zu bestimmen.

## 4.2. Einführende numerische Beispiele

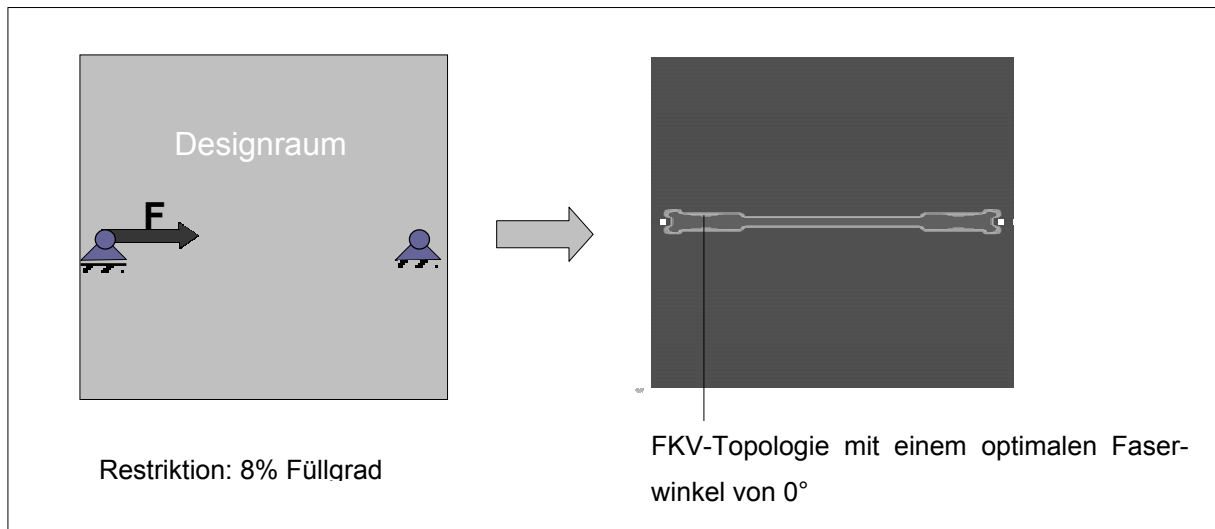
Die Auswertung der Optimierungsergebnisse erfolgt zur besseren Veranschaulichung in grafischer Darstellung. Die berechneten Werte (aufsummierte Verschiebung) der Knoten bzw. die hinreichende Festigkeit, beschrieben durch den Referenzwert des Tsai-Hill-Versagenskriteriums, werden wie in Abb. 4.6 über den Bereich der Faserwinkelvariation dargestellt und es wird nach Extremalwerten gesucht. Die Ermittlung des optimalen Faserwinkels kann an einfachen, plausiblen Beispielen veranschaulicht werden. Hierzu wurden einfache statisch bestimmt gelagerte Systeme mit bekannter exakter Lösung herangezogen.

Wie in Abb. 4.7 und 4.8 dargestellt, sollte in einem ebenen Designraum sowohl der Faserwinkel als auch die Topologie optimiert werden. Dabei wird ein beliebiger Designraum modelliert, in dem die statischen Randbedingungen für die Ausbildung eines Zugstabes definiert sind. Weiterhin wird für die Topologieoptimierung das zu verbleibende Material etwa in der Größe eines Zugstabes von Lager zu Lager definiert. Entsprechend dem theoretischen Grundgedanken ergibt sich so ein Druck- bzw. Zugstab als Optimierungsergebnis mit dem optimalen Faserwinkel in Richtung der Stablängsachse. Dabei wird deutlich, dass mit dieser Methode zuverlässige Aussagen zur Faserorientierung getroffen werden können.



**Abb. 4.7:** Optimierungsergebnis Zugstab



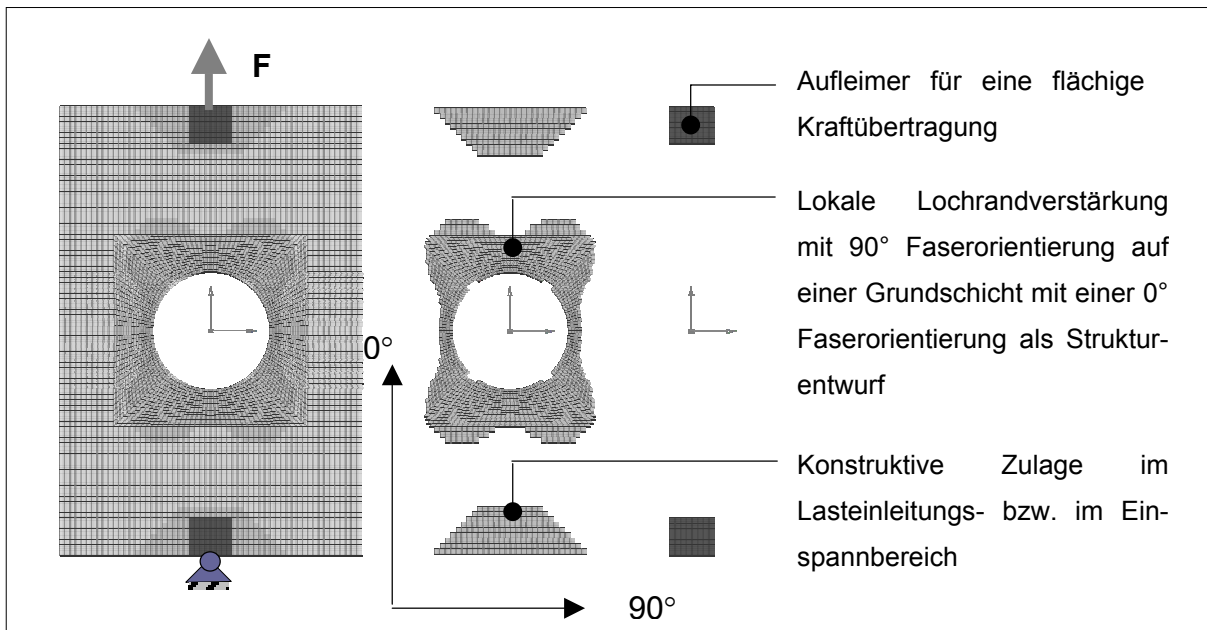


**Abb. 4.8:** Optimierungsergebnis Druckstab

### 4.3 . Numerische Untersuchung der Optimierung von Laminaten

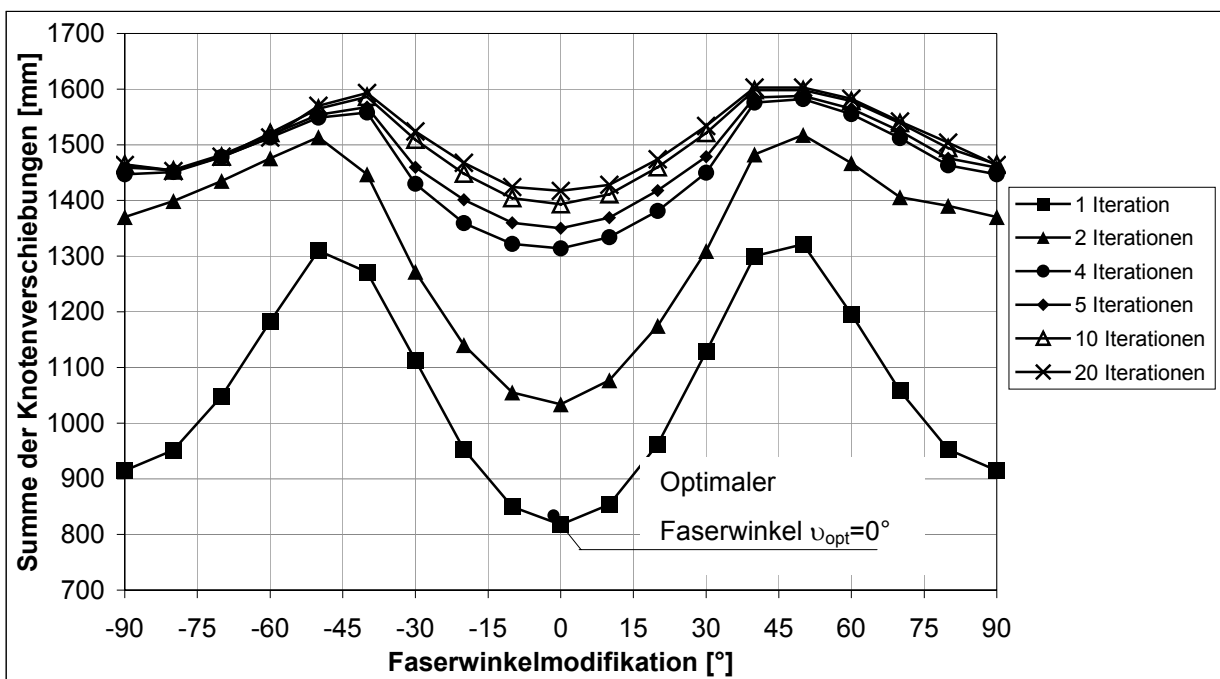
Weitere Analysen für komplexere Designräume wurden am Beispiel einer Lochplatte durchgeführt. Die numerische Untersuchung an multidirektionalen CFK-Lochplatten zeigt eine Möglichkeit der Strukturoptimierung und damit die Verbesserung des Tragverhaltens, insbesondere die Minderung von Kerbspannungen im Lochrandbereich. In einem weiteren Schritt werden diese Analysen anhand empirischer Versuche verifiziert. Die Überprüfung mittels DIN-Versuch, z.B. DIN 65559 „Prüfung von multidirektionalen Laminaten....“ ist nicht möglich, da die Randbedingungen bewusst geändert wurden, um ein eindeutiges Optimierungsbeispiel aufzuzeigen, bei welchem die Unterschiede in der Bauteilstruktur besonders anschaulich sind.

Das Beispiel der Lochplatte dient als einfaches aber durchaus anschauliches Beispiel für die Durchführung von Strukturoptimierungen mittels Faserverbundwerkstoffen. Die Plattenprobe mit Störbohrung soll lokal so verstärkt werden, dass eine effektive Kraftübertragung gewährleistet wird. Hierbei wird als Zielfunktion die maximale Steifigkeit, als Optimierungsvariable der Faserwinkel sowie als Restriktion die hinreichende Festigkeit bei einem vorgegebenen Füllgrad von 15% definiert. Für die Steifigkeit wird als Kriterium die Summe aller Knotenverschiebungen des Grundmaterials gewählt. Alternativ ist auch ein Referenzknoten z.B. der Krafteinleitungsknoten möglich.



**Abb. 4.9:** Lochplatte am Beispiel einer beidseitigen lokalen Verstärkungslage

Zuerst wurde untersucht, wie sich die Anzahl der Iterationen während des Optimierungsvorganges auf die Genauigkeit des ermittelten Faserwinkels auswirken. Hierzu wurde die Lochplatte mit einer Schrittweite von 10° im Bereich von -90° bis +90° optimiert. Die Ergebnisse der Optimierung der ersten Verstärkungsschicht sind in Abb. 4.10 dargestellt.

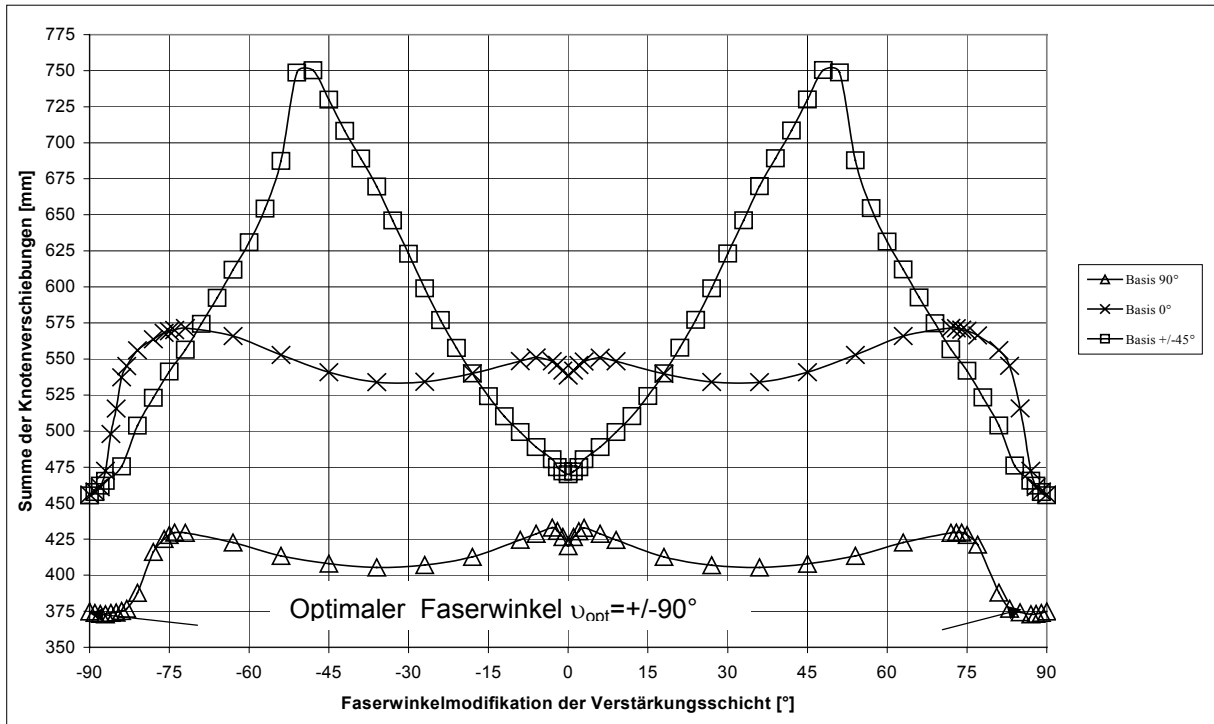


**Abb. 4.10:** Aufsummierte Knotenverschiebungen in Abhängigkeit der Varianz des Faserwinkels und in Abhängigkeit der Iterationsanzahl der zu optimierenden Basisschicht

Die optimale Grundorientierung der Basisschicht ist bei einem Faserwinkel von  $0^\circ$ . Es ist zu erkennen, dass sich aufgrund der noch nicht ausreichend ausgebildeten Topologie der Platte, zwischen Iteration 1 bzw. 2 zu Iteration 20 stark abweichende Verläufe ergeben. Zum anderen sind bereits frühzeitig relativ deutliche Tendenzen zu erkennen. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass sich für jeden Faserwinkel eine zugehörige spezifische Topologie ausbildet und damit deutliche Unterschiede z.B. in Bezug auf die Steifigkeit bestehen. Des Weiteren ist zu erkennen, dass sich mit Fortschreiten des Iterationsprozesses, bei der Lochplatte bereits ab der 4. Iteration, ein Verlauf einstellt, der nur noch geringe Abweichungen zum Endergebnis mit Ablauf der 20. Iterationsschleife aufweist. Zur Minimierung der Rechenzeit werden bei der Lochplatte nur fünf Iterationen Topologieoptimierung durchgeführt, während in diesem Fall für ein möglichst exaktes Ergebnis nicht mehr als zehn Iterationen erforderlich sind.

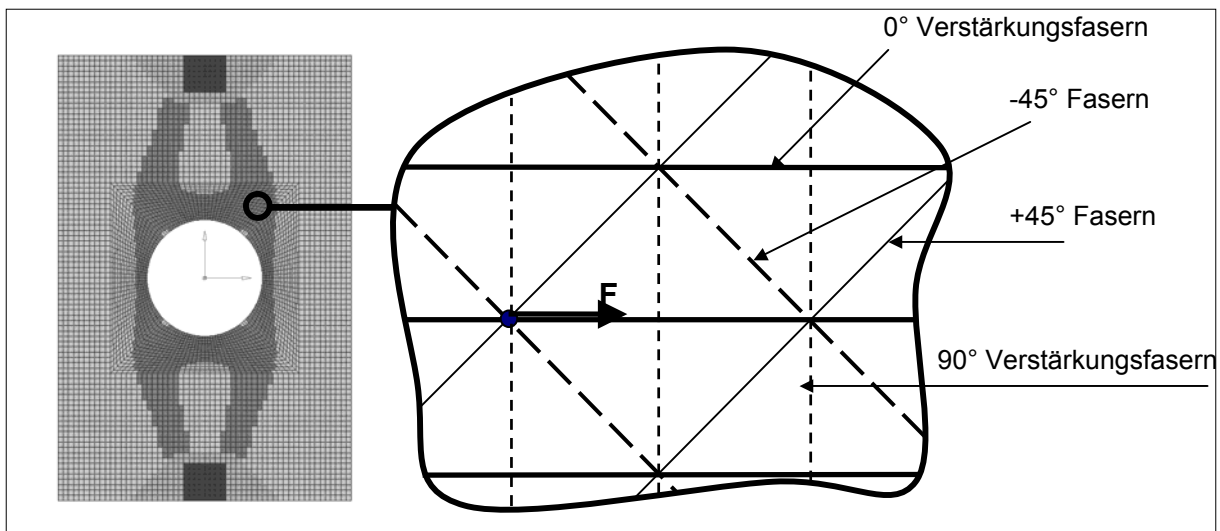
Auf dieser Basis konnte die CFK-Lochplatte erneut analysiert werden, wobei der Einfluss der Orientierung der Basisschicht untersucht wurde. Es wurde eine Schrittweite von  $5^\circ$  des zu variierenden Faserwinkels festgelegt. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Abb. 4.11 dargestellt.

Zu erkennen ist, dass sich die Verstärkungsschicht bei einem Orientierungswinkel der Basisschicht von  $0^\circ$ , aufgrund der Faserorientierung in Krafrichtung, generell die geringsten Verformungen ergeben. Bei der  $90^\circ$  Basisschicht treten demzufolge die größten Verschiebungen auf. Bei einer  $\pm 45^\circ$  Basisschicht ist dagegen zu erkennen, dass das Verformungsverhalten der Lochplatte stark schwankt, wobei sich neben dem absoluten Minimum bei  $90^\circ$  ebenso ein deutliches lokales Minimum bei  $0^\circ$  einstellt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei  $0^\circ$  und  $90^\circ$  die Fasern der Basisschicht jeweils optimal aneinander gekoppelt werden. Wie Abb. 4.12 zeigt, sind dafür makromechanische Effekte bzw. Kopplungen zwischen den Fasern verantwortlich, die den quasiisotropen Schichtenverbund in Form einer Fachwerkstruktur aussteifen.



**Abb.4.11:** Darstellung der Verschiebung der Lochplatte für verschiedene Basis schichten in Abhängigkeit der Faserwinkelmodifikation der Verstärkungsschicht

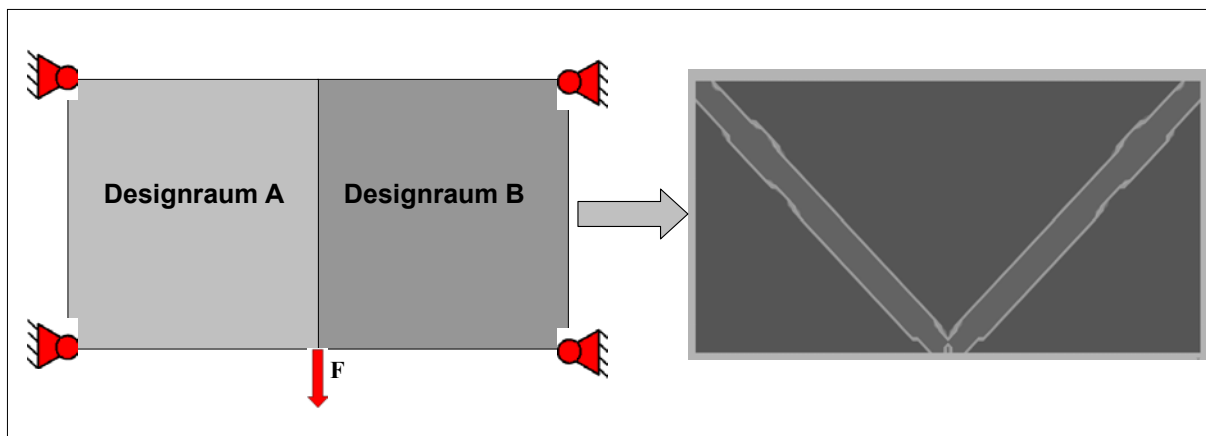
Der generelle Verlauf aller Verschiebungen, bezogen auf den Faserwinkel, lässt sich mit dem Zusammenspiel zweier Hauptverformungen erklären. Zum einen tritt eine Dehnung infolge der Zugbelastung in 0°-Richtung auf und zum anderen tritt eine Stauchung der Fasern durch die Querkontraktion vor allem im Bereich des Loches in 90°-Richtung auf.



**Abb.4.12:** Quasiisotroper Schichtenverbund als Ergebnis der Topologie- und Faserwinkeloptimierung

Es sind die verschiedenen Strukturvorschläge für die entsprechenden Optima dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die Orientierung der Basisschicht die Materialverteilung stark beeinflusst.

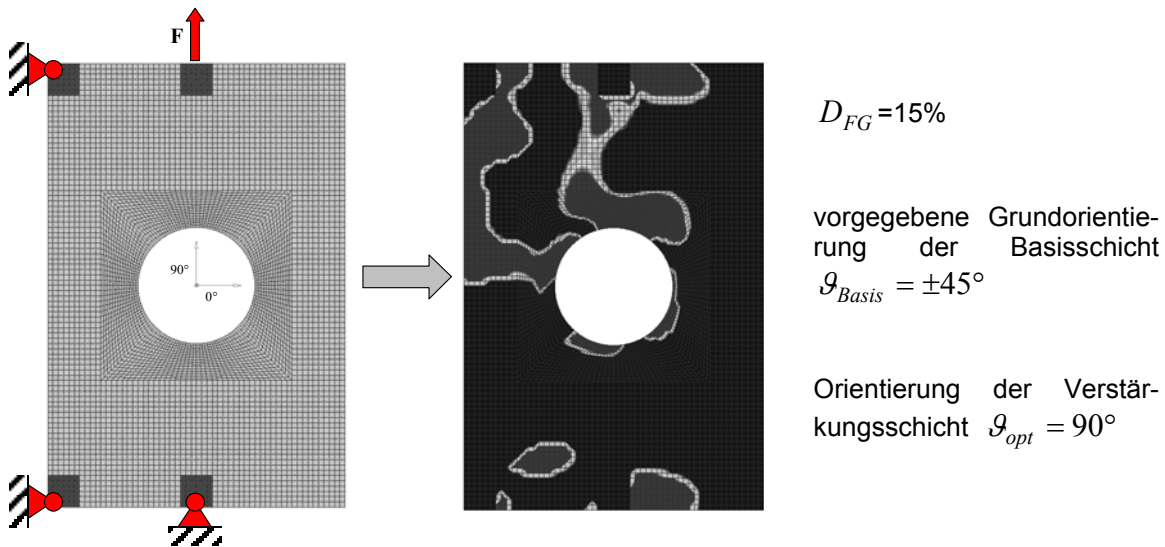
Um auch das Optimierungspotenzial von Systemen mit statisch überbestimmter Lagerreaktionen aus äußeren Belastungen bewerten zu können, wurden entsprechende Modelle untersucht. Wie in Abb.4.13 dargestellt, wurde ein einfacher 2D-Designraum erzeugt. Als Ergebnis konnte ein optimaler Faserwinkel von  $-45^\circ$  für den Designraum A und  $45^\circ$  für den Designraum B ausgegeben werden. Als Topologie bildete sich gleichzeitig eine statisch bestimmte Fachwerkstruktur heraus. Dieser Effekt trat auch bei anderen ähnlich gestalteten einfachen Designräumen auf. Man kann darauf schließen, dass sich bei hinreichend geringem Füllgrad ein statisch überbestimmt gelagertes System zu einem statisch bestimmt gelagertem System reduziert.



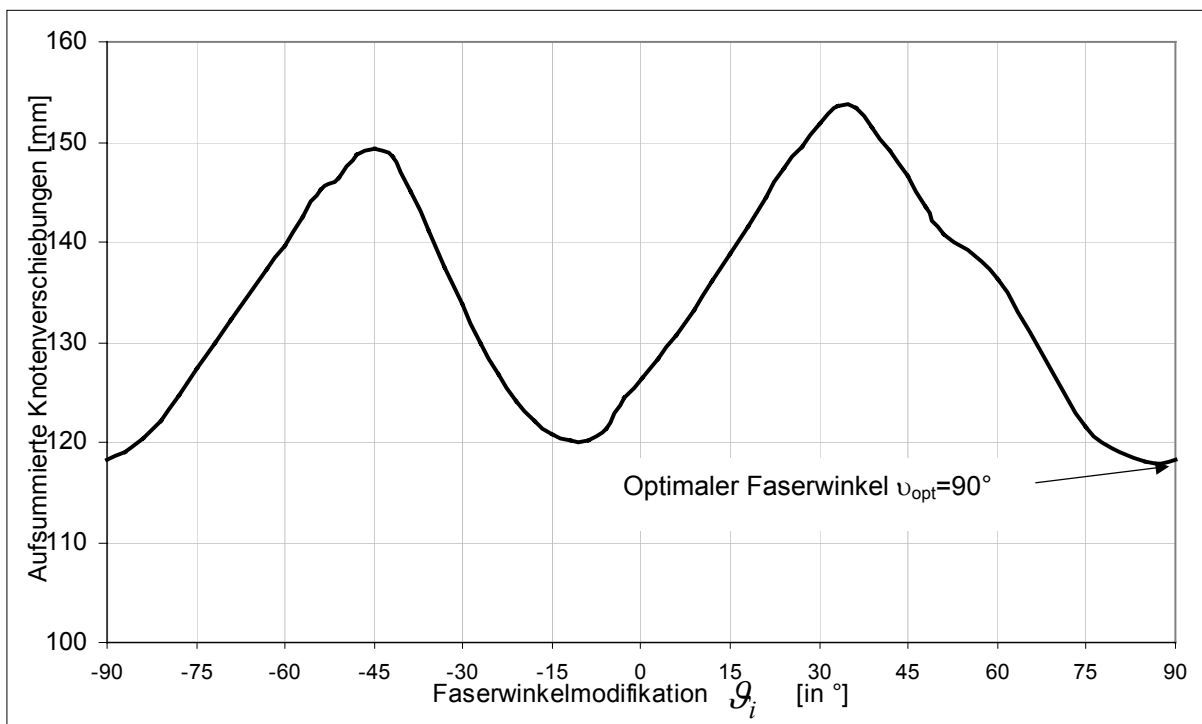
**Abb.4.13:** Zwei Designräume und Strukturvorschlag der statisch überbestimmt gelagerten Lochplatte

Ähnliche Untersuchungen wurden auch an der Lochplatte durchgeführt. Hierbei wurde der bekannte Designraum mit zwei zusätzlichen Lagerungen versehen. Designraum und Strukturvorschlag sind in Abb.4.14, der Verlauf der Verschiebungen in Abb.4.15 zu erkennen. Es wird deutlich, dass sich in diesem Fall der statisch überbestimmte Lastfall nicht auf einen statisch bestimmten reduziert, sondern sich eine lastgerechte Topologie herausbildet, bei der die zusätzlichen Lagerungen Einfluss auf die Verteilung des Materials nehmen. Weiterhin ist zu erkennen, dass sich die Auswahl des optimalen Faserwinkels anhand der Gesamtsteifigkeit auf einen lokalen Extremwert im Bereich von  $0-180^\circ$  beschränkt. Daraus kann abgeleitet werden, dass

sich bei komplexeren statisch überbestimmt gelagerten Systemen ein oder mehrere lokale Extremwerte und damit optimale Faserwinkel einstellen können.



**Abb.4.14:** Designraum und Strukturvorschlag der statisch überbestimmt gelagerten Lochplatte



**Abb.4.15:** Ermittlung des optimalen Faserwinkels unter Verschiebungsrestriktionen einer lokalen Verstärkungslage der statisch überbestimmt gelagerten Lochplatte

Wichtig ist die Vorgehensweise bei der Faserwinkel- und Topologieoptimierung. Insbesondere ist die Auswertung der Optimierungsergebnisse zu automatisieren und gleichzeitig die Rechenzeit effizient zu halten. Dies wird dadurch erreicht, dass zuerst ein Optimierungslauf mit einer großen Schrittweite und wenigen Iterationsschleifen gestartet wird, in dessen automatisiert festgestelltem Strukturentwurf dann ein neuer Winkelbereich mit kleinerer Schrittweite untersucht wird.

Die Vorteile dieser Methode liegen darin, mit vergleichsweise kurzer Rechenzeit und ohne aufwendige Auswertung einen Strukturvorschlag zu erhalten. Nachteilig wirkt sich jedoch aus, dass bei einer großen Schrittweite die Gefahr besteht, statt des globalen ein lokales Extrema zu erhalten, wenn das Suchrastrer ungünstig definiert ist.

Untersuchungen haben gezeigt, dass mindestens fünf Winkel geprüft werden müssen, um überhaupt eine Aussage zur Lage des Extremalwertes treffen zu können. Bei Bauteilen, bei denen sich das Optimum nur in einem sehr engen Bereich einstellt, kann es jedoch auch notwendig sein, die Schrittweite auf  $15^\circ$  herabzusetzen, wodurch der Vorteil einer geringeren Rechenzeit wieder verloren geht. Das Programm muss die für die Winkeloptimierung verwendeten Parameter nach Extrema absuchen und je nach Anforderung das Optimum festlegen. An der Stelle des Optimums wird nun ein neuer Winkelbereich mit der Breite von genau zwei Winkelschritten des ersten Optimierungsschrittes festgelegt (bei  $15^\circ$  Schrittweite also  $30^\circ$ ). Dieser Bereich kann nun in wesentlich feinere Winkelschritte unterteilt werden. Geht man davon aus, dass das Optimum auf  $3^\circ$  genau herausgefunden werden soll und dass im ersten Optimierungsschritt alle  $15^\circ$  berechnet wird, so benötigt man bei der schrittweisen Optimierung nur noch 15 Winkelteilschritte, während bei der Optimierung in einem Schritt dazu 60 Teil-Schritte notwendig wären.

Im Rahmen der Arbeit wurden alle Optimierungsläufe von Hand ausgewertet und die Schrittweite, falls erforderlich, entsprechend angepasst.

#### **4.4. Die Optimierung mehrerer Laminat-Einzellagen**

Um den Zeitaufwand für die Optimierungsschleifen zu verringern und die Einsatzmöglichkeiten zu erweitern wurde untersucht, ob mehrere Schichten gleichzeitig optimiert werden können. Da speziell in komplexen Bauteilen die mehrlagigen Lamine

mit verschiedenen Faserwinkeln ausgeführt werden, ist es sinnvoll, jede Schicht einzeln zu betrachten und getrennt voneinander zu analysieren.

Für die Modellierung mehrschichtiger Lamine bietet z.B. ABAQUS mehrere Möglichkeiten. Zum einen können innerhalb einer Lage z.B. als [SHELL SECTION] mehrere Schichten mit jeweils eigener Schichtdicke und Faserorientierung definiert werden. Zum anderen besteht jedoch auch die Möglichkeit, jede Schicht getrennt voneinander zu modellieren. Auf diese Weise erhält man pro Schicht eine separate Designlage [ELSET] mit separaten Knoten und nur einer Faserorientierung. Diese werden über [TIED CONTACT; EQUATION] gekoppelt.

So können die einzelnen Schichten unterschiedliche Strukturvorschläge erhalten und das Ergebnis ist eine für jede Schicht typische bzw. lastgerechte Topologie.

Dadurch ist es möglich, jeder Schicht eine eigene Verteilung zuzuweisen und somit unabhängig zu optimieren. Nachteilig wirkt sich hierbei die zusätzlich notwendige Kopplung der einzelnen Schichten untereinander aus, was den Modellierungsaufwand entsprechend erhöht. Hierbei sei die Berücksichtigung von unterschiedlichen Belastungszuständen der Kopplungen erwähnt, die Berechnungsmodelle müssen für Biege-, Torsions-, Druck- und Zugbeanspruchung realistische Ergebnisse liefern.

Wie bei der in Kapitel 4.1 dargestellten Optimierung der Lochplatte wurden durch gleichzeitig zugelassene Entwurfsvariablen die beidseitig modellierten Verstärkungsschichten in jeweils einem Schritt optimiert. Beim Vergleich der zu optimierenden Schichten konnte festgestellt werden, dass sich beide Schichten exakt gleich ausbildeten. Sowohl die Topologie als auch der Faserwinkel stellten sich identisch ein. Ebenfalls wurde festgestellt, dass sich bei unterschiedlichen Orientierungen der Einzelschichten auch unterschiedliche Topologien herausbildeten, die jeweils für den entsprechenden Faserwinkel plausible Strukturen darstellten.

Im Rahmen weiterer Untersuchungen wurde festgestellt, dass es nicht sinnvoll ist, alle Schichten eines Bauteils gleichzeitig zu optimieren. Bei einer derartigen Vorgehensweise beeinflussen sich die Topologien der einzelnen Schichten zu stark, so dass sich kein exaktes Optimum herausbildet. Es ist daher sinnvoll, mit der Basischicht zu starten und diese nach der Optimierung einzufrieren. Nachträglich können dann weitere Zulagen optimiert werden. Die darauf aufbauenden Verstärkungslagen sollten schichtweise optimiert werden, wobei es sich als vorteilhaft erwiesen hat, nicht mehr als zwei verschieden orientierte Schichten gleichzeitig zu optimieren. Es



hat sich gezeigt, dass sich durch die gleichzeitige Optimierung mehrerer Schichten die für die Optimierung benötigte Zeit deutlich reduzieren lässt. Jedoch besteht bei zu vielen Schichten die Gefahr, durch eine zu hohe Anzahl an Freiheitsgraden kein exaktes Optimum zu erhalten. Es liegt demzufolge im Ermessen des Anwenders, eine seinem Bauteil und dessen Randbedingungen entsprechende Vorgehensweise zu wählen.

#### **4.5. Zusammenfassende Darstellung der Optimierungsmethode**

Der erreichte Stand ermöglicht es, mit geringem vertretbarem Modellierungsaufwand die Struktur von Bauteilen aus faserverstärkten Kunststoffen deutlich zu optimieren. Es kann sowohl der globale Faserwinkel als auch die Topologie einer oder mehrerer Schichten eines flächigen Bauteils optimiert werden. Die Topologieoptimierung erfolgt dabei als iterativer Prozess, der für jeden zu untersuchenden Faserwinkel wiederholt wird. Der optimale Faserwinkel wird durch den Vergleich des für den jeweiligen Faserwinkel erzeugten, abhängigen Topologievorschlages bestimmt. Als Bewertungskriterien können die Festigkeit (die Auslastung der Bruchreserve; Tsai-Hill) des Bauteils, die Gesamtverformung, globale bzw. lokale Steifigkeit des Bauteils und die aufsummierten Knotenverschiebungen dienen.

Die Topologieoptimierung erfolgt festigkeits- und steifigkeitsbezogen. Das bedeutet, dass die zu untersuchenden Bauteile auf optimale Festigkeit hin optimiert werden. Der Füllgrad gibt an, wieviel Designmaterial in der Bauteilstruktur letztendlich bestehen und optimal verteilt werden soll. Bei einem geringen Füllgrad bleibt nach der Optimierung nur eine geringe Materialmenge bestehen.

Der Ausgangspunkt für die Optimierung ist ein Designraum. In diesem werden sowohl die Belastungen und Lagerungen, als auch die maximalen Abmessungen des Bauteils definiert. Das Endergebnis der Optimierung ist ein Strukturvorschlag, bestehend aus einem optimalen Faserwinkel und einer zugehörigen Topologie maximaler Festigkeit und Steifigkeit. Dieser Strukturvorschlag stellt kein fertiges Bauteil dar, sondern dient als Designempfehlung für das untersuchte Bauteil und muss noch in eine gebrauchstaugliche Konstruktion umgewandelt werden.

Die Optimierungsprozedur ist auf alle flächigen Bauteile anwendbar, deren Fasern in mindestens einer Ebene orientiert sind. Die Verwendung ist sowohl für Gewebe als

auch für Gelege möglich. Die Anwendung beim Einsatz von Kontinuumelementen ist auch möglich, aber aufgrund der komplexen Modellierung sehr aufwendig. Da die Herstellung von FKV-Bauteilen nahezu immer in flächigen Bauteilen resultiert, kann davon ausgegangen werden, dass sich mit der Methode und dem daraus entstandenen Programm fast alle Anwendungen berechnen lassen. Die derzeitige Voraussetzung ist eine überwiegende Druck-Zug-Beanspruchung.

Der im Rahmen der Arbeit untersuchte Einsatzbereich der Methode stellt nur einen Teil des möglichen Anwendungsbereiches dar.

## 5. Experimentelle Festigkeits- und Steifigkeitsuntersuchungen

Um die Berechnungsergebnisse bewerten zu können, ist ein Vergleich mit empirisch ermittelten Ergebnissen notwendig. Daher wurde ein Bauteil exemplarisch optimiert (Lochplatte) und die Ergebnisse in eine Konstruktion umgesetzt. Die Ergebnisse aus den Zugversuchen wurden mit rechnerisch ermittelten Werten verglichen. Hierzu war die Anfertigung von mehreren Probeexemplaren der Lochplatte notwendig. Die Lochplatte wurde sowohl mit als auch ohne Verstärkung gefertigt, um den tendenziellen Steifigkeitsgewinn zu messen und das Optimierungspotential darzustellen. Um die Auswirkungen von Fertigungstoleranzen zu minimieren, wurden mindestens zehn Proben der verstärkten und fünf Proben der unverstärkten Platte geprüft. Zusätzlich wurden einige Proben mit Dehnmessstreifen (DMS) versehen, um lokale Einflüsse zu untersuchen.

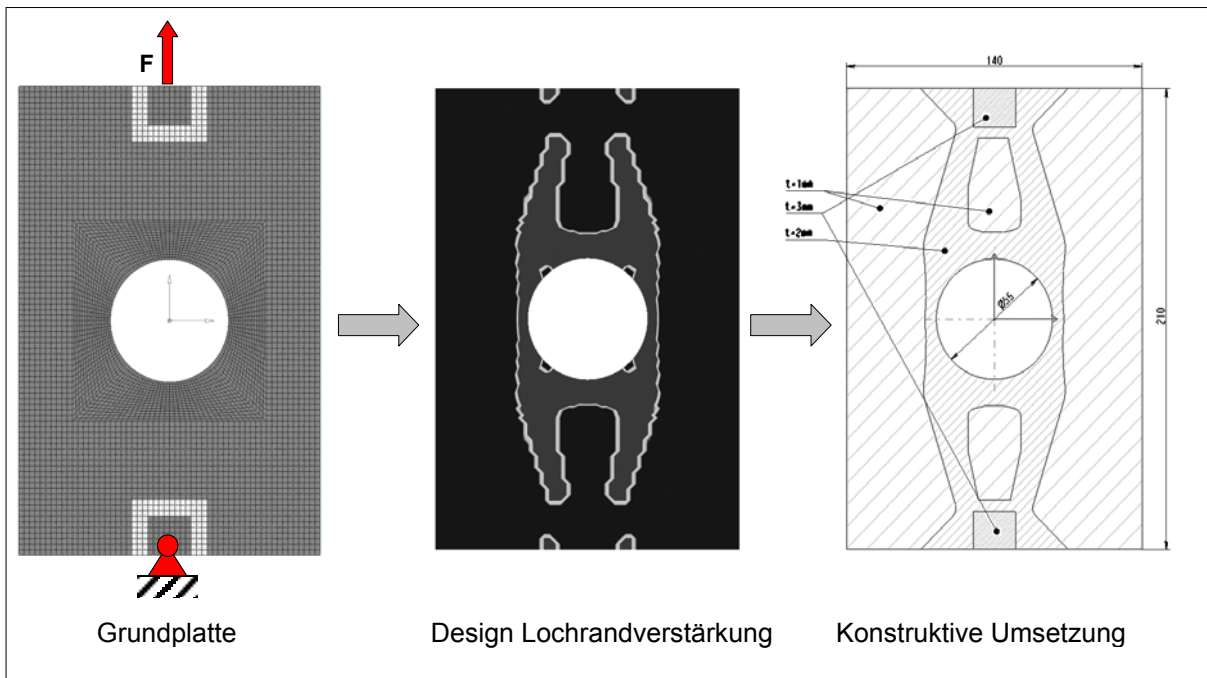
### 5.1. Topologie- und Faserwinkeloptimierung von Verstärkungslagen

Um die Versuche mit den Optimierungsergebnissen vergleichen zu können, ist es notwendig, das Berechnungsmodell der Lochplatte den Anforderungen des Versuches anzupassen. So wurden die Verstärkungen an der Krafteinleitung in das Modell integriert und die Einspannbacken als Kontinuumelemente mitmodelliert.

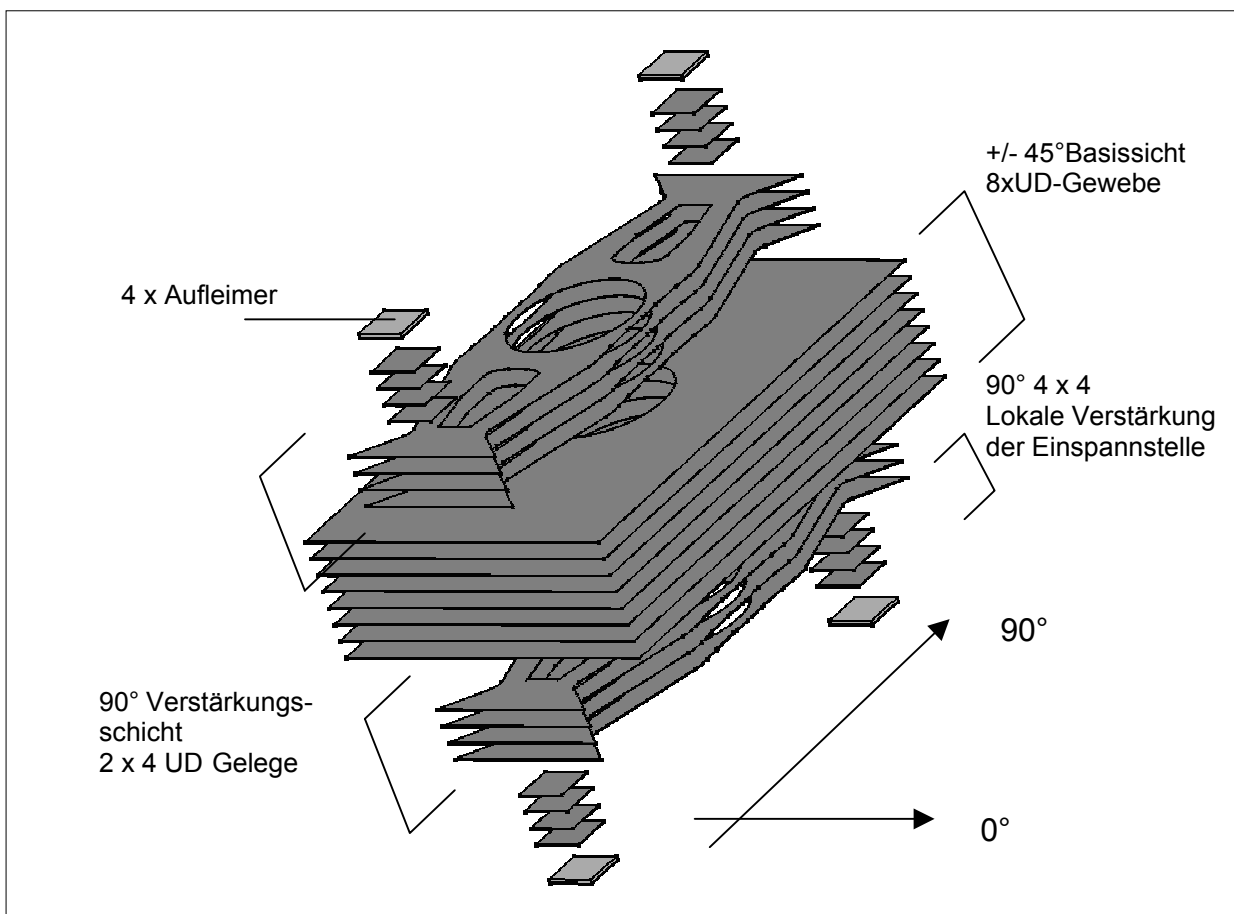
Für die Faserwinkeloptimierung wird das Bauteil mit 5 kN belastet und ein Füllgrad von 20% für die Topologieoptimierung der Verstärkungsschichten vorgegeben. Um zu vermeiden, dass nur ein lokales Minimum erkannt wird, wurden pro Winkel zehn Iterationen berechnet und von  $-90^\circ$  bis  $+90^\circ$  alle  $3^\circ$  optimiert. Der Strukturvorschlag für den errechneten optimalen Faserwinkel wurde dann mit weiteren zehn Iterationen feinoptimiert. In Abb.5.1 ist eine nicht-optimierte und eine optimierte CFK-Zugprobe mit der typischen kreisrunden Störbohrung dargestellt.

Für das Materialmodell sind die Kenndaten, wie in Tabelle 5.1 dargestellt, zum Einsatz gekommen.

Die verstärkte Platte sollte bei einer Zulage von ca. 25% Material eine um 175% höhere Steifigkeit und eine hinreichende Festigkeit besitzen. Die effektive Festigkeit sollte 75% der Grenzfestigkeit betragen.



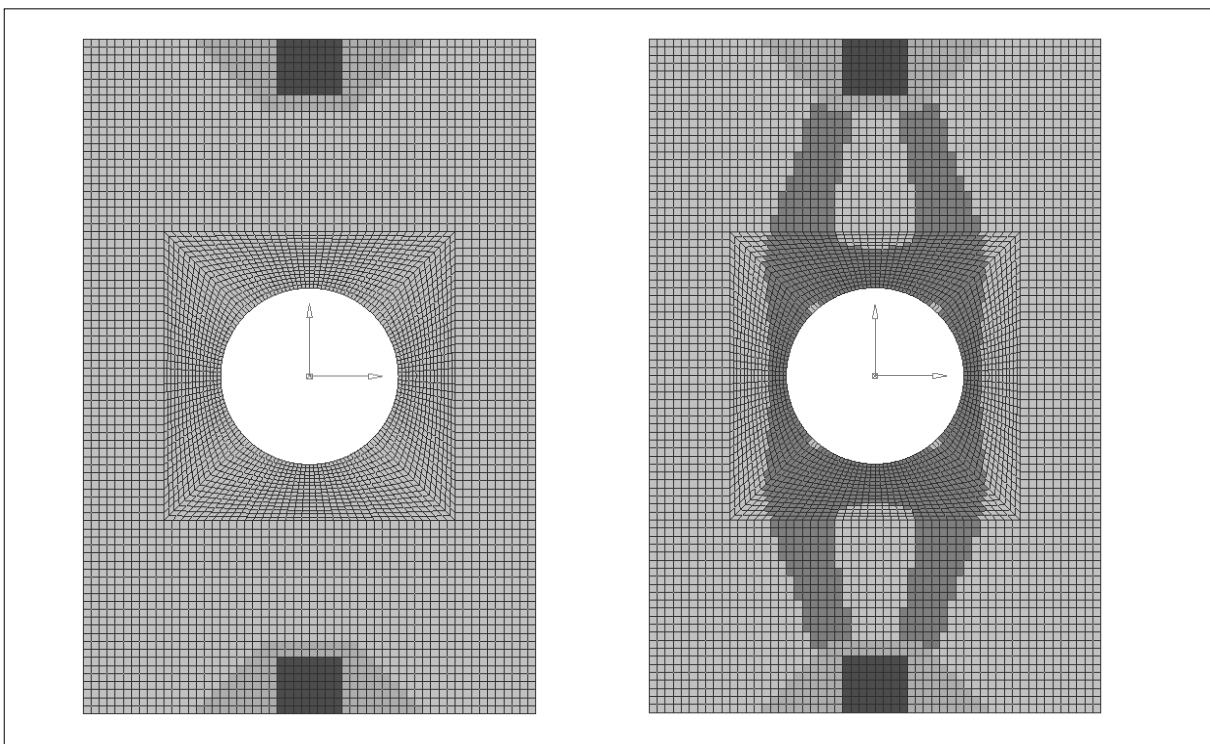
**Abb.5.1:** Ergebnis der Strukturoptimierung



**Abb.5.2:** Laminataufbau der verstärkten Lochplatte

Eigenschaft	T300-Faser	T700-Faser
Zug-E-Modul $E_1$	125 GPa	125 GPa
Querzug-E-Modul $E_2$	7,8 GPa	7,8 GPa
Querkontraktionszahl $\nu_{12}$	0,34	0,34
Schubmodul $G_{12}$	4,4 GPa	4,4 GPa
Zugfestigkeit in Faserrichtung $X_t$	1700 MPa	2400 MPa
Druckfestigkeit in Faserrichtung $X_c$	1500 MPa	1500 MPa
Zugfestigkeit quer zur Faserrichtung $Y_t$	100 MPa	70 MPa
Druckfestigkeit quer zur Faser $Y_c$	100 MPa	100 MPa
Zugbruchdehnung in Faserrichtung $X_{ct}$	1,7%	1,7%
Zugbruchdehnung quer zur Faser $Y_{ct}$	0,8%	0,8%
Dichte $\rho$	1,54 g/cm <sup>3</sup>	1,57 g/cm <sup>3</sup>

**Tab.5.1:** Kenngrößen des Laminates aus den eingesetzten T300/T700 CFK mit 60% Faservolumengehalt

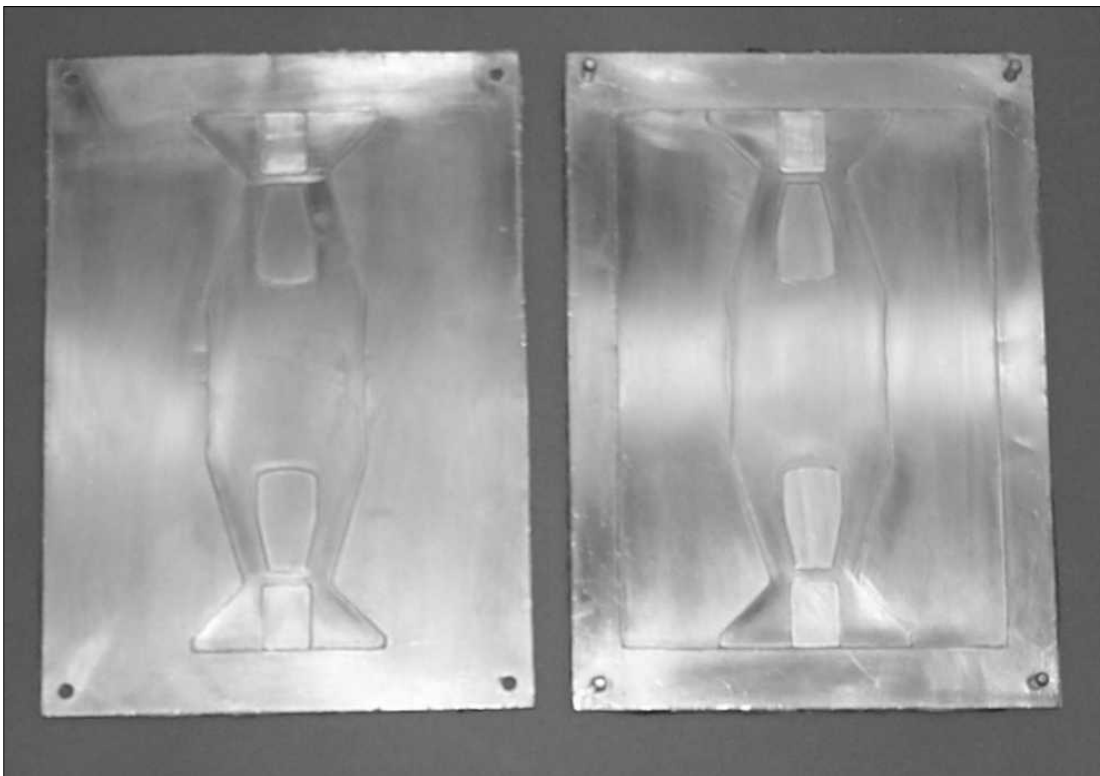


**Abb.5.3:** Darstellung des Berechnungsmodells verstärkt/unverstärkt

## 5.2. Empirische Gegenüberstellung der numerischen Untersuchungen

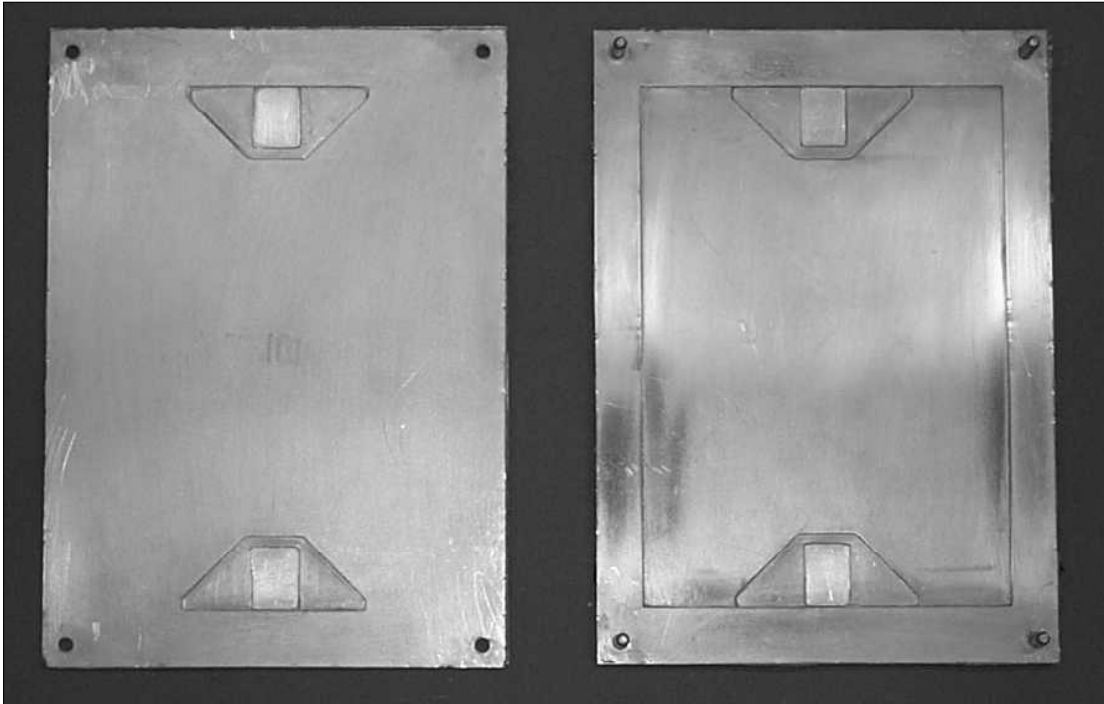
Zur Herstellung der optimierten Lochplatte war es erforderlich, den Strukturvorschlag in eine fertigungsgerechte Form zu überführen. Die durch die Vernetzung hervorgerufene unebene Kontur (Grenzschicht zwischen 0 und 1) wurde durch eine Kurve angenähert und die Krafteinleitung entsprechend den Anforderungen modelliert. Der Strukturvorschlag wurde in einem Negativform-Verfahren hergestellt.

Um möglichst geringe Abweichungen der Konturen zu erreichen, wurden mit Hilfe einer Wasserstrahlschneidanlage Negativformen aus Edelstahl angefertigt, in die dann per Handlaminieren die Kohlefaser-Einzelschichten eingelegt wurden. Diese Schichten wurden anschließend unter hohem Druck zu einer Probe zusammengefügt. Der Fasergehalt der CFK-Lochplatte beträgt ca. 65%.

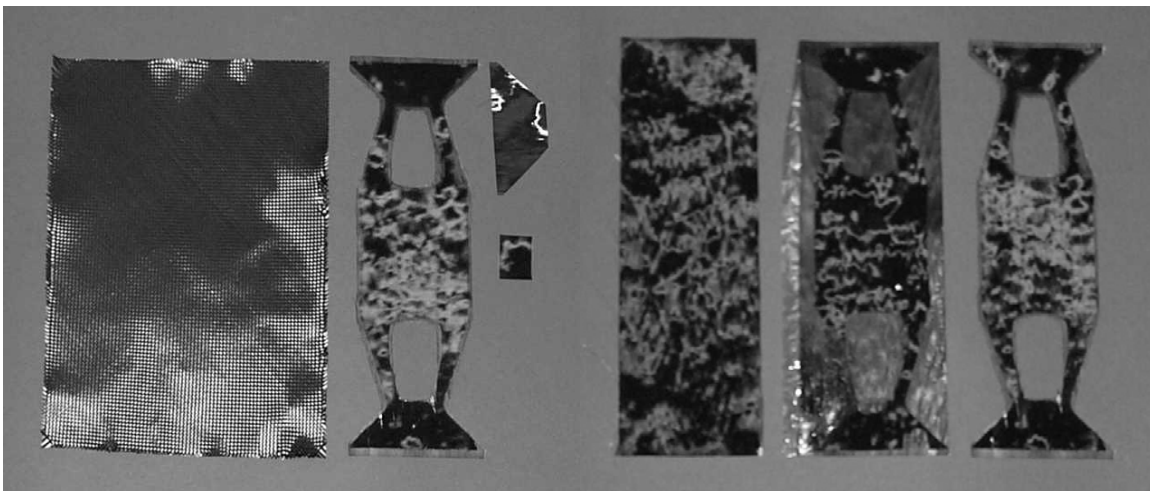


**Abb.5.4:** Fertigungsform der verstärkten Platte

Als Material für die Platten wurden Kohlenstofffasern und Epoxidharz verwendet. Für die Basisschicht kam dabei  $93 \text{ g/m}^2$  Leinwandgewebe aus T300-Fasern und für die Verstärkungen  $125 \text{ g/m}^2$  Unidirektional-Gelege aus T700 Fasern zur Anwendung. Die Basisschicht besteht aus acht Lagen Gewebe, woraus sich eine Gesamtschichtdicke von ca. 1mm ergibt. Die Verstärkungsschichten sind pro Seite aus vier Lagen aufgebaut, wobei sich durch die Formen eine Schichtdicke von ca. 0,5 mm ergibt

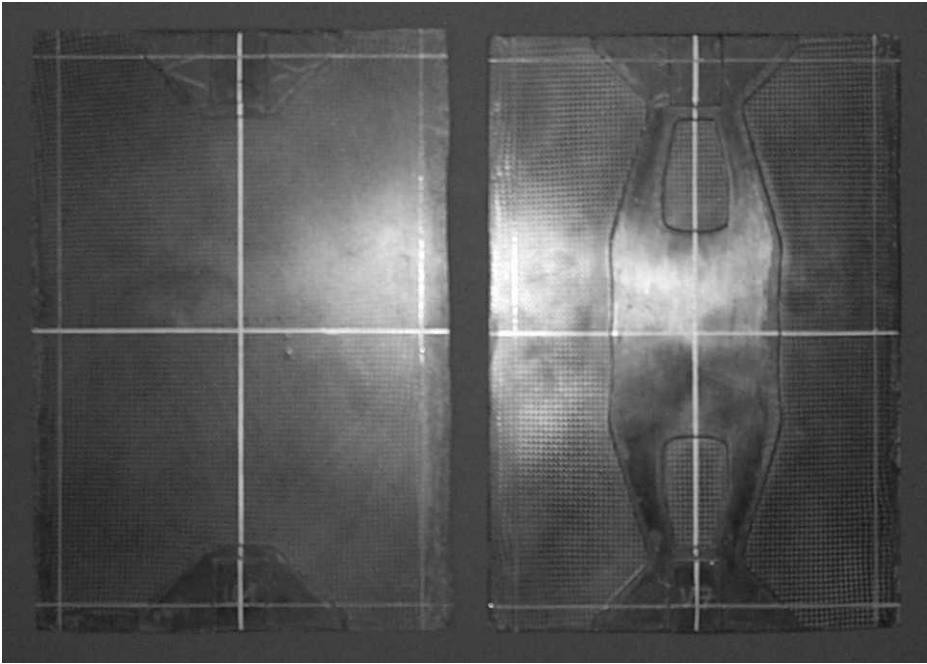


**Abb.5.5:** Fertigungsform der unverstärkten Platte



**Abb.5.6:** Zuschnitte für die Lochplattenproben und deren Einzellagen

Um die Belastungen sowie schädigende Einflüsse wie Mikrorisse, etc. für die Lochplatte möglichst gering zu halten, wurde das Besäumen und das Einbringen der Störbohrung mittels Wasserstrahlschneidanlage durchgeführt. Die Platten wurden anhand aufgezeichneter Markierungen (Abb.5.7) ausgerichtet und die Konturen CNC-gesteuert geschnitten. Die fertigen Platten sind in Abb.5.8 zu sehen.

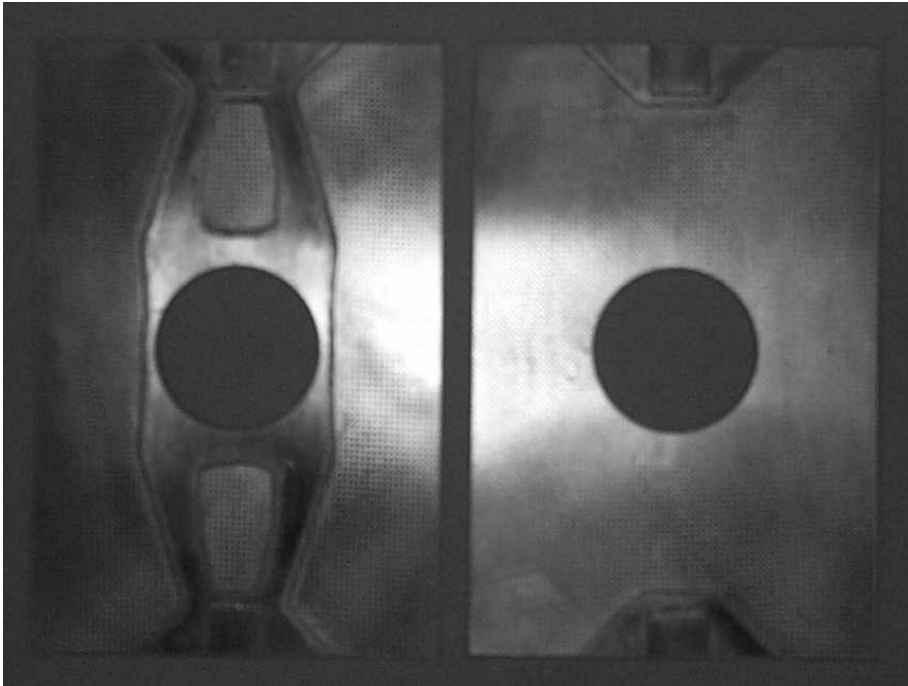


**Abb.5.7:** markierte Rohteile der Lochplatte

Es wurden insgesamt fünf unverstärkte (U1 bis U5) und 13 verstärkte Platten (V1 bis V13) hergestellt. Die Fertigungsqualität schwankte, bedingt durch das Handlaminieren, relativ stark. Speziell die zuerst hergestellten verstärkten Platten zeigten im Bereich der Verstärkungsschicht große Abweichungen und enthielten noch zu viel Harz. Das Ausschneiden der Löcher brachte ebenfalls Ungenauigkeiten hervor. Die Platten wurden hinsichtlich ihrer Materialstärke, ihres Gewichts, der Lage des Loches und der Qualität des Laminates bewertet. Die qualitativ schlechtesten Platten wurden zum Einrichten der Prüfmaschine und Feststellen der Belastbarkeit der Platten verwendet.

Für die Durchführung der Versuche war es erforderlich, die Krafteinleitungen mit Aufleimern zu versehen. Diese dienen zum gleichmäßigen und flächigen Einleiten der Kräfte in die Probe und bestehen aus glasfaserverstärktem Epoxidharz in  $\pm 45^\circ$  Anordnung. Die Aufleimer wurden mit dem kalthärtenden, luft- und raumfahrtzugelassenen 2K-Klebstoff (3M ScotchWeld 9323 B/A) auf Epoxidharzbasis mit der Probe verklebt. Die Klebestellen wurden vorher gründlich entfettet und angeschliffen. Die Krafteinleitung in die Zugprobe ist trotz konstruktiver Verstärkung nicht problemfrei. Teilweise wurden die Prototypen aus den Aufdopplern herausgezogen. Somit konnte nicht bei allen Zugproben die exakte Bruchlast ermittelt werden. Diese Proben wurden nicht zur Ergebnisauswertung herangezogen.



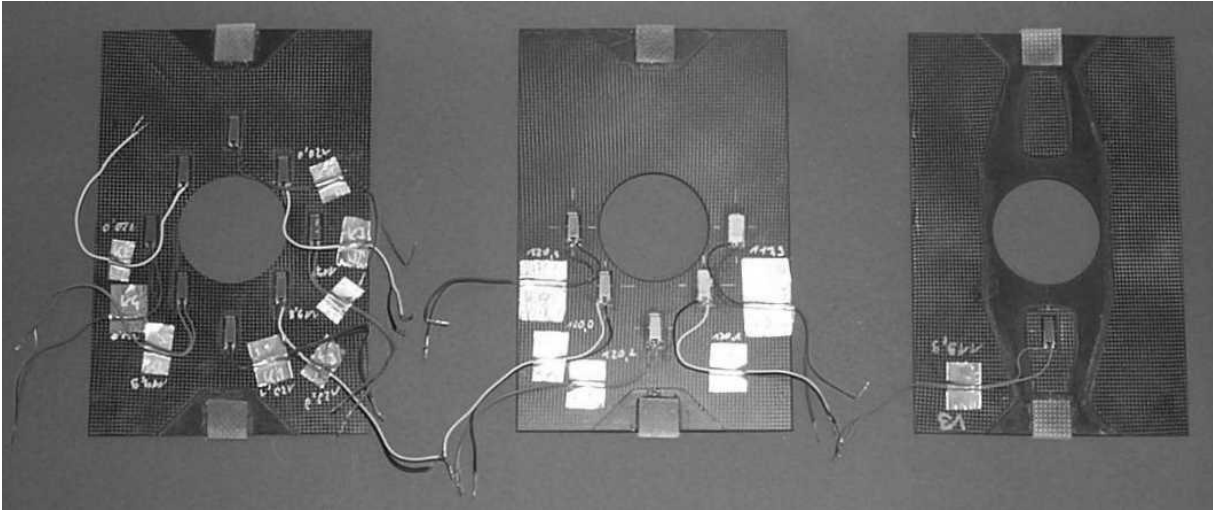


**Abb.5.8:** Fertigteile der Lochplattenprobe (verstärkt/unverstärkt)

Beispiele für die fertigen, mit Aufleimern und DMS versehenen Platten sind in Abb. 5.9 zu sehen. Es wurden von den unverstärkten und verstärkten Platten jeweils eine mit acht und jeweils eine mit fünf Dehnmessstreifen versehen, um lokale Dehnungen zu untersuchen. Dafür fanden die qualitativ besten Proben Verwendung. Alle anderen Lochplatten erhielten jeweils nur einen DMS, der dazu diente, den Zustand der Platten zu beurteilen.

Zur Bewertung der Steifigkeit der Platten sollte zuerst die Belastung nur im elastischen Bereich erfolgen. Die Belastung der Platten erfolgte weggesteuert, wobei eine Geschwindigkeit von 2 mm/min festgelegt wurde, um quasistatische Versuchsbedingungen zu schaffen. Bei diesen Messungen wurden alle Dehnmessstreifen angeschlossen, um einen qualitativen Abgleich der Proben machen zu können.

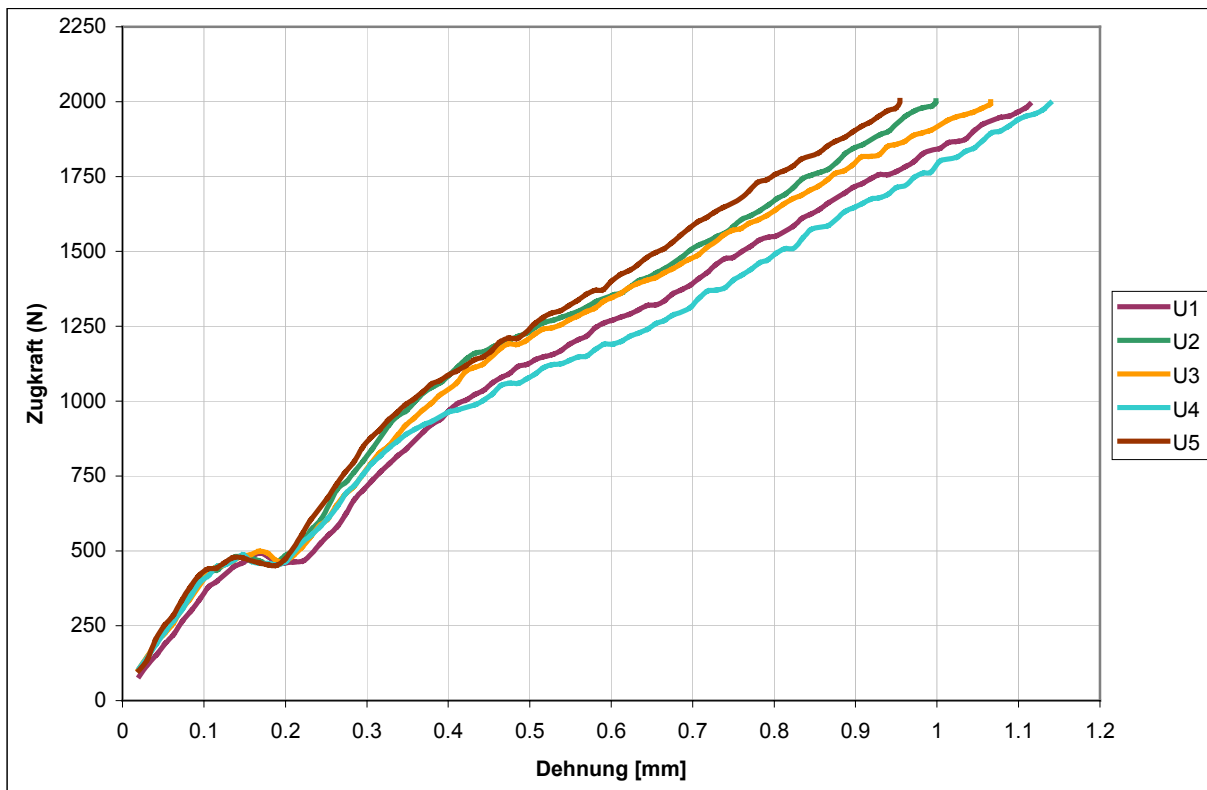
Für die Festigkeitsuntersuchungen sollten einige Proben bis zum Versagen belastet werden. Die maximale Zugkraft ist das entscheidende Kriterium, jedoch wurden die Versuche nicht nach dem Versagen erster lokaler Bereiche abgebrochen, sondern bis zum vollständigen Bruch oder einer Verformung von 10 mm gefahren.



**Abb. 5.9:** Mit DMS und Aufleimern versehene Proben

### 5.2.1. Steifigkeitsuntersuchungen

Die Kraft-Dehnungskurven für die unverstärkten Lochplatten sind in Abb. 5.10 dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Versuchsergebnisse der für per Handlaminierten hergestellten Platten nur geringe Abweichungen voneinander aufweisen.

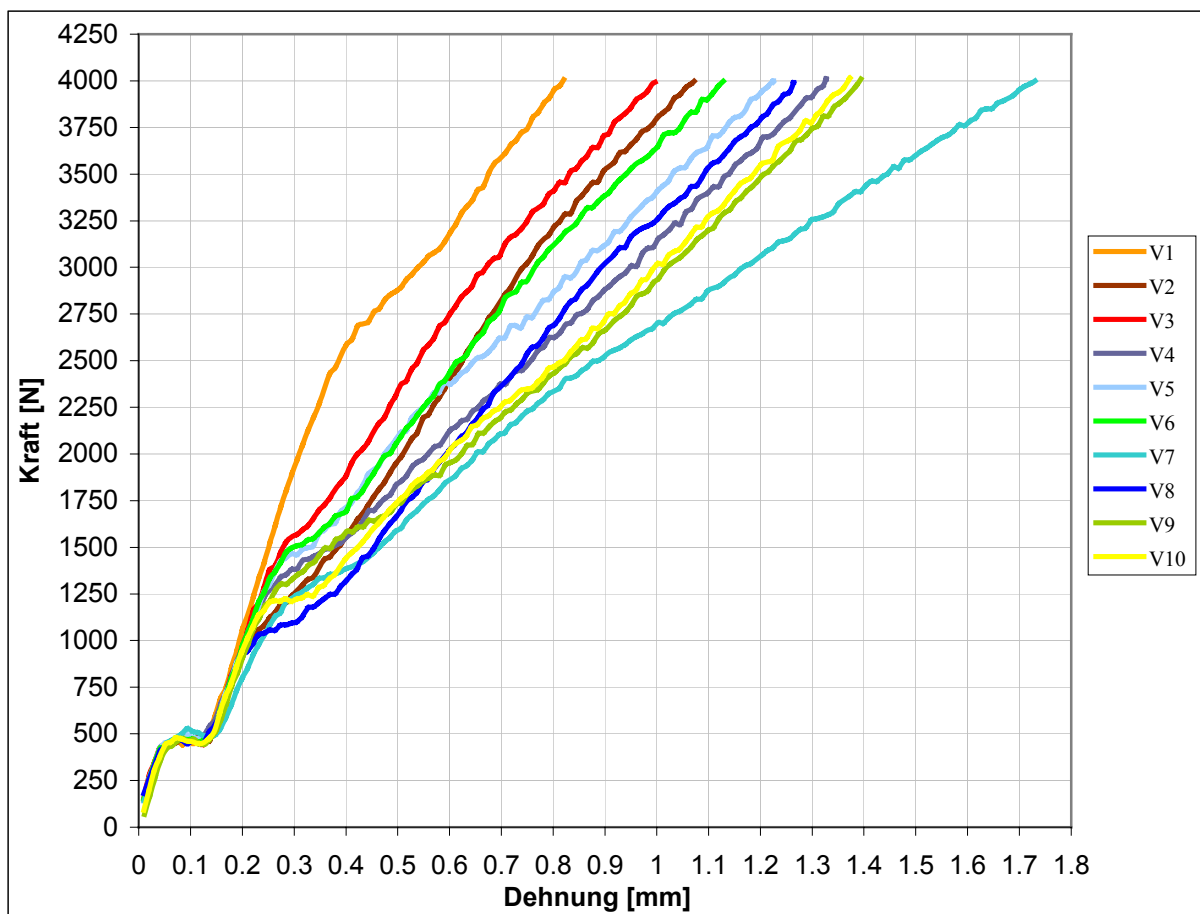


**Abb. 5.10:** Kraft-Dehnungsverlauf der unverstärkten Lochplatten

Die prozentuale Abweichung der Dehnung vom Mittelwert bei 2000 N beträgt 10%. Der Knick bei ca. 500 N ist auf die Einspannbacken zurückzuführen. Er entsteht vermutlich durch ein Zusammenwirken des geringen E-Moduls der Aufleimer und dem Selbstverstärkungseffekt der Spannbacken durch das Keilprofil, wodurch die Spannbacken ein Stück nachgeben.

Die absoluten Verformungswerte der CFK-Lochplatte in Zugrichtung betragen bei 2000 N 0,95 bis 1,14 mm. Der Mittelwert liegt bei 1,045 mm, was einer relativen Dehnung von 0,6% bei einer freien Länge von 175 mm entspricht.

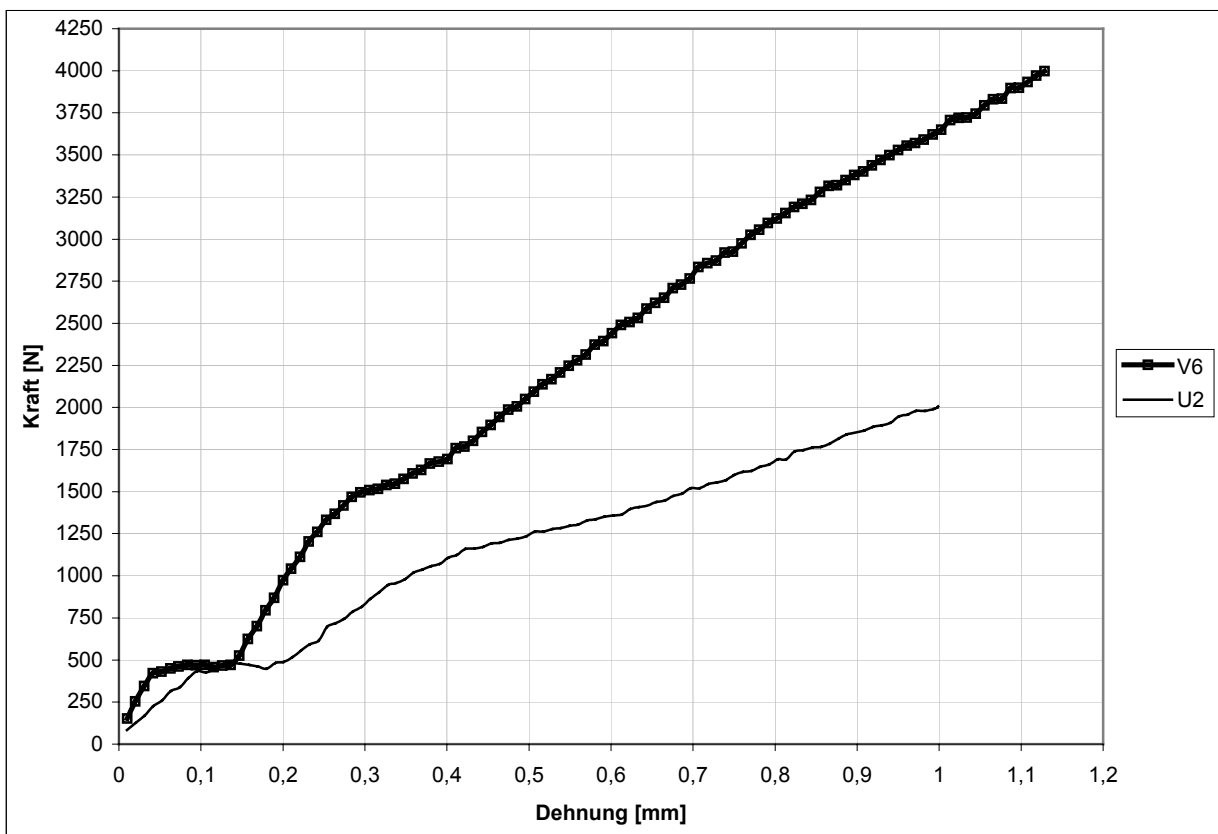
Bei der Kraft-Dehnungsrelation für die optimierten Lochplatten (Abb.5.11) fällt auf, dass die Streuungen wesentlich stärker sind. Die Verformungen der Probe V7 erscheinen unrealistisch hoch und waren vermutlich durch ein Herausrutschen der Platte aus der Einspannung bedingt, weswegen diese Probe nicht berücksichtigt wird. Der Versuch V1 wird beibehalten, da es sich um die optisch hochwertigste Platte handelt und sich die Ergebnisse reproduzierbar einstellen.



**Abb.5.11:** Kraft-Dehnungsverlauf der verstärkten Lochplatten

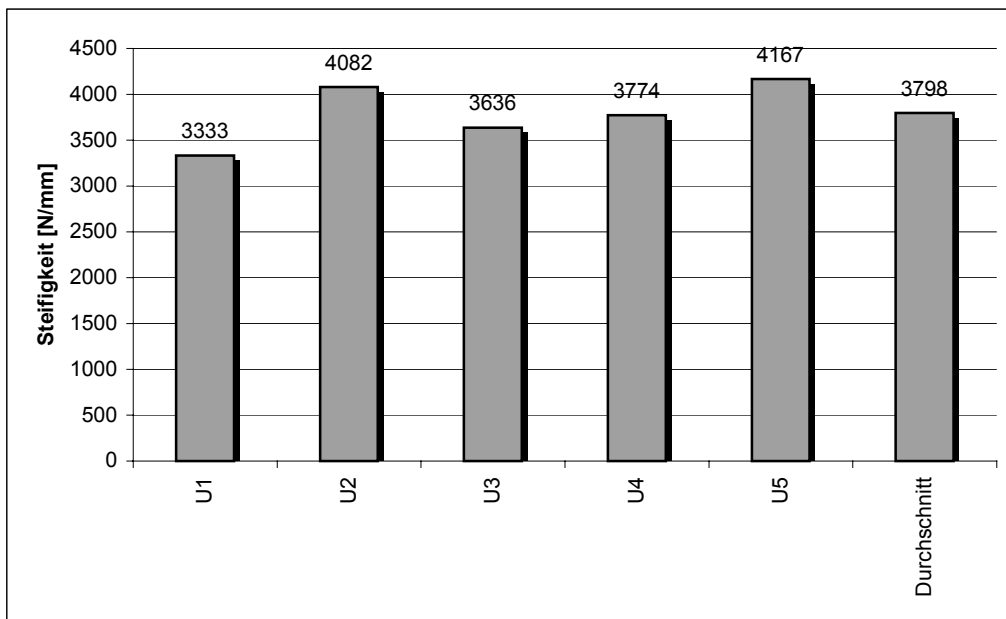
Auffällig ist, dass auch bei den verstärkten Platten bei 500 N ein Knick auftritt. Die Messwerte für die Dehnungen schwanken bei 2000 N zwischen 0,32 und 0,63 mm, bei 4000 N zwischen 0,81 und 1,39 mm. Der Mittelwert bei 4 kN liegt bei 1,1 mm, was einer relativen Dehnung von 0,6% entspricht. Bei 2 kN liegt er ca. bei 0,5 mm bzw. 0,29%.

Zum Vergleich der verstärkten mit den unverstärkten Platten wurden die Proben U2 und V6 ausgewählt. Diese sind in Abb. 5.12 gegenübergestellt. Man erkennt, dass sich bei der verstärkten Lochplatte eine Verformung von 0,48 mm bei 2000 N ergibt, während die unverstärkte Probe bei der gleichen Last bereits um 1 mm verformt ist. Daraus lässt sich ableiten, dass die verstärkte Platte eine ca. doppelt so hohe Steifigkeit besitzt als die unverstärkte.

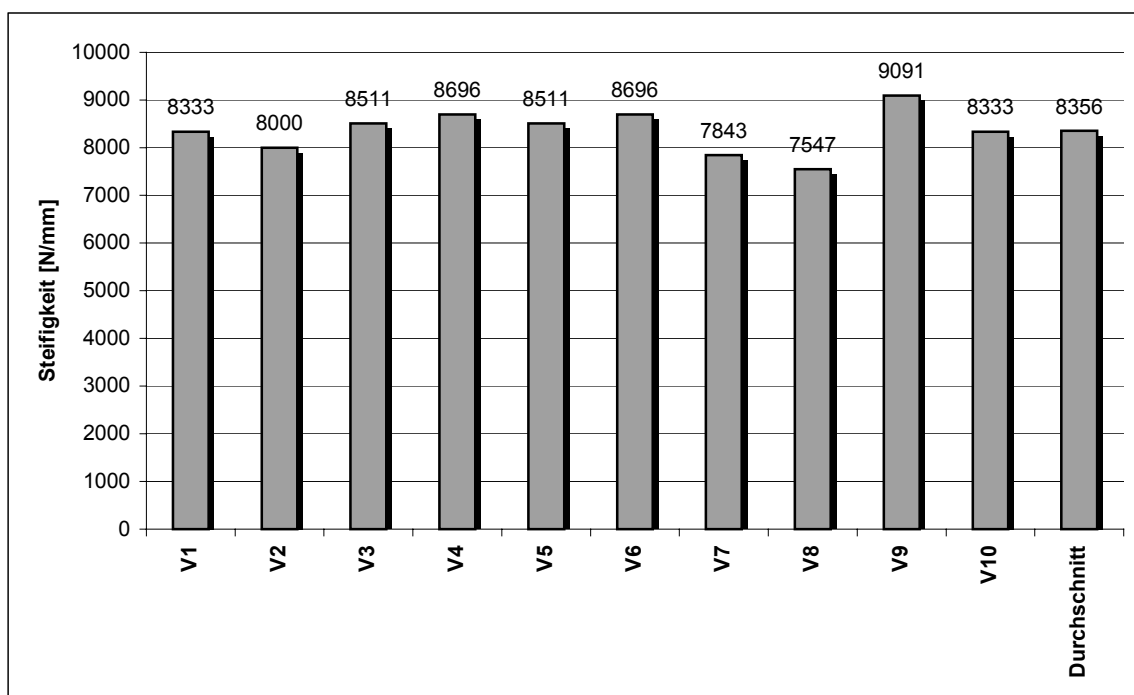


**Abb.5.12:** Vergleich der Verformungen zwischen verstärkter und unverstärkter Platte

In einem weiteren Schritt wird die spezifische Steifigkeit der Platten errechnet. Hierzu werden für jede Lochplatte die Hauptdehnungen bei 200 und 400 N ermittelt und aus dem Anstieg die spezifische Steifigkeit errechnet. Die Ergebnisse sind in Abb.5.13 und 5.14 aufgeführt.



**Abb.5.13:** ermittelte Steifigkeit der unverstärkten Lochplattenproben



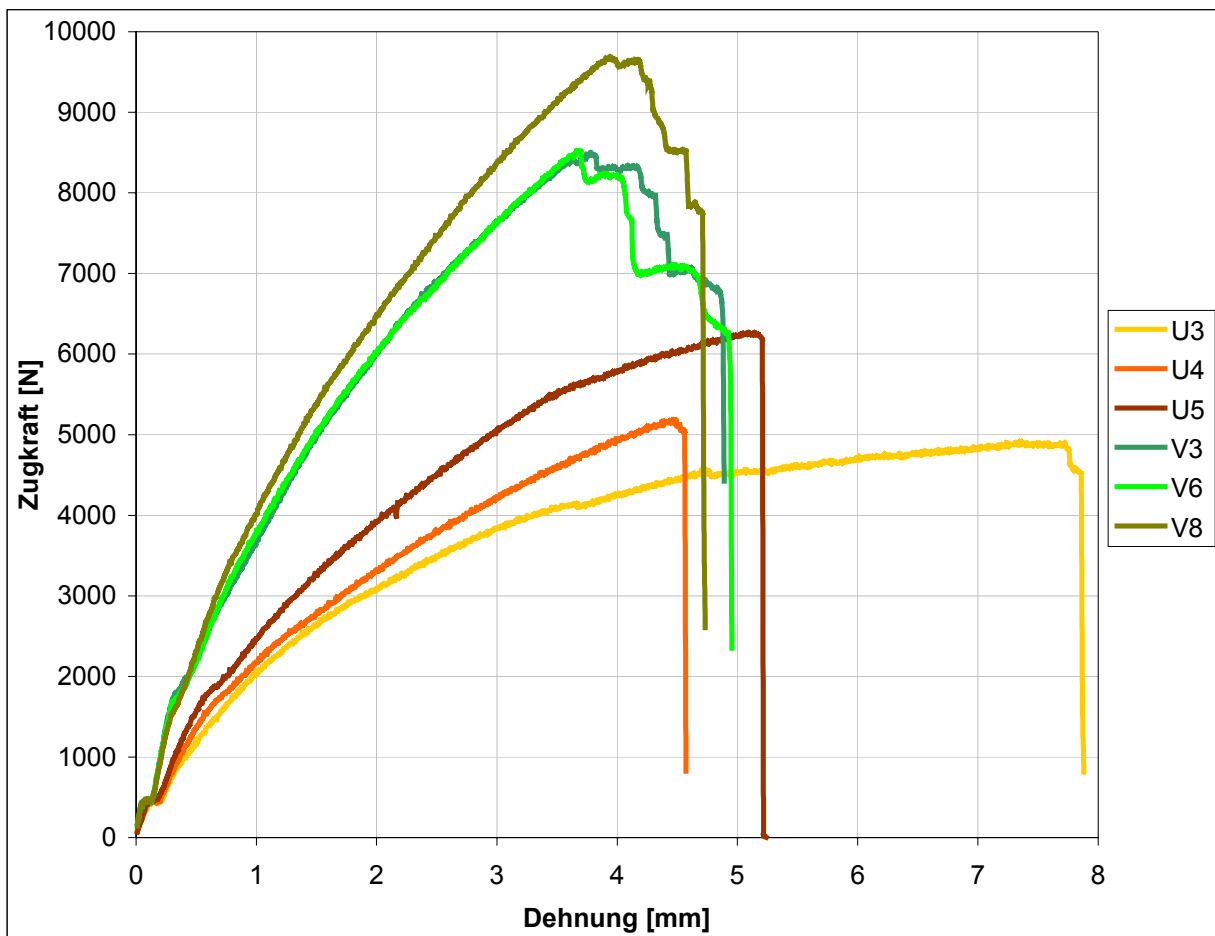
**Abb.5.14:** Errechnete Steifigkeit der verstärkten Lochplattenproben

Aus den Durchschnittswerten ergibt sich, dass die verstärkten Platten sogar eine um den Faktor 2,2 höhere spezifische Steifigkeit besitzen. Die Abweichungen zu den Werten bei 2 bzw. 4 kN lassen sich nur mit dem Einfluss der Einspannung erklären. Indem die steiferen Platten stärker rutschen, ergeben sich tendenziell größere Dehnungen.

Die Berechnung der Verformungswerte der Lochplatte mittels FEM ergibt, dass die unverstärkte Lochplatte bei 2000 N eine Verformung von 0,625 mm und die verstärkte Platte von 0,227 mm aufweisen sollte. Die Differenzen lassen sich durch Abweichungen der tatsächlich erreichten Materialkennwerte von denen, die bei der Berechnung verwendet wurden, erklären. Das Verhältnis der in der FEM-Analyse ermittelten Steifigkeiten zwischen unverstärkter und verstärkter Platte beträgt sogar 2,75. Es zeigt sich also, dass die optimierte Struktur mit den Zulagenschichten eine wesentlich steifere Struktur als das Ausgangsbauteil besitzt.

### 5.2.2. Festigkeitsuntersuchungen

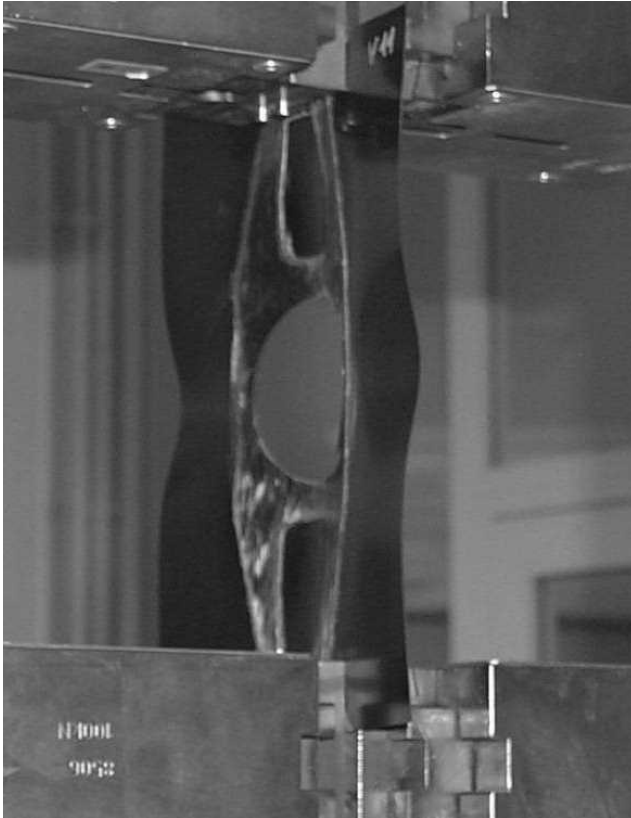
Anhand ihrer Kraft-Dehnungsrelation wurden die Platten U3, U4, U5 und V3, V6, V8 für die Festigkeitsuntersuchungen ausgewählt. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.15 zusammengefasst.



**Abb.5.15:** Kraft-Dehnungsverlauf für Festigkeitsuntersuchungen der Proben

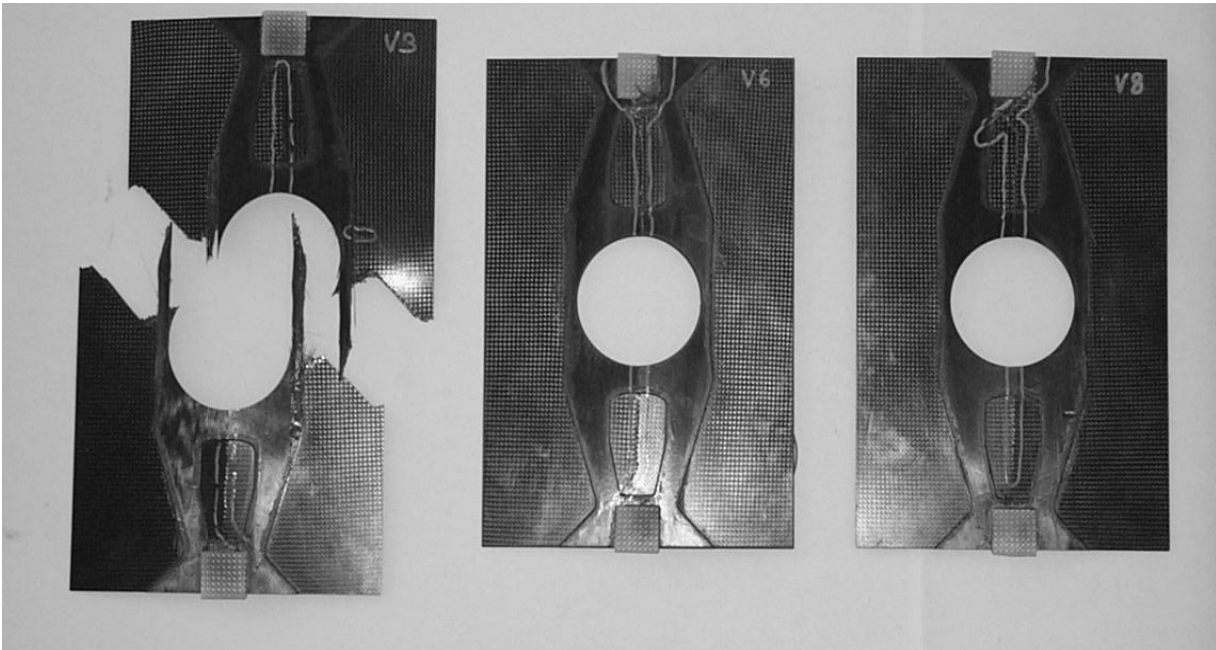
Es ist zu erkennen, dass die verstärkten Platten eine höhere Festigkeit als die unverstärkten besitzen. Die unverstärkte Serie versagt im Mittel bei einer Bruchlast von

5500 N. Die verstärkten Proben besitzen durchweg höhere Bruchlasten (im Mittel 8800 N) als die unverstärkten Proben. Wie in Abb. 5.16 am Beispiel einer verstärkten Platte zu sehen ist, zeigen die Platten generell ein starkes Verwölbungsverhalten. Das Versagen der unverstärkten Platten erfolgte im Lochbereich und quer zur Zugrichtung.

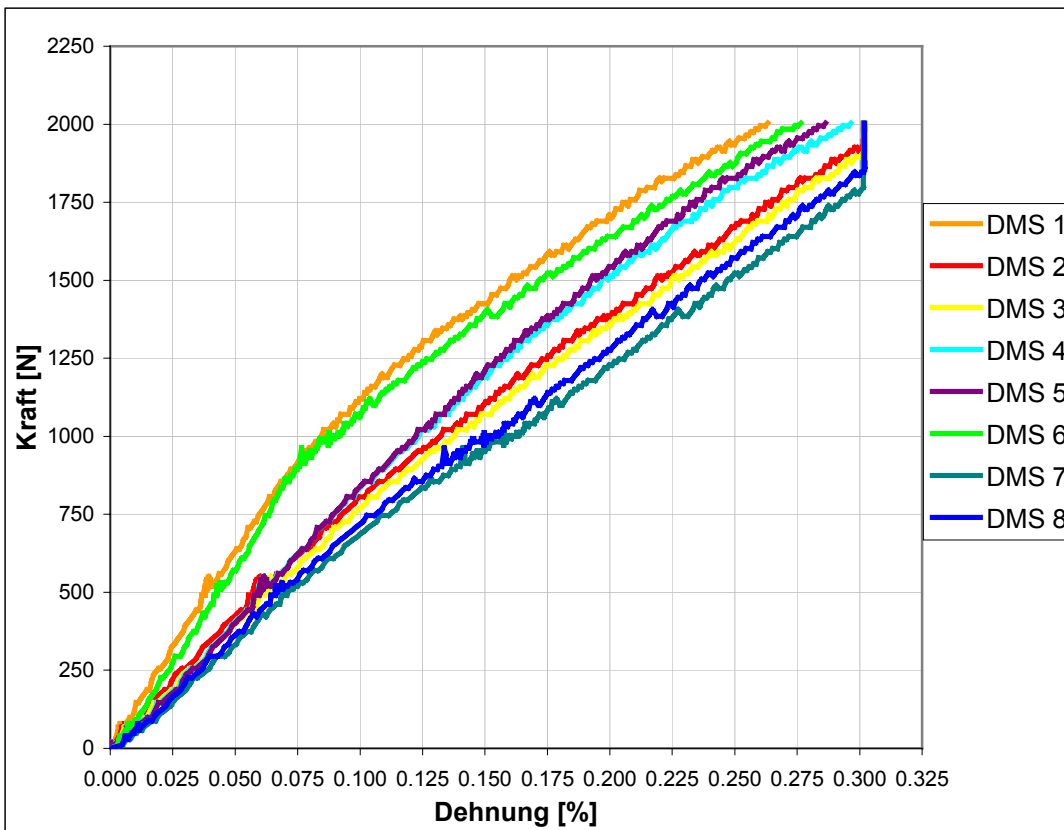


**Abb. 5.16:** Verformungsverhalten der verstärkten Lochplatte bei ca. 8 kN

Die verstärkten Platten weisen ein anderes Versagensschema auf. Bei ihnen zeigte sich bei etwa 90% der aufgebrachten Gesamtbeanspruchung eine deutlich stärkere Verwölbung um die Hochachse. Das Versagen trat aufgrund der Biegespannung parallel zur Richtung der 90°-Fasern in der Mitte der Platte ein. Dies führt zu einem deutlich asymmetrischen Verformungsverhalten. Ausschlaggebend sind hierbei lokale Fasermatrixbrüche. Der Riss ging dabei von der Störbohrung ausgehend bis zum Aufleimer (in Abb.5.17 gekennzeichnet).



**Abb.5.17:** Bruchbilder der geprüften verstärkten Plattenproben



**Abb.5.18:** Kraft-Dehnungsverlauf der Dehnungsmessstreifen der Platte U1



### **5.3. Strukturoptimierung eines statisch überbestimmt gelagerten Systems**

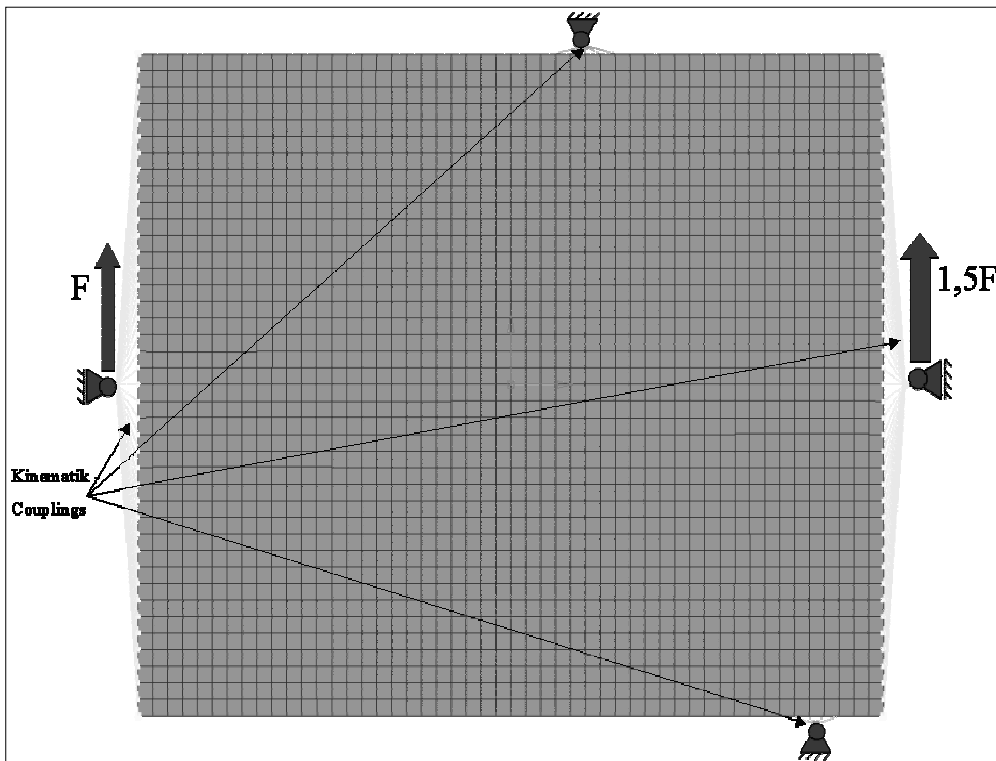
Um das Ziel der praktischen Anwendbarkeit nicht zu verlieren, ist es notwendig, schon in der Theorie mit in der Praxis gebräuchlichen Systemen zu arbeiten. Dabei sind Bauteile mit statisch überbestimmten Lagerungsbedingungen Alltag. Wichtig ist, zu erkennen, in welchem Anwendungsbereich die Optimierungsmethode einsetzbar ist. Der Einsatz der hier beschriebenen Methode ist auch bei mehreren lokalen Maxima bzw. Minima möglich. Zur Untersuchung der Optimierbarkeit eines statisch überbestimmten Systems in Bezug auf Topologie und Faserwinkel wurde ein entsprechendes Modell erstellt, siehe dazu Abb.5.19.

#### **5.3.1. Modellgenerierung und Optimierung der Einzellagen**

Der Vernetzung des Bauteils geht die Auswahl der Vernetzungsparameter voraus. Diese Parameter legen die gewünschte Geometrie der finiten Elemente, die maximale sowie die minimale Elementkantenlänge fest. Das FE-Netz wird dann, wie in Abb. 5.19 dargestellt, automatisiert erstellt.

Die Art der Vernetzung und insbesondere die Feinheit des Netzes ist für mehrere Kriterien entscheidend. Eine Erhöhung der Netzfeinheit, also die Auswahl kleinerer finiter Elemente, führt zu einer Diskretisierung der Ergebnisse. Somit sinkt die Gefahr, lokale Extremalwerte zu übersehen. Ein Problem, das aus einer sehr großen Netzfeinheit resultiert, ist der erhöhte Rechenaufwand, was besonders bei großen Bauteilen bedeutsam ist. Daraus entsteht der Zwang zu einem Kompromiss zwischen ausreichender Genauigkeit des Modells auf der einen und einer angemessenen Rechenzeit auf der anderen Seite.

Es wurden die Lagerbedingungen und die auf das Bauteil wirkenden Kräfte in ihrer Lage, Richtung und Betrag aufgebracht. Um die Lagerungsbedingungen sowie die Krafterleitung realistisch bzw. FKV-gerecht zu simulieren, wurden die Lager bzw. die Kräfte auf mehrere Knoten des Modells verteilt (KINEMATIC-COUPPLINGS). Die Lagerung wurde so vorgenommen, dass das System statisch überbestimmt ist. Das Ziel der Topologie- und Faserwinkeloptimierung dieses Modells ist die Untersuchung der Ausprägung des Faserwinkels in einem statisch überbestimmt gelagerten System.



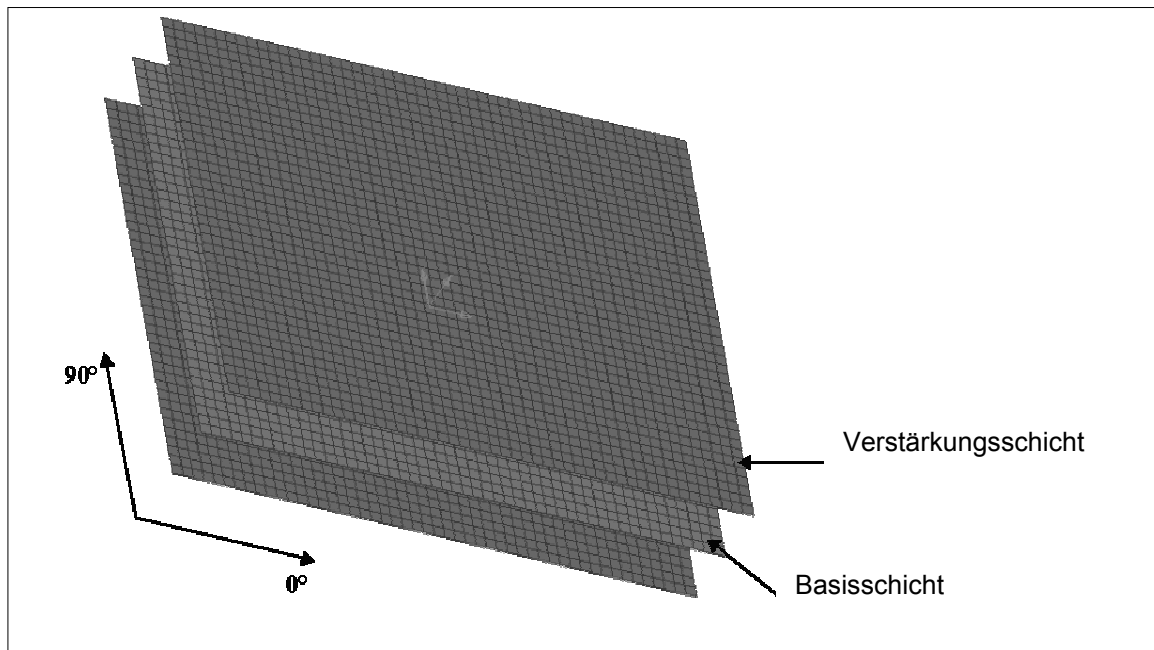
**Abb.5.19:** FE-Modell des Designraums mit Randbedingungen

Dazu sollte das Modell mehrschichtig aufgebaut sein, wobei die einzelnen Schichten nacheinander zugelegt und faserwinkel- und topologieoptimiert werden sollten.

Durch die einzelne Modellierung der Schichten erhält man für jede Schicht ein separates Elementset mit separaten Knoten. Jedes Elementset besteht aus Schalenelementen. Jedem Set können separat verschiedene Materialparameter (E-Modul, Querkontraktionszahl, Schubmodul etc.), eine bestimmte Schichtdicke und Faserorientierung zugeordnet werden.

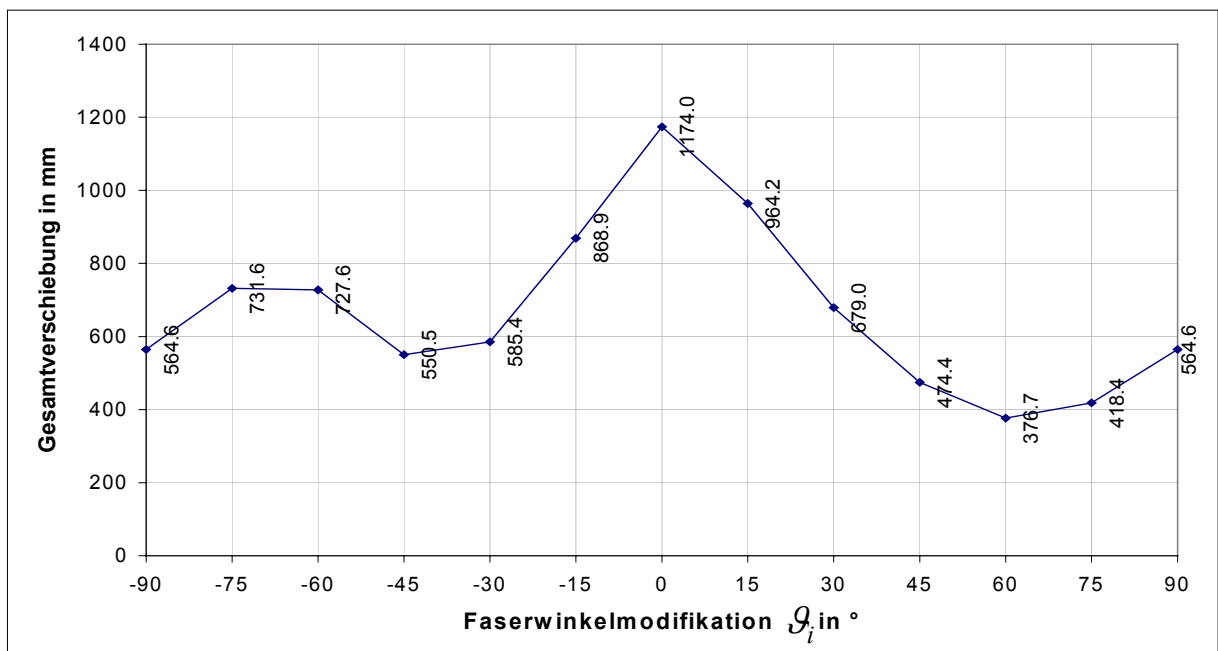
### 5.3.2. Generierung der Faserorientierung der Basisschicht

Zur Generierung der Faserorientierung der Basisschicht wurde eine Grundsicht definiert (Abb.5.20). Als Materialeigenschaften für diese Basisschicht wurden ein besonders niedriger E-Modul und G-Modul gewählt, um etwaige Einflüsse bei Steifigkeitssprüngen bzw. im Bereich von Lasteinleitungsstellen zu vermeiden. Mit diesem Simulationsmodell wurde eine Faserwinkeloptimierung ohne Topologieoptimierung durchgeführt, da im ersten Schritt die Basisschicht 100% des Designraumes betragen sollte.



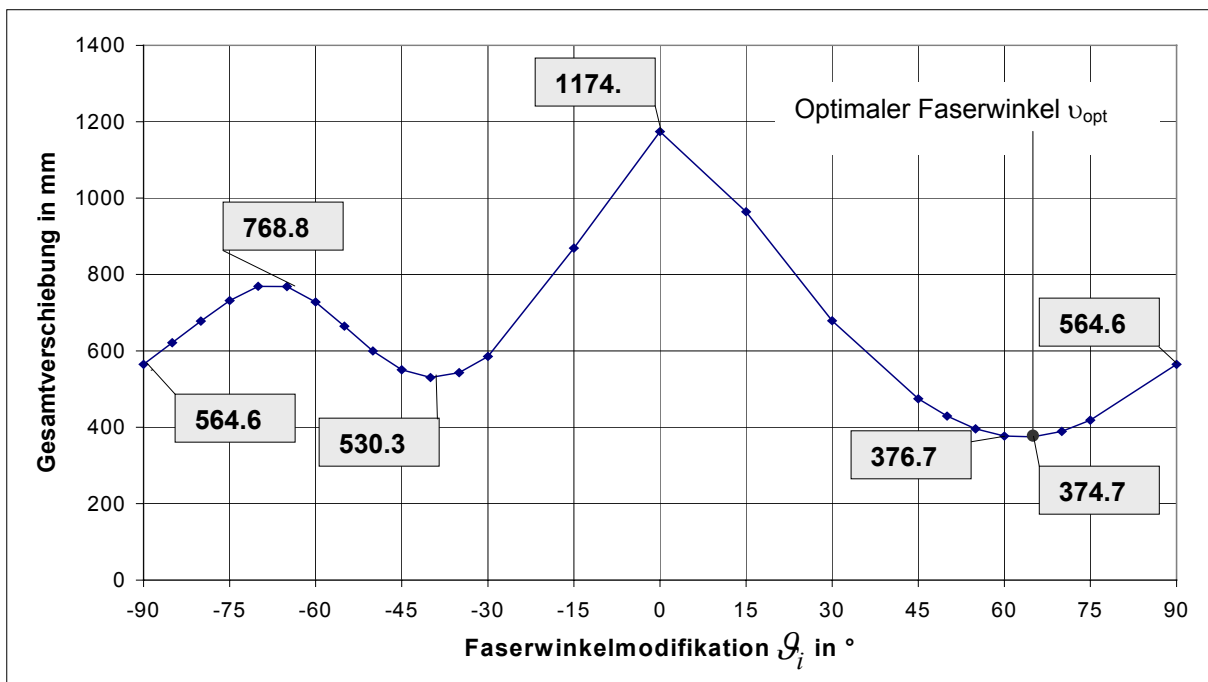
**Abb. 5.20:** Darstellung des Schichtenaufbaus (Basis- und Verstärkungslagen)

Für die Faserwinkeloptimierung wurde ein erlaubter Winkelbereich von  $+90^\circ$  bis  $-90^\circ$  überprüft und zur Reduzierung der Rechenzeit eine Schrittweite von  $15^\circ$  festgelegt. Als Ausgabegröße wurde die aufsummierte Gesamtverschiebung aller Knoten der Basisschicht gewählt. Die Gesamtverschiebung der Knoten kann mit der Gesamtsteifigkeit des Bauteils gleichgesetzt werden, je kleiner die Verschiebung, desto steifer ist das Bauteil.



**Abb.5.21:** Verlauf der Gesamtverschiebung der Basisschicht in Abhängigkeit der Faserwinkelvarianz

Aus Abb.5.21 ist ersichtlich, dass bei der gewählten Schrittweite ein minimaler Wert für die Gesamtverschiebung, also eine maximale spezifische Steifigkeit des Bauteils bei einem Winkel von  $60^\circ$  vorliegt. Mit dieser groben Einteilung der Winkelschritte ist somit die Lage von lokalen und globalen Extremwerten annähernd abschätzbar. Um eine zufriedenstellend genaue Aussage über die Lage von Extremwerten zu treffen ist es notwendig, die Winkelschrittweite zu diskretisieren. Dies geschieht in den begrenzten Bereichen, in denen schon in der Grobabschätzung Extrema aufgetreten sind.



**Abb.5.22:** Verfeinerter Verlauf der Gesamtverschiebung der Basisschicht

Abb.5.22 zeigt den verfeinerten Verlauf der Gesamtverschiebung in Abhängigkeit des modifizierten Faserwinkels. In den Bereichen von  $-90^\circ$  bis  $-30^\circ$  und von  $45^\circ$  bis  $75^\circ$  wurde die Winkelschrittweite auf  $5^\circ$  reduziert, was einen wesentlich diskreteren Kurvenverlauf zur Folge hatte.

Es ist erkennbar, dass die minimale Gesamtverschiebung nicht bei einem Winkel von  $60^\circ$ , sondern bei einem Winkel von  $65^\circ$  liegt, die Faserorientierung mit diesem Winkel stellt in Bezug auf die Steifigkeit des Bauteils das größte Optimierungspotenzial dar.

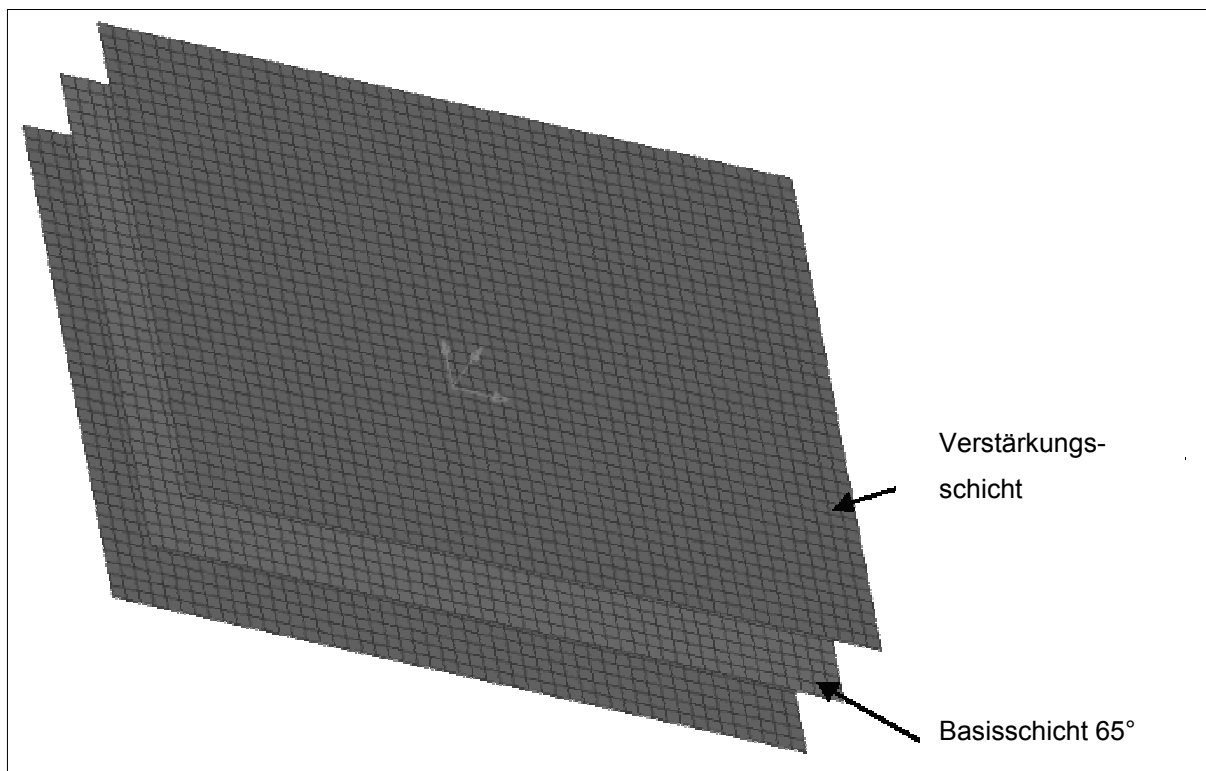
Eine weitere Verfeinerung der Winkelschritte hätte wahrscheinlich geringfügige Änderungen des als optimal zu betrachtenden Winkels zur Folge, ist aber aufgrund des großen Rechenaufwandes und vor allem der enormen Rechenzeit im Hinblick auf die Fertigungsgenauigkeiten nicht sinnvoll. Die gewählte Auflösung ist zur Erreichung der

Zielkriterien hinreichend. Aufgrund der vorliegenden Werte wurde ein optimaler Faserwinkel von  $65^\circ$  für die Basisschicht gewählt. Dieser Basisschicht wurden die Materialparameter für das verwendete Kohlenstofffaserlaminat mit einer Schichtdicke von 0,5 mm und einem Faserwinkel von  $65^\circ$  zugewiesen.

### 5.3.3. Topologie- und Faserwinkeloptimierung der ersten Zulagenschicht

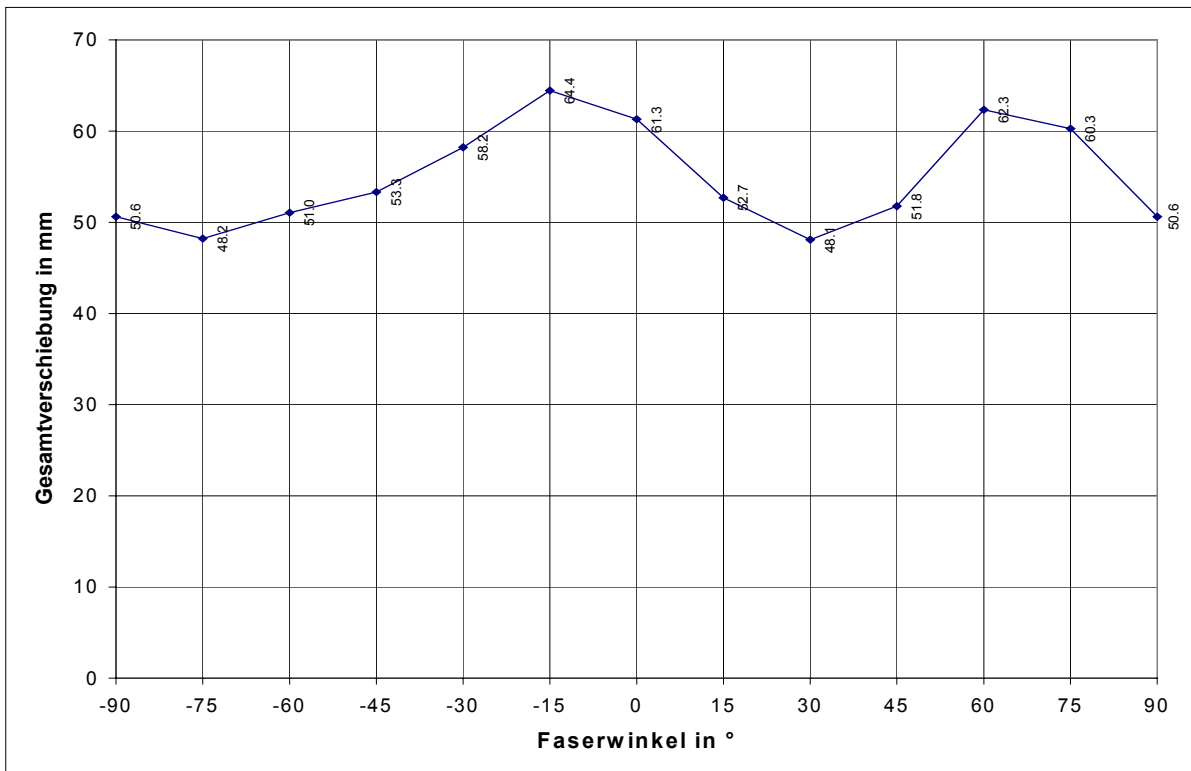
Auf die generierte Basisschicht mit einem Faserwinkel von  $65^\circ$  wurden im nächsten Schritt auf beiden Seiten Zulagenschichten aufgebracht (Abb.5.23).

Die Materialdefinition der Zulagenschichten entspricht der Definition der Basisschicht bei einer vorgegebenen Schichtdicke von 0,25 mm pro Lage. Die Zulagenschichten wurden mittels [TIED CONTACT bzw. EQUATIONS] an die Basisschicht gekoppelt. Für die nächste Stufe der Berechnung blieb die Basisschicht in ihren Eigenschaften festgelegt. Für die zu optimierenden Zulagenschichten wurden gleichzeitig Faserwinkel und Topologie berechnet. Es wurde ein Bereich für die Winkelvariation von  $90^\circ$  bis  $-90^\circ$  und eine Winkelschrittweite von  $15^\circ$  festgelegt. Für die Topologieoptimierung wurden pro Winkelschritt 10 Iterationen mit einem Füllgrad von 80% bestimmt.

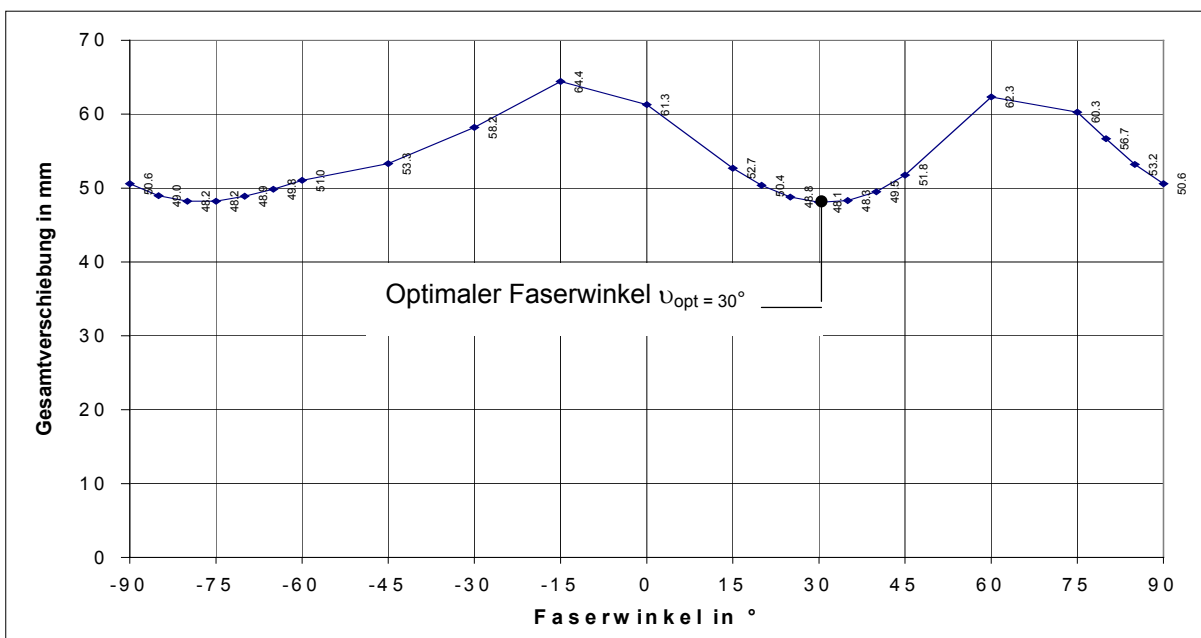


**Abb.5.23:** Aufbringung der ersten Verstärkungsschichten

Abb. 5.24 zeigt die minimalen Verformungen bei  $30^\circ$  und  $-75^\circ$  (Faserwinkel). In den Bereichen um diese Werte wurde die Winkelschrittweite auf  $5^\circ$  verringert.



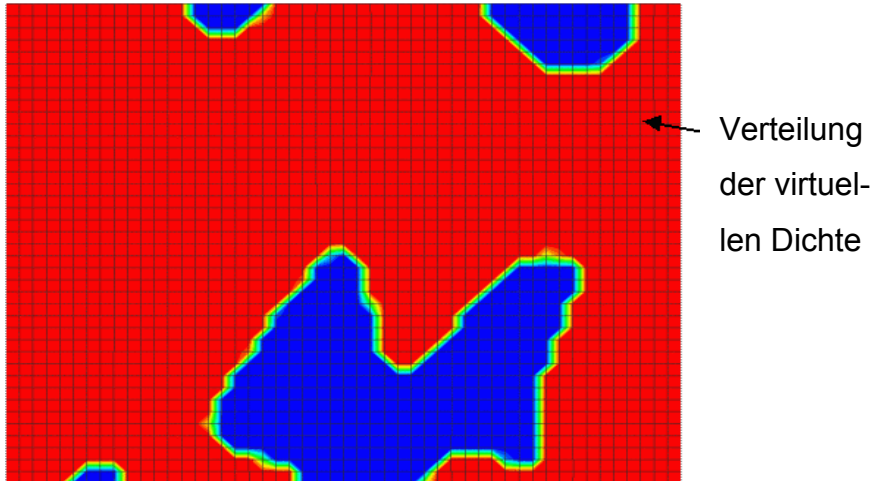
**Abb.5.24:** Verlauf der Gesamtverschiebung der ersten Verstärkungsschicht



**Abb.5.25:** Diskretisierter Verlauf der Gesamtverschiebung der ersten Verstärkungslage

Der sich aus Abb.5.25 ergebende optimale Faserwinkel im Minimum der Gesamtverschiebung, also maximale Bauteilsteifigkeit, beträgt  $30^\circ$ . Mit dem so gefundenen

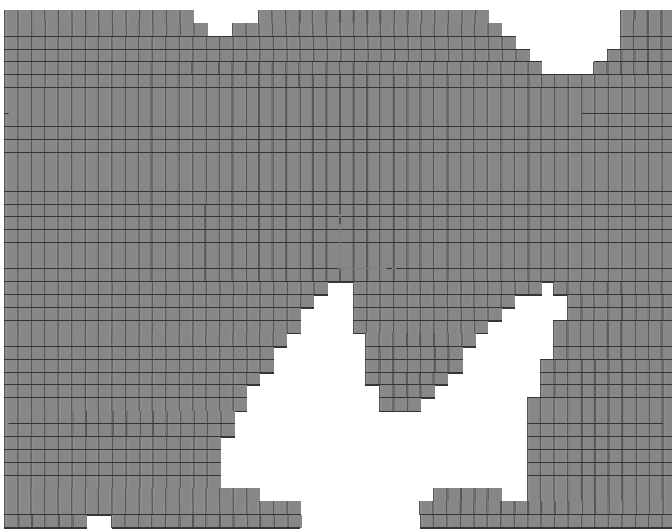
Winkel für die Zulagenschichten erfolgte eine Nachrechnung des Modells. In dieser Nachrechnung wurde noch einmal explizit die Topologie optimiert. Diese Prozedur ist notwendig, um für einen bestimmten Faserwinkel mit einem vorgegebenen Füllgrad grafisch auswertbare Daten zu erhalten.



**Abb.5.26:** Strukturvorschlag für erste Verstärkungsschicht (rot)

Als Ergebnis der Nachrechnung wurde ein Strukturvorschlag (Abb.5.26) ermittelt, welcher sich in eine optimale Topologie überführen lässt.

Die rot gefärbten Bereiche entsprechen einer virtuellen Dichte von 1, die blauen Bereiche einer virtuellen Dichte von 0. Entsprechend den Ansätzen der SKO-Methode werden die blauen Bereiche ausgeschaltet. Auf Grundlage dieses Strukturvorschlages wurde eine Topologie für die ersten Zulagenschichten erstellt (Abb.5.27).

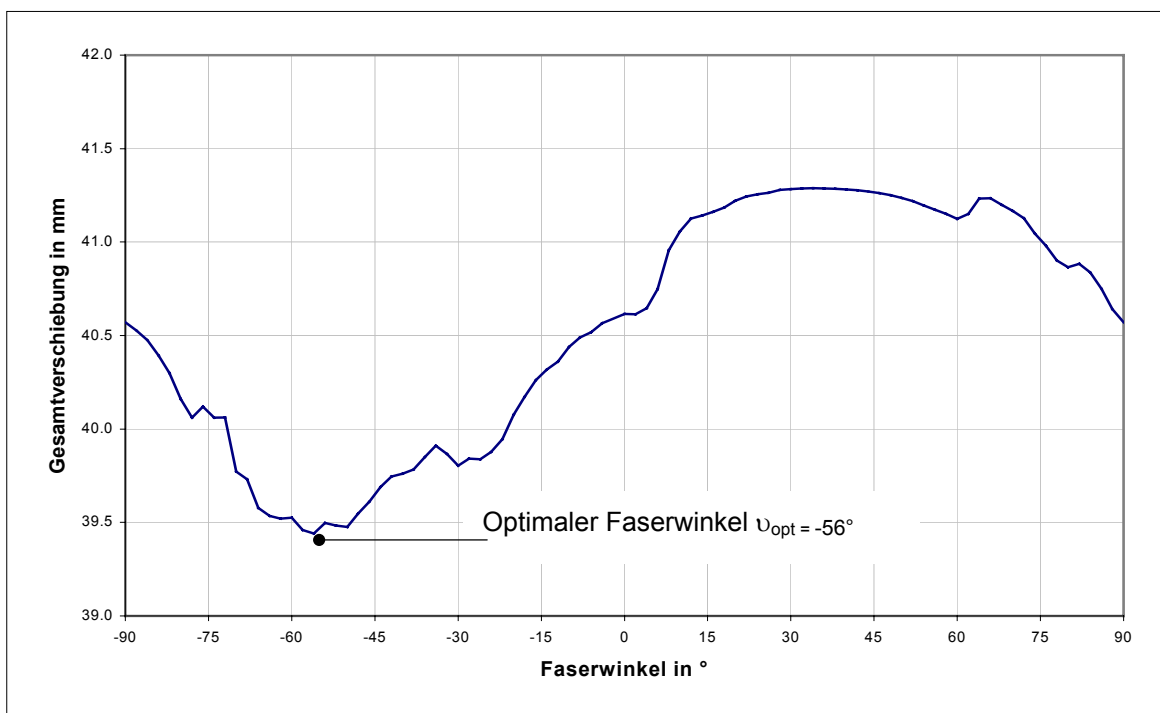


**Abb.5.27:** Topologie der ersten Zulagenschicht

### 5.3.4. Topologie- und Faserwinkeloptimierung der zweiten Zulagenschicht

Zur speziellen lokalen Verstärkung des Modells wurde eine zweite Zulagenschicht pro Bauteilseite angebracht. Grundlage war das bis dahin erstellte Modell mit einer Basisschicht und den ersten Zulagenschichten.

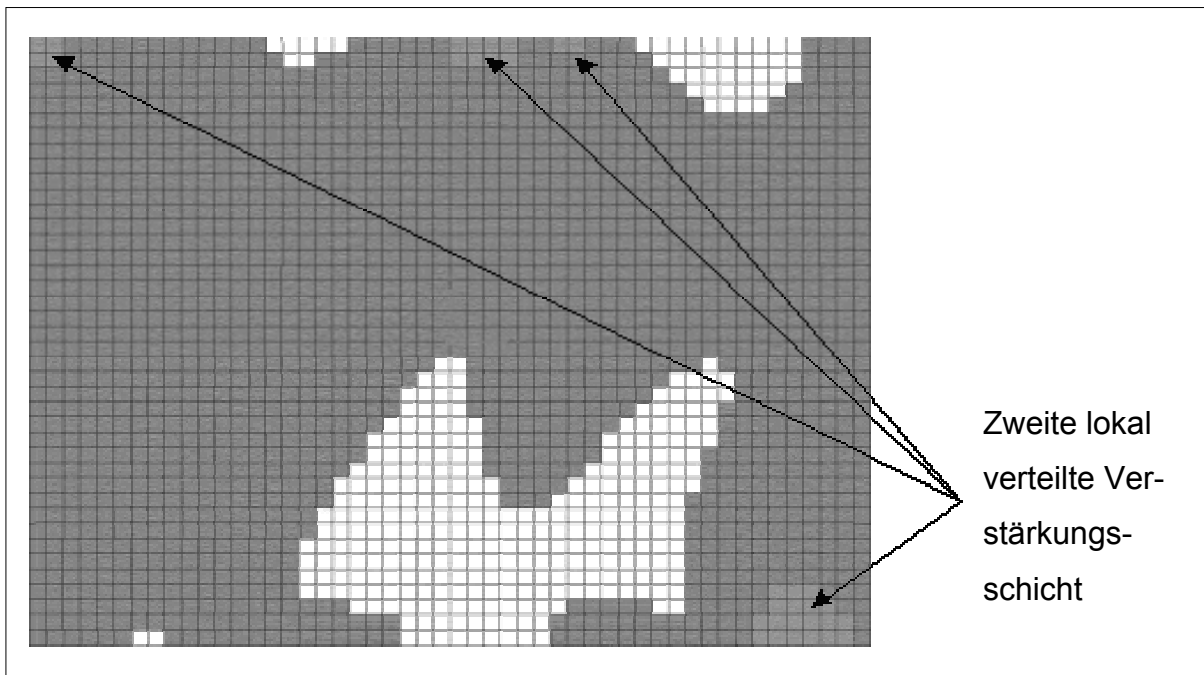
Als Parameter für diese zweiten Zulagen wurde eine Schichtdicke von 0,25 mm und ein Füllgrad von 1% festgelegt. Mit der Wahl des Füllgrades von 1% sollten nur die höher belasteten lokalen Bereiche, die auch nach dem Aufbringen der ersten Zulagenschicht in Abb.5.32 erkennbar sind, abgedeckt werden. Durch das Abschätzen dieser höher belasteten Bereiche in Abb.5.28 wurde 1% Füllgrad für die zweite Zulagenschicht als optimal bewertet. Das Materialmodell entspricht dem der Basisschicht bzw. der ersten Zulagenschichten. Es wurde eine Faserwinkeloptimierung in Verbindung mit einer Topologieoptimierung durchgeführt. Die Auswertung ist der Abb.5.28 zu entnehmen.



**Abb.5.28:** Verlauf der Gesamtverschiebung der zweiten Zulagenschicht

Aus dem Verlauf der Gesamtverschiebung ergab sich ein optimaler Faserwinkel für die zweiten Zulagenschichten von  $-56^\circ$ . Abb.5.29 zeigt die, sich aus der Nachrechnung ergebende, Topologie für die zweite Zulagenschicht.





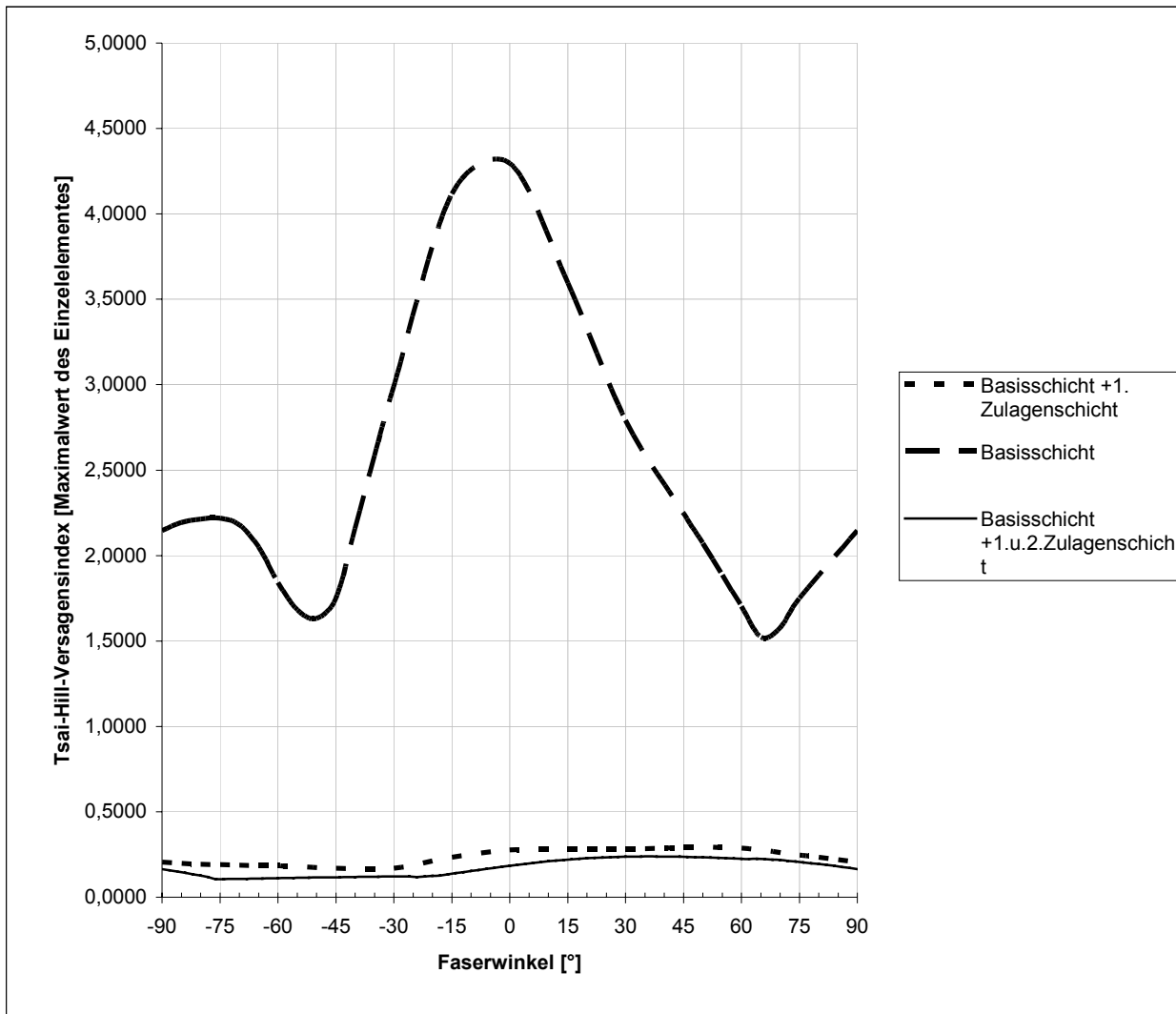
**Abb.5.29:** Topologie der zweiten Verstärkungsschicht

### 5.3.5. Ergebnisbetrachtungen

Die Bauteilbelastung wurde über das Versagenskriterium Tsai-Hill bewertet, wobei der Versagensindex in jedem Element kleiner als 1 sein muss. Maximale Auslastung bedeutet, dass sich der Index in jedem Element gegen 1 bewegt. Ab dem Wert 1 beginnt das Bauteil lokal zu versagen. Ein Tsai-Hill-Versagensindex eines Elementes mit einem Wert von über 1 ist für Teilschritte auf dem Weg zum fertigen Modell zulässig, bedeutet jedoch ein Versagen des Bauteils. Hinreichende Festigkeit wurde in erster Linie nicht berücksichtigt, es wurden keine Teilsicherheitsfaktoren einbezogen. Dieses Demonstrationsbeispiel soll im Wesentlichen die Unterschiede im Verlauf der Optimierung aufzeigen.

Im Folgenden werden die durchschnittlichen und maximalen Versagensindizes für die einzelnen Modellschritte miteinander verglichen.

Abb.5.30 zeigt die Verteilung der maximalen Tsai-Hill-Versagensindizes für alle Optimierungsphasen (Basisschicht, Basisschicht + 1 Zulagenschicht, Basisschicht + 1. und 2. Zulagenschicht) in Bezug zum Faserwinkel. Es ist erkennbar, dass sich, allein bei Betrachtung der Basisschicht unter der gegebenen Belastung, für jeden Faserwinkel ein Wert größer als 1 einstellt. Das Bauteil würde in jedem Fall versagen.

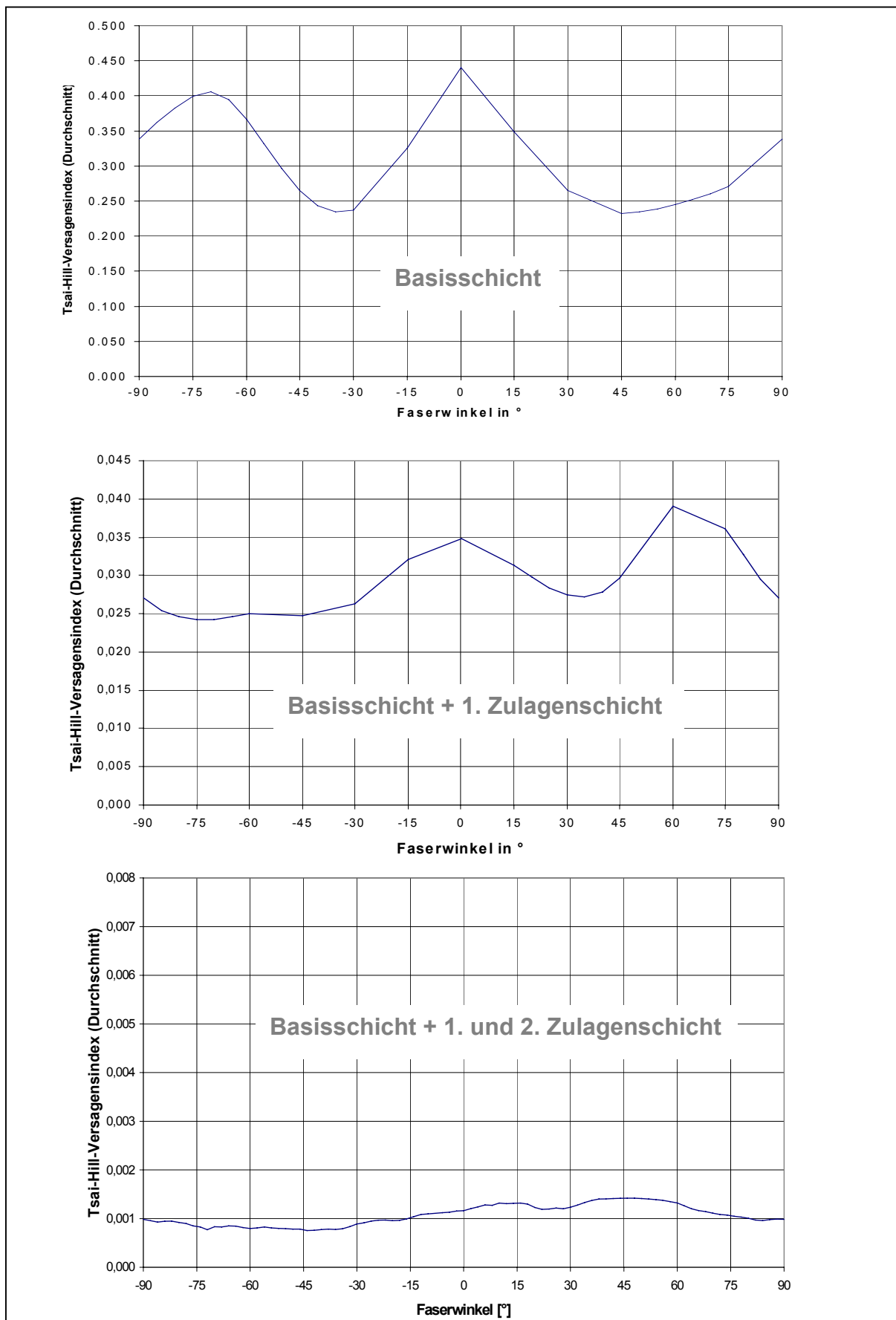


**Abb.5.30:** Maximale Tsai-Hill-Versagensindizes – Darstellung der drei Optimierungsphasen

Durch das Aufbringen der ersten Zulagenschichten sinkt der Tsai-Hill-Index deutlich unter 1 (Basisschicht + 1.Zulagenschicht). Damit ist zu erkennen, dass die Verstärkungsschicht nicht nur die Steifigkeit des Bauteils erhöht, sondern sich auch in optimierter Form sehr stark auf die Verteilung der Spannungen im Bauteil auswirkt.

Eine Zulage von nur 1% in den zweiten Zulagenschichten hat dennoch eine sichtbare Minderung der maximalen Versagensindizes zur Folge (Basisschicht + 1. und 2. Zulagenschicht). Dies ist darauf zurückzuführen, dass durch die ersten Zulagenschichten schon der größte Teil der im Bauteil auftretenden Spannungen abgedeckt ist und nur noch sehr begrenzte lokale Stellen eine deutlich höhere Spannung aufweisen. Diese lokalen Stellen werden mit der zweiten Zulage abgedeckt.

Bei der Auswertung der durchschnittlichen Versagensindizes für die einzelnen Optimierungsphasen zeigte sich eine deutliche Abnahme der Werte (Abb.5.31).

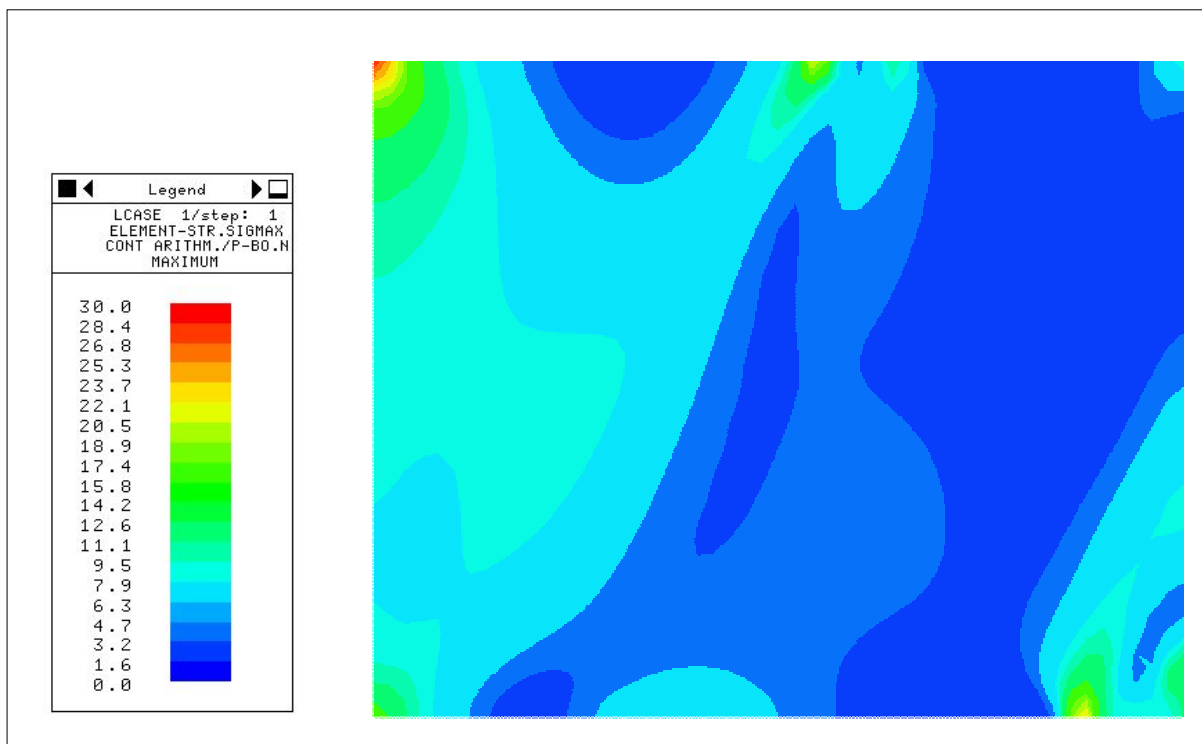


**Abb.5.31:** Durchschnittliche Tsai-Hill-Versagensindizes (Basisschicht + erste und zweite Zulagenschichten)

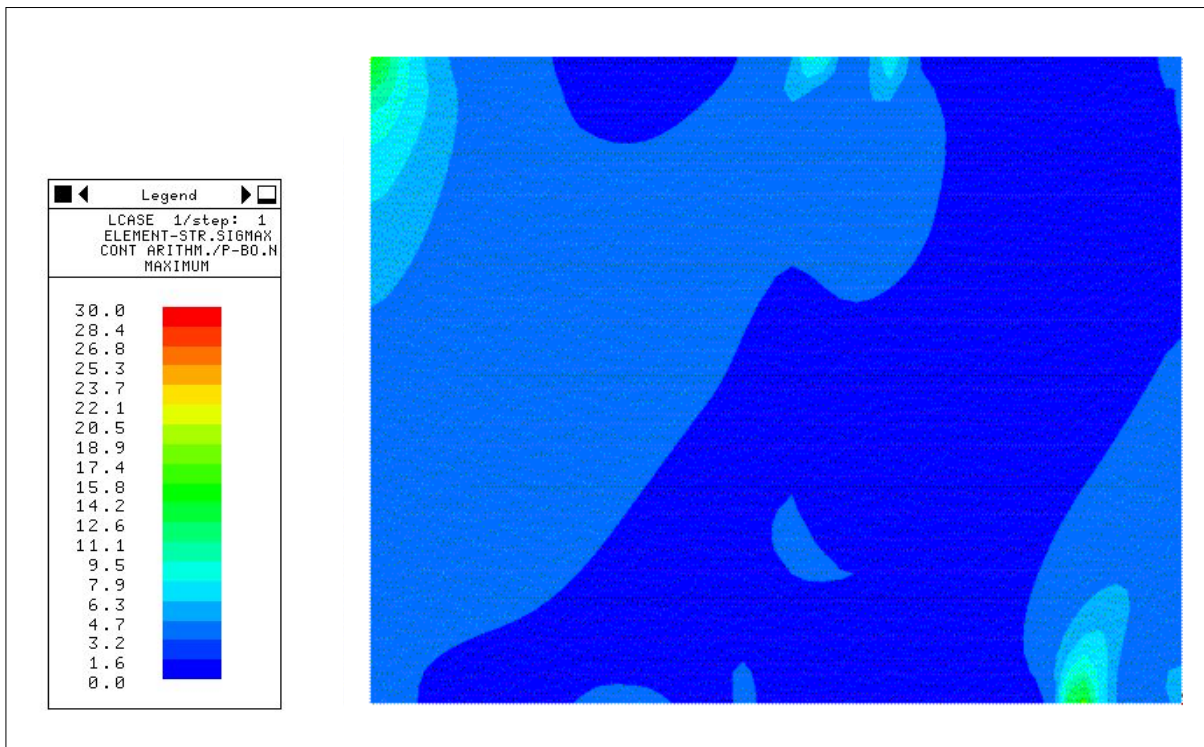
Die Differenz vom höchsten zum niedrigsten Wert in den einzelnen Modellen wurde deutlich geringer. Durch Zulage weiterer Schichten kann dieser Effekt noch verstärkt werden. Allerdings ist, in Betracht der praktischen Umsetzbarkeit, eine begrenzte Anzahl an Zulagenschichten zu wählen. Es wurde gezeigt, dass durch die Optimierung der Topologie Spannungsspitzen abgebaut werden und eine Einstellung des Tsai-Hill-Versagensindex auf ein möglichst ausgeglichenes Niveau angestrebt wird. Dieser Abbau bzw. ausgleichende Effekt beeinflusst natürlich auch das Bauteil im Hinblick auf seine Lebensdauer.

Dadurch ist ersichtlich, dass das Bauteil lastgerecht optimiert wurde. Die Einzelelemente besitzen ein annähernd ausgeglichenes Spannungsniveau. Dem gegenüber kann natürlich auch eine hinreichende Festigkeit reguliert werden, sodass eine deutliche Gewichtsreduktion möglich wird. Da aber die Spannungsverteilung in technischen Laminaten lokal betrachtet werden muss, ist vorrangig die gesamte Bauteilstruktur auf mögliches Versagen zu überprüfen.

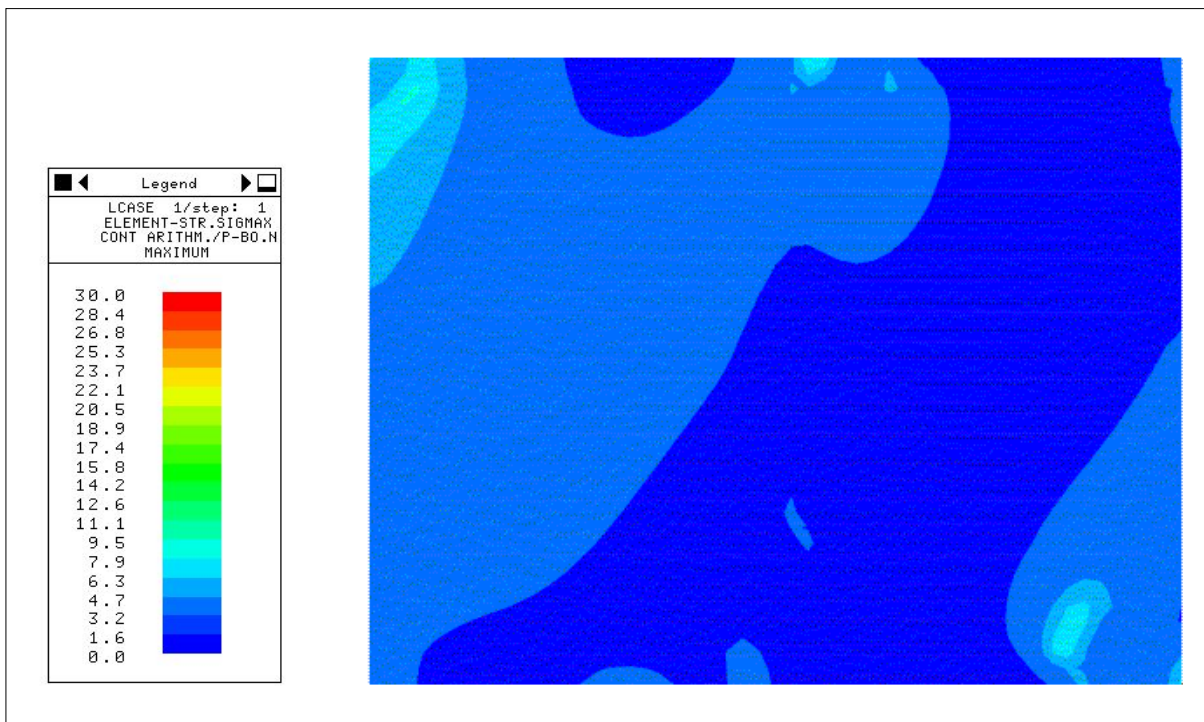
Zur Auswertung wurden die Versagensindizes der Basisschichten miteinander verglichen.



**Abb.5.32:** Tsai-Hill-Indizes in der Basisschicht (Modell: nur Basisschicht)



**Abb.5.33:** Tsai-Hill-Indizes in der Basisschicht (Modell: Basisschicht + 1. Zulage)



**Abb.5.34:** Tsai-Hill-Indizes in der Basisschicht (Modell: Basisschicht + 1. Zulage und 2. Zulage)

In Abb.5.32 bis 5.34 sind die Tsai-Hill-Indizes in den Basisschichten erkennbar. Die noch in Abb.5.32 vorhandenen höher belasteten Bereiche wurden durch die geziel-

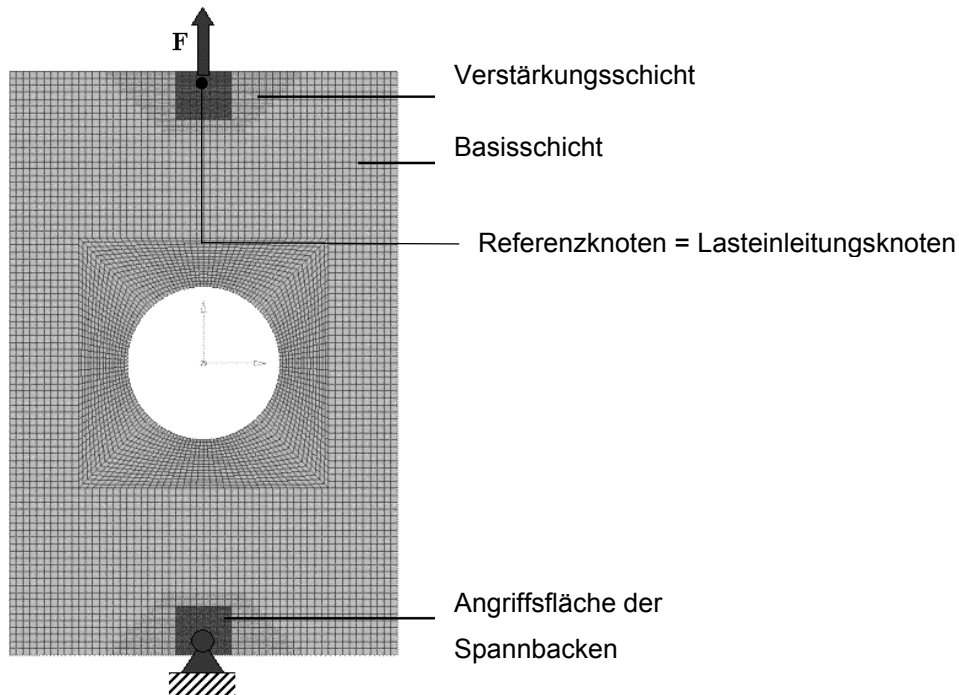
ten Verstärkungsmaßnahmen der zugelegten Schichten auf ein wesentlich geringeres Niveau gebracht.

Anhand der Auswertung der Ergebnisse für das vorliegende statisch überbestimmt gelagerte System konnte nachgewiesen werden, dass das Modell geeignet ist, die Zielsetzungen in vollem Umfang zu erfüllen.

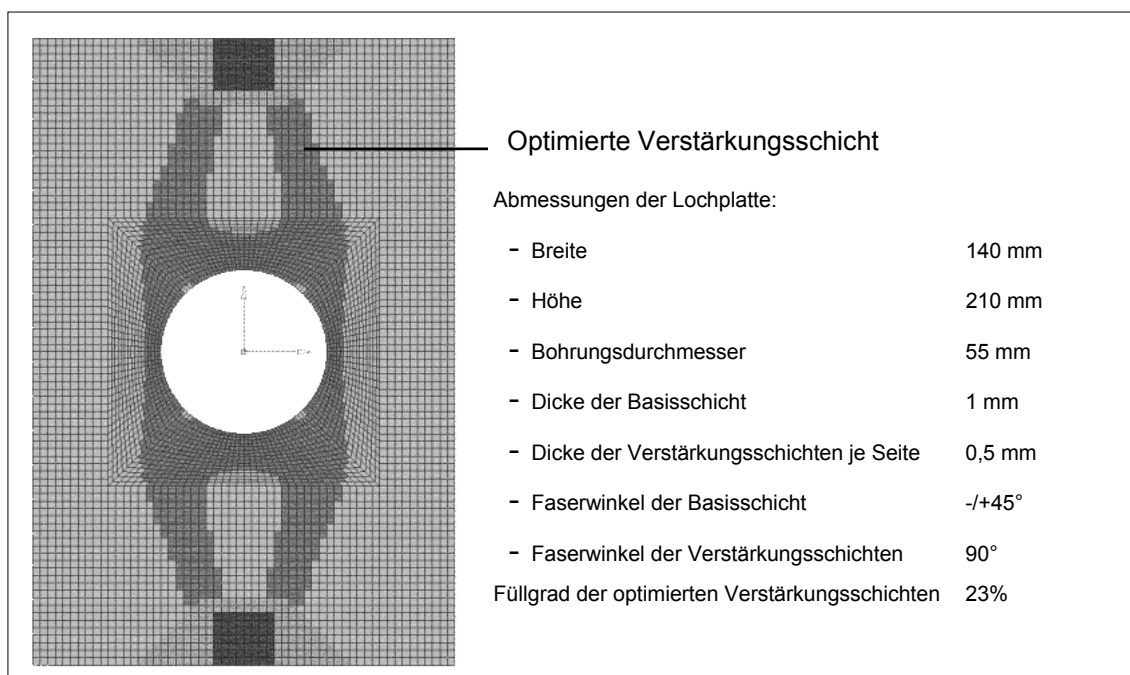
Für jede der optimierten Zulagen bildete sich ein spezifischer, jeweils optimaler Faserwinkel aus. Dies hat besonders große Bedeutung bei der Simulation komplexer Bauteile mit einer Vielzahl von Lastfällen. In bisherigen Modellen wurden hauptsächlich statisch bestimmt gelagerte Systeme untersucht und der schichtweise Aufbau nur grob genähert. Mit der so angewandten Methode ist es möglich, sehr praxisnah zu simulieren, da gebräuchliche Laminat-Bauteile aus einer Vielzahl von Schichten aufgebaut sind. Mit der Möglichkeit, alle Schichten separat, auch unter Berücksichtigung verschiedener Füllgrade bzw. Faserwinkel, zu optimieren, kann eine noch größere Auslastung und eine wesentlich spezifischere, auf die vorliegenden Lastfälle ausgerichtete Topologie der Bauteile ausgebildet werden.

## 6. Vergleich der Optimierung mit konventionellen Verstärkungsmaßnahmen

Im vorangegangenen Kapitel 5 wurde ein Modell einer Lochplatte (Abb.6.1) erstellt und bezüglich Faserwinkel und Topologie optimiert. Im Ergebnis dieser Optimierungen ergab sich ein Modell mit Zulagenschichten (Abb.6.2).



**Abb.6.1:** Modell der unverstärkten Lochplatte mit Randbedingungen



**Abb.6.2:** Lochplatte mit optimierten Verstärkungsschichten

Um die CFK-Lochplatte hinsichtlich Festigkeit und Steifigkeit deutlich zu verbessern, wurde auf jeder Seite der Lochplatte eine Zulagen- bzw. Verstärkungsschicht aufgebracht. Die UD-Schichten sind symmetrisch und wurden bezüglich Faserwinkel und Topologie optimiert. Die Massenzunahme, die aus der Zulage der Verstärkungsschichten resultiert, beträgt 23%.

An dieser Lochplatte wurden Steifigkeits- und Festigkeitsuntersuchungen durchgeführt. Die Zugkraft  $F$  hat in den Simulationen der unterschiedlichen Lochrandverstärkungen einen festen Betrag. Das Tsai-Hill-Versagenskriterium wurde als Indikator für hinreichende Festigkeit bzw. hinreichende Bauteilbelastung gewählt.

### 6.1. Modell- und Berechnungsparameter

Es wurden Designräume zur Optimierung der Modelle erstellt (Abb.6.1 und 6.2). Eine Verwölbung der Modelle wurde durch die Einschränkung des Freiheitsgrades aller Elemente in z-Richtung verhindert, um eventuell auftretende Biegemomente und die daraus resultierenden Biegespannungen zu vermeiden.

Es wurden nichtlineare Rechnungen durchgeführt, um das Bauteilverhalten in Abhängigkeit vom Verformungszustand realistisch zu simulieren.

Variante der Lochplattenprobe	Verschiebung in mm ( $F = 1000\text{N}$ )	$F_{\max}$ in N (bis Tsai-Hill-Index $\leq 1$ )
Unverstärkt	0.176	7330
unverstärkt + gewichtsneutral	0.128	9840
optimiert (verstärkt)	0.058	13500

**Tab.6.1:** Verschiebungen und Bruchlasten im Vergleich

Der aus Tab.6.1 zu entnehmende Verschiebungswert ist der relative Verschiebungsvektor des Knotens, in den die Kraft eingeleitet wird (Abb.6.1). Diese Untersuchung wurde mit einer Zugkraft von 1000 N durchgeführt. Es ist zu erkennen, dass die Verschiebung der optimierten Lochplatte nur noch etwa ein Drittel der Verschiebung der unverstärkten Lochplatte beträgt und somit eine deutlich höhere Steifigkeit besitzt. Um einen direkten Vergleich vornehmen zu können, wurde die unverstärkte Loch-

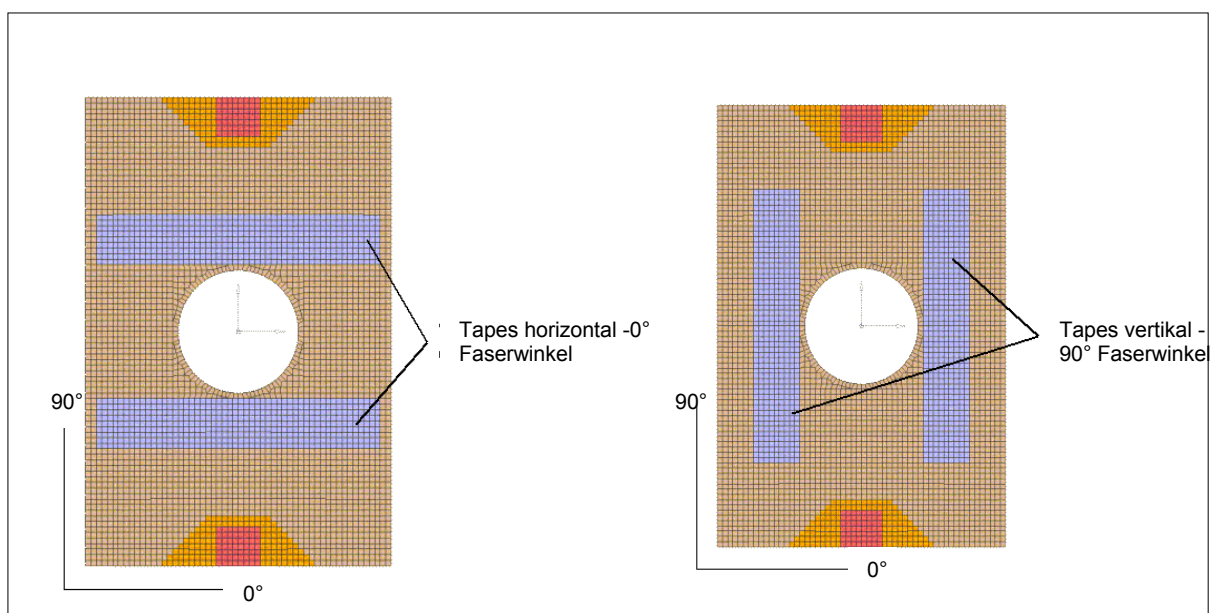


plattenprobe zudem gewichtsneutral betrachtet. Hierzu wurden die einzelnen Laminatlagen bis auf das Volumen der optimierten Probe aufgedickt.

Die Bruchkraft  $F_{\max}$  aus der Tab.6.1 dient zur Aussage über das Versagensverhalten der untersuchten Modelle. Die Zugkraft wurde so lange erhöht, bis in einem Element des Modells der Tsai-Hill-Index den Wert  $\geq 1$  erreicht. Dieses Überschreiten des Grenzwertes des Versagenskriteriums ist mit dem Versagen des Bauteils gleichzusetzen. Es ist erkennbar, dass die Festigkeit der optimierten Lochplatte doppelt so hoch wie die der unverstärkten Platte ist.

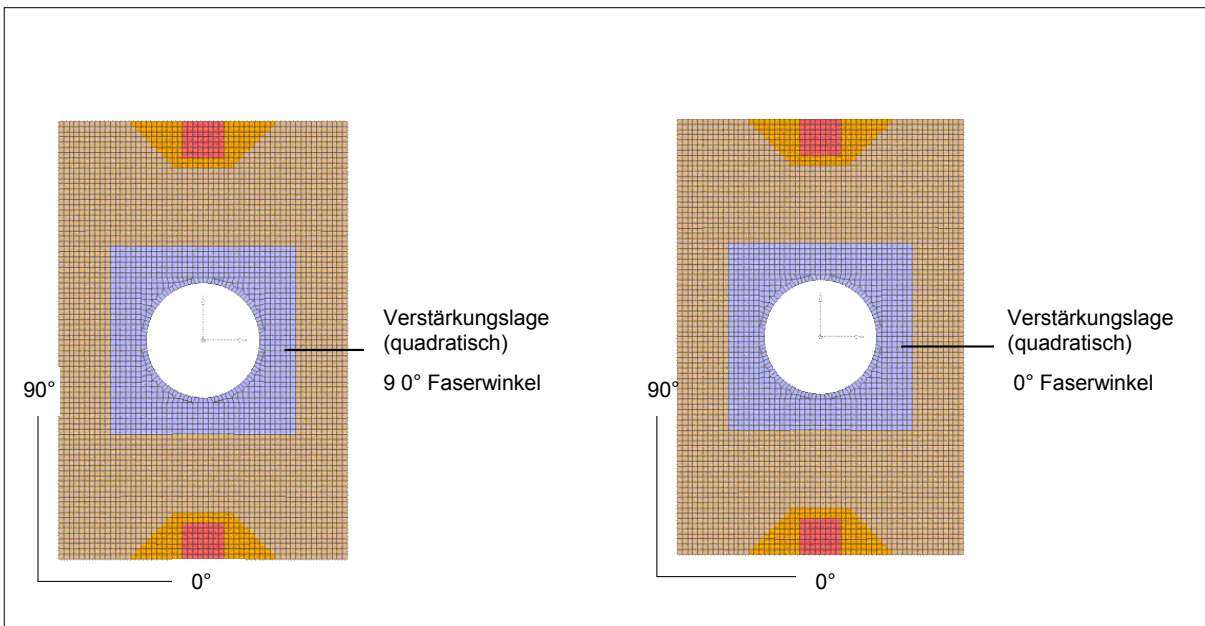
## 6.2. Klassische Zulagen in Form von Tapes und Lochrandverstärkungen

Es wurden pauschale Zulagen in Form von einfachen Pflastern (Tapes) sowie von einfachen Lochrandverstärkungen gewählt (Abb.6.3 und 6.4). Die Grundstruktur des Berechnungsmodells entspricht der Lochplatte in Kapitel 4.1. Die Zulagenschicht entspricht wie bei der optimierten Lochplatte 23%, um die Modelle auch quantitativ miteinander vergleichen zu können.



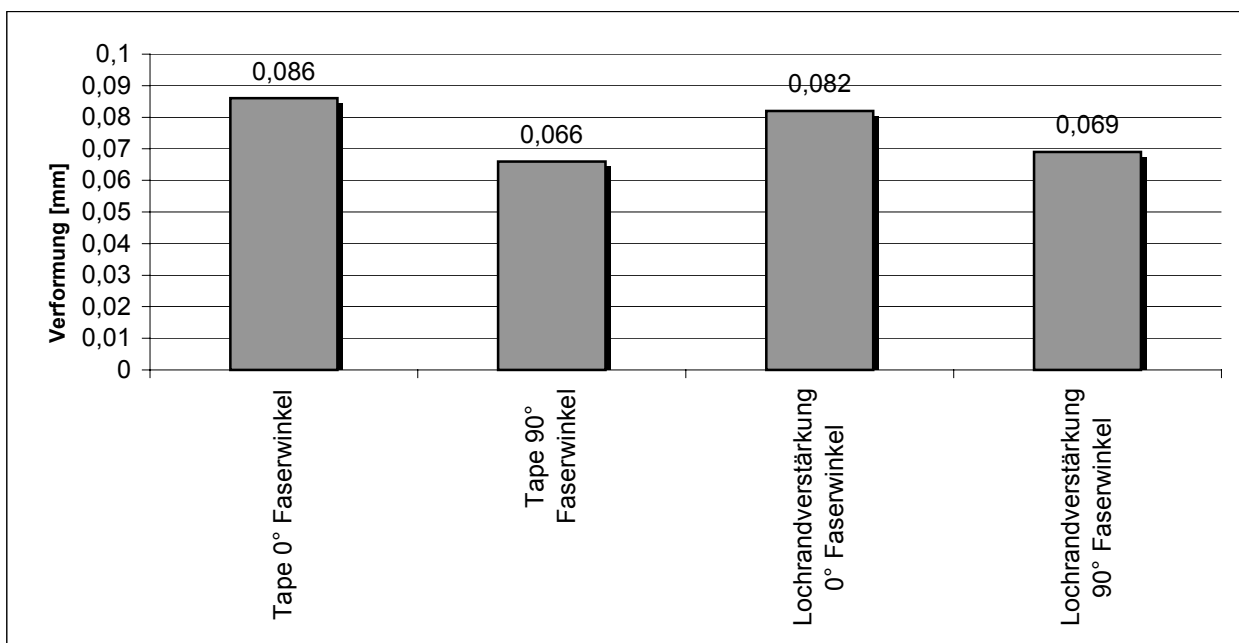
**Abb.6.3:** Verstärkungstape horizontal 0° und vertikal 90° Faserwinkel

Aus Abb.6.3 und 6.4 ist der Aufbau der Modelle der Lochplatten mit pauschal zugelegten Lochrandverstärkungen zu entnehmen. Die Verstärkungen wurden über [TIED CONTACT bzw. EQUATIONS] mit der Basisschicht verknüpft und sind auf beiden Seiten des Modells symmetrisch angeordnet. Ihr Materialmodell und das Zulagevolumen (23%) entspricht dem der optimierten Verstärkungsschicht (Abb.6.2).



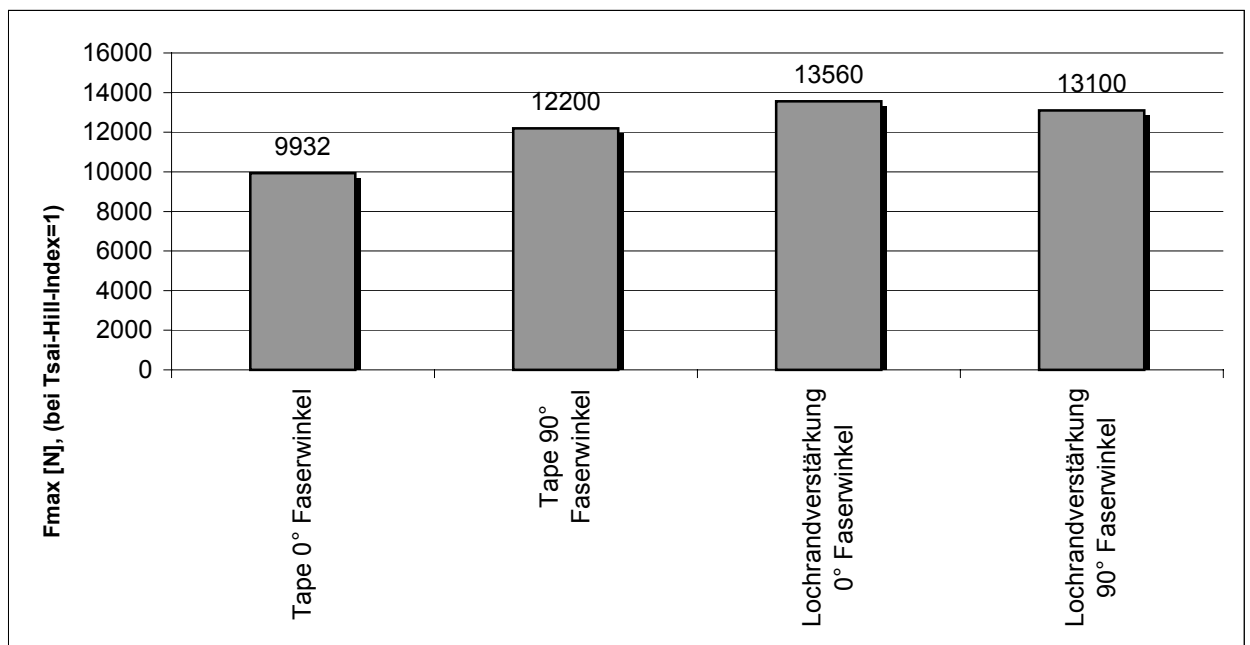
**Abb.6.4:** Pauschale Lochrandverstärkung 0° und 90° Faserwinkel

Der aus Abb.6.5 zu entnehmende Verschiebungsbetrag ist in Anlehnung an Abb.6.1. der relative Knotenverschiebungsvektor des Knotens, in den die Kraft eingeleitet wird, in Bezug zu dem Knoten, an dem das Festlager definiert ist. Diese Untersuchung wurde mit einer Zugkraft von 1000 N durchgeführt. Das Ergebnis zeigt, dass bei FKV nicht nur die Form der Zulage Einfluss auf die Knotenverschiebung und somit auf die Steifigkeit hat, sondern auch der Faserwinkel eine entscheidende Rolle spielt.



**Abb.6.5:** Verformungswerte der pauschalen Zulagen bei einer Kraft von 1000 N

Die Bruchlast  $F_{\max}$  aus Abb.6.6 dient zur Beurteilung des Versagensverhaltens der untersuchten Modelle. Die Zugkraft wurde so lange erhöht, bis in einem Element des Modells der Tsai-Hill-Versagensindex gerade den Wert 1 überstieg. In Bezug auf die Festigkeit kann eine Zulage Verbesserungen bringen, kann aber nicht verhindern, dass das Bauteil an einer unverstärkten Stelle versagt. Solche lokalen Spannungsspitzen treten meist in den Randbereichen des Übergangs von der Verstärkungs- zur Basisschicht auf. Dies ist in der Regel auf die dort entstehende Kerbwirkung zurückzuführen.



**Abb.6.6:** Darstellung der Bruchkraft bei Versagensindex =1

### 6.3. Einzelschichtoptimierung

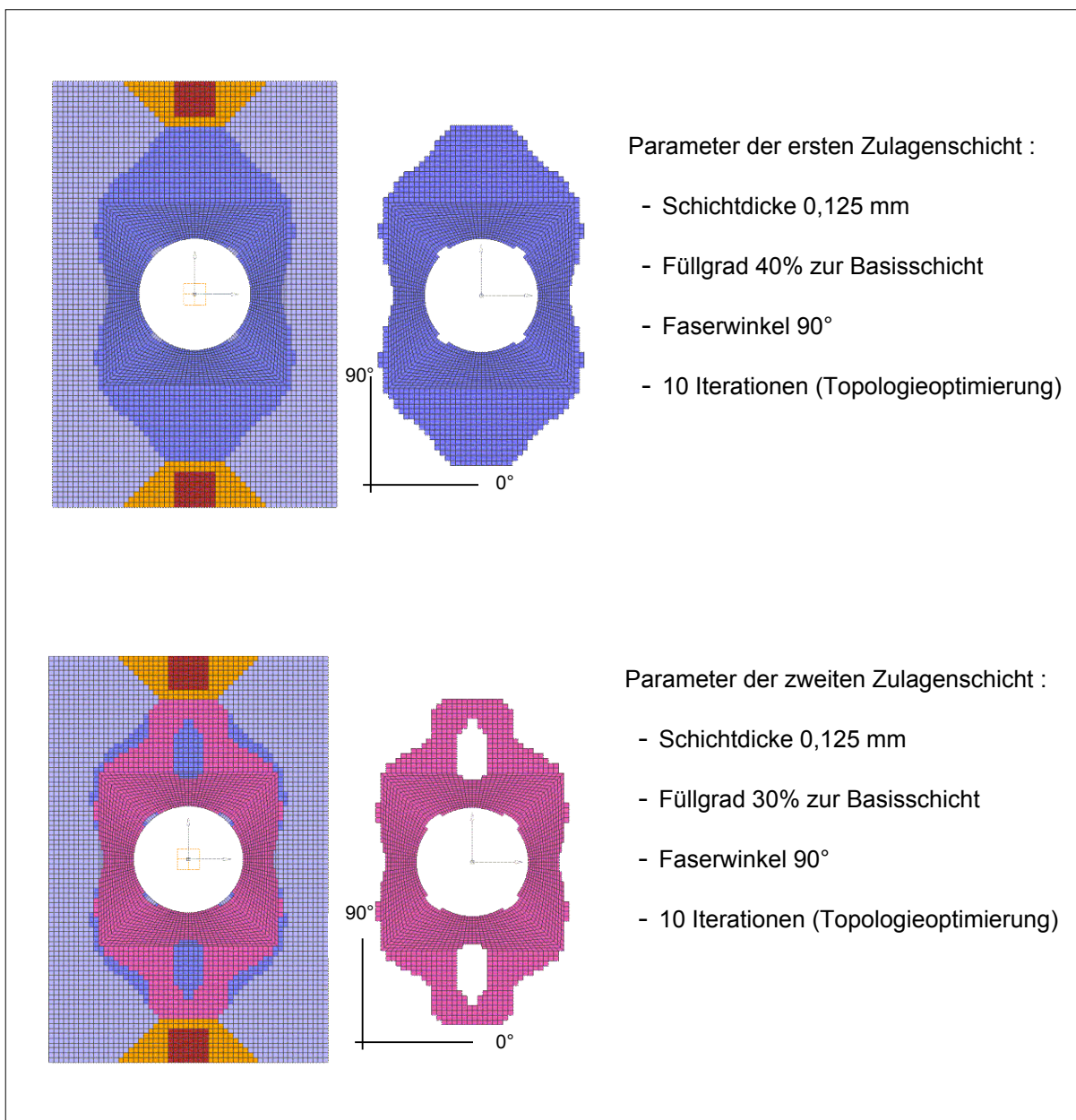
Im Vergleich zur optimierten Lochplatte, bei der die Zulagenschichten pro Seite nur aus einer Schicht bestehen, wurde im Folgenden untersucht, inwieweit eine diskretisiertere Optimierung Einfluss auf die Steifigkeit und Festigkeit hat. Es ist allgemein bekannt, dass sich durch die Erhöhung der Anzahl der Zulagenschichten ein günstigeres Strukturverhalten des Bauteils einstellt. Das nachfolgende Beispiel soll insbesondere die weitreichenden Möglichkeiten bzw. die Bandbreite der Topologieoptimierung dieser Verstärkungsmaßnahme zeigen.

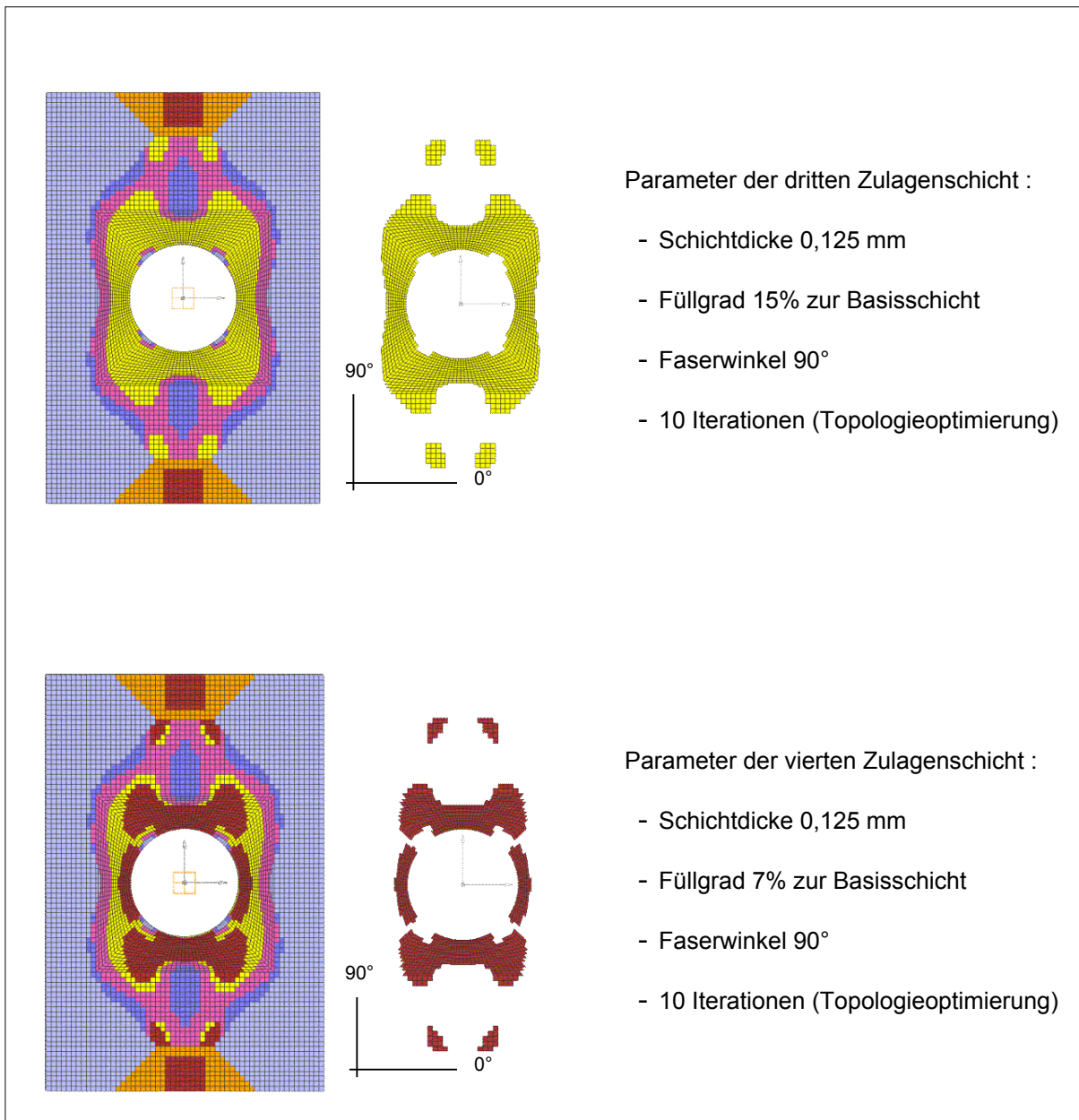
Ausgangsmodell ist die unverstärkte Lochplatte (Abb.6.1). Das Gesamtvolumen der Zulagenschichten wurde, wie in den vorangegangenen Berechnungsmodellen, auf 23%

festgelegt. Insgesamt wurden 4 UD-Schichten je Seite zugelegt, welche jeweils topologieoptimiert wurden. Um die Herstellbarkeit zu berücksichtigen, wurden die UD-Schichten nach außen immer kleiner gewählt. Des Weiteren wurde darauf geachtet, dass möglichst zuschnittfähige Einzellagen entstehen. Dies erfolgte durch eine Verschiebung der Zulagengröße unter den UD-Schichten. Die Untersuchungen der Verformungs- und Festigkeitswerte erfolgten am fertiggestellten Modell (Abb.6.7).

Variante der Lochplattenprobe	Verschiebung in mm (F = 1000N)	F <sub>max</sub> in N (bis Tsai-Hill-Index <= 1)
unverstärkt + gewichtsneutral	0.128	9840
Einzelschicht – optimiert	0.049	16100

**Tab.6.2:** Verschiebungs- und Bruchlastwert der einzelschichtoptimierten Lochplatte





**Abb.6.7:** Schichtweiser Aufbau der Verstärkungslagen

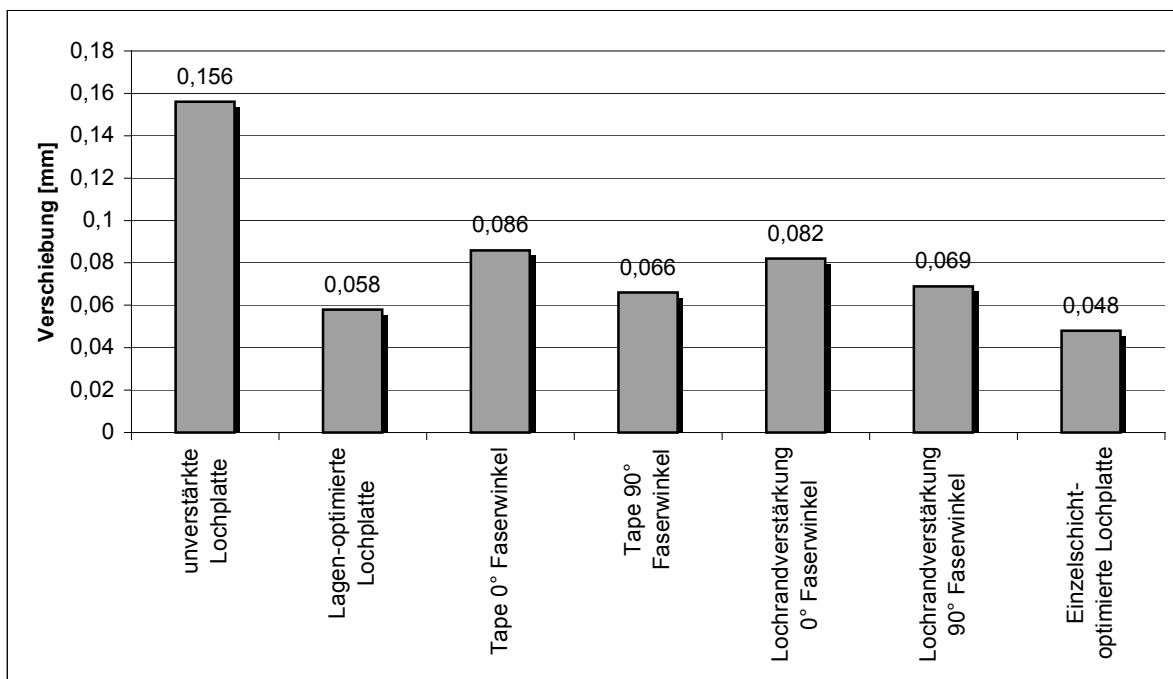
Die Bruchlast  $F_{\max}$  aus Tab.6.2 dient zur Beurteilung der Festigkeit der untersuchten Modelle. Die Zugkraft wurde wiederum so lange erhöht, bis in einem Element des Modells der Tsai-Hill-Versagensindex gerade den Wert 1 übersteigt. Dieses Überschreiten ist mit dem Versagen des Bauteils gleichzusetzen.

#### 6.4. Bewertung der Ergebnisse der verschiedenen Modelle

Zur Bewertung der Ergebnisse werden die Verschiebungs- und Festigkeitswerte der in den vorangegangenen Kapiteln dargestellten Lochplattenmodelle miteinander verglichen.

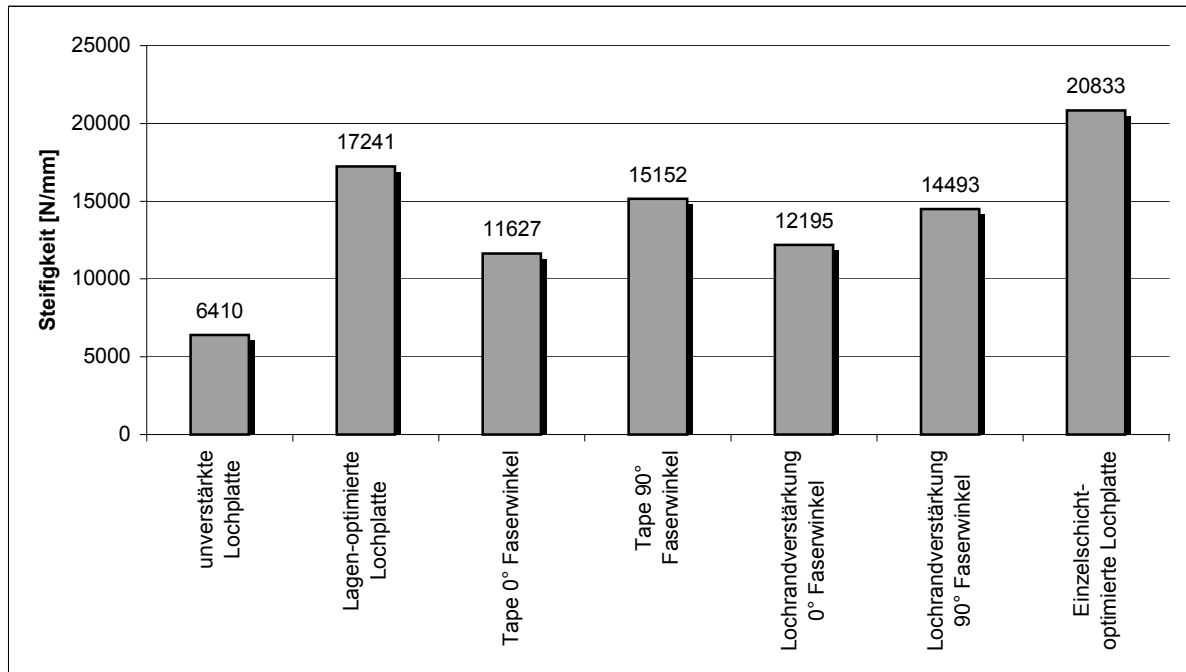
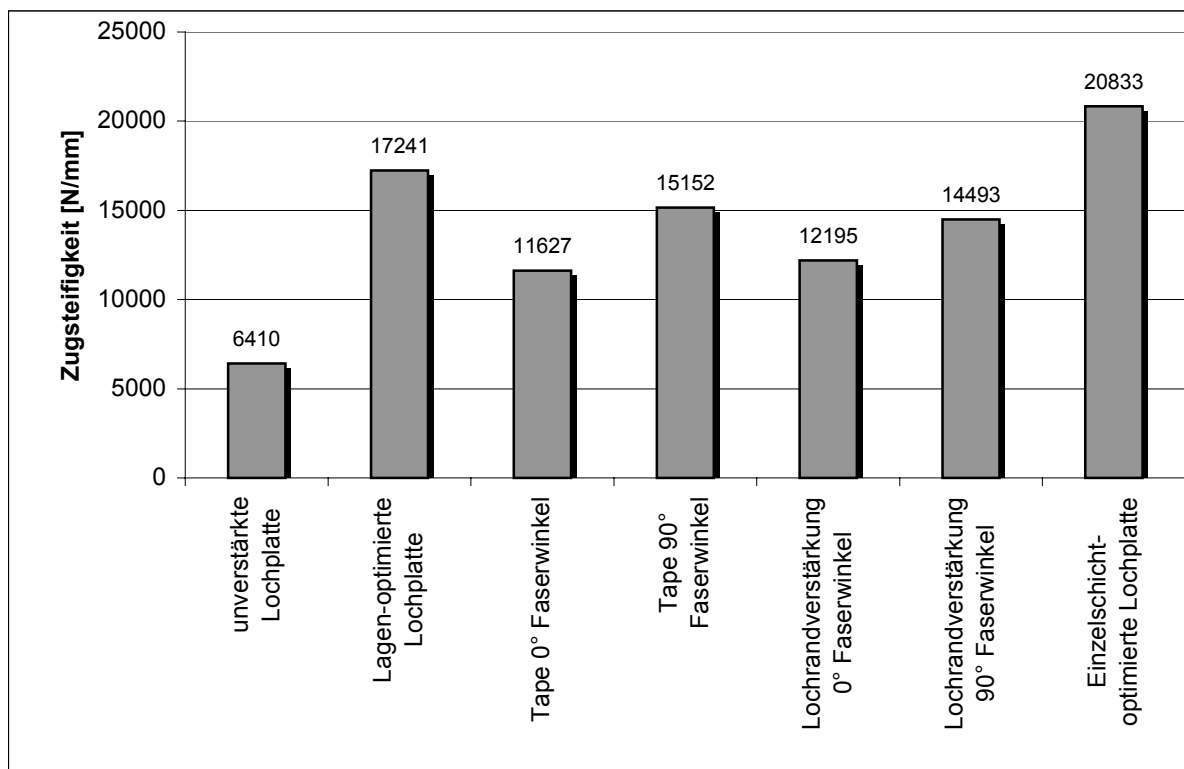
Die ermittelten Steifigkeitswerte beziehen sich alle auf das Ausgangsmodell der unverstärkten Lochplatte. Die aufgebrauchte Zugkraft auf alle Modelle beträgt 1000 N.

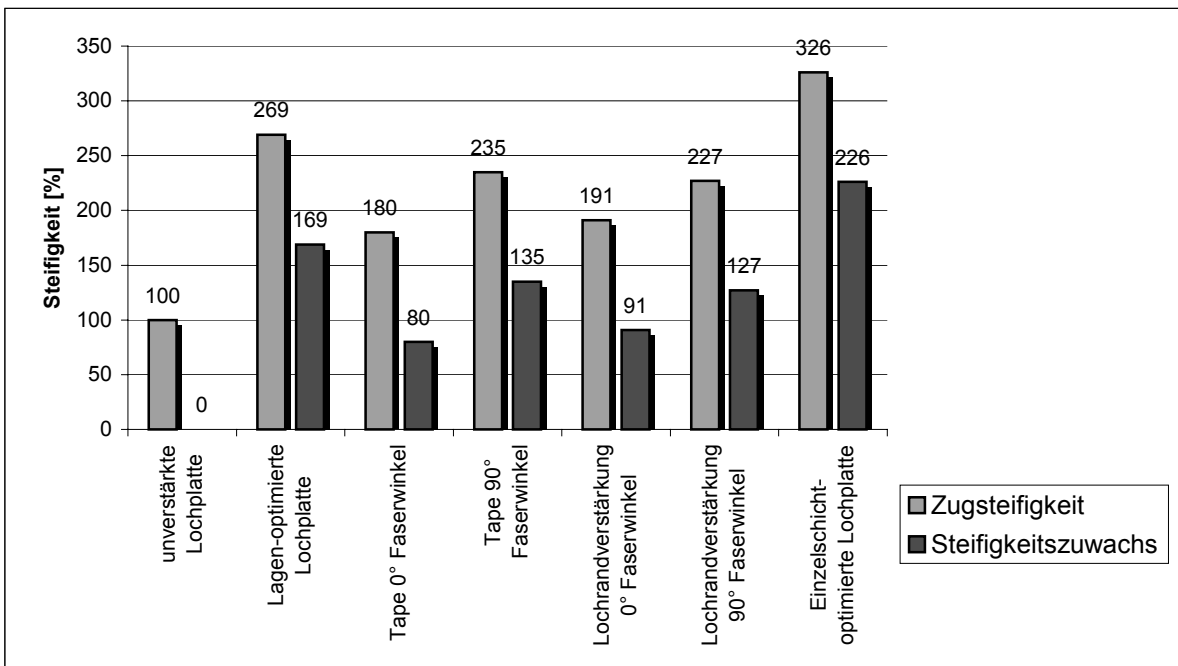
Die in Abb.6.8 und 6.9 ermittelten Zugsteifigkeiten werden entsprechend Abb.6.10 und 6.11 prozentual auf die Werte des Ausgangsmodells der unverstärkten Lochplatte bezogen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die topologie- und faserwinkeloptimierten Modelle höhere Steifigkeitsgewinne haben als die pauschal verstärkten Modelle. Des Weiteren ist gemäß den Grundlagen der Laminattheorie zu erkennen, dass die Modelle mit einer Faserorientierung in Richtung der Belastungsrichtung höhere Steifigkeitswerte aufweisen.



**Abb.6.8:** Darstellung der Maximalverschiebung der einzelnen Proben

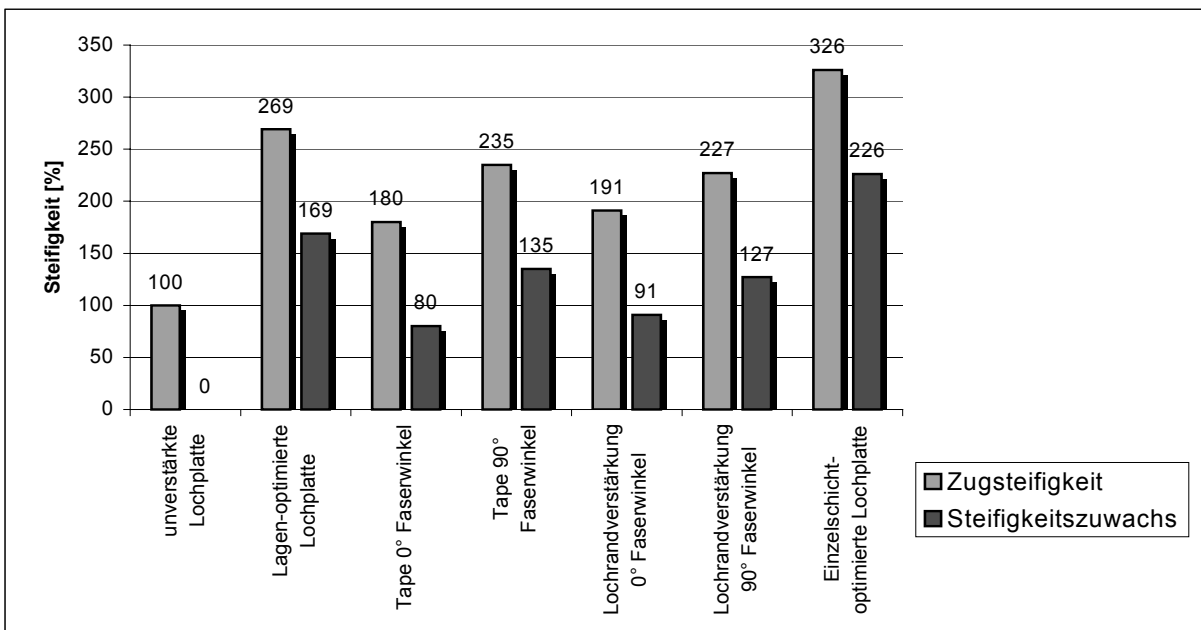
Die sich durch die Zulagen ergebende Masseerhöhung der berechneten Modelle beträgt im Vergleich zur unverstärkten Lochplatte 23%. Diese Erhöhung der Masse muss bei einem realistischen Vergleich berücksichtigt werden.

**Abb.6.9:** Ermittlung der Zugsteifigkeiten**Abb.6.10:** Darstellung der bezogenen Zugsteifigkeiten



**Abb.6.11:** Darstellung der bezogenen Zugsteifigkeiten und des Steifigkeitsgewinns

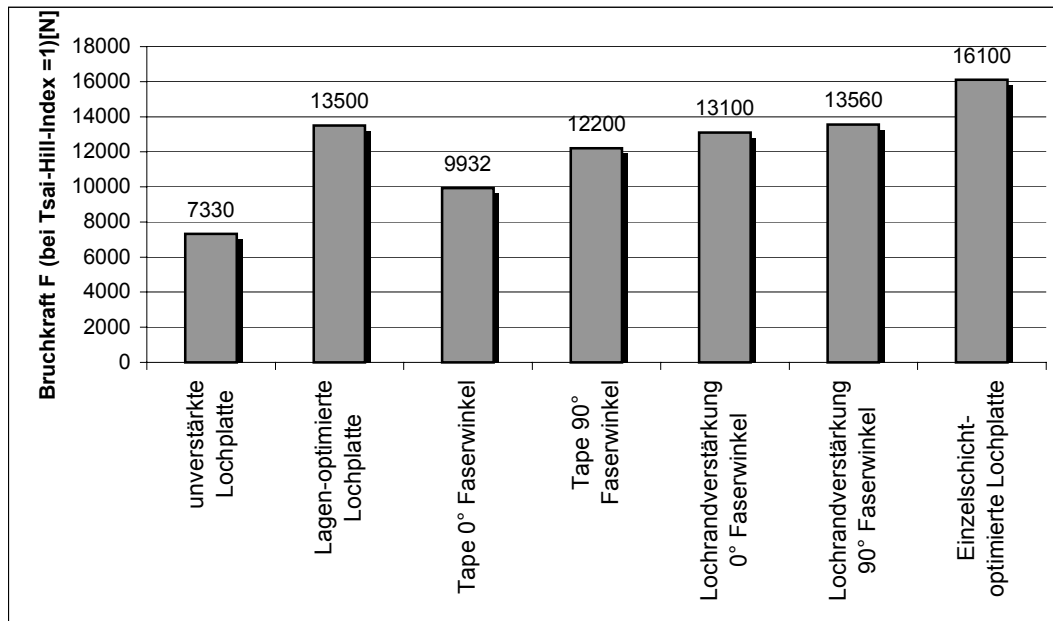
In Abb.6.12 wird der Vergleich der Steifigkeiten wieder prozentual auf das Ausgangsmodell bezogen, aber massebereinigt als spezifische Zugsteifigkeit dargestellt.



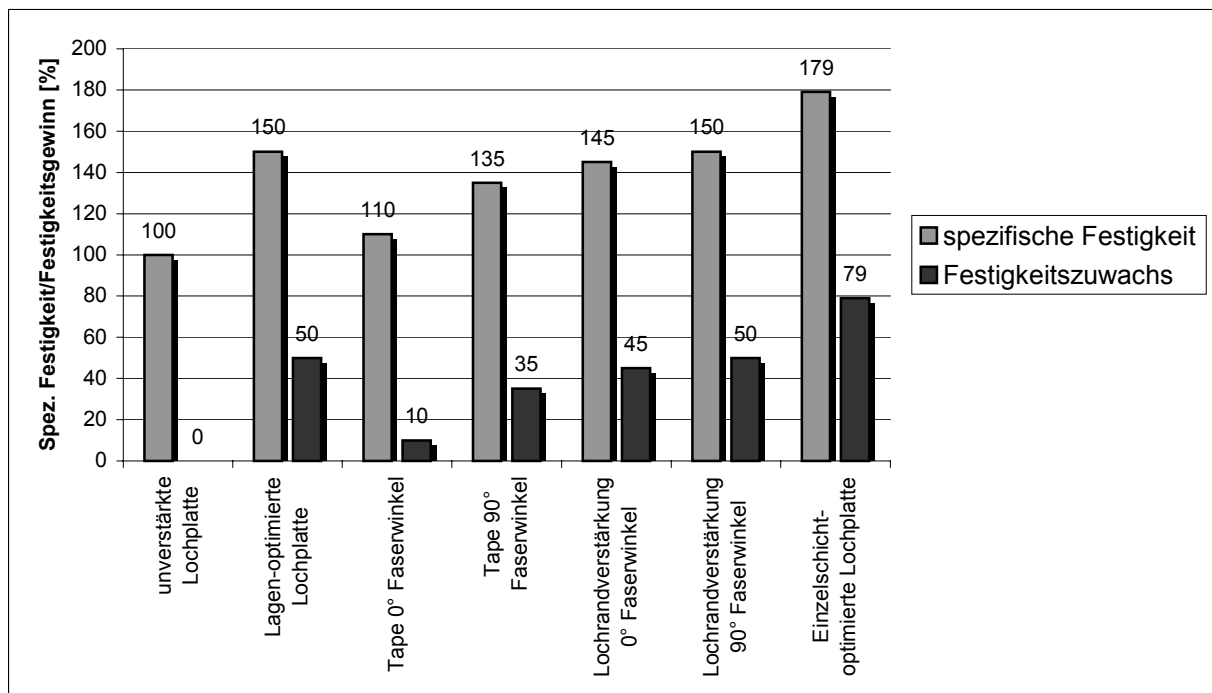
**Abb.6.12:** Spezifische Zugsteifigkeit

Zur Beurteilung der Güte der Modelle ist es notwendig, außer der Steifigkeit auch das Festigkeitsverhalten zu untersuchen. Hierzu dient das Versagenskriterium Tsai-Hill als Indikator für die Bauteilbelastung. Die Zugkraft wird so lange erhöht, bis die ersten Elemente eines Modells einen Tsai-Hill-Versagensindex = 1 aufweisen. Dieses, wenn auch nur lokale Versagen wird als Grenzwert für die Festigkeit definiert.





**Abb.6.13:** Bruchkraft F bei Tsai-Hill-Versagensindex = 1



**Abb.6.14:** Vergleich der spezifischen Festigkeit der Proben

Die in Abb.6.13 und 6.14 stehenden spezifischen Festigkeitswerte sind auf das Ausgangsmodell (unverstärkte Lochplatte) bezogen und massebereinigt. Anhand der Festigkeitszuwächse ist erkennbar, dass die Festigkeiten nicht in gleichem Maße wie die Steifigkeiten zunehmen. Entscheidend ist die entlastende Wirkung der Lochrandverstärkung, die eine Minderung der Kerbwirkung zur Folge hat.

In Abb.6.15 und 6.16 wird deutlich, dass sich die Eigenschaften der Lochplatte abhängig vom Anteil des Verstärkungsmaterials ändern. So können mit nur geringem Materialzuwachs bereits deutlich die Gesamtverformung und lokale Spannungsmaxima reduziert werden. Natürlich gibt es auch unwirtschaftliche Optimierungsmaßnahmen, wenn es z.B., wie anhand der Gesamtverformung ersichtlich, keinen entscheidenden Steifigkeitszuwachs gibt und Zulagen ab ca. 50% aufwärts angestrebt werden. Anders als bei einer reinen Topologieoptimierung, wo nur überflüssiges Material abgetragen wird, spielt das angestrebte Zielgewicht eine nicht zu unterschätzende Rolle. Dies muss in Wechselwirkung mit den Zielkriterien und Randbedingungen so effektiv wie möglich gehalten werden. Die Interaktion zwischen den einzelnen Parametern ist für jede Optimierungsaufgabe neu zu definieren. Das gewählte Plus an Zulagenmaterial der Lochplatte in Höhe von 23% ist in Kombination aus Herstellbarkeit der Zulagenschichten (zusammenhängende UD-Schicht) sowie aus den Zielkriterien, maximale Steifigkeit und hinreichende Festigkeit zu erreichen, entstanden. Zum Vergleich wurden mit gleicher prozentualer Zulage lokale Lochrandverstärkungen (Tapes), wie sie in der Industrie bekannt sind, analysiert (siehe Abb.6.3 und 6.4). Wie in der folgenden Abb.6.15 zu sehen, ist eine lokale Verstärkungsmaßnahme immer in Abhängigkeit der Zielfunktion zu betrachten. Es ist keinesfalls effizient 100% an Material aufzudicken.

Das in Abb.6.16 dargestellte Diagramm beschreibt die deutliche Reduktion der Bauteilverformung. Hierbei zeigt sich deutlich, dass sich die nach bionischen Aspekten optimierte Verstärkung gegenüber klassischen Verstärkungsmaßnahmen hinsichtlich Steifigkeit wesentlich günstiger verhält. Zudem konnte durch diese Optimierungsmethode, wie in der Abb.6.17 ersichtlich, die Versagenskritikalität (Tsai-Hill-Versagenskriterium/ Versagensindex) deutlich reduziert werden. Zum Vergleich, die klassischen Verstärkungsmaßnahmen besitzen keine hinreichende Festigkeit. Wie in der Abbildung zu erkennen, ist der Maximalwert  $>1.0$ . Weiterhin ist ersichtlich, dass hinreichend Material zugelegt werden muss, um ein Versagen zu verhindern. Sicherheitsaspekte - wie an realen Bauteilen - spielten hierbei keine Rolle.

Eine weitere Besonderheit ist im leichten Anstieg der Versagenskritikalität bis zu einer Zulage von ca. 5% zu sehen. Es kann, besonders bei komplexen Strukturbauteilen, zu einer Spannungskonzentration bei anfänglichen lokalen Verstärkungsmaß-

nahmen kommen, die sich im Anfangsstadium der Optimierung durchaus negativ auswirken können.

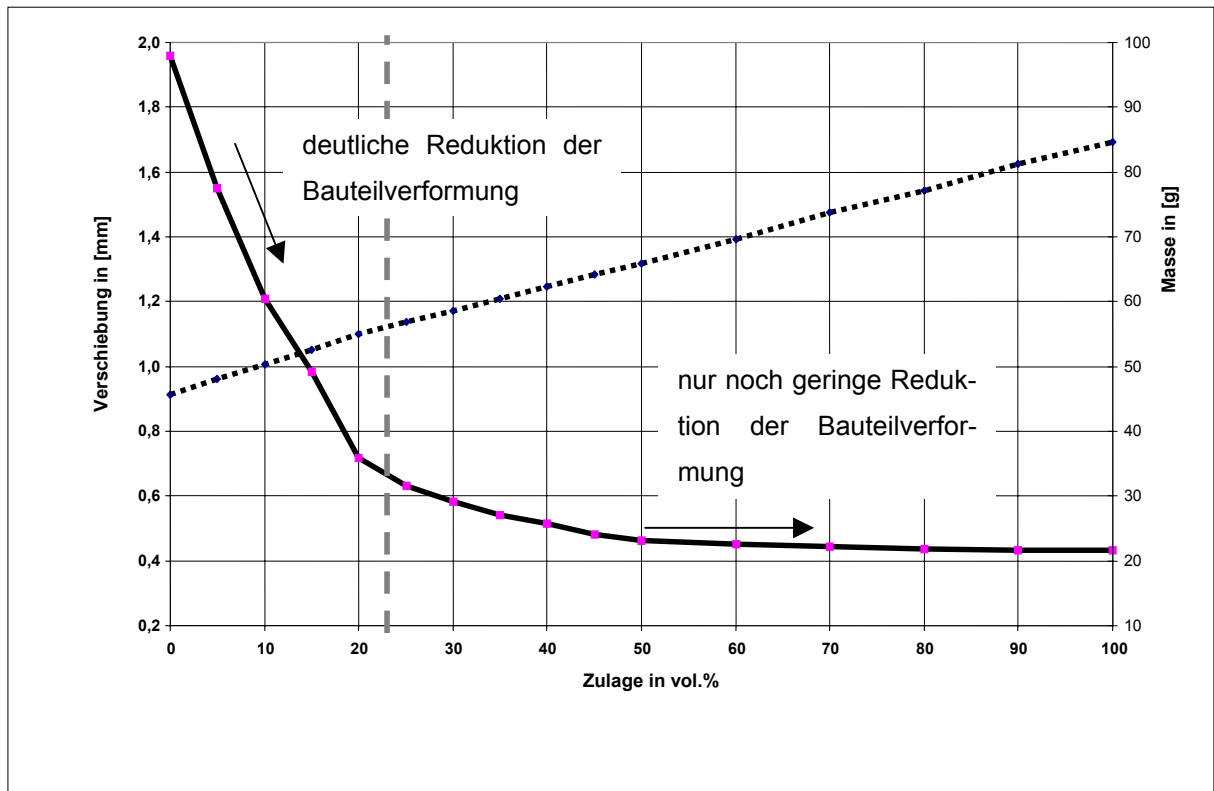


Abb.6.15: Erhöhung der Bauteilstabilität bei entsprechender Materialzulage

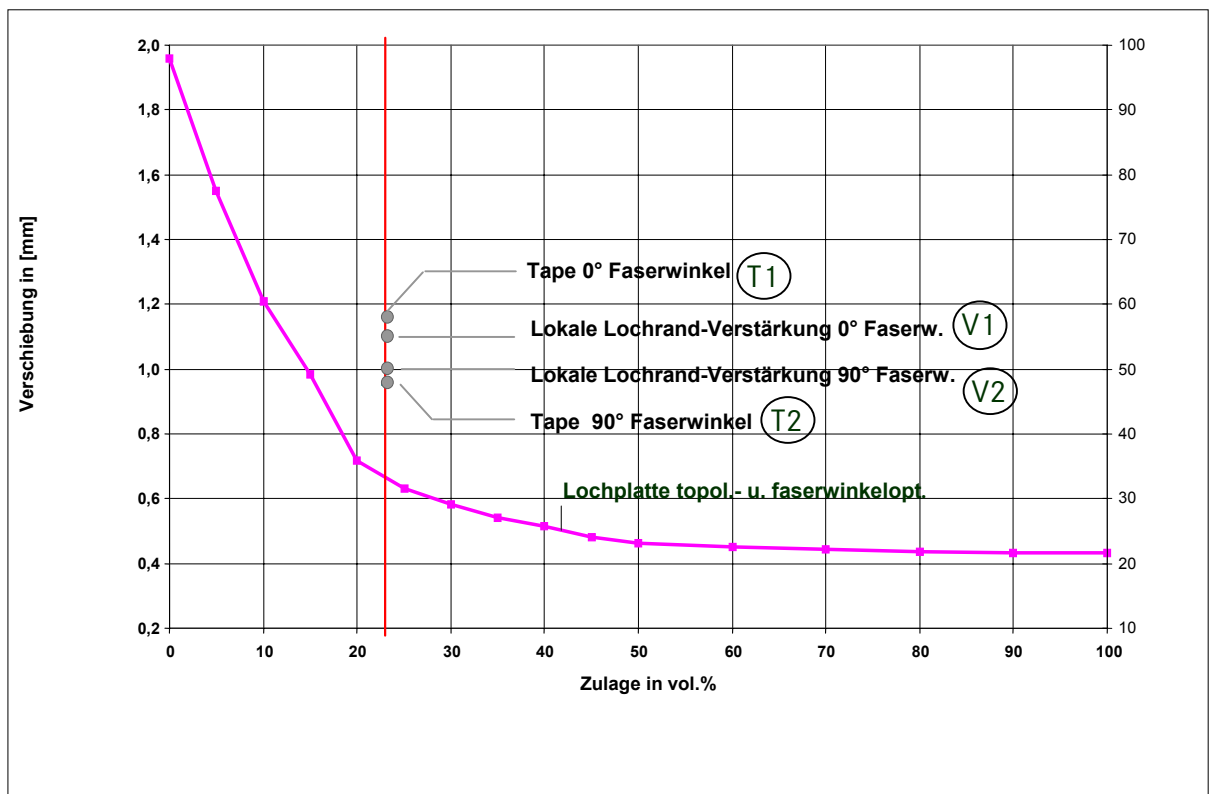
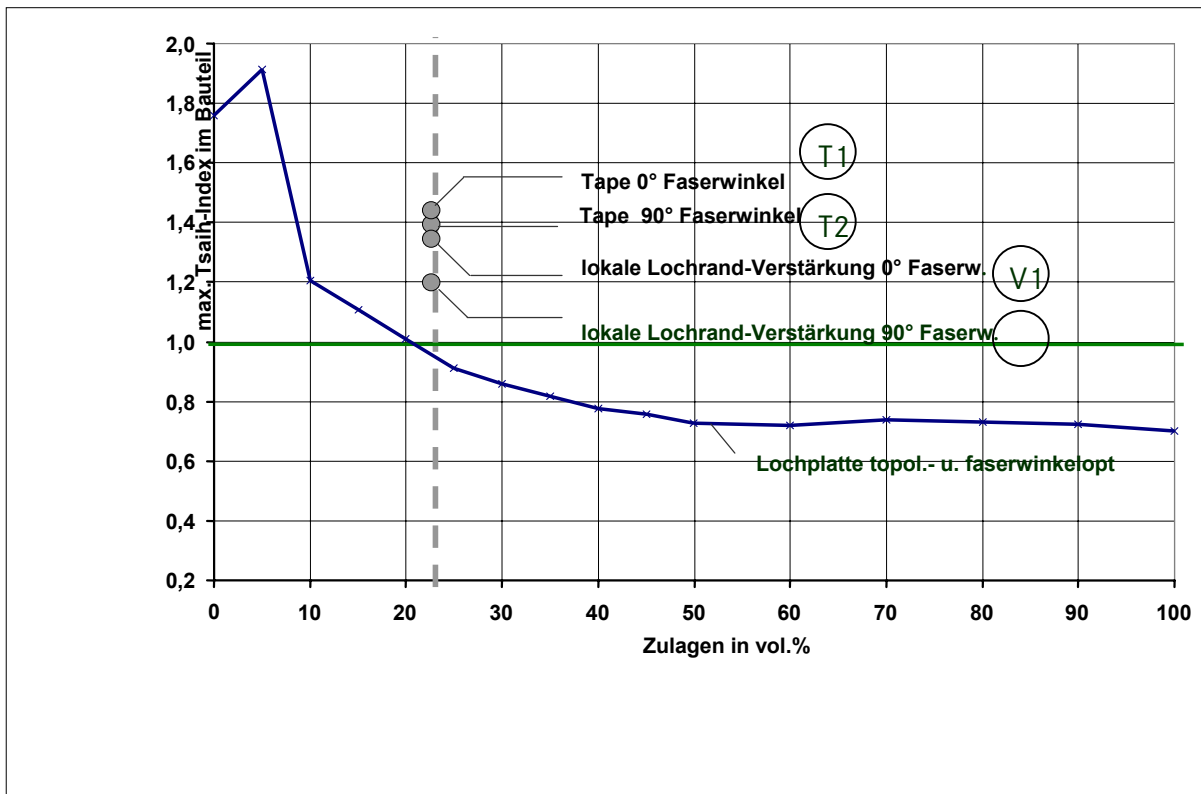


Abb.6.16: Vergleich unterschiedlicher Verstärkungsmaßnahmen



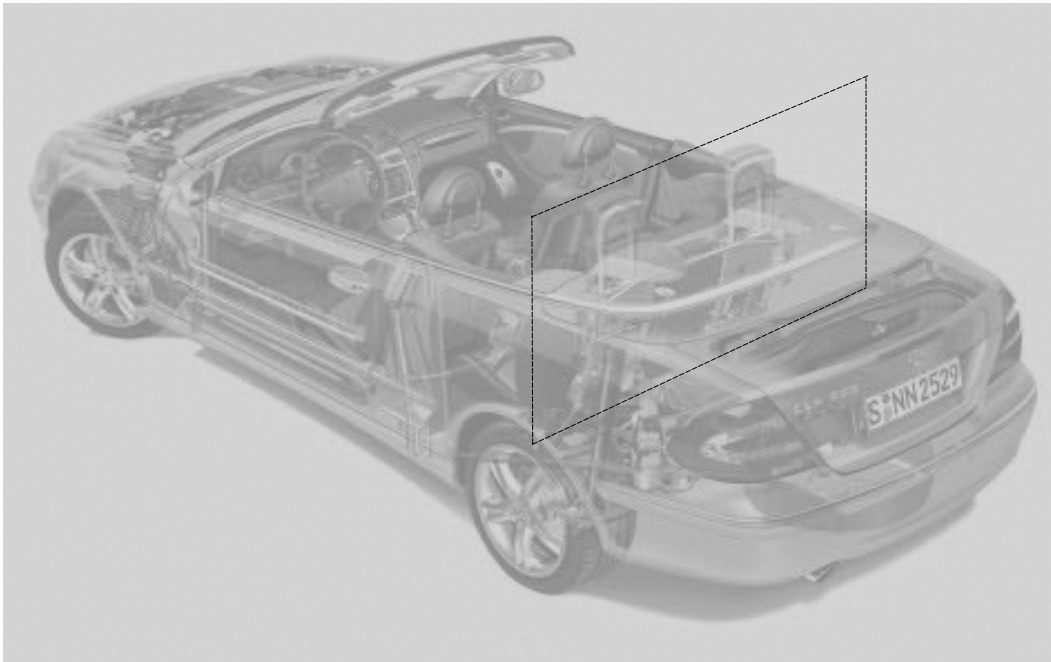
**Abb.6.17:** Abhängigkeit des Tsai-Hill-Versagensindex vom Volumen der Verstärkung

### 6.5. Praktische Anwendung

Um die Anwendbarkeit des Verfahrens auf komplexere Bauteile zu untersuchen und eine Empfehlung für die generelle Herangehensweise an eine solche Optimierung zu geben, wurde ein reales Bauteil optimiert.

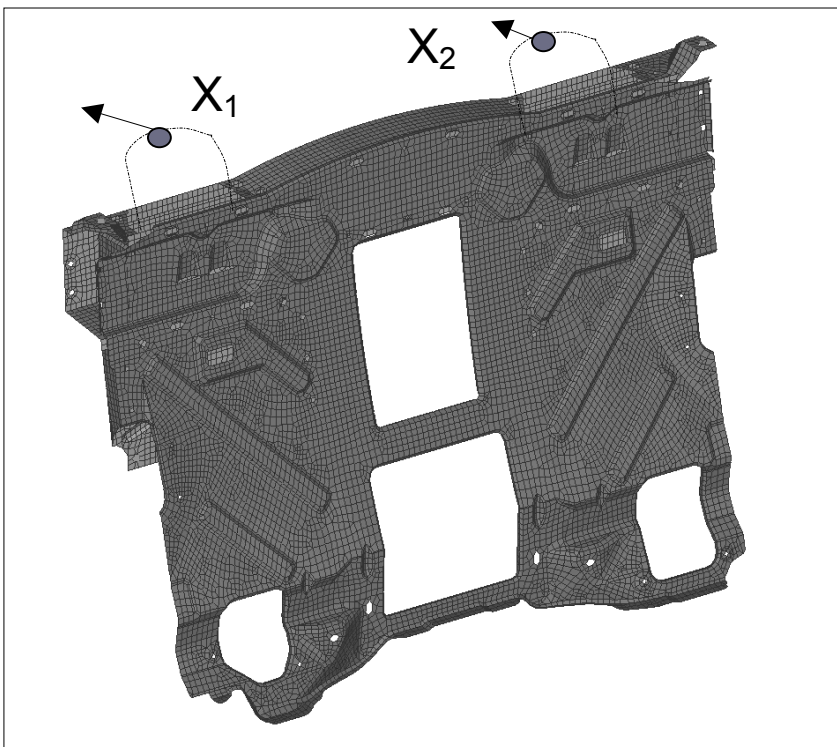
Als Referenzbauteil für eine Fallstudie wurde die vordere Rückwand eines CLK - Cabriolet gewählt, da sie relativ eben, jedoch durch komplexe Lastfälle schwierig auszulegen ist. Die Rückwand besteht aus Stahlblech, das versuchsweise durch CFK ersetzt werden sollte. Auf einen versuchstechnischen Nachweis der Optimierungsergebnisse wird dabei im Rahmen der Arbeit verzichtet.

Das Rückwandmodul ist dabei als versteifendes Element hinter der Rücksitzbank integriert. Im Fahrzeugbetrieb ist das Rückwandmodul für die Torsionssteifigkeit der Karosserie von entscheidender Bedeutung. Zudem hat das Rückwandmodul auch die Aufgabe, die im Falle eines Überschlags an den Überrollbügel auftretenden Belastungen abzufangen.



**Abb. 6.18:** Rückwandmodul in eingebautem Zustand

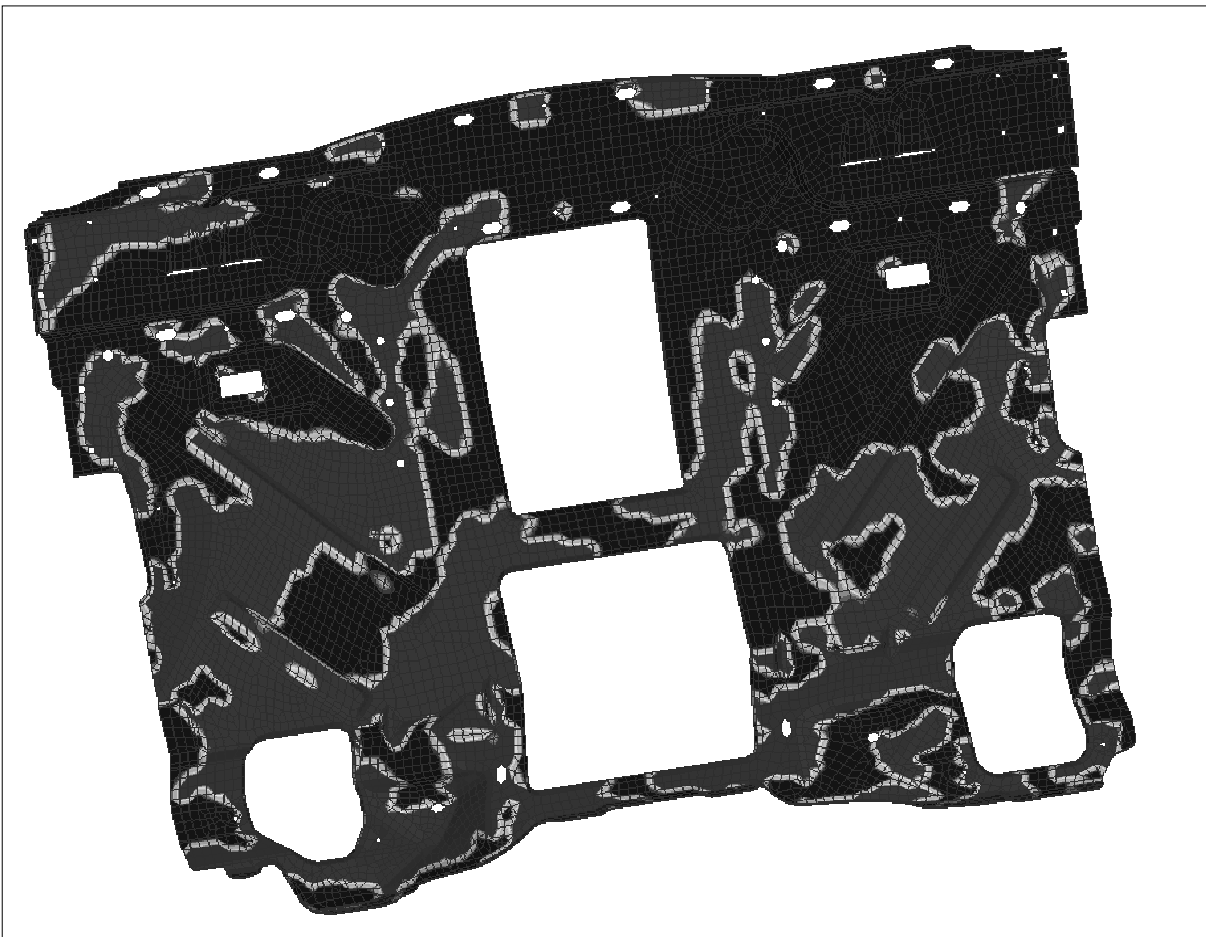
Das Rückwandmodul gliedert sich in die vordere und hintere Rückwand, in die die ausfahrbaren Überrollbügel integriert sind. Die vordere Rückwand hat asymmetrisch angeordnete Auslässe für zusätzliche Bauteile. Das Modul sitzt auf dem hinteren Karosseriequerträger und ist seitlich direkt über zwei Zugstreben mit der Rohkarosserie verbunden.



**Abb.6.19:** FEM-Modell eines Rückwandmoduls

Zu erkennen ist, dass Material vor allem im unteren Bereich angelagert wird. Interessanterweise erfolgt keine durchgehende Materialverteilung im Bereich der Stege im Mittelteil der Rückwand. Das Material ist nicht gleichmäßig verteilt, aber entsprechend der Randbedingungen lastgerecht ausgelegt. Das liegt zum einen daran, dass sich keine kontinuierliche Spannungsverteilung bildet, da die Belastung innerhalb der Rückwand nur sehr gering ist und zum anderen ein Materialmodell verwendet wurde, welches die Zugfestigkeit der Fasern nicht so stark betont. Bei der darauf aufbauenden Untersuchung des Lastfalles Dachdruck ergab sich ein optimaler Faserwinkel von  $90^\circ$ . Dies ist nachvollziehbar, da dies der Richtung der angreifenden Belastung entspricht und das Bauteil durchgehend belastet wird.

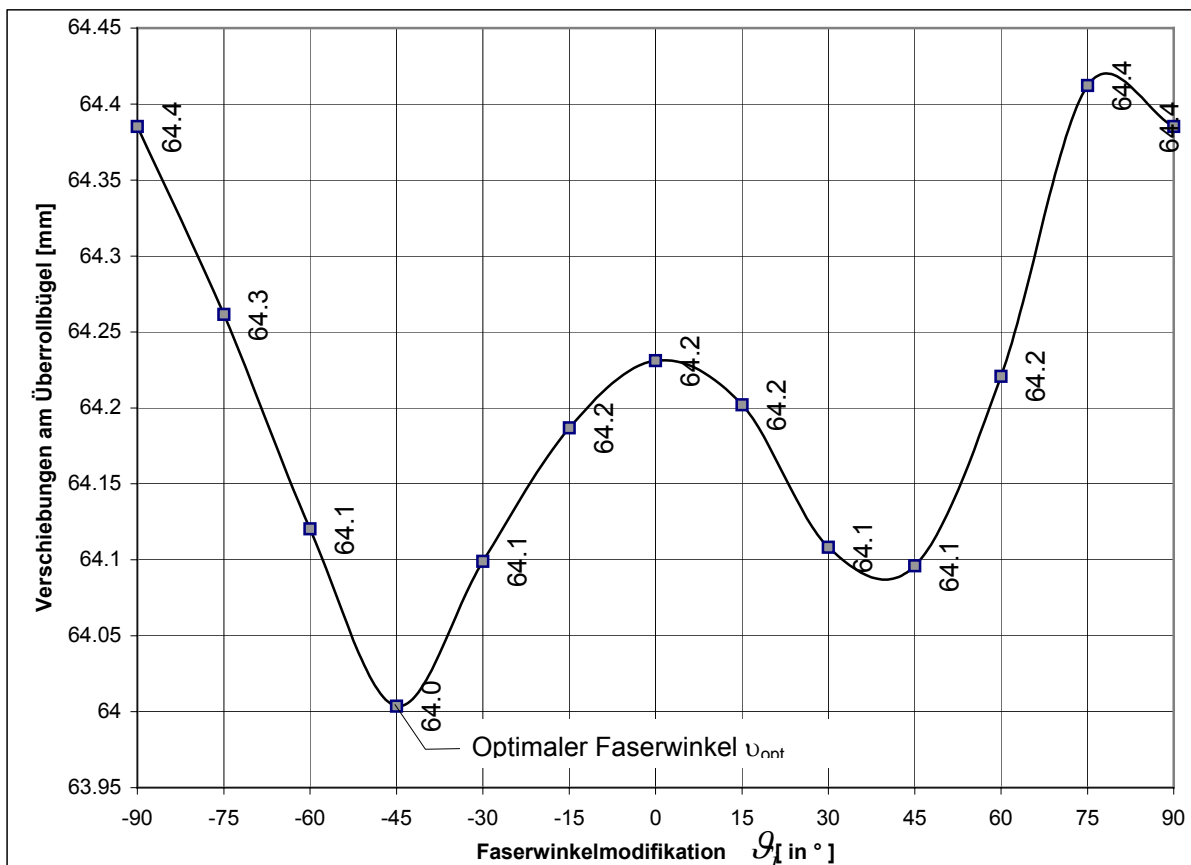
Da das Bauteil auf Druck belastet wird ist es notwendig, entsprechende Wandstärken zu realisieren, um ein Ausbeulen zu vermeiden. Da dieser Lastfall die komplette Rückwand belastet, sollte auf eine Topologieoptimierung nicht verzichtet werden.



**Abb.6.20:** Erster Topologie-Optimierungsschritt - Materialverteilung einer  $45^\circ$ -Zulage für den Lastfall Torsion

Bei der Untersuchung des Lastfalles Biegung wurde, wie in Abb.6.21 ersichtlich, ein Faserwinkel von  $45^\circ$  als optimal herausgefunden, da bei diesem die Verschiebungen an der Kraffteinleitung am geringsten sind. Da diese Belastung ebenfalls nur einseitig wirkt, muss die Schicht als  $\pm 45^\circ$ -Gewebe an der Kraffteinleitung für den Lastfall X-Biegung ausgeführt werden. Der erreichte Stand bestätigt die Einsatzfähigkeit der Optimierungsmethode. Durch die lokalen Verstärkungslagen mit den Orientierungen  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $\pm 45^\circ$  konnte eine deutliche Reduktion der Bauteilmasse unter Einhaltung der Restriktionen, wie ausreichend Festigkeit und gezielte Steifigkeit, erreicht werden.

Die gerichteten Eigenschaften des CFK können so optimal genutzt werden. Die voraussichtliche Massereduktion von ca. 20% wiegt die höheren Fertigungs- und Materialkosten jedoch nicht auf. Es sind auf jeden Fall weitere Untersuchungen erforderlich, um ein reales Bauteil entsprechend auszulegen.



**Abb.6.21:** Darstellung der Verschiebung an der Kraffteinleitung in Abhängigkeit des Faserwinkels (Lastfall Biegung)

## 7. Zusammenfassung und Ausblick

Multidirektionale FKV aus UD-Schichten werden auch in naher Zukunft die am häufigsten verwendete Art von Werkstoffen in Hochleistungsstrukturbauteilen bleiben. Mit der Ausweitung des Einsatzbereiches von FKV-Werkstoffen werden neue Methoden zur Berechnung bzw. Strukturauslegung notwendig.

Die vorgestellte Optimierungsmethode basiert auf einem bionischen Ansatz (biologische Designfindung), der einen sinnvollen Kompromiss bezüglich der konträren Forderung nach einer hochgenauen Analyse und einem schnellen, aber hinreichend genauen Optimierungsverfahren insbesondere für die Entwurfsphase darstellt.

Dabei zeigt uns die strukturelle Erfassung und Erkennung von biologischen Objekten bereits heute unser Ziel, die multidisziplinäre Optimierung mechanischer Strukturen. Es muss berücksichtigt werden, dass sich die Natur nicht kopieren lässt. Sie kann aber Impulse für neue technische Lösungen geben. Die Grenzen, die durch die weitgehend physikalische Basis dieser Optimierungsprozedur, der SKO-Methode - einer Erweiterung der Methode auf neue Werkstoffe - gesetzt werden, wurden ebenso deutlich gemacht wie die ingenieurtechnischen Annahmen und Näherungen, die notwendig waren, um das Anwendungsspektrum der Methode auf den Einsatz von FKV-Strukturen bzw. auf orthotropes Materialverhalten auszudehnen.

In der vorliegenden Arbeit wird eine Methode zur Optimierung von FKV vorgestellt, mit der es möglich ist, Strukturbauteile hinsichtlich gezielter Festigkeit, Steifigkeit und Gewicht lagenweise zu optimieren. Dieser Algorithmus ermöglicht die Topologie- und Faserwinkeloptimierung unter Berücksichtigung der anisotropen Eigenschaften der Laminatstruktur.

Hinzu kommt, dass der Faserwinkel variabel gestaltet ist und somit in jeder entsprechenden Einzelschicht die optimale Orientierung berücksichtigt wird. Die ausgelegten Strukturen sind dabei entsprechend den zuvor festgelegten Randbedingungen dem Kraftflussverlauf optimal angepasst. Die Optimierung des Gesamtlaminates beginnt mit der Optimierung der Basisschicht, sodass keine Einschränkungen des Startdesigns bestehen. Gerade bei Großserien ist ein optimaler Leichtbauaspekt deutlich abhängig von einer effizienten Fertigung. Fertigungstechnische Anforderungen wurden in dieser Arbeit in den Entwurfsprozess mit einbezogen.



Die kostengünstige Fertigung der Einzellagen ist heute bereits möglich. Hierbei finden automatisierte Zuschnitt- bzw. Vorkonfektionierungsverfahren Anwendung.

Die bereits existierenden Methoden beschränken sich zumeist auf die Topologieoptimierung oder die Optimierung des Faserverlaufes. Für die Strukturoptimierung ist es jedoch notwendig, die Interaktion zwischen Faserwinkel und Topologie zu berücksichtigen und beide gemeinsam zu betrachten.

Zur Verbesserung der Eigenschaften technischer Faserverbundkonstruktionen, besonders der Lebensdauer wurden mittels FE-Modellen numerische sowie auch experimentelle Untersuchungen an Proben aus Kohlefaserlaminaten durchgeführt. Auf Basis dieser Untersuchungen konnte erwartungsgemäß nachgewiesen werden, dass sich mit dieser Methode auf einfache Art und Weise die Topologie und die Orientierung einer jeden Faserlage eines Gesamtlaminates optimal auslegen lässt. Der Vergleich zwischen den numerischen Ergebnissen und den praktischen Versuchen zeigte eine gute Übereinstimmung. Besonders das einsetzende Versagen nach dem Tsai-Hill-Kriterium im Zugversuch bis zum Versagen und die numerische Simulation wiesen eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis auf.

Die Bruchkrafteerhöhung bzw. die festigkeitssteigernde Wirkung sowie die deutlich höhere Steifigkeit konnten anhand von Zugprüfungen verifiziert werden.

Am Beispiel des Prinzipbauteils Lochplatte ist ersichtlich, wie sich derartige Strukturen ausbilden können. Die Optimierung erfolgte daher mit dem Ziel, eine vorhandene Struktur gezielt für eine Zugbelastung zu verstärken. Die einzelschichtoptimierte Struktur wies bei einem zusätzlichen Materialeinsatz von 23% eine um 226% erhöhte Steifigkeit und eine deutlich höhere Festigkeit auf. Selbst in Bezug auf die Gewichtsneutralität besitzt die optimierte Struktur eine um 198% höhere Steifigkeit. Die erzielte gute Übereinstimmung von experimentellen und errechneten Werten der exemplarisch untersuchten Lochplattenproben aus FKV, ist bei gleicher Vorgehensweise auch auf andere Bauteile übertragbar.

Besonders durch die einfache Handhabung ist es möglich, zum einen sehr große Bauteile automatisiert zu optimieren und zum anderen lokale Bereiche zu verstärken. Die Zahl der Elemente ist durch die Hardware eingeschränkt, nicht jedoch durch die Optimierungsmethode.

Durch diese Methodik wird aus heutiger Sicht ein ökonomischer Strukturleichtbau ermöglicht. Aus werkstoffmechanischer, technologischer und wirtschaftlicher Sicht ist diese Art der Strukturoptimierung von FKV-Bauteilen besonders vorteilhaft. Durch herstellungsbedingte Restriktionen werden häufig versagensrelevante Bauteilbereiche zumeist durch eine dickere Wandstärke des gesamten Bauteils vom Überschreiten eines Grenzwertes am Versagen gehindert. So wird heute in der industriellen Realität vielfach von Leichtbau gesprochen, dies aber noch nicht konsequent umgesetzt.

Nachdem die SKO-Methode um die Topologie- und Faserwinkeloptimierung erweitert wurde, können nun weitere Implementierungen bzw. Kombinationen von bestehenden Modulen erfolgen.

Exemplarisch ist hierbei die Kombination mit der Schwingungs- und Dämpfungsoptimierung von WEISS [153] bzw. die Kopplung mit weiteren Solvern zu nennen.

Im Zuge weiterführender Arbeiten sollte zudem ein weitgehend allgemeingültiges höherwertiges Laminatenelement definiert werden, mit dem die Optimierung unter kombinierter Druck-/Zug-/Torsions- und Biegebeanspruchung möglich ist. Im Rahmen einer einzelnen Dissertation können solche komplexen Modelle jedoch nicht entwickelt werden. Diese Arbeit hat vielmehr einen ersten Beitrag zur Strukturoptimierung von FKV aus UD-Schichten auf Basis bionischer Aspekte geleistet, muss aber dennoch anhand realer 3D-Strukturen weiterentwickelt und verifiziert werden.

---

**Literaturverzeichnis**

- [1] Albrecht, W.: Untersuchung der Spannungssteuerung radialer Festigkeitsverteilung in Bäumen. Dissertation am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde, Universität Karlsruhe, 1995.
- [2] Altenbach, H; Altenbach, J. Kissing, W. : Mechanics of Composite Structural Elements. Springer-Verlag, 2004.
- [3] Baumgartner, A., Harzheim, L., Mattheck, C.: SKO(Soft Kill Option): The biological way to find an optimum structure topology. Int. J. Fatigue 14, (1992), 387-393.
- [4] Baier, H.; Seeßenberg, C.; Specht, B.: Optimierung in der Strukturmechanik. Braunschweig, Wiesbaden, Vieweg 1994.
- [5] Baier, H.; Gleichmar, R.; Langer, H.; Locatelli, G.: Eine Maschine für multidisziplinäre Strukturoptimierung. 17. CAD-FEM User's Meeting, Sonthofen, 06.-08. Oktober 1999.
- [6] Bendsøe, M.P.: Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem. Struct. Optimiz. 1, pp. 193-202.
- [7] Bendsøe, M.P.: Optimal topology design of continuum structures: an introduction. Departments of Mathematics, Technical University of Denmark, Lecture notes 2000.
- [8] Bendsøe, M.P.: Variable-Topology Optimization: Status and Challenges. Paper 137, ECCM '99, European Conference on Computational Mechanics, 31. August – 03. September 1999.
- [9] Bendsøe, M.P.: Optimization of Structural Topology, Shape, and Material. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag.
- [10] Bendsøe, M.P., Ben-Tal, A.; Zowe, J.: Optimization methods for truss geometry and topology design. Structural Optimization, 7(2): 1414-159, 1994.
- [11] Bendsøe, M.P., Kikuchi, N.: Generating Optimal Topologies in Structural Design Using Homogenization Method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 71, (1988), 197-224.

- 
- [12] Bendsøe, M.P.; Sigmund, O.: Material interpolation schemes in topology optimization. *Archive of Applied Mechanics* 69 (1999) 635-654, Springer-Verlag 1999.
- [13] Bendsøe, M.P.; Sigmund, O.: *Topology Optimization, Theory, Methods and Applications*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2003.
- [14] Bergmann, H.W.: *Konstruktionsgrundlagen für Faserverbundbauteile*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag 1992.
- [15] Bletzinger, K.-U.: *Form Finding and Optimization of Membranes and Minimal Surfaces*. Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe, Mitteilung 03/1998.
- [16] Bremicker, M.: *Dekompositionsstrategien in Anwendung auf Probleme der Gestaltoptimierung*. Forschungslaboratorium für Angewandte Strukturoptimierung. Institut für Mechanik und Regelungstechnik, Dissertation, Universität-GH Siegen, 1989.
- [17] Bruder, G.R.: *Finite-Elemente-Simulationen und Festigkeitsanalysen von Wurzelverankerungen*. Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6206. Forschungszentrum Karlsruhe, Technik und Umwelt, Dezember 1998.
- [18] Buchholz, F.-G.: *Neuere bruchmechanische Analysen mit Hilfe lokaler und globaler Energiemethoden*. VIII. Symposium „Verformung und Bruch“, Teil I, S. 46-51, Magdeburg, 1988.
- [19] Canfield, R.A.; Grandhi, R.V.; Venkayya, V.B.: *Optimum Design of Structures with Multiple Constraints*. *AiAA Journal*, VOL. 26, No 1 (1988), 78-85.
- [20] Chamis, C.C.: *Simplified Composite Micromechanisms Equations for Strength, Fracture and Toughness and Environmental Effects*. 39<sup>th</sup> Annual Conference, Reinforced Plastics / Composites Institute, SPI, 1984.
- [21] Chawla, K.K.: *Composite Materials Science and Engineering*. New York Inc.: Springer Verlag 1987.
- [22] Chelladurai, T.; Shastri, B.P.; Rao, G.V.: *Effect of Fibre Orientation on the Stability of Orthotropic Rectangular Plates*. *Fibre Science and Technology* 20 (1984) 121-134.
- [23] Collatz, L.; Wetterling, W.: *Optimierungsaufgaben*. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 1971.

- 
- [24] Cooper, G.A.: The structure and mechanical properties of composite materials. *Review of Physics in Technology* 2, 49-91, 1971.
- [25] Cuntze, R.G.: Fracture-Type Strength Criteria – formulated by Invariants which consider the Material Symmetries of the Isotropic/Anisotropic Material used. *Proceedings Conference on Spacecraft Structures, Materials and Mechanical Testing*, Noordwijk 27-29 March 1996, ESA SP-386, 399-409, 1996.
- [26] Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.: Basics of composite structural mechanics. FKV2000/01.
- [27] Diaz, A.R.; Ignatovich, C.L.; Soto, C.A.: Strategies in design for enhanced crashworthiness. *Advanced Research Workshop on Topology Optimization of Structures and Composite*, Dordrecht [u.a.] 2000.
- [28] Dietrich, F.: Wie der grüne Baum tangentielle Zugbelastungen bewältigt. *Dissertation am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde, Universität Karlsruhe*, 1995.
- [29] Dreyer, H.-J.: *Leichtbaustatik*. Stuttgart: B.G. Teubner 1982. *Advanced Research Workshop on Topology Optimization of Structures and Composite*, Dordrecht [u.a.] 2000.
- [30] Du, J.; Taylor, J.E.: Optimal design of material and topology based on an energy model.
- [31] ESA: *Structural Materials Handbook: Polymer Composites*. Vol. 1, ESTEC, ESA PSS-03-203 (1), Noordwijk, 1994.
- [32] Eschenauer, H.A.: Optimierung ebener Flächentragwerke aus Verbundwerkstoff. *Z. Flugwiss. Weltraumforschung* 8/1984, 367-378.
- [33] Eschenauer, H.A.: Rechnerische und experimentelle Untersuchungen zur Strukturoptimierung von Bauweisen. *Forschungslaboratorium für Angewandte Strukturoptimierung*. Institut für Mechanik und Regelungstechnik, Universität-GH Siegen, 1985. *Forschungsvorhaben der DFG 1980-1984*.
- [34] Eschenauer, H.A.: The „Three Columns“ for treating problems in optimum structural design. *Research Laboratory for Applied Structural Optimization*, University of Siegen.

- 
- [35] Eschenauer, H.A.; Knepe, G.; Stenvers, K.H.: Deterministic and Stochastic Multiobjective Optimization of Beam and Shell Structures. *Journal of Mechanism, Transmission, and Automation in Design*, 108 (1986), 31-37.
- [36] Eschenauer, H.A.; Koski, J.; Osyczka, A.: *Multicriteria Design Optimization*. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag (1990).
- [37] Eschenauer, H.A.; Vietor, T.: An Augmented Optimization Procedure for Stochastic Optimization and its Application to Design with Advanced Materials. *Proceedings of the 15<sup>th</sup> IFIP-Conference on System Modelling and Optimization*, Zurich, Switzerland, September 2-6, 1991. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 180. Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, New York, 1992, 943-952.
- [38] Eschenauer, H.A.; Geilen, J.; Wahl, H.J.: SAPOP-An Optimization Procedure for Multicriteria Structure Design. *International Series of Numerical Mathematics*, Vol. 110. Birkhäuser-Verlag: Basel, 1993, 207-227.
- [39] Eschenauer, H.A.; Schnell, W.: *Elastizitätstheorie. Grundlagen, Flächen-tragwerke, Strukturoptimierung*. 3. Auflage. BI Wissenschaftsverlag: Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich, 1993.
- [40] Eschenauer, H.A.; Weber, C.M.: Stiffened CFRP-Panels Under Buckling Loads – Modelling, Analysis, Optimization, *Proceedings of the ASME Design Automation Conference*, Boston MA, 17<sup>th</sup>-21<sup>th</sup> September 1995, 233-239, DE-VOL. 82.
- [41] Farin, G.: *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*. Boston, San Diego, New York: Academic Press, 1990.
- [42] Fuchs, M.B.; Moses, E.: Transmissible loads in the design of optimal structural topologies. *Advanced Research Workshop on Topology Optimization of Structures and Composite*, Dordrecht [u.a.] 2000.
- [43] Fukunaga, H.; Hirano, Y.: *Stability Optimization of Laminated Composite Plates under In-Plane Loads*. Institute of Interdisciplinary Research, School of Engineering, University of Tokyo 1982.
- [44] Fukunaga, H.; Vanderplaats, G. N.: Stiffness Optimization of Orthotropic Laminated Composites Using Lamination Parameters. *AIAA J.*, 29 (4), (1991), 641-646, 12.

- 
- [45] Galilei, G.: Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze. Leiden, 1638. In: Szabo, I.: Geschichte der mechanischen Prinzipien und ihrer wichtigsten Anwendungen. Birkhäuser Stuttgart, 1997.
- [46] Geilen, J.: Optimierungsmodellbildung und Auslegung dickwandiger, gemischter Composite-Bauweisen mit stark gekrümmten Bereichen. Forschungszentrum für Multidisziplinäre Analysen und Angewandte Strukturoptimierung. Bericht Nr. T02-09.92. Institut für Mechanik und Regelungstechnik, Dissertation, Universität-GH Siegen, 1992.
- [47] Götz, K.: Die innere Optimierung der Bäume als Vorbild für technische Faserverbunde – eine lokale Approximation. Wissenschaftlicher Bericht FZKA 6552. Institut für Materialforschung, Dissertation, Forschungszentrum Karlsruhe, 2000.
- [48] Grandhi, R.V.; Sarma, H.K.; Hankey, W.L.: Export System for Trajectory Optimization. 6<sup>th</sup> Annual AIAA Conference, Dayton, Ohio, 29.-31. October 1990.
- [49] Groth, C.; Müller, G.: FEM für Praktiker – Temperaturfelder. Kontakt & Studium Band 463. 2. Auflage, Esslingen: expert verlag.
- [50] Gu, Y; Grandhi, R.V.: Sensitivity analysis and optimization of heat transfer and thermal-structural designs. 7<sup>th</sup> AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. September 2-4, 1998, St. Louis, Missouri.
- [51] Guddat, J.; Vasquez, F.G.; Tammer, K.; Wendler, K.: Multiobjective and Stochastic Optimization Based on Parametric Optimization. Akademie-Verlag; Berlin, 1985.
- [52] Haftka, R.T.; Adelman, H.M.: Recent Developments in Structural Sensitivity Analyses. Journal of Structural Optimization 1 (1989), 137-151.
- [53] Haftka, R.T.; Gürdal, Z.: Elements of Structural Optimization. 3. Auflage, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers (1992).
- [54] Haindl, A.; Hien, K.: Multifunktionale Werkstoffe und adaptive Strukturen. Im Auftrag der DASA: Universität des Saarlandes, Fachbereich Technische Biologie und Bionik, 1992.

- 
- [55] Hansel, W.: Lagenweise Topologieoptimierung von Faserverbundstrukturen. Dissertation: TU Darmstadt, 2003.
- [56] Hansel, W. ; Becker, W. :An Evolutionary Algorithm for a Layerwise Topology Optimization of Laminates, *Advanced Engineering Materials*, 7, 427-430, 2000.
- [57] Hanselka, H.: Die Adaptronik als Schlüsseltechnologie für den intelligenten Leichtbau. *Magdeburger Wissenschaftsjournal* 1/2000.
- [58] Harzheim, L.: Leichtbau durch Bauteiloptimierung. Euroforum-Fachkonferenz Leichtbau – Werkstoffe und Fertigungstechnologien, Düsseldorf, 06. und 07. Juni 2000.
- [59] Harzheim, L.; Graf, G.; Klug, S.; Liebers, J.: Topologieoptimierung im praktischen Einsatz. *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* 101 (1999).
- [60] Hashin, Z.: Failure criteria for unidirectional fibre composites. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47, Seite 329 – 334, 1948.
- [61] Haug, E.J.; Choi, K.K.; Komkov, V.: *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*. Orlando: Academic Press, 1986.
- [62] Hemp, W.: *Theory of structural design*. Rep. College of Aeronautics, Report Aero No. 115, Cranfield, 1958.
- [63] Hill, R.: Theory of yielding on plastic flow of anisotropic materials. *Proceedings of the Royal Society*, Vol. 193, Seite 281 – 297, 1948.
- [64] Hilton, H.H.; Feigen, M.: Minimum Weight Analysis Based on Structural Reliability. *Journal of the Aerospace Science*, 27 (1960) 9, 641-653.
- [65] Hinton, M.J.; Kaddour, A.S.; Soden, P.D.: A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates, judged against experimental evidence. *Composites Science and Technology* 62, 1725-1797, (2002).
- [66] Hirano, Y.: *Stability Optimization of Laminated Composite Plates*. Institute of Space and Aeronautical Science, ISAS Report NO. 579 (1980).
- [67] Hörnlein, H.R.E.M.: *Structural Design Process Projects-Programs-Prospects*. Computergestützte Topologieoptimierung – Tutorial / Workshop, Wissenschaftszentrum Schloss Turnau, Bayreuth, 10-12. April 2000.



- 
- [68] Hörnlein, H.R.E.M.; Schittkowski, K.: Software Systems for Structural Optimization. Volume 110 of International Series of Numerical Mathematics. Basel-Boston-Berlin, Birkhäuser-Verlag (1993).
- [69] Hyer, M.W.; and Charette, R.F.: Use of Curvilinear Fiber Format in Composite Structure Design, AIAA Journal, 1991, pg. 1011-15.
- [70] Iyengar, N.G.R.; Joshi, S.P.: Optimal Design of Antisymmetric Laminated Composite Plates. Structural Dynamics and Material Conference, Paper 85-0796. Orlando, 15<sup>th</sup>-17<sup>th</sup> April 1985.
- [71] Jakobi, R.: Zur Spannungs-, Verformungs- und Bruchanalyse an dickwandigen, rohrförmigen Bauteilen aus Faser-Kunststoff-Verbunden. Fortschrittsberichte VDI 5 (126), VDI Verlag, Düsseldorf, 1987.
- [72] Jenkins, C.H.; Khanna, S.K.; Roylance, D.: Linking Design with Structural Mechanics and Materials. J Materials: Design and Applications 215(L) (2001), 147-154.
- [73] Joshi, S.P.; Iyengar, N.G.R.: Optimal Design of Laminated Composite Plates under Axial Compression. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering 9 (1985) 1, 45-50.
- [74] Juhasz, T.J.: Ein neues physikalisches Versagenskriterium für schwach 3D-verstärkte Faserverbundlaminare. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig (2002).
- [75] Juhasz, J.; Rolfes, R.; Rohwer, K.: A New Strength Model for Application of a Physically Based Failure Criterion to Orthogonal 3D Fiber Reinforced Plastics. Composites Science and Technology, 61, 1821-1832, 2001.
- [76] Kikuchi, N.: Applications of Topology Optimization. The University of Michigan, Department of Mechanical Engineering. University of Bayreuth, April 2000.
- [77] Kirillov, O.N.; Seyranian, A.P.: Optimality conditions in nonconservative stability problems. Advanced Research Workshop on Topology Optimization of Structures and Composite, Dordrecht [u.a.] 2000.

- 
- [78] Kirsch, U.; Papalambros, P.Y.: Structural Reanalyses for topological modifications – a unified approach. Advanced Research Workshop on Topology Optimization of Structures and Composite, Dordrecht [u.a.] 2000.
- [79] Klarmann, R.; Schweizerhof, K.: Geometrisch und materiell nichtlineare Analyse von Schaletragwerken aus anisotropen Werkstoffen. Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe, Mitteilungen 09/1991.
- [80] Klinkel, S.; Gruttmann, F.; Wagner, W.: A Continuum based 3D-Shell Element for laminated Structures. Institut für Baustatik, Universität Karsruhe, Mitteilungen 02/1998.
- [81] Kobelev, V.: Bruchmechanische Kriterien für Faserverbundwerkstoffe und Ihre Optimierung hinsichtlich eines lokalen Bruchverhaltens. Habilitationsschrift, Fachbereich Maschinentechnik, Universität-GH Siegen (2000).
- [82] Kočvara, M.; Zowe, J.: How to optimize mechanical structures simultaneously with respect to topology and geometry. In N. Olhoff and G.I.N. Rozvany, editors, 1 st World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, pages 135-140, Goslar, Germany 1995. Oxford: Pergamon, ISBN 0-08-042267-5.
- [83] Kriechbaum, R.; Schäfer, J.; Mattheck, C.: CAIO (Computer Aided Internal Optimization): A Powerful Method to Optimize Fibre Arrangement in Composite Materials. Proc. Of Localized Damage II, Southampton, Seite 331 – 335, 1992.
- [84] Lawo, M.: Optimierung im konstruktiven Ingenieurbau. Braunschweig: Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH 1987.
- [85] Lee, T.W.; Kwak, B.M.: A Reliability-Based Optimal Design Using Advanced First Order Second Moment Method. Mech. Struct. & Mach., 15 (1987-88) 4, 523-541).
- [86] Lekhnitskii, S.G.: Theory of elasticity of an anisotropic elastic body. Holden-Day. San-Francisco, 1963.
- [87] Lenoë, E.M.; Oplinger, D.W.; Burke, J.J. (Ed.): Fibrous Composites in Structural Design. Proceedings of the Fourth Conference on Fibrous Composite in Structural Design, San Diego, California, USA Nov. 14<sup>th</sup>-17<sup>th</sup> 1978, Plenum Press, New York.

- 
- [88] Li, Y; Chen, B.-C.; Kikuchi, N.: Topology Optimization for Mechanisms of Thermal actuation with Eco-materials. University of Michigan.
- [89] Maglaras, G.K.; Nikolaidis, E.: Integrated analysis and design in stochastic optimization. *Structural Optimization*, 2 (1990), 163-172.
- [90] Maier, M.: Computergetützte Methoden zur Berechnung von Bauteilen aus Faserverbundwerkstoffen. *Praxis-Forum BASF*, Seite 190 – 217, 1992.
- [91] Makiyama, A.M.; Platts, M.J.: Topology Design for Composite Components of Minimum Weight. *Applied Composite Materials*, 3, 29-41 (1996).
- [92] Marti, K.: Adaptive Zufallssuche in der Optimierung. *ZAMM*, 60 (1980), T357-T359.
- [93] Marti, K.: Computation of Descent Directions in Stochastic Optimization problems with Invariant Distributions. *ZAMM*, 65 (1985), 355-378.
- [94] Marti, K.: Stochastische Optimierung von Tragwerken. GAMM-Vortrag, Hannover, 8.-12.04.90, 1990, 1-15, unveröffentlichtes Vortragsmanuskript.
- [95] Marti, K.: Stochastic Optimization in Structural Mechanics. *ZAMM*. 72 (1992) 6, T452-T464.
- [96] Mattheck, C.: Design in der Natur – Der Baum als Lehrmeister. Rombach Verlag, Freiburg im Breisgau, 1997.
- [97] Mattheck, C.: Engineering components grow like trees. *Materialwiss. u. Werkstofftechnik*, 21, (1990) 143-169.
- [98] Mattheck, C.; Reuschel, D.; Götz, K.: Technisches Holz im Automobilbau. Sonderdruck. ATZ/MTZ-Sonderausgabe Werkstoffe im Automobilbau 98/99. Wiesbaden: Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH.
- [99] Mattheck, C.; Kübler, H.: Wood – the internal optimization of trees. 2. Auflage, Berlin: Springer Verlag, 1995.
- [100] Melchers, R.E.: On probabilistic absolute optimum design. *Structural Optimization*, 1989, 1,107-112.
- [101] Michaeli, W.; Wegener, M.: Einführung in die Technologie der Faserverbundwerkstoffe, Carl Hanser Verlag, München, 1990.

- 
- [102] Michell, A.: The limits of economy of material in frame-structures. *Phil. Mag.*, 8, (1904) 589-597.
- [103] Miki, M.; Murotsu, Y.; Tanaka, T.: Optimum Fiber Angle of Unidirectional Composites for Load with Variations. *AIAA Journal*, 30 (1992) 1, 189-196.
- [104] Mises, R. v.: *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand*. Nachrichten der königlichen Gesellschaft der Wissenschaft in Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, 1913.
- [105] Mlejnek, H.-P.: *Optimal Material Distribution: History, Foundations and Benefit*. Institut for Statics and Dynamics of Aerospace Structures, University of Stuttgart.
- [106] Mohr, O.: Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und den Bruch eines Materials? *VDI 24*, S. 1524-1530, 1900.
- [107] Moldenhauer, H. *CAIO-Faserverlauf-Optimierung in Schalenstrukturen*, Rödermark, 2004.
- [108] Moses, F.; Kinser, D.E.: Optimum Structural Design with Failure Probability Constraints. *AIAA Journal*, 5 (1967) 6, 1152-1158.
- [109] Mróz, Z.; Bojczuk, D.: Topological derivative and its application in optimal design of truss and beam structures for displacement, stress and buckling constraints. *Advanced Research Workshop on Topology Optimization of Structures and Composite*, Dordrecht [u.a.], 2000.
- [110] Munz, D.: *Versagensverhalten von Konstruktionswerkstoffen, Stichworte und Formeln der Vorlesung*, Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde im Maschinenbau, TH Karlsruhe, 1995.
- [111] Murotsu, Y.; Shao, S.: Optimum shape design of truss structures based on reliability. *Structural Optimization*, 2 (1990), 65-76.
- [112] Nachtigall, W.: *Vorbild Natur*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1997
- [113] Nachtigall, W.; Blüchel, G.G.: *Das große Buch der Bionik – Neue Technologien nach dem Vorbild der Natur*. Deutsche Verlagsanstalt: Stuttgart München, 2000.

- 
- [114] Nackenhorst, U.: Ein effizientes finite Elemente Verfahren zur Simulation des Beanspruchungsadaptiven Knochenwachstums. Institut für Mechanik, Universität der Bundeswehr Hamburg.
- [115] Nahas, N.N.: Survey of Failure and Post-Failure Theories of Laminated Fiber-Reinforced Composites. *Journal of Composites Technology & Research*, Vol. 8, No. 4, Winter, 1986, pp. 138-153.
- [116] Noor, A. K.; Burton, W. S.: Three-Dimensional Solutions for Antisymmetrically Laminated Anisotropic Plates. *Journal of Applied Mechanics*, 57, 182-188, 1990.
- [117] Pagano, N.J.: Exact Solutions for Rectangular Bidirectional Composites and Sandwich Plates. *Journal of Composite Materials*, 4 20-34, 1970.
- [118] Platts, M.J.: The Design and Manufacture of Optimally Shaped 3D Composites Components. 5th IFAC Symposium on Automated Systems based on Human Skill, Berlin (September 1995).
- [119] Post, P.: Optimierung von Verbundstrukturen unter Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens. Forschungslaboratorium für Angewandte Strukturoptimierung. Institut für Mechanik und Regelungstechnik, Dissertation, Universität-GH Siegen, 1989.
- [120] Puck, A.: Einführen in das Gestalten und Dimensionieren, Beiheft zur Fachzeitschrift *Kunststoffberater*, 1969.
- [121] Puck, A.: Festigkeitsberechnung an Glasfaser-Kunststoff-Laminaten bei zusammengesetzter Beanspruchung, *Kunststoffe*, Vol.59, 1969, Seite 780-787.
- [122] Puck, A.: Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten: Modelle für die Praxis. Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1996.
- [123] Rackwitz, R.; Cuntze, R.: Formulations of Reliability-Oriented Optimization. *Engineering Optimization*, 11 (1987), 69-76.
- [124] Ramm, E.; Kemmler, R.; Schwarz, S.: Formfinding and optimization of shell structures. Proceeding of "IASS-IACM 2000" Fourth International Colloquium on Computation of Shell and Spatial Structures, Chania, Crete, Greece, 5<sup>th</sup> - 7<sup>th</sup> June 2000.

- 
- [125] Rao, S.S.: Structural Optimization by Chance Constrained Programming Techniques. *Computers & Structures*, 12 (1980), 777-781.
- [126] Reddy, J.N.; Krishna, M.A.V.: *Composite Structures – Testing, Analysis and Design*. Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag.
- [127] Reuschel, D.: Untersuchung der Faseranordnung natürlicher Faserverbunde und Übertragung der Ergebnisse auf technische Bauteile mit Hilfe der Finiten-Elemente-Methode. Dissertation: Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde, Universität Karlsruhe, 1999.
- [128] Reuschel, D.; Mattheck, C.: Three-dimensional fibre optimisation with computer aided internal optimisation. *The Aeronautic Journal*, September 1999.
- [129] Rodrigues, H.; Miranda, P.S.; Guedes, J.M.: Topology optimisation of the porous coating distribution in non-cemented hip prostheses. *Advanced Research Workshop on Topology Optimization of Structures and Composite*, Dordrecht [u.a.], 2000.
- [130] Rosyid, D.M.: Elemental reliability index-based system design for skeletal structures. *Structural Optimization*, 4 (1992), 1-16.
- [131] Sampe Deutschland e.V.: *Faserverbunde: Von der Idee zur Fertigung*. 8. Nationales Symposium SAMPE Deutschland e.V., Kaiserslautern, 07. und 08. März 2002.
- [132] Schäfer, E.: *Interaktive Strategien zur Bauteiloptimierung bei mehrfacher Zielsetzung und Diskretheitsforderungen*. Forschungslaboratorium für Angewandte Strukturoptimierung. Institut für Mechanik und Regelungstechnik, Dissertation, Universität-GH Siegen, 1990.
- [133] Schmidt, L.A.; Farshi, B.: Optimum Design of Laminated Fibre Composite Plates. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 11 (1977), 623-640.
- [134] Schramm, U.; Thomas, H.; Zhou, M.; Voth, B.: *Topology Optimization with Altair OptiStruct*. Proc. of the Optimization in Industry II Conference, Banff, CAN, 1999.
- [135] Schumacher, A.: *Optimierung mechanischer Strukturen - Grundlagen und industrielle Anwendungen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005.

- 
- [136] Schumacher, G.: Multidisziplinäre, fertigungsgerechte Optimierung von Faserverbund-Flächentragwerken. Dissertation, Universität-GH Siegen, TIM Forschungsberichte (T07-03.95).
- [137] Schwartz, M.M.: Composite Materials – Proceeding, Fabrication and Applications. Vol. 2, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1997.
- [138] Seibel, M.: Optimale Auslegung versteifter Faserverbund-Flächentragwerke unter Beul- und Eigenfrequenzrestriktionen. Dissertation, Siegen: FOMAAS 1996 (T10-06.96).
- [139] Shigo, A.L.: Die neue Baumbiologie. Verlag Bernhard Thalacker, Braunschweig 1990.
- [140] Sprenger, W.; Gruttmann, F.; Wagner, W.: Delamination growth analysis in laminated structures with continuum based 3D-shell elements and a viscoplastic softening model. Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe, Mitteilungen 04/1998.
- [141] Srivinas, S.: Analysis of Laminated, Composite Circular Cylindrical Shells with General Boundary Conditions. NASA-TR-412, Hampton (Virginia), 1974.
- [142] Steibler, P.: Interne Arbeit am Forschungszentrum der DaimlerChrysler AG, Ulm, 2003.
- [143] Tesari, I.: Untersuchungen zu lastgesteuerten Festigkeitsverteilungen und Wachstumsspannungen in Bäumen, Dissertation am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde, Universität Karlsruhe, 2000.
- [144] Thielemann, K.: Mechanische Optimierung beim biologischen Wachstum am Beispiel der Astverbindung, Diplomarbeit, 1999.
- [145] Thielemann, K.; Maier, M.; Herrmann, H.-G.; Steibler, P.: Topology Optimization With Regard to Temperature Dependent Material Properties Optimization – Structural Optimization Based on Bionic Principles. Proceedings 5<sup>th</sup> World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, Venice 2003.
- [146] Thielemann, K.; Maier, M.; Steibler, P.: Adaptive Structural Optimization of Technical Fibre Composites under Consideration of Bionic Aspects. Pro-

- ceedings 6<sup>th</sup> World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization, Rio de Janeiro 2005.
- [147] Thomas, H.L., Zhou, M.; Shyy, Y.K.; Pagaldi, N.: Practical aspect of commercial composite topology optimization software development. Advanced Research Workshop on Topology Optimization of Structures and Composite, Dordrecht [u.a.], 2000.
- [148] Tsai, S.W.; Wu, E.M.: A general theory of Strength for anisotropic materials. *Composite Materials*, Vol. 5, Seite 58 ff, 1971.
- [149] Vogel, S.: *Von Grashalmen und Hochhäusern*. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH, 2000.
- [150] Weber, C.M.: *Konstruktive Entwurfsmodelle – Einsatz in einer Optimierungsschleife zur Auslegung komplex versteifter Faserverbund-Flächentragwerke*. Dissertation, Siegen: FOMAAS 1997 (T12-07.97).
- [151] Weimer, C.: *Zur nähtechnischen Konfektion von textilen Verstärkungsstrukturen für Faser-Kunststoff-Verbunde*. IVW-Schriftenreihe Band 31, Institut für Verbundwerkstoffe GmbH - Kaiserslautern.
- [152] Weiss, J., Maier, M., Herrmann, H.-G., Steibler, P.: New approach for Improving the Dynamic Behavior of Components through Topology Optimization – Structural Optimization Based on Bionic Principles. *Proceedings 5<sup>th</sup> World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*, Venice 2003.
- [153] Weiss, J.: *Strukturoptimierung auf Basis von bionischen Prinzipien – Topologieoptimierung zur Verbesserung des Schwingungsverhaltens von Bauteilen*. Dissertation am Institut für Faserverbundwerkstoffe der Universität Kaiserslautern, 2005.
- [154] Wiedemann, J.: *Leichtbau 1: Elemente*. Berlin: Springer-Verlag, 1996.
- [155] Wu, E.M.: Phenomenological Anisotropic Failure Criteria. *Mechanics of Composite Materials*, 2, 353-431, 1974.
- [156] Xie, Y.M.; Steven, G.P.: *Evolutionary Structural Optimization*. London: Springer-Verlag, 1997.



- 
- [157] Xu, S.; Grandhi, R.V.: Structural Optimization with Thermal and Mechanical Constraints. *Journal of Aircraft*. Vol. 36, No 1, January-February 1999.
- [158] Zienkiewicz, O.C.; Campbell, J.S.: Shape Optimization and Sequential Linear Programming. In: Gallagher, R. H.; Zienkiewicz, O.C.: *Optimum Structural Design*. Wiley, London New York Sydney Toronto, 1973.
- [159] Zipse, A.: Untersuchungen zur lastgesteuerten Festigkeitsverteilung in Bäumen. Dissertation am Institut für Zuverlässigkeit und Schadenskunde, Universität Karlsruhe, 1997.

**Betreute Diplomarbeiten**

Altmann, M.: Untersuchung einer Optimierungsprozedur für anisotropes Material, DaimlerChrysler AG, Ulm, Diplomarbeit, 2003.

Sretenovic, M.: Topologieoptimierung eines Dämpferdoms  
DaimlerChrysler AG, Ulm, Diplomarbeit, 2003.