

IVW - Schriftenreihe Band 17

Institut für Verbundwerkstoffe GmbH - Kaiserslautern

Josef Dollhofer

Bruchmechanische Charakterisierung der
Adhäsion an Polymer/Glas-Grenzflächen

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Dollhofer, Josef:

Bruchmechanische Charakterisierung der Adhäsion an Polymer-Glas-Grenzflächen / Josef Dollhofer. – Kaiserslautern: IVW, 2001

(IVW-Schriftenreihe; Bd. 17)

Zugl.: Kaiserslautern, Univ., Diss., 2000

ISBN 3-934-930-13-1

Herausgeber: Institut für Verbundwerkstoffe GmbH
Erwin-Schrödinger-Straße
Universität Kaiserslautern, Gebäude 58
67663 Kaiserslautern

Verlag: Institut für Verbundwerkstoffe GmbH

Druck: Universität Kaiserslautern
ZBT – Abteilung Foto-Repro-Druck

D-386

© Institut für Verbundwerkstoffe GmbH, Kaiserslautern 2001

Alle Rechte vorbehalten, auch das des auszugsweisen Nachdrucks, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe (Photographie, Mikroskopie), der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und das der Übersetzung.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISSN 1615-021X

ISBN 3-934930-13-1

Bruchmechanische Charakterisierung der Adhäsion an Polymer/Glas-Grenzflächen

Vom Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik
der Universität Kaiserslautern
zur Verleihung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr. -Ing.)

genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Phys. Josef Dollhofer

aus Regensburg

Tag der mündlichen Prüfung: 7. November 2000

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. W. Brockmann

Referent: Dr. habil. B. Lauke

1. Korreferent: Prof. Dr.-Ing. M. Maier

2. Korreferent: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. M. Schaper

D 386

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1996 bis 2000 während meiner Tätigkeit am Institut für Polymerforschung Dresden e.V.

Mein Dank gilt an erster Stelle Dr.-Ing. W. Beckert für seine unermüdliche Diskussionsbereitschaft während unserer gemeinsamen Zeit am IPF. Unter seiner Anleitung lernte ich, FE-Modelle zu entwickeln und diese sinnvoll mit dem Handwerkszeug der linear-elastischen Bruchmechanik zu verknüpfen. Dank gebührt weiter Dr. habil. B. Lauke, der durch sein Wirken die administrativen und kollegialen Rahmenbedingungen schuf, in denen eine adäquate Auseinandersetzung mit der komplizierten Materie erst möglich wurde.

Gedankt sei weiterhin Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Maier vom Institut für Verbundwerkstoffe GmbH, Kaiserslautern, sowie Herrn Univ.-Prof. Dr. rer. nat. M. Schaper, Fachbereich Maschinenwesen der TU Dresden, für die Übernahme der Gutachtertätigkeit.

Die vorliegende Arbeit wäre nicht zustande gekommen ohne das Mit- und Zusammenwirken vieler weiterer Beteiligter. Ausgehend von den abstrakten Vorgaben der FE-Modellierung entstand, im Wettstreit zwischen Dr. K. Schneider und mir um das schnellere räumlich-dreidimensionale Vorstellungsvermögen, Schritt für Schritt die Mixed-Mode-Prüfvorrichtung. Dabei wurden die Skizzen von D. Krause an der Drehbank zuverlässig ins Gegenständliche übertragen. Weiterhin erwiesen sich die vielen Diskussionen mit T. Schüller als sehr hilfreich zum Überwinden von Totpunkten und Stillständen. Durch ihn wurde mir auch im bestmöglichen Maß Rechnerkapazität zur Verfügung gestellt. Ohne weitere Nennung sei auch all jenen Kollegen von der Polymerchemie gedankt, die mir mit Rat und Tat bei der Prüfkörperherstellung zu Seite standen und auch den Kollegen vom Technikum, die mich säckeweise mit Polymer-Spritzgußkörpern nach immer neuen Vorgaben versorgten.

Dresden, im Februar 2001

Josef Dollhofer

Kristina v. Eschenhagen gewidmet

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	III
Verzeichnis der Formelzeichen	VIII
Kurzfassung	XI
Abstract	XII
1	Ausgangssituation 1
	1.1 Der Adhäsionsbegriff..... 1
	1.2 Reversible und irreversible Oberflächentrennung..... 1
	1.3 Zielsetzung der vorliegenden Arbeit..... 5
2	Theorie des Grenzflächenrisses 8
	2.1 Linear-elastische Modelle von Zweistoffverbunden mit einer Singularitätsstelle in der Grenzfläche..... 8
	2.2 Belastungsmoden am Riß..... 9
	2.3 Modellvorstellung von der Umgebung der Singularitätsstelle..... 11
	2.4 Die Energiefreisetzungsrate..... 13
	2.5 Formulierung der Energiefreisetzungsrate durch lokale Größen... 16
	2.6 Die Energiefreisetzungsrate als Bruchkriterium..... 17
	2.7 Linear-elastische Nahfeldlösungen für den Grenzflächenriß..... 18
	2.8 Der Grenzflächenriß mit spannungsfreien Rißufer (TF-Riß)..... 19
	2.8.1 Singuläre Felder und Spannungsintensitätsfaktoren am TF- Grenzflächenriß..... 21
	2.8.2 Oszillierender Spannungszustand..... 24
	2.8.3 Anschauliche Interpretation des Mixed-Mode-Winkels..... 26
	2.8.4 Regulärterm..... 28
	2.9 Der Grenzflächenriß bei reibungsbehaftetem Rißuferkontakt (CT-Riß)..... 29
3	Zwei Nichtlinearitäten: Rißuferkontakt und Rißspitzenplastizität 32
	3.1 Rißuferkontakt..... 32
	3.1.1 Länge der Kontaktfuge an der Rißspitze..... 32
	3.1.2 Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren durch Extrapolation..... 34

3.1.3	Zusammenhang zwischen TF- und CT-Spannungsintensitäten beim Kleinbereich-Kontakt.....	36
3.1.4	Relevanz des Rißuferkontaktes bei der experimentellen Ermittlung der Grenzflächenzähigkeit unter öffnungsdominierter Beanspruchung.....	37
3.1.5	Systematisierung der Beanspruchungszustände.....	40
3.2	Plastisches Fließen.....	43
3.2.1	Überblick.....	43
3.2.1.1	Riß im homogen Ramberg-Osgood-Medium: HRR-Lösung.....	43
3.2.1.1.1	Herleitung der singulären HRR-Nahfelder für Mode I.....	43
3.2.1.1.2	Einschränkungen.....	44
3.2.1.1.3	Erweiterungen.....	45
3.2.1.2	J_2 -Deformationstherorie des Grenzflächenrisses zwischen zwei Ramberg-Osgood-Medien.....	45
3.2.1.2.1	Kleine Dehnungen.....	46
3.2.1.2.2	Endliche Dehnungen.....	48
3.2.1.3	Small-strain- J_2 -Deformationstherorie des Grenzflächenrisses zwischen einem elastisch-idealplastischem Medium und einem elastischen Substrat.....	48
3.2.1.4	Zusammenfassung.....	50
3.2.1.5	Abschätzung der Größe der plastischen Zone bei Kleinbereich-Plastizität.....	50
4	Konzeption der Prüfvorrichtung zur Realisierung von überlagerter örtlicher Normal- und Schubbeanspruchung.....	53
4.1	Ausgangssituation und Literaturüberblick.....	53
4.1.1	DCB-Test.....	53
4.1.2	4-Punkt-Biegung.....	54
4.1.3	Brazil-Nut-Specimen (BNS).....	55
4.1.4	SEN-Prüfkörper.....	56
4.1.5	Verformungsvorgabe.....	57
4.1.6	Diskussion.....	58
4.2	FE-unterstützte Konzeption der Prüfvorrichtung.....	60

4.2.1	Superpositionsmethode.....	61
4.2.2	Verifikation.....	65
4.2.3	Erzielbares Mixed-Mode-Spektrum bei Verformungsvorgabe und bei statisch unbestimmter Krafteinleitung.....	65
4.2.3.1	Verformungsvorgabe.....	67
4.2.3.2	Statisch unbestimmte Krafteinleitung.....	71
4.2.3.3	Diskussion.....	76
5	Experimentelle Arbeiten.....	80
5.1	Herstellung des Polyethylen/Glas-Probekörpers.....	80
5.2	Beschreibung des Versuchsaufbaus.....	82
5.3	Meßvorgang.....	84
5.4	Datenreduktion.....	86
5.5	Intrinsische Adhäsion.....	86
5.6	Abschätzung der Größe der plastischen Zone.....	88
5.7	Bewertung der mechanischen Grenzflächenqualität.....	91
5.8	Bruchbilder.....	92
6	Örtliche thermisch-mechanische Beanspruchung an der Spitze eines Grenzflächenrisses.....	96
6.1	Einfluß des E-Moduls E_1 des oberen Verbundmediums.....	97
6.2	Einfluß des Verhältnisses von Verbundlänge zur Verbundhöhe und Einfluß der Befestigungsrandbedingungen.....	100
6.3	Korrektur der $G_c(\psi)$ -Grenzflächenkennkurve für thermische Beanspruchung.....	102
7	FE-Modellierung des Rißuferkontaktes am Grenzflächenriß zwischen Medien mit unterschiedlichen elastischen Konstanten.....	105
7.1	Unabhängigkeit der Kontaktlänge vom Gleitreibungskoeffizienten.....	105
7.2	Spannungsumlagerung der zweiachsigen Belastung in einen einachsigen Scherspannungszustand durch Rißuferkontakt.....	106
7.3	Einfluß der Reibung auf die Zug- und Scherspannungs- verteilung in Umfangsrichtung im Inneren der Kontaktzone.....	107
7.4	Einfluß der Reibung auf die tangentielle Rißuferverschiebung.....	109

7.5	Versagensmodell.....	110
7.6	Zusammenfassung.....	113
7.7	Anmerkungen zur FE-Modellierung.....	113
8	FE-Modellierung des plastischen Fließens am Grenzflächenriß zwischen einem elastisch-plastischen Medium und einem ideal elastischen Substrat.....	115
8.1	Rißöffnung.....	115
8.2	Loadmap.....	118
8.3	Elastisch-plastische Ligamentspannungen.....	120
8.4	Spannungsumlagerung des zweiachsigen Spannungszustandes in einen einachsigen Zugspannungszustand infolge der plastischen Scherspannungsbegrenzung.....	121
8.5	Gestalt der plastischen Zone.....	124
8.6	Dehnungen in der plastischen Zone.....	126
8.7	Bereich finiter plastischer Dehnungen.....	126
8.8	Zum Zusammenhang zwischen plastischem Fließen und der Modenabhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie.....	129
8.8.1	Deformation eines kreisförmigen Gebietes in Inneren der plastischen Zone.....	131
8.8.2	Versagensmodelle.....	132
8.8.3	Ausgedehntes plastisches Fließen jenseits von SSY.....	135
8.8.3.1	Ligamentnormalspannungen.....	136
8.8.3.2	Deformation der Rißufer.....	137
8.8.3.3	Bruchbilder.....	138
8.9	Diskussion.....	142
8.10	Zusammenfassung.....	143
8.11	Anmerkungen zur FE-Modellierung.....	144
9	Statistische Beschreibung des Bruchverhaltens.....	146
9.1	Versagensstatistik.....	146
9.2	Modell des schwächsten Kettengliedes.....	147
9.3	Bedeutung der Weibull-Parameter.....	148
9.4	Übertragung auf rißbehaftete Prüfkörper.....	149

9.5	Bewertung der elastisch-plastischen Ligamentnormalspannung bei Kleinbereichplastizität.....	151
9.6	Diskussion.....	153
10	Zusammenfassung und Ausblick.....	156
 Anhang		
A	Spannungen und Verformungen.....	159
A.1	Spannungen.....	159
A.1.1	Spannungstensor.....	159
A.1.2	Traktionen an einer geneigten Schnittebene.....	160
A.1.3	Hauptspannungen.....	161
A.1.4	Hauptscherspannungen.....	161
A.1.5	Deviatorebene.....	162
A.1.6	Invarianten des Spannungstensors.....	162
A.2	Verformungen.....	163
B	Scherplastizität.....	165
B.1	Spannungs-Dehnungs-Beziehung.....	165
B.2	Elastisch-plastisches Materialverhalten.....	167
B.2.1	Fließkriterium.....	167
B.2.1.1	Tresca-Fließkriterium.....	167
B.2.1.2	von Mises-Fließkriterium.....	169
B.2.2	Fließgesetze.....	170
B.2.2.1	Plastische Deformationstheorien.....	171
B.2.2.2	Inkrementelle Plastizitätstheorien.....	172
B.3	Spannungspfad und Verformungspfad bei nicht verfestigendem Material.....	173
	Literaturverzeichnis.....	175

Verzeichnis der Formelzeichen

Griechische Zeichen

α, β	Dundurs-Parameter
Γ	Kontour, die die Spannungssingularität umschließt
δ_i	Vektor der Relativverschiebung
$\bar{\varepsilon}$	Mises-Vergleichsdehnung
ε	Bimaterialkonstante
ε_{ij}	Dehnungstensor
ε_{ij}^P	Tensor der plastischen Dehnungen
σ_{ij}	elastischer Spannungstensor
λ	Spannungsexponent
μ	Schermodul
ν	Querkontraktionszahl
ρ	Gleitreibungskoeffizient
ψ	Mixed-Mode-Winkel
$\Delta\psi_{10}$	Änderung des Mixed-Mode-Winkels pro Abstandsdekade
σ_∞	Spannung im Unendlichen
$\bar{\sigma}$	Mises-Vergleichsspannung
σ_0	hydrostatischer Druck
σ_Y	Fließgrenze
σ_0	Weibull-Bezugsspannung
σ_c, σ_u	Weibull-Parameter
σ_w	Weibull-Spannung
ω	elastische Verformungsenergiedichte

Lateinische Zeichen

a	Rißlänge
A	an einem elastischen Körper verrichtete Arbeit
B	Breite der Bruchfläche

C	Nachgiebigkeit
E	Elastizitätsmodul
F_i	Lastkraftvektor
G	Energiefreisetzungsrate
G_c	kritische Energiefreisetzungsrate
G_c^0	intrinsische Adhäsion
J	J-Integral
J_2	zweite Invariante des Spannungstensors
K_I^{TF}, K_{II}^{TF}	Zug- bzw. Scherspannungsintensitätsfaktor des öffnungsdominierten Rißmodells (spannungsfreie Rißufer)
K_{II}^{CT}	Scherspannungsintensitätsfaktor des kontaktdominierten Rißmodells (Rißufer in Kontakt)
L	Bezugslänge für den asymptotischen Spannungszustand des öffnungsdominierten Grenzflächenrisses bzw. Länge der Grenzfläche im Prüfkörper
L_c	charakteristische Länge des Verbundes
m	Weibull-Modul
\vec{M}^A	Drehmoment bezogen auf den Punkt A
n	Verfestigungsparameter des Ramberg-Osgood-Gesetzes
n_i	Flächennormale
P_f	kumulative Überlebenswahrscheinlichkeit beim Modell des schwächsten Ketten- gliedes
r, θ	zylindrische Rißspitzenkoordinaten
r_K	Ausdehnung der K-Dominanzzone
r_F	Ausdehnung der Zone finiter plastischer Dehnungen
r_P	Ausdehnung der plastischen Zone
r_D	Ausdehnung der Zone mit nichtlinearen, dissipativen Phänomenen
r_M	charakteristische Länge der molekularen Längenskala
s_{ij}	deviatorischer Spannungstensor
T_i	Traktionsvektor
ΔT	Temperaturänderung
u	Hakenweg

u_i	Verschiebungsvektor
W_A	elementare, thermodynamisch reversible Adhäsionsarbeit
W_F	praktische, thermodynamisch irreversible Adhäsionsarbeit
U	elastische Verformungsenergie
V_0	Weibull-Bezugsvolumen
x, y	kartesische Rißspitzenkoordinaten

Kurzfassung

Die mechanischen Eigenschaften von Verbundwerkstoffen und Werkstoffverbunden werden in erheblichem Maß durch die Eigenschaften der Grenzfläche bestimmt. Oftmals ist die Grenzfläche sogar das schwächste Element. Eine zuverlässige Beschreibung der mechanischen Grenzflächenqualität ist von großer Bedeutung für die Wahl optimaler Werkstoffkombinationen und Kontaktbildungsverfahren. Bei mechanisch-technologischen Charakterisierungsmethoden unterliegen die Zielgrößen, wie etwa die Grenzflächenscherfestigkeit, oftmals einer starken Streuung. In der vorliegenden Arbeit wird deshalb das Konzept der linear-elastischen Bruchmechanik zur Grenzflächencharakterisierung herangezogen. Für die dazu notwendige Spannungsanalyse des Prüfkörpers mit einem öffnungsdominierten Grenzflächenriß werden FE-Modelle erstellt. Im Nachgang zu Experiment und Datenreduktion werden die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit des linear-elastischen Konzeptes verifiziert.

Da die Grenzflächenzähigkeit G_c empfindlich von der Zweiachsigkeit ψ des örtlichen Beanspruchungszustandes abhängt, wird eine Belastungseinrichtung konzipiert, mit der ψ im gesamten, der linear-elastischen Bruchmechanik zugänglichen Mixed-Mode-Intervall stufenlos variiert werden kann. Ergänzend zur Bestimmung der $G_c(\psi)$ -Grenzflächenbruchkurve wurde das Rißwachstum lichtmikroskopisch verfolgt und der Einfluß thermischer Eigenspannungen abgeschätzt.

An nicht-linearen FE-Modellen wird der Einfluß des Rißuferkontaktes sowie des plastischen Fließens als Kleinbereichstörung auf die Modenabhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie untersucht. In beiden Beispielen wird durch Annahme von Verzerrungskriterien im Inneren der jeweiligen Nichtlinearitätszone eine Verbindung zwischen Festigkeitslehre und Bruchmechanik hergestellt. Für den Fall der Kleinbereichplastizität werden außerdem die Ligamentnormalspannungen im Rahmen eines *weakest-link*-Modells für rißbehaftete Körper bewertet. Es zeigt sich, daß die U-Gestalt der $G_c(\psi)$ -Grenzflächenbruchkurve qualitativ nachvollzogen werden kann, wenn man die Ligamentnormalspannungen als rißtreibende Kraft bewertet.

Abstract

The performance of material compounds and composite materials may be highly influenced by the mechanical properties of the interface between the adjoining materials. Many times the interfaces is even the system's weakest element. A reliable assessment of the interface's mechanical properties is crucial for the optimum choice of materials and joining methods. Characterisation methods based on a strength of materials approach often are subject to considerable scatter. Therefore, in the present work interfacial characterisation is based on a fracture mechanical approach. The stress analysis of the bimaterial sample with an open, i.e traction-free interfacial crack is performed with FEM. In a second step based on experimental data, the applicability of the linear-elastic fracture mechanical concept is verified *a posteriori*.

Since interfacial toughness appears to be highly dependent of the biaxiality angle ψ of the local stress state, a loading device has been designed, which allows to continuously vary ψ within the full range accessible to LEFM. In addition, the propagation of the interfacial crack was tracked with an optical microscope. Finally, the influence of thermal residual stress on the U-shaped $G_c(\psi)$ interfacial fracture toughness curve is estimated.

Beyond linear-elastic FE modelling, the relation between small scale crack face contact as well as small scale plasticity and the mode dependence of interfacial fracture toughness is explored. In both cases a deformation failure criterion is assumed on a structural level situated well within the respective nonlinearity zone in order to explore the way, how local stress redistribution due to contained geometric and material nonlinearity effects might translate itself into the mode-dependence of interfacial fracture toughness measured on the structural level of the enclosing linear-elastic K-dominance zone.

For small scale plasticity, in addition, the role of the elastic-plastic ligament normal stresses is considered within the framework of the *weakest link model*. It turns out, that the U-shape of the $G_c(\psi)$ -curve may be reproduced qualitatively, if one assumes the ligament normal stresses to be the dominant crack driving forces.

1 Ausgangssituation

1.1 Der Adhäsionsbegriff

Bei modernen Konstruktionswerkstoffen stellt sich das erwünschte Werkstoffverhalten oftmals erst durch die gezielte Kombination von zwei oder mehreren Komponenten ein. Für das mechanische Eigenschaftsprofil solcher Verbundwerkstoffe kommt der Adhäsion eine kritische Bedeutung zu [Hoe96]. Auch beim Versagen von Verbundwerkstoffen spielt die Adhäsion eine spätestens dann wichtige Rolle, wenn Versagensmechanismen auftreten, die die Grenzflächen zwischen den Materialien betreffen, z.B. das Faser-Matrix-debonding.

Der Begriff Adhäsion wird für die Gesamtwirkung aller attraktiven Wechselwirkungen zwischen flüssigen und festen bzw. zwischen zwei festen Phasen eingeführt. Hauptmerkmal der Adhäsion ist, daß sie den mechanischen Zusammenhalt zweier kondensierter Phasen bewirkt. Im weiteren wird die im Halbraum $y < 0$ liegende Phase als Substrat, die in $y > 0$ liegende als Adhärend bezeichnet.

Adhäsion zwischen zwei Materialien kann nicht ohne deren innigen Kontakt erreicht werden, d.h. es muß sichergestellt sein, daß sich beide Haftpartner auf der molekularen Strukturebene, d.h. im nm -Bereich berühren [Wu92]. Dann kann durch chemische und physikalische Wechselwirkungen eine dauerhafte Verbindung zwischen beiden Materialien entstehen.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Quantifizierung der an einer Thermoplast/Glas-Grenzfläche auftretenden Adhäsion mit den Methoden der Bruchmechanik. Dabei wird davon ausgegangen, daß sich der Begriff *Adhäsion* nicht auf einzelne Wechselwirkungen und Parameter reduzieren läßt, sondern das Resultat vielfältiger chemischer und physikalischer Bindungsphänomene beschreibt. Die Diskussion der potentiell zwischen den Atomen, Molekülen und/oder Kristallen der Adhärenden auftretenden Wechselwirkungen sind daher nicht Gegenstand dieser Arbeit.

1.2 Reversible und irreversible Oberflächentrennung

Die aus dem Zusammenwirken aller beteiligten Adhäsionsmechanismen resultierende mechanische Haftungsqualität zwischen Adhärend und Substrat wird durch die Adhäsionsarbeit beschrieben. Sie gibt prinzipiell an, welche Arbeit für die Erzeugung eines infinitesimalen

Oberflächenzuwaches bei der Phasentrennung benötigt wird. Hinsichtlich des für die Adhäsionsmessung essentiellen Vorgangs der Phasentrennung muß unterschieden werden zwischen thermodynamisch reversiblen und irreversiblen Prozessen. Man spricht von elementarer Adhäsionsarbeit γ , wenn die Haftpartner in einem isentropen Prozeß ($dS = 0$) getrennt werden. Wegen $dQ = TdS$ erfordert also die Bestimmung von γ adiabatische Prozeßführung. Im Gegensatz zur adiabatischen Trennung einer flüssigen von einer festen Phase (z.B. bei der Kontaktwinkelmessung [Fow87, Hor87, Goo92, Gru96, Jac97]) erfordert die adiabatische Trennung fester Phasen einen erheblichen experimentellen Aufwand (MASIF-Apparatur [Isr72, Isr78, Bar82, Sha91, Man94]). Bei diesem Verfahren werden beide festen Phasen schrittweise einander angenähert, bis es infolge der adhäsiven Anziehungskräfte zum Kontakt kommt. Beim Kontakt Kugel/Kugel oder Kugel/Platte stellt sich als Folge der Anziehungskräfte ein Deformationsprofil $D(x)$ ein (Bild 1). Die JKR-Theorie [Pack96] stellt dafür einen Zusammenhang her zwischen dem Kontaktradius a , der zur Kontaktfläche senkrecht wirkenden Abzugskraft P und der elementaren Adhäsionsarbeit γ .

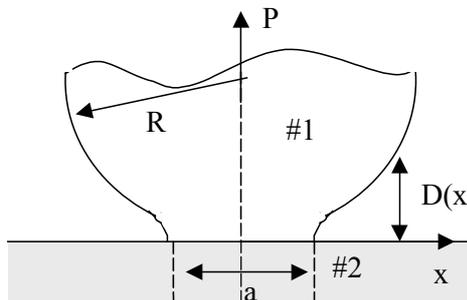


Bild 1: Oberflächenabhebung im MASIF-Experiment.

Die thermodynamische Reversibilität der Oberflächenabhebung geht verloren, wenn bei der Kontaktbildung Rauigkeitseffekte und/oder chemische Bindungen beteiligt sind [Man94, Eva90]. Die Oberflächenabhebung wird auch dann irreversibel, wenn die Übertragung der dazu notwendigen Kraft von der Berandung des Prüfkörpers bis hinab zur molekularen Strukturebene in einem der Haftpartner energiedissipative Effekte induziert, da die entstehende Prozeßwärme die Bedingung der adiabatischen Prozeßführung verletzt [Eva90]. Über das Auftreten energiedissipativer Effekte entscheiden dabei einerseits *bulk*-Eigenschaften der Haftpartner, wie Abmessungen, viskoelastisches und elastoplastisches Materialgesetz, gegenseitige Durchdringung der Adhärenzen etc. [And73, Bro91, Gen71, Kae64, Kae92, Lou91].

Andererseits wird die Beteiligung energiedissipativer Effekte bei der Phasentrennung auch entscheidend durch die Versuchsbedingungen wie Temperatur, Modenüberlagerung bei riß-behafteten Prüfkörpern etc. beeinflußt [Kae69, Ken75, Mau78, Gen72]. Bei der zerstörenden Untersuchung von rißbehafteten Prüfkörpern muß aufgrund der starken Kerbwirkung des Risses immer davon ausgegangen werden, daß in der Umgebung der Rißspitze nichtlineares, dissipatives Materialverhalten auftritt. Die *elementare* Adhäsionsarbeit γ kann daher in solchen Experimenten nicht bestimmt werden. Statt dessen mißt man eine effektive Adhäsionsarbeit γ_{eff} , die um bis zu drei Größenordnungen größer sein kann.

Der Zusammenhang zwischen γ und γ_{eff} wurde z.B. von [Gen72, And73] untersucht. Eine phänomenologische Beschreibung der experimentell gefundenen Korrelation ist durch

$$\gamma_{eff} = \gamma(1 + \Phi), \Phi \gg 1 \quad (1.1)$$

möglich. Wengleich die elementare Adhäsionsarbeit γ in destruktiven Experimenten nicht bestimmt werden kann, kommt ihr wegen $\Phi \gg 1$ für die in der Praxis interessierende mechanische Grenzflächenqualität eine bedeutende Hebelwirkung zu. Es existieren allerdings auch Untersuchungen, bei denen der beobachtete $\gamma_{eff} - \gamma$ -Zusammenhang nicht durch die multiplikative Beziehung (1.1) beschrieben werden konnte [Ara75, Pac81].

Für die anwendungsorientierte Herstellung von Verbunden mit speziellen mechanischen Eigenschaftsprofilen wäre die Kenntnis der Korrelation zwischen γ_{eff} und γ hilfreich. Idealerweise könnte dann auch vom Standpunkt der durch γ charakterisierten Oberflächeneigenschaften beurteilt werden, ob unter einer vorgegebenen Soll-Beanspruchung die Grenzschicht der Beanspruchung standhält.

Die Aussagekraft der effektiven Adhäsionsarbeit γ_{eff} als *grenzflächenspezifische* Größe hängt insbesondere auch davon ab, inwieweit bei der Trennung der Phasen Reibungseffekte beteiligt sind. Eine ungünstige Gestaltung oder eine inadäquate Auswertung des Experimentes kann dazu führen, daß γ_{eff} Anteile enthält, die nichts mit Grenzflächeneigenschaften zu tun haben. Es ist daher ein eingehendes Verständnis des jeweiligen Bruchversuches auf allen beteiligten Längenskalen wünschenswert. Exemplarisch kann die Problematik an Hand des

Faser-Auszugversuches illustriert werden. Zielgröße der konventionellen Auswertung dieses Versuches nach Kelly-Tyson [Kel65] ist eine sog. Grenzflächenscherfestigkeit. Hierbei geht man von der eingebetteten Faser als einem von der Matrix umschlossenen Zylinder aus. Das Versagen unter der kritischen Last wird als simultanes Scherversagen des Zylindermantels der Matrix/Faser-Grenzfläche aufgefaßt (zu den Widersprüchlichkeiten dieses Modells vgl. [Bec95]). Der tatsächliche Versagensmechanismus bleibt in dieser Modellvorstellung unberücksichtigt. Durch mikroskopische Aufnahmen des Faser-Auszugs bei hoher zeitlicher Auflösung ist mittlerweile nachgewiesen, daß sich über einen weiten Bereich der gesamten eingebetteten Faserlänge das Versagen als sukzessives Anwachsen eines Grenzflächenrisses ausprägt (Bild 2). Das Grenzflächenversagen erfolgt also unter einem stark inhomogenen Spannungszustand. Weiterhin läßt sich am Faser-Auszugsversuch der unerwünschte Einfluß der Versuchsgeometrie exemplarisch illustrieren: Bild 3 zeigt eine typische Kraft-Weg-Kurve für einen Kurzfaserauszugsversuch mit einer freien Faserlänge $l_f \approx 50 \mu\text{m}$ [Ham95]. Das Einsetzen des Grenzflächenversagens unter der kritischen Last F_c äußert sich lediglich in einer leichten Änderung der Steigung der Kraft-Weg-Kurve.

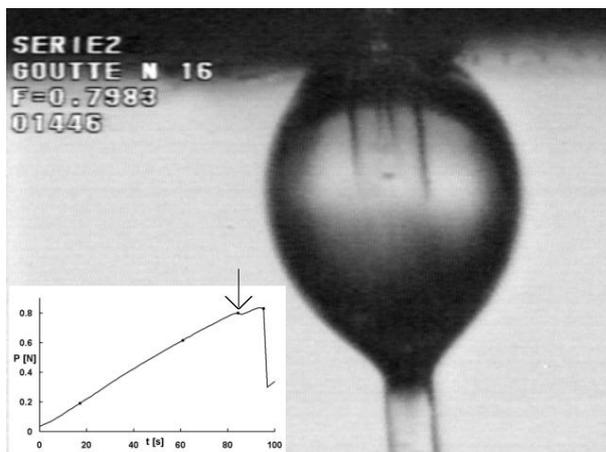


Bild 2: Debonding beim Faserauszugsversuch (Perche, entnommen aus [Sct99]).

In numerischen Untersuchungen [Bec97] zum Faser-Auszugversuch ist nachgewiesen, daß bei großen freien Faserlängen ($l_f > 1\text{mm}$) die durch das Grenzflächenversagen bewirkte Steigungsänderung in der Kraft-Weg-Kurve nicht mehr erkennbar ist. Dementsprechend wurde in früheren Arbeiten (z.B. [Pis98], Überblick in [Zha97]) fälschlicherweise die *peak*-Kraft als kritische, grenzflächendeterminierte Kraft interpretiert. Die FEM-Untersuchungen [Bec97, Mar97] zeigen jedoch, daß dieser Spitzenwert erst bei der vollständigen Loslösung der Faser

von der Matrix erreicht wird. Der Wert der peak-Kraft wird dabei im wesentlichen von der Faser-Matrix-Reibung bestimmt.

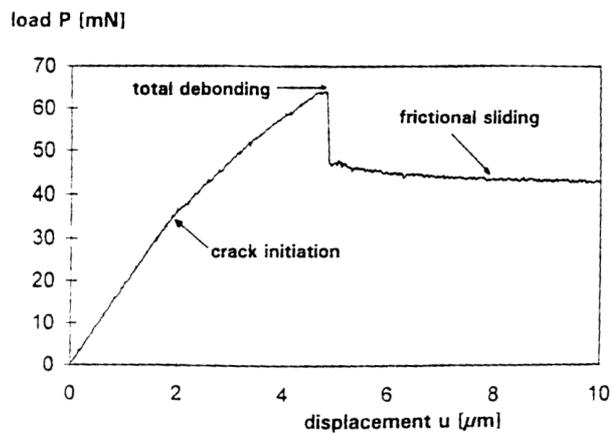


Bild 3: Kraft-Weg-Kurve beim Kurzfaserauszug [Ham95].

Die Schwierigkeit, mit einfachen Experimenten wie etwa dem Einzelfaserauszugversuch, Fragmentierungsversuch, Tropfenabscherversuch oder dem Fasereindrückversuch etc. zu einer konsistenten Charakterisierung der mechanischen Grenzflächenqualität zu gelangen, wird in der starken Streuung experimenteller Ergebnisse reflektiert. In dem Ringversuch [Pit93] wurde mit vier verschiedenen mikromechanischen Testmethoden die scheinbare Grenzflächenscherfestigkeit für zwei Kohlenstoffaser-Epoxidharz-Systeme bestimmt. Die eklatante Streuung der Ergebnisse ist in Bild 4 wiedergegeben

1.3 Zielsetzung der vorliegenden Arbeit

In der vorliegenden Arbeit sollen an Hand eines geometrisch einfachen Verbund-Modellsystems die wichtigsten Aspekte der destruktiven Charakterisierung der mechanischen Grenzflächenqualität in numerischen (FE-)Modellen erfaßt und beim Experiment mit dem Ziel berücksichtigt werden, Klarheit darüber zu erhalten, unter welchen Bedingungen experimentelle Daten als grenzflächen-, also adhäsionsdeterminiert interpretiert werden dürfen.

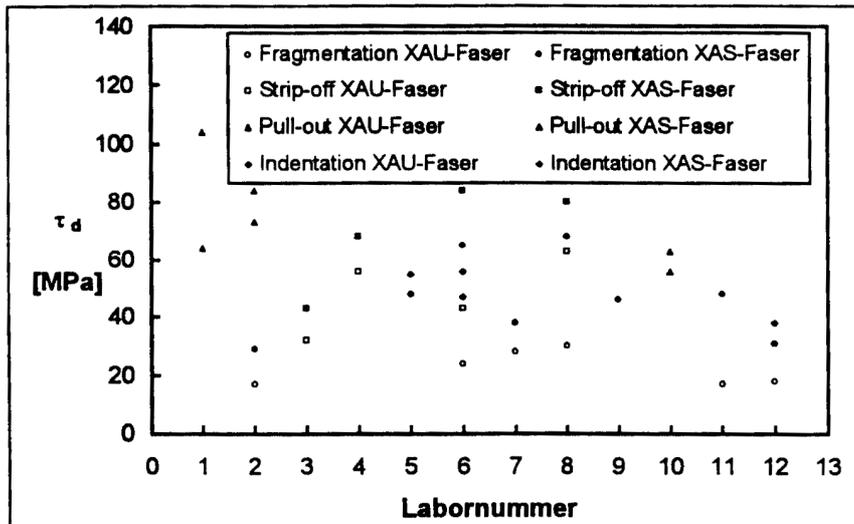


Bild 4: Ergebnisse des Ringversuchs [Pit93] zur Bestimmung der scheinbaren Grenzflächenscherfestigkeit zweier Kohlenstoffaser-Epoxidharz-Systeme (XAS-, XAU-Faser).

Voraussetzung für die Entwicklung eines Testverfahrens, das geometrieunabhängige und im höchstmöglichen Maß von den Eigenschaften der Grenzfläche determinierte Kennwerte liefert, ist im ersten Schritt das gründliche Verständnis des Versagensvorganges. Es wird dabei grundsätzlich angenommen,

- 1) daß Versagen immer ein lokaler Vorgang ist, d.h. in einem vergleichsweise sehr kleinen Gebiet (*Prozeßzone*) einsetzt, das sich am Ort der höchsten Beanspruchung befindet,
- 2) daß über das Einsetzen des Versagens immer die lokal an der Prozeßzone wirkende Beanspruchung entscheidet,
- 3) daß die Energie, die für inkrementelles Rißwachstum in der Prozeßzone umgesetzt werden muß, ein Maß für die adhäsive Haftkraft der Grenzschicht darstellen kann.

Im zweiten Schritt wird über eine Spannungsanalyse der Zusammenhang zwischen der örtlichen Beanspruchung der Prozeßzone und der von außen auf den Prüfkörper wirkenden Last hergestellt. Dadurch wird es möglich, durch Variation der äußeren Belastung alle denkbaren, gemischten Beanspruchungen an der Prozeßzone durchzuspielen und jeweils die Grenzflächenzähigkeit im Bruchversuch zu ermitteln. Dabei helfen die Spannungsanalyse und die Kenntnis der Elastizitätstheorie von rißbehafteten Verbunden, im Experiment solche

Beanspruchungszustände zu vermeiden, bei denen eine Verfälschung der Grenzflächen-Kenngrößen, z.B. aufgrund von Rißuferkontakt auftreten kann.

Die Anwendung des linear-elastischen Bruchkonzeptes erfordert die Verwendung relativ großer Prüfkörper. Erstens stellt ein initialer Grenzflächenriß mit einer Länge im *cm*-Bereich die dominierende Spannungskonzentration dar, gegenüber der alle anderen (z. B. defektbedingten) Spannungsinhomogenitäten vernachlässigt werden können. Zweitens sind wegen der großen charakteristischen Länge die unvermeidlichen Nichtlinearitäten auch bei der kritischen Last auf ein kleines Gebiet innerhalb des Gültigkeitsbereichs der linear-elastischen Nahfelder beschränkt, so daß durch örtliche Nichtlinearitäten die linear-elastische Charakterisierung des Spannungszustandes nicht behindert wird.

Bei einem Prüfkörper mit Kerb oder Riß kann die örtliche Spannungskonzentration im Kerbgrund als mehrachsiger Spannungszustand durch Spannungsintensitätsfaktoren charakterisiert werden [Wil57]. Dies gilt auch für den Grenzflächenriß [Wil59, Ric88]. Dabei ist die Zug- und Scherspannungsverteilung $\sigma_{ij}(r, \theta)$ in ausreichend geringem Abstand von der Rißspitze unabhängig von der Geometrie des speziellen Prüfkörpers. Lediglich die durch die Spannungsintensitätsfaktoren beschriebene absolute Stärke der Spannungsfelder ist abhängig von der Geometrie des Prüfkörpers und der von außen eingprägten Zug- und Scherlast. Auf diese Weise gewinnt man gegenüber Versagenskriterien, die die Grenzflächenfestigkeit auf der Basis einer kritischen Scher- oder Zugspannung oder gar einer kritischen Kraft bewerten, eine Abstraktion von der speziellen Geometrie des Prüfkörpers bei gleichzeitiger adäquater Berücksichtigung der Spannungsüberhöhung am Riß. Da Spannungsintensitätsfaktoren die örtliche Beanspruchung in der unmittelbaren Umgebung des Versagensortes beschreiben, kann man erwarten, daß ihre kritischen Werte in wesentlich höherem Maß durch die Eigenschaften der Grenzfläche bestimmt sind als globale Größen, wie etwa eine kritische Scherspannung oder kritische Kraft.

2 Theorie des Grenzflächenrisses

2.1 Linear-elastische Modelle von Zweistoffverbunden mit einer Singularitätsstelle in der Grenzfläche

Aus der linear-elastischen Spannungsanalyse von Zweistoffverbunden ist bekannt, daß an den freien Ecken von Materialübergängen in elastisch fehlgepaßten Verbunden bei äußerer mechanische Belastung Spannungssingularitäten auftreten. Die Spannungsverteilung im Prüfkörper kann durch einen Reihenansatz für die Komponenten des Spannungstensors beschrieben werden. Die bruchmechanische Beschreibung einer solchen Spannungsüberhöhung erfolgt unter der Annahme, daß in ausreichender Nähe zur Singularitätsstelle alle nichtdivergenten Terme der Reihe gegenüber dem dominanten singulären Term vernachlässigt werden können (*Nahfeldnäherung*, Abschnitt 2.7). Im Gültigkeitsbereich der Nahfeldnäherung ist die Spannungsverteilung durch K-Faktoren beschrieben. Die K-Faktoren sind dabei bezogen auf den für den Materialübergang charakteristischen reellen oder komplexen Spannungsexponenten. Der Gültigkeitsbereich der Nahfeldnäherung wird als K-Dominanzzone bezeichnet. Ihre Ausdehnung r_K beträgt typischerweise etwa ein bis zehn Prozent der charakteristischen Länge L_c des Verbundes.

Zweistoffverbunde lassen sich je nach den am Materialübergang herrschenden Spannungs- und Verschiebungsrandbedingungen in Klassen (Bild 5) einteilen. Bei der mathematischen Beschreibung füllt jeder Haftpartner ein teilunendliches Gebiet aus. Bei der Lösung des Elastizitätsproblems mit dem Williams-Eigenwertverfahren [Wil57, Wil59] determinieren die Randbedingungen jeweils den komplexwertigen Spannungsexponenten des Problems.

Von Bogy [Bog71] (Bild 5a) wurde die Spannungssingularität an der Spitze eines auf der Grenzfläche endenden Risses beschrieben. Der Riß nimmt zum Ligament den Winkel γ ein. Die Rißufer können dabei mit Normal- und Scherspannungen beaufschlagt sein.

Ein Spezialfall dieses Elastizitätsproblems wurde von Comninou [Com77, Com79] gelöst (Bild 5b). Der Riß liegt hierbei zwischen beiden Haftpartnern und ist mit den Normal- und Scherspannungen beaufschlagt, wie sie sich aus dem Kontakt des oberen mit dem unteren Rißufer ergeben. Die Normalspannungen an den Rißufern sind daher kompressiv. Der Spannungsexponent ist reell, sein Betrag wird mit zunehmendem Wert des Gleitreibungskoeffi-

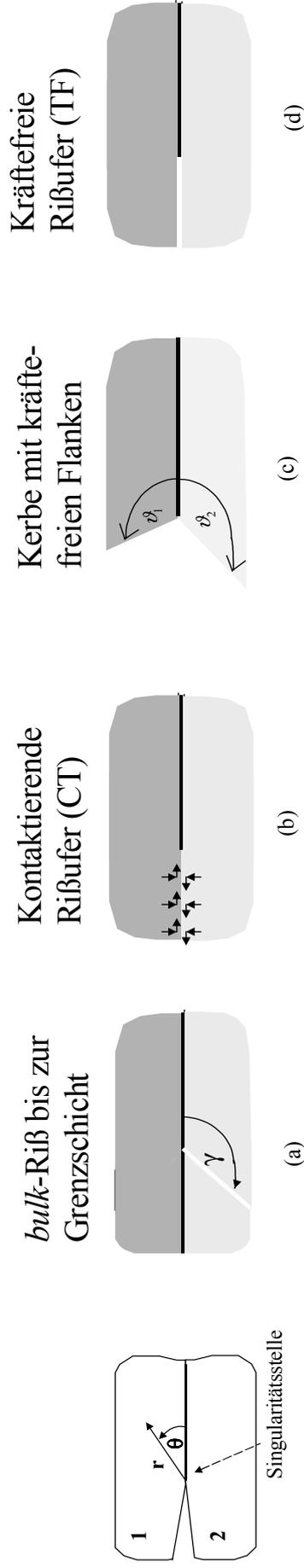
zienten in der Kontaktfuge geringer. Dieses Rimodell wird in der vorliegenden Arbeit als CT-Riß (*contact*) bezeichnet.

Für einen thermisch und mechanisch beanspruchten Verbund mit beliebigen Verbundwinkeln ϑ_1, ϑ_2 und spannungsfreien Verbundflanken (Bild 5c) wurde von Yang [Yan92, Yan92a] der singuläre sowie der abstandsunabhngige reguläre Term bestimmt. Je nach den Verbundwinkeln kann der Spannungsexponent reell oder komplexwertig sein. Der Wert des Spannungsexponenten ist unabhängig von der Anwesenheit einer thermischen Beanspruchung. Für den Spezialfall mit den Verbundwinkeln $\vartheta_1 = -\vartheta_2 = 180^\circ$ unter rein mechanischer Belastung, d.h. für den spannungsfreien Grenzflächenriß, erhält man die ursprünglich von Williams [Wil59] angegebene Lösung. Für den Grenzflächenriß verschwindet der Regulärterm bei rein mechanischer Belastung [Yan92a]. Dieses Modell des spannungsfreien Grenzflächenrisses wird in der vorliegenden Arbeit als TF-Riß (*traction-free*) bezeichnet.

Aus der genaueren Untersuchung der linear-elastischen Verschiebungsfelder am TF-Riß mu unmittelbar an der Rißspitze eine Kontaktfuge postuliert werden, so i.a. da die TF- und CT-Randbedingungen (Bild 5b, d) auf unterschiedlichen Längenskalen gleichzeitig realisiert sind [Ric88]. Die Ausdehnung der Kontaktfuge hängt dabei empfindlich von der Modenüberlagerung des TF-Nahfeldes ab (s. Abschnitt 3.4.1). Wird die Länge der Kontaktfuge vernachlässigbar klein, kann man näherungsweise die TF-Randbedingungen unterstellen (*ffnungsdominierte* Beanspruchung). Erreicht die Länge der Kontaktfuge die Größenordnung der charakteristischen Länge, kann man näherungsweise die CT-Randbedingungen unterstellen (*kontaktdominierte* Beanspruchung).

2.2 Belastungsmoden am Riß

Die den Spannungsverteilungen σ_{yy}, σ_{xy} in der Umgebung der 2D-Singularitätsstelle entsprechenden Verschiebungen identifiziert man anschaulich mit den Belastungsmoden I bzw. II (Bild 6). Für spätere Diskussionen ist es hilfreich, die Mode-II-Belastung weiter zu differenzieren nach der Richtung der zu Ligament bzw. Bruchfläche tangentialen Verschiebungen. Bei der Mode II^+ -Beanspruchung erfährt die Komponente #1 einen Schub in Richtung des Ligamentes, bei der Mode II^- -Beanspruchung in Richtung der Bruchfläche.



Verbundwinkel	$0^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$	$\vartheta_1 = -\vartheta_2 = 180^\circ$	$0 < \vartheta_i \leq 180^\circ$	$\vartheta_1 = -\vartheta_2 = 180^\circ$
Belastung	Mechanisch	Mechanisch	Mechanisch / thermisch	Mechanisch
Materialkonstanten	α, β (Dundurs)	α, β (Dundurs) ρ (Gleitreibung)	α, β (Dundurs) α_i (Therm.Ausdehnung)	ε (Bimaterialkonstante)
Spannungen an den Rißufern	Als Randbedingung vorgegeben: $n^{(1)}(r), n^{(2)}(r)$ $t^{(1)}(r), t^{(2)}(r)$	Wegen Verformungsbehinderung: $\sigma_{r\theta}^{(2)}(r, -\pi) = \sigma_{r\theta}^{(1)}(r, \pi)$ $\sigma_{r\theta}^{(2)}(r, -\pi) = \rho \sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, -\pi)$	Keine	Keine
Analytische Lösung	Bogy (1971)	Comninou (1977)	Yang (1990)	Williams (1959)
K-Faktoren	(K_I, K_{II}) (biaxial)	(K_I^{CT}, K_{II}^{CT}) (uniaxial)	(K_I, K_{II}) (biaxial)	Rice (1968) (K_I^{TF}, K_{II}^{TF}) (biaxial)
Spannungsexponent	$\lambda = f(\alpha, \beta, \gamma)$ (komplex)	$\lambda = f(\beta, \rho) \geq -\frac{1}{2}$	$\lambda = f(\beta, \vartheta_i)$ (komplex)	$\lambda = -\frac{1}{2} + i\varepsilon$

Bild 5: Linear-elastische Modelle von Spannungssingularitäten in Materialverbunden.

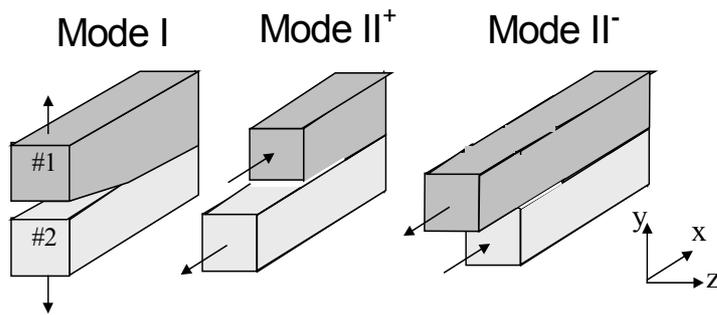


Bild 6: Belastungsmoden am 2D-Riß, $E_1 < E_2$.

In der vorliegenden Arbeit gilt hinsichtlich der Elastizitätsmoduln $E_1 < E_2$. Die Länge der von den Rißufer gebildeten Kontaktfuge nimmt mit dem Anteil der II^- -Mode an der Mixed-Mode-Belastung zu [Ric88]. Im Inneren der Kontaktfuge ist die rißöffnende Mode-I-Beanspruchung blockiert. Die Rißspitze steht dort unter einer einachsigen Mode- II^- -Beanspruchung (vgl. Abschnitt 7).

2.3 Modellvorstellung von der Umgebung der Singularitätstelle

Die Spannungssingularität des linear-elastischen Rißspitzennahfeldes kann in realen Materialien nur begrenzt mitvollzogen werden, so daß zwangsläufig geometrische und materielle Nichtlinearitäten auftreten müssen. Deshalb ist es hilfreich, den Prüfkörper auf unterschiedlichen Längenskalen zu diskutieren (Bild 7) [And95].

Der größte Teil des Prüfkörpers erfährt auch bei der kritischen Last nur geringe Dehnungen. Dort genügt daher zur Beschreibung des Deformationsverhaltens ein linear-elastisches Materialgesetz. In diesem Bereich können die linear-elastischen Spannungen und Verschiebungen als Potenzreihenentwicklung bezüglich des Abstandes r von der Rißspitze dargestellt werden. Innerhalb der K -Dominanzzone dominiert der singuläre Term mit dem Spannungsexponenten λ . Alle höheren Terme können dann vernachlässigt werden. (Nahfeld-Bereich K). Die Feldverteilungen in Abständen von der Größenordnung der Prüfkörperabmessungen können bauteilabhängig nur durch die Berücksichtigung von mehreren Reihentermen ausreichend beschrieben werden (Fernfeld-Bereich F).

Infolge der Spannungskonzentration treten im Inneren des Nahfeldbereiches große Dehnungen auf. Je nach den Eigenschaften der Haftpartner und ihrer Grenzfläche sowie der örtlichen Beanspruchung entstehen daraus nichtlineare Phänomene. Diese können danach unterschieden werden, ob sie überwiegend die *Grenzfläche* betreffen, z.B. mechanische Verhakung aufgrund von Oberflächenrauigkeit, Rißuferkontakt, oder einen grenzflächennahen Teil des *Volumens* eines oder beider Haftpartner erfassen (*bulk*-Effekte), wie *crazing*, Viskoelastizität, Scherplastizität. Ist das Rißwachstum mit lokalen Nichtlinearitäten gekoppelt, so verzweigt sich die aufzubringende Bruchenergie in die Überwindung der den Zusammenhalt bewirkenden Oberflächenkräfte *und* in die Energiedissipation. Dies ist zu beachten, wenn experimentell bestimmte Werte der Bruchenergie als Maß für die adhäsive *Grenzflächenqualität* interpretiert werden sollen.

Das Gebiet, in dem energiedissipative Prozesse ablaufen wird in der vorliegenden Arbeit pauschal als *Dissipationszone D* bezeichnet. Damit die Beanspruchung der Rißspitze im Rahmen der linear-elastischen Bruchmechanik charakterisiert werden kann, muß die *Dissipationszone* wesentlich kleiner als der *Nahfeld-Bereich K* sein.

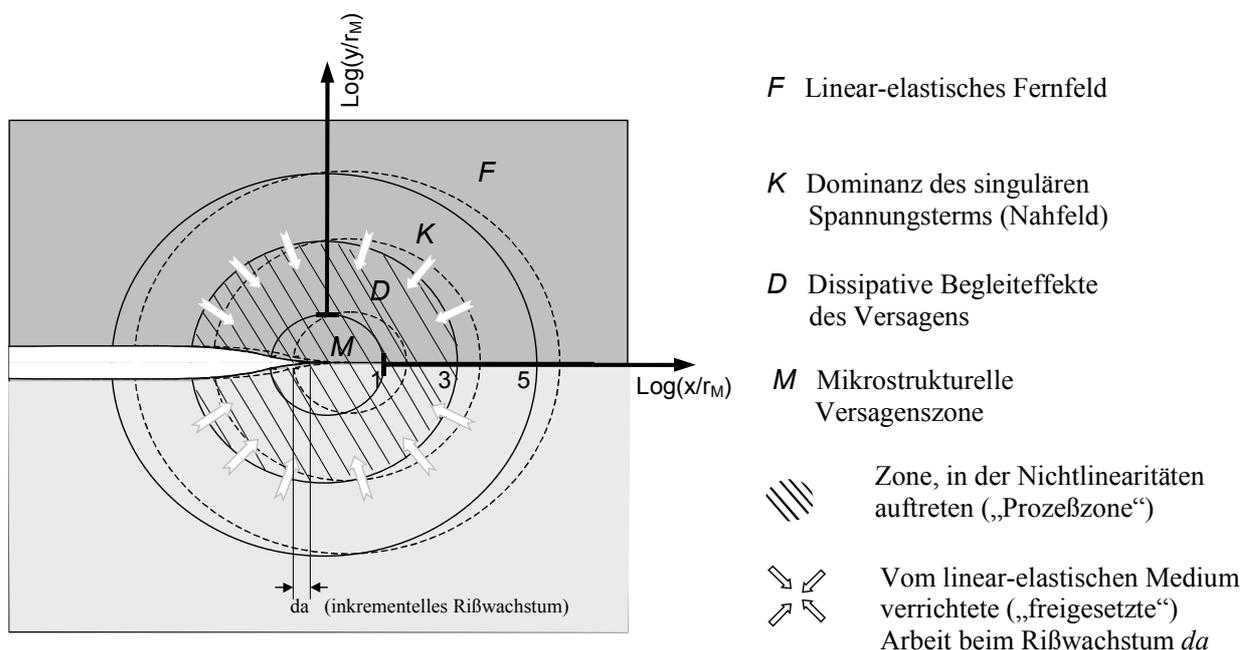


Bild 7: Bruchrelevante Längenskalen der Rißspitzenumgebung (logarithmische Darstellung).

Beim Rißwachstum verrichtet der linear-elastische Teil des Prüfkörpers (d.h. die Bereiche *F* und *K*) Brucharbeit an der *Dissipationszone D*. Die für Rißwachstum notwendige Arbeit verzweigt sich in die zur Überwindung der elementaren Bindungskräfte auf der molekularen Längenskala *M* notwendige Energie und in die dissipativen Effekte. Das Ausmaß, mit dem

diese aktiviert werden, hängt stark von der Modenüberlagerung ab (z.B. [Eva90] und Bild 44). Die dissipierte Energie kann die zur elementaren Oberflächentrennung notwendige Energie um bis zu drei Größenordnungen übersteigen.

2.4 Die Energiefreisetzungsrates

Die potentielle Energie Π eines dreidimensionalen elastischen Körpers [Säh89] ist die Differenz der elastischen Verformungsenergie U und der durch Spannungen an seiner Begrenzungsfläche verrichteten Arbeit A

$$\Pi = U - A = \int_V \omega dV - \int_O T_i \cdot u_i dO \quad (2.1)$$

mit der elastischen Verformungsenergiedichte

$$\omega = \int_{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (2.2)$$

und dem Spannungsvektor auf das Oberflächenelement dO mit der Flächennormalen n ,

$$T_i = \sigma_{ij} n_j. \quad (2.3)$$

Beim Anwachsen $a \rightarrow a + \Delta a$ eines Risses ändert sich die potentielle Energie um

$$\Delta \Pi = \Delta U - \Delta A, \quad (2.4)$$

wobei ΔU die Änderung der elastisch gespeicherten Energie, ΔA die von außen verrichtete Arbeit bezeichnet. Der Differenzbetrag $\Delta \Pi$ wird an Energiesenken in dem Prüfkörper verbraucht. Die einzige, in einem idealen, elastischen Körper mit Spannungssingularität vorhandene Energiesenke ist die Entstehung neuer Bruchflächen an der Rißspitze. Dann kann die vom elastischen Körper abgegebene Arbeit $-\Delta \Pi$ auf die neu entstandene Rißfläche $B \Delta a$ bezogen werden. Im Grenzfall $\Delta a \rightarrow 0$ liefert dies die Energiefreisetzungsrates [Irw56]

$$G(a) = - \frac{d\Pi}{B \cdot da}, \quad (2.5)$$

wobei B die Dicke des Prüfkörpers in z -Richtung ist.

Unmittelbar aus der Kraft-Weg-Kurve (Bild 8) entnehmbare Größen werden als integrale Größen bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen diesen und der Energiefreisetzungsrates ist in [Mar97] beschrieben und wird im folgenden kurz nachvollzogen.

Infolge des Rißwachstums $a \rightarrow a + \Delta a$ ändert sich die äußere Kraft um ΔP , der Weg um Δu .

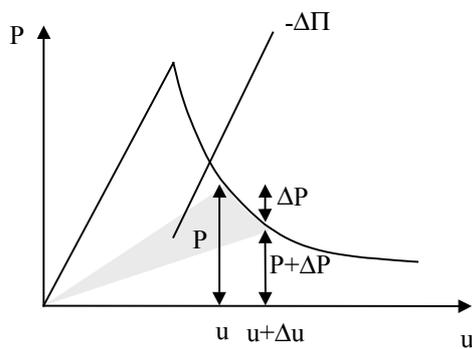


Bild 8: Energiefreisetzung durch inkrementelles Rißwachstum.

Die elastisch gespeicherte Energie und die von außen verrichtete Arbeit ändern sich dabei um:

$$\Delta U = \frac{1}{2} (P + \Delta P)(u + \Delta u) - \frac{1}{2} Pu, \quad (2.6)$$

$$\Delta A = P\Delta u. \quad (2.7)$$

Die freigesetzte Energie ist also

$$-\Delta \Pi = P\Delta u - \frac{1}{2} (P\Delta u + \Delta Pu + \Delta P\Delta u) = \frac{1}{2} (P\Delta u - \Delta Pu). \quad (2.8)$$

Bildet man mit (2.8) die Energiefreisetzungsrates (2.5), so ist im allgemeinen Fall

$$G = \frac{1}{2B} \left(P \frac{du}{da} - \frac{dP}{da} u \right). \quad (2.9)$$

Für die Belastung durch Wegvorgabe, $du = 0$, wird dies zu

$$G = -\frac{u}{2B} \frac{dP}{da} = -\frac{1}{B} \frac{dU}{da}, \quad (2.10)$$

für die Belastung durch Kraftvorgabe, $dP = 0$, zu

$$G = \frac{P}{2B} \frac{du}{da} = \frac{1}{B} \frac{dU}{da}. \quad (2.11)$$

Eliminiert man u oder P in (2.9-11) über die *Compliance*

$$C(a) = \frac{u(a)}{P(a)}, \quad (2.12)$$

so erhält man für alle drei Fälle (2.9-11) entweder

$$G(a) = P(a)^2 \frac{1}{2B} \frac{dC(a)}{da} \quad (2.13)$$

bzw.

$$G(a) = u(a)^2 \frac{1}{2B} \frac{dC(a)}{da} \frac{1}{C(a)^2} \quad (2.14)$$

Die Energiefreisetzungsrates als Funktion der Rißlänge ist also insbesondere unabhängig davon, ob das Rißwachstum unter Weg- oder Kraftvorgabe stattfindet.

Unabhängig von der Versuchsführung entspricht die schraffierte Fläche in Bild 8 der freigesetzten Energie $-d\Pi$.

Bei Wegvorgabe kommt die freigesetzte Energie ausschließlich aus dem elastischen Körper ($\Delta A = 0$).

Bei Kraftvorgabe verzweigt sich die von außen verrichtete Arbeit zu gleichen Teilen in die Erhöhung der Verformungsenergie des Körpers und in die Energiefreisetzung.

Das J -Integral für einen zweidimensionalen, elastischen, isotropen Körper mit Riß ist gegeben durch

$$J = \int_{\Gamma} (U dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds). \quad (2.15)$$

Dabei ist Γ ein beliebiger, geschlossener Integrationsweg, der das obere mit dem unteren Rißufer verbindet und die Spannungssingularität umschließt.

Es läßt sich für einen elastischen, isotropen Körper zeigen [Ric68], daß das J -Integral unabhängig ist von der Wahl des Integrationspfades und mit der beim inkrementellen Rißwachstum freigesetzten potentiellen Energie übereinstimmt,

$$J(a) = - \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Pi(a + \Delta a) - \Pi(a)}{\Delta a} = - \frac{d\Pi}{da}. \quad (2.16)$$

Für ein linear-elastisches Medium ist das J -Integral unabhängig von der speziellen Wahl des Weges Γ , solange dieser vom unteren zum oberen Rißufer führt und dabei die Singularitätsstelle umschließt [Ric68]. Wegen der Wegunabhängigkeit kann man das J -Integral anschaulich als Energiefluß auffassen, der als Konsequenz des inkrementellen Rißwachstums in das vom Weg Γ umschlossene Gebiet fließt und an der Rißspitze durch die Entstehung neuer Bruchfläche verbraucht wird. Die Identität des J -Integrals mit der Energiefreisetzungsrates (2.5)

$$J(a) = G(a) \quad (2.17)$$

ist Ausdruck des 2D-Erhaltungssatzes für die Energie, der in jedem elastischen Körper gilt.

2.5 Formulierung der Energiefreisetzungsrates durch lokale Größen

Zieht man den Weg Γ soweit zusammen, daß er innerhalb der K -Dominanzzone die Singularitätsstelle umläuft, so kann $J(a)$ mit den linear-elastischen Spannungs- und Verschiebungsnahfeldern berechnet werden. Es ergibt sich

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \quad (2.18)$$

für den Riß im homogenen Medium mit kräftefreien Rißufern [Irw60] und

$$G = \left(\frac{1-\nu_1}{\mu_1} + \frac{1+\nu_2}{\mu_2} \right) \frac{(K_I^{TF} + iK_{II}^{TF})(K_I^{TF} - iK_{II}^{TF})}{4 \cosh^2 \pi \varepsilon} \quad (2.19)$$

für den Grenzflächenriß mit kräftefreien Rißufern [Ric88] (TF-Riß).

Die am Grenzflächenriß mit reibungsfrei kontaktierenden Rißufern auftretenden Spannungen sind rein kompressiver Natur und daher orthogonal zu den Rißufer-Relativverschiebungen. Deshalb wird in diesem Fall an den Rißufern keine Arbeit verrichtet. Folglich wird auch in diesem Fall die gesamte Brucharbeit wiederum allein an der Singularitätsstelle geleistet. Dann ist J ebenfalls unabhängig von der Wahl des Weges Γ und es gilt [Com79]

$$G = \left(\frac{1-\nu_1}{\mu_1} + \frac{1+\nu_2}{\mu_2} \right) \frac{(K_{II}^{CT})^2}{4 \cosh^2 \pi \varepsilon}. \quad (2.20)$$

2.6 Die Energiefreisetzungsrate als Bruchkriterium

Ohne Bezug auf kritische experimentelle Belastungsdaten beschreibt die Energiefreisetzungsrate $G(a)$ das *Energieangebot*, welches durch inkrementelles Rißwachstum ggf. freigesetzt werden könnte. $G(a)$ enthält *keine* Information über die Grenzflächenzähigkeit des untersuchten Verbundes. Die aus kritischen experimentellen Größen bestimmte kritische Energiefreisetzungsrate G_c hingegen beschreibt den zum Aufbrechen der Kohäsiv- oder Adhäsivkräfte erforderlichen *Energiebedarf* inklusive aller dissipativen Begleitprozesse. G_c ist eine material- und herstellungsspezifische Größe und ist äquivalent zur effektiven Adhäsionsarbeit γ_{eff} (1.1). Man erhält diesen Wert entweder durch Auswerten der experimentell gefundenen Kraft-Weg-Kurve entsprechend (2.13) oder (2.14) oder durch (2.19), wobei dann jeweils der kritische örtliche Beanspruchungszustand $(K_{I,c}^{TF}, K_{II,c}^{TF})$ einzusetzen ist, der im Augenblick des einsetzenden Versagens an der Rißspitze herrscht.

Nach dem Irwin–Energie-Bruchkriterium [Irw56] setzt Rißwachstum ein, wenn

$$G(a) \geq G_c = \gamma_{eff}. \quad (2.21)$$

Die Rißausbreitung im homogenen Medium erfolgt bevorzugt senkrecht zur Schnittebenenrichtung der maximalen Zugspannung [Hut91]. Im Gegensatz dazu findet das adhsive Versagen wegen der relativen Schwäche der Grenzfläche unter gemischter Mode-I/Mode-II-Beanspruchung statt. Die Bruchenergie G_c hängt sehr empfindlich davon ab, unter welcher örtlichen Modenüberlagerung das Grenzflächenversagen erzwungen wird. Beim Grenzflächenriß muß deshalb zusammen mit dem Irwin-Bruchkriterium (2.21) auch die Modenüberlagerung spezifiziert werden, unter der Versagen eintritt. Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Bestimmung der Grenzflchenbruchzhigkeit G_c bei systematischer Variation der örtlichen Modenüberlagerung von überwiegendem Mode II^- über Mode I bis hin zu überwiegendem Mode II^+ (s. Abschnitt 5).

2.7 Linear-elastische Nahfeldlösungen für den Grenzflächenriß

In den folgenden Abschnitten werden die linear-elastischen Nahfeldlösungen für den Grenzflächenriß mit spannungsfreien Rißufern unter kombinierter mechanischer und thermischer Beanspruchung, sowie für den Grenzflächenriß mit kontaktierenden Rißufern unter rein mechanischer Beanspruchung vorgestellt. Hierfür empfiehlt sich die Verwendung der Dundurs-Parameter

$$\alpha = \frac{m_2 - km_1}{m_2 + km_1},$$

$$\beta = \frac{(m_2 - 2) - k(m_1 - 2)}{m_2 + km_1},$$

mit den Abkürzungen ($j = 1, 2$ für die Komponente im Gebiet $y > 0$ bzw. $y < 0$)

$$k = \frac{G_2}{G_1},$$

$$m_j = \begin{cases} \frac{4}{1 + \nu_j} (ESZ) \\ 4(1 - \nu_j) (EVZ), \end{cases}$$

dem Schermodul

$$G_j = \frac{E_j}{2(1 + \nu_j)},$$

sowie der Bimaterialkonstante

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\frac{\kappa_1}{G_1} + \frac{1}{G_2}}{\frac{\kappa_2}{G_2} + \frac{1}{G_1}} \quad (2.22)$$

mit

$$\kappa_j = \begin{cases} (3 - \nu_j)/(1 + \nu_j) & (ESZ) \\ 3 - 4\nu_j & (EVZ). \end{cases}$$

Die Bimaterialkonstante ist positiv, wenn $E_2 > E_1$. Zur Beschreibung eines infolge einer Temperaturänderung ΔT thermisch beanspruchten Verbundes benötigt man zusätzlich den Parameter

$$\bar{q} = \begin{cases} \frac{\Delta T (\alpha_2 - \alpha_1)}{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}} & (ESZ) \\ \frac{\Delta T (\alpha_2 - \alpha_1)}{\frac{1+\nu_1^2}{E_1} + \frac{1+\nu_2^2}{E_2}} & (EVZ) \end{cases} \quad (2.23)$$

mit den Wärmeausdehnungskoeffizienten α_i .

2.8 Der Grenzflächenriß mit spannungsfreien Rißufern (TF-Riß)

Die linear-elastische Beschreibung des Grenzflächenrisses mit spannungsfreien Rißufern beruht auf den Arbeiten von [Wil59, Eng65, Erd65]. Die Spannungs- und Verschiebungsfelder, sowie die K-Faktoren werden im folgenden in der Formulierung von [Ric88] angegeben.

Das Elastizitätsproblem kann für den TF-Riß unter kombinierter mechanischer und thermischer Beanspruchung geschlossen gelöst werden [Yang92a]. Im folgenden werden die Lösungsschritte wiedergegeben. Die dabei eingehenden Materialkonstanten sind die E-Moduln E_j , die Querkontraktionszahl ν_j und die Wärmeausdehnungskoeffizienten α_j der Haftpartner.

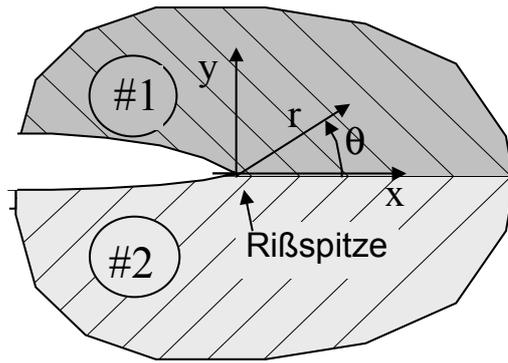


Bild 9: Koordinaten und Bezeichnungen am Grenzflächenriß.

Die Spannungen und Verschiebungen für das 2-dimensionale Problem unter mechanischer und thermischer Beanspruchung lassen sich durch die Kolosov-Formeln in der komplexen Ebene darstellen [Tim82]:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{jx} + \sigma_{jy} &= 2(\phi_j'(z) + \overline{\phi_j'(z)}) \\
 \sigma_{jy} - \sigma_{jx} + 2i\tau_{jxy} &= 2(\bar{z}\phi_j''(z) + \psi_j'(z)) \\
 2G_j(u_{jx} + iv_{jy} - \varepsilon_{j0}z) &= \kappa_j\phi_j(z) - z\overline{\phi_j'(z)} - \overline{\psi_j(z)}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

wobei

$$z = x + iy = re^{i\theta}$$

und die thermischen Dehnungen

$$\varepsilon_{j0} = \begin{cases} \alpha_j T & (ESZ) \\ (1 + \nu_j)\alpha_j T & (EVZ). \end{cases}$$

$\phi_j(z)$ und $\psi_j(z)$ sind harmonische Funktionen, d. h. $\Delta\phi_j(z) = \Delta\psi_j(z) = 0$. Für sie wird angesetzt:

$$\begin{aligned}
 \phi_j(z) &= \sum_{n=1}^N A_{jn} z^{\lambda_n} + \sum_{n=1}^N B_{jn} z^{\lambda_n} \\
 \psi_j(z) &= \sum_{n=1}^N C_{jn} z^{\lambda_n} + \sum_{n=1}^N D_{jn} z^{\lambda_n}
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Die Bestimmung der komplexwertigen Koeffizienten $\{X_n\} = \{A_{1n}, \dots, D_{1n}, A_{2n}, \dots, D_{2n}\}$ erfolgt mit Hilfe der acht Randbedingungen am Materialübergang des TF-Risses. In komplexer Schreibweise sind diese

$$\begin{aligned}
(\sigma_{\theta\theta}^{(1)} + i\sigma_{r\theta}^{(1)})|_{\theta=0} &= (\sigma_{\theta\theta}^{(2)} + i\sigma_{r\theta}^{(2)})|_{\theta=0}, \\
(u_\theta^{(1)} + iu_r^{(1)})|_{\theta=0} &= (u_\theta^{(2)} + iu_r^{(2)})|_{\theta=0}, \\
(\sigma_{\theta\theta}^{(1)} + i\sigma_{r\theta}^{(1)})_{\theta=\pi} &= 0, \\
(\sigma_{\theta\theta}^{(2)} + i\sigma_{r\theta}^{(2)})_{\theta=-\pi} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Einsetzen des Ansatzes (2.25) in (2.24) und anschließendes Einsetzen in (2.26) führt für die Terme $n = 1, \dots, N$ jeweils auf ein homogenes System von acht Gleichungen mit den Unbekannten $\{X_n\}$. Die Koeffizienten des Gleichungssystems enthalten den Exponenten λ_n und die materialabhängigen Größen κ_j und ε . In Matrixform:

$$[F_n]\{X_n\} = 0, \quad n = 1, \dots, N. \tag{2.27}$$

Eine nichttriviale Lösung existiert dann, wenn die Determinante der Koeffizientenmatrix verschwindet, also

$$\|F_n\| = 0 \tag{2.28}$$

Die Spannungsexponenten λ_n treten als Eigenwerte des Problems (2.27) auf und werden ermittelt durch Aufsuchen der Determinanten-Nullstellen. Der Term zu $\lambda = 0$ führt auf eine vom radialen Abstand r unabhängige Lösung, die als Regulärterm bezeichnet wird (s. Abschnitt 2.8.4). Es kann gezeigt werden, daß der Term zur Wurzel $\lambda = 1$ einer Starrkörperverschiebung entspricht [Yan92a].

2.8.1 Singuläre Felder und Spannungsintensitätsfaktoren am TF-Grenzflächenriß

Ist nach dem Nahfeld in der Umgebung der Rißspitze gefragt, genügt es, von der Entwicklung der Spannungsfelder nach r nur denjenigen Term zu berücksichtigen, der für $r \rightarrow 0$ divergente Spannungskomponenten liefert. Die Beiträge aller anderen Summanden der Entwicklung (2.25) können demgegenüber vernachlässigt werden (*Nahfeldnäherung*). Der Spannungsexponent des für $r \rightarrow 0$ dominierenden Terms ist [Ric8, Yan92a]

$$\lambda = -1/2 + i\varepsilon. \quad (2.29)$$

Der zu dieser Wurzel gehörende Lösungsvektor $\{A_1, \dots, D_1, A_2, \dots, D_2\}$ liefert mit (2.25) und (2.24) die Spannungskomponenten und die Verschiebungen des linear-elastischen Nahfeldes (2.30).

In die Matrix $\{F_n\}$ gehen die Wärmeausdehnungskoeffizienten α_j und der Temperaturunterschied ΔT nicht ein [Yan92a]. Somit sind der Spannungsexponent und die Winkelverteilungen der singulären Nahfeld-Spannungen und -verschiebungen *unabhängig* vom Vorhandensein einer thermischen Beanspruchung. Die Struktur des Spannungsexponenten ist alleinige Konsequenz der Randbedingungen (2.26) am Materialübergang des TF-Risses. Die singulären Nahfeld-Spannungen lassen sich in die Gestalt bringen [Ric88]:

$$\sigma_{\alpha\beta}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[\operatorname{Re}(K \cdot r^{i\varepsilon}) \cdot \Sigma'_{\alpha\beta}(\theta) + \operatorname{Im}(K \cdot r^{i\varepsilon}) \cdot \Sigma''_{\alpha\beta}(\theta) \right], \quad (\alpha, \beta = r, \theta), \quad (2.30)$$

im Medium #1 sind dabei die Winkelfunktionen

$$\Sigma'_{rr}(\theta) = -\frac{\sinh \varepsilon(\pi - \theta)}{\cosh \pi\varepsilon} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{e^{-\varepsilon(\pi - \theta)}}{\cosh \pi\varepsilon} \cos \frac{\theta}{2} (1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} + \varepsilon \sin \theta),$$

$$\Sigma'_{\theta\theta}(\theta) = +\frac{\sinh \varepsilon(\pi - \theta)}{\cosh \pi\varepsilon} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{e^{-\varepsilon(\pi - \theta)}}{\cosh \pi\varepsilon} \cos \frac{\theta}{2} (\cos^2 \frac{\theta}{2} - \varepsilon \sin \theta),$$

$$\Sigma'_{r\theta}(\theta) = +\frac{\sinh \varepsilon(\pi - \theta)}{\cosh \pi\varepsilon} \sin \frac{3\theta}{2} + \frac{e^{-\varepsilon(\pi - \theta)}}{\cosh \pi\varepsilon} \sin \frac{\theta}{2} (\cos^2 \frac{\theta}{2} - \varepsilon \sin \theta),$$

$$\Sigma''_{rr}(\theta) = +\frac{\cosh \varepsilon(\pi - \theta)}{\cosh \pi\varepsilon} \sin \frac{3\theta}{2} - \frac{e^{-\varepsilon(\pi - \theta)}}{\cosh \pi\varepsilon} \sin \frac{\theta}{2} (1 + \cos^2 \frac{\theta}{2} - \varepsilon \sin \theta),$$

$$\Sigma''_{\theta\theta}(\theta) = -\frac{\cosh \varepsilon(\pi - \theta)}{\cosh \pi\varepsilon} \sin \frac{3\theta}{2} - \frac{e^{-\varepsilon(\pi - \theta)}}{\cosh \pi\varepsilon} \sin \frac{\theta}{2} (\sin^2 \frac{\theta}{2} + \varepsilon \sin \theta),$$

$$\Sigma''_{r\theta}(\theta) = +\frac{\cosh \varepsilon(\pi - \theta)}{\cosh \pi\varepsilon} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{e^{-\varepsilon(\pi - \theta)}}{\cosh \pi\varepsilon} \cos \frac{\theta}{2} (\sin^2 \frac{\theta}{2} + \varepsilon \sin \theta).$$

Die Winkelfunktionen im Medium #2 erhält man, indem man π durch $-\pi$ ersetzt.

Die Nahfeld-Verschiebungen sind z. B. in [Sun87] tabelliert.

Die komplexwertige Zahl K hat die Einheiten $[Kraft][Länge]^{-i\epsilon}/[Länge]^{3/2}$, ihr Wert muß i.A. numerisch bestimmt werden. Geeignet normiert wird (2.30) auf dem Ligament zu

$$\sigma_{yy}(r,0) + i\sigma_{xy}(r,0) = \frac{Kr^{i\epsilon}}{\sqrt{2\pi r}}. \quad (2.31)$$

Die Zahl K kann ersetzt werden durch eine Größe mit den Einheiten $[Kraft]/[Länge]^{3/2}$ eines Spannungsintensitätsfaktors für den Riß im homogenen Medium, indem man auf der rechten Seite von (2.31) mittels $1 = L/L$ eine Referenzlänge L einführt:

$$(\sigma_{yy}(r,0) + i\sigma_{xy}(r,0)) = KL^{i\epsilon} \left(\frac{r}{L}\right)^{i\epsilon} \frac{1}{\sqrt{2\pi r}}. \quad (2.32)$$

An der Stelle $r = L$ kann man dann (2.32) in eine Form bringen, die zur ursprünglichen Definition von Spannungsintensitätsfaktoren am Riß im homogenen Medium [And95] analog ist:

$$\sigma_{yy}(L,0) + i\sigma_{xy}(L,0) = \frac{\operatorname{Re}(KL^{i\epsilon}) + i\operatorname{Im}(KL^{i\epsilon})}{\sqrt{2\pi L}}. \quad (2.33)$$

Wegen dieser Analogie versteht man den Real- bzw. Imaginärteil von $KL^{i\epsilon}$ als *auf eine Referenzlänge L bezogene Spannungsintensitätsfaktoren* des TF-Grenzflächenrisses [Ric88] und definiert

$$K_{I,L}^{TF} := \operatorname{Re}(KL^{i\epsilon}), \quad (2.34)$$

$$K_{II,L}^{TF} := \operatorname{Im}(KL^{i\epsilon})$$

oder

$$K_L^{TF} := K_{I,L}^{TF} + iK_{II,L}^{TF} = KL^{i\epsilon}. \quad (2.35)$$

Durch Umstellen und Extrapolation der Beziehung (2.32) kann $K_{I,L}^{TF}$ und $K_{II,L}^{TF}$ aus der Ligamentnormal- und Scherspannung im Inneren der K-Dominanzzone bestimmt werden:

$$\begin{aligned}\operatorname{Re}(KL^{i\varepsilon}) &= \lim_{10L > r > 0.1L} \operatorname{Re}[(\sigma_{yy}(r,0) + i\sigma_{xy}(r,0)) \cdot \left(\frac{r}{L}\right)^{-i\varepsilon}] \cdot \sqrt{2\pi r} \\ \operatorname{Im}(KL^{i\varepsilon}) &= \lim_{10L > r > 0.1L} \operatorname{Im}[(\sigma_{yy}(r,0) + i\sigma_{xy}(r,0)) \cdot \left(\frac{r}{L}\right)^{-i\varepsilon}] \cdot \sqrt{2\pi r}\end{aligned}\quad (2.36)$$

Wegen der oszillatorischen Natur der Spannungsfelder sollte das Intervall des Extrapolationsbereichs den gewählten Wert L der Referenzlänge enthalten und sich nicht über mehr als eine Dekade erstrecken.

2.8.2 Oszillierender Spannungszustand

Aufgrund des Phasenfaktors $\left(\frac{r}{L}\right)^{i\varepsilon}$ in (2.32) ändert sich offenbar die Überlagerung der örtlichen Scher- und Zugbelastung mit dem Abstand von der Rißspitze.

Für zwei Referenzlängen $L_1 \neq L_2$ gilt

$$K_{L_2}^{TF} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^{i\varepsilon} K_{L_1}^{TF}. \quad (2.37)$$

Zur Beschreibung der Modenüberlagerung des Nahfeldes definiert man auf der Basis der K-Faktoren den Mixed-Mode-Winkel

$$\psi_L = \arctan \frac{K_{II,L}^{TF}}{K_{I,L}^{TF}}. \quad (2.38)$$

Wegen (2.32) ist ψ_L an der Stelle $r = L$ identisch mit dem auf der Basis der Ligamentnormal- und Scherspannung definierten Mixed-Mode-Winkel

$$\psi(r) = \arctan \frac{\sigma_{xy}(r,0)}{\sigma_{yy}(r,0)}. \quad (2.39)$$

Für zwei unterschiedliche Referenzlängen $L_1 \neq L_2$ gilt wegen (2.37) die Beziehung

$$\psi_{L_2} = \psi_{L_1} - \varepsilon \ln \frac{L_1}{L_2}. \quad (2.40)$$

Für $\varepsilon > 0$ ergibt sich der Spannungszustand $K_{L_2}^{TF}$ bei $L_2 < L_1$ aus $K_{L_1}^{TF}$ durch Drehung im K-Raum im mathematisch negativen Sinn um

$$\Delta\psi = \psi_{L_2} - \psi_{L_1} = -\varepsilon \ln \frac{L_1}{L_2}. \quad (2.41)$$

Dies entspricht bei Annäherung an die Rißspitze einer Rotation pro Abstandsdekade um den Winkel

$$\Delta\psi_{10} = -\varepsilon \ln 10. \quad (2.42)$$

Für große Werte der Bimaterialkonstanten (typischerweise $\varepsilon \approx 0.08$ bei Polymer/Glas- oder Polymer/Metall-Verbunden) entspricht dies einer Rotation um knapp 10° pro Abstandsdekade.

Wählt man in (2.40) für L_1 die Längeneinheit u , so ist der Mixed-Mode-Winkel auf der Basis der K-Faktoren als Funktion des Abstandes $r \equiv L_2$ von der Rißspitze immer identisch mit dem Mixed-Mode-Winkel (2.39) auf der Basis der Spannungen [Zyw90] und es gilt:

$$\psi(r) = \psi_u + \varepsilon \ln r. \quad (2.43)$$

Die Ausdrücke (2.37) und (2.39) beschreiben die sukzessive Drehung des singulären Mixed-mode-Beanspruchungszustandes im (K_I^{TF}, K_{II}^{TF}) -Raum bei Annäherung an die Singularitätsstelle. Lokal, d.h. im Abstand $(r - \Delta r, r + \Delta r)$ mit $\Delta r / r \ll 1$ von der Singularitätsstelle, kann der zweiachsige Beanspruchungszustand durch den Vektor $(K_{I,L}^{TF}, K_{II,L}^{TF})|_{L=r}$ beschrieben und seine Drehung vernachlässigt werden.

Die Drehung des Mixed-mode-Beanspruchungszustandes ist in Bild 10a als Drehung im (K_I^{TF}, K_{II}^{TF}) -Raum dargestellt. Bild 10b zeigt die Drehung im Ortsraum, symbolisiert durch

Paare von Traktionsvektoren. Man erkennt, daß sich bei Annäherung an die Rißspitze von $1\text{mm} \rightarrow 1\mu\text{m}$ die Modenüberlagerung dreht. In dem Beispiel wird bei $r = 1\mu\text{m}$ gerade eine reine Mode-I-Belastung erreicht. Ursächlich für die Drehung ist letztlich die durch ε parametrisierte elastische Fehlpassung des Verbundes. Am Riß im homogenen Medium ($\varepsilon = 0$) entfällt die Drehung und (2.38) und (2.39) werden identisch.

2.8.3 Anschauliche Interpretation des Mixed-Mode-Winkels

Die abstandsabhängige Drehung der Modenüberlagerung beim elastischen Nahfeld des Grenzflächenrisses ist durch die Bimaterialkonstante ε eindeutig festgelegt. Deshalb genügt es, den Mixed-Mode-Winkel ψ_L an einem gewählten Abstand L von der Rißspitze anzugeben. Für einen beliebigen anderen Abstand ergibt sich die Modenüberlagerung dann nach Maßgabe von (2.40). In der vorliegenden Arbeit wird als Referenzlänge für die Modenüberlagerung, soweit nicht anders angeben, $L = 1\mu\text{m}$ gewählt.

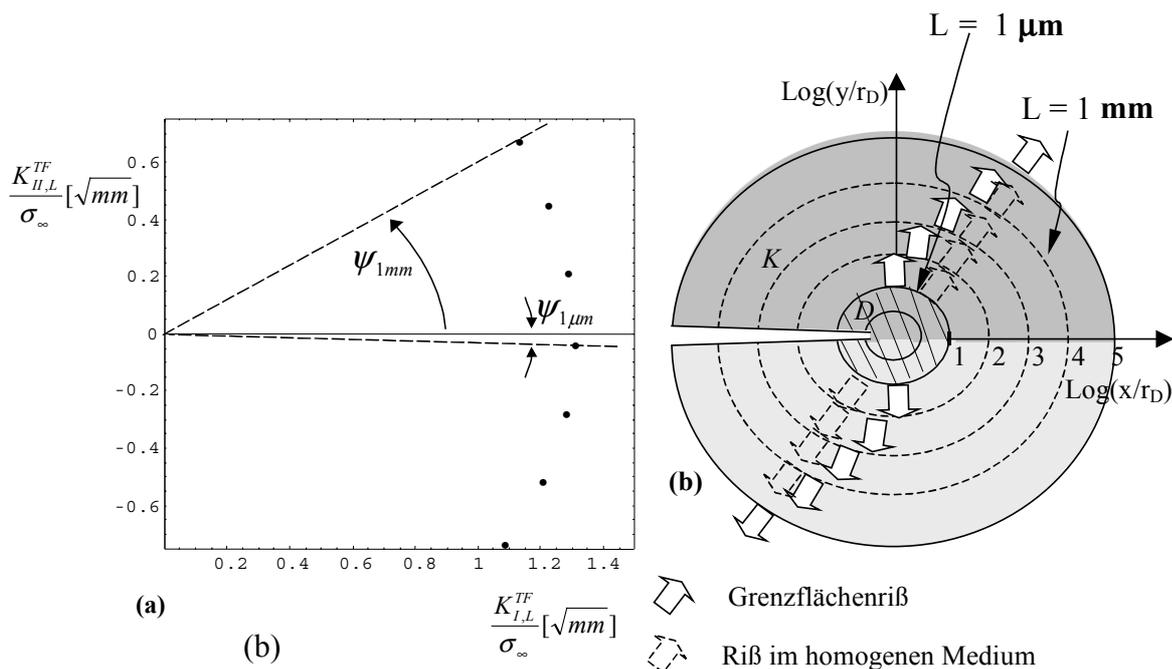


Bild 10: Der oszillatorische Spannungszustand auf unterschiedlichen Längenskalen des Grenzflächenrisses mit kraftefreien Rißufern, dargestellt im (K_I^{TF}, K_{II}^{TF}) -Raum (a) und im Ortsraum (b). Die Mehrachsigkeit des Spannungszustandes ist in (b) durch auf das Ligament bezogene Traktionsvektoren symbolisiert.

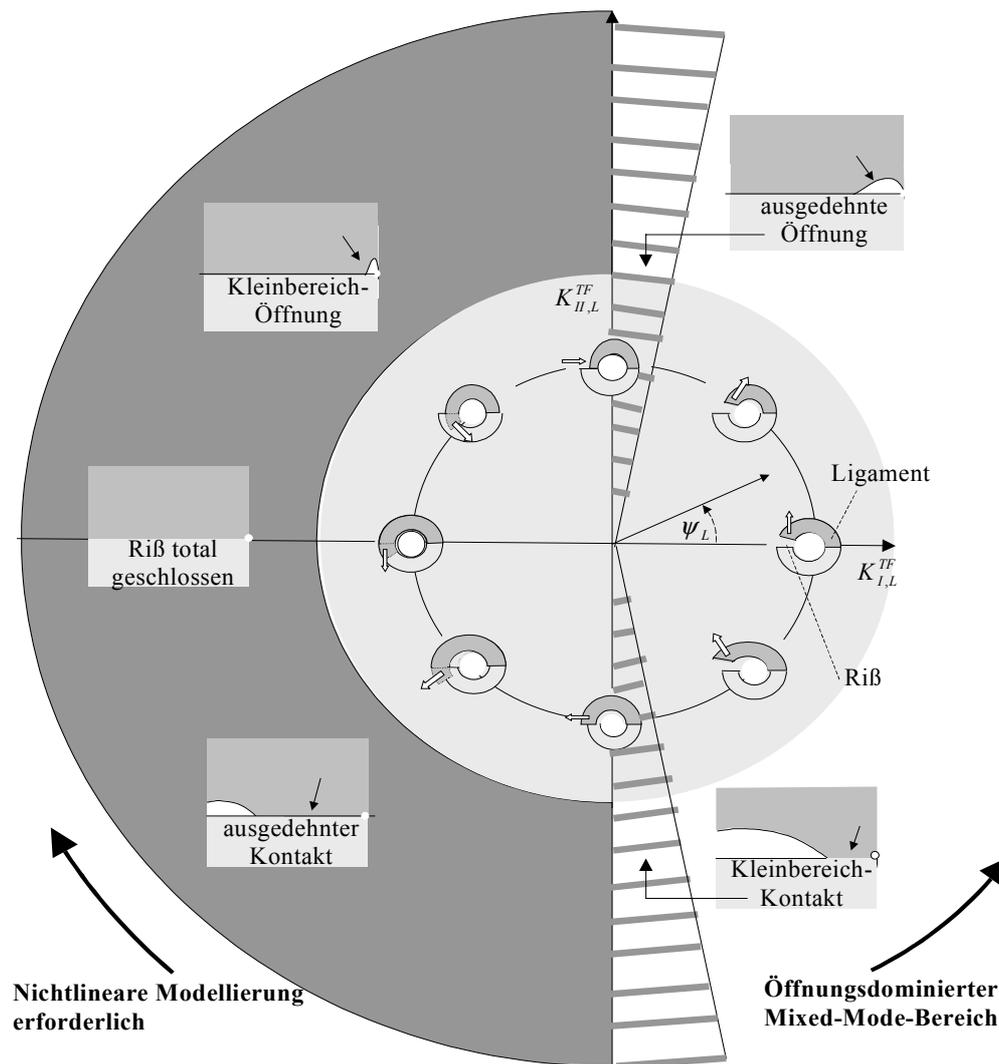


Bild 11: Interpretation des Mixed-Mode-Winkels ψ_L an Hand der Deformationstypen der zur Nahfeld-Lösung (2.30) gehörenden Verschiebungsfelder. Für reale Verbunde bedeutet eine gegenseitige Durchdringung der Rißufer Rißuferkontakt. Im unteren schraffierten Segment herrscht Kleinbereich-Kontakt (vgl. Abschnitt 3.1.4).

Der Mixed-Mode-Winkel beschreibt die aus den Moden *I* und *II* (Bild 6) überlagerte 2D-Beanspruchung der Rißspitze. Für seine Definition werden die *öffnungsdominierten* Spannungsintensitätsfaktoren (2.38) zugrunde gelegt, die sich aus den linear-elastischen Singulärfeldern des Grenzflächenrisses mit *kräftefreien* Rißufern ergeben. In dieser Spannungsanalyse ist die Verformungsbehinderung, die sich ergibt, wenn die Rißufer einander berühren, nicht berücksichtigt. Im zweiten und dritten Quadranten des K-Raumes ist daher ψ_L eine Größe, die nur an einem ideellen Grenzflächenriß ohne gegenseitige Verformungsbehinderung der

Verbundmedien aussagefähig ist (z. B. beim deformierten FE-Netz ohne Kontaktelemente, Bild 51). In der Realität (Bild 46b) induziert der dann auftretende Rißuferkontakt einen gänzlich anderen (einachsigen) Spannungszustand, in dem ψ_L seine Bedeutung verliert. Ein aus einer linear-elastischen Spannungsanalyse extrahierter Mixed-Mode-Winkel, der im zweiten oder dritten Quadranten liegt, muß also immer als Indiz für Rißuferkontakt interpretiert werden. Eine korrekte Spannungsanalyse ist dann nur unter Berücksichtigung der Verformungsbehinderung möglich (vgl. 2.9). Das gesamte am 2D-Grenzflächenriß mit kräftefreien Rißufern mögliche Mixed-Mode-Spektrum ist in Bild 11 illustriert.

Der 1. und 4. Quadrant des K-Raumes werden in der vorliegenden Arbeit durch die mechanische Belastung mittels der aufgebauten Prüfeinrichtung überstrichen (vgl. 4.2.3.1). Die thermische Beanspruchung infolge einer Abkühlung des Verbundes bei unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten liegt -je nach Geometrie und Randbedingungen- im Bereich $\psi_{1\mu m} \approx 180^\circ$. Dies impliziert (kompressiven) Kontakt der Rißufer (vgl. Abschnitt 6.2).

2.8.4 Regulärterm

Auch die Wurzel $\lambda_n = 0$ der Determinante von $[F_n]$ führt auf eine sinnvolle Lösung des Elastizitätsproblems (2.24-26). Sie ist unabhängig vom radialen Abstand r und wird als regulärer Spannungsterm bezeichnet. Die allgemeine Form des regulären Spannungstermes bei kräftefreien Verbundflanken mit beliebigen Verbundwinkeln ϑ_1, ϑ_2 ist [Yan92a].

$$\begin{aligned}\sigma_{jrr0}(\theta) &= +(A_{j0} \cos(2\theta) + B_{j0} \sin(2\theta) - C_{j0} + D_{j0}\theta) / Z, \\ \sigma_{j\theta\theta 0}(\theta) &= -(A_{j0} \cos(2\theta) - B_{j0} \sin(2\theta) - C_{j0} + D_{j0}\theta) / Z, \\ \sigma_{jr\theta 0}(\theta) &= -(A_{j0} \sin(2\theta) + B_{j0} \cos(2\theta) - \frac{1}{2}D_{j0}\theta) / Z, \quad j = 1,2.\end{aligned}\tag{2.44}$$

Die Koeffizienten Z, A_{10}, \dots, D_{20} sind tabelliert [Yan92a]. In sie gehen die Dundurs-Parameter α, β , die Verbundwinkel ϑ_1, ϑ_2 , die Wärmeausdehnungskoeffizienten α_i , sowie der Temperaturunterschied ΔT ein.

Für den Fall des Grenzflächenrisses, $\vartheta = \vartheta_1 = -\vartheta_2 = \pi$ werden die Quotienten $\frac{A_{j0}}{Z}$ usw. unbestimmt. Ihre Werte für $\vartheta = \pi$ erhält man im Grenzfall als Quotienten der Ableitungen

$$\lim_{\vartheta \rightarrow \pi} \frac{A'_{j0}(\vartheta)}{Z'(\vartheta)} \text{ usw.} \quad (2.45)$$

Im Grenzprozeß gilt dann für die Regularterme des Grenzflächenrisses:

$$\begin{aligned} \sigma_{1rr0} &= \frac{\bar{q}}{\alpha-1} \cos(2\theta) + \frac{\bar{q}}{\alpha-1}, \\ \sigma_{1\theta\theta 0} &= -\frac{\bar{q}}{\alpha-1} \cos(2\theta) + \frac{\bar{q}}{\alpha-1}, \\ \sigma_{1r\theta 0} &= -\frac{\bar{q}}{\alpha-1} \sin(2\theta), \\ \sigma_{2rr0} &= \sigma_{2\theta\theta 0} = \sigma_{2r\theta 0} = 0. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Bei thermischer Beanspruchung (2.23) ist also die Komponente $\sigma_{rr}(\theta)$ auf dem Ligament ($\theta = 0^\circ$) unstetig.

2.9 Der Grenzflächenriß bei reibungsbehaftetem Rißuferkontakt (CT-Riß)

Durch die Kontaktfuge der sich berührenden Rißufer ist eine Verformungsbehinderung gegeben. An den Rißufern herrschen deshalb im Vergleich zum TF-Riß grundsätzlich andere Randbedingungen (vgl. die Quadranten II und III in Bild 11). Dabei wird die Reibung an den Rißufern ρ durch den Gleitreibungskoeffizienten beschrieben.

Tab. 2: Randbedingungen am Materialübergang des CT-Risses:

<i>Rißufer</i>	<i>Ligament</i>
$u_{\theta}^{(2)}(r, -\pi) = u_{\theta}^{(1)}(r, \pi)$	$u_r^{(2)}(r, 0) = u_r^{(1)}(r, 0)$
$\sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, -\pi) = \sigma_{\theta\theta}^{(1)}(r, \pi)$	$u_{\theta}^{(2)}(r, 0) = u_{\theta}^{(1)}(r, 0)$
$\sigma_{r\theta}^{(2)}(r, -\pi) = \sigma_{r\theta}^{(1)}(r, \pi)$	$\sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, 0) = \sigma_{\theta\theta}^{(1)}(r, 0)$
$\sigma_{r\theta}^{(2)}(r, -\pi) = \rho \sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, -\pi)$	$\sigma_{r\theta}^{(2)}(r, 0) = \sigma_{r\theta}^{(1)}(r, 0)$

Von Comninou und Dundurs wurde der Grenzflächenriß mit Verformungsbehinderung an den Rißflanken entsprechend einer reibungsbehafteten Kontaktfuge erstmals beschrieben [Com77, Com79].

Bei der Bestimmung des Spannungsexponenten und der singulären Nahfelder verfährt man analog zu Abschnitt 3.2.

Mit den CT-Randbedingungen Tab. 2 kompatible Spannungsexponenten erfüllen entweder

$$\cot(\lambda\pi) = \rho\beta \quad (2.47)$$

oder

$$\sin(\lambda\pi) = 0. \quad (2.48)$$

Man erkennt zunächst, daß beim CT-Riß der Spannungsexponent λ in jedem Fall reell ist.

Die zu den Spannungsexponenten (2.47) gehörenden Spannungsfelder lassen sich für das Gebiet $y > 0$ in die Form bringen [Com79]:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= -\frac{K_{II}^{CT}}{2(2\pi)^\lambda} r^{-\lambda} \{(2+\lambda)(1+\beta) \sin \lambda\theta - [2-\lambda(1+\beta)] \sin(2-\lambda)\theta\}, \\ \sigma_{\theta\theta} &= -\frac{K_{II}^{CT}}{2(2\pi)^\lambda} r^{-\lambda} \{(2-\lambda)(1+\beta) \sin \lambda\theta + [2-\lambda(1+\beta)] \sin(2-\lambda)\theta\}, \\ \sigma_{r\theta} &= +\frac{K_{II}^{CT}}{2(2\pi)^\lambda} r^{-\lambda} \{\lambda(1+\beta) \cos \lambda\theta + [2-\lambda(1+\beta)] \cos(2-\lambda)\theta\}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Die Felder für $y < 0$ erhält man durch die Ersetzung $\beta \rightarrow -\beta$.

Die Verschiebungsfelder sind in [Com79] angegeben.

Damit die elastische Energie endlich bleibt, müssen die Verschiebungen an der Rißspitze verschwinden. Deswegen muß gelten:

$$0 < \lambda < 1 \quad (2.50)$$

Diese Bedingung wird durch die zu (2.47) gehörende Klasse von Lösungen erfüllt:

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1}{2}, & \rho = 0 \\ \lambda < \frac{1}{2}, & \rho \neq 0 \end{cases} \quad (2.51)$$

Auf dem Ligament werden die Spannungen (2.49) zu

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}(r,0) &= \sigma_{\theta\theta}(r,0) \equiv 0, \\ \sigma_{r\theta}(r,0) &= \frac{K_{II}^{CT}}{(2\pi)^\lambda} r^{-\lambda}.\end{aligned}\quad (2.52)$$

Die reelle Zahl K_{II}^{CT} bleibt bei der analytischen Lösung unbestimmt und wird als Scherspannungsintensitätsfaktor aufgefaßt. Die singulären Nahfelder in der Kontaktzone bewirken also einen einachsigen Mode-II-Beanspruchungszustand. Aus der Inspektion der Verschiebungsfelder erkennt man, daß es sich dabei um eine Mode- II^- -Beanspruchung handelt.

Aus den Verschiebungsfeldern $u_r^j(r,\theta)$ und $u_\theta^j(r,\theta)$, $j=1,2$, lassen sich insbesondere die Relativverschiebungen der Rißufer $\delta_x(r), \delta_y(r)$ ableiten. Für die tangentielle Verschiebung δ_x des oberen Rißufers gegenüber dem unteren gilt [Com79]

$$\delta_x = -M \frac{K_{II}^{CT}}{(2\pi)^\lambda} r^{1-\lambda} \sin \lambda\pi \quad (2.53)$$

mit

$$M = \frac{1}{4(1-\lambda)} \left\{ \frac{1}{G_1} [(\kappa_1 - 1)(1 - \beta) + 2] + \frac{1}{G_2} [(\kappa_2 - 1)(1 + \beta) + 2] \right\} > 0. \quad (2.54)$$

Die rißöffnende, Relativverschiebung δ_y verschwindet voraussetzungsgemäß in der Kontaktzone.

Die zur Lösung $\lambda = 0$ von (2.48) gehörenden Spannungsfelder ergeben einen abstandsunabhängigen Regulärterm [Com79].

3 Zwei Nichtlinearitäten: Rißuferkontakt und Rißspitzenplastizität

Die linear-elastische Spannungsanalyse des Grenzflächenrisses liefert eine Beschreibung der Verhältnisse, die nur unter bestimmten Voraussetzungen realistisch ist. Abweichungen ergeben sich durch an der Rißspitze lokalisierte Nichtlinearitätsphänomene. Zum einen muß aus den Merkmalen der linear-elastischen Verschiebungsfelder des TF-Risses der Kontakt der Rißufer postuliert werden. Zum anderen muß wegen der singulären Spannungsüberhöhung sowohl beim TF- als auch beim CT-Riß mit lokaler Plastizität gerechnet werden. Schließlich gehen sowohl die linear-elastische Spannungsüberhöhung als auch plastisches Fließen einher mit großen Deformationen, zu deren Beschreibung das logarithmische Dehnungsmaß (A.15) erforderlich ist. In diesem Abschnitt soll ein Überblick über die Erfassung dieser Nichtlinearitäten gegeben werden. Ergebnisse von Untersuchungen auf der Basis von nichtlinearen FE-Modellen finden sich in den Abschnitten 7 und 8. Andere Nichtlinearitätsphänomene wie z.B. Viskoelastizität werden in der vorliegenden Arbeit nicht behandelt.

3.1 Rißuferkontakt

Durch den Rißuferkontakt wird lokal eine Scherbeanspruchung der Prozeßzone induziert, während gleichzeitig die Normalbeanspruchung verschwindet (Bild 12).

Ziel dieses Abschnittes ist es, den Bereich des Mixed-Mode-Winkels $\psi_{1,\mu m}$ (2.38) abzuschätzen, in dem der Verformungszustand an der Rißspitze öffnungsdominiert ist, wo also die Charakterisierung des örtlichen Spannungszustandes mittels der öffnungsdominierten K-Faktoren K_I^{TF}, K_{II}^{TF} (2.34) nicht durch Rißuferkontakt behindert wird.

3.1.1 Länge der Kontaktfuge an der Rißspitze

Die Konturen der Rißufer im Gültigkeitsbereich der öffnungsdominierten Nahfelder (2.30) ergeben sich aus den tangentialen und normalen Relativverschiebungen δ_x, δ_y , die im unbelasteten Zustand aufeinanderliegenden Punkte $(r, -\pi)$ und (r, π) des unteren bzw. oberen Rißufers.

Für die TF-Relativverschiebungen¹ gilt [Ric88]:

$$\delta_y + i\delta_x = \left(\frac{1-\nu_1}{G_1} - \frac{1-\nu_2}{G_2} \right) \frac{(K_{I,L}^{TF} + iK_{II,L}^{TF}) \left(\frac{r}{L} \right)^{i\epsilon} \sqrt{2r}}{\sqrt{\pi} \cosh(\pi\epsilon)(1+2i\epsilon)}. \quad (3.1)$$

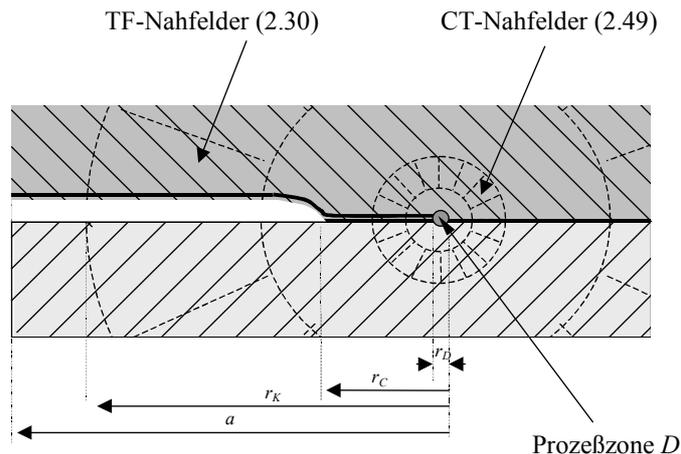


Bild 12: Kleinbereich-Rißuferkontakt beim Grenzflächenriß. Koexistenz der rißöffnungsdominierten und der kontaktdominierten Nahfeld-Spannungszustände.

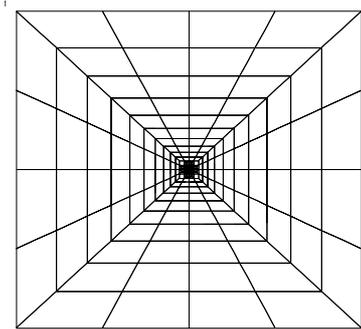
Wegen des Phasenfaktors $r^{i\epsilon}$ kann insbesondere $\delta_y(r)$ für $r \rightarrow 0$ das Vorzeichen wechseln. Negative Werte bedeuten eine Durchdringung der Rißufer. Für einen realen Verbund wird daraus das Auftreten von Rißuferkontakt postuliert [Ric88]. Der Abstand von der Rißspitze, an dem $\delta_y(r)$ zum erstenmal negativ wird, liefert eine Abschätzung der Kontaktlänge. Für Durchdringungslängen, die klein sind im Vergleich zur K-Dominanzzone, ist die Abschätzung an Hand des Mixed-Mode-Winkels $\psi(r)$ (2.43) möglich [Zyw90]. Die Kontaktlänge r_c entspricht ungefähr der ersten Nullstelle von

$$\cos \psi(r) + 2\epsilon \sin \psi(r) = 0. \quad (3.2)$$

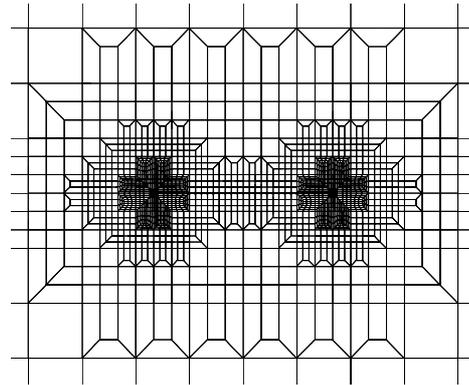
¹ Die Wahl der Referenzlänge L darf keinen Einfluß auf physikalische Größen haben. Mit (2.34) verifiziert man dies für die Spannungen (2.32) und die Verschiebungen (3.1)

3.1.2 Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren durch Extrapolation

Es wurde ein FE-Netz erzeugt, das näherungsweise dem Grenzflächenriß zwischen zwei halbunendlich ausgedehnten Medien entspricht (Bild 13a). Die Netzverdichtung an den beiden Rißspitzen folgt einem logarithmischen Gesetz (Bild 13b). An den Rißufern wurden Kontaktelemente eingeführt.



(a)



(b)

Bild 13: FE-Netz für den Grenzflächen-Mittelriß im unendlich ausgedehnten Zweikomponentenverbund.

Die Überlagerung von Zug- und Scherlast an den Außenkanten des Netzes wurde so gewählt, daß an der Rißspitze Kleinbereich-Rißuferkontakt entsprechend Bild 12 vorlag.

Im ersten Schritt wurden auf der rißöffnungsdominierten und auf der kontaktdominierten Längenskala jeweils die K-Faktoren entsprechend (2.36) bzw. (2.52) ermittelt (Bild 14 bzw. 15). Im zweiten Schritt wurde dann die FE-Lösung mit den entsprechend skalierten analytischen Lösungen (2.30) und (2.49) verglichen (Bild 16).

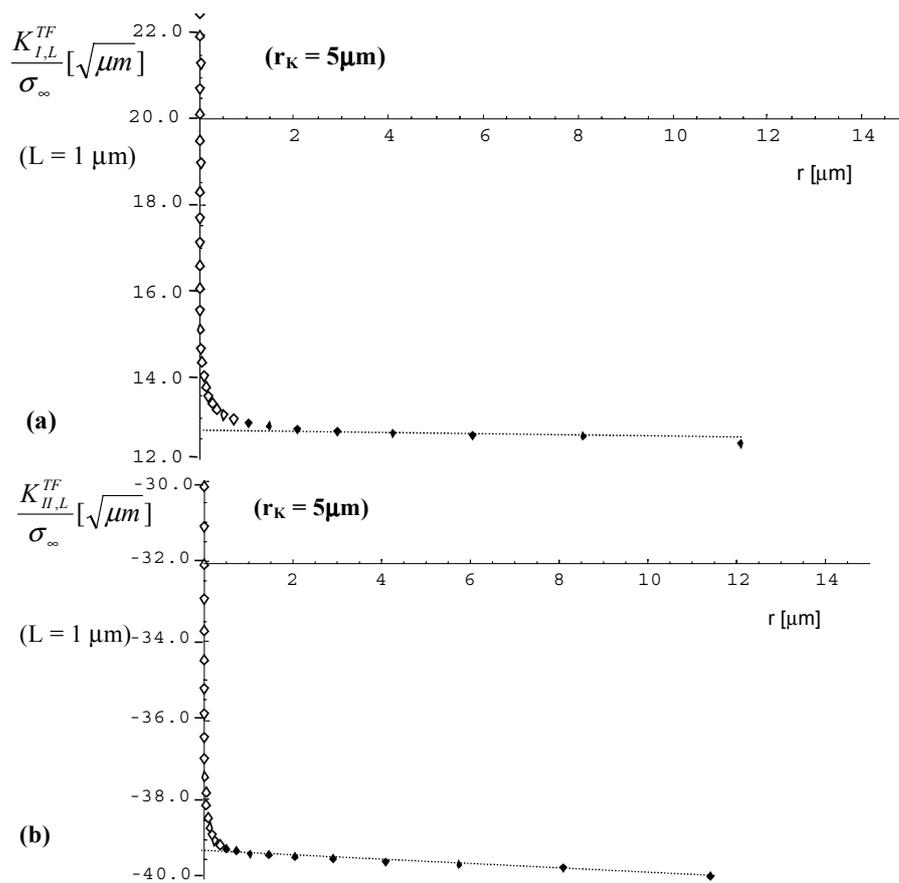


Bild 14: Bestimmung von K_I^{TF} , K_{II}^{TF} aus den Ligamentenspannungen (\blacklozenge). Die Punkte (\diamond) gehen in die Extrapolation nicht ein, da sie zum intermediären bzw. zum kontaktdominierten Spannungsfeld gehören.

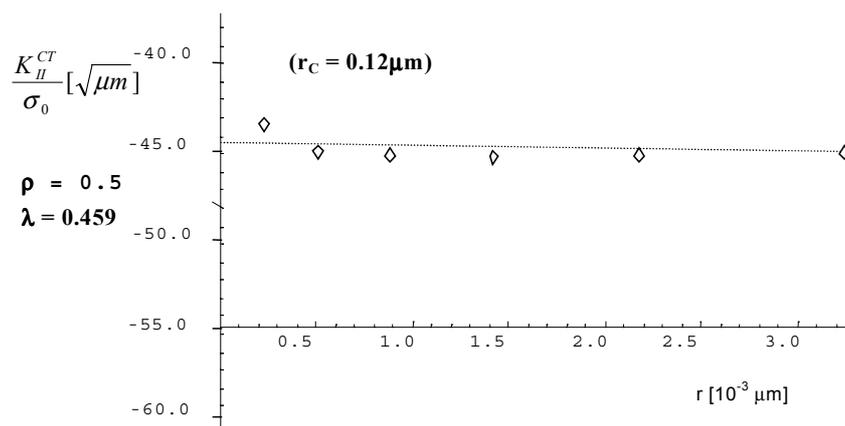


Bild 15: Bestimmung von K_{II}^{CT} aus der Ligamentscherspannung im Bereich der kontaktdominierten Spannungsfelder (im Inneren der Kontaktzone).

Die Reibung an den Rißufern wird durch den Gleitreibungskoeffizienten, hier mit dem Wert $\rho = 0.5$, beschrieben. Deshalb ist im Inneren der Kontaktzone wegen (2.51) der Spannungsintensitätsfaktor K_{II}^{CT} auf einen Spannungsexponenten $\lambda < \frac{1}{2}$ bezogen.

3.1.3 Zusammenhang zwischen TF- und CT-Spannungsintensitäten beim Kleinbereich-Kontakt

Bei verschwindender Reibung ($\rho = 0$) wird durch die Tangentialverschiebung der Rißufer keine Energie umgesetzt, da dann Traktionen und Verschiebungen senkrecht zueinander sind. Die Wegunabhängigkeit des J -Integrals (2.15) bleibt beim reibungsfreien Rißuferkontakt also erhalten.

Beim reibungsfreien SSC kann das J -Integral sowohl entlang eines Weges Γ_1 auf der Längenskala der öffnungsdominierten TF-Spannungsfelder als auch entlang des Weges Γ_2 auf der Längenskala der kontaktdominierten CT-Spannungsfelder bestimmt werden. Der Zusammenhang zwischen dem J -Integral und den jeweiligen K-Faktoren ist durch (2.19, 20) gegeben.

Wegen der Wegunabhängigkeit des J -Integrals muß gelten [Ara91]

$$K_{II}^{CT^2} = |K^{TF}|^2 \quad \text{mit} \quad |K^{TF}| = |K_I^{TF} + iK_{II}^{TF}|. \quad (3.3)$$

Die Wahl des Vorzeichens von K_{II}^{CT} muß so erfolgen, daß an den Rißufern innerhalb der Kontaktzone kompressive Normalspannungen wirken, also $K_{II}^{CT} = -|K^{TF}|$. Diese Beziehung zwischen äußeren und inneren K-Faktoren kann in einer FE-Rechnung zum reibungsfreien SSC-Fall nachgewiesen werden (Tab. 3).

Tab. 3: Zum Zusammenhang zwischen der Scherspannungsintensität im Inneren der Kontaktzone und den Spannungsintensitäten des sie umschließenden öffnungsdominierten Beanspruchungszustandes bei verschwindender Reibung an den Rißufern ($\rho = 0$).

$\epsilon = 0.083$ $a = 514 \mu\text{m}$ $\psi_L = -72.5^\circ$	K-Faktoren aus der Extrapolation der Ligamentspannungen		
$L = 1 \mu\text{m}$ $\rho = 0$	Untere Grenze	Obere Grenze	Analytischer Vergleichswert ¹
$K_I^{TF} / \sigma_0 \sqrt{\mu\text{m}}$	12.5	13.0	12.77
$K_{II}^{TF} / \sigma_0 \sqrt{\mu\text{m}}$	-39.5	-39.0	-38.69 ¹
$K_{II}^{CT} / \sigma_0 \sqrt{\mu\text{m}}$	-41.4	-41.1	-40.70 ²

1) für den unendlich ausgedehnten Zweikomponentenverbund mit mittigem Grenzflächenriß [Ric88]

2) $|K^{TF}|$ aus (3.42)

Über Ergebnisse der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen zum reibungsbehafteten SSC-Rißuferkontakt sowie über Einzelheiten der FE-Modellierung wird in Abschnitt 7 berichtet.

3.1.4 Relevanz des Rißuferkontaktes bei der experimentellen Ermittlung der Grenzflächenzähigkeit unter öffnungsdominierter Beanspruchung

Ob dem Rißuferkontakt eine physikalische Relevanz zukommt, hängt nicht ausschließlich von der absoluten Länge r_C der Kontaktzone ab. Für die Beurteilung muß zusätzlich eine Aussage gemacht werden über die Ausdehnung der anderen, im zugrunde gelegten Rißmodell auftretenden Längenskalen (Bild 7).

Ist die Ausdehnung der Prozeßzone

$$r_D \approx r_C, \quad (3.4)$$

so kann der Rißuferkontakt unter den im einzelnen nicht untersuchten Vorgängen innerhalb der Prozeßzone subsummiert und vernachlässigt werden.

Ist dagegen

$$r_D \ll r_C, \quad (3.5)$$

so findet das Versagen unter der Wirkung der CT-Spannungsfelder (2.49), also unter einachsiger, negativer Scherbeanspruchung statt. In diesem Fall beeinflusst die Kontaktzone das Versagensverhalten der Prozeßzone.

Ist zusätzlich die Kontaktlänge deutlich kleiner als die Ausdehnung r_K der äußeren, öffnungsdominierten K-Dominanzzone,

$$r_C \ll r_K, \quad (3.6)$$

so ist die Beschreibung des Beanspruchungszustandes durch die öffnungsdominierten Spannungsintensitätsfaktoren $(K_{I,L}^{TF}, K_{II,L}^{TF})$ weiterhin möglich. Diesen Fall bezeichnet man als Kleinbereich-Rißuferkontakt (*small scale contact* (SSC)). Dann koexistieren die Nahfeldlösungen des TF- und des CT-Elastizitätsproblems (2.30, 49) auf unterschiedlichen Längenskalen.

Diese Koexistenz der linear-elastischen Spannungsfelder beim SSC läßt sich durch Vergleich der Spannungsverteilung einer entsprechenden FE-Modellrechnung mit den analytischen Lösungen nachweisen (Bild 16). Dies gilt auch bei nichtverschwindender Reibung an den Rißufern ($\rho \neq 0$). Man erkennt, daß die mit dem FE-Modell des in Bild 12 skizzierten Kleinbereich-Rißuferkontaktes numerisch ermittelte Spannungsverteilung (grau/weiß-schattiert) in großer Entfernung mit der analytischen, öffnungsdominierten Nahfeldlösung (2.30) übereinstimmt, weit im Inneren der Kontaktzone dagegen mit der analytischen, kontaktdominierten Nahfeldlösung (2.49) (Bild 16, Spalte links bzw. rechts).

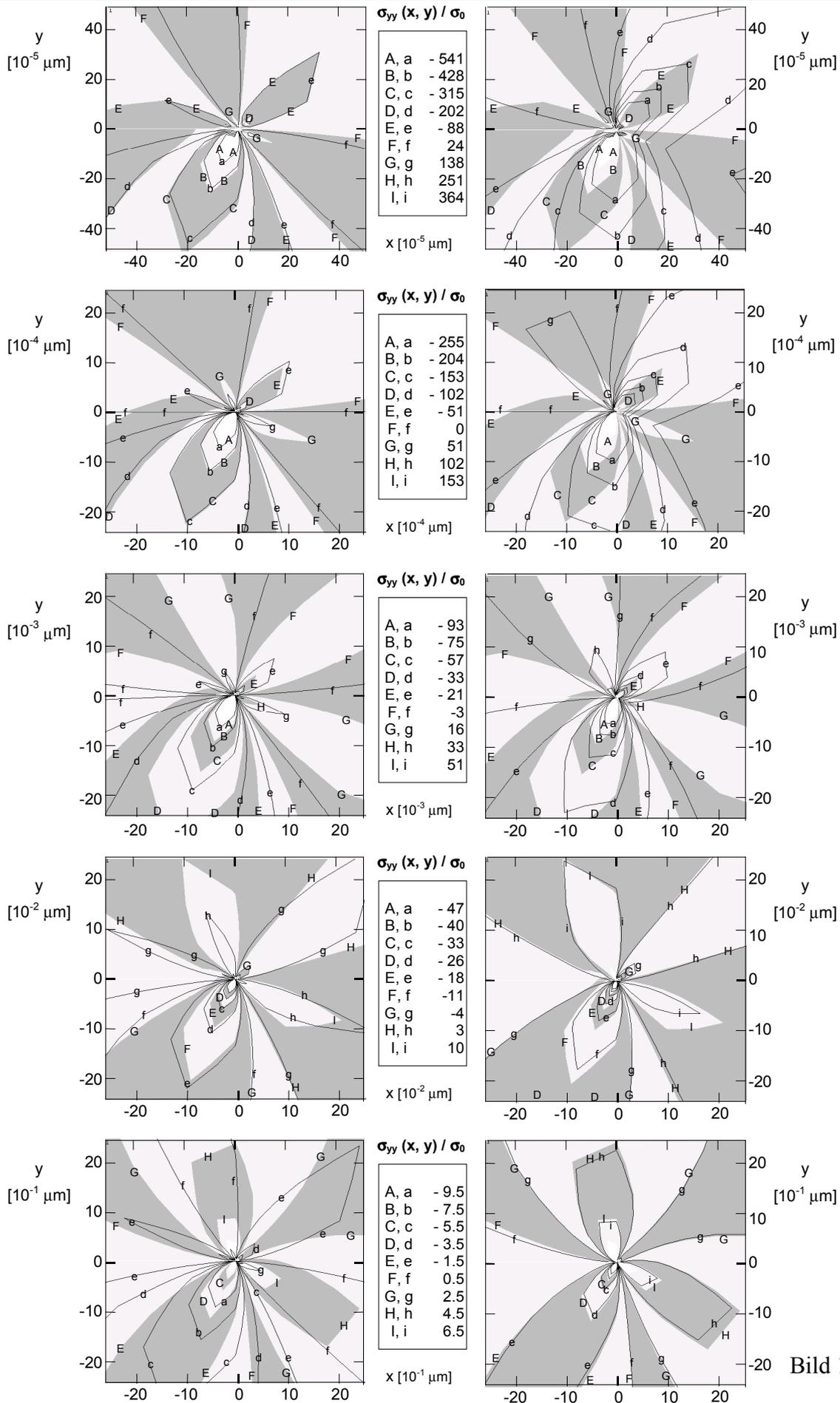


Bild 16

Bild 16: Vergleich des FE-ermittelten $\sigma_{yy}(x, y)$ -Feldes mit den entsprechenden analytischen TF- bzw. CT-Nahfeldern für nichtverschwindenden Gleitreibungskoeffizienten, $\rho = 0.5$, bei $\psi_{1\mu m} = -72.5^\circ$. *Schattiert*: FE-Lösung, *Linie*: TF-Lösung (2.30) (rechts) und CT-Lösung (2.49) (links). Auf analoge Weise kann für die $\sigma_{xx}(x, y)$ - bzw. $\sigma_{xy}(x, y)$ -Felder diese Übereinstimmung verifiziert werden.

3.1.5 Systematisierung der Beanspruchungszustände

Für die folgende Systematisierung der Beanspruchungszustände am Grenzflächenriß mit Kleinbereich-Kontakt der Rißufer wird als Referenzlänge die Längeneinheit $L = u = 1\mu m$ zugrundegelegt. Die Abhängigkeit der Kontaktlänge r_C vom Mixed-Mode-Winkel wird aus (3.2) bestimmt. Es wird davon ausgegangen, daß die Ausdehnung der K-Dominanzzone ein Prozent der Rißlänge beträgt, $r_K = 0.01a$, und weiterhin eine Ausdehnung der Prozeßzone von $r_D = 0.01\mu m$ unterstellt.

Der physikalische Einfluß des Rißuferkontaktes kann an Hand des Verhältnisses von Kontaktlänge und Prozeßzone, $\frac{r_C}{r_D}$, beurteilt werden.

Die Charakterisierbarkeit des Beanspruchungszustandes mittels öffnungsdominierter K-Faktoren kann hingegen an Hand des Verhältnisses der Kontaktlänge zur Ausdehnung K-Dominanzzone, $\frac{r_C}{r_K}$, beurteilt werden.

Bild 17 zeigt den Logarithmus beider Längenverhältnisse als Funktion des Mixed-Mode-Winkels $\psi_{1\mu m}$. Man erkennt, daß unterhalb der Schwelle $\psi_{1\mu m} < -72^\circ$ die Kontaktlänge um mindestens eine Dekade größer ist als die Prozeßzone. Versagen findet also unter der Wirkung des CT-Nahfeldes statt. Man erkennt weiter, daß oberhalb der Schwelle $\psi_{1\mu m} > -82^\circ$ die Kontaktlänge um mindestens eine Dekade kleiner ist als die K-Dominanzzone. Die Charakterisierung des Beanspruchungszustandes ist oberhalb dieser Schwelle durch die öffnungsdominierten K-Faktoren des TF-Nahfeldes also noch möglich.

In dem Intervall

$$-82^\circ \leq \psi_{1\mu m} \leq -72^\circ \quad (3.7)$$

bewirkt also die Kontaktzone eine einachsige Scherbeanspruchung der Prozeßzone, während gleichzeitig die Kontaktzone von dem zweiachsigen, öffnungsdominierten Beanspruchungszustand umschlossen wird. In diesem Mixed-Mode-Intervall liegt also Kleinbereich-Kontakt (SSC) vor.

Erreicht die Kontaktlänge die Größenordnung der Rißlänge, so kann der Spannungszustand nicht mehr durch öffnungsdominierte K-Faktoren charakterisiert werden. Die öffnungsdominierte Charakterisierung der örtlichen Beanspruchung an der Rißspitze ist nur möglich für

$$\psi_{1\mu m} \geq -82^\circ. \quad (3.8)$$

Andererseits schrumpft die Kontaktlänge für $\psi_{1\mu m} \geq -72^\circ$ auf subatomare Größe, so daß der Rißuferkontakt dann irrelevant wird.

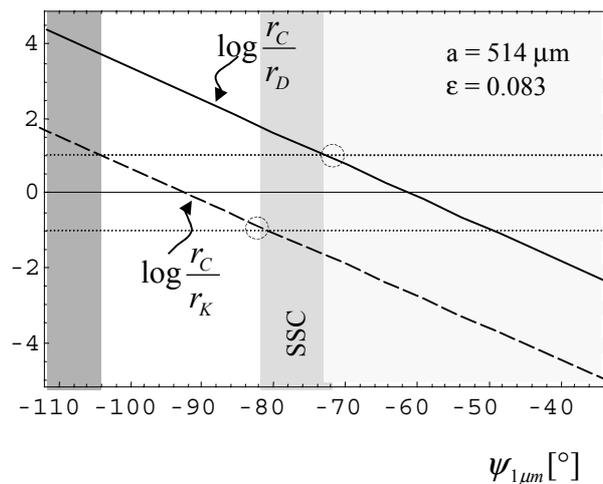
Die Prüfeinrichtung zur Realisierung von örtlichen Mixed-Mode-Zuständen sollte also so konzipiert werden, daß das Mixed-Mode-Spektrum

$$-80^\circ < \psi_{1\mu m} < 80^\circ \quad (3.9)$$

vollständig und möglichst kontinuierlich überstrichen werden kann (vgl. Abschnitt 4).

Die vorstehende Untersuchung des Rißuferkontaktes beschränkte sich auf Konfigurationen, wie sie typischerweise auftreten, wenn die durch den öffnungsdominierten Mixed-Mode-Winkel (2.38) beschriebene Beanspruchung im dritten oder in einem kleinen, benachbarten Segment des vierten Quadranten des $K_I^{TF} - K_{II}^{TF}$ -Raumes liegt (Bild 11). Nicht diskutiert wird in der vorliegenden Arbeit der Rißuferkontakt, wie er sich etwa beim *pull-out*-Versuch ausprägt [Sct99]. Dann liegt die auf der Basis von (2.38) charakterisierte Beanspruchung im ersten oder dritten Quadranten. Falls Kontakt auftritt, bleibt dabei immer ein Öffnungsbereich unmittelbar an der Rißspitze erhalten. Die Ausdehnung des Öffnungsbereiches nimmt mit der

Stärke der Kompressionsbelastung ab, verschwindet aber erst im Grenzfall $\psi_L \rightarrow +180^\circ$. Von Qian und Sun [Qia98] wurde (gleichsam als Negativ des SSC) eine Konfiguration bruchmechanisch beschrieben, bei der die Ausdehnung des *Öffnungsbereiches* sehr viel kleiner ist als die Kontaktzone. Zu diesem Zweck wurde das Nahfeld der Spannungsverteilung in einer Kontaktzone bestimmt, bei der die Relativverschiebung der Rißufer entgegengesetzt ist zur Situation im vierten Quadranten.



	Beanspruchung	Charakterisierung	Rißuferkontakt
	öffnungsdominiert	K_I^{TF}, K_{II}^{TF}	in die Prozeßzone subsummiert
	öffnungsdominiert	K_I^{TF}, K_{II}^{TF}	wirksam
	kontaktdominiert	K_{II}^{CT}	wirksam
	intermediär	keine	

Bild 17: Systematisierung der Beanspruchungszustände am Grenzflächenriß. Die Kontaktlänge $r_C(\psi_{1\mu\text{m}})$ wurde mit (3.2) bestimmt.

3.2 Rißspitzenplastizität

3.2.1 Überblick

3.2.1.1 Riß im homogen Ramberg-Osgood-Medium: HRR-Lösung

3.2.1.1.1 Herleitung der singulären HRR-Nahfelder für Mode I

Es wird ein Riß im einachsigen Zugspannungsfeld σ_∞ betrachtet. Die Richtung des Zugspannungsfeldes ist senkrecht zur Rißebe. Das Problem wird im Rahmen einer plastischen Deformationstheorie behandelt [Hut68], d.h. die Nichtlinearität des Problems entsteht ausschließlich aus der Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungs-Beziehung, während die Gleichgewichtsbeziehungen, das (technische) Dehnungsmaß (A.14) und die Dehnungs-Verschiebungs-Beziehungen unverändert aus der linearen Elastizitätstheorie übernommen werden. Die dieser Lösung zugrundeliegende Spannungs-Dehnungs-Beziehung (B.16) reduziert sich im einachsigen Zugspannungsfall auf das Ramberg-Osgood-Gesetz (B.3) für ein verfestigendes Material. In die Spannungs-Dehnungs-Beziehung geht als Vergleichsspannung die von Mises-Spannung $\bar{\sigma}$ ein. Wegen der engen Verwandtschaft zwischen der Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ und der Invariante J_2 des Spannungsdeviators (A.13) wird diese Herangehensweise als J_2 -Deformationstheorie bezeichnet.

Die Grundzüge des Lösungsverfahrens sind im wesentlichen analog zur Bestimmung der singulären Nahfelder am Riß im homogenen, linear-elastischen Medium (Williams-Verfahren [Wil52, Wil57]).

Die biharmonische Differentialgleichung für den Riß im homogenen, elastischen Medium wird für den Riß im homogenen Ramberg-Osgood-Medium mit den Materialparametern (n, α) um einen zusätzlichen Term γ erweitert

$$\Delta^4 \Phi + \gamma(\Phi, \bar{\sigma}, r, n, \alpha) = 0. \quad (3.10)$$

Für die Spannungsfunktion Φ wird ein Potenzreihenansatz in r angenommen, von dem nur der für $r \rightarrow 0$ dominierende Term berücksichtigt wird (Nahfeldnäherung). Die Spannungs-komponenten können dadurch in die Form

$$\sigma_{ij} = \sigma_Y \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_Y^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \theta) \quad (3.11)$$

gebracht werden [And95]. Da die plastische Verformungsenergie endlich bleiben muß, muß für die Energiedichte $w \propto \frac{1}{r}$ gelten. Daher gilt für die Dehnungskomponenten $\varepsilon_{ij} \propto \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{n}{n+1}}$.

Für den Fall, daß das Ramberg-Osgood-Materialgesetz durch ein stückweise lineares Materialgesetz ersetzt wird (vgl. Bild B2), erhält man wie beim ideal-elastischen Medium die Spannungssingularität $\sigma \propto 1/\sqrt{r}$ [Hut68].

3.2.1.1.2 Einschränkungen

- (3.11) ist eine Nahfeld-Lösung, d.h. die höheren Terme der Spannungsreihe werden vernachlässigt. Der Gültigkeitsbereich der asymptotischen Näherung (3.11) wird daher weit im Inneren der plastischen Zone liegen.
- Auch die zu (3.11) gehörenden Dehnungsfelder sind singulär. Es kommt also für $r \rightarrow 0$ zu großen Dehnungen, für die das in der Herleitung verwendete technische Dehnungsmaß (A.14) nicht mehr gültig ist. Die korrekte Berücksichtigung endlicher Deformationen durch Verwendung des logarithmischen Dehnungsmaßes (A.15) führt bei elastoplastischen Modellen zur Rißabstumpfung und zum Verlust der Spannungssingularität [Mee79].
- Die Beschreibung des elastisch-plastischen Problems mittels einer nichtlinearen Deformationstheorie ist an die Voraussetzung der proportionalen und monotonen Zunahme der Spannungskomponenten s_{ij} gebunden. Dies findet seinen Ausdruck in der einparametrischen Charakterisierung der Spannungskomponenten durch das J -Integral.

3.2.1.1.3 Erweiterungen

Von Rice und Rosengren [Ric68] wurde im analogen Verfahren eine Lösung für den Riß im Ramberg-Osgood-Medium unter Mode-II-Beanspruchung angegeben. Von Shih [Shi74] wurde mit der analogen Herangehensweise die singuläre Nahfeld-Lösung für den Riß im Ramberg-Osgood-Medium unter Mixed-Mode-Beanspruchung angegeben. Deren Struktur ist analog zur Mode-I-Lösung (3.11):

$$\sigma_{ij} = \sigma_Y \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_Y^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, M^P, n) \quad (3.12)$$

mit

$$M^P = \lim_{r \rightarrow 0} \arctan \frac{\sigma_{r\theta}(r, 0)}{\sigma_{\theta\theta}(r, 0)}. \quad (3.13)$$

Die Nahfeldlösungen (3.11, 12) werden als HRR-Felder bezeichnet.

Man erkennt an (3.12), daß auch die Mixed-Mode-HRR-Lösung in die radiale und die polare Abhängigkeit separiert werden kann. Die Intensität der Spannungssingularität in r wird durch $J^{\frac{1}{n+1}}$ beschrieben, während die Modenüberlagerung M^P ausschließlich die Struktur des Spannungstensors beeinflusst. Die Komponenten $\tilde{\sigma}_{ij}$ sind in [Sym90] tabelliert.

3.2.1.2 J_2 -Deformationstheorie des Grenzflächenrisses zwischen zwei Ramberg-Osgood-Medien

Die Bezeichnung J_2 -Deformationstheorie leitet sich ab aus der Verwendung des von Mises-Fließkriteriums, welches der zweiten Invariante J_2 des deviatorischen Spannungstensors (A.11) entspricht. Analog zum Kleinbereich-Rißuferkontakt SSC (3.6) werden im folgenden nur diejenigen Fälle betrachtet, bei der die Ausdehnung der plastischen Zone sehr viel kleiner ist als die Ausdehnung der öffnungsdominierten K-Dominanzzone. Als Kriterium wird von Zywicz und Parks [Zyw92] angegeben:

$$r_p < \frac{1}{20} r_K \text{ mit } r_K \approx 0.1L_c. \quad (3.14)$$

In diesem Fall ist im Außenbereich der K-Dominanzzone das linear-elastische, öffnungsdominierte Singulärfeld (2.30) durch die Gegenwart der plastischen Zone im Inneren der K-Dominanzzone noch nicht gestört, so daß die Charakterisierung des örtlichen Beanspruchungszustandes durch die öffnungsdominierten K-Faktoren (K_I^{TF}, K_{II}^{TF}) analog zum Grenzflächenriß im idealen linear-elastischen Medium möglich ist. Dieser Fall wird als Kleinbereich-Plastizität (Small Scale Yielding (SSY)) bezeichnet.

Im Rahmen der J_2 -Deformationstheorie liefert die Auswertung des J -Integrals bei SSY im Außenbereich der K-Dominanzzone die gleiche Beziehung (2.19) wie im ideal linear-elastischen Fall. Sein Wert stimmt dann mit der Energiefreisetzungsrate überein.

3.2.1.2.1 Kleine Dehnungen

Die Struktur der singulären SSY-Nahfelder am Grenzflächenriß zwischen zwei Ramberg-Osgood-Medien wurde im Rahmen der J_2 -Deformationstheorie von Shih und Asaro [Shi91] untersucht. Es wurde dabei das technische Dehnungsmaß (A.14) verwendet. Deshalb gilt auch diese Untersuchung nur für kleine plastische Dehnungen, $\varepsilon^p \leq 0.1$.

Das Material mit der niedrigeren Fließgrenze (σ_Y) wird im oberen Halbraum $y > 0$ angenommen.

Für EVZ können die Spannungskomponenten formuliert werden:

$$\sigma_{ij} = \sigma_Y \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_Y^2 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} h_{ij}(\theta, \hat{r}, \xi_u, n) \quad (3.15)$$

$$\text{mit } \hat{r} = \frac{r}{(J/\sigma_Y)} \quad (3.16)$$

und dem plastischen Mixed-Mode-Phasenwinkel

$$\xi = \psi_u + \varepsilon \ln\left(\frac{J}{\Lambda \sigma_y^2}\right) \quad (3.17)$$

mit $\Lambda = [(1-\nu_1)/\mu_1 + (1-\nu_2)/\mu_2]/4 \cosh^2 \pi \varepsilon$.

Der erste Summand von (3.17) beschreibt den Mixed-Mode-Winkel des linear-elastischen, oszillatorischen Spannungszustandes am Aufpunkt $L = 1u$ (u : Längeneinheit). Faßt man $\frac{J}{\Lambda \sigma_y^2}$ als Abschätzung für den Radius der plastischen Zone auf, so erkennt man aus dem Vergleich von (3.17) mit (2.43), daß ξ den Mixed-Mode-Winkel am Rand der plastischen Zone beschreibt.

Wegen der Art der Herleitung gelten die gleichen Einschränkungen wie bei der Lösung für den Riß im homogenen Ramberg-Osgood-Medium.

Man erkennt weiter an (3.15, 17), daß durch das Auftreten des J -Integrals in ξ die bei der HRR-Mixed-Mode-Lösung (3.12) mögliche Entkopplung in die radiale und polare Abhängigkeit verhindert wird. Jedoch ist für $-\pi/6 \leq \xi \leq \pi/6$ die J -Abhängigkeit von h_{ij} vergleichsweise gering, so daß die elastisch-plastischen *small-strain*-Felder am Grenzflächenriß immerhin näherungsweise mit $J^{\frac{1}{n+1}}$ skalieren [Shi89].

Die Untersuchung [Shi89] der Abstandsabhängigkeit des plastischen Mixed-Mode-Winkels auf der Basis der Ligamentspannungen,

$$\xi(r) = \arctan \frac{\sigma_{r\theta}(r,0)}{\sigma_{\theta\theta}(r,0)}, \quad (3.18)$$

zeigt, daß in der plastischen Zone die Drehung des Mixed-Mode-Zustandes pro Abstandsdekade,

$$\Delta \xi_{10} = -C, \quad (3.19)$$

mit $C < 0.01$ für $-\pi/6 \leq \xi \leq \pi/6$ und $r < 0.1r_p$ deutlich schwächer ausgeprägt ist als bei den linear-elastischen, öffnungsdominierten Feldern, bei welchen

$$\Delta\psi_{10} = -\varepsilon \ln 10 \quad (2.42)$$

mit $\varepsilon \approx 0.08$ gilt.

3.2.1.2.2 Endliche Dehnungen

Die Spannungsanalyse bei korrekter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität infolge endlicher Dehnungen [Shi91] gelangt zu folgenden Aussagen: Im Vergleich zur analogen Rechnung für den *Riß im homogenen Medium* sind

- die plastischen Zonen, die plastischen Dehnungen und das CTOD, sowie der hydrostatische Druck größer,
- die Spannungen innerhalb der plastischen Zone endlicher Dehnungen erreichen höhere Werte,
- die durch Plastizität bedingte Rißabstumpfung ist beim Grenzflächenriß stärker,
- die Spannungsfelder gehen für Abstände $r > \delta_{CTOD}$ über in die *small-strain*-Lösung.

3.2.1.3 Small-strain- J_2 -Deformationstherorie des Grenzflächenrisses zwischen einem idealplastischen Medium und einem elastischen Substrat

Für SSY-Bedingungen und kleine Dehnungen untersuchen ZywicZ und Parks [Zyw92] die Spannungs- und Dehnungsverteilungen im Inneren der plastischen Zone an einem Grenzflächenriß zwischen eine elastischen Substrat und einem idealplastischen Medium. Für unterschiedliche plastische Mixed-Mode-Winkel wurden die Spannungsverteilungen im Rahmen einer Gleitlinien²-Analyse [And95, Zyw92] systematisiert.

Demnach können beim EVZ am TF-Grenzflächenriß zwischen einem elastisch-idealplastischen Medium und einem elastischen Substrat verschiedene Spannungszustände in Kombination auftreten. Die Umgebung der Rißspitze zerfällt dabei in Sektoren, in denen einer der folgenden Spannungszustände herrscht (Bild 18):

² Die Tangente an eine Gleitlinie weist in die Richtung der extremalen örtlichen Schubspannung. An einem Aufpunkt x stehen die zu den extremalen Schubspannungen gehörenden Gleitlinien aufeinander senkrecht und repräsentieren das lokale Scherspannungshauptachsensystem (A. 9).

A: elastischer Sektor: hier entspricht das Spannungsfeld der linear-elastischen Lösung für den halbunendlichen Keil mit dem Keilwinkel φ und Normal- und Scherspannungen an beiden Flanken [Tim82].

B: Konstanter Sektor: Die kartesischen Spannungskomponenten sind konstant.

C: Radialer Sektor: Für die zylindrischen Spannungskomponenten gilt für $r \rightarrow 0$:

$$\sigma_{rr}(r, \theta) = \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) = \frac{(\bar{a} - 2\theta)}{\sqrt{3}} \sigma_Y \quad \text{mit } \bar{a} = \text{const.}, \quad (3.20)$$

$$|\sigma_{r\theta}(r, \theta)| = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}}.$$

Die einzige singuläre Komponente des Verzerrungstensors ist hier $\gamma_{r\theta}(r, \theta)$.

D: Quasi-konstanter Sektor: Ähnliche Eigenschaften wie B.

Die Spannungszustände A, B, C für EVZ sind sowohl am Riß im homogenen als auch am Grenzflächenriß möglich, während D nur am Grenzflächenriß auftritt.

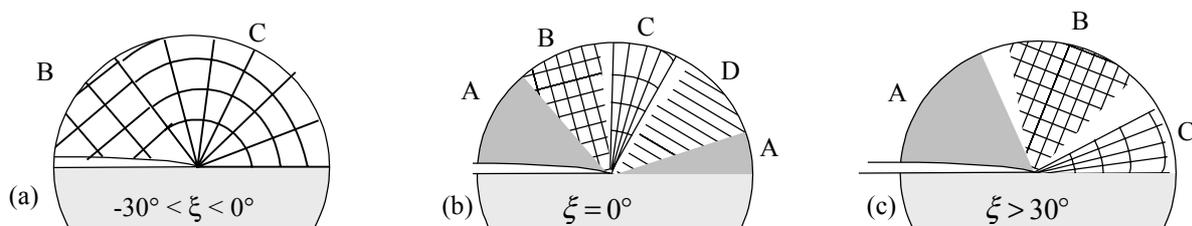


Bild 18: Kombiniertes Auftreten unterschiedlicher elastischer und plastischer Spannungszustände am Riß zwischen einem elastischen und einem elastisch-idealplastischen Medium bei unterschiedlicher Modenüberlagerung (Nahfeld, kleine Dehnungen, EVZ) [Ara91, Zyw92].

In [Zyw92] wird bemerkt, daß die Gleitlinienlösung für $-30^\circ < \xi < 0^\circ$ (Bild 18a) dem Prandtl-Gleitlinienfeld [Pra20] verwandt ist. Bei letzterem tritt zusätzlich zu den Feldern B (für $180^\circ > \theta > 135^\circ$) und C (für $135^\circ > \theta > 45^\circ$) ein dem Typus B ähnlicher Sektor in $45^\circ > \theta > 0^\circ$ auf.

3.2.1.4 Zusammenfassung

Die verschiedenen Klassen von Spannungszuständen an einem Grenzflächenriß zwischen zwei elastoplastischen Medien können analog zum Riß im homogenen Medium unterschiedlichen Längenskalen zugeordnet werden (Bild 19).

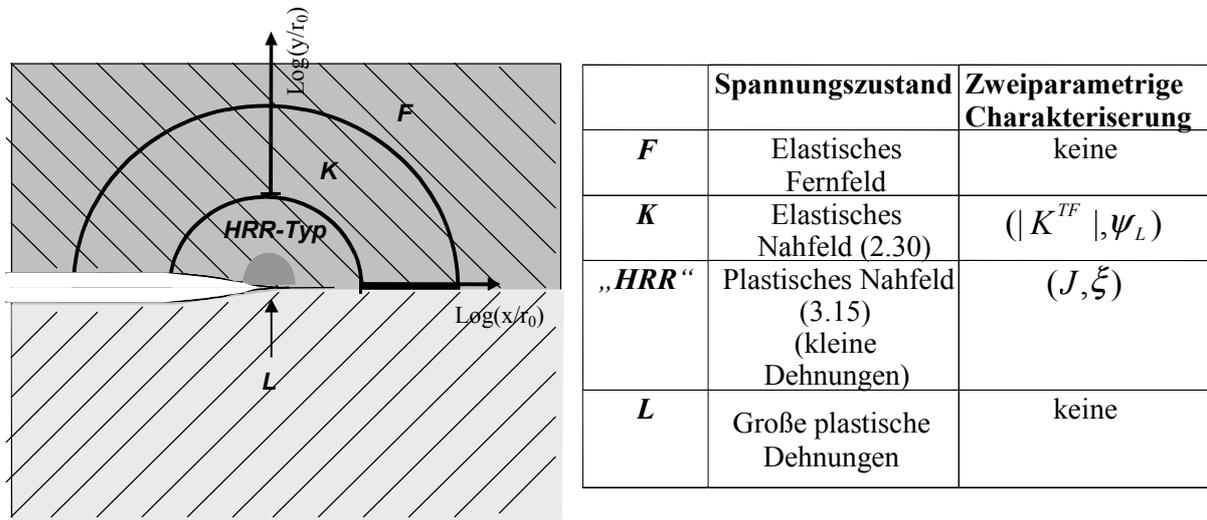


Bild 19: Längenskalen am Grenzflächenriß zwischen einem elastisch-idealplastischen Medium und einem ideal-elastischen Substrat bei Kleinbereich-Plastizität (SSY).

3.2.1.5 Abschätzung der Größe der plastischen Zone bei Kleinbereich-Plastizität

Im Rahmen des SSY-Falles ist eine Abschätzung der Ausdehnung r_p der plastischen Zone auf zwei Wegen möglich. Es wird dabei jeweils ein elastisch-plastisches Medium mit der Fließgrenze σ_y im Halbraum $y > 0$ und ein ideal-elastisches Medium in $y < 0$ angenommen.

Durch Einsetzen der linear-elastischen Nahfelder (2.30) in die von Mises-Vergleichsspannung $\bar{\sigma}(r, \theta)$ (A.13) erhält man deren Verteilung $\bar{\sigma}(r, \theta)$ für den EVZ bzw. ESZ. Der Verlauf der Iso-Kontur für $\bar{\sigma} = \sigma_y$ liefert die ungefähre Ausdehnung der plastischen Zone.

Alternativ kann mit dem Williams-Verfahren [Wil57, Wil52] die Ortsabhängigkeit der Vergleichsspannung $\bar{\sigma}(r, \theta)$ aus einem Reihenansatz bestimmt werden [Zyw89]. Gleichsetzen $\bar{\sigma} = \sigma_y$ liefert den Radius der von Mises-Kontur als Funktion des Polarwinkels

$$r_p(\theta) = \frac{3|K^{TF}|^2}{\sigma_Y 8\pi \cosh^2(\pi\varepsilon)} \times \left\{ \begin{array}{l} 2 \cos(\theta + 2\zeta(\theta)) \left[\left(\frac{4D}{3} - 1\right) e^{2\varepsilon(\theta-\pi)} - (2\varepsilon \sin \theta + \cos \theta) \right] \\ + e^{2\varepsilon(\theta-\pi)} \left[(2\varepsilon \sin \theta + \cos \theta)^2 + 2\left(\frac{4D}{3} - 1\right) + e^{2\varepsilon(\theta-\pi)} \right] \end{array} \right\} \quad (3.21)$$

mit (B.10) für EVZ bzw. ESZ. Für den Phasenwinkel $\zeta(\theta)$ gilt ein impliziter Ausdruck, aus dem $\zeta(\theta)$ durch Iteration bestimmt werden kann. Beim ersten Iterationsschritt ist

$$\zeta(\theta) = \zeta_0 \quad (3.22)$$

mit

$$\zeta_0 = \arctan \frac{K_{II,L}^{TF}}{K_{I,L}^{TF}} + \varepsilon \ln \left\{ \frac{|K^{TF}|^2}{\sigma_Y^2 \pi \cosh^2(\pi\varepsilon)} \right\}. \quad (3.23)$$

Die nächsthöhere Korrektur durch den zweiten Iterationsschritt liefert nur noch eine geringfügige Änderung der von Mises-Kontur.

Wählt man für die Referenzlänge die Längeneinheit, $L = 1u$ und vergleicht (3.23) mit (2.38, 43) so erkennt man, daß sich ζ_0 von dem durch Shih und Asaro [Shi89] definierten plastischen Mixed-Mode-Winkel ξ (3.17) nur um einen Phasenwinkel unterscheidet. Der Winkel ζ_0 beschreibt also den Mixed-Mode-Winkel auf dem Ligament im Abstand

$$R_p = \frac{|K^{TF}|^2}{\sigma_Y^2 \pi \cosh^2(\pi\varepsilon)} \quad (3.24)$$

von der Rißspitze. Bild 20 zeigt auf R_p normierte von Mises-Konturen (3.21) für unterschiedliche Mixed-Mode-Winkel $\psi_{1\mu m}$ bei EVZ und $|K^{TF}| = const$. Man erkennt, daß die plastische Zone in Gestalt und Ausdehnung empfindlich von der Modenüberlagerung ζ_0 abhängt. Insbesondere erkennt man, daß die Ausdehnung der plastischen Zone minimal wird, wenn diese annähernd einer reinen Mode-I-Beanspruchung unterworfen ist ($\zeta_0 = 10^\circ$).

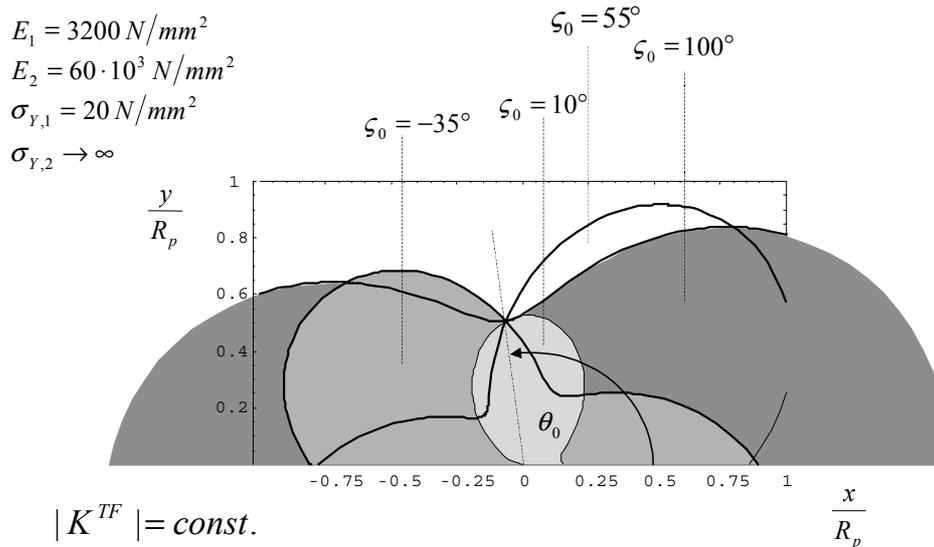


Bild 20: Abhängigkeit der Gestalt der von Mises-Kontur vom plastischen Mixed-Mode-Winkel (3.23) für den Grenzflächenriß zwischen einem elastisch-idealplastischen Medium und einem ideal-elastischen Substrat bei Kleinbereich-Plastizität (SSY).

Man erkennt weiter, daß unter dem Winkel θ_0 der Abstand der von Mises-Kontur von der Rißspitze unabhängig wird von der plastischen Modenüberlagerung ζ_0 . Dieser Abstand ist

$$r_p \approx 0.6 R_p \quad . \quad (3.25)$$

Die Ergebnisse der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen zur SSY-Plastizität am Grenzflächenriß werden in Abschnitt 8 diskutiert.

4 Konzeption der Prüfvorrichtung zur Realisierung von überlagerter örtlicher Normal- und Schubbeanspruchung

4.1 Ausgangssituation und Literaturüberblick

Ziel ist es, durch Änderung der Geometrieparameter an der Belastungseinrichtung eine Variation der lokalen Überlagerung ψ_L von Normal- und Schubbeanspruchung an der Spitze des Grenzflächenrisses zu bewirken. Wünschenswert ist, daß ein möglichst weiter Bereich des der linearen Elastizitätstheorie zugänglichen Intervalls $-80^\circ < \psi_{1\mu m} < 80^\circ$ von überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung überstrichen werden kann.

Von den Versuchsgeometrien, die eine Variation der örtlichen gemischten Belastung am Riß im homogenen Medium erlauben, wurden einige modifiziert für die Untersuchung der Grenzflächenzähigkeit verwendet [Dow92].

4.1.1 DCB-Test

Thouless [Tho90]: Die beiden Arme des asymmetrischen DCB-Test sind aus Glas und wurden mit einem Thermoplast verklebt. Die Dicke der Klebeschicht betrug $10 - 20 \mu m$. Die Spreizung der Arme geschah durch Hineintreiben eines Keils. Über das Dickenverhältnis n konnten Mixed-mode-Winkel zwischen $0^\circ < \psi < 40^\circ$ eingestellt werden. Die Grenzflächenzähigkeiten erreichen Maximalwerte von $G_c \leq 3 J/m^2$.

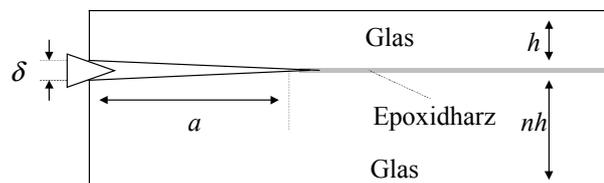


Bild 21: DCB-Test nach Thouless.

Cao und Evans [Cao89]: Die einheitlich aus Glas oder poliertem Aluminium (Rauigkeit: ca. $0.1 \mu m$) bestehenden Arme des asymmetrischen DCB wurden mit einem Thermoplast verklebt. Über die Dicke der Klebeschicht finden sich keine Angaben. Zu den Werten der Grenzflächenzähigkeit vgl. 4.1.2.

4.1.2 4-Punkt-Biegung

Cao und Evans [Cao89]: Um das Mixed-mode-Spektrum zu erweitern, wurden die Materialsysteme Glas/Thermoplast und Aluminium/Thermoplast auch in der 4-Punkt-Biegung getestet. Das insgesamt zugängliche Mixed-mode-Spektrum war

damit $0^\circ < \psi < 80^\circ$. Die gemessene Grenzflächenzähigkeit steigt mit zunehmender Scherkomponente stark an und erreicht Werte von $G_c \leq 20 \text{ J/m}^2$ für die Kombination Thermoplast/Glas und $G_c \leq 2.5 \text{ J/m}^2$ Thermoplast/Aluminium.

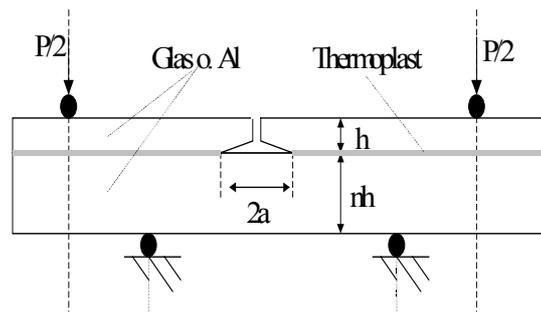


Bild 22: 4-Punkt-Biegung nach Cao/Evans.

Xu und Tippur [Xu95]: Die beiden Hälften des Biegestabes bestehen aus unterschiedlichen Materialien: PMMA bzw. Aluminium. Sie wurden mittels Zweikomponentenklebstoff verbunden. Die Dicke der Klebschicht war $50\text{--}100 \mu\text{m}$. Die Rauigkeit der Aluminiumoberfläche wurde auf $1.5 \mu\text{m}$ eingestellt. Das realisierbare Mixed-mode-Spektrum war

$-80^\circ < \psi < 100^\circ$. Die Grenzflächenzähigkeit zeigt eine sehr starke Mixed-Mode-Abhängigkeit. Das G_c -Minimum von einigen J/m^2 liegt bei $\psi \approx 45^\circ$. Für negative Mixed-mode-Winkel erreicht G_c maximal 30 J/m^2 , für positive etwa 7 J/m^2 . Die $G_c(\psi)$ -Kurve ist leicht asymmetrisch in Bezug auf das Minimum. Dies wird als Einfluß des Rißuferkontaktes bei negativen Scherzuständen interpretiert.

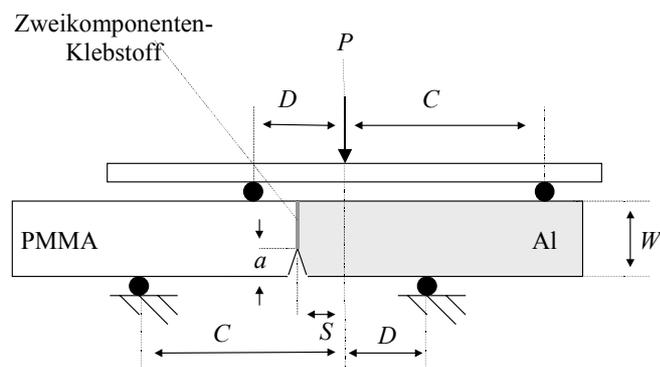


Bild 23: 4-Punkt-Biegung nach Xu/Tippur.

4.1.3 Brazil-Nut-Specimen (BNS)

Wang und Suo [Wan90]: Es wurden Halbscheiben-Paare aus Stahl, Aluminium, Messing und Plexiglas jeweils mit Epoxidharz geklebt. Die Dicke der Epoxidschicht betrug $80 - 300 \mu\text{m}$. Die Anfangsschädigung lag in der Mitte der Scheiben. Der Mixed-mode-Bereich konnte damit zwischen $0^\circ < \psi < 80^\circ$ variiert werden. Auch hier ist ein deutlicher Anstieg der Grenzflächenzähigkeit mit zunehmender Scherbeanspruchung zu erkennen. Die gemessenen Werte variieren zwischen $5 < G_c < 120 \text{ J/m}^2$. Die Spannungszustände an den beiden Rißspitzen unterscheiden sich hinsichtlich des Vorzeichens der Schubbeanspruchung (vgl. Bild 28).

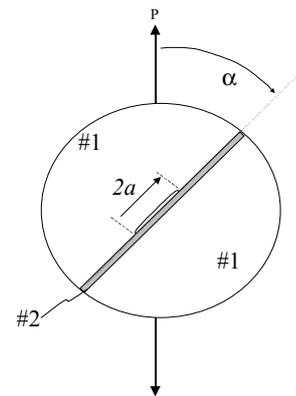


Bild 24: Brazil-Nut-Specimen (BNS) im Zugversuch.

WANG, J.S.: [Wan95]: Die Stirnseiten eines Al-Halbscheibenpaares wurden durch Sintern bei ca. 1300°C mit einer Cu-Schicht geklebt. Es wurde ein Anfangsriß präpariert, der die Kupferschicht kreuzt, so daß an beiden Rißspitzen aus Symmetriegründen der gleiche Spannungszustand vorliegt. Der Anfangsriß wurde mittels einer 20nm -Trennschicht aus Graphit erzeugt. Zwar wurde das volle Intervall $-90^\circ < \psi < 90^\circ$ untersucht, jedoch liegen die Meßpunkte in großem Abstand von $\Delta\psi \approx 20^\circ$. Die gemessenen Werte variieren zwischen $6 < G_c < 23 \text{ J/m}^2$.

Wang, C.H.: [Wan97]: Mit einer zum Brazilian-Disk äquivalenten Lasteinleitung wird die Zähigkeit einer $150 - 200 \mu\text{m}$ starken Epoxidharz-Schicht zwischen zwei Substraten aus Stahl untersucht. Die Anfangsschädigung lag in der Mitte der Klebeschicht. Der Mixed-mode-Bereich konnte damit zwischen $0^\circ < \psi < 90^\circ$ variiert werden. Die Grenzflächenzähigkeit liegt zwischen $150 < G_c < 750 \text{ J/m}^2$.

Yuuki et al. [Yuu94]: Zwei Aluminium-Halbscheiben wurden mit einer 2mm starken Epoxidharzschicht verbunden. Die Belastung des BNS erfolgte sowohl im Zug- als auch im Druckversuch. Dadurch konnte die Modenüberlagerung auf $-90^\circ < \psi < 90^\circ$ erweitert werden. Die Rißausbreitung fand nicht immer in der Al-Epoxid-Grenzschicht statt. Die Autoren

berichten, daß bisweilen Kohäsionsbruch im Metall oder in der Epoxidschicht auftrat. Die gemessenen Bruchenergien variieren zwischen $6 < G_c < 40 \text{ J/m}^2$.

4.1.4 SEN-Prüfkörper

Pang [Pan95]: Zwei Aluminiumplatten wurden an ihren Stirnseiten mit Epoxidharz geklebt. Die Dicke der Epoxidschicht betrug etwa $100 \mu\text{m}$. Die Variation des Mixed-Mode-Winkels von 0° bis 90° in Schritten von 22.5° erfolgt durch Einleiten der Zugkraft in unterschiedliche Richtungen. Die Zähigkeit der Klebeverbindung hängt im Gegensatz zu den anderen Arbeiten nur moderat von der Modeüberlagerung ab und erreicht maximal $G_c \approx 45 \text{ J/m}^2$.

Ikeda/Miyazaki [Ike98]: Es wurde die Grenzflächenzähigkeit an Kombinationen von bulk-Materialien untersucht: PMMA/Epoxidharz (ME) und Aluminium/Epoxidharz (AE). Die Variation der Modenüberlagerung in diskreten Schritten ist primär durch den Winkel bestimmt, den die Grenzschicht mit der Wirkungsrichtung der Zugkraft einnimmt. Sekundär kommt eine ψ -Abhängigkeit von der Rißlänge hinzu. Das zugängliche Mixed-mode-Spektrum ist $-50^\circ < \psi < 50^\circ$ für das System ME und $-30^\circ > \psi < 70^\circ$ für das System AE. In beiden Fällen zeigt sich eine deutliche Abhängigkeit der Bruchenergie von der Modenüberlagerung, $95 < G_c < 190 \text{ J/m}^2$ für das System ME und $50 < G_c < 480 \text{ J/m}^2$ für AE.

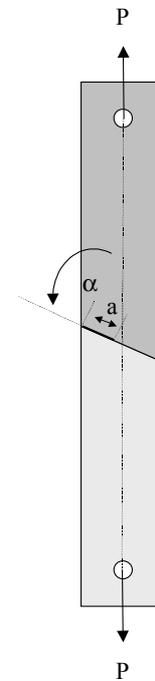


Bild 25: SEN-Prüfkörper nach Ikeda/Miyazaki.

4.1.5 Verformungsvorgabe

Liechti/Chai[Lie91] untersuchen die Epoxid-Glas-Grenzflächenzähigkeit an einem SEN-Verbund, dessen Außenabmessungen $(l, h) = (17, 1.3) \text{ cm}$ betragen. Der Verbund ist an seinen Oberflächen mit den Klemmbacken fest verbunden. Die Mixed-Mode-Beanspruchung wird durch Parallelverschiebung der oberen gegenüber der unteren Klemme eingepreßt. Das damit erzielbare Mixed-Mode-Spektrum ist $-50^\circ \leq \psi \leq 90^\circ$. Die Grenzflächenzähigkeit variiert dabei zwischen $5 \leq \frac{G_c}{(\text{J/m}^2)} \leq 35$. Mit optischen Interferenzmethoden wurde die Rißöffnung unter Belastung vermessen.

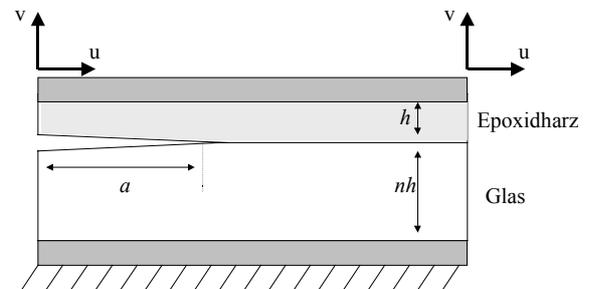


Bild 26: Mixed-Mode-Beanspruchung eines SEN-Prüfkörpers zwischen zwei steifen Klemmbacken nach Liechti/Chai.

Tab. 4: Auswahl von Arbeiten zur Grenzflächenzähigkeit bei gemischter Beanspruchung.

Materialsystem	G_c - Minimum [J/m ²]	G_c - Maximum [J/m ²]	Mixed-Mode- Spektrum	Prüfmethode	#s	Referenz
Thermoplast/Glas Al/Glas	5	20 25	$0^\circ < \psi < 80^\circ$ $0^\circ < \psi < 80^\circ$	DCB, 4-Punkt-Biegung	1	Cao/Evans (1989) [89]
Epoxid/Glas	5	35	$-50^\circ < \psi < 90^\circ$	SEN, Verformungsvorgabe	1	Liechti/Chai (1990) [97]
Epoxid/Glas	1	3	$0^\circ < \psi < 40^\circ$	DCB	1	Thouless (1990) [88]
Epoxid/Stahl, -/Messing, -/Al, -/PMMA	5	120	$0^\circ < \psi < 80^\circ$	Brazilian Disk	2	Wang/Suo (1990) [91]
Cu/Al, Cu/Saphir	5	25	$-90^\circ < \psi < 90^\circ$	Brazilian Disk	2	Wang, J.S. (1995) [92]
Epoxid/Al	6	40	$-120^\circ < \psi < -50^\circ$ $-10^\circ < \psi < 90^\circ$	Brazilian Disk	2	Yuuki et al. (1994) [94]
Epoxid/Al	35	45	$0^\circ < \psi < 90^\circ$	SEN	1	Pang (1995) [95]
PMMA/Al	2	30	$-70^\circ < \psi < 90^\circ$	4-Punkt-Biegung	1	Xu/Tippur (1995) [90]
Epoxid/Stahl	150	750	$0^\circ < \psi < 90^\circ$	Brazilian Disk	2	Wang, C.H. (1997) [93]
Epoxid/PMMA Epoxid/Al	95 50	190 480	$-50^\circ < \psi < 50^\circ$ $-30^\circ < \psi < 70^\circ$	SEN	1	Ikeda/Miyazaki (1998) [96]

#s: Anzahl der Rißspitzen

4.1.6 Diskussion

Aus den zitierten Arbeiten ist ersichtlich, daß der Grenzflächenaspekt auf unterschiedliche Weise eingeführt werden kann: Die Arbeiten [Tho90, Cao89, Xu95, Wan90, Pan95] untersuchen Verbunde, bei denen zwei Substrate aus dem gleichen Material mittels einer vergleichsweise dünnen Adhäsivschicht (Thermoplast- oder Epoxidharz) verbunden sind. Dagegen sind bei [Wan95, Yuu94, Ike98, Lie97] die Abmessungen von Adhäsiv und Substrat derart, daß von einem Verbund von bulk-Materialien unterschiedlicher elastischer Konstanten ausgegangen werden kann. Eine Sonderstellung nimmt der Prüfkörper von [Xu95] ein, bei dem zwei bulk-Materialien unterschiedlicher elastischer Konstanten mit einer Epoxidschicht geklebt sind.

Die Charakterisierung der örtlichen Belastung an einer Schädigungsstelle mit Spannungsüberhöhung mittels K-Faktoren setzt eine charakteristische Länge voraus, die so groß ist, daß das Materialgesetz innerhalb der K-Dominanzzone als weitgehend linear-elastisch angenommen werden kann. Die charakteristische Länge der o.g. Verbundgeometrien ist entweder durch die Rißlänge oder durch die kleinste Außenabmessung eines der beiden Haftpartner, oder durch die Dicke der Klebeschicht gegeben. Bei [88, 95] wird die Existenz der Klebeschicht vernachlässigt und die Bestimmung der K-Faktoren analog zum Riß im homogenen Medium behandelt ($\varepsilon = 0$). Dagegen wird bei [89-91] die Spannungskonzentration als Grenzflächenriß zwischen zwei unterschiedlichen Medien behandelt ($\varepsilon \neq 0$). Hierbei wird nicht danach unterschieden, ob adhäsives Versagen in der oberen oder der unteren Grenzschicht, oder kohäsives Versagen in der Mitte der Klebeschicht stattfindet (Bild 27). Die kritischen K-Faktoren beschreiben daher eine integrale Zähigkeit der jeweiligen Klebeschicht. Vermutlich wird durch die spezielle Wahl der Klebedicke die effektive Mixed-mode-Zähigkeit beeinflusst. Die unmittelbare Korrelation der kritischen Größen mit Grenzflächeneigenschaften ist dadurch gestört.

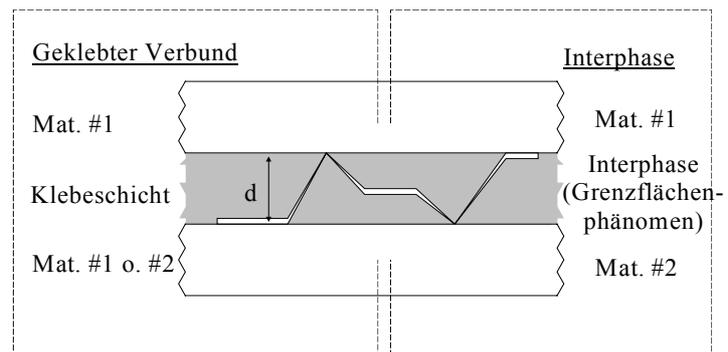


Bild 27: Prüfung der integralen Zähigkeit einer Klebnaht bzw. einer Interphase.

Auch bei den Prüfkörpern ohne Klebeschicht [Yuu94, Ike98, Lie91] wird sich aufgrund der chemisch-physikalischen Wechselwirkungen an der Grenzschicht eine zur Klebeschicht analoge Interphase ausbilden. Deren Zähigkeit ist jedoch ausschließlich durch die grenzflächen-spezifischen Wechselwirkungen zwischen beiden Haftpartnern festgelegt, so daß die willkürliche Wahl einer Klebedicke entfällt. Die Korrelation der kritischen Größen mit Grenzflächeneigenschaften ist hier also durch die Prüfkörpergeometrie nicht gestört. Hinzu kommt, daß eventuelles plastisches Fließen in einem der beiden Verbundpartner nicht durch die räumliche Begrenzung einer dünnen Schicht behindert wird. Da dem plastischen Fließen die vermutlich entscheidende Rolle bei der Modenabhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie zukommt (vgl. Abschnitt 8) ist es zudem wünschenswert, daß dieser Effekt nicht durch die willkürliche Formgebung des Prüfkörpers behindert wird. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit ein *bulk-bulk*-Prüfkörper gewählt, bei dem ein fester Zusammenhalt der beiden Verbundmedien ohne Klebeschicht erreicht werden kann.

Bei der von [Wan90, Wan95, Yuu94, Pan95] verwendeten BNS-Geometrie tritt zusätzlich die Problematik zweier Spannungssingularitäten auf. Aus Symmetriegründen sind die Scherspannungsintensitäten an den Rißspitzen entgegengesetzt gleich. Da das Versagen immer dort zuerst einsetzt, wo das Bruchkriterium (2.21) zuerst erfüllt ist, kann mit dieser Geometrie von Grenzflächen mit unsymmetrischen $G_c(\psi)$ -Kurven nur der niedriger liegende Zweig bestimmt werden (Bild 28).

Im BNS-Versuch von [Wan95], wird als Anfangsschädigung ein Riß präpariert, der die Klebeschicht kreuzt, so daß aus Symmetriegründen an beiden Rißspitzen der gleiche Spannungszustand vorliegt. Diese aufwendige Methode der Prüfkörperherstellung ist ungeeignet für die Untersuchung des Grenzflächenrisses zwischen zwei *bulk*-Medien.

In der vorliegenden Arbeit wird ein SEN-Probekörper untersucht. Die Kontaktbildung erfolgt durch Erhitzen der zu verbindenden Materialien auf die Schmelztemperatur des niedriger schmelzenden Mediums (Polymer). Die Kontaktbildung erfolgt also ohne Verwendung von Klebemittel ausschließlich durch die Wechselwirkung der Polymerschmelze mit dem Glassubstrat (vgl. Abschnitt 5.1). Im aufgebauten Experiment beträgt die lichte Höhe des LDPE-Blocks zwischen der Krafteinleitungsklemme und der Ebene der Grenzschicht $h_1 = 20 \text{ mm}$.

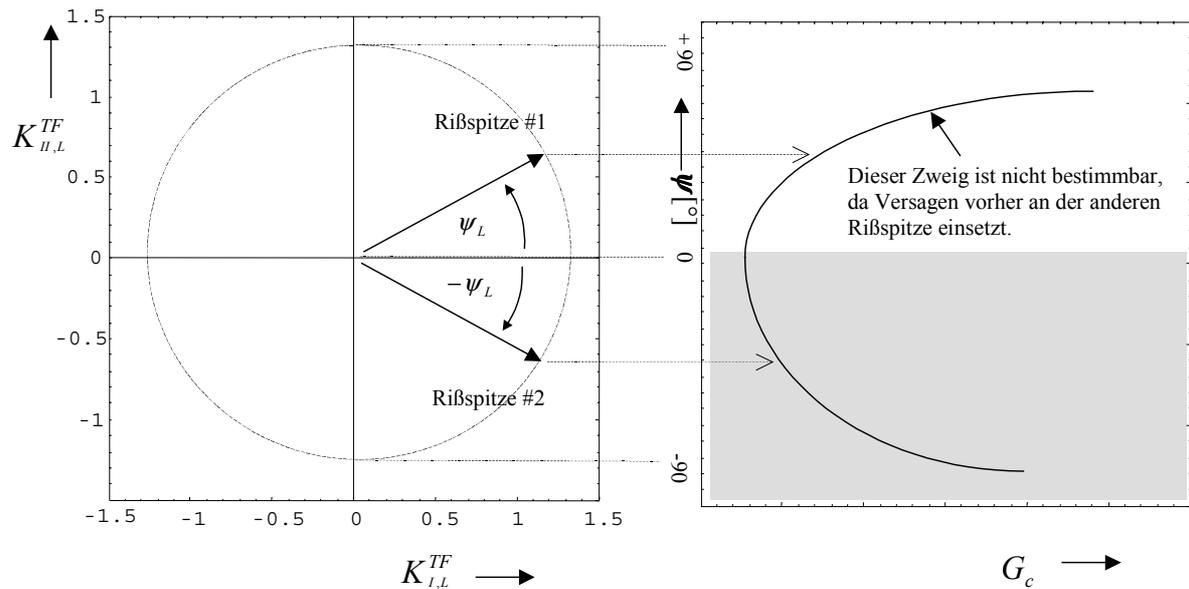


Bild 28: Beim Prüfkörper mit Mittelriß unterscheiden sich die beiden singulären Spannungszustände im Vorzeichen der örtlichen Mode II Belastung. Versagen tritt dort zuerst ein, wo die Grenzflächenbruchenergie G_c niedriger ist.

4.2 FE-unterstützte Konzeption der Prüfvorrichtung

Da für die Bestimmung der lokalen Mixed-mode-Belastung an der Rißspitze ohnehin ein FE-Modell zu erstellen war, konnten vor der Realisierung des Versuchsaufbaus verschiedene Optionen ohne größeren zusätzlichen Arbeitsaufwand auf ihre Eignung untersucht werden. Man sollte mit dem Versuchsaufbau in der Lage sein, das der linearen Elastizitätstheorie zugängliche Mixed-Mode-Intervall $-80^\circ < \psi_{1,um} < 80^\circ$ (3.9) vollständig und kontinuierlich abzudecken.

Da die Datenreduktion des Experimentes im Rahmen der linearen Elastizitätstheorie erfolgt, kann von der Superponierbarkeit einzelner Lösungen Gebrauch gemacht werden. Durch die Möglichkeit der Superposition linear-elastischer FE-Elementarlösungen mit versuchsgeometrieabhängigen Wichtungskoeffizienten erreicht man gegenüber der direkten FE-Rechnung eine erhebliche Einsparung an Rechenzeit. Für eine spezielle Belastungskonfiguration können die Zielgrößen *Verschiebungen*, *Spannungen*, *K-Faktoren* als Linearkombination der FE-Resultate für Elementarlösungen gebildet werden. Welche elementaren Lastfälle modelliert werden müssen, ergibt sich aus der folgenden Untersuchung der Freiheitsgrade der Lasteinleitung.

Als nicht-summierbare Größe erfordert lediglich die elastisch gespeicherte Energie eine Sonderbehandlung.

Im folgenden werden zwei Varianten der Krafteinleitung hinsichtlich ihrer Eignung für Mixed-mode-Untersuchungen diskutiert. In beiden Fällen ist der Prüfkörper auf eine feste Grundlage montiert (Bild 29). Die Lasteinleitung erfolgt jeweils an der Oberkante \overline{CD} des Prüfkörpers. Im ersten Fall ist die Zugstange Z ungeführt und mit der Klemmenscheibe S im Krafteinleitungspunkt T frei drehbar verbunden. Im zweiten Fall wird die Zugstange starr mit der Klemmenscheibe S im Punkt T verbunden, während durch Führungsrollen R seitliche Pendelbewegung der Zugstange verhindert werden. Der erste Fall ist ein Variante der Arbeiten von [Wan95, Ike98] und wird hier *als statisch unbestimmte Krafteinleitung* bezeichnet, der zweite Fall ist identisch mit der *Verformungsvorgabe* nach Liechti [Lie91].

4.2.1 Superpositionsmethode

Die Superposition von FE-Elementarlösungen wird im folgenden für den Fall der statisch unbestimmten Krafteinleitung erläutert. Der zweite Fall der geführten Krafteinleitung ist als Spezialfall hierin enthalten.

Im ersten Schritt werden für den SEN-Prüfkörper mit den Abmessungen L , h_1 , h_2 für n unterschiedliche Rißlängen a_n die linear-elastischen FE-Lösungen unter den elementaren Belastungsmoden I – III bestimmt. Jede Belastungsmode wird als Einheits-Verschiebungsrandbedingung entlang der Linie \overline{CD} vorgegeben. Die Verschiebungen an der Unterseite des Prüfkörpers sind Null.

Mit $u_0 = 1 \text{ mm}$ ist für

$$\begin{aligned}
 \text{Zug (I):} & \quad \vec{u} = (0, u_0), \\
 \text{Schub (II):} & \quad \vec{u} = (u_0, 0), \\
 \text{Drehung (III):} & \quad \vec{u} = (0, (\frac{L}{2} - x) \cdot u_0).
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

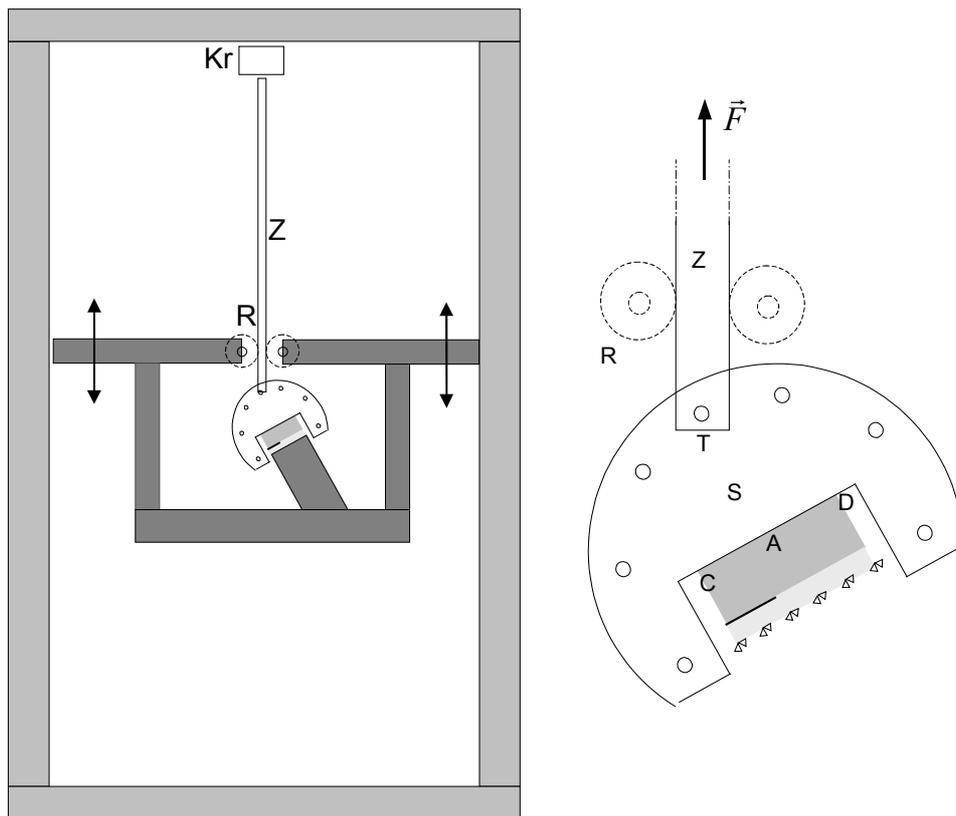


Bild 29: Prinzipskizze des Versuchsaufbaus zur gemischten Beanspruchung des Prüfkörpers durch Verformungsvorgabe oder statisch unbestimmte Krafteinleitung (mit Führungsrollen R und fester Verbindung in T bzw. ohne Führungsrollen R und frei drehbarer Verbindung in T).

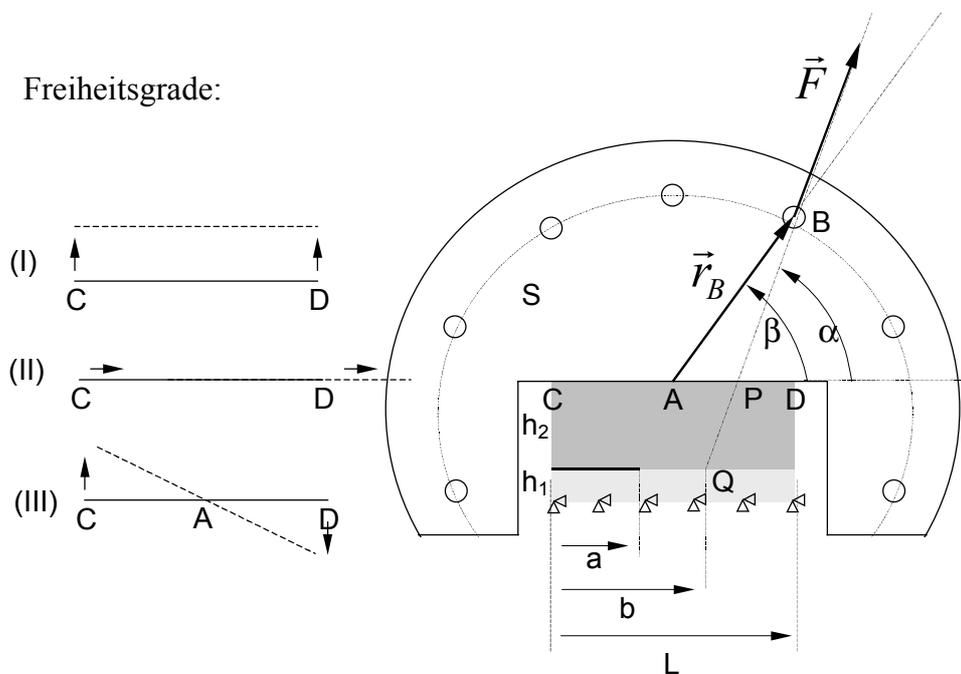


Bild 30: Die Freiheitsgrade bei der Krafteinleitung in den Prüfkörper: Zug, in-plane-Schub und Drehung der Kante \overline{CD} um den Punkt A .

Im zweiten Schritt werden für jede diskrete Rißlänge a_1, a_2, \dots, a_N die x - und y -Kraft-, sowie die M_z^A -Momentsummen entlang \overline{CD} aus den FE-Elementarlösungen zu (4.1) abgefragt, sowie jeweils die K-Faktoren bestimmt.

Es wird nun ein zylindrisches, in A zentriertes Koordinatensystem gewählt.

Im Gegensatz zu den Elementarlösungen erfolgt die Belastung im Experiment durch Vorgabe der Kraft $\vec{F} = (F, \alpha)$ bzw. $\vec{F} = (F_x, F_y)$ im Einleitungspunkt B mit den Koordinaten $\vec{r}_B = (r_B, \beta)$. Insgesamt werden also von außen auf den Prüfkörper übertragen

$$\begin{aligned} \text{die Zugkraft} & \quad F_y = F \sin \alpha, \\ \text{die Scherkraft} & \quad F_x = F \cos \alpha, \\ \text{das Drehmoment} & \quad \vec{M}^A = (0, 0, \vec{r} \times \vec{F}). \end{aligned} \tag{4.2}$$

Die Klemmenscheibe S wird als steif im Vergleich zum Prüfkörper angenommen. Um für jede Rißlänge die Wirkung der Punktkraft \vec{F} in B nachzubilden, müssen die Elementarlösungen (4.1) im dritten Schritt mit Wichtungskoeffizienten $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ superponiert werden, so daß die Kraft- und -Momentsummen entlang der Linie \overline{CD} mit den Komponenten F_x, F_y, M_z^A übereinstimmen. Es muß also gelten:

$$\begin{pmatrix} \sum F_{xj}^I \sum F_{xj}^{II} \sum F_{xj}^{III} \\ \sum F_{yj}^I \sum F_{yj}^{II} \sum F_{yj}^{III} \\ \sum M_{zj}^I \sum M_{zj}^{II} \sum M_{zj}^{III} \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ M_z^A \end{pmatrix}. \tag{4.3}$$

Die Summierung erstreckt sich jeweils über alle Netzknoten j entlang \overline{CD} .

Für eine beliebige Belastungskonfiguration (\vec{F}, \vec{r}_B) erhält man den Koeffizientenvektor \vec{x} durch Lösen des inhomogenen Gleichungssystems (4.3). Da jede linear-elastische Lösung beliebig skaliert werden kann, genügt es, \vec{x} für eine Einheitskraft $F_0 = 1N$ zu bestimmen. Die Lösung \vec{x} skaliert dann mit dem Betrag F der Zugkraft.

Die in einem elastischen Körper gespeicherte Energie U_{el} kann nicht durch Superposition ermittelt werden. Jedoch entspricht sie der am Prüfkörper verrichteten mechanischen Arbeit

$$U_{el} = W_{mch} . \quad (4.4)$$

Bei Kraftvorgabe und im Rahmen der linear-elastischen Näherung ist W_{mch} durch den Weg eines Punktes P auf der Kraftwirkungslinie \overline{BQ} (Bild 30) bestimmt:

$$W_{mch} = \vec{F}_0 \cdot \vec{u}_P / 2. \quad (4.5)$$

Wählt man den Punkt P als Schnittpunkt der Kraftwirkungslinie \overline{BQ} mit \overline{CD} , so ist seine Verschiebung \vec{u}_P durch die aus der Superposition der FE-Elementarlösungen bekannten Verschiebungen der Ecken C und D , \vec{u}_C und \vec{u}_D , festgelegt, nämlich

$$\vec{u}_P = \vec{u}_C + l \cdot (\vec{u}_D - \vec{u}_C), \quad (4.6)$$

wobei

$$l = \frac{\overline{CP}}{\overline{CD}} = \frac{L/2 - r \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha}}{L} . \quad (4.7)$$

Mit (4.5) können dann auch die elastische Energie und davon abgeleitete Größen (Energiefreisetzungsrates) aus der Superposition der Elementarlösungen bestimmt werden.

Bei der Verformungsvorgabe (Ausschluß des rotatorischen Freiheitsgrades (III)) reduziert sich das Gleichungssystem (4.3) auf ein zweidimensionales Problem:

$$\begin{pmatrix} \sum F_{xj}^I & \sum F_{xj}^{II} \\ \sum F_{yj}^I & \sum F_{yj}^{II} \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} . \quad (4.8)$$

4.2.2 Verifikation

Die korrekte Implementierung des Superpositionsverfahrens kann auf unterschiedlichen Wegen verifiziert werden.

Mit einem vollständigen FE-Modell, bei dem auch die Klemmenscheibe S in die Vernetzung miteinbezogen war, wurde einerseits die Spannungsanalyse für den Fall einer Einheitslastkraft \vec{F}_0 durchgeführt. In einem anderen Rechengang wurden in drei *loadcases* zunächst die drei Elementlösungen berechnet und anschließend mit den durch Lösen von (4.3) gewonnenen Wichtungskoeffizienten superponiert. Ein Vergleich der Spannungsverteilungen zeigte auf keiner Längenskala erkennbare Abweichungen.

Die aus der Lösung des vollständigen FE-Modells abgefragte elastische Energie stimmte mit einer Abweichung $< 1\%$ mit dem durch Superposition gewonnenen Wert (4.5) überein.

Die Energiefreisetzungsraten kann bei Kraftvorgabe oder Wegvorgabe sowohl aus integralen Größen (Ableitung der elastischen Energie U_{el} nach der Rißlänge (2.10, 11)) als auch aus lokalen Größen bestimmt werden (K-Faktoren, (2.19)). Bild 31 zeigt die Übereinstimmung der auf beiden Wegen bestimmten Energiefreisetzungsraten.

4.2.3 Erzielbares Mixed-Mode-Spektrum bei Verformungsvorgabe und bei statisch unbestimmter Krafteinleitung

Mit Hilfe der Superpositionsmethode kann im folgenden bequem die Abhängigkeit des örtlichen Mixed-Mode-Winkels ψ von Parametern der Versuchsgeometrie diskutiert werden, da keine weiteren zeitaufwendigen FE-Rechnungen mehr nötig sind. Bei gegebener Lastkraft und Versuchsgeometrie müssen lediglich die Wichtungskoeffizienten (4.3) bestimmt werden.

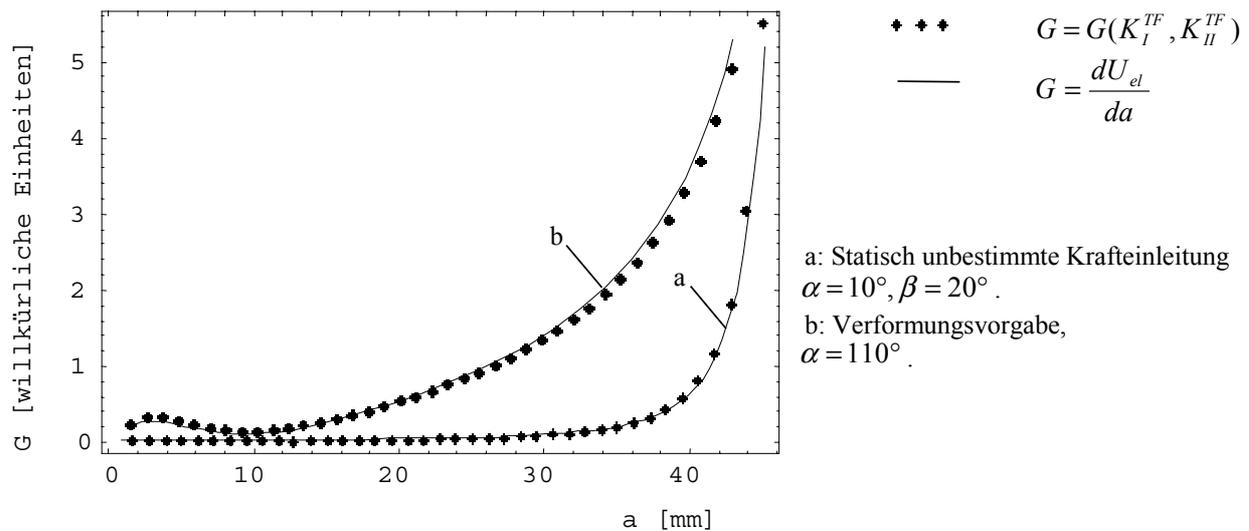


Bild 31: Verifikation der korrekten Superposition von Elementarlösungen zur Modellierung der Belastung unter Kraftvorgabe durch Vergleich der aus lokalen und aus integralen Größen (K-Faktoren bzw. elastische Energie U) ermittelten $G(a)$ -Kurven.

Die Abmessungen des Prüfkörpers bleiben im folgenden unverändert

$$L = 50 \text{ mm},$$

$$h_1 = 20 \text{ mm},$$

$$h_2 = 10 \text{ mm}.$$

Die FE-Elementarlösungen wurden für zwei verschiedene Elastizitätsmoduln des oberen Haftpartners berechnet:

$$E_1 = 1.0 \cdot 10^2 \text{ N/mm}^2 \text{ (entspricht LDPE)}$$

$$E_1 = 6.0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 \text{ (entspricht Glas)}$$

Der E-Modul des Substrates ist jeweils $E_2 = 6.0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ (Glas). Der zweite Fall entspricht somit einem sehr steifen, homogenen Prüfkörper. Dieser Fall ist insofern ebenfalls von Interesse, als Mixed-Mode-Experimente auch an einer dünnen, in der Modellierung vernachlässigbaren, Klebeschicht zwischen zwei identischen Medien durchgeführt werden können [Tho89, Xu95]. Verschwindet die Dicke der Klebeschicht gegenüber der charakteristischen Länge der Prüfkörpergeometrie, so kann der örtliche Spannungszustand auch im Rahmen der Bruchmechanik homogener Körper behandelt werden [Hut91]. Die in der vorliegenden Arbeit

zugrunde gelegte Bimaterial-Bruchmechanik (Abschnitt 2) geht dann mit dem Verschwinden der Bimaterialkonstante ε in die Bruchmechanik homogener Körper über.

Für die Querkontraktionszahlen wird $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ verwendet.

Gefordert ist die Realisierung eines örtlichen Mixed-Mode-Spektrums an der Rißspitze im Bereich $-80^\circ < \psi_{1,\mu m} < 80^\circ$ (3.9). Es soll im folgenden beurteilt werden, ob diese Forderung mittels Verformungsvorgabe bzw. statisch unbestimmter Lasteinleitung erfüllt werden kann. Hierzu wird der Einfluß der beteiligten Geometrieparameter für beide Varianten der Lasteinleitung zunächst im $K_I^{TF} - K_{II}^{TF}$ -Raum untersucht. Daran anschließend wird die Abhängigkeit des Mixed-Mode-Winkels $\psi_{1,\mu m}$ von der Rißlänge a sowie vom Lasteinleitungswinkel α untersucht. Schließlich wird jeweils das infolge einer Einheitslast F_0 an der Rißspitze potentiell für Rißwachstum zur Verfügung stehende Energieangebot $G(\psi_{1,\mu m})$ dargestellt. Die untersuchten Spannungszustände entsprechen in allen Fällen der Vorgabe einer Einheitslast $F_0 = 1N$.

4.2.3.1 Verformungsvorgabe

Bei der Verformungsvorgabe sind nur die Freiheitsgrade *Zug* und *in-plane-Schub* (vgl. Bild 30) zugelassen.

Für konstante Rißlänge $a = L/2 = 25\text{ mm}$ zeigt Bild 32, wie durch Variation des Lasteinleitungswinkels α die der linear-elastischen Modellierung zugänglichen Quadranten I und IV des K-Raumes überstrichen werden. Man erkennt, daß beim steifen, homogenen Prüfkörper der örtliche asymptotische Spannungszustand bis auf eine Phasendrehung um ca. 10° der von außen eingeprägten überlagerten Belastung entspricht. Beim LDPE/Glas-Prüfkörper hingegen kann der Mode II^+ -Zustand nur mittels einer außen eingeprägten Scherkompression ($\alpha < 0^\circ$) erreicht werden, während für den Mode II^- -Zustand bereits $\alpha = 130^\circ$ genügt.

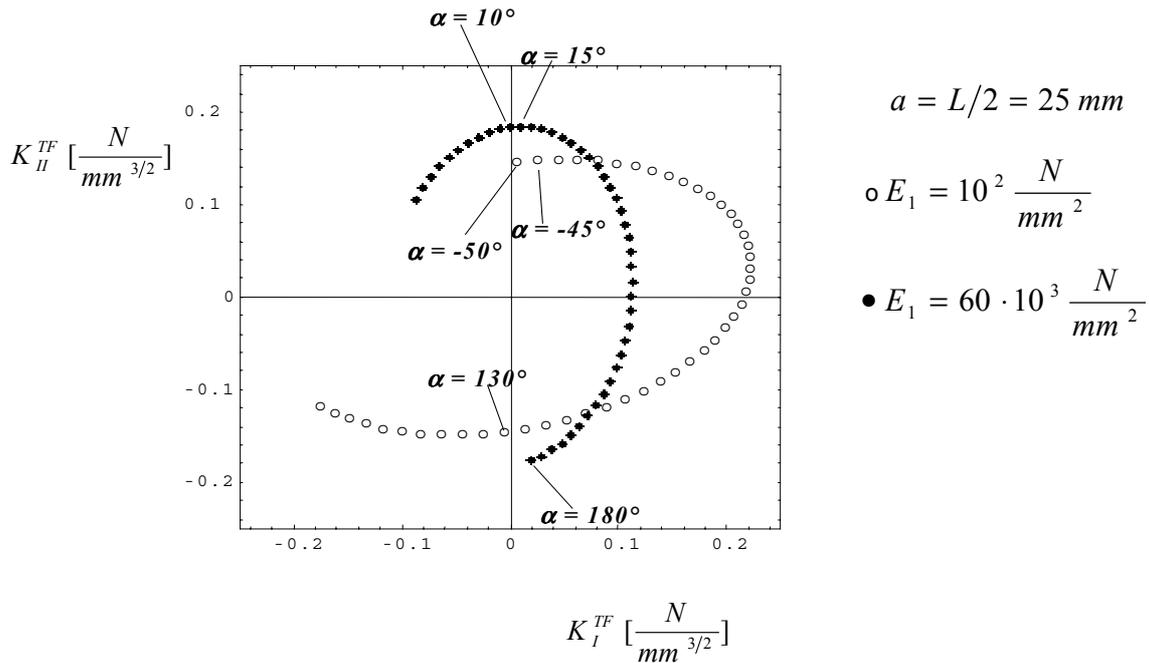


Bild 32: Die durch Überlagerung von Zug und *in-plane*-Schub realisierbaren örtlichen Mixed-Mode-Zustände im K-Raum bei fester Rißlänge $a = L/2 = 25 \text{ mm}$ für den LDPE/Glas-Prüfkörper und einen homogenen, steifen Prüfkörper.

Der Einfluß der Rißlänge a bei verschiedenen Lasteinleitungswinkeln α ist in Bild 33 gezeigt. Man erkennt, daß in beiden Fällen für $20 \text{ mm} < a < 40 \text{ mm}$ die Rißlänge den Mixed-Mode-Winkel nicht mehr nennenswert beeinflusst.

Ergänzend zeigt Bild 34 den Zusammenhang zwischen dem Lasteinleitungswinkel α , und der örtlichen Modenüberlagerung $\psi_{1,\mu\text{m}}$. Man erkennt, daß für den PE/Glas-Prüfkörper das geforderte örtliche Mixed-Mode-Intervall durch Variieren des Lasteinleitungswinkels im Intervall $-40^\circ < \alpha < 135^\circ$ abgedeckt werden kann. Beim homogenen, steifen Prüfkörper entfällt die Notwendigkeit einer Schubkompression. Das geforderte Mixed-Mode-Intervall wird dann durch Variation im Bereich $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ erreicht. Infolge der hohen Steifigkeit des gesamten Prüfkörpers stimmt dann also die Mehrachsigkeit der von außen in den Prüfkörper eingepprägten Beanspruchung mit der örtlichen Beanspruchung an der Rißspitze annähernd überein.

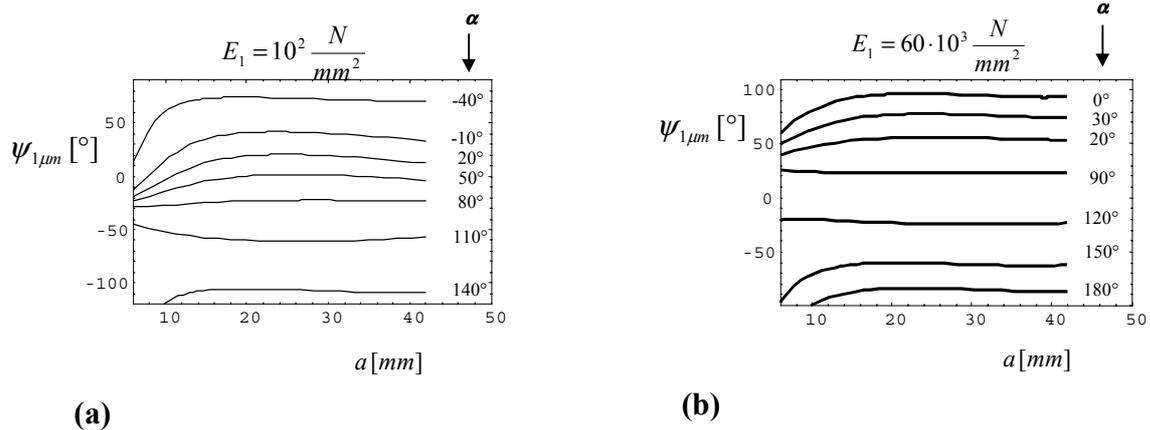


Bild 33: Variation des Mixed-Mode-Winkels mit der Rißlänge a für einige ausgewählte Lasteinleitungswinkel α bei dem LDPE/Glas-Prüfkörper (a) und dem homogenen, steifen Prüfkörper (b).

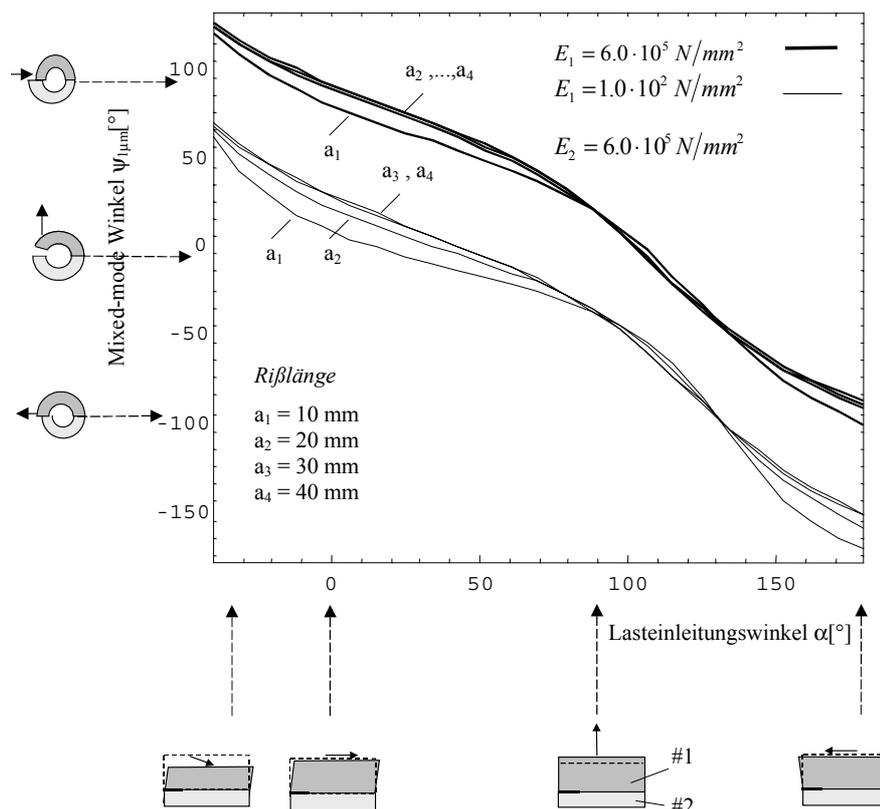


Bild 34: Erzielbares Mixed-Mode-Spektrum bei Verformungsvorgabe für den LDPE/Glas-Prüfkörper und den steifen, homogenen Prüfkörper.

Da für beide Prüfkörpertypen bei Verformungsvorgabe der Einfluß der Rißlänge für $a \geq 20 \text{ mm}$ fast vollständig verschwindet, kann im Experiment die Wahl des gewünschten Mixed-Mode-Zustandes primär über die Einstellung des Lasteinleitungswinkels erfolgen.

Insbesondere wird durch den annähernd linearen Zusammenhang zwischen $\psi_{1,\mu m}$ und dem Lasteinleitungswinkel α das Einstellen des gewünschten Mixed-Mode-Winkels $\psi_{1,\mu m}$ sehr erleichtert, wobei günstigerweise $\Delta\alpha = 1^\circ$ ungefähr $\Delta\psi_{1,\mu m} = -1^\circ$ entspricht.

Die Charakterisierung des Versuchsaufbaus auf mikromechanischer Längenskala erfolgt durch gleichzeitige Angabe der Energiefreisetzungsrate $G \propto |K_I^{TF} + iK_{II}^{TF}|^2$ und des Mixed-Mode-Winkels $\psi_{1,\mu m}$, der beschreibt, bei welcher Modenüberlagerung das Energieangebot G an der Rißspitze zur Verfügung steht. Für kraftgesteuerte Versuchsführung, $F_0 = 1N = const$, zeigt Bild 35 für jeweils fünf Versuchskonfigurationen im Fall des LDPE-Glas-Prüfkörpers mit $E_1 = 100 N/mm^2$ und des homogenen, steifen Prüfkörpers, $E_1 = E_2 = 60 \cdot 10^3 N/mm^2$, wie sich G und $\psi_{1,\mu m}$ mit jeweils zunehmender Rißlänge a ändern.

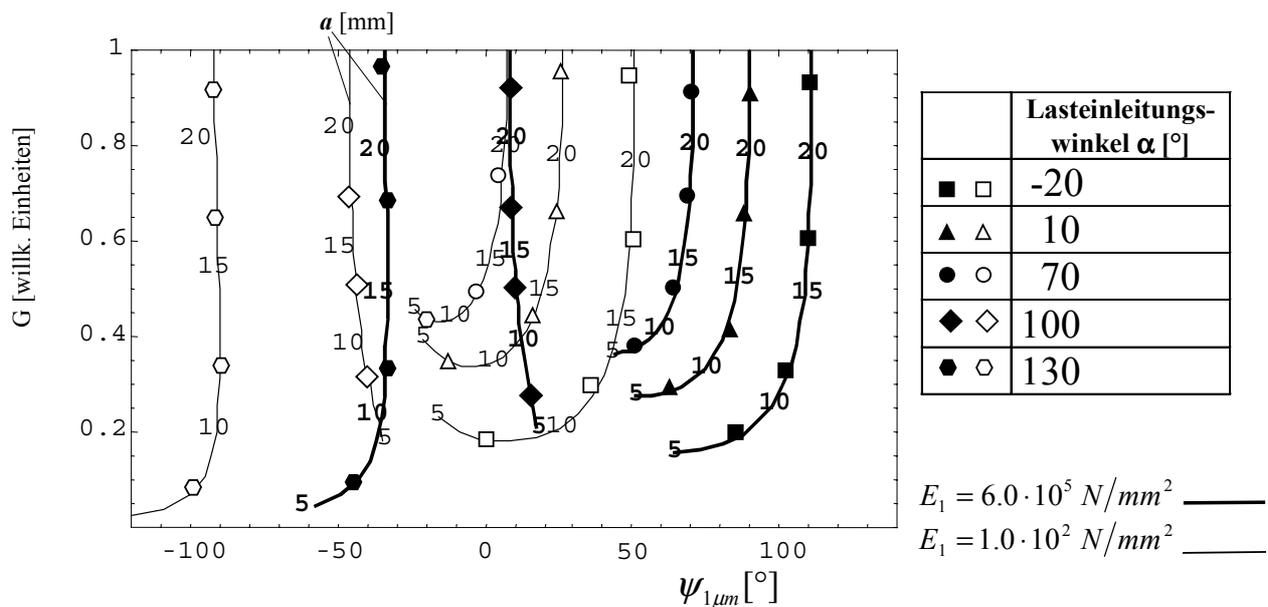


Bild 35: Energiefreisetzungsrate und Mixed-Mode-Winkel des Energieangebotes bei Kraftvorgabe beim Anwachsen der Rißlänge a . Der $G(\psi)$ -Zusammenhang ist dargestellt für fünf Belastungskonfigurationen, jeweils für den Fall des LDPE/Glas- bzw des homogenen, steifen Prüfkörpers.

Man erkennt wiederum, daß sich oberhalb einer Rißlänge $a \geq 20 mm$ keine nennenswerte Änderung des Mixed-Mode-Winkels mehr stattfindet. Man erkennt weiter, daß sich beim Ü-

bergang vom Polymer-Glas-Prüfkörper ($E_1 = 10^2 \text{ N/mm}^2$) zum homogenen, steifen Prüfkörper ($E_1 = 60 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$) bis auf eine Verschiebung auf der $\psi_{1\mu\text{m}}$ -Achse nichts am Zusammenhang $G(\psi_{1\mu\text{m}})$ ändert (abgesehen von geringfügigen Unterschieden bei sehr kurzen Rißlängen $a < 10 \text{ mm}$).

4.2.3.2 Statisch unbestimmte Krafteinleitung

In diesem Abschnitt soll beurteilt werden, wie bei Zulassung aller drei Freiheitsgrade I-III ein beliebiger Mixed-Mode-Winkel aus dem geforderten Intervall $-80^\circ < \psi_{1\mu\text{m}} < 90^\circ$ eingestellt werden kann.

Der Zusammenhang zwischen dem Lasteinleitungswinkel α , der Position $\vec{r}_B = (r_B, \beta)$ der Bohrung, und der Lage b des Schnittpunktes Q von Kraftwirkungslinie und Ligament (Bild 30) ist durch

$$b = \frac{L}{2} + \frac{\frac{r_B \cos \beta}{\cot \alpha} - h_1 - r_B \sin \beta}{\tan \alpha} \quad (4.9)$$

gegeben. Der Abstand der Bohrungen vom Punkt A ist $r_B = 110 \text{ mm}$. Durch Festlegen des Wertes von b erhält man eine Zwangsbedingung, so daß eine Belastungskonfiguration also durch zwei der drei Größen α, β, b charakterisiert werden kann.

Es wird in der folgenden Untersuchung angenommen, daß an der Klemmenscheibe insgesamt 17 Bohrungen bei den Winkeln $\beta = 10^\circ, 20^\circ, \dots, 170^\circ$ existieren. Für jede der 17 Bohrungen wurde der Lasteinleitungswinkel im Bereich $10^\circ < \alpha < 170^\circ$ in Schritten von $\Delta\alpha = 1^\circ$ variiert und dafür per Superpositionsmethode die Spannungsintensitätsfaktoren ermittelt. Für die Fälle des LDPE-Glas-Prüfkörpers mit $E_1 = 100 \text{ N/mm}^2$ und des homogenen, steifen Prüfkörpers, $E_1 = E_2 = 60 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ werden für eine Anzahl ausgewählter Konfigurationen (α, b) die durch eine Einheitslast $F_0 = 1 \text{ N}$ bewirkten örtlichen Beanspruchungszustände im $K_I^{TF} - K_{II}^{TF}$ -Raum aufgetragen (Bild 36). Dabei ist die Rißlänge konstant $a = L/2 = 25 \text{ mm}$. Bei jedem Punkt ist die Richtung α der Lastkraft sowie der Schnittpunkt b der Kraft-

wirkungslinie mit dem Ligament angegeben. Bis auf einige Ausnahmen sind für beide Fälle die gleichen Belastungskonfigurationen (α, b) untersucht, Abweichungen zwischen (a) und (b) ergeben sich daher ausschließlich durch den unterschiedlichen E-Modul E_1 der oberen Verbundkomponente.

Man erkennt für den Fall $E_1 = 100 \text{ N/mm}^2$ in Bild 36a, daß nach Wahl einer geeigneten Bohrung (z. B. $\beta = 10^\circ$) durch Ändern von α der erste Quadrant des K^{TF} -Raumes bequem überstrichen werden kann, während der vierte Quadrant nur durch geeignete Wahl von α und einer jeweils anderen Bohrung zugänglich ist (dito der vierte und erste Quadrant für den Fall $E_1 = 60 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$, Bild 36b).

Man liest weiterhin aus Bild 36a ab, daß bei Lastkrafteinleitung in die Bohrung mit $\beta = 10^\circ$ für die Variation des örtlichen Mixed-Mode-Winkels im Intervall $0^\circ < \psi_{1,\mu m} < 90^\circ$ bereits eine Veränderung des Lasteinleitungswinkels im Intervall $18^\circ < \alpha < 27^\circ$ genügt. In diesem speziellen Fall würde ein Meßfehler von $\Delta\alpha = 1^\circ$ also eine erhebliche Ungenauigkeit von $\Delta\psi_{1,\mu m} \approx 10^\circ$ nach sich ziehen.

Man erkennt weiter, daß es sinnvoll ist, anstelle des Lasteinleitungswinkels α die Lage des Schnittpunktes b von Ligament/Kraftwirkungslinie zur Beschreibung der Belastungskonfiguration zu verwenden. So entspricht z. B. im ersten K-Quadranten bei $\beta = 10^\circ$ einer Änderung $\Delta\psi_{1,\mu m} \approx 10^\circ$ eine Verlagerung des Schnittpunktes um $\Delta b = 5 \text{ mm}$, was keine allzu hohen Anforderungen an die Genauigkeit bei der Bestimmung der Lage des Schnittpunktes Q stellt.

Wegen der angenommenen Steifigkeit der Klemmenscheibe hat die Entfernung r_B des Krafteinleitungspunktes nur Einfluß auf den Zusammenhang (4.9) zwischen den Geometrieparametern. Für den durch eine Konfiguration (α, b) bewirkten örtlichen Beanspruchungszustand ist es unerheblich, ob er durch eine in großer oder geringer Entfernung r_B eingeleitete Kraft zustande kommt.

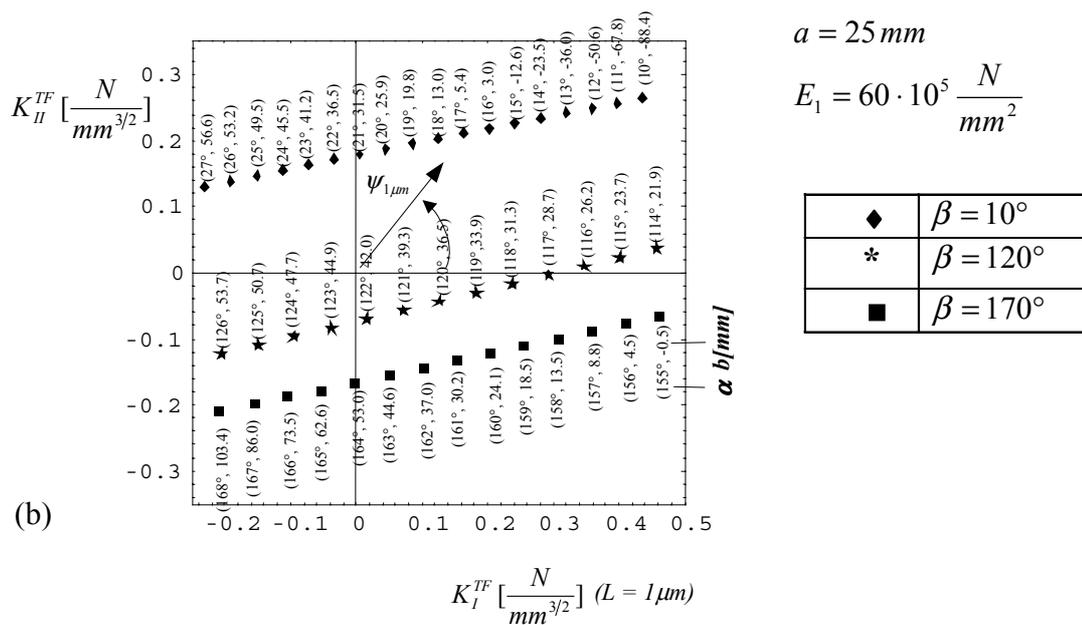
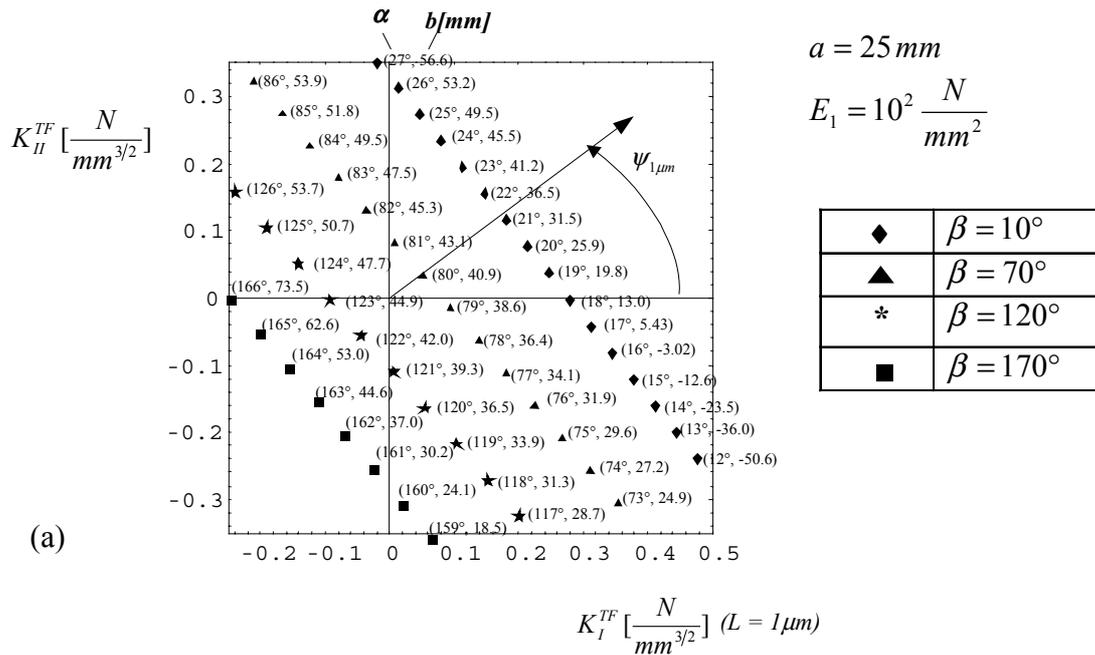


Bild 36: Bei Zulassung aller drei Freiheitsgrade mit ausgewählten Belastungskonfigurationen (α, b) realisierbare örtliche Mixed-Mode-Zustände im K-Raum bei fester Rißlänge $a = L/2 = 25 \text{ mm}$ für den LDPE/Glas-Prüfkörper (a) und einen homogenen, steifen Prüfkörper (b).

Für einige der Belastungskonfigurationen ist in Bild 37 die Abhängigkeit des Mixed-Mode-Winkels von der Rißlänge gezeigt. Man erkennt hier, daß im Gegensatz zur Verformungsvorgabe (Bild 33) der Einfluß der Rißlänge für $a \geq 20 \text{ mm}$ nicht verschwindet, sondern, je nach Belastungskonfiguration, den Mixed-Mode-Winkel z.T. sehr stark beeinflusst.

Ergänzend zeigt Bild 38 den Zusammenhang zwischen dem Lasteinleitungswinkel α , und der örtlichen Modenüberlagerung $\psi_{1\mu\text{m}}$ unter der Zwangsbedingung, daß in allen Fällen der Schnittpunkt der Kraftwirkungslinie mit dem Ligament bei $b = 25 \text{ mm}$ liegen soll. Man erkennt einen vergleichsweise starken Einfluß der Rißlänge. Eine Änderung $\Delta\alpha \pm 1^\circ$ des Lasteinleitungswinkels übersetzt sich nun je nach Rißlänge in eine Änderung $0.2^\circ < \psi_{1\mu\text{m}} < 7.0^\circ$.

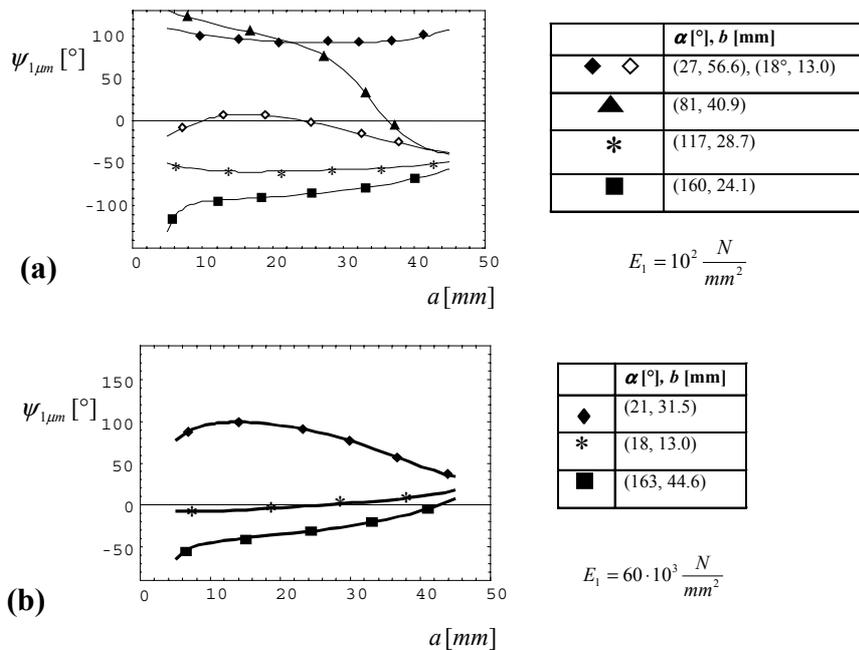


Bild 37: Variation des Mixed-Mode-Winkels mit der Rißlänge a für einige ausgewählte Belastungskonfigurationen (α, b) bei dem LDPE/Glas-Prüfkörper (a) und bei dem homogenen, steifen Prüfkörper (b).

Wie in 4.2.3.1 erfolgt die Charakterisierung des Versuchsaufbaus auf der mikromechanischen Längenskala durch gleichzeitige Angabe der Energiefreisetzungsrates $G \propto |K_I^{TF} + iK_{II}^{TF}|^2$ und des Mixed-Mode-Winkels $\psi_{1\mu\text{m}}$, jeweils bei Vorgabe einer Einheitskraft. Für die Fälle $E_1 = 100 \text{ N/mm}^2$ bzw. $E_1 = 60 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ wurden für die folgende Diskussion jeweils

diejenigen drei Belastungskonfigurationen ausgewählt, die bei $a = 25 \text{ mm}$ gerade eine örtliche Mode- II^+ -, $-I$ - oder $-II^-$ -Beanspruchung bewirken. Im folgenden soll daran untersucht werden, welchen Fehler $\Delta\psi_{1\mu\text{m}}$ eine unterstellte Meßgenauigkeit $\Delta b = \pm 1 \text{ mm}$ bei der Bestimmung der Lage des Schnittpunktes Q (Kraftwirkungslinie/Ligament) nach sich zieht.

Wegen der Verwendung der Superpositionsmethode stehen die K-Faktoren als Funktion der Rißlänge a , des Lasteinleitungswinkels α und des Positionswinkels β der Bohrung zur Verfügung,

$$K_{i,1\mu\text{m}}^{TF} = K_{i,1\mu\text{m}}^{TF}(a, \alpha, \beta). \quad (4.10)$$

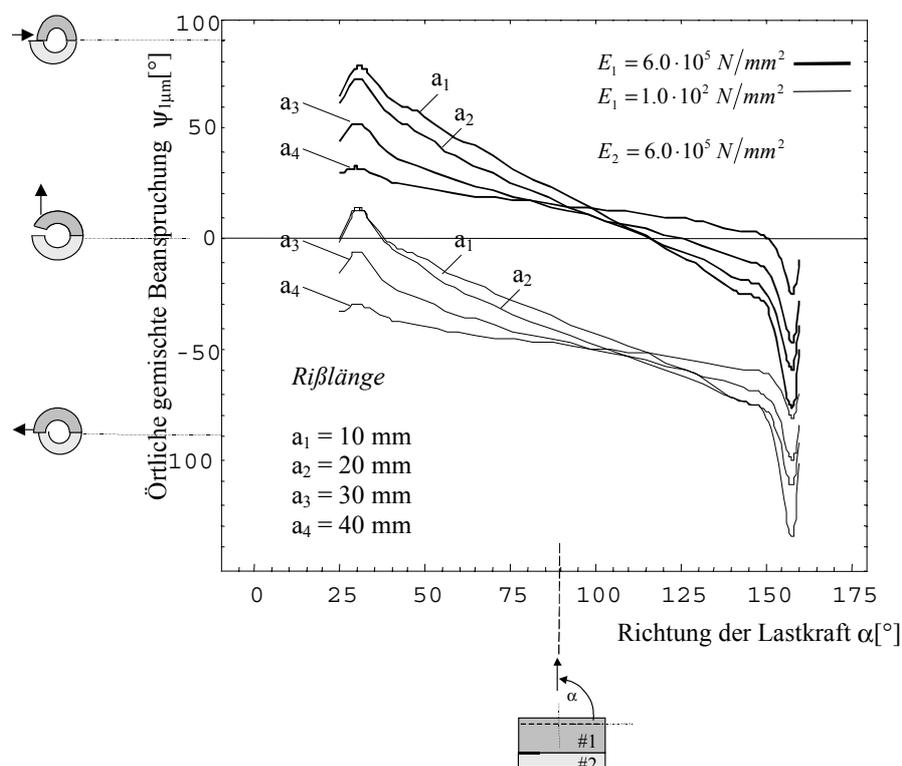


Bild 38: Erzielbares Mixed-Mode-Spektrum bei der statisch unbestimmten Krafteinleitung für den LDPE/Glas-Prüfkörper und einen steifen, homogenen Prüfkörper.

Für die insgesamt sechs betrachteten Konfigurationen (α, b) werden im ersten Schritt mit (4.9) numerisch die zu den Schnittpunktlagen $\{b - \Delta b, b, b + \Delta b\}$ gehörenden Positionswinkel β bestimmt. Im zweiten Schritt werden aus den K-Faktoren die Energiefreisetzungsrates und der

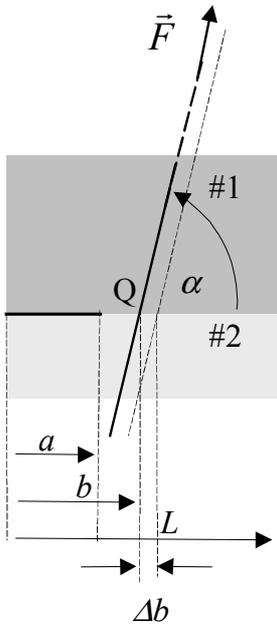
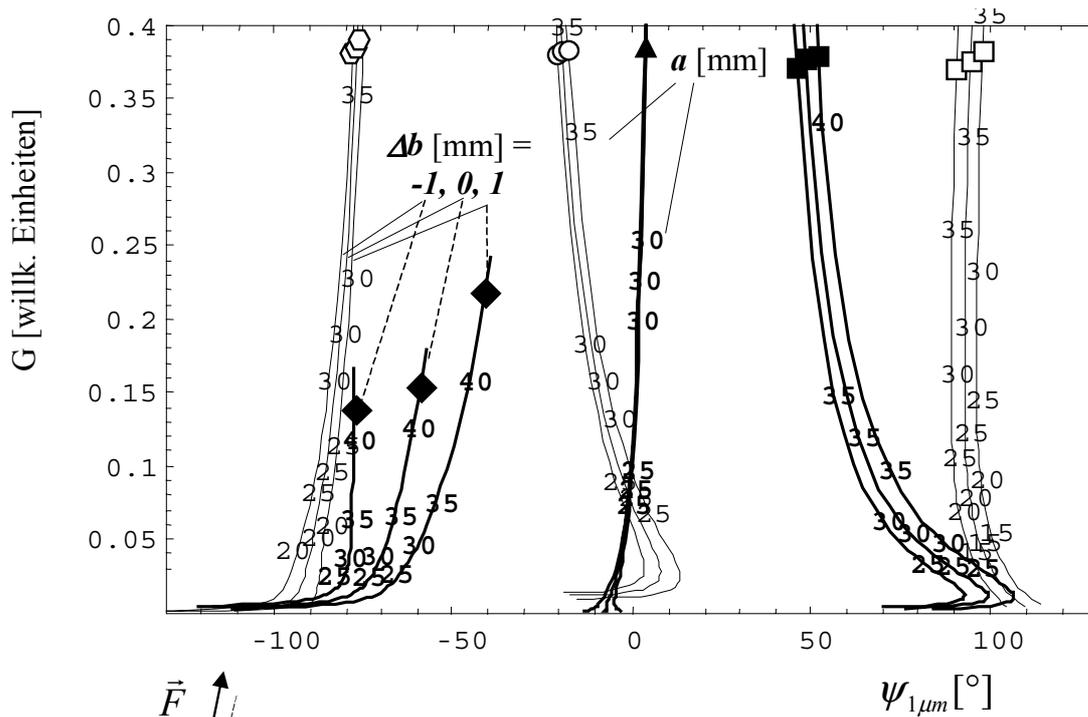
Mixed-Mode-Winkel bestimmt und parametrisch (für zunehmende Rißlänge) gegeneinander aufgetragen (Bild 39).

Man erkennt in Bild 39, daß die Sensitivität des örtlichen Beanspruchungszustandes auf die Lage b des Schnittpunktes Q je nach Belastungskonfiguration sehr unterschiedlich sein kann. Bei $E_1 = 100 \text{ N/mm}^2$ und der Rißlänge $a = 25 \text{ mm}$ entspricht in allen drei Fällen ein Fehler $\Delta b = \pm 1 \text{ mm}$ einem Fehler $\Delta \psi_{1\mu\text{m}} \approx 5^\circ$. Bei $E_1 = 60 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ ist die Sensitivität des Mode- II^- -Zustandes auf $\Delta b = \pm 1 \text{ mm}$ mit einem Fehler von $\Delta \psi_{1\mu\text{m}} \approx 10^\circ$ am gravierensten, während der Mode- I -Zustand vergleichsweise unempfindlich ist.

4.2.3.3 Diskussion

Aus dem Abschnitt 4.2.3.1 ergibt sich, daß bei der Krafteinleitung durch Verformungsvorgabe die Abhängigkeit der örtlichen Modenüberlagerung $\psi_{1\mu\text{m}}$ von der Rißlänge für $a \geq 20 \text{ mm}$ fast vollständig entfällt. Der örtliche Mixed-Mode-Winkel ist dann allein durch die Wahl der Lasteinleitungsrichtung α festgelegt. Dem steht die z.T. empfindliche Abhängigkeit des örtlichen Mixed-Mode-Winkels von der Rißlänge und zwei der insgesamt drei Geometrieparameter (Richtung α der Lastkraft, Winkel β der Bohrung, Lage b des Schnittpunktes Kraftwirkungslinie/Ligament) bei der statisch unbestimmten Krafteinleitung gegenüber. Durch die mannigfaltige Abhängigkeit von Geometrieparametern würde bei dieser Versuchführung das Einstellen des gewünschten Mixed-Mode-Winkels bedeutend erschwert.

Die Arbeiten von [Pan95, Ike98] verwenden für die Bestimmung der Grenzflächenzähigkeit Versuchsgeometrien, die im Prinzip der in 4.2.3.2 analysierten statisch unbestimmten Krafteinleitung entsprechen. Dabei sind die Geometrieparameter durch die Formgebung des Versuchsaufbaus eindeutig, jedoch auch unveränderbar, festgelegt (z.B. die Position der Bohrungen in der Stahlscheibe [Pan95, Ben81], Gehrungswinkel in den Stahlstäben [Ike98]). Aus einem FE-Modell des Gesamtsystems werden dann die kritischen K-Faktoren bestimmt, wobei als einzige, mit möglichst hoher Genauigkeit zu bestimmende Größe die Rißlänge a verbleibt.



	Lasteinleitungswinkel α [°] und Lage b [mm] des Schnittpunktes Q (α, b)	Örtliche Belastung bei $a = L/2 = 25 \text{ mm}$
□	(27, 56.6)	Mode II ⁺
○	(18, 13.0)	Mode I
◇	(160, 24.1)	Mode II ⁻
■	(21, 31.5)	Mode II ⁺
▲	(117, 28.7)	Mode I
◆	(163, 44.6)	Mode II ⁻

$E_1 = 6.0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ **—**
 $E_1 = 1.0 \cdot 10^2 \text{ N/mm}^2$ **—**

Bild 39: Sensitivität des örtlichen Spannungszustandes auf die Lage des Schnittpunktes Q von Kraftwirkungslinie und Ligament für den LDPE/Glas-Prüfkörper und einen homogenen, steifen Prüfkörper.

Der Nachteil dieser Herangehensweise besteht darin, daß, durch die Formgebung festgelegt, der Mixed-Mode-Winkel nur in diskreten (und meist ziemlich großen) Schritten verändert werden kann. Mit dieser Methode kann daher nur eine relativ geringe Anzahl von Meßpunkten der $G_c(\psi)$ -Kurve der Grenzfläche gewonnen werden.

Dagegen kann bei der Bestimmung der Grenzflächenzähigkeit mittels Verformungsvorgabe der Versuchsaufbau aufgrund des überschaubaren Zusammenhanges zwischen dem Lasteinleitungswinkel und dem Mixed-Mode-Winkel so gestaltet werden, daß eine *kontinuierliche* Variation des Mixed-Mode-Winkels möglich wird. Die Möglichkeit der ψ -Feineinstellung ist die Voraussetzung dafür, daß der starke Mode-II-Anstieg der Grenzflächenbruchenergie ausgemessen werden kann. Unter diesem Gesichtspunkt überrascht es nicht, wenn die drei, bislang in der Literatur bekannten, mehr oder wenig vollständig bestimmten $G_c(\psi)$ -Kurven nicht mit zur statisch unbestimmten Krafteinleitung analogen Methoden gewonnen wurden. Mit Hilfe der Verformungsvorgabe wurde von [Lie91] die $G_c(\psi)$ -Kurve vollständig und ohne nennenswerte Streuung bestimmt. Von [Yuu94] liegt eine $G_c(\psi)$ -Kurve geringer Streuung vor, die jedoch ohne Meßpunkte im Bereich $-50^\circ < \psi < -10^\circ$. Ursache hierfür ist, daß der verwendete Prüfkörper mit Mittelriß zwei Spannungssingularitäten mit entgegengesetzter örtlicher Schubbeanspruchung besitzt. Annähernd vollständig, aber mit stärkerer Streuung wurde von [Xu95] eine $G_c(\psi)$ -Kurve mittels 4-Punkt-Biegung bestimmt. Möglicherweise ist für die Streuung der Umstand verantwortlich, daß die Einleitung der Punktkräfte nicht immer in sicherer Entfernung zur Rißspitze erfolgte.

Bei der Belastung des Prüfkörpers mittels Verformungsvorgabe muß allerdings in Kauf genommen werden, daß in den Führungsrollen F Reibungskräfte auftreten, die bei Kraftvorgabe den Wert der kritischen Zugkraft u.U. verfälschen können.

Durch die Superpositionsmethode kann die Versuchsauswertung von der zeitaufwendigen FE-Rechnung entkoppelt werden. Für ein gegebenes linear-elastisches Materialpaar ist die benötigte Information aus den FE-Elementarlösungen in den Wichtungskoeffizienten enthalten. Die für die Einheitslast durch Superposition gewonnene Abhängigkeit der K-Faktoren vom Lasteinleitungswinkel α und der Rißlänge a und ggf. vom Winkel β wird in Listen abgespeichert, deren Datenpunkte beim späteren Wiedereinlesen durch Interpolation in Funktionen umgewandelt werden. Im zweiten Schritt werden die Funktionswerte jeweils mit den gemessenen Werten der kritischen Zugkraft skaliert. Die Reduktion der experimentellen Rohdaten $\{F_{crit}, \alpha, a\}$ zur $G_c(\psi)$ -Abhängigkeit kann dadurch innerhalb von Sekunden erfolgen.

Abschließend kann das analysierte System aus statisch unbestimmter Krafteinleitung und Prüfkörper auch als Bauteil betrachtet werden, an dem stellvertretend für die analoge Situa-

tion in Materialverbunden oder Verbundmaterialien die Bedeutung der Grenzfläche für das Bauteilversagen diskutiert werden kann. Man erkennt in Bild 36a, daß es ausgehend von der Belastungskonfiguration $(\alpha, b) = (80^\circ, 40.9 \text{ mm})$ (Symbol \blacktriangle im ersten Quadranten) nur einer Lageänderung des Schnittpunktes Q (Kraftwirkungslinie/Ligament) von $\Delta b \approx \pm 2 \text{ mm}$ bedarf, um diesen Mixed-Mode-Zustand in eine reine Mode-I- bzw. Mode-II-Beanspruchung umschlagen zu lassen. Berücksichtigt man nun die ausgeprägte Modenabhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie $G_c(\psi)$ (Minimum bei örtlicher Mode-I, Maximum bei Mode-II), so erkennt man, daß eine vorgegebene Last hinsichtlich des Bauteilausfalls infolge von Grenzflächenversagen bei der Belastungskonfiguration $(79^\circ, 38.6 \text{ mm})$ wegen örtlicher Mode-I-Belastung kritisch wird, während die gleiche Last bei der Belastungskonfigurationen $(81^\circ, 43.1 \text{ mm})$ wegen örtlicher Mode-II-Belastung sicher unterkritisch bleibt. In diesem Fall entscheidet offenbar eine relativ zur Abmessung des Bauteils sehr kleine Änderung eines der relevanten Geometrieparameter ($\Delta b = 4.5 \text{ mm}$) darüber, welche Rolle der Grenzfläche beim Ausfall des Bauteils zukommt. Man muß also wegen der ausgeprägten Modenabhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie damit rechnen, daß sich das Versagen von Bauteilen mit Grenzflächen in unterschiedlichen adhäsiven und kohäsiven Versagensmustern ausprägt, deren Vielfalt mit der Zahl der Freiheitsgrade bei der Lastkraftübertragung ansteigt.

5 Experimentelle Arbeiten

5.1 Herstellung des Polyethylen/Glas-Probekörpers

Von der ursprünglichen Zielsetzung, als Probekörper Polystyrol/Glas-Verbunde herzustellen, wurde Abstand genommen, da die zunehmenden thermischen Spannungen beim Abkühlen des Verbundes die Materialverbindung trotz der guten Haftung weitgehend zerstören.

Die thermischen Eigenspannungen können minimiert werden durch die Verwendung von Polymersorten mit niedrigem E-Modul und niedriger Glasübergangstemperatur (LDPE: $E = 100 \text{ N/mm}^2$ und $T_g \approx -27^\circ\text{C}$ gegen PS: $E = 3200 \text{ N/mm}^2$ und $T_g = 100^\circ\text{C}$).

Ziel bei der Kontaktbildung war es, ohne Verwendung von Klebematerial Verbunde herzustellen, die nach dem Abkühlen keine restspannungsbedingten Anrisse in der Grenzfläche zeigten. Mit den Materialien LDPE (Mirathen[®] A 15 MA, Leuna) und Weißglas (BoroFloat 33[®], Schott) wurde der Einfluß der folgenden Faktoren systematisch ausgetestet.

Heiztemperatur / Heizdauer. Es stellte sich heraus, daß die Stabilität der Materialverbindung in der Nähe des vom Hersteller angegebenen Schmelzpunktes sehr empfindlich von der Temperatur abhängt. Eine geringfügige Überschreitung des Schmelzpunktes ($T = 235^\circ\text{C}$) führt im Endergebnis zu schlechterer Haftung, während die Kontaktbildung bei ($T = 210^\circ\text{C}$) deutlich bessere Ergebnisse brachte. Oberhalb einer Gesamtdauer des Temperaturzyklus von mehr als 3h zeigte sich kein Einfluß der Heizdauer mehr.

Luft- / Badseite des Floatglases. Herstellungsbedingt unterscheiden sich die beiden Seiten von Floatglas-Tafeln. Auf der sog. Badseite befinden sich Spuren von Zinn, das beim Schmelzprozeß aus dem Zinnbad in die Glasschmelze übergeht. Luft und Badseite einer Floatglastafel unterscheiden sich deshalb optisch unter UV-Licht der Wellenlänge $\lambda = 265 \text{ nm}$. Es zeigte sich, daß die Kontaktbildung auf der Luftseite zu einer besseren Haftung führt. Für die Prüfkörperherstellung wurde daher einheitlich die Luftseite gewählt. Die erzielbare Haftung hängt weiterhin sehr empfindlich von der verwendeten Glassorte ab. Das beste Ergebnis, bei dem dauerhaft keine Grenzflächenrisse aufgrund von Restspannungen erkennbar waren, wurde mit dem o.g. Weißglas erzielt.

Reinigung der Oberflächen vor der Kontaktbildung. Gewöhnlich wurden die zu verbindenden Oberflächen beider Haftpartner vor der Kontaktbildung mit Alkohol gereinigt. Zum Vergleich wurden unter sonst gleichen Bedingungen die Glasoberflächen vor der Kontaktbildung 24h in Bromschwefelsäure belassen und anschließend mit Wasserstoffperoxid gespült. Mit diesem Reinigungsverfahren zeigte sich im Endergebnis eine leicht verbesserte Haftung. Bei Glassorten, die zu schlechter Haftung führten, erbrachte das aufwendigere Reinigungsverfahren jedoch allenfalls eine unwesentliche Verbesserung der Haftung.

Als Ergebnis dieser Untersuchungen erfolgte die Kontaktbildung mit den o.g. Materialien jeweils auf der Luftseite des Floatglases bei 210°C / 3h. Vor der Kontaktbildung wurden die Flächen mit Alkohol gereinigt. Die PE/Glas-Grenzfläche maß $10 \times 50 \text{ mm}$ (Bild 40). Der Anfangsriß wurde durch einen seitlichen Schnitt in die Grenzschicht eingebracht und durch vorsichtiges Anheben des PE-Blocks bis zu einer Länge von ca. 20 mm vorangetrieben.

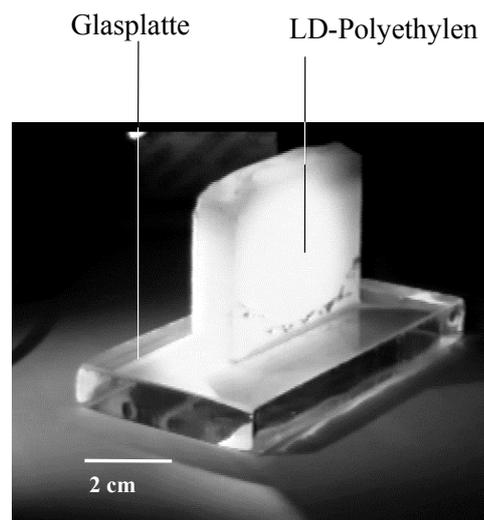


Bild 40: Probekörper: Materialverbund aus LDPE und Weißglas.

Der Elastizitätsmodul des Weißglassubstrates beträgt laut Herstellerangaben $E_2 = 60 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$. Im Vergleich zum LDPE mit $E_1 = 100 \text{ N/mm}^2$ kann folglich das Weißglas als unendlich steifes Substrat angenommen werden. Seine Dicke $h_2 = 10 \text{ mm}$ ist daher für die Festlegung der charakteristischen Länge unerheblich. Somit verbleiben als relevante Längen nur die lichte Höhe des in die Klemmenscheibe eingespannten Polymerblocks, $h_1 = 20 \text{ mm}$ und die Rißlänge $a \geq 20 \text{ mm}$. Die charakteristische Länge des Verbundes ist somit $L_c \approx 20 \text{ mm}$.

5.2 Beschreibung des Versuchsaufbaus

Aus den FE-unterstützten Untersuchungen zur Gestaltung des Versuchsaufbaus (Abschnitt 4.2) ergab sich, daß das angestrebte Mixed-Mode-Intervall $-80^\circ < \psi_{1,\mu m} < 80^\circ$ am bequemsten mit einer Versuchseinrichtung realisiert werden kann, in der der Probekörper mit einer Kombination aus Zugbelastung und in-plane-Schub beansprucht wird. Dann hängt für Rißlängen $a > 20\text{mm}$ der örtliche Mixed-Mode-Winkel nicht mehr von der Rißlänge ab, was die Versuchsdurchführung sehr erleichtert (Bild 34).

Bild 41a zeigt die Frontalansicht des Versuchsaufbaus, Bild 41b zeigt die Klemmenscheibe sowie die Rückhalte-Vorrichtung für die Glasplatte. Im Inneren der Klemmenscheibe befindet sich ein Klemmbackenpaar, in dem der PE-Block des Verbundes mit einer lichten Höhe $h_1 = 20\text{mm}$ eingespannt wird. Durch unterschiedliche Fixierung der Klemmenscheibe an der Zugstange können in der xy -Ebene verschiedene Lasteinleitungswinkel α eingestellt werden. Zwei Keilscheiben zwischen der Klemmenscheibe und der auf dem Gewinde der Zugstange sitzenden Kontermutter erlaubten eine kontinuierliche Feineinstellung des Lasteinleitungswinkels (Bild 42).

Zwischen die Glasplatte und die Rückhalteplatte wurde ein Streifen Millimeterpapier gelegt, so daß die aktuelle Rißlänge a bequem abgelesen werden konnte.

Entscheidend für das Gelingen des Mixed-Mode-Experimentes ist die hohe Steifigkeit des gesamten Versuchsaufbaus. Da der Traversenweg bis zum Erreichen der kritischen Last nur 2-4 mm beträgt, kann während des Anstiegs der Lastkraft schon ein geringes, spielbedingtes Mitdrehen der Prüfkörperfixierung die örtlich wirkende Modenüberlagerung erheblich verfälschen. Deshalb wurde beim Aufbau besonders darauf geachtet, daß der Prüfkörper völlig spielfrei mit der Rückhalteplatte und diese wiederum fest mit der Traverse verbunden war.

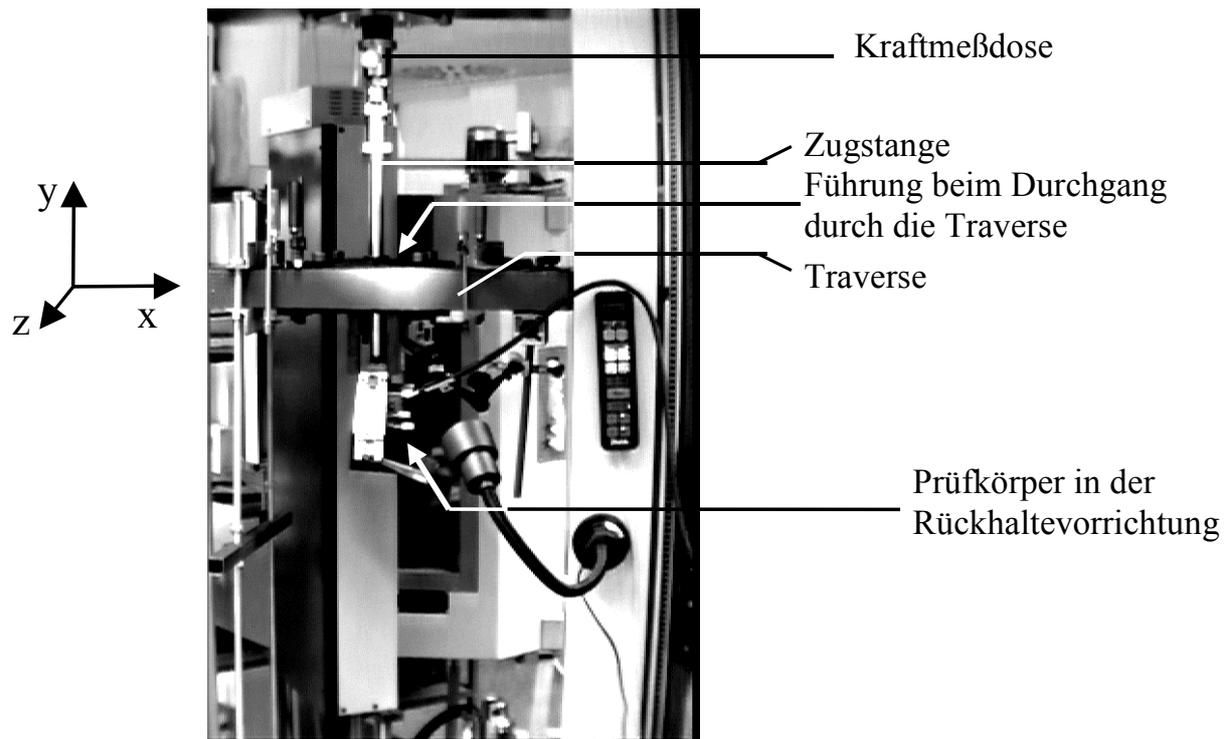
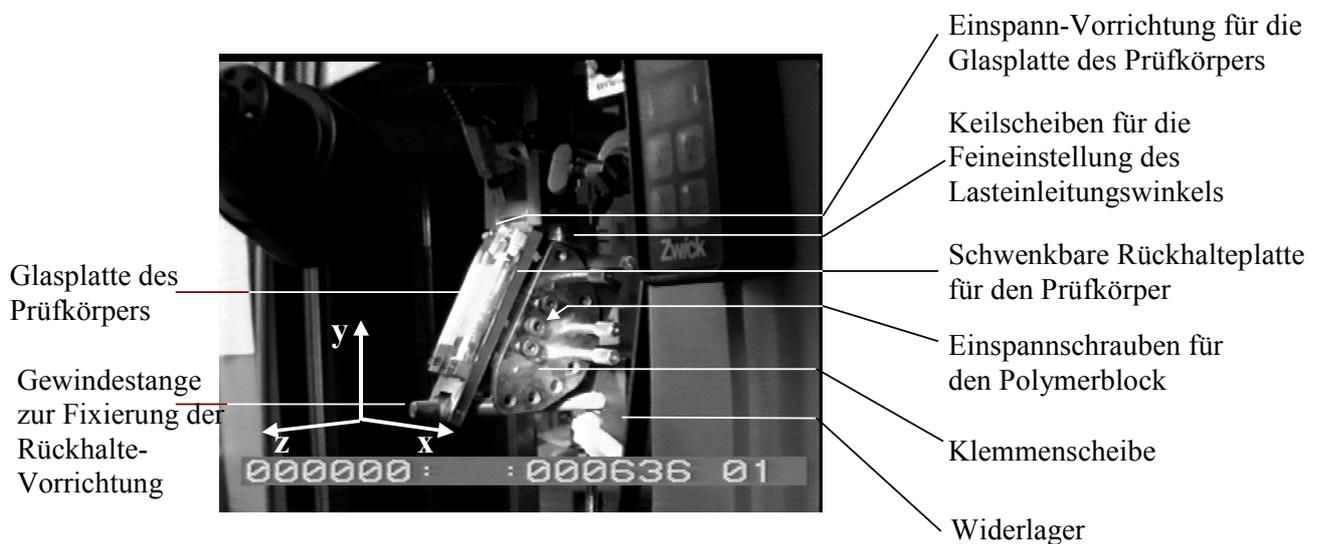


Bild 41a: Frontalansicht des Versuchsaufbaus in der Zugprüfmaschine.

Bild 41b: Ansicht der Klemmscheibe (Einstellung für Scherkompression $\alpha < 0^\circ$).

5.3 Meßvorgang

Nach dem Einstellen des Lasteinleitungswinkels α und Ablesen der Rißlänge a wurde der Prüfkörper durch Traversenvortrieb in negativer y -Richtung belastet. Während des Anstiegs der Lastkraft wurde mit einem Handmikroskop die Rißfront in der Mittelachse der Ligamentes beobachtet. Das Gesichtsfeld betrug dabei etwa 3mm. Sobald dort ein Grenzflächenversagen deutlich zu erkennen war, wurde der Traversenvortrieb gestoppt und die Maximalkraft bei Prüfende registriert. Das Prüfende wurde mit dem Befehl zum Anfahren der Kraft Null gekoppelt, so daß der Prüfkörper schnellstmöglich wieder entlastet wurde.

Die Rißausbreitung erfolgte weitgehend stabil, wobei der Rißwiderstand mit der Bruchenergie korrelierte. Bei Beanspruchungszuständen mit $\psi_{1\mu m} \rightarrow \pm 90^\circ$ fand in dem Zeitintervall zwischen Prüfende und Erreichen der Nullkraft keine weitere Rißausbreitung statt, so daß bei einem Gesamt-Rißlängenzuwachs $\Delta a = 5 \text{ mm}$ ohne Schwierigkeiten 10 Messungen möglich waren. Bei Beanspruchungszuständen im Bereich $\psi_{1\mu m} \approx 0^\circ$ verhielt sich der Prüfkörper dagegen äußerst empfindlich, so daß der Riß zwischen dem jeweiligen Prüfende und dem Erreichen der Nullkraft um bis zu $\Delta a = 10 \text{ mm}$ weiterlief.

Bereits während der Versuchsdurchführung zeigte sich der extreme Einfluß der örtlichen Modenüberlagerung im integralen Versagensverhalten des Prüfkörpers. War eine Konfiguration eingestellt, die in etwa einer örtlichen Mode-I-Beanspruchung entsprach, mußte beim Anziehen der Spannschrauben mit äußerster Vorsicht hantiert werden, da schon sehr geringe Kräfte zum Totalbruch des Prüfkörpers führten. War dagegen eine Konfiguration mit erheblichem örtlichen Mode-II-Anteil eingestellt, verhielt sich der Prüfkörper äußerst robust, so daß ein vorzeitiges Versagen beim Einspannen nicht zu befürchten war.

Für die Beobachtung des Versagens wurde die Längsmittelachse des Ligamentes gewählt, da dort am ehesten der in der Datenreduktion unterstellte EVZ realisiert ist. An den Ligamenträndern kann die Modenüberlagerung infolge von 3D-Effekten vom berechneten EVZ-Wert abweichen.

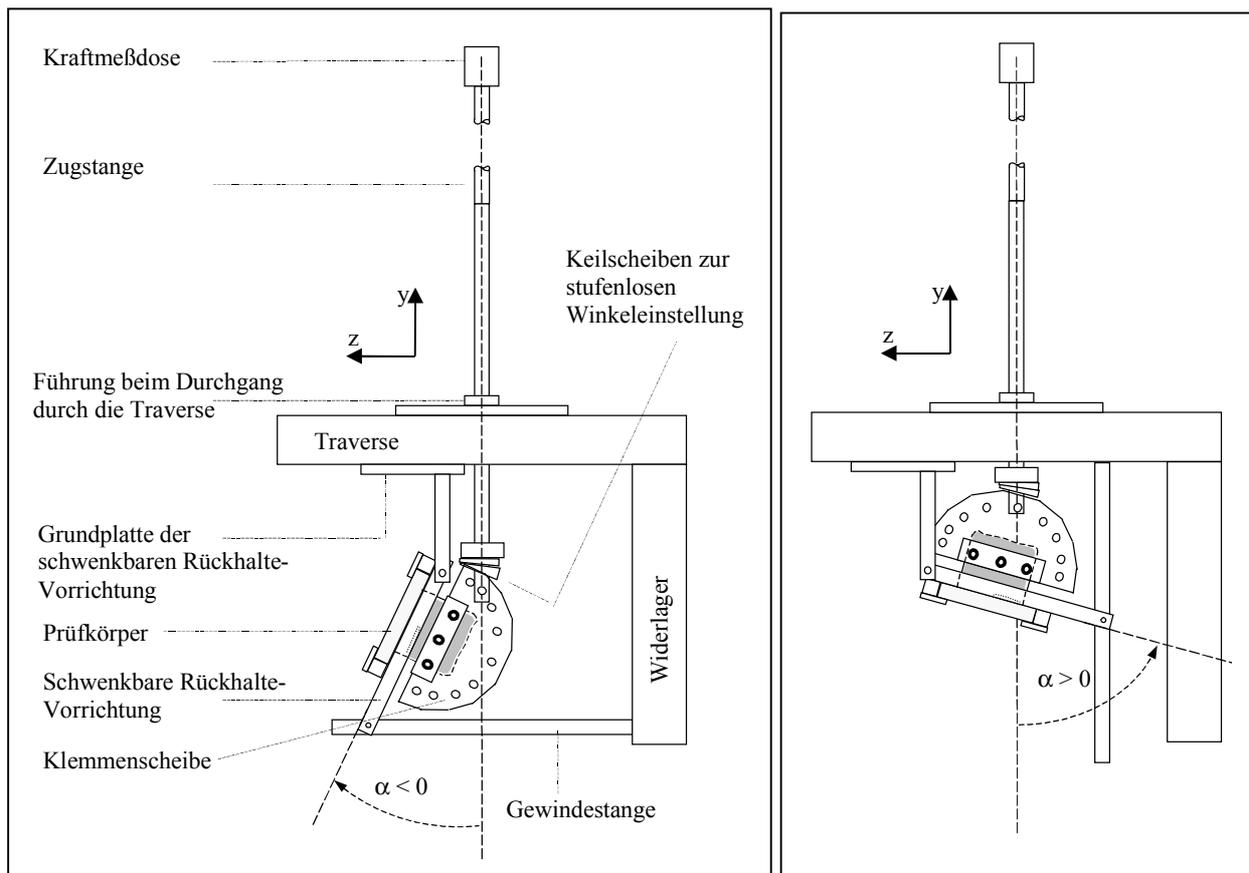


Bild 42: Versuchsaufbau: (a) Scherkompression, (b) Zugbeanspruchung.

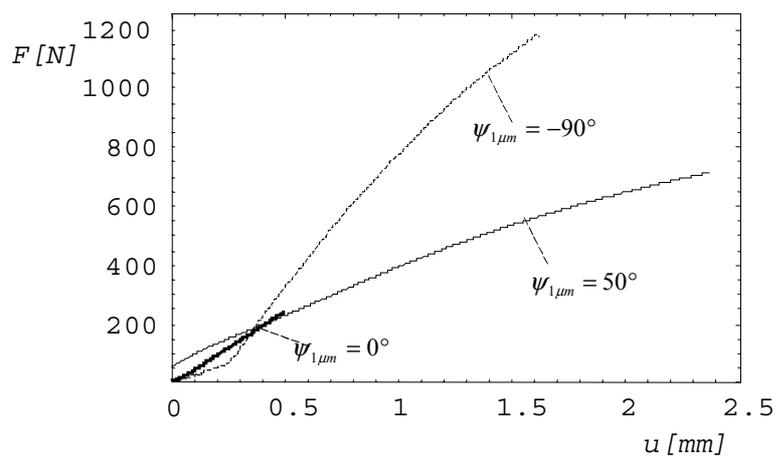


Bild 43: Kraft-Weg-Kurven bei verschiedenen örtlichen Modenüberlagerungen.

5.4 Datenreduktion

Die experimentellen Rohdaten bilden eine Liste, die für jedes beobachtete Versagensereignis den Lasteinleitungswinkel α , die Rißlänge a , sowie die kritische Kraft F_c enthält. Aus der FE-Modellierung der Prüfkörperbelastung durch Verformungsvorgabe mittels Superpositionsmethode (4.2.3.1) stehen für die Einheitslast $F_0 = 1N$ die K-Faktoren $K_{I,1\mu m}^{TF}(\alpha, a, F_0), K_{II,1\mu m}^{TF}(\alpha, a, F_0)$ als Funktion des Lasteinleitungswinkels und der Rißlänge zur Verfügung. Die zu jedem Versagensereignis gehörenden kritischen K-Faktoren ergeben sich also einfach durch Skalieren mit der kritischen Kraft

$$K_{i,1\mu m}^{TF}(\alpha, a, F_c) = F_c \cdot K_{i,1\mu m}^{TF}(\alpha, a, F_0) \quad i = I, II \quad (5.1)$$

Zu jedem Versagensereignis erhält man damit mit (2.19, 38) einen Wert für die kritische Energiefreisetzungsrate G_c und den zugehörigen Mixed-Mode-Winkel ψ_L . Die Wahl der Referenzlänge L ist dabei beliebig und wurde zunächst auf $L = 1\mu m$ festgesetzt. Die kritische Energiefreisetzungsrate als Kenngröße der LDPE/Glas-Grenzfläche des untersuchten Prüfkörpers wird für alle Versagensereignisse gegen den Mixed-Mode-Winkel $\psi_{1\mu m}$ aufgetragen, bei dem jeweils Versagen eintrat. Die resultierende $G_c(\psi_{1\mu m})$ -Kurve ist in Bild 44 gezeigt. Man erkennt, in welchem hohem Maße der Wert der Grenzflächenzähigkeit von der Mehrachsichtigkeit des örtlichen Beanspruchungszustandes abhängt.

5.5 Intrinsische Adhäsion

Die Notwendigkeit zur Einführung der Referenzlänge L ergibt sich aus der Komplexwertigkeit des Spannungsexponenten des linear-elastischen Nahfeldes am Grenzflächenriß mit kräftefreien Rißufern. Der auf L bezogene Mixed-Mode-Winkel ψ_L beschreibt die Modenüberlagerung im Abstand L von der Rißspitze (Bild 45). Bei einem Verbund mit elastischer Fehlpassung dreht sich der Mixed-Mode-Winkel mit Änderung des Abstandes von der Rißspitze. Bei dem LDPE/Glas-System beträgt diese Drehung pro Anstandsdekade (bei Annäherung) $\Delta\psi_{10} \approx -10^\circ$ (2.42).

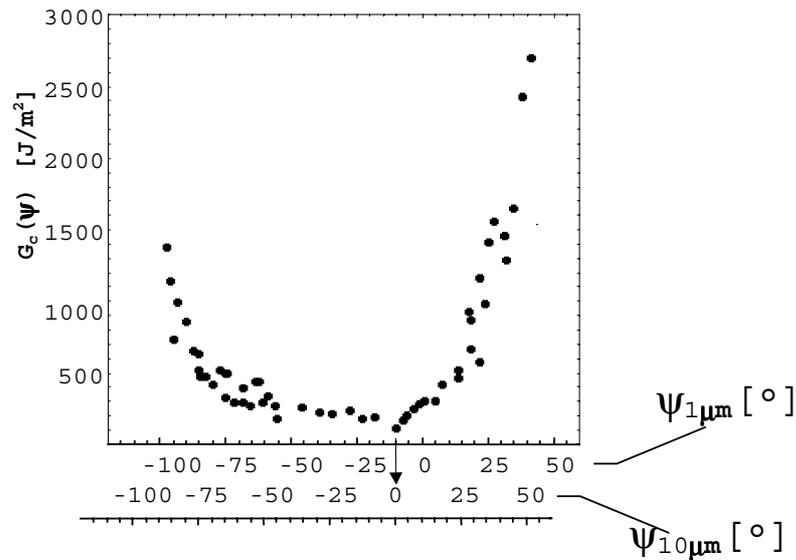


Bild 44: Mixed-Mode-Abhängigkeit der Bruchenergie der LDPE/Glas-Grenzfläche.

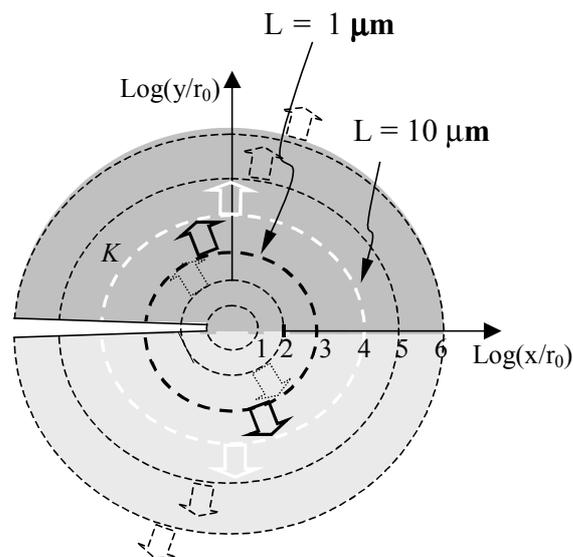


Bild 45: Oszillatorischer Nahfeld-Spannungszustand: Drehung der Mehrachsigkeit um ca. 10° pro Abstandsdekade beim Grenzflächenriß. (Die Mehrachsigkeit des Spannungszustandes ist durch auf das Ligament bezogene Traktionsvektoren symbolisiert.)

Man erkennt in Bild 44, daß die minimale Grenzflächenzähigkeit bei $\psi_{1\mu\text{m}} = -10^\circ$ auftritt. Wenn beim Grenzflächenriß mit der Bimaterialkonstante $\varepsilon = 0.083$ im Abstand $r = 1\ \mu\text{m}$ die Mehrachsigkeit $\psi_{1\mu\text{m}} = -10^\circ$ beträgt, dann folgt aus der oszillatorischen Natur dieses

Spannungszustandes, daß im Abstand $r = 10\mu\text{m}$ eine reine Mode-I-Beanspruchung vorliegen muß, also $\psi_{10\mu\text{m}} = 0^\circ$ (2.40).

Nach der vorherrschenden Meinung wird die Grenzflächenbruchenergie dann minimal, wenn die Prozeßzone durch eine reine Mode-I-Beanspruchung belastet wird [Hut91]. Man kann also aus der Lage des Minimums auf der ψ_L -Skala schlußfolgern, daß die Ausdehnung der Prozeßzone bei dem vorliegenden Experiment größenordnungsmäßig bei $10\mu\text{m}$ liegt.

Man nimmt an, daß bei reiner Mode-I-Beanspruchung der Prozeßzone dissipative Begleitprozesse des Bruchvorgangs minimal angeregt werden [Hut91, Cao89]. Die vorliegende Arbeit findet diese Annahme sowohl von der experimentellen als auch von der rechnerischen Seite bestätigt (vgl. Bruchbilder Abschnitt 5.8, bzw. Kleinbereich-Fließen am Grenzflächenriß, Abschnitt 8). Das Minimum der Grenzflächenzähigkeit wird daher als maximal durch die *Oberflächeneigenschaften* und minimal durch *bulk-Materialeigenschaften* der Haftpartner determiniert aufgefaßt und als *intrinsische* Grenzflächenzähigkeit [Hut91, Hut90] bezeichnet.

5.6 Abschätzung der Größe der plastischen Zone

Angesichts der z.T. sehr hohen kritischen Lastkräfte $F_c > 1000\text{ N}$ stellt sich die Frage nach der Ausdehnung r_p der plastischen Zone an der Rißspitze. Wenn ihre Ausdehnung die Ausdehnung $r_K \approx 0.1L_c$ [Zyw89] der K-Dominanzzone übersteigt, ist das durch die Spannungsintensitätsfaktoren K_I^{TF}, K_{II}^{TF} charakterisierte linear-elastische Nahfeld nicht mehr existent. Im entgegengesetzten Fall, $r_p \ll r_K$, liegt Kleinbereich-Fließen (SSY) (3.14) vor, bei dem die Spannungsintensitätsfaktoren einen tatsächlich im Verbund existenten örtlichen Spannungszustand beschreiben.

Das Glassubstrat kann im Vergleich zum LDPE als starr angenommen werden.

Durch Gleichsetzen der von Mises-Vergleichsspannung mit der Fließspannung kann die Mixed-Mode-Winkel abhängige die Kontour der plastischen Zone abgeschätzt werden. Mit der von Mises-Vergleichsspannung (B.9) auf der Basis der linear-elastischen Spannungsfelder (2.30) wurde diese Abschätzung von [Zyw89] durchgeführt (vgl. Abschnitt 3.2.1.5).

Zur Anwendung auf das vorliegende Problem wurde im ersten Schritt im Zugversuch ISO 527 die Fließgrenze des LDPE zu $\sigma_{Y,1} = 7 \text{ N/mm}^2$ bestimmt. Im zweiten Schritt wurde die Fließgrenze zusammen mit den elastischen Konstanten in den Ausdruck (3.21) eingesetzt. Für alle in der $G_c(\psi_{1,\mu\text{m}})$ -Kurve angeordneten Versagensereignisse wurden unter Verwendung der experimentell ermittelten kritischen K-Faktoren die Konturen $\bar{\sigma} = \sigma_{Y,1}$ der jeweiligen plastischen Zonen ermittelt. Für einige Versagensereignisse sind die entsprechenden Konturen $r_p(\theta)$ in Bild 46 gezeigt.

Im dritten Schritt wurden alle Versagensereignisse ausgewählt, bei denen die SSY-Bedingung (3.14) erfüllt ist. Man erkennt in Bild 47, daß diese im Mixed-Mode-Intervall $-50^\circ \leq \psi_{1,\mu\text{m}} \leq 30^\circ$ liegen.

Zusätzlich in Bild 46a ist als dritte Kontur die zur intrinsischen Adhäsion bei $\psi_{1,\mu\text{m}} = -15^\circ$ gehörende plastische Zone eingetragen. Ein Vergleich zeigt, daß alle anderen plastischen Zonen größer sind als diese. Die Interpretation der intrinsischen Adhäsion als maximal grenzflächendeterminierte Größe wird hierdurch bekräftigt.

Für $\psi_{1,\mu\text{m}} \rightarrow \pm 90^\circ$ nimmt die abgeschätzte Ausdehnung der plastischen Zone stark zu. Bild 46b zeigt zwei Beispiele. In solchen Fällen ist das durch $\psi_{1,\mu\text{m}}$ beschriebene linear-elastische Nahfeld auf keiner Längenskala mehr existent.

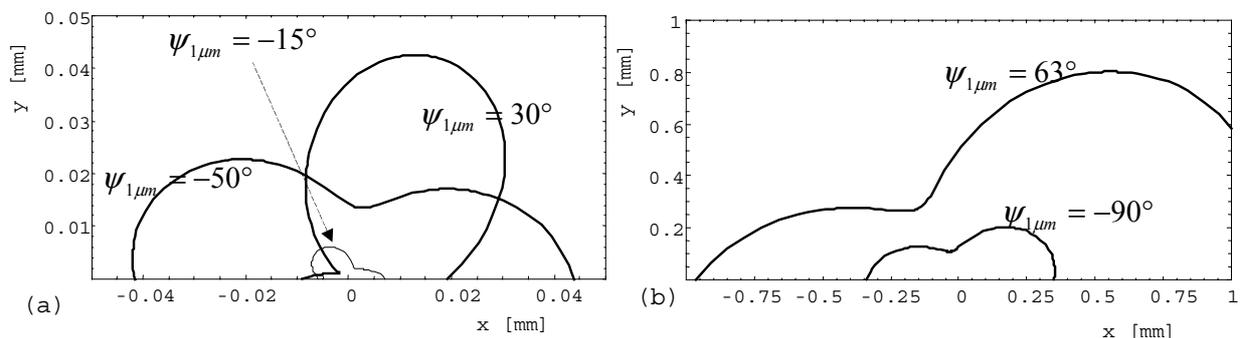


Bild 46: Abgeschätzte plastische Zonen im LDPE bei der experimentell bestimmten kritischen Last und der jeweils angegebenen Mehrachsigkeit (Rißspitze im Ursprung, Rißufer entlang $y=0$, $x<0$). (a) Kleinbereichfließen ($r_K = 2 \text{ mm}$), (b) ausgedehnte plastische Zonen bei überwiegender Mode II in der örtlichen Beanspruchung.

Bild 47 zeigt die aus den 55 Meßpunkten von Bild 44 ausgewählten SSY-Versagensereignisse. Man entnimmt bei $\psi_{1\mu\text{m}}^0 \approx -10^\circ$ die intrinsische Adhäsion von $G_{c0} \approx 110 \text{ J/m}^2$. Nach der Seite $\psi_{1\mu\text{m}} < \psi_{1\mu\text{m}}^0$ erhöht sich die Grenzflächenzähigkeit etwa um den Faktor 3, nach der Seite $\psi_{1\mu\text{m}} > \psi_{1\mu\text{m}}^0$ etwa um den Faktor 6. Offenbar ist die Lage der SSY-Versagensereignisse unsymmetrisch in Bezug auf das Minimum $G_{c0}(\psi_{1\mu\text{m}}^0)$. Sie liegen rechts des Minimums im Bereich $(\psi_{1\mu\text{m}}^0, \psi_{1\mu\text{m}}^0 + 45^\circ)$, links aber nur im Bereich $(\psi_{1\mu\text{m}}^0 - 35^\circ, \psi_{1\mu\text{m}}^0)$.

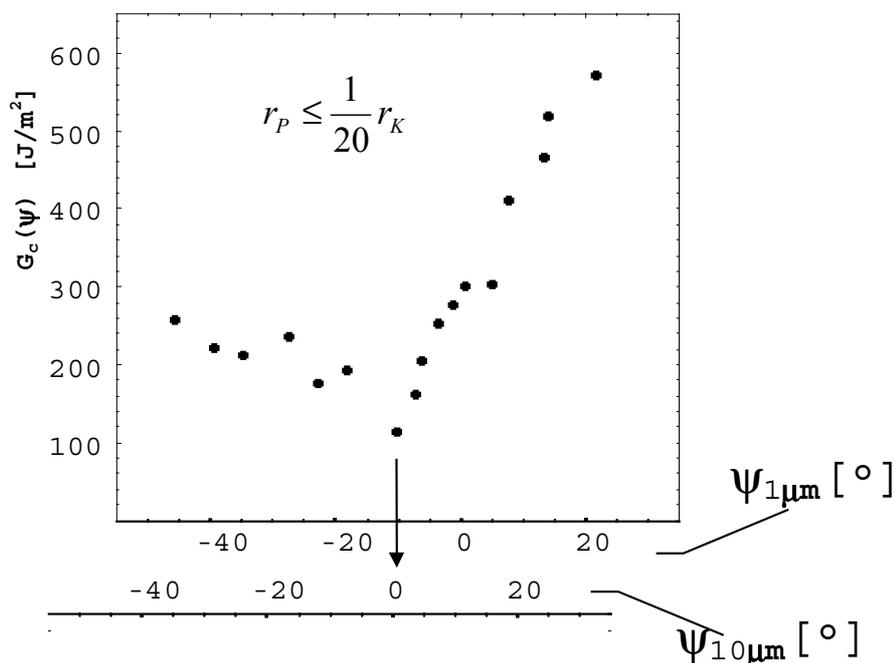


Bild 47: Auswahl der SSY-Versagensereignisse, bei denen die plastische Zone deutlich kleiner als die K-Dominanzzone ist ($r_K = 2 \text{ mm}$).

Der Umstand, daß sich das plastische Fließen für den Mixed-Mode-Bereich $-50^\circ \leq \psi_{1\mu\text{m}} \leq 30^\circ$ auf Kleinbereichsplastizität beschränkt, ist i. w. auf die große charakteristische Länge $L_c = 20 \text{ mm}$ des verwendeten Prüfkörpers zurückzuführen. Je nach Fließgrenze $\sigma_{Y,1}$ und L_c sind durchaus Prüfkörper denkbar, bei denen die durch die linear-elastischen Spannungsintensitätsfaktoren charakterisierten linear-elastischen Nahfelder unter der kritischen Last auf keiner Längenskala mehr existieren. Die Charakterisierung der Grenzflächenzähigkeit auf der Basis linear-elastischer Spannungsintensitätsfaktoren wird dann bauteilabhängig. Am wenigsten kritisch ist in jedem Falle die SSY-Bedingung (3.14) für die

Bestimmung der intrinsischen Adhäsion, da dann die Ausdehnung der plastischen Zone minimal wird.

5.7 Bewertung der mechanischen Grenzflächenqualität

Wegen der ausgeprägten Mixed-Mode-Abhängigkeit der Grenzflächenzähigkeit kann die mechanische Haftqualität einer Grenzfläche nicht durch Angabe eines einzelnen G_c -Wertes charakterisiert werden, es sei denn, es handelt sich um den Wert der intrinsischen Adhäsion. Da jedoch a priori unklar ist, bei welchem Mixed-Mode-Winkel dieser minimale Wert auftritt, ist die Bestimmung zumindest eines Teils der $G_c(\psi_{1\mu m})$ -Kurve unumgänglich.

Es ergibt sich als Schlußfolgerung, daß es nicht ausreicht, einen einzelnen G_c -Wert experimentell aus integralen Größen entsprechend (2.13, 14) zu bestimmen. Ohne eine Spannungsanalyse des Probekörpers würde die Information über den örtlichen Mixed-Mode-Winkel fehlen, dem dieser G_c -Wert zugeordnet werden muß.

Vor dem Hintergrund der ausgeprägten Mixed-Mode-Abhängigkeit der Grenzflächenzähigkeit kann weiterhin die starke Streuung bei Tests erklärt werden, die dem Bereich der Festigkeitslehre zuzuordnen sind (z.B. Bild 4). Geometrieabhängig spielt sich dabei das Grenzflächenversagen in verschiedenen Mixed-Mode-Bereichen ab, so daß die Bewertung der mechanischen Grenzflächenqualität durch Angabe eines einzelnen G_c -Wertes bei verschiedenen mikromechanischen Verfahren zu anderen Aussagen kommen kann als die Bewertung auf der Basis der intrinsischen Grenzflächenzähigkeit. Beispielsweise wird das Grenzflächenversagen beim *peel*-Test eher unter örtlicher Mode-I-Beanspruchung, dagegen bei *pull-out*-Test eher unter Mode-II-Beanspruchung stattfinden. Dementsprechend sind bei letzterem höhere Werte für die Grenzflächenbruchenergie zu erwarten. Ein Vergleich der vollständigen $G_c(\psi)$ -Grenzflächenkennkurven der zu vergleichenden Materialsysteme (Bild 48) lehrt jedoch, daß die durch die intrinsische Grenzflächenzähigkeit beschriebene mechanische Grenzflächenqualität auf diese Weise nicht immer richtig wiedergegeben werden muß.

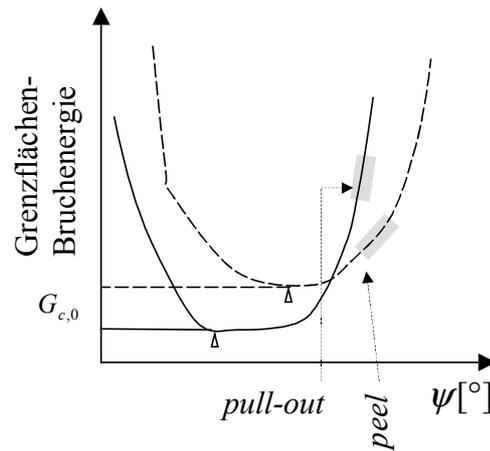


Bild 48: Die Messung der Grenzflächenbruchenergie ohne Berücksichtigung der örtlichen Modenüberlagerung kann zu anderen Ergebnissen führen, als die Bewertung auf der Basis der intrinsischen Grenzflächenzähigkeit (Minimum).

Für die einparametrische Bewertung von unterschiedlichen Grenzflächen hinsichtlich ihrer Zähigkeit gegenüber Rißausbreitung sollte also die intrinsische Grenzflächenzähigkeit als Vergleichskriterium herangezogen werden.

5.8 Bruchbilder

Bei der experimentellen Bestimmung der $G_c(\psi)$ -Kurve wurde für verschiedene Einstellungen des Mixed-Mode-Winkels $\psi_{1\mu m}$ ein Lichtmikroskop mit Video-Kamera installiert und das Rißwachstum in-situ an der Ligament-Mittelachse beobachtet. Bei den in Bild 49 gezeigten Bildern sind mit Ausnahme von (b) die Graustufen invertiert.

Bild 49a zeigt die Rißfront bei $\psi_{1\mu m} = 25^\circ$. Man erkennt an der Grenze zwischen Ligament (hell) und Bruchfläche (dunkel) einen schmalen Bereich, in dem sich die optischen Eigenschaften des Polymers verändert haben. Das weitere Versagen erfolgte in diesem Fall als kollektives Weiterwandern der gesamten Rißfront.

Bild 49b zeigt die Rißfront für einen Fall, bei dem der Lasteinleitungswinkel α so gewählt wurde, daß es durch Rißuferkontakt zur Ausbildung einer Kontaktzone kam. In der rechten Hälfte von Bild 49b ist sie als dunkler Wulst in dem hellen Gebiet der Bruchflächen zu erkennen. Die Reduktion der Geometriedaten liefert für diesen Fall einen Mixed-Mode-Winkel

$\psi_{1\mu m} = -100^\circ$. Mit $r_C \approx 25 \mu m$ beträgt die Ausdehnung der Kontaktzone ungefähr ein Prozent der Ausdehnung der K-Dominanzzone, so daß die örtliche Beanspruchung bei Gültigkeit des ideal-elastischen Materialgesetzes als Kleinbereichskontakt noch mit den öffnungsdominierten Spannungsintensitätsfaktoren $K_{I,L}^{TF}, K_{II,L}^{TF}$ beschreibbar wäre (vgl. Bild 12). Jedoch ergibt obige Abschätzung der plastischen Zonen für die Materialkonstanten des LDPE bereits bei $\psi_{1\mu m} = -90^\circ$ eine plastische Zone mit $r_p \approx 250 \mu m$ (Bild 46b), sodaß die SSY-Bedingung (3.14) für $\psi_{1\mu m} = -100^\circ$ sicherlich nicht mehr erfüllt ist. Beanspruchungszustände wie der in Bild 49b gezeigte wurden deshalb bei der Bestimmung der $G_c(\psi)$ -Kurve verworfen. Man erkennt weiter zwischen der Kontaktzone und dem unversehrten Ligament einen schmalen Streifen von etwa derselben Helligkeit wie die Bruchflächen. Die Deutung dieses Streifen als lokaler Rißöffnungsbereich zwischen Kontaktzone und der Rißspitze als Konsequenz des plastischen Fließens wäre konsistent mit dem Modell des geschlossenen Grenzflächenrisses zwischen einem elastisch-plastischen Medium und einem ideal-elastischen Substrat von Aravas/Sharma [Ara91] (vgl. Bild 64).

Bei einer weiteren Konfiguration wurde der Lasteinleitungswinkel α so gewählt, daß unter sonst gleichen Bedingungen gerade keine Kontaktzone mehr erkennbar war. Die Reduktion der Geometriedaten ergab für diesen Fall $\psi_{1\mu m} = -90^\circ$. Die unter dieser Last vorgeschädigte Umgebung der Rißfront zeigt Bild 49 c, (1). Man erkennt im Ligament (hell) in erheblichem Abstand von der Rißfront relativ große, kreisförmige Dekohäsionszonen (dunkel). Bei zunehmender Last bilden sich punktuell weitere Dekohäsionszonen, bereits vorhandene werden größer. Das weitere Versagen erfolgt als kollektives Weiterlaufen der gesamten Rißfront.

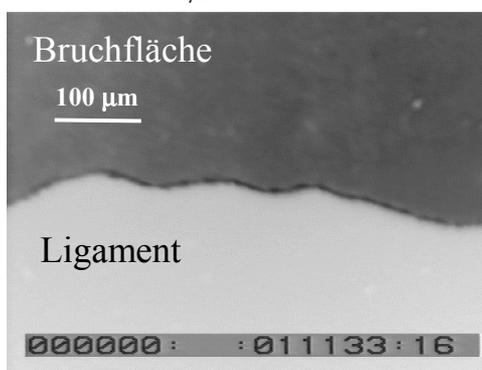
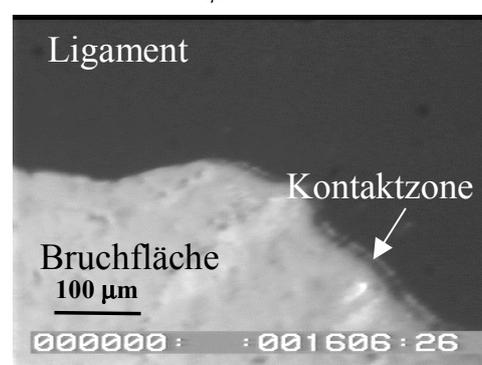
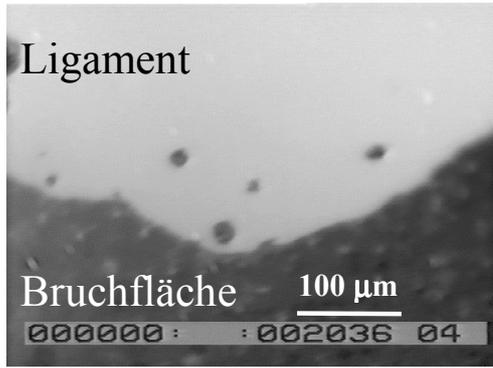
Bild 49a: $\psi_{1\mu m} \approx 25^\circ$ Bild 49b: $\psi_{1\mu m} \approx -100^\circ$ 

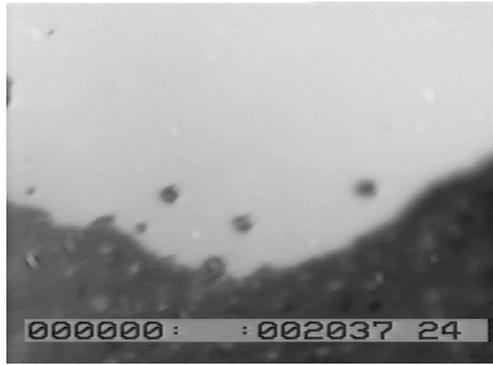
Bild 49a-d: Versagensmuster bei unterschiedlichen örtlichen Modenüberlagerungen.

Bild 49c: $\psi_{1\mu\text{m}} \approx -90^\circ$

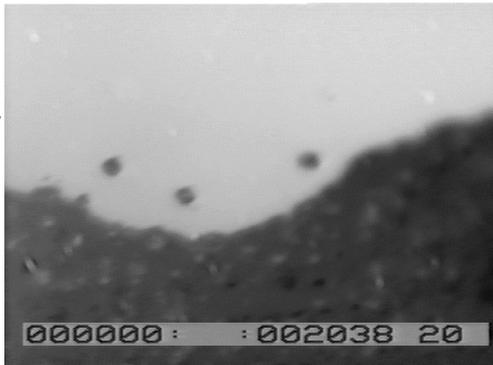
Zeit ↓



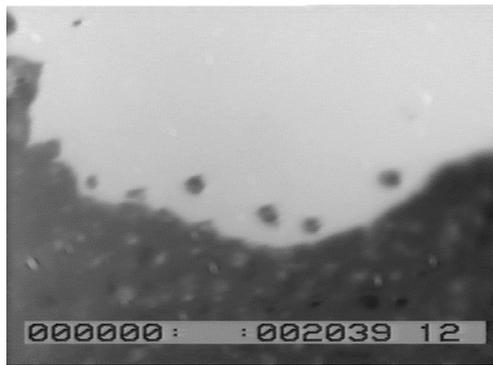
①



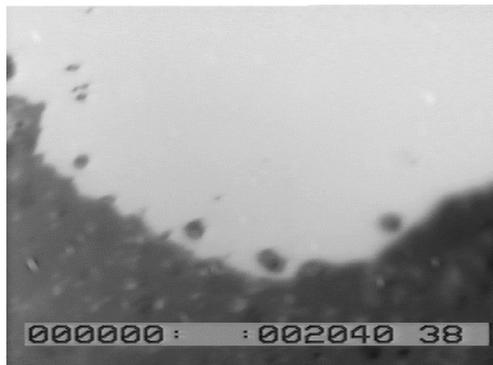
②



③



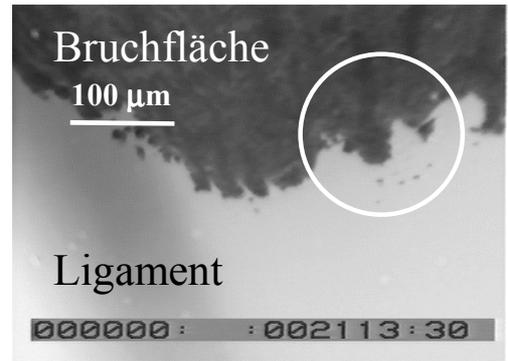
④



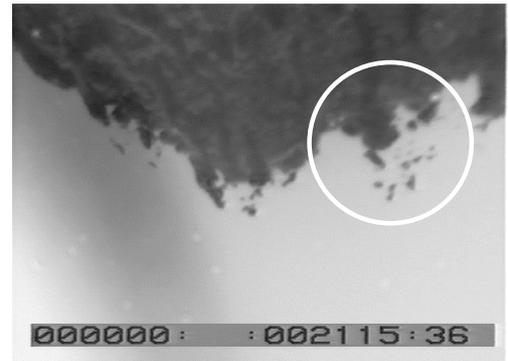
⑤

Bild 49d: $\psi_{1\mu\text{m}} \approx 70^\circ$

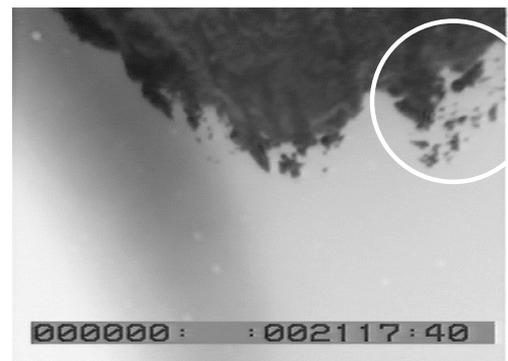
Zeit ↓



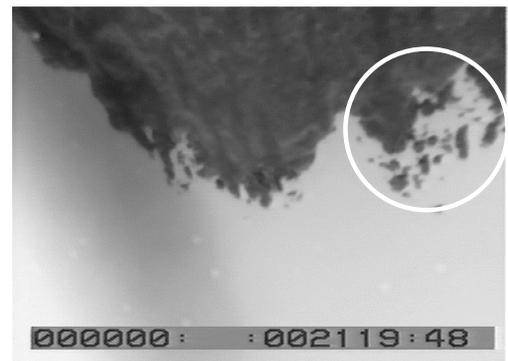
①



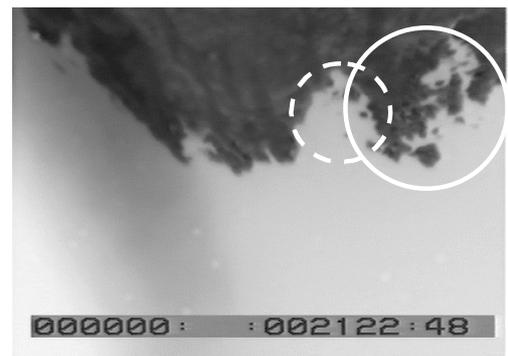
②



③



④



⑤

Ein anderes Versagensmuster liegt bei $\psi_{1,\mu m} = 70^\circ$ vor. Versagen erfolgt nun nicht als kollektives Weiterwandern einer Ausgangsrißfront, sondern initiiert abwechselnd an unterschiedlichen Abschnitten der Rißfront (Bild 49d (1),(5)) in Form von sehr kleinen Dekohäsionszonen, erkennbar als schwarze Punkte (1). Mit zunehmender Belastung nimmt die Ausdehnung dieser Dekohäsionspunkte rasch zu (2),(3) und führt zu einer Zerklüftung des betroffenen Abschnitts. Schließlich kommt es zur Koaleszenz der Schädigungsbereiche (4). Im Anschluß daran wiederholt sich derselbe Vorgang an einer anderen Stelle an der Rißfront (5). Die Dekohäsion mit anschließender Koaleszenz der Schädigungsbereiche erinnern an die Merkmale eines duktilen Bruches [And95].

Es ist naheliegend, zu vermuten, daß für das Voranschreiten des Grenzflächenversagens nach dem Muster von Bild 49d wesentlich mehr Bruchenergie aufgewendet werden muß, als z.B. für das in Bild 49a gezeigte. Angesichts so unterschiedlicher Bruchbilder ist die empfindliche Modenabhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie nicht überraschend.

6 Örtliche thermomechanische Beanspruchung an der Spitze eines Grenzflächenrisses

Durch Abkühlen eines aus Komponenten mit unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten α_i bestehenden Verbundes entstehen thermische Spannungen. Eine linear-elastische, thermomechanische Analyse dieser Eigenspannungen kann nur eine sehr grobe Näherung der thermischen Eigenspannungen liefern, da in der Realität beim Abkühlen verschiedene, im einzelnen unbekannte Materialgesetze durchlaufen werden.

Eine Abschätzung der örtlichen thermomechanischen Beanspruchung an der 4-Punkt-Biegeprobe wurde von Charalambides [Cha90] durchgeführt. Im vorliegenden Abschnitt werden thermische Spannungsanalysen für *bulk-bulk*-Verbunde vorgestellt. Dabei wird wie bei den mechanischen Spannungsanalysen (Abschnitt 4.2) das linear-elastische Materialgesetz (B.13) verwendet. Eine Temperaturabhängigkeit der E-Moduln wurde vorerst nicht berücksichtigt.

In 2.8.1 wurde erläutert, daß weder die Abhängigkeit vom Polarwinkel der singulären Spannungs- und Verschiebungsfelder, noch der Spannungsexponent $\lambda = 1/2 + i\varepsilon$ davon beeinflusst werden, ob die Beanspruchung durch thermische oder mechanische Beanspruchung zustande kommt. Die singulären Nahfelder können also in beiden Fällen durch die auf den gleichen Spannungsexponenten bezogenen K-Faktoren $K_{I,1\mu\text{m}}^{TF}, K_{II,1\mu\text{m}}^{TF}$ charakterisiert werden. In 2.8.4 wurde weiter erläutert, daß der grundsätzlich bei thermischer Beanspruchung auftretende, abstandsunabhängige Regulärterm im Spezialfall des Grenzflächenrisses (Verbundwinkel $\vartheta_1 = -\vartheta_2 = 180^\circ$) verschwindet. Die Bestimmung der thermischen K-Faktoren kann also in völliger Analogie zum Fall der rein mechanischen Beanspruchung erfolgen.

Für unterschiedliche Prüfkörpergeometrien und diskrete Rißlängen $\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ werden im ersten Schritt die thermischen Spannungsintensitätsfaktoren entsprechend (2.36) aus der thermischen Spannungsanalyse extrahiert. Die linear-elastische Spannungsanalyse wird jeweils für eine Abkühlung des Verbundes um $\Delta T = -100\text{K}$ durchgeführt, wobei für die Wärmeausdehnungskoeffizienten gilt: $\alpha_1 = 4 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$ und $\alpha_2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$. Wegen der Linearität der Spannungsanalyse skalieren die Spannungen mit ΔT . Durch Interpolation erhält man im zweiten Schritt die K-Faktoren als Funktion der Rißlänge a . Mit (238) und (2.19) erhält

man daraus den Mixed-Mode-Winkel $\psi_L(a)$ bzw. die Energiefreisetzungsrates $G(a)$ als Funktion der Rißlänge. Die Größe $G(a)$ beschreibt dabei das Energieangebot, welches durch die thermische Beanspruchung bei Rißwachstum zur Verfügung gestellt werden kann. Die Größen $G(a)$ und $\psi_L(a)$ können sowohl separat als Funktion der Rißlänge a aufgetragen werden als auch parametrisch im $G(\psi_L)$ -Diagramm mit der Rißlänge als monoton zunehmender Größe.

Für die Bezeichnung der Verbundkomponenten gilt Bild 9.

Die allen folgenden Untersuchungen gemeinsamen elastischen Konstanten sind

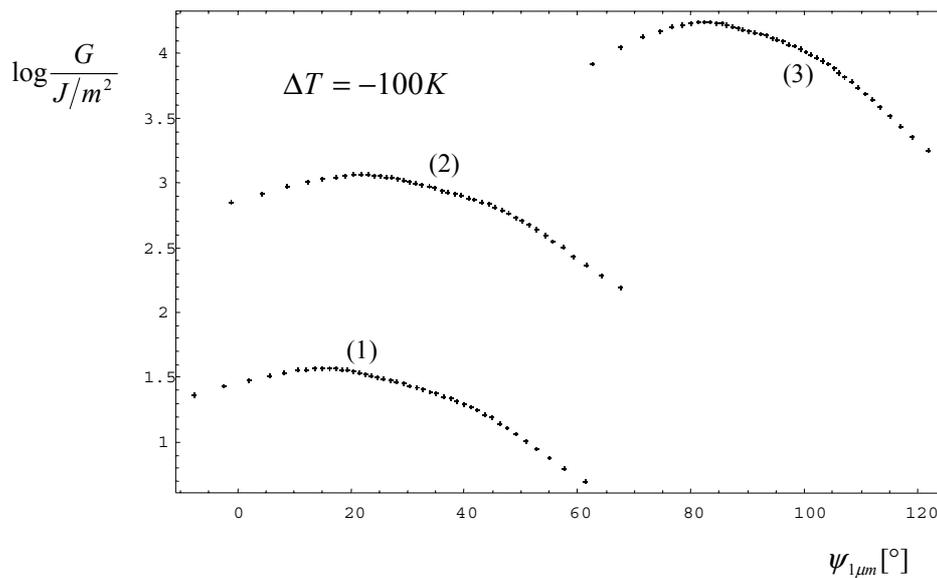
$$\nu_1 = \nu_2 = 0.3, E_2 = 60 \cdot 10^3 \frac{N}{mm^2}.$$

6.1 Einfluß des E-Moduls E_1 des oberen Verbundmediums

Für die Verbundabmessungen $L = 50mm$, $h_1 = 20mm$ und $h_2 = 10mm$ wurden die thermischen Spannungen für drei unterschiedliche E-Moduln E_1 des oberen Verbundmediums berechnet (Diese Abmessungen entsprechen dem in die Belastungsvorrichtung eingebauten Verbund, Bild 40). Als Verschiebungsrandbedingung wurde dabei die Befestigung der Unterseite des Prüfkörpers vorgegeben (dort verschwindende x -, y -Verschiebung entsprechend Bild 52). Diese Randbedingung stimmt mit der Befestigungsrandbedingung der in 4.2 durchgeführten Spannungsanalyse für mechanische Belastung überein (Bild 30).

Für die Modellierung der Abhängigkeit von der Rißlänge standen 42 FE-Netze mit Rißlängen von $a_1 \approx 0.5mm$ bis $a_{42} \approx 46mm$ in Schritten von $\Delta a = 1.1mm$ zur Verfügung. Bild 50 zeigt das infolge der Abkühlung entstehende Energieangebot für Rißwachstum (Energiefreisetzungsrates G) als Funktion des Mixed-Mode-Winkels $\psi_{1,\mu m}$ für schrittweise zunehmende Rißlänge. Wegen des starken Einflusses des E-Moduls E_1 wurde für G die logarithmische Darstellung gewählt. Man erkennt, daß der E-Modul E_1 der Verbundkomponente #1 nicht nur die Energiefreisetzungsrates G beeinflusst, sondern auch die Modenüberlagerung ψ , unter welcher das Energieangebot zur Verfügung steht. Bei geringem E-Modul des oberen Verbundmediums (Kurve 1) und kurzen Rißlängen beginnt das Rißwachstum annähernd unter Mode-I-

Beanspruchung ($\psi \approx 0^\circ$) und erreicht bei großen Rißlängen $\psi \approx 60^\circ$. Bei großem E_1 (Kurve 3) beginnt dagegen das Rißwachstum bereits bei kurzen Rißlängen annähernd unter $\psi \approx 60^\circ$, findet dann bei mittleren Rißlängen unter Mode-II⁺-Beanspruchung ($\psi = 90^\circ$) statt und wechselt bei großen Rißlängen schließlich in eine Beanspruchung durch Scherkompression, bei dem sich die Rißufer berühren ($\psi > 90^\circ$) (Zur anschaulichen Interpretation des Mixed-Mode-Winkels vgl. Abschnitt 2.8.3).



1	$E_1 = 100 \text{ N/mm}^2$
2	$E_1 = 3200 \text{ N/mm}^2$
3	$E_1 = 60 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$

Bild 50: Thermisches Energieangebot $G(\psi_{1,\mu m})$ für Rißwachstum bei unterschiedlichen E-Moduln des oberen Verbundmediums. Die Punkte entsprechen von links nach rechts jeweils den Rißlängen a_1, a_2, \dots, a_{42} mit $a_1 \approx 0.5 \text{ mm}$ und $a_{42} \approx 46 \text{ mm}$ und $\Delta a \approx 1.1 \text{ mm}$.

Im Rahmen der o.g. Näherungen bei der Berechnung der thermischen Spannungen würde man durch Vergleich des Energieangebotes $G(\psi_L)$ mit dem Energiebedarf $G_c(\psi_L)$ zu einer Aussage gelangen, ob Rißwachstum einsetzt bzw. wieder zum Stillstand kommt. Dabei ist der Energiebedarf für das Wachstum des Grenzflächenrisses näherungsweise durch die U-Gestalt der $G_c(\psi_L)$ -Kurve entsprechend Bild 44 charakterisiert. Bild 51 zeigt den Vergleich der

LDPE-Glas-Grenzflächenkenngröße $G_c(\psi_{1\mu m})$ zusammen mit dem abgeschätzten thermischen Energieangebot $G(\psi_{1\mu m})$ (Kurve #1 aus Bild 50)

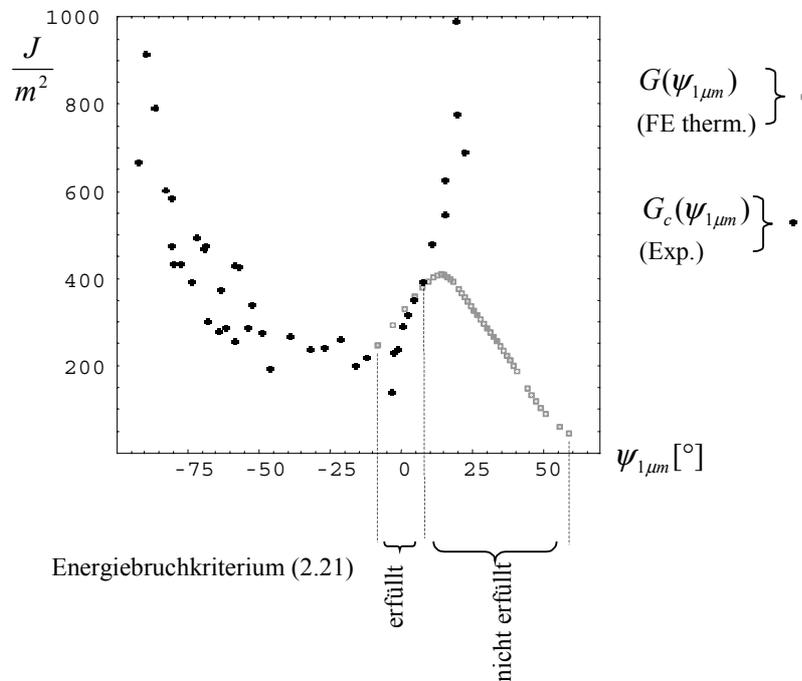


Bild 51: Vergleich der grenzflächenspezifischen Bruchenergie $G_c(\psi_{1\mu m})$ mit dem Energieangebot $G(\psi_{1\mu m})$ für Rißwachstum, das infolge der thermischen Eigenspannungen ($\Delta T = -100K$) zur Verfügung steht.

Man erkennt, daß das Energiebruchkriterium (2.21) erfüllt ist,

$$G > G_c \text{ für } a \ll a_5$$

und nicht mehr erfüllt ist,

$$G < G_c \text{ für } a \gg a_5.$$

Im Rahmen dieser thermischen Modellrechnung käme also die eigenspannungsbedingte Rißausbreitung etwa bei der Rißlänge $a_5 \approx 5.5 \text{ mm}$ zum Stillstand.

6.2 Einfluß des Verhältnisses von Verbundlänge zur Verbundhöhe und Einfluß der Befestigungsrandbedingungen

Im folgenden soll untersucht werden, welchen Einfluß das Verhältnis der Verbundlänge L zur Dicke h_i der beiden Verbundkomponenten auf die örtliche Modenüberlagerung $\psi_{1\mu m}$ und die Beanspruchungsstärke G hat. Es werden hierfür vier unterschiedliche Verbundgeometrien untersucht, wobei in allen Fällen $h_1 = h_2 = 4 \text{ mm}$ gilt, während die Verbundlänge entsprechend Tab. 4 variiert wird.

Tab. 4: Verbundgeometrien, für die die örtliche thermomechanische Beanspruchung bestimmt wurde.

	$L [\text{mm}]$	$L/h_i, i = 1, 2$
A	50.00	12.50
B	25.00	6.250
C	12.50	3.125
D	6.25	1.563

Die Materialkonstanten α_i, ν_i, E_2 sind wie oben angegeben, für den E-Modul des oberen Verbundmediums wurde $E_1 = 3200 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ gewählt.

Bei der Spannungsanalyse der Verbunde A,...,D wird weiter danach unterschieden, wie der thermisch beanspruchte Prüfkörper während des Abkühlens befestigt ist. Die Befestigung erfolgt jeweils durch Vorgabe der Verschiebungsrandbedingungen $u_x = u_y = 0$ an den ausgewählten Netzknoten. Diese Randbedingungen werden entweder an der Unterkante des Prüfkörpers vorgegeben („Subskript h “) oder an der Stirnseite des Substrats bei $x = L$ („Subskript v “). Zum Beispiel sind die deformierten FE-Netze für die Verbunde B_h und B_v in Bild 54 bzw. Bild 55 gezeigt. Man erkennt durch Vergleich, daß sowohl das globale als auch das örtliche Deformationsverhalten empfindlich von diesen Randbedingungen abhängt.

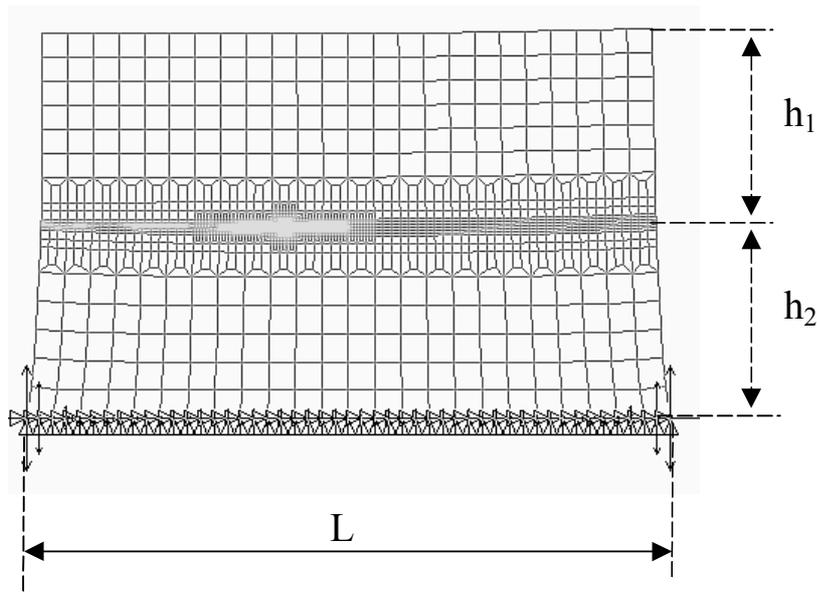
Bild 52: Deformation infolge von Abkühlung des Verbundes C_h .

Bild 53 zeigt das thermische Energieangebot $G(a)$ infolge einer Abkühlung um $\Delta T = -100K$ und die jeweilige Modenüberlagerung $\psi(a)$ separat als Funktion der Rißlänge für vertikale (a) und horizontale (b) Befestigungsrandbedingungen.

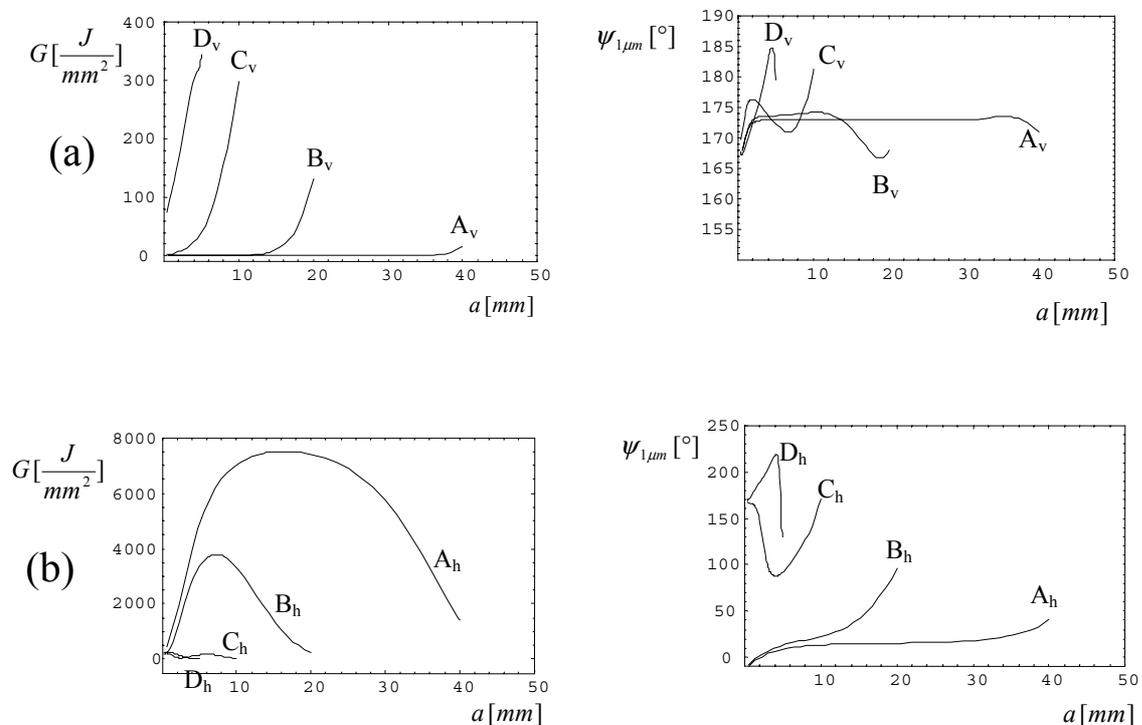


Bild 53: Abhängigkeit der Energiefreisetzungsrate und der Modenüberlagerung von der Rißlänge für vertikale (a) und horizontale (b) Befestigungsrandbedingungen des Prüfkörpers.

Man erkennt, daß die Stärke der Beanspruchung $G(a)$ sich um circa eine Größenordnung unterscheidet, je nach dem, wie der Prüfkörper beim Abkühlen festgehalten wird. Man erkennt weiterhin, daß innerhalb der gleichen Befestigungsrandbedingungen das Längen/Dicken-Verhältnis des Verbundes die Stärke der Beanspruchung $G(a)$ ebenfalls um mindestens eine Größenordnung variieren läßt. So ist bei vertikaler Befestigung die Beanspruchungsstärke minimal bei sehr flachen Verbunden, während für sehr dicke Verbunde die Beanspruchung bei horizontaler Befestigung minimal wird.

Hinsichtlich der Modenüberlagerung erkennt man, daß bei vertikaler Befestigung (Bild 53a) die Beanspruchung immer im zweiten oder dritten Quadranten des $K_{I,1\mu m}^{TF} - K_{II,1\mu m}^{TF}$ -Raumes liegt, mithin wäre bei Berücksichtigung der Verformungsbehinderung an den Rißufern die örtliche Normalbeanspruchung der Rißspitze immer kompressiv. Bei horizontaler Befestigung (Bild 53b) kommt ein Einfluß des Längen/Dicken-Verhältnisses hinzu. Für dicke Verbunde liegt die Beanspruchung dann ebenfalls im zweiten oder dritten Quadranten, dagegen für dünne Verbunde im ersten Quadranten. Bei kurzen Rißlängen herrscht in letzterem Fall annähernd Mode-I-Beanspruchung, beim Anwachsen des Risses tritt dann ein zunehmender Mode-II-Anteil hinzu.

6.3 Korrektur der $G_c(\psi)$ -Grenzflächenkennkurve für thermische Beanspruchung

Im Experiment wird durch die Prüfeinrichtung eine örtliche mechanische Beanspruchung der Rißspitze realisiert. Mit Hilfe des FE-Modells wurde der Zusammenhang zwischen der Versuchsgeometrie und der eingepprägten Last einerseits und der Stärke und der Mehrachsigkeit der örtlichen mechanischen Beanspruchung der Rißspitze andererseits hergestellt (Abschnitt 4.2.3.1). Sind in dem Prüfkörper Eigenspannungen eingefroren, wirkt daher an der Rißspitze eine Kombination aus thermischer und mechanischer Beanspruchung. Da die öffnungsdominierten K-Faktoren des thermischen und des mechanischen Problems auf den gleichen Spannungsexponenten bezogen sind, genügt es wegen der Linearität des Problems, die örtliche mechanische Beanspruchung ($K_{I,1\mu m}^{TF,mech}, K_{II,1\mu m}^{TF,mech}$) mit den thermischen K-Faktoren zu überlagern:

$$K_{i,1\mu m}^{TF} = K_{i,1\mu m}^{TF,therm} + K_{i,1\mu m}^{TF,mech}, \quad i = I, II \quad (6.1)$$

Die Bestimmung der thermischen K-Faktoren erfolgte dabei am FE-Modell mit den Abmessungen und Materialkonstanten des verwendeten LDPE/Glas-Prüfkörpers. Die Befestigungsrandbedingungen des thermischen und mechanischen Problems stimmten mit der im Versuchsaufbau realisierten Situation überein und entsprechen im Prinzip Bild 55a.

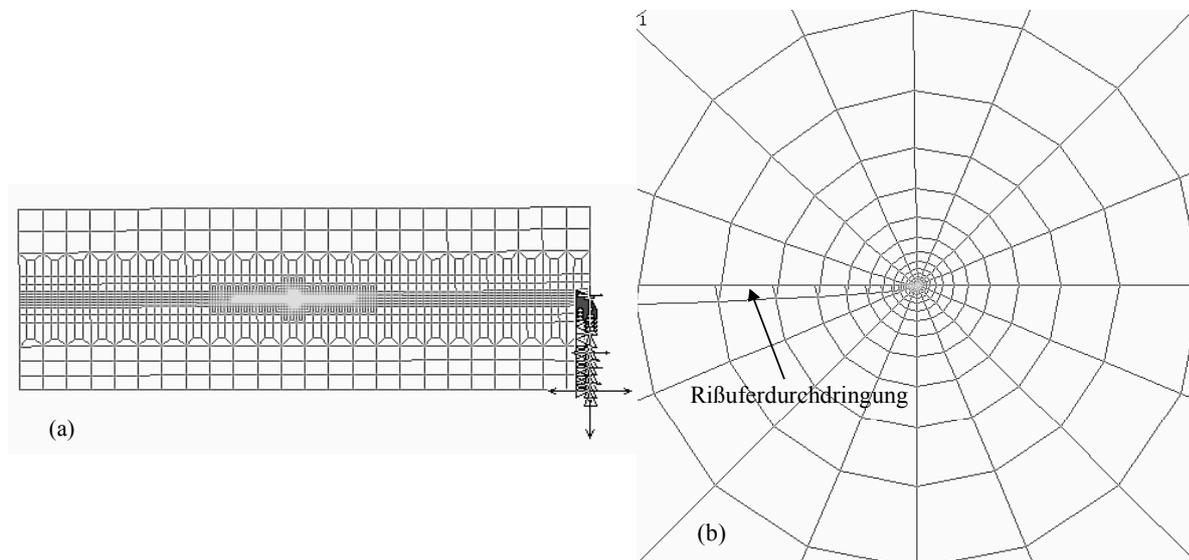


Bild 54: Globale (a) und örtliche Deformation (b) infolge der Abkühlung des Verbundes B_v.

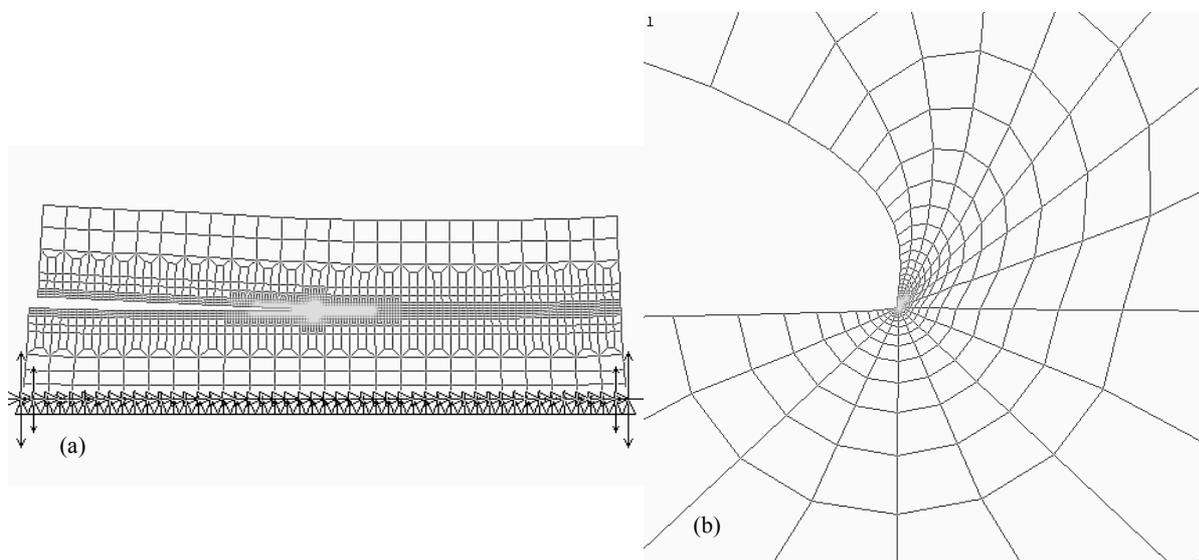


Bild 55: Globale (a) und örtliche Deformation (b) infolge der Abkühlung des Verbundes B_h.

Aus den eingangs genannten Gründen kann die Modellierung des thermischen Problems insbesondere bei LDPE als Verbundmedium bestenfalls eine Abschätzung der tatsächlichen thermischen Beanspruchung infolge eingefrorener Eigenspannungen liefern. Zur Berücksichtigung

sichtigung der thermischen Beanspruchung bei der Reduktion der experimentellen Rohdaten $\{F_c, \alpha, a\}$ wird deshalb versuchsweise eine Abkühlung um $\Delta T = -30K$ veranschlagt. Die um die thermische Beanspruchung korrigierte experimentelle $G_c(\psi_{1\mu m})$ -Kurve ist in Bild 56 gezeigt.

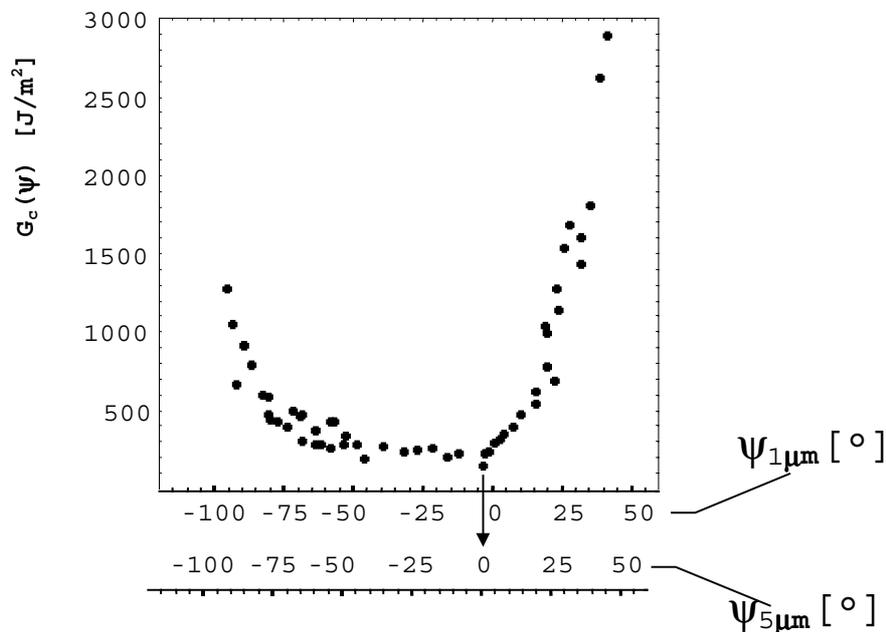


Bild 56: $G_c(\psi_{1\mu m})$ -Grenzflächenkennkurve, korrigiert um die zusätzliche Beanspruchung infolge thermischer Eigenspannungen.

Aus dem Vergleich mit Bild 44 ist ersichtlich, daß sich im wesentlichen nur die Lage des Minimums $G_{c,0}$ verschoben hat. Man erkennt, daß die intrinsische Adhäsion nun bei $\psi_{1\mu m}^0 \approx -5^\circ$ auftritt. Mit der Argumentation von Abschnitt 5.5 ergibt sich daraus eine abgeschätzte Prozeßzonenausdehnung von etwa $5\mu m$. Soll die $G_c(\psi_L)$ -Kurve einer Grenzfläche an einem Verbund bestimmt werden, in dem nicht vernachlässigbare thermische Eigenspannungen eingefroren sind, ist es ratsam, alle Messungen bei der gleichen Rißlänge durchzuführen, da dann die örtliche thermische Beanspruchung $K_{i,1\mu m}^{TF,therm}$, $i = I, II$, konstant ist und nur eine Translation der Bruchkurve im K-Raum bewirkt. Andernfalls können im Vergleich zur mechanischen Beanspruchung nicht vernachlässigbare thermische Eigenspannungen eine Streuung der $G_c(\psi_L)$ -Datenpunkte bewirken.

7 FE-Modellierung des Rißuferkontaktes am Grenzflächenriß zwischen Verbundkomponenten mit unterschiedlichen elastischen Konstanten

In den Abschnitten 7 und 8 sollen an Hand geeigneter FE-Modelle zwei am Grenzflächenriß typischerweise auftretende Nichtlinearitäten untersucht werden, nämlich Rißuferkontakt und plastisches Fließen. Ziel ist zunächst, die dadurch bewirkten Abweichungen von der linear-elastischen Beschreibung hinsichtlich der Spannungen, Dehnungen und der Modenüberlagerung qualitativ zu verstehen. Im zweiten Schritt soll jeweils untersucht werden, ob unter der Voraussetzung, daß die Nichtlinearität auf ein sehr kleines, mit dem linear-elastischen bruchmechanischen Zugang noch kompatibles Gebiet beschränkt sei, aus einem ins Innere der Nichtlinearitätszone eingebetteten Bruchkriterium ein Beitrag dieser Nichtlinearität zum starken Anstieg der $G_c(\psi_{1\mu m})$ -Kurve abgeleitet werden kann.

7.1 Unabhängigkeit der Kontaktlänge vom Gleitreibungskoeffizienten

Im Abschnitt 3.1.1 wurde am Modell des Grenzflächenrisses mit kräftefreien Rißufern die Kontaktlänge r_c abgeschätzt (3.2). Es ergab sich, daß r_c bei einem öffnungsdominierten Beanspruchungszustand ($K_{I,L}^{TF}, K_{II,L}^{TF}$) empfindlich von der Modenüberlagerung ψ_L abhängt.

Diese Abschätzung berücksichtigt nicht eine mögliche Reibung in der Kontaktfuge.

Die FE-Modellierung des Kleinbereichkontaktes SSC (3.6) unter Berücksichtigung der Reibung zeigt, daß die Kontaktlänge r_c weitgehend unabhängig vom Gleitreibungskoeffizienten ρ ist (Bild 57). Zum Vergleich ist die analytische Abschätzung der $r_c(\psi)$ -Abhängigkeit angegeben, wie sie sich aus (3.2) für den reibungsfreien Fall ergibt.

Die stufenweise Zunahme der Kontaktlänge ist ein numerisches Artefakt des verwendeten Elementenetzes. Es entsteht dadurch, daß die Zunahme der Kontaktlänge infolge einer kleinen Änderung der Modenüberlagerung $\Delta\psi_L = 0.5^\circ$ nicht immer zu einer Änderung des Kontaktstatus bei den Nachbarknoten des letzten geschlossenen Knotenpaares führt.

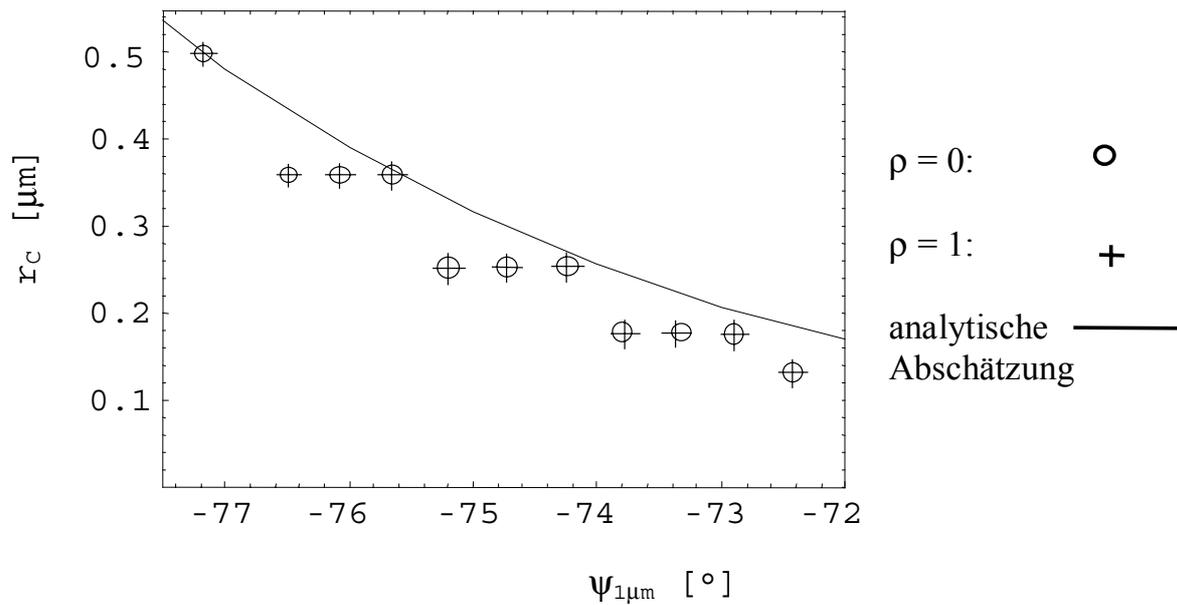


Bild 57: Vergleich der analytischen Abschätzung der Kontaktlänge mit numerischen Werten für den reibungsfreien und den reibungsbehafteten Fall.

7.2 Spannungsumlagerung der zweiachsigen Belastung in einen einachsigen Scherspannungszustand infolge des Rißuferkontaktes.

In der Kontaktzone sind die Rißufer geschlossen. Deshalb kann (bei linear-elastischem Materialgesetz) keine Zugbelastung in das Innere der Kontaktzone übertragen werden. Eine gemischte äußere Beanspruchung lagert sich infolgedessen zwangsläufig in eine reine Scherbeanspruchung um. Bild 58 zeigt die Abhängigkeit des Mixed-Mode-Winkels $\psi(r)$ (2.39) vom logarithmischen Abstand \hat{r} von der Rißspitze für zwei Fälle. Im ersten Fall wurde die äußere Belastung so gewählt, daß im Außenbereich der öffnungsdominierten K-Dominanzzone die Modenüberlagerung $\psi_{1\mu m} = -72^\circ$ vorliegt, im zweiten Fall $\psi_{1\mu m} = -77^\circ$. Man erkennt, daß in beiden Fällen die Spannungsüberlagerung mit zunehmender Annäherung an die Kontaktzone von der linear-elastischen Lösung des zweiachsigen TF-Spannungszustandes abweicht und schließlich im Inneren der Kontaktzone den einachsigen Scherzustand $\psi = -90^\circ$ (Mode II^-) erreicht. Man erkennt weiter, daß die Abstandsabhängigkeit der Spannungsüberlagerung $\psi(r)$ unabhängig ist vom Wert des Gleitreibungskoeffizienten ρ .

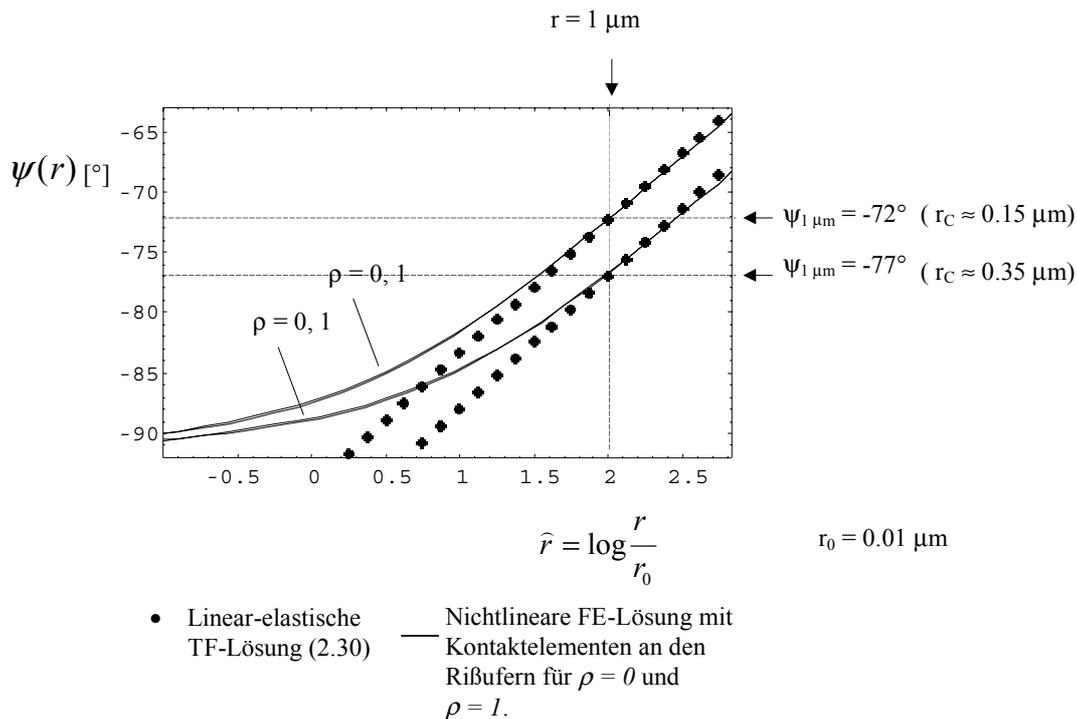


Bild 58: Änderung der Modenüberlagerung $\psi(r)$ (2.39) infolge der Spannungsumlagerung an einer Kleinbereichkontaktzone (SSC).

Eine weitere Singularitätsstelle wäre beim SSC am Übergang von der Kontaktzone zum Bereich der geöffneten Rißufer zu erwarten. Comninou und Dundurs haben jedoch gezeigt, daß die zugehörigen Spannungs- und Verschiebungsrandbedingungen nur eine Lösung zulassen, bei der an diesem Punkt sowohl die Scher- als auch die Normalspannung verschwinden [Com79].

7.3 Einfluß der Reibung auf die Zug- und Scherspannungsverteilung in Umfangsrichtung im Inneren der Kontaktzone

Für unterschiedliche Werte des Gleitreibungskoeffizienten ρ können die Scherspannungsin-tensitätsfaktoren K_{II}^{CT} nicht verglichen werden, da sie wegen (2.51) auf unterschiedliche Spannungsexponenten λ bezogen sind. Deshalb wird im folgenden unmittelbar der Einfluß der Reibung auf die singulären CT-Spannungs- und Verschiebungsfelder weit im Inneren der Kontaktzone untersucht.

Dort stimmt die FE-Lösung mit der analytischen CT-Nahfeld-Lösung überein (vgl. Bild 16). Deshalb genügt es im folgenden, die analytische Lösung (2.49) zu diskutieren. Bild 59 zeigt

den Verlauf in Umfangsrichtung der mit K_{II}^{CT} skalierten zylindrischen Spannungskomponenten $\sigma_{\theta\theta}(r, \theta)$, $\sigma_{r\theta}(r, \theta)$. Der Wert von K_{II}^{CT} wurde für die Fälle $\rho = 0$ und $\rho = 1$ numerisch aus dem FE-Modell des Kleinbereichkontaktes bestimmt. Die Kontaktlänge betrug jeweils $r_C = 0.17 \mu m$, die Ausdehnung der öffnungsdominierten K-Dominanzzone $r_K = 5 \mu m$.

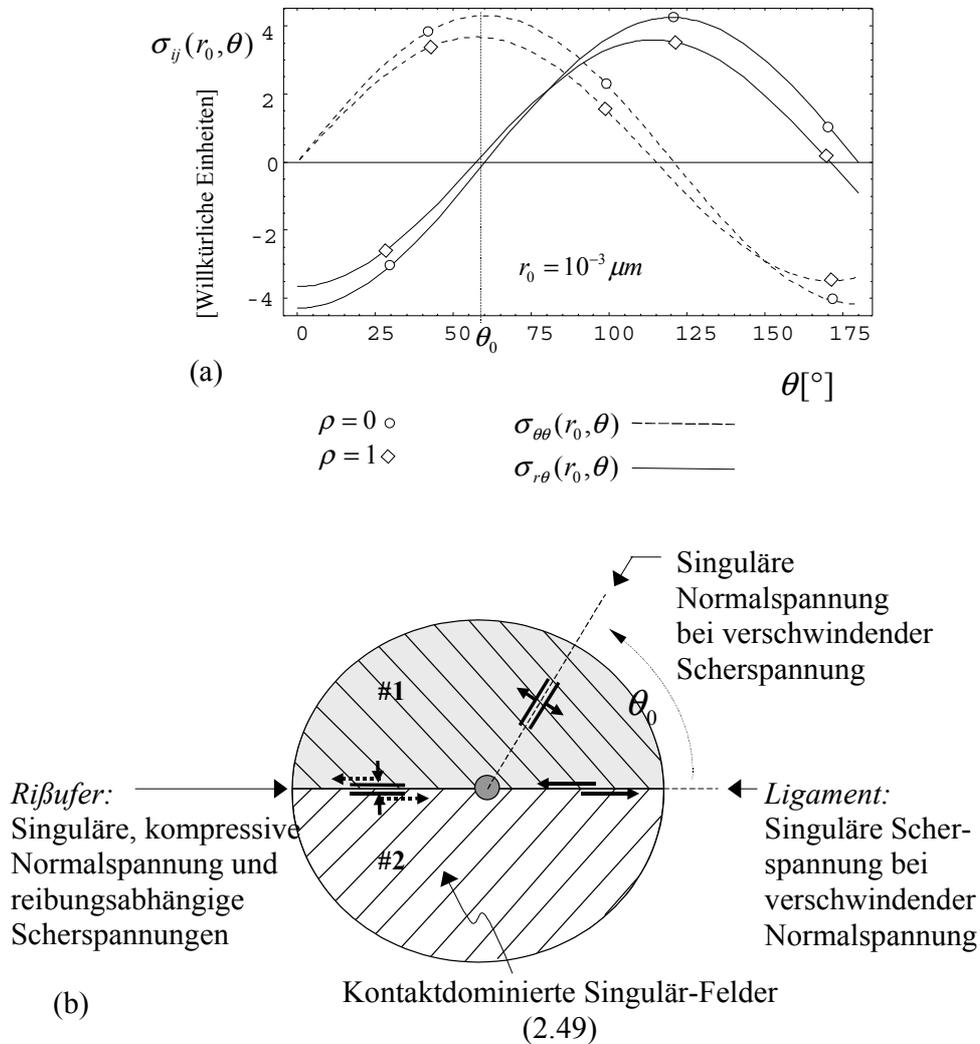


Bild 59: (a) Abhängigkeit in Umfangsrichtung der singulären Spannungen $\sigma_{\theta\theta}(r_0, \theta)$, $\sigma_{r\theta}(r_0, \theta)$ im Inneren der Kontaktzone; (b) ausgezeichnete Richtungen auf der Längenskala der Singulär-Felder bei Rißuferkontakt.

Man erkennt zunächst, daß die Absolutwerte der Spannungen bei nichtverschwindender Rißufer-Reibung etwas kleiner sind als im reibungsfreien Fall. Reibung an den Rißufern mindert erwartungsgemäß die Beanspruchung der Rißspitze.

Da der Riß geschlossen ist, verschwinden in beiden Fällen die Normalspannungen auf dem Ligament $\theta = 0^\circ$ ($\theta = 0^\circ$). Im reibungsfreien Fall verschwindet auf dem Rißufer ($\theta = 180^\circ$) auch die Scherspannung, da in diesem Fall dort keine tangentialen Traktionen existieren.

Bei einem Polarwinkel von $\theta_0 \approx 60^\circ$ verschwindet die Scherspannung, während die Normalspannung maximal wird. Ist die Zähigkeit gegenüber Mode-I-Versagen der Verbundkomponente #1 geringer als die Zähigkeit der Grenzschicht gegenüber Mode-II-Versagen, kann die Ausbildung der Kontaktzone eine Änderung der Rißausbreitungsrichtung vom Adhäsionsbruch hin zum Kohäsionsbruch induzieren. Damit übereinstimmend berichtet [He89] von einer Tendenz zum Ausbrechen des Risses in das weichere Medium bei negativem Schub. Voraussetzung für diese Schlußfolgerung ist allerdings, daß die Materialgesetze der Verbundmedien als linear-elastisch angenommen werden dürfen, da duktiler Verhalten z.B. der Verbundkomponente #1 den Rißuferkontakt unmittelbar an der Rißspitze wieder aufhebt und somit lokal zum Mode-I-Grenzflächenversagen zurückführt (vgl. Bild 64 und 59b).

7.4 Einfluß der Reibung auf die tangentielle Rißuferverschiebung

Die Entlastung der Rißspitze infolge der Reibung in der Kontaktfuge kann auch an Hand der tangentialen Relativverschiebung δ_x der Rißufer dargestellt werden. Für das CT-Nahfeld (2.49) ist der Zusammenhang zwischen δ_x , der Scherspannungsintensität K_{II}^{CT} , dem Spannungsexponenten λ und dem Gleitreibungskoeffizienten ρ durch (2.53, 54) gegeben. Dieser analytische Ausdruck für δ_x wird mit den numerisch aus dem FE-Modell des Kleinbereichkontaktes bestimmten K_{II}^{CT} -Werten skaliert.

Bild 60 zeigt für die zwei untersuchten Fälle des Kleinbereichkontaktes, $\psi_{1\mu m} = -72^\circ$ und

$\psi_{1\mu m} = -77^\circ$, die auf den reibungsfreien Fall normierte Rißufer-Relativverschiebung $\frac{\delta_x^\rho(\hat{r})}{\delta_x^{\rho=0}(\hat{r})}$

für drei Werte des Gleitreibungskoeffizienten ρ .

Man erkennt, daß die Reibung an den Rißufern deren Tangentialverschiebung entgegenwirkt. Die Abschirmung der Rißspitze von der Beanspruchung nimmt mit dem Wert des Gleitreibungskoeffizienten ρ zu.

Der Einfluß der Reibung verschwindet in größerer Entfernung von der Kontaktzone, $r > 5 r_C$ bzw. $\hat{r} > 2.7$.

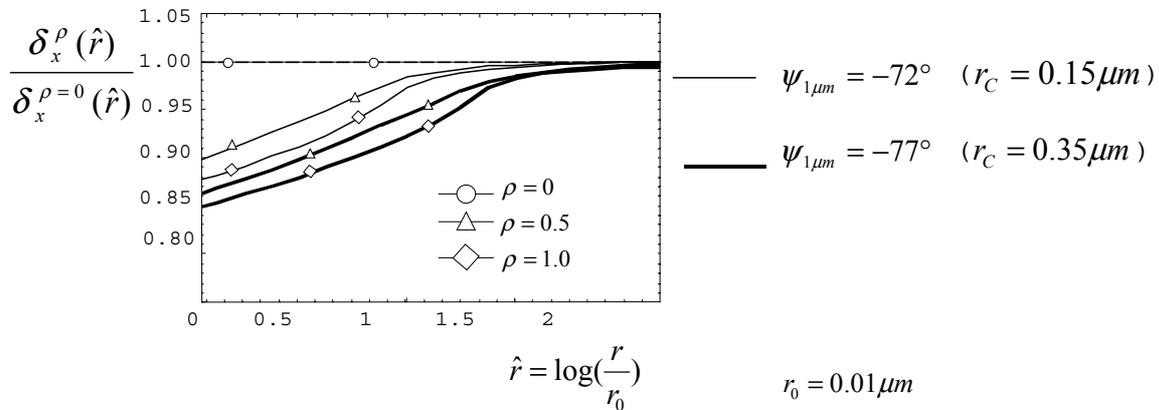


Bild 60: Tangentiale Relativverschiebung des oberen Rißufers gegenüber dem unteren, (normiert auf den reibungsfreien Fall) für zwei Fälle des Kleinbereichkontaktes.

7.5 Versagensmodell

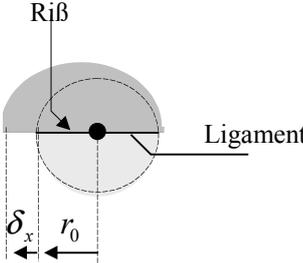
Von Evans und Hutchinson [Eva89] wurde ein Modell zur Beschreibung von Kleinbereich-Rauhigkeitseffekten an den Rißufern vorgeschlagen und im Rahmen einer FE-Studie untersucht. Abhängig von der Modenüberlagerung der das Rauheitsmodell umschließenden öffnungsdominierten, singulären Spannungsfelder (2.30) sind die Rißufer entweder geöffnet oder in Kontakt. Bei diesem Modell können beim Einsetzen des Rißuferkontaktes die Kontaktflächen zunächst noch aneinander abgleiten. Für $\psi_L \rightarrow -90^\circ$ entfällt schließlich die Möglichkeit der Gleitbewegung und es kommt zur mechanischen Verhakung. Es wird gezeigt, daß sich die so bewirkte Abschirmung der Rispitze in einem Anstieg der $G_c(\psi_L)$ -Kurve ausdrückt.

Im folgenden soll untersucht werden, ob sich, ausgehend von der Annahme eines ins Innere der Kontaktzone eingebetteten Bruchkriteriums, für $\psi_L \rightarrow -90^\circ$ ein zum Experiment analoger $G_c(\psi_L)$ -Anstieg ableiten läßt und welchen Einfluß gegebenenfalls der Reibungskoeffizient ρ dabei hat.

Im Bereich der kontaktdominierten Singulärfelder wird die Prozeßzone nur im einachsigen Scherspannungszustand $\{K_{II}^{CT}, \lambda\}$ beansprucht. Da die Scherspannung dort singulär ist,

scheidet ein Spannungskriterium aus. Auch der Spannungsintensitätsfaktor K_{II}^{CT} scheidet als Bruchkriterium aus, da er für unterschiedliche Werte des Gleitreibungskoeffizienten ρ auf unterschiedliche Spannungsintensitätsfaktoren λ bezogen ist. Deshalb wird im Rahmen eines einfachen Versagensmodells ein Deformationsbruchkriterium auf der Basis der tangentialen Relativverschiebung δ_x der Rißufer zugrunde gelegt.

Versagen soll dann eintreten, wenn die Relativverschiebung des oberen gegenüber dem unteren Rißufer an einem Abstand r_0 von der Rißspitze einen kritischen Wert übersteigt:

$$|\delta_x(r_0)| \geq |\delta_{x,c}| \quad (7.1)$$


Durch Reibung entlang der kontaktierenden Rißufer wird die Schubbeanspruchung an der Prozeßzone reduziert (Bild 60). Wegen der Beschränkung auf Kleinbereich-Kontakt (SSC) kann gleichzeitig die äußere Beanspruchung durch die öffnungsdominierten Spannungsintensitätsfaktoren $K_{I,L}^{TF}, K_{II,L}^{TF}$ beschrieben werden, sodaß ein Zusammenhang zwischen dem Versagenskriterium (7.1) und kritischen Werten dieser K-Faktoren hergestellt werden kann. Soll trotz Reibung an den Rißufern die kritische Tangentialverschiebung $\delta_{x,c}$ erreicht werden, muß die äußere Last entsprechend höher sein. Der so aus der Modellvorstellung (7.1) mittels (2.19, 38) abgeleitete $G_c(\psi_{1,\mu m})$ -Zusammenhang ist in Bild 61 dargestellt.

Beim Vergleich der Fälle $\rho = 0$ und $\rho = 1$ erkennt man zunächst eine globale Erhöhung von G_c um ca. 30% im reibungsbehafteten Fall. Weiter erkennt bei $\rho = 1$, daß bei abnehmendem Mixed-Mode-Winkel $\psi_{1,\mu m}$ (also zunehmender Kontaktlänge) G_c moderat um ca. 15% ansteigt. Verglichen mit dem im Experiment gemessenen starken Anstieg der $G_c(\psi_{1,\mu m})$ -Kurve (Bild 46) erscheint der aus dem Bruchkriterium (7.1) abgeleitete Einfluß des Mixed-Mode-Winkels auf die kritische Energiefreisetzungsrate G_c relativ gering.

Beim adhäsiven Versagen mit reibungsbehaftetem Rißuferkontakt verzweigt sich die gesamte Bruchenergie G_c in den Prozeß des Grenzflächenversagens $G_{II,c}^0$ unter Mode II^- und in die Energiedissipation G_r an den Rißufern. Dabei ist die Größe $G_{II,c}^0$ durch die Materialeigenschaften der Grenzfläche festgelegt. Tendenziell wäre zu erwarten, daß der mit der Kontaktlänge r_c zunehmende Einfluß der Reibung zu höheren Werten der kritischen Energiefreisetzungsrates G_c führen wird. Deshalb ist bei $\rho \neq 0$ ein Anstieg der kritischen Energiefreisetzungsrates G_c mit abnehmendem Mixed-Mode-Winkel ψ_L nicht überraschend. Die relative Schwäche dieses Anstieges (Bild 61) kann durch die Singularität der kompressiven Rißufer-Normalspannung $\sigma_{\theta\theta}(r, \pi)$ (2.49) plausibel gemacht werden: Durch die Reibung an den Rißufern sind dort Rißufer-Normalspannung und -scherspannung über

$$\sigma_{r\theta}(r, \pi) = \rho \sigma_{\theta\theta}(r, \pi) \quad (7.2)$$

verknüpft. Es wirken daher die größten Reibungskräfte unmittelbar an der Rißspitze, $r \rightarrow 0$. Im Vergleich dazu sind die Kompressionkräfte im Außenbereich der Kontaktzone relativ gering. Die erst bei abnehmendem Mixed-Mode-Winkel, $\psi_{1\mu m} \rightarrow -90^\circ$, kontaktierenden, entfernteren Rißuferabschnitte liefern also einen relativ geringen Beitrag zu der insgesamt an den Rißufern abfallenden Reibungskraftsumme. Die Reibungskraftsumme hängt folglich nur unempfindlich von der Kontaktlänge ab. Der dissipierte Reibungsanteil G_r und mithin auch G_c nehmen also mit $\psi_{1\mu m} \rightarrow -90^\circ$ nur noch geringfügig zu.

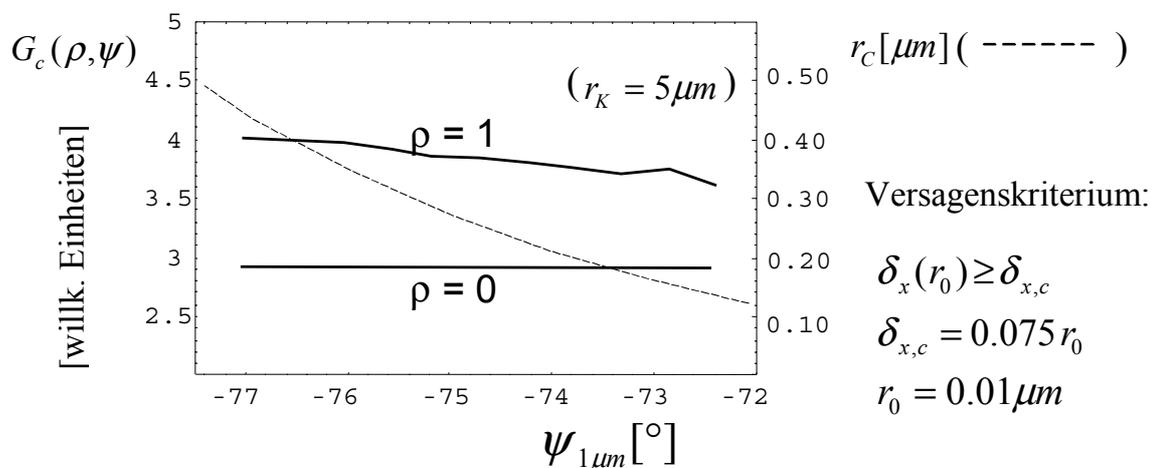


Bild 61: Abhängigkeit der kritischen Energiefreisetzungsrates $G_c(\psi)$ bei Annahme eines in die Kontaktzone eingebetteten Schubverzerrungskriteriums.

7.6 Zusammenfassung

Für realistische Werte des Gleitreibungskoeffizienten $\rho < 1$ hat die Rißuferreibung im Rahmen des Kleinbereichkontaktes (SSC) keinen signifikanten Einfluß auf die Kontaktlänge r_c .

Ebenso unerheblich ist beim SSC der Wert des Gleitreibungskoeffizienten für die Spannungsumlagerung des zweiachsigen, öffnungsdominierten Beanspruchungszustandes in die einachsige Schubbeanspruchung innerhalb der Kontaktzone.

Auf der Längenskala der kontaktdominierten Singulärfelder steht das Ligament unter einachsiger Scherbeanspruchung. Es gibt eine Schnittebenenrichtung $\theta_0 \approx 60^\circ$, für die die Normalspannung maximal wird, während gleichzeitig die Scherspannung verschwindet.

Wegen der Singularität der kompressiven Rißufernormalspannung führt eine Erhöhung der Kontaktlänge bei $\rho \neq 0$ nur zu einer geringfügigen Erhöhung der insgesamt an den Rißufern abfallenden Reibungskraft. Die durch Vergrößerung der Kontaktlänge zusätzlich bewirkte Entlastung der Rißspitze ist daher gering. Deshalb ergibt sich beim reibungsbehafteten SSC nur eine schwache $G_c(\psi)$ -Abhängigkeit, die im reibungsfreien Fall, $\rho = 0$, vollständig verschwindet.

7.7 Anmerkungen zur FE-Modellierung

Im Rahmen der FE-Studie des Kleinbereichkontaktes wurde die Zug- und Scher-Belastung an einem mittigen Grenzflächenriß zwischen zwei halbumendlichen elastischen Medien unterschiedlicher Materialkonstanten so überlagert, daß die Kontaktzone einerseits klein genug war, um die SSC-Bedingung (3.5, 6) zu erfüllen, andererseits aber groß genug, um mit der gegebenen logarithmischen Netzdiskretisierung an der Rißspitze die Spannungsanalyse auch weit im Innern der Kontaktzone $r < \frac{r_c}{100}$ zu ermöglichen.

Die Netzdiskretisierung an beiden Rißspitzen erstreckte sich über acht Längengrößenordnungen. Die Länge der kleinsten Elemente an der Rißspitze betrug $5 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}$, die halbe Rißlänge betrug $a = 5.14 \cdot 10^2 \mu\text{m}$. An den Rißufern wurden die Mittelknoten entfernt und Kontakte-

lemente vom Typ *contac48* eingeführt. Unter den Optionen dieses Elementes wurde *elastische Coulombreibung* ausgewählt.

Mit den Materialkonstanten $E_1 = 3.2 \cdot 10^3 \frac{N}{mm^2}$, $E_2 = 60 \cdot 10^3 \frac{N}{mm^2}$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ wurde zunächst die Koexistenz der rißöffnungsdominierten und der kontaktdominierten Singulärlösungen (2.30, 49) für $-82^\circ < \psi_{L=1\rho m} < -72^\circ$ nachgewiesen (Bild 16). Die Kontaktlängen lagen dabei zwischen $0.1\mu m < r_C < 0.5\mu m$.

Bei der elastischen Coulomb-Reibung setzt sich die durch ein Lastinkrement bewirkte Tangentialverschiebung aus einem elastischen und einem gleitenden Anteil zusammen:

$$\delta = \delta_x^{el} + \delta_x^{sl} \quad (7.3)$$

Für kleine Tangentialverschiebungen δ , die $K_t \delta < \rho f_n$ erfüllen, ergibt sich die übertragene Tangentialkraft f_t nach Maßgabe der tangentialen Kontaktsteifigkeit K_t . Für größere Tangentialverschiebungen δ , $K_t \delta > \rho f_n$, ist die übertragene Kraft identisch mit der Gleitreibungskraft $f_s = \rho f_n$. Dabei ist die Normalkraft

$$f_n = \begin{cases} K_n g, & g \leq 0 \\ 0, & g > 0 \end{cases} \quad (7.5)$$

wobei $g > 0$ für Rißöffnung gilt.

Für die Kontaktsteifigkeit K_n senkrecht zur Kontaktlinie wurde der E-Modul des (härteren) Verbundmediums #2 verwendet. Für die tangentialen Haftsteifigkeit K_t wurde die Voreinstellung $K_t = 0.01K_n$ übernommen. Für die Lösung wurde die Lagrange-Prozedur in Verbindung mit einer *penalty*-Funktion gewählt. Es wurde das technische Dehnungsmaß (A.14) verwendet.

8 FE-Modellierung des plastischen Fließens am Grenzflächenriß zwischen einem elastisch-plastischen Medium und einem ideal elastischen Substrat

Die linear-elastische Spannungssingularität führt in einem elastisch-plastischen Medium zu erheblichen Spannungsumlagerungen im Vergleich zur analogen Beanspruchung im linear-idealelastischen Medium. Die resultierenden plastischen Nahfelder besitzen eine komplexe Struktur, die zudem empfindlich von der Modenüberlagerung abhängt (vgl. Bild 18, 20).

Analog zur Herangehensweise in Abschnitt 7 sollen zunächst die durch ein elastisch-plastisches Materialgesetz bewirkten Abweichungen von der linear-elastischen Beschreibung hinsichtlich der Spannungen, der Verformungen und der örtlichen Modenüberlagerung qualitativ verstanden werden. Im zweiten Schritt soll untersucht werden, ob unter der Voraussetzung der Kleinbereichplastizität aus einem ins Innere der plastischen Zone eingebetteten Bruchkriterium der starke Anstieg der Grenzflächenbruchenergie $G_c(\psi_{1\mu m})$ bei zunehmender Mode-II-Beanspruchung erklärt werden kann.

8.1 Rißöffnung

Für unterschiedliche linear-elastische Modenüberlagerungen $\psi_{1\mu m}$ zeigt Bild 62 in der Gestalt von Bahnkurven³ der Rißufer-Knoten die relative Rißöffnung

$$\vec{\delta} = (\delta_x^{(1)}, \delta_y^{(1)}) - (\delta_x^{(2)}, \delta_y^{(2)}) \quad (8.1)$$

zwischen dem elastisch-idealplastischen Medium und dem elastischen Substrat. Die Darstellung der Rißöffnung ist aufgeteilt in zwei Längenskalen: (a) der K-Dominanzzone, (b) der plastischen Zone.

³ Dem monoton zunehmenden Verformungsparameter „Zeit“ entspricht hier die Lastschrittnummer.

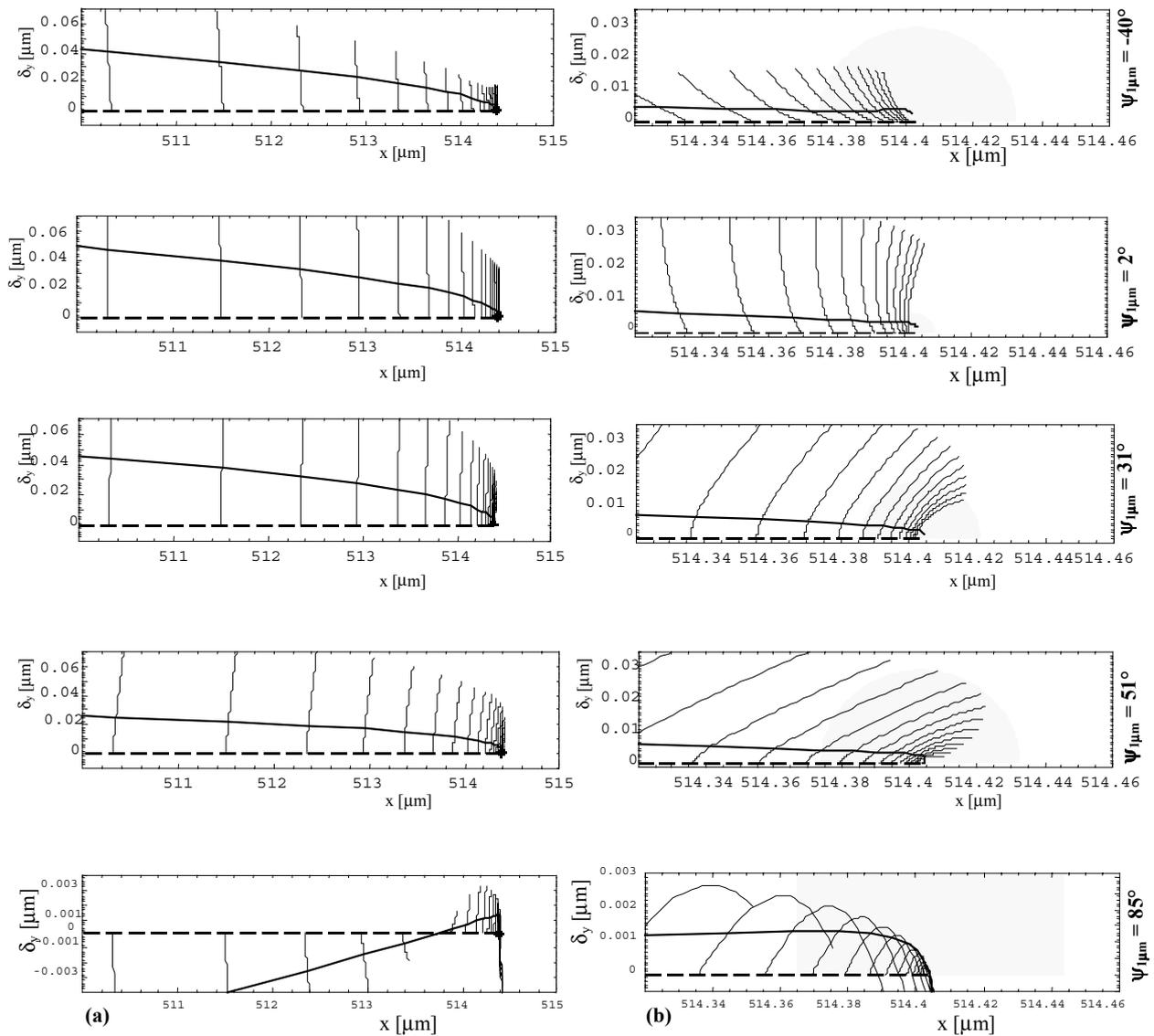


Bild 62: Zeitliche Entwicklung der Rißöffnung bei verschiedenen Modenüberlagerungen auf (a) der Längenskala des Gesamtrisses, (b) der Längenskala der plastischen Zone. Der Mixed-Mode-Winkel $\psi_{1\mu m}$ wurde jeweils bei der absoluten Beanspruchungsstärke

$|K^{TF}| = 0.15 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$ bestimmt (SSY) Zusätzlich eingezeichnet sind die Kontur des Risses

(fett), sowie die ungefähre Ausdehnung der plastischen Zone (schattiert) bei

$|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$.

Man erkennt in Bild 62 die unterschiedlichen Konturen der durch Plastizität bedingten Riabstumpfung. Bei $\psi_{1\mu m} = 85^\circ$ kommt es auf der Längenskala des Gesamtrisses (a) zum Kontakt der Rißufer und weit innerhalb der plastischen Zone (b) zu großen Verschiebungen,

die auf eine gegenseitige Durchdringung der Verbundkomponenten hindeuten. Man erkennt weiterhin, daß für $\psi_{1\mu m} = -40^\circ$ die Rißöffnung im Inneren der plastischen Zone wieder größer wird. Dieser Trend setzt sich bei $\psi_{1\mu m} = -60^\circ$ fort (Bild 63).

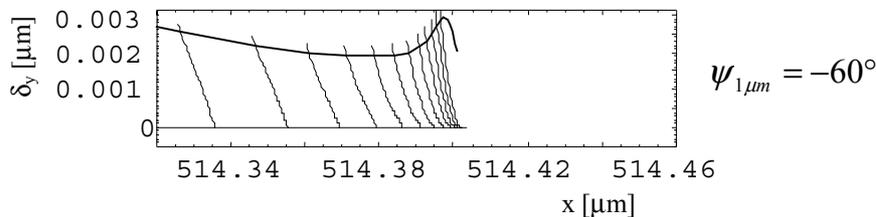


Bild 63: Rißöffnungsprofil im Inneren der plastischen Zone bei $\psi_{1\mu m} = -60^\circ$ und

$$|K| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}.$$

Für $\psi_{1\mu m} < -75^\circ$ gerät die Rißspitze wegen des Rißuferkontaktes zunehmend unter kontakt-dominierte Beanspruchung (vgl. 3.1). Das kombinierte Auftreten von Plastizität und Rißuferkontakt wird in der vorliegenden Arbeit nicht untersucht. Aravas/Sharma [Ara91] untersuchen die Spannungsverteilung und das Deformationsverhalten an der Spitze eines geschlossenen Grenzflächenrisses zwischen einem elastisch-plastischen Medium und einem ideal-elastischen Substrat. Auf der Längenskala der linear-elastischen K-Dominanzzone liegen dabei die linear-elastischen kontaktdominierten Spannungsfelder (2.49) an der Rißspitzenumgebung an. In dieser Arbeit wird gezeigt, daß das durch die kontaktdominierten Spannungsfelder bewirkte plastische Fließen im Inneren der plastischen Zone zu einer lokalen Rißöffnung führt (Bild 64).

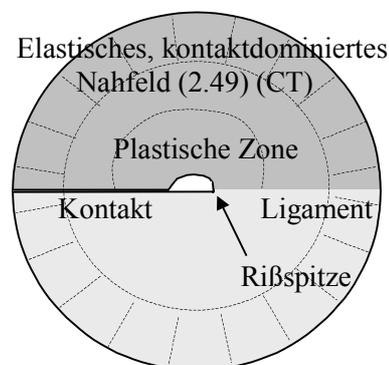


Bild 64 : Elastisch-plastisches Modell des Grenzflächenrisses mit Rißuferkontakt [Ara91].

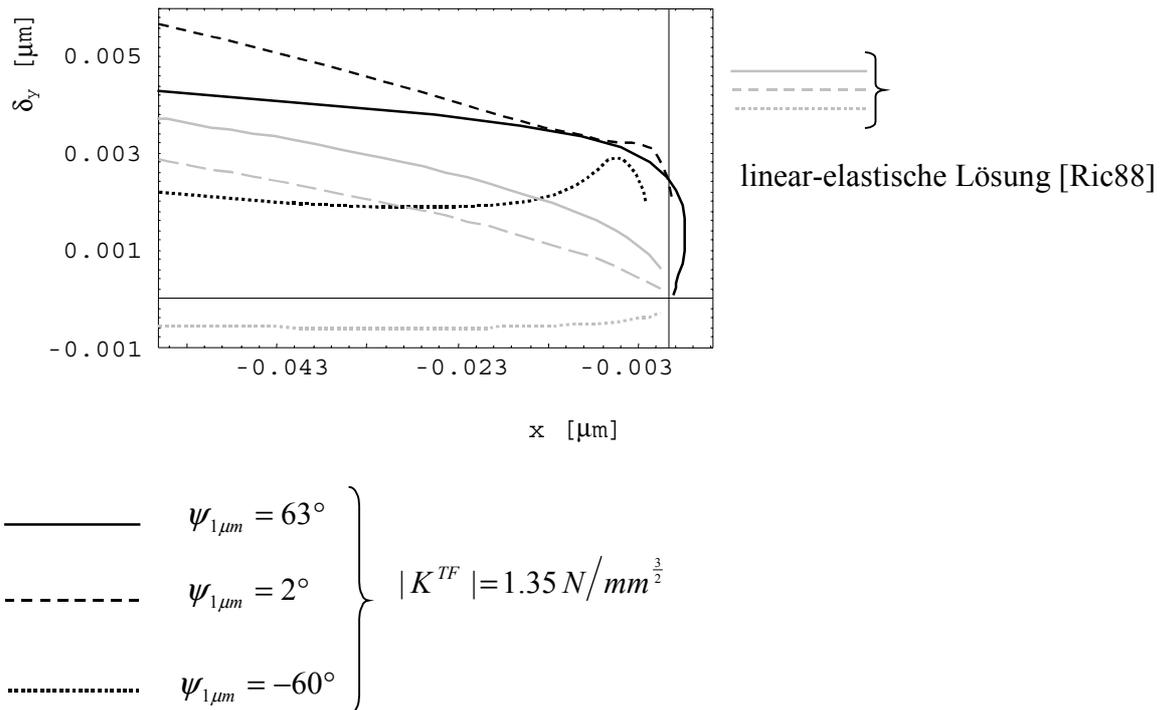


Bild 65: Relative Rißöffnung des elastisch-plastischen Haftpartners gegenüber dem elastischen Substrat bei $|K^{TF}| = 1.35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^{\frac{3}{2}}}$. Zum Vergleich ist die elastische Lösung bei der gleichen absoluten Last eingezeichnet.

8.2 Loadmap

Die an der Rißspitze realisierten Mixed-Mode-Zustände $(K_{I,L}^{TF}, K_{II,L}^{TF})$ können in einer sog. *Loadmap* (Bild 66) zusammengestellt werden. Die vom Nullpunkt radial ausgehenden Strahlen beschreiben die lastschrittweise Zunahme der absoluten Stärke $|K^{TF}| = |K_{I,L}^{TF} + iK_{II,L}^{TF}|$ der örtlichen Beanspruchung.. Der Winkel mit der $K_{I,L}^{TF}$ -Achse beschreibt die Modenüberlagerung $\psi_{1,\mu\text{m}}$ (2.38). Man erkennt zunächst, daß die örtliche Belastung in guter Näherung proportional zunimmt, d.h.

$$\frac{K_{I,1\mu\text{m}}^{TF}}{K_{II,1\mu\text{m}}^{TF}} = \text{const.} \quad (8.2)$$

Die Ergebnisse der FE-Rechnungen werden zunächst nur insoweit diskutiert, als sie einer Bedingung für Kleinbereichfließen genügen, wie etwa (3.14). Dann ist die plastische Zone von einem Gebiet umschlossen, in dem die linear-elastischen, singulären Nahfelder (2.30) dominieren. Im SSY-Fall ist deshalb das Energie-Bruchkriterium (2.21) zusammen mit der Energiefreisetzungsrates (2.19) trotz der Existenz der plastischen Zone anwendbar.

Zur Identifizierung der SSY-Fließzustände wird im ersten Schritt für jede FE-Rechnung derjenige Lastschritt ermittelt, bei dem im Außenbereich der K-Dominanzzone die linear-elastischen, öffnungsdominierten Nahfelder trotz der Existenz der plastischen Zone gerade noch nachweisbar sind. Dies geschieht analog zu Bild 16 jeweils durch Überlagerung und Vergleich der elastisch-plastischen FE-Lösung mit den linear-elastischen, öffnungsdominierten Spannungsfeldern (2.30). Letztere werden dabei jeweils mit den aus der FE-Lösung extrahierten öffnungsdominierten K-Faktoren skaliert. Weiterhin werden diejenigen Beanspruchungszustände ausgeschlossen, bei denen Rißuferkontakt auftritt. Hieraus resultiert eine Kontur im $K_I^{TF} - K_{II}^{TF}$ -Raum, innerhalb der jeder Spannungszustand einem öffnungsdominierten SSY-Zustand entspricht.

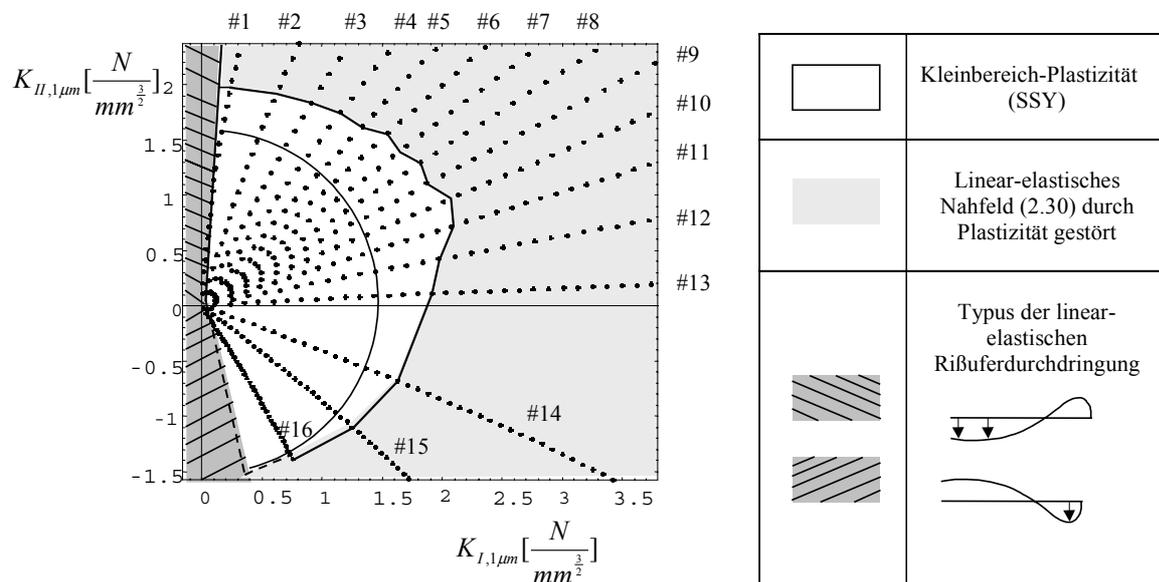


Bild 66: Loadmap der durchgeführten FE-Rechnungen mit elastisch-plastischem Materialgesetz. Die maximale Beanspruchung, bei der für *alle* FE-Rechnungen der örtliche Beanspruchungszustand gerade noch der SSY-Bedingung genügt, ist $|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{3/2}}$.

Für $|K^{TF}| < 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$ gilt dann die in Bild 7 skizzierte Hierarchie von Längenskalen: Linear-elastisches Fernfeld F , linear-elastisches Nahfeld K , plastische Zone D , nanostrukturelle Versagenszone M .

8.3 Elastisch-plastische Ligamentspannungen

Bild 67 zeigt die Abstandsabhängigkeit der Spannungskomponenten σ_{ij} und der Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ (B.9) auf dem Ligament bei unterschiedlichen Modenüberlagerungen $\psi_{1,\mu m}$ der die plastische Zone umschließenden linear-elastischen Spannungszustände ($K_{I,1,\mu m}^{TF}, K_{II,1,\mu m}^{TF}$) mit der Stärke $|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$. Die logarithmische Darstellung erstreckt sich jeweils von der K -Dominanzzone, $r \leq r_K = 5\mu m$, bis weit in das Innere der plastischen Zone, $r \geq 0.002\mu m$. Zum Vergleich sind zusätzlich die singulären, linear-elastischen Spannungskomponenten $\sigma_{xy}(r,0)$ in (a) und $\sigma_{yy}(r,0)$ in (b) punktiert eingetragen.

Man erkennt zunächst, daß die Ligamentspannungen der elastisch-plastischen Lösung für große Abstände von der Rißspitze in die öffnungsdominierte linear-elastische Singulärlösung übergehen.

Man erkennt weiter in Bild 67a, daß die Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ den Wert der Fließgrenze σ_Y nicht übersteigt. Der Ligamentabschnitt mit $\bar{\sigma} = \sigma_Y$ ist ein Fließzustand. Dort ist der Betrag der Scherspannung begrenzt auf

$$|\sigma_{xy}| \leq \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}}. \quad (\text{B. 11})$$

Man erkennt weiter, daß die Ausdehnung des Ligament-Fließzustandes mit der Modenüberlagerung um annähernd eine Dekade variiert, wobei das Minimum etwa bei der örtlichen Mode-I-Beanspruchung vorliegt.

Man erkennt außerdem in Bild 67b, daß andererseits die Normalkomponenten σ_{ii} sowie der hydrostatische Druck σ_0 nicht begrenzt sind. Ursächlich für etwaige Abweichungen von der singulären, HRR-typischen Spannungsüberhöhung (3.15) sind *finite-strain*-Effekte weit im Inneren der plastischen Zone [Mee79].

8.4 Spannungsumlagerung des zweiachsigen Spannungszustandes in einen einachsigen Zugspannungszustand infolge der plastischen Scherspannungsbegrenzung

Wie aus den Bild 67a ersichtlich, kann die Scherspannungssingularität der linear-elastischen Scherspannung von einem elastisch-plastischen Medium nicht mehr mitvollzogen werden. In ausreichend geringem Abstand von der Rißspitze ergeben sich deshalb Abweichungen.

Auf der Basis der Ligamentnormal- und -scherspannung zeigt Bild 68 die Abweichung des zweiachsigen elastisch-plastischen Beanspruchungszustandes

$$\psi(r) = \arctan \frac{\sigma_{xy}(r,0)}{\sigma_{yy}(r,0)} \quad (2.39)$$

von der Modenüberlagerung

$$\psi_{(K)}(r) = \arctan \frac{K_{II,1\mu m}^{TF}}{K_{I,1\mu m}^{TF}} + \varepsilon \ln r \quad (2.43)$$

des die plastische Zone umschließenden linear-elastischen, öffnungsdominierten Beanspruchungszustandes $(K_{I,1\mu m}^{TF}, K_{II,1\mu m}^{TF})$.

Man erkennt, daß $\psi(r)$ unabhängig von der an der Stelle $r = 1\mu m$ eingestellten Modenüberlagerung $\psi_{(K)}(1\mu m)$ mit der Ausweitung des plastischen Fließens gegen $\psi(r) \rightarrow 0^\circ$ strebt.

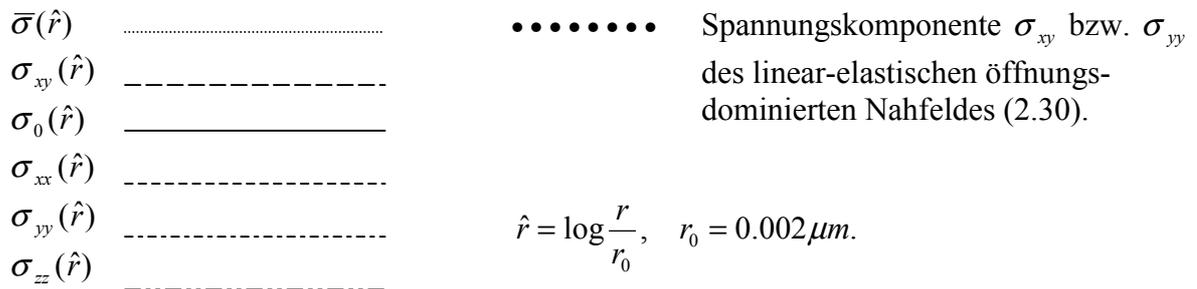
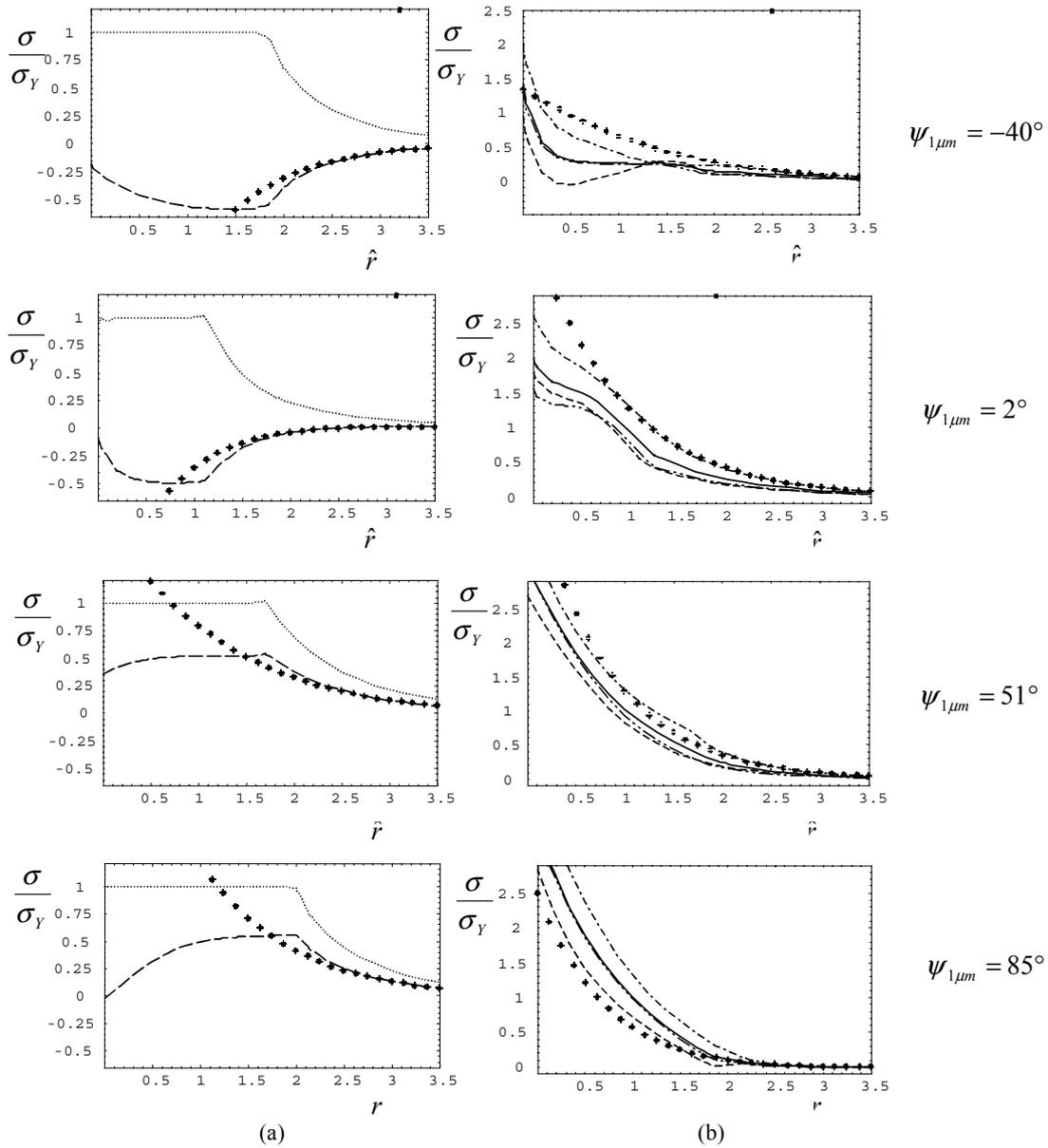


Bild 67: Abstandsabhängigkeit der elastisch-plastischen Ligamentspannungen für verschiedene Modenüberlagerungen $\psi_{1\mu m}$ bei $|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$.

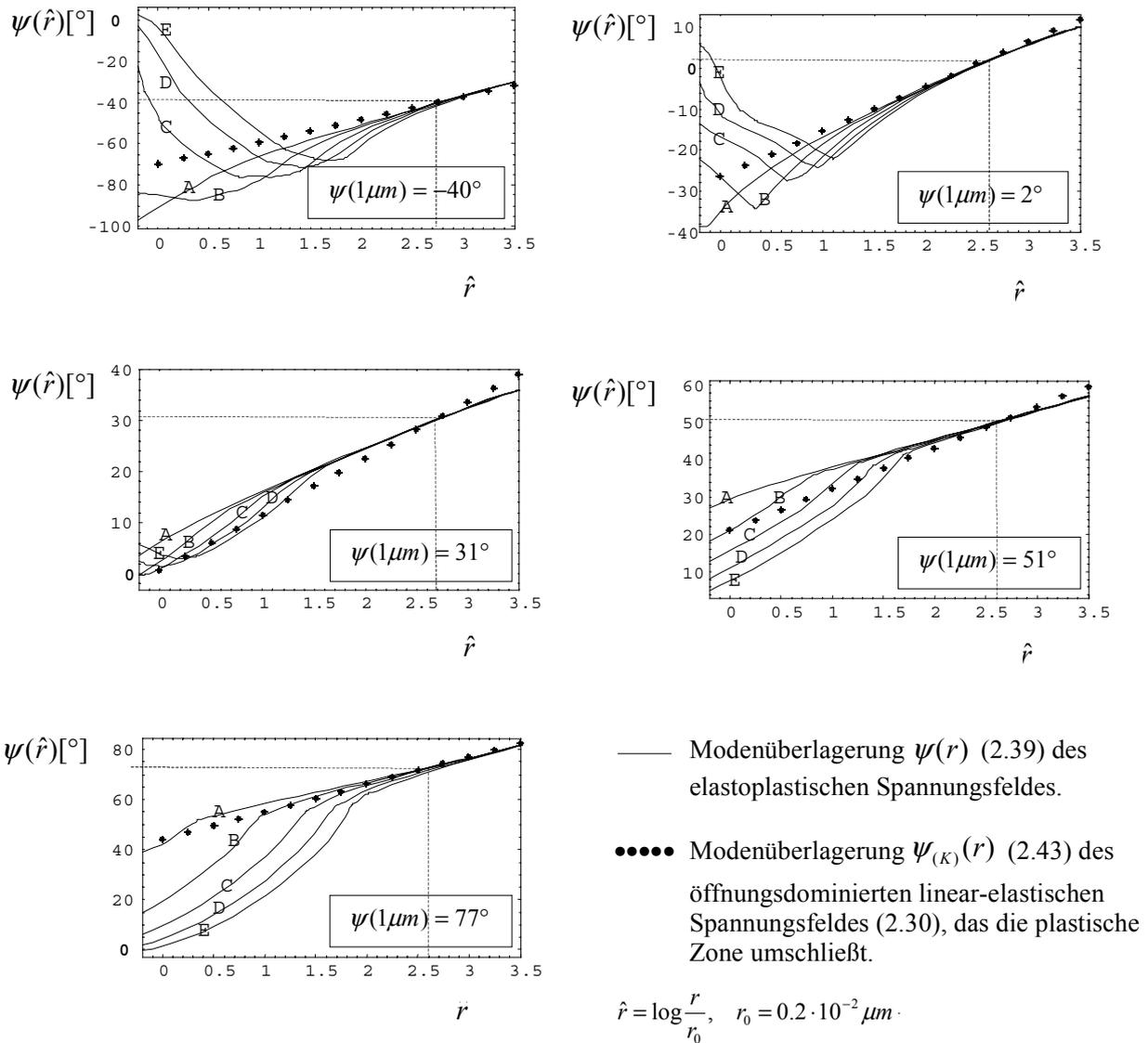


Bild 68: Spannungsumlagerung vom zweiachsigen linear-elastischen Beanspruchungszustand in eine annähernde Mode-I-Beanspruchung des Ligamentes mit zunehmender Ausdehnung der plastischen Zone. A, \dots, E bezeichnen die absolute Stärke der Beanspruchung, $|K^{TF}| = 0.15, 0.45, \dots, 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$ in Schritten von $0.30 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$.

Plastizität an der Rißspitze bewirkt also eine Spannungsumlagerung hin zu einer örtlichen Mode-I-Beanspruchung. Bei $|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$ (Kurven E in Bild 68) kollabiert der zweiachsige, öffnungsdominierte Spannungszustand fast vollständig in eine einachsige Mode-I-

Beanspruchung des Ligamentes⁴. Ursächlich hierfür ist die Scherspannungsbegrenzung (B.11) beim Fließzustand.

8.5 Gestalt der plastischen Zone

Die Gestalt der plastischen Zone wurde für unterschiedliche Modenüberlagerungen $\psi_{1,\mu m}$ des die plastische Zone umschließenden linear-elastischen Singulärfeldes der Stärke

$$|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}} \text{ untersucht.}$$

Die Gesamtheit aller Knoten, an denen ein Fließzustand vorliegt, beschreibt Gestalt und Ausdehnung der plastischen Zone. Zu deren Identifizierung wurden in der jeweiligen Datenbasis diejenigen Knoten ausgewählt, an denen die Vergleichsspannung bis auf ein Prozent mit der Fließspannung übereinstimmt,

$$0.99\sigma_Y < \bar{\sigma} \leq \sigma_Y . \quad (8.3)$$

Man erkennt in Bild 69, daß Gestalt und Ausdehnung der plastischen Zone empfindlich von der Modenüberlagerung des sie umschließenden linear-elastischen Singulärfeldes beeinflusst wird.

Hinsichtlich der Gestalt erkennt man, daß die plastischen Zonen i.a. kein zusammenhängendes Gebiet um die Rißspitze herum einnehmen, sondern in Sektoren zerfallen, zwischen denen ein elastischer Spannungszustand vorliegt. Dieses Ergebnis ist konsistent mit der *small-strain*-Analyse von Zywic/Parks [Zyw90] (vgl. die sektorielle Struktur in Bild 18).

Normiert man die Ausdehnung der plastischen Zonen auf

$$R_p = \frac{|K^{TF}|^2}{\sigma_Y^2 \pi \cosh^2(\pi \epsilon)}, \quad (3.63)$$

⁴ Die Kontaktzone an der Rißspitze bewirkt eine Spannungsumlagerung in einen Mode II-Zustand (Bild 60).

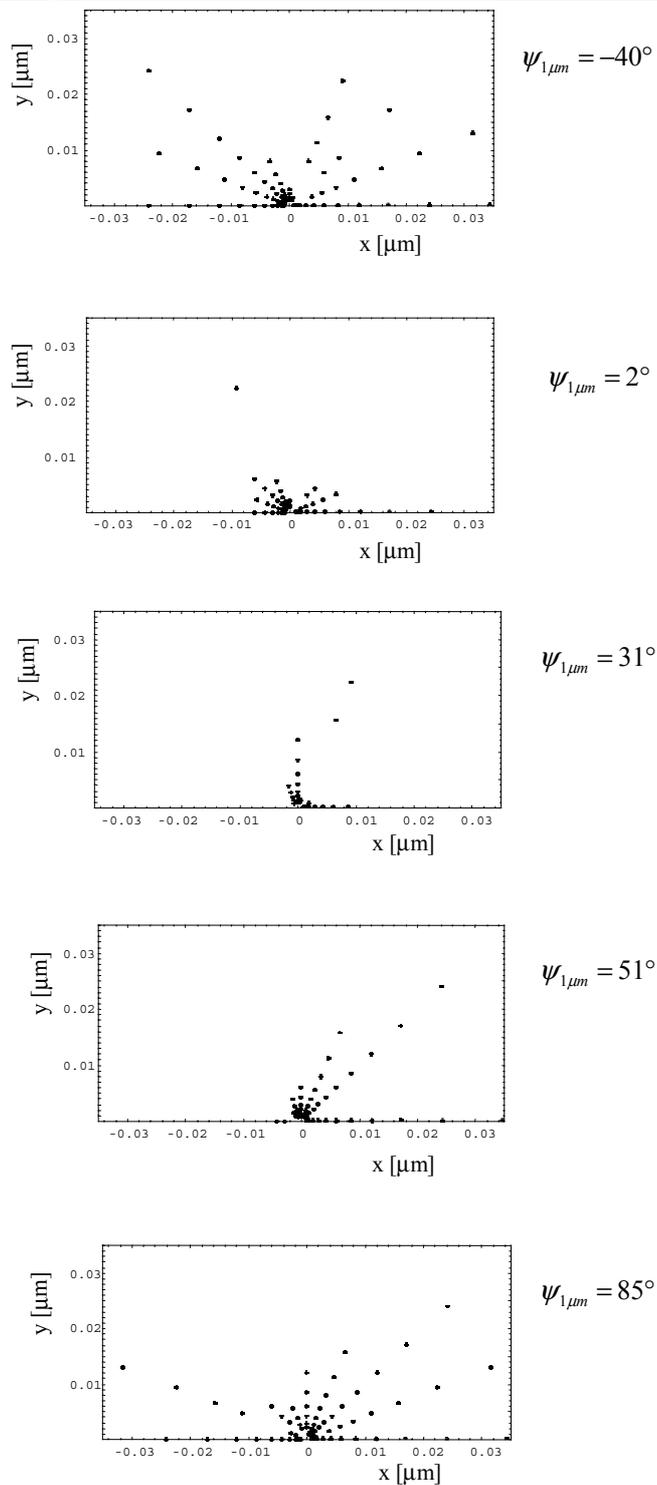


Bild 69: Gestalt und Ausdehnung der plastischen Zone für verschiedene Modenüberlagerungen $\psi_{1\mu m}$ bei $|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{\text{mm}^{\frac{3}{2}}}$.

so zeigt sich, daß die vorliegende *finite-strain*-Analyse tendenziell etwas kleinere Ausdehnungen liefert, als die Abschätzung auf der Basis der Mises-Kontur der linear-elastischen

Felder, Bild 20. Ursächlich hierfür ist das bei letzterer Abschätzung verwendete technische Dehnungsmaß (A. 14), welches bei großen Verformungen die Dehnungen überschätzt.

8.6 Dehnungen in der plastischen Zone

Bei einem Fließzustand hat die Gesamtdehnung einen elastischen und einen plastischen Anteil. Die Dehnungen im Inneren der plastischen Zone wurden für unterschiedliche Modenüberlagerungen $\psi_{1\mu m}$ des die plastische Zone umschließenden linear-elastischen Singulärfeldes der Stärke $|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$ untersucht.

Für die elastische Dehnung ε^e der Gesamtdehnung ist durchweg

$$|\varepsilon^e| < 0.06.$$

Bild 70a zeigt die totalen plastischen Dehnungen ε_{ij}^p und Bild 70b die totale plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}^p$ (B.15) in Umfangsrichtung in einem Abstand r_0 von der Rißspitze, der etwa 10% der Ausdehnung der plastischen Zone entspricht.

8.7 Bereich finiter plastischer Dehnungen

In den Arbeiten von Bose/Ponte Castañeda [Bos92, Bos95] ist gezeigt, daß für die plastischen Nahfelder (asymptotische Felder für $r \rightarrow 0$) Lösungen existieren, die analog zum linear-elastischen Nahfeld (2.30) in die radiale und die polare Abhängigkeit separiert werden können. Die zugehörige Überhöhung der Ligamentnormalspannung für $r \rightarrow 0$ kann im Rahmen der dort gemachten Voraussetzungen analog zum linear-elastischen Fall durch einen Mode-I-Spannungsintensitätsfaktor K_{pl} beschrieben werden. Eine der hierbei gemachten Voraussetzungen ist bedingt durch die Anwendung des nur für kleine Dehnungen $\varepsilon < 0.1$ gültigen technischen Dehnungsmaßes. Soll ein auf plastischen Spannungsintensitätsfaktoren beruhendes Bruchkriterium angewendet werden, muß daher zuerst die Ausdehnung r_F der Zone finiter Dehnungen, $\varepsilon > 0.1$, mit der Ausdehnung r_{kpl} der plastischen K-Dominanzzone verglichen werden. Realistischerweise wird man als Voraussetzung für die Ausbildung des

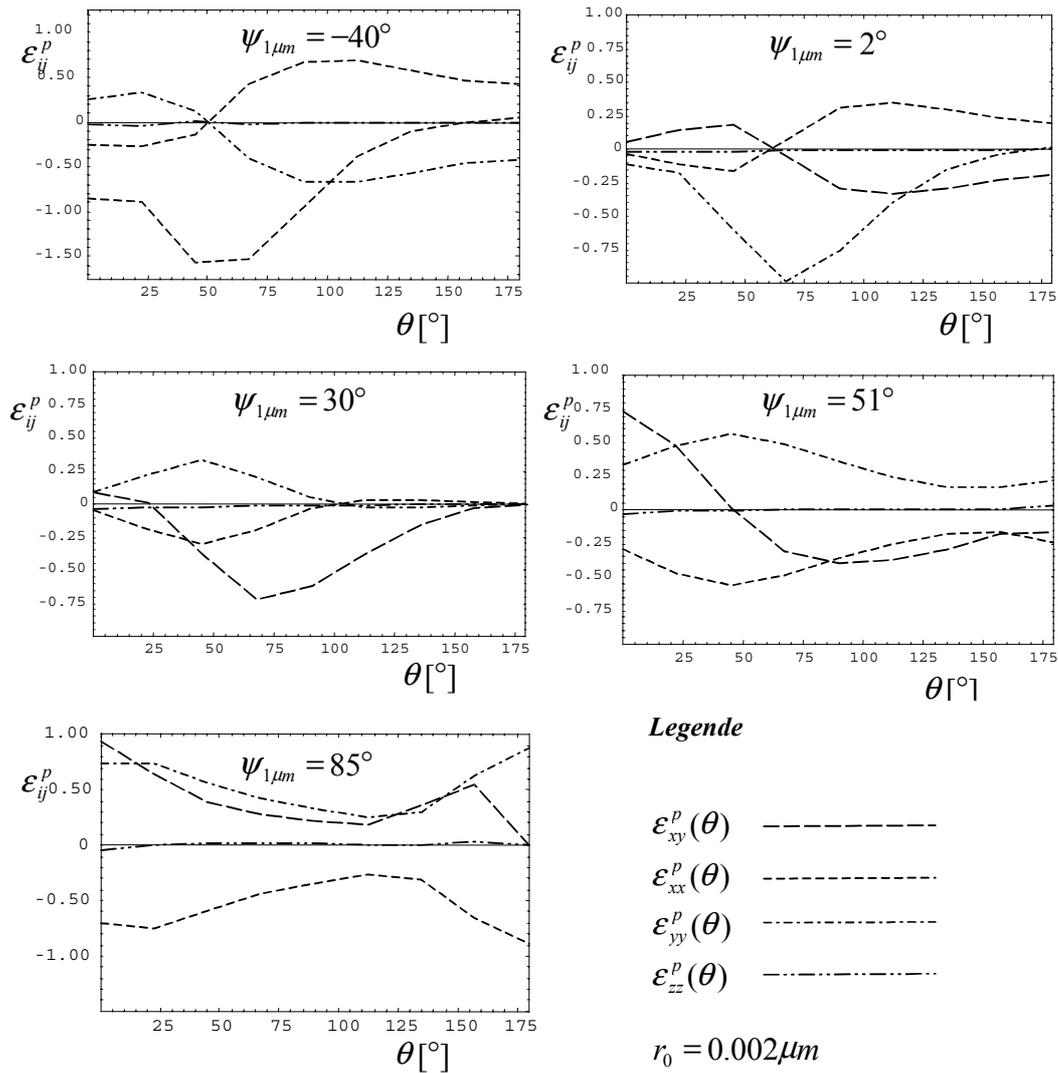


Bild 70a: Nichtverschwindende plastische Dehnungskomponenten im Inneren der plastischen Zone für verschiedene linear-elastische Modenüberlagerungen bei jeweils $|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$.

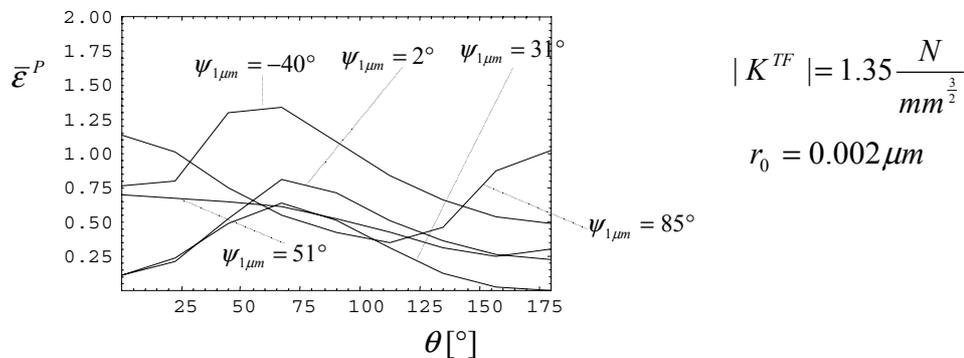


Bild 70b: Abhängigkeit in Umfangsrichtung der plastischen Vergleichsdehnung (B.15) bei $r = r_0$ (weit im Inneren der plastischen Zone).

asymptotischen plastischen Terms mindestens $r_F < 0.1 r_{Kpl}$ fordern müssen. Mit $r_{Kpl} \leq 0.1 r_P$ bedeutet dies $r_F < 0.01 r_P$.

Im Hinblick auf die Ausbildung asymptotischer plastischer Felder wird deshalb im folgenden die *finite-strain-Zone* mit der plastischen Zone bei der SSY-Last $|K^{TF}| = 1.35 N/mm^{\frac{3}{2}}$ verglichen. Man erkennt in Bild 70b, daß für bestimmte ausgezeichnete Richtungen θ_0 des Polarwinkels Maxima der plastischen Vergleichsdehnung $\bar{\epsilon}^P$ auftreten. Im weiteren wird unter r_F derjenige Abstand verstanden, bei dem für θ_0 und $r \rightarrow 0$ $\bar{\epsilon}^P > 0.1$ wird. Wegen der Natur des Elementenetzes stehen numerische Rechenergebnisse nur in diskreten Abständen $r_1 < \dots < r_N$ zur Verfügung, so daß r_F durch Angabe einer Ober- und Untergrenze eingegrenzt werden kann (Tab.5).

Tab.5: Größenverhältnisse von *finite-strain-Zone* (r_F) und plastischer Zone (r_P).

Asymptotisches linear-elastisches Feld (2.30)	$\psi_{1\mu m} = -60^\circ$	$\psi_{1\mu m} = 2^\circ$	$\psi_{1\mu m} = 63^\circ$
	$ K = 1.35 N/mm^{\frac{3}{2}}$		
<i>Finite-strain-Zone</i> $\bar{\epsilon}_p(\theta) > 0.10$	$0.0085 < \frac{r_F}{\mu m} < 0.0120$	$0.0020 < \frac{r_F}{\mu m} < 0.0030$	$0.0060 < \frac{r_F}{\mu m} < 0.0085$
Richtung, unter der $\bar{\epsilon}_p$ maximal ist	$\theta_0 = 0^\circ$	$\theta_0 = 90^\circ$	$\theta_0 = 0^\circ$
Ausdehnung der plastischen Zone	$\frac{r_P}{\mu m} = 0.05$	$\frac{r_P}{\mu m} = 0.02$	$\frac{r_P}{\mu m} = 0.05$
Ratio	$0.17 < \frac{r_F}{r_P} < 0.24$	$0.10 < \frac{r_F}{r_P} < 0.15$	$0.12 < \frac{r_F}{r_P} < 0.24$

Man erkennt in Tab. 5 für die vorliegende elastisch-plastische Rechnung, daß die Ausdehnung der Zone endlicher Dehnungen in keinem Fall zehn Prozent der Ausdehnung der plastischen Zone unterschreitet. Im vorliegenden Fall muß also davon ausgegangen werden, daß sich asymptotische plastische Singulär-Felder nicht ausbilden können, da die ihnen zugehörige Längenskala von *finite-strain*-Effekten überlagert ist. Tvergaard/Hutchinson [Tve93] gelangen zu einer ähnlichen Bewertung der asymptotischen plastischen Nahfelder, weisen aber

darauf hin daß unter bestimmten Voraussetzungen die Bedingungen für die Ausbildung der asymptotischen plastischen Singulärfelder auch günstiger sein können.

8.8 Zum Zusammenhang zwischen plastischem Fließen und der Modenabhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie

Die experimentell mehrfach untersuchte Tatsache der ausgeprägtem Modenabhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie (s. Abschnitt 4.1) hat Untersuchungen an numerischen und analytischen Rißmodellen veranlaßt, in denen versucht wurde, die U-Gestalt der $G_c(\psi_L)$ -Kurve aus im Inneren der linear-elastischen K-Dominanzzone angenommenen Nichtlinearitäten abzuleiten.

Liechti/Chai [Lie95] untersuchen die Mixed-mode-Abhängigkeit von Kleinbereichplastizität, -viskosität und -rauhigkeitseffekten und gelangen zu dem Ergebnis, daß auch die Kombination aller drei Effekte die hohen gemessenen Mode-II-Bruchenergien der untersuchten Epoxid/Glas-Grenzfläche [Lie91] nicht erklären kann. Jedoch übereinstimmend mit dem Meßergebnis ergab jeweils schon die separate Betrachtung dieser Kleinbereich-Nichtlinearitäten jeweils die typische U-Gestalt einer $G_c(\psi_L)$ -Kurve, wobei das Minimum wie beim Experiment in der Umgebung von $\psi_L = 0^\circ$ lag.

Bose et al. [Bos99] untersuchen im Rahmen einer *small-strain*-Analyse die Kleinbereichplastizität am Grenzflächenriß im Hinblick auf die Ausbildung der asymptotischen plastischen Felder. Hierbei wird Bezug genommen auf die Arbeiten [Bos92, Bos95], in denen gezeigt wird, daß für das Eigenwertproblem der plastischen *small-strain*-Nahfelder eine in radiale und polare Abhängigkeit separierbare Lösung existiert. Aus der Lösbarkeitsbedingung des Eigenwertproblems ergibt sich als charakteristisches Merkmal, daß diese Lösung nur vier diskrete Werte der plastischen Modenüberlagerung annehmen kann, die näherungsweise einer tensile bzw. kompressiven Mode-I- und einer positiven bzw. negativen Mode-II-Belastung entsprechen. Für den Grenzfall des Risses im homogenen, duktilen Medium gehen die vier Zustände in die reinen Mode-I- bzw. Mode-II-Belastungen über. Ausgehend von diesem Ergebnis wird gezeigt, daß aus der Annahme eines auf dem plastischen Mode-I-Spannungsintensitätsfaktor beruhendes Bruchkriteriums eine U-förmige $G_c(\psi_L)$ -Kurve abgeleitet werden kann, deren Minimum in der Nähe von $\psi_L = 0^\circ$ liegt. Der Nachteil dieses Zugangs liegt in der notwen-

digen Beschränkung auf kleine Dehnungen. Wegen der großen Ausdehnung der Zone endlicher Dehnungen (s. Tab. 5) ist in der vorliegenden Arbeit eine Bewertung der elastisch-plastischen Rißspitzenbeanspruchung nicht möglich.

Tvergaard/Hutchinson [Tve93] vermeiden die Problematik der asymptotischen plastischen Nahfelder durch die Einführung einer hypothetischen Prozeßzone im Inneren der plastischen Zone. Es wird angenommen, daß Versagen dann eintreten soll, wenn die plastische Zone an dieser die kritische Oberflächenarbeit Γ_0 zu verrichten in der Lage ist. Die durch die plastische Zone angebotene Brucharbeit Γ wird über einen phänomenologischen Zusammenhang aus der normalen und tangentialen Rißufer-Relativverschiebung am Rand einer hypothetischen Prozeßzone bestimmt. Durch Parameter kann dabei die Bedeutung von normaler und tangentialer Verschiebung unterschiedlich gewichtet werden. Es zeigt sich, daß aus dem Bruchkriterium $\Gamma = \Gamma_0$ ebenfalls eine U-förmige $G_c(\psi_L)$ -Kurve abgeleitet werden kann, wobei das Minimum wiederum in der Umgebung von $\psi_L = 0^\circ$ liegt.

Aus den zitierten Arbeiten wird unmittelbar klar, daß durch an der Rißspitze lokalisierte Nichtlinearitäten die Modenabhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie erklärt werden kann. Gemeinsame Voraussetzung aller zitierten Arbeiten ist allein die Forderung, daß die Nichtlinearitäten ausreichend stark lokalisiert sind, so daß durch ihre Gegenwart die linear-elastische, bruchmechanische Herangehensweise nicht in Frage gestellt wird.

Der verbleibende Teil dieses Abschnitts soll ebenfalls die Frage untersuchen, wie durch lokalisierte Rißspitzenplastizität die experimentellen Resultate des linear-elastischen bruchmechanischen Zuganges plausibel gemacht werden können. Dabei werden die *Prozeßzone* und die *plastische Zone* entsprechend Bild 7 hinsichtlich ihrer Längenskalen unterschieden. Erstere bezeichnet die Nanometerebene, auf der die elementaren chemischen und physikalischen Wechselwirkungskräfte den mechanischen Zusammenhalt induzieren. Letztere umschließt die Prozeßzone und bestimmt die an der Prozeßzone wirkende Beanspruchung.

8.8.1 Deformation eines halbkreisförmigen Gebietes im Inneren der plastischen Zone

Im folgenden wird die Deformation einer halbkreisförmigen Kontour untersucht, die weit im Inneren der plastischen Zone liegt. Im Rahmen der vorangehenden Unterscheidung zwischen Prozeßzone und plastischer Zone kann das von dieser Kontour umschlossene Gebiet mit der nanostrukturellen Prozeßzone identifiziert werden.

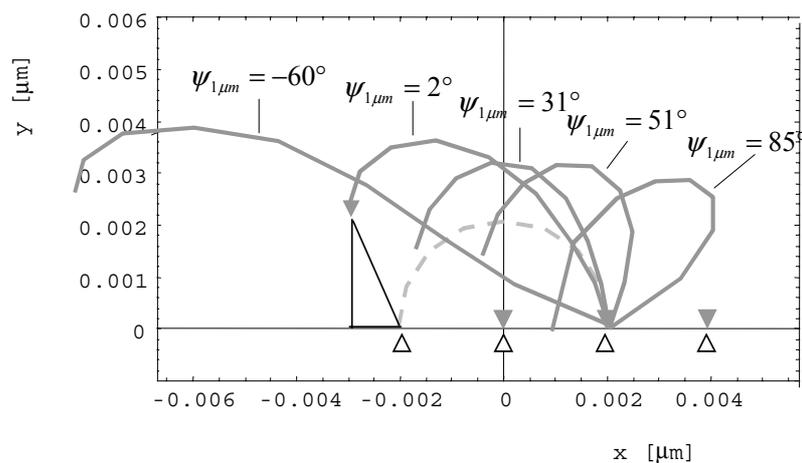


Bild 71: Deformation einer kleinen, kreisförmigen Gebietes um die Rißspitze tief im Inneren der plastischen Zone. Dargestellt ist die Relativverschiebung des elastisch-plastischen Mediums ($y > 0$) gegenüber dem ideal-elastischen Substrat im Halbraum $y < 0$. Der die plastische Zone umschließende linear-elastische, öffnungsdominierte Beanspruchungszustand hat in allen Fällen die Stärke

$$|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$$

Aus den FE-Datenbasen wurden zunächst bei $|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$ für unterschiedliche Modenüberlagerungen $\psi_{1,\mu m}$ die verfügbaren Verschiebungen in der Umgebung der Rißspitze abgefragt. Daraus wurde Deformation einer halbkreisförmigen Kontur im elastisch-plastischen Medium relativ zum linear-elastischen Substrat (im Halbraum $y < 0$) ermittelt. Bild 71 zeigt für unterschiedliche Modenüberlagerungen $\psi_{1,\mu m}$ die Deformation dieses kreisförmigen Gebietes weit im Inneren der plastischen Zone.

8.8.2 Versagensmodelle

Als natürlichste Form des Grenzflächenversagens erscheint die Trennung der Verbundmedien in Richtung der Grenzflächennormalen, erzwungen gegen die elementaren Adhäsivkräfte. Obwohl die Wirkung und Wechselwirkung aller auf der nanostrukturellen Ebene wirkenden Adhäsivkräfte nicht Gegenstand der vorliegenden Untersuchung sein kann, kann davon ausgegangen werden, daß für die Gesamtwirkung aller beteiligten elementaren Bindungskräfte auch auf der Nanometerebene die charakteristischen Merkmale des Begriffes Bindung zutreffen: Eine Bindungsbrücke, ist „offen“, sobald die beiden Materialpunkte, zwischen denen sie wirkt, einen kritischen Relativabstand erreicht haben. Umgekehrt kehrt die Bindung in den Zustand „geschlossenen“ zurück, wenn dieser kritische Abstand nicht erreicht und wieder verringert wird. Im Hinblick auf die Ableitung einer U-förmigen $G_c(\psi_L)$ -Kurve aus einem in die plastische Zone eingebetteten Festigkeitskriterium erscheint es deshalb natürlich, diesem Kriterium eine Größe zugrunde zu legen, die die Separation der betrachteten Bindungspartner mißt. Eine denkbare Größe wäre zum Beispiel das Maß

$$\delta = \frac{\sqrt{\delta_y^2 + m\delta_x^2}}{r_N}, \quad (8.4)$$

welches für $m = 1$ die verformungsbedingte Separation von zwei, im unbelasteten Zustand bei $r = r_N$ aufeinanderliegenden Punkten der Rißufer beschreibt. Im Rahmen der Identifikation des betrachteten halbkreisförmigen Gebietes mit einer nanostrukturellen Prozeßzone der Ausdehnung r_N können diese beiden Punkte als Partner der als nächsten zur Trennung anstehenden Bindungsbrücke aufgefaßt werden (Bild 72a). Der Parameter m erlaubt dabei eine variable Gewichtung der tangentialen gegenüber der normalen Verschiebung, z.B. entspricht $m = 0$ der Auffassung, daß allein die Trennung der Bindungspartner senkrecht zur Grenzfläche über das Versagen entscheidet. Alternativ wäre für ein eingebettetes Bruchkriterium auch das Maß

$$\delta = \Delta r_{N,y} / r_N \quad (8.5)$$

denkbar, welches analog zum Kriterium (7.1) die Dehnung der Prozeßzone in Richtung der Grenzflächennormalen mißt (Bild 72b).

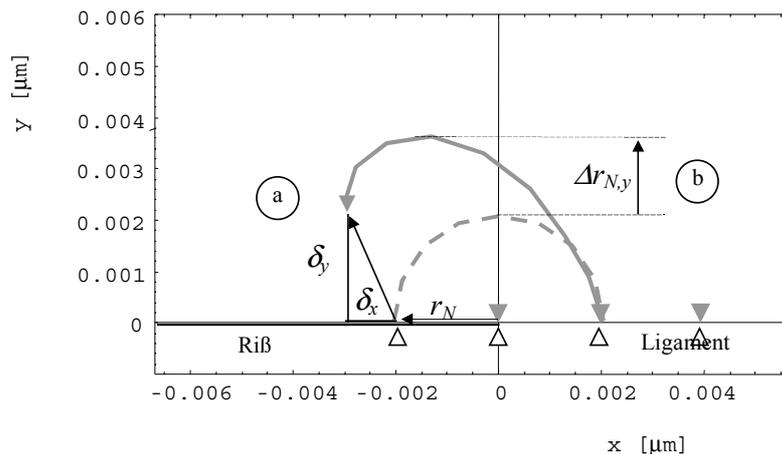


Bild 72: Bezeichnungen für die eingebetteten Festigkeitskriterien (8.4) und (8.5).

Im weiteren wird für das eingebettete Bruchkriterium angenommen, daß Versagen eintritt, wenn $\delta > 1$. Aus dem verfügbaren Datenmaterial der elastisch-plastischen Rechnungen (Bild 66) wurden für beide Maße (8.4, 5) jeweils diejenigen Lastschritte ausgewählt, bei denen gerade $\delta = 1$ (vgl. Bild 73).

Im nächsten Schritt wurde verifiziert, daß alle ausgewählten Lastschritte zum SSY-Regime gehören, mithin mit dem linear-elastischen bruchmechanischen Zugang kompatibel sind. Schließlich wurde aus den zugehörigen linear-elastischen Spannungsintensitätsfaktoren die $G_c(\psi_L)$ -Kurven gebildet (Bild 74). Im Fall (8.4) wurde durch die Wahl $m = 0$ die Bedeutung der tangentialen gegenüber der normalen Relativverschiebung unterdrückt. Man erkennt, daß beide eingebetteten Bruchkriterien zu einem deutlichen Anstieg der Bruchenergie G_c für $\psi_{1\mu m} \rightarrow 90^\circ$ führen. Soweit für $\psi_{1\mu m} \rightarrow -90^\circ$ numerische Daten verfügbar waren, deutet sich auch in dieser Richtung ein Anstieg an. Weiterhin ergeben beide Modelle das G_c -Minimum bei $\psi_{1\mu m} = -25^\circ$. Hinsichtlich der Unterschiede zwischen beiden Modellen erkennt man, daß G_c ausgehend vom Minimum in beiden Richtungen annähernd monoton zunimmt, wenn als eingebettetes Kriterium (8.4) mit $m = 0$, nicht jedoch, wenn (8.5) unterstellt wird. Für den erstgenannten Fall kann man in Bild 73 bereits durch visuelle Inspektion der grenzflächennormalen Verschiebung δ_y des Punktes $(r, \theta) = (r_N, -\pi)$ einen Anstieg wie in Bild 74a nachvollziehen. Anschaulich kann (8.4) mit $m = 0$ als „Reißverschluß“-Kriterium aufgefaßt werden, das beschreibt, wie weit die letzte noch geschlossene Brücke senkrecht zur Naht gedehnt

werden muß, bis sie öffnet. Man erkennt in Bild 71, daß die Rißöffnung δ_y für $\psi_{1\mu m} = 85^\circ$ verschwindet.

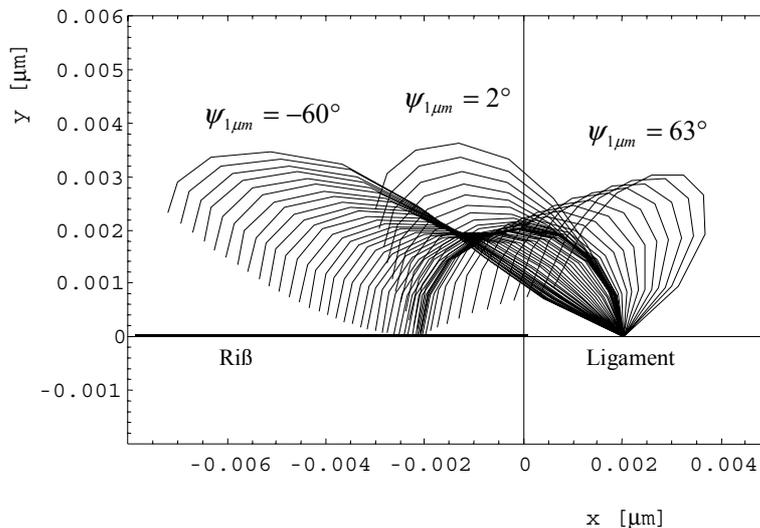


Bild 73: Lastschrittweise Deformation einer halbkreisförmigen Kontour in Inneren der plastischen Zone.

Mit zunehmender Belastung, $|K^{TF}| > 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$ wird δ_y dann sogar negativ, so daß der „Reißverschluß“ auch bei zunehmender Belastung niemals öffnet. In Bild 74 wurde deshalb für diesen Fall $G_c \rightarrow \infty$ eingetragen. Ein Bruchversuch, der auf der nanostrukturellen Ebene diesem Reißverschlußmodell entspricht, müßte bei $\psi_{1\mu m} \rightarrow 90^\circ$ mit zunehmender Last nicht-adhäsive, also kohäsive Bruchmuster aufweisen (vgl. Abschnitt 8.8.3.3). Man erkennt weiter durch Inspektion von Bild 71, daß (8.4) in Verbindung mit der Wahl $m = 1$, welche die absolute Distanz zwischen den Partnern einer Bindungsbrücke mißt, zu einer \cap -förmigen $G_c(\psi_L)$ -Kurve führen müßte.

Vor dem Hintergrund des hier mit einem eingebetteten Festigkeitskriterium ausgewerteten elastisch-plastischen Rißmodells kann also der experimentelle Befund einer \cup -förmigen $G_c(\psi_L)$ -Kurve beim Grenzflächenriß zwischen einem duktilen und einem elastischen Medium auch als Signum dafür aufgefaßt werden, daß beim Grenzflächenversagen der grenzflächennormalen Verschiebung δ_y die entscheidende Rolle als versagensrelevante Größe zukommt.

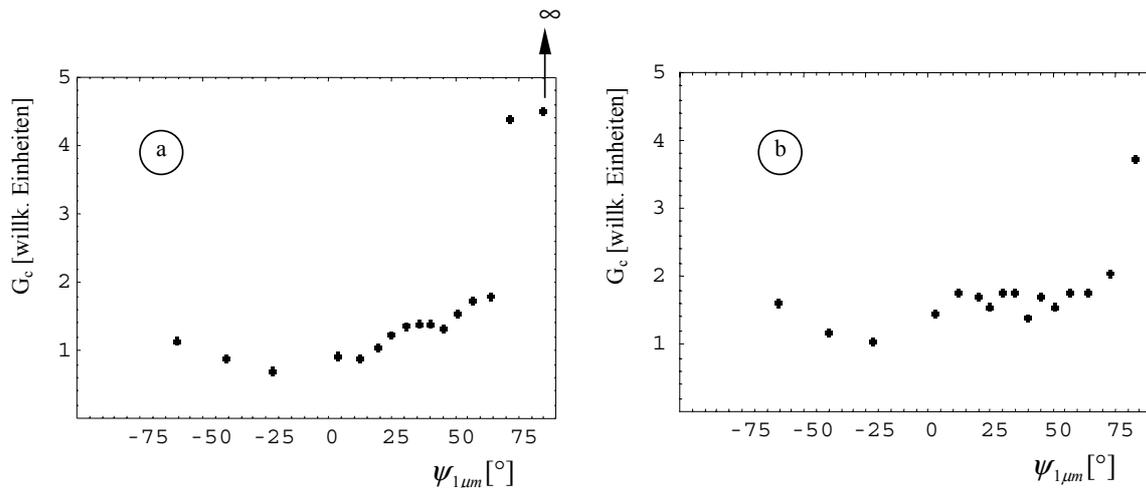


Bild 74: Aus den eingebetteten Bruchkriterien (8.4) und (8.5) abgeleiteter $G_c(\psi_{1,\mu m})$ -Zusammenhang.

8.8.3 Ausgedehntes plastisches Fließen jenseits von SSY

Im Zusammenhang mit der Erstellung der *loadmap* (Bild 66) wurde nachgewiesen, daß für Mixed-mode-Belastungen der Stärke $|K^{TF}| < 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$ die linear-elastischen asymptotischen Spannungsfelder durch die Gegenwart der plastischen Zone zumindest im Außenbereich der K-Dominanzzone nicht gestört werden. Für höhere Belastungen macht sich die Störung jedoch in Gestalt einer Diskrepanz zwischen der analytischen linear-elastischen Lösung und der numerischen Lösung bemerkbar. Dann ist die linear-elastische bruchmechanische Charakterisierung des Spannungszustandes mittels der Spannungsintensitätsfaktoren (2.36) nicht mehr anwendbar. Dennoch sollen im folgenden außerhalb des SSY-Fensters liegende Rechenergebnisse untersucht werden, da sie qualitativen Aufschluß über die Bedeutung des plastischen Fließens beim Grenzflächenversagen unter überlagerter Belastung geben können. Da die linear-elastische bruchmechanische Charakterisierung bei diesen Spannungszuständen entfällt, wird die Beanspruchung gekennzeichnet durch die Vergabe einer Nummer für jeden Belastungspfad sowie durch die Größe t („Zeit“), die monoton mit der Belastung zunimmt. Letztere entspricht der Lastschrittnummer und wird im SSY-Fenster $t \propto |K^{TF}|$.

8.8.3.1 Ligamentnormalspannungen

Es wird zuerst der Pfad #3 in Bild 66 betrachtet, der unter SSY-Bedingungen in $\psi_{1\mu\text{m}} = 63^\circ$ übergeht. Man erkennt, daß die Ligamentnormalspannung σ_{yy} mit zunehmender äußerer Belastung ($t \rightarrow 50$) sättigt (Bild 75 a, d). Die Spannungen fallen also beträchtlich hinter eine singuläre Spannungsüberhöhung vom Typ $\sigma \propto 1/r^s$ zurück. Nimmt man an, daß auf der nanostrukturellen Ebene das Versagen in erster Linie dadurch bewirkt wird, daß die Ligamentnormalspannungen ein grenzflächenspezifischen kritischen Spannungswert übersteigen, so kann infolge der hier beobachteten Sättigung die Situation eintreten, daß ein kritischer Spannungswert u. U. nicht erreicht wird. Unter starker Beteiligung von Mode II^+ erzwungenes Versagen würde sich dann in einem anderen, möglicherweise nicht-adhäsiven Versagemuster ausdragen.

Dagegen wird für überwiegend tensile Belastung, wie etwa bei den Pfaden #13-11, eine Sättigung bei zunehmender Belastung $0 < t < 40$ zunächst nicht beobachtet (Bild 75 b, d). Vielmehr steigt die Ligamentnormalspannung mit t monoton an. Erst für noch höhere Belastung $t > 40$ senkt sich das Spannungsniveau unmittelbar vor der Rißspitze wieder ab. Dieser Spannungsabfall ist typisch für den Spannungsverlauf vor einem plastisch abgestumpften Riß [Mee79]. Wegen der fehlenden Sättigung kann nun ein gegebener kritischer Spannungswert wesentlich leichter erreicht werden. Schließlich erkennt man für den Pfad #16 (SSY: $\psi_{1\mu\text{m}} = 63^\circ$) daß die Ligamentnormalspannungen anfänglich kompressiv werden. Mit weiter zunehmender äußerer Belastung t wird der unmittelbar vor der Rißspitze liegende Ligamentabschnitt jedoch wieder entlastet und schließlich auf Zug beansprucht (Bild 75 c, d). Dieser tensil belastete Abschnitt der Rißufer entspricht in seiner Ausdehnung etwa dem Bereich verstärkter Öffnung der Rißufer in Bild 65. Infolge von Konvergenzproblemen standen bei diesen Belastungspfad nur für $t \leq 9$ numerische Lösen zur Verfügung. Innerhalb dieser Spanne lassen die verfügbaren Lösungen keine Sättigung der Ligamentnormalspannung erkennen, vielmehr steigt die unmittelbar vor der Rißspitze wirkende Spannung stark mit t an. Daher liegt die Vermutung nahe, daß auch unter überwiegender Mode II^- -Belastung das Versagen letztlich ebenfalls durch die Wirkung tensiler Ligamentnormalspannungen zustande kommt.

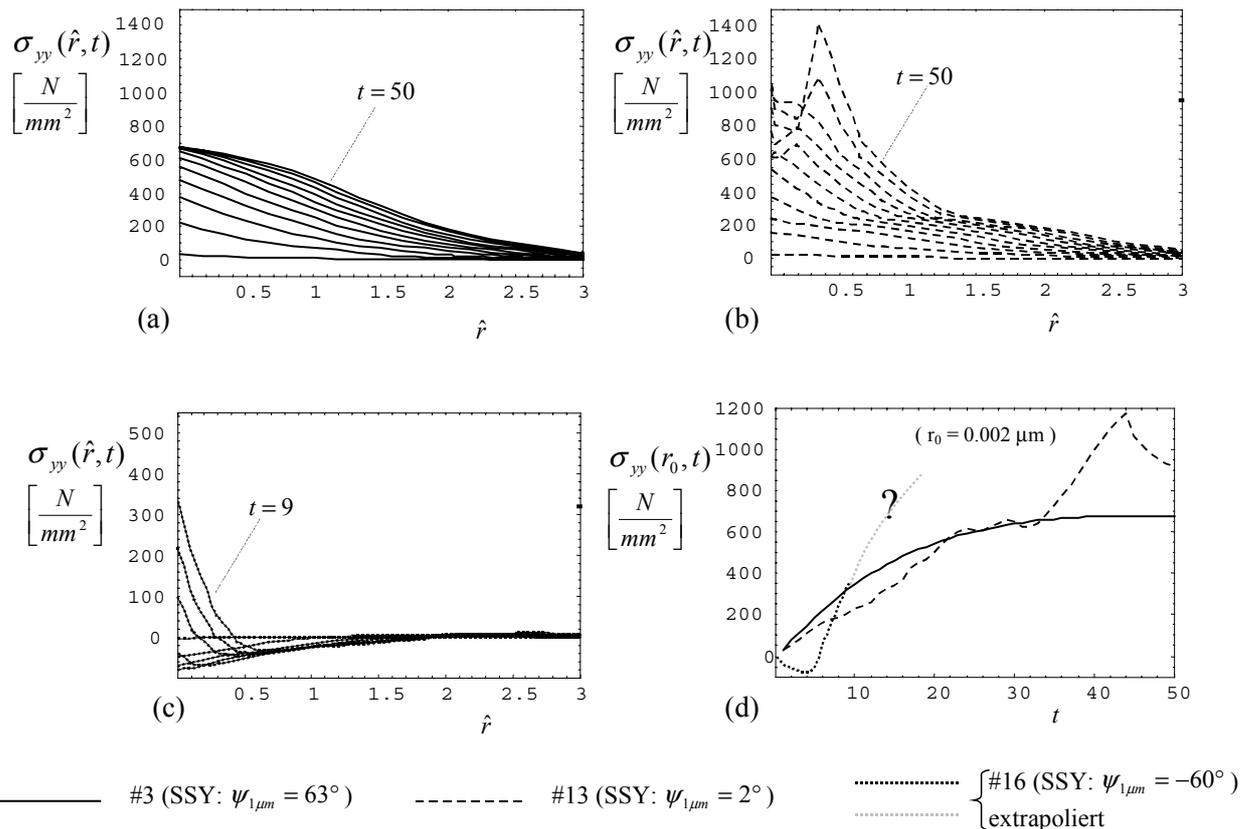


Bild 75: Verhalten der elastisch-plastischen Ligamentnormalspannungen bei Zunahme der äußeren Belastung über die SSY-Grenze hinaus (a-c). Lastschrittweise Zunahme bzw. Sättigung der Spannungen an einem Punkt im Inneren der plastischen Zone (d).

8.8.3.2 Deformation der Rißufer

Um für auch diejenigen Fälle ein Verständnis für mögliche alternative Versagensmuster zu entwickeln, bei denen die Ligamentnormalspannungen eine vorgegebene kritische Schwelle infolge der Sättigung nicht erreichen können, werden im folgenden die Bahnkurven der auf dem oberen, duktilen Rißufer liegenden Netzknoten betrachtet. Bild 76 zeigt diese Bahnkurven für die Fälle #16 (SSY: $\psi_{1\mu m} = -60^\circ$), #13 (SSY: $\psi_{1\mu m} = 2^\circ$) und #3 (SSY: $\psi_{1\mu m} = 63^\circ$). Der gesamte dargestellte Bereich entspricht etwa der Längenskala der plastischen Zone, die hervorgehobenen Bahnlinien gehören zu Netzknoten, die im Inneren der plastischen Zone liegen. Die zusätzlich eingezeichnete Kontour zeigt jeweils die Gestalt des Rißufers für $|K^{TF}| = 1.35 \frac{N}{mm^{\frac{3}{2}}}$. Verfolgt man die markierten Bahnkurven für den Fall des Belastungspfa-

des #3, so erkennt man, daß der entsprechende Rißuferabschnitt eine plastische Dehnung von

insgesamt etwa 1000% erfährt. Auch bei den Belastungspfaden #13, 16 wird dieser Abschnitt des Rißufers großen Gesamtdehnungen unterworfen (Bild 76 a, b).

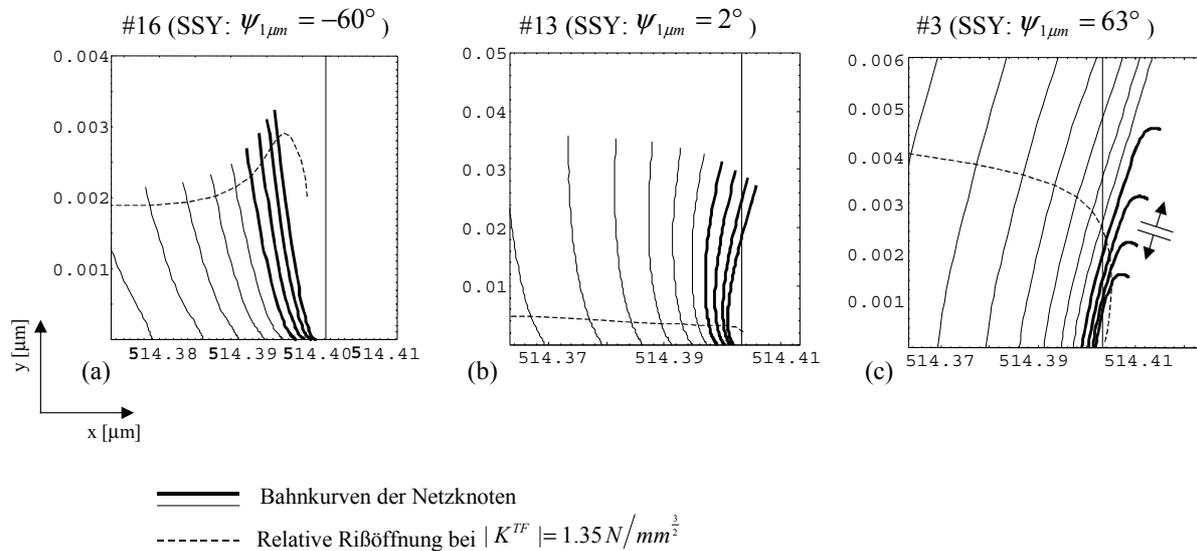


Bild 76: Bahnkurven von Punkten des oberen Rißufers bei Zunahme der äußeren Belastung über die SSY-Grenze hinaus.

8.8.3.3 Bruchbilder

Angesichts der großen Dehnungen des duktilen Rißufers scheint die Schlußfolgerung nahezu-liegen, daß u. U. das Versagen alternativ in Gestalt des Aufreißens der betroffenen Riuferabschnitte stattfinden könnte. Dieser sekundäre, nicht-adhsive Versagensmechanismus würde vor allem dann bedeutsam werden, wenn die Ligamentnormalspannungen sättigen, wie dies bei starker Mode II^+ Beteiligung der Fall ist (Bild 75 a, d). Bild 77 zeigt verschiedene Versagensmuster, die mit dem Auftreten eines sekundären Dehnungsrisse an den Rißufern kompatibel wären. In jedem Fall würde ein derart initiiertes Versagen Spuren des duktilen Materials auf dem elastischen Substrat hinterlassen. Beim Rißverlauf vom Typ (1) wächst der Riß weiter in Richtung auf das Ligament. Die Rißausbreitung käme dort zum Stillstand, so daß die ursprüngliche Ausgangsgeometrie des Problems wiederhergestellt wäre, wobei ein Δ -förmiges Stück des duktilen Adhrenden auf dem Substrat zurückbliebe (Bild 77 a, b). Beim Rißverlauf vom Typ (2) könnte der Sekundrri parallel zur Grenzfläche weiter wandern und dabei eine durchgehende dünne Schicht auf dem Substrat zurücklassen (Bild 77 b, c).

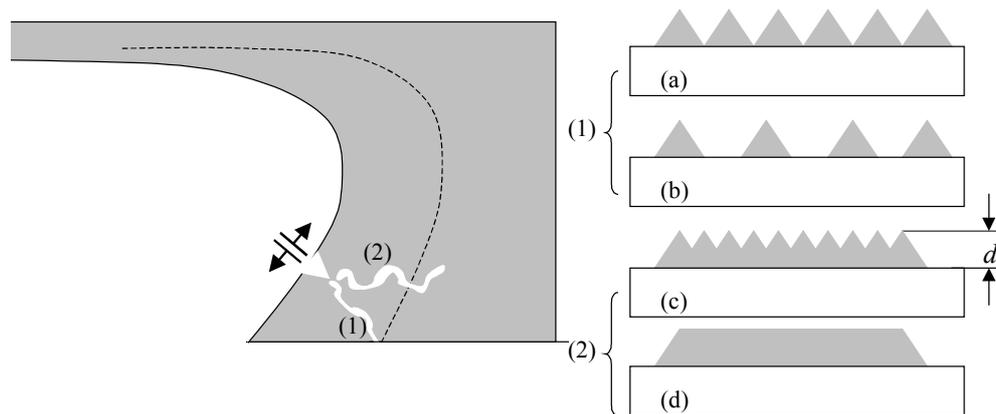
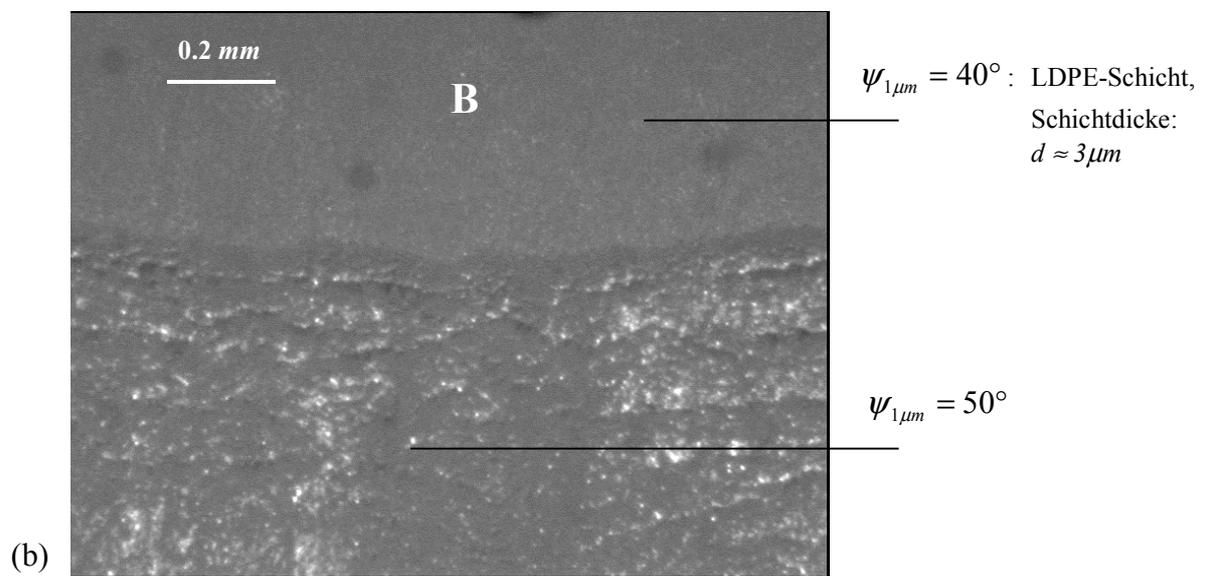
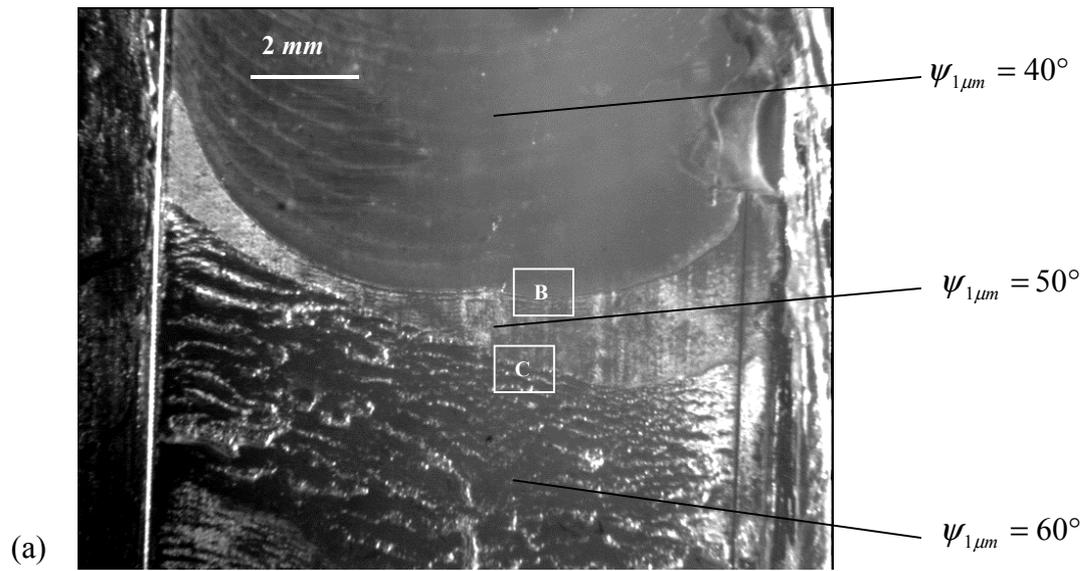


Bild 77: Denkbare Versagensmuster, die alternativ zum Grenzflächenbruch durch das Auftreten großer plastischer Rißuferdehnungen initiiert werden könnten

Quantitative Untersuchungen zum Auftreten des Sekundärrisses im duktilen Adhären den können nicht Gegenstand der vorliegenden Arbeit sein, jedoch können unter starker Mode II^+ -Beteiligung getesteten LDPE/Glas-Prüfkörper gefundenen Bruchmuster (Bild 78) zwanglos im Sinne von Bild 77 b, c, d systematisiert werden. Man erkennt zunächst, daß sich die LDPE-Residuen je nach der Modenüberlagerung, unter der das Versagen erzwungen wurde, in unterschiedlicher Weise anordnen (Bild 78a). Die zum Versagen unter $\psi_{1\mu\text{m}} = 40^\circ$ gehörende Bruchfläche erscheint als durchgehende dünne LDPE-Schicht, die mit Ausnahme der Rißinitierungsmarken, keine innere Struktur aufweist (Bild 78b). Die Dicke dieser Schicht betrug etwa $3\mu\text{m}$. Die zu $\psi_{1\mu\text{m}} = 50^\circ$ gehörende Bruchfläche erscheint stärker aufgeraut, kann aber ebenfalls als durchgehende Schicht angesprochen werden (Bild 78 b). Demgegenüber zeigt die zu $\psi_{1\mu\text{m}} = 60^\circ$ gehörende Bruchfläche eine veränderte Struktur (Bild 78 c). Man erkennt abwechselnde Streifen von anhaftendem LDPE und augenscheinlich glattem Substrat. Die LDPE-Streifen erheben sich etwa $10\mu\text{m}$ über dem Substrat. Im weiteren erkennt man in Richtung der Rißausbreitung orientierte Riefen.

Offenbar verläßt besonders unter Beteiligung von Mode II^+ das Versagensmuster den rein adhäsiven Pfad. Man lernt daraus einmal mehr, daß kritische Werte der äußeren Belastung wie $|K_c|$ bzw. $|G_c|$ oder gar kritische Kräfte nur dann als charakteristische Größen der Grenzfläche interpretiert werden dürfen, wenn durch Modellierung des Bruchvorganges oder durch eine Inspektion des Bruches auf mikroskopischer Längenskala sichergestellt ist, daß das Versagen tatsächlich adhäsiver Natur ist.



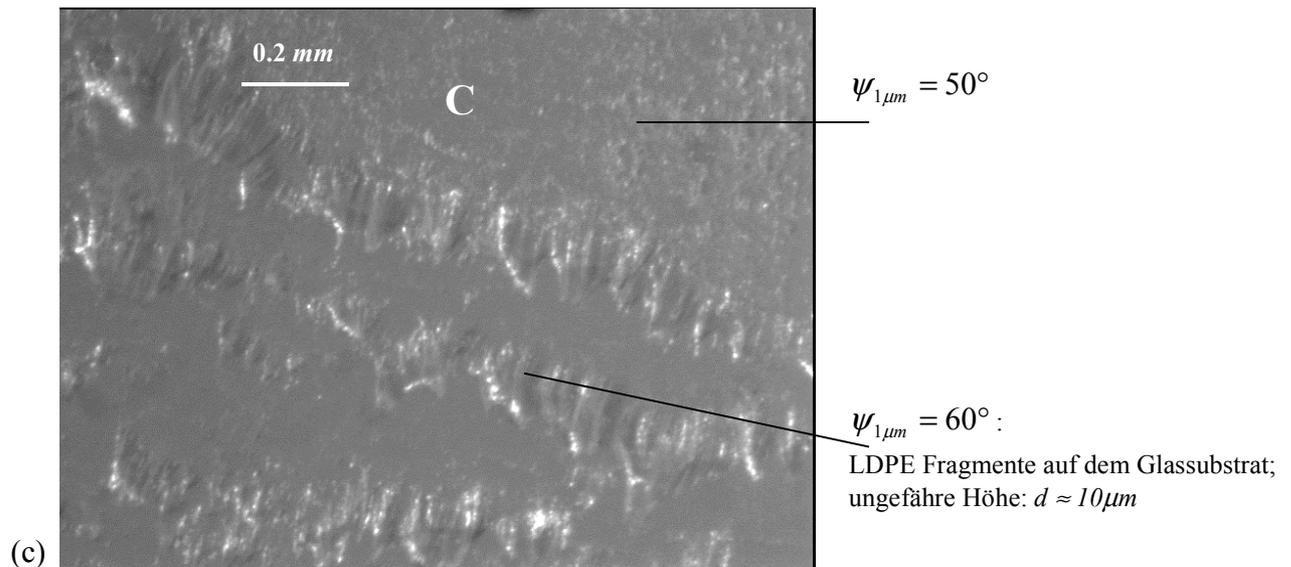


Bild 78: LDPE-Muster auf dem Glassubstrat nach Bruch unter überlagerter Mode- I / Mode II^+ -Belastung. Gesamtansicht der aufgebrochenen Grenzschicht (a). Änderung des Bruchmusters (b, c).

Auch für das Versagen unter überwiegender Mode- II^- -Beteiligung wurden die Oberflächen des Glassubstrates auf erkennbare Bruchmuster untersucht. Bild 78 zeigt für diesen Fall den Vergleich mit dem durch überwiegende Mode- I -Beteiligung entstandenen Bruchmuster. Abgesehen von den Haltelinien für den Bruch unter $\psi_{1\mu m} = -100^\circ$ sind in beiden Fällen an der Mittelachse der Grenzfläche keine anhaftenden LDPE-Fragmente erkennbar. Die Beobachtung, daß beim Mode- II^- -Versagen der gleiche, nämlich augenscheinlich rückstandsfreie, Bruchflächentyp wie beim Mode- I -Versagen entsteht, korreliert mit der in Abschnitt 8.8.3.1 gemachten Aussage, daß die elastisch-plastischen Modellrechnungen sowohl für $\psi_{1\mu m} = 0^\circ$ als auch für $\psi_{1\mu m} = -60^\circ$ ein starkes, zunächst nicht sättigendes Ansteigen der Ligamentnormalspannung ergeben. Die rückstandsfreien Bruchflächen für $\psi_{1\mu m} \approx 0^\circ$ und $\psi_{1\mu m} \approx -100^\circ$, aufgefaßt als Signum für das Wirken der Ligamentnormalspannung als rißtreibende Kraft, bekräftigen diesen Befund der Modellrechnung.

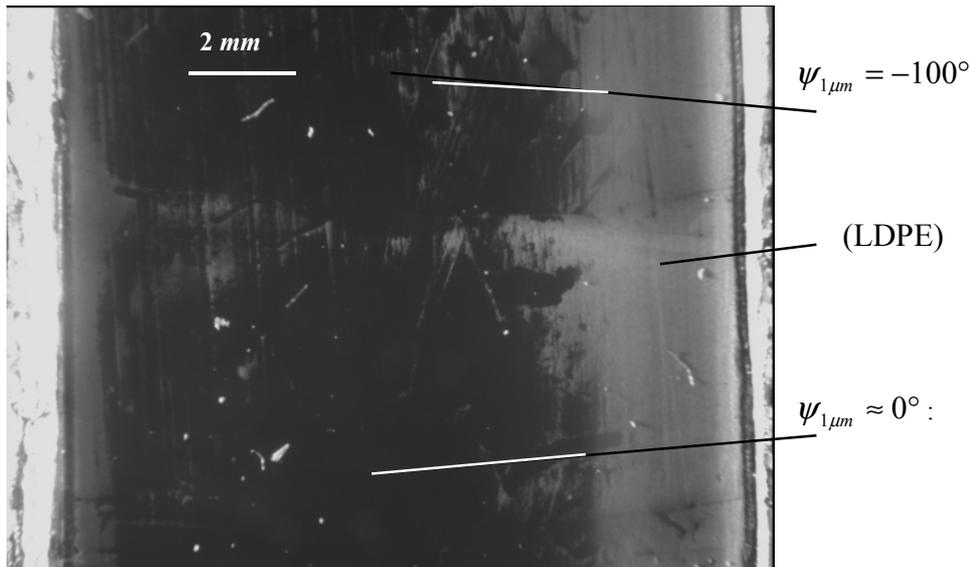


Bild 79: Abwesenheit von LDPE-Mustern auf dem Glassubstrat nach Bruch unter Mode I und unter Mode II^- -Belastung. Gesamtansicht der aufgebrochenen Grenzschicht.

8.9 Diskussion

Ist bei der Oberflächentrennung infolge von Risßwachstum plastisches Fließen beteiligt, zerfällt die gesamte für den Vorgang notwendige Bruchenergie W_F in einen im *bulk* einer Verbundkomponente dissipierten Anteil und in die sehr viel kleinere elementare Adhäsionsarbeit W_A , die zur Überwindung der adhäsiven Bindungsbrücken auf der molekularen Ebene benötigt wird (vgl. Bild 7). Typische Werte der elementaren Adhäsionsarbeit γ , liegen in der Größenordnung von $100 \frac{mJ}{m^2}$ [Man94, Pack96], typische Werte der praktischen Adhäsionsarbeit (vgl. das Minimum der $G_c(\psi_{1\mu m})$ -Kurve Bild 47) dagegen bei $\gamma_{eff} \approx 100 \frac{J}{m^2}$. Der Unterschied von drei Größenordnungen illustriert drastisch, welche Hebelwirkung den *bulk*-Eigenschaften der Verbundkomponenten bei der Umsetzung der elementaren Bindungskräfte in die praktisch nutzbare Grenzflächenzähigkeit zukommen kann.

Die Untersuchungen in diesem Abschnitt legen die Vermutung nahe, daß der starke Anstieg der Bruchenergie W_F bei *Non-Mode-I*-Beanspruchungen auf plastisches Fließen zurückzuführen ist. Andere, möglicherweise energetisch relevante Prozesse werden hierdurch überlagert. Deshalb sollten sich weitere Untersuchungen zum besseren Verständnis des $\gamma - \gamma_{eff}$ -

Zusammenhanges auf die Frage konzentrieren, mittels welcher Mechanismen der molekulare Zusammenhalt an der Grenzfläche bei örtlicher *Mode-I*-Belastung die um Größenordnungen höhere Brucharbeit γ_{eff} induziert und welchen Einfluß dabei die *bulk*-Eigenschaften der Verbundmedien bzw. Grenzflächenphänomene besitzen.

8.10 Zusammenfassung

Idealplastisches Fließen ist an die Begrenzung jeglicher Scherspannung auf den Maximalwert $\sigma_y/\sqrt{3}$ gebunden.

Im Bereich kleiner plastischer Dehnungen ($\bar{\epsilon}^P < 0.1$) unterliegen die Ligamentnormalspannungen keiner Begrenzung, so daß unabhängig vom in der äußeren linear-elastischen K-Dominanzzone anliegenden Mixed-Mode-Zustand auf dem Ligament immer die reine *Mode-I*-Beanspruchung angestrebt wird.

Ausdehnung und Gestalt der plastischen Zonen hängen stark von der Modenüberlagerung in der äußeren linear-elastischen K-Dominanzzone ab. Auf dem Ligament erstreckt sich der Fließzustand meist sehr viel weiter als in senkrechter Richtung zum Ligament.

Durch die Kombination des linear-elastischen bruchmechanischen Zugangs mit in die Plastizitätszone eingebetteten Festigkeitskriterien kann die experimentell beobachtete empfindliche $G_c(\psi)$ -Abhängigkeit qualitativ nachvollzogen werden.

Im Inneren der plastischen Zone gibt es einen Bereich mit finiten Dehnungen ($\bar{\epsilon}^P > 0.1$). Spannungen sind dort nicht mehr singulär.

Bei starker *Mode II⁺*-Beteiligung kann die Ligamentnormalspannung ein gewisses Sättigungsniveau nicht überschreiten. Gleichzeitig wird eine extreme Dehnung des duktilen Rißruffers beobachtet. Beides kann zum Ausgangspunkt für kohäsives Versagen werden.

Beim Versagen unter *Mode II⁻* und unter *Mode I* entstehen ähnliche Bruchbilder auf dem Glassubstrat. Gemeinsames Merkmal ist, daß mit den angewendeten optischen Verfahren

keine LDPE-Reste erkennbar sind. Möglicherweise ist in beiden Fällen die Ligament-normalbeanspruchung die rißtreibende Kraft.

8.11 Anmerkungen zur FE-Modellierung

Wie in Abschnitt 7 waren die elastischen Materialkonstanten $E_1 = 3.2 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$, $E_2 = 6 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$. Für das elastisch-plastische Medium im Raum $y > 0$ war die Fließgrenze $\sigma_Y = 100 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Mit der Ansys-Option *MISO* für inkrementelle Plastizität wurde ein stückweise lineares Materialgesetz entsprechend OAB' in Bild B2 definiert. Für den Tangentenmodul galt $T_1 \ll E_1$, sodaß dieses Materialgesetz annähernd einem elastisch-idealplastischen Medium entspricht. Die äußere Verformung, mit der das FE-Modell maximal beaufschlagt wurde, war in 50 Lastschritte unterteilt.

Das Fließkriterium für das elastisch-plastische Medium beruhte auf der Mises-Vergleichsspannung (B.9). Die mit (B.9) als plastischem Potential assoziierte Fließregel ist das Prandtl-Reuss-Fließgesetz (B.20). Um finite Dehnungen korrekt zu erfassen, wurde das logarithmische Dehnungsmaß (A.15) verwendet.

Um Rechenzeit zu sparen, wurde das in Abschnitt 7 verwendete, zur y -Achse symmetrische Elementenetz modifiziert. Zunächst wurden die im Halbraum $x < 0$ liegenden Elemente gelöscht. Von den verbleibenden Elementen des Typs *plane82* wurden sämtliche Mittelknoten entfernt.

Die Netzdiskretisierung über neun Längengrößenordnungen wurde beibehalten, entfernt wurden lediglich die singulären Rißspitzenelemente, an deren Stelle eine kreisrunde Öffnung mit dem Radius $r_L = 0.2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$ verblieb. Das schrittweise Aufbringen der Last wurde so portioniert, daß bei jedem Lastinkrement für das plastische Dehnungsinkrement $d\bar{\epsilon}^P < 0.05$ galt. Rechenergebnisse wurden erst in ausreichender Entfernung $r \geq 10^2 \cdot r_L$ von der Rißspitze ausgewertet. Da für jede gewählte Überlagerung von Normal- und Scherspannung die FE-Rechnung in 50 Lastschritte eingeteilt war, standen insgesamt jeweils 50 auswertbare Datenbasen zur Verfügung.

Die Rechenzeit war stark abhängig von der jeweils eingestellten Überlagerung von Normal- und Scherspannung und betrug auf dem PC zwischen 10h und 50h. In einem ähnlichen Zeitrahmen bewegte sich die lastschrittweise Ausgabe der errechneten Knotenspannungen und -verschiebungen in Textdateien für jeden abgeschlossenen Rechengang. Die Textdateien wurden mit der Mathematiksoftware Mathematica zu den gezeigten Graphiken weiterverarbeitet.

9 Statistische Beschreibung des Bruchverhaltens

9.1 Versagensstatistik

Die kumulative Wahrscheinlichkeit $F(x_c)$ beschreibt den Anteil derjenigen Ereignisse an einer Gesamtpopulation, für die eine Größe x dem Kriterium $x \leq x_c$ genügt (Bild 80).

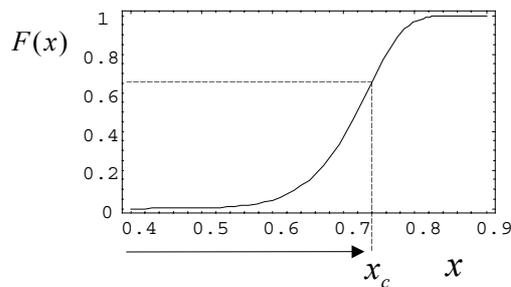


Bild 80: Kumulative Wahrscheinlichkeit.

Die differentielle Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x_c) = \left. \frac{dF(x)}{dx} \right|_{x=x_c} \quad (9.1)$$

liefert die Wahrscheinlichkeit dF , daß in einer Population der Stärke N die Größe x im Intervall $x_c + dx$ liegt (Bild 81).

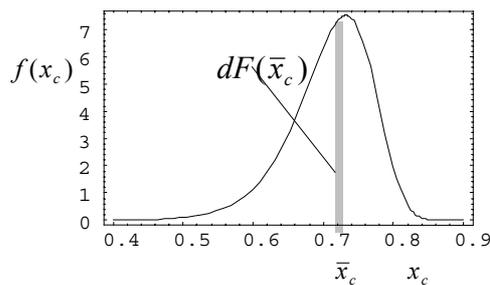


Bild 81: Differentielle Wahrscheinlichkeitsdichte.

Faßt man $f_0(\sigma_c)$ als differentielle Wahrscheinlichkeitsdichte für das Versagen eines isotropen Volumens V_0 unter dem einachsigen homogenen Spannungszustand σ_c auf, dann liefert die kumulative Wahrscheinlichkeit $F_0(\sigma_c)$ den prozentualen Anteil einer großen Anzahl N gleichartiger Volumina V_0 , die insgesamt bis zum Erreichen der Spannung σ_c versagen.

$F_0(\sigma_c)$ entspricht also der Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Volumen V_0 während des Anstiegs der Beanspruchung σ von Null bis zum Wert σ_c versagt. Dementsprechend ist die Überlebenswahrscheinlichkeit des Volumens V_0 unter der Beanspruchung σ_c :

$$P_s(\sigma_c, V_0) = 1 - F_0(\sigma_c). \quad (9.2)$$

9.2 Modell des schwächsten Kettengliedes

Betrachtet wird nun ein homogener Prüfkörper mit dem Volumen V , der mit einem einachsigen, homogenen Beanspruchungszustand beaufschlagt ist. Wegen der Homogenität der Beanspruchung kann sein Volumen als aus $N = \frac{V}{V_0}$ gleichartigen Subvolumina V_0 zusammengesetzt aufgefaßt werden. In der Modellvorstellung des schwächsten Kettengliedes [Wei53] nimmt man an, daß der Prüfkörper dann versagt, wenn ein einziges seiner Subvolumina versagt. Die Überlebenswahrscheinlichkeit des Prüfkörpers ist daher das Produkt der Überlebenswahrscheinlichkeiten seiner Subvolumina

$$P_s(\sigma_c, V) = P_s(\sigma_c, V_0)^N = (1 - F_0(\sigma_c))^N. \quad (9.3)$$

Dementsprechend ist die Versagenswahrscheinlichkeit des Prüfkörpers

$$P_f(\sigma_c, V) = 1 - P_s(\sigma_c, V) = 1 - (1 - F_0(\sigma_c))^N. \quad (9.4)$$

Da jede Verteilungsfunktion $F(x)$ durch

$$F(x) = 1 - \exp(-\varphi(x)) \quad (9.5)$$

dargestellt werden kann [Wei53], läßt sich die Versagenswahrscheinlichkeit (9.4) auch schreiben:

$$P_f(\sigma_c, V) = 1 - \exp\left(-\frac{V}{V_0} \varphi(\sigma_c)\right). \quad (9.6)$$

Die Funktion $\varphi(\sigma_c)$ muß dabei positiv und monoton zunehmend sein und soll bei $\sigma_c = \sigma_u$ verschwinden. Der einfachste denkbare Ansatz dafür ist [Wei53]

$$\varphi(\sigma_c) = \left(\frac{\sigma_c - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m. \quad (9.7)$$

Mit diesem Ansatz erhält man die Weibull-Funktion

$$P_f(\sigma_c, V) = 1 - \exp\left(-\frac{V}{V_0} \cdot \left(\frac{\sigma_c - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m\right). \quad (9.8)$$

Die Weibull-Funktion ermöglicht die Bewertung eines im Prüfkörper mit dem Volumen V vorliegenden homogen Beanspruchungszustandes durch Angabe der Wahrscheinlichkeit, mit der diese Beanspruchung zum Versagen des Prüfkörpers führt. Die Weibull-Funktion ist in der Lage, den experimentell beobachteten Dickeneffekt [Lan80, And86, And89] zu beschreiben.

9.3 Bedeutung der Weibull-Parameter

Offenbar gilt $P_f(\sigma_u, V) = 0$. Die Spannung σ_u beschreibt also einen Schwellenwert, unterhalb dem kein Versagen eintritt.

Der Weibull-Modul m beschreibt die mittlere quadratische Streuung der differentiellen Festigkeitsverteilung [Kre98]

$$\frac{\Delta\sigma_c}{\langle \sigma_c \rangle} = \sqrt{\frac{\Gamma(1 + \frac{2}{m})}{\Gamma^2(1 + \frac{1}{m})} - 1}. \quad (9.9)$$

Je größer m , desto geringer die mittlere quadratische Streuung.

Für den Erwartungswert der Festigkeit gilt

$$\langle \sigma_c \rangle = \int \sigma_c \frac{dP_f(\sigma_c, V)}{d\sigma_c} d\sigma_c = \left(\frac{V}{V_0}\right)^m \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \sigma_0 \approx \left(\frac{V}{V_0}\right)^m \sigma_0. \quad (9.10)$$

Die Spannung σ_0 beschreibt also den Erwartungswert der Festigkeit σ_c im Bezugsvolumen V_0 .

Ein Satz voneinander unabhängiger Weibull-Parameter ist durch

$$\sigma_u, m \text{ und } \hat{\sigma}_0 \equiv \sigma_0 \cdot V_0^{\frac{1}{m}} \quad (9.11)$$

gegeben [Kre98].

Approximiert man im Bezugsvolumen V_0 auftretende Defekte durch Griffith-Risse, so kann die differentielle Festigkeitsverteilung $f_0(\sigma)$ mit

$$\sigma_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} K_{1c} \quad (9.12)$$

als Statistik für die Defektverteilung im Bezugsvolumen V_0 interpretiert werden [Fre68]. Dann beschreiben die Weibull-Parameter (9.11) auch die Eigenschaften der Defektverteilung im Prüfkörper.

9.4 Übertragung auf rißbehaftete Prüfkörper

Bei rißbehafteten Prüfkörpern entfällt wegen der Spannungssingularität die im vorangehenden Abschnitt gemachte Voraussetzung der Gleichartigkeit der Subvolumina. Deshalb unterteilt man im ersten Schritt den mit der Last F beaufschlagten, rißbehafteten Prüfkörper in n Volumina V_k , in denen ein homogener Beanspruchungszustand herrscht. Angewendet auf jedes dieser Volumina $\{V_k\}$ liefert das *weakest-link*-Modell analog zu (9.3) die Überlebenswahrscheinlichkeit für den gesamten Prüfkörper

$$P_s(F, V) = \prod_{k=1}^n P_s(\sigma_k, V_k). \quad (9.13)$$

An (9.13) ist zunächst erkennbar, daß für die Anwendung des statistischen Verfahrens auf rißbehaftete Prüfkörper eine Spannungsanalyse erforderlich ist, mit der aus der Lastkraft P alle $\{\sigma_k\}$ ermittelt werden können. Für σ_k wird je nach Problemstellung eine Hauptspannung oder eine skalare Vergleichsgröße, z.B. $\sqrt{\sigma_{ik}\sigma_{ik}}$ verwendet [Kre98].

Für jedes der n Volumina V_k ergibt sich im zweiten Schritt jeweils nach Maßgabe der Weibull-Funktion (9.8) die Überlebenswahrscheinlichkeit

$$P_s(\sigma_k, V_k) = 1 - P_f(\sigma_k, V_k) = \exp\left(-\frac{V_k}{V_0} \cdot \left(\frac{\sigma_k}{\sigma_0}\right)^m\right). \quad (9.14)$$

Mit (9.14) in (9.13) wird die Versagenswahrscheinlichkeit des Prüfkörpers unter inhomogener Beanspruchung

$$P_f(F, V) = 1 - \exp\left[-\sum_{k=1}^n \frac{V_k}{V_0} \left(\frac{\sigma_k}{\sigma_0}\right)^m\right]. \quad (9.15)$$

Durch die Definition der Weibull-Spannung [Ber83]

$$\sigma_w = \left[\sum_{k=1}^n \left(\frac{V_k}{V_0}\right) \sigma_k^m \right]^{\frac{1}{m}} \quad (9.16)$$

kann die formale Analogie zur Weibull-Funktion (9.8) für den homogen beanspruchten Prüfkörper weitgehend wiederhergestellt werden:

$$P_f(F, V) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma_w}{\sigma_0}\right)^m\right). \quad (9.17)$$

Das Prüfkörpervolumen V und die Lastkraft F sind durch die Summation bzw. durch die σ_k in der rechten Seite von (9.16) enthalten. Durch Übergang zu infinitesimalen V_k kann die Weibull-Spannung auch als Integral dargestellt werden [Rug96]:

$$\sigma_w = \left[\frac{1}{V_0} \int_V \sigma_k^m d\Omega \right]^{\frac{1}{m}}, \quad (9.18)$$

Falls sich der Spannungszustand in Dickenrichtung nicht ändert, wird dies zu

$$\sigma_w = \left[\frac{B}{V_0} \int_{dA} \sigma_k^m dA \right]^{\frac{1}{m}}. \quad (9.19)$$

Man verifiziert an (9.15, 18), daß bei einem gewählten Satz von unabhängigen Weibull-Parametern (9.11) die kumulative Versagenswahrscheinlichkeit (9.17) nicht mehr von der Wahl des Referenzvolumens V_0 abhängt, da sich der Faktor $(\frac{1}{V_0})^{\frac{1}{m}}$ kürzt. Soll an Stelle der Gesamtversagenswahrscheinlichkeit die Weibull-Spannung selbst als Bruchparameter dienen, muß V_0 so gewählt werden, daß bei der gegebenen Defektverteilung alle Subvolumina statistisch voneinander unabhängig sind. Die Eignung der Weibull-Spannung als lokaler Bruchparameter zur Charakterisierung der Zähigkeit von Stahl gegenüber Spaltbruch bei niedrigen Temperaturen wurde von [Rug96, She95, Xia96] untersucht. Lei et al. [Lei98] geben für Kleinbereichplastizität einen Zusammenhang zwischen der Weibull-Spannung und dem J -Integral an.

9.5 Bewertung der elastisch-plastischen Ligament-Normalspannung bei Kleinbereichplastizität

Der folgenden Untersuchung liegen die Materialkonstanten $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $E_1 = 3200 \frac{N}{mm^2}$, $E_2 = 60\,000 \frac{N}{mm^2}$ und $\sigma_{Y,1} = 100 \frac{N}{mm^2}$ und $\sigma_{Y,2} \rightarrow \infty$ zugrunde.

In der vorliegenden Arbeit wird zur Bewertung der in Abschnitt 8.4 diskutierten, elastisch-plastischen Ligament-Normalspannungen die zweiparametrische (d.h. $\sigma_u \equiv 0$), kumulative Bruchwahrscheinlichkeit (9.17) als Bruchkriterium herangezogen. Eine Beanspruchung wird demnach als kritisch bewertet, wenn die aus der Spannungsverteilung abgeleitete Bruchwahrscheinlichkeit einen vorgegebenen Wert P_f^* übersteigt:

$$P_f(F, V) \geq P_f^*. \quad (9.20)$$

Bei der Berechnung der Weibull-Spannung (9.19) geht im Rahmen dieser Untersuchung nur die elastisch-plastische Ligament-Normalspannung $\sigma_{yy}(r, 0)$ ein. Diese Beschränkung

erscheint aufgrund der Scherspannungsbegrenzung im Inneren der plastischen Zone (vgl. Bild 67a) gerechtfertigt.

Im ersten Schritt wird ein Wert für die kumulative Versagenswahrscheinlichkeit P_f^* vorgegeben, z.B. $P_f^* = 0.995$.

Im zweiten Schritt wird für alle verfügbaren elastisch-plastischen FE-Lösungen (*Loadmap* Bild 66) die Weibull-Spannung

$$\sigma_w = \left[\frac{1}{L_0} \int_0^{L_0} \sigma_{yy}^m(r,0) dr \right]^{\frac{1}{m}} \quad (9.21)$$

berechnet. Der Integrationsbereich erstreckt sich dabei auf dem Ligament von der Rißspitze bis zum Abstand $L_0 = 10\mu m$, der etwa zwei Prozent der charakteristischen Länge entspricht.

Im dritten Schritt werden aus der Loadmap diejenigen Lastschritte ausgewählt, bei denen (9.17) die vorgegebene Versagenswahrscheinlichkeit P_f^* gerade erreicht. Von diesen Lastschritten werden ggf. diejenigen verworfen, die nicht einer SSY-Bedingung wie etwa (3.14) genügen.

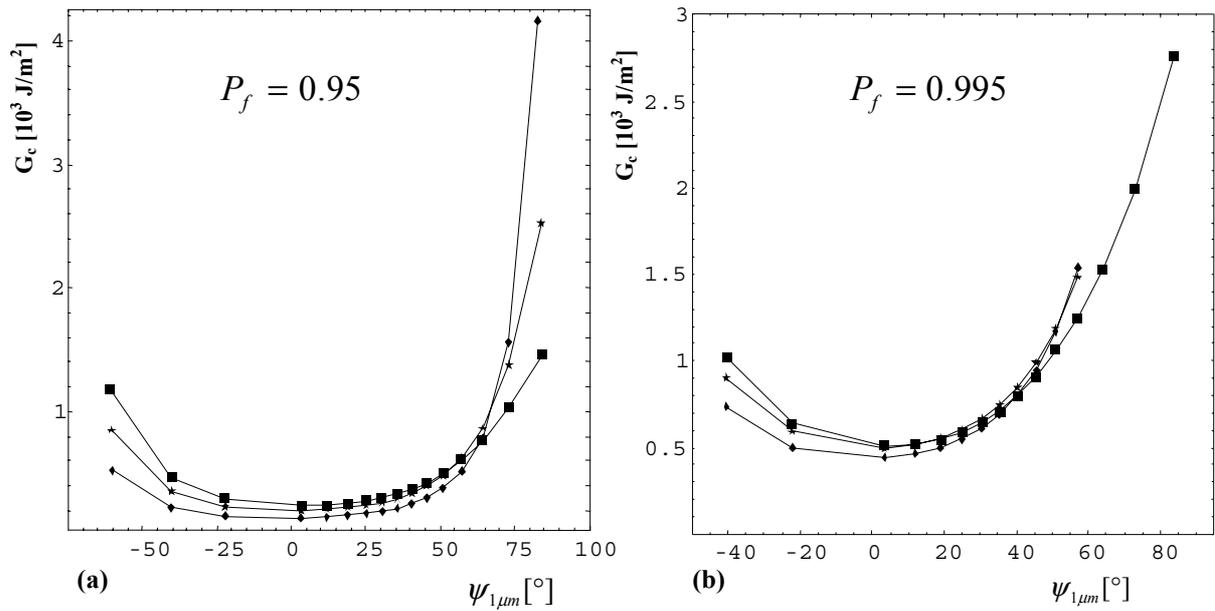
Für die zu den ausgewählten Lastschritten gehörenden numerischen Lösungen werden im vierten Schritt die kritischen Werte der K-Faktoren des die plastische Zone umschließenden linear-elastischen Nahfeld-Spannungszustandes (2.30) abgefragt. Aus diesen $K_{Ic}^{TF}, K_{IIc}^{TF}$ wird mit (2.19) und (2.38) die kritische Energiefreisetzungsrate G_c und der Mixed-Mode-Winkel $\psi_{1\mu m}$ bestimmt. Wie bei der Reduktion der experimentellen Rohdaten wird schließlich G_c über $\psi_{1\mu m}$ in einer $G_c(\psi_{1\mu m})$ -Kurve aufgetragen (Bild 82).

Diese Vorgehensweise wird für zwei Vorgabewerte der kumulativen Versagenswahrscheinlichkeit angewendet, nämlich $P_f^* = 0.95$ (a) und $P_f^* = 0.995$ (b). Im zweiten Fall fehlen für $\psi_{1\mu m} \rightarrow 80^\circ$ einige und für $\psi_{1\mu m} \rightarrow -60^\circ$ je ein Punkt, da die zugehörigen elastoplastischen Beanspruchungszustände keine SSY-Zustände mehr sind.

Man erkennt durch Vergleich von Bild 82b mit Bild 47, daß eine Wahl (■) von Weibull-Parametern (m, σ_0) existiert, die zu einer in Bezug auf das G_c -Minimum ähnlichen Verteilung wie bei den experimentellen Versagensereignissen führt. Wie beim experimentellen Ergebnis ist der SSY-Bereich rechts des Minimums ausgedehnter als auf der linken Seite, wobei hier nach rechts die Grenzflächenzähigkeit um einen Faktor 5, nach links um den Faktor 2 ansteigt.

9.6 Diskussion

Wegen des Integrals (9.18) geht in das probabilistische Bruchkriterium (9.20) nicht allein die Spannungshöhe, sondern auch die Ausdehnung des zu bewertenden Beanspruchungszustandes mit ein. Faßt man analog zum homogen beanspruchten Prüfkörper die Weibull-Parameter als Beschreibung einer Defektverteilung auf, so kann beim Grenzflächenversagen analog zum Dickeneffekt argumentiert werden (Bild 83): ein stark lokalisierter Ligament-Spannungszustand A mit starkem Spannungsgradienten führt an sehr kleinen Mikroschädigungen nahe an der Singularitätsstelle zum Versagen. Dagegen erfaßt ein vergleichsweise ausgedehnter Spannungszustand B mit geringer Spannungshöhe eine größere Schädigungsstelle mit entsprechend stärkerer Kerbwirkung und führt dadurch ebenfalls zum Versagen. Die Bruchbilder (Abschnitt 5.8) scheinen mit dieser Modellvorstellung kompatibel zu sein: Bei $\psi_{1\mu m} \approx 40^\circ$ (Bild 49 a) initiiert das Versagen in einem Abstand $r < 10\mu m$ von der Singularitätsstelle (Rißfront), dagegen bei $\psi_{1\mu m} \approx 70^\circ$ (Bild 49 d) in erheblichem Abstand von der Rißfront, $r > 20\mu m$, und bei $\psi_{1\mu m} \approx -90^\circ$ (Bild 49 c) in noch größerem Abstand, $r \approx 50\mu m$.



	WEIBULL-Modul m	Bezugsspannung $\sigma_0 [\frac{N}{mm^2}](L_0 = 10\mu m)$
◆	1.00	1.00
*	1.25	1.58
■	1.50	2.15

Bild 82: Auf der Basis der elasto-plastischen Ligament-Normalspannung unter Verwendung des Bruchkriteriums der kumulativen Versagenwahrscheinlichkeit (9.17) abgeschätzte $G_c(\psi)$ -Abhängigkeit bei Kleinbereich-Fließen (SSY).

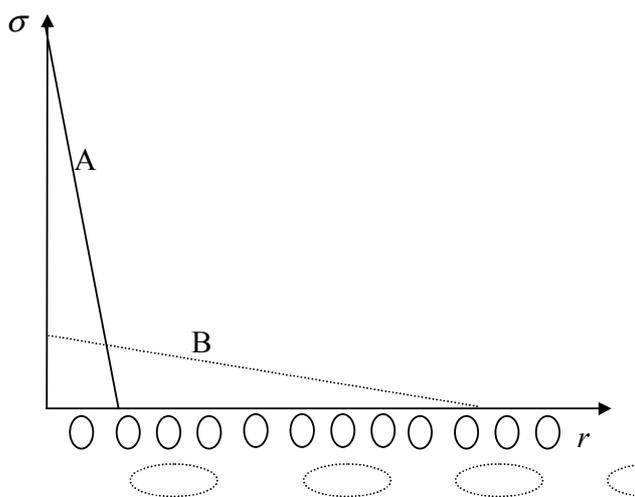


Bild 83: In Prüfkörpern mit größenabhängiger Defektverteilung initiiert das Totalversagen je nach der Natur der Spannungsverteilung an Defekten mit unterschiedlicher Größe und Kerbwirkung.

Die aus der elastisch-plastischen Modellrechnung zusammen mit der statistischen Bewertung der Ligamentspannungen resultierende gute qualitative Übereinstimmung mit dem Experiment kann als weiteres Indiz für die entscheidende Rolle des plastischen Fließens bei der Mixed-Mode-Abhängigkeit der Grenzflächenbruchenergie gelten. Wegen des Integrals (9.21) ist der Abstand des schwächsten Kettengliedes von der Rißspitze unbestimmt. Die statistische Bewertung der Ligamentnormalspannung mittels der Weibull-Spannung impliziert also -je nach Überhöhung und Ausdehnung der Ligamentspannungsverteilung- eine veränderliche Ausdehnung des Versagensortes. Dies ist konsistent mit der experimentell beobachteten Veränderlichkeit des Bruchbildes (vgl. Bild 49 a, c, d).

10 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit ist bemüht, den stark von der realen Situation von Rissen und Schädigungen im Werkstoff abstrahierenden Voraussetzungen der linear-elastischen Bruchmechanik Rechnung zu tragen. Durch die Wahl eines ausreichend großen Prüfkörpers wurde sichergestellt, daß die Hierarchie der Längenskalen Fernfeld-Nahfeld-Nichtlinearitätszone auch unter den kritischen Lasten noch besteht. Dann wird eine zweiparametrische Charakterisierung der Grenzflächenzähigkeit in Form der $G_c(\psi)$ -Kurve möglich. Die LEBM bewertet –für Bauteile mit einem Riß– einen gegebenen Beanspruchungszustand durch Vergleich der Energiefreisetzungsrate G mit dem grenzflächenspezifischen Wert G_c . Für praktische Anwendungen sind Bauteile mit einem derart stark ausgeprägten Riß wie der in der vorliegenden Arbeit verwendete Prüfkörper aus grundsätzlichen Überlegungen oftmals nicht tolerierbar, sodaß eine Anwendung der Bruchmechanik als auf G_c -Werten basierendes Sicherheitskonzept nicht in Frage kommt. Dennoch behält die LEBM wegen der Analogie von Energiefreisetzungsrate und J -Integral ihre Berechtigung als Werkzeug der Oberflächencharakterisierung. Aufgefaßt als Wert des J -Kontour-Integrals beschreibt G_c den Energiefluß, der beim inkrementellen Rißwachstum den linear-elastischen Teil des Prüfkörpers durchsetzt und sich im rißspitzennahen Bereich der geometrischen und materiellen Nichtlinearitäten in die Überwindung der nanostrukturellen Bindungskräfte sowie die in die untrennbar damit verbundenen dissipativen *bulk*-Effekte verzweigt. Solange die der LEBM zugrunde liegende Hierarchie von Längenskalen gewährt bleibt, gewinnt man, im Gegensatz zu konventionellen Methoden wie etwa dem DCB-Test, bauteilunabhängige Aussagen über die adhäsive Haftkraft der Grenzfläche.

Aufgrund der elastischen Fehlpassung weicht die örtliche Beanspruchungsart von der an der Prüfkörperberandung eingprägten gemischten Beanspruchung ab. Eine Spannungsanalyse des unter der kritischen Last stehenden kritischen Prüfkörpers ist deshalb zwingend erforderlich. Hierfür wurde in der vorliegenden Arbeit die (linear-elastische) FE-Modellierung gewählt. Die örtliche Beanspruchungsart, beschrieben durch den Mixed-Mode-Winkel ψ kann dann bequem auf der Basis der Spannungsintensitätsfaktoren des 2D-Problems beschrieben werden. Die Bruchversuche zeigen, daß die Rißzähigkeit einer Grenzfläche sehr empfindlich von der örtlichen gemischten Beanspruchungsart beeinflußt wird, wobei das Zähigkeitsminimum in der Nähe des rißöffnenden Modus I liegt und die höchsten Werte beim Modus II erreicht werden.

Vor diesem Hintergrund ist die oftmals beobachtete Streuung von Grenzflächenkenngrößen der Festigkeitslehre nicht überraschend. Bei der Ermittlung von Grenzflächenkenngrößen, wie etwa einer Grenzflächenscherfestigkeit, wird ein idealer Prüfkörper ohne Riß unterstellt. Sobald jedoch in der Grenzfläche infolge von Anfangsdefekten Spannungssingularitäten vorliegen, erscheint die Grenzfläche – je nach der örtlichen Beanspruchungsart- unterschiedlich zäh. Festigkeitstheoretische Zugänge können diese Variabilität der Grenzflächenzähigkeit wegen der Voraussetzung eines homogenen Spannungszustandes nicht adäquat berücksichtigen.

Im weiteren wurde in der vorliegenden Arbeit an Hand von FE-Modellen, bei denen örtliche Nichtlinearitäten zugelassen wurden, versucht, die U-Gestalt der $G_c(\psi)$ -Kurve zumindest qualitativ zu motivieren. Da in keiner denkbaren Modellierung das gesamte nichtlineare Geschehen im Inneren der Prozeßzone vollständig erfaßt werden kann, wurden separat Kleinbereich-Rißuferkontakt und Kleinbereich-Plastizität untersucht. In diese Modellrechnungen fanden experimentelle Daten keinen Eingang, so daß kritische Spannungsintensitäten nur aus einer zusätzlich unterstellten Versagenshypothese abgeleitet werden konnten. Es wurde jeweils unterstellt, daß auf der nanostrukturellen Ebene im Inneren der jeweiligen Nichtlinearitätszone das Versagen durch eine Verzerrungshypothese beschrieben werden kann.

Es zeigt sich, daß der Rißuferkontakt allenfalls in einem relativ engen ψ -Intervall in der Nähe des reinen Modus II^- am Anstieg der Grenzflächenbruchenergie beteiligt sein kann. Ursächlich hierfür ist, daß eine Kontaktzone mit relevanter Ausdehnung erst nahe der reinen Mode- II^- -Beanspruchung entsteht. Die Kontaktlänge erreicht dann aber mit zunehmendem Mode- II^- rasch eine Ausdehnung, die die bruchmechanische Beschreibung auf der Basis des ffnungsdominierten Grenzflächenrisses verhindert.

Dagegen stößt man bei der Auswertung der elastisch-plastischen Modellrechnungen aufgrund der plastischen Scherspannungsbegrenzung immer wieder auf eine – gegenüber dem ideal-elastischen Modell- führende Rolle der Ligamentnormalbeanspruchung. Durch plastisches Fließen wird die auf der nanostrukturellen Ebene wirkende Beanspruchungsart von der des linear-elastischen Feldes entkoppelt. Beim Versuch, $G_c(\psi)$ -Kurven aus im Inneren der plastischen Zone geltenden Verzerrungshypothesen abzuleiten, zeigt sich, daß die U-Gestalt vor

allem dann auftritt, wenn der Ligamentnormalbeanspruchung gegenüber der Ligamentscherbeanspruchung die entscheidende, versagenauslösende Rolle zugesprochen wird.

Abschließend wurde versucht, die Ergebnisse der elastisch-plastischen Modellrechnung auch in einem statistischen Zugang zu interpretieren. Als Schwelle für das Eintreten von Versagen wurde dabei das Erreichen eines kritischen Wertes der kumulativen Versagenswahrscheinlichkeit unterstellt. Im Rahmen der Erweiterung der Weibull-Theorie auf rißbehaftete Körper wird dabei durch die Einführung der Weibull-Spannung ein Beanspruchungszustand nicht nur durch das Erreichen eines hohen Ligamentnormalsspannungsniveaus kritisch, sondern auch durch eine große Ausdehnung entlang des Ligaments bei vergleichsweise niedrigem Spannungsniveau. Durch diese Herangehensweise wird für das Versagen im Inneren der K-Dominanzzone ein „Dickeneffekt“ impliziert, der qualitativ gut mit den beobachteten Bruchbildern korreliert.

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, an Hand eines geeigneten Prüfkörpers das linear-elastische K-Konzept zu erläutern und für die Grenzflächencharakterisierung nutzbar zu machen. Bei einer großen Zahl von Materialverbunden, für die die Anwendung der vorgestellten Methode nützlich wäre, fällt jedoch der erhebliche Unterschied in den Größenordnungen der beteiligten Längenskalen auf. Die charakteristische Länge bei Beschichtungen aber auch bei dem in der Mikroelektronik auftretenden Fügeproblem zwischen Epoxid-underfill und Si-Chip liegen meist unterhalb eines Millimeters. Zur Charakterisierung der Grenzflächenzähigkeit bei solchen Anwendungen reicht eine schlichte Miniaturisierung des vorgestellten Versuches nicht aus, da gleichzeitig in den meisten Fällen die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der LEBM verletzt sein dürfte. Es entsteht daher Bedarf nach einem aufwendigeren Konzept der Datenreduktion, das vermutlich im Bereich der elastisch-plastischen Bruchmechanik anzusiedeln ist. Um die Gefahr von Diskrepanzen zwischen der FE-Modellierung und der Realität des beanspruchten Prüfkörpers gering zu halten, wäre dann der Einsatz von spannungsoptischen Methoden wünschenswert.

A Spannungen und Verformungen

A.1 Spannungen

A.1.1 Spannungstensor

Die Darstellung erfolgt in Anlehnung an [Bac83, Cha97]. Die auf die Seitenflächen eines infinitesimalen Materialelementes wirkenden Normalspannungen werden mit σ_{ii} , $i = x, y, z$, die auf die Seitenflächen wirkenden Scherspannungen mit $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ bezeichnet, wobei der erste Index die Flächennormale und der zweite die Richtung der auf die Fläche wirkenden Kraft angibt. Die insgesamt neun Spannungskomponenten werden in einer 3x3-Matrix zusammengefaßt:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Aus dem Gleichgewicht der an den Seitenflächen angreifenden Scherkräfte folgt die Symmetrie dieser Matrix. Beispielsweise folgt $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ aus dem Verschwinden des Drehmomentes $(\tau_{xy} - \tau_{yx}) \delta x \delta y \delta z$ um die z-Achse. Es läßt sich nachweisen, daß die Matrix unter Koordinatentransformationen wie ein Tensor zweiter Stufe transformiert. Er wird als Spannungstensor bezeichnet.

Die mittlere Normalspannung heißt hydrostatischer Druck (über doppelt auftretende Indices wird summiert.):

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad \sigma_0 = \frac{1}{3}\sigma_{kk}. \quad (\text{A.2})$$

Der *deviatorische* Spannungstensor folgt aus (A.1) durch Reduzieren der Normalspannungen um den hydrostatischen Druck:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij}. \quad (\text{A.3})$$

A.1.2 Traktionen an einer geneigten Schnittebene

Der Spannungszustand in der infinitesimalen Umgebung des Punktes P sei durch den Spannungstensor (A.1) beschrieben.

In Richtung der Koordinatenachsen mit dem Ursprung O wirken auf eine geneigte Schnittebene ABC mit den Richtungskosinus $n = (n_x, n_y, n_z)$ und der Fläche δS die Kräfte $T_x \delta S$, $T_y \delta S$ und $T_z \delta S$. Diese setzen sich zusammen aus den auf die Seiten OAC, OBC, OBA wirkenden Kräften. Letztere wiederum ergeben sich aus den Spannungskomponenten σ_{ij} und den Flächen $n_x \delta S$, $n_y \delta S$, $n_z \delta S$. Die Summe aller auf die Schnittfläche ABC wirkenden Kräfte in x -, y -, und z -Richtung ist daher:

$$\begin{aligned} T_x \delta S &= n_x \delta S \sigma_x + n_y \delta S \tau_{xy} + n_z \delta S \tau_{xz}, \\ T_y \delta S &= n_x \delta S \tau_{yx} + n_y \delta S \sigma_y + n_z \delta S \tau_{yz}, \\ T_z \delta S &= n_x \delta S \tau_{zx} + n_y \delta S \tau_{zy} + n_z \delta S \sigma_z. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Im Grenzfall $\delta S \rightarrow 0$ ergibt (A.4) den auf die geneigte Schnittebene ABC bezogenen Spannungsvektor

$$T_j = n_i \sigma_{ij}. \quad (\text{A.5})$$

Die Projektion des Spannungsvektors T auf die Schnittebenennormale $n = (n_x, n_y, n_z)$ liefert den Betrag der senkrecht auf die Schnittebene wirkenden Normalspannung:

$$\sigma = n_i n_j \sigma_{ij}. \quad (\text{A.6})$$

Die Projektion des Spannungsvektors T auf einen in der Schnittebene liegenden Richtungsvektor $n' = (n'_x, n'_y, n'_z)$ liefert den Betrag der in der Schnittebene in Richtung von n' wirkenden Scherspannung:

$$\tau = n_i n'_j \sigma_{ij}. \quad (\text{A.7})$$

A.1.3 Hauptspannungen

Die Normalspannung (A.6) nimmt für bestimmte Schnittebenenrichtungen n extremale Werte an. Die Bestimmung der extremalen Normalspannungen erfolgt durch Variation nach den zugehörigen Richtungskosinus und führt auf ein Eigenwertproblem. Dessen Eigenwerte sind die Wurzeln $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ der Determinante

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma & \tau_{xy} \\ \tau_{zx} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0 \quad . \quad (\text{A.8})$$

Sie heißen *Hauptspannungen*, die zugehörigen, paarweise orthonormalen Eigenvektoren *Hauptachsen*.

Die in Hauptachsen-Schnittebenen wirkenden Scherspannungen verschwinden.

A.1.4 Hauptscherspannungen

Analog nimmt die in der Schnittebene n in der Richtung von n' wirkende Scherspannung für bestimmte Schnittebenenrichtungen n extremale Werte an. Ausgehend vom System der Hauptachsen liefert die Variation von (A.7) nach den Richtungskosinus (n_x, n_z, n_z) die Diagonalen zwischen jeweils zwei Hauptachsen. Diese Diagonalen heißen *Scherspannungshauptachsen*. Die Eigenwerte sind die *Hauptscherspannungen*:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3), \\ \tau_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3), \\ \tau_3 &= \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2). \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Die extremalen Scherspannungen sind als Differenzen der Hauptspannungen unabhängig vom hydrostatischen Druck σ_0 . Wegen (A.3) stimmen die Hauptachsenrichtungen des Spannungstensors σ_{ij} und des deviatorischen Spannungstensors s_{ij} überein.

A.1.5 Deviatorebene

Wählt man als Schnittebene die Deviatorebene, d.h. die *Oktaederebene* des Hauptspannungssystems, so wird die Schnittebenen-Normalspannung (A.6) identisch mit dem zum Spannungszustand σ_{ij} gehörenden hydrostatischen Druck (A.2). Die Schnittebenenscherspannung (A.7) ist dann

$$\tau_0 = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (\text{A.10})$$

und wird als *Deviatorspannung* bezeichnet. Die Oktaederebene des Hauptachsensystems wird als Deviatorebene bezeichnet.

A.1.6 Invarianten des Spannungstensors

Ist nachgewiesen, daß sich die Matrizen (A.1) und (A.3) unter Koordinatentransformationen wie ein Tensor 2. Stufe transformieren, so ergeben sich ihre Invarianten aus den einschlägigen Beziehungen des Tensorkalküls.

Für das von Mises-Fließkriterium ist die zweite Invariante J_2 des deviatorischen Spannungstensors von Bedeutung:

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \quad (\text{A.11})$$

Ihr Zusammenhang mit der Oktaederscherspannung ist

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} \quad (\text{A.12})$$

Ihr Zusammenhang mit der von Mises-Vergleichsspannung ist

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3 \cdot J_2} \quad (\text{A.13})$$

A.2 Verformungen

Das *Dehnungsmaß* stellt eine Beziehung her zwischen dem Längenzuwachs einer Materialfaser und einer Ausgangslänge.

Beim *konventionellen* oder *technischen* Dehnungsmaß e_i (Cauchy-Dehnung) ist der durch einen Verformungsschritt bewirkte Längenzuwachs Δl der Faser in i -Richtung auf deren ursprüngliche Länge l_0 im unbelasteten Zustand bezogen:

$$e_i = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (\text{A.14})$$

Beim *natürlichen* oder *logarithmischen* Dehnungsmaß ε_i (Hencky-Dehnung) ist der bei einem infinitesimalen Verformungsschritt erreichte Längenzuwachs dl auf die beim *vorangehenden* Verformungsschritt erreichte Länge l bezogen. Die Integration des Dehnungsincrementes $d\varepsilon_i = dl/l$ über alle Verformungsschritte liefert

$$\varepsilon_i = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right). \quad (\text{A.15})$$

Es gilt $\varepsilon = \ln(1 + e)$ bei Dehnung und $\varepsilon = -\ln(1 - e)$ bei Kompression. Für kleine Dehnungen $\frac{\Delta l}{l_0} \ll 1$ werden beide Maße wertmäßig gleich. Für große Dehnungen überschätzt das technische Dehnungsmaß die durch einen Verformungsschritt bewirkte Dehnung.

Die *Gleitung* g_{ij} beschreibt die Relativverschiebung g zwischen zwei parallelen Kanten eines Materialelementes bezogen auf ihren Abstand d nach dem Verformungsschritt. Die Gleitung ist folglich der Tangens der Winkeländerung $\gamma_{ij} = \frac{\pi}{2} - \vartheta_{ij}$ zwischen den ursprünglich senkrecht zueinander stehenden Fasern in i - und j -Richtung.

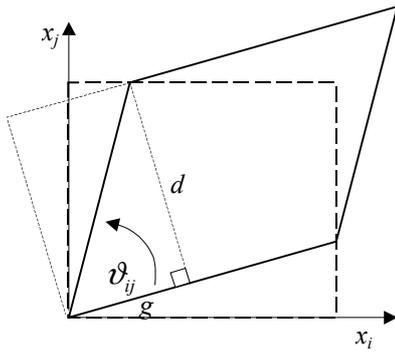


Bild A1: Gleitung paralleler Fasern.

B Scherplastizität

Das Spannungs-Dehnungs-Verhalten von realen Festkörpern weicht bei höheren Materialbeanspruchungen vom linearen Zusammenhang ab. Die wichtigsten Klassen nicht-linearer Materialgesetze sind viskoses und plastisches Verhalten. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf eine Untersuchung des Einflusses von plastischem Materialverhalten.

Bild B1 illustriert modellhaft die Gleitbewegung der Materialebenen bei der Scherplastizität wie sie etwa für Metalle typisch ist. Scherplastizität setzt ein, wenn der elastische Schub g^e einen materialspezifischen Wert übersteigt. Durch das Abgleiten der Materialebenen entsteht dann ein zusätzlicher plastischer Schub g^p . Dieser bleibt nach dem Entlasten bestehen. Die Gleitbewegung findet bei einem isotropen Medium in derjenigen Schnittebene statt, in der Scherspannung maximal wird.

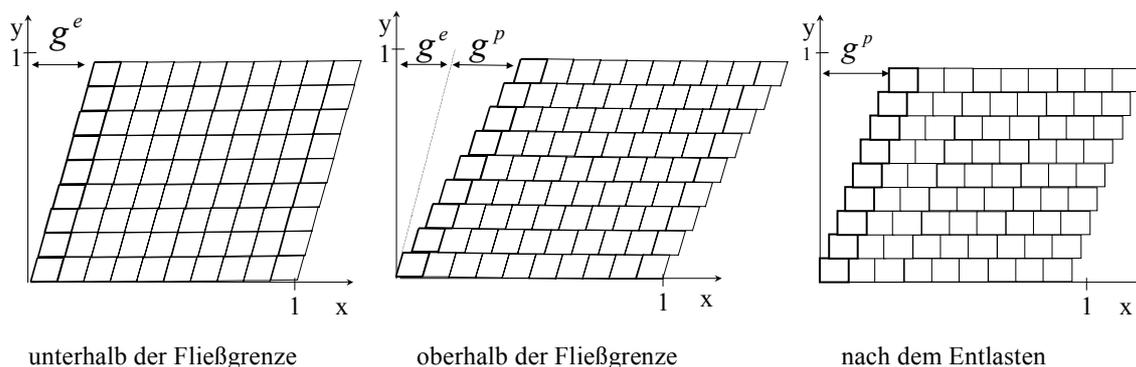


Bild B1: Gleitbewegung der Materialebenen bei der Scherplastizität.

B.1 Spannungs-Dehnungs-Beziehung

Bild B2 zeigt den typischen Zusammenhang $\sigma(\varepsilon)$ zwischen wahrer Spannung und Dehnung für ein elastisch-plastisches Material unter einachsiger Zugbelastung. Als Konsequenz des plastischen Fließens weicht die $\sigma(\varepsilon)$ -Kurve oberhalb der Fließspannung σ_y von der linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung OA ab. Die Spannung nimmt im elastisch-plastischen Regime AB weiter zu, während die Steigung der $\sigma(\varepsilon)$ -Kurve abnimmt. Nach der vollständigen Entlastung bleibt ein plastischer Dehnungsanteil ε^p zurück.

Das durch ein Spannungsinkrement $d\sigma$ bewirkte Dehnungsincrement $d\varepsilon$ enthält also einen reversiblen elastischen und einen irreversiblen plastischen Anteil. Der elastische Modul E , der plastische Modul H und der Tangentenmodul T beschreiben den Zusammenhang zwischen dem Spannungsincrement $d\sigma$ und den Dehnungsincrementen, $d\varepsilon^e$, $d\varepsilon^p$ und $d\varepsilon$.

Die Dehnungen sind additiv,

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p, \quad (\text{B.1})$$

so daß gilt

$$\frac{d\sigma}{T} = \frac{d\sigma}{E} + \frac{d\sigma}{H}. \quad (\text{B.2})$$

Durch ein stückweise lineares Materialgesetz (OA-AB') kann ein elastisch-plastisches Materialverhalten linear-elastisch approximiert werden. Der Grenzfall $T \rightarrow 0$ entspricht dem elastisch-idealplastischen Fall.

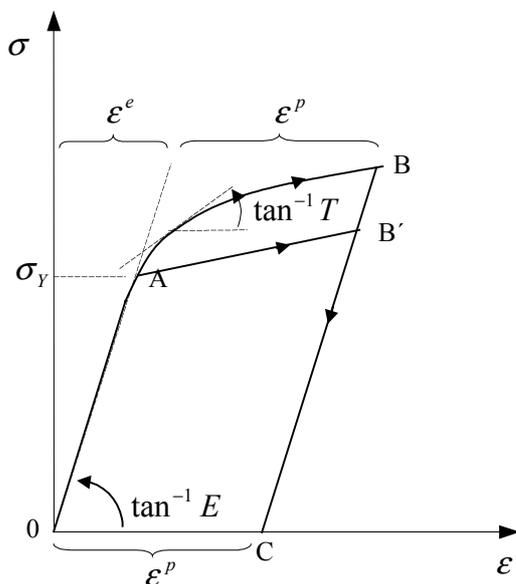


Bild B2: Spannungs-Dehnungs-Beziehung eines elastisch-plastischen, verfestigenden Materials bei einachsiger Zugbeanspruchung.

Die $\sigma(\varepsilon)$ -Kurve eines elastisch-plastischen Materials im einachsigen Zugversuch kann phänomenologisch durch die Ramberg-Osgood-Relation [Cha97] nachgebildet werden:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \varepsilon \left(\frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^n . \quad (\text{B.3})$$

Der Verfestigungskoeffizient n bestimmt dabei den Anteil der plastischen Dehnung an der Gesamtdehnung. Der elastisch-idealplastische Fall wird durch $n \rightarrow \infty$ erreicht. Typischerweise ist der Verfestigungsparameter $\alpha = \frac{3}{7}$.

B.2 Elastisch-plastisches Materialverhalten

Der Zusammenhang zwischen einem allgemeinen Spannungszustand σ_{ij} und den Dehnungen ε_{ij} in einem elastisch-plastischen Materialelement wird durch zwei Gesetze bestimmt, nämlich durch *Fließkriterium* und *Fließgesetz*. Ersteres entscheidet darüber, ob ein gegebener Spannungszustand neben der elastischen Dehnung auch eine plastische Dehnung hervorruft. Letzteres regelt den Zusammenhang zwischen dem Spannungszustand und der plastischen Verformung.

B.2.1 Fließkriterium

Da beim plastischen Fließen die beteiligten Materialebenen ohne innere Verformung der sie bildenden Materialelemente aneinander vorbeigleiten, findet die reine plastische Deformation ohne Volumenänderung statt:

$$d\varepsilon_{kk}^p = 0 . \quad (\text{B.4})$$

B.2.1.1 Tresca-Fließkriterium

Beim isotropen Material ist die Fließrichtung durch die Lage derjenigen Schnittebene festgelegt, in der die Scherspannung ihr Maximum erreicht. Die extremalen Scherspannungen sind die Scherhauptspannungen τ_i . Erreicht τ_i eine materialspezifische Vergleichsgröße k ,

$$|\tau_i| \geq k \quad , \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{B.5})$$

so erfolgt plastisches Fließen in Richtung der Scherhauptachsen. Die Scherhauptspannungen τ_i sind die halben Differenzen der Hauptspannungen, so daß in Richtung der drei Scherhauptachsen die Fließbedingungen

$$\begin{aligned} |\sigma_2 - \sigma_3| &\geq 2k, \\ |\sigma_1 - \sigma_3| &\geq 2k, \\ |\sigma_1 - \sigma_2| &\geq 2k \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

gelten. Wegen der Differenzen von Hauptspannungen ist dieses Fließkriterium unabhängig vom hydrostatischen Druck (A.2). Zwei Spannungszustände T, T' , die sich nur durch den hydrostatischen Druck unterscheiden, also mit identischer Projektion τ_0 auf die Deviatorebene, sind hinsichtlich des Kriteriums (B.6) äquivalent (Bild B3).

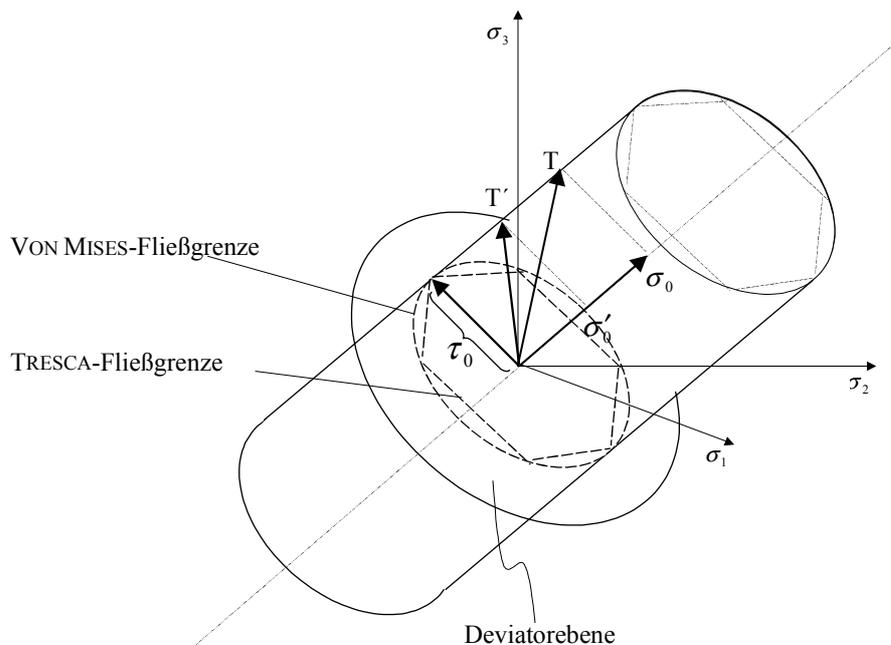


Bild B3: Hinsichtlich des Tresca-Kriteriums äquivalente Fließzustände T, T' . Projektion σ_0 senkrecht zur Deviatorebene (hydrostatischer Druck) und Projektion τ_0 in die Deviatorebene (Deviatorspannung).

Im Achsenkreuz der Hauptspannungen σ_i wird das Fließkriterium (B.6) durch sechs jeweils paarweise parallele Ebenen gebildet. Ihre Spurgeraden mit der Deviatorebene $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ ergeben (für isotropes Material) ein (gleichseitiges) Sechseck. Wegen der Unabhängigkeit vom hydrostatischen Druck ist die Tresca-Fließgrenze ein hexagonales

Prisma, das senkrecht auf der Deviatorebene steht. Jeder Spannungszustand, der auf oder außerhalb der Fließgrenzfläche liegt, entspricht einem Fließzustand, jeder der innerhalb liegt, einem elastischen Spannungszustand.

B.2.1.2 von Mises-Fließkriterium

Zur besseren mathematischen Handhabbarkeit wird beim von Mises-Kriterium in der Deviatorebene der hexagonale Querschnitt der Tresca-Fließgrenzfläche durch eine Ellipse (Kreis beim isotropen Material) ersetzt.

Fließen tritt ein, wenn die von Mises-Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ die Fließgrenze σ_Y übersteigt.

$$|\bar{\sigma}| \geq \sigma_Y. \quad (\text{B.7})$$

Die von Mises-Vergleichsspannung stimmt bis auf den Faktor $\frac{\sqrt{2}}{3}$ mit der Deviatorspannung τ_0 (A.12, 13) überein. Wegen (B.6) setzt Fließen beim einachsigen Zug- oder Kompressionszustand (dieser entspricht einer Ecke des Tresca-Sechsecks) ein, wenn der Betrag der Oktaederscherspannung den Wert $\sqrt{\frac{2}{3}}k$ übersteigt. Legt man beiden Kriterien den gleichen Wert der Fließspannung σ_Y zugrunde, so ist:

$$\begin{aligned} k_{Tresca} &= \sigma_Y / 2, \\ k_{Mises} &= \sigma_Y / \sqrt{3}. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Formuliert mit kartesischen Spannungskomponenten ist die von Mises-Vergleichsspannung [Cha97]:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{yz}^2 + 6\tau_{xz}^2}. \quad (\text{B.9})$$

Für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ), $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$ und den ebenen Spannungszustand (ESZ), $\sigma_z = 0$, wird dies zu:

$$\bar{\sigma} = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2)D + \sigma_x \sigma_y F + 3\tau_{xy}^2, \quad (\text{B.10})$$

wobei für EVZ

$$D = \nu^2 - \nu + 1,$$

$$F = 2\nu^2 - 2\nu - 1$$

und für ESZ

$$D = 1,$$

$$F = -1$$

gilt.

Die Scherspannung τ_{xy} ist also begrenzt auf

$$|\tau_{xy}| \leq \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}}, \quad (\text{B.11})$$

sie wird extremal beim Verschwinden der Zugspannungen.

B.2.2 Fließgesetze

Das durch das Spannungskrement $d\sigma_{ij}$ in einem elastisch-plastischen Material hervorgerufene Verformungskrement $d\varepsilon_{ij}$ ist die Summe des elastischen und des plastischen Verformungskrements

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p. \quad (\text{B.12})$$

Das *elastische Materialgesetz* beschreibt den Zusammenhang zwischen Spannung und elastischer Verformung. Wegen der Linearität des $\sigma - \varepsilon^e$ -Zusammenhanges kann die integrale oder die inkrementelle Formulierung gewählt werden [Cha97]:

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{ds_{ij}}{2G} + \frac{1-2\nu}{3E} \delta_{ij} d\sigma_{kk}. \quad (\text{B.13})$$

Dabei beschreibt der deviatorische Anteil die Gestaltänderung, der hydrostatische Anteil die Volumenänderung.

Umformen der Beziehung (B.13) liefert

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{1}{E} ((1 + \nu) d\sigma_{ij} - \nu \delta_{ij} d\sigma_{kk}). \quad (\text{B.14})$$

Dagegen beschreibt das *Fließgesetz* den Zusammenhang zwischen dem Spannungszinkrement und dem plastischen Verformungszinkrement. Für diesen Zusammenhang existieren verschiedene Annahmen, von denen einige im folgenden angeführt werden.

B.2.2.1 Plastische Deformationstheorien

Als Maß für die plastische Verformung dient die plastische Vergleichsdehnungszinkrement

$$\overline{d\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{(d\varepsilon_x^p)^2 + (d\varepsilon_y^p)^2 + (d\varepsilon_z^p)^2 + 2(\varepsilon_{xy}^p)^2 + 2(\varepsilon_{yz}^p)^2 + 2(\varepsilon_{zx}^p)^2}. \quad (\text{B.15})$$

Die Integration über alle Verformungsschritte liefert damit die plastische Vergleichsdehnung $\overline{\varepsilon}^p$. Bei den plastischen Deformationstheorien wird anstelle der Aufteilung (B.12) für das Gesamtverformungszinkrement ein Zusammenhang mit dem (deviatorischen) Spannungstensor angegeben. Die Modellierung plastischen Materialverhaltens erfolgt dann im Rahmen einer nicht-linearen Elastizitätstheorie. Dies ist an die Voraussetzung proportional ansteigender Deviatorspannungen gebunden. Im allgemeinen Fall eines elastisch-plastischen Materialgesetzes führt eine proportional anwachsende äußere Belastung infolge örtlicher Fließzustände *nicht* zu einem proportionalen Anstieg der einzelnen Spannungskomponenten. Deformationstheorien wie z.B. (B.16, 17) stellen daher nur im Grenzfall kleiner Belastungen eine realistische Beschreibung des elastisch-plastischen Materialverhaltens dar.

Die Spannungs-Dehnungs-Relation [Hut68]

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1 + \nu)}{E} s_{ij} + \frac{1 - 2\nu}{3E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{3}{2E} \alpha \overline{\sigma}^{n-1} s_{ij} \quad (\text{B.16})$$

reduziert sich im Fall des einachsigen Zugspannungszustandes auf das Ramberg-Osgood-Materialgesetz (B.3).

Dagegen wird die Relation [Hut68]

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{\bar{\lambda}}{E} \left(1 - \frac{E}{\sigma_{eqv}}\right) s_{ij} \quad (\text{B.17})$$

im einachsigen Zugspannungszustand zu einer stückweise linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung

B.2.2.2 Inkrementelle Plastizitätstheorien

Levy und Mises [Lev1, Mis13] postulieren die Proportionalität von *Gesamtverformungsinkrement* $d\varepsilon_{ij}$ und *Deviatorspannung* s_{ij} , Prandtl und Reuss [Pra24, Reu30] die Proportionalität zwischen dem *plastischen* Verformungsinkrement $d\varepsilon_{ij}^p$ und s_{ij} . Letzteres Fließgesetz ergibt sich auch als das mit der Mises-Vergleichsspannung als plastischem Potential assoziierte Fließgesetz.

Beim Prandtl-Reuss-Fließgesetz gilt

$$d\varepsilon_{ij}^p = s_{ij} d\bar{\lambda}, \quad (\text{B.18})$$

wobei

$$d\bar{\lambda} = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\sigma}}{H\bar{\sigma}}. \quad (\text{B.19})$$

Das elastisch-plastische Materialgesetz wird mit (B.12, 14, 18) zu:

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left((1+\nu) d\sigma_{ij} - \nu \delta_{ij} d\sigma_{kk} \right) + \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) \cdot d\bar{\lambda}. \quad (\text{B.20})$$

Eine Vereinfachung der mathematisch aufwendigen inkrementellen Plastizitätstheorien wurde von Hencky [Hen25] angegeben, wobei Proportionalität zwischen der plastischen Verformung ε_{ij}^P und s_{ij} unterstellt wird.

B.3 Spannungspfad und Verformungspfad bei nicht verfestigendem Material

Bei nicht-verfestigendem Material kann der Spannungszustand nur im Inneren (elastischer Zustand) oder auf der von Mises-Hyperfläche (Fließzustand) liegen. Das Spannungsinkrement $d\sigma_{ij}$ zwischen zwei Fließzuständen Q, Q' muß dann eine Tangente an die von Mises-Hyperfläche sein.

Bild B4 zeigt die Projektion der Spannungs- und Verformungspfade auf die Deviatorenebene bei monoton zunehmender Belastungsgeschichte. Vorausgesetzt ist bei dieser Darstellung, daß die Verformung drehungsfrei ist, d.h., daß die Hauptachsen $d\varepsilon_i$ jedes Gesamtverformungsinkrementes $d\varepsilon_{ij}$ mit den Spannungshauptachsen σ_i zusammenfallen.

Bei einem elastischen Verformungszustand P ist die Projektion des Dehnungsinkrementes wegen (B.14) parallel zur Projektion des Spannungsinkrementes.

Bei einem Fließzustand Q ist die Projektion des elastischen Dehnungsinkrementes parallel zur Projektion des Spannungsinkrementes, während das plastische Dehnungsinkrement wegen der Volumenkonstanz (B.4) senkrecht auf der Mises-Hyperfläche steht.

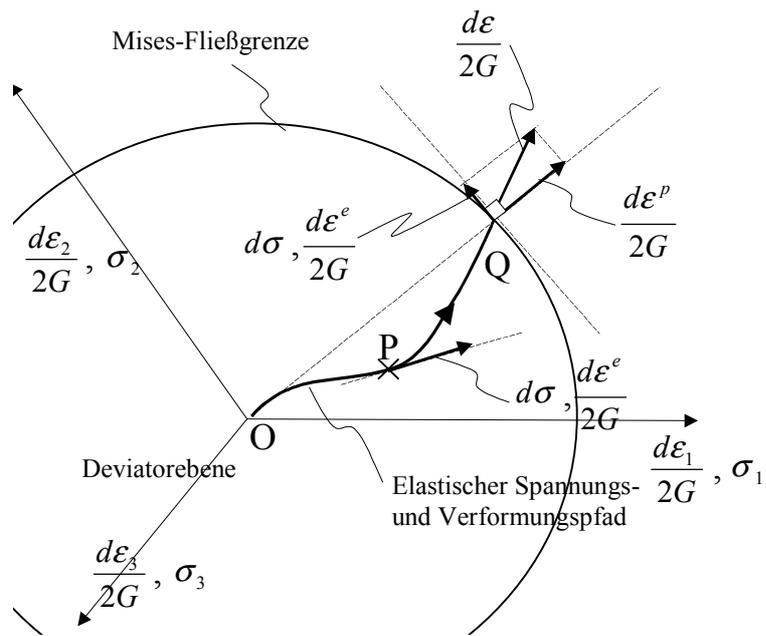


Bild B4: Projektion des Spannungs- und Verformungspfad auf die Deviatorebene beim isotropen elastisch-plastischen Medium.

Literaturverzeichnis

- [And73] Andrews, E. H., Kinloch, A. J. Proc. R. Soc. London Ser. A 332 (1973), S. 401.
- [And73] Andrews, E. H., Kinloch, A. J. Proc. R. Soc. London Ser. A 332 (1973), S. 385.
- [And86] Anderson, T. L., Williams, S.: Assessing the dominant mechanism for size effects in the ductile-to-brittle transition region. ASTM STP 905. Philadelphia 1986, S. 715-740.
- [And89] Anderson, T. L., Sienstra, D.: A model to predict the sources and magnitude of scatter in toughness data in the transition region. J. of Testing and Evaluation 17 (1989), S. 46-53.
- [And95] Anderson, T. L.: Fracture Mechanics, Fundamentals and Applications, 2nd edition. Boca Raton: CRC Press 1995.
- [Ara75] Aragon, A., Gent, A. N. J. Polym. Sci., Polym. Phys. 13 (1975), S. 1285.
- [Ara91] Aravas, N., Sharma, S. M.: An elastoplastic analysis of the interface crack with contact zones. J. Mech. Phys. Solids 39 (1991) (3), S. 311-344.
- [Bac83] Backhaus, G.: Deformationsgesetze. Berlin: Akademie-Verlag 1983.
- [Bar82] Barquins, M. in: Microscopic aspects of adhesion and lubrication. Hrsg. Georges, J.M. Amsterdam. Elsevier (1982), S. 396.
- [Bec95] Beckert, W.: Modellierung des Bruchverhaltens von Faserverbundwerkstoffen mittels FEM, Dissertation am FB Maschinenwesen der U Kaiserslautern, 1995.
- [Bec97] Beckert, W., Lauke, B.: Critical Discussion of the Single-Fibre Pull-Out Test: Does it measure Adhesion? Comp. Sci. Technol. 57 (1997), S. 1689-1706.
- [Ben81] Benitz, K., Richards, H.-A.: Eine Bruchmechanikprobe und Belastungsvorrichtung zur Bestimmung von Reißähigkeiten bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung. Z. Werkstofftechnik 12 (1981), S. 297-300.
- [Ber83] Beremin, F. M.: A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel. Metallurgical Transactions 14A (1983), S. 2277-2287.
- [Bog71] Bogy, D. B.: The plane solution for anisotropic elastic wedge under normal and shear loading. Trans. of the ASME. J. Appl. Mech. 38 (1971), S. 377-386.
- [Bos92] Bose, K., Ponte Castañeda, P.: Stable crack growth under mixed-mode conditions. J. Phys. Mech. Sol. 40 (1992), S. 1053-1103.

- [Bos95] Bose, K., Ponte Castañeda, P.: The effect of mode mix on interfacial toughness: a ductile mechanism. Fracture mechanics. ASTM STP 1220 Nr. 25. Hrsg. Erdogan, F. Philadelphia 1995.
- [Bos99] Bose, K., Mataga, P.A., Ponte Castañeda, P.: Stable crack growth along a brittle/ductile interface – Small scale yielding solution and interfacial toughness predictions. *Int. J. Solids and Structures* 36 (1999), S. 1-34.
- [Bro91] Brown, H. R. *Annu. Rev. Mater. Sci.* 21 (1991), S. 463.
- [Cao89] Cao, H. C., Evans, A. G.: An experimental study of the fracture resistance of bimaterial interfaces. *Mechanics of Materials* 7 (1989), S. 295-304.
- [Cha90] Charalambides, P. G.: A mixed-mode fracture specimen: analysis and experiments, *Acta-Scripta Metallurgica Proceedings Series 4*. Hrsg. Rühle, M., Evans, A. G., Ashby, M. F., Hirth, J. P. Pergamon Press 1990.
- [Cha97] Chakrabarty, J.: *Theory Of Plasticity*. Engineering Mechanics Series. New York: McGraw-Hill 1997.
- [Com77] Comninou, M.: The interface crack. *J. appl. Mech.* 44 (1977), S. 631.
- [Com79] Comninou, M., Dundurs, J.: Some consequences of the inequality conditions in: contact and crack problems, *J. of Elasticity*, 9 (1979) (1), S. 71-82.
- [Con79] Conder, J. R., Young, C. L.: *Physicochemical measurements by gas chromatography*. Chichester: John Wiley 1979.
- [Der67] Deryagin, B.V., Smilga, V.P.: Electronic theory of adhesion. *J. Appl. Phys.* 38 (1967) (12), S. 4609-4616.
- [Dow92] O'Dowd, N. P., Shih, C. F., Stout, M. G.: Test geometries for measuring interfacial fracture toughness. *Int. J. Solids Structures* 29 (1992) (5), S. 571-589.
- [Eng65] England, A. H.: A Crack between dissimilar Media. *J. Appl. Mech.* 32 (1965), S. 400-402.
- [Erd65] Erdogan, F.: Stress distributions in bonded dissimilar materials with cracks, *J. Appl. Mech.* 32 (1965), S. 403-410.
- [Eva89] Evans, A.G., Hutchinson, J.W.: effects of nonplanarity on the mixed-mode fracture resistance of bimaterial interfaces. *Acta metall.* 37 (1989) (3), S. 909-916.
- [Eva90] Evans, A. G., Rühle, M., Dalgeish, B. J., Charalambides, P. G.: The fracture energy of bimaterial interfaces. *Acta-Scripta Metallurgica Proceedings Series*. Hrsg. Rühle, M., Evans, A. G., Ashby, M. F., Hirth, J. P., 4 (1990), Pergamon Press.

- [Fow79] Fowkes, F.M. Materials Research Society Symposium Proceedings. Hrsg. Giess, E.A., Tu K.-N., Uhlmann, D. R. 40 (1985), S. 239-250.
- [Fow87] Fowkes, F. W. J. Adhes. Sci. Technol. 1 (1987) (7).
- [Fre68] Freudenthal, A. M.: Statistical approach to brittle fracture, Fracture: An advanced treatise, Bd.2. Hrsg. H. Liebowitz. New York: Academic Press 1968, S. 591-619. [12Fuk82] Fukui, K. Science 218 (1982), S. 747.
- [Gen71] Gent, A. N., Kinloch, A. J. J. Polym. Sci. A 29 (1971), S. 659.
- [Gen72] Gent, A. N., Schulz, J. J. Adhesion, 3 (1972), S. 281.
- [Goo60] Good, R.J., Girifalco, L. A. Phys. Chem. 64 (1960). S. 561.
- [Goo92] Good, R. J., van Oss, C. J. in: Modern approaches to wettability. Hrsg. Schrader, M. E., Loeb, G. I. New York: Plenum Press 1992.
- [Gru96] Grundke, k., Bogumil, T.: Wetting measurements on smooth, rough and porous solid surfaces. Progr. Colloid Polym. Sci. 101 (1996), S. 58-68.
- [Gut85] Gutowski, W.: Physico-chemical criteria for maximum adhesion. Theoretical concepts and experimental evidence. J. Adhes. 19 (1985), S. 29-51.
- [Ham91] Hauptmann, S.: Organische Chemie. 3. Aufl. Leipzig: Dt. Verl. f. Grundstoffindustrie 1991.
- [Ham95] Hampe, A., Marotzke, C.: The fracture toughness of glass fibre / polymer matrix interfaces: measurement and theoretical analysis. Proc. 3th Int. Conf. on Deformation and Fracture of Composites. Guildford. University of Surrey 1995.
- [He89] He, M.-Y., Hutchinson, J. W.: Kinking of crack out of an Interface. Transactions of the ASME. 56 (1989), S. 270-278.
- [Hen25] Hencky, H.: Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufenen Nachspannungen. ZAMM 4 (1924), S. 323-334.
- [Hoe96] Hoecker, F.: Grenzflächeneffekte in Hochleistungsfaserverbundwerkstoffen mit polymeren Matrices. Dissertation FB Maschinenwesen der U Kaiserslautern (1996).
- [Hof88] Hoffman, R.: Solids and Surfaces: A Chemist's view of bonding in extended structures. Weinheim: VCH Verlagsgesellschaft 1988.
- [Hor87] Horn, R. G., Israelaschwili, J. N., Pribac, F., J. Colloid Interface Sci. 115 (1987), S. 480.
- [Hut91] Hutchinson, J. W., Suo, Z. Advances Appl. Mech. 29 (1991), S. 63-191.
- [Hut68] Hutchinson, J. W.: Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material. J. Mech. Phys. Solids 16 (1968), S.13-31.

- [Hut90] Hutchinson, J. W.: Mixed-mode fracture mechanics of interfaces. Acta-Scripta Metallurgica Proceedings Series 4. Hrsg. Rühle, M., Evans, A. G., Ashby, M. F., Hirth, J. P. Pergamon Press 1990.
- [Ike98] Ikeda, T., Miyazaki, N.: Mixed-mode fracture criterion of interface crack between dissimilar materials. Eng. Frac. Mech. 59 (1998) (6), S. 725-735.
- [Irw56] Irwin, G. R.: Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminium Alloys. Sagamore Research Conference Proceedings 2 (1956), S. 289-305.
- [Irw60] Irwin, G. R.: Fracture Mechanics, Structural Mechanics. Proceedings of First Naval Symposium. Pergamon Press 1960. [24Isr72] Israelaschwili, J. N., Tabor, D. Proc. R. Soc. London Ser. A 331 (1972), S. 19.
- [Isr78] Israelaschwili, J. N., Adams, G. E. J. Chem. Soc. Faraday Trans. 74 (1978) (1), S. 975.
- [Jac92] Jacobasch, H.-J., Grundke, K., et al.: Application of the surface free energy concept in polymer processing. J. Adhesion Sci. Technol 6 (1992) (12), S. 1381-1396.
- [Jac97] Jacobasch, H.-J., Grundke, K., et al.: Contact angle measurement and contact angle interpretation. Langmuir 13 (1997), S. 2880-2894.
- [Joh71] Johnson, K. L., Kendall, K., Roberts, A. D. Proc. R. Soc. London Ser. A. 324 (1971), S. 301.
- [Kae64] Kaelble, D. H. J. Colloid. Sci. 19 (1964), S. 413.
- [Kae92] Kaelble, D.H. J. Adhesion, 37 (1992), 205.
- [Kae69] Kaelble, D. H. J. Adhesion, 1 (1969), S. 102.
- [Kel65] Kelly, A., Tyson, W. R.: Tensile properties of fibre-Reinforced metals. J. Mech. Phys. Sol. 13 (1965), S. 329-350. [5Kin87] Kinloch, A. J.: Adhesion and Adhesives – Science and Technology. London: Chapman & Hall 1987.
- [Ken73] Kendall, K. J. Phys. D 6 (1973), S. 1782.
- [Ken75] Kendall, K. J. Phys. D 8 (1975), S. 512.
- [Ken75] Kendall, K. J. Phys. D 8 (1975), S. 1722.
- [Kis69] Kiselev, A.V., Yashin, Y.I.: Gas adsorption chromatography. London: Plenum Press 1969.
- [Kre98] Kreher, W.: Realstruktur-Plastizität-Bruch. Vorlesung an der TU Dresden WS 98/99.

- [Lan80] Landes, J. D., Shaffer, D.H.: Statistical characterization of fracture in the transition region. ASTM STP 700. Philadelphia 1980, S. 368-372.
- [Lei98] Lei, Y., O'Dowd, N. P., Busso, E. P., Webster, G. A.: Weibull stress solutions in elastic and elastic-plastic materials. *Int. J. Fracture* 89 (1998), S. 245-268.
- [Lev1] Lévy, M. *J. Math. Pures et Appl.*, 16 (1871), S. 369.
- [Lie91] Liechti, K. M., Chai, Y.-S.: Biaxial loading experiments for determining interfacial fracture toughness. *J. Appl. Mech.* 58 (1991), S. 680-687.
- [Lie95] Liechti, K. M., Chai, Y.-S.: Asymmetric shielding in interfacial fracture under in-plane shear. *J. Appl. Mech.* 59 (1995), S. 295-304.
- [Lou91] Loukis, M. J., Aravas, N. *J. Adhesion*, 35 (1991), S. 7.
- [Man94] Mangipudi, V., Tirrell, M., Pocius, V. Direct measurement of molecular level adhesion. *J. Adhesion Sci. Technology* 8(1994) (11), S. 1251-1270.
- [Mar97] Marotzke, C., Qiao, L.: Interfacial Crack Propagation Arising in Single-Fiber Pull-out Tests. *Comp. Sci. Technol.* 57 (1997), S. 887-897.
- [Mau78] Maugis, D., Barquins, M. *J. Phys. D* 11 (1978), S. 1989.
- [Mee79] McMeeking, R. M., Parks, D. M.: On criteria for J-dominance of crack tip fields in large-scale yielding. ASTM STP 668, S. 175-194, Philadelphia 1979.
- [Mis13] Mises, R. von. *Göttinger Nachrichten Math. Phys. Klasse* 582 (1913).
- [Neu79] Neumann, W., Good, R.J.: Techniques for measuring contact angles, *Surface and Colloid Science 2*. Hrsg. Good, R.J., Stromberg, R.R. New York: Plenum Press (1979).
- [Pac81] Packham, D.E., Evans, J. R. G., Davies, P. R. *J. Adhesion* 13 (1981), S. 29.
- [Pack96] Packham, D. E.: Work of Adhesion: Contact angles and contact mechanisms. *Int. J. Adhesion and Adhesives* 16 (1996), S. 121-128.
- [Pan95] Pang, H. L. J.: Mixed-mode fracture analysis and toughness of adhesive joints. *Eng. Frac. Mech.* 51 (1995) (4), S. 575-583.
- [Par94] Parker, J. L. *Progr. Surface Sci.* 47 (1994), S. 205-271.
- [Pis98] Pisanova, E., Dutschk, V., Lauke, B.: Work of adhesion and Local Bond Strength in Glass Fibre- Thermoplastic Polymer Systems. *J. Adhesion Sci. Technol.* 12 (1998) (3), S. 305-322.
- [Pit93] Pitkethly, M. J., Favre, J. P., Gaur, U., et al.: A Round Robin Programme on Interfacial Test Methodes. *Comp. Sci. Technol.* 48 (1993), S. 205-214.
- [Pos97] Possart, W.: *Klebstoffe und Klebtechnologie, Vorlesungsskriptum Universität des Saarlandes* 1997.

- [Pra20] Prandtl, L.: Nach. Ges. Wiss., Göttingen, 74 (1920).
- [Pra24] Prandtl, L.: Proc. First. Int. Congr. Appl. Mech. Delft 43 (1924).
- [Qia98] Qian, W., Sun, C. T.: A Frictional Interfacial Crack Under Combined Shear And Compression. *Comp. Sci. Technol.* 58 (1998), S. 1753-1761.
- [Reu30] Reuss, Z.: *Z. angew. Math. Mech.*, 10 (1930), S. 266.
- [Ric68] Rice, J. R.: A Path-Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. *Transactions of the ASME. J. Appl. Mech.* 35 (1968), S. 379-386.
- [Ric68a] Rice, J. R., Rosengren, G. F.: Plane strain deformation near a crack tip in a power law hardening material. *J. Mech. Phys. Sol.* 16 (1968) S. 1-12.
- [Ric88] Rice, J. R.: Elastic Fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks. *Transactions of ASME*, 55 (1988) (3), S. 98.
- [Rug96] Ruggieri, C., Dodds, R. H.: A transferability model for brittle fracture including constraint and ductile tearing effects: a probabilistic approach. *Int. J. Frac.* 79 (1996), S. 309-340.
- [Säh89] Sähn, S., Göldner, H.: *Bruch- und Beurteilungskriterien in der Festigkeitslehre.* Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1989.
- [Scf99] Schmitt, F.-J., Ederth, T.: Direct force measurement on bulk polystyrene using the bimorph surface forces apparatus. *J. Adhes. Sci. Technol.* 13 (1999) (1), S. 79-96.
- [Sct99] Schüller, T., Beckert, W., Lauke, B., Perche, N.: Analytical and numerical Calculation of the Energy Release Rate for the Microbond-Test. *J. Adhesion*, 70 (1999), S. 33-56.
- [Sha91] Shanahan, M.E.R., Michel, F.: *Int. J. Adhes. Adhes.* 11(1991), S. 170.
- [She95] Sherry, A. H., Sanderson, D. J., Lidbury, R. A., Kikuchi, K.: The application of local approach to assess the influence of in-plane constraint in cleavage fracture. *ASTM Pressure Vessels and Piping Division PVP 304* (1995), S. 495-501.
- [Shi74] Shih, C. F.: Small-scale yielding analysis of mixed-mode plane-strain crack problems, *Fracture Analysis*, ASTM STP 560 (1974), S. 187-210.
- [Shi89] Shih, C. F., Asaro, R. J.: Elastic-plastic analysis of cracks on bimaterial interfaces: part II - structure of small-scale yielding fields. *J. Appl. Mech.* 56 (1989), S. 763-778.

- [Shi91] Shih, C. F., Asaro, R. J., O'Dowd, N. P.: Elastic-plastic Analysis of cracks on-bimaterial interfaces: part III -- large-scale yielding. *J. Appl. Mech.* 58 (1991), S. 450-463.
- [Sun87] Sun, C. T., Jih, C. J.: On strain energy release rates for interfacial cracks in bi-material media. *Eng. Frac. Mech.* 28 (1987), S. 13-20.
- [Sym90] Symington, M., Shih, C. F., Ortiz, M.: Tables of plane strain mixed-mode plastic crack tip fields. Brown University report MRG/DMR-8714665/1 (1990).
- [Tho90] Thouless, M. D.: Fracture of a model interface under mixed-mode-loading. *Acta metall. mater.* 38 (1990) (6), S. 1135-1140.
- [Tim82] Timoshenko, S. P., Goodier, J. N.: *Theory of Elasticity*. 3. Aufl. Singapore: Mc Graw Hill 1982.
- [Tve93] Tvergaard, V., Hutchinson, J. W.: The influence of plasticity on mixed-mode interface toughness. *J. Mech. Phys. Sol.* 41 (1993), S. 1119-1135.
- [Wan90] Wang, J. S., Suo, Z.: Experimental determination of interfacial toughness using a Brazil-nut-sandwich. *Acta Met.* 38 (1990), S. 1279-1290.
- [Wan95] Wang, J. S.: Interfacial fracture toughness of a copper/alumina system and the effect of the loading phase angle. *Mechanics of Materials* 20 (1995), S. 251-259.
- [Wan97] Wang, C. H.: Fracture of interface cracks under combined loading. *Eng. Frac. Mech.* 56 (1997) (1), S. 77-86.
- [Wei53] Weibull, W.: A statistical distribution function of wide applicability. *J. Appl. Mech.* 18 (1953), S. 293-297.
- [Wil52] Williams, M. L.: Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. *J. Appl. Mech.* 74 (1952), S. 526-528.
- [Wil57] Williams, M. L.: On the stress distribution at the base of a stationary crack. *J. Appl. Mech.* 24 (1957), S. 109-114.
- [Wil59] Williams, M. L.: stresses around a Fault or Crack in dissimilar media. *Bulletin of the Seismological Society of America* 49 (1959) (2), S. 199-204.
- [Wu92] Wu, S.: *Polymer Interfaces and adhesion*. New York: Marcel Dekker 1992.
- [Xia96] Xia, L., Shih, C. F.: Ductile crack growth III - transition to cleavage fracture incorporating statistics. *J. Mech. Phys. Sol.*, 44 (1996), S. 603.

- [Xu95] Xu, L., Tippur, H. V.: Fracture parameters for interfacial cracks: an experimental-finite element study of crack tip fields and crack initiation toughness. *Int. J. Frac.* 71 (1995), S. 345-363.
- [Yan92] Yang, Y. Y., Munz, D.: Stress singularities at the interface in bonded dissimilar materials under mechanical and thermal loading. *J. appl. Mech.* 59 (1992), S. 857-861.
- [Yan92a] Yang, Y. Y.: Spannungssingularitäten in Zweistoffverbunden bei mechanischer und thermischer Belastung. Fortschrittberichte Reihe 18 Nr. 113. Düsseldorf: VDI-Verlag 1992.
- [Yuu94] Yuuki, R., Liu, J.-Q., Xu, J.-Q., Ohira, T., Ono, T.: Mixed-mode fracture for an interface crack. *Eng. Frac. Mech.* 47 (1994) (3), S. 367-377.
- [Zha97] Zhandarov, S., Pisanova, E. V.: The Local Bond Strength and its Determination by Fragmentation and Pull-out Test. *Comp. Sci. Technol.* 57 (1997), S. 957-964.
- [Zis64] Zisman, A. *Adv. Chem. Ser.* 43 (1964) (1).
- [Zyw89] Zywicki, E., Parks, D.M.: Elastic yield zone around an interfacial crack tip. *J. Appl. Mech.* 56 (1989), S. 577-584.
- [Zyw90] Zywicki, E., Parks, D.M.: Elastic-plastic analysis of frictionless contact at interfacial crack tips. *Int. J. Fracture.* 42 (1990), S. 129-143.
- [Zyw92] Zywicki, E., Parks, D.M.: Small-scale yielding interfacial crack-tip fields. *J. Mech. Phys. Solids*, 40 (1992) (3), S. 511-536.