Zur Auslegung von Betonverzahnungen für Parabolrinnen unter Berücksichtigung des tribologischen Verhaltens von Hochleistungsbeton

Vom Fachbereich Bauingenieurwesen der Technischen Universität Kaiserslautern zur Verleihung des akademischen Grades

DOKTOR-INGENIEUR (Dr.-Ing.)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Sebastian Penkert

aus Bad Berleburg

Dekan:	Prof. DrIng. H. Sadegh-Azar
1. Berichterstatter:	Prof. DrIng. DrIng. E. h. J. Schnell
2. Berichterstatter:	Prof. DrIng. habil. P. Mark

Tag der mündlichen Prüfung: 25.11.2020

Kaiserslautern 2020

(D 386)

Sebastian Penkert

Zur Auslegung von Betonverzahnungen für Parabolrinnen unter Berücksichtigung des tribologischen Verhaltens von Hochleistungsbeton

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2016 bis 2020 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion der Technischen Universität Kaiserslautern.

Wesentliche Teile meiner Arbeit sind im Rahmen des 6. Energieforschungsprogramms des Bundesminesteriums für Wirtschaft und Energie (BMWi) im interdisziplinären Forschungsprojekt "Concrete Solar Collector (ConSol) – Prototypenentwicklung und Bau eines Parabolrinnenkollektors aus Beton" gefertigt worden. Des Weiteren wurden verschiedene Ergebnisse in Form von Publikationen veröffentlicht. Insbesondere sind die Veröffentlichungen *Forman 2018* in der Zeitschrift VGB PowerTech Journal und *Penkert 2019* in der Zeitschrift Beton- und Stahlbetonbau zu nennen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Jürgen Schnell für die Anstellung am Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion und dafür, dass er mir die Möglichkeit zur Promotion gegeben hat. Ich möchte mich sowohl für seine fachliche als auch persönliche Förderung bedanken.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Mark danke ich für die Erstellung des zweiten Berichtes. Besonders möchte ich mich für die Durchsicht meiner Arbeit und die daraus resultierenden Anmerkungen und Hinweise bedanken. Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Breit für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission. Herrn Prof. Dr.-Ing. Christian Glock danke ich für das entgegengebrachte Vertrauen und die übertragenen Aufgaben im Bereich der Forschung, Industrieprojekte und Lehre.

Weiter danke ich allen Projektpartnern des ConSol-Projekts. Zu nennen sind das Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Solarlite CSP Technology GmbH, Pfeifer Seilund Hebetechnik GmbH, Stanecker Betonfertigteilwerk GmbH, Almeco GmbH und die Ruhr-Universität Bochum.

Ich danke meinen ehemaligen Kolleginnen und Kollegen an der Technischen Universität Kaiserslautern, den wissenschaftlichen Hilfskräften und dem Laborpersonal. Meinen Zimmerkollegen Dipl.-Ing. Tobias Stallmann und Timo Hondl, M.Sc. möchte ich meinen besonderen Dank für ein stets angenehmes Arbeitsumfeld aussprechen.

Bei Herrn Raffael Weissbach bedanke ich mich für seine unzähligen Ideen, die maßgeblich zu der erfolgreichen Umsetzung und Errichtung des Großdemonstrators beigetragen haben.

Zuletzt möchte ich mich insbesondere bei meiner Freundin Fabienne bedanken, die mich während der Erstellung dieser Arbeit fortwährend unterstützt hat.

Kaiserslautern, Juni 2020

Sebastian Penkert

Kurzfassung

Aufgrund der Endlichkeit fossiler Energieträger gewinnen erneuerbare Energien wie Solarenergie zukünftig immer mehr an Bedeutung. Zum einen kann die solare Strahlung mittels Photovoltaik direkt in elektrischen Strom ungewandelt werden, zum anderen kann die Wärme infolge der Sonnenstrahlung in solarthermischen Kraftwerken genutzt werden. Dabei wird die Strahlung punktförmig (Heliostatenkraftwerk) oder linienförmig (Parabolrinnenkraftwerk) auf einen Receiver reflektiert. Bei Rinnenkraftwerken ist dieser mit einem thermischen Öl gefüllt, welches erwärmt wird. Der dabei entstehende Dampf wird in einem angehängten industriellen Prozess zur Erzeugung von elektrischem Strom genutzt. Allerdings bestehen diese Rinnensysteme überwiegend aus aufwendigen, kleinteiligen Stahlfachwerken, deren Montage kostenintensiv ist. Die Standorte solcher Rinnenkraftwerke liegen meist in Wüstenregionen, die korrosive Umgebungsbedingungen für den Stahl aufweisen können. Zudem müssen bei der Errichtung einer Kraftwerksanlage alle notwendigen Fachwerkelemente über längere Distanzen zu den oftmals abgelegenen Standorten transportiert werden.

Für eine effizientere Auslegung solcher Parabolrinnensysteme entstand die Idee einer optimierten Systemstruktur aus Hochleistungsbeton. Das neuartige Konzept umfasst sowohl eine filigrane Tragstruktur für eine effektive Rinnenherstellung direkt am Aufstellungsort, als auch eine geometrische Optimierung, die eine effiziente Sonnennachverfolgung der dünnwandigen Betonschale sicherstellt. Hierfür wurden spezielle Verzahnungen aus Hochleistungsbeton entwickelt, die in einem direkten Reibkontakt zueinander stehen. Dieser verursacht infolge der Sonnennachverfolgung Reibung und Verschleiß an den Verzahnungen.

Ziel dieser Arbeit ist sowohl die Auslegung als auch die Untersuchung des Abrieb- und Verschleißverhaltens von Verzahnungen aus Hochleistungsbeton für Parabolrinnen. Weitere Anwendungsgebiete bei denen hohe Kräfte bei kleinen Drehzahlen übertragen werden müssen sind denkbar (z. B. bei Zahnrädern für Schleusentore).

Zuerst werden die theoretischen Grundlagen im Bereich von Parabolrinnensystemen wiedergegeben sowie Erkentnisse über die Verschleißmechanismen bei direktem Reibkontakt von Betonoberflächen erläutert. Mit der detaillierten Darstellung zur Konstruktion und Bemessung von gängigen Maschinenbauverzahnungen wird, für eine optimale Zahnradauslegung, eine interdisziplinäre Wissensverknüpfung geschaffen. In ausgewählten experimentellen Reibversuchen an Betonplatten sollen genaue Aufschlüsse über das Abriebverhalten des verwendeten Hochleistungsbetons geschaffen werden, welche letztendlich zu einer Auslegung von Verzahnungen aus Hochleistungsbeton führen. Diese Auslegung wird durch FE-Simulationen ergänzt, die Informationen zu den Schwindverformungen der Verzahnung und den auftretenden Spannungen berücksichtigen.

Abschließend wird anhand eines Großdemonstrators die generelle Umsetzbarkeit eines Parabolrinnensystems mit einer Verzahnung aus Hochleistungsbeton gezeigt.

Abstract

Due to the finite nature of fossil fuels, renewable energies like wind power and solar energy will become increasingly important in the future. On the one hand, solar radiation can be converted directly into electricity by means of photovoltaics, and on the other hand the heat generated by solar radiation can be used in solar thermal power plants. The radiation is reflected point-like (heliostat power plant) or line-like (parabolic trough power plant) onto a receiver. In trough power plants the receiver is filled with a thermal oil, which is heated. The resulting steam is used in an attached industrial process to generate electrical power. The trough systems consist mainly of complex, small-sized steel frameworks, which results in a cost-intensive assembly. The sites of such trough power plants are usually located in desert regions with corrosive environmental conditions for the steel. In addition, during the construction of a power plant, all necessary framework elements must be transported over long distances to the secluded locations.

For a more efficient design of such parabolic trough systems, a concept of an optimized system structure made of high-performance concrete was developed. The novel concept includes a filigree support structure for effective trough production directly at the assembly site, as well as a geometric optimization that ensures efficient sun tracking of the thin concrete shell. For this purpose a special toothing made of high-performance concrete was evolved, which is in direct frictional contact with each other. This causes friction and wear on the gear teeth as a result of sun tracking.

The aim of this work is both the design and the investigation of the abrasion and wear behaviour of gears made of high-performance concrete for parabolic trough power plants. Further fields of application where high forces have to be transmitted at low speeds are conceivable (e.g. gears for floodgates).

For the scientific investigations, the theoretical basics of parabolic trough systems will be presented first, as well as information on the wear mechanisms in direct friction contact with concrete surfaces. With the detailed presentation of the design and dimensioning of common mechanical engineering gearings, an interdisciplinary knowledge link is created for an optimal gear design. In selected experimental friction tests on concrete test specimens, exact information on the abrasion behaviour of the high-performance concrete used is to be obtained, which ultimately leads to the design of gears made of high-performance concrete. This design is supplemented by FE simulations, which take into account information on the shrinkage deformations of the gearing and the stresses that occur.

Finally, the general feasibility of a parabolic trough system with a toothing made of high-performance concrete is shown by means of a large-scale demonstrator.

Inhaltsverzeichnis

Kurz	fassung	••
Abst	ract	
Inha	ltsverzeichnis	.i
Abki	irzungsverzeichnis	v
1	Einleitung	1
1.1	Motivation und Problemstellung	1
1.2	Zielsetzung	1
1.3	Vorgehensweise	2
2	Sonnenwärmekraftwerke	5
2.1	Allgemeines	5
2.2	Parabolrinnensysteme	6
2.	2.1 Historische Entwicklung von Kollektortypen	7
2.	2.2 Entwicklung der Parabelform 1	1
2.3	Neuartiges Konzept für ein Parabolrinnensystem1	2
2.	3.1 Spezielle Abrollgeometrie1	3
2.4	Zusammenfassung1	9
_		
3	Tribologie	!1
3.1	Allgemeines	21
3.2	Reibung	22
3.3	Verschleiß	27
3.4		30
3.5	Tribologie von Beton	32
3.	5.1 Abrasionswiderstand	34
3.	5.2 Tribologische Messverfahren	-0
3.6	Zusammenfassung	7
4	Verzahnungen	19
4.1	Allgemeines	19
4.2	Verzahnungsgesetz	50
4.3	Verzahnungsarten	53
4.	3.1 Zykloidenverzahnung	54
4.	3.2 Evolventenverzahnung	56
4.	3.3 Wildhaber-Novikov-Verzahnung	59
4.4	Gleitweg6	51

4.5	Unr	unde Zahnräder	63
4.	.5.1	Konstruktion von unrunden Zahnrädern	63
4.6	Ver	sagensarten von Zahnrädern	68
4.7	Tra	gfähigkeit von Zahnrädern	73
4	.7.1	Kräfteverhältnisse	73
4	.7.2	Belastungseinflussfaktoren	74
4.	.7.3	Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit	75
4	.7.4	Nachweis der Grübchentragfähigkeit	77
4.8	Prü	fstände für Verzahnungen	80
4.	.8.1	Verspannungsprüfstand	81
4.	.8.2	Pulsatorprüfstand	81
4	.8.3	Zwei-Scheiben-Prüfstand	83
4.9	Zus	ammenfassung	85
5	Unt	ersuchungen zum tribologischen Betonverhalten	
5.1	Allg	jemeines	
5.2	Nar	nodur®-Beton	
5.	.2.1	Allgemeines	86
5.	.2.2	Betonzusammensetzungen	87
5.3	Ver	schleißwiderstand nach Böhme	
5.	.3.1	Allgemeines	
5.	.3.2	Versuchsprogramm	90
5.	.3.3	Probekörper und Herstellung	90
5.	.3.4	Versuchsdurchführung	92
5.	.3.5	Versuchsauswertung	93
5.4	Dre	i-Punkt-Lastverfahren an geschliffenen Normprismen	97
5.	.4.1	Allgemeines	97
5.	.4.2	Versuchsprogramm	98
5.	.4.3	Probekörper und Herstellung	
5.	.4.4	Schleifvorgang in der Versuchsreihe I und II	
5.	.4.5	Versuchsdurchführung	103
5.	.4.6	Versuchsauswertung	
5.5	Abr	iebversuche Platte	
5.	.5.1	Allgemeines	
5.	.5.2	Versuchsprogramm	
5	.5.3	Versuchsaufbau	110
5	.5.4	Probekörper und Herstellung	112
5.	.5.5	Versuchsdurchführung	114
5	.5.6	Versuchsauswertung	115
5.6	Zus	ammenfassung	125

6	Verzahnungsauslegung127				
6.1	Allgemeines				
6.2	Aufbau der Verzahnung				
6.2	2.1	Verzahnungsauslegung für den Großdemonstrator	133		
6.3	Ver	schleißbestimmung	136		
6.4	Nur	nerische Untersuchungen zur Schwindverformung	143		
6.5	Verzahnungsnachweise				
6.	5.1	Zustand I	148		
6.	5.2	Zustand II	151		
6.9	5.3	Anwendungsbeispiel Großdemonstrator	155		
6.6	Zus	ammenfassung	159		
7	Bai	iliche Umsetzung des Großdemonstrators	161		
7.1	Alla	emein	161		
7.2	Tes	tverzahnung	165		
7.3	Pro	beelement	167		
74	Pla	nungsphase des Großdemonstrators	170		
74	4 1	Schale	170		
74	42	Abrollhügel	174		
7.4	4.3	Sichel	178		
7.4	4.4	Verzahnung der Schale	179		
7.4	4.5	Antriebseinheit	180		
7.5	Stat	tische Berechnung	182		
7.6	Bau	iphase des Großdemonstrators	184		
7.0	 6.1	Herstellung der Fundamente	185		
7.0	6.2	Herstellung Abrollhügel und Verzahnung	185		
7 (6.3	Herstellung Sichel und obere Verzahnung	187		
7 (6.0 6.4	Herstellung Antriebsbock	190		
7.0	6.5	Herstellung Schale	191		
7.7	Ass	emblierung vor Ort	191		
7.8	Ver	messung der Schale	194		
7.9	Erk	enntnisaewinn	195		
7.10	Zus	ammenfassung	196		
8	Faz	it und Ausblick	199		
81	7119	ammenfassung	199		
8.2	Δus	hlick	204		
0.2	Aus		204		
Abbi	ldun	ngsverzeichnis	207		
Tabe	llen	verzeichnis	215		

Literaturverzeichnis			
Anha	ang A	Experimentelle Untersuchungen2	37
A.1	Härtesk	ala nach Mohs2	37
A.2	Verschl	eißwiderstand nach Böhme2	37
A.3	Platten	versuche2	38
A.4	Soll-Ist	Vergleich der Plattenversuche24	43
A.5	Reibbei	wert	48
Anha	ang B	Verzahnungsauslegung2	59
B.1	Winkelb	estimmung für Verschleiß $\alpha_{A,i}$ und $\alpha_{E,i}$	59
B.2	Kraft un	d Gleitweg für die Verschleißbestimmung2	59
B.3	Verschl	eißmenge20	63
B.4	FE-Sim	ulation Verzahnung20	68
B.5	Herleitu	ng Stabwerkmodell	69
Anha	ang C	Großdemonstrator2	73
C.1	Bewehr	ungspläne2	73
C.2	Bemess	sungsschnittgrößen Schale2	77
Lebe	enslauf .		79

Abkürzungsverzeichnis

Große lateinische Buchstaben

- A Querschnittsfläche, Abrasion
- Ab Absorberfläche
- Aco Belastungsfläche
- Ac1 maximale rechnerische Verteilungsfläche
- Ak Abrasionskoeffizient
- Ap Aperturfläche
- Cg geometrischer Konzentrationsgrad
- D Geschwindigkeitsgefälle
- E Elastizitätsmodul
- F Kraft
- F_{Rdu} maximal aufnehmbare Teilflächenlast
- F_{Sd} Spaltzugkraft
- FSR,d Randzugkraft
- H Härte
- I" Geschwindigkeitskoeffizient bei linearem Wachstum der Reaktionsschicht
- *I*_r Einzelmessstrecke
- K Koeffizient für Adhäsionsverschleiß
- K_F Einflussfaktoren für die Zahnfußtragfähigkeit
- K_H Einflussfaktoren für die Grübchentragfähigkeit
- L Bogenlänge, Modullänge
- M Kreismittelpunkt
- N_G Grenzschwingspielzahl
- P Leistung
- Pi Porosität
- R Radius
- Rm Zugfestigkeit
- Rz Rauhtiefe
- S Druckfestigkeit bei Abrasionsbeanspruchung

- SDx Parabolrinnensteigungsfehler
- SFi Sicherheitsfaktor bei Zahnfußtragfähigkeit
- S_P Parabelscheitel
- T Temperatur
- T_E Endtemperatur
- Ti Nenndrehmoment
- V Volumen
- WA Adhäsiver Verschleiß
- Wc Widerstandsmoment Beton
- *W*_k globale Windlast
- Wo Verschleiß aus Oberflächenzerrüttung
- Wv Abrasiver Verschleiß
- Yi Korrekturfaktoren für die Zahnfußtragfähigkeit
- Zi Zonenfaktor für die Grübchentragfähigkeit

Kleine lateinische Buchstaben

- a Breite Berührungsfläche bei Hertz'scher Pressung, Achsabstand Stirnräder
- b Breite, Kontaklänge, Bogenlänge
- c Kopfspiel
- c_P spezifische Wärmekapazität
- c_{p,net} Netto Winddruckbeiwerte
- c_R Rollwiderstandskoeffizient
- d Durchmesser, Beiwert für Rollreibung, statische Höhe, Zahndicke
- da Kopfkreisdurchmesser
- df Fußkreisdurchmesser
- d₀ Spiel (Verzahnung)
- e Exzentrizität
- f Abriebtiefe, Fokallänge
- f_{1,2} Hypozykloide
- fcd Bemessungswert der Betondruckfestigkeit
- fck,cube charakteristische Würfeldruckfestigkeit des Betons
- f_{ck,cyl} charakteristische Zylinderdruckfestigkeit des Betons

- *f*_{cm} mittlere Betondruckfestigkeit
- *f*_{ctm} mittlere Betonzugfestigkeit
- *f*_{ctm,fl} mittlere Biegezugfestigkeit
- *f*_{yd} Bemessungswert der Betonstahlstreckgrenze
- *g*_α Eingriffstrecke
- h Höhe
- ha Zahnkopfhöhe
- hf Zahnfußhöhe
- hz Zahnhöhe
- *i* Übersetzung
- k" Geschwindigkeitskoeffizient bei parabolischem Wachstum der Reaktionsschicht
- *k*_{1,2} Epizykloide
- k_A Verschleißkoeffizient nach Archard
- I Kontaktlänge bei Hertz'scher Pressung
- *I*_{bd} Verankerungslänge
- *m* Masse, Modul, Tangentensteigung
- *m*₀ darrgetrocknete Masse
- n Drehzahl, Zahnanzahl
- *p* Druck, Dicke der Reaktionsschicht
- *p*₀ Hertz'sche Flächenpressung
- *p*_x Zahnteilung in Axialrichtung
- *p*_z Teilung (Zahnrad)
- *p*z Zahnteilung am Teilkreis
- r Krümmungsradius bei Hertz'scher Pressung, Kreisradius
- s Abrasivweg (Gleit- oder Schleifweg), Kreissehne
- sk charakteristische Schneelast
- s₀ Zahndicke
- t Tangente
- u Zähnezahlverhältnis
- v Geschwindigkeit
- w Windlast

- *x*_c Höhe des Druckknotens
- z Anzahl der Zähne (Zahnrad), innerer Hebelarm

Griechische Buchstaben

- α Winkel
- acc Dauerstandsbeiwert
- a⊤ Wärmedehnzahl
- β Winkel
- γ Teilchengröße
- Δ/ Längendifferenz gemäß Verschleißwiderstand nach Böhme
- Δ*m* Massendifferenz gemäß Verschleißwiderstand nach Böhme
- △*T* Temperaturdifferenz
- ΔV Schleifverschleiß gemäß Verschleißwiderstand nach Böhme
- ε Dehnung
- *ε*_{cs} lastunabhängige Dehnung aus Schwinden
- ε_p Profilüberdeckung
- ε_s Sprungüberdeckung
- *Φ* Kollektorauslenkung
- η Rauheitshügel sowie dynamische Viskosität
- λ Wärmeleitfähigkeit
- μ Reibungskoeffizient, Querdehnzahl
- $\mu_{\rm H}$ Haftreibungskoeffizient
- ξ Dicke der Reaktionsschicht
- π Kreiszahl
- ρ Dichte
- σ Spannung
- r Schubspannung
- *φ* Rotationswinkel
- φ_κ Kriechzahl
- *φ*_r Öffnungswinkel einer Parabel
- *ω* Winkelgeschwindigkeit

Abkürzungen

ASTM American Society for Testing and Materials

- Au Aluminium
- BCA Britisch Cement Association
- CaF₂ Calciumfluorid
- CSP Concentrated Solar Power
- Cu Kupfer
- DLR Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
- EU Europäische Union
- FZG Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (TU München)
- *HPC* High performance concrete
- Pb Blei
- PVD Physical Vapour Deposition
- RWA Rolling Wheel Abrasion
- UHPC Ultra high perfromance concrete
- XM Expositionsklasse (Betonangriff durch Verschleißbeanspruchung)
- ZnO Zinkoxid

1 Einleitung

1.1 Motivation und Problemstellung

Fossile Energieträger sind endlich, weswegen die Nutzung regenerativer Energien zukünftig immer mehr an Bedeutung gewinnen wird. Zu den erneuerbaren Energien zählen unter anderem Wasserkraft, Geothermie, Wind- sowie Sonnenenergie. In Deutschland wird Solarenergie hauptsächlich in Form von Photovoltaikanlagen und Solarthermie genutzt (vgl. Umwelt 2019). Weltweit existieren aber auch noch andere vielversprechende Nutzungsformen wie beispielsweise Sonnenwärmekraftwerke. Im Gegensatz zu Photovoltaik wird dabei die Solarstrahlung nicht direkt zur Erzeugung von Elektrizität genutzt, vielmehr wird die Wärme der Sonne punktförmig oder linienförmig auf einem Receiver konzentriert. Unter den linienfokussierenden Systemen sind vorallem Parabolrinnenkraftwerke zu nennen, die als am kommerziell ausgereiftesten gelten (vgl. Ferruzza 2019). Dabei wird die solare Strahlung durch Spiegelelemente auf ein Receiverrohr fokussiert, das mit einem Wärmeträgermedium gefüllt ist. Dieses erwärmt sich und kann über einen Generator elektrischen Strom erzeugen. Gängige Parabolrinnensysteme bestehen überwiegend aus aufwendigen, kleinteiligen Stahlfachwerken, die mit hohem Aufwand am jeweiligen Aufstellungsort montiert werden müssen. Typische Standorte von Parabolrinnenkraftwerken in Wüstenregionen weisen korresive Umgebungsbedingungen (salzige Böden) auf. Diese können sich nachteilig auf die Dauerhaftigkeit von Stahlkonstruktionen auswirken.

Deshalb wurde ein neuartiges Konzept erarbeitet, das sich durch eine alternative Tragstruktur mit hoher Dauerhaftigkeit und geringen Herstellkosten auszeichnet. Eine dünnwandige Schale mit filigraner Tragstruktur aus Beton steht im Mittelpunkt des innovativen Parabolrinnenkonzepts. Zur Sicherstellung einer dauerhaften Sonnennachverfolgung besitzen sowohl die Tragstruktur, als auch die Schale eine Verzahnung aus Hochleistungsbeton. Ein Kippen oder Rutschen des Oberbaus entlang der Tragstruktur wird so verhindert. Während der Sonnennachverfolgung stehen beide Verzahnungselemente in einem direkten Reibkontakt. Infolge der daraus resultierenden Reibung entstehen Abrieb und Verschleiß, welche die Betonverzahnung nachteilig beeinflussen können. Da für den konkreten Fall des direkten zyklischen Reibkontakts zwischen zwei Betonoberflächen noch keine Anwendungsfälle in der Baupraxis erschlossen wurden, existieren auch nur wenig Kenntnisse zu dieser Problematik. Vor diesem Hintergrund ist ein genaues Verständnis über das Abrieb- und Verschleißverhalten von Verzahnungen aus Hochleistungsbeton von großer Bedeutung. Diese Arbeit soll einen Beitrag zur Auslegung von Verzahnungen aus Hochleistungsbeton für Parabolrinnenkraftwerke liefern. Zukünftig könnten derartige Betonverzahnungen auch auf andere Anwendungsgebiete übertragen werden. Beispielsweise wäre eine Verzahnungskonstruktion für Schleusentore denkbar.

1.2 Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung des Abrieb- und Verschleißverhalten von Verzahnungen aus Hochleistungsbeton für Parabolrinnenkraftwerke. Neben der experimentellen Untersuchung der tribologischen Eigenschaften des verwendeten Hoch-

leistungsbetons steht eine geometrisch optimierte Auslegung der Verzahnung im Fokus dieser Arbeit. Anhand numerischer Simulationen wird das generelle Verformungsverhalten von Betonverzahnungen infolge Schwinden untersucht. Alle Erkenntnisse dienen als Grundlage zur Anfertigung eines großformatigen Beton-Parabolrinnendemonstrators mit einer Verzahnung aus Hochleistungsbeton.

1.3 Vorgehensweise

Die notwendige Vorgehensweise zur Erreichung der in Abschnitt 1.2 aufgeführten Ziele ist folgendermaßen gegliedert und in Abb. 1.1 grafisch dargestellt:

In Kapitel 2 erfolgt eine Erläuterung zu solarthermischen Kraftwerken. Die Funktion von Parabolrinnen wird beschrieben und aktuelle Rinnensysteme werden aufgeführt. Das Potenzial einer neuen Tragstruktur mit dünnwandiger Schale und Verzahnung aus Hochleistungsbeton wird herausgestellt. Für die bauliche Umsetzung dieser neuen Tragstruktur ist ein spezieller Unterbau (Abrollhügel) erforderlich, der die Verschiebung des Schalenschwerpunkts entlang einer horizontalen Gerade während der Sonnennachverfolgung ermöglicht. Die genaue Geometriefindung dieses Unterbaus wird in Abschnitt 2.3.1 beschrieben.

Wird die Schale des Demonstrators der Sonne nachgeführt, entsteht zwischen den Betonzähnen der Verzahnung ein direkter Reibkontakt, welcher Abrieb und Verschleiß verursacht. Die Wissenschaft, die sich mit Reibungs- und Verschleißproblemen beschäftigt, wird Tribologie genannt. In Kapitel 3 werden tribologische Begrifflichkeiten erklärt und die tribologischen Eigenschaften von Beton erläutert. Die wichtigsten Einflussgrößen auf den Betonabrieb werden herausgearbeitet und ihr jeweiliger Einfluss auf den Verschleiß bewertet. Ebenso werden gängige in der Praxis angewandte tribologische Messmethoden aufgeführt und ihre Verwendbarkeit für experimentelle Untersuchungen an Betonverzahnungen dargestellt.

Um überhaupt eine Verzahnung aus Beton konstruieren zu können, werden in Kapitel 4 theoretische Grundlagen zur Zahnradauslegung von bestehenden Verzahnungsarten im Maschinenbau gegeben. Es wird auf wichtige geometrische und konstruktive Aspekte sowie Anwendungsgebiete eingegangen, um eine geeignete Verzahnungsart für den Bau des Großdemonstrators zu entwickeln. Es wird gezeigt, ob sich aus dem Maschinenbau mögliche Verzahnungsarten, Bemessungsansätze oder Prüfverfahren auf eine Betonverzahnung übertragen lassen.

Auf Basis der in den Kapiteln 2 bis 4 durchgefürten Literaturrecherche werden in Kapitel 5 experimentelle Untersuchungen durchgeführt, um den verwendeten Beton in Hinblick auf eine tribologische Eignung für die Verwendung von Betonverzahnung hin zu untersuchen.

Diese gewonnenen Erkentnisse münden in Kapitel 6 in der Auslegung der Betonverzahnung, bei der verschiedene Parameter wie Anzahl und Dicke der Zähne sowie Kantenabbrüche berücksichtigt werden. Anhand eines Anwendungsbeispiels wird die genaue geometrische Auslegung der Betonverzahnung für den Großdemonstrator erläutert. Weiter wird die auftretende Abriebmenge der Verzahnung während der Sonnennachverfolgung des Großdemonstrators bestimmt. Anhand einer FE-Simulation werden die Schwindverfomrungen der Betonverzahnung ermittelt, um sicherzustellen, dass es infolge Schwinden nicht zu einer Verklemmung der Betonverzahnung kommt. Abschließend erfolgt eine Bemessung der Verzahnung.

Alle Erkenntnisse aus den Kapiteln 2 bis 6 führen zu der baulichen Umsetzung eines Beton-Parabolrinnendemonstrators mit einer Verzahnung aus Hochleistungsbeton, siehe Kapitel 7.

Abschließend werden sämtliche Ergebnisse zusammengefasst und ein Ausblick in Kapitel 8 gegeben.



Abb. 1.1: Gliederung und Vorgehensweise der vorliegenden Arbeit

2 Sonnenwärmekraftwerke

2.1 Allgemeines

Dieses Kapitel erläutert die Funktion von Parabolrinnenkraftwerken. Für die bauliche Umsetzung eines Großdemonstrators aus Hochleistungsbeton ist eine spezielle Geometrie der Unterbauten notwendig. Diese Notwendigkeit wird dargelegt und die Geometrieherleitung gezeigt.

Durch Solarkraftwerke findet eine Umwandlung von Sonnenenergie in elektrischen Strom statt. Die direkte Umwandelung der Strahlung der Sonne in elektrischen Strom erfolgt durch photovoltaische Kraftwerke, welche in dieser Arbeit nicht behandelt werden. Der Fokus liegt auf Technologien, welche die Sonnenenergie in solarthermischen Kraftwerken bündeln und in thermische Energie umwandeln (vgl. *Böge 2009*), um elektrischen Strom zu erzeugen.

Kraftwerke dieser Art können in konzentrierende und nicht konzentrierende Systeme unterteilt werden (vgl. *Kaltschmitt 2014*). Nichtkonzentrierende Systeme wie Aufwindkraftwerke nutzen die einfallende Sonnenstrahlung zur Lufterwärmung und können infolge von Dichteunterschieden Luftströme erzeugen, die mittels Turbine Strom produzieren. Bei Solarteichen wird ein salzwassergefülltes Becken als Wärmespeicher genutzt. Warmes Wasser steigt, aufgrund einer geringeren Dichte, in einem geschlossenen Wassersystem an die Oberfläche, kaltes Wasser sinkt infolgedessen zu Boden. Durch Salzzugabe und einer dadurch resultierenden Dichtezunahme des warmen Wassers kann die Zirkulation gestoppt werden. Somit verbleibt eine konstant warme Wasserschicht von etwa 80°C bis 90°C am Boden und Wärmeverluste infolge Verdampfung, Konvektion und Strahlung werden minimiert. Die gespeicherte Wärme in der untersten Wasserschicht kann mittels thermodynamischer Prozesse zur Stromerzeugung genutzt werden (vgl. *Kaltschmitt 2014*).

Bei den konzentrierenden Systemen (engl. CSP – Concentrating Solar Power) wird zwischen punkt- und linienfokussierend unterschieden. Die punktfokussierenden Systeme, wie solare Turmkraftwerke und Dish-Stirling-Systeme, bündeln und reflektieren das einfallende Sonnenlicht auf eine näherungsweise punktförmige Fläche. Turmkraftwerke bestehen aus mehreren zweiachsig gekrümmten Spiegeln, sogenannte Heliostaten. Diese folgen dem Sonnenstand und fokussieren so das einfallende Sonnenlicht gebündelt auf den Receiver eines Turms (vgl. *Renzi 2015*). Betriebstemperaturen von über 1.100°C erhitzen ein Medium wie beispielsweise Luft, welches in Dampf umgewandelt wird und über eine Turbine Strom erzeugt. Dish-Stirnling-Systeme bestehen aus einem parabelförmig gekrümmten Hohlspiegel mit Stirlingmotor als Receiver (vgl. *Zahoransky 2019*). Bei den linienfokussierenden Systemen sind sowohl Linear-Fresnel Kraftwerke mit parallel angeordneten, ebenen Spiegeln, als auch Parabolrinnenkraftwerke zu nennen. Unter den konzentrierenden solarthermischen Kraftwerken stellt sich die Parabolrinnentechnologie als kommerziell ausgereifteste dar (vgl. *Ferruzza 2019*).

Bereits im Jahr 1912 entwickelten *Shumann* und *Boys* eine Dampfmotorpumpe, die mit einem Parabolrinnenkollektor betrieben wurde. Aufgrund des Ersten Weltkriegs geriet die Technologie jedoch in Vergessenheit. Gesteigertes Interesse kam erst wieder

in den 70er Jahren auf – zu Zeiten der Ölkrise (vgl. Gever 2002). So entstanden 1981 Parabolrinnendemonstratoren auf der internationalen Forschungsstation Plataforma Solar de Almeria. Ein wesentlicher Entwicklungssprung gelang von 1984 bis 1991, durch die Errichtung von neun Großanlagen in der Mojave-Wüste in Südkalifornien mit einer Stromerzeugungskapazität von 354 MW. Ab dem Jahr 1998 förderte die Europäische Union (EU) solarthermische Kraftwerke in Europa. Nach 2003 subventionierte die spanische Regierung solarthermisch erzeugten Strom durch ein neues Einspeisegesetz (vgl. Schiel 2012), wodurch das erste solarthermische Großkraftwerk in Europa entstand: Andasol. Die Baumaßnahmen von drei 50-MW-Anlagen (Andasol 1-3) begannen 2008. Aufgrund der geschützten Lage und der hohen solaren Einstrahlung fiel die Standortwahl auf das Hochtal zwischen Almeria und Granada. Eine Gesamtspiegelfläche von 510.000 m² lassen eine jährliche solare Stromproduktion von etwa 165 GW/Jahr/Anlage erwarten (vgl. Schiel 2012). Bis 2013 wurden 50 solarthermische Anlagen mit einer Gesamtleistung von 2.500 MW in Spanien gefertigt. Gleichzeitig begann die Regierung in Marokko mit der Errichtung eines 30 km² großen und vier Anlagen umfassenden Solarkomplexes (vgl. Schmitt 2018), bestehend aus zwei Parabolrinnenkraftwerken: NOOR I und II, einem Solarturmkraftwerk (NOOR III) und einer Photovoltaikanlage (NOOR IV). Die Inbetriebnahme von NOOR I erfolgte 2016. Die etwa 40 MW stärkere Anlage NOOR II ging 2018 ans Netz, ebenso das Solarturmkraftwerk NOOR III (vgl. Rio 2018).

2.2 Parabolrinnensysteme

Parabolrinnenkollektoren bestehen aus einachsig, parabolisch gekrümmten Spiegelelementen, die das einfallende Sonnenlicht auf ein Receiverrohr fokussieren, welches mit einem thermischen Öl über eine Verrohrung gefüllt ist. Infolge der Sonnenkonzentration wird das Thermoöl bis auf 400°C erwärmt. Das gesamte System, bestehend aus Spiegelelementen und Stahlfachwerk, kann mittels Antrieb der Sonne nachverfolgt werden (vgl. *Schiel 2012*). Der allgemeine Aufbau eines Kollektors ist in Abb. 2.1 erkennbar.



Abb. 2.1: Aufbau einer Parabolrinne (Standort: Andasol, Andalusien)

Ein Parabolrinnenkraftwerk besteht aus mehreren einzelnen, miteinander verbundenen Kollektorensträngen, sogenannten Loops. Das erwärmte Thermoöl mehrerer Loops gelangt über ein Rohrsystem in den Kraftwerksblock, in dem ein Dampfkessel eine Dampfturbine angetreibt, was zur Erzeugung elektrischer Energie führt, siehe Abb. 2.2. Energiespeicher bieten die Möglichkeit, tagsüber Wärmeenergie aus dem Solarfeld zu speichern, um diese auch nach Sonnenuntergang für den Kraftwerksbetrieb bereitstellen zu können (vgl. *Pitz-Paal 2011*). Beispielsweise greift die Anlage Andasol 3 auf zwei Salzspeicher mit unterschiedlichen Temperaturen zurück, vgl. Abb. 2.2. Zur Speicherbefüllung wird das Fluid im kühlen Tank mittels Energie aus dem Solarfeld erwärmt und in den heißen Tank gefüllt. Nach Sonnenuntergang kann die Energie aus dem heißen Speicher für die Dampferzeugung genutzt werden (vgl. *Pitz-Paal 2011*).



Abb. 2.2: Anlagenschema des Solarkraftwerks Andasol 3 (*Pitz-Paal 2011*)

2.2.1 Historische Entwicklung von Kollektortypen

Die ersten im Jahr 1981 auf der Plataforma Solar de Almeria eingesetzten Kollektorentypen waren der einachsig nachgeführte Acurex 3001 und der zweiachsig nachgeführte MAN M 480, vgl. Tab. 2.1. Letzterer erzielte zwar deutlich bessere Wirkungsgrade, war aber aufgrund der komplexeren Nachführung erheblich teurer, weswegen nur noch einachsig nachgeführte Modelle verfolgt wurden. Von 1984 bis 1991 entstanden neun kommerziell genutzte Parabolrinnenkraftwerke in der Mojave-Wüste mit den neu entwickelten Kollektortypen: LS-1, LS-2 und LS-3 (vgl. *Schiel 2012*). Während die Varianten LS-1 und LS-2 ein Torsionsrohr verwendeten, verfügte der LS-3 über ein torsionssteifen Kasten, der eine vergrößerte Aperturfläche (Gesamtfläche eines Kollektors, auf den Solarstrahlung trifft) ermöglichte (vgl. *GIZ 2014*). Die Kenndaten der bis 1989 entwickelten Modelle sind in Tab. 2.1 dargestellt:

Pacabraibung	Kollektorkonzept				
Beschreibung	Acurex 3001	M-480	LS-3		
Entwicklungsbeginn [-]	1981	1984	1989		
Modullänge <i>L</i> [m]	3,05	4,5	12		
Aperturweite w [m]	1,8	2,4	5,7		
Aperturfläche A _p [m ²]	34	80	545		
Fokallänge f [m]	0,45		1,77		
Absorberrohr- durchmesser d [mm]	51	58	70		

Tab. 2.1: Kenndaten von Kollektorkonzepten bis 1989 (vgl. Dudley 1982, vgl. Christensen 1996, vgl. Schiel 2003, Schiel 2011)

Der EuroTrough mit einer Aperturweite von 5.77 m stellte eine Weiterentwicklung des LS-3 mit torsionssteifem Kastenguerschnittkollektorelement dar und erlaubte den Antrieb von 12 anstatt wie bisher 8 Kollektoren mit einer Antriebseinheit. Die mit dem Modell EuroTrough gewonnenen positiven Erfahrungen führten zur Vorplanung eines ersten, kommerziellen 50-MW-Kraftwerks in Spanien. Der 2008 begonnene Bau umfasst pro Kraftwerk, auf einer Fläche von 1,3 x 1,5 km², circa 7.488 einzelne Kollektorelemente. Bis ins Jahr 2013 entstanden so in Spanien etwa 40 Parabolrinnenanlagen. basierend auf dem Kollektortyp des EuroTroughs. Mit dem Ziel, die Produktionskosten weiter zu senken und die Effizient von Parabolrinnenkraftwerken zu steigern, basierte die Weiterentwicklung des EuroTrough auf einer Vergrößerung der Spiegelfläche, einhergehend mit einer Reduktion von Stützen und Fundamenten. So entstand der erste Prototyp des HelioTrough mit einer Aperturweite von 6,8 m im Jahr 2006. Mit der Konzeptionierung des Ultimate Troughs stand die weitere Vergrößerung der Kollektorfläche – einhergehend mit weiteren Kostensenkungen – im Vordergrund. Der Kollektortyp besitzt eine Aperturfläche von 1.690 m² und ist doppel so lang wie der EuroTrough. Im Jahr 2011 enstand ein erster Prototyp beim Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Köln (vgl. Schiel 2012). Die Kenndaten der drei Kollektorgenerationen sind in Tab. 2.2 gegenübergestellt. Verwendet wurden die Bezeichnungen aus Abb. 2.6.

Beschreibung	Kollektorkonzept		
	EuroTrough	Helio Trough	Ultimate Trough
Entwicklungsbeginn [-]	1998	2005	2009
Modullänge L [m]	12	19	24
Aperturweite w [m]	5,77	6,80	7,51
Aperturfläche Ap [m2]	818	1.247	1.689
Fokallänge f [m]	1,71	1,71	1,88
Absorberrohr- durchmesser <i>d</i> [mm]	70	90	95

Tab. 2.2: Kenndaten von Kollektorkonzepten mit Stahlfachwerken (vgl. Schiel 2011, vgl. Schiel 2012)

Aufbauend auf dem Grunddesign des LS-3 entstanden viele weitere Kollektorentypen: Solargenix Collector SGX 1 und 2 sowie SENERtrough 1 und 2, welche – wie der LS 2 – über ein Torsionsrohr verfügen. Der italienische ENEA-Kollektor benutzte als erster eine Salzschmelze als thermisches Öl. Der SGX-Kollektor verfügt, wie auch der amerikanische SkyTrough, über einen Aluminiumrahmen, an dem, anstelle von Glasspiegeln, auf einem Aluminiumblech aufgebrachte reflektierende Polymerschichten befestigt werden. Weitere entwickelte Modelle sind: der Large Aperture Trough 73 und der Abengoa E2 (vgl. *GIZ 2014*). Andere Konzepte werden von den deutschen Unternehmen Solarlite und toughTrough verfolgt. Dort werden Faserverbundstoffe sowie Sandwichelemente mit Polymerschäumen für die Tragstruktur eingesetzt (vgl. *GIZ 2014*).

Einziges Kollektorkonzept, was auf einer Betonstruktur basiert, ist der in Abb. 2.3 dargestellte Kollektor. Dieser ist in Kooperation zwischen der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich und der Schweizer Firma Airlight Energy Holding SA entwickelt worden. Der Kollektor besteht aus vorgespannten Faserbetonfertigteilen, welche ein pneumatisch eingeschlossenes Spiegelsystems mit einer Aperturweite von 9,7 m stützten (vgl. *Good 2014*).



Abb. 2.3: Schematischer Aufbau (links), Fertige Betonstruktur (rechts) (Good 2014)

Die Vielzahl an existierenden Kollektoren können nach ihrem jeweiligen Strukturkonzept geordnet werden, siehe Abb. 2.4.



Abb. 2.4: Übersicht der Parabolrinnenkollektoren nach GIZ 2014

Eine grafische Übersicht der existierenden Parabolrinnenkollektoren ist in Abb. 2.5 gegeben.



Abb. 2.5: Übersicht der Parabolrinnenkollektoren: LUZ LS-1 [1], LUZ LS-3 [2], LUZ LS-2 [3], SGX-1 [4], SGX-2 [5], HelioTrough [6], EuroTrough [7], SenerTrough 2 [8], ENEA [9], E2 [10], LAT [11], Ultimate Trough [12], SkyTrough [13] (*GIZ 2014*)

2.2.2 Entwicklung der Parabelform

Die ideale geometrische Form eines Parabolrinnenkollektors wird mittels einer Parabel beschrieben, welche durch eine quadratische Funktion dargestellt werden kann, siehe Gleichung (2.1):

$$y(x) = ax^2 + bx + c \tag{2.1}$$

Mittels quadratischer Ergänzung wird Gleichung (2.1) in die allgemeine Scheitelform überführt:

$$y(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$$
(2.2)

Befindet sich der Parabelscheitel $S_P(x_0, y_0)$ im Koordinatenursprung eines kartesischen Koordinatensystems, kann Gleichung (2.2) entsprechend Gleichung (2.3) vereinfacht werden:

$$y(x) = ax^2 \tag{2.3}$$

In Abhängigkeit der Fokallänge *f* einer Parabolrinne (vgl. Abb. 2.6) befindet sich der Brennpunkt der Parabel im Punkt $F(0, \frac{1}{4f})$. Somit lässt sich die ideale Parabelform in Abhängigkeit der Fokallänge *f* folgendermaßen darstellen:



Abb. 2.6: Geometrischer Querschnitt einer Parabel nach Forman 2016

Ein Parabelsegment lässt sich in Abhängigkeit der Fokallänge *f*, der Aperturweite *w* und des Öffnungswinkels φ_r mathematisch wie folgt beschreiben:

Aperturweite w

$$\frac{f}{w} = \frac{1 + \cos\varphi_r}{4\sin\varphi_r} \tag{2.5}$$

Mittels Modullänge L ergibt sich die gesamte Reflektorfläche A (vgl. Forman 2016) zu:

$$A = \left(\frac{w}{2}\sqrt{1 + \frac{w^2}{16f^2}} + 2f \cdot \ln\left(\frac{w}{4f} + \sqrt{1 + \frac{w^2}{16f^2}}\right)\right) \cdot L$$
(2.6)

Anhand dieser Fläche *A* lässt sich allerdings nur der Materialbedarf für Parabolschalen mit konstanter Dicke ermitteln. Wesentlich wichtiger zu kennen ist die Aperturfläche A_p des Kollektors, auf welche die solare Strahlung trifft. Die Aperturfläche A_p kann aus dem Produkt der Aperturweite *w* und der Kollektorlänge *L* bestimmt werden (vgl. *Forman 2016*):

$$A_p = w \cdot L \tag{2.7}$$

Diese Fläche, ist nicht mit der projizierten Absorberfläche A_b zu verwechseln, welche die reflektierende Solarstrahlung aufnimmt und an den Wärmekreislauf weitergibt. Bei einer kreisrunden Absorberrohrgeometrie wird diese aus dem Produkt des Kreisdurchmessers *d* und der Kollektorlänge *L* ermittelt.

 $A_b = d \cdot L \tag{2.8}$

Aus dem mathematischen Verhältnis von Aperturfläche A_p und projizierter Absorberfläche A_b lässt sich der theoretische geometrische Konzentrationsgrad C_g bestimmen. In der Praxis kann dieser theoretische Wert, aufgrund von Ungenauigkeiten des Spiegelmaterials sowie Fehlern während der Sonnennachverfolgung, nicht erreicht werden. Der Konzentrationsgrad C_g für den EuroTrough liegt bei 82, der LS-2 erreicht einen Grad von 71 und der SenerTrough 2 erzielt einen Wert von 86 (vgl. *GIZ 2014*).

2.3 Neuartiges Konzept für ein Parabolrinnensystem

Die in Abschnitt 2.2.1 vorgestellten Kollektortypen bestehen hauptsächlich aus Stahlfachwerken mit punktgestützten Spiegelelementen. Diese müssen in Fabriken mit hoher Präzision zusammengeschweißt werden, siehe Abb. 2.7. Das Spiegelmaterial ist in einem aufwendigen Montageprozess punktgestützt auf die Stahlfachwerke aufzubringen, was aufgrund der geringen Steifigkeit der Spiegelelemente zu Deformationen infolge von Eigen- und Windlasten führen kann. Bereits geringe Ungenauigkeiten können sich negativ auf die Sonnennachverfolgung auswirken.



Abb. 2.7: Fertigung von Stahlfachwerken für Parabolrinnen (GIZ 2014).

Parabolrinnenkraftwerke werden üblicherweise in Regionen mit hoher und langer Sonneneinstrahlung errichtet. Die dort herrschen korrosive Umgebung kann zu einer verminderten Dauerhaftigkeit der Stahlfachwerke führen (vgl. *Forman 2016a*, vgl. *Müller 2013*). Die Reduktion der Herstellkosten über einer Vergrößerung der Parabolrinnenkollektoren konnte sich am Markt bislang noch nicht durchsetzen, da bei Aperturweiten w > 10 m zu große Windlasten auftreten (vgl. Stieglitz 2012). Diese negativen Aspekte führten zur Überlegung eines vollkommen neuen, innovativen Konzeptes der Tragstruktur, welches sich durch eine hohe Dauerhaftigkeit, Formbeständigkeit, minimalen Materialeinsatz und niedrige Herstellkosten auszeichnet. Der mittels Nanodur®-Compound 5941 herzustellende Hochleistungsbeton scheint, aufgrund seiner guten Verarbeitbarkeit, im Zusammenspiel mit einer hohen Biegezugfestigkeit ein geeigneter Werkstoff für die Umsetzung dieses Konzeptes zu sein (vgl. Müller 2013). Nähere Informationen zum verwendeten Hochleistungsbeton sind in Abschnitt 5.2 zusammengefasst. Das in Abb. 2.3 vorgestellte Rinnensystem ist das bislang einzig bekannte Konzept, welches auf die Verwendung von Beton zurückgreift. Das System beruht allerdings auf der Verwendung von vorgespannten Bauteilen und einer sehr materialreichen Grundstruktur. Deshalb wurde in einer Kooperation zwischen der Technischen Universität Kaiserslautern sowie der Ruhr-Universität Bochum im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms 1542 "Leicht bauen mit Beton" ein erster kleinformatiger Demonstrator aus Hochleistungsbeton gefertigt, der es zum Ziel hatte, eine dünnwandige, filigrane sowie materialoptimierte Betonschale ohne Vorspannung zu entwerfen, die eine verformungsarme Grundstruktur zur Spiegelapplikation liefert (vgl. Müller 2013, vgl. Forman 2016a). Die Demonstratorgeometrie orientiert sich am Modell EuroTrough, siehe Abschnitt 2.2.1. Mit einer Länge von 3,2 m und einer Öffnungsweite von 2,205 m wurden die geometrischen Abmessungen allerdings etwas kleiner gewählt – die Fokallänge beträgt 0,78 m. Die Schale besitzt an den freien Rändern lediglich eine Dicke von 20 mm und am Scheitel eine Dicke von 30 mm, siehe Abb. 2.8.



Abb. 2.8: Demonstrator aus Hochleistungsbeton (links), Abrollkonzept (rechts) (Müller 2013)

Die Sonnennachverfolgung des Demonstrators wird durch ein patentiertes und innovativen Abrollhügelkonzept (vgl. *Weißbach 2012*) sichergestellt, welches im folgenden Abschnitt genauer erläutert wird.

2.3.1 Spezielle Abrollgeometrie

Im Folgenden wird gezeigt, wie die für die bauliche Umsetzung des Großdemonstrators (Kapitel 7) aus Hochleistungsbeton spezielle Abrollhügelgeometrie hergeleitet wird und welche Vorteile diese mit sich bringt. Das von *Weißbach 2012* patentierte Abrollhügelkonzept soll es ermöglichen, dass sich der Schalenschwerpunkt einer Parabolrinne während der Sonnennachverfolgung immer entlang einer horizontalen Linie verschiebt. Dadurch muss lediglich Energie für die Überwindung geometrischer Ungenauigkeiten und der Reibwiderstände aufgewandt werden (vgl. *Müller 2013*). Das Grundprinzip, wie es auf den Demonstrator aus Abb. 2.8 angewandt wurde, ist in Abb. 2.9 schematisch dargestellt.



Abb. 2.9: Lage des Schwerpunktes während der Sonnennachverfolgung (Raffael Weißbach)

Aus geometrischer Sicht beruht der Oberbau sowie der Unterbau (Abrollhügel) des in Abb. 2.9 dargestellten kleinformatigen Demonstrators auf zwei Kreisen mit einem identischen Radius von 800 mm, die aufeinander abrollen. Aufgrund der Kreisgeometrien ist ein horizontaler Verlauf des Rinnenschwerpunktes nur näherungsweise erfüllt. In der 70°-Position der Schale ergibt sich bereits eine Vertikalverschiebung des Schwerpunktes von 17 mm, siehe Abb. 2.10. Diese Abweichung verstärkt sich bei größeren Kreisradien und Kollektordimensionen entsprechend.





Zur Vermeidung einer Vertikalverschiebung ist die auf zwei Kreisen basierende Geometrie anzupassen. Dazu wurde die Kreisgeometrie des Abrollhügels aufgegeben und mit Unterstützung des emeritierten Professors für Geometrie und Kinematik der Technischen Universität Dresden, Prof. Dr. Gert Bär, modifiziert. Für den Großdemonstrator ist zusätzlich zu berücksichtigen, dass eine 80°-Stellung angefahren werden muss, ohne das es zu einer Vertikalverschiebung des Schalenschwerpunkts kommt, siehe Abb. 2.11. Die Notwendigkeit dieser Schalenposition ist in Kapitel 7 erläutert.



Abb. 2.11: Unveränderliche Schwerpunktlage der Schale des Großdemonstrators während des Verfahrvorgangs

Für die Geometrieanpassung des Abrollhügels ist bei einer gegebenen Kreisgeometrie (Oberbau), eine noch nicht bekannte Abrollkurve (Unterbau/Abrollhügel) zu finden. In der Kinematik kann jede ebene Bewegung durch das gleitfreie Abrollen einer Gangpolkurve auf einer Rastpolkurve beschrieben werden (vgl. *Baer 2001*). Die Kreisscheibe im gegebenen Koordinatensystem *x*, *y* mit dem Mittelpunkt M_0 des Oberbaus wird als Gangpolkurve festgelegt, siehe Abb. 2.12. Der Schwerpunkt der Schale befindet sich auf der Ordinatenachse im Punkt B_0 . Der Abstand vom Koordinatenursprung zum Punkt *B* sei *a*, die Strecke $\overline{B_0M_0}$ sei *c*. Somit definiert sich der Radius *r* der Kreisscheibe zu: r = a + c. Die Gerade *s* geht durch den Punkt *B* und beschreibt den geforderten horizontalen Verlauf des Schalenschwerpunkts. Bei einer Rotation der Kreisscheibe um den Winkel *w* muss sich B_0 entlang *s* nach *B* bewegen und M_0 nach *M*. Die Bahnnormale *b* des bewegten Punkts *B* verläuft durch den gesuchten Rastpol *P*. Die Menge aller Punkte *P*, bei Abrollen der Kreisscheibe, liefert die gesuchte Rastpol-kurve *q*. Diese beschreibt die Geometrie des Abrollhügels.



Abb. 2.12: Herleitung der Abrollgeometrie

Unter der Annahme eines gleitfreien Abrollens muss die Bogenlänge auf q zwischen U_0 und P gleich der Bogenlänge auf p zwischen U und P sein. Die Strecke s lässt sich in Abhängigkeit des Winkels v (zwischen U, M und P) mit k = c / r wie folgt berechnen:

$$P_{x} = s = \int_{0}^{v} \left(\frac{r \cdot (1 - k \cdot \cos(x))}{\sqrt{1 + k^{2} - 2k \cdot \cos(x)}} \right) dx$$
(2.9)

Die Verschiebung des Punktes *P* in Ordinatenrichtung ergibt sich zu:

$$P_{y} = -r \cdot (-1 + k + \sqrt{1 + k^{2} - 2 \cdot k \cdot \cos(v)}$$
(2.10)

Die Mittelpunktskoordinate M_y bestimmt sich wie folgt:

$$M_{y} = r \cdot \left(1 + k \left(-1 - \frac{k}{\sqrt{1 + k^{2} - 2k \cdot \cos(v)}} \right) \right) + \frac{k \cdot r \cdot \cos(v)}{\sqrt{1 + k^{2} - 2k \cdot \cos(v)}}$$
(2.11)

Die Koordinate des Schwerpunkts By errechnet sich zu:

$$B_y = r - (k \cdot r) \tag{2.12}$$

Mittels trigonometrischer Beziehung zwischen der Koordinate M_x und dem Abstand *c* kann der Drehwinkel *w* wie folgt bestimmt werden:

$$w = 90^{\circ} - \sin\left(\frac{M_y - B_y}{c}\right) \tag{2.13}$$

Anwendungsbeispiel Großdemonstrator

Im Folgenden wird die Herleitung der Abrollhügelgeometrie für den Großdemonstrator aufgezeigt, siehe Abb. 2.13.



Abb. 2.13: Anwendungsbeispiel Großdemonstrator

Gewählt wurde für den Oberbau ein Kreis mit dem Radius r = 2.100 mm. Die Lage des Schalenschwerpunkts c ergibt sich infolge der Masse der Schale zu c = 1.175 mm. Anhand des Radius r und der Schwerpunktlage c kann der Faktor k wie folgt bestimmt werden:

$$k = \frac{c}{r} = \frac{1.175 \ mm}{2.100 \ mm} = 0,559 \tag{2.14}$$

Durch numerische Integration von Gleichung (2.9) wird P_x für einen Winkel v von 45° oder 0,25 π wie folgt bestimmt:

$$P_x = \int_{0}^{0.25\pi} \left(\frac{2.100 \cdot (1 - 0.559 \cdot \cos(x))}{\sqrt{1 + 0.559^2 - 2 \cdot 0.559 \cdot \cos(x)}} \right) dx = 1.513.9$$
(2.15)

Die Bestimmung von Py erfolgt über Gleichung (2.10) zu:

$$P_y = -2.100 \cdot (-1 + 0.559 + \sqrt{1 + 0.559^2 - 2 \cdot 0.559 \cdot \cos(45)} = -591.9$$
 (2.16)

Für den Winkel $v = 45^{\circ}$ berechnet sich der Punkt *P* auf dem Abrollhügel zu *P* (1.513,9 / -591,9). Für die Variation der Winkel v von 0° bis 180° errechnet sich der vollständige Abrollhügel für den Großdemonstrator mit einen Kreisradius *r* = 2.100 mm und einem Abstand des Schalenschwerpunkts *c* = 1.175 mm gemäß Abb. 2.14.



Abb. 2.14: Ermittelte Geometrie des Abrollhügels für den Großdemonstrator

Die Mittelpunktskoordinate M_y ergibt sich aus:

$$M_{y} = 2.100 \cdot \left(1 + 0.559 \cdot \left(-1 - \frac{0.559}{\sqrt{1 + 0.559^{2} - 2 \cdot 0.559 \cdot \cos(45)}} \right) \right) + \frac{0.559 \cdot 2.100 \cdot \cos(45)}{\sqrt{1 + 0.559^{2} - 2 \cdot 0.559 \cdot \cos(45)}} = 1.165$$

$$(2.17)$$

Die Koordinate By lässt sich wie folgt bestimmen:

$$B_{\nu} = 2.100 - (0,559 \cdot 2.100) = 925 \tag{2.18}$$

Mittels trigonometrischer Beziehung zwischen der Koordinate M_y und dem Abstand *c* kann der Drehwinkel *w* wie folgt bestimmt werden:

$$w = 90^{\circ} - \sin\left(\frac{1.165 - 925}{1.175}\right) = 78,2^{\circ}$$
(2.19)

Für den bereits errechnete Punkt P(1.513,9/-591,9) ergibt sich demnach eine Drehung der Schale um den Winkel $w = 78,2^{\circ}$.

Wird die Schale in die maximal anzufahrende $w = 80^{\circ}$ -Stellung gebracht, ergibt sich ein Vertikalabstand zwischen dem Punkt *A* und Punkt *B* von 1.788 mm, siehe Abb. 2.15. Dieser Vertikalabstand entspricht der minimal notwendigen Abrollhügelhöhe, sodass die Schale nicht mit dem Untergrund kollidiert. Weiter wird die Abrollhügelgeometrie an die Schalengeometrie angepasst. Von Punkt *C* bis Punkt *D* aus Abb. 2.15 entspricht die Geometrie des Abrollhügels der Geometrie der Schale. Somit ergibt sich eine Krümmung am Abrollhügel, die gleichzeitig ein Weiterkippen der Schale über die 80°-Stellung verhindert.



Abb. 2.15: Schnittpunkt der Schale mit dem Abrollhügel in der 80°-Stellung

Die an die Schale angepasste endgültige Abrollhügelgeometrie für den Großdemonstrator ist in Abb. 2.16 dargestellt.


Abb. 2.16: Finale Abrollhügelgeometrie für den Großdemonstrator

2.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel sind die Funktion und die Anwendung von linienfokussierenden solarthermischen Systemen erläutert worden. Das Aufzeigen gängiger Parabolrinnensysteme mit ihren kleinteiligen, korrosionsanfälligen Stahlfachwerken zeigt das hohe Potenzial neuer, innnovativer Tragstrukturenkonzepte, die sich durch hohe Dauerhaftigkeit, Formbeständigkeit und minimalem Materialeinsatz auszeichnen. Hierzu wurde der bereits an der Technischen Universität Kaiserslautern im Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion gebaute kleinformatige Betonkollektor (siehe Abb. 2.8) präsentiert, dessen geometrische Konzeptionierung aber noch nicht vollständig ausgereift war, da während der Sonnenverfolgung eine Vertikalverschiebung des Schalenschwerpunkts stattfindet. In diesem Kapitel wurde gezeigt, wie mit Hilfe einer mathematischen Integration ein geometrisch exakter Abrollhügel für beliebige Kreisgeometrien hergeleitet werden kann, der einen horizontalen Verlauf des Schalenschwerpunkts sicherstellt. Abschließend wurde dieses Vorgehen für die Bestimmung des Abrollhügels des Großdemonstrator angewandt.

3 Tribologie

3.1 Allgemeines

Das in Abschnitt 2.3 beschriebene Konzept für eine Parabolrinne sowie die in Abschnitt 2.3.1 hergeleitete Abrollhügelgeometrie für den Großdemonstrator erfordern eine Betonverzahnung, um ein Rutschen der Schale entlang des Unterbaus während der Sonnennachverfolgung zu verhindern. Damit wird ein kontrolliertes Abrollen der Schale entlang des Abrollhügels ermöglicht. Diese Verzahnung ist sowohl an der Schale als auch am Abrollhügel vorgesehen. Bedingt der Sonnennachverfolgung kommt es zu einem direkten Reibkontakt der beiden Betonverzahnungen. Infolgedessen entsteht Reibung, sowie Verschleiß und Abrieb. Dieses Themenfeld wird in der Wissenschaft von der Tribologie beschrieben. In diesem Kapitel erfolgt eine Literaturrecherche zu den wichtigsten tribologischen Grundbegriffen und den aktuell in der Praxis angewandten tribologischen Messmethoden zur Abrieb- und Verschleißmessung von Beton. Es soll gezeigt werden, welche Einflüsse und Betoneigenschaften den Verschleißwiderstand des Betons erhöhen oder verringern. Weiter soll ermittelt werden, welche bereits existierenden tribologischen Messverfahren auf die Abriebsbestimmung der Betonverzahnungen übertragen werden können.

Der Begriff Tribologie leitet sich vom griechischen Wort *triebein* ab, was reiben bedeutet. Die Tribologie ist die Lehre von der Reibung und beschäftigt sich mit der Beschreibung von Reibungs- und Verschleißproblemen sowie Schmierung. Es handelt sich um ein interdisziplinäres Forschungsgebiet der Physik, Chemie, Werkstoffwissenschaften und Ingenieursdisziplinen (vgl. *Czichos 2015*). Reibung sowie Verschleiß stellen keine Materialeigenschaften dar, sondern Systemeigenschaften. Deswegen müssen bei Reibungs- und Verschleißuntersuchungen nicht nur die einzelnen Komponenten betrachtet werden, sondern das gesamte System, welches dann als Tribosystem bezeichnet wird, siehe Abb. 3.1.



Abb. 3.1: Darstellung eines tribologischen Systems

Dieses besteht aus einem Grund- und Gegenkörper, die aufeinander entlangreiben. Sie sind meist durch einen Zwischenstoff getrennt und verschiedenen äußeren Umgebungsbedingungen (z. B. Luft) sowie unterschiedlichen Lasten (z. B. Wärme) ausgesetzt. Die Oberflächenstrukturen der beiden Reibkörper sind von großer Bedeutung, da beim Abriebvorgang, aufgrund der Mikrostrukturoberflächen, plastische Verformungen am Körper entstehen können. Diese sind einem ständigen Wandel ausgesetzt, weswegen eine genaue Systembeschreibung nur äußerst schwierig durchzuführen ist (vgl. *Klocke 2017*). Weitere Einflüsse auf das tribologische Systemverhalten haben: lokale Lastspannungen, Rauheit, Oberflächendefekte, Form, Geometrie und Material. Ist ein solches Tribosystem einem Systeminput ausgesetzt, generiert es, je nach Systemeigenschaften, einen unterschiedlichen Systemoutput. Dieser kann sich in einer Oberflächenveränderungen, einem Materialverlust, aber auch einer Wärmeentwicklung äußern. Im Folgenden wurden die Reibung und der Verschleiß, welcher in einem Tribosystem entsteht, näher beschrieben.

3.2 Reibung

Bewegen sich die Oberflächen zweier Körper relativ zueinander entsteht Reibung. Jedes Tribosystem wandelt zu Beginn, beim Verlauf und bei der Beendigung der Bewegung mechanische Energie in Wärme um. Diese Verlustgröße kann sowohl wünschenswert, als auch unerfreulich sein. Bei der Fortbewegung mit einem Auto ist eine gewisse Reibkraft zwischen Reifen- und Betonoberfläche notwendig und erwünscht. Möchte man allerdings mit einem Fahrrad möglichst schnell und mit geringer körperlicher Anstrengung eine Abfahrt herunterfahren, ist eine eher geringere Reibkraft wünschenswert. Auch bei vielen weiteren technischen Anwendungen gilt es, die Reibung möglichst gering zu halten, da sie zu Materialverschleiß führt (vgl. *Gahr 1985*). In Abhängigkeit der Bewegungsart wird zwischen folgenden Reibungsarten (vgl. *Dubbel 2018*) unterschieden:

Haftreibung liegt vor, wenn zwei in Ruhe befindliche Körper aneinander haften. Die Haftreibungskraft verhindert ein Verschieben der Körper untereinander. Als Beispiel dient hier ein Stück Holz auf einer schiefen Ebene, die nicht stark genug geneigt ist, um das Werkstück in Bewegung zu setzen.

Gleitreibung entsteht, wenn sich zwei Körper gegeneinander verschieben. Die Geschwindigkeiten beider Körper sind nach Betrag und Richtung verschieden. Beispielsweise, wenn die Neigung der schiefen Ebene groß genug ist und das Stück Holz entlang dieser gleitet.

Rollreibung liegt vor, wenn einer der beiden Körper eine Rotation um eine in der Berührungsfläche liegende Drehachse vollführt. Zum Beispiel beim Abrollen eines Reifens auf einer asphaltierten Oberfläche.

Wälzreibung tritt auf, wenn es zu einer Überlagerung von Rollreibung und Gleitreibung kommt – beispielsweise bei Kugellagern.

Bohrreibung entsteht zwischen sich punktförmig berührenden Körpern. Dabei rotiert einer der beiden Körper um seine Vertikalachse. Beispielsweise beim Bohren eines Lochs in eine Betonwand.

Eine Differenzierung der Reibungszustände kann auch unter Berücksichtigung der Relativgeschwindigkeit, der Kontaktflächen und der Schmierung folgendermaßen vorgenommen werden (vgl. Sommer 2014): Bei der *Festkörperreibung* gleiten beide Oberflächenkörper direkt aufeinander. Es existiert weder ein Gleitfilm noch eine Folie im Kontaktbereich. Die Reibkräfte entstehen durch Adhäsionskräfte und Verformungen an den Kontaktstellen. Die Folge ist im Allgemeinen ein hoher Verschleiß (vgl. *Weißbach 2007*).

Grenzreibung tritt bei kleinen Geschwindigkeiten und hohen Belastungen auf. Im Kontaktbereich der Körper wirken Grenzschichten, die aufgrund von Oxidation und Adhäsion angelagerter Moleküle der Schmierstoffe oder Polymerisation entstehen können (vgl. *Weißbach 2007*). Sie ist ein Sonderfall der Festkörperreibung.

Bei der *Flüssigkeitsreibung* sind beide Reibkörper vollständig durch einen Schmierfilm voneinander getrennt. Die Reibung wird in den Schmierstoff verlagert. Es ist dann von einer inneren Reibung zwischen den Molekülen des Schmierstoffes die Rede (vgl. *Weißbach 2007*).

Als Mischreibung bezeichnet man eine Überlagerung verschiedener Zustände, da die meisten in der Praxis auftretenden Reibungsvorgänge nicht durch eine der hier aufgeführten Reibungszustände vollständig beschrieben werden können. Beispielsweise kann es bei mangelnder Schmierung zu Beginn der Bewegung zu einer Überlagerung von Grenz- und Flüssigkeitsreibung kommen, da der Schmierstoff erst entlang der Oberflächen verteilt werden muss. Die verschiedenen Reibungszustände können mit der Stribeck-Kurve (siehe Abb. 3.2) veranschaulicht werden. Diese lässt sich in verschiedene Bereiche unterteilen: Bei einer Gleitgeschwindigkeit v = 0 findet keine Bewegung zwischen zwei Körpern statt - es herrscht Haftreibung. Auf der Ordinate der Stribeck-Kurve kann der Haftreibungskoeffizient $\mu_{\rm H}$ abgelesen werden. Bei steigender Gleitgeschwindigkeit v und Überwindung der Haftreibung nimmt der Reibungskoeffizient µ ab. Der Schmierfilm zwischen den beiden Körpern muss erst entlang der Oberflächenkontaktstellen verteilt werden – es herrscht Festkörper- oder Grenzreibung. Der auftretende Verschleiß ist relativ hoch. Mit steigender Gleitgeschwindigkeit v verteilt sich der Schmierfilm und ein Mischreibungszustand mit erhöhtem hydrodynamischen Traganteil entsteht. Ab einem gewissen Zeitpunkt sind beide Kontaktflächen mit einem Schmierfilm überzogen und das System geht in den Zustand der Flüssigkeitsreibung über. Der Verschleiß an den Kontaktflächen ist am geringsten. Die Reibung innerhalb des Schmierfilms steigt linear mit der Gleitgeschwindigkeit v an.



Gleitgeschwindigkeit v

Abb. 3.2: Stribeck-Kurve nach Schwarze 2019

Wenn die Haftreibung deutlich größer ist als die Gleitreibung und relativ geringe Geschwindigkeiten vorliegen, kann es zum *Stick-Slip-Effekt* kommen. Die Haftreibung wird sprunghaft überwunden und Haften (Stick) sowie Gleiten (Slip) wechseln sich ab. Präzise Bewegungen sind nicht mehr möglich. Zusätzlich können Schwingungen entstehen, die zu unangenehmen Geräuschen führen (vgl. *Sauer 2018*). Das Quietschen eines alten Türscharniers oder das unangenehme Geräusch beim Schreiben mit einem Stück Kreide auf einer Tafel lässt sich auf den *Stick-Slip-Effekt* zurückzuführen.

Erste Untersuchungen an der horizontalen und schiefen Ebene wurden schon von Leonardo da Vinci im 15. Jahrhundert durchgeführt (vgl. *Popov 2009*). Der französische Physiker Lille Guillaume Amontos veröffentlichte im Jahre 1699 die bereits von da Vinci formulierten Gesetze, welche auch als Amontonssche Gesetze bezeichnet werden (vgl. *Amontons 1699*). Im Jahre 1687 definierte Newton die Stoffkenngröße der dynamischen Viskosität (vgl. *Newton 1687*). Newton machte für die Entstehung von Reibung erstmalig eine molekular-mechanische Ursache aus. Der bis heute weit verbreitete Proportionalitätsfaktor μ wurde vom Schweizer Physiker und Mathematiker Leonhard Euler eingeführt. Euler unterschied erstmalig zwischen Gleit- sowie Haftreibung und betätigte sich erfolgreich auf dem Gebiet der Seilreibung. Einen entscheidenden Beitrag zur Trockenreibung lieferte Charles Augustin Coulomb im Jahr 1781. In seiner *Theorie des machines simples* bestätigte er die Arbeiten Amantons und Eulers (vgl. *Popov 2009*) – Daraus lassen sich vier Gesetze für Festekörper bei Trockenreibung ableiten (vgl. *Gahr 1985*):

- 1. Die Reibungskraft ist abhängig von der senkrecht zur Reibfläche stehenden Normalkraft.
- Die Reibungskraft ist unabhängig von der scheinbaren Berührfläche. Unter der scheinbaren Berührfläche wird die sichtbare Fläche verstanden, die aufgrund der Oberflächenrauhigkeit meist wesentlich größer ist als die tatsächliche Berührfläche.
- 3. Die statische Reibungskraft (Haftreibung) ist größer als die kinetische Reibungskraft (Gleitreibung).
- 4. Die Reibungskraft ist unabhängig von der Gleitgeschwindigkeit.

Aus dieser einfachen Betrachtungsweise ergibt sich folgender, weit bekannter mathematischer Zusammenhang:

$$F_r = \mu \cdot F_N \tag{3.1}$$

Die Haftreibungskraft F_r ist proportional zur Normalkraft F_N des Reibkörpers. Der Proportionalitätsfaktor μ kann auch als Haftreibungskoeffizient oder Haftreibungsbeiwert bezeichnet werden. Für den Fall der Gleitreibung kann der Faktor μ aus Gleichung (3.1) durch einen entsprechenden Gleitreibungsbeiwert ersetzt werden. Diese Reibbeiwerte sind abhängig von der jeweiligen Materialpaarung. Aus heutiger Sicht sind die oben beschriebenen vier Gesetze nur noch teilweise zutreffend. Es konnte gezeigt werden, dass es zu einem abnehmenden Reibwert kommt, wenn die Gleitgeschwindigkeit steigt (vgl. *Laursen 1997*). Als Grund wird eine ausbleibende Adhäsion aufgeführt, welche sich bei erhöhten Geschwindigkeiten nicht einstellen kann. Bowden und Tabor fanden heraus, dass die Reibkraft proportional zur tatsächlichen Kontaktfläche ist (vgl. *Bowden 1959*).

Die bislang aufgeführten Erkenntnisse zeigen, dass die Beschreibung von Reibung wesentlich komplexer ist, als es aus Gleichung (3.1) hervorgeht. Der Reibungsmechanismus basiert auf zwei Wechselwirkungen. Es existieren eine molekulare/atomare sowie eine mechanische Betrachtungsebene (vgl. Sauer 2018). Letztere basiert auf der Annahme von "geometrischen Verhakungen" und wurde erstmals im 18. Jahrhundert von Forest de Bélidor beschrieben (vgl. Müser 2003). Die Oberflächen von Körpern sind nicht vollständig glatt, sondern besitzen eine gewisse Rauheit (vgl. Heuberger 2007). Die realen Kontaktflächen der Reibkörper weisen eine gewisse Welligkeit aus Tälern und Bergen auf. Bei einer Relativbewegung zueinander tritt eine mechanische Wechselwirkung zwischen den Reibpartnern auf und die Rauheitsspitzen können sich elastisch-plastisch verformen (vgl. Raabe 2004). Bei elastischen Verformungen wird Energie dissipiert, was zu einer dämpfenden Wirkung führt. Bei plastischem Materialverhalten ist die Reibung abhängig von der plastischen Deformation, der Furchung sowie der Hysterese (vgl. Sauer 2018). Die atomistische Theorie basiert auf der Annahme von molekularer Wechselwirkung in den Kontaktstellen der Reibkörper. Die dabei entstehenden atomaren Bindungen werden während des Reibvorgangs ständig gelöst und wieder neu gebildet - es wird von Adhäsion gesprochen. Die Reibung ist also abhängig von der Scherfestigkeit sowie der Adhäsionsneigung der Reibkörper (vgl. Raabe 2004).

Rollreibung tritt auf, wenn ein Rad eine Rotationsbewegung auf einem Reibungskörper ausführt. Letzterer kann eine ebene Fläche darstellen oder gekrümmt sein. Die beiden Körper können sich linien- oder punktförmig berühren. Beispiele hierfür sind das Fahren eines Zuges auf einer Schiene, das Abrollen eines Autoreifens auf einem asphaltierten Untergrund und die Anwendung von Zahnradgetrieben (Überlagerung von Rollund Gleitreibung). Der Rollreibungswiderstand ist stets erheblich kleiner als der Gleitreibungswiderstand. Dies liegt darin begründet, dass sich bei Gleitreibungsvorgängen zusätzlich Spannungen parallel zur Reibfläche ausbilden (vgl. *Bowden 1959; Czichos 2015*). Bei Abrollvorgängen treten zusätzlich Deformationen auf, die sich durch die Hertz'sche Flächenpressung beschreiben lassen. Die Flächenpressung p_0 sowie die Druckfläche *a* sind abhängig von den entsprechenden Elastizitätsmoduln $E_{1,2}$ und den Krümmungsradien $r_{1,2}$ der Reibungskörper sowie der Querdehnzahl μ , der Kontaktlänge / und der Druckbelastung *F*, die auf die beiden Körper ausgeübt wird. Für den Fall, dass es sich bei beiden Körpern um Zylinder handelt, ermittelt sich die Flächenpressung p_0 gemäß Gleichung (3.2):

$$p_0 = \sqrt{\frac{F \cdot E}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot (1 - \mu^2)}}$$
(3.2)

mit:

$$r = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} \tag{3.3}$$

$$E = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}$$
(3.4)

Die Breite der Berührungsfläche a ergibt sich aus Gleichung (3.5):

$$a = \sqrt{\frac{8 \cdot (1 - \mu^2) \cdot F \cdot r}{\pi \cdot E \cdot l}}$$
(3.5)

Während des Berührvorganges tritt ein Mikroschlupf auf, der, je nach Systemparameter, in drei Arten unterschieden werden kann (vgl. *Czichos 2015*):

Der *Reynolds-Schlupf* kann aufgrund zweier unterschiedlicher Elastizitätsmoduln während des Abrollvorganges Schlupf entstehen (vgl. *Reynolds 1876*).

Beim *Heathcote-Schlupf* entsteht Schlupf infolge der unterschiedlichen Krümmungsradien der beiden Körper (vgl. *Heathcote 1921*).

Der Carter-Poritsky-Föppl-Schlupf entsteht in Rollrichtung eine Tangentialkraft an, so liegt die Adhäsionszone im vorderen Bereich der Hertz'schen Kontaktfläche (vgl. *Poritsky 1950*).

Dieser Mikroschlupf hat aber nur einen sehr geringen Einfluss auf den Rollwiderstand (vgl. Bowden 1959). Allerdings ist die Aufteilung der Kontaktfläche bei Rollreibung in Haft- und Mikroschlupfbereiche bei technischen Anwendung von wesentlicher Bedeutung, wie zum Beispiel in Transmissionsgetrieben (vgl. Czichos 2015). Der Rollreibungsmechanismus kann in drei verschiedene Anteile gegliedert werden: Adhäsions-, Deformations- und Hystereseanteil. In Abb. 3.3 ist ein abrollendes Rad auf einer ebenen Fläche dargestellt. In positiver x-Richtung findet eine stetige Annäherung des Rades mit dem Untergrund statt. Gleichzeitig findet in negativer x-Richtung eine Materialablösung zwischen Rad und Rollfläche statt. Diese adhäsive Kontakttrennung kann zu Dissipation führen und den Rollwiderstand erhöhen (vgl. Kendall 1975). Bei ausreichender Vertikalkraft F_g kann es unterhalb des Rades in Translationsrichtung zu plastischen Deformationen parallel zur Oberfläche kommen, was zu einem erhöhten Rollwiderstand führt (vgl. Hamilton 1963, vgl. Merwin 1963). Die Hysteresekomponente tritt hauptsächlich bei elastoviskosen Materialien (z. B. Elastomeren) auf. Dabei werden die Dämpfungsverluste beschrieben, die beim Eindringen in die Lauffläche entstehen (vgl. Klembau 2003). Insgesamt handelt es sich bei Rollreibung um ein sehr komplexes Verhalten – mit Überlagerung verschiedenster Komponenten. Eine exakte Beschreibung der Rollreibung ist somit nur experimentell möglich.



Abb. 3.3: Schematische Darstellung der Rollreibung nach Volov 2005

Zur näherungsweisen Bestimmung der Rollreibung F_{R} wird auf Gleichung (3.6) zurückgegriffen. Diese ergibt sich aus dem Produkt von Normalkraft F_{N} und Rollreibungswiderstand c_{R} . Geschwindigkeiten, Kontaktkräfte sowie ein 3-Körper-Kontakt werden dabei nicht berücksichtigt.

$$F_R = c_R \cdot F_N \tag{3.6}$$

Der Rollreibungskoeffizient c_{R} ist abhängig vom Radius *R* des Rotationskörpers und der entstehenden Deformation der Oberfläche während der Rotation ω , siehe Gleichung (3.7). Der Parameter *d* stellt den horizontalen Abstand dar, der sich aus der Lage des Schwerpunktes des Rotationskörpers und der Ersatzkontaktkraft F_{N} infolge der Oberflächendeformation ergibt, siehe Abb. 3.3.

$$c_R = \frac{d}{R} \tag{3.7}$$

Rennradfahrer fahren mit einem erhöhten Luftdruck im Fahrradreifen, da hierdurch die Oberflächendeformation der Straße und somit der Rollwiderstand herabgesetzt wird.

3.3 Verschleiß

Wird die Oberfläche eines festen Körpers in Abhängigkeit des Aggregatzustand des Gegenkörpers beansprucht, findet ein Materialverlust statt, welcher als Verschleiß definiert werden kann. Für die meisten technischen Anwendungen ist er unerwünscht, da er Bauteile schädigt und zu Systemausfällen führen kann. Andererseits gibt es auch erwünschte Verschleißprozesse, wie zum Beispiel beim Schleifen oder Fräsen von Oberflächenstrukturen. Folgende Verschleißarten werden unterschieden:

Bei *abrasivem Verschleiß* dringen die härteren Rauheitsspitzen in die Oberflächenschichten des weicheren Materials ein. Furchen und Ritzungen entstehen. Findet dieser Prozess in einer Flüssigkeit statt, wird von hydroabrasivem Verschleiß gesprochen. Oberflächenmaterial wird freigesetzt, was als Abrieb bezeichnet wird. Nach *Gahr 1987* kann dieser Prozess in verschiedene Prozesse, die sich auch überlagern können, unterteilt werden: Mikropflügen, Mikroermüden, Mikrospanen und Mikrobrechen. *Rabinowicz 1965* entwickelte für das Mikrospanen folgendes vereinfachtes Modell:

$$W_V = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tan \alpha}{H} \cdot F_N \cdot s \tag{3.8}$$

Der abrasive Verschleiß W_v nimmt linear mit der Normalkraft F_N und dem Abrasivweg *s* zu. Der Winkel α beschreibt den Neigungswinkel der Verschleißfurche, welche beim Mikrospanen entsteht. Ebenfalls zu berücksichtigen ist die Härte *H* des weicheren der beiden Reibpartner.

Der adhäsive Verschleiß wird auch Haftverschleiß genannt, weil es zu einer atomaren Bindung der beiden Reibkörper kommt (vgl. Sommer 2014). Er tritt hauptsächlich bei Gleitsystemen auf wie beim Kontakt von Zahnradflanken. Es ist aber kein Phänomen, welches nur bei metallischen Werkstoffen entsteht. Wichtige Einflussfaktoren bei adhäsiver Bindung sind Schmiermittel sowie die Adhäsionskräfte im Reibkontakt (vgl. de Gee 1972). Je nach Stärke der atomaren Bindung kann die Trennung in der Bindungsebene oder außerhalb der beiden Körper stattfinden – letzteres führt zum Verschleiß (vgl. Sommer 2014). Der Verschleißprozess wird gemäß Molgaard 1976 in folgenden Teilprozessen dargestellt: Aufgrund der Rauheit der Oberflächen kommt es zu Deformationen infolge des Reibkontakts, die Oberflächenschichten werden zerstört.

Je nach Material kommt es zur Ausbildung einer atomaren Bindung. Bei einer Trennung der Bindung außerhalb der Kontaktzone erfolgt eine Materialübertragung und Verschleiß entsteht. Dieser kann mathematisch gemäß Gleichung (3.9) berechnet werden und ist Grundlage für das Verschleißmodell nach Archard (vgl. *Archard 1980*):

$$W_A = K \cdot \frac{F_N \cdot s}{H} \tag{3.9}$$

Das Verschleißvolumen aus Adhäsion W_A berechnet sich aus Normalkraft F_N , Reibweg *s*, Vickershärte *H* (siehe Anhang, Tab. A.1) und einem Koeffizienten *K*. Dieser berücksichtigt alle weiteren Einflüsse während des Verschleißprozesses und ist in den meisten Fällen experimentell zu ermitteln, da er stark vom jeweiligen Tribosystem abhängt (vgl. *Meng 1995*). International wird heute die *specific wear rate* nach *ASM 1992* als Referenzgröße verwendet (*ASM 1992*). Der Koeffizient *K* aus Gleichung (3.9) wird über den zurückgelegten Gleitweg *s* bestimmt. Es handelt sich nicht um eine feste Materialeigenschaft, sondern um eine auf das jeweilige tribologische System bezogene Größe. Je nach Materialpaarung kann er zwischen 10⁻¹⁰ mm³/Nm und 10⁻² mm³/Nm liegen (vgl. *Czichos 2015*).

Oberflächenzerrüttung ist gemäß Macherauch 2011 ein durch Materialermüdung ausgelöster Materialverlust. Besonders häufig tritt dieser Effekt bei periodisch wechselnden Belastungen auf (vgl. Dubbel 2018). Gefährdet sind im Besonderen Wälzkontakte wie Zahnradpaarungen. Aufgrund der zyklischen Spannungswechel kann es an der Materialoberfläche zu einer Mikrorissbildung kommen, die wiederum zu Abplatzungen führen. Bei der Verwendung eines Schmierfilms bilden sich diese Mikrorisse unterhalb der Materialoberfläche, wohingegen bei Misch- oder Grenzreibung eine Rissbildung an der Oberfläche entsteht. Flüssigkeiten oder Gase können bei Bauteilen ebenfalls zu einer Oberflächenzerrüttung führen. Bei Flüssigkeiten wird dies Kavitationserosion genannt (vgl. Sommer 2014). Diese führt gerade bei bewegten Körpern - wie Propellern und Turbinen – in Fluiden zu einer Ermüdungserscheinung am Bauteil, die zu einem vollständigem Bauteilversagen führen kann. Der Verschleißprozess wird in unterschiedliche Phasen unterteilt: Zu Beginn steht die Inkubationsperiode in der, bedingt durch chemische Prozesse und mechanische Spannungen, Mikrorisse entstehen. Bei zeitlich andauernder Belastung breiten sich diese Mikrorisse aus, treffen sich und bil-Risse irgendwann Bauteilversagen den größere aus, die zum führen (vgl. Borgstedt 1968). Die Rissausbreitung kann spröde, quasi-spröde und zäh erfolgen (vgl. Czichos 2015). Im Jahr 1975 veröffentliche Halling 1975 ein mathematisches Modell, siehe Gleichung (3.10), in Anlehnung an die von Archard entwickelte Verschleißformel aus Gleichung (3.9):

$$W_o = c \cdot \frac{\eta \cdot \gamma}{\varepsilon \cdot H} \cdot F_N \cdot s \tag{3.10}$$

Das Verschleißvolumen W_0 lässt sich aus Linearverteilung der Rauheitshügel η , der Teilchengröße γ , der Härte H, der Versagensdehnung in einem Beanspruchungssystem ε , sowie des Gleitwegs *s* und der Normalkraft F_N bestimmen.

Bei der *tribochemische Reaktion* kommt es zu einer chemischen Reaktion einer oder beider Reibkörper infolge der Umgebungsbedingungen. Durch Abrieb beanspruchte Körper können mit der Umgebung reagieren und Reaktionsprodukte entwickeln, welche die Oberflächenbereiche schädigen (vgl. *Czichos 2015*). Gerade bei metallischen Materialien entstehen Oxidschichten, die zu spröden Ausbrechungen führen. Ein mathematisches Modell zur Erfassung des Verschleißvolumens ist in den Gleichungen (3.11) und (3.12) gegeben. Es wird zwischen einem parabolischem und linearem Wachstum der Reaktionsschichten unterschieden (vgl. *Czichos 2015*):

$$W_{V} = \frac{k''}{\xi^{2} \cdot \rho^{2}} \cdot \frac{d}{H} \cdot \frac{F_{N}}{v} \cdot s \qquad (parabolisches Wachstum)$$
(3.11)

$$W_{V} = \frac{I''}{\xi \cdot p} \cdot \frac{d}{H} \cdot \frac{F_{N}}{v} \cdot s \qquad (lineares Wachstum)$$
(3.12)

Die Gleichungen werden durch die jeweiligen Geschwindigkeitskoeffizienten k'' und I'', Härte H, Dicke der Reaktionsschicht p, kritischen Dicke der Reaktionsschicht ξ , Normalkraft F_N , sowie durch Gleitwegs s definiert. Bei den meisten technischen Anwendungen tritt nicht nur eine Verschleißart auf, vielmehr findet eine Überlagerung statt. Abb. 3.4 zeigt eine Übersicht der verschiedenen Verschleißarten und Verschleißmechanismen, welche sich, je nach Belastungsfall, überlagern können.



Abb. 3.4: Verschleißarten und Verschleißmechanismen nach DIN 50320 (Dubbel 2018)

3.4 Schmierung

Schmierungen haben in der Tribologie eine große Bedeutung, da sie verschiedenste Aufgaben erfüllen: Sie sollen den mechanischen Verschleiß zwischen zwei Reibkörpern verhindern, da die Schmierung einen direkten Kontakt beider Komponenten verhindert. Der mechanische Energieverlust kann gesenkt und somit ein erhöhter Wirkungsgrad erzielt werden. Darüber hinaus wird die Kraftübertragung zwischen zwei Bauteilen verbessert und der Eindringung von Verunreinigungen vorgebeugt. Durch die Wahl des richtigen Schmiermittels kann ein Korrosionsschutz gewährleistet sowie eine erhöhte Wärmeabfuhr realisiert werden, was eine kühlende Wirkung mit sich bringt. Ebenso ist es möglich, Schwingungsbelastungen zu reduzieren, da Schmierstoffe eine dämpfende Eigenschaft besitzen (vgl. Brendel 1979). Je nach Anwendungsfall und zeitlicher Belastung können verschiedene Schmierungszustände durchlaufen werden: Festkörper-, Grenz-, Misch- und Flüssigkeitsreibung (val. Czichos 2015). Diese Formen sind bereits in Abschnitt 3.2 erläutert worden. Eine neuartige Form ist von Dienwiebel 2004 beschrieben worden: Supraschmierung kann Reibung nahezu vollständig ausschalten. Hierdurch ist ein großes Potenzial für vielfältige technische Anwendungen entstanden, da Reibungsverluste und Verschleiß reduziert werden können. Diamantartige ta-C-Schichten - in Kombination mit speziellen organischen Fluiden – sind in der Lage äußerst niedrige Reibungskoeffizienten zu erzielen. Mit Diamond-Like-Carbon-Schichten ist es aktuell möglich, mit relativ wenig Aufwand, Ventilkomponenten Pumpen-, Einspritz sowie verschleißarm auszulegen (vgl. Liebl 2017).

Schmierstoffe können gasförmig, flüssig, konsistent oder in fester Form vorliegen (vgl. *Möller 2002*). Bei gasförmigen Schmierstoffen handelt es sich meist um Luft, Stickstoff oder Kohlendioxid. Diese Art der Schmierung wird hauptsächlich bei schnelllaufenden, wenig belasteten Maschinen, wie Ultrazentrifugen oder Gaspumpen für Kernkraftwerke verwendet. Luftlager können in aerostatische und aerodynamische Lager eingeteilt werden. Aerodynamische Luftlager erzeugen durch ihre Relativbewegung einen Überdruck. Während der Bewegung komprimiert sich die Luft und bildet ein Luftpolster aus. Vorteil ist, dass von Außen kein zusätzliches Fluid hinzugegeben werden muss, allerdings bildet sich bei fehlender Relativverschiebung ein direkter Reibkontakt aus. Bei aerostatischen Lagern wird von Außen zusätzlich Luft in das System gegeben. Druckluft strömt zwischen die beiden Körper und bildet ein Luftpolster aus. Somit kann eine nahezu verschleißfreie Nutzung mit geringer Reibung gewährleistet werden. Nachteilig ist die dauerhafte externe Luftzugabe, welche schnell kostenintensiv werden kann (vgl. *Teichert 2012*).

Bei flüssigen Schmierstoffen wird zwischen Mineralölen, Wasser, Suspensionen und synthetischen/tierischen/pflanzlichen Ölen unterschieden. Die höchste Bedeutung in der technischen Anwendung besitzen die Mineralöle, welche zu 90 % aus Grundöl und zu 10 % aus Additiven bestehen. Wichtigste Eigenschaft der Öle ist die Viskosität, um eine hydrodynamische oder elastohydrodynamische Schmierung zu erzielen. Die dynamische Viskosität η setzt sich aus dem Quotienten der Schubspannung τ sowie dem Scher- und Geschwindigkeitsgefälle D zusammen. Dividiert durch die Dichte ρ lässt sich die kinematische Viskosität bestimmen. Liegt bei einem Schmierstoff eine Proportionalität zwischen Scherspannung τ und Schergefälle D vor, wird dies als newtonsches Fluid bezeichnet. Viele Stoffe, wie zum Beispiel Blut oder Zement, sind

nichtnewtonsche Fluide, da sie eine veränderliche Viskosität bei konstanter Scherkraft aufweisen. Bei einer zusätzlichen Abhängigkeit der Viskosität nichtnewtonscher Fluide von der Zeit *t* wird zwischen Thixotripie und Rheopexie unterschieden. Erstere beschreibt bei Belastungsbeginn zunächst eine abnehmende Viskosität, die nach Belastungsende wieder zunimmt. Rheopexie beschreibt das gegenteilige Verhalten (vgl. *Czichos 2015*). Das Schergefälle *D* kann als Quotient der Relativgeschwindigkeit der Reibkörper *v* sowie der Höhe des Schmierfilms *h* ausgedrückt werden (vgl. *Dubbel 2018*). Zusätzlich besteht bei Fluiden eine Temperaturabhängigkeit. Der Viskositätsindex nach *DIN 2909* sagt aus, ob eine hohe oder niedrige Temperaturabhängigkeit vorliegt. Mit Gleichung (3.13) kann die Viskosität in Abhängigkeit des Drucks *p* bestimmt werden:

$$\eta_P = \eta_0 \cdot \exp(\alpha \cdot p)$$

(3.13)

Das Produkt der Viskosität bei 1 bar η_0 sowie der Viskositätsdruckkoeffizient α ergeben die exponentiell ansteigende Viskosität η_P bei Druckzunahme. Alle diese Faktoren haben einen großen Einfluss auf den Schmierstoff und dessen Fähigkeit, eine stabile Trennschicht zwischen den beiden Reibpartnern aufbauen zu können. Es ist darauf zu achten, wie das gewählte Schmiermittel mit seiner Umgebung chemisch reagiert und/oder die Oberfläche der Reibkörper chemisch verändert. Es könnte zu einer Korrosion oder einer verschleißerhöhenden Trennschicht kommen. Zusatzstoffe, auch Additive genannt, können dem Schmierstoff zugegeben werden, um es an die entsprechenden Umgebungsbedingungen anzupassen. Es kann zwischen drei Gruppen unterschieden werden: Additive, die durch Adsorption an der Reibkörperoberfläche zu einer Verschleißminderung führen (Physiosorption). In der zweiten Gruppe lassen sich Additive zusammenfassen, die durch Chemiesorption an die Oberfläche gebunden werden. Additive die erst bei hohen Drücken und Belastungen thermisch aktiviert werden, bilden eine Zwischenschicht (Reaktionsschichtbildung), welche den Reibkörperkontakt verhindern (vgl. *Raedt 2002*).

Konsistente Schmierstoffe, wie Schmierfette auf Mineralöl- und synthetischer Basis, Schmierpasten oder tierische Fette bestehen meist aus einem Schmieröl mit oder ohne Additiven und einem Dickungsmittel. Eine Klassifizierung der Schmierfette kann nach unterschiedlichen Kriterien erfolgen, beispielsweise nach Konsistenz oder nach Art des Verdickers. Dabei lassen sich Metallseifenfette (z. B. Lithiumfette oder Natriumfette) sowie Nichtseifenfette unterscheiden. Letztere verwenden als Verdicker modifizierte Tone oder Polyharnstoffverbindungen (vgl. Kuhn 2017). Bei einer Klassifizierung nach Konsistenz wurde das Schmierfett gemäß DIN 2137 gewalzt und die Eindringtiefe eines Standardkonus gemessen. Es ergeben sich Konsistenzklassen von fast flüssig bis sehr fest. Sehr flüssige Fette eignen sich eher für Getriebeschmierungen, wohingegen steife Schmierfette für Wasserpumpen geeignet sind. Prinzipiell müssen zwei Grundaufgaben erfüllt werden: Abdichtung gegen Wasser und Fremdpartikel sowie Abgabe einer Schmierstoffmenge, um den Verschleiß und die Reibung zu reduzieren und um eine möglichst lange Bauteillebensdauer zu erzielen (vgl. Czichos 2015). Darüber hinaus können sie einen Korrosionsschutz bieten, einen Widerstand gegen Leckagen bilden, die Beweglichkeit zwischen Bauteilkomponenten sicherstellen sowie gewisse Feuchtigkeitsmengen tolerieren. Nachteile hingegen sind eine fehlende Kühl- sowie Säuberungswirkung (vgl. VSS 2019).

Schmierstoffe aus einer festen Form sind Graphit, Disulfide, Metalle (Pb, Cu, Au), spezielle anorganische Verbindungen (*CaF*₂, *ZnO*) und Glas. Diese kommen zum Einsatz, wenn konventionelle Schmierstoffe ungeeignet sind oder besondere Umgebungsbedingungen herrschen - Temperaturen von über 600°C und unter -70°C. Hier würden Schmieröle oder Fette einfach eindicken oder so steif werden, dass sich keine Schmierschicht mehr ausbilden kann. Ggf. können auch Zersetzungsprozesse stattfinden. Im Vakuum können Öle oder Fette nicht eingesetzt werden, da sie vollständig verdampfen würden. Ebenfalls geeignet sind Festschmierstoffe, wenn spezielle Hygieneanforderungen vorliegen oder Reinraumbedingungen vorherrschen, wie sie bei medizinischen Prüfgeräten erforderlich sind. Bei hohen Belastungen an der Kontaktstelle, kann es zu einer Verdrängung der Schmieröle und Fette kommen. Maschinen mit Festschmierstoffen lassen sich relativ leicht recyceln, da vorher kein Leerlaufen und fachgerechtes Entsorgen notwendig ist (vgl. Birkhofer 2012). Es wird zwischen organischen Werkstoffen wie Metallseifen und Polymeren, anorganischen Werkstoffen wie weichen Metallen (Zinn, Blei, Kupfer usw.), Werkstoffen mit Schichtgitterstruktur (Grafit, Molybdändisulfid) sowie oxidischen und fluoridischen Verbindungen (Metalloxide, Metallhalogenide) unterschieden. Hartstoffschichten (Kohlenstoff- und Hartmetallschichten) können beiden Werkstoffgruppen zugeordnet werden. Je nach Anwendungsfall und Umgebungsbedingung ist das entsprechende Schmiermittel zu wählen. Im Vergleich zur Anwendung bei Fetten und Ölen herrscht bei Festschmierstoffen immer Festkörperreibung, was zu einem höheren Reibwert führt. Eine dauerhafte Trennschicht zwischen den Reibkörpern existiert also nicht. Fette und Öle haben bei dynamischen Belastungen eine dämpfende Wirkung, die bei direktem Reibkörperkontakt stark reduziert ist. Insgesamt weisen Festkörperschmierungen eine geringere Lebenserwartung auf, da sie kontinuierlich verschleißen. Es kann auch zu einer Geräuschbelastung kommen, einhergehend mit Vibrationen, welche die Bauteile schädigen. Dadurch kann der Wirkungsgrad einer Maschine herabgesetzt werden. Ebenfalls ist ein Nachschmieren feststoffgeschmierter Maschinen nicht möglich. Derzeit existiert keine einheitliche Theorie zur Vorhersage der Lebensdauer von Festschmierstoffen (vgl. Birkhofer 2012).

3.5 Tribologie von Beton

Das tribologische Verhalten von Beton ist von Bedeutung, wenn es zu einer schleifenden oder rollenden Verkehrsbelastung kommt, wenn Schüttgüter gegen Betonoberflächen prallen und wenn eine Beanspruchung durch Fluide – zum Beispiel Wasser – vorliegt (vgl. *Bergmeister 2009*).

Bei Verkehrsbelastungen werden Betonbauteile oftmals mit Oberflächenschutzsystemen ausgeführt, um die Dauerhaftigkeit und den Abriebwiderstand zu erhöhen. Solche Schutzsysteme bestehen in der Regel aus einer Grundierung, die aus 1- oder 2-komponentigen Epoxidharzen besteht. Darauf aufbauend wird die wirksame Oberflächenschutzschicht appliziert. Diese besteht, je nach Aufbau, aus einer Verschleiß- und einer Schwimmschicht. Hier soll eine Rissüberbrückung sichergestellt werden und üblicherweise mittels Quarzsand den Verschleißwiderstand erhöhen. Abschließend wird eine Deckversiegelung aufgebracht, welche ein Eindringen von Wasser in die unteren Schichten verhindern soll und einen Schutz gegen UV-Strahlung bietet. Diese Schutzsysteme kommen bei Parkhäusern zum Einsatz, da hier eine chemische Beanspruchung vorliegt, die durch eine erhöhte Chloridbelastung im Winter verursacht wird (vgl. *Breit 2015*).

Der Verschleiß infolge von Schüttgütern ist hauptsächlich bei Silos problematisch. Hierzu gibt es allerdings nur wenige wissenschaftliche Untersuchungen. Hauptsächlich liegen Ergebnisse aus Hüttenwerken vor, da Erze größere Schäden an Betonsilos verursacht haben. Häufig wird der Verschleißproblematik zuvorgekommen, indem die Innenwände der Silos durch Stahlauskleidungen geschützt werden (vgl. *Bergmeister 2016*).

Hydroabrasiver Verschleiß wird durch Feststoffe verursacht, welche im Wasser mitgeführt werden. Es kommt zu einer Überlagerung zwischen einer schleifenden und einer stoßenden Beanspruchung. Die Höhe des Verschleißabtrags hängt von der Härte, Form und Größe des Partikels im Fluid ab (vgl. Vogel 2009). Gemäß Bergmeister 2016 ist das Produkt aus Betondruckfestigkeit und dynamischem E-Modul aussagekräftigster Verschleißparameter. Zu unterscheiden ist zwischen Erosion und Abrasion. Bei reiner Beanspruchung des Körpers durch das Fluid ist von Erosion die Rede. Findet zusätzlich eine Beanspruchung durch Feststoffe im Fluid statt, nennt man dies Abrasion (vgl. Jacobs 2001). Der Vorgang kann nach Liu 2005 in einem chronologischen Ablauf zusammengefasst werden. Zu Beginn des Prozesses, der Initialisierungsstufe, wird die oberste Schicht der Betonoberfläche abgenutzt. Die Intensität ist stark abhängig von der Belastungsenergie des Fluides. Bei geringen Strömungen findet eher eine Politur der Oberfläche statt, während stärkere Strömungen ein höheres Energielevel erreichen und eher zu Stoßbelastungen führen (vgl. Kryzanowski 2009). Im nächsten Schritt wird die darunterliegende Betonschicht abgenutzt. Nach einer gewissen Zeit wird die Gesteinskörnung des Betons sichtbar. Bei anhaltender Fluidbelastung können auch diese Zuschläge aus der Zementmatrix herausgelöst werden.

Gemäß *DIN 1992* wird der Betonverschleiß über die Expositionsklasse *XM* (mechanical abrasion) abgedeckt. Es wird zwischen mäßigem (XM1), schwerem (XM2) und extremem Verschleiß (XM3) unterschieden. Letztgenannte Expositionsklasse ist für den Einsatz von Kettenfahrzeugen vorgesehen. Da der Verschleiß von der Druckfestigkeit abhängig ist, wird mit zunehmender Klasse eine erhöhte Betondruckfestigkeit gefordert (vgl. *Bergmeister 2016*). *Abrams 1919* untersuchte bereits im Jahr 1919 den Verschleißwiderstand von Beton und konnte folgende sieben Gesetzmäßigkeiten feststellen, welche auch heute noch größtenteils zutreffend sind:

- 1. Im Allgemeinen gewährleisten die Bestandteile im Beton, die eine hohe Druckfestigkeit erzeugen, auch eine hohe Verschleißfestigkeit.
- 2. Eine Zementzunahme setzt die Verschleißfestigkeit herab.
- 3. Ein hoher Wassergehalt, bewirken meist eine Zunahme der Abnutzung.
- 4. Je größer die Korngröße der Zuschläge bis zum Feinheitsmodul 5,5-6,0 desto geringer die Abnutzung.
- 5. Die Feuchthaltung des Betons übt einen wirksamen Einfluss auf die Verschleißfestigkeit aus.
- 6. Die Verschleißfestigkeit wird durch längeres Mischen verbessert.
- 7. Mit zunehmendem Bauteilalter nimmt die Verschleißfestigkeit zu.

3.5.1 Abrasionswiderstand

Der Abrasionswiderstand ist im Wesentlichen von der Betondruckfestigkeit, Härte des Zementleims, Härte der Zuschläge sowie der Bindung zwischen Gesteinskörnung und Zementleim abhängig (vgl. *Papenfus 2003*, vgl. *Yazici 2007*). Zusätzlicher Parameter mit Auswirkungen auf den Verschleiß ist die Art der Belastung. Im Folgenden wird genauer auf die unterschiedlichen Einflussparameter eingegangen:

Gesteinskörnung

Das Größtkorn hat einen erheblichen Einfluss auf den Verschleißwiderstand. Mit zunehmendem Größtkorn nimmt der Abrasionswiderstand bei schleifender Belastung zu. Hierbei ist allerdings auf das richtige Verhältnis zwischen Zuschlägen und Zementleim zu achten. Ein zu großes Korn kann dem Verbund zwischen Leim und Gestein schaden und somit den Abrieb negativ beeinflussen (vgl. Studer 1996). Untersuchungen von Liu 2005 sind zu einem vergleichbaren Ergebnis gekommen. Untersucht wurde zusätzlich der Einfluss unterschiedlicher Betondruckfestigkeiten. Bei geringeren Druckfestigkeiten konnte dieser Effekt ebenfalls festgestellt werden. Allerdings konnte bei Betonen mit höherer Druckfestigkeit keine Korrelation zwischen Größtkorn und Abrasionswiderstand nachgewiesen werden. Untersuchungen zwischen Gesteinskörnungen aus Granit, Kalkstein, Dolomit und Eruptivgestein zeigten, dass die Körnung mit zunehmender Härte einen größeren Verschleißwiderstand besitzt (vgl. Laplante 1991). Bei einer stoßenden Belastung nimmt der Verschleißwiderstand der Betonoberfläche mit zunehmendem Größtkorn ab (vgl. Vogel 2016). Die Verwendung von rezyklierter Gesteinskörnung kann ebenfalls zu einer Verminderung des Verschleißes führen. Versuche mit prozentual unterschiedlichen Anteilen an recycelter Gesteinskörnung zeigten, dass der Verschleiß um bis zu 30 %, im Vergleich zu Proben aus nicht rezyklierter Gesteinskörnung, abnimmt (vgl. Evangelista 2007). Bei einer Stoßbelastung ist eine stetige Sieblinie besser als eine Ausfallkörnung, da die dichtere Lage der Zuschläge Vorteile mit sich bringt. Bei einer schleifenden Belastung ist dies von weniger großen Bedeutung, da die Härte des Korns ausschlaggebend ist (vgl. Komonen 1998). Sandärmere Betone sind in der Regel verschleißresistenter als sandreiche Betone, da bei erhöhtem Feinkornanteil eine größere Fläche aus verschleißschwächerer Mörtelmatrix gegeben ist (vgl. Vogel 2016).

Betonzusatzmittel

Zur Erhöhung des Verschleißwiderstandes von Betonen können Silikastaub, Polymere und Plastifizierungsmittel eingesetzt werden (vgl. *Hu 2003*). Silikastaub ist ein feinkörniger, mineralischer Zusatzstoff, der bei der Herstellung von Silizium entsteht. Er kann in Pulverform oder in wässrigen Suspensionen geliefert werden und verbessert die Dichtigkeit des Betons, weswegen sich hohe Druckfestigkeiten (> 100 N/mm²) erzielen lassen (vgl. *Kampen 2014*). Bei der Zugabe von Flugasche wird der Verbund zwischen Zementmatrix und Gesteinskörnung erhöht, was den Verschleißwiderstand der Betonoberfläche erhöht, da weniger Partikel herausgelöst werden können. Luftporenbildner hingegen reduzieren die Dichtigkeit sowie den Verbund zwischen Matrix und Gesteinskörnung, was zu einer Erhöhung des Abriebs führt (vgl. *Vogel 2016*). Polymerbeton oder Mineralguss verwendet als Bindemittel keinen Zement, sondern Polymere wie Epoxidharz. Häufige Anwendung findet sich im Bereich von Entwässerungsrinnen, da das Material über eine hohe Chemikalienbeständigkeit und einen sehr guten Frostund Frost-Tausalz-Widerstand besitzt. Bei der Hydratation des Betons können sich, je nach Kunststoffgehalt, verschiedene Gefüge ausbilden. Ab etwa 5 % Kunststoffgehalt kann sich eine geschlossene Zementstein- sowie Kunststoffphase ausbilden, welche durch Adhäsion einen festen Verbund miteinander eingehen. Dadurch ergeben sich verbesserte Verschleißeigenschaften. Je nach Herstellung werden drei Arten von Polymerbeton unterschieden: Bei kunststoffmodifizierten Mörteln und Betonen (PCC - polymer cement concrete) erfüllen sowohl der Zement als auch der Kunststoff die Bindemittelfunktion. Kunstharzgebundene Mörtel und Betone (PC - polymer concrete) verwenden ausschließlich Reaktionsharze als Bindemittel. Bei bereits erhärteten Betonen können Kunststoffe in die Kapillarporen eingebracht werden. Diese werden als kunstharzimprägnierte Mörteln und Betone (PIC - polymer impregnated concrete) bezeichnet (vgl. Thienel 2018). Zusatzstoffe wie Fließmittel oder Verflüssiger besitzen eine verflüssigende Wirkung, welche die Verarbeitbarkeit des Betons verbessert (vgl. Grübl 2001). Es wird zwischen dispergierenden und grenzflächenaktiven Stoffen unterschieden. Erstere lagern sich an die Zement- und Gesteinskörner an und führen zu einer Abstoßung der einzelnen Teilchen, wodurch eine flüssigere Mischung entsteht. Grenzflächenaktive Stoffe führen zu einer Reduzierung der Oberflächenspannung, was die Durchmischung von Wasser und Zement fördert. Als Nebenwirkung können Luftporen gebildet werden, welche sich negativ auf den Verschleißwiderstand auswirken.

Fasern

Zur Beurteilung des Abrasionswiderstandes von Faserbeton ist die Art der Belastung von Bedeutung. Bei stoßender Belastung sind sie von Vorteil, wohingegen Fasern bei einer schleifende Belastungen die Abrasion eher verstärken (vgl. ACI 1987). Das verbesserte Abrasionsverhalten bei stoßender Beanspruchung konnte auch von Höcker 1996 gezeigt werden. Er stellte allerdings ein leicht verbessertes Verhalten bei reibender Beanspruchung fest. Ebenfalls konnte er zeigen, dass Stahlfaserbeton nicht nur einen verbesserten Verschleißwiderstand besitzt, im Vergleich zu unbewehrtem Beton, sondern auch eine verminderte Verschleißtiefe aufweist. Bei einem Fasergehalt von 1,0 Vol.-% konnte die Verschleißtiefe um circa 25 bis 35 % reduziert werden. Die Verwendung der Faserart (Drahtfasern oder gefräste Fasern) hatte hierauf keinen Einfluss. Bei der Verwendung von SIFCON (slurry infiltrated fibre concrete) konnte die Verschleißtiefe sogar um 50 % reduziert werden. Dabei handelt es sich um einen Stahlfaserbeton, bei dem eine Matrix aus verteilten Fasern mit einem selbstverdichtendem und fließfähigem Zement verfüllt wird. Der Beton zeichnet sich weiter durch sein hohen Fasergehalt aus (800 kg/m3 - Stahlfaserbeton enthält ca. 30 kg/m3). Ein Phänomen im Zusammenhang mit der Verwendung von Fasern und Hydroabrasion ist die "Schattenbildung", siehe Abb. 3.5 (links). Bei relativ flachen Anströmwinkeln dienen die in der Betonoberfläche befindlichen Fasern als eine Art Schutzzone. Oberflächenpartikel vor dieser Zone können durch Mikrorissbildung abgetragen werden. Betonpartikel im Schatten der Faser werden durch eben diese geschützt und verhindern einen Abtrag. Die Spitze der Faser wird durch die Hydroabrasion abgeschliffen. Bei einem rechtwinkligen Anstrahlwinkel, ist ein solches Phänomen nicht zu beobachten. Die Fasern werden vollständig freigelegt. Eine Stahlfaserbewehrung erhöht den Verschleißwiderstand nur sehr geringfügig, wenn ein rechtwinkliger Anstrahlwinkel vorliegt (vgl. *Hu 2003*).



Abb. 3.5: Ausbildung einer Schutzzone (links), Lichtmikroskopische Aufnahme: Schattenbildung (rechts) (*Hu 2003*)

Wasserzementwert (w/z-Wert)

Generell sollte der w/z-Wert nicht zu hoch sein, da sonst überschüssiges Wasser vorhanden ist, das nicht für die Hydratation des Zements gebunden werden kann. Dies kann zu einer Verdunstung des Wassers im Gefüge des Betons führen und Kapillarporen schaffen, welche sich negativ auf die Festigkeit und das Verschleißverhalten auswirken. Ist der Wasserzementwert zu gering gewählt, kann eine erhöhte Steifigkeit des Betons die Folge sein und seine Verarbeitbarkeit stark herabsetzen. Somit ergibt sich ein großer Einfluss auf das Verschleißverhalten von Beton. Bei einem kleineren Wert ist eine geringe Porosität des Zementsteins zu erwarten. Das führt zu einem verbesserten Verbund zwischen Zement und Gesteinskörnung (vgl. Vogel 2016). Bei Untersuchungen von Liu 2005 wurde der Verschleiß von Betonen mit vier unterschiedlichen w/z-Werten überprüft. Es konnte ein um 45 % geringerer Verschleiß bei den Proben mit geringerem Wasserzementwert festgestellt werden. Gemäß DIN 1992 und DIN 1045 wird der maximal zulässige Wasserzementwert für jede Expositionsklasse geregelt. Bei der Klasse XM1 (geringer Verschleiß) ergibt sich ein maximaler Wert von 0,55, wohingegen bei starkem Verschleiß (XM3) nur noch ein Wasserzementwert von 0,45 zulässig ist. In Abhängigkeit der Beanspruchung konnte in Kunterding 1991 gerade bei einer Stoßbelastung eine Korrelation des Verschleißwiderstands mit dem w/z-Wert nachgewiesen werden. Die Versuche von Liu 2005 konnten ebenfalls einen Zusammenhang zwischen dem Verschleißwiderstand und dem Wasserzementwert nachweisen. Eine Reduktion des w/z-Wertes von 0,72 auf 0,4 ergab eine Erhöhung des Verschleißwiderstands von 40 %.

Festigkeitseigenschaften

Ein weiterer Parameter der sich auf das Abriebverhalten auswirkt ist die Betondruckfestigkeit. Untersuchungen von *Abrams 1919* ergaben bei einer Erhöhung der Betondruckfestigkeit eine Erhöhung des Verschleißwiderstandes. Zwischen abnehmender Druckfestigkeit und Abriebzunahme ist ein linearer Zusammenhang nachgewiesen worden (vgl. *Jacobs 2001*). Darüber hinaus beschreibt *Vogel 2016* auch einen verschleißbeeinflussenden Zusammenhang zwischen Druckfestigkeit S (ob Würfel- oder Zylinderdruckfestigkeit verwendet werden muss, wird nicht beschrieben) und Porosität P_i (in %). Somit bestimmt sich die Abrasion A (in cm³) gemäß Gleichung (3.14):

$$A = 1,526 + 2,121 \cdot \left(\frac{P_i}{S}\right) \tag{3.14}$$

Wie von *Momber 2006* beschrieben, ist eine Korrelation zwischen Abrasionswiderstand und Betondruckfestigkeit bei stoßender Beanspruchung durch mehrere Untersuchungen (vgl. *Wygant 1954; Smith 1956; Crowley 1969; Reinhardt 1979; Momber 2000*) bestätigt worden. Neben der Betondruckfestigkeit besitzt die Spaltzugfestigkeit einen maßgeblichen Einfluss auf den Verschleißwiderstand (vgl. *Vogel 2016*).

Nachbehandlung

Gemäß *DIN 13670* ist Beton in den oberflächennahen Bereichen gegen schädigende Einflüsse zu schützen, bis eine ausreichende Festigkeit erreicht ist. Diese wird über eine Betonnachbehandlung erzielt, welche im direkten Anschluss an die Betonage zu erfolgen hat. Ziel ist es, den Beton ausreichend feucht zu halten, damit eine verstärkte Rissbildung an der Oberfläche infolge Schwindens verhindert werden kann. Trocknet die Oberfläche zu schnell aus, kann es aufgrund des Wassermangels zu einem Festigkeitsverlust an der Oberfläche kommen, da für die Hydratation des Zements nicht genügend Wasser zur Verfügung steht. Durch die herabgesetzte Oberflächenfestigkeit in Kombination mit einer Rissbildung durch Schwinden wird der Verschleißwiderstand erheblich reduziert. *Vogel 2016* beschreibt in Versuchen von *Kunterding 1991*, dass bei Betonen mit hoher Nachbehandlungsdauer eine erhöhte Verschleißabnahme im Vergleich zu unbehandelten Betonproben feststellbar war.

Temperatur

Das Verschleißverhalten von Beton ist nahezu unabhängig von der Umgebungstemperatur. Allerdings gilt es zwischen witterungsbedingten, realistischen Temperaturschwankungen und experimentell erzeugten Temperaturen bis 200° C zu unterscheiden (vgl. *Vogel 2016*). Im Temperaturbereich von gängigen Anwendungsfällen von Betonbauteilen ist keine Änderung des Verschleißverhaltens feststellbar. Bei Metallen und Kunststoffen ist bei einer Temperaturzunahme von $\Delta T = 70$ °C auf eine Endtemperatur von $T_E = 90$ °C eine deutliche Reduzierung des Abrasionswiderstandes erkennbar, da mit der Wärmezunahme eine Festigkeitsreduzierung einhergeht (vgl. *Jacobs 2001*).

Gleitgeschwindigkeit

Gemäß Amontonschem Gesetz, siehe Gleichung (3.1), hat bei der Trockenreibung die Gleitgeschwindigkeit der beiden Reibkörper keinen Einfluss auf das Reibungsverhalten. Untersuchungen von *Johnson 1947* zeigten jedoch, das mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit eine Abnahme des Reibungskoeffizienten einhergeht. Allerdings wurden diese Experimente bei Stahlpaarungen an einem Stift-Scheibe-Tribometer durchgeführt. Variiert wurde bis zu einer Geschwindigkeit von 33 m/s. Eine Anwendung von

einem direkten Betonkontakt bei Trockenreibung ist weitestgehend nicht bekannt, weswegen hierzu nur sehr wenige Untersuchungen vorliegen.

Abrasivstoff

Bei stoßartigen Belastungen der Betonoberfläche, wie es bei einer Hydroabrasion vorkommt, ist die Beschaffenheit des Abrasivstoffes für den Verschleißabtrag entscheidend. Bei runden Partikeln ist ein wesentlich geringerer Verschleiß feststellbar, als es bei scharfkantigen Partikeln der Fall ist. Beanspruchungen mit Splitt führen zu einer Verdoppelung der Abrasion, im Vergleich zu runden Sandpartikeln (vgl. Wellinger 1955). Mit steigendem Durchmesser des Abrasivstoffes nimmt der Verschleiß des Körpers zu. Nehmen Härte und Dichte des Stoßpartikels zu, erhöht sich die örtliche Pressung zwischen Betonkörper und Abrasivstoff, was zu einer erhöhten Oberflächenbelastung des Körpers führt, einhergehend mit einer Verschleißzunahme (vgl. Jacobs 2001). Erhöht sich die Geschwindigkeit der Verschleißpartikel, ändert sich auch der Verschleißmechanismus. Bei Geschwindigkeiten zwischen 0 und 1 m/s liegt ein schleifender und rollender Abriebmechanismus vor. Eine Zunahme der Geschwindigkeit führt zu stoßender Belastung (vgl. Röhnisch 1970). Ebenso ist der Anstrahlwinkel α der Partikel ausschlaggebend für den Oberflächenabtrag. Bei einem Winkel $\alpha = 0^{\circ}$ verlaufen die Partikel parallel zur Oberfläche, was als Gleitstrahl bezeichnet wird - es wirkt hauptsächlich Abrasion. Ein Prallstrahl liegt vor, wenn der Anstrahlwinkel $\alpha = 90^{\circ}$ beträgt, was zu einer Oberflächenzerrütung führt. Bei Winkeln zwischen 0° und 90° ist von einem Schrägstrahl die Rede, was zu einer Überlagerung von Abrasion und Oberflächenzerrütung führt (vgl. Gräfen 1993). Abb. 3.6 zeigt den Einfluss des Anstrahlwinkels α auf das Verschleißverhalten unterschiedlicher Werkstoffe.



Abb. 3.6: Einfluss des Strahlwinkels a für unterschiedliche Werkstoffe (Kunterding 1991)

Beton ist im Vergleich zu den anderen untersuchten Werkstoffen aus Abb. 3.6 relativ unempfindlich gegenüber einer Winkelveränderung. Bei circa 70°Anstrahlwinkel zeigt sich der größte Verschleiß. Der Einfluss der tribologischen Parameter auf den Verschleißwiderstand ist zusammenfassend in Tab. 3.1 dargestellt.

Einflussparameter	Verschleißwiderstand			
Gesteinskörnung				
Größtkorn	+			
Größtkorn (Stoßbelastung)	-			
Härte	+			
Recyclingbeton	-			
sandarme Betone	+			
Betonzusatzmittel				
Silikastaub	+			
Flugasche	+			
Luftporenbildner	-			
Fließmittel	-			
Verflüssiger	-			
Polymere	+			
Fasern				
Fasern bei Stoßbelastung	+			
Fasern bei Schleifbelastung	-			
Wasserzementwert				
Erhöhung des w/z-Werts	-			
Reduzierung des w/z-Werts	+			
Festigkeitseigenschaften				
Erhöhung der Betondruckfestigkeit	+			
Reduzierung der Betondruckfestigkeit	-			
Nachbehandlung				
geringe Nachbehandlungszeit	-			
Temperatur				
Umgebungstemperaturen	0			
Gleitgeschwindigkeit				
Gleitgeschwindigkeit	0			
 Erhöhung des Verschleißwiderstandes, Verringerung des Verschleißwiderstandes, keinen Einfluss oder Einfluss unbekannt 				

Tab. 3.1: Einfluss verschiedener Parameter auf den Verschleißwiderstand

Aussagen in Bezug auf die Eigenschften des Abrassivstoffs und seine Auswirkungen auf den Oberflächenverschleiß von Beton sind in Tab. 3.2 aufgeführt.

Tab. 3.2: Eir	nfluss des	Abrassivstoffes	auf den	Verschleiß
---------------	------------	-----------------	---------	------------

Eigenschaft des Abrassivstoffes	Verschleiß
Scharfkantiges Korn	+
Rundkorn	-
zunehmender Korndurchmesser	+
zunehmende Dichte	+
zunehmende Härte	+
zunehmende Anprallgeschwindigkeit	+
+ Erhöhung des Verschleißes, – Verringerung des Verschleißes,	

Die Literaturrecherche in Abschnitt 3.5.1 zeigt, dass die in Tab. 3.1 aufgeführten Einflussparameter einen unterschiedlichen Einfluss auf den Verschleißwiderstand von Beton haben. Insbesondere die Einflussparameter Größtkorn, Härte, Sandanteil, Silikastaub, Flugasche, Fasern (bei Stoßbelastung), Polymere, Reduzierung des w/z-Werts und eine Erhöhung der Betondruckfestigkeit führen zu einer Erhöhung des Verschleißwiderstandes von Beton.

3.5.2 Tribologische Messverfahren

Die Tribometrie befasst sich mit tribologischen Messverfahren, Normprüfungen und Prüfgeräten. Im Gegensatz zur Tribologie spielen die Kontaktmechanik und die Relativbewegungen von Reibkörpern eine untergeordnete Rolle - vielmehr beschäftigt sie sich mit der Erfassung von definierten Messgrößen zur Beurteilung des Verschleißverhaltens und der Reibkräfte (vgl. Jünemann 1997). Diese Erfassung findet auf der Makro-, Mikro- und Nanoebene statt. Ziel ist es, Bauteile und tribologische Systeme im Hinblick auf ihre Dauerhaftigkeit zu optimieren, verschleißbestimmende Einflüsse zu charakterisieren, Werkstoffe für Anwendungsfälle zu identifizieren und eine Qualitätskontrolle durchzuführen. Das tribologische Verhalten hängt von sehr vielen Einflussgrößen ab, weswegen für jeden Anwendungsfall ein geeignetes Prüf- und Messverfahren zu entwickeln ist. Meist wird eine zu bestimmende Messgröße identifiziert und die Versuchsdauer sowie die Beanspruchungsgröße (z. B. Pressung) und Systemstruktur (z. B. Größtkorn des Betonkörpers) variiert (vgl. Czichos 2015). Die für tribologische Laboruntersuchungen verwendeten Prüfgeräte werden als Tribometer bezeichnet. Entsprechend der vielfältigen Randbedingungen eines Tribosystems wurden im Laufe der Zeit unzählige Tribometer entwickelt. Meist werden komplexe Fragestellungen, Umgebungsparameter und Systeme zu einfachen, geometrischen Prüfkörpern (Zylinder, Platten, Scheiben, Kugeln usw.) vereinfacht, die sich an mathematisch beschreibbaren Kontakt- und Bewegungsformen orientieren. Bei den Bewegungsformen wird unterschieden zwischen: Gleiten, Rollen, Stoßen, Oszillieren, Bohren, Wälzen und Rotieren. Je nach Prüfaufbau kann dann ein Punkt-, Linien- oder Flächenkontakt vorliegen. Diese Formen können beliebig untereinander kombiniert werden. Zur Bestimmung des Widerstandes von Beton gegen Verschleiß liegt kein einheitliches Prüfverfahren vor (vgl. Scott 2015). Dieses ist genauestens auf die Beanspruchungsart, und die Umgebungsbedingungen des Betons abzustimmen, um eine möglichst wirklichkeitsnahe Versuchsabbildung sicherzustellen (vgl. Bergmeister 2016). Im Folgenden sind die bekanntesten sowie verbreitetsten Prüfverfahren zur Bestimmung des Betonverschleißes aufgeführt und erläutert.

Verschleißwiderstand nach Böhme

Die im Bauwesen wohl bekannteste Verschleißprüfmethode stellt die Bestimmung des Verschleißwiderstands nach Böhme dar. Die Prüfung ist in *DIN 13892-3* sowie *DIN 52108* geregelt und gilt für Zementestriche. Die Prüfung wird mit Hilfe einer Böhmscheibe durchgeführt, siehe Abb. 3.7. Als Probekörper dienen Würfel mit einer Kantenlänge von 71 mm und einer Mindestdicke von 30 mm. Die Probekörper sind, vor der Prüfung bis zur Massenkonstanz zu trocknen. Gemessen wird der Volumenverlust des Probekörpers, weswegen vor und nach der Prüfung die Massen der Probe zu bestimmen sind. Die ermittelte Abriebmenge wird in cm³/50cm² angegeben. Je nach

Menge kann die Probe in eine entsprechende Verschleißwiderstandsklasse eingeteilt werden (vgl. *DIN 13813*). Während der Prüfung muss der Prüfkörper in die Böhmscheibe eingespannt werden und 16 Zyklen mit jeweils 22 Umdrehungen durchlaufen. Dabei wird der Körper mit einer Normlast von 294 N auf die mit Korund-Schleifmittel präparierte Stahlscheibe gedrückt. Nach jedem Zyklus sind die Probekörper um 90° zu drehen und das Schleifmittel – circa 20 g – zu erneuern. Die Schleifscheibe nach Böhme besitzt einen Durchmesser von 750 mm. Die Schleifbahn aus Gusseisen weist einen Radius von 320 mm auf. Mittels Drehzahlmesser wird die mindestens erforderliche Drehzahl von 30 Umdrehungen pro Minute überprüft.



Abb. 3.7: Prinzip der Scheiben-Verschleißmaschine nach Böhme (DIN 13892-3)

Die Prüfmethode eignet sich zur Simulation von Abrieb bei 3-Körper-Kontakt aus Beton, Korund und Gusseisen, wobei von einer schleifenden Bewegung ausgegangen wird.

Verschleißwiderstand gemäß BCA

Gemäß *DIN 13892-4* kann der Verschleißwiderstand nach *Britisch Cement Association (BCA)* ermittelt werden. Er ist ebenso, wie die Prüfung nach Böhme, für Zementestriche geeignet. Ermittelt wird die mittlere Verschleißtiefe, die durch eine Maschine mit drei gehärteten Stahlrädern erzeugt wird, die tangential an eine runde Stahlplatte montiert sind. Die Räder können sich lediglich entlang eines Kreises mit dem Durchmesser von 225 mm bewegen. Auf einer Welle montiert, befindet sich der Abriebkopf, welcher 180 Umdrehungen pro Minute ausführt. Die Stahlplatte wird über Gewichte mit 65 kg belastet, welches auf die Räder wirkt. Mittels Markierungsschablone werden verschiedene Messpunkte auf der Estrichprobe markiert. Die quadratischen Probekörper haben eine Kantenlänge von mindestens 500 mm bei einer Mindestdicke von 50 mm. Je Verschleißbestimmung sind immer drei Proben zu verwenden. Entsprechend der Markierungen wird ein Tiefenmessgerät positioniert, was den Verschleiß messen soll. Die Versuchsdauer ist auf 2.850 Umdrehungen des Abriebkopfes beschränkt. Der BCA-Verschleißwiderstandswert ermittelt sich aus der Differenz des ursprünglichen und des nach der Prüfung ermittelten Werts.

Widerstand gegen Rollbeanspruchung

Das für Zementestriche nach *DIN 13892-5* vorgeschriebene Prüfverfahren zur Bestimmung des Rollwiderstandes von Zementestrichen basiert auf der Beanspruchung von Betonplatten infolge eines hoch belastenden Laufrades. Die quadratischen Probekörper haben eine Mindestkantenlänge von 500 mm, bei einer Mindestdicke von 50 mm. Diese werden auf einem Auflagertisch (Abmessungen: 700 x 800 mm) fixiert, welcher sich in zwei im rechten Winkel kreuzenden Richtungen bewegt. Dadurch werden sowohl Normal- als auch Scherspannungen erzeugt. Der Tisch mitsamt Probekörpern bewegt sich unterhalb eines Laufrades. Dieses besteht aus 16NiCrS4-Stahl mit einer Vickers-Härte von \geq 735 HV (= Vickershärte in N/mm²). Die Vertikalachse kann sich frei bewegen und wird mit einer Kraft von 2.000 N belastet. Zusätzlich wird eine Saugvorrichtung am Prüfstand montiert, um entsprechende Abriebpartikel entfernen zu können. Die Versuchsdauer umfast circa 10.000 Zyklen, was in etwa 24 h entspricht. Gemessen wird die Änderung des Oberflächenprofils des Probekörpers. Dafür wird ein Messprofil auf die Proben aufgebracht, entlang dessen die Tiefe unterhalb der Messpunkte mittels Tiefensensor zu bestimmen ist. Die mittlere Abriebtiefe *f* ergibt sich aus der Differenz der Messung vor und nach der Prüfung. Der nach diesem Verfahren ermittelte Abrieb *RWA* kann aus dem Produkt der Abriebtiefe *f* und einem Faktor von 0,11 bestimmt werden.

Taber-Abriebprüfgerät

Das Verfahren mittels Taber-Abriebprüfgerät wird in *DIN 5470-1* geregelt. Eigentlich dient es zur Bestimmung des Abriebwiderstands von beschichteten Textilien. Das Prüfgerät besteht aus einem Gehäuse, an dem ein Teller (Durchmesser 100 mm) für Probekörper angebracht ist, an dem sich Reibräder befinden. Diese werden an Schwenkarmen montiert, so dass immer eine Kraft von 2,5 N auf den Probeteller wirkt. Der Teller kann rotieren und dadurch die Reibräder bewegen. Das Gerät kann über einen Drehzahlmesser die entsprechenden Umdrehungen messen. Die Probe wird mittels Nut und Unterlegscheibe auf dem Prüfteller fixiert. Die Reibräder können aus unterschiedlichsten Materialien zusammengesetzt sein. Abb. 3.8 zeigt ein solches Prüfgerät.





Abb. 3.8: Prüfteller mit Reibrad (links), Taber-Abriebprüfgerät (rechts) (Direct 2019)

Zur Durchführung des Tests, ist die Masse des zu prüfenden Materials zu ermitteln. Anschließend wird das Prüfmaterial fest auf dem Prüfteller montiert und die Reibräder auf den Prüfteller abgesetzt. Nach je 100 Zyklen ist der Massenverlust zu bestimmen. Eine Aussage über die Präzision des Testgeräts kann nicht getroffen werden, da keine Ringversuche bekannt sind. Für Betonproben sind Reibrollen aus unelastischem keramisch gebundenem Abriebmaterial zu verwenden (vgl. *Erichsen 2006*).

ASTM-Test-Methoden

Die ASTM International (ursprünglich *American Society for Testing and Materials*) ist eine internationale Standardisierungsorganisation. Die zur Bestimmung des Verschleißwiderstandes von Beton relevanten Prüfverfahren sind in Tab. 3.3 aufgeführt. Die verschleißauslösende Belastung wird in drei Kategorien unterteilt: leichte und schwere Verkehrslast sowie Hydroabrasion. Die Tabelle liefert das hierfür geeignete Prüfverfahren.

		ASTM C779				
Abrasionstyp	ASTM C418	Methode A	Methodee B	Method C	ASTM C944	ASTM C1138
Fußgängerverkehr oder leichter bis mit- tlerer Reifen-Rad- Verkehr etc.		х			х	
Gabelstapler, schwerer Reifen-Rad- Verkehr, Auto mit Ket- ten, Spikereifen			Х	х	х	
Abrasive Erosion von wassergetragenen Partikeln an Was- serbauwerken	х					х

Tab 2 2.	Übereicht der ASTM Abreeienenrüfmetheden für Beten (val	Saott 2015)
Tau. 5.5.	Obersicht der ASTIM-Abrasionsprufmethoden für Beton (vgl.	. 30011 2013)

ASTM C418 ist eine Testmethode, die mittels Sandstrahlen durchgeführt wird. Bei der Methode werden 600 g Silikatsand mit 4,14 bar auf den Probekörper geschossen. Der Vorgang wird wiederholt, bis acht kleinere Vertiefungen auf der Oberfläche des Probekörpers entstanden sind. Diese werden mit Sand gefüllt und die entsprechende Menge notiert. Der Abrasionskoeffizient A_k kann aus dem Quotienten von benötigtem Sandfüllvolumen V und abgeriebener Fläche A bestimmt werden (vgl. *Kumar 2014*). Die Prüfmethode ASTM C779 gliedert sich in drei unterschiedliche Methoden:

Bei der *Prüfmethode A* (Revolving-Disk Maschine) treibt ein Getriebemotor drei kreisförmige Reibrollen mit einem Durchmesser von 60 mm an. Die Reibrollen drehen sich um ihre Vertikalachse mit 280 Umdrehungen pro Minute. Zusätzlich rotieren alle drei Reibrollen um die Vertikalachse des Antriebes mit 12 Umdrehungen pro Minute. Unterhalb der Rollen befindet sich der entsprechende Probekörper. Ein Versuch sollte mindestens 30 Minuten laufen – empfohlen werden 60 Minuten. Nach dem Test wird die Oberfläche mit einem Mikrometer an unterschiedlichen Messpunkten aufgenommen. Anhand der Differenz vor und nach dem Test kann der Verschleiß bestimmt werden (vgl. *ASTM C779*).

Die *Prüfmethode B* (Dressing Wheels) ähnelt der Prüfmethode *A*. Ein Getriebemotor treibt mit 56 Umdrehungen pro Minute drei Reibräder mit einem Durchmesser von 60 mm an. Diese rotieren um ihre jeweilige Horizontalachse. Unterhalb der Räder befindet sich die zu untersuchende Oberfläche. Gemessen wird mittels Mikrometer die Differenz des Oberflächenabriebes vor und nach der Prüfung. Die Prüfung sollte 30 Minuten dauern (vgl. *ASTM C779*).

Bei *Prüfmethode C* (Ball Bearings) wird ein Kugellager bestehend aus acht Kugeln mit einem Durchmesser von 18 mm durch ein Getriebemotor mit 1.000 Umdrehungen pro Minute in Rotation versetzt und zeitgleich einer Vertikallast von 120 N ausgesetzt. Die Prüfung soll 1.200 s andauern. Alle 50 s ist mit einem Mikrometer der Abrieb des Prüfkörpers zu bestimmen, welcher sich unterhalb des Kugellagers befindet. Dieser kann mittels Vakuumpumpe und einer Stahlkonstruktion auf dem Boden fixiert werden (vgl. *ASTM C779*). Abb. 3.9 zeigt alle drei Prüfmaschinen für die Prüfmethoden *A*, *B* und *C* gemäß ASTM C 779.



Abb. 3.9: Methode A (Oben links), Methode B (Oben rechts), Methode C (unten) (ASTM C779)

Sandflächenverfahren nach Kaufmann

Das Sandflächenverfahren ist nach seinem Entwickler N. Kaufmann benannt worden. Es dient zur Ermittlung der Rauheit einer Oberfläche. Genauer gesagt wird die mittlere Rauhtiefe R_z einer Oberfläche bestimmt, also die Summe aus dem Maximum der größten Profilspitze und dem Minimum des größten Profiltals innerhalb einer Einzelmessstrecke k, siehe Abb. 3.10. In der Regel werden von Rauheitsmessgeräten fünf Einzelmessstrecken aufgenommen.



Abb. 3.10: Darstellung der mittleren Rauhtiefe (Salu 2019)

Mathematisch ausgedrückt ergibt sich die mittlere Rauhtiefe R_z gemäß Gleichung (3.15):

$$R_z = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^{5} R_z(i)$$
(3.15)

Zur Durchführung des Verfahrens ist ein bestimmtes Volumen *V* (z. B. 25 cm³) an Normsand notwendig (vgl. *DIN 1164*). Dieses wird auf die zu untersuchende Oberfläche kegelförmig aufgebracht. Anschließend ist der Sand mit einer runden Hartholzscheibe – Durchmesser $d_{H} = 5$ cm – mit leichten, spiralförmigen Drehbewegungen zu verteilen, bis die Vertiefungen der Oberfläche eben gefüllt sind. Aus dem Durchmesser d_{s} lässt sich die mittlere Rautiefe R_{z} bestimmen, siehe Gleichung (3.16). Ein Kreis ist in der Praxis oftmals nicht zu erzielen, weswegen aus den Durchmessern mehrerer Sandflächen auf der Probekörperoberfläche ein Mittelwert bestimmt wird.

$$R_Z = \frac{40 \cdot V}{\pi \cdot d^2} \tag{3.16}$$

Die Rautiefe R_z ist als Höhe des gedachten zylindrischen Körpers mit dem Durchmesser *d* definiert (vgl. *Kaufmann 1971*). Das Verfahren ist sehr einfach und schnell durchzuführen. Besondere Prüfinstrumente oder Messtechnik sind nicht erforderlich. Eine Durchführung der Methode an vertikalen Oberflächen ist nicht möglich. Ebenfalls nachteilig ist die Abhängigkeit des Ergebnisses von der jeweiligen Prüfperson.

Massendifferenz

Wiegen stellt ein einfaches und zerstörungsfreies Verfahren zur Bestimmung der Verschleißmenge von Körpern dar. Es kann auf das Prüfverfahren der Darrmethode zurückgegriffen werden (vgl. *DIN 1048*). Hiermit kann der Wassergehalt einer Probe ermittelt werden. Vor Beginn der eigentlichen Untersuchung müssen die Probekörper bis zu ihrer jeweiligen Massenkonstanz getrocknet werden. Dazu werden die Probekörper in einem geeigneten Trocknungsofen bei 105°C gelagert, bis sie ihre Massekonstanz erreicht haben. Nach Ermittlung der Probekörpermasse können die eigentlichen Verschleißuntersuchungen durchgeführt werden. Nach Beendigung dieser werden die Proben, bis zur Erreichung der Massekonstanz, erneut im Trocknungsofen bei 105°C gelagert. Die Massendifferenz vor und nach der Untersuchung entspricht dem jeweiligen Probekörperverschleiß. Nachteilig an der Methode ist die Ungenauigkeit der Messung. Oftmals werden nur äußerst geringe Verschleißmengen erreicht, welche sich nicht genau mittels Waage erfassen lassen.

Optische 3D-Messsysteme

Zur Darstellung und Untersuchung von Materialoberflächen gibt es heute eine Vielzahl von Messmethoden. Verbreitet sind lichtmikroskopische Verfahren mit einer 1.000-fachen Vergrößerung und einem Auflösungsvermögen von bis zu 0,3 µm. Es stehen verschiedene Mikroskope wie das Stereo- oder das Rasterelektronenmikroskop zur Verfügung. Dabei wird die zu untersuchende Oberfläche in einem gewissen Raster mit Elektronen beschossen. Die freigesetzten Oberflächenelektronen können von einem Detektor erfasst und in ein Bild umgewandelt werden (vgl. *Czichos 2015*). Es können Strukturen bis zu 0,1 Nanometer erfasst werden, was einer um den Faktor 1.000 verbesserten Auflösung führt, als es bei Lichtmikroskopen der Fall ist. Nachteilig ist der recht hohe Aufwand bei den Untersuchungen (vgl. *Mikro 2019*). Weitere Messtechniken sind auf die Erfassung der Oberflächenrauheit spezialisiert. Die Geräte können die Oberflächen mittels Diamantnadel abtasten und ein entsprechendes Rauheitsprofil erstellen. Ebenso existieren Verfahren, bei denen sich durch die chemischen Eigenschaften sowie die atomare Zusammensetzung des Materials Rückschlüsse auf den Verschleiß ziehen lassen.

Dies geschieht über Elektronenstrahlmikroanalysen, welche stoffspezifische Röntgenstrahlung erkennt und über Spektrometer auswertet. Mittels Raster-Tunnel-Mikroskopie oder Surface-Force-Apparatus ist es sogar möglich, Untersuchungen im Mikro- und Nanobereich durchzuführen (vgl. *Czichos 2015*). Eine Alternative zu den bisher genannten Systemen stellen die präzisen optischen 3D Messsysteme dar. Das Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion der Technischen Universität Kaiserslautern verfügt über einen optischen Streifenprojektscanner (ATOS Compact Scan 5M) der Firma GOM, siehe Abb. 3.11. Dieses System digitalisiert Oberflächen mit Hilfe des Verfahrens der Streifenprojektion, welches auf dem Triangulationsverfahren beruht. Demnach lassen sich mit zwei bekannten Punkten in einem Messraum alle anderen beliebigen Punkte in ihrer jeweiligen Lage eindeutig beschreiben. Abb. 3.12 zeigt dieses Prinzip. Bei zwei bekannten Punkten (Punkt *A* und Punkt *B*) sowie gegebenem Abstand s lässt sich der unbekannte Punkt *C* über die angepeilten Winkel α und β eindeutig mit Hilfe von Winkelfunktionen bestimmen.



Abb. 3.11: ATOS Compact Scan 5M (Technische Universität Kaiserslautern)

Bei einer Streifenprojektion werden ein Projektor sowie zwei Kameras benötigt. Der Beamer projiziert ein Feld von parallelen Lichtstreifen mit unterschiedlichen Breiten in kurzen Zeitabständen auf das zu digitalisierende Objekt. Die Lichtstreifen werden aufgrund der Oberflächenstruktur des Messobjektes gekrümmt. Die beiden Kameras erzeugen von jedem Lichtmuster ein Bild. Jeder Bildpunkt besitzt eine individuelle Folge an Helligkeitswerten. Aus dieser Intensitätsverteilung können die Phasenwerte bestimmt werden.

Dabei handelt es sich um eine Funktion der gesuchten Koordinate des Messobjektes. Somit kann ein dreidimensionales Bild erzeugt werden (vgl. Qz 2019). Tribologische Untersuchungen können mit dem ATOS Scansystem anhand von Soll-Ist-Vergleichen durchgeführt werden. Vor Belastungsaufbringung erfolgt eine vollständige Digitalisierung des Prüfkörpers. Nach Versuchsdurchführung wird das Prüfobjekt erneut mittels Scanner aufgenommen. Anschließend können beide Aufnahmen mit Hilfe einer Software übereinander gelegt und mögliche Abweichungen festgestellt werden. Je nach Versuchsaufbau und Ablauf ist es somit möglich, Aussagen über das Verschleißverhalten des jeweiligen Prüfkörpers zu treffen. Mit dem 5M-System können Messvolumina von 300 x 230 x 230 mm³ bis 1.200 x 900 x 900 mm über die beiden 5.000 Megapixel-Kameras aufgenommen werden.



Abb. 3.12: Grundprinzip der Triangulation

Wie die Literaturrecherche in Abschnitt 3.5.2 zeigt, existieren in der Praxis unterschiedliche Messmethoden zur Bestimmung der Abriebmenge und des Verschleißes bei Beton. Nicht jede Methode kann für jede Verschleißmessung verwendet werden. Die jeweiligen Messverfahren sind immer in Hinblick auf das vorliegende tribologische System hin zu untersuchen. Für einen direkten Reibkontakt bei Betonverzahnungen eignet sich teilweise die Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme zur Ermittlung der Abriebmenge. Bei diesem Verfahren liegt allerdings ein 3-Körper-Kontakt zwischen Beton, Korund und Stahl vor. Dafür lässt sich eine schleifende Bewegung experimentell untersuchen. Mit Hilfe der Methode der Massendifferenz kann reativ einfach die Abriebmenge mittels Massenbestimmung der Betonproben vor und nach Versuch durchführt werden. Ebenso kann mit Hilfe optischer 3D-Messsysteme ein Soll-Ist-Vergleich durchgeführt werden, der es ermöglicht Verschleißtiefen bestimmen zu können. Allerdings ist kein Messverfahren oder ein Versuchsaufbau bekannt, mit dem sich Betonverzahnungen untersuchen lassen, die in einem direkten Reibkontakt stehen.

3.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel werden die tribologischen Grundbegriffe Reibung, Verschleiß, Abrieb und Schmierung erläutert.

In Abschnitt 3.5.1 wird eine Übersicht der verschleißbestimmenden Einflussfaktoren auf den Beton gegeben. Sowohl Widerstandsseite als auch Einwirkungsseite werden betrachtet. Insbesondere die Einflussparameter Größtkorn, Härte, Sandanteil, Silikastaub, Flugasche, Fasern (bei Stoßbelastung), Polymere, Reduzierung des w/z-Werts

und eine Erhöhung der Betondruckfestigkeit führen zu einer Erhöhung des Verschleißwiderstandes von Beton. Bei einem 3-Körper-Kontakt, wenn ein Abrasivstoff (z. B. Sandpartikel) auf das tribologische System einwirken, erhöhen eine scharfkantige Kornform, ein zunehmender Korndurchmesser, eine erhöhte Dichte und Härte sowie eine steigende Aufprallgeschwindigkeit den Verschleiß.

Weiter werden tribologische Messmethoden und -verfahren vorgestellt, mit denen sich Abriebmengen infolge von Betonverschleiß ermitteln lassen. Es existiert zwar eine Vielzahl von Prüfverfahren, diese sind aber immer auf ein spezielles tribologisches System abgestimmt. Für die Ermittlung von Abrieb bei Betonverzahnungen eignet sich die Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme. Dort werden ein Schleifkontakt sowie ein 3-Körper-Kontakt aus Beton, Abrassivstoff z. B. Sand und Stahl nachgebildet, ein Kontakt wie er auch für Parabolrinnenstandorten in Wüstenregionen vorkommt. Darüber hinaus existieren Werte zum Vergleich mit anderen Materialien. Mit Hilfe der Methode der Massendifferenz und des optischen 3D-Messverfahrens können Abriegmengen nahezu unabhängig von der Probekörpergeometrie (Trocknungsschrank muss entsprechende Abmessungen aufweisen) und des Materials bestimmt werden. Allerdings ist kein Messverfahren oder ein Versuchsaufbau bekannt, mit dem sich Betonverzahnungen untersuchen lassen, die in einem direkten Reibkontakt stehen. Für den speziellen Reibkontakt im Anwendungsfall der Parabolrinne muss somit ein dafür ausgelegtes tribologisches Prüfverfahren konzipiert werden.

4 Verzahnungen

4.1 Allgemeines

Im Abschnitt 2.3 wurde die Geometrie des Abrollhügels für den Bau des Großdemonstrators hergeleitet und die Notwendigkeit einer Verzahnung aufgeführt. Diese soll ein Rutschen des Oberbaus entlang des Abrollhügels während der Sonnennachverfolgung verhindern. Ziel dieses Kapitels ist es, eine Übersicht über bereits existierende Verzahnungsarten zu geben. Es wird erläutert, welche geometrischen und mechanischen Überlegungen hinter der Entwicklung von Verzahnungen stecken und auf welche Aspekte im Besonderen zu achten ist. Aufgeführt wird, wie Verzahnungen versagen und welche Schadensbilder sich daraus ergeben, um hieraus gegebenenfalls Aspekte für die Auslegung von Betonverzahnungen übertragen zu können. Des Weiteren werden Prüfverfahren aufgezeigt, die in der Praxis zum Testen von Verzahnungen zum Einsatz kommen. Aus diesen können Untersuchungsmethoden für Betonverzahnungen abgeleitet werden.

Im Maschinenbau wird unter einem Maschinenelement ein immer wieder verwendetes Bauteil verstanden, das in seiner Grundstruktur nicht mehr sinnvoll zerlegt werden kann. Dies kann beispielsweise ein Stift, eine Schraube oder ein Zahnrad sein. Letzteres dient zur formschlüssigen Kraftübertragung zwischen zwei Wellen, deren Achsen nicht entlang einer Linie verlaufen (vgl. *Wittel 2017*). Die Kraftweiterleitung wird durch die Geometrie sowie das Ineinandergreifen der Verbindungskörper bestimmt. Bei kraftschlüssigen Verbindungen sorgt eine Normalkraft für die Verschiebungsbehinderung der Körper. Durch Reibschluss wird ein Lösen der jeweiligen Komponenten verhindert (vgl. *Kloos 2007*). Durch die Verbindung von zwei oder mehreren Zahnradpaaren miteinander, entsteht ein Getriebe. Liegt eine konstante Übersetzung vor, kann eine Leistung oder ein Drehmoment übertragen werden. Andernfalls kann die Drehzahl und das Drehmoment eines Antriebes verändert werden. Die Übersetzung *i*ergibt sich aus dem Quotienten der Zahnanzahl *z* des abtreibenden und des antreibenden Rades oder dem Verhältnis der Winkelgeschwindigkeit (Drehzahl) ω , siehe Gleichung (4.1):

$$i = \frac{\omega_{Antrieb}}{\omega_{Abtrieb}} = \frac{z_{Abtrieb}}{z_{Antrieb}}$$
(4.1)

Gemäß *DIN 868* werden Getriebe gemäß ihrer gegenseitigen Achsenlage und Funktionsfläche in Wälz-, Schraubwälz- und Schraubgetriebe unterteilt, siehe Abb. 4.1.

Unter der Funktionsfläche wird eine gedachte Fläche um die Zahnradachsen verstanden, welche unverzahnt die selben Bewegungen wie die Zahnräder ausfüht. Bei Wälzgetrieben liegt in den Funktionsflächen reines Wälzen vor, siehe Abschnitt 4.2. Die Radachsen verlaufen parallel, was zu einem linienförmigen Kontakt führt. Unterschieden wird zwischen Stirnrad- und Kegelradgetrieben. Bei Stirnrädern liegt eine parallele Achsenlage zwischen antreibendem und abtreibendem Rad vor. Die Funktionsflächen sind Zylinder. Bei Kegelradgetrieben schneiden sich die beiden Achsen der Zahnräder meist im Winkel von 90°. Bei den Funktionsflächen handelt es sich um Kegel. Beide Getriebeformen sind in der Regel schräg- oder geradverzahnt. Stirnradgetriebe zeichnen sich durch eine einfache Bauweise und eine hohe Robustheit aus. Sie weisen einen äußerst hohen Wirkungsgrad von 99 % auf und können sehr präzise gefertigt werden. Nachteilig ist hingegen ihre relativ kleine Übersetzung, weswegen ein Getriebe oftmals aus mehreren Stufen besteht, was zu einer Gewichtszunahme führen kann (vgl. Sorko 2019). Kegelradgetriebe müssen äußerst präzise gefertigt, gelagert und eingebaut werden, um einen langlebigen Betrieb sicherzustellen. Schraubwälzgetriebe besitzen sich kreuzende Achsen. Die Funktionsflächen werden aus Hyperboloiden durch Zylinder und Kegel angenähert. Die Verzahnungen berühren sich in einem Punktkontakt. Bei den Funktionsflächen tritt neben Wälzen auch Gleiten auf, siehe Abschnitt 4.2. Unterschieden wird zwischen Stirnradschraub- und Kegelradschraubgetrieben (vgl. Wittel 2017). Stirnradschraubgetriebe eignen sich für hohe Umgangsgeschwindigkeiten bei geringer Kraftübertragung. Liegt ein großer Zahndruck vor, werden Kegelradschraubgetriebe verwendet (vgl. Widmer 1981). Schneckengetriebe als reine Schraubgetriebe besitzen keinen Wälzanteil, da die Zähne nicht mehr aufeinander abrollen. Durch den erhöhten Gleitreibungsanteil besitzen sie einen geringeren Wirkungsgrad als Radgetriebe mit parallelen Achsen. Aufgrund des Linienkontaktes zwischen Zahnflanke und Rad sind sie zur Übertragung von großen Kräften bei geringer Flächenpressung geeignet. Ebenfalls ist es möglich, große Übersetzungen zu erzielen (vgl. Preger 1940). Abb. 4.1 stellt die verschiedenen Getriebarten übersichtlich dar

Getriebeart		Funktionsfläche	Lage der Achsen	Kontaktart	
etriebe	Stirnrad- getriebe	*	Zylinder	$parallel \Sigma = 0 a > 0$	Linie
Wälzg	Kegelrad- getriebe	<u> </u>	Kegel	sich schneidend $\Sigma > 0$ (meist $\Sigma = 90^{\circ}$) a = 0	Linie
Schraubwälzgetriebe	Stirnrad- schraub- getriebe	a	Zylinder	sich kreuzend $\Sigma > 0$ a > 0	Punkt
	Kegelrad- schraub- getriebe		Kegel	sich kreuzend $\Sigma = 90^{\circ}$ a > 0	Punkt
Schraub- getriebe	Schnecken- getriebe	a A S	Zylinder und Globoid ¹⁾	sich kreuzend $\Sigma = 90^{\circ}$ a > 0	Linie

Abb. 4.1: Übersicht der unterschiedlichen Getriebebauarten (Wittel 2017)

4.2 Verzahnungsgesetz

Zwischen zwei Zahnradpaaren können verschiedene Bewegungsformen auftreten. Im Folgenden wird näher auf die Begrifflichkeiten Gleiten, Wälzen, Rollen und Bohren eingegangen, siehe Abb. 4.2. Gleiten tritt auf, wenn ein Körper eine Translationsbewegung parallel zu seiner Kontaktfläche ausübt. Die Normalkraft *F* verteilt sich auf die Kontaktfläche zwischen den beiden Körpern. Beim Rollvorgang findet eine Interaktion

zwischen Translation und Rotation statt. Der Rollkörper rotiert mit einer gewissen Winkelgeschwindigkeit ω oder Drehzahl *n* um seine eigene Drehachse. Dabei findet eine Translationsbewegung mit einer Geschwindigkeit *v* statt. Rollen ist ein theoretischer Idealfall, da von vollkommen starren Körpern ausgegangen wird, die sich nicht elastisch verformen können. In der Praxis würde dies eine unendlich kleine Kontaktfläche zwischen Rollkörper und Ebene ergeben, was zu einer unendlich großen Flächenpressung führen würde. In Wahrheit findet beim Rollen eine elastische Verformung des Rollkörpers und des Untergrundes statt. Dadurch entsteht eine Kontaktfläche zwischen Körper und Abrollebene, siehe Abb. 3.3. Dadurch finden kleine Gleitvorgänge innerhalb der Berührfläche statt, welche auch als Mikrogleiten bezeichnet werden. Beim Wälzen entsteht neben der Rollreibung auch Gleitreibung. Es kann sowohl ein Punktkontakt (Kugel) als auch ein Linienkontakt (Zylinder) vorliegen. Bohren ist die verschleißintensivste Bewegungsform. Ein um seine eigene Achse rotierender Körper dringt in die Oberfläche des Gegenkörpers ein. Punkte, die außerhalb der Drehachse liegen, führen Gleitbewegungen aus (vgl. *Haberkern 2018*).



Abb. 4.2: Bewegungsformen (Haberkern 2018)

Zwei Zahnräder laufen gleichmäßig und funktionieren optimal, wenn ihre Zähne perfekt ineinandergreifen. Dies kann mittels Verzahnungsgesetz realisiert werden (vgl. *Künne 2008*). Es wird versucht, eine reine Rollbewegung zwischen den Kontaktflächen der Zähne zu erzielen, um die Gleitreibung, einhergehend mit erhöhtem Verschleiß, möglichst gering zu halten (vgl. *Sommer 2014*). Ein Zahnradpaar besitzt ein treibendes sowie ein getriebenes Rad, welches durch das Treibende in Rotation versetzt wird, siehe Abb. 4.3.



Abb. 4.3: Eingriffsstellung bei einem Außenradpaar (Wittel 2017)

11

Wird ein einzelner Zahn des Zahnrades während des Rotationsvorganges betrachtet, wird deutlich, dass sich zuerst der untere Teil des Zahns (Fuß) des treibenden Rades sowie der obere Teil des Zahns (Kopf) des getriebenen Rades im Punkt B oder A berühren, siehe Abb. 4.3 a). Bei anhaltender Rotation des treibenden Rades wandert der Punkt B entlang der Geraden n bis zum Punkt C, welcher als Wälzpunkt bezeichnet wird, siehe Abb. 4.3 b). Die Gerade *n* wird auch als Eingriffslinie bezeichnet. Es wird deutlich, dass sich Punkt B in Abhängigkeit des Mittelpunktes M_1 mit der Gechwindigkeit $v_1 = \omega_1 \cdot R_1$ oder in Abhängigkeit von Mittelpunkt M₂ mit der Geschwindigkeit $v_2 = \omega_2 \cdot R_2$ bewegt. Unter Annahme einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_1 kommt es zu einer Zunahme des Radius R_1 , da sich der Punkt B vom Mittelpunkt M_1 entfernt, was zu einer Erhöhung der Geschwindigkeit v1 führt. Genau Gegenteiliges passiert mit der Geschwindigkeit v2, welche aufgrund des kleineren Abstandes R2 abnimmt. Für eine gleichmäßige und optimale Nutzung der Zahnräder ist eine stets konstante Übersetzung *i* Voraussetzung, siehe Gleichung (4.1). Diese Bedingung kann nur erfüllt werden, wenn die Geschwindigkeit v_1 im gleichen Maße zunimmt, wie die Geschwindigkeit v_2 abnimmt. Demnach gilt Gleichung (4.2).

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\frac{\nu_1}{R_1}}{\frac{\nu_2}{R_2}} = \frac{\nu_1}{R_1} \cdot \frac{R_2}{\nu_2}$$
(4.2)

Befindet sich der Berührpunkt *B* im Wälzpunkt *C* entspricht $R_1 = R_2$ und die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 sind identisch (vgl. *Wittel 2017*). In diesem Punkt findet reines Wälzen statt, die Zahnflanken gleiten nicht mehr aufeinander, weswegen er den Punkt mit der geringsten Reibung in einem Zahnrad darstellt. Bei einer Außenradverzahnung herrscht vor dem Wälzpunkt *C* progressive Reibung und nach dem Wälzpunkt *C* degressive Reibung. Progressive Reibung raut die Zahnflanken auf und verstärkt den Verschleiß, wohingegen degressive Reibung diese eher glättet und den Verschleiß verringert (vgl. *Roth 2001*). Ein beliebiger Berührpunkt *B* und dessen Normalgeschwindigkeit in Abhängigkeit des treibenden sowie des getriebenen Rades entlang der Geraden *n* müssen gleichgroß sein, so dass sich diese dauerhaft berühren. Andernfalls würde es zu einem Eindrücken ($v_1 > v_2$) und Abheben ($v_1 < v_2$) der beiden Zahnflanken kommen (vgl. *Reichle 2019*). Aufbauen auf den bisherigen Erkentnissen kann das Verzahnungsgesetz, wie folgt definiert werden:

"Die Verzahnung ist zur Übertragung einer Drehbewegung mit konstanter Übersetzung dann brauchbar, wenn die gemeinsame Normale n in jedem Eingriffspunkt (Berührpunkt) B zweier Zahnflanken durch den Wälzpunkt C geht" (Wittel 2017).

Sowie:

"Zwei Flankenprofile (Flanke 1 und Gegenflanke 2) können nur dann zusammenarbeiten, wenn sie die gleichen Eingriffslinien haben, deren Verlauf durch das Verzahnungsgesetz festgelegt ist" (Wittel 2017).

Auf Grundlage dieses Gesetzes ist es möglich, das entsprechende Flankenprofil und somit die passende Verzahnung für das entsprechende Zahnrad unter Berücksichtigung der Randbedingungen Belastung, Umgebungsbedingungen, Drehzahl usw. zu finden.

4.3 Verzahnungsarten

Theoretisch kann für die Verzahnung eines Zahnrades jede Flankengeometrie gewählt werden. Es muss jedoch das Verzahnungsgesetz (siehe Abschnitt 4.2) Anwendung finden. Demnach muss sowohl die Zahnflanke des treibenden, als auch die Zahnflanke des getriebenen Rades die selbe Eingriffslinie besitzen. Aus einer gegeben Flankengeometrie lässt sich unter Einhaltung des Verzahnungsgesetztes die entsprechende Gegenflanke konstruieren. Abb. 4.4 zeigt die Definition einer Flanke. Es kann zwischen Rechts- und Linksflanken unterschieden werden, welche abhängig von der Drehrichtung des Rades sind. Diejenigen Seiten des treibenden und des getriebenen Rades, welche sich berühren, sind Arbeitsfugen. Das Flankenspiel, welches Wärmedehnungen ausgleichen kann, zur Schmiermitteleintragung dient und Herstellungsungenauigkeiten ausgleicht, befindet sich zwischen den Rückflanken (vgl. *Wittel 2017*).



Abb. 4.4: Zahn mit Flankenprofil a), Arbeits- und Rückflanken b) (Wietek 2017, Wittel 2017)

In der praktischen Anwendung haben sich solche Profile durchgesetzt, welche einfach und präzise herzustellen sind. Dies sind vor allem Kurven, die entstehen, wenn Kreise auf einer Gerade abrollen, wie beispielsweise Zykloiden oder Evolventen (vgl. *Wittel 2017*), siehe Abschnitt 4.3.1 und 4.3.2.

In Abb. 4.5 sind die für ein außenverzahntes Stirnrad mit Geradverzahnung wesentlichen Zahnradgrößen dargestellt.



Abb. 4.5: Zahnradgrößen für ein außenverzahntes Stirnrad mit Geradverzahnung

Ein wichtiges Maß ist der Modul m, welcher sich aus dem Quotienten der Zahnteilung p und der Kreiszahl π ermitteln lässt. Nur Zahnräder mit gleicher Modulzahl m können

kombiniert werden, weswegen diese in *DIN 780* genormt sind. Anhand des Produktes des Moduls *m* sowie der Kreiszahl π lässt sich die Teilung p_z rechnerisch ermitteln. Durch Wahl der entsprechenden Zahnanzahl *z* kann gemäß Gleichung (4.3) der Teilkreisdurchmesser *d* bestimmt werden. Dieser Durchmesser hat seinen Ursprung im jeweiligen Zahnradmittelpunkt und verläuft durch den Wälzpunkt des Zahnradpaares.

$$d = m \cdot z = \frac{z \cdot p_z}{\pi} \tag{4.3}$$

Infolge Gleichung (4.3) kann der Außendurchmesser oder auch Kopfkreisdurchmesser d_a des Zahnrades mit Hilfe des Moduls m und des Teilkreisdurchmessers d ermittelt werden, siehe Gleichung (4.4):

$$d_a = d + 2 \cdot m \tag{4.4}$$

Der Fußkreisdurchmesser de lässt sich gemäß Gleichung (4.5) errechnen:

$$d_f = d - 2 \cdot (m + c) \tag{4.5}$$

Hierin bezeichnet *c* das Kopfspiel des Zahnradpaares, das für ein störungsfreies Ineinandergreifen der beiden Zahnräder sorgt. Dies kann in Abhängigkeit des Moduls *m* angegeben werden und beträgt bei Stirnrädern üblicherweise $0,1 \cdot m$ bis $0,3 \cdot m$, häufig auch $0,167 \cdot m$ (vgl. *Ketterer 2019*). Die Zahnhöhe h_z lässt sich aus dem doppelten Modul *m* plus Kopfspiel *c* berechnen. Ausgehend vom Teilkreisdurchmesser *d* lassen sich noch die Zahnfußhöhe h_t – siehe Gleichung (4.6) – sowie die Zahnkopfhöhe h_a , welche dem Modul *m* entspricht, konstruieren:

$$h_f = m + c \tag{4.6}$$

Die Zahndicke s_0 entlang des Teilkreises *d* ergibt sich aus der Hälfte des Produktes vom Modul *m* und der Kreiszahl π . Der Achsabstand *a* der beiden Zahnräder eines Zahnradpaares entspricht dem Mittelwert der beiden Teilkreisdurchmesser $d_{1,2}$.

4.3.1 Zykloidenverzahnung

Betrachtet wird ein Kreis mit dem Durchmesser *d*, welcher sich mit der Geschwindigkeit v = 0 auf einer Geraden bewegt. Der Kontaktpunkt zwischen Gerade und Kreis sei als Punkt *P* bezeichnet. Rollt der Kreis mit einer Geschwindigkeit v = konst. entlang der Geraden ab, vollführt der Kontaktpunkt *P* eine gewisse Kurve *k*, welche als gewöhnliche Zykloide oder Orthozykloide bezeichnet wird.

Bei einer verkürzten Zykloide befindet sich der Punkt *P* innerhalb des Kreisradius. Befindet sich der Punkt *P* außerhalb des Kreisradius, wird dies als verlängerten Zykloide bezeichnet (vgl. *Erbelding 1970*). Die unterschiedlichen Zykloidenformen sind in Abb. 4.6 dargestellt.




Rollt ein Kreis entlang eines anderen Kreises ab, entsteht eine Epizykloide. Das Abrollen eines Kreises innerhalb eines zweiten Kreises, wird als Hypozykloide definiert. Die Konstruktion einer Zykloidenverzahnung ist in Abb. 4.7 dargestellt.



Abb. 4.7: Konstruktion einer Zykloidenverzahnung (Wittel 2017)

Für die Konstruktion der Verzahnung müssen zuerst die Teilkreisdurchmesser $d_{1,2}$ des treibenden Zahnrades 1 und des getriebenen Zahnrades 2 bestimmt werden, siehe Gleichung (4.3). Diese werden im Folgenden Wälzkreise genannt und müssen nicht identisch sein. Anschließend ist für jedes der beiden Zahnräder ein entsprechender Rollkreis zu wählen, der einen kleineren Durchmesser aufweist, als der des Wälzkreises. In der Regel sind Werte von $0,3 \cdot d_{1,2}$ zu wählen. Konsequenterweise können auch diese beiden Rollkreise voneinander abweichen, müssen sich aber in einem Punkt berühren, welcher als Wälzpunkt definiert ist. Gemäß des Verzahnungsgesetzes, siehe Abschnitt 4.2, müssen sowohl die Kopfflanke des treibenden Rades als auch die Fußflanke des getriebenen Rades eine gemeinsame Normale durch den Wälzpunkt aufweisen. Die jeweiligen Zahnflanken müssen durch identische Kreise erzeugt wer-

den. Die entstehende Epizykloide k_1 , welche beim Abrollen des Rollkreises des getriebenen Rades entlang des Wälzkreises des treibenden Rades entsteht sowie die Hypozykloide f2, welche sich durch das Abrollen des Rollkreises des getriebenen Rades entlang des eigenen Wälzkreises ergibt, bilden die Fuß- und Kopfflanke des Zahnrades bis zum Wälzpunkt. Der restliche Verlauf der Epi- und Hypozykloide kann durch das Abrollen des Rollkreises des treibenden Rades entlang des eigenen Wälzkreises und entlang des Wälzkreises des getriebenen Rades erzeugt werden. Beim Abrollvorgang des späteren Zahnradpaares entsteht, neben einer Wälzbewegung, immer noch eine Gleitbewegung, welche den Verschleiß erhöht (vgl. Wittel 2017). Der Vorteil von Zykloidenverzahnungen liegt in der geringen Flächenpressung an den Zahnflanken, da sich immer eine konvexe und konkave Fläche gegenüberstehen. Somit ergibt sich eine hohe Tragfähigkeit. Des Weiteren kann auf eine geringe Zähneanzahl zurückgegriffen werden, was große Übersetzungen ermöglicht. Nachteilig hingegen sind Achsabstandsänderungen, da es im Wälzpunkt zu einer Krümmungsänderung kommt und kleinste Abstandsänderungen zu einem unsauberen ineinandergreifen der Zähne führen. Generell ist die Herstellung dieser Verzahnungsart kostenintensiv, was ihre Verwendung auf Spezialgebiete reduziert, wie beispielsweise Uhren oder Fluidfördermaschinen (vgl. Klocke 2017).

4.3.2 Evolventenverzahnung

Wird eine Schnur um einen Kreis so abgewickelt, dass die Schnur immer gespannt ist, entsteht durch den wandernden Schnurendpunkt eine Evolvente, siehe Abb. 4.8. Da die Evolute durch einen Kreis gebildet wird, handelt es sich um eine Kreisevolvente. Der in Abb. 4.8 gegebene Grundkreis ist beispielhaft in acht Segmente unterteilt, an die jeweils eine Tangente $t_{1,2,3,4}$ anliegt. Ausgehend von Punkt *A* (12 Uhr-Stellung) wird die jeweilige Bogenlänge bis zum nächsten Segmentbeginn bestimmt. Diese Länge wird entlang der jeweiligen Tangente t abgetragen. Dieses Vorgehen wird für jedes Kreissegment wiederholt, so dass abschließend die jeweils an der Tangente markierten Punkte miteinander verbunden werden, um die Kreisevolvente zu bestimmen.



Abb. 4.8: Konstruktion einer Evolvente

Der in Abb. 4.9 dargestellte Kreis wird im Folgenden als Grundkreis bezeichnet. Ausgehend von diesem entsteht die jeweilige Evolvente, welche eine Zahnflanke darstellt. Für einen vollständigen Zahn ist noch eine Gegenflanke notwendig, welche mit Hilfe der gespiegelten Evolvente entsteht. Zu jedem Grundkreis gehört eine bestimmte Evolvente. Sie ist unabhängig vom Grundkreis des Gegenrades (vgl. *Ettemeyer 2007*). Damit zwei Zahnräder ineinander greifen können, muss der Zahnfuß ausgerundet werden, es bildet sich ein Fußkreis aus, der den Zahnfuß begrenzt. Die Evolvente existiert somit innerhalb des Grundkreisdurchmessers nicht. Entsprechend der Zahnhöhe kann ein Kopfkreis definiert werden, siehe Abb. 4.9. Zu Beachten ist, dass alle Evolventen eines Zahnrades äquidistant zueinander sind und zwei nebeneinanderliegende Evolventen immer den selben senkrechten Abstand zueinander haben (vgl. *Höfler 2019*).



Abb. 4.9: Evolventenverzahnung mit Grund-, Kopf- und Fußkreis (Höfler 2019)

Auch für Evolventenverzahnungen muss das Verzahnungsgesetz gelten, siehe Abschnitt 4.2. Es muss eine Gerade als Eingriffslinie existieren, auf der sich der Berührpunkt des treibenden und des getriebenen Zahnrades – entlang einer gewissen Strecke – bewegt. In Abb. 4.10 ist die Eingriffslinie einer Evolventenverzahnung als *n* gekennzeichnet. Die Eingriffsstrecke g_{α} verläuft von Punkt *A* bis *E*. Die Eingriffslinie bildet eine Tangente zum jeweiligen Grundkreis des getriebenen und des treibenden Rades. Am Schnittpunkt zwischen der Geraden *n* und der vertikalen Verbinungslinie zwischen den beiden Zahnradachsen befindet sich der Wälzpunkt *C*. Hiervon ausgehend ergeben sich die jeweiligen Wälzkreise W_1 und W_2 .



Abb. 4.10: Evolventenverzahnung (Wittel 2017)

Für eine konstante Kraftübertragung sollten sich immer ein oder mehrere Zahnpaare auf der Eingriffsstrecke im Eingriff befinden (Profilüberdeckung $\varepsilon_p > 1$). Diese ergibt sich aus dem Quotienten von Eingriffsstrecke g_{α} und Eingriffsteilung p, siehe Abb. 4.5. Bei mehreren Zahnradpaaren im Eingriff verteilen sich die Kräfte entsprechend und reduzieren die Druckkräfte an den Zahnflanken. Bei einer Geradverzahnung wird eine Profilüberdeckung von $\varepsilon_p = 1,25$ empfohlen, was auch zu einer verbesserten Laufruhe führt (vgl. *Schäfer 1970*). Der Winkel α , welcher in Abb. 4.10 dargestellt ist, wird als Eingriffswinkel bezeichnet. Er wird durch die Eingriffslinie n sowie der senkrecht zur Achsenverbindungslinie stehenden Linie M definiert. Dieser ist für eine spielfreie Paarung auf $\alpha = 20^{\circ}$ festgelegt (vgl. *Höfler 2019*). Er kann durch eine gezielte Profilverschiebung verändert werden. Bei einer zu geringen Zahnanzahl $z \le 14$ kann es beim Wälzfräsen herstellungsbedingt zu einem Unterschnitt kommen. Ein Teil der Evolvente wird am Zahnfuß untergraben, was zu einer Schwächung des Zahnes führen kann (vgl. *Wittel 2017*). Abb. 4.11 zeigt, wie das Werkzeug eine Strecke \overline{FH} der Evolvente oberhalb des Grundkreises abschneiden würde.



Abb. 4.11: Unterschnitt bei einer Evolventenverzahnung (Wittel 2017)

Abb. 4.12 zeigt die Auswirkungen einer positiven b) sowie einer negativen c) Profilverschiebung.



Abb. 4.12: Zahnform in Abhängigkeit von der Profilverschiebung (Wittel 2017)

Wenn die Tragfähigkeit von Zahnrädern verbessert werden muss, kann es zu einer Überschreitung der kritische Zahnanzahl kommen. Zur Vermeidung des Unterschnitts kann bei der Herstellung das Fräswerkzeug in Richtung Kopfkreis verschoben werden. Dies wird als positive Profilverschiebung bezeichnet. Bei Innenverzahnungen findet eine negative Profilverschiebung statt.

Ein Nullrad weist keine Profilverschiebung auf, siehe Abb. 4.12 a). Bei der Profilverschiebung in Abb. 4.12 b) ist eine Zunahme der Zahnbreite s_0 ersichtlich. Ebenso ist eine schwächere Krümmung der Evolvente festzustellen, welche zu einer flacheren Spitze führt und die Flächenpressungen reduziert. Bei Abb. 4.12 c) ist eine abnehmende Zahnbreite s_0 erkennbar. Eine erhöhte Gefahr des Unterschnitts sowie eine verminderte Zahntragfähigkeit sind die Folgen. Sowohl bei einer positiven als auch einer negativen Profilverschiebung vergrößern oder verringern sich die Kopfkreisund Fußkreisdurchmesser. Der Wälz- und der Grundkreis verbleiben unveränderlich. Auch die Form der Evolvente wird nicht verändert. Lediglich unterschiedliche Bogenlängen dieser Evolvente werden zur Kraftübertragung genutzt. Zu beachten ist das durch die Profilverschiebung zwischen treibendem und getriebenem Rad. Für eine Zahnradpaarung ohne Spiel muss deshalb eine Achsabstandsverkürzung vorgenommen werden (vgl. *Höfler 2019*).

Die Evolventenverzahnung ist die am weitesten verbreitete Verzahnungsart (vgl. *Klocke 2017*). Sie ist relativ einfach und kostengünstig herstellbar. Durch die Möglichkeit, auch zwei Zahnradpaare gleichzeitig zum Eingriff zu bringen, können Flächenpressungen reduziert werden. Die Verzahnungsart ist relativ unempfindlich gegenüber Achsabstandsänderungen, was zu größeren Toleranzen bei der Montage führt. Durch eine Profilverschiebung können die Zahnräder relativ unproblematisch an unterschiedlichste Anforderungen angepasst werden.

4.3.3 Wildhaber-Novikov-Verzahnung

Wildhaber und Novikov haben Mitte des 20. Jahrhunderts Verzahnungen entwickelt, deren Zahnflanken Kreisbogenformen aufweisen. Der große Unterschied beider Varianten besteht in der Kontaktmechanik zwischen zwei Zahnrädern. Während sich Wildhaber in den USA mit Kreisbogenformen im Normalschnitt beschäftigt hat, entwickelte Novikov in der UdSSR Kreisbogenformen im Stirnschnitt. Der Normalschnitt ist eine Schnittebene senkrecht zur Zahnflanke. Der Stirnschnitt verläuft senkrecht zur Zahnradachse. Somit entsteht bei der Wildhaberverzahnung ein Linienkontakt, wohingegen die entwickelte Verzahnung von Novikov einen Punktkontakt zwischen zwei Zahnflanken aufweist (vgl. Litvin 2004). Wildhaber hat seine Entwicklung im Jahre 1926 patentieren lassen. Novikov hat diese 1956 aufgegriffen und verbessert (vgl. Dyson 1989). Damit stets ein Zahnpaar im Eingriff ist, wird die Verzahnung als Schrägverzahnung ausgeführt, so dass eine Sprungüberdeckung $\varepsilon_s > 1$ erfolgt. Dadurch wird eine gleichmäßige Kraftübertragung gewährleistet. Die Sprungüberdeckung ɛs ist definiert als das Verhältnis aus Zahnbreite s_0 und Axialteilung p_x . Aufgrund der Schrägverzahnung existiert nicht nur eine Teilung pz entlang des Teilkreises, sondern auch in Axialrichtung. Abb. 4.13 zeigt das Grundprofil der Wildhaber-Novikov-Verzahnung. Es wird deutlich, wie bei fortschreitender Rotation immer eine konvex gekrümmte Fläche des treibenden Rades in eine konkav gekrümmte Fläche des getriebenen Rades greift.

Dies führt zu einer erhöhten Zahnfuß- und Flankentragfähigkeit im Vergleich mit einer Evolventenverzahnung (vgl. *Felten 2008; Dietz 2005*). Im unbelasteten Zustand liegt ein Punktkontakt vor, welcher sich im belasteten Zustand in einen Flächenkontakt umwandelt. Dadurch entstehen günstige Flächenpressungen und ein gutes Schmierverhalten, da eine gleichmäßige Schmierung der Zahnflanken stattfindet. Bei Belastung entsteht zusätzlich ein gleichmäßiger und konstanter Verschleiß (vgl. *Schlecht 2011*).



Abb. 4.13: Profil der Wildhaber-Novikov-Verzahnung (ETH 2019)

Der Zahnradquerschnitt aus Abb. 4.13 zeigt, wie die Wildhaber-Novikov-Verzahnung konstruiert werden kann. Sowohl das Zahnrad mit Radius r1 als auch das Zahnrad mit Radius r₂ haben ihren Achsenmittelpunkt im jeweiligen Wälzkreis. Beide Wälzkreise berühren sich im Wälzpunkt C. Die Zähne von Zahnrad 1 besitzen eine andere geometrische Form als die Zähne von Zahnrad 2. Der kleinere Radius r_{p1} beschreibt die Zahnform entlang der Zahnflanken. Die Lücke zwischen den beiden Flanken wird durch eine gerade Strecke geschlossen. Somit besteht kein direkter Kontakt zwischen dieser Geraden und dem "Zahntal" von Zahnrad, welches durch den größeren Radius r_{p2} beschrieben wird. Die unterschiedlichen Radien r_{p1} und r_{p2} sorgen für eine störungsfreie Bewegung des Zahnradpaares. Der in Abb. 4.13 gezeigte Profilreferenzpunkt B befindet sich immer auf der gleichen Höhe eines Zahns. Er ist der Berührpunkt zwischen konvexer und konkaver Flanke eines unbelasteten Zahnradpaares. Die kreisförmigen Flanken müssen so konstruiert werden, dass sie sich zu jedem Rotationszeitpunkt auf der unveränderlichen Referenzpunkthöhe berühren, um eine konstante, störungsfreie Kraftübertragung und Bewegung zu gewährleisten. Jedes Zahnradpaar muss individuell konstruiert werden. Ein freies Design, wie bei einer Evolventenverzahnung mit Profilverschiebung, ist nicht möglich. Der bereits erläuterte Vorteil der Wildhaber-Novikov-Verzahnung liegt in der großen Kontaktfläche der beiden Zahnflanke und der damit einhergehenden günstigen Flächenpressungen, was zu einer 30 bis 50 %-igen Tragfähigkeitssteigerung, im Vergleich zu Evolventenverzahnungen, führen kann – ohne erhöhten Verschleiß (vgl. Stadtfeld 2015). Nachteilig hingegen ist die komplizierte und kostenintensive Herstellung der Verzahnungen. Außerdem sind zwei Werkzeuge für die unterschiedliche Geometrie des jeweiligen Zahnrades notwendig. Darüber hinaus sind die Zahnräder sehr empfindlich gegenüber Achsabstandsänderungen (vgl. Dyson 1989). Heutzutage findet diese Art der Verzahnung kaum noch Anwendung. Früher wurden sie in Rotormotoren von Helikoptern eingesetzt. Im Vergleich zu einer Evolvente konnte eine akzeptable Masseneinsparung erreicht werden

(vgl. Dyson 1989). Die Zähne können in etwa halb so hoch ausgeführt werden wie bei einer Evolvente (vgl. Dietz 2005).

Im Vergleich zu den in Abschnitt 4.3.1 und 4.3.2 aufgeführten Verzahnungsarten kommt es bei der Wildhaber-Novikov-Verzahnung während des Belastungszustandes zu einem flächigen Kontakt zwischen dem treibendem und getriebenem Zahnrad und nicht zu einer punktuellen Belastung. Im unbelasteten Zustand liegt ebenfalls ein Punktkontakt vor. Während des Zahneingriffs ist die Gleitgeschwindigkeit für jeden Berührungspunkt gleich groß, was für einen gleichmäßigen Verschleiß sorgt. Bedingt des Flächenkontakts lassen sich höhere Flankenpressungen realisieren und Spannungsspitzen vermeiden. Nachteilig hingegen ist die hohe Empfindlichkeit der Verzahnung gegenüber Achsabstandsveränderungen. Außerdem werden zwei unterschiedliche Werkzeuge zur Herstellung der Verzahnungsart benötigt.

4.4 Gleitwea

Zur Beurteilung des Verschleißes zweier Zähne ist es wichtig den Gleitweg sowie die Gleitgeschwindigkeit zweier Zahnflanken zu kennen. Im Berührpunkt Pv (siehe Abb. 4.14) einer Zahnflankenpaarung betragen die resultierenden Geschwindigkeiten v_{y1} und v_{y2} der Flanke 1 und 2 in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 und ω_2 sowie der Abstände zu den Radmittelpunkten r_{y1} und r_{y2} :

$$v_{y1,2} = \omega_{1,2} \cdot r_{y1,2}$$

ra2 rv2 rw2 ra1 0

Abb. 4.14: Geschwindigkeitskomponenten der Zähne im Berührpunkt (Sauer 2018)

Die Geschwindigkeiten $v_{y1,2}$ lassen sich in zwei senkrecht zueinander stehende Komponenten zerlegen.



In Normalrichtung n lautet die Komponente:

$$v_n = v_{y1} \cdot \cos \alpha_{y1} = v_{y2} \cdot \cos \alpha_{y2}$$
(4.8)

In Tangentialrichtung lassen sich die Geschwindigkeitskomponenten wie folgt bestimmen:

$$v_{Ty1} = v_n \cdot \tan \alpha_{y1} und v_{Ty2} \cdot \tan \alpha_{y2} \tag{4.9}$$

Die Differenz beider Tangentialgeschwindigkeiten $v_{Ty1,2}$ wird als Gleitgeschwindigkeit v_{gy} bezeichnet:

$$v_{gy} = v_{Ty1} - v_{Ty2} \tag{4.10}$$

Stehen zwei Zahnflanken in Eingriff entsteht eine Hertz'sche Abplattungsfläche mit der Berührbreite $2 \cdot b_{H}$, siehe Abb. 4.15.



Abb. 4.15: Hertz'sche Berührbreite 2. b_H (Sauer 2018)

Die Zeit Δt , die ein Punkt der Zahnflanke zum Durchlaufen der Strecke 2- b_{H} benötigt, wird wie folgt bestimmt:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot b_H}{v_{Ty1,2}}$$
(4.11)

Während dieser Zeit gleitet über diesen Punkt der Flanke 1 die Strecke Sg:

$$S_{g1} = \frac{2 \cdot b_H}{v_{Ty1}} \cdot (v_{Ty1} - v_{Ty2})$$
(4.12)

Oder für Flanke 2:

$$S_{g2} = \frac{2 \cdot b_H}{v_{Ty2}} \cdot (v_{Ty2} - v_{Ty1})$$
(4.13)

Diese Strecke $S_{g,i}$ wird als Gleitweg bezeichnet, mit dem sich der Verschleiß beispielsweise mittels Gesetz nach Archard (siehe Gleichung (3.9)) bestimmen lässt.

4.5 Unrunde Zahnräder

In Abschnitt 4.2 ist eine stets konstante Übersetzung *i* als Voraussetzung für einen gleichmäßigen Zahnradlauf angegeben worden. Demnach wäre anzunehmen, dass jedem Zahnradpaar eine eindeutige konstante Übersetzung zuzuordnen wäre. Es ist aber möglich, eine periodisch veränderliche Übersetzung einzuführen, wenn sich der Wälzpunkt *C* ebenfalls periodisch ändert. Dies ist beispielsweise durch eine Abweichung von der üblichen Kreisgeometrie hin zu einer nicht kreisförmigen Geometrie möglich. Weichen Zahnräder von der Kreisgeometrie ab, werden diese als unrunde Zahnräder oder Unrundräder bezeichnet (vgl. *Zimmer 1968*).

Im Falle der in Abschnitt 2.3.1 gezeigten Abrollhügelgeometrie für den Großdemonstrator liegt ebenfalls eine unrunde Verzahnung vor. Die Geometrie des Oberbaus entspricht zwar einer Kreisgeometrie, die Abrollhügelgeometrie allerdings nicht. Diese basiert auf einer numerischen Lösung. Die sich daraus ergebende Geometrie ähnelt einer Zykloide. Im folgenden wird gezeigt, wie eine Verzahnung bei nicht kreisrunder Geometrie ausgelegt werden kann.

Bereits im Jahr 1935 wurden Unrundräder als Spezialanwendung bei Durchflussmessern verwendet (vgl. Hasse 2000). Erste Entwicklungen stammen bereits von Leonardo da Vinci. Der eigentliche Aufstieg und die vermehrte Verwendung solcher Zahnräder begann erst mit der Einführung numerisch gesteuerter Verzahnungsmaschinen, mit der die komplexen Geometrien optimiert werden können. Heutzutage werden sie in vielen Bereichen, wie Motoren, Pumpen und Maschinen eingesetzt. Für gewisse Anwendungsgebiete sind ungleichmäßige Bewegungen von Vorteil. Bei der Hestellung von Stanzteilen muss beispielsweise die Stößelgeschwindigkeit während des Schnittes verkleinert werden, um den Verschleiß der Schneidelemente zu minimieren. Beim Tiefziehen ist ein langsamer Zug, aber ein schneller Hub erforderlich (vgl. Doege 2019). Unrunde Verzahnungen sind hierbei, im Vergleich zu einer kostenintensiven Steuerung, im Vorteil. Nachteilig hingegen ist die aufwendige und anspruchsvolle Produktion der Räder mittels Erodieren (Materialabtrag erfolgt durch elektrische Entladung) oder Wälzstoßen. Bei diesem Verfahren erfolgt der Materialabtrag durch ein Stoßwerkzeug, welches in das zu produzierende Zahnrad gestoßen wird (vgl. Emag 2019).

4.5.1 Konstruktion von unrunden Zahnrädern

In der Industrie hat sich die Evolventenverzahnung als Standardverzahnungsart für unrunde Zahnräder etabliert. Die Gesetze und Methoden, welche für runde Zahnräder gelten, können auch auf unrunde Verzahnungen angewandt werden (vgl. *Zarebski 2008*).



Abb. 4.16: Evolventenverzahnung eines unrunden Zahnradpaars (Zarebski 2008)

Abb. 4.16 zeigt zwei Räder mit den Rollkurven L_1 und L_2 , welche den Wälzkurven von regulären Verzahnungen entsprechen. Die Linie / entspricht der Eingriffslinie bei einer gängigen Evolventenverzahnung. Ebenso ist ein Wälzpunkt *C* auf der Eingriffslinie / zu erkennen, an dem sich das obere und untere Rad berühren. Im Falle von unrunden Verzahnungen kann es aber sein, dass jede Zahnflanke eine eigene individuelle Form benötigt. Bei der Herstellung sind diese exakt zu definieren, da sich diese meist nicht durch Kurven (z. B. Evolventen oder Zykloiden) beschreiben lassen.

Ausgangsfunktion zur Konstruktion von Rollkurven ist die Gleichung für die Übersetzung *i* bei regulären Zahnrädern, siehe Gleichung (4.2). Gemäß *Zarebski 2008* kann dieses Gesetz auch für unrunde Verzahnungen anwendet werden, ergänzt um die Rotationswinkel φ_1 und φ_2 (siehe Abb. 4.17). In Abhängigkeit der Zeit *t* ergibt sich folgende Gleichung (vgl. *Laczik 2008*):

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\frac{d\psi_2}{dt}}{\frac{d\varphi_1}{dt}}$$
(4.14)

Damit der Achsabstand zwischen den beiden Fixpunkten $O_{1,2}$ der beiden Zahnräder immer konstant bleibt, muss in Abhängigkeit der zeitlich veränderlichen Radien R_1 und R_2 , folgendes gelten:

$$R_1 + R_2 = \overline{O_1 P_0} + \overline{P_0 O_2} = konstant$$
(4.15)

Ausgehend von einer Rotationsbewegung der beiden Zahnräder ohne Gleiten, gilt unter Hinzunahme von Gleichung (4.15) für die Radien R_1 und R_2 :

$$R_1 = \frac{a \cdot i}{1+i} \tag{4.16}$$

und

$$R_2 = \frac{a}{1+i} \tag{4.17}$$

mit $a = \overline{O_1 P_0} + \overline{P_0 O_2}$

J ...

Somit können mit gegebenem Achsabstand *a* sowie einer definierten Übersetzung *i* die Radien $R_{1,2}$ der beiden unrunden Zahnräder bestimmt werden.



Abb. 4.17: Schematische Darstellung von unrunden Zahnrädern (Laczik 2008)

Zur vollständigen Konstruktion der Räder ist ein zeitlich veränderbarer Rotationswinkel φ_1 und φ_2 sowie ein veränderlicher Radius R_1 und R_2 notwendig. Unter der Annahme einer Winkelgeschwindigkeit $\omega_1 = 1$ für Zahnrad 1 in einem zeitlichen Intervall von $t = \pi$ ergibt sich der Rotationswinkel φ_1 zu:

$$\varphi_1 = \int_0^{\pi} dt = \pi \tag{4.18}$$

und der Rotationswinkel φ_2 zu:

$$\varphi_2 = \int_0^{\pi} i(t) \, dt \tag{4.19}$$

Die Gleichungen (4.18) und (4.19) können aus Gleichung (4.14) hergeleitet werden.

Für jeden zeitlich veränderlichen Rotationswinkel $\varphi_{1,2}$ sind unter Berücksichtigung der Radien R_1 und R_2 die Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 (siehe Abb. 4.17) zu bestimmen. Für jeden Winkel $\varphi_{1,2}$ lässt sich anhand der Koordinaten für P_1 und P_2 unter Berücksichtigung des Radius die Geometrie der Räder berechnen. Die entsprechenden Koordinaten lassen sich mathematisch anhand einfacher trigonometrischer Funktionen ermitteln. Für P_1 [x_1 , y_1] und P_2 [x_2 , y_2] gilt:

$$P_1 = [R_1 \cdot \cos(\varphi_1), R_1 \cdot \sin(\varphi_1)] \tag{4.20}$$

$$P_2 = [R_2 \cdot \cos(\varphi_2), R_2 \cdot \sin(\varphi_2)] \tag{4.21}$$

Anstatt der kartesischen Koordinaten kann auch die Bogenlänge *L* zwischen dem Punkt P_0 und P_1 und P_0 und P_2 angegeben werden. Eine allgemeine Form in Polarkoordinaten ist wie folgt gegeben:

$$L = \int_0^{\varphi} \sqrt{R^2 + \left[\frac{dR}{d\varphi}\right]^2 d\varphi}$$
(4.22)

Die Gleichungen (4.14) bis (4.22) ermöglichen es, die Rollkurven der beiden unrunden Zahnräder mathematisch zu bestimmen. Die Konstruktiuon einer unrunden Verzahnung wird beispielhaft an einer Zahnstange gezeigt, siehe Abb. 4.18. Unter einer Zahnstange wird die abgewickelte Geometrie eines Zahnrades mit einer entsprechenden Verzahnung verstanden. Die Eckpunkte der Zahnstange können mit Hilfe des Moduls *m* durch die Punkte Q_i beschrieben werden (vgl. *Laczik 2008*):

$$Q_0 = m\left(-\frac{\pi}{4} - h\tan(\alpha) - Ih\right) \tag{4.23}$$

$$Q_1 = m\left(-\frac{\pi}{4} + (h + c\tan(\alpha) + I(h + c))\right)$$
(4.24)

$$Q_2 = m\left(\frac{\pi}{4} - (h+c)\tan(\alpha) + I(h+c)\right)$$
(4.25)

$$Q_3 = m\left(\frac{\pi}{4} + h\tan(\alpha) - Ih\right) \tag{4.26}$$

mit:

$$Q_i = Q_{i-4} + m \cdot \pi \quad und \quad I = \sqrt{-1}$$
 (4.27)



Abb. 4.18: Querschnittsprofil einer Zahnstange (Laczik 2008)

Im nächsten Schritt werden die Punkte Q_i entsprechend der gewünschten Rollkurve und der Zahnradvorgaben (Modul usw.) transformiert. Die Transformation des Punktes Q_i kann durch folgende Funktion beschrieben werden (vgl. *Laczik 2008*):

$$w_{i} = (Q_{i} - L) \cdot e^{(I(\varphi + \mu))} + R \cdot e^{(I\varphi)}$$
(4.28)

Der Abschnitt (- L) beschreibt die Verschiebung über die Bogenlänge *L* vom Koordinatenursprung und Zahnradmittelpunkt. Die auftretende Rotation φ um den Koordinatenursprung wird durch ($\varphi + \mu$) beschrieben. Wobei μ den Winkel zwischen der Strecke *R* des Ursprungs *O*₁ und *P*₁ sowie der Tangente durch *P*₁ an den Rollkreis aus Abb. 4.17 angibt:

$$\mu = \arctan\left(\frac{R}{\frac{dR}{d\varphi}}\right) \tag{4.29}$$

Gemäß Gleichung (4.28) kann sukzessive die Zahnstange aus der Ausgangslage (rot) in die gewünschte Lage des unrunden Zahnrades gemäß Teilkreis transformiert werden.



Abb. 4.19: Transformation der Zahnstange (rot) in Teilkreislage (Laczik 2008)

Es findet eine Verzerrung der einzelnen Zähne statt, die bei der Transformation ihre exakte Evolventengeometrie verlieren. Diese muss nachträglich sukzessive konstruiert werden. Die korrekte Zahnform wird um den Punkt *P*_i aufgebaut, siehe Abb. 4.17. Mit Hilfe des ebenfalls bekannten Transformationspunktes *w*_j ist es möglich einen beliebigen Punkt *S* entlang der Evolventengeometrie zu bestimmen und so die entsprechende Geometrie aufzubauen, siehe Abb. 4.20.



Abb. 4.20: Darstellung der Evolventengeometrie durch den Punkt S (Laczik 2008)

Die relativ komplexe mathematische Darstellung des Punktes *S* ist in Gleichung (4.30) angegeben (vgl. *Laczik 2008*):

$$S = e^{I\varphi} \left[R + \frac{y_j x_{j+1} - y_{j+1} x_j - L\Delta y}{\Delta x^2 + \Delta y^2} (\Delta x + I\Delta y) e^{I\mu} \right]$$
(4.30)

Die Gleichungen $x_j = Re(Q_j)$ und $x_{j+1} = Re(Q_{j+1}+1)$ sowie $y_j = Im(Q_j)$ und $y_{j+1} = Im(Q_{j+1})$ stellen die Koordinaten der Eckpunkte der Zahnstange dar. Des weiteren werden die Terme $\Delta x = x_{j+1} - x_j$ sowie $\Delta y = y_{j+1} - y_j$ eingeführt (vgl. *Laczik 2008*).

Es ist also möglich eine Verzahnung für nicht kreisrunden Geometrien auszulegen, wie es beim Großdemonstrator der Fal ist. Es ist allerdings zu beachten, dass sich der Oberbau auf einer horizontalen Linie verschiebt und nicht ortsfest gelagert ist. Bei der Zahnradauslegung ist demnach zu prüfen, ob das Verzahnungsgesetz (siehe Abschnitt 4.2) noch Anwendung findet.

4.6 Versagensarten von Zahnrädern

Nicht jede Schadensform muss direkt zu einem Ausfall des Zahnrades führen. Vielmehr sind mit dem Begriff *Schaden* alle erkennbaren Veränderungen der Zahnoberfläche gemeint, die während der Betriebszeit eines Zahnrades auftreten können (vgl. *Klocke 2017*). Die normative Regelung zur Bestimmung der Tragfähigkeitsgrenzen von Zahnrädern erfolgt gemäß *DIN 3979*. Diese unterscheidet zwischen zwei Schadensarten: Zahnflankenschäden und Zahnbruch

Es wird zwischen der lokalen Lage des Schadens am Zahnrad unterschieden. Die Zahnflankenschäden treten an den Zahnflanken auf. Erkennbar sind Schäden meist an einer veränderten Geräuschentwicklung oder einer Erwärmung (vgl. *Klocke 2017*). Diese Versagensform lässt sich noch in weitere Untergruppen unterteilen, siehe Abb. 4.21.



Abb. 4.21: Untergruppen der Versagensart Zahnflankenschäden

Der Schadensfall Zahnbruch lässt sich in die Untergruppen Gewalt- sowie Dauer- oder Ermüdungsbruch unterteilen. Hiermit sind Schäden gemeint, bei denen ganze Zähne oder größere Teile der Zähne aufgrund zu hoher Biegebeanspruchungen abbrechen (vgl. *Wittel 2017*). Im Gegensatz zum Gewaltbruch treten beim Dauer- oder Ermüdungsbruch schwingende Belastungen auf, die unterhalb der Streckgrenze liegen. Lokal tritt dies oftmals am Zahnfuß auf. Dies bedeutet im Allgemeinen das vollständige Versagen des Zahnrades und somit das Ende seiner Lebensdauer (vgl. *Klocke 2017*).

Verschleiß beschreibt die Abtragung des Werkstoffs, der durch das Gleiten der beiden Reibkörper entsteht. Dieser tritt oftmals in der Einlaufphase der Zahnräder auf (normaler Verschleiß). Dabei werden herstellungsbedingte Fräßstellen abgetragen, was zu keiner Beeinträchtigung des Laufverhaltens oderder Lebensdauer führt. Sammeln sich im Schmierstoff feinste Staubpartikel und Rost an, kann dies zu einem Schleifverschleiß, Kratzern oder Riefen führen, was im schlimmsten Falle eine Änderung der Zahnform verursacht oder zu sichtbaren Vertiefungen auf der Werkstoffoberseite führt (vgl. DIN 3979). Sollten der Achsabstand zwischen zwei Zahnrädern gestört oder die Zahngeometrie unsauber hergestellt worden sein, kann es zu Eingriffsstörungen kommen, welche zu einer Abrundung der Kopfkante oder einer Aushöhlung des Zahnfußes führen. Bei einer ungünstigen Kombination aus hoher Flächenpressung, einhergehend mit einer zu hohen oder zu niedrigen Gleitgeschwindigkeit, kommt es zum Fressen. Bei zu hoher Geschwindigkeit (Warmfressen) kann der Schmierfilm zwischen den beiden Zahnrädern unterbrochen werden, was zu einem direkten Werkstoffkontakt führt. Die Grenztemperatur des Werkstoffes kann infolge der Reibung überschritten werden. Es können örtliche Verschweißungen an den Zahnflanken auftreten, welche aufgrund der hohen Gleitgeschwindigkeit sofort wieder aufgebrochen werden. Bei niedrigen Gleitgeschwindigkeiten handelt es sich um Kaltfressen. Hier hat die Temperatur keinen größeren Einfluss auf die Entstehung von örtlichen Verschweißungen. Die Folge sind Aufrauungen durch Materialabtrag und ein erhöhtes Laufgeräusch (vgl. DIN 3979).

Chemische Korrosion tritt auf, wenn es zu Verunreinigungen des Schmierstoffes mit Wasser, Säuren oder chemischen Zusätzen kommt. Die Folge ist eine Reaktion mit dem Werkstoff, einhergehend mit leichten Unebenheiten und braunroten Flecken, welche aber durch den Gleitvorgang der Zahnräder wieder abgetragen werden. Sind die Zahnräder längere Zeit nicht in Betrieb, aber trotzdem Schwingungen ausgesetzt, entsteht Passungsrost. Dieser ist nur schwer entfernbar und ebenfalls durch eine braunrote Färbung erkennbar (vgl. DIN 3979). Zahnräder werden nach ihrer Verzahnung oftmals mittels Wärmebehandlung gehärtet, um die Festigkeit zu erhöhen und den Abrieb zu reduzieren (vgl. Schlecht 2011). Infolge zu großer Reibung an den Zahnflanken kann es zu einer Überschreitung der Anlasstemperatur kommen. Bei einer Wärmebehandlung gibt es drei Phasen: das Austenitisieren, das Abschrecken und das Anlassen. Beim Austenitisieren wird der Stahl so erhitzt, dass sich das Ferritgitter in ein Austenitgitter umwandelt, wodurch der frei werdende Kohlenstoff im Austenitgitter löslich wird. Durch ein schnelles Abschrecken des Stahls kann der lösliche Kohlenstoff nicht schnell genug aus dem Austenitgitter ausdiffundieren und es bildet sich eine neue Gefügeart: Martensit. Dies härtet das Material, lässt es aber auch äußerst spröde werden. Zur Herstellung einer entsprechenden Zähigkeit muss das Material wieder leicht erwärmt werden. Dieser Vorgang wird als Anlassen bezeichnet (vgl. Höfler 2019). Bei zu hoher Anlasstemperatur wird die Oberflächenhärte der Zahnflanken herabgesetzt, was zu einer rillenartigen Vertiefung am Zahnkopf führt (vgl. *DIN 3979*).

Eine weiteres Versagensbild: Elektrische Maschinen können Potentiale ausbilden, die zu einem elektrischen Stromfluss durch das Zahnrad führen. Dadurch entstehen kleinere Krater oder Einbrandstellen, die sich entlang der Zahnflanke verteilen (vgl. *DIN 3979*).

Eine Form der Ermüdungserscheinung von Zahnflanken ist die Grübchenbildung (engl. Pitting) (vgl. *Zimmermann 2019*). Diese tritt auf, wenn die maximal ertragbare Flächenpressung der Verzahnung erreicht wird und sich infolge der dauerhaften Belastung und Entlastung Teile der Zahnflanke ablösen (vgl. *Wittel 2017*). In *DIN 3979* wird unterschieden zwischen Einlaufgrübchen, die bei der Inbetriebnahme von ungehärteten Zahnrädern entstehen und fortschreitenden Grübchen, die sich bei einer dauerhaften Überschreitung der Wälzfestigkeit ausbilden. Diese können, neben kleinen Materialausbrüchen und einer Veränderung der Zahnform, auch zu einem vollständigen Zahnbruch führen. Kleinere Feinstausbrüche werden auch als Poren bezeichnet, haben aber die gleichen Ursachen wie Pitting. Kommt es bei der Grübchenbildung zu Ausbrechungen an den Zahnflanken, werden diese als Abplatzungen oder Abblätterungen definiert (vgl. *DIN 3979*).

Deformationen entstehen, wenn sich die Zahnflanken infolge eine Überbelastung plastisch verformen. Es kann zu Eindrückungen infolge kleinster Abplatzungen kommen, die in den Zahneingriff geraten sind und so die Zahnflanken verformen. Wellenförmige Oberflächenveränderungen werden als Riffel bezeichnet. Sie treten bei einer unzureichenden Schmierung infolge des Stick-Slip-Effektes (siehe Kapitel 2) auf. Eine weiteres Schadensbild ist die Wälz- und Stoßverformung. Hierbei treten plastische Verformungen durch Stoßvorgänge oder dynamische Einwirkungen auf. Meist aufgrund geringerer Oberflächenhärte oder durch die Verwendung eines falschen Schmiermittels. Merkmale sind: ein Grat (Walzgrat) an der Kopfkante der Zähne sowie kammartige Erhöhungen. Bei vollständigem Ausfall des Schmiermittels kommt es zu einer starken Erwärmung (Warmfließen) im Zahneingriff, der die Werkstofffestigkeit so herabsetzen kann, dass eine plastische Verformung und eine Verfärbung der Zähne erfolgt (vgl. *DIN 3979*).

Risse an den Zähnen können fertigungsbedingt aufgrund einer falschen Wärmebehandlung oder mangelhaftem Schleifen der Zahnflanken entstehen. Bilden sich die Risse während der Betriebsphase aus, deutet dies meist auf einen bevorstehenden Zahnbruch hin. Es ist zwischen unlegierten und niederlegierten Stählen (Einsatzstahl) und Werkzeugstahl zu unterscheiden. Bei Werkzeugstahl treten tiefe Trennrisse auf, die den Zahn vollständig zerstören. Einsatzstähle bekommen an der Stirnseite entsprechende Risse, die in etwa der Dicke der Härteschicht des Zahnrades entsprechen (vgl. *DIN 3979*). Bei der Härtung von Stahls kann neben einer Wärmebehandlung auch auf ein Induktivhärten zurückgegriffen werden. Dabei findet eine oberflächennahe Härtung durch induzierten Strom statt, was zur Ausbildung einer Härteschicht führt (vgl. *Dappen 2015*). Neben diesen Härterissen können auch Materialrisse entstehen, welche auf Schlackeneinschlüsse oder andere nichtmetallische Verunreinigungen zurückzuführen sind. Ebenso können bei der Herstellung von Verzahnungen während des Schleifens Risse entstehen, welche feine netzartige Rissstrukturen ausbilden. Werden Zahnräder zu schwach ausgelegt oder sind örtliche Herstellungsmängel entstanden, kann es zu einer Überschreitung der Dauerfestigkeitsgrenze kommen, was zu Dauerbruchanrissen führt (vgl. *DIN 3979*).

Erosion und Kavitation entstehen, wenn Flüssigkeiten mit hoher Geschwindigkeit an einem Objekt entlangströmen. Dann verringert sich der statische Druck der Flüssigkeit gemäß dem Gesetz von Bernoulli (vgl. *Herwig 2008*). Fällt der Druck unterhalb des Dampfdrucks der Flüssigkeit, entstehen Hohlräume (lat.: cavus, cavum). Diese Dampfblasen können in lokalen Orten mit höherem Druck kollabieren und zu Mikroschäden führen. Bei einer ausreichend hohen Zahl an kollabierenden Blasen kann ein vollständiges Bauteilversagen hervorgerufen werden, wie es beispielsweise bei Schiffsschrauben auftritt (vgl. *Geisler 2003*). Bei Verzahnungen wird die Kavitation nicht durch Wasser, sondern durch Schmieröle ausgelöst, welche einer zu großen Geschwindigkeit ausgesetzt werden, was zu sandgestrahlten Zahnflanken führt (vgl. *DIN 3979*).

Als Zahnbruch wird das teilweise oder vollständige Herausbrechen von Zahnteilen aus dem Zahnrad bezeichnet. Infolge einer unvorhergesehenen Überlastung (Gewaltbruch) eines Zahnrades, z. B. durch eine Klemmung, kann es zu einer erhöhten Biegeoder Schubbeanspruchung im Zahn kommen, die zur Überschreitung der Zahntragfähigkeit führt. Die Bruchfläche weist meist keinerlei Verformungen über den Gesamtquerschnitt auf. Sie erscheint eher matt, klaffend und rau. Bei einseitiger Kraftverteilung eines Stirnradpaares tritt ein solcher Schadensfall am Zahneck auf. Bei einer Dauerbelastung, wie es bei wiederkehrenden Schwingungen der Fall ist, entsteht zuerst ein Anriss, der infolge der Dauerbelastung weiter wächst und zum Dauerbruch führt. Der Zahnabbruch kann schlagartig erfolgen, was einem Gewaltbruch gleicht, bei Dauerbelastung aber Restbruch genannt wird. Dies ist auch an dem zweiteiligem Schadensbild aus Dauerbruch- und Restbruchfläche ersichtlich (vgl. *DIN 3979*). Tab. 4.1 führt die einzelnen Zahnradschäden und deren mögliche Ursache auf. Dabei wird zwischen Hauptursache (u) und Nebenursache (X) unterschieden.

Betriebsbedingte Schäden Mögliche Schadensursache	Gewalt- bruch	Schwing- bruch	Zahnkopf- bruch	Folge- bruch	Naben- bruch	Kratzer (kein Scheden)	Riefen	Abrassiv- verschleiß	Langsam- laufver- schleiß
Überbeanspruchung (einmalig bzw. setten)	•								
Überbeanspruchung (häufig bzw. selten)		•							
Niednige Umfangsgeschwindigkeiten									•
Hohe Umfangsgeschwindigkeiten									
Mikrobewegungen									
Spezifisches Gleiten						Х	х	х	
Flankenschäden (Grübchen, Abplatzer)			×	•					
Tragbildverlagerung 19	Х	Х	•	х					
Flankenspiel zu klein							х		
Kerben (z.B. Ölbohrungen)		х			×				
Schrumpfspannung (z.B. Nabenfestsitze)		Х			•				
Zahnfu3radius zu klein		х			×				
Schleifbrand		Х	×						
Schleifkerben		Х							
Flankennauigkeit						Х	х		
Falsche Wärmebehandlung oder Werkstoff	х	Х							
Schmiedefalten, Einschlüsse usw.	х	х	X						
Ungeeignete Viskosität						X	•	X	х
Hohe Öltemperatur							х		
Ölalterung									
Ungeeignete Öladditive							×		х
Mangelschmierung							х		
Verunneinigung (Feststoffe)						•		•	
Wasser im Getriebe									
Hauptursachen XNebenursachen 1)durc	h Losradkipper	Wellendurchb	iegung, Eingriffse	törungen, Zah	nkornektur, geo	metr. Fehler		Quelle: ZF /	G, Friedrichshafen

Tab. 4.1:	Betriebsbedingte	Zahnradschäden	(Gregorius	2006)
-----------	------------------	----------------	------------	-------

4 Verzahnungen

Betriebsbedingte Schäden Mögliche Schadensursache	Reib- korrosion (Pessungsrost)	Rippling (Riffelbildung)	Fressen	Grau- fleckigkeit	Grübchen	Abplatzer	Heißlau- fen,Warm- fließen	Korrosion	
Überbeanspruchung (einmalig bzw. selten)			Х						
Überbeanspruchung (häufig bzw. selten)					•	•			
Niedrige Umfangsgeschwindigkeiten		х			х				
Hohe Umfangsgeschwindigkeiten			х						
Mikrobewegungen	•								
Spezifisches Gleiten		Х	х	Х	Х	Х			
Flankenschäden (Grübchen, Abplatzer)									
Tragbildverlagerung "					Х	Х			
Flankenspiel zu klein			х				Х		
Kerben (z.B. Ölbohrungen)									
Schrumpfspannung (z.B. Nabenfestsitze)									
Zahnfuðradius zu klein									
Schleifbrand			х		х	Х			
Schleifkerben									
Flankenrauigkeit			Х	•	Х	Х			
Falsche Wärmebehandlung oder Werkstoff					Х	х			
Schmiedefalten, Einschlüsse usw.									
Ungeeignete Viskosität		х	х	•	х	х			
Hohe Öltemperatur			х	Х	Х	•			
Ölalterung			Х		Х	Х		Х	
Ungeeignete Öladditive		•	•	•	Х	Х		Х	
Mangelschmierung	х	х					•		
Verurneinigung (Feststoffe)									
Wasser im Getriebe								•	
Hauptursachen XNebenursachen 1)dure	ch Losnadkippen	, Wellendurchbi	iegung, Eingriffs	störungen, Zah	nkornektur, geo	metr. Fehler		Quelle: ZF A	G, Friedrichshafer

Zur Veranschaulichung einzelner, in diesem Kapitel beschriebener Schadensarten, sind diese beispielhaft in Abb. 4.22 aufgeführt.



Abb. 4.22: Schadensarten an Zahnradgetrieben: a) Grübchenbildung, b) Härteriss, c) Kaltfressen, d) Warmfließen, e) Zahndauerbruch, f) Kratzer (*DIN 3979*)

In diesem Abschnitt wurden die unterschiedlichen Schadensarten von Verzahnungen aufgeführt. Nicht alle Arten des Schadens können bei Betonverzahnungen auftreten. Beispielsweise sind Fressen, Warmfließen und Ausglühen typische Schadensbilder bei der Verwendung von metallischen Materialien. Mögliche Schadensformen, die sich auf Beton übertragen lassen, sind Zahnflankenschäden infolge Verschleiß in Form von Abplatzungen und Rissen. Ebenfalls auftreten könnte ein Zahnbruch bedingt durch Gewalt-, Dauer- oder Ermüdungsbruch.

4.7 Tragfähigkeit von Zahnrädern

In *DIN 3990-1* ist die Grundlage zur einheitlichen Berechnung von Evolventen-Stirnrädern mit Außen- und Innenverzahnung angegeben. Folgende Tragfähigkeitsnachweise sind aufgeführt: Grübchenbildung, Zahnbruch und Fressen (Warmfressen). Wobei Fressen meist durch eine geeignete Werkstoffwahl, Schmierung und Wartung vermieden wird (vgl. *Wittel 2017*). Im Folgenden wird näher auf die einzelnen Nachweise eingegangen. Zuvor werden einige grundlegende, mechanische Kenntnisse über die wirkenden Kräfte an Zahnradpaaren vorgestellt.

4.7.1 Kräfteverhältnisse

Der für ein Zahnrad ungünstigste Fall der Kraftübertragung liegt vor, wenn die treibende Zahnflanke des Zahnrades 1 gegen die getriebene Zahnflanke des Rades 2 gedrückt wird und nur ein Zahnpaar im Eingriff steht, siehe Abb. 4.23. Bei Rotation des treibenden Rades wird die Zahnkraft F_{bn1} auf das getriebene Rad entlang der Eingriffslinie *n* durch den Wälzpunkt C übertragen. Entsprechend des dritten Newtonschen Axioms (vgl. *Gross 2009*) muss eine gleich große Gegenkraft F_{bn2} entlang der Profilnormalen *n* wirken. Die Kräfte $F_{bn1,2}$ können in eine Tangentialkraft $F_{1,2}$ und in eine Radialkraft $F_{r1,2}$ zerlegt werden (vgl. *Wittel 2017*).



Abb. 4.23: Kräfte am Stirnrad (Wittel 2017)

Mit Hilfe der Teilkreisdurchmesser $d_{w1,2}$ können das Nenndrehmoment $T_{1,2}$ des Zahnrades 1 und 2 über die Tangentialkomponenten $F_{1,2}$ ermittelt werden, siehe Gleichung (4.31):

$$T_{1,2} = F_{t1,2} \cdot \frac{d_{w1,2}}{2} \tag{4.31}$$

Die Nenndrehmomente $T_{1,2}$ erlauben die Berechnung der zu übertragenden Leistung *P* über die Winkelgeschwindigkeiten $\omega_{1,2}$:

$$P_{1,2} = T_{1,2} \cdot \omega_{1,2} \tag{4.32}$$

Die Radialkomponenten $F_{r1,2}$ ergeben sich aus dem Tangens des Winkels α_w , welcher sich aus der Eingriffslinie *n* und der Tangentialkomponenten $F_{r1,2}$ errechnet:

$$F_{r1,2} = F_{t1,2} \cdot \tan \alpha_w \tag{4.33}$$

4.7.2 Belastungseinflussfaktoren

Um Zahnräder möglichst realitätsnah auslegen zu können, existieren verschiedenste Belastungseinflussfaktoren, welche auf Forschungsergebnissen und Betriebserfahrungen beruhen. Sie können sowohl von der Zahngeometrie, als auch von äußeren Einflüssen abhängig sein (vgl. *Wittel 2017*). Es gibt Einflussfaktoren für die Zahnfußtragfähigkeit *K*_{Fges} sowie für die Grübchentragfähigkeit *K*_{Hges} (vgl. *Rieg 2018*). Diese lassen sich gemäß *DIN 3990-1* anhand verschiedenster Methoden ermitteln. Methode A berücksichtigt Faktoren basierend auf genauen Messungen oder mathematischen Analysen. Eine hinreichend genaue Bestimmung der Faktoren, die für die meisten Anwendungsfälle gilt, lässt sich mit Methode B beschreiben. Methode C ist eine weitere Vereinfachung der Methode B. Methoden D und E berücksichtigen weitere Sonderverfahren und Vereinfachungen zur Bestimmung einiger spezieller Faktoren. Im Streitfall ist Methode A gegenüber B maßgebend usw. (vgl. *Wittel 2017*). Die Faktoren sind teilweise voneinander abhängig und müssen deshalb nach einer bestimmten Reihenfolge berechnet werden, siehe Abb. 4.24 (vgl. *DIN 3990-1*).



Abb. 4.24: Berechnungsreihenfolge der Einflussfaktoren für Grübchenbildung und Zahnfußtragfähigkeit nach *DIN 3990-1*

Der Anwendungsfaktor K_A berücksichtigt alle äußeren Kräfte, die in das Zahnradpaar geleitet werden – ist stark abhängig von der jeweiligen Maschine. Er sollte gemäß Methode A oder B berechnet werden. Im Idealfall sind bereits Werte von ähnlichen Anlagen bekannt. Grobe Näherungswerte können gemäß *DIN 3990-1*, Tabelle A1 bestimmt werden.

Der Dynamikfaktor K_V bezieht die Schwingungen, welche von Zahnrädern hervorgerufen werden mit ein. Diese entstehen aufgrund unterschiedlichster Einflüsse, wie Einlaufeinflüsse, Schmierung oder Dämpfungseigenschaften des Systems. Der Faktor K_V kann gemäß Methoden A, B, C und D ermittelt werden (vgl. *DIN 3990-1*). Die Breitenfaktoren $K_{H\beta}$ und $K_{F\beta}$ beachten eine ungleichmäßige Lastverteilung über die Zahnbreite auf die Flankenpressung ($K_{H\beta}$) und die Zahnfußbeanspruchung ($K_{F\beta}$). Die Berechnung erfolgt entsprechend *DIN 3990-1*.

Die Stirnfaktoren $K_{F\alpha}$ und $K_{H\alpha}$ berücksichtigen die Auswirkung ungleichmäßiger Kraftaufteilung – auf mehrere gleichzeitig im Eingriff befindlicher Zähne – auf die Flankenpressung ($K_{H\alpha}$) sowie Zahnfußbeanspruchung ($K_{F\alpha}$). Eine näherungsweise Berechnung kann nach *DIN 3990-1*, Tabelle 7.1 erfolgen.

Zur Ermittlung der Grübchen- und Zahnfußtragfähigkeit werden die beschriebenen Einflussfaktoren zu einem einzigen Belastungseinflussfaktor gemäß der Gleichungen (4.34) und (4.35) zusammengefasst (vgl. *Wittel 2017*):

$$Zahnfußtragfähigkeit: K_{Fges} = K_A \cdot K_V \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$$
(4.34)

$$Gr"ubchentragf"ahigkeit: K_{Hges} = \sqrt{K_A \cdot K_V \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}}$$
(4.35)

4.7.3 Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit

Die Zahnfußtragfähigkeit wird gemäß *DIN 3990-3* bestimmt. Sie ist wesentlich bei der Bemessung von Stirnrädern und verhindert Zahnbruch, welcher zu einem vollständigen Versagen des Zahnrades führen kann, siehe Abschnitt 4.6. Der Nachweis gilt als erfüllt, wenn die Zahnfußspannung σ_F kleiner ist als die maximal zulässige Zahnfußspannung σ_{FP} . Das grundlegende Bemessungsmodell ist in Abb. 4.25 dargestellt. Es wird davon ausgegangen, dass lediglich ein Zahn in Eingriff steht. Die Zahnkraft F_n entlang der Eingriffsnormalen lässt sich in eine Vertikalkomponente $F_{r0} = F_n \cdot sin \alpha_e$ und in eine Horizontalkomponente $F_{r0} = F_n \cdot cos \alpha_e$ zerlegen. Der Angriffspunkt der resultierenden Kraft F_n ist definiert als Schnittpunkt der Eingriffslinie sowie der Symmetrieachse des Zahns unter den 30°-Tangenten der Fußausrundungspunkte. Der Vertikalabstand zwischen Angriffspunkt und Zahnfuß wird als h_f bezeichnet.



Abb. 4.25: Bemessungsmodell für die Zahnfußtragfähigkeit (Stenico 2007)

Die Vertikalkomponente F_{10} verursacht reine Druckspannungen am Zahnfuß, wohingegen die Kraft F_{10} Biege- und Schubspannungen bewirkt. Versuche haben gezeigt, dass die Druck- sowie Schubspannungen nur einen geringen Einfluss auf die Zahnfußspannung haben. Deswegen wird die Berechnung näherungsweise nur mit der Biegespannung durchgeführt (vgl. *Wittel 2017*). Im ersten Schritt wird die Zahnfußspannung σ_F gemäß Gleichung (4.36) ermittelt (vgl. *DIN 3990-3*):

$$\sigma_F = \sigma_{F0} \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \le \sigma_{FP} \tag{4.36}$$

Das Produkt aus den Belastungseinflussfaktoren K_A , K_V , $K_{F\beta}$, $K_{F\alpha}$ (siehe Abschnitt 4.7.2) sowie der örtlich auftretenden Zahnfußnennspannung σ_{F0} muss kleiner sein, als die zulässige Zahnfußspannung σ_{FP} . Die rechnerische Feststellung von σ_F kann anhand unterschiedlicher Methoden (Methode A, B oder C) erfolgen. Mit fortschreitender alphabetischer Sortierung steigt der Grad an Vereinfachungen und Annahmen. Methode A sieht komplexere Berechnung nach der Methode der finiten Elemente vor, wohingegen Methode C eine vereinfachte Berechnungsmethode darstellt (vgl. *DIN 3990-3*). Die in dieser Arbeit aufgeführten Nachweise zur Zahnfußtragfähigkeit werden gemäß Methode C angegeben. Die örtliche Zahnfußspannung σ_{F0} lässt sich nach Gleichung (4.37) bestimmen (vgl. *DIN 3990-3*):

$$\sigma_{F0} = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{\beta}$$
(4.37)

Diese Gleichung besteht aus zwei Teilen. Der erste Teil beinhaltet die Nennumfangskraft F_{t} , siehe Gleichung (4.31) sowie die Zahnbreite *b* und den Modul *m*. Der zweite Teil besteht aus den Korrekturfaktoren Y_{i} .

Der Formfaktor Y_{Fa} berücksichtigt den Einfluss der Zahnform auf die Biegespannung für den Kraftangriff am Zahnkopf. Er kann sowohl nach Gleichung (4.38) rechnerisch aber auch graphisch gemäß *DIN 3990-3*, Bild 3.8 bis 3.15 hergeleitet werden.

$$\sigma_{Fa} = \frac{6 \cdot \frac{h_F}{m} \cdot \cos \alpha}{\left(\frac{S_{Fn}}{m}\right)^2 \cdot \cos \alpha}$$
(4.38)

Bei einer Evolventenverzahnung treten am Zahnfuß zwei Kerben (Fußausrundungen) auf. Der Spannungskorrekturfaktor Y_{Sa} erfasst die Spannungserhöhung infolge der Kerben (vgl. *DIN 3990-3*, Bild 4.1 bis 4.8).

Der Überdeckungsfaktor Y_{ϵ} rechnet den theoretischen Kraftangriffspunkt am Zahnkopf in die tatsächliche äußere Kraftangriffsstelle um (vgl. *DIN 3990-3*, Bild 5.1).

Bei der bisherigen Berechnung wird eine Geradverzahnung zu Grunde gelegt. Die abweichende Zahnfußbeanspruchung bei einer Schrägverzahnung wird durch den Schrägenfaktor Y_{β} berücksichtigt (vgl. *DIN 3990-3*, Bild 6.1). Bei einer Geradverzahnung beträgt $Y_{\beta} = 1$.

Die Widerstandsseite der Zahnfußspannung σ_{FP} wird unmittelbar an den Zahnrändern bestimmt. Somit wird die Kerbwirkung berücksichtigt. Ähnlich wie bei der Zahnfußspannung σ_{F0} stehen verschiedene Berechnungsmethoden zur Verfügung, die mit zunehmender alphabetischen Sortierung an Genauigkeit verlieren. Methode A sieht eine Berücksichtigung der Wöhlerlinie des zu bemessenden Zahnrades vor, was einen relativ hohen Aufwand bedeutet. Methode B ist zu bevorzugen, wenn bereits Festigkeitswerte σ_{Flim} aus Standard-Referenz-Prüfungen von Zahnrädern bekannt sind. Diese werden in Pulsatorversuchen ermittelt, siehe Abschnitt 4.8.2. Somit ergibt sich σ_{FP} zu:

 $\sigma_{FP} = \sigma_{Flim} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta relT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_X$ (4.39)

Die Gleichung (4.39) beinhaltet verschiedene Korrekturfaktoren Yi.

Der Spannungskorrekturfaktor Y_{ST} berücksichtigt den Unterschied der experimentell ermittelten Dauerfestigkeit σ_{Flim} an Normprüfrädern und der Dauerschwellfestigkeit einer ungekerbten Probe. Der Korrekturfaktor bezieht sich auf die Abmessungen des Zahnrades und wird bei Standard-Referenz-Prüfrädern gemäß *DIN 3990-3* mit dem Wert $Y_{ST} = 2$ angesetzt.

Der Lebensdauerfaktor Y_{NT} berücksichtigt die höhere Tragfähigkeit für eine begrenzte Anzahl von Lastwechseln im Vergleich zu Standard-Referenz-Rädern (vgl. *DIN 3990-3*, Bild 8).

Die relative Stützziffer Y_{öreIT} bezieht sich auf das Standard-Referenz-Prüfrad und kennzeichnet die Kerbempfindlichkeit des Werkstoffes. Bei halbrunden Fußausrundungen kann der Einfluss vernachlässigt werden. Andernfalls erfolgt eine Berechnung gemäß *DIN 3990-3*, Bild 9.1.

Der relative Oberflächenfaktor Y_{RreIT} schließt die Kerbempfindlichkeit inklusive der Oberflächenbeschaffeneit mit ein. Bei gleicher Herstellung des zu untersuchenden Zahnrads und des Standard-Referenz-Prüfrads kann der Wert mit $Y_{\text{RreIT}} = 1$ angenommen werden (vgl. *DIN 3990-3*, Bild 9.2.).

Der Größenfaktor Y_x beachtet den statistischen Größeneinfluss (Schwachstellen im Gefüge), den festigkeitstheoretischen Größeneinfluss (Spannungsgradienten) und den technologischen Größeneinfluss (Grad der Verschmiedung). Er ist abhängig vom Modul *m* und ergibt sich nach *DIN 3990-3*, Bild 11.1.

Für den praktischen Betrieb wird ein zusätzlicher Sicherheitsfaktor S_{Fmin} eingeführt. Dieser ist im allgemeinen größer zu wählen als der Sicherheitsfaktor für Grübchenbildung, da ein Zahnbruch meist zum vollständigen Versagen des Zahnrades führen würde. Er wird getrennt für das treibende und das getriebene Rad bestimmt. Je nach Schadensrisiko und wirklichkeitsgetreuer Berechnung können die Werte unterschiedlich ausfallen. Als Anhaltspunkt gilt im Mittel S_{Fmin} = 1,5 (vgl. *Wittel 2017*). Demnach ergibt sich für den abschließenden Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit folgende Gleichung, die das Verhältnis der der maximal zulässigen Zahnfußspannung σ_{Fm} und der auftretenden Zahnfußspannung σ_{Fmin} angibt:

$$S_{F1,2} = \frac{\sigma_{FP1,2}}{\sigma_{F1,2}} \ge S_{F,min}$$
(4.40)

4.7.4 Nachweis der Grübchentragfähigkeit

Der Nachweis der Grübchentragfähigkeit wird gemäß *DIN 3990-2* geführt. Wird die Festigkeitsgrenze der Grübchentragfähigkeit überschritten, kann es zu kleineren Ab-

platzungen an den Zahnflanken kommen, welche Risse verursachen, siehe Abschnitt 4.6. Der Nachweis gilt als erfüllt, wenn die örtlich auftretende Flankenpressung σ_{H} kleiner ist, als die maximal zulässige Flankenpressung σ_{HP} . Der Nachweis kann entweder im Wälzpunkt eines Zahnrades oder im inneren Einzeleingriffspunkt geführt werden. Der größere der beiden Werte wird maßgebend. In der Regel wird das kleinere der beiden Zahnräder eines Zahnradpaares als Ritzel bezeichnet. Bei einer Geradverzahnung wird meist der innere Einzeleingriffspunkt maßgebend. Der Wälzpunkt wird im Allgemeinen beim Rad maßgebend, welches oftmals das größere und getriebene Zahnrad eines Paares darstellt (vgl. *Trier 1958*).

Der Nachweis der Grübchentragfähigkeit basiert auf der Hertz'schen Flächenpressung, welche bereits in Abschnitt 3.2 angesprochen wurde, siehe Gleichung (3.2). Als Ausgangsgeometrie dienen bei einem Zahnradpaar zwei ruhende Zylinder zwischen denen eine maximale Flächenpressung entsteht. Die maximal auftretende Flankenpressung σ_{H} ergibt sich aus den reduzierten Krümmungsradien *r*, siehe Gleichung (3.3), der Poisson-Zahl *v*, dem reduzierten Elastizitätsmodul *E*, siehe Gleichung (3.4), der Breite *b* sowie der Normalkraft *F*. Bei der Verwendung von Stahl, Gusseisen oder Leichtmetall vereinfacht sich die Gleichung der Hertz'schen Pressung mit v = 0,3 zu:

$$\sigma_{Hmax} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \frac{F \cdot E}{r \cdot b}} = \sqrt{0,175 \cdot \frac{F \cdot E}{r \cdot b}}$$
(4.41)

Über die geometrischen Beziehungen aus Abb. 4.26 lässt sich Gleichung (4.41), durch die Einführung des Zähnezahlverhältnisses $u = z_2 / z_1$, wie folgt ausdrücken:

$$\sigma_{HC} = \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_{w1}} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot Z_H \cdot Z_E}$$
(4.42)

Der Index *HC* bezieht sich auf die Pressung für Geradstirnräder im Wälzpunkt *C*. Die Tangentialkraft F_{t} sowie der Teilkreisdurchmesser d_{w1} gehen in die Gleichung mit ein.



Abb. 4.26: Geometrisches Model: Herleitung der Pressung im Wälzpunkt C (Wittel 2017)

Gleichung (4.42) dient einer näherungsweisen Berechnung der auftretenden Pressung, da die veränderliche Zahngeometrie sowie Schmierung und Reibung nicht berücksichtigt werden. Die Korrekturfaktoren Z_H sowie Z_E berücksichtigen diese Einflüsse.

Der Zonenfaktor Z_H schließt die Krümmungsradien der Zahnflanken im Wälzpunkt mit ein (vgl. *DIN 3990-2*, *Bild 3.1 bis 3.3*).

Der *Elastizitätsfaktor Z*^E berücksichtigt die spezifischen Werkstoffgrößen und kann gemäß folgender Gleichung bestimmt werden:

$$Z_E = \sqrt{\frac{E}{2 \cdot \pi \cdot (1 - \nu^2)}} \tag{4.43}$$

Gleichung (4.42) ist in Gleichung (4.44) einzusetzen und mit den Korrekturfaktoren Z_{ϵ} sowie Z_{β} zu multiplizieren:

$$\sigma_{H0} = \sigma_{HC} \cdot Z_{\varepsilon} \cdot Z_{\beta} \tag{4.44}$$

Der Überdeckungsfaktor Z_{ϵ} betrachtet den Einfluss der Profilüberdeckung. Somit werden mehrere in Eingriff stehende Flankenpaare einbezogen (vgl. *Wittel 2017*). Die graphische Ermittlung des Faktors kann gemäß *DIN 3990-2, Bild 5.1* erfolgen.

Der Schrägenfaktor Z_{β} muss lediglich bei einer Schrägverzahnung ermittelt werden (vgl. *DIN 3990-2, Bild 6.1*).

Zur Berechnung der Flankenpressung σ_{H} sind die Belastungseinflussfaktoren K_{Hges} zu berücksichtigen, siehe Gleichung (4.35):

$$\sigma_H = \sigma_{H0} \cdot K_{Hges} \tag{4.45}$$

Die Widerstandsseite, also die zulässige Flankenpressung σ_{HP} , wird über Gleichung (4.46) getrennt für Ritzel und Rad ermittelt (vgl. *DIN 3990-2*).

$$\sigma_{HP} = \sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT} \cdot (Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R) \cdot Z_W \cdot Z_X$$
(4.46)

Die Gleichung besteht aus zwei Teilen, dem Dauerfestigkeitswert für Flankenpressung σ_{lim} , welcher aus Laufversuchen mit Standard-Referenz-Prüfrädern bestimmt wird sowie den Korrekturfaktoren Zi.

Der Schmierstofffaktor Z bezieht den Einfluss des Schmierfilms auf die Grübchentragfähigkeit mit ein, welche von der Art, der Herkunft und dem Alterungszustand des Schmierstoffes abhängig ist (vgl. *DIN 3990-2, Bild 9.1*).

Der Geschwindigkeitsfaktor Z_V berücksichtigt den Einfluss der Umfangsgeschwindigkeit auf die Grübchentragfähigkeit (vgl. *DIN 3990-2, Bild 9.2*)

Der Rauheitsfaktor Z_R ist abhängig von der relativen Rautiefe und betrachtet die Oberflächenbeschaffenheit der Zahnflanken (vgl. *DIN 3990-2, Bild 9.3*). Der Lebensdauerfaktor Z_{NT} schließt eine höhere Grübchentragfähigkeit mit ein, wenn in der Praxis kürzere Lebenszeiten gefordert sind als bei den Referenz-Prüfrädern. (vgl. *DIN 3990-2, Bild 8.1 und Tab. 8.1*).

Wenn ein Zahnrad aus weicherem Material in Eingriff mit einem Zahnrad aus härterem Material gebracht wird, kann es bei dem weicheren Rad, aufgrund einer Kaltverfestigung, zu einer Zunahme der Grübchentragfähigkeit kommen. Dies wird durch den Werkstoffpaarungsfaktor Z_W (vgl. *DIN 3990-2, Bild 10.1*) abgedeckt.

Der Größenfaktor Z_x berücksichtigt die Zunahme von Schwachstellen im Gefüge mit zunehmenden Abmessungen (vgl. *DIN 3990-2, Bild 11.1*).

Für die Verzahnung ist gemäß *DIN 3990-2* eine Mindestsicherheit S_{Hmin} einzuhalten, welche vom zu erwartenden Schadensrisiko abhängt. Der Wert muss > 1 sein und beträgt bei einem hohen Schadensrisiko S_{Hmin} > 1,6.

Die in diesem Kapitel aufgeführte Tragfähigkeitsbestimmung von Verzahnungen ist stark auf das Material Stahl ausgerichtet. Beispielsweise existieren für Beton keine Korrekturfaktoren. Deshalb ist für die Verzahnung eine eigene Tragfähigkeitsbestimmung zu entwickeln.

4.8 Prüfstände für Verzahnungen

Nicht alle Schadensmechanismen einer definierten Zahnradgeometrie können in Laufversuchen analysiert werden, da die Auftretenswahrscheinlichkeit einer Schadensform von vielen Randbedingungen abhängt, z. B. der Schmierung und der Oberflächenbeschaffung. Ein weiteres Problem ist, dass beim Auftreten eines bestimmten Schadenstypes andere Schäden nicht mehr untersucht werden können. Eine möglichst realitätsnahe Bauteilprüfung erfordert einen individuellen realen Betriebsversuch mit Abbildung der exakten Randbedingungen. Diese Versuche werden aber aufgrund ihrer großen Kostenintensität nur selten durchgeführt. Meistens wird auf Modellversuche zurückgegriffen. Diese lassen sich in Analogie- und Laufversuche unterteilen. Letztere sind aufwendiger als Analogieversuche, da meist ein Zahnradpaar untersucht wird. Je nach Versuchsparameter kann jede gewünschte Schadensform ermittelt oder untersucht werden (vgl. Klocke 2017). Untersuchungen an Verspannungsprüfständen zählen zu den Laufversuchen und dienen zur Ermittlung des Verschleißverhaltens eines Zahnrades in Abhängigkeit von Laufzeit und Belastung (vgl. Opitz 1960). Analogieversuche sind deutlich kostenärmer, aber nicht so wirklichkeitsnah wie Laufversuche, da meist nur ein einzelnes Zahnrad analysiert wird. Es findet lediglich eine Prüfung unter eingriffsähnlichen Bedingungen statt, veränderliche Bedingungen im Eingriff werden jedoch nicht mehr berücksichtigt (vgl. Klocke 2017). Verbreitet ist der Pulsatorversuch, welcher zur Ermittlung der Wöhlerlinie dient und mit Hilfe dessen sich die Zahnfußtragfähigkeit bestimmen lässt (vgl. Stenico 2007). Ein weiterer gängiger Analogieversuch stellt der Zwei-Scheiben-Prüfstand dar, welcher die tribologischen Eigenschaften an den Zahnflanken testet, da hier, im Gegensatz zum Pulsatorversuch, ein Wälzkontakt auftritt (vgl. Klocke 2017). Die Versuchsdurchführung der jeweiligen Prüfung wird im Folgenden vorgestellt.

4.8.1 Verspannungsprüfstand

Neben Schmierstoffuntersuchungen können mit Hilfe des Verspannungsprüfstandes, siehe Abb. 4.27, sowohl die Zahnfuß- als auch die Zahnflankentragfähigkeit untersucht werden (vgl. *Klocke 2017*). Der Zwei-Wellen-Zahnradverspannungsprüfstand nach *DIN 14635* besitzt zwei Torsionswellen, wobei Welle 1 mit einer Belastungskupplung versehen ist. Das gewünschte Drehmoment wird über einen Hebel und Gewichtsstücke durch Verspannen und Verdrehen der Kupplung in den Kreislauf eingebracht und auf das Prüfgetriebe sowie das Prüfritzel übertragen. Die auf der Welle 2 befindliche Messkupplung erlaubt eine Überprüfung der aufgebrachten Belastung. Angetrieben wird der Prüfstand von einem Elektromotor und einem Übertragungsgetriebe. Am Prüfgetriebe ist es möglich, temperierte Schmiermittel in das System einzuleiten (vgl. *Schwienbacher 2007*).

Die Prüfmaschine ist vor dem eigentlichen Versuch von vorhandenen Schmiermittelresten und Verunreinigungen zu reinigen. Anschließend sind die Prüfzahnräder einzubauen und auf 60°C bis 80°C zu erwärmen. Jetzt können verschiedene Laststufen in Abhängigkeit variabler Umdrehungszahlen gemäß *DIN 14635, Tabelle 3* angefahren werden. Nach den jeweiligen Kraftstufen ist das Prüfzahnrad auf mögliche Schäden hin zu untersuchen.



Abb. 4.27: Zwei-Wellen-Verspannungsprüfstand nach DIN 14635

Vorteilhaft bei diesem Prüfverfahren ist der individuell steuerbare Schmiermittelzufluss. Während des Versuches können alle Schadensformen untersucht werden. Ebenso ist eine genaue Tragfähigkeitsermittlung möglich. Nachteilig ist der hohe Montage- und Demontageaufwand des Prüfstandes. Das Verfahren ist kostenintensiv, da viele Zahnräder notwendig sind (vgl. *Klocke 2014*).

4.8.2 Pulsatorprüfstand

Mit Hilfe dieses Prüfstandes kann ein Versuch zur Bestimmung der Zahnfußtragfähigkeit durchgeführt werden. Es existieren verschiedene Arten von Pulsatoren: unwuchterregter Resonanzpulsator, Magnetresonanzpulsator sowie ein hydraulischer Pulsator. Bei allen drei Pulsatortypen werden Schwingungen erzeugt. Einmal geschieht dies mittels Resonanzprinzip infolge von Unwucht und elektromagnetischen Kräften und durch Servoventile, die mit Hydraulik arbeiten (vgl. *Stenico 2007*). Der schematische Aufbau eines Pulsators ist in Abb. 4.28 gegeben.

Kraftmessdose	╫╶┇║╵
Prüfrad	and the
test gear	SO3
Kolben	
piston	
Regelventil	
regualting valve	
Hydrostatisches Lager	
hydrostatic bearing	
Wegsensor	
displacement sensor	

Abb. 4.28: Aufbau eines Pulsatorversuches (vgl. Müller 2018)

Das zu prüfende Zahnrad wird zwischen zwei symmetrischen Druckstücken eingespannt, welche sich an die zu prüfende Zahnform anpassen, siehe Abb. 4.29 (rechts).



Abb. 4.29: Berührlinie bei Einspannung (links), Einspannung eines Prüfrades (rechts) (*Klocke 2014*)

Die Lager der Berührlinie hängt von der eingespannten Zähnezahl ab, die sich je nach Einspannungsort ergibt, siehe Abb. 4.29 (links). Der Kraftangriffspunkt sollte möglichst dem realen Einzeleingriffspunkt des Zahnradpaares entsprechen (vgl. *Stenico 2007*). Für eine kraftschlüssige Übertragung zwischen Klemmbacken und Prüfrad ist eine Mindestvorspannkraft erforderlich. Dadurch wird auch eine konstante Zahnradposition während des Versuches gewährleistet. Die sich hieraus ergebenden Einflüsse auf die Tragfähigkeit können als vernachlässigbar angesehen werden (vgl. *Klocke 2017*). Das Prüfrad wird über die Klemmbacken einer dynamischen Belastung in Form einer Schwingung ausgesetzt.

Pulsatorversuche können nach dem Treppenstufenverfahren durchgeführt werden. Zu Beginn müssen die Lasthorizonte definiert werden. Dabei müssen die einzelnen Stufen immer den selben konstanten Abstand *d* zueinander aufweisen, siehe Abb. 4.30. Der erste Lasthorizont (Spannungsamplitude) kann frei gewählt werden. Der Probekörper wird auf diesem Lastniveau einer vorher definierten und für alle Lastniveaus identischen Grenzschwingspielzahl *N*_G ausgesetzt. Sollte der Versuchskörper diese

Schwingspielzahl ohne Bruch oder erkennbaren Schaden erreichen, wird von einem Durchläufer gesprochen, der nächste Versuch wird auf einem höheren Lastniveau begonnen und die Probe wieder der Grenzschwingspielzahl *N*_G ausgesetzt. Sollte es wieder zu keinem Bruch kommen, wird der dritte Versuch usw. erneut auf einem höheren Lastniveau begonnen. Ein Bruch der Probe würde für den folgenden Versuch allerdings ein Beginn auf einem niedrigeren Lasthorizont bedeutet (vgl. *Müller 2015*).

Eine Auswertung der Ergebnisse gemäß Rechenverfahren nach Hück (vgl. *Hück 1983*) liefert eine mittlere Schwingfestigkeit mit 50 %-Ausfallwahrscheinlichkeit, welche über mathematische Ergänzungen und Umrechnungen (vgl. *Stenico 2007*) die experimentell ermittelte Zahnfußdauertragfähigkeit $\sigma_{Flim,Versuch}$ liefert.



Abb. 4.30: Schematische Darstellung des Treppenstufenverfahrens (Müller 2015)

Anzumerken sei, dass noch weitere Verfahren zur Auswertung der Treppenversuche existieren, wie z. B. die Auswertung nach Maximum-Likelihood, Dixon und Deubelbeiss (vgl. *Müller 2015*). Vorteil dieser Analogieversuche ist eine anschließende Übertragbarkeit auf die kostenintensiveren Laufversuche. Es sind mehrere Versuche je Zahnrad möglich, bei gleichzeitig einfachem Ein- und Ausbau der Probekörper. Nachteilig hingegen ist, dass kein reales Abwälzen während der Versuche auftritt und die Tragfähigkeiten in der Regel etwas zu hoch ermittelt werden (vgl. *Klocke 2014*).

Anhand von Treppenversuchen mit Hilfe von Pulsatoren lassen sich auch Wöhlerlinien bestimmen, welche Aussagen zum Ermüdungsverhalten von Werkstoffen liefern. Vor allem metallische Materialien können infolge einer dynamischen Beanspruchung vor Erreichung der Fließgrenze versagen. Plastische Verformungen infolge dieser Belastungen führen zu einem Ermüdungsversagen und somit zum Ende der Bauteillebensdauer.

4.8.3 Zwei-Scheiben-Prüfstand

Ein Analogieversuch zur Bestimmung der Zahnflankentragfähigkeit kann mit Hilfe des Zwei-Scheiben-Prüfstands durchgeführt werden. Der schematische Aufbau des Prüfstandes ist in Abb. 4.31 dargestellt. Zwei Wellen, an denen zwei Prüfscheiben montiert sind, stehen über einen Wälzkontakt in Verbindung. Über einen Motor können die Wellen in Rotation versetzt werden. Zusätzlich ist es möglich ein Schmiermittel in das System einzubringen. Die Kraftaufbringung kann über Aktuatoren oder Federn erfolgen. Die untere Welle ist über zwei Federbänder an der oberen Welle befestigt. Durch die geringe Steifigkeit in horizontaler Richtung kann sich die untere Welle infolge der Reibkraft verschieben. Die hohe Steifigkeit in Vertikalrichtung erlaubt eine Reibkraftmessung über einer an der oberen Welle montierten Kraftmessdose (vgl. *Brecher 2016*).



Abb. 4.31: Schematische Darstellung eines Zwei-Scheiben-Prüfstands (FZG 2019)

Das Prinzip basiert auf der Überführung des realen Zahnflankenkontakts auf eine Ersatzgeometrie in Form von zwei Scheiben. Dazu werden die Krümmungsradien, die Drehgeschwindigkeit sowie die Normalkräfte des realen Flankenkontaktes auf ein Ersatzmodell übertragen, welches anschließend auf den Zwei-Scheiben-Versuch angepasst wird, siehe Abb. 4.32.





Vorteil dieser Prüfmethode ist eine kostengünstige Untersuchung des Schmiermitteleinflusses sowie der Ermittlung von Reibwerten und des Schlupfverlaufes zwischen den beiden Scheiben. Im Gegensatz zum Pulsatorversuch liegt ein Wälzkontakt vor. Das Prüfverfahren ist allerdings in keiner Norm zu finden.

Die in diesem Abschnitt aufgeführten Prüfstände für Verzahnungen eignen sich nicht für die Untersuchung für die Betonverzahnungen des Großdemonstrators. Bei Untersuchungen mit dem Verspannungsprüfstand kommt es zur Rotation des treibenden und getriebenen Zahnrades. Der Pulsatorversuch berücksichtigt dynamische Belastungen und der Zwei-Scheiben-Prüfstand ermöglicht Prüfungen an unverzahnten Scheiben. Somit muss ein eigener Prüfstand für die Verzahnungsuntersuchungen des Großdemonstrators entwickelt werden, der Informationen zur Verzahnungsauslegung liefert. Dennoch zeigen sowohl der Verspannungsprüfstand als auch der Zwei-Scheiben-Prüfstand, dass mit einfachen Versuchsaufbauten und zwei Verzahnungen, die durch einen Motor in Rotation versetzt werden, eine experimentelle Untersuchung durchgeführt werden kann. Zusätzlich ist es möglich, eine Kraft auf die Verzahnung aufzubringen, um möglichst realitätsnahe Bedingungen zu schaffen.

4.9 Zusammenfassung

Die Geometrien von Verzahnungen können nicht frei gewählt und beliebig konstruiert werden, vielmehr müssen diese auf dem Verzahnungsgesetz beruhen. Die Normale in jedem Berührpunkt der Zahnflanke des treibenden und getriebenen Zahnrades muss stets durch den Wälzpunkt verlaufen, um die Bewegung mit konstanter Übersetzung übertragen und ein schadenfreies rotieren ermöglichen zu können. Auf dieser Grundlage kann jedes Flankenprofil entsprechend der individuellen Anforderungen (z. B. Belastung und Drehzahl) ausgelegt werden.

Im Maschinenbau haben es im Laufe der Zeit verschiedene Verzahnungsarten zu einer Anwendung in der Praxis gebracht. Aus fertigungstechnischen Gründen ist die Evolventenverzahnung die am häufigsten verwendete Verzahnungsart im Maschinenbau, obwohl sie ein schlechteres Verschleißverhalten als die ebenfalls zur Anwendung kommende Zykloidenverzahnung aufweist. Der gerringere Verschleiß entsteht aufgrund der Flankengeometrie der Zykloidenverzahnung, welche zu einer kleineren Kontaktpressung führt als bei der Evolvente. Stehen jeweils beide Verzahnungen im Eingriff, weisen sie einen Punktkontakt auf. Dadurch entsteht während der Rotation ein geringer Gleitweg, was zu einem reduzierten Verschleiß führt. Dieser Punktkontakt ist aber für den Werkstoff Beton äußerst ungeeignet, da dadurch Spannungsspitzen und Abplatzungen entstehen können, die sich auch entlang der relativ verschlankten Zahnfüße ausbilden. Für Betonverzahnungen ist vielmehr ein flächiger Kontakt vorteilhaft. Dieser wird durch die Wildhaber-Novikov-Verzahnung erreicht. Im Belastungsfall wandelt sich der Punktkontakt in einen Flächenkontakt um, der für eine gleichmäßige Lastverteilung sorgt und Spannungsspitzen entgegenwirkt. Diese Verzahnungsart kann also zur Auslegung von Betonverzahnungen in Frage kommen. Weiter wird gezeigt, wie sich der Gleitweg zweier aufeinander gleitender Flanken rechnerisch ermitteln lässt. Anhand dieses Gleitwegs kann mittels Gesetzt nach Archard das Verschleißvolumen (siehe Gleichung (3.9)) bestimmt werden. Wie aus Abschnitt 2.3.1 hervorgeht, können für den Großdemonstrator keine Kreisgeometrien zur Bestimmung des Abrollhügels und der Verzahnung zur Anwendung kommen. Darum wurde in Abschnitt 4.5 gezeigt, dass es auch möglich ist Verzahnungen für nicht kreisrunde Geometrien auszulegen. Es wird dann von unrunden Zahnrädern gesprochen, für die das Verzahnungsgesetz nicht gilt. In Abschnitt 4.6 werden die unterschiedlichen Schadensarten von Maschinenbauverzahnungen aufgezeigt. Nicht alle Arten können bei Betonverzahnungen auftreten. Beispielsweise ist Fressen ein typisches Schadensbild bei metallischen Materialien. Mögliche Schadensformen, die sich auf den Werkstoff Beton übertragen lassen, sind Zahnflankenschäden infolge Verschleiß in Form von Abplatzungen und Rissen. Ebenfalls auftreten könnte ein Zahnbruch bedingt durch Gewalt-, Dauer- oder Ermüdungsbruch. Zur Auslegung von Betonverzahnungen muss eine eigene Tragfähigkeitsbestimmung entwickelt werden, da die bereits im Maschinenbau existierenden Verfahren lediglich auf den Werkstoff Stahl anzuwenden sind. Ebenfalls neu zu entwickeln ist ein geeigneter Prüfstand für Verzahnungen aus Beton. Die im Maschinenbau zur Anwendung kommenden Prüfmaschinen sind nicht für diesen Werkstoff ausgelegt, wie Abschnitt 4.8 zeigt. Dennoch kann in Anlehnung an den Aufbau des Verspannungsprüfstandes und des Zwei-Scheiben-Prüfstandes ein Prüfstand für Betonverzahnungen im folgenden Kapitel hergeleitet werden.

5 Untersuchungen zum tribologischen Betonverhalten

5.1 Allgemeines

In Kapitel 2 wurde die Notwendgkeit einer Betonverzahnung für den Bau des Großdemonstrators gezeigt. Während der Sonnennachverfolgung kommt es bei dieser zu einem direkten Reibkontakt von Beton. In Kapitel 3 wurden die verschleißbestimmenden Einflussfaktoren auf den Beton aufgeführt, die in den Untersuchungen in Abschnitt 5.3 und Abschnitt 5.4 weiter betrachtet werden. Weiter wurde gezeigt, dass jedes tribologische Messverfahren immer auf das jeweilige Tribosystem angepasst werden muss und deshalb in Abschnitt 5.5 ein neues Prüfverfahren entwickelt wird, welches einen 2-Körper-Kontakt von Beton auf Beton und einen 3-Körper-Kontakt von Beton auf Beton sowie Abrassivstoff (z. B. Sand) abbildet. Zur Erkenntnissgewinnung über das tribologische Verhalten von Verzahnungen aus Beton wurden in dieser Arbeit drei unterschiedliche experimentelle Untersuchungen (siehe Abschnitt 5.3 bis Abschnitt 5.5) im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern durchgeführt. Ziel war es, eine geeignete Verzahnung aus Beton für einen Parabolrinnengroßdemonstrator zu entwickeln und Abriebmengen bestimmen zu können.

Für den Bau und die experimentellen Untersuchungen wurde auf einen speziellen Hochleistungsbeton zurückgegriffen, der als Nanodur[®]-Beton bezeichnet wird. Das verwendete Material wird in Abschnitt 5.2 beschrieben.

5.2 Nanodur[®]-Beton

5.2.1 Allgemeines

Für die Planung und Herstellung von Verzahnungen aus Beton gelten besondere Anforderungen. Für ein ideales Zusammenspiel von treibendem und getriebenem Rad ist eine hohe Passgenauigkeit erforderlich.

Zur Erreichung dieser Anforderung muss der zu verwendende Beton eine hohe Formbeständigkeit aufweisen. Zur Vermeidung von Rissen oder Abplatzungen infolge von Spannungsspitzen im Gebrauchszustand muss, neben einer hohen Druckfestigkeit, auch eine hohe Biegezugfestigkeit vorliegen. Aufgrund der geometrischen Form ist eine gute Verarbeitbarkeit des Betons von grundlegender Bedeutung. Er sollte eine hohe Fließfähigkeit aufweisen und selbstverdichtend sein, um die geometrisch anspruchsvollen Bauteile des Großdemonstrators einfacher herstellen zu können.

Diese hohen Ansprüche an das Material kann von Nanodur[®]-Beton erfüllt werden. Es handelt sich um einen Hochleistungsbeton. Grundlage des Materials bildet der Zement Nanodur[®]-Compound 5941. Dieser basiert auf Nanostrukturen von Kieselsäure und kann mit Quarzsand sowie anderen Korngruppen zu Hochleistungsbeton verarbeitet werden. Die Bindemittelvormischung beruht auf einem CEM II/B-S 52,5 R mit Quarz-mehl (vgl. *Dyckerhoff 2017*). Dieser Hochleistungsbeton wird bisher hauptsächlich für die Herstellung von Maschinenbetten- und gestellen verwendet (vgl. *Sagmeister 2017*). Dennoch existieren weitere erfolgreich umgesetzte, anspruchsvolle Referenzobjekte, welche die vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten des Betons aufzeigen, siehe Abb. 5.1.



Abb. 5.1: Projektbeispiele für die Verwendung von Nanodur[®]-Beton (*Müller 2016, Drössler 2019*)

Für den Bau eines Betonkollektors für solarthermische Parabolrinnenkraftwerke konnte eine hohe Verarbeitbarkeit des Betons auch noch nach 65 Minuten gezeigt werden. Der Beton besitzt eine hohe Fließfähigkeit, welche ein Setzfließmaß von bis zu 880 mm belegt (vgl. *Müller 2016*). Im Anwendungsbereich von Maschinenbetten sind Genauigkeiten im Mikrometerbereich erforderlich. Des Weiteren ist ein Verbleib des Betonstücks im linear-elastischen Bereich unabdingbar, da jeder Mikroriss unweigerlich zur Unbenutzbarkeit des Maschinenbettes führen würde. Das Material muss eine sehr große Verformungsstabilität aufweisen und von Anfang an rissfrei sein (vgl. *Sagmeister 2017*). Eine hohe Fließfähigkeit sowie eine hohe Druck-und Biegezugfestigkeit sind Anforderungen, die auch an eine Betonverzahnung zu stellen sind. Nanodur®-Beton entspricht diesen Anforderungen und eignet sich für die Herstellung von Betonverzahnungen.

5.2.2 Betonzusammensetzungen

Für die experimentellen Untersuchungen wurden drei verschiedene Betonzusammensetzungen verwendet. Die jeweiligen Rezepturen sind in den Tab. 5.1 bis Tab. 5.3 dargestellt und orientieren sich an der vom Hersteller vorgegebenen Standardrezeptur (vgl. *Sagmeister 2017*). Neben dem Compound 5941 grau wurden Zugabewasser, Fließmittel BASF ACE 430, Schwindreduzierer Grace Eclipse[®] Floor sowie Zuschlagsstoffe benötigt. Erfahrungen mit den Korngruppen 1/3 mm, 2/5 mm sowie 2/8 mm und reiner Sandmischungen liegen vor (vgl. *Forman 2018, Müller 2016*).

Nr.	Material	Menge [kg/m ³]
1	Sand 0/2	1.150
2	Nanodur [®] -Compound 5941 grau	1.050
3	Fließmittel BASF ACE 430	18
4	Schwindreduzierer GRACE Eclipse [®] Floor	6
5	Zugabewasser (ohne Fließmittel)	175
	Summe	2.399

Tab. 5.1:	Betonzusammensetzung Korngruppe 0/2 mm

Nr.	Material	Menge [kg/m ³]
1	Basaltsplitt 1/3	880
2	Sand 0/2	430
3	Nanodur [®] -Compound 5941 grau	1.050
4	Fließmittel BASF ACE 430	14
5	Schwindreduzierer GRACE Eclipse [®] Floor	6
6	Zugabewasser (ohne Fließmittel)	155
	Summe	2.535

Tab. 5.2: Betonzusammensetzung Korngruppe 1/3 mm

Tab. 5.3: Betonzusammensetzung Korngruppe 2/8 mm

Nr.	Material	Menge [kg/m ³]
1	Splitt 2/8	880
2	Sand 0/2	430
3	Nanodur [®] -Compound 5941 grau	1.050
4	Fließmittel BASF ACE 430	14
5	Schwindreduzierer GRACE Eclipse [®] Floor	6
6	Zugabewasser (ohne Fließmittel)	155
	Summe	2.535

Für die Sandmischung wurde Quarzsand (Mohshärte 7) verwendet. Die Korngruppe 1/3 mm beinhaltet Basaltsplitt (Mohshärte 6,5) und die Korngruppe 2/8 mm Rheinkies (Mohshärte 4 bis 5). Der Härtewert der jeweiligen Gesteinsart wird mit der Mohshärte angegeben. Diese wurde vom Mineralogen Mohs eingeführt: Zwei Materialien werden miteinander geritzt und entsprechend ihrer jeweiligen Beschädigung in Stufen von 1 bis 10 eingeteilt, wobei Stufe 10 dem härtesten Material (Diamant) der Skala entspricht (vgl. *Maier 2012*). Die Härteskala nach Mohs ist im Anhang in Tab. A.1 aufgeführt.

Stallmann 2020 führte zu den Mischungen mit den Korngruppen 0/2 mm und 1/3 mm Festigkeitsuntersuchungen an Zylindern und Prismen mit den Abmessungen 40 x 40 160 mm durch, siehe siehe Tab. 5.4.

Tab. 5.4:	Festigkeitsuntersuchunge	n von Nanodur [®] -Beton (vgl.	Stallmann 2020)
-----------	--------------------------	---	-----------------

Korngruppe	Mittlere Betondruckfestigkeit f _{cm}	Mittlere Biegezugfestigkeit f _{ctm,f}	
	[N/mm²]	[N/mm²]	
0/2 mm	119,99	18,69	
1/3 mm	133,07	19,61	

Weitere Eigenschaften von Nanodur®-Beton können Tab. 5.5 entnommen werden.

Tab. 5.5: Eigenschaften von Nanodur®-Beton (vgl. Sagmeister 2017)

Eigenschaft	Wert	Einheit
E-Modul <i>E</i> _{cm}	> 45.000	N/mm²
Rohdichte p	2,5	t/m³
Querdehnzahl µ	0,2	-
Wärmeleitfähigkeit λ	3,0	W/m⋅K
Wärmedehnzahl a _T	12,0·10 ⁻⁶	K ⁻¹
Kriechzahl $\varphi_{K(240d)}$	0,6	-

5.3 Verschleißwiderstand nach Böhme

5.3.1 Allgemeines

Nachfolgend wird eine Übersicht der verschleißbestimmenden Faktoren auf den Beton gegeben. Insbesondere eine Größtkornzunahme, eine größere Gesteinshärte, ein reduzierter Sandanteil, eine Erhöhter Anteil von Silikastaub, Flugasche und Fasern (bei Stoßbelastung), eine Reduzierung des w/z-Werts und eine Erhöhung der Betondruckfestigkeit führen zu einer Erhöhung des Verschleißwiderstandes von Beton. Silikastaub, Flugasche, Polymere und Fasern werden im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht. Am interessantesten erscheint die Untersuchung der zu verwendenden Gesteinskörnung. Gemäß *Scott 2015* führt ein größeres Korn zu einem höheren Abrasionswiderstand (siehe Abschnitt 3.5.1). Unter der Verwendung der Betonzusammensetzung aus Abschnitt 5.2.2 wurden für die Untersuchungen in diesem Abschnitt die Korngruppen variiert. Jede Korngruppe beinhaltet eine andere Gesteinsart, die eine andere Mohshärte aufweist.

Der Verschleißwiderstand von Nanodur[®]-Beton ist anhand von neun Probekörpern ermittelt worden. Ziel war die Bestimmung des Einflusses der Korngruppe auf den Abrieb bei Nanodur[®]-Beton. Weiter war es ein Ziel, die Verschleißmenge mathematisch zu bestimmen, um die verschleißärmste Betonzusammensetzung zu identifizieren. Folgende Fragestellungen sollen beantwortet werden können:

- Hat die Mohshärte oder die Korngruppe einen maßgebenden Einfluss auf die Abriebmenge des Hochleistungsbetons?
- Wie lässt sich der auftretende Abrieb im Vergleich zu normalfesten Betonen und Estrichen einstufen und generell abschätzen?
- Kann die Abriebmengenzunahme näherungsweise mathematisch erfasst werden?

Die Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme wurde bereits in Abschnitt 3.5 näher beschrieben. Es handelt sich um eine gängige Methode zur Bestimmung des Verschleißwiderstandes eines Zementestrichs. Gemäß *DIN 52108* und *DIN 13892-3* wird das Abriebvolumen der Probekörper in der Einheit cm³ / 50 cm² bestimmt. Der ermittelte Wert lässt sich anschließend in Verschleißwiderstandsklassen einordnen, siehe Tab. 5.6.

Tab. 5.6:	Verschleißwiderstandsklassen nach Böhme (vgl.	Erning 2003, vgl. DIN 13813)
-----------	---	------------------------------

Klasse	A22	A15	A12	A9	A6	A3	A1,5
Abriebmenge in cm ³ / 50 cm ²	22	15	12	9	6	3	1,5

Anhand dieser Verschleißwiderstandsklassen lassen sich verschiedenste Estriche im Hinblick auf ihr Abriebverhalten untereinander vergleichen. Eine höhere Klasse entspricht einer höheren Abriebmenge. Die Prüfung wird auf einer Böhmscheibe durchgeführt, welche aus Stahl gefertigt ist, siehe Abb. 3.7. Für die Prüfung wird Korund als Schleifmittel verwendet. Korund weist eine Mohshärte von 9 auf und ist damit fast so hart wie Diamant (Mohshärte 10). Somit beschreibt die Prüfmethode das Verschleißverhalten anhand eines 3-Körper-Kontaktes zwischen Stahl, Korund und Beton bei einer schleifenden Bewegung. Verschleißuntersuchungen im Zusammenhang mit Nanodur[®]-Beton sind aufgrund des bislang kleinen Anwendungsbereiches in der Literatur unbekannt. Verwendung findet der Beton hauptsächlich im Maschinenwesen zur Fertigung von Maschinenbetten und –gestellen (vgl. *Sagmeister 2017*). Abriebuntersuchungen liegen bislang nur an Prismen der Größe 40 x 40 x 160 mm vor, die vorher in unterschiedlichen Prüfflüssigkeiten, Wasser und Ethylalkohol, gelagert wurden. Geprüft wurden die Prismen in einem Alter von 25 Tagen. Der Volumenverlust bei den wassergelagerten Prismen ergab einen Wert von 10,40 cm³ / 50 cm². Die in Ethylalkohol gelagerten Proben erreichten einen leicht höheren Volumenverlust von 11,58 cm³ / 50 cm². Darüber hinaus wurden Proben bei einem Normklima 20/65 gelagert. Der Volumenverlust hierbei betrug 9,27 cm³ / 50 cm² (vgl. *Sagmeister 2017*). Die Ergebnisse lassen sich gemäß Tab. 5.6 in die Verschleißwiderstandsklasse A9 einordnen.

5.3.2 Versuchsprogramm

Zur Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme wurden insgesamt neun Probekörper gemäß *DIN 52108* hergestellt. Für jede Mischung sind jeweils drei Probekörper betoniert worden. Dabei variiert lediglich die Kornzusammensetzung. Verwendet wurde eine Mischung mit Quarzsand 0/2 mm sowie eine Mischung mit einer Korngruppe 1/3 mm und 2/8 mm. Die Betonzusammensetzungen können Abschnitt 5.2.2 entnommen werden. Die Anzahl der Probekörper mit der jeweiligen Korngruppe ist in Tab. 5.7 dargestellt.

Mischung	Anzahl Probekörper	Korngruppe [mm]	Mohshärte
1	3	0/2	7
2	3	1/3	6,5
3	3	2/8	4 - 5

Tab. 5.7: Anzahl, Korngruppe und Mohshärte der Probekörper

5.3.3 Probekörper und Herstellung

Die Probekörper wurden gemäß *DIN 52108* hergestellt. Die hierfür herzustellende Schalung mit den entsprechenden Abmessungen ist in Abb. 5.2 dargestellt.




Die Platten oder Würfel müssen eine guadratische Grundfläche mit einer Kantenlänge von 71 ± 1,5 mm aufweisen. Die Höhe ist frei wählbar. Jedoch sollten sich die Probekörper noch in den Prüfstand einbauen lassen. Diesbezüglich wurde eine Probekörperhöhe von 35 mm gewählt. Insgesamt wurden neun Schalungen gebaut.

Die Schalungsseite des Probekörpers wird für die Versuchsdurchführung verwendet, da diese möglichst eben und ohne Fehlstellen ist. Die fertig betonierten Probekörper sind in Abb. 5.3 (links) zu sehen. Diese sind entsprechend ihres Größtkorns und der Probekörpernummer mit Markierungen versehen worden. Abb. 5.3 (rechts) zeigt die ausgeschalte Unterseite eines Probekörpers.



Probekörper für Böhmscheibe (links), Unterseite der Probekörper (rechts) Abb. 5.3:

Die vier Seitenflächen der Proben sind im Uhrzeigersinn mit den Buchstaben A bis D beschriftet worden. Diese Markierungen sorgen für einen besseren Überblick bei der späteren Versuchsdurchführung, da die Proben während des Versuchs im Uhrzeigersinn um 90° zu drehen sind. Tab. 5.8 zeigt die Abmessungen der insgesamt neun Prüfkörper der verwendeten Betonmischungen.

	Ki	örnung 0/2 m	m		
		Maße			
Probe Nr	Länge [mm]	Breite [mm]	Höhe [mm]	Fläche [cm²]	Rohdichte [g/cm³]
1	70,75	70,91	36,58	5016,88	2,26
2	71,10	70,50	36,00	5012,55	2,26
3	71,30	71,10	36,09	5069,43	2,25
	Mitte	lwert			2,26
	Standardal	bweichung			0,01
	Variations	koeffizient			0,004
	Ki	örnung 1/3 m	m		
Dealer		Maße			
Probe	Länge	Breite	Höhe	Fläche	Rohdichte
NI	[mm]	[mm]	[mm]	[cm²]	[g/cm³]
1	71,02	71,05	35,44	5054,97	2,36
2	70,96	70,92	35,17	5032,45	2,35
3	71,15	71,01	35,28	5052,36	2,36
	Mitte	lwert			2,35
	Standardal	bweichung			0,01
	Variations	koeffizient			0,004
	K	örnung 2/8 m	m		
Droho		Maße			
Probe	Länge	Breite	Höhe	Fläche	Rohdichte
NI	[mm]	[mm]	[mm]	[cm²]	[g/cm³]
1	71,55	71,07	35,52	5085,06	2,23
2	70,77	71,29	35,69	5045,19	2,26
3	70,90	70,86	36,33	5023,97	2,23
	Mitte	lwert			2,24
	Standardal	bweichung			0,02
	Variations	koeffizient			0,009

T 1 E 0					1 11 1 4
Tab. 5.8:	Abmessungen	der Prufkorpe	er mit der je	weiligen R	ondichte

5.3.4 Versuchsdurchführung

Die Versuche wurden gemäß der Beschreibungen in Abschnitt 3.5.2 durchgeführt. Die hergestellten Probekörper (siehe Abb. 5.3 (links)) sind vor der eigentlichen Versuchsdurchführung in einem Trocknungsofen bei 105 °C bis zur Massenkonstanz getrocknet und anschließend gewogen worden.

Zu Beginn der Prüfung ist die in Abb. 5.4 dargestellte Böhmscheibe entlang der Drehscheibe sowie der Schleifbahn gesäubert worden, um den Einfluss von Fremdpartikeln auf das Verschleißverhalten der Proben ausschließen zu können.



Abb. 5.4: Böhmscheibe im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau

Anschließend ist der Prüfkörper in die entsprechende Halterung eingelegt worden. Die Gewindeschraube oberhalb des Prüfkörpers verhindert ein Abheben des Probekörpers und sorgt für einen gleichmäßigen Druck. Die Schraube selbst wird bei eingelegter Sicherung ohne Kraftaufbringung bis zur Oberkante des Betonkörpers herausgedreht.

Zu Beginn der Prüfung zeigt die mit dem Buchstaben "A" markierte Fläche nach vorne. Entlang der Schleifbahn werden 20 g des Norm-Schleifmittels aus Korund gemäß *DIN 52108* gleichmäßig verteilt. Nach Lösen der Sicherung wird der Prüfkörper mit 294 ± 3 N mittig beansprucht. Nun ist die Drehscheibe in Bewegung zu setzen. Pro Prüfperiode muss die Scheibe 22 Umdrehungen durchführen. Es ist darauf zu achten, dass das Schleifmittel wieder auf die Schleifbahn zurückgeführt wird. Dafür sind spezielle Halterungen mit Borsten an der Böhmscheibe angebracht. Nach der 22. Umdrehung ist die Probe um 90° zu drehen. Die mit der Markierung "B" versehene Fläche zeigt für die zweite Prüfperiode nach vorne. Nach jeder Prüfperiode ist die Drehscheibe zu säubern und es sind erneut 20 g des Norm-Schleifmittels aufzutragen. Ein Versuch beinhaltet 16 Prüfperioden. Nach jeweils vier Perioden, ist die Probe erneut zu wiegen. Somit ergibt sich eine Massenermittlung nach 88, 176, 264 und 352 Umdrehungen. Damit ist es möglich, die Verschleißmenge während des gesamten Versuchs über vier Messzeitpunkte festzuhalten. Abb. 5.5 zeigt die neun Prüfkörper geordnet nach verwendeter Betonmischung nach Beendigung des Versuchs. Die während des Abriebversuchs freigelegte Gesteinskörnung ist deutlich erkennbar.



Versuchskörper mit freigelegter Gesteinskörnung nach Böhmscheibenversuch Abb. 5.5:

5.3.5 Versuchsauswertung

Gemäß DIN 52108 müssen die Probekörper eine quadratische Grundfläche mit einer Kantenlänge von 71 ± 1,5 mm aufweisen, was gemäß Tab. 5.8 eingehalten wurde. Zusätzlich ist gemäß Norm die Rohdichte in Abhängigkeit der Masse nach 0 Umdrehungen inklusive Mittelwert und Standardabweichung bestimmt worden. Tab. 5.9 zeigt den Schleifverschleiß *AV* der Prüfkörper der untersuchten Betonmischungen.

Tab. 5.9:	Versuchsergebnisse zur Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme

			l	Körnung 0/2	mm			
		Masse [g] nach Umdr	ehungen			Schleifverschleiß	;
Vor Trocknung	0	88	176	264	352	Δ m [g]	ΔV [cm ³ / 50 cm ²]	∆l [mm]
424,4	415,2	412	409	407	405	10,20	4,51	0,09
416,3	407,3	404	402	399	397	10,30	4,56	0,09
421,1	412,1	409	406	404	401	11,10	4,93	0,10
			Mittelwert				4,75	0,09
		Star	ndardabweich	ung			0,26	0,00
		Vari	ationskoeffiz	ient			0,05	

			l	Körnung 1/3 ı	nm			
		Masse [g] nach Umdr	ehungen			Schleifverschleif	3
Vor		00	170	264	252	Δm	ΔV	Δ١
Trocknung	U	80	1/6	264	352	[g]	[cm ³ / 50 cm ²]	[mm]
429,9	422,0	418	415	412	409	13,00	5,51	0,11
423,3	415,1	411	407	404	401	14,10	6,01	0,12
428,8	420,6	416	413	410	407	13,60	5,76	0,12
			Mittalwart				E 76	0.12
			witterwert				5,70	0,12
		Star	ndardabweich	ung			0,25	0,01
		Vari	iationskoeffiz	ient			0,04	4

			ł	Körnung 2/8 r	nm			
		Masse [g] nach Umdro	ehungen			Schleifverschleiß	
Vor	0	99	176	264	352	Δm	ΔV	ΔI
Trocknung	v		1/0	204	332	[g]	[cm ³ / 50 cm ²]	[mm]
410,7	403, 3	399	395	392	390	13,30	5,96	0,12
414,6	407,0	401	396	393	390	17,00	7,52	0,15
414,9	407,5	401	398	394	391	16,50	7,39	0,15
			A dista a la consta				C 0C	0.14
			wittelwert				6,96	0,14
		Star	ndardabweich	nung			0,87	0,02
		Vari	ationskoeffiz	ient			0,12	

Dargestellt ist die Masse vor Trocknung der Prüfkörper sowie die Masse nach 0 Umdrehungen. Diese ermittelt sich aus den bis zur Massekonstanz im Trocknungsofen bei 105°C getrockneten Probekörpern. Des Weiteren sind die Massen nach jeder Prüfperiode (88, 176, 264 und 352 Umdrehungen) dargestellt. Der Massenverlust Δm ermittelt sich aus der Differenz der Masse nach 0 und nach 352 Umdrehungen. Der Quotient aus Masseverlust Δm und der Rohdichte liefert den Schleifverschleiß ΔV . Gemäß Gleichung (5.1) lässt sich der Dickenverlust ΔI bestimmen (vgl. *Zimmer 2012*):

$$\Delta l = \frac{\Delta m}{\rho \cdot A} = \frac{\Delta V}{A} \tag{5.1}$$

Der Flächeninhalt *A* ist immer mit 50 cm² anzunehmen, auch wenn die Fläche im Rahmen der Toleranzen vom Sollwert 50 cm² abweicht. Aus jeweils drei Probekörpern pro Betonmischung ist der Mittelwert des Schleifverschleißes ΔV und des Dickenverlusts ΔI berechnet worden.

Das Verschleißvolumen ΔV bei Korngruppe 0/2 mm beträgt im Mittel 4,67 cm³ / 50 cm². Bei Korngruppe 1/3 mm ist ein Verschleißvolumen von 5,76 cm³ / 50 cm² feststellbar. Der größte mittlere Verschleiß ist bei der Körnung 2/8 mm aufgetreten: Das Verschleißvolumen ΔV liegt bei 6,96 cm³ / 50 cm².

Die ermittelten Verschleißmengen lassen sich für die Korngruppe 0/2 mm sowie 1/3 mm in die Verschleißklasse A6 und für die Korngruppe 2/8 in die Verschleißklasse A9 einordnen, siehe Tab. 5.6. Gängige in der Praxis verwendete Estriche lassen sich in die Verschleißklassen A6 bis A12 einordnen (vgl. *Sopro 2020*). Der untersuchte Hochleistungsbeton lässt sich in geringfügig niederigere Verschleißwiderstandsklassen einordnen und besitzt somit einen etwas größeren Verschleißwiderstand als die in der Praxis eingesetzten Zementestriche.

Die Ergebnisse deuten darauf hin, dass ein größeres Größtkorn nicht zwangsläufig einen geringeren Verschleiß zur Folge haben muss. Als entscheidender Faktor scheint vielmehr die Gesteinsart mit ihrer jeweiligen Mohshärte zu sein. Die verwendete Betonzusammensetzung mit der Korngruppe 0/2 mm beinhaltet das Mineral Quarz, welches eine Mohshärte von 7 (siehe Anhang, Tab. A.1) besitzt. Die Korngruppe 1/3 mm setzte sich aus Basalt zusammen. Hierbei handelt es sich um ein Ergussgestein, bestehend aus Feldspat und Augit mit Anteilen von Olivin. Die Mohshärte von Feldspat liegt bei circa 6 bis 6,5 und damit leicht höher als bei Augit (5 bis 6,5). Olivin weist mit 6,5 bis 7 die höchste Mohshärte auf (vgl. *Neroth 2011*). Daraus ergibt sich für Basalt eine gemittelte Mohshärte von circa 6,5. Bei der Korngruppe 2/8 mm liegt Rheinkies mit einer Mohshärte von 4 bis 5 vor. Mit abnehmender Mohshärte ist somit eine Zunahme des Verschleißvolumens ΔV erkennbar.

Abb. 5.6 zeigt beispielhaft den grafischen Verlauf des näherungsweise linearen Massenverlustes der Betonmischung für Korngruppe 0/2 mm. Die Verläufe für die Korngruppe 1/3 mm sowie 2/8 mm sind im Anhang in Abb. A.1 und Abb. A.2 dargestellt.



Abb. 5.6: Massenabnahme der Körnung 0/2 mm

Für jede untersuchte Korngruppe lässt sich eine lineare Näherungsfunktion zur Beschreibung der Massenabnahme ermitteln. Diese sind in Abb. 5.7 dargestellt.



Abb. 5.7: Linearisierung der Massenabnahme für die untersuchten Korngruppen sowie Messergebnisse

Für jede Korngruppe lässt sich anhand der Gleichung (5.2) eine lineare Näherungsfunktion bestimmen. Die darrgetrocknete Masse m_0 stellt den Ordinatenabschnitt dar. Die Massenabnahme lässt sich durch die Geradensteigung, welcher als Vorfaktor m_A bezeichnet wird, bestimmen. Die eingeführte Variable *x* steht für die Anzahl der Umdrehungen der Böhmscheibe:

$$f(x) = m_A \cdot x + m_0 \tag{5.2}$$

Die linearen Näherungsfunktionen aus Abb. 5.7 stellen sich wie folgt dar:

$$f(x) = -\frac{3}{100} \cdot x + 411,5 \qquad (Korngruppe \ 0 \ / \ 2) \qquad (5.3)$$

$$f(x) = -\frac{1}{25} \cdot x + 419,2 \qquad (Korngruppe \ 1 \ / \ 3) \qquad (5.4)$$

$$f(x) = -\frac{6}{125} \cdot x + 405,9 \qquad (Korngruppe 2 / 8) \tag{5.5}$$

Mit Hilfe der darrgetrockneten Massen m_0 sowie den Geradensteigungen der Gleichungen (5.3) bis (5.5) lässt sich über die mittlere Rohdichte ρ in [g/cm³] direkt das mittlere Verschleißvolumen ΔV bestimmen. Die Herleitung erfolgt beispielhaft an der Betonmischung mit der Korngruppe 0/2 mm.

$$\Delta m = f(0) - f(352) \tag{5.6}$$

$$\Delta m = m_0 - \left(-\frac{3}{100} \cdot x + m_0 \right) = \frac{3}{100} \cdot x \tag{5.7}$$

mit:

$$\Delta V = \frac{\Delta m}{\rho} = \frac{\frac{3}{100} \cdot x}{\rho}$$
(5.8)

Die allgemeine Gleichung zur direkten Ermittlung des mittleren Verschleißvolumens ΔV in Abhängigkeit der Umdrehungszahl der Böhmscheibe *x* sowie der von der Korngruppe beeinflussten Vorfaktoren *m*_A, siehe Gleichungen (5.3) bis (5.5), ergibt sich zu:

$$\Delta V \left[\frac{cm^3}{50 \ cm^2} \right] = \frac{m_A \cdot x}{\rho \left[\frac{g}{cm^3} \right]}$$
(5.9)

Bei einer Umdrehung der Böhmscheibe (r = 220 mm) entsteht ein Schleifweg s von circa 1,38 m. Bei 352 Umdrehungen ist somit jeder Probekörper einer Schleifstrecke von 486,5 m ausgesetzt gewesen. Die Gleichung (5.9) kann somit auch in Abhängigkeit des Schleifwegs *s* angegeben werden.

$$\Delta V \left[\frac{cm^3}{50 \ cm^2} \right] = \frac{m_A \cdot \frac{s \ [m]}{1.38}}{\rho \ \left[\frac{g}{cm^3} \right]} \tag{5.10}$$

5.4 Drei-Punkt-Lastverfahren an geschliffenen Normprismen

5.4.1 Allgemeines

Um eine hohe Präzision und Genauigkeit bei Verzahnungen aus Hochleistungsbeton erreichen zu können, kann eine mechanische Nachbehandlung erforderlich sein. Durch Zerspanen mit geometrisch bestimmter Schneide (z. B. Fräsen) oder mit geometrisch unbestimmter Schneide (z. B. Schleifen) kann mit Präzisionsmaschinen eine Betonoberfläche nachbearbeitet werden. Bei diesen Verfahren findet ein Eindringen des Werkzeuges in das Werkstück statt und trennt einzelne Späne ab. Hierbei kann es, unter anderem durch eine starke Wärmeentwicklung, zu einer Schädigung des Betongefüges kommen und somit die Biegezugfestigkeit des Betons herabgesetzt werden. Zur Untersuchung einer möglichen Gefügeschwächung infolge Schleifens wurde die Biegezugfestigkeit gemäß *DIN 196* an insgesamt 39 unterschiedlich zerspanten Normprismen (40 x 40 x 160 mm) bestimmt.

Insgesamt wurden zwei Versuchsreihen durchgeführt. In Versuchsreihe I (Nassschleifen) wurde die Korngruppe geändert, um der Vermutung, dass nicht die Abmessung des Größtkorn sondern die Härte des Gesteins einen maßgeblichen Einfluss auf den Verschleißwiderstand des Betons hat, weiter nachzugehen. Ebenfalls variiert wurde die Schleiftiefe, um deren möglichen Einfluss auf die Biegezugfestigkeit zu bestimmen. In Versuchsreihe II (Trockenschleifen) wurde die unterschiedliche Körnung des Schleifmaterials untersucht, um den Einfluss von in der Größe variierenden Partikeln (Abrasivstoffen) auf den Beton zu untersuchen.

Es sollten folgende Fragestellungen geklärt werden:

- Kann ein Betonkörper aus Hochleistungsbeton mittels Schleifverfahren nachbehandelt werden, ohne dass dabei seine Biegezugfestigkeit herabgesetzt wird?
- Hat die Schleiftiefe einen Einfluss auf die Biegezugfestigkeit des Hochleistungsbetons?
- Hat die Abmessung des Größtkorn der Korngruppe der untersuchten Betonzusammensetzung im Zusammenhang mit dem Schleifvorgang einen Einfluss auf die Biegezugfestigkeit?
- Hat es Auswirkungen auf die Biegezugfestigkeit der Probekörper, ob es sich beim Schleifen um Trocken- oder Nassschleifen handelt?
- Hat die Körnung des Schleifmaterials einen Einfluss auf die Biegezugfestigkeit des Betons?

Gemäß *DIN 196* wird die Biegezugfestigkeit nach Gleichung (5.11) bestimmt. Es ist zunächst die Höchstlast F_1 experimentell zu ermitteln und mit dem konstanten Abstand *I* zwischen den Auflagerrollen zu multiplizieren. Das Ergebnis ist auf die Seitenlänge *d* des Querschnitts des Probekörpers zu beziehen.

$$f_{ct} = \frac{1.5 \cdot F_f \cdot I}{d^3} \tag{5.11}$$

Da es bei geschliffenen Prismen zwangsläufig zu einer Reduzierung der Bauteilhöhe kommt, müssen alle drei Seiten des Probekörpers gemessen und berücksichtigt werden. Hierzu kann die Formel zur Bestimmung der Biegezugfestigkeit gemäß *DIN 12390* verwendet werden, siehe Gleichung (5.12).

$$f_{ct} = \frac{1, 5 \cdot F_f \cdot I}{d_1 \cdot d_2^2}$$
(5.12)

Abb. 5.8 zeigt die Berücksichtigung der Seitenmaße d_1 und d_2 .





Die Probekörper sind nach der Herstellung und entsprechend der jeweiligen Versuchsreihe mechanisch bearbeitet worden.

5.4.2 Versuchsprogramm

Zur Bestimmung der 3-Punkt-Biegezugfestigkeit wurden zwei unterschiedliche Versuchsreihen durchgeführt. Bei Versuchsreihe I (Nassschleifen) wurden 27 Normprismen hergestellt. Variiert wurden das Größtkorn sowie die Schleiftiefe. Bei der Herstellung sind drei unterschiedliche Nanodur[®]-Betonrezepturen verwendet worden, siehe Abschnitt 5.2.2. Es wurden jeweils neun Probekörper aus einer Mischung mit Quarzsand 0/2 mm sowie einer Mischung mit einer Korngruppe 1/3 mm und 2/8 mm hergestellt. Von den 27 Normprismen wurden 24 mittels Tellerschleifers (Nassschleifen) mechanisch nachbehandelt, siehe Abschnitt 5.4.4. Die drei übrigen Prüfkörper verblieben als Referenzproben. Jeweils drei Prismen jeder Korngruppe wurden 3 mm und 5 mm abgeschliffen. Das gesamte Versuchsprogramm der Versuchsreihe I ist in Tab. 5.10 aufgeführt. Im folgenden werden die beiden Variationsparameter für Versuchsreihe I beschrieben:

Größtkorn

Wie bereits in Abschnitt 3.5.1 erläutert hat das Größtkorn einer Betonmischung einen erheblichen Einfluss auf das Abriebverhalten des jeweiligen Betonkörpers. Je größer

das Korn, desto größer der Widerstand gegen Abrasion (vgl. *Scott 2015*). Die Versuche aus Abschnitt 5.3 haben dieser Aussage allerdings widersprochen, da die Gesteinsart und die Härte des Gesteins (Mohshärte) den entscheidenden Einfluss auf den Verschleißwiderstand hatte. Deswegen wird in dieser Versuchsreihe der Einfluss des Größtkorns auf den Verschleißwiderstand weiter untersucht.

Schleiftiefe

Beispielsweise wird durch Sandpartikel kinetische Energie auf die Betonoberfläche übertragen, welche oberflächennahe Gefügeschädigungen verursachen. So entstehen Mikrorisse, welche zu Abplatzungen und Abtragungen führen könnten (vgl. *Mechtcherine 2012*). Diese Abtragung wird künstlich durch eine Schleifmaschine (Tellerschleifer) nachgebildet und so eine variable Schleiftiefe aufgebracht, um die mögliche Gefügeschädigung in den Betonquerschnitt einzubringen.

Probe Nr.	Korngruppe [mm]	Theoretische Schleiftiefe [mm]	Mohshärte
1			
2	0/2	Referenz – ungeschliffen	7
3		[0 mm]	
4		Deferenz ungeschliffen	
5	1/3	[0 mm]	6,5
6		[0]	
7		Deferenz ungeschliffen	
8	2/8	[0 mm]	4 - 5
9		[0]	
10			
11	0/2		7
12			
13			
14	1/3	3	6,5
15			
16			
17	2/8		4 - 5
18			
19			
20	0/2		7
21			
22			
23	1/3	5	6,5
24			
25			
26	2/8		4 - 5
27			

Tab. 5.10: Versuchsprogramm der Versuchsreihe I

Für die Versuchsreihe II sind 12 Prismen hergestellt worden. Die Probekörper sind nach der Betonage mittels Diamantschleifscheibe mechanisch bearbeitet worden. Hierbei wurden jeweils drei Prismen mit einer 60er und einer 400er Körnung sowie einer Diamantschleifscheibe 2 Minuten lang abgeschliffen, um eine ausreichende

Schleiftiefe und Abriebsmenge zu erzielen. Das Abschleifen bis zu einer definierten Schleiftiefe erwies sich als ungeeignet, da beispsielsweise bei der sehr feinen 400er-Körnung kaum Abrieb entstand. Drei weitere unbehandelte Proben lieferten den Referenzwert. Im Gegensatz zu Versuchsreihe I sind die Proben trockengeschliffen worden. Es fand keine Kühlung der Proben durch die Zugabe von Wasser während des Schleifprozesses statt. Das Betongefüge der Probekörper wurde somit einer zusätzliche thermischen Belastung ausgesetzt. Verwendet wurden ausschließlich die Betonrezepturen aus Abschnitt 5.2.2.

Schleifkörnung

Die Schleifkörnung wird in Mesh angegeben. Dabei wird, je nach Körnung, eine entsprechende Maschenanzahl auf 1 Zoll (= 24,4 mm) Kantenlänge eines Siebes bezogen. Bei einer 60er Körnung befinden sich 60 Öffnungen in einem quadratischen Sieb mit der Kantenlänge von 24,4 mm. Die Körner, welche durch die Öffnung des Siebes fallen, werden aufgefangen und erneut gesiebt. Die verbleibenden Körner entsprechen einer Körnung von 60. Eine Körnung von 400 ist als wesentlich feiner einzustufen.

Kerbwirkung

Bereits kleinste Kratzer oder Vertiefungen, die beim Gebrauch (z. B. beim Schleifen) entstehen, können Kerben verursachen. Durch Variation der Körnung können unterschiedliche Kerbformen und Verteilungen erzeugt werden. Im Allgemeinen sind Kerben negativ zu bewerten, da hierdurch Spannungsspitzen im Bereich der Kerbe entstehen können. Je schärfer die Kerbe ist, desto größer wird die hervorgerufene Spannungsspitze. Kerben in spröden Werkstoffen können nur sehr schlecht abgebaut werden (vgl. *Dubbel 2018*).

Das vollständige Versuchsprogramm der Versuchsreihe II ist in Tab. 5.11 dargestellt.

Probe Nr.	Schleifkörnung	Korngruppe [mm]	Schleiftdauer [s]	Mohshärte
1	5.4			
2	Referenz -			
3	ungesonnnen			
4				
5	60			
6		1/2	120	6 5
7		1/3	120	0,5
8	400			
9				
10	D'anna tachtait			
11	Diamantschleif-			
12	30110100			

Tab. 5.11:	Versuchsprogramm	der Versuchsreihe II
------------	------------------	----------------------

5.4.3 Probekörper und Herstellung

Die Prismen für die Versuchsreihen I und II wurden entsprechend *DIN 196* hergestellt. Dazu wurde eine Stahlschalung mit drei waagerechten Fächern mit den Abmessungen 40 x 40 x 160 mm genutzt. Pro Schalung konnten drei Prismen mit den entsprechenden Abmessungen hergestellt werden, siehe Abb. 5.9.

Der eingesetzte Hochleistungsbeton ist selbstverdichtend, weswegen die Prismen nach der Betonage nicht auf einer Rüttelplatte nachverdichtet wurden. Die Proben sind an der Einfüllseite lediglich mit einer geringen Wasserzugabe nachbehandelt worden. Damit wird die Bildung einer luftundurchlässigen Oberflächenschicht entgegengewirkt, was die Bildung von Lunkern stark reduziert.



Abb. 5.9: Abmessung der Probekörper (links), Schalung Prismen (rechts)

Die Proben beider Versuchsreihen wurden direkt am Tag nach der Betonage ausgeschalt. Die Probekörper der Versuchsreihe I sind entsprechend ihrer jeweiligen Korngruppe – 1/3 mm, 2/8 mm und S für 0/2 mm – und der angestrebten Schleiftiefe von 2 mm und 5 mm gekennzeichnet worden, siehe Abb. 5.10.

Die Versuchsreihe II beinhaltet durchgängig Probekörper mit einer Korngruppe 1/3 mm, weswegen hier eine weitere Kennzeichnung der Schleifkörnung von 60, 400 und Diamantschleifscheibe nicht notwendig war. Die Korngruppen 0/2 mm sowie 2/8 mm wurden nicht weiter untersucht, da der mögliche Einfluss des Größtkorns auf den Betonverschleiß bereits mit den Untersuchungen aus Abschnitt 5.3 und der Versuchsreihe I aus diesem Abschnitt beobachtet wurde.



Abb. 5.10: Ausgeschalte Probekörper der Versuchsreihe I (links), Ausgeschalte Probekörper der Versuchsreihe II (rechts)

5.4.4 Schleifvorgang in der Versuchsreihe I und II

Die Probekörper der Versuchsreihe I sind mittels Tellerschleifmaschine mechanisch behandelt worden, siehe Abb. 5.11.



Abb. 5.11: Probekörper in Tellerschleifer mit Wasserkühlung

Es sind immer drei Proben hintereinander unterhalb des Schleiftellers fixiert worden. Anschließend ist die Schleiftiefe von 3 mm oder 5 mm an der Maschine eingestellt worden. Die Tellerscheibe bewegt sich mittels Linearbewegung über alle Prismen und schleift durch eine Rotationsbewegung jeweils eine Oberflächenseite der Prismen ab – entsprechend der eingestellten Schleiftiefe. Der Vorgang läuft vollständig wassergekühlt ab, um eine entsprechende Staubentwicklung zu vermeiden und den Maschinenverschleiß gering zu halten. Abb. 5.12 (links) zeigt ein geschliffenes Prisma. Eine Abtragung von 5 mm ist deutlich erkennbar, wie Abb. 5.12 (rechts) zeigt.



Abb. 5.12: Geschliffenes Prisma (links), Prismenvergleich (rechts)

Die Probekörper der Versuchsreihe II sind trockengeschliffen. Dazu wurde eine Diamantschleifscheibe mit einer Körnung 60 und einer Körnung 400 sowie einer Diamant-Tellerschleifscheibe verwendet. Beispielhaft ist in Abb. 5.13 (links) die diamantbesetzte Schleifseite sowie die mit Klett beschichtete Seite abgebildet, welche zur Montage an der Schleifmaschine dient.





Abb. 5.13: Vorder- und Rückseite der Diamantschleifscheibe (links), klettbesetzte Seite der Diamantschleifscheibe (rechts)

Die Prismen wurden mit einem Winkelschleifer mit Drehzahlregulierung geschliffen. Dazu wurden die Proben in einem Maschinenschraubstock verspannt und der Winkelschleifer an einer entsprechenden Stahlkonstruktion montiert, siehe Abb. 5.13 (rechts). Die fertig geschliffenen Probekörper sind in Abb. 5.14 dargestellt.



Abb. 5.14: Geschliffene Probekörper der Versuchsreihe II

5.4.5 Versuchsdurchführung

Die Versuchsdurchführung war für beide Versuchsreihen identisch. Das jeweilige Prisma wurden in die Prüfmaschine entsprechend Abb. 5.8 eingelegt. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Längsachse des Prismas senkrecht zu den Tragrollen lag und die geschliffene Seite nach unten zeigte. Anschließend wurde das Prüfprogramm ausgewählt und gestartet. Dabei ist die Probe mittig bis zum Bruch belastet worden. Nach dem Bruch des Prismas entstanden zwei Hälften, die anschließend einer Druckfestigkeitsprüfung bis zum jeweiligen Bruch unterzogen worden sind. Die Prismenhälften wurden so ausgerichtet, dass sie seitlich innerhalb \pm 0,5 mm und in Längsrichtung die Endflächen des Prismas ungefähr 10 mm über die Platte der Prüfmaschine hinausragten.

5.4.6 Versuchsauswertung

Ziel war es, den Einfluss eines mechanischen Fertigungsverfahrens (Schleifen) auf die Biegezugfestigkeit von Normprismen (40 x 40 x 160 mm) aus Nanodur[®]-Beton zu untersuchen. Dabei sollte zum einen der Einfluss des Größtkorns der Korngruppe sowie der Schleiftiefe beim Nassschleifen (Versuchsreihe I) und zum anderen der Einfluss der Schleifkörnung beim Trockenschleifen (Versuchsreihe II) untersucht werden Die Ergebnisse der 3-Punkt-Biegezugfestikeitsprüfung mit den entsprechenden Abmessungen, der Bruchlast und der Biegezugfestigkeit sowie der Druckfestigkeitsprüfungen der beiden geteilten Prismen sind in Tab. 5.12 dargestellt:

Tab. 5.12:	Versuchsergebnisse Versuchsreihe I	
1au. 5.12.	versuchsergebrilsse versuchstellter	

Standardabweichung S _{Rc} [N/mm²]		1,8			6,4			7,2			11,6			10,0			7,9			6,7			13,2			12,1	
Mittelwert Druckfestigkeit R _c [N/mm²]		8'66			116,1			97,9			81,4			101,8			94,0			95,0			106,3			97,1	
Standardabweichung S _{&tm} [N/mm ²]		1,7			1,2			1,8			0,6			1,8			1,9			0,4			1,0			1,3	
Mittelwert Biegefestigkeit f _{am} [N/mm²]		14,9			20,0			15,8			15,4			21,9			16,6			16,0			19,7			15,1	
tigkeit R _c nm²]	97,4	98,3	98,9	106,9	119,1	115,3	91,3	104,6	92,6	98,4	67,1	80,9	108,3	93,2	114,6	101,1	94,2	100,9	87,2	103,4	101,4	85,4	112,2	116,9	110,7	85,6	101.4
Druckfes [N/i	102,0	101,0	100,9	121,9	122,9	110,6	6'06	106,9	101,3	87,2	70,0	84,6	90,8	95,1	109,1	81,7	87,6	98,3	95,5	88,0	94,4	106,1	6'96	120,1	111,1	85,6	88.6
ilast F _c N]	155900	157300	158300	171100	190600	184500	146000	167400	148100	157400	107300	129400	173300	149100	183400	161800	150700	161500	139500	165400	162300	136600	179500	187000	177100	136900	162200
Bruch	163200	161600	161500	195100	196600	176900	145400	171000	162000	139500	112000	135400	145200	152100	174500	130700	140200	157300	152800	140800	151000	169700	155000	192200	177700	136900	141800
Biegefestigkeit <i>R</i> , [N/mm²]	16,9	14,0	13,8	20,8	20,5	18,6	14,3	15,2	17,8	14,7	15,9	15,5	23,9	20,6	21,2	15,5	18,8	15,4	16,4	15,8	15,8	19,2	0,01	20,9	13,6	16,1	15.5
Bruchlast F _f [N]	4520	3710	3610	5470	5530	5000	3900	4160	4830	3430	3750	3710	5580	4760	5060	3750	4290	3570	3460	3370	3340	3900	4170	4420	2930	3520	3370
Dicke d ₂ [mm]	40,0	40,1	39,9	39'6	39,8	40,0	40,1	40,2	39,9	37,6	37,9	37,8	37,5	37,1	37,8	38,0	37,4	37,4	35,5	35,6	35,8	35,3	36,2	35,5	35,6	36,1	35.7
Breite d ₁ [mm]	40,3	39,7	39,6	40,1	40,8	40,3	41,1	40,9	40,9	39,5	39,4	40,3	40,0	40,5	40,3	40,3	39,4	40,1	40,4	40,5	40,2	39,4	40,4	40,5	40,8	40,1	40.8
Länge / [mm]	160,7	160,8	160,8	159,7	160,1	160,1	161,5	161,0	160,4	159,8	159,9	160,0	160,8	161,0	160,7	160,8	161,2	161,3	161,3	160,9	162,5	161,0	160,6	160,7	159,6	159,6	159.5
Theoretische Schleiftiefe Imml		1			1			1			3,0			3,0			3,0			5,0			5,0			5,0	
Größtkorn		Sand			1/3			2/8			Sand			1/3			2/8			Sand			1/3			2/8	
Probe Nr.	1	2	3	4	2	9	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

Im ersten Auswertungsschritt der Versuchsreihe I ist die Genauigkeit der Nassschleifmaschine untersucht worden. Die in Tab. 5.12 mittels elektronischem Messschieber ermittelten Querschnitthöhen sind in Abb. 5.15 dargestellt.



Abb. 5.15: Querschnittshöhen nach Schleifen der Prismen mittels Tellerschleifer

Dargestellt sind jeweils die Sollhöhen (gestrichelte Linien) von 40 mm, 37 mm sowie 35 mm. Aufgrund von Ungenauigkeiten der Schleifmaschine ist es zu leichten Abweichungen von maximal 1,1 mm (Korngruppe 1/3 mm; 35,0 mm) zwischen Soll- und Ist-Höhe gekommen. Die in Tab. 5.12 bestimmten Biegefestigkeiten sind in Abb. 5.16 für die jeweilige Korngruppe und Schleiftiefe dargestellt:





Erkennbar ist, dass der Nassschleifvorgang bei keiner Korngruppe und Schleiftiefe zu einer Herabsetzung der 3-Punkt-Biegefestigkeit führte. Die Zugfestigkeiten weichen nur geringfügig vom jeweiligen Referenzversuch ab. Die Versuchsergebnisse der Versuchsreihe II sind in Tab. 5.13 dargestellt:

Tab. 5.13: Versuchsergebnisse Versuchsreihe II

Probe Nr.	Größtkorn	Schleifkömung	Länge / [mm]	Breite d ₁ [mm]	Dicke <i>d</i> ₂ [mm]	Bruchlast F _f [N]	Biegefestigkeit R _f [N/mm²]	Bruchla	ist F _c]	Druckfesti [N/m	gkeit R _c m²]	Mittelwert Biegefestigkeit <i>f</i> _{ctm} [N/mm²]	Standardabweichung S _{fttm} [N/mm ²]	Mittelwert Druckfestigkeit R _c [N/mm²]	Standardabweichung S _{Rc} [N/mm²]
1			160,3	39,9	41,0	5350	19,2	203800	169600	127,4	106,0				
2	1/3	1	160,2	40,0	39,9	5170	19,5	189100	186000	118,2	116,3	19, 75	0,71	116, 39	6,88
3			160,5	40,2	40	5490	20,5	182600	186200	114,1	116,4				
4			160,4	40,5	39,7	5910	22,3	176300	170600	110,2	106,6				
2	1/3	60	160,8	40,1	39,7	4750	18,1	144800	159500	90,5	99,7	19,97	2,11	99,91	7,30
9			161,1	40,2	39,6	5090	19,5	154500	153400	96,6	95,9				
7			161,1	40,9	39,7	4400	16,5	158800	133000	99,3	83,1				
8	1/3	400	160,5	40,6	40,0	5110	18,9	181800	178700	113,6	111,7	17,46	1,30	103,06	11,03
6			161,1	40,2	39,9	4490	17,0	168300	168800	105,2	105,5				
10			160,4	40,6	39,6	5330	20,1	139100	156000	86,9	97,5				
11	1/3	Teller	160,1	40,5	39,5	5460	20,8	185100	177300	115,7	110,8	21,01	1,03	105,50	11,71
12			160,2	40,4	39,4	5780	22,1	167300	188000	104,6	117,5				



Die Biegezugfestigkeiten der Prismen in Abhängigkeit der Schleifkörnung beim Trockenschleifen (Versuchsreihe II) sind in Abb. 5.17 dargestellt.



Es zeigt sich, dass die Schleifkörnung sowie das Trockenschleifen keinen Einfluss auf die Biegefestigkeit der Prismen haben, da es nur zu vernachlässigbar geringen Abweichungen im Vergleich zum Referenzversuch gekommen ist.

Bei der Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme (siehe Abschnitt 5.3) sowie der in diesem Kapitel aufgezeigten Ergebnisse stellt sich die Nanodur[®]-Betonzusammensetzung mit der Korngruppe 0/2 mm (Quarzsand) im Hinblick auf das Verschleißverhalten als geeignetste der drei untersuchten Betonzusammensetzungen heraus. Die Quarzmischung erzielte den geringsten Abrieb bei der Schleifscheibe nach Böhme (Verschleißklasse A6) und zeigte bei der 3-Punkt-Biegefestigkeit infolge von Trocken- und Nassschleifvorgängen keine verringerte Biegezugfestigkeit.

Dennoch erzielt die Quarzmischung nicht die besten Festigkeitseigenschaften aller drei untersuchten Betonzusammensetzungen, siehe Tab. 5.4. Die Druckfestigkeit der Betonzusammensetzung mit Korngruppe 1/3 mm ist um circa 13 N/mm² höher als die der Korngruppe 0/2 mm. Deshalb wird für die weiteren experimentellen Untersuchungen die Betonmischung mit der Korngruppe 1/3 mm verwendet. Bei ihr stellte sich ebenfalls keine Verringerung der Biegefestigkeit infolge von Nass- und Trockenschleifvorgängen ein. Des Weiteren weist sie bei den Untersuchungen mittels Böhmscheibe den zweitgrößten Abrasionswiderstand auf.

5.5 Abriebversuche Platte

5.5.1 Allgemeines

Die in Kapitel 3 geschilderte Literaturrecherche ergab, dass keine Prüfverfahren existieren, um einen direkten Reibkontakt von Beton auf Beton unter zyklischer Belastung zu simulieren. In diesem Kapitel wurde ein solcher Prüfstand entwickelt, mit dem Ziel, die Abriebmenge und den Verschleiß von Nanodur[®]-Beton bei einem direkten Schleifkontakt von zwei Betonoberflächen, wie er bei den Zahnrädern des Großdemonstrators auftritt, zu bestimmen. Es sollte die generelle Eignung des untersuchten Betons für eine Verwendung von Betonverzahnungen überprüft werden. Informationen zum Verschleißweg und zur Auslegung der Verzahnung werden in Kapitel 6 gegeben.

Im Versuch wurde ein Schleifprozess für die vollständige Nutzungsdauer einer Parabolrinne unter den Bedingungen für Trockenreibung simuliert. Die planmäßige Nutzungsdauer beträgt in der Regel 25 Jahre (vgl. *Müller 2013*). Die Versuchsreihe bestand aus zwölf Probekörpern aus Hochleistungsbeton mit den Abmessungen 210 x 145 x 45 mm. Unterschieden wurde zwischen einem 2-Körper-Kontakt sowie einem 3-Körper-Kontakt. Ersterer simuliert den direkten Kontakt zwischen den beiden Betonprobekörpern ohne Zwischenmedium im Reibkontakt. Beim 3-Körper-Kontakt wird zusätzlich ein Schleifmittel in den Kontaktbereich eingebracht.

Verwendet wurde ein Aluminiumoxid (Edelkorund weiß) mit einem Hauptkornbereich von 106 – 150 µm. Dies entspricht einer Schleifkörnung FEPA F100 (vgl. *FEPA 42-1*). Das Material besteht zu 99,9 % aus Al₂O₃, was aufgrund des hohen Reinheitsgrads zu einer Mohshärte von 9 führt, siehe Anhang, Tab. A.1. Aufgrund seiner großen Härte kommt es auch in der Industrie als Schleifmittel zum Einsatz (vgl. *Arnold 2018*). Der 3-Körper-Kontakt simuliert das Eindringen von Sand oder anderen Materialien zwischen den Betonverzahnungen. Dies könnte beispielsweise an typischen Standorten von Parabolrinnen der Fall sein: In Wüstenregionen kann es aufgrund von Wind zur Aufwirbelung und Verteilung von Sandpartikeln kommen, welche sich zwischen die Verzahnungen einer Parabolrinne setzen. Je nach Beschaffenheit des Sandes (z. B. Quarzsand) können Mohshärten bis zur Stufe 8 erreicht werden. Der gewählte Korund liegt somit auf der sicheren Seite bei der Nachbildung einer Quarzsandbelastung infolge einer Windeinwirkung bei Parabolrinnen.

Ein weiteres Ziel war die Bestimmung des Verschleißkoeffizienten nach Archard k_A (vgl. *Archard 1953*, siehe Abschnitt 3.3 und Gleichung (5.14)).

$$V = \frac{F_N \cdot k_A}{H} \cdot s \tag{5.13}$$

Das Gesetz aus Gleichung (5.13) wurde 1953 vom britischen Ingenieur John Frederick Archard entwickelt und dient heutzutage als weltweite Referenzgröße für Verschleiß infolge von Gleitbewegungen (vgl. *Czichos 2015*). Das Verschleißvolumen Vlässt sich näherungsweise aus der Normalkraft F_N , dem Gleitweg *s*, der Vickershärte *H* und einem Verschleißkoeffizienten k_A ermitteln. Dieser Faktor k_A ist materialabhängig und wurde im Rahmen dieser Versuchsreihe berechnet. Anhand des Faktors k_A kann mittels bekannter Last F_N und dem Schleifweg *s* die Abriebmenge der Betonverzahnung bestimmt werden. Der Verschleißkoeffizient k_A kann auch für eine mögliche FE-Berechnung verwendet werden (vgl. *Schmidt 2011*).

Der Versuchsaufbau erlaubte ebenfalls eine Bestimmung des Haftreibungskoeffizienten $\mu_{\rm H}$ von Beton auf Beton, welcher für Nanodur[®]-Beton noch nicht bekannt ist und der ebenfalls für Reibuntersuchungen in FE-Programmen verwendet werden könnte.

Auf Grundlage der durchgeführten Versuchsreihe sollten folgende Kenngrößen bestimmt werden:

- Verschleißmenge bei 2-Körper-Kontakt und 3-Körper-Kontakt unter Verwendung des Schleifmittels Korund bei Trockenreibung bei einer Nutzungsdauer einer Parabolrinne von 25 Jahren (Prüfung, ob der untersuchte Beton für die Herstellung einer Betonverzahnung geeignet ist),
- materialabhängige Verschleißkoeffizienten *k*_A nach Archard zur Vorhersage von auftretenden Abriebmengen,
- Reibungskoeffizient μ_{H} .

5.5.2 Versuchsprogramm

Zur Bestimmung des Abriebverhaltens von Nanodur[®]-Beton sind insgesamt zwölf quaderförmige Probekörper hergestellt worden, siehe Abschnitt 5.5.4. Jeweils sechs Probekörper dienten zur Simulation des 2-Körper- und des 3-Körper-Kontakts. Verwendet wurde die Betonzusammensetzung mit der Korngruppe 1/3 mm, siehe Abschnitt 5.2. Die gewählte Bezeichnung für die Probekörper setzt sich folgendermaßen zusammen:

VK <i>X</i>	U/O	2KK/3KK	1-3
Versuchskörper X	Einbauort	Kontaktart	Korngruppe

Die Einbauorte Oben (O) und Unten (U) beschreiben die Lage in der Prüfmaschine, siehe Abschnitt 5.5.3. Bei der Kontaktart liegt entweder ein 2-Körper-Kontakt (2KK) oder ein 3-Körper-Kontakt (3KK) vor. Die Bezeichnung 1-3 bezeichnet die verwendete Korngruppe 1-3 mm. Das Versuchsprogramm ist in Tab. 5.14 dargestellt:

Nr.	Bezeichnung	Kontaktart	Einbauort	Korngruppe
1	VK1-U-2KK-1-3		Unten	
2	VK1-O-2KK-1-3		Oben	
3	VK2-U-2KK-1-3	2 Kärper Kentekt	Unten	
4	VK2-O-2KK-1-3	2-Roipei-Roillaki	Oben	
5	VK3-U-2KK-1-3		Unten	
6	VK3-O-2KK-1-3		Oben	1.2 mm
7	VK1-U-3KK-1-3		Unten	1-3 11111
8	VK1-O-3KK-1-3		Oben	
9	VK2-U-3KK-1-3	2 Kärpor Kontokt	Unten	
10	VK2-O-3KK-1-3	3-Korper-Kontakt	Oben	
11	VK3-U-3KK-1-3		Unten	
12	VK3-O-3KK-1-3		Oben	

Tab. 5.14: Versuchsprogramm zur Verschleißbestimmung

5.5.3 Versuchsaufbau

Für die Verschleißuntersuchung ist ein vollständig neuer Prüfstand konzipiert worden, da für das spezielle auf die Parabolrinnenanwendung bezogenes tribologisches System keine fertigen Prüfstände oder Testverfahren existieren. Der schematische Aufbau des Prüfstandes ist in den Abb. 5.18 und Abb. 5.19 dargestellt. Erkennbar ist ein Gestell aus Stahlbauteilen, auf denen zwei Probekörper (Oben und Unten) aus Nanodur[®]-Beton lagern. Der obere Probekörper ist fest eingespannt und horizontal unverschiebbar. Da er über die seitlichen Halterungen auf kurzen Gewindestangen ruht, kann er in Vertikalrichtung verschoben werden. Auf diesem ist eine Lasteinleitung aus Stahlplatten und Kraftmessdose platziert. Oberhalb der Kraftmessdose wurde eine Kalotte angebracht, um die Vertikalkraft gleichmäßig nach unten zu verteilen. Diese Kraft kann über einen Querriegel, der sich durch das Anziehen der Muttern nach unten bewegt, in das System gebracht werden. Die beiden Muttern lagern auf Tellerfedern, damit es zu einer konstanten Krafteinleitung kommt. Der untere Probekörper hingegen ist nur horizontal verschiebbar und ruht auf zwei Teflonplatten (t = 1,0 mm) zur Reduzierung der Reibung. Die untere der beiden Teflonplatten ist seitlich am Prüfstand eingespannt und unverschieblich gelagert. Die obere Teflonplatte kann sich in Horizontalrichtung mit dem unteren Probekörper bewegen. Angetrieben wird das System von einem 400 V-Stirnradgetriebemotor mit einer Leistung von 0,12 kW bei einer Drehzahl von 1,6 Umdrehungen pro Minute. Das Stahlgestell auf dem die Probekörper lagern, hat eine Länge von 300 mm, bei einer Breite von 235 mm. Der Abstand zwischen Oberkante Probekörper Oben bis Oberkante Boden beträgt 160 mm. Für die Halterung der vertikalen Kraftmessdosen wurden zwei M20-Gewindestangen verwendet. Für die Halterung des Probekörpers Oben ist auf vier M12-Gewindestangen zurückgegriffen worden. Die Probekörper ruhen auf einer 6 mm starken Stahlplatte, an die wiederum zwei IPE 80-Profile angeschweißt sind. Damit sich der untere Probekörper während seiner horizontalen Bewegung nicht verdreht, sind dort seitlich zwei Winkelprofile auf die Stahlplatte montiert worden. Somit entsteht zwischen Probekörper und Winkelstahl ein Abstand von 10 mm. Aus dem unteren Probekörper ragen zwei M10-Augenschrauben heraus, welche durch einen Stift sowie einer M10-Kugelgelenkschraube mit dem M10-Pleuel verbunden sind. An dieser Gewindestange ist die horizontale Kraftmessdose angebracht. Das Endstück des Pleuels ist durch ein M10-Kugelgelenk mit der Kurbel verbunden, welche mit einer M12-Senkschraube am Stirnradgetriebemotor verbunden ist.



Abb. 5.18: Versuchsaufbau Seitenansicht (schematisch)



Abb. 5.19: Versuchsaufbau Vorderansicht (schematisch)

Das Antriebskonzept basiert auf dem Prinzip einer zentrischen Schubkurbel: Umwandlung einer Rotation in eine Translation. Dabei befindet sich der Drehpunkt der Kurbel auf der Längsachse des untere Probekörpers, siehe Abb. 5.20.



Abb. 5.20: Prinzip Kurbeltrieb

Dieses Prinzip findet beispielsweise bei Verbrennungsmotoren im Automobilbau Anwendung. Hier wird die oszillierende Bewegung der Zylinder in eine Rotation der Kurbelwelle umgewandelt (vgl. *Schreiner 2015*). Die Kurbel wird durch einen 0,12 kW Stirnradgetriebemotor mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω von 0,168 rad/s angetrieben. Über Kurbel und Pleuel wird der untere Probekörper in *x*-Richtung horizontal verschoben. Die horizontale Verschiebung *x* lässt sich in Abhängigkeit der Kurbellänge *b* sowie der Pleuellänge *a* mittels Winkel α folgendermaßen ermitteln:

$$x(\alpha) = b \cdot \left[(1 - \cos(\alpha)) + \frac{1}{\lambda} \cdot (1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\alpha)}) \right]$$
(5.14)

mit:

$$\lambda = \frac{b}{a} \tag{5.15}$$

Die wirkende Kraft in *x*-Richtung, im Folgenden als Kolbenkraft F_{K} bezeichnet, lässt sich wie folgt bestimmen:

$$F_K = \frac{F_T \cdot \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$
(5.16)

Die Tangentialkraft F_{T} ergibt sich aus dem Quotienten des Drehmoments des Motors M_{T} und der Kurbellänge *b*:

$$F_T = \frac{M_T}{b} \tag{5.17}$$

Das Drehmoment M_{T} ergibt sich aus der Leistung P und der Drehzahl n des Stirnradgetriebemotors:

$$M_T = \frac{P}{2\pi \cdot n} \tag{5.18}$$

Der benötigte Kolbenweg ist auf insgesamt 60 mm festgelegt worden. Dadurch kann sich der untere Probekörper 30 mm in Richtung positiver sowie negativer *x*-Achse bewegen. Dies ist für einen vollflächigen Oberflächenverschleiß bei einer Probekörperlänge von I = 216 mm vollkommen ausreichend. Die Pleuellänge ist mit 290 mm vorgegeben. Somit wird ein ausreichend großer Abstand zwischen Motor und Probekörper gewährleistet. Des Weiteren ist genug Abstand für die Anbringung der horizontalen Kraftmessdose vorhanden.

Anhand des vorgegebenen Gesamtkolbenwegs x = 60 mm sowie der Pleuellänge *b* = 290 mm ergibt sich die Länge der Kurbel *a* für die Winkel $\alpha = \beta = 0^{\circ}$ gemäß Gleichung (5.14) zu 30 mm.

$$x(0) = 30 \ mm = b \tag{5.19}$$

5.5.4 Probekörper und Herstellung

Insgesamt wurden zwölf quaderförmige Probekörper aus Nanodur[®]-Beton hergestellt. Die Abmessungen der Probekörper betragen 210 x 145 x 45 mm. Es wurden zwei Holzschalungen mit jeweils sechs Probekörpern hergestellt. Die Schalung ist in Abb. 5.21 dargestellt.



Abb. 5.21: Holzschalung zur Herstellung der Probekörper

Die Probekörper wurden hochkant hergestellt, um die Einfüllseite möglichst klein zu halten. So blieben die beiden zu untersuchenden Oberflächen möglichst glatt und wiesen möglichst wenige Fehlstellen auf. Jeder Probekörper wurde mit jeweils vier M10 Transporthülsen versehen. An diesen konnten die Platten in den Versuchsstand eingebaut werden. Hierzu wurden die Transporthülsen seitlich an die Schalung verschraubt und abgedichtet. Die Probekörper sind entsprechend Abb. 5.22 mit Stabstahl $\emptyset = 6$ mm konstruktiv bewehrt worden.



Abb. 5.22: Holzschalung zur Herstellung der Probekörper mit Bewehrung

Für die Betonage wurde die Nanodur[®]-Mischung mit der Korngruppe 1/3 mm aus Abschnitt 5.2.2 verwendet. Die fertigen Probekörper sowie die Schalung mit Transportankern sind in Abb. 5.23 zu sehen.



Abb. 5.23: Schalung mit Transporthülsen (oben links), Probekörper in der Schalung (oben rechts), ausgeschalte Probekörper (unten)

5.5.5 Versuchsdurchführung

Zu Beginn der Versuchsreihe sind die Probekörper fotografiert worden, um nach den Versuchen einen optischen Vergleich im Hinblick auf die Abriebmenge zu ermöglichen. Anschließend erfolgte eine Trocknung der Probekörper im Trocknungsofen bis zur Erreichung der jeweiligen Massekonstanz. Ermittelt wurden die Masse *m*_{0,i} der darrgetrockneten Prüfkörper zur Bestimmung des Masseverlusts nach Versuchsdurchführung anhand der Massendifferenzbestimmung. Die Probekörper wurden mit Hilfe optischen ATOS Compact Scan 5M der Firma GOM digitalisiert, siehe Abb. 3.12.





Vor dem eigentlichen Scanvorgang sind kleine Messmarken (Referenzpunkte) auf die Prüfkörper zu kleben, welche vom Messsystem erkannt werden, siehe Abb. 5.24. Anhand dieser Referenzpunkte kann über eine Streifenlichtprojektion das 3D-Objekt erstellt werden. Je Versuch wurden immer zwei Probekörper in den Prüfstand eingebaut (Probekörper Oben und Unten), siehe Abb. 5.25. Die Kraftmessdosen (Horizontal und Vertikal) sowie der Wegaufnehmer wurden genullt und der Stirnradgetriebemotor gestartet. Daraufhin begann sich der untere Probekörper in horizontaler Richtung zu verschieben. Währenddessen wurde die Vertikalkraft kontinuierlich auf den frei gewählten Wert von 1 kN gesteigert. Dieser Wert wurde gewählt, da der Verschleiß gemäß Gesetz nach Archard (Gleichung (5.13)) linear mit der Einwirkung zunimmt.



Abb. 5.25: Prüfstand Abriebversuche Platte

Bei kommerziell genutzten Rinnensystemen findet eine Sonnennachverfolgung statt, damit die Sonnenstrahlen immer im optimalen Winkel auf die Rinne treffen. Beim Abrollhügelkonzept der Technischen Universität Kaiserslautern würde der Oberbau der Rinne tagsüber einmal entlang des Unterbaus abrollen. Nachts müsste die Rinne in ihre Ausgangslage zur erneuten Sonnennachverfolgung zurückgerollt werden. Dies entspräche zwei Abrollvorgängen pro Tag. Bei einer Nutzungsdauer des Rinnensystems von 25 Jahren (365 Tage im Jahr) ergeben sich 18.250 Abrollvorgänge. Die Versuchsdauer wurde so gewählt, das die Anzahl der Reibbewegungen (18.250) der Nutzungsdauer einer Parabolrinne von 25 Jahren entspricht. Die jeweiligen Probekörper sind vor und nach Versuchsdurchführung fotografiert worden, siehe Anhang Abb. A.3 bis Abb. A.26. Der im Prüfstand verbaute Getriebemotor besitzt eine Drehzahl von 1,6 Umdrehungen pro Minute und kann mit einer vollständigen 360°-Rotation zwei Abrollvorgänge abbilden. Somit sind 9.125 Umdrehungen des Motors notwendig, um eine Nutzungsdauer von 25 Jahren abzubilden: Dies führte zu einer Versuchsdauer von 95 Stunden pro Versuch. Die Anzahl der Umdrehungen des Motors ist zusätzlich mit einem am Prüfstand montierten mechanischen Drehzahlmesser überprüft worden.

Trotz Anbringung von Tellerfedern im Krafteinleitungsbereich ist die Kraft in regelmäßigen Schritten kontrolliert und nachreguliert worden, um über die Versuchsdauer eine konstante Vertikalkraft von 1 kN zu realisieren. Nach Versuchsbeendigung sind die Probekörper ausgebaut und mit Druckluft gereinigt worden. Die Prüfkörper wurden erneut bis zu ihrer jeweiligen Massekonstanz getrocknet und die Masse *m*₁ bestimmt. Abschließend erfolgte ein weiterer Scanvorgang der Probekörper. Die Messung der horizontalen Verschiebung sowie der Vertikal- und Horizontalkraft erfolgte nicht kontinuierlich sondern Intervallweise für die Dauer von 60 Sekunden. Damit konnte über die Prüfdauer von 95 Stunden eine ausreichende Datenmenge erzeugt werden.

5.5.6 Versuchsauswertung

Die Versuchsdauer der einzelnen Probekörper und der sich daraus ergebenden theoretischen Nutzungsdauer der Parabolrinne ist in Tab. 5.15 dargestellt.

F	Probekörper	Dauer		Zyklen	theoretische Nutzungsdauer	
Nr.	Bezeichnung	[h]	[Min]	Umdrehungen [-]	Jahre [a]	
1	VK1-U-2KK-1/3	00.11	E 0E1	10.272	29.4	
2	VK1-O-2KK-1/3	99.11	5.951	10.372	20,4	
3	VK2-U-2KK-1/3	04.09	E 649	10.075	27.6	
4	VK2-O-2KK-1/3	94.00	5.040	10.075	21,0	
5	VK3-U-2KK-1/3	04:56	F 606	10.000	27.6	
6	VK3-O-2KK-1/3	94.50	5.090	10.090	27,0	
7	VK1-U-3KK-1/3	70.00	4 709	9.266	22.0	
8	VK1-O-3KK-1/3	10.20	4.700	0.300	22,9	
9	VK2-U-3KK-1/3	07.17	E 927	10.269	28,4	
10	VK2-O-3KK-1/3	97.17	5.657	10.368		
11	VK3-U-3KK-1/3	05:10	5 710	10 120	27.0	
12	VK3-O-3KK-1/3	95.10	5.710	10.130	27,8	
	Mittelwert	93:18	5.591	9.900	27,1	

Tab. 5.15: Versuchsdauer und theoretische Nutzungsdauer

Die Probekörper sind aus versuchstechnischen Gründen teilweise länger im laufenden Prüfstand belassen worden, sodass Nutzungsdauern von bis zu 28 Jahren simuliert worden sind. Ausnahme ist Probekörper Nr. 8, der ebenfalls aus versuchstechnischen Gründen eine Nutzungsdauer von knapp 23 Jahren widerspiegelt.

Abriebmengenermittlung mittels darrgetrockneter Masse und 3D-Scan

Zu Beginn der Versuchsreihe wurden sowohl die darrgetrocknete Masse m_0 und die nach Abriebversuch bestimmte darrgetrocknete Masse m_1 ermittelt. Die sich daraus ergebende Massendifferenz erstreckt sich von 3,5 g bis 11,9 g und liegt im Mittel bei 7,1 g. Wobei sich bei den 2-Körper-Kontaktversuchen eine mittlere Massendifferenz von 6,9 g und bei den 3-Körper-Kontaktversuchen eine mittlere Massendifferenz von 7,3 g ergibt. Anhand der Dichte von Nanodur[®]-Beton von 2.500 kg/m³ (siehe Tab. 5.5) kann das Abriebvolumen bestimmt werden, siehe Tab. 5.16.

	Probekörper	körper Massen Massendiffer		Massendifferenz	Abriebvolumen
Nr.	Bezeichnung	<i>m</i> ₀ [g]	<i>m</i> ₁ [g]	<i>m</i> ₀ - <i>m</i> ₁ [g]	[mm³]
1	VK1-U-2KK-1/3	3.559,1	3.548,5	-10,6	4.240
2	VK1-O-2KK-1/3	3.556,3	3.547,6	-8,7	3.480
3	VK2-U-2KK-1/3	3.608,1	3.604,1	-4,0	1.600
4	VK2-O-2KK-1/3	3.649,5	3.646,0	-3,5	1.400
5	VK3-U-2KK-1/3	3.587,5	3.580,9	-6,6	2.640
6	VK3-O-2KK-1/3	3.636,2	3.628,0	-8,2	3.280
7	VK1-U-3KK-1/3	3.478,9	3.472,2	-6,7	2.680
8	VK1-O-3KK-1/3	3.600,8	3.595,8	-5,0	2.000
9	VK2-U-3KK-1/3	3.527,6	3.515,7	-11,9	4.760
10	VK2-O-3KK-1/3	3.529,0	3.522,6	-6,4	2.560
11	VK3-U-3KK-1/3	3.532,3	3.524,8	-7,5	3.000
12	VK3-O-3KK-1/3	3.519,1	3.512,7	-6,4	2.560

Tab. 5.16: Massendifferenz und Abriebvolumen

Mittels Software GOM Inspect (vgl. *Gom 2016*) wurde die Auswertung des 3D-Scans durchgeführt. Für den geplanten Soll-Ist-Vergleich der Prüfkörper erfolgte eine grobe geometrische Vorausrichtung, in der die Platten in ein dreidimensionales Koordinatensystem überführt wurden, wobei die durch den Prüfstand abgeriebene Seite jeweils in positiver *z*-Richtung zeigte. Nach der groben Vorausrichtung erfolgte eine lokale Best-Fit-Näherung. Die Daten der beiden Scans einer Probeplatte (vor und nach Versuch) wurden dabei so miteinander verglichen, dass sich eine kleinstmögliche Abweichung zwischen ihnen ergab. Diese Näherung kann lokal auf die Abrieboberfläche angewandt werden und führt zu genaueren Versuchsergebnissen. Dadurch ist eine genaue Überlagerung des Scans vor und nach der Versuchsdurchführung möglich.

Der anschließende Soll-Ist-Vergleich wird direkt von der Software durchgeführt. Ein solcher Vergleich ist beispielhaft für den Probekörper Nr. 1 in Abb. 5.26 dargestellt. Zu erkennen sind unterschiedliche Bereiche mit verschiedenen Abriebtiefen. Ein konstantes Verschleißbild wurde bei keinem der Betonprüfkörper erzielt, da sich die unteren Betonplatten nie exakt in horizontaler Richtung verschoben haben, bedingt durch den Versuchasaufbau ist es temporär zu minimalen Plattenverdrehungen gekommen. Abb. 5.26 zeigt eine Abriebtiefe im Bereich von +0,14 mm bis -0,20 mm.



Abb. 5.26: Soll-Ist-Vergleich von Probekörper Nr. 1

Die positiven Werte, welche einer Materialzunahme entsprechen, ergeben sich durch die seitlich platzierte Prüfkörperbeschriftung, welche sich im Laufe des Versuchs vom Probekörper gelöst hatte. Ebenfalls erkennbar ist ein konzentrierter Materialabtrag in Plattenmitte, welcher zum oberen und unterem Rand hin kleiner wird. Dies ist durch den Gleitweg der Platte erklärbar. Durch die Wahl des Versuchsaufbaus wird bei einer vollständigen Motorumdrehung ein horizontaler Kolbenweg von 60 mm zurückgelegt. Das entspricht einem Gleitweg s von 120 mm. Der Gleitweg s berücksichtigt die Rückbewegung der Platte zur Ausgangslage und dem tatsächlich zurückgelegten Weg unter Gleitkontakt.

Dieser Gleitkontakt wird aber nicht vollständig vom gesamten Probekörper durchfahren. Jeweils 30 mm des oberen und unteren Randes weisen pro Rotation des Getriebemotors nur eine Reibkontaktstrecke von 60 mm auf, siehe Abb. 5.18. Zur Auswertung der Abriebmenge sind die Probekörper deshalb in drei Bereiche eingeteilt worden, siehe Abb. 5.27. Die Gleitbereiche der jeweils anderen Probekörper sind im Anhang in Abb. A.39 bis Abb. A.50 dargestellt.

Alle drei Bereiche weisen eine Breite, entsprechend des Probekörpers, von 154 mm auf. Die Höhen von Bereich 1 und 3 sind mit 30 mm identisch. Beschrieben werden die Bereiche durch die Punkte 1 bis 4 (Bereich 1) und die Punkte 5 bis 8 (Bereich 3). Bereich 2 besitzt eine Höhe von 156 mm und wird durch die Punkte 3 bis 6 gekennzeichnet. Bereich 1 und 3 haben einen Gleitweg *s* von 60 mm unter Reibkontakt und Bereich 2 einen doppelt so langen Gleitweg *s* von 120 mm. Darum weisen die Bereiche 1 und 3 einen geringeren Verschleiß auf als Bereich 2, siehe Abb. 5.26 und Abb. 5.27.

🔊 Punkt 1		🔊 Punkt 2
e Punkt 3	Mittelwert 1 Soll Bereich 1 Prüfung avg(dXYZ)	o® Punkt 4
	-0.07 -0.02 +0.01	
	-0.12 -0 -0.15	
	Mittelwert 2 Soll Bereich 2 Prüfung avg(dXYZ) -0.09 (Mittelwert 2)	
	-0.19 -0.14 -0 -0.16 -0.12	
C [®] Punkt 5	-0.11 -0 -0.11 -0 -0.02	o¶ Punkt 6
c® Punkt7 —	Mittelwert 3 Soll ist Abw. Prüfung avg(dXYZ) Bereich 3 (Mittelwert 3)	- 🔊 Punkt 8

Abb. 5.27: Bereichseinteilung der Probekörper nach Gleitweg s unter Reibkontakt

Aufgrund herstellungsbedingter Ungenauigkeiten sind die Bereiche exakt mit Hilfe der Software GOM Inspect definiert worden. Die entsprechenden Koordinaten dieser Punkte sind für jeden Probekörper im Anhang in Tab. A.2 zu finden. Anhand dieser Koordinaten ergaben sich folgende Flächeninhalte *A* der einzelnen Teilbereiche, siehe Tab. 5.17:

Probekörper		Bereich 1	Bereich 2	Bereich 3
Nr.	Bezeichnung	A ₁ [mm ²]	A ₂ [mm ²]	A ₃ [mm ²]
1	VK1-U-2KK-1/3	4.345,70	21.586,55	4.184,13
2	VK1-O-2KK-1/3	4.203,78	20.809,78	4.321,48
3	VK2-U-2KK-1/3	4.113,40	19.643,31	4.191,42
4	VK2-O-2KK-1/3	4.141,19	20.072,94	4.236,92
5	VK3-U-2KK-1/3	4.306,30	20.797,37	4.285,89
6	VK3-O-2KK-1/3	3.909,74	20.662,15	4.287,14
7	VK1-U-3KK-1/3	3.772,53	20.970,52	4.282,27
8	VK1-O-3KK-1/3	4.200,99	20.670,10	4.311,14
9	VK2-U-3KK-1/3	4.203,64	20.044,14	4.256,32
10	VK2-O-3KK-1/3	4.132,39	20.107,76	4.236,21
11	VK3-U-3KK-1/3	4.154,59	20.123,49	3.997,20
12	VK3-O-3KK-1/3	4.149,15	19.702,09	4.080,46

Tab. 5.17: Flächeninhalte A in Abhängigkeit des Reibkontaktes

Für die Probekörper ist in den Bereichen 1 bis 3 der Mittelwert der Abriebteife aus dem Soll-Ist-Vergleich bestimmt worden, siehe Tab. 5.18. Bei den Plattenversuchen mit 3-Körper-Kontakt zeigte sich eine höhere Abriebtiefe.

Dies lässt vermuten, dass das eingesetzte Korund zu einer Abriebserhöhung führt. Ebenfalls erkennbar ist eine leicht reduzierte Abriebtiefe im Bereich 1 und 3 im Vergleich zu Bereich 2, was auf die kürzere Gleitstrecke *s* unter Reibkontakt zurückzuführen ist.

Nr	Brobokörpor	Mittlere Abriebtiefe [mm]			
INT.	Probekorper	Bereich 1	Bereich 2	Bereich 3	
1	VK1-U-2KK-1/3	0,03	0,09	0,04	
2	VK1-O-2KK-1/3	0,08	0,10	0,02	
3	VK2-U-2KK-1/3	0,01	0,01	0,01	
4	VK2-O-2KK-1/3	0,03	0,04	0,05	
5	VK3-U-2KK-1/3	0,05	0,08	0,09	
6	VK3-O-2KK-1/3	0,05	0,09	0,11	
	Mittelwert	0,04	0,07	0,05	
7	VK1-U-3KK-1/3	0,09	0,08	0,04	
8	VK1-O-3KK-1/3	0,04	0,07	0,13	
9	VK2-U-3KK-1/3	0,10	0,14	0,18	
10	VK2-O-3KK-1/3	0,13	0,05	0,02	
11	VK3-U-3KK-1/3	0,09	0,12	0,07	
12	VK3-O-3KK-1/3	0,11	0,09	0,04	
	Mittelwert	0,09	0,09	0,08	

Tab. 5.18: Mittlere Abriebtiefe der Probekörper in Abhängigkeit des Gleitbereichs

Anhand der ermittelten Werte aus Tab. 5.18 kann mit Hilfe der Teilbereichsflächen aus Tab. 5.17 das mittlere Abriebsvolumen für jeden Bereich ermittelt werden. Aus der Summe des mittleren Abriebvolumens und einer Dichte des Nanodur[®]-Betons von 2.500 kg/m³ (siehe Tab. 5.5) kann die Abriebmenge bestimmt werden, siehe Tab. 5.19.

Nr.	Probekörper	Mittleres Abriebvolumen [mm³]			Abrieb- menge	
	•	Bereich 1	Bereich 2	Bereich 3	Summe	[g]
1	VK1-U-2KK-1/3	130,37	1.942,79	167,37	2.240,53	5,6
2	VK1-O-2KK-1/3	336,30	2.080,98	86,43	2.503,71	6,3
3	VK2-U-2KK-1/3	41,13	196,43	41,91	279,47	0,7
4	VK2-O-2KK-1/3	124,24	802,92	211,85	1.139,01	2,8
5	VK3-U-2KK-1/3	215,31	1.663,79	385,73	2.264,83	5,7
6	VK3-O-2KK-1/3	195,49	1.859,59	471,59	2.526,67	6,3
7	VK1-U-3KK-1/3	339,53	1.677,64	171,29	2.188,46	5,5
8	VK1-O-3KK-1/3	168,04	1.446,91	560,45	2.175,40	5,4
9	VK2-U-3KK-1/3	420,36	2.806,18	766,14	3.992,68	10,0
10	VK2-O-3KK-1/3	537,21	1.005,39	84,72	1.627,32	4,1
11	VK3-U-3KK-1/3	373,91	2.414,82	279,80	3.068,53	7,7
12	VK3-O-3KK-1/3	456,41	1.773,19	163,22	2.392,82	6,0

Tab. 5.19: Mittleres Verschleißvolumen in Abhängigkeit des Gleitbereichs

In Tab. 5.20 ist die durch zwei Methoden (Darrtrocknung und 3D-Scan) bestimmte Abriebmenge für jeden Probekörper aufgelistet. Die maximale absolute Abriebmengendifferenz von 5,0 g ergibt sich für Probekörper Nr. 1. Probekörper Nr. 11 weist mit 0,2 g die geringste Abweichung auf. Die Abweichung lässt sich dadurch erklären, dass bei der Auswertung der 3D-Scans gemittelte Werte verwendet wurden.

l	Probekörper	darrgetrocknete Abriebmenge	Abriebmenge 3D-Scan	Differenz
Nr.	Bezeichnung	[g]	[g]	[g]
1	VK1-U-2KK-1/3	10,6	5,6	5,0
2	VK1-O-2KK-1/3	8,7	6,3	2,4
3	VK2-U-2KK-1/3	4,0	0,7	3,3
4	VK2-O-2KK-1/3	3,5	2,8	0,7
5	VK3-U-2KK-1/3	6,6	5,7	0,9
6	VK3-O-2KK-1/3	8,2	6,3	1,9
	Mittelwert	6,9	4,6	2,4
7	VK1-U-3KK-1/3	6,7	5,5	1,2
8	VK1-O-3KK-1/3	5,0	5,4	-0,4
9	VK2-U-3KK-1/3	11,9	10,0	1,9
10	VK2-O-3KK-1/3	6,4	4,1	2,3
11	VK3-U-3KK-1/3	7,5	7,7	-0,2
12	VK3-O-3KK-1/3	6,4	6,0	0,4
	Mittelwert	7,3	6,5	1,5

Tab. 5.20: Darstellung der Abriebmenge infolge Darrtrocknung und 3D-Scan

Somit ergibt sich eine mittlere Abriebmenge infolge der Auswertung mittels Darrtrocknung von 6,9 g (2-Körper-Kontakt) und 7,3 g (3-Körper-Kontakt) sowie eine mittlere Abriebmenge infolge der Auswertung durch den 3D-Scan von 4,6 g (2-Körper-Kontakt) und 6,5 g (3-Körper-Kontakt) für eine mittlere Zyklenzahl von 9.900 Umdrehungen, was einer theoretischen Nutzungsdauer von 27,1 Jahren entspricht. Beim 3-Körper-Kontakt entsteht aufgrund des verwendeten Korunds ein höherer Verschleiß als beim 2-Körper-Kontakt.

Bestimmung des Verschleißkoeffizienten nach Archard kA

Nun kann der dimensionslose Verschleißkoeffizient nach Archard k_A gemäß Gleichung (5.20) bestimmt werden:

(5.20)

$$k_A = \frac{H \cdot V}{F_V \cdot s}$$

mit:

k A	Verschleißkoeffizient nach Archard	[-]
Fv	Vertikalkraft	[N]
Н	Vickershärte	[N/mm²]
V	Verschleißvolumen	[mm³]
s	Gleitweg	[mm]

Dazu wurde die intervallweise gemessene Vertikalkraft F_v über die gesamte Versuchsdauer der einzelnen Versuche gemittelt. Der Gesamtgleitweg s ergibt sich für die unterschiedlichen Bereiche des Probekörpers aus der Anzahl der Gesamtumdrehungen (siehe Tab. 5.15) und dem zurückgelegten Weg pro Umdrehung. Beispielsweise ergibt sich für die Probekörper VK1-O-U-2KK-1/3 eine Gesamtzyklenanzahl von 10.372 Umdrehungen. Die Bereiche 1 und 3 sind pro Umdrehung des Getriebemotors einem Gleitweg *s* unter Reibkontakt von 60 mm ausgesetzt. Diesbezüglich ergibt sich ein Gesamtgleitweg *s* von 622.320 mm während der gesamten Versuchsdauer. Für die Verschleißmenge *V* wurden die Werte aus Tab. 5.19 verwendet, um die Abriebmenge in Abhängigkeit des entsprechenden Gleitwegs *s* ausdrücken zu können.

Die in Folge der Darrtrocknung bestimmten Abriebmengen (siehe Tab. 5.16) können nicht verwendet werden, da sich diese nicht in Bezug zu den unterschiedlichen Gleitwegen eines Probekörpers setzen lassen. Die Vickershärte ergibt sich aus der verwendeten Gesteinsart (Basalt) zur Probekörperherstellung und kann aus der Mohshärte abgeleitet werden (vgl. *Maier 2012*). Basalt ist das wichtigste und häufigste jungvulkanische Ergussgestein Mitteleuropas. Es besteht hauptsächlich aus Feldspat und Augit und kann Anteile von Olivin beinhalten (vgl. *Neroth 2011*). Feldspat besitzt eine Mohshärte von 6 bis 6,5. Augit ist mit Werten von 5 bis 6,5 etwas weicher. Olivin weist mit 6,5 bis 7 die höchste Mohshärte auf. Daraus ergibt sich für Basalt eine gemittelte Mohshärte in den Bereichen von 6 und 7. Gemäß Anhang, Tab. A.1 ergibt sich somit eine umgerechnete mittlere Vickershärte von 10.050 N/mm².

Die ermittelten Parameter der gemittelten Vertikalkraft $F_{v,m}$, des Gleitwegs *s* und der Vickershärte sind Tab. 5.21 zu entnehmen.

Brobokörpor		Gleitweg s [mm]		Vickorsbärto [N/mm2]
горекотрет		Bereich 1/3	Bereich 2	
VK1-U-O-2KK-1/3	903,6	622.320	1.244.640	10.050
VK2-U-O-2KK-1/3	871,9	604.500	1.209.000	10.050
VK3-U-O-2KK-1/3	974,6	605.400	1.210.800	10.050
VK1-U-O-3KK-1/3	372,7	501.960	1.003.920	10.050
VK2-U-O-3KK-1/3	618,3	622.080	1.244.160	10.050
VK3-U-O-3KK-1/3	791.1	607.800	1.215.600	10.050

Tab. 5.21: Parameterbestimmung für das Verschleißmodell nach Archard

Für den Probekörper VK1-U-O-2KK-1/3 wird im Folgenden der Verschleißkoeffizient k_A ermittelt. Die Verschleißmenge von 721 mm³ ergibt sich aus den Verschleißvolumina der Probekörpern VK1-U-2KK-1/3 und VK1-O-2KK-1/3 von Bereich 1 und 3 (siehe Tab. 5.19). Das Verschleißvolumen von 4.024 mm³ ergibt sich entsprechend für Bereich 2. Die Verschleißvolumina werden in Abhängigkeit ihres jeweiligen Gleitwegs von 622.320 mm³ und 1.244.640 mm³ gesetzt.

$$k_{A}[-] = \frac{10.050 \frac{N}{mm^{2}}}{903,6 N} \cdot \left[\frac{721 mm^{3}}{622.320 mm} + \frac{4.024 mm^{3}}{1.244.640 mm}\right] = 4.9 \cdot 10^{-2}$$
(5.21)

In Tab. 5.22 ist der Verschleißkoeffizient nach Archard $k_{\rm A}$ für die weiteren untersuchten Probekörper angegeben. Die Verschleißkoeffizient wurde gemittelt und zum mittleren Verschleißkoeffizient nach Archard $k_{\rm A,m}$ zusammengefasst.

Die Auswertung ergab für den 2-Körper Kontakt einen mittleren Verschleißkoeffizienten $k_{A,m}$ von 3,9·10⁻² sowie für den 3-Körper-Kontakt einen mittleren Verschleißkoeffizienten $k_{A,m}$ von 1,1·10⁻¹.

Brobokörpor	Verschleißkoeffiz	ient nach Archard
Рторекотрет	<i>k</i> _A [-]	<i>k</i> _{A,m} [-]
VK1-U-O-2KK-1/3	4,9·10 ⁻²	
VK2-U-O-2KK-1/3	1,8·10 ⁻²	3,9·10 ⁻²
VK3-U-O-2KK-1/3	5,2·10 ⁻²	
VK1-U-O-3KK-1/3	1,5·10 ⁻¹	
VK2-U-O-3KK-1/3	9,7·10 ⁻²	1,1·10 ⁻¹
VK3-U-O-3KK-1/3	7,0·10 ⁻²	

Tab. 5.22:	Verschleißkoeffizient nach	Archard
I GO. O.LL.	V GI G G HI G H G H G G H Z I G H C H G G H	/ a oniar a

Je niedriger der Wert des Koeffizienten, desto niedriger ist der Verschleiß und die Abriebmenge. Demnach wird durch den 3-Körper-Kontakt ein vergleichsweise stärkerer Verschleiß erzeugt, als beim 2-Körper-Kontakt, was auf das härtere Korund zurückzuführen ist. Für eine generelle Beurteilung der ermittelten Verschleißkoeffizienten $k_{A,i}$ können diese mit bereits bestimmten Werten anderer Materialien verglichen werden, siehe Tab. 5.23.

Tab. 5.23: Verschleißkoeffizient von anderen Werkstoffkombinationen (vgl. Archard 1956)

Werkstoff 1	Werkstoff 2	Verschleißkoeffizient <i>k</i> _A
Baustahl	Baustahl	7,0·10 ⁻³
Teflon	Werkzeugstahl	1,0·10 ⁻⁴
Acrylglas	Werkzeugstahl	7,0·10 ⁻⁶
Berylliumkupfer	Werkzeugstahl	2,1.10-4
Polyethylen	Werkzeugstahl	3,0.10-7

Die in Tab. 5.23 angegebenen Koeffizienten wurden in Folge eines Zylinder-Zylinder-Tribometers ermittelt. Dabei wird ein zylindrischer Stift auf einen rotierenden zylindrischen Körper gedrückt. Bei den aufgeführten Werkstoffpaaren handelte es sich beim zweiten Werkstoff um Werkstoffstahl. Die Werte wurden bei einer Vertikallast von 3.924 g und einer Rotationsgeschwindigkeit von 180 cm/s ermittelt (vgl. *Archard 1956*). Die in dieser Arbeit verwendete Werkstoffpaarung würde somit den höchsten Verschleißkoeffizienten k_A ergeben. Die gewählten Randbedingungen weichen zwar leicht von den ermittelten Werten aus Tab. 5.23 ab, sind aber ebenfalls infolge einer schleifenden Gleitbewegung bestimmt worden. Was eine näherungsweise Vergleichbarkeit mit den in dieser Arbeit ermittelten Werten zulässt.

Ermittlung des Haftreibungskoeffizienten µH,max

Der Versuchsaufbaus aus Abb. 5.18 lässt eine Ermittlung des Reibkoeffizienten der Probekörper zu. Mittels vertikaler Kraftmessdose (Ermittlung von F_N) sowie horizontaler Kraftmessdose (Ermittlung von F_R) kann der maximale Haftreibungskoeffizient $\mu_{H,max}$ der Probekörper wie folgt bestimmt werden, siehe Gleichung (3.1):

$$\mu_{H,max} = \frac{F_R}{F_N} \tag{5.22}$$

Der maximale Haftreibungskoeffizient $\mu_{H,max}$ ist der Wert, bei dem gerade noch Haftreibung herrscht und die Relativgeschwindigkeit des Objektes Null ist. Der maximale Haftreibungskoeffizient $\mu_{H,max}$ wurde anhand des Versuchs der Probekörper Nr. 1 und Nr. 2 für den 2-Körper-Kontakt bestimmt. Der Einbezug aller Probekörper über die gesamte Versuchsdauer würde eine unverhältnismäßig große Datenmenge erzeugen – da die Messwerte mit einer Frequenz von 5,0 Hz gemessen werden mussten, um den genauen Zeitpunkt der horizontalen Plattenverschiebung und des beginnenden Gleitvorganges zu erfassen.

Für die Ermittlung des Reibbeiwerts wurden 21 verschiedene Messzeiträume gewählt, nach denen die aufgezeichneten Messwerte für Vertikal- und Horizontalkraft sowie die des horizontalen Wegaufnehmers ausgewertet wurden. Jeder der 21 Messzeiträume besteht aus einer Messdauer von circa 5,0 Sekunden. Gemessen wurde der Bewegungszustand des unteren Probekörpers: Vom Zustand, bei dem sich der Probekörper gerade noch nicht bewegt bis zum beginnenden Gleitreibungszustand. Die 21 Messzeiträume setzten sich aus jeweils drei aufeinanderfolgenden Einzelmessungen bei einem frei gewählten Zeitpunkt zusammen, siehe Anhang, Tab. A.3 bis Tab. A.23. Diese drei Einzelmessungen wurden gemittelt und zu sieben neuen Messzeitpunkten (2 Minuten, 30 Minuten, 60 Minuten, 120 Minuten, 180 Minuten, 240 Minuten und 300 Minuten) zusammengefasst. Die Messzeitpunkte bezieht sich auf die Zeit nach Versuchsbeginn. Die aus jeweils drei aufgenommenen Messzeiträumen gemittelten sieben Messzeitpunkte sind in Abb. 5.28 dargestellt. Auf der Abszissenachse ist die horizontale Verschiebung des unteren Probekörpers abgebildet. Die Ordinatenachse zeigt den Haftreibungskoeffizienten $\mu_{\rm H}$, welcher sich gemäß Gleichung (5.22) aus dem Quotienten von Horizontal- und Vertikalkraft ergibt.



Abb. 5.28: Haftreibungskoeffizienten $\mu_{H,i}$ in Abhängigkeit des Messzeitpunktes und Wegs

Die Verläufe aus Abb. 5.28 starten zu unterschiedlichen Abszissenwerten, was sich aufgrund der geometrischen Ungenauigkeiten im Versuchsablauf erklären lässt. Mit zunehmender Versuchszeit beginnen sich die Prüfkörper leicht zu verdrehen, was zu einer Verkürzung des Horizontalwegs führt. So ist es innerhalb von 300 Minuten zu einer horizontalen Wegverkürzung des Prüfkörpers um circa 1,5 mm gekommen. Zu Beginn der Messdatenaufzeichnung ist die Horizontalkraft noch nicht ausreichend hoch, um den Probekörper zu verschieben. Mit zunehmender Messdauer und Rotation des Antriebs erhöht sich die Horizontalkraft auf die Platte, was bei einer nahezu konstanten Vertikallast zu einer Zunahme des Haftreibungskoeffizienten $\mu_{\rm H}$ führte. Die Haftreibung ist kurz vor Einsetzen der Horizontalverschiebung am größten (Grenzzustand). Der Probekörper geht anschließend in eine Beschleunigungsphase über. Aufgrund der gesteigerten äußeren Kraft kommt es zur Verformung der Verzahnungen in den Kontaktflächen (vgl. *Mahnken 2012*). Anschließend geht der Prüfkörper in den Gleitreibungszustand über und der Haftreibungskoeffizient nimmt ab. Die experimentell ermittelten Verläufe aus Abb. 5.28 entsprechen dem Verlauf der vier Zuständen (Haftreibung, Grenzzustand, Beschleunigung und Gleitreibung) eines Körpers bei Reibung, siehe Abb. 5.29.



Abb. 5.29: Idealisiertes Kraft-Zeit-Diagramm für ein Körper bei Reibung nach Mahnken 2012

Entsprechend der Abb. 5.29 kann der Grenzzustand und somit der Haftreibungskoeffizient $\mu_{H,max}$ für die Verläufe aus Abb. 5.28 bestimmt werden, siehe Abb. 5.30.



Abb. 5.30: Darstellung der Haftreibungskoeffizienten $\mu_{H,max}$

Die Auswertung nach Abb. 5.30 zeigt eine Streuung des Haftreibungskoeffizienten $\mu_{H,max}$ im Bereich von 0,62 bis 0,74. Nach einer Einlaufphase (2 Min) steigt der Haftreibungskoeffizient $\mu_{H,max}$ von 0,63 auf 0,74 an. Mit zunehmender Versuchsdauer (240 Min bis 300 Min) pendelt sich der Haftreibungskoeffizient $\mu_{H,max}$ bei einem Wert von 0,66 ein. Werden die in Abb. 5.30 ermittelten Koeffizienten gemittelt, ergibt sich der mittlere Haftreibungskoeffizient $\mu_{H,max}$ für den 2-Körper-Kontakt von Nanodur[®]-Beton auf Nanodur[®]-Beton von 0,67. Gemäß *Swain 2013* liegt der Reibwert für Haftreibung von Beton auf Beton bei 0,65.

5.6 Zusammenfassung

In Kapitel 5 wurden drei experimentelle Untersuchungsreihen durchgeführt: Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme (siehe Abschnitt 5.3), Drei-Punkt-Lastverfahren an geschliffenen Normprismen (siehe Abschnitt 5.4) und Plattenabriebversuche, siehe Abschnitt 5.5. Weiter wurden die Betonzusammensetzungen und die Festigkeitseigenschaften des für die experimentellen Untersuchungen verwendeten Nanodur[®]-Betons in Abschnitt 5.2 erläutert.

Verschleißwiderstand nach Böhme

Anders als in *Scott 2015* dargestellt, haben die Untersuchungen gezeigt, dass nicht zwangsläufig ein größeres Größtkorn zu einem erhöhten Verschleißwiderstand führt. Vielmehr kann durch eine Erhöhung der Mohshärte des Gesteins eine Verschleißreduzierung erzielt werden. Die Messergebnisse erlauben eine Einordnung des Hochleistungsbetons in die Verschleißklassen A6 und A9. Sie weisen damit einen gleichen Verschleiß auf wie herkömmliche Zementestriche. Dies könnte darin begründet liegen, dass die Betonzusammensetzung einen weniger starken Einfluss auf den Verschleiß hat als die Gesteinsart. Mittels der hergeleiteteten Funktionen aus Abschnitt 5.3.5 ist es möglich, die Abriebmenge der Böhmscheibe ΔV für einen 3-Körper-Kontakt aus Stahl, Beton und Korund in Abhängigkeit des Schleifwegs s und einem von der Mohshärte des Gesteins abhängigen Faktors m_A folgendermaßen zu beschreiben. Der Vorfaktor m_A für die Korngruppe 1/3 mm beträgt 0,04, siehe Gleichung (5.4).

$$\Delta V = \frac{m_A \cdot \frac{s}{1,38}}{\rho} \tag{5.23}$$

mit:

ΔV	Abriebvolumen	[cm ³ /50 cm ²]
mA	Vorfaktor in Abhängikeit der Korngruppe	[-]
S	Gleitweg	[m]
ρ	Rohdichte	[g/cm ³]

Drei-Punkt-Lastverfahren an geschliffenen Normprismen

Mittels Drei-Punkt-Lastverfahren an den geschliffenen Normprismen konnte gezeigt werden, dass sich die Biegezugfestigkeit des Hochleistungsbetons durch Schleifvorgänge nicht verringert. Dies konnte sowohl für Trocken- als auch Nassschleifen veranschaulicht werden. Einen Einfluss der Schleiftiefe auf die Biegezugfestigkeit konnte ebenfalls nicht festgestellt werden. Genauso wenig konnte ein signifikanter Einfluss der Korngruppe im Zusammenhang mit dem Schleifvorgang auf die Biegezugfestgkeit ausgemacht werden. Letzter zu untersuchender Parameter war die Körnung des Schleifmaterials beim Trockenschleifen, welche ebenfalls zu keinen Änderungen der Biegezugfestigkeit des Hochleistungsbetons führte. Der Nanodur[®]-Beton eignet sich somit für eine Nachbehandlung mittels Schleifens, um die gewünschten Genauigkeiten für die Betonverzahnung und Schale des Großdemonstrators zu erzielen.

Plattenabriebversuche

Mittels Plattenabriebversuchen konnten die Verschleißmengen bei 2-Körper- und 3-Körper-Kontakt für den Reibkontakt von Nanodur®-Beton auf Nanodur®-Beton ermittelt werden. Diese konnten durch eine Verschleißmengenermittlung mittels der Darr-Methode zu 6,9 g (2-Körper-Kontakt) und 7,3 g (3-Körper-Kontakt) bestimmt werden. Eine Auswertung der 3D-Scans ergab Verschleißmengen von 4,6 g (2-Körper-Kontakt) und 6,5 g (3-Körper-Kontakt) für eine mittlere Zyklenzahl von 9.900 Umdrehungen, was einer theoretischen Nutzungsdauer von 27,1 Jahren entspricht. Es lies sich festellen, dass die Auswertung mittels 3D-Scan zu leicht niedrigeren errechneten Abriebmengen führt. Insgesamt ist der Verschleiß bei einem 3-Körper-Kontakt höher als bei einem 2-Körper-Kontakt. Daraus ließen sich ein materialspezifischer, dimensionsloser Verschleißkoeffizient nach Archard k_{A,m} von 3,9·10⁻² (2-Körper-Kontakt) und 1,1·10⁻¹ (3-Körper-Kontakt) bestimmen. Mittels dieser Verschleißkoeffizienten kann die Abriebmenge der Zahnradgeometrie des Großdemonstrators unter Last bestimmt werden, siehe Kapitel 6. Weiter lies sich ein Reibungskoeffizient $\mu_{H,max}$ für Haftreibung von Nanodur[®]-Beton auf Nanodur[®]-Beton von 0.67 bestimmten. Dieser kann beispielsweise für Reibungs- und Verschleißsimulationen in FE-Programmen verwendet werden

Anhand der Versuche zeigte sich, dass der Nanodur[®]-Beton keinen höheren Verschleißwiderstand (Verschleißklassen A6 und A9) als Estrich-Betone aufweist. Insgesamt treten bei einem direkten Reibkontakt von Nanodur[®]-Beton auf Nanodur[®]-Beton nur geringe Verschleißmengen (7,3 g bei 3-Körper-Kontakt) auf. Weiter konnte eine Eignung des Betons zur Nachbehandlung mittels Schleifens gezeigt werden. Die dargestellten Ergebnisse bestätigen eine Eignung des Betons für die Verwendung von Verzahnungen aus Nanodur[®]-Beton. Empfohlen wird die Betonzusammensetzung aus Tab. 5.2. Der aus dieser Mischung herstellbare Beton weist den zweitgrößten Abrasionswiderstand und die höchste mittlere Betondruckfestigkeit *f*_{cm} sowie die höchste mittlere Biegezugfestigkeit *f*_{ctm,fl} auf.
6 Verzahnungsauslegung

6.1 Allgemeines

In diesem Kapitel erfolgt eine Auslegung der Betonverzahnung für den Großdemonstrator.

Notwendigkeit einer Verzahnung

In Abb. 6.1 ist die in Abschnitt 2.3.1 bestimmte Abrollhügelgeometrie des Großdemonstrators wiedergegeben. Diese wurde punktweise mittels Integration von Gleichung (2.9) und Gleichung (2.10) bestimmt.



Abb. 6.1: Näherung Kontaktfläche Abrollhügel und Sichel

Die Strecke \overline{AB} verläuft zwischen den Punkten *A* und *B*. Entlang dieser erfolgt der Kontakt zwischen der Schale und dem Abrollhügel. In Abhängigkeit der Steigung der schiefen Ebene kann die Schale nun entweder entlang des Abrollhügels Rollen oder Gleiten. Würde die Schale ins Gleiten übergehen, könnte diese entlang des Abrollhügels wegrutschen und nicht mehr der Sonne nachverfolgt werden. Eine Rollbewegung hingegen führt nicht direkt zu einem Ausfall der Sonnennachverfolgung, da diese durch den Antrieb oder bauliche Maßnahmen gebremst werden könnte. Die auftretende Reibung im Kontaktpunkt zwischen Schale und Abrollhügel muss stark genug sein, um die Schale in Rotation zu versetzen. Bei zu geringer Reibung gleitet die Schale. Durch Überprüfung des Kriteriums aus Gleichung (6.1) lässt sich feststellen, ob ein Gleiten oder Rollen vorliegt. Dabei gibt der Winkel α die Neigung der schiefen Ebene an, welcher beim Abrollhügel des Großdemonstrators bei maximal 34° liegt, siehe Abb. 6.1.

$$\mu \ge \frac{\tan \alpha}{3} \to Rollen; \quad \mu < \frac{\tan \alpha}{3} \to Gleiten$$
 (6.1)

$$\mu = \frac{\tan(34^\circ)}{3} = 0,22 \tag{6.2}$$

Der Reibungsbeiwert μ kann gemäß experimenteller Untersuchungen aus Kapitel 5.5 mit 0,67 angesetzt werden.

$$0,67 \ge 0,22 \rightarrow Rollen; \tag{6.3}$$

Die Schale rollt zu Beginn der Abrollbewegung entlang des Abrollhügels. Eine Gefahr des Rutschens besteht erst ab einem Neigungswinkel des Abrollhügels von 63,5°, siehe Gleichung (6.4).

$$\alpha = \arctan(0,67 \cdot 3) = 63,5^{\circ} \rightarrow Gleiten \tag{6.4}$$

Das Rollen der Schale muss durch eine bauliche Maßnahme begrenzt und kontrolierbar gemacht werden. Weiter können horizontale Windlasten auf die Schale treffen, die ein Gleiten und somit ein Wegrutschen der Schale verursachen würden, auch wenn die Abrollhügelgeometrie allein aus geometrischen Gesichtspunkten nicht steil genug dafür wäre. Bei der hier getroffenen Unterscheidung zwischen Rollen und Gleiten handelt es sich um eine rein theoretische Überlegung (Annahme eines starren Körpers). In der Realität tritt bei einer Rollbewegung immer auch Gleiten auf (siehe Abschnitt 4.1).

Zur Vermeidung eines unkontrollierten Gleitens und Rollens der Schale entlang des Abrollhügels wurde eine Betonverzahnung entwickelt.

6.2 Aufbau der Verzahnung

Die Verzahnungsart der Großdemonstratorverzahnung orientiert sich an der Wildhaber-Novikov-Verzahnung aus Abschnitt 4.3.3, da diese für den Beton günstige Verschleißeigenschaften aufweist. Wie Abb. 3.4 zeigt, können bei einem Festkörper vier tribologische Bewegungsarten auftreten (Gleiten, Rollen, Wälzen und Bohren). Bei allen vier Bewegungsarten entsteht Reibung. Während des Abrollvorgangs des Großdemonstrators entsteht Rollreibung. Des Weiteren kommt es zu einer elastischen Verformung zwischen Schale und Abrollhügel, die zu einer Kontaktfläche (Hertz'sche Kontaktfläche) führt, siehe Abschnitt 4.1. Dadurch entstehen Gleitbewegungen in der Kontaktfläche und es tritt neben Rollreibung auch Gleitreibung auf. Reibung verursacht in Abhängigkeit des jeweiligen Mechanismus auch immer Verschleiß. Bei Verzahnungen aus Beton sind das hauptsächlich abrasiver und adhäsiver Verschleiß sowie Oberflächenzerrüttung, siehe Abb. 3.4.

Bei Zykloiden- und Evolventenverzahnungen liegt ein Punktkontakt zwischen den in Eingriff stehenden Zahnflanken vor, siehe Abschnitt 4.3. Dieser Berührpunkt gleitet entlang der Zahnflanken und verursacht Verschleiß. Bei der Wildhaber-Novikov-Verzahnung liegt nur im unbelasteten Zustand ein Punktkontakt vor. Im belasteten Zustand kommt es zu einem Flächenkontakt. Dadurch treten keine Spannungsspitzen auf, die im Beton Risse und Abplatzungen verursachen könnten. Außerdem sind so größere Flächenpressungen möglich.

Die für den Großdemonstrator gewählte Verzahnungsart beruht wie die Wildhaber-Novikov-Verzahnung auf Kreisbogengeometrien. Der einzelne Zahn (Kreisbogen) kann durch den Radius *r* und die Zahnhöhe *h* definiert werden, siehe Abb. 6.2. Durch Aneinanderreihung mehrerer identischer Kreisbögen entsteht eine Verzahnung.



Abb. 6.2: Verzahnungsgeometrie des Großdemonstrators

Diese Verzahnungskonstruktion wurde auf den Abrollhügel und die Schale aus Abschnitt 2.3.1 angewandt, siehe Abb. 6.3.



Abb. 6.3: Verzahnung des Abrollhügels und der Schale

Zahnspiel

Damit zwei Zähne während des Abrollvorgangs ineinandergreifen können, ohne sich zu verklemmen, ist ein Spiel d_0 zwischen beiden Zähnen notwendig. Dafür wird die Verzahnung des Großdemonstrators in zwei Zähne mit unterschiedlichen Radien r_1 und r_2 unterteilt. Das Spiel d_0 ist als Differenz zwischen Radius r_1 und r_2 definiert:

$$d_0 = r_2 - r_1 \tag{6.5}$$

Eine Verzahnung baut sich immer abwechselnd aus einem Zahn mit dem Radius r_1 und einem mit dem Radius r_2 auf. Dabei greifen nie zwei Zähne mit identischem Radius ineinander. In Abb. 6.4 ist das Verzahnungsprinzip mit Lochspiel dargestellt.



Abb. 6.4: Zahnspiel do zwischen zwei Verzahnungen

Zähneanzahl n

Die Zähneanzahl *n* der Verzahnung wird in Abhängigkeit der Bögenlänge b_G (siehe Abb. 6.5) und der Bogenlänge des einzelnen Zahns b_Z bestimmt. Bei zwei gegebenen Radien wird der kleinere Radius verwendet:

$$n = \frac{b_G}{b_Z} \tag{6.6}$$

Die Bogenlänge b_G lässt sich folgendermaßen ermitteln:

$$b_G = r_G \cdot \alpha_G \quad mit: \alpha_G \text{ in Bogenmaß} \tag{6.7}$$

Die Bogenlänge *b*_Z berechnet sich aus:

$$b_Z = r_G \cdot \alpha_Z \tag{6.8}$$

mit:

$$\alpha_Z = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{s}{2 \cdot r_G}\right) \cdot \frac{\pi}{180} \tag{6.9}$$

$$s = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot r \cdot h - h^2} \tag{6.10}$$



Abb. 6.5: Bogenlänge b_G

Zahndicke d

Die Dicke *d* des Zahns wird über die Hertz'sche Flächenpressung bestimmt. Mit Hilfe der Formel der Hertz'schen Flächenpressung wird die größte Spannung in der Kontaktfläche zweier elastischer Körper berechnet, siehe Abschnitt 3.2. Betrachtet werden zwei in Eingriff stehende Zähne mit den Radien r_1 und r_2 , siehe Abb. 6.6



Abrollhügel



Durch Umformen der Gleichung (3.2) ergibt sich die Zahnbreite *d* in Abhängigkeit der senkrecht auf die Kontaktfläche wirkenden Normalkraft *F*, der Elastizitätsmoduln E_1 *und* E_2 beider Körper, den Radien r_1 *und* r_2 beider Körper, der Querdehnzahl μ und der maximal zulässigen Flächenpressung p_0 zu:

$$d = \frac{F \cdot E}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot (1 - \mu^2) \cdot p_0^2}$$
(6.11)

mit:

 $r = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} \tag{6.12}$

$$E = 2 \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \tag{6.13}$$

Bei einer konvexen Fläche ist der Radius ri negativ anzugeben.

Im Kontaktbereich der beiden Zähne kommt es zu einer elastischen Verformung der Oberfläche, siehe Abb. 4.15. Aus dieser ergibt sich eine Berührfläche (Hertz'sche Berührfläche), deren Breite sich wie folgt bestimmen lässt.

Die Breite der Berührfläche 2. bH der beiden Zylinder ergibt sich zu:

$$b_H = \sqrt{\frac{8 \cdot (1 - \mu^2) \cdot F \cdot r}{\pi \cdot E \cdot d}}$$
(6.14)

Berücksichtigung von Kantenabplatzungen

Bei der Zahnradauslegung wurde immer von einer konstanten und gleichmäßigen Kraftübertragung zwischen zwei in Kontakt stehenden Verzahnungen ausgegangen. Durch geometrische Ungenauigkeiten kann es bei einem Zahnkontakt zu punktuellen Spannungsspitzen mit unbekannter Einwirkungsfläche kommen, welche zu Abplatzungen führen. Bei teilflächenbelasteten Betonbauteilen sind Spaltzugspannungen und Oberflächenausbrüche zu berücksichtigen, die zu vier unterschiedlichen Versagensarten führen können, siehe Abb. 6.7.





Versagensart 1) beschreibt ein schlagartiges Versagen bei gering oder unbewehrten Betonbauteilen. Infolge der hohen Druckspannungen treten Randzug- und Spaltzugkräfte auf, die zunächst vom Beton aufgenommen werden können, dann aber durch Rissbildung zum Bauteilversagen führen. Bei entsprechender Spaltzugbewehrung kann das Versagensbild auf örtliche Betonausbrüche und Abplatzungen reduziert werden, siehe Versargensarten 2) bis 4). Zur Vermeidung von Kantenabplatzungen wird eine Fase entlang der Verzahnung angebracht, siehe Abb. 6.8. Diese ist durch einen Winkel β , eine Fasenhöhe h_s und eine Fasenlänge *b* definiert.



Abb. 6.8: Fase für Verzahnung

Bei vorgegebenem Winkel β und Fasenbreite β kann die Fasenhöse h_s mittels trigonometrischer Funktion bestimmt werden:

$$h_s = \frac{b}{\tan\beta}$$

(6.15)

Für den Großdemonstrator wird ein Fasenwinkel β von 45° und eine Fasenbreite *b* von 10 mm vorgegeben. Die Fasenhöhe *h*_s ergibt sich nach Gleichung (6.15) ebenfalls zu 10 mm. Die für den Großdemonstrator vorgesehene Fase ist in Abb. 6.9 dargestellt.



Abb. 6.9: Fase der Verzahnung am Abrollhügel (Ausschnitt) (links), Fase im Querschnitt (rechts)

6.2.1 Verzahnungsauslegung für den Großdemonstrator

Im Folgenden wird anhand der gewählten Verzahnungsart (Kreisbogenverzahnung), des Zahnspiels d_0 , der Zahnzahl *n*, der Zahndicke *d* und der Berücksichtigung von Kantenabplatzungen die Verzahnungsgeometrie für den Großdemonstrator festgelegt. Die Abrollhügel des Großdemonstrators wurde in Abschnitt 2.3.1 mit einem Kreisradius der Schale von $r_G = 2.100$ mm hergeleitet. Die Verzahnung soll entlang dieses Kreises bis zur Unterseite der Schale entlanglaufen (siehe Abb. 6.5). Daraus ergibt sich ein Winkel von $\alpha_G = 111^\circ$. Für den Radius r_1 und der Höhe *h* des einzelnen Zahns (siehe Abb. 6.2) wurden $r_1 = 137,7$ mm und h = 99,8 mm frei gewählt. Für ein verklemmungsfreies Spiel zwischen den in Eingriff stehenden Zähnen wurde ein d_0 von 8,8 mm gewählt. Die Vertikallast F_N , die auf die Verzahnung wirkt, ergibt sich gemäß Tab. 7.3 zu $F_N = 102$ kN·0,75 = 76 kN. Aufgrund der Anordnung der Abrollhügel des Großdemonstrators verteilt sich die maximale Vertikallast zu 75 % auf den äußeren Abrollhügel, siehe Kapitel 7. Die Querdehnzahl μ und das E-Modul *E* des Nano-dur[®]-Betons können Tab. 5.4 entnommen werden. Als charakteristische Betondruckfestigkeit wird ein C100/115 mit einem $f_{ck} = 100$ N/mm² gewählt, siehe Tab. 6.1.

Parameter	Abkürzung	Wert	Einheit
Kreisradius Schale	r _G	2.100	mm
Verzahnungswinkel	$\alpha_{ m G}$	111	o
Zoborodiuo	<i>r</i> 1	137,7	mm
Zannradius	h_1	99,8	mm
Zahnspiel	d_0	8,8	mm
Vertikalkraft	F_N	76	kN
Querdehnzahl	μ	0,2	-
E-Modul	E	45.000	N/mm²
Betondruckfestigkeit	$f_{ck} = p_0$	100	N/mm ²

Tab. 6.1: Para	ameter zur Verzahn	ungsauslegung	des Großdem	onstrators
----------------	--------------------	---------------	-------------	------------

Anhand des gegebenen Radius r_1 und des Lochspiels d_0 kann der Radius r_2 des zweiten Zahns bestimmt werden, siehe Gleichung (6.5). Anhand der Zähne mit den Radien r_1 und r_2 wird dann die Verzahnung gemäß Abb. 6.4 aufgebaut.

$$r_2 = d_0 + r_1 = 8,8 mm + 137,7 mm = 146,5 mm$$
(6.16)

Nun wird die benötigte Zähneanzahl der Verzahnung gemäß der Gleichungen (6.6) bis (6.10) bestimmt. Bei zwei gegebenen Radien wird der kleinere Radius verwendet:

$$s = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 137,7 \, mm \cdot 99,8 \, mm - 99,8 \, mm^2} = 264,8 \, mm \tag{6.17}$$

$$\alpha_Z = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{264.8 \ mm}{2 \cdot 2.100 \ mm}\right) \cdot \frac{\pi}{180} = 0.126 \tag{6.18}$$

Die Bogenlänge bz ergibt sich zu:

$$b_Z = 2.100 \ mm \cdot 0,126 = 265 \ mm \tag{6.19}$$

Die Bogenlänge b_G lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$b_G = 2.100 \ mm \cdot 111^\circ \cdot \frac{\pi}{180} = 4.068 \ mm \tag{6.20}$$

Die Zähneanzahl n der Verzahnung ermittelt sich zu:

$$n = \frac{4.068 \ mm}{265 \ mm} = 15.4 \tag{6.21}$$

Für die Verzahnung sind 15 einzelne Zähne notwendig. Die Verzahnung wird so ausgelegt, dass in der Zenitposition der Schale (Schale nach oben geöffnet) ein Zahn (Zahntal) mit dem Radius r_2 auf einem Zahn mit dem Radius r_1 steht, siehe Abb. 6.10. Somit sind acht Zähne mit dem Radius r_1 und sieben Zähne mit dem Radius r_2 für die Schale notwendig. Entsprechend werden für den Abrollhügel sieben Zähne mit dem Radius r_1 und acht Zähne mit dem Radius r_2 benötigt.

Die Zahndicke *d* wird gemäß Gleichung (6.11) bestimmt. Die Vertikallast F_N wird mit dem Teilsicherheitsbeiwert für ständige Lasten von 1,35 multipliziert. Der Bemessungswert der Betondruckfestigkeit ergibt sich zu $f_{cd} = 100/1,5 = 67,7$ N/mm². Weit auf der sicheren Seite liegend wird auf den Abminderungsbeiwert α_{cc} zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen verzichtet:

$$d = \frac{103.000 N \cdot 45.000 \frac{N}{mm^2}}{2 \cdot \pi \cdot 2.292 mm \cdot (1 - 0.2^2) \cdot \left(67.7 \frac{N}{mm^2}\right)^2} = 73.1 mm$$
(6.22)

mit:

$$r = \frac{137,7 \ mm \cdot (-146,5 \ mm)}{137,7 \ mm + (-146,5 \ mm)} = 2.292 \ mm \tag{6.23}$$

Somit ergibt sich für die Zähne eine Dicke d von 80 mm.

Zur Vermeidung von Kantenabplatzungen ist entlang der Verzahnung gemäß Abb. 6.9 eine Fase mit einem Winkel β von 45° und einer Fasenhöhe $h_{\rm s}$ = 10 mm vorzusehen. Die fertige Verzahnung des Großdemonstrators ist in Abb. 6.10 und Abb. 6.11 dargestellt.



Abb. 6.10: Verzahnung des Großdemonstrators



Abb. 6.11: Verzahnung des Großdemonstrators (3D)

6.3 Verschleißbestimmung

Anhand der tribologischen Untersuchungen aus Kapitel 5 und der hergeleiteten Verzahnung des Großdemonstrators aus Abschnitt 6.2 wird nun die Abriebmenge der Betonverzahnung infolge des Reibkontaktes der Verzahnung während der Abrollbewegung der Schale bestimmt.

Zur Bestimmung der Verschleißmenge *V* wird die bereits in Kapitel 5 verwendete Formel nach Archard genutzt:

$$V[mm^{3}] = \frac{F[N] \cdot k_{A}[-]}{H\left[\frac{N}{mm^{2}}\right]} \cdot s[mm]$$
(6.24)

Die Vickershärte *H* der verwendeten Gesteinsart ist bekannt. Der Verschleißkoeffizient k_A bei Reibkontakt zwischen zwei Bauteilen aus Nanodur[®]-Beton wurde in Kapitel 5 bestimmt. Somit verbleiben als unbekannte Größen die Normalkraft *F*_N, welche senkrecht auf den Kontaktpunkt wirkt und der Gleitweg *s*. Beide Größen werden im Folgenden bestimmt.

Bestimmung des Gleitwegs s

Während der Sonnennachverfolgung rollt die Schale entlang des Abrollhügels ab. Gemäß der Gleichungen aus Abschnitt 2.3.1 kann für jede Verschiebung *x* ein Drehwinkel *w* bestimmt werden. Jede Verschiebung *x* und jede Verdrehung *w* führen zu einem neuen Berührpunkt *B* zwischen der Schalenverzahnung und der Verzahnung des Abrollhügels, siehe Abb. 6.12.



Abb. 6.12: Berührpunkte Bi bedingt der Sonnennachverfolgung der Schale

Wie bereits in den Abschnitten 6.1 und 6.2 erläutert, kommt es bei der Kreisbogenverzahnung zu einem Gleiten und Rollen. Eine Gleitbewegung tangential zur Kontaktoberfläche verursacht einen höheren Verschleiß als reines Rollen (*Olofsson 2009*). Das reine Rollen ist eine theoretische Überlegung. Der Kontaktbereich lässt sich auch hier in einen Gleitbereich einteilen. Im Berührpunkt *B*_i der Verzahnung des Abrollhügels und der Schale entsteht eine elastische Verformung, welche zu einer Hertz'schen Abplattungsfläche mit der Breite $2 \cdot b_{H}$ führt, siehe Abb. 6.13. Entlang dieser existiert eine Relativverschiebung beider Zähne, welche Verschleiß verursacht. Anhand dieser Abplattungsfläche kann der Gleitweg *s* (Gleitbereich) bestimmt werden.



Abb. 6.13: Breite 2·*b*_H der Kontaktfläche im Berührpunkt *B*_i der Verzahnung der Schale und des Abrollhügels

Die Herleitung der Gleitwege s_i zweier Zahnflanken wurden bereits in Abschnitt 4.4 aufgezeigt. Diese ergeben sich allgemein zu:

$$s_i = \frac{2 \cdot b_H}{v_{Ty,i}} \cdot (v_{Tyi} - v_{Ty,i+1})$$
(6.25)

Für die Verzahnung des Abrollhügels ergibt sich die Tangentialgeschwindigkeit *v*_{Ty1} zu Null, da keine Rotation oder Translation des Abrollhügels während der Sonnennachverfolgung stattfindet. Somit ergibt sich der Gleitweg *s* für die Verzahnung der Schale und des Abrollhügels zu:

$$s_2 = \frac{2 \cdot b_H}{v_{Ty,2}} \cdot (v_{Ty2} - 0) \tag{6.26}$$

$$s = 2 \cdot b_H \tag{6.27}$$

Die Breite 2 b_{H} kann nach Gleichung (6.14) bestimmt werden. Dazu wird die senkrecht zum Gleitweg *s* stehende Normalkraft *F* (siehe Abb. 6.13) im Berührpunkt *B* benötigt.

Ermittlung der Kraft F im Berührpunkt Bi

Steht die Schale in der Zenitposition (Schale nach oben geöffnet) ergibt sich der Zahneingriff zwischen der Verzahnung der Schale und des Abrollhügels gemäß Abb. 6.14. Im Berührpunkt *B* entsteht durch elastische Verformungen eine Kontaktfläche, zu der die Kraft *F*_N senkrecht steht. Die Kraft *F*_N entspricht der im Schwerpunkt der Schale wirkenden maximalen Vertikalkraft, siehe Tab. 6.1. Diese Kraft kommt in der Zenitposition der Schale der gesuchten Kraft F für die Hertz'sche Pressung zur Bestimmung des Gleitwegs s gleich.



Abb. 6.14: Zahnausschnitt zur Bestimmung der Kraft F für die Hertz'sche Pressung

Rollt die Schale während der Sonnennachverfolgung entlang des Abrollhügels ab, rotiert die Verzahnung der Schale entsprechend der Verdrehung *w*, siehe Abb. 6.15. Dabei steht die Kraft *F* weiterhin senkrecht zur Hertz'schen Kontaktfläche im Berührpunkt *B*₂. Die Vertikalkraft *F*_N entspricht dann nicht mehr der Kraft *F*. Aufgrund der Rotation der Schalenverzahnung kann die Kraft *F* in Abhängigkeit des Winkels α_{ri} ermittelt werden. In Abb. 6.15. ist sowohl ein Winkel α_{r1} als auch ein Winkel α_{r2} gegeben, je nach Betrachtung der Schalen- oder der Abrollhügelverzahnung. Dieser Winkel gibt den Ort des Kontaktpunktes *B* beider Verzahnungen an.



Abb. 6.15: Zahnausschnitt zur Bestimmung der Kraft F bei Zahndrehung w

Der Winkel $\alpha_{r1,2}$ lässt sich nicht in Abhängigkeit der Schalenverdrehung *w* bestimmen. Da allerdings der Radius *r* jedes Zahns der Verzahnung bekannt ist, können alle auftretenden Winkel $\alpha_{r1,2}$ für einen beliebigen Berührpunkt *B*_i entlang des Kreisbogens des jeweiligen Zahns des Abrollhügels und der Schalenverzahnung bestimmt werden. Wenn die Schale in ihre maximale 80°-Position während der Sonnennachverfolgung fährt, rollt diese über insgesamt acht Zähne des Abrollhügels ab, siehe Abb. 6.16. Alle nun möglichen Winkel $\alpha_{r1,2}$, bei denen sich ein Zahn der Schalenverzahnung und der Abrollhügelverzahnung berühren, können im Bereich des Winkels $\alpha_{A,i}$ und des Winkels $\alpha_{E,i}$ eines jeden Zahns auftreten.



Abb. 6.16: Zahnanzahl des Abrollhügels

Am Beispiel von Zahn 2 in Abb. 6.17 lässt sich der Berührpunkt *B* durch die Winkel α_{r2} oder α_{r1} beschreiben, je nach Betrachtung des Radius r_1 oder r_2 . Dieser Winkel kann maximal die Größe des Winkel $\alpha_{A,r1,2}$ und des Winkels $\alpha_{E,r1,2}$ annehmen. Die Indizies r_1 und r_2 beschreiben den Radius *r* des betrachteten Zahns.



Abb. 6.17: Zahn 2 und mögliche Winkel des Berührpunkts B

6 Zahnradauslegung

	Zahn 1		Zahn 2			
	α _E	[°]	α _{Α,r1,2} [°]		α _{E,r1,2} [°]	
	von	bis	von	bis	von	bis
r 1	0	73,93	83,09	0	0	64,99
ľ2	0	69.61	78.63	0	0	60.27

Die Winkel $\alpha_{A,r1,2}$ und $\alpha_{E,r1,2}$ eines jeden Zahns sind abhängig von der Geometrie der

spielhaft für die Zähne 1 und 2 inTab. 6.2 gegeben. Die Winkel der Zähne 1 und 3 bis 8

Tab. 6.2: Winkel $\alpha_{A,r1,2}$ und Winkel $\alpha_{E,r1,2}$

sind in Anhang B angegeben.

Für alle Winkel α_{r1} oder α_{r2} innerhalb des Winkels $\alpha_{A,r1,2}$ und $\alpha_{E,r1,2}$ des jeweiligen Zahns kann mittels folgender trigonometrischer Gleichung in Abhängigkeit der Vertikallast F_N (siehe Tab. 6.1) die für den Gleitweg *s* notwendige Kraft *F* ermittelt werden:

$$F = F_N \cdot \cos \alpha_{r1\,2}$$

In Tab. 6.3 ist beispielhaft die Kraft *F* für den Zahn 2 in Abhängigkeit der Vertikallast *F*_N (siehe Tab. 6.1) und der Winkel α_{r1} und α_{r2} , in den Grenzen der Winkel $\alpha_{A,r1,2}$ und $\alpha_{E,r1,2}$, aufgeführt. Für Zahn 2 sind exemplarisch die Winkel $\alpha_{r1} = 60^{\circ}$, 40°, 20° und 0° gewählt worden. Die Kraft *F* für die Zähne 1 und 3 bis 8 sind in Anhang B angegeben. Da die Kraft *F* nur abhängig vom Winkel $\alpha_{r1,2}$ ist, kann diese auch unabhängig vom Radius *r* allgemein für die Winkel $\alpha_{r1,2}$ von 0° bis 90° angegeben werden, siehe Anhang B.

Radius r ₁		Radius r ₂	
α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]
83,09	9,1	78,63	15,0
60,0	38,0	60,0	38,0
40,0	58,2	40,0	58,2
20,0	71,4	20,0	71,4
0,0	76,0	0,0	76,0
20,0	71,4	20,0	71,4
40,0	58,2	40,0	58,2
60,0	38,0	60,0	65,8
64,99	32,1	60,27	37,7

Tab. 6.3: Kraft F im Berührpunkt B für den Zahn 2

Bestimmung der Verschleißmenge

Die Verschleißmenge V für einen Zahn der Verzahnung des Abrollhügels und der Schale lässt sich mittels Gleichung (6.24) bestimmen. Anhand der Kraft F (siehe Gleichung (6.28)) kann der Gleitweg s entsprechend der Gleichungen (6.14) und (6.27) bestimmt werden. Die Vickershärte H ergibt sich nach Anhang, Tab. A.1 zu 10.050 N/mm². Der Verschleißkoeffizient nach Archard k_A wurde experimentell in Ab-

(6.28)

schnitt 5.5 ermittelt. Für den 2-Körper-Kontakt ergab sich ein Wert von 3,9·10⁻². Weitere zur Verschleißmengenbestimmung benötigten Parameter sind in Tab. 6.4 gegeben.

Parameter	Abkürzung	Wert	Einheit
7	<i>r</i> ₁	137,7	mm
Zanniaulus	<i>r</i> ₂	146,5	mm
Vertikalkraft	F_N	76,0	kN
Querdehnzahl	μ	0,2	-
E-Modul	E	45.000	N/mm ²
Vickershärte	Н	10.500	N/mm ²
Verschleißkoeffizient	K _{A,2KK}	3,9·10 ⁻²	
Betonrohdichte	ρ	2.500	kg/m³

Tab. 6.4: Parameter zur Verschleißmengenbestimmung

Beispielhaft wird nachfolgend die Verschleißmenge *V* des Zahns 2 bestimmt, siehe Abb. 6.16. Für Zahn 2 können aufgrund der gewählten Radien r_1 und r_2 lediglich Winkel $\alpha_{r_1,2}$ im Bereich von $\alpha_{A,r_1,2}$ und $\alpha_{E,r_1,2}$ gemäß Tab. 6.2 auftreten.

Zuerst wird der Gleitweg *s* mittels Gleichung (6.14) bestimmt. Exemplarisch wird dieser für $\alpha_{r1,2} = 0^{\circ}$ aus Tab. 6.3 ermittelt.

$$s = 2 \cdot b_H = 2 \cdot 10.9 \ mm = 21.8 \ mm$$
 (6.29)

mit:

$$b_H = \sqrt{\frac{8 \cdot (1 - \mu^2) \cdot F \cdot r}{\pi \cdot E \cdot d}}$$
(6.30)

$$b_{H} = \sqrt{\frac{8 \cdot (1 - 0.2^{2}) \cdot 76.000 \, N \cdot 2.292 \, mm}{\pi \cdot 45.000 \frac{N}{mm^{2}} \cdot 80 \, mm}} = 10.9 \, mm \tag{6.31}$$

mit:

$$r = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{137,7 \ mm \cdot (-146,5 \ mm)}{137,7 \ mm + (-146,5 \ mm)} = 2.292 \ mm \tag{6.32}$$

$$E = 2 \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} = 45.000 \frac{N}{mm^2}$$
(6.33)

Die Gleitwege s von Zahn 2 infolge der Winkel $\alpha_{r1,2}$ aus Tab. 6.3 sind in Tab. 6.5 gegeben.

Nun kann die Verschleißmenge V nach Gleichung (6.24) berechnet werden. Beispielhaft wird dieser für den längsten Gleitweg von s = 21,8 mm (Winkel $\alpha_{r1,2} = 0^{\circ}$) bestimmt.

Radius r ₁		Radius r ₂			
α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
83,09	9,1	7,5	78,63	15,0	9,7
60,0	38,0	15,4	60,0	38,0	15,4
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
0,0	76,0	21,8	0,0	76,0	21,8
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
60,0	38,0	15,4	60,0	38,0	15,4
64,99	32,2	14,2	60,27	37,7	15,3

Tab. 6.5: Gleitweg s für Zahn 2

Die Verschleißmenge für den 2-Körper-Kontakt ergibt sich somit zu zu:

$$V[mm^{3}] = \frac{76.000 N \cdot 3.9 \cdot 10^{-2}}{10.500 \frac{N}{mm^{2}}} \cdot 21.8 \ mm = 6.15 \ mm^{3}$$
(6.34)

Diese Verschleißmenge V entspricht bei einer Betonrohdichte von 2.500 kg/m³ einer Menge von 0,015 g pro Verschleißkontakt. Ein Verschleißkontakt entspricht einem Abrollvorgang. Die vollständige Verschleißmenge V für Zahn 2 in Abhängigkeit des Winkels α_{r2} ist in Abb. 6.18 angegeben. Die Verschleißmengen V von Zahn 1 und den Zähnen 3 bis 8 sind in Anhang B dargestellt.



Abb. 6.18: Verschleißmenge V in Abhängigkeit von ar2 für Zahn 2

Pro Tag vollführt die Rinne zwei Abrollvorgänge, was einer Gesamtzahl von 730 Abrollvorgängen pro Jahr entspricht. In 20 Jahren hat sie 14.600 Abrollvorgänge vollzogen. Das ergibt eine maximal auftretende Abriebmenge von 219 g in 20 Jahren bei einer Zahndicke von 80 mm und einer Vertikallast von 76 kN.

Direkte Bestimmung der Verschleißmenge

Die vorgestellte Verschleißmengenbestimmung kann auch in einer Formel zusammengefasst werden. Werden die Gleichung (6.14), (6.12) und (6.28) in Gleichung (6.24) eingesetzt ergibt sich die Verschleißmenge V je Zahn und Abrollvorgang zu:

$$V = \sqrt{\frac{32 \cdot k_A^2 \cdot (1 - \mu^2) \cdot (F_{Ed} \cdot \cos \alpha_{r_{1,2}})^3 \cdot \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}}{H^2 \cdot E \cdot d \cdot \pi}}$$
(6.35)

Die maximale Verschleißmenge V_{max} je Zahn und Abrollvorgang berechnet sich gemäß:

$$V_{max} = \sqrt{\frac{32 \cdot k_A^2 \cdot (1 - \mu^2) \cdot F_{Ed}^3 \cdot \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}}{H^2 \cdot E \cdot d \cdot \pi}}$$
(6.36)

mit:

k a	Verschleißkoeffizient nach Archard	[-]
μ:	Querdehnzahl Beton	[-]
F_{Ed}	Bemessungswert der Vertikalkraft	[N]
α r1,2	Winkel gemäß Abb. 6.17	[°]
<i>r</i> ₁ , <i>r</i> ₂	Radien der Verzahnung	[mm]
Н	Vickershärte	[N/mm²]
d	Dicke der Verzahnung	[mm]
Е	E-Modul Beton	[N/mm²]
π	Kreiszahl	[-]

6.4 Numerische Untersuchungen zur Schwindverformung

Im Rahmen dieser Arbeit werden nachfolgend auch die Verformungen der Verzahnung des Großdemonstrators infolge Schwinden betrachtet. Es soll untersucht werden, wie groß die Schwindverformungen sind und ob infolgedessen das Zahnspiel zwischen der Verzahung der Schale und des Abrollhügels aufgezehrt wird. Dann könnte es zu einer Verklemmung beider Verzahnungen kommen. Betrachtet werden die in Kapitel 6 hergeleiteten Geometrien aus Abb. 6.10 und Abb. 6.11, welche nochmals in Abb. 6.19 dargestellt sind. Die Berechnungen zur Ermittlung der Verformungen werden mittels FE-Programm ABAQUS FEA des Software-Entwicklerunternehmens DASSAULT SYSTEMES (vgl. *Abaqus 2011*) durchgeführt.



Abb. 6.19: Geometrien für FE-Untersuchungen

Schwinden

Je nach Wassergehalt, Abmessungen und Umgebungsbedingungen kann das Schwindmaß unterschiedlich stark ausfallen.

Es wird zwischen Trockenschwinddehnung ε_{cd} infolge der Austrocknung des Bauteils und der Schrumpfdehnung infolge des autogenen Schwindens ε_{ca} (chemisches Schwinden) unterschieden. Die Gesamtschwinddehnung ε_{cs} ergibt sich zu:

$$\varepsilon_{cs}(t,t_s) = \varepsilon_{ca}(t) + \varepsilon_{cd}(t,t_s) \tag{6.37}$$

Bei Hochleistungsbetonen überwiegt der Anteil des autogenen Schwindens, da kaum Überschusswasser in den Mischungen vorhanden ist. Es konnte gezeigt werden, dass bei hochfesten Betonen der Anteil des autogenen Schwindens bis zu 60 % der Gesamtschwinddehnung beträgt (vgl. *Alonso 2004*). Bei Normalbeton liegt dieser Anteil bei circa 20 %. Für die numerische Simulation wird nach *Sagmeister 2012* eine Gesamtschwinddehnung des verwendeten Nanodur[®]-Betons von 0,6 ‰ angesetzt. Da Schwinddehnungen in ABQUS nicht direkt berücksichtigt werden können, wird eine entsprechende äquivalente Dehnung mittels Temperaturlast aufgebracht.

$$\Delta T = \frac{\varepsilon_{cs}}{\alpha_T} = \frac{0.60\ \%_0}{12\cdot 10^{-6}} = 50\ K \tag{6.38}$$

Modellierung der Verzahnung

Zur Modellierung der Verzahnung der Schale wurde ein 3D-Modell mit dem CAD-Programm Autodesk AutoCAD 2019 (*Autodesk 2019*) gemäß Abb. 6.19 erstellt und in Abaqus importiert.

Die Verzahnung des Abrollhügels kann nicht nach Abb. 6.19 modelliert werden, da diese in der baulichen Umsetzung (siehe Kapitel 7) nicht zusammen mit dem Abrollhügel hergestellt wird. Aus wirtschaftlichen Gründen wird lediglich ein Teil des Abrollhügels aus Nanodur[®]-Beton gefertigt, siehe Abb. 7.2. Zusätzlich ist die Verzahnung um eine Lauffläche ergänzt worden. Die Verzahnungsgeometrie und -dicke verändern sich dabei nicht. Die 3D-Modelle der Verzahnung der Schale und des Abrollhügels für die numerische Simulation sind in Abb. 6.20 zu sehen.



Abb. 6.20: 3D-Modell: Verzahnung Schale (links), 3D-Modell Verzahnung Abrollhügel (rechts)

Die 3D-Modelle können in Abaqus als vollständiges Bauteil (Part) importiert werden. Beide Bauteile werden aus Nanodur®-Beton (siehe Kapitel 7) gefertigt. Die für die

FE-Berechnung in ABAQUS benötigten Materialparameter sind in Tab. 6.6 (abgeleitetes SI-System: mm, t, kg) angegeben.

Die Parameter E-Modul *E*, Dichte ρ , Querdehnzahl μ sowie Wärmeleitfähigkeit λ , spezifische Wärmekapazität c_p und Wärmedehnzahl α_T können *Sagmeister 2019* entnommen werden. Die Materialzuweisung erfolgte mit den in Tab. 6.6 genannten Parametern.

Parameter	Einheit	Wert
Dichte p	t/mm³	2.5·10 ⁻⁹
E-Modul <i>E</i>	N/mm ²	4,5·10 ⁴
Querdehnzahl µ	-	0,2
Wärmeleitfähigkeit λ	mW/mm∙K	3
spezifische Wärmekapazität c _p	mJ/t∙K	1,2·10 ⁹
Wärmedehnzahl a _T	1/K	1,2·10 ⁻⁵

Tab. 6.6: Materialparameter für die FE-Berechnung in ABAQUS (vgl. Sagmeister 2019)

Für die Vernetzung der Verzahnung wurden 8-node thermally coupled brick, trilinear displacement and temperature-Elemente (Typ C3D4T) verwendet. Somit können Verschiebungen und Temperaturen zeitgleich bestimmt werden.

Die Symmetrie der beiden Verzahnungen wurden genutzt, um den Rechenaufwand zu reduzieren. Dadurch ergaben sich für die Verzahnungen der Schale 17.763 Elemente. Für die Verzahnung des Abrollhügels ergaben sich 64.714 Elemente. Die jeweiligen FE-Netze sind in Abb. 6.21 dargestellt.



Abb. 6.21: FE-Netz Verzahnung Schale (links), FE-Netz Verzahnung Abrollhügel (rechts)

Sowohl die Verzahnung der Schale als auch die Verzahnung des Abrollhügels werden als eigenes Bauteil hergestellt, liegend betoniert und liegend gelagert. Die Auflagerbedingungen wurden gemäß Abb. 6.22 gewählt. Diese Halterung ermöglicht eine freie Verschiebung in x- und y-Richtung. Entlang der Symmetrieachse der Verzahnungen wurde eine feste Einspannung vorgesehen. Ein mögliches Abheben durch Schüsseln kann dabei nicht berpcksichtigt werden.



Abb. 6.22: Lagerungsbedingungen der Verzahnung der Schale (links) und der Verzahnung des Abrollhügels (rechts)

Numerische Berechnung

Zur numerischen Berechnung der Verformungen infolge Schwinden muss eine Coupled Thermomechanical Analysis durchgeführt werden. Damit können Verschiebungen infolge von Temperatureinwirkungen bestimmt werden.

Die Temperaturlast wurde in einem entsprechenden transienten Coupled Temperature-Displacement Step aufgebracht. Die Belastung erfolgt also sofort, kann aber über eine entsprechende Ramp-Function entlang des Belastungszeitraums (Time Period = 1) linear aufgebracht werden. Die in Gleichung (6.38) ermittelte äquivalente Temperaturlast von 50 K wird über eine Temperature Boundary Condition auf das FE-Modell aufgebracht. Damit konnte die entsprechende Temperatur für alle Knoten des FE-Netzes definiert werden. Die von Abaqus berechneten Verschiebungen U1 (x-Richtung) und U2 (y-Richtung) für die Verzahnung der Schale und des Abrollhügels sind in Abb. 6.23 bis Abb. 6.26 dargestellt.



Abb. 6.23: Verschiebung U1 (x-Richtung) der Verzahnung der Schale



Abb. 6.24: Verschiebung U2 (y-Richtung) der Verzahnung der Schale



Abb. 6.25: Verschiebung U1 (x-Richtung) der Verzahnung des Abrollhügels



Abb. 6.26: Verschiebung U2 (y-Richtung) der Verzahnung des Abrollhügels

In x-Richtung ergibt sich für die Verzahnung der Schale eine maximale Verformung von 1,07 mm. Die maximale Verschiebung in y-Richtung beträgt 0,24 mm. Für die Verzahnung des Abrollhügels ergeben sich in x-Richtung und y-Richtung Verformung von 1,09 mm und 0,77 mm. Die Verformungen sind so gering, dass sie vom Zahnspiel $d_0 = 8,8$ mm (siehe Tab. 6.1) aufgenommen werden können. Es kann somit zu keiner Verklemmung der beiden Verzahnungen infolge Schwinden während des Abrollvorgangs kommen.

6.5 Verzahnungsnachweise

6.5.1 Zustand I

Für eine störungsfreie Sonnennachverfolgung des Großdemonstrators ist es erforderlich, dass jeder Zahn im Zustand I verbleibt. Infolge von Vertikallasten darf es nicht zu einer Rissbildung im Zahn kommen, die zu einem Bauteilversagen führen könnte. Betrachtet werden drei Zähne des Großdemonstrators mit dem Radius r = 137,7 mm und r = 146,5 mm gemäß Abb. 6.27. Der mittlere der drei Zähne wird im Punkt *A* durch die Vertikallast *F*_N belastet.



Abb. 6.27: Einwirkung F auf den Zahn im Punkt A

Die auftretenden Spannungen im Gebrauchszustand werden mit dem FE-Programm ABAQUS FEA des Software-Entwicklerunternehmens DASSAULT SYSTEMES (vgl. *Abaqus 2011*) durchgeführt. Für die Berechnung werden die Parameter aus Tab. 6.1 verwendet, welche in Tab. 6.7 dargestellt sind.

Tab. 6.7:	Parameterübersicht
Tab. 6.7:	Parameterubersicht

Parameter	Einheit	Wert
Dichte p	t/mm³	2.5·10 ⁻⁹
E-Modul <i>E</i>	N/mm ²	4,5·10 ⁴
Querdehnzahl μ	-	0,2
Vertikallast <i>F</i> _N	kN	76

Das gemäß Abb. 6.27 mit dem CAD-Programm Autodesk AutoCAD 2019 (*Autodesk 2019*) erstellte 3D-Modell wurde in Abaqus importiert. Die Vertikallast kann nicht wie in Abb. 6.27 dargestellt direkt auf den Punkt *A* aufgebracht werden, da eine Spannungsspitze entstehen würde. Deswegen wurde ein Referenzpunkt *RP-3* erstellt, siehe Abb. 6.28.



Abb. 6.28: Erstellung des Referenzpunkts RP-3

Dieser Referenzpunkt *RP-3* kann mit der Zahnradoberfläche gemäß Abb. 6.29 gekoppelt und verbunden werden. Auf diesen Referenzpunkt wurde dann die Vertikallast vollständig aufgebracht. Somit konnte eine Spannungsspitze am Lasteinleitungspunkt vermieden werden.



Abb. 6.29: Kopplung des Referenzpunktes mit dem Zahn

Die Verzahnung wurde wie in Abb. 6.30 (links) dargestellt mit einer festen Einspannung gelagert. Ebenfalls erkennbar ist die aufgebrachte Vertikallast F_N im Referenz-

punkt *RP-3*. Für die Erstellung des FE-Netzes wurden 1.248 linear hexaedrische Elemente vom Typ C3D8R verwendet. Das FE-Netz der Verzahnung ist in Abb. 6.30 (rechts) zu sehen.



Abb. 6.30: Lagerung FE-Modell (links), FE-Netz (rechts)

Die Vertikallast F_N von 76 kN (siehe Abschnitt 6.2.1) wurde in einem static, general step aufgebracht. Die Last wirkt somit direkt auf das Bauteil und wird nicht in einem zeitlichen Intervall aufgebracht. Dadurch kann der Rechenaufwand reduziert werden. Die maximale Verschiebung der Verzahnung in y-Richtung beträgt 0,11 mm und ist mit den Verschiebungen in x-Richtung und z-Richtung sowie den jeweiligen Normalspannungen in Anhang B dargestellt. In Abb. 6.31 sind die Hauptnormalspannungen der Verzahnung infolge der Vertikallast F_N dargestellt.



Abb. 6.31: Maximale Hauptnormalspannungen der Verzahnung

In der Verzahnung tritt eine maximale Zugspannung von 11,68 N/mm² auf. Die mittlere Biegezugfestigkeit f_{ctm,fl} des verwendeten Nanodur[®]-Betons beträgt 19,61 N/mm², siehe Tab. 5.4. Das Bauteil verbleibt somit in Zustand I.

6.5.2 Zustand II

Damit bei einer Überschreitung der Zugfestigkeit des Betons keine Sicherheitsgefährdung für das Tragwerk oder eine Gefährdung von Personen entsteht, wird nachfolgend die Verzahnung für den Zustand II bemessen.

Mechanisch lässt sich die Verzahnung näherungsweise als Konsole darstellen. Zur Berechnung von Stahlbetonkonsolen wird im Wesentlichen auf Stabwerkmodelle zurückgegriffen. Zu diesem Thema existieren eine Vielzahl von Literaturquellen wie *Schäfer 1992, Steinle 1995, Hegger 2003, Reineck 2005* und *DAfStb 2012,* welche unterschiedliche, teilweise kontrovers diskutierte Bemessungskonzepte verfolgen (vgl. *Zilch 2010*).

Das Tragverhalten von Konsolen ist durch das Verhältnis des inneren Hebelarms a/z bestimmt. Dieses Verhältnis ist vor der Dimensionierung aber nicht bekannt, weswegen auf das äquivalente Schlankheitsverhältnis a_c/h_c zurückgegriffen wird, was gleichbedeutend mit dem Kotangens θ des erforderlichen Druckstrebenwinkels ist, siehe Abb. 6.32 (links).

Für die Zahnradauslegung liegt das Stabwerkmodell nach *Reineck 2005* zugrunde, welches dem Modell nach *Schäfer 1992* entspricht, siehe Abb. 6.32. Für die Nachweise im Zustand II werden Bemessungswerte verwendet. Die einwirkende Kraft F_{Ed} verursacht eine Druckstrebenkraft F_{cd} und daraus resultierende Druckspannungen $\sigma_{cd,i}$ in den Knoten "1" und "2". Der Nachweis für eine ausreichende Betontragfähigkeit wird in Knoten "2" geführt. Die Druckspannungen in Knoten "1" werden durch die Abmessungen der Lagerplatte bestimmt. Durch die Aufweitung der Druckstrebe entstehen zwischen Knoten "1" und "2" Querzugkräfte, die durch eine horizontale Bewehrung abgedeckt werden müssen. Die zur Schließung des Stabwerks notwendige Zugkraft Z_{Ed} entsteht am oberen Rand der Konsole.



Abb. 6.32: Kräfteverlauf in Konsole nach Reineck 2005 und Schäfer 1992

Dieses Modell wird von der Konsole auf die Verzahnung übertragen. Dazu wird auf der sicheren Seite liegend die Einwirkung F_{Ed} zum äußersten Zahnpunkt verschoben, da dies den kleinsten Druckstrebenwinkel θ verursacht und somit die geringste maximal aufnehmbare Betondruckspannung und größte Zugkraft Z_{Ed} auftritt, siehe Abb. 6.33.



Abb. 6.33: Übertragung Konsolenmodell auf Verzahnung

Der Bemessungsschnitt befindet sich an der Stelle, an der sich die größte Druckstrebenkraft bei kleinstem Querschnitt einstellt. Dies ist dort der Fall, wo sich die Tangente vom Krafteinleitungspunkt der Einwirkung F_{Ed} mit der Kreisgeometrie des Kreises *k* im Punkt T_P schneidet, siehe Abb. 6.34.



Abb. 6.34: Bestimmung der Tangente für den Bemessungsschnitt

Der Bemessungsschnitt kann für alle aus Kreisgeometrien aufgebauten Verzahnungen in Abhängigkeit des Radius *r* und der Zahnhöhe *h* bestimmt werden (siehe Abb. 6.2). Die Lage des Bemessungsschnitts wird anhand des Abstandes a_c ermittelt. Dazu wird die Tangente von der Lasteinleitung bis zum Punkt $T_{P,2}$ bestimmt (siehe Abb. 6.33). Die Steigung der Tangente *m* entspricht dem Verhältnis aus vertikaler und horizontaler Strecke T_{Px} und T_{Py} vom Koordinatenursprung bis zum Tangentenpunkt T_P . Der für die Berechnung notwendige Mittelpunkt des zweiten, geometrisch identischen Kreises *k* ergibt sich aus den Mittelpunktskoordinaten x_M und y_M , welche über die Kreissehne *s* bestimmt werden können. Aus den geometrischen Randbedingungen lassen sich die kartesischen Koordinaten von Punkt T_P (Herleitung im Anhang B) wie folgt beschreiben:

$$T_{Px} = \left[\frac{\sqrt{-x_M^2 \cdot m^2 + 2 \cdot x_M \cdot y_M \cdot m - y_M^2 + m^2 \cdot r^2 + r^2} + x_M + y_M \cdot m}{m^2 + 1}\right]$$
(6.39)

$$T_{Py} = m \cdot T_{Px} \tag{6.40}$$

mit:

$$m = \frac{x_M \cdot y_M - \sqrt{r^2 \cdot (x_M^2 + y_M^2 - r^2)}}{x_M^2 - r^2}$$
(6.41)

Dabei entsprechen die Werte x_M und y_M :

 $x_M = h - (r - h)$ (6.42)

 $y_M = s \tag{6.43}$

$$s = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot r \cdot h - h^2} \tag{6.44}$$

Somit können die Parameter *h*_c und *a*_c zur Festlegung des Bemessungsschnitts folgendermaßen bestimmt werden:

$$a_c = T_{Px} \qquad bzw. \qquad h_c = T_{Py} \tag{6.45}$$

Weiter werden die notwendigen Parameter gemäß Modell aus Abb. 6.33 für den Zahnradnachweis bestimmt. Die Länge a1 kann folgendermaßen ermittelt werden:

$$a_1 = \frac{F_{Ed}}{b \cdot \sigma_{cd}} \tag{6.46}$$

Die maximale Pressung σ_{cd} wird gemäß *DIN 1992* mit 0,75 f_{cd} angenommen. Die statischen Höhe *d* (Herleitung, siehe Anhang B) lässt sich wie folgt ermitteln:

$$d = \frac{3}{2} \cdot h_c + \sqrt{\frac{9}{4} \cdot h_c^2} - f$$
(6.47)

mit:

$$f = 2 \cdot h_c^2 + \frac{a_1 \cdot a_c}{2}$$
(6.48)

Die rechnerische Bestimmung der Druckzone x_c (Herleitung, siehe Anhang B) im Knoten "2" (siehe Abb. 6.33) erfolgt gemäß folgender Gleichung:

$$x_c = d - \sqrt{d^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_c} \tag{6.49}$$

Mit:

$$\frac{x_c}{d} \le 0.35 \ (Beton > C50/60) \ \text{gemäß DIN 1992}$$
 (6.50)

Der Hebelarm der inneren Kräfte ergibt sich aus:

$$z = d - \frac{x_c}{2} \tag{6.51}$$

Die Neigung der Druckstrebe θ lässt sich gemäß Gleichung (6.52) bestimmen:

$$\cot \theta = \frac{x_c}{a_1} \tag{6.52}$$

Daraus lässt sich die Größe der Zugkraft ZEd bestimmen:

$$Z_{Ed} = \frac{F_{Ed}}{2 \cdot \sin \theta} \cdot \tag{6.53}$$

Die erforderliche Bewehrung *erf.* A_s zur Aufnahme der Zugkraft Z_{Ed} lässt sich aus dem Bemessungswert der Betonstahlstreckgrenze f_{yd} bestimmen:

$$\operatorname{erf} A_s = \frac{Z_{Ed}}{f_{yd}} \tag{6.54}$$

Infolge der Druckkraft F_{Ed} entstehen zwischen Knoten "1" und "2" Querzugkräfte, die durch entsprechende Bewehrung abzudecken sind. Bei gängigen Konsolen sind in Abhängigkeit des Druckstrebenneigungswinkels horizontale bzw. vertikale Bügel einzubauen (vgl. *Wommelsdorff 2012*):

für $a_c/h_c \le 0,5$ (geschlossene horizontale Bügel)

$$A_{sw} \ge 0.5 \cdot \operatorname{erf} A_s \tag{6.55}$$

für ac/hc > 0,5 (geschlossene vertikale Bügel)

$$A_{sw} = 0.7 \cdot \frac{F_{Ed}}{f_{yd}} \tag{6.56}$$

6.5.3 Anwendungsbeispiel Großdemonstrator

Die in Abschnitt 6.5 vorgestellten Ansätze für die Auslegung von Verzahnungen aus Hochleistungsbeton werden im Folgenden anhand der Verzahnung des Großdemonstrators mit dem Radius r = 137,7 mm, einer Zahnhöhe h = 99,8 mm sowie einer Zahndicke d = 80 mm vorgestellt, siehe Abb. 6.35.



Abb. 6.35: Verzahnungsgeometrie Anwendungsbeispiel Großdemonstrator

Die weiteren benötigen Materialkennwerte sind in Tab. 6.8 dargestellt.

Tab. 6.8: Eingangsgrößen Anwendungsbeispiel

Einflussparameter	Einheit	Wert
Radius r	mm	137,7
Zahnhöhe h	mm	99,8
Einwirkung <i>F</i> _{Ed}	kN	102,6
Elastizitätsmodul E	N/mm²	45.000
Querdehnzahl µ	-	0,2
Bemessungswert der Betonstahlstreckgrenze fyd	N/mm²	435

Verwendet wird ein Nanodur[®]-Beton gemäß Tab. 5.5. Die Einwirkung F_{Ed} ergibt sich aus der Vertikallast $F_N = 76$ kN (siehe Tab. 6.1) multipliziert mit dem Teilsicherheitsbeiwert für ständige Lasten zu $F_{Ed} = 1,35.76$ kN = 102,6 kN. Im nächsten Berechnungsschritt werden, die für die zur Festlegung des Bemessungsschnitts benötigten Vorwerte bestimmt.

1. Ermittlung des Bemessungsschnitts

Bestimmung der Kreissehne s:

$$s = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot r \cdot h - h^2} \tag{6.57}$$

$$s = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 137,7 \, mm \cdot 99,8 \, mm - (99,8 \, mm)^2} = 264,8 \, mm \tag{6.58}$$

Bestimmung der Mittelpunktskoordinaten x_M und y_M:

$$x_M = h - (r - h)$$
 (6.59)

$$x_M = 99,8 mm - (137,7 mm - 99,8 mm) = 61,9 mm$$
(6.60)

$$y_M = s = 264.8 \ mm$$
 (6.61)

Bestimmung der Tangentensteigung m:

$$m = \frac{x_M \cdot y_M - \sqrt{r^2 \cdot (x_M^2 + y_M^2 - r^2)}}{x_M^2 - r^2}$$
(6.62)

$$m = \frac{61.9 \ mm \cdot 264.8 \ mm - \sqrt{(137.7 \ mm)^2 \cdot [(61.9 \ mm)^2 + (264.8 \ mm)^2 - (137.7 \ mm)^2)]}}{(61.9 \ mm)^2 - (137.7 \ mm)^2}$$
(6.63)

$$m = 1,05$$
 (6.64)

Bestimmung der Koordinaten des Tangentenpunkts TP:

$$T_{P_{X}} = \begin{bmatrix} \sqrt{-x_{M}^{2} \cdot m^{2} + 2 \cdot x_{M} \cdot y_{M} \cdot m - y_{M}^{2} + m^{2} \cdot r^{2} + r^{2}} + x_{M} + y_{M} \cdot m \\ m^{2} + 1 \end{bmatrix}$$
(6.65)

$$T_{P_X} = \left[\frac{\sqrt{-61,9^2 \cdot 1,05^2 + 2 \cdot 61,9 \cdot 264,8 \cdot 1,05 - 264,8^2 + 1,05^2 \cdot 137,7^2 + 137,7^2 + 61,9 + 264,8 \cdot 1,05}{1,05^2 + 1}\right]$$
(6.66)

$$T_{Px} = 162,4 mm$$
 (6.67)

$$T_{Py} = m \cdot T_{Px} = 1,05 \cdot 162,4 \ mm = 170,5 \ mm$$
 (6.68)

Bestimmung der Koordinaten des Parameters *a*_c und der Konsolenhöhe *h*_c für den Bemessungsschnitt:

$$a_c = T_{Px} = 162,4 mm$$
 bzw. $h_c = T_{Py} = 170,5 mm$ (6.69)

2. Bestimmung der Zugstrebe ZEd

Bestimmung von *a*₁:

$$a_1 = \frac{F_{Ed}}{b_{Hz} \cdot \sigma_{cd}} = \frac{102.600 N}{80 \ mm \cdot 0.75 \cdot 56.7 \frac{N}{mm^2}} = 30.2 \ mm \tag{6.70}$$

Bestimmung von f:

$$f = 2 \cdot h_c^2 + \frac{a_1 \cdot a_c}{2} \tag{6.71}$$

$$f = 2 \cdot (170,5 mm)^2 + \frac{30,2 mm \cdot 162,4 mm}{2} = 60.592 mm$$
(6.72)

Bestimmung der statischen Höhe d:

$$d = \frac{3}{2} \cdot h_c + \sqrt{\frac{9}{4} \cdot h_c^2} - f \tag{6.73}$$

$$d = \frac{3}{2} \cdot 170,5 \ mm + \sqrt{\frac{9}{4}} \cdot (170,5 \ mm)^2 - 60.592 \ mm = 325,1 \ mm \tag{6.74}$$

Bestimmung und Nachweis der Höhe des Druckknotens xc:

$$x_c = d - \sqrt{d^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_c} \tag{6.75}$$

$$x_c = 325,1 \ mm - \sqrt{(325,1 \ mm)^2 - 4 \cdot 30,2 \ mm \cdot 162,4 \ mm} = 31,7 \ mm \tag{6.76}$$

$$\frac{x_c}{d} = \frac{31,7 \ mm}{325,1 \ mm} = 0,1 \le 0,35 \quad \checkmark \tag{6.77}$$

Bestimmung des inneren Hebelarms z:

$$z = d - \frac{x_c}{2} \tag{6.78}$$

$$z = 325,1 \, mm - \frac{30,2 \, mm}{2} = 310 \, mm \tag{6.79}$$

Bestimmung des Druckstrebenneigungswinkels θ :

$$\cot \theta = \frac{x_c}{a_1} = \frac{31,7 \ mm}{30,2 \ mm} = 1,05 \quad \to \quad \theta = 43,6^{\circ}$$
(6.80)

Bestimmung der Zugstrebe ZEd:

$$Z_{Ed} = \frac{F_{Ed}}{2 \cdot \sin \theta} \tag{6.81}$$

$$Z_{Ed} = \frac{102,6 \ kN}{2 \cdot \sin(43,6^\circ)} = 74,4 \ kN \tag{6.82}$$

Anhand der ermittelten Zugstrebe kann im Folgenden die Bewehrung gewählt werden.

3. Bewehrungswahl

Bestimmung der Zugbewehrung:

$$\operatorname{erf} A_{s} = \frac{Z_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{74.4 \ kN}{435 \frac{N}{mm^{2}}} = 1.71 \ cm^{2}$$
(6.83)

gewählt: 2 Ø 12 mit $A_{s,vorh} = 2,26 \text{ cm}^2 \rightarrow (1)$

Bestimmung der Bügelbewehrung Asw:

$$\frac{a_c}{h_c} = \frac{162,4 \ mm}{170,5 \ mm} = 0,95 > 0,5 \ \to \ vertikale \ B \ddot{u}gel \tag{6.84}$$

$$A_{sw} = 0.7 \cdot \frac{F_{Ed}}{f_{yd}} \qquad f \ddot{u}r \; \frac{a_c}{h_c} > 0.5$$
 (6.85)

$$A_{sw} = 0.7 \cdot \frac{102.600 N}{435 \frac{N}{mm^2}} = 1.65 \ cm^2 \tag{6.86}$$

gewählt: 2 Ø 8 mit $A_{s,vorh} = 2,01 \text{ cm}^2 \rightarrow 2$ und 3

Horizontale Bügelbewehrung (konstruktiv):

$$A_{sw} \ge 0.5 \cdot \operatorname{erf} A_s \qquad f \ddot{\operatorname{ur}} \frac{a_c}{h_c} \le 0.5 \ (horizontale \ B \ddot{\operatorname{ugel}})$$

$$(6.87)$$

$$A_{sw} \ge 0.5 \cdot 1.71 \ cm^2 = 0.86 \ cm^2 \tag{6.88}$$

gewählt: 3 Ø 6 mit $A_{s,vorh} = 1,7 \text{ cm}^2 \rightarrow 4$ und (5)

Weiter wird ein Stab mit dem Durchmesser $\emptyset = 8 \text{ mm}(\textcircled{6})$ entlang der Verzahnungsgeometrie verlegt. Für die Aufnahme von Spaltzugkräften wird eine Mikrobewehrung aus Edelstahl mit einer Maschenweite von 4 mm und einem Drahtdurchmesser von 1 mm entlang Position 6 verlegt. In Abb. 6.36 ist die Bewehrungsführung für das Anwendungsbeispiel angegeben. Da die Einwirkung F_{Ed} im Anwendungsfall von beiden Seiten auf die Verzahnung wirkt, wird die Bewehrung symmetrisch verlegt.



Abb. 6.36: Bewehrungsführung Verzahnung

6.6 Zusammenfassung

Dieses Kapitel hat die Notwendigkeit einer Verzahnung für den Großdemonstrator aufgezeigt, da es während der Sonnennachverfolgung zum Gleiten zwischen der Verzahnung der Schale und des Abrollhügels kommen kann.

Weiter wird aufgezeigt, wie die Verzahnung ausgelegt werden kann. Diese orientiert sich an der Wildhaber-Novikov-Verzahnung. Im Maschinenbau übliche Evolventenund Zykloidenverzahnungen weisen im Zahneingriff einen Punktkontakt auf, der bei der Verwendung von Beton zu Spannungsspitzen führen würde. Bei der Wildhaber-Novikov-Verzahnung entsteht im Eingriff ein Flächenkontakt, welcher diese Spannungsspitzen verhindert. Im Falle der Maschinenbauverzahnungen gleitet der Punktkontakt zweier im Eingriff stehender Verzahnungen entlang der Zahnflanken. Infolge des Gleitens entsteht Reibung, die Verschleiß versursacht. Ein Flächenkontakt weist eine größere Gleitfläche und damit einen höheren Verschleiß auf.

Die Wildhaber-Novikov-Verzahnung besteht aus Kreisbogensegmenten. Dieses Prinzip wurde auf die Großdemonstratorverzahnung übertragen. Die Verzahnung besteht aus einzelnen Kreisbögen mit zwei unterschiedlichen Radien, um eine Verklemmung während des Abrollens zwischen zwei Zähnen zu vermeiden. Bei der Verzahnungsauslegung fand ebenfalls die Zähneanzahl Berücksichtigung, welche anhand der Radien der Kreisbogenverzahnung bestimmt werden kann. Die Berechnung der Zahndicke basiert auf der Hertz'schen Flächenpressung und wird ausführlich in Abschnitt 6.2 beschrieben. Weiter wurden mögliche Kantenabplatzungen an der Verzahnung infolge örtlicher Spannungsspitzen durch Anbringung einer Fase mit dem Fasenwinkel von 45° und eine Fasenbreite von 10 mm diskutiert. Am Ende von Abschnitt 6.2 wird die Verzahnung für den Großdemonstrator unter Berücksichtigung der hier genannten Aspekte wie Kantenabplatzungen, Zahndicke, Zahnspiel und Zähneanzahl ausgelegt. Die Verzahnung der Schale weist insgesamt acht Zähne mit einem Radius $r_1 = 137,7$ mm und sieben Zähne mit dem Radius $r_2 = 146,5$ mm auf. Die Verzahnung des Abrollhügels besteht aus acht Zähnen mit dem Radius $r_2 = 146,5$ mm und sieben Zähne mit dem Radius $r_1 = 137,7$ mm. Alle Zähne besitzen eine Dicke von 80 mm bei einem Zahnspiel von 8,8 mm.

In Abschnitt 6.3 erfolgte die Verschleißbestimmung der gesamten Verzahnungen. Für jede Position während der Sonnennachverfolgung wurde mittels Hertz'scher Flächenpressung der Gleitweg im Berührpunkt des Zahns der Schale und des Zahns des Abrollhügels bestimmt. Anhand des Gleitwegs konnte über das Gesetz von Archard die Verschleißmenge für jeden beliebigen Berührpunkt entlang der Verzahnung bestimmt werden. Die maximale Verschleißmenge ergab sich zu 0,015 g pro Abrollvorgang.

Abschließend wurde eine Formel hergeleitet mit der sich direkt die Verschleißmenge in Abhängigkeit des verwendeten Werkstoffs und der gewählten Radien für die Zähne bestimmen lässt.

Infolge Schwinden kommt es nach der Verzahnungsherstellung zu einer Geometrieänderung der einzelnen Zähne. Durch eine FE-Simulation konnte gezeigt werden, dass sich für die Verzahnung der Schale in x-Richtung eine Verformung von 1,07 mm und in y-Richtung zu 0,24 mm ergibt. Für die Verzahnung des Abrollhügels ergaben sich in x-Richtung und y-Richtung Verformung von 1,09 mm und 0,77 mm. Die Verformungen sind so gering, dass sie vom Zahnspiel (8,8 mm) aufgenommen werden können. Es besteht somit keine Möglichkeit einer Verklemmung zwischen den einzelnen Zähnen infolge Schwinden, siehe Abschnitt 6.4.

In Abschnitt 6.5 wurde anhand einer FE-Simulation gezeigt, dass die maximal auftretende Zugspannung, die auf einen einzelnen Zahn infolge äußerer Lasten wirkt, 11,68 N/mm² beträgt. Die aus Nanodur[®]-Beton bestehende Verzahnung kann diese Spannung aufnehmen, sodass das Bauteil in Zustand I verbleibt. Es treten keine Risse auf, die zu einem Zahnbruch führen könnten. Sollte die Zugfestigkeit des Betons überschritten werden, muss eine Gefährdung des Tragwerks ausgeschlossen sowie die Sicherheit von Personen sichergestellt werden. Für den Zustand II erfolgte demnach ein Zahnradnachweis anhand eines Stabwerkmodells, welches für jede Verzahnungsgeometrie in Abhängigkeit des Radius *r* und der Zahnhöhe *h* angewandt werden kann. Weiter wurde die benötigte Bewehrungsmenge ermittelt.

Somit wurde in diesem Kapitel eine vollständige Auslegung einer Betonverzahnung für Parabolrinnen gezeigt.

7 Bauliche Umsetzung des Großdemonstrators

7.1 Allgemein

In Kapitel 2 wurde ein neues Parabolrinnenkonzept mit einer Betonverzahnung vorgestellt. Aufbauend auf der Literaturrecherche von Kapitel 3 und 4 sowie den experimentellen Untersuchungen in Kapitel 5 erfolgte in Kapitel 6 eine Auslegung der Betonverzahnung. Aufbauend auf diesen Ergebnissen konnte eine bauliche Umsetzung des Großdemonstrators erfolgen. Anzumerken ist, dass die bauliche Umsetzung projektbedingt vor dem Abschluss dieser Arbeit erfolgte. Während des Großdemonstratorsbaus wurde eine Lauffläche mit Stahlblech (siehe Abb. 7.1 und Abb. 7.2) geplant, welche zum Lastabtrag der Vertikallasten dient, um die Verzahnung zu entlasten.

Der Bau des Parabolrinnen-Großdemonstrators aus Nanodur[®]-Beton (vgl. *Forman 2018*, vgl. *Krüger 2018*, vgl. *Penkert 2019*) erfolgte innerhalb des durch das Bundesministerium für Wirtschaft und Energie geförderten interdisziplinären Forschungsprojektes ConSol ("Concrete Solar Collector") unter der Leitung des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt. Am Projekt waren insgesamt sieben Projektpartnern (siehe Tab. 7.1) beteiligt. Der fertige Großdemonstrator wurde bei der Fa. Stanecker in Borchen (Paderborn) aufgestellt. Dieser konnte aus Kostengründen nicht an einen vollständigen Kraftwerksprozess angeschlossen werden. Stattdessen sollte Wasser mittels der Parabolrinne erhitzt und in einem 2,6 x 1,6 x 0,8 m großen Wasserbecken gesammelt werden.

Projektpartner	Projektaufgabe
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt	Projektleitung, Qualifizierung, Kostenanalyse
Solarlite CSP Technology GmbH	Kraftwerkstechnik, Klebtechnik
Pfeifer Seil- und Hebetechnik GmbH	Antriebstechnik, Einbauteile, Wendevorrichtung
Stanecker Betonfertigteilwerk GmbH	Fertigung der Schale, Kostenanalyse
ALMECO GmbH,	Entwicklung des Spiegelmaterials
Ruhr-Universität Bochum	Schalendesign, Betontechnik, Klebtechnik
Technische Universität Kaiserslautern	Design und Fertigung der Unterbauten

Tab. 7.1: Projektpartner ConSol und Projektaufgabe

Der Großdemonstrator entspricht der Geometrie des EuroTroughs (siehe Abschnitt 2.2.1) mit dem neuartigen Konzept für Parabolrinnen aus Abschnitt 2.3 und der hergeleiteten speziellen Abrollhügelgeometrie aus Abschnitt 2.3.1. Die Auslegung der Verzahnung entspricht der Verzahnungsauslegung aus Kapitel 6 mit Abweichungen bei der Bewehrungsführung, welche in Abschnitt 7.6.2 erläutert werden. Die Aperturweite des Großdemonstrators beträgt 5,77 m, die Modullänge 12 m, bei einer Fokallänge von 1,71 m. Der Großdemonstrator besteht aus zwei Kollektormodulen, die von einer Antriebseinheit getrennt sind, mit einer effektiven Reflektorfläche von 138,5 m².

Die Parabolrinne besteht aus insgesamt 25 Fertigteilen mit einem Gesamtgewicht von circa 41 t, die im Labor für Konstruktiven Ingebieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern und bei der Fa. Stanecker aus Nanodur[®]-Beton (Betonzusammensetzung: siehe Tab. 5.2) und einem C35/45 gefertigt wurden, siehe Abb. 7.1 und Abb. 7.2.



Abb. 7.1: Kennzeichnung der hergestellten Fertigteile an der Technischen Universität Kaiserslautern und der Fa. Stanecker


Abb. 7.2: 3D-Modell des ConSol Großdemonstrators

Besonderer Fokus während der Konzeptionierung des Demonstrators lag auf der Lagesicherung der Schale. Ein Abrutschen oder Kippen der Schale während der Sonnennachverfolgung galt es zu vermeiden.

Die konstruktive Lösung sieht eine Verzahnung aus Nanodur[®]-Beton vor, die sowohl an der Sichel der Schale einseitig verschraubt als auch monolitisch mit dem Abrollhügel verbunden wurde – somit wird der Montageaufwand reduziert. Die Verzahnung ist in Abb. 7.3 dargestellt.



Abb. 7.3: Verzahnung aus Hochleistungsbeton als 3D-Modell

Weiter sind an jeder Schale zwei sichelförmige Bauteile mittels Gewindestangen befestigt. Diese dienen zum Abrollen der Schale entlang des Unterbaus. Die Sicheln am Schalenrand verbinden über ein Stahlblech und Bolzen die Schale mit der Antriebseinheit, welche am Antriebsbock befestigt ist.

Die Sicheln rollen mit dem Oberbau auf dem Abrollhügel ab. Der höher belastete Teil des Abrollhügels mit Lauffläche besteht aus Nanodur[®]-Beton (siehe Abschnitt 5.2). Der restliche Teil wurde aus einem C35/45 gefertigt.

Die Lagerung der Abrollhügel erfolgt über Köcherfundamente. Dort sind Aussparungen vorhanden, in diese die Abrollhügel eingesetzt sind. Über horizontale Gewindestangen sind die Bauteile miteinander verbunden.

Die Köcherfundamente wiederum lagern auf Blockfundamenten. Aus diesen ragen vertikale Gewindestangen heraus, auf welche die Köcherfundamente gesetzt sind. Dafür sind vertikale Hüllrohre in die Köcher eingelassen, durch diese die vertikalen Gewindestangen der Blockfundamente durchgeführt sind. Eine Übersicht der gefertigten Bauteilkomponenten ist in Tab. 7.2 gegeben.

Name	Anzahl	Material	Masse [kg]	Gesamtmasse [kg]
Blockfundamente Rand	2	C35/45	2.500	5.000
Blockfundamente Mitte	4	C35/45	2.800	11.200
Köcher Rand	2	C35/45	1.400	2.800
Köcher Mitte	4	C35/45	1.550	6.200
Verzahnung Lauffläche	4	Nanodur®	750	3.000
Sichel	4	Nanodur®	560	2.240
oberes Zahnrad	4	Nanodur®	290	1.160
Abrollhügel	4	C35/45	1.480	5.920
Antriebsbock	1	C35/45	2.050	2.050
Schale	2	Nanodur®	8.640	17.280
Summe ohne Blockfundamente	25			40.650

Tab. 7.2: Fertigteilübersicht des ConSol Demonstrators

7.2 Testverzahnung

Vor der eigentlichen Planungs- und Bauphase erfolgte die Betonage zweier Testverzahnungen aus Nanodur[®]-Beton mit der Betonzusammensetzung aus Tab. 5.2. Es sollte sowohl die generelle Herstellbarkeit von Betonverzahnungen als auch der klemmfreie Abrollvorgang der beiden Verzahnungen aufeinander überprüft werden. Die Verzahnung wurde mit Hilfe eines zugeschnittenen Polystyrolelementens (Abmessungen: 919 x 110 mm) hergestellt. Die in Abb. 7.4 (rechts) abgebildeten Stahlplatten liegen auf den Polystyrolprobekörpern auf, um ein Auftreiben während der Betonage zu verhindern. Abb. 7.4 (links) zeigt die Abmessungen des Elements sowie die 99 mm und 100 mm breiten Verzahnungen. Zur Vermeidung einer Verklemmung der Zähne während des Abrollvorgangs wurde ein Spiel von 1 mm zwischen den Zähnen vorgesehen. Die Dicke der Verzahnung betrug 180 mm.





Abb. 7.4: Abmessungen der Testverzahnung (links) sowie fertige Schalung (rechts)

Die Verzahnungsart entspricht einer Kreisbogenverzahnung, welche von der Wildhaber-Novikov-Verzahnung aus Abschnitt 4.3.3. inspiriert ist. Die gewählte Verzahnungsart entspricht der aus Kapitel 6. Entlang der Verzahnung ist zusätzlich eine einlagige Mikrobewehrung aus Edelstahl mit einer Maschenweite von 4 mm und einem Drahtdurchmesser von 1 mm zur Aufnahme der Spaltzugkräfte verlegt worden. Die Schalung wurde zweimal verwendet, um zwei 130 kg schwere Verzahnungen herzustellen. Ebenfalls erkennbar sind zwei seitlich vorgesehene Transportanker zum Anheben des Betonteils. Beide Verzahnungen sind in Abb. 7.7 dargestellt. Die beiden Verzahnungen wurde nach 28 Tagen mittels ATOS Compact Scan 5M eingescannt, siehe Abb. 7.5.



Abb. 7.5: Scanvorgang Zahnradsegment

Das eingescannte Zahnradsegment wurde mit der CAD-Idealgeometrie verglichen, um Bauteilabweichungen infolge von Schalungsungenauigkeiten und Schwinden feststellen zu können. Die geometrischen Abweichungen senkrecht zur Bauteilfläche des Soll-Ist-Vergleich sind in Abb. 7.6 dargestellt.



Abb. 7.6: Soll-Ist Vergleich mit CAD-Modell

Abb. 7.6 zeigt eine maximale Abweichung von 10 mm auf der Betoneinfüllseite. Bei der Betonage wurde der Beton lediglich bis zu einer Höhe von 170 mm eingefüllt, um ein Auslaufen des Betons über die Polystyrolelemente zu verhindern. An den Zahnflankenrändern sind Abweichungen bis zu 6 mm erkennbar. Diese Differenz ist dem Herstellungsprozess geschuldet: Das Polystyrolelement ist mit einer 3 mm starken Folie entlang der Verzahnung verklebt worden, welche ein schadenfreies Ausschalen ermöglichen sollte. Diese Folie hat sich aber aufgrund der Hydratationswärme verformt und somit die Abweichungen verursacht. Die durchgeführte Soll-Ist-Vergleich hat gezeigt, dass solch eine Folie als Trennschicht zwischen Beton und Polystyrol nicht geignet ist.

Zur Überprüfung der speziellen Kinematik des Abrollhügels und der Verzahnung ist ein Stahlrahmen (siehe Abb. 7.7) entwickelt worden, in dem ein testweises Abrollen der Verzahnungen simuliert wurde und eventuelle geometrischen Ungenauigkeiten aufzeigt werden sollten. Das untere Zahnradsegment liegt zur Reibungsminimierung auf einer Teflonschicht auf. Das Segment kann sich infolge einer Kraft F_{H} , ausgeübt von zwei Hydraulikzylindern, horizontal bewegen. Das obere Zahnradsegment ist im Punkt *M* drehbar mit den zwei seitlich verlaufenden Doppel-T-Trägern verbunden. Eine Translation des unteren Zahnradsegments infolge der Kraft F_{H} führt zu einer Rotation des oberen zustande kommt. Während des 60-minütigen Abrollvorganges (120 Abrollvorgänge) konnten keine Abplatzungen an den Segmenten festgestellt werden. Das obere Segment rollte schadensfrei auf dem unteren Zahnradsegment ab.



Abb. 7.7: Prüfstand für das Abrollen von Verzahnungen aus Hochleistungsbeton

Mit der Fertigung zweier Testverzahnungen konnte gezeigt werden, dass sich Verzahnungen aus Hochleistungsbeton betonieren lassen. Der durchgeführte Soll-Ist-Vergleich führte zu einer leichten Anpassung des Herstellprozesses. Als Trennschicht zwischen Polystyrol und Beton können aufgrund der zu starken Verformungen keine Folien eingesetzt werden. Für die Fertigung des Großdemonstrators wurde deshalb auf Elastomere zurückgegriffen. Mittels konstruiertem Prüfstand konnte der Abrollvorgang des Großdemonstrators während der Sonnennachverfolgung simuliert werden. Weiter ist es möglich dort andere Verzahnungsarten zu untersuchen. Ebenfalls möglich ist das Aufbringen einer Vertikallast *F*v. Die Versuchsdurchführung im Prüfstand zeigte, dass ein klemmfreies Abrollen möglich war, ohne das Abplatzungen oder Risse am Zahn entstanden. Anzumerken ist, dass die Zahnflanken der Testverzahnungen nicht gefast wurden und es auch dort nicht zu erkennbaren Schäden gekommen ist. Für die bauliche Umsetzung des Großdemonstrators ist dennoch eine Fase entsprechend Kapitel 6 vorgesehen worden.

7.3 Probeelement

Nach erfolgreicher Betonage der Testverzahnungen und der experimentellen Demonstration eines schadensfreien Abrollens dieser, erfolgte die Fertigung eines Probeelements des Großdemonstrator-Oberbaus aus Hochleistungsbeton (siehe Tab. 5.2). Die Abmessungen dieses Probelements sind Abb 7.8 zu entnehmen. Die Probeelementherstellung hatte zum Ziel, die generelle Herstellbarkeit und mechanische Verbindung des Schalensegments mit den Sicheln mittels Gewindestangen zu zeigen.

Die beiden Sicheln des Probeelements wurden aus zwei unterschiedlichen Nanodur[®]-Mischungen gefertigt: Compound 5941 weiß und grau. Die Betonzusammensetzung erfolgte gemäß Tab. 5.2. Beide Compound-Varianten sind auf dem Markt verfügbar und sollten im Hinblick auf ihre jeweilige Verarbeitbarkeit getestet werden. Das Compound 5941 grau besitzt etwa 10 % bessere Festigkeitseigenschaften im Vergleich zum Weißzement.

Abb 7.8 zeigt das Probeelement mit acht Schalen-Aussparungen mit einem Außendurchmesser von \emptyset = 100 mm und zwei Aussparungen mit einem Außendurchmesser von \emptyset = 50 mm. An den 100 mm großen Aussparungen wurden Stahleinbauteile einbetoniert. An diesen können später die Sicheln verschraubt und das Probeelement angehoben werden. Die Schale wurde kopfüber hergestellt und mit Hilfe dieser Stahleinbauteile gedreht. Die 50 mm großen Öffnungen dienten zur Montage für zwei Rd 36 Transportanker (vgl.*Pfeifer 2018*) an denen das Probelement ebenfalls zum Transport angehoben wurde.



Abb 7.8: Abmessungen Probeelement

Die Herstellung der einzelnen Bauteile des Probeelements erfolgte getrennt voneinander. Die beiden Sicheln wurden im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität Kaiserslautern gefertigt. Die Schalenherstellung erfolgte bei der Fa. Stanecker. Dort wurden auch die einzelnen Bauteile montiert.

Für die Sichelbetonage wurde eine Schalung aus Polystyrolelementen verwendet, welche mittels 3D-Heißdraht zugeschnitten wurde. In die Schalung wurden zwei Hüllrohre mit dem Durchmesser \emptyset = 40 mm eingelegt. Ein Hüllrohr ist in Abb. 7.9 (oben links) zu sehen. Durch diese werden bei der Endmontage Gewindestangen durchgeführt, um die Sichel mit der Schale zu verbinden. Die Bewehrung ist Abb. 7.9 (oben rechts) zu entnehmen. Die beiden aus dem Compound 5941 grau und weiß gefertigten Sicheln sind in Abb. 7.9 (unten) dargestellt.



Abb. 7.9: Schalung mit Hüllrohr (oben links), Schalung mit Transportanker (oben rechts), Sicheln für das Probelement (unten)

Nach beiden Sichelbetonagen stellte sich der Grauzement als wesentlich geeigneter für die Großdemonstratorherstellung heraus, sowohl in Hinblick auf eine höhere Druckund Zugfestigkeit als auch in Hinblick auf eine bessere Verarbeitbarkeit des Betons. Abb. 7.10 zeigt das fertige Probeelement.



Abb. 7.10: Fertiggestelltes Probeelement

Somit konnte die generelle Machbarkeit der Herstellung eines Schalen- und Sichelelements gezeigt werden. Ebenso konnte die bessere Eignung des Compound 5941 grau im Vergleich zum Compound 5941 weiß für die Herstellung des Großdemonstrators belegt werden. Trotz zweier unterschiedlicher Herstellungsorte ist es nicht zu Passungenauigkeiten zwischen den Einbauteilen gekommen. Aufgrund der Stahleinbauteile galt es eine Toleranz von 1,0 mm einzuhalten, was auch gelang.

Somit konnte die eigentliche Planung für den Bau des Großdemonstrators beginnen.

7.4 Planungsphase des Großdemonstrators

7.4.1 Schale

Vorentwurf

Die bauliche Umsetzung des Großdemonstrators begann mit der Planung der Schale, welche am Lehrstuhl für Massivbau an der Ruhr-Universität Bochum konzipiert worden ist. Sie entspricht der Geometrie des EuroTrough Kollektors mit einer Apertur von 5,77 m und einer Länge von 12 m je Modul (siehe Tab. 2.2). Für den späteren Abroll-vorgang sind je Schale zwei Sicheln vorgesehen. Durch eine gegebene Fokallänge von 1,71 m lässt sich die Parabelgeometrie mit Hilfe von Gleichung (2.4) bestimmen. Der Vorentwurf der Geometrie der Schale ist in Abb. 7.11 abgebildet.



Abb. 7.11: Vorentwurf der Parabolschalengeometrie des Großdemonstrator (Projektpartner Ruhr-Universität Bochum)

Die Schalendimensionierung erfolgte durch einen Optimierungsprozess unter Verwendung eines parametrisierten FE-Modells in ANSYS (*Ansys 1999*). Als spezifische Einwirkungen und Beanspruchungsszenarien liegen maßgeblich Eigen- und Windlasten zu Grunde. Während der Sonnennachführung variieren die Schnittgrößen in Abhängigkeit der Schalenposition. Die Windbeanspruchungen konnten in Windkanaluntersuchungen für unterschiedliche Auslenkungen ermittelt werden (vgl. *Forman 2016a*, vgl. *Forman 2015*, vgl. *Müller 2014*). Die Lastverteilung in Abhängigkeit der Öffnungsweite wird über Netto-Druckbeiwerte $c_{p,net}$ berücksichtigt, welche über die Fraktilwert-Methode nach *Cook 1990* zu bestimmen sind. Die minimalen und maximalen Werte sind in Abb. 7.12 für vier Kollektorauslenkungen ϕ gegeben.



Abb. 7.12: Maximale (rot) und minimale (blau) Druckbeiwerte cp,net (Forman 2016a)

Lokale Beanspruchungen können aus dem Produkt der Druckbeiwerte $c_{p,net}$ sowie einem Referenzstaudruck q_{ref} in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit v_{ref} bestimmt werden (vgl. *Forman 2016a*). Somit lässt sich die lokalen Windlast *w* nach folgender Gleichung in Abhängigkeit der Luftdichte ρ (1,25 kg/m²) berechnen:

$$w = c_{p,net} \cdot q_{ref} = c_{p,net} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{ref}^2$$
(7.1)

Für den Kollektorbau wurden drei unterschiedliche Beanspruchungsszenarien in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit *v* berücksichtigt:

Im *Betriebszustand* ($v_{ref} \le 10$ m/s) erfolgt die Sonnennachführung mit dem Ziel der maximalen Sonnenkonzentration.

Im *Übergangszustand* (10 m/s \leq *v_{ref}* \leq 15 m/s) wird der Kollektor in eine Sicherheitsposition gefahren (Parabel nach oben geöffnet).

Im *Überlebenszustand* ($v_{ref} \ge 33 \text{ m/s}$) wird der Kollektor in der Sicherheitsposition durch den Antrieb fixiert.

Für den maßgebenden Überlebensfall in der Auslenkung $\varphi = 90^{\circ}$ mit $v_{\text{ref}} = 33$ m/s ergibt sich ein $q_{\text{ref}} = 0.5 \cdot 1.25$ kg/m² · $(33 \text{ m/s})^2 = 680$ N/m². Die lokalen Druckbeiwerte $c_{\text{p,net}}$ (siehe Abb. 7.12) müssen in globale Lastbeiwerte $C_{\text{r,i}}$ umgerechnet werden (vgl. *Forman 2016*), um die globalen Schnittgrößen $W_{\text{k,i}}$ zu ermitteln. Zusätzlich auftretende Torsionsmomente infolge Lagerreibung und Ungleichgewicht sind mit 1,35 kNm berücksichtigt worden. Torsionsmomente infolge Wind ergeben sich in Abhängigkeit der Kollektorauslenkung. Für den Aufstellort in Borchen (Paderborn) fand zusätzlich eine Schneelast Berücksichtigung (s_k = 0,75 kN/m²). Das Eigengewicht der Konstruktion wurde mit einer Rohdichte von 2.500 kg/m³ berücksichtigt. Eine Übersicht der globalen Lasten ist in Tab. 7.3. gegeben.

Parameter		Kollektorauslenkung φ					
Falailletei			45°	90°	135°		
Vertikallasten [kN]							
	Schale	$G_{k,S}$	88,6				
Eigengewicht	Sichel	G _{K,Si}	10,8				
	Receiver	G _{K,R}	1,8				
F _N		Gĸ	102				
Wind	15 m/s	W _{K,V}	29,4	9,7	1,1		
	33 m/s	W _{K,V}		47,3			
Schnee		S _{k,z}		46,7			
Horizontallasten [kN]							
Wind	15 m/s	<i>W</i> _{К,Н}	24.2/-13.2	± 4,9	13,2/- 22,2		
	33 m/s	W _{к,н}		± 23,7			
Torsionsmomente [kNm]							
Eigenlasttorsion		$M_{\rm K,E}$	± 0,5				
Wind	15 m/s	M _{K,W}	-14,0/14,1	±7,9	14,1/- 14,0		
	33 m/s	M _{K,W}		± 38,2			

Гаb. 7.3:	Übersicht der globalen Lasten	(Projektpartner Ruhr-Universität Bochu	m)
-----------	-------------------------------	--	----

Die maximal auftretenden Windlasten ($W_{K,V}$ und $W_{K,H}$) ergiben sich in der Kollektorauslenkung $\varphi = 90^{\circ}$ für eine Geschwindigkeit v_{ref} von 33 m/s.

Auf Grundlage von Tab. 7.3 ergibt sich für die ständige und vorübergehende Einwirkungskombination (Wind als Leiteinwirkung maßgebend) folgende Vertikalkraft V_{Ed} :

$$V_{Ed} = 1,35 \cdot 101,2 \ kN + 1,5 \cdot 46,7 \ kN + 1,5 \cdot 0,6 \cdot 47,3 \ kN \approx 250 \ kN \tag{7.2}$$

Finaler Entwurf

Durch den Interceptfaktor wird die Wirksamkeit (Qualität der Strahlenkonzentration) eines Kollektors bestimmt. Für den EuroTrough-Kollektor existieren statistische Erfahrungswerte, anhand derer von *Pottler 2014* ein Verformungskriterium entwickelt wurde: Der quadratische Mittelwert des Parabolrinnensteigungsfehlers *SDx,rms* sollte 2 mrad nicht übersteigen, was zu einem Interceptfaktor von 98 % führt. Als Steigungsfehler *SDx,rms* wird die Abweichung der Parabelform von der Idealgeometrie bezeichnet. In einem iterativen Optimierungsprozess vom Projektpartner der Ruhr-Universität Bochum konnte, unter Einhaltung der Genauigkeitsanforderung und Berücksichtigung der Einwirkungen, eine Schalengeometrie entwickelt werden, welche in Abb. 7.13 dargestellt ist.



Abb. 7.13: Querschnitt der optimierten Schalengeometrie

Es ergab sich eine Sichel mit einem Radius R = 2.100 mm (siehe Abschnitt 2.3.1) sowie einer Schalendicke von 55 mm im Scheitel und 35 mm am Schalenrand. Durch eine numerische Simulation wurde gezeigt, dass aufgrund der geringen Torsionssteifigkeit der Schale nur zwei Module von einem Antrieb zwischen den Modulen angetrieben werden können. So kann ein Steigungsfehler *SDx,rms* von 1,62 mrad eingehalten werden, welcher unter dem geforderten Wert von 2 mrad liegt. Für das finale Design der Schale wurde die Sichelposition überarbeitet, da die Antriebskräfte aufgrund der zentralen Antriebslage zwischen den Modulen direkt in die filigrane Schale eingeleitet werden würden. Durch eine Sichelverschiebung direkt an den Rand können die Antriebskräfte durch die Sichel aufgenommen werden. Eine punktuelle Lasteinleitung in die Schale wird somit vermieden. Somit ergibt sich eine Sichelanordnung gemäß Abb. 7.14. Dadurch ergibt sich auch eine unsymmetrischen Lagerstellung der Unterbauten und die Vertikallast V_{Ed} aus Gleichung (7.2) verteilt sich zu 25 % (62,5 kN) auf den antriebsnahen und zu 75 % (187,5 kN) auf den antriebsfernen Abrollhügel.



Abb. 7.14: Draufsicht Schale mit veränderter Sichelanordnung (Projektpartner Ruhr-Universität Bochum)

Die Befestigung der Sichel mit der Schale erfolgte über speziell entwickelte Stahleinbauteile von Pfeifer Seil- und Hebetechnik GmbH. Diese im Projekt als Orbiter bezeichneten Einbauteile wurde in die Schale einbetoniert und können durch Gewindestangen mit der Sichel verbunden werden (siehe Abschnitt 7.5). Die beiden Rd42 Transportanker (*Pfeifer 2018*) in der Sichel haben ihre Gewindeöffnung in Richtung Schale und erlauben ein Anheben selbiger in gedrehtem Zustand zur späteren Platzierung auf den Unterbauten (siehe Abb. 7.43). Die Sichelbreite von 150 mm ergibt sich infolge der statischen Berechnung aus Abschnitt 7.5. Durch die Sichelverschiebung zum Schalenrand hat sich das statische System der Schale in einen Einfeldträger mit Kragarm geändert, was aufgrund des Auflagerabstandes von 8 m zu vergrößerten Verformungen im Vergleich zum symmetrischen statischen System aus Einfeldträger mit zwei Kragarmen führt. Eine erneute Genauigkeitsanalyse ergab einen quadratischen Mittelwert SDx,rms von 2,08 mrad, welcher leicht über dem Grenzwert von 2,0 mrad liegt, aber für den Bau eines Prototypen vernachlässigt werden kann.

Bewehrung der Schale

Die statische Bemessung der Schale erfolgte durch den Projektpartner Ruhr-Universität Bochum. Die Bewehrungsführung erfolgte einlagig. Verwendet wurde eine Q257 Matte ($a_s = 2,57 \text{ cm}^2/\text{m}$) aus B500A mit einer Betondeckung von 10 mm ab Schaleninnenfläche. Die Spannungsspitzen infolge Sicheln und Einbauteilen wurde mit Zulagenbewehrung abgedeckt, siehe Abb. 7.15. Für die Verlegung der Q257 Matte wurden speziell gefertigte Edelstahlabstandshalter verwendet. Die statische Berechnung ergab ebenfalls eine erhöhte Belastung an den Sichelenden im Übergangsbereich zur Schale. Die dort auftretende Querkraft V_{ED} von 49 kN könnte zu einem Durchstanzversagen der Schale führen, weswegen an den beiden Sichelenden Lastverteilungsplatten mit den Abmessungen 30 x 20 x 10 mm vorgesehen wurden.



Abb. 7.15: Bewehrungsplan Schale (Projektpartner Ruhr-Universität Bochum)

Für den verwendeten Nanodur[®]-Compound grau wurde der mittlere Chloridmigrationskoeffizient anhand von drei Proben in Anlehnung an das BAW-Merkblatt "Chlorideindringwiderstand von Beton"(vgl. *BAW 2012*) von den Projektpartnern der Ruhr-Universität Bochum bestimmt. Dieser ergab sich zu 3,8·10⁻¹³ m²/s. Betone mit einer guten Widerstandsfähigkeit gegenüber Chloriden weisen üblicherweise Werte zwischen 3 und 12·10⁻¹² m²/s auf. Somit weist der Nanodur[®]-Beton eine um etwa eine 10er-Potenz höhere Widerstandsfähigkeit gegen Chloride auf.

Die Prüfung des Karbonatisierungsverhaltens erfolgte an je 3 Prismen (40 x 40 x 160 mm). Die Karbonatisierungstiefe wurde in einem Betonalter von 14, 28, 56, 98, 140 und 365 Tagen untersucht. Die mittlere Karbonatisierungstiefe nach 365 Tagen betrug 0,06 mm. Eine Lebensdauerprognose der Projektpartner der Ruhr-Universität Bochum ergab für typische Parabolrinnenstandorte und eine Nutzungsdauer von 25 Jahren eine Karbonatisierungstiefe von 0,075 mm. Aufgrund des dichten Gefüges des Nanodur[®]-Betons ist mit keiner Beeinträchtigung der Dauerhaftigkeit durch Karbonatisierung zu rechnen. Diesbezüglich ist die gewählte Betondeckung der Schale von 10 mm beibehalten worden.

7.4.2 Abrollhügel

Besondere Bedeutung bei der Rinnenauslegung kommt der Geometriefindung des Abrollhügels zu. Entlang diesem können die Oberbauten (Sicheln und Schale) abrollen, um eine optimalen Sonnennachführung zu gewährleisten. Die Herleitung der Abrollhügelgeometrie ist in Abschnitt 2.3.1 beschrieben worden.

Aus dieser Geometrie wurde in mehreren Schritten das Bauteil Abrollhügel entwickelt. Dazu wurde eine Verkürzung des Bauteils auf 5,34 m vorgenommen, um das Bauteil Ausschalen und Transportieren zu können. Die zulaufenden Ecken hätten beim Ausschalen zu einer Bauteilbeschädigung geführt.



Abb. 7.16: Abrollhügelverkürzung

Weiter wurde die Abrollhügelgeometrie um 185 mm erhöht (siehe Abb. 7.17), um zwischen Schalenende in der 80°-Position und Untergrund einen zusätzlichen Sicherheitsabstand zu schaffen. Damit soll ein Einklemmen von Personen zwischen Schale und Untergrund verhindert werden.



Abb. 7.17: Sicherheitsabstand des Abrollhügels

Die Bauteildicke von 150 mm ergab sich entsprechend der Dicke der Sicheln. Der Abrollkörper weist insgesamt eine Breite von 5,34 m bei einer Höhe von 2 m auf. Infolge einer Gewichtsoptimierung ist der Abrollkörper mit zwei 1,18 m² großen Aussparungen versehen worden (siehe Abb. 7.18), wodurch sich das Gewicht im Vergleich zu einem Vollquerschnitt um circa 40 % auf 1.480 kg verringerte.



Abb. 7.18: Abrollhügel mit Aussparungen

Köcher- und Blockfundamente

Die Lagerung des Abrollhügels erfolgte mittels Köcherfundamenten, die auf Blockfundamenten gelagert sind. Aufgrund des gewählten statischen Systems und der unsymmetrischen Abrollhügelanordnung (siehe Abb. 7.15) liegt eine unterschiedliche Lastverteilung auf die darunterliegenden Abrollhügel und Köcherfundamente vor. Zusätzlich musste am Schalenrand die Antriebseinheit platziert werden, um zwei Schalen antreiben zu können. Dies führte zur Konzeptionierung zweier unterschiedlicher Köcherfundamente (eingerückt und randnah). Die Abmessungen des Köchers mit Blockfundament für die eingerückten Abrollhügel sind in Abb. 7.19 gegeben.



Abb. 7.19: Abmessungen eingerücktes Köcherfundament und Blockfundament im Querschnitt (links) und Seitenansicht (rechts)

Die Köcherabmessungen betragen 1,4 x 1,1 m bei einer Höhe von 0,55 m. Die Blockfundamente weisen gleiche Bauteilabmessungen mit einer Höhe von 0,75 m auf. In die Köcherfundamente sind horizontale und vertikale Hüllrohre mit einem Durchmesser von 35 mm und 60 mm eingelassen, durch die M27 Gewindestangen geführt werden können. Auf die 0,25 m in die Blockfundamente einbetonierten, vertikal verlaufenden Gewindestangen werden die in den Köcherfundamenten befindlichen vertikalen Hüllrohre gesetzt. Zur nachträglichen Justierung der Köcher verbleibt zwischen dem Köcher- und Blockfundament ein Spalt von 50 mm. Durch die horizontalen Hüllrohre der Köcher können, bei der späteren Aufstellung des Demonstrators vor Ort, ebenfalls Gewindestangen geschoben werden, um die Köcher mit den Abrollhügeln kraftschlüssig zu verbinden. Für die Platzierung der Abrollhügel ist eine 1,1 x 0,15 x 0,4 m große Aussparung im Köcher vorgesehen, welche für einen besseren Verbund angeraut wurde.

Für die randnahen Köcher (siehe Abb. 7.20) ist das identische Verschraubungsprinzip mit horizontalen und vertikalen Gewindestangen zur Anwendung gekommen. Die Köcherabmessungen sind aufgrund der geringeren Lasten mit 1,4 x 1,0 m etwas kleiner. Die Bauteilhöhe ist mit 1,35 m mit den eingerückten Köchern identischidentisch. Der Köcher besitzt insgesamt drei 1,0 x 0,4 m große Aussparungen. Zwei davon weisen eine Breite von 0,15 m auf und dienen zur Platzierung eines Abrollhügels. Die 0,12 m breite Aussparung ist für die Antriebsmontage vorgesehen.



Abb. 7.20: Abmessungen randnahes Köcherfundament und Blockfundament in Querschnitt (links) und Seitenansicht (rechts)

Herstellungsweise Abrollhügel mit Fundamenten und Verzahnung

Die relativ hohen Vertikallasten (siehe Tab. 7.3) führten zur Überlegung Teile des Abrollhügels aus einem Nanodur[®]-Beton zu fertigen. Diesbezüglich wurde der obere Teil, entlang dessen die Schale während der Sonnennachverfolgung abrollt, als eigenes Bauteil (Lauffläche) aus Hochleistungsbeton entworfen. Die Lauffläche wurde dann in einem Betonageschritt zusammen mit der notwendigen Betonverzahnung hergestellt. In einem zweiten, späteren Betonageschritt wurde dann der Abrollhügel an das Bauteil Lauffläche und Verzahnung anbetoniert. Das fertige Bauteil bestehend aus Lauffläche, Verzahnung und Abrollhügel ist in Abb. 7.21 dargestellt. Die Verzahnung befindet sich seitlich an der Lauffläche des Abrollhügels. Sie wurde nur einseitig vorgesehen, da eine zweiseitige Anbringung zu einer Verklemmung während des Abrollvorgangs führt. Die Herleitung zur Konstruktion der Verzahnung des Abrollhügels sowie die des passenden Gegenstücks an der Schale wurde in Kapitel 6 erläutert.



Abb. 7.21: Abrollhügel mit Lauffläche und Verzahnung

Die gesamten Entwicklungsschritte zur Konzeptionierung des fertigen Abrollhügels sind in Abb. 7.22 zusammenfassend dargestellt. Von der numerischen Bestimmung der Abrollkurve [1], der Extrusion und Gewichtsoptimierung des Abrollhügels [2] bis

zur Entwicklung der Köcher- und Blockfundamente [3], [4] und der Einführung der Lauffläche [5] sowie der seitlichen Verzahnung [6].



Abb. 7.22: Entwicklungsschritte der Konzeptionierung des Abrollhügels

7.4.3 Sichel

Um eine Sonnennachverfolgung der Schale entlang der Abrollhügel zu ermöglichen, muss die Schale entsprechend modifiziert werden. Würde sich die Schale direkt entlang der Abrollkurve bewegen, käme es zum sofortigen Bauteilversagen infolge von Spannungsspitzen in der Schale. Die Modifikation muss in der Lage sein, die Steifigkeit der Schale zu erhöhen und ein schadenfreies Abrollen zu ermöglichen. Hierfür wurde das Bauteil Sichel entwickelt, siehe Abb. 7.23.



Abb. 7.23: Querschnittsabmessungen Sichel eingerückt

Das Bauteil besitzt eine Länge von circa 3,48 m bei einer Höhe von 0,96 m und als Gegenstück zum Abrollhügel eine entsprechende Bauteildicke von 150 mm. Am Ende der Sicheln ist eine jeweils 98 mm lange und 5 mm hohe Vertiefung zur Anbringung

der Lastverteilungsplatten vorgesehen worden, die ein Durchstanzen der Schale verhindern sollen. In die Sichel sind zwei von Pfeifer Seil- und Hebetechnik GmbH entwickelte Verbindungselemente mit einem Durchmesser von 200 mm eingelassen. Oberhalb dieser befindet sich jeweils ein Hüllrohr mit einem Durchmesser von 50 mm. Unterhalb ist jeweils ein Hüllrohr mit einem Durchmesser von 70 mm angebracht. Die Hüllrohre erlauben eine Verschraubung der Sichel mittels Gewindestangen an die Schale sowie den seitlichen Anschluss einer 80 mm starken Betonverzahnung (siehe Abschnitt 7.4.4). Die Verzahnung wird in einem Abstand von 20 mm seitlich zur Sichel montiert (siehe Abb. 7.24).

7.4.4 Verzahnung der Schale

Für ein schadenfreies Abrollen der Schale entlang des Unterbaus ist neben der Verzahnung des Abrollhügels auch eine Verzahnung an der Schale notwendig. Die geo-Geometrie dieser wurde in Kapitel 6 hergeleitet. Die Verzahnung für die Schale konnte nicht in einem Betonageschritt mit der Sichel oder der Schale hergestellt werden. Vielmehr war ein 20 mm großer Abstand (siehe Abb. 7.24) zwischen Sichel und Schalenverzahnung notwendig, damit es beim Abrollvorgang nicht zu einer Kollision der Sichel mit der Verzahnung am Abrollhügel kommt. Der 20 mm Abstand wurde durch zwei in die jeweiligen Bauteile einbetonierte Stahlbau-Verbindungselemente (Multifunktionsorbiter und Orbiter Zahnrad) ermöglicht. Nach der getrennten Herstellung der Sichel und der Verzahnung für die Schale konnten beide Bauteile durch die Verbindungselemente mittels Gewindestangen verschraubt werden.



Abb. 7.24: Geometrischer Aufbau Sichel, Abrollhügel und Verzahnung

Die Sichel und die Verzahnung wurden nach der Betonage mit der Schale über den Multifunktionsorbiter verschraubt. Das Zahnrad selbst wurde nur mittels Klebstoff an der Schale befestigt, es ist aber über eine Gewindestange mit der Sichel verbunden, siehe Abb. 7.25.



Abb. 7.25: Konstruktionsdetail Verzahnung-Sichel-Schale (Quelle: A. Natterer, Pfeifer Seil- und Hebetechnik GmbH)

Die Abmessungen der Baugruppe aus Sichel und Verzahnung können Abb. 7.26 entnommen werden. Die Sichel sowie die obere Verzahnung besitzen eine projezierte Länge von 3,4 m. Die Sichel ist mit jeweils zwei verschiedenen Hüllrohren (Durchmesser \emptyset = 70 mm und \emptyset = 50 mm, siehe Abb. 7.25) versehen.



Abb. 7.26: Aufbau obere Verzahnung und Sichel

In Abb. 7.26 ist eine Aussparung (Dicke t = 15 mm) für das Antriebsblech zu erkennen, welches eine Verschraubung der Sichel mit dem Antrieb ermöglicht. An den jeweiligen Enden der Sichel und der Verzahnung sind 50 mm tiefe und 100 mm lange Aussparungen angebracht, an welchen die Lastverteilungsplatten (Werkstoffnummer: 1.3952) mit den Abmessungen 300 x 200 x 20 mm mittels Klebstoff angebracht wurden.

7.4.5 Antriebseinheit

Die Antriebseinheit, welche vom Projektpartner Pfeifer Seil- und Hebetechnik GmbH konzipiert wurde, ist zur Bewegung der beiden Schalen aufgrund der geringen Torsionssteifigkeit der Schale mittig zwischen den beiden Kollektoren platziert worden, siehe Abb. 7.2. Alle notwendigen Antriebskomponenten wie Motor, Getriebe und Welle wurden am Bauteil Antriebsbock befestigt, siehe Abb. 7.27. Am Antriebsbock selbst wird ein Stirnradgetriebemotor angeschraubt. Dieser treibt einen Kettenradantrieb an, welcher wiederum eine an einer horizontale Traverse befindlichen Kette bewegt. An

dieser befindet sich ein Mitnehmer, welcher mit dem Sichelblech verschraubt wird. Das Sichelblech wird in die entsprechende Vertiefung der Sichel vor Ort eingesetzt und mit dieser verschraubt. Der Mitnehmer befindet sich genau auf Höhe des Schalenschwerpunktes, weswegen eine horizontale Translation zur vollständigen Sonnennachverfolgung der Schalen führt. Die Drehgeschwindigkeit beträgt im Maximum 7°/min und kann durch die Verwendung eines 180 W Motors realisiert werden, da für die Schalenbewegung lediglich Rollreibung zu überwinden ist.



Abb. 7.27: Antriebsbock mit Antriebselementen

Der Antriebsbock besitzt eine Länge von 4,73 m bei einer Höhe von 2,76 m und einer Dicke von 120 mm (siehe Abb. 7.28) und wird in die Aussparungen der randnahen Köcherfundamente gesetzt und bei der Aufstellung vor Ort mittels Gewindestangen mit diesen verschraubt.





Die Kenndaten der Antriebseinheit sind in Tab. 7.4 aufgeführt.

Tab. 7.4: Technische Daten des Antriebs

Beschreibung	Wert	Einheit
Fahrweg	4.400	mm
Gesamtwinkelbewegung	± 80	o
Drehgeschwindigkeit (slow)	10 – 15	°/h
Drehgeschwindigkeit (fast)	7	°/min
Antriebskraft (Nenn)	20	kN
Haltekraft	90	kN
Stromverbrauch	0,6	W

7.5 Statische Berechnung

Für die temporäre Errichtung des Prototypens mit einer veranschlagten Standzeit von 5 Jahren wurde eine Baugenehmigung mit statischer Berechnung benötigt.

Schale

Die Schale wurde von den Projektpartnern der Ruhr-Universität Bochum statisch nachgewiesen. Für die Schale sind als ständige Einwirkungen die Eigenlast der Schale mit $G_{k,Schale} = 88,58$ kN je Modul exklusive des Eigengewichts der Sicheln $G_{k,S} = 5,39$ kN je Sichel ermittelt worden. Ein zusätzliches Eigengewicht der Receiverhalterungen wurde berücksichtigt. Infolge von Herstellungsungenauigkeiten ist eine ungewollte Eigenlasttorsion je Modul eingerechnet worden.

Veränderliche Lasten ergaben sich aus Wind- und Schneelasten, siehe Abschnitt 7.4. Anhand der charakteristischen Schnittgrößen (siehe Tab. 7.3) wurden für die ständig und vorübergehende Einwirkungskombination die Bemessungsschnittgrößen berechnet, siehe Anhang C. Daraus ergibt sich gemäß Abb. 7.29 die erforderliche Bewehrung erf. $a_{s,x}$ in Querrichtung sowie erf. $a_{s,y}$ in Längsrichtung der Schale:



Abb. 7.29: Erforderliche Bewehrung der Schale in Querrichtung (Ruhr-Universität Bochum)



Abb. 7.30: Erforderliche Bewehrung der Schale in Längsrichtung (Ruhr-Universität Bochum) Der sich daraus ergebende Bewehrungsplan ist Abb. 7.15 zu entnehmen.

Fundamente

Die Fundamente wurden gemäß *DIN 1992* bemessen. Aufgrund einer geringen Standzeit des Großdemonstrators von nur 5 Jahren wurde auf eine frostfreie Gründung verzichtet. Die statischen Nachweise wurden mit Hilfe der Software Frilo FD+ (vgl. *Frilo 2017*) durchgeführt. Die Einwirkungen aus Tab. 7.3 sind für die Berechnung verwendet worden.

Die Bewehrungsverteilung für das Blockfundament am Schalenrand mit den Abmessungen $1,4 \times 1 \times 0,75$ m ist in Abb. 7.31 (links) und für das eingerückte Auflager in Schalenmitte mit den Abmessungen $1,4 \times 1,1 \times 0,75$ m in Abb. 7.31 (rechts) angegeben. Anhand dieser konnten die Bewehrungspläne (siehe Anhang C) entwickelt werden.





Abrollhügel, Sichel und Verzahnung

Die Dicke des Abrollhügels wurde näherungsweise mittels Hertz'scher Flächenpressung bestimmt, siehe Gleichung (6.22). Die Kreisgeometrie des Oberbaus mit einem Radius von r = 2.100 mm ist bereits bekannt, siehe Abschnitt 2.3.1. Der Abrollhügel kann in der Zenitposition (Parabel nach oben geöffnet) als Kreis mit dem Radius r = 2.400 mm angenähert werden, siehe Abb. 7.32, da sich dort die kleinste Kontaktfläche zwischen Sichel und Abrollhügel sowie die größte Vertikalkraft mitsamt größter Flächenpressung ergibt.



Abb. 7.32: Näherung Hertz'sche Flächenpressung für Sichel und Abrollhügel

Die Dicke des Abrollhügels und der Sichel wird nach Gleichung (6.22) durchgeführt. Für die Lauffläche des Abrollhügels werden eine Querdehnzahl von μ = 0,2, ein E-Modul von E = 45.000 N/mm² und eine Vertikalbelastung F_{Ed} = 102,6 kN angenommen. Als maximale zulässige Betondruckfestigkeit wird ein C100/115 mit einem f_{cd} = 67,7 N/mm² zu Grunde gelegt. Der Krümmungsradius *r* für Gleichung (6.22) lässt sich wie folgt berechnen:

$$r = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{2.100 \ mm \cdot 2.400 \ mm}{2.100 \ mm + 2.400 \ mm} = 1.120 \ mm \tag{7.3}$$

Daraus errechnet sich eine benötigte Dicke des Abrollhügels d von:

$$d = \frac{102.600 N \cdot 45.000 \frac{N}{mm^2}}{2 \cdot \pi \cdot 1.120 mm \cdot (1 - 0.2^2) \cdot \left(67.7 \frac{N}{mm^2}\right)^2} = 149.1 mm$$
(7.4)

Somit ergibt sich die Breite der Sichel und des Abrollhügels zu 150 mm.

Nachweis des Zahnrades

Die Nachweise zur Zahnradauslegung erfolgten in Kapitel 6

7.6 Bauphase des Großdemonstrators

Nach der Planungsphase der einzelnen Bauteile konnte der Bau des Großdemonstrators beginnen. An der Technischen Universität Kaiserslautern wurden insgesamt 23 Bauteile (siehe Abb. 7.1 und Tab. 7.2) hergestellt.

7.6.1 Herstellung der Fundamente

Die Abmessungen der Köcherfundamente sind in Abb. 7.19 und Abb. 7.20 angegeben. Verwendet wurde eine Holzschalung, in die Elemente aus extrudiertem Polystyrol für die Aussparungen der Köcher befestigt wurden, siehe Abb. 7.33 (links, oben). Die seitliche Abschrägung der Köcher ist über ein, in die Schalung eingelegtes, Stahlblech realisiert worden.



Abb. 7.33: Polystyrolelemente (oben links), Köcherbewehrung (oben rechts), Bewehrungskorb in Holzschalung (unten links), Köcherfundamente (unten rechts)

In Abb. 7.33 (rechts, oben) ist beispielhaft der Bewehrungskorb für einen eingerückten Köcher dargestellt. Zu sehen ist ein Hüllrohr für die horizontalen Gewindestangen zur Verschraubung des Köchers mit dem Abrollhügel. Der Bewehrungskorb ist in die Holzschalung eingesetzt und die vertikalen Hüllrohre sind montiert worden, siehe Abb. 7.33 (links, unten).

Der Bewehrungsplan der Köcher ist Anhang C zu entnehmen. Die horizontalen Hüllrohre erlauben über Gewindestangen eine Platzierung des Köchers auf den Blockfundamenten, welche am Aufstellungsort des Großdemonstrators von der Fa. Stanecker betoniert worden sind. Mittels Wellenprofilblechen wurden die Innenflächen der Köcher, die im baulichen Endzustand mit den Flächen des Abrollhügels in Kontakt stehen, angeraut. Diese angerauten Flächen sorgen für einen besseren Verbund beim späteren Verguss des Abrollhügels mit dem Köcherfundament. Vier randnahe Köcher sowie zwei eingerückte Köcher sind in Abb. 7.33 (rechts, unten) abgebildet.

7.6.2 Herstellung Abrollhügel und Verzahnung

Die Herstellung des Abrollhügels erfolgte in zwei Phasen: Zuerst wurde die Lauffläche inklusive Verzahnung aus Hochleistungsbeton betoniert. An dieses Bauteil wurde in einem zweiten Schritt der restliche Abrollhügel aus einem Beton mit der Druckfestigkeitsklasse C35/45 anbetoniert.

Als Schalung wurden mittels Wasserstrahlschneidegeräts zugeschnittene 80 mm starke Polystyrolelemente verwendet, siehe Abb. 7.34 (oben, links). Als Trennschicht

zwischen Schalung und Beton wurde eine Gummierung aus Natur und Styrol-Bautadien-Kautschuk (bis 70°Shore A) auf das Polystyrol geklebt, siehe Abb. 7.34 (oben, rechts). Der Bewehrungskorb ist direkt in die Schalung zusammengebaut worden. Dabei wurden kleine Aussparungen in die oberste Elementreihe eingeschnitten, siehe Abb. 7.34 (unten, links), in die die Bügelbewehrung eingebracht wurde, die nach der Betonage als Anschlussbewehrung aus dem Bauteil herausstand, siehe Abb. 7.34 (unten, rechts).



Abb. 7.34: Schalung (oben links), aufgeklebte Gummierung (oben rechts), Bügelbewehrung (unten links), Anschlussbewehrung (unten rechts)

Eine zusätzliche zweilagig verlegte Mikrobewehrung (Edelstahl mit einer Maschenweite von 4 mm, Drahtdurchmesser $\emptyset = 1$ mm), siehe Abb. 7.35 (rechts), entlang der Verzahnung wurde zur Aufnahme von Querzugkräften eingelegt. Für die Betonage wurde die Schalung mit Stahlplatten beschwert, um einem Auftreiben der extrudierten Polystyrolelemente entgegenwirken, siehe Abb. 7.35 (links).

Das fertige Bauteil aus Lauffläche und Verzahnung ist in Abb. 7.35 (unten) abgebildet. An den beiden Enden des Bauteilbogens ist eine zusätzliche Anschlussbewehrung Ø = 12 mm für den Verbund mit dem restlichen Abrollhügel vorgesehen worden. Die Lauffläche wurde zusätzlich mit einem 1 mm starken Edelstahlblech (Werkstoffnummer: 1.3952) versehen, welches bei der Betonage in die Schalung gelegt wurde. An das Blech wurden Verankerungselemente angeschweißt, um einen Verbund mit der Lauffläche herzustellen. Das Blech verteilt die Lasten der Rinne gleichmäßig auf die Lauffläche und reduziert die Hertz'sche Flächenpressung auf den Beton.



Abb. 7.35: Schalung mit Gewichten (oben links), Mikrobewehrung (oben rechts), Lauffläche mit unterer Verzahnung (unten)

Im nächsten Herstellungsschritt erfolgte die Fertigung des vollständigen Abrollhügels. Für die benötigten Aussparungen wurden zugeschnittene Elemente aus extrudiertem Polystyrol verwendet. Der restliche Teil der Schalung wurde mittels Holz und dem bereits hergestellten Bauteil aus Abb. 7.35 realisiert, siehe Abb. 7.36 (oben links). Zur Vermeidung von Spannungsspitzen an der Verzahnungen ist entlang der Betonzähne eine Fase angebracht worden, siehe Abb. 7.36 (oben rechts). Das fertige Bauteil ist in Abb. 7.36 (unten) dargestellt.



Abb. 7.36: Bewehrung Abrollhügel (oben links), Verzahnung mit Fase (oben rechts), Abrollhügel (unten)

7.6.3 Herstellung Sichel und obere Verzahnung

Ein Teil des Herstellungsprozesses der Sichel aus Nanodur[®]-Beton ist in Abb. 7.37 dargestellt. Die mittels 3D-Heizdraht geschnittenen 80 mm starken Styrodurelemente

bildeten die Sichelschalung. Die Bewehrung gemäß Bewehrungsplan im Anhang C ist in Abb. 7.37 (oben) zu sehen. Entlang der Symmetrieachse des Bauteils ist ein Rd 42-Wellenanker (vgl. Pfeifer 2018) verbaut. Bei späterer Verschraubung der Sichel mit der Schale kann die Rinne dort angehoben werden. Ebenfalls erkennbar sind zwei von Pfeifer Seil- und Hebetechnik entworfene Spezialeinbauteile (Multifunktionsorbiter), welche in Abb. 7.37 (rechts) dargestellt sind. Damit erfolgten die Befestigung der Sichel an der Schale sowie die seitliche Montage der oberen Verzahnung. Die Orbiter selbst erhielten eine spezielle Bewehrung aus "Hutbügeln", die entsprechend der Form des Orbiters gebogen wurden. Jeder Orbiter ist mit vier solcher Hutbügel bewehrt worden. Die genaue Montage zwischen Multifunktionsorbitern und den angrenzenden Bauteilen kann Abb. 7.25 entnommen werden. Abb. 7.37 (links) zeigt das betonierte Bauteil in der Schalung mit zwei herausschauenden Multifunktionsorbitern und zwei Ø 32 mm Hüllrohren, durch die bei der späteren Befestigung des Antriebs Gewindestangen zur Verschraubung durchgeführt wurden. Die fertige Sichel ist Abb. 7.37 (unten) zu entnehmen. Die Lauffläche der Sichel ist mit einem 1 mm starken Edelstahlblech (Werkstoffnummer: 1.3952) versehen worden, um die Vertikalkräfte besser verteilen und Spannungsspitzen reduzieren zu können.



Abb. 7.37: Sichelbewehrung, Multifunktionsorbiter (rechts), Bauteil in Schalung (links), Sichel (rechts)

Zur Sichel-Lauffläche sowie zur Schale hin, besitzt der Sichelorbiter zwei kreisrunde Öffnungen (\emptyset = 70 mm) und (\emptyset = 50 mm). An beiden werden Hüllrohre befestigt. Durch die Öffnung zur Schalenseite kann eine Gewindestange geführt und mit der Schale verschraubt werden. Die größere Öffnung zur Lauffläche ist eine Montageöffnung, um die Gewindestange mit der Schale verbinden zu können. Die beiden seitlichen Öffnungen dienen zur Verschraubung mit der Verzahnung. Der Montageprozess ist wie folgt abgelaufen: Zuerst wurde die Sichel mit der Schale verbunden. Anschließend konnte die Sichel-Zahnrad-Verschraubung angebracht werden. Nun wurden die Hüllrohre vergossen, um Spannungsspitzen an den Hüllrohrenden entlang der Lauffläche der Sichel zu vermeiden.

Für die Schalung der oberen Verzahnung sind 80 mm starke, mittels 3D-Heizdraht zugeschnittene Polystyrolelemente zum Einsatz gekommen. Als Trennschicht zwischen Polystyrol und Beton wurde eine 2 mm starke Gummierung auf die Elemente geklebt. Die Verteilung der Bewehrung erfolgte gemäß Bewehrungsplan in Anhang C. Der Bewehrungskorb wurde direkt in der Schalung zusammengebaut, siehe Abb. 7.38 (links). Dort erkennbar sind zwei Orbiter, die mit M30 Schrauben in der Holzschalung verankert wurden. Diese dienen zur Verschraubung der Verzahnung mit der Sichel, siehe Abb. 7.25. Auf der Orbiter-Oberseite ist eine runde Aufkantung zu erkennen. Die dadurch entstandene Vertiefung passt genau auf die Orbiter der Sichel. Die Aufkantung verhindert eine Verschiebung der beiden Bauteile zueinander und überträgt die auftretenden Vertikalkräfte. Mittig der Sichel sind zusätzlich zwei Hüllrohre (\emptyset = 30 mm) angebracht, welche ebenfalls zur Verschraubung mit der Sichel und dem Antrieb dienen.

Insgesamt wurden vier Verzahnungen hergestellt, wobei sich zwei der vier Bauteile voneinander unterscheiden. Die beiden randnahen Verzahnungen benötigen für die Antriebsmontage eine Vertiefung, siehe Abb. 7.38 (oben rechts). Diese wurde durch zugeschnittene und in der Schalung verschraubte 18 mm starken Holzbretter realisiert. Bedingt der reduzierten Bauteildicke sind zwei um 18 mm verkürzte Orbiter in der Schalung verschraubt worden. In die Vertiefung kann ein entsprechend geformtes Antriebsblech eingelassen werden, mit dem die Verzahnung an den Antrieb angeschlossen wurde. Die vollständig ausgeschalte 80 mm starke Verzahnung aus Hochleistungsbeton kann Abb. 7.38 (unten rechts) entnommen werden. Zur Vermeidung von Kantenabplatzungen sind alle Verzahnungen zusätzlich gefast (10 x 45°) worden, siehe Kapitel 6.



Abb. 7.38: Bewehrung (links), Vertiefung (oben rechts), obere Verzahnung (unten rechts) Die mit der Sichel befestigte Verzahnung ist in Abb. 7.39 dargestellt.



Abb. 7.39: Über Orbiter verbundene Sichel und obere Verzahnung

7.6.4 Herstellung Antriebsbock

Für die Herstellung des 120 mm dicken Antriebsbocks wurde aus wirtschaftlichen Gründen auf eine konventionelle Holzschalung zurückgegriffen. Lediglich zwei kleinere Aussparungen zur Gewichtsreduzierung wurden mittels Polystyrolelementen gefertigt, siehe Abb. 7.40 (oben). Die Bewehrungsarbeiten erfolgten gemäß Bewehrungsplan in Anhang C. In Abb. 7.40 (unten) ist das fertige Bauteil mit zwei angeriffelten Auflagerbereichen zu sehen, durch die jeweils zwei Hüllrohre verlaufen. Durch diese wurden die M27-Gewindestangen zur Verschraubung mit dem Köcherfundament gezogen. Die mittels Blechen aufgebrachte Riffelung diente beim späteren Vergießen des Köchers mit dem Antriebsbock zur Steigerung des Verbunds. Das Bauteil ist mit verschiedenen Rd16-Wellenankern für den Transport und die Antriebsmontage versehen worden.



Abb. 7.40: Bewehrung (oben), Antriebsbock (unten)

7.6.5 Herstellung Schale

Die Schale wurde direkt am Aufstellort des Großdemonstrators im Betonfertigteilwerk der Fa. Stanecker in Borchen gefertigt. Die Schalenbetonage erfolgte kopfüber, also mit der späteren Spiegelfläche nach unten gerichtet, siehe Abb. 7.41. Dazu wurde eine Holzschalung aus Querspanten und Querlatten hergestellt, auf die Schalungsbleche befestigt worden sind (Abb. 7.41 (oben)). Die Bleche wurden entsprechend aufgebohrt und mit Edelstahlabstandhaltern versehen, deren Länge exakt der Schalendicke an der jeweiligen Position entsprach. Die Deckelschalung aus Holz wurde auf den Abstandshaltern positioniert und befestigt, um den Auftriebskräften des Betons entgegenzuwirken. Nach Einbringung der Bewehrung (gemäß Abb. 7.15) erfolgte die Betonage. Der Beton verblieb eine Woche in der Schalung. Nach Erhärten des Hochleistungsbetons wurde die Schale aus der Schalung gehoben, siehe Abb. 7.41 (unten). Bei der Betonage der ersten Schale wurde der Schalungsdruck unterschätzt, was zu einer Verschiebung der Deckelschalung führte und in einer von der geplanten Form abweichenden Geometrie resultierte, siehe Abschnitt 7.8.



Abb. 7.41: Schalung (oben), Schale (Bildquelle: Stanecker Betonfertigteilwerk)

7.7 Assemblierung vor Ort

Der vollständige Aufbau des Demonstrators erfolgte auf dem Gelände der Fa. Stanecker. Nach Lieferung der Betonfertigteile aus Kaiserslautern konnte die Arbeiten am Baufeld beginnen. Dafür wurde am Aufstellungsort der Mutterboden entfernt und das Baufeld für die Blockfundamente das Wasserbecken und die Rohrleitung für den Wasserkreislauf geebnet, siehe Abb. 7.42. Die beiden, neben dem Wasserbecken abgebildeten Fundamente, dienen zur Lagerung des Steuerungskastens zur Bewegung der Schale und Pumpe für das Wasserbecken.



Abb. 7.42: Blockfundamente und Wasserbecken (Bildquelle: Stanecker Betonfertigteilwerk)

Im weiteren Aufbauprozess wurden die Köcherfundamente auf die herausragenden Gewindestangen der Blockfundamente gesetzt. In diese konnten dann die Abrollhügel sowie der Antriebsbock, siehe Abb. 7.43 (links, oben), gesetzt werden. Nach der Fixierung dieser Bauteile mittels Gewindestangen wurde die Schale mit den vorher montierten Sicheln inklusive Verzahnung, siehe Abb. 7.43 (mitte, oben), auf den Abrollhügeln gelagert, siehe Abb. 7.43 (links, unten).



Abb. 7.43: Assemblierung des Großdemonstrators

Anschließend erfolgte die Assemblierung (Abb. 7.43 (rechts, oben, unten)) aller notwendigen Antriebskomponenten (Abschnitt 7.4.5) sowie des Reiceiverrohrs inklusive Halterung. Als Reflektor wurde ein im Projekt von der Fa. Almeco entwickeltes Spiegelmaterial auf elektrochemisch poliertem Aluminiumblech, auf das mittels PVD Verfahren (= Oberflächenveredelung durch thermisch eingeschmolzenes Material) ein Silber basiertes Mehrschichtsystem mit einer gerichteten Reflexion von 92,3 % abgeschieden wurde, verwendet. Das 0,4 mm dicke Spiegelmaterial wurde mit einem 1,1 mm starkem TESA[®]-Klebeband mit modifiziertem Acrylatkleber, welches im Herstellprozess direkt auf die Spiegelrückseite laminiert wurde, auf die Schale appliziert. Durch den zwischen den Klebstoffschichten befindlichen PE-Schaum können temperaturbedingte Längenausdehnungsunterschiede zwischen Aluminium und Beton kompensiert werden. Der fertiggestellte Großdemonstrator ist in Abb. 7.44 dargestellt.





Abb. 7.44: Fertiger Großdemonstrator mit Verzahnung

7.8 Vermessung der Schale

Vor Aufbringung der Spiegel hat das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt die beiden Schalen im Alter von 160 Tagen (westliches Modul) sowie 238 Tagen (östliches Modul) in Zenit- und Horizontposition (19,45° über dem Horizont) vermessen. Die Vermessuna erfolate mittels digitaler Nahbereichsphotogrammmetrie (vgl. Pottler 2005). Dafür mussten die beiden Schalen zu Beginn der Vermessung mit reflektierenden Zielmarken versehen werden, siehe Abb. 7.45 (oben). Über diese lassen sich die dreidimensionalen Koordinaten der Schale bestimmen, siehe Abb. 7.45 (mitte). Anschließend konnte die Abweichung zur idealen Parabelgeometrie festgestellt werden (Abb. 7.45 (unten)). Diese wird im Folgenden nur für das westliche Modul angegeben, da das zuerst betonierte östliche Modul bei der Herstellung aufarund der Schalungsverschiebung, siehe Abschnitt 7.6.5, stärker verformt wurde. In der Zenitposition lassen sich an den Schalenränder maximale Verformungen von bis zu 30 mm feststellen.



Abb. 7.45: Vermessung der Schale (Penkert 2019)

Als Grund hierfür wird ein systematischer Fehler vermutet. Aufgrund der unteren Schalhaut aus Stahlblech und der Deckelschalung aus Sperrholz konnte keine gleichmäßige Schwindverformung sichergestellt werden und der einseitige Schwindprozess im oberen Teil der Schale (spätere Rückseite) dominierte. Weitere Ungenauigkeiten resultieren infolge der Durchspannungen der Schalung, welche als punktuelle Formabweichungen auszumachen sind (vgl. *Penkert 2019*). In einem für die Serienfertigung optimierten Prozess könnten diese Ungenauigkeiten mittels Wärmebehandlung und einer Stahlschalung ausgeglichen werden. Die Verformungen sind in einen Steigungsfehler *SDx* umgerechnet worden, siehe Abb. 7.46.



Abb. 7.46: Verteilung Steigungsfehler westliches Modul für Zenit- (links) und Horizontalposition (rechts) für eine Fokallänge von 1,71 m (oben) und 1,78 (unten) (*Penkert 2019*)

In der Horizontalposition ergibt sich ein quadratischer Mittelwert des Steigungsfehlers *SDx,rms* von 10,12 mrad. Daraus lässt sich der Anteil der reflektierenden Strahlung, welcher auf das Absorberrohr trifft (Interceptfaktor), ermitteln. Für die Horizontalposition ergibt sich ein Interceptfaktor von 58,6 %. In der Zenitposition wird lediglich ein Interceptfaktor von 46,1 % erreicht. Für gängige in der Praxis verwendete Rinnensysteme können Faktoren von 93 % bis 97,5 % erreicht werden (vgl. *Riffelmann 2006*). Durch eine theoretische Verschiebung der Fokallänge auf 1,78 m können die Formabweichungen der Schale rechnerisch ausgeglichen und ein theoretischer Interceptfaktor in der Zenitposition von 85,6 % erzielt werden (*Penkert 2019*).

7.9 Erkenntnisgewinn

Der Aufbau des Großdemonstrators konnte problemlos umgesetzt werden. Die Fertigteile der Technischen Universität Kaiserslautern und der Fa. Stanecker sind planungsgemäß hergestellt worden. Es waren keine baulichen Anpassungen oder Korrekturen vor Ort notwendig. Da der Großdemonstrator nicht an einen vollständigen Kraftwerksprozess oder ein Monitoringsystem angeschlossen wurde, befindet er sich nicht im Dauerbetrieb. Dies war aber auch nie Ziel des ConSol-Forschungsprojektes. Deswegen erfolgte der Abrollvorgang lediglich während des Aufbaus, des Anschlusses an den Wasserkreislauf und der Inbetriebnahme des Großdemonstrators. Dies sind circa 100 Abrollvorgänge, bei denen es zu einem direkten Reibkontakt der Verzahnung gekommen ist. Während dieser Abrollvorgänge wurde kein Klemmen oder Rutschen der Schale festgestellt. Der Oberbau konnte schadensfrei entlang des Unterbaus abrollen. Festgestellt wurde lediglich eine etwas ruckartige Abrollbewegung der Schale während der Sonnennachverfolgung. Für ein ruckelfreieres Abrollen wurden 2 mm starke Elastomerstreifen entlang der Verzahnung eingelegt. Dies erwies sich auch als erfolgreich, dennoch gab es weiterhin leichte, ruckartige Bewegungen während der Sonnennachverfolgung. Hierfür wurden geometrische Bauteilungenauigkeiten ausgemacht. Der errechnete und tatsächliche Schalenschwerpunkt könnten nicht mehr übereinstimmen, da es bei der Betonage der ersten Schale zu einer Formabweichung gekommen ist, siehe Abschnitt 7.6.5. Folglich käme es zu einer ungenauen Schalennachführung durch den Antrieb.

Der Großdemonstrator konnte erfolgreich an den Wasserkreislauf angeschlossen werden und das dort befindliche Wasser erwärmen. Je nach Sonnenstand wurden Temperaturen zwischen 30°C und 60°C erzielt. Eine höhere Temperatur durfte aus Sicherheitsgründen auch nicht erreicht werden.

Eine von der Fa. Stanecker durchgeführte Kostenermittlung ergab für den Großdemonstrator einen Preis von 21,93 €-ct/kWh. Im Vergleich dazu liegen die Kosten des Andasol-Kraftwerks (siehe Abschnitt 2.2) bei 19,0 €-ct/kWh. Damit sind die Kosten der Beton-Parabolrinne leicht höher als die Kosten der Parabolrinnen aus Stahl in Andasol. Eine Kostenreduktion könnte allerdings durch Materialersparnisse erzielt werden. Beispielsweise könnte die Schale mit einer Rippenstruktur gefertigt werden.

7.10 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird die planerische und bauliche Umsetzung eines Beton-Parabolrinnengroßdemonstrators mit einer Verzahnung aus Nanodur[®]-Beton gezeigt.

Die Herstellbarkeit von Verzahnungen aus Beton mit Polystyrolschalenelementen wird in Abschnitt 7.2 erläutert. Durch einen Soll-Ist-Vergleich der hergestellten Verzahnung mit der CAD-Geometrie stellte sich heraus, dass aufgrund der zu starken Verformungen keine Folie als Trennschicht zwischen Polystyrol und Beton eingesetzt werden darf. Vielmehr ist auf verformungsbeständige Elastormerstreifen aus Natur und Styrol-Bautadien-Kautschuk (bis 70°Shore A) zurückzugreifen. Weiter ist ein Versuchsstand entwickelt worden, auf dem das Abrollverhalten unterschiedlichster Betonverzahnungen untersucht werden kann. Somit konnte die Kreisbogenverzahnung als geeignete Verzahnungsart für den Großdemonstrator identifiziert werden. Ein klemmfreies und schadensfreies Abrollen war möglich.

Vor der eigentlichen baulichen Umsetzung der großformatigen Betonrinne wurde ein Testsegment aus Beton gefertigt. Dieses bestand aus zwei Sicheln und einem Schalensegment mit einer Öffnungsweite von 5,77 m und einer Breite von 1,5 m. Die Sicheln wurden aus unterschiedlichen Betonen hergestellt. Es zeigte sich, dass das Nanodur[®]-Compound grau in Hinblick auf Verarbeitbarkeit sowie Biege-und Zugfestigkeit dem Nanodur[®]-Compound weiß vorzuziehen ist. Durch die Betonage des Testsegments konnte sichergestellt werden, dass es zu keinen Passungenauigkeiten (Toleranz < 1,0 mm) zwischen den Sicheln und der Schale kommt. Die Herstellung führte ebenfalls zur Gewissheit der schadensfreien Fertigung einer dünnwandigen Betonschale entsprechend der Geometrie des Großdemonstrators.

Abschnitt 7.4 erläutert die Planungsphase der insgesamt 23 an der Technischen Universität Kaiserslautern hergestellten Bauteile. Es wird deutlich, aus welchen Bauteil-

komponenten (Köcherfundamente, Abrollhügel, Lauffläche mit Verzahnung, Verzahnung der Schale und Sichel sowie Antriebsbock) der Großdemonstrator besteht und wie diese geplant wurden.

In Abschnitt 7.5 erfolgt die statische Berechnung der Schale und der Fundamente, welche für die Ausstellung der Baugenehmigung für den Großdemonstrator notwendig war.

Die aufwendige Produktion der einzelnen Rinnenelemente wird in Abschnitt 7.6 beschrieben. Für jedes einzelne Bauteil galt es, eine eigene Herstellmethodik zu entwickeln und für die individuellen Bauteilanforderungen auszurichten.

Der Bau der Rinne konnte letzendlich nach knapp 2,5 Jahren mit der Assemblierung am Aufstellungsort in Borchen (Paderborn) erfolgreich abgeschlossen werden, siehe Abschnitt 7.7. Während der Montagephase sind keine größeren Probleme aufgerteten. Sowohl die an der Technischen Universität Kaiserslautern und die beim Projektpartner Fa. Stanecker hergestellen Fertigteile mussten nicht vor Ort angepasst werden.

Nach Montage des Großdemonstrators fand eine photogrammetrische Vermessung beider Schalen statt, siehe Abschnitt 7.8. Es zeigte sich eine maximale Verfomung der westlichen Schale von bis zu 30 mm, was zu einem Interceptfaktor von 46,1 % in der Zenitposition führt. Gängige Rinnensysteme erreichen Werte bis zu 97,5 %. Es wird vermutet, dass die großen Verformungen infolge des Herstellungsprozesses entstanden sind, da der untere Teil der Schale (im Aufbauzustand die Spiegelseite) aufgrund der Schalhaut aus Stahlblech und Deckelschalung aus Holz eine Verformungsbehinderung widerfahren hat.

Insgesamt konnten die einzelnen Bauteile für den Großdemonstrator erfolgreich an der Technischen Universität Kaiserslautern geplant und hergestellt werden. Dies führte zu einer unproblematischen Montage der Gesamtrinne vor Ort. Da die Rinne nicht an ein Kraftwerksprozess und ein Monitoringsystem angeschlossen wurde, konnte diese nicht in den Dauerbetrieb genommen werden. Dennoch kann der Oberbau des Großdemonstrators klemm- und schadensfrei entlang des Unterbaus während der Sonnennachverfolgung abrollen.
8 Fazit und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Parabolrinnen-Großdemonstrator mit einer Betonverzahnung aus Hochleistungsbeton konzipiert und errichtet. Dazu wurde sowohl eine spezielle Abrollgeometrie hergeleitet als auch das tribologische Verhalten des verwendeten Betons experimentell untersucht. Besonderer Schwerpunkt lag auf der Auslegung der Betonverzahnung.

Kapitel 1

Die Problemstellung, das Ziel der Arbeit und die Vorgehensweise zur Zielerreichung werden erläutert.

Kapitel 2

Für die bauliche Umsetzung eines Großdemonstrators wurden in Kapitel 2 der Aufbau und die Funktion von Parabolrinnenkraftwerken erläutert. In der Praxis zur Anwendung kommende Rinnensysteme wie der EuroTrough wurden vorgestellt. Die Nachteile dieser Systeme bestehen hauptsächlich in ihren kleinteiligen und korrosionsanfälligen Stahlfachwerken, die kostenintenisv in ihrer Herstellung und Wartung sind. Dadurch ergibt sich das Potenzial eines neuen Tragstrukturkonzeptes aus Hochleistungsbeton, welches sich durch eine hohe Dauerhaftigkeit bei minimalem Materialeinsatz auszeichnet. Die neue Tragstruktur zeichnet sich unter anderem durch eine spezielle Abrollhügelgeometrie aus, die einen Verlauf des Schalenschwerpunkts auf einer Horizontalen während der Sonnennachverfolgung sicherstellt. Die mathematische Ermittlung dieser Abrollhügelgeometrie konnte für den Großdemonstrator hergeleitet werden. Der Beton-Großdemonstrator orientiert sich am bereits kommerziell genutzten Kollektorsystem des EuroTrough mit einer 12 m langen und 5,77 m breiten Schale, die der Sonne nachgeführt werden kann. Während dieser Sonnennachführung kommt es zu einem direkten Reibkontakt zwischen den einzelnen Betonverzahnungen, die einem dauerhaften Verschleiß ausgesetzt sind.

Kapitel 3

Um ein besseres Verständnis für diese Reibvorgänge unter der Verwendung von Hochleistungsbeton zu gewinnen, wurden in Kapitel 3 die tribologischen Grundbegriffe Reibung, Verschleiß, Abrieb und Schmierung erklärt. Insbesondere eine Größtkornzunahme, eine größere Gesteinshärte, ein reduzierter Sandanteil, eine Erhöhter Anteil von Silikastaub, Flugasche und Fasern (bei Stoßbelastung), eine Reduzierung des w/z-Werts und eine Erhöhung der Betondruckfestigkeit führen zu einer Erhöhung des Verschleißwiderstandes von Beton. Der Verschleiß wird erhöht, wenn beispielsweise Abrasivstoffe wie Sandpartikel auf den Beton einwirken. Dann führen eine scharfkantigere Kornform, ein zunehmender Korndurchmesser, eine erhöhte Dichte und Härte sowie die steigende Aufprallgeschwindigkeit zu einer Verschleißzunahme. Zur Ermittlung von Abriebmengen wurden unterschiedliche Messmethoden vorgestellt. Jede ist auf das jeweilige Tribosystem angepasst. Zur Ermittlung von Abrieb bei Betonverzahnungen eignet sich die Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme, da ein Schleifkontakt zwischen Beton und Abrassivstoff (z. B. Sand) nachgebildet wird. Die ermittelten Abriebmengen können mit anderen Betonen, zu denen bereits die Prüfung nach Böhme durchgeführt wurde, verglichen werden. Als weitere für die Bestimmung von Verschleiß an Betonverzahnungen geeignete Methoden sind die Methode der Massendifferenz und die des optischen 3D-Messverfahrens herausgearbeitet worden. Diese lassen sich unabhängig von der Bauteilgeometrie verwenden. Allerdings ist kein Messverfahren oder ein Versuchsaufbau bekannt, mit dem sich Betonverzahnungen untersuchen lassen, die in einem direkten Reibkontakt stehen. Diesbezüglich ist ein spezielles Prüfverfahren in Kapitel 5 konzipiert worden.

Kapitel 4

Zur geometrischen Festlegung der Großdemonstratorverzahnung erfolgte eine Literaturrecherche zu den im Maschinenbau zur Anwendung kommenden Verzahnungsarten. Hauptsächlich existieren Zykloiden- und Evolventenverzahnungen. Letztere hat sich aufgrund fertigungstechnischer Gründe trotz schlechterem Verschleißverhalten gegenüber der Zykloidenverzahnung als am häufigsten zur Anwendung kommende Verzahnung etabliert. Bei beiden Verzahnungsarten liegt während des Zahneingriffs ein Punktkontakt vor. Der Kontaktpunkt gleitet entlang der Zahnflanken und verursacht somit Abrieb.

Aufbauend auf den Erkenntnissen aus Kapitel 3 lässt sich festhalten, dass vier Bewegungsarten zwischen zwei Festkörpern auftreten können (Gleiten, Rollen, Wälzen und Bohren). Bei allen Bewegungsarten entsteht Reibung, die zu Verschleiß führt. Es wird zwischen vier Verschleißmechanismen unterschieden: Adhäsion, Abrasion, Oberflächenzerrüttung und tribochemischer Reaktion. Durch das Entlanggleiten des Kontaktpunkts zweier im Eingriff stehender Evolventen- oder Zykloidenverzahnungen kann, im Besonderen bei der Verwendung von Beton, Abrasion auftreten, der zu Abrieb führt. Ein Punktkontakt ist bei einer Verzahnung aus Beton aufgrund von auftretenden Spannungsspitzen und Abplatzungen ungeeignet. Ein flächiger Kontakt ist hierbei vorteilhafter, welcher durch Kreisbogenverzahnungen wie bei der Wildhaber-Novikov-Verzahnung entsteht. Dadurch sind höhere Flächenpressungen möglich. Spannungsspitzen werden reduziert. Nachteilig hingegen ist der aufgrund des Flächenkontakts höhere Abrieb im Vergleich zu einer Verzahnungsart mit Punktkontakt.

Zur genauen Abriebmengenermittlung wurde das Gesetz nach Archard (siehe Gleichung (3.9)) verwendet. Dafür muss der Gleitweg zweier aufeinander gleitender Zahnflanken bekannt sein. Dieser wurde in Abschnitt 4.4. hergeleitet.

Die einzelnen Zähne der Verzahnung der Schale und des Abrollhügels bestehen aus einer Kreisbogengeometrie. Die Zähne des Abrollhügels ergeben sich aber nicht entlang einer Kreisgeometrie. Die spezielle Geometrie des Abrollhügels wurde bereits in Abschnitt 2.3.1 diskutiert. Aufgrund der Sonnennachverfolgung des Oberbaus entlang des Unterbaus kann nicht von einer ortsfesten Verzahnung ausgegangen werden. Der Wälzpunkt ist in Abhängigkeit des Abrollwinkels zeitlich veränderlich. Darum wurde in Abschnitt 4.5 gezeigt, dass es auch möglich ist, Verzahnungen für nicht kreisrunde Geometrien auszulegen, die als unrunde Zahnräder bezeichnet werden.

Weiter wurden die verschiedenen Schadensarten von Maschinenbauverzahnungen gezeigt. Schadensformen, die auch beim Werkstoff Beton auftreten, sind Zahnflankenschäden infolge von Verschleiß in Form von Abplatzungen und oder Rissen sowie ein Zahnbruch bedingt durch Gewalt-, Dauer- oder Ermüdungsbruch. Es wurde gezeigt, dass eine auf den Beton abgestimmte Zahnradauslegung (siehe Kapitel 6) erfolgen muss. Die bereits im Maschinenbau existierenden Verfahren sind für den Werkstoff Stahl ausgelegt. Gleiches gilt für die im Maschinenbau zur Anwendung kommenden Prüfstände zur Untersuchung von Verzahnungen. Dennoch konnte in Anlehnung an den Aufbau des Verspannungsprüfstandes und des Zwei-Scheiben-Prüfstandes ein Prüfstand für Betonverzahnungen in Kapitel 5 entwickelt werden.

Kapitel 5

Kapitel 2 hat eine neue Tragstruktur für Parabolrinnenkraftwerke mit Betonverzahnung aufgezeigt. Beim Betrieb der Rinne kommt es demnach zu einem direkten Reibkontakt zweier in Eingriff stehender Zähne, der zu Reibung und Verschleiß führt. Die in Kapitel 3 für den Betonverschleißwiderstand herausgearbeiteten wesentlichen Einflussparameter wurden anhand der Verschleißwiderstandsbestimmung nach Böhme und des Drei-Punkt-Lastverfahrens untersucht.

Verschleißwiderstand nach Böhme:

Die Versuchen zeigten, dass anders als in *Scott 2015* behauptet, nicht zwangsläufig ein größeres Größtkorn zu einem erhöhten Verschleißwiderstand führt. Vielmehr kann durch eine Erhöhung der Mohshärte des Gesteins eine Verschleißreduzierung erzielt werden. Die Auswertung der Abriebmenge ergab eine Einordnung des Hochleistungsbetons in die Verschleißklassen A6 und A9. Damit weisen sie einen ähnlichen Abrieb auf wie herkömmliche Zementestriche aus der Baupraxis. Es ist möglich die Abriebmenge für einen 3-Körper-Kontakt mathematisch in Abhängigkeit des Schleifwegs s und einem von der Mohshärte des Gesteins abhängigen Faktors m_A zu beschreiben. Dieser Faktor m_A beträgt für die Korngruppe 1/3 mm einen Wert von 0,04.

$$\Delta V \left[\frac{cm^3}{50 \ cm^2} \right] = \frac{m_A \cdot \frac{s \ [m]}{1,38}}{\rho \ \left[\frac{g}{cm^3} \right]} \tag{8.1}$$

Drei-Punkt-Lastverfahren an geschliffenen Normprismen:

Die Biegezugfestigkeit des Hochleistungsbetons verringert sich nicht durch Schleifvorgänge. Dies konnte sowohl für Trocken- als auch Nassschleifen veranschaulicht werden. Einen Einfluss der Schleiftiefe und der Korngruppe im Zusammenhang mit dem Schleifvorgang oder der Körnung des Schleifmaterials beim Trockenschleifen auf die Biegezugfestigkeit konnte nicht festgestellt werden. Der Nanodur[®]-Beton eignet sich somit für eine Nachbehandlung mittels Schleifens, um die gewünschten Genauigkeiten für die Betonverzahnung und Schale des Großdemonstrators zu erzielen. Empfohlen wird die Betonzusammensetzung aus Tab. 5.2, da sie den zweitgrößten Abrasionswiderstand und die höchste mittlere Betondruckfestigkeit f_{cm} sowie die höchste mittlere Biegezugfestigkeit $f_{ctm,fi}$ aufweist.

Die Literaturrecherche aus den Kapiteln 3 und 4 ergab, dass ein direkter Reibkontakt von zwei Betonoberflächen mit keinen existierenden Prüfverfahren abgebildet werden kann. Deshalb ist ein eigener Prüfstand für diesen Anwendungsfall konzipiert worden, an dem ein direkter Reibkontakt von Nanodur[®]-Betonplatten simuliert worden ist.

Plattenabriebversuche:

Mittels Plattenabriebversuch konnten die Verschleißmengen bei 2-Körper- und 3-Körper-Kontakt für den Reibkontakt von Nanodur[®]-Beton auf Nanodur[®]-Beton ermittelt werden. Dieser konnte durch Verschleißmengenermittlung mittels der Darr-Methode zu 6,9 g (2-Körper-Kontakt) und 7,3 g (3-Körper-Kontakt) bestimmt werden. Eine Auswertung der 3D-Scans ergab Verschleißmengen von 4,6 g (2-Körper-Kontakt) und 6,5 g (3-Körper-Kontakt) für eine theoretische Nutzungsdauer der Parabolrinne von 27,1 Jahren. Insgesamt ist der Verschleiß bei einem 3-Körper-Kontakt höher als bei einem 2-Körper-Kontakt. Daraus ließ sich ein materialspezifischer, dimensionsloser Verschleißkoeffizient nach Archard $k_{A,m}$ von 3,9·10⁻² (2-Körper-Kontakt) und 1,1·10⁻¹ (3-Körper-Kontakt) bestimmen. Mittels dieser Verschleißkoeffizienten kann die Abriebmenge der Zahnradgeometrie des Großdemonstrators unter Last bestimmt werden, siehe Kapitel 6. Ein Reibungskoeffizient $\mu_{H,max}$ für Haftreibung von Nanodur[®]-Beton auf Nanodur[®]-Beton von 0,67 konnte ebenfalls bestimmt werden.

Kapitel 6

In Kapitel 6 erfolgte eine Auslegung der Betonverzahnung für den Großdemonstrator. Das neue Tragstrukturkonzept (siehe Abschnitt 2.3.1) sieht eine Verzahnung vor, um ein Gleiten der Schale während der Sonnennachverfolgung zu verhindern. Diese Verzahnung basiert auf der Kreisbogenverzahnung der Wildhaber-Novikov-Verzahnung, siehe Abschnitt 4.3.3. Diese Verzahnungsart weist einen Flächenkontakt auf, der Spannungsspitzen reduziert, aber gleichzeitig den Verschleiß erhöht, da eine größere Gleitfläche entsteht. Die Großdemonstratorverzahnung besteht aus einzelnen Kreisbögen mit zwei unterschiedlichen Radien (Zahnspiel), um eine Verklemmung während des Abrollens zwischen zwei Zähnen zu vermeiden.

Anhand der Radien der Kreisbogenverzahnung war es möglich, die notwendige Zähneanzahl zu bestimmen. Die Zahndicke wurde über die Hertz'sche Flächenpressung bestimmt. Kantenabplatzungen an der Verzahnung wurden mit einer Fase mit dem Fasenwinkel von 45° und eine Fasenbreite von 10 mm verhindert. Die Verzahnung der Schale weist insgesamt acht Zähne mit einem Radius $r_1 = 137,7$ mm und sieben Zähne mit dem Radius $r_2 = 146,5$ mm auf. Die Verzahnung des Abrollhügels besteht aus acht Zähnen mit dem Radius $r_2 = 146,5$ mm und sieben Zähne mit dem Radius $r_1 = 137,7$ mm. Alle Zähne besitzen eine Dicke von 80 mm bei einem Zahnspiel von 8,8 mm.

Zur Bestimmung der Abriebmenge für jeden beliebigen Punkt entlang der Verzahnung der Schale und des Abrollhügels infolge der Sonnennachverfolgung wurde mittels Hertz'scher Flächenpressung der Gleitweg im Berührpunkt des Zahns der Schale und

des Zahns des Abrollhügels bestimmt. Anhand des Gleitwegs konnte über das Gesetz nach Archard die Verschleißmenge für jeden beliebigen Berührpunkt entlang der Verzahnung bestimmt werden. Die maximale Verschleißmenge ergab sich zu 0,015 g pro Abrollvorgang.

Abschließend wurde eine Formel hergeleitet mit der sich direkt die Verschleißmenge in Abhängigkeit des verwendeten Werkstoffs und der gewählten Radien für die Zähne bestimmen lässt, siehe Gleichung (8.2).

$$V = \sqrt{\frac{32 \cdot k_A^2 \cdot (1 - \mu^2) \cdot (F_{Ed} \cdot \cos \alpha_{r_{1,2}})^3 \cdot \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2}}{H^2 \cdot E \cdot d \cdot \pi}}$$
(8.2)

mit:

Verschleißkoeffizient nach Archard	[-]
Querdehnzahl Beton	[-]
Bemessungswert der Vertikalkraft	[N]
Winkel gemäß Abb. 6.17	[°]
Radien der Verzahnung	[mm]
Vickershärte	[N/mm²]
Dicke der Verzahnung	[mm]
E-Modul Beton	[N/mm²]
Kreiszahl	[-]
	Verschleißkoeffizient nach Archard Querdehnzahl Beton Bemessungswert der Vertikalkraft Winkel gemäß Abb. 6.17 Radien der Verzahnung Vickershärte Dicke der Verzahnung E-Modul Beton Kreiszahl

Ein möglicher Einfluss von Schwinden auf die Verzahnungsgeometrie und einer möglichen Verklemmung während des Abrollvorgangs ist mittels FE-Simulationen mit Hilfe der Software Abaqus durchgeführt worden. Die Berechnungen ergaben, dass sich für die Verzahnung der Schale in x-Richtung eine Verformung von 1,07 mm und in y-Richtung zu 0,24 mm ergibt. Für die Verzahnung des Abrollhügels ergaben sich in x-Richtung und y-Richtung Verformung von 1,09 mm und 0,77 mm. Die Verformungen sind so gering, dass sie vom Zahnspiel (8,8 mm) aufgenommen werden können.

Zur Vermeidung eines Zahnbruchs infolge der Eigenlast der Schale und Verzahnung wurden in Abschnitt 6.5 eine weitere FE-Simulation mit Abaqus durchgeführt. Diese ergab eine maximal auftretende Zugspannung von 11,68 N/mm², die auf einen einzelnen Zahn wirkt. Die aus Nanodur[®]-Beton bestehende Verzahnung kann diese Spannung aufnehmen, sodass das Bauteil in Zustand I verbleibt. Es treten keine Risse auf, die zu einem Zahnbruch führen könnten. Für den Zustand II erfolgte ein Zahnradnachweis anhand eines Stabwerkmodells, welches für jede Verzahnungsgeometrie in Abhängigkeit des Radius *r* und der Zahnhöhe *h* angewandt werden kann.

Kapitel 7

Vor der baulichen Umsetzung des Großdemonstrators wurden Tastversuche durchgeführt. Diese sollten die generelle Herstellbarkeit von Verzahnungen mit Hilfe von Polystyrolschalelementen zeigen. Durch einen Soll-Ist-Vergleich der hergestellten Verzahnung mit der CAD-Geometrie stellte sich heraus, dass aufgrund der zu starken Verformungen keine Folie als Trennschicht zwischen Polystyrol und Beton eingesetzt werden kann. Ein verformungsbeständiger Elastormerstreifen aus Natur und Styrol-Bautadien-Kautschuk (bis 70°Shore A) lieferte eine glatte Betonieroberfläche ohne Verformungen.

Zur Überprüfung, ob ein schadenfreies Abrollen von zwei Verzahnugen aus Beton überhaupt möglich ist, wurde ein eigener Versuchsstand entwickelt. Dort kann das Abrollverhalten unterschiedlicher Verzahnungsgeometrien getestet werden. Die für den Großdemonstrator verwendete Kreisbogenverzahnung konnte somit als geeignet identifiziert werden, da es zu keiner Verklemmung oder Abplatzungen kam.

Weiter wurde ein Testsegment aus Nanodur[®]-Beton hergestellt. Dieses bestand aus zwei Sicheln und einem Schalensegment mit einer Öffnungsweite von 5,77 m und einer Breite von 1,5 m. Die Testbetonage der Sicheln zeigte, dass das Nanodur[®]-Compound grau in Hinblick auf Verarbeitbarkeit sowie Biege-und Zugfestigkeit dem Nanodur[®]-Compound weiß vorzuziehen ist. Das dünnwandige (3,5 mm bis 5,5 mm) Schalensegment konnte schadensfrei betoniert und mit den Sicheln (Toleranz < 1,0 mm) verbunden werden.

An der Technischen Universität Kaiserslautern wurden sieben verschiedene Bauteilkomponenten (Köcherfundamente am Rand und Mitte, Abrollhügel, Lauffläche mit Verzahnung, Verzahnung der Schale und Sichel sowie Antriebsbock) geplant. Insgesamt wurden 23 Bauteile hergestellt. Für die Schale und Fundamente wurde eine statische Berechnung durchgeführt, da eine Baugenehmigung für den Bau des Großdemonstrator erforderlich war. Für jedes einzelne der sieben verschiedenen Bauteilkomponenten galt es eine eigene Herstellmethodik zu entwickeln, um die individuellen Bauteilanforderungen zu erfüllen. Der Bau der Rinne konnte letztendlich mit der Errichtung am Aufstellungsort in Borchen (Paderborn) erfolgreich abgeschlossen werden. Die einzelnen Bauteile konnten unproblematisch vor Ort montiert werden. Der Oberbau des Großdemonstrators konnte klemm- und schadensfrei entlang des Unterbaus abrollen. Das Rinnensystem war in der Lage, ein mit der Parabolrinne verbundenes Wasserbecken zu erwärmen. Es wurde aus wirtschaftlichen Aspekten nicht an einen vollständigen Kraftwerksprozess angeschlossen oder in Dauerbetrieb genommen.

Nach Errichtung wurde der Großdemonstrator photogrammetrisch vermessen. Es zeigte sich eine maximale Verfomung der westlichen Schale von bis zu 30 mm. Dies ergibt einen Interceptfaktor von 46,1 % in der Zenitposition. Gängige Rinnensysteme erreichen Werte bis zu 97,5 %. Es wird vermutet, dass die großen Verformungen infolge des Herstellungsprozesses entstanden sind, da der untere Teil der Schale (im Aufbauzustand die Spiegelseite) aufgrund der Schalhaut aus Stahlblech und Deckelschalung aus Holz eine Verformungsbehinderung widerfahren hat. Mit kalkulierten 21,93 €-ct/kWh wurden höhere Kosten im Vergleich zum Andasol-Referenzkraftwerk mit 19,0 €-ct/kWh erzielt. Mittels aufgelöster Schalenstruktur könnten noch Materialund Kosteneinsparungen realisiert werden.

8.2 Ausblick

Da im Hinblick auf einen direkten Reibkontakt von Betonverzahnungen kaum praktische Erfahrungen vorliegen oder theoretische Überlegungen bekannt sind, stellt diese Arbeit einen ersten Ansatz zur Auslegung von Verzahnungen aus Hochleistungsbeton dar. Für eine praxistaugliche Anwendung sind noch weitere Untersuchungen notwendig. Beispielsweise liegen keinerlei praktische Langzeiterfahrungen vor, die weitere Erkenntnisse über die Dauerhaftigkeit der Verzahnung liefern könnten.

Ebenso sollten Abriebuntersuchungen mit Verzahnungen aus Normalbeton durchgeführt werden, um möglicherweise eine wirtschaftliche Alternative zum Werkstoff Hochleistungsbeton finden zu können.

Weiter können im bereits errichteten Prüfstand (siehe Abb. 7.7) weitere Verzahnungsgeometrien untersucht werden, um detailiertere Informationen zum Abrieb- und Verschleißverhalten des Hochleistungsbetons zu gewinnen. Es ist zu prüfen, ob auch andere Geometrien, beispielsweise basierend auf Elipsen, für eine Zahnradauslegung in Frage kommen.

Des Weiteren wird empfohlen stoßartige Belastungen an den Verzahnungen durchzuführen, da beim Abrollvorgang oder einer ähnlichen Anwendung beispielsweise in Schleusentoren derartige Belastungen auftreten können. Diesbezüglich sind Kenntnisse zur Drehgeschwindigkeit von Betonverzahnungen notwendig, um diese gezielt auslegen zu können.

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1:	Gliederung und Vorgehensweise der vorliegenden Arbeit
Abb. 2.1:	Aufbau einer Parabolrinne (Standort: Andasol, Andalusien)6
Abb. 2.2:	Anlagenschema des Solarkraftwerks Andasol 3 (<i>Pitz-Paal 2011</i>)7
Abb. 2.3:	Schematischer Aufbau (links), Fertige Betonstruktur (rechts) (Good 2014)9
Abb. 2.4:	Übersicht der Parabolrinnenkollektoren nach GIZ 20149
Abb. 2.5:	Übersicht der Parabolrinnenkollektoren: LUZ LS-1 [1], LUZ LS-3 [2], LUZ LS-2 [3], SGX-1 [4], SGX-2 [5], HelioTrough [6], EuroTrough [7], SenerTrough 2 [8], ENEA [9], E2 [10], LAT [11], Ultimate Trough [12], SkyTrough [13] (<i>GIZ 2014</i>)
Abb. 2.6:	Geometrischer Querschnitt einer Parabel nach Forman 201611
Abb. 2.7:	Fertigung von Stahlfachwerken für Parabolrinnen (GIZ 2014)12
Abb. 2.8:	Demonstrator aus Hochleistungsbeton (links), Abrollkonzept (rechts) (<i>Müller 2013</i>)13
Abb. 2.9:	Lage des Schwerpunktes während der Sonnennachverfolgung (Raffael Weißbach)14
Abb. 2.10:	Vertikalverschiebung des Schalenschwerpunktes (Raffael Weißbach)14
Abb. 2.11:	Unveränderliche Schwerpunktlage der Schale des Großdemonstrators während des Verfahrvorgangs15
Abb. 2.12:	Herleitung der Abrollgeometrie15
Abb. 2.13:	Anwendungsbeispiel Großdemonstrator16
Abb. 2.14:	Ermittelte Geometrie des Abrollhügels für den Großdemonstrator17
Abb. 2.15:	Schnittpunkt der Schale mit dem Abrollhügel in der 80°-Stellung 18
Abb. 2.16:	Finale Abrollhügelgeometrie für den Großdemonstrator19
Abb. 3.1:	Darstellung eines tribologischen Systems21
Abb. 3.2:	Stribeck-Kurve nach Schwarze 201923
Abb. 3.3:	Schematische Darstellung der Rollreibung26
Abb. 3.4:	Verschleißarten und Verschleißmechanismen nach DIN 50320 (Dubbel 2018)

Abb. 3.5:	Ausbildung einer Schutzzone (links), Lichtmikroskopische Aufnahme: Schattenbildung (rechts) (<i>Hu 2003</i>)	36
Abb. 3.6:	Einfluss des Strahlwinkels α für unterschiedliche Werkstoffe (<i>Kunterding 1991</i>)	38
Abb. 3.7:	Prinzip der Scheiben-Verschleißmaschine nach Böhme (<i>DIN 13892-3</i>)	41
Abb. 3.8:	Prüfteller mit Reibrad (links), Taber-Abriebprüfgerät (rechts) (<i>Direct 2019</i>)	42
Abb. 3.9:	Methode A (Oben links), Methode B (Oben rechts), Methode C (unten) (<i>ASTM C779</i>)	44
Abb. 3.10:	Darstellung der mittleren Rauhtiefe (Salu 2019)	44
Abb. 3.11:	ATOS Compact Scan 5M (Technische Universität Kaiserslautern)	46
Abb. 3.12:	Grundprinzip der Triangulation	47
Abb. 4.1:	Übersicht der unterschiedlichen Getriebebauarten (Wittel 2017)	50
Abb. 4.2:	Bewegungsformen (Haberkern 2018)	51
Abb. 4.3:	Eingriffsstellung bei einem Außenradpaar (Wittel 2017)	51
Abb. 4.4:	Zahn mit Flankenprofil a), Arbeits- und Rückflanken b) (<i>Wietek 2017, Wittel 2017</i>)	53
Abb. 4.5:	Zahnradgrößen für ein außenverzahntes Stirnrad mit Geradverzahnung	53
Abb. 4.6:	Gewöhnliche (a), verkürzte (b) und verlängerte Zykloide (c) (<i>Wiki 2019</i>)	55
Abb. 4.7:	Konstruktion einer Zykloidenverzahnung (Wittel 2017)	55
Abb. 4.8:	Konstruktion einer Evolvente	56
Abb. 4.9:	Evolventenverzahnung mit Grund-, Kopf- und Fußkreis (<i>Höfler 2019</i>)	57
Abb. 4.10:	Evolventenverzahnung (Wittel 2017)	57
Abb. 4.11:	Unterschnitt bei einer Evolventenverzahnung (Wittel 2017)	58
Abb. 4.12:	Zahnform in Abhängigkeit von der Profilverschiebung (<i>Wittel 2017</i>)	58
Abb. 4.13:	Profil der Wildhaber-Novikov-Verzahnung (ETH 2019)	60
Abb. 4.14:	Geschwindigkeitskomponenten der Zähne im Berührpunkt (Sauer 2018)	61
Abb. 4.15:	Hertz'sche Berührbreite 2· <i>b</i> _H (<i>Sauer 2018</i>)	62

Abb. 4.16:	Evolventenverzahnung eines unrunden Zahnradpaars (Zarebski 2008)	64
Abb. 4.17:	Schematische Darstellung von unrunden Zahnrädern (Laczik 2008)	65
Abb. 4.18:	Querschnittsprofil einer Zahnstange (Laczik 2008)	66
Abb. 4.19:	Transformation der Zahnstange (rot) in Teilkreislage (<i>Laczik 2008</i>)	67
Abb. 4.20:	Darstellung der Evolventengeometrie durch den Punkt S (Laczik 2008)	67
Abb. 4.21:	Untergruppen der Versagensart Zahnflankenschäden	68
Abb. 4.22:	Schadensarten an Zahnradgetrieben: a) Grübchenbildung, b) Härteriss, c) Kaltfressen, d) Warmfließen, e) Zahndauerbruch, f) Kratzer (<i>DIN 3979</i>)	72
Abb. 4.23:	Kräfte am Stirnrad (<i>Wittel 2017</i>)	73
Abb. 4.24:	Berechnungsreihenfolge der Einflussfaktoren für Grübchenbildung und Zahnfußtragfähigkeit	74
Abb. 4.25:	Bemessungsmodell für die Zahnfußtragfähigkeit (Stenico 2007)	75
Abb. 4.26:	Geometrisches Model: Herleitung der Pressung im Wälzpunkt <i>C</i> (<i>Wittel 2017</i>)	78
Abb. 4.27:	Zwei-Wellen-Verspannungsprüfstand nach DIN 14635	81
Abb. 4.28:	Aufbau eines Pulsatorversuches (vgl. Müller 2018)	82
Abb. 4.29:	Berührlinie bei Einspannung (links), Einspannung eines Prüfrades (rechts) (<i>Klocke 2014</i>)	82
Abb. 4.30:	Schematische Darstellung des Treppenstufenverfahrens (<i>Müller 2015</i>)	83
Abb. 4.31:	Schematische Darstellung eines Zwei-Scheiben-Prüfstands (FZG 2019)	84
Abb. 4.32:	Übertragung des Flankenkontaktes auf den Zwei-Scheiben- Versuch (<i>Brecher 2016</i>)	84
Abb. 5.1:	Projektbeispiele für die Verwendung von Nanodur [®] -Beton (<i>Müller 2016, Drössler 2019</i>)	87
Abb. 5.2:	Abmessungen der Schalung - Probekörper zur Prüfmethode Böhmscheibe	90
Abb. 5.3:	Probekörper für Böhmscheibe (links), Unterseite der Probekörper (rechts)	91
Abb. 5.4:	Böhmscheibe im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau	92

Abb. 5.5:	Versuchskörper mit freigelegter Gesteinskörnung nach Böhmscheibenversuch93
Abb. 5.6:	Massenabnahme der Körnung 0/2 mm95
Abb. 5.7:	Linearisierung der Massenabnahme für die untersuchten Korngruppen sowie Messergebnisse95
Abb. 5.8:	Anordnung der Lastaufbringung auf den Probekörper mit Abmessungen (<i>DIN 12390</i>)98
Abb. 5.9:	Abmessung der Probekörper (links), Schalung Prismen (rechts)101
Abb. 5.10:	Ausgeschalte Probekörper der Versuchsreihe I (links), Ausgeschalte Probekörper der Versuchsreihe II (rechts)101
Abb. 5.11:	Probekörper in Tellerschleifer mit Wasserkühlung102
Abb. 5.12:	Geschliffenes Prisma (links), Prismenvergleich (rechts)102
Abb. 5.13:	Vorder- und Rückseite der Diamantschleifscheibe (links), klettbesetzte Seite der Diamantschleifscheibe (rechts)102
Abb. 5.14:	Geschliffene Probekörper der Versuchsreihe II
Abb. 5.15:	Querschnittshöhen nach Schleifen der Prismen mittels Tellerschleifer105
Abb. 5.16:	Biegefestigkeit der Normprismen in Abhängigkeit der Korngruppe und Schleiftiefe105
Abb. 5.17:	Biegezugfestigkeit in Abhängigkeit der Schleifkörnung beim Trockenschleifen107
Abb. 5.18:	Versuchsaufbau Seitenansicht (schematisch)110
Abb. 5.19:	Versuchsaufbau Vorderansicht (schematisch)111
Abb. 5.20:	Prinzip Kurbeltrieb111
Abb. 5.21:	Holzschalung zur Herstellung der Probekörper112
Abb. 5.22:	Holzschalung zur Herstellung der Probekörper mit Bewehrung113
Abb. 5.23:	Schalung mit Transporthülsen (oben links), Probekörper in der Schalung (oben rechts), ausgeschalte Probekörper (unten)113
Abb. 5.24:	Probekörper unter Streifenlicht
Abb. 5.25:	Prüfstand Abriebversuche Platte114
Abb. 5.26:	Soll-Ist-Vergleich von Probekörper Nr. 1117
Abb. 5.27:	Bereichseinteilung der Probekörper nach Gleitweg s unter Reibkontakt118
Abb. 5.28:	Haftreibungskoeffizienten $\mu_{\rm H,i}$ in Abhängigkeit des Messzeitpunktes und Wegs123

Abb. 5.29:	Idealisiertes Kraft-Zeit-Diagramm für ein Körper bei Reibung nach <i>Mahnken 2012</i>	124
Abb. 5.30:	Darstellung der Haftreibungskoeffizienten $\mu_{H,max}$	124
Abb. 6.1:	Näherung Kontaktfläche Abrollhügel und Sichel	127
Abb. 6.2:	Verzahnungsgeometrie des Großdemonstrators	129
Abb. 6.3:	Verzahnung des Abrollhügels und der Schale	129
Abb. 6.4:	Zahnspiel d_0 zwischen zwei Verzahnungen	130
Abb. 6.5:	Bogenlänge <i>b</i> G	130
Abb. 6.6:	Zahndicke d und Radien für Hertz'sche Flächenpressung	131
Abb. 6.7:	Versagensarten von Betonkörpern bei konzentrierten Druckkräften (<i>Wichers 2013</i>)	132
Abb. 6.8:	Fase für Verzahnung	132
Abb. 6.9:	Fase der Verzahnung am Abrollhügel (Ausschnitt) (links), Fase im Querschnitt (rechts)	133
Abb. 6.10:	Verzahnung des Großdemonstrators	135
Abb. 6.11:	Verzahnung des Großdemonstrators (3D)	135
Abb. 6.12:	Berührpunkte Bibedingt der Sonnennachverfolgung der Schale	136
Abb. 6.13:	Breite 2· <i>b</i> ⊦ der Kontaktfläche im Berührpunkt <i>B</i> i der Verzahnung der Schale und des Abrollhügels	137
Abb. 6.14:	Zahnausschnitt zur Bestimmung der Kraft <i>F</i> für die Hertz'sche Pressung	138
Abb. 6.15:	Zahnausschnitt zur Bestimmung der Kraft F bei Zahndrehung w	138
Abb. 6.16:	Zahnanzahl des Abrollhügels	139
Abb. 6.17:	Zahn 2 und mögliche Winkel des Berührpunkts B	139
Abb. 6.18:	Verschleißmenge V in Abhängigkeit von α_{r2} für Zahn 2	142
Abb. 6.19:	Geometrien für FE-Untersuchungen	143
Abb. 6.20:	3D-Modell: Verzahnung Schale (links), 3D-Modell Verzahnung Abrollhügel (rechts)	144
Abb. 6.21:	FE-Netz Verzahnung Schale (links), FE-Netz Verzahnung Abrollhügel (rechts)	145
Abb. 6.22:	Lagerungsbedingungen der Verzahnung der Schale (links) und der Verzahnung des Abrollhügels (rechts)	146
Abb. 6.23:	Verschiebung U1 (x-Richtung) der Verzahnung der Schale	146

Abb. 6.24:	Verschiebung U2 (y-Richtung) der Verzahnung der Schale147
Abb. 6.25:	Verschiebung U1 (x-Richtung) der Verzahnung des Abrollhügels147
Abb. 6.26:	Verschiebung U2 (y-Richtung) der Verzahnung des Abrollhügels147
Abb. 6.27:	Einwirkung <i>F</i> auf den Zahn im Punkt A148
Abb. 6.28:	Erstellung des Referenzpunkts RP-3149
Abb. 6.29:	Kopplung des Referenzpunktes mit dem Zahn149
Abb. 6.30:	Lagerung FE-Modell (links), FE-Netz (rechts)150
Abb. 6.31:	Maximale Hauptnormalspannungen der Verzahnung150
Abb. 6.32:	Kräfteverlauf in Konsole nach Reineck 2005 und Schäfer 1992 152
Abb. 6.33:	Übertragung Konsolenmodell auf Verzahnung152
Abb. 6.34:	Bestimmung der Tangente für den Bemessungsschnitt153
Abb. 6.35:	Verzahnungsgeometrie Anwendungsbeispiel Großdemonstrator155
Abb. 6.36:	Bewehrungsführung Verzahnung159
Abb. 7.1:	Kennzeichnung der hergestellten Fertigteile an der Technischen Universität Kaiserslautern und der Fa. Stanecker
Abb. 7.2:	3D-Modell des ConSol Großdemonstrators163
Abb. 7.3:	Verzahnung aus Hochleistungsbeton als 3D-Modell164
Abb. 7.4:	Abmessungen der Testverzahnung (links) sowie fertige Schalung (rechts)165
Abb. 7.5:	Scanvorgang Zahnradsegment166
Abb. 7.6:	Soll-Ist Vergleich mit CAD-Modell166
Abb. 7.7:	Prüfstand für das Abrollen von Verzahnungen aus Hochleistungsbeton167
Abb 7.8:	Abmessungen Probeelement168
Abb. 7.9:	Schalung mit Hüllrohr (oben links), Schalung mit Transportanker (oben rechts), Sicheln für das Probelement (unten)
Abb. 7.10:	Fertiggestelltes Probeelement169
Abb. 7.11:	Vorentwurf der Parabolschalengeometrie des Großdemonstrator (Projektpartner Ruhr-Universität Bochum)170
Abb. 7.12:	Maximale (rot) und minimale (blau) Druckbeiwerte c _{p,net} (<i>Forman 2016a</i>)170

Abb. 7.13:	Querschnitt der optimierten Schalengeometrie	172
Abb. 7.14:	Draufsicht Schale mit veränderter Sichelanordnung (Projektpartner Ruhr-Universität Bochum)	173
Abb. 7.15:	Bewehrungsplan Schale (Projektpartner Ruhr-Universität Bochum)	174
Abb. 7.16:	Abrollhügelverkürzung	175
Abb. 7.17:	Sicherheitsabstand des Abrollhügels	175
Abb. 7.18:	Abrollhügel mit Aussparungen	175
Abb. 7.19:	Abmessungen eingerücktes Köcherfundament und Blockfundament im Querschnitt (links) und Seitenansicht (rechts)	176
Abb. 7.20:	Abmessungen randnahes Köcherfundament und Blockfundament in Querschnitt (links) und Seitenansicht (rechts)	177
Abb. 7.21:	Abrollhügel mit Lauffläche und Verzahnung	177
Abb. 7.22:	Entwicklungsschritte der Konzeptionierung des Abrollhügels	178
Abb. 7.23:	Querschnittsabmessungen Sichel eingerückt	178
Abb. 7.24:	Geometrischer Aufbau Sichel, Abrollhügel und Verzahnung	179
Abb. 7.25:	Konstruktionsdetail Verzahnung-Sichel-Schale (Quelle: A. Natterer, Pfeifer Seil- und Hebetechnik GmbH)	180
Abb. 7.26:	Aufbau obere Verzahnung und Sichel	180
Abb. 7.27:	Antriebsbock mit Antriebselementen	181
Abb. 7.28:	Abmessungen Antriebsbock	181
Abb. 7.29:	Erforderliche Bewehrung der Schale in Querrichtung (Ruhr- Universität Bochum)	182
Abb. 7.30:	Erforderliche Bewehrung der Schale in Längsrichtung (Ruhr- Universität Bochum)	183
Abb. 7.31:	Bewehrungsverteilung unten für Blockfundamente Rand (links) und Mitte (rechts)	183
Abb. 7.32:	Näherung Hertz'sche Flächenpressung für Sichel und Abrollhügel	184
Abb. 7.33:	Polystyrolelemente (oben links), Köcherbewehrung (oben rechts), Bewehrungskorb in Holzschalung (unten links), Köcherfundamente (unten rechts)	185
Abb. 7.34:	Schalung (oben links), aufgeklebte Gummierung (oben rechts), Bügelbewehrung (unten links), Anschlussbewehrung (unten rechts)	186

Abb. 7.35:	Schalung mit Gewichten (oben links), Mikrobewehrung (oben rechts), Lauffläche mit unterer Verzahnung (unten)	187
Abb. 7.36:	Bewehrung Abrollhügel (oben links), Verzahnung mit Fase (oben rechts), Abrollhügel (unten)	187
Abb. 7.37:	Sichelbewehrung, Multifunktionsorbiter (rechts), Bauteil in Schalung (links), Sichel (rechts)	188
Abb. 7.38:	Bewehrung (links), Vertiefung (oben rechts), obere Verzahnung (unten rechts)	189
Abb. 7.39:	Über Orbiter verbundene Sichel und obere Verzahnung	190
Abb. 7.40:	Bewehrung (oben), Antriebsbock (unten)	190
Abb. 7.41:	Schalung (oben), Schale (Bildquelle: Stanecker Betonfertigteilwerk)	191
Abb. 7.42:	Blockfundamente und Wasserbecken (Bildquelle: Stanecker Betonfertigteilwerk)	192
Abb. 7.43:	Assemblierung des Großdemonstrators	192
Abb. 7.44:	Fertiger Großdemonstrator mit Verzahnung	193
Abb. 7.45:	Vermessung der Schale (Penkert 2019)	194
Abb. 7.46:	Verteilung Steigungsfehler westliches Modul für Zenit- (links) und Horizontalposition (rechts) für eine Fokallänge von 1,71 m (oben) und 1,78 (unten) (<i>Penkert 2019</i>)	195

Tabellenverzeichnis

Tab. 2.1:	Kenndaten von Kollektorkonzepten bis 1989 (vgl. Dudley 1982, vgl. Christensen 1996, vgl. Schiel 2003, Schiel 2011)	8
Tab. 2.2:	Kenndaten von Kollektorkonzepten mit Stahlfachwerken (vgl. Schiel 2011, vgl. Schiel 2012)	8
Tab. 3.1:	Einfluss verschiedener Parameter auf den Verschleißwiderstand	39
Tab. 3.2:	Einfluss des Abrassivstoffes auf den Verschleiß	39
Tab. 3.3:	Übersicht der ASTM-Abrasionsprüfmethoden für Beton (vgl. Scott 2015)	43
Tab. 4.1:	Betriebsbedingte Zahnradschäden (Gregorius 2006)	71
Tab. 5.1:	Betonzusammensetzung Korngruppe 0/2 mm	87
Tab. 5.2:	Betonzusammensetzung Korngruppe 1/3 mm	88
Tab. 5.3:	Betonzusammensetzung Korngruppe 2/8 mm	88
Tab. 5.4:	Festigkeitsuntersuchungen von Nanodur [®] -Beton (vgl. <i>Stallmann 2020</i>)	88
Tab. 5.5:	Eigenschaften von Nanodur [®] -Beton (vgl. Sagmeister 2017)	88
Tab. 5.6:	Verschleißwiderstandsklassen nach Böhme (vgl. <i>Erning 2003</i> , vgl. <i>DIN 13</i> 813)	89
Tab. 5.7:	Anzahl, Korngruppe und Mohshärte der Probekörper	90
Tab. 5.8:	Abmessungen der Prüfkörper mit der jeweiligen Rohdichte	91
Tab. 5.9:	Versuchsergebnisse zur Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme	93
Tab. 5.10:	Versuchsprogramm der Versuchsreihe I	99
Tab. 5.11:	Versuchsprogramm der Versuchsreihe II	100
Tab. 5.12:	Versuchsergebnisse Versuchsreihe I	104
Tab. 5.13:	Versuchsergebnisse Versuchsreihe II	106
Tab. 5.14:	Versuchsprogramm zur Verschleißbestimmung	109
Tab. 5.15:	Versuchsdauer und theoretische Nutzungsdauer	115
Tab. 5.16:	Massendifferenz und Abriebvolumen	116
Tab. 5.17:	Flächeninhalte A in Abhängigkeit des Reibkontaktes	118

Tab. 5.18:	Mittlere Abriebtiefe der Probekörper in Abhängigkeit des Gleitbereichs119
Tab. 5.19:	Mittleres Verschleißvolumen in Abhängigkeit des Gleitbereichs119
Tab. 5.20:	Darstellung der Abriebmenge infolge Darrtrocknung und 3D-Scan120
Tab. 5.21:	Parameterbestimmung für das Verschleißmodell nach Archard121
Tab. 5.22:	Verschleißkoeffizient nach Archard122
Tab. 5.23:	Verschleißkoeffizient von anderen Werkstoffkombinationen (vgl. Archard 1956)122
Tab. 6.1:	Parameter zur Verzahnungsauslegung des Großdemonstrators133
Tab. 6.2:	Winkel $\alpha_{A,r1,2}$ und Winkel $\alpha_{E,r1,2}$
Tab. 6.3:	Kraft F im Berührpunkt B für den Zahn 2140
Tab. 6.4:	Parameter zur Verschleißmengenbestimmung141
Tab. 6.5:	Gleitweg s für Zahn 2142
Tab. 6.6:	Materialparameter für die FE-Berechnung in ABAQUS (vgl. Sagmeister 2019)145
Tab. 6.7:	Parameterübersicht
Tab. 6.8:	Eingangsgrößen Anwendungsbeispiel155
Tab. 7.1:	Projektpartner ConSol und Projektaufgabe161
Tab. 7.2:	Fertigteilübersicht des ConSol Demonstrators165
Tab. 7.3:	Übersicht der globalen Lasten (Projektpartner Ruhr-Universität Bochum)171
Tab. 7.4:	Technische Daten des Antriebs

Literaturverzeichnis

Abaqus 2011	Dassault Systems Simulia: Abaqus 6.11, Abaqus/CAE User's Manuel, 2011, S. 1–1174.
Abrams 1919	Abrams, D. A.: Design of Concrete Mixtures, in: Structural Materials Research Laboratory, H. 1, Lewis Institute, Chicago, 1919, S. 1–20.
ACI 1987	American Concrete Institute, ACI 210R-93: Erosion of Con- crete in hydraulic structures, ACI Committee 210, 1987, S. 136–157.
Alonso 2004	Alonso, M. T.: Hochfester Beton, Betontechnische Berichte 2001-2003, Verein Deutscher Zementwerke e.V., Verlag Bau+Technik, Düsseldorf, 2004, S. 157–167.
Amontons 1699	Amontons, M.: Histoire de l'Académie royale des sciences avec les mémoires de mathématique et de physique, Académie des sciences (France), 1699, S. 206–226.
Ansys 1999	Ansys Incorporation; Kohnke, P.: Theory Reference Re- lease 5.6, Manual Eleventh Edition, Canonsburg (PA), 1999.
Archard 1953	Archard, J. F.: Contact and Rubbing of Flat Surfaces, in: Journal of Applied Physics, H. 8,, Band: 24, 1953, S. 981– 988. DOI: 10.1063/1.1721448.
Archard 1956	Archard, J. F.; Hirst, W.: The Wear of Metals under Unlubri- cated Conditions, in: Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, H. 1206, 1956, S. 397–410.
Archard 1980	Archard, J. F.: Wear theory and mechanisms, in: Wear Con- trol Handbook, American Society of Mechanical Engineers, 1980, S. 35.
Arnold 2018	Arnold, B.: Von Rubinen und Implantaten - Aluminiumoxid und Seine Vielfältige Welt, Springer, Berlin, Heidelberg, 2018. ISBN: 978-3-662-56026-6.
ASM 1992	Blau, P. J.: Friction, lubrication, and wear technology, ASM handbook, Handbook Committee; Vol. 18, ASM International, Ohio, 1998. ISBN: 0-87170-380-7.
ASTM C779	American Society for Testing and Materials, ASTM C779: Standard Test Method for Abrasion of Horizontal Concrete Surfaces, in: ASTM Standards - Designation: C 779/c 779M- 00, S. 1–5.
Autodesk 2019	Autodesk GmbH: AutoCAD 2019 - Studentensoftware, Be- nutzerhandbuch, Produktversion P.46.0.0, 2019, S. 1–4628.

Baer 2001	Bär, G.: Geometrie - Eine Einführung für Ingenieure und Na- turwissenschaftler, Vieweg+Teubner Verlag, 2001. ISBN: 978-3-322-89136-5.
BAW 2012	Bundesanstalt für Wasserbau: BAW Merkblatt Chloridein- dringwiderstand von Beton (MCL), Karlsruhe, in: Bundesan- stalt für Wasserbau (BAW-Merkblätter, -Empfehlungenund - Richtlinien), 2012, S. 1–18.
Bergmeister 2009	Bergmeister, K.; Fingerloos, F.: Beton-Kalender, Band: 2009, Ernst & Sohn, 2009. ISBN: 978-3-433-01854-5.
Bergmeister 2016	Bergmeister, K.; Fingerloos, F.; Wörner, J. D.: Beton Kalen- der 2016 - Beton im Hochbau, Silos und Behälter, Ernst & Sohn, Band: 105, 2016. DOI: 10.1002/9783433603413.
Birkhofer 2012	Birkhofer, H.; Kümmerle, T.: Feststoffgeschmierte Wälzla- ger, Springer, Berlin; Heidelberg, 2012. ISBN: 978-3-642- 16796-6.
Böge 2009	Böge, W.: Vieweg Handbuch Elektrotechnik, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Springer Fachmedien, Wiesbaden, 2009. ISBN: 978-3-8348-0136-4.
Borgstedt 1968	Borgstedt, H. U.; Michael, I.; St. Müller; Wittig, G.: Untersu- chung der Spannungsrißkorrosion von austenitischen Stäh- len und Nickellegierungen, in: Kernforschungszentrum Karlsruhe, H. KFK 812, Gesellschaft für Kernforschung, Karlsruhe, 1968, S. 1–47.
Bowden 1959	Bowden, F. P.; Tabor, D.; Freitag, E. H.: Reibung und Schmierung fester Körper, Springer Berlin Heidelberg, 1959. ISBN: 978-3-642-92755-3.
Brecher 2016	Brecher, C.; Löpenhaus, C.; Mevissen, D.: Zwei-Scheiben- Tribometer mit variablem Schlupfverlauf, in: Antriebstechnik, H. 12, 2016, S. 54–61.
Breit 2015	Breit, W.; Ladner, EM.; Krams, J.: Nachweis der Ver- schleißbeständigkeit von Parkhausbeschichtungssystemen unter realitätsnahen Prüfbedingungen, Band: 2954, Fraun- hofer-IRB-Verl., 2015. ISBN: 9783816794691.
Brendel 1979	Brendel, H.; Hornung, E.; Leistner, D.; Neukirchner, J.; Schmidt, HJ.; Winkler, H.; Winkler, L.: Wissensspeicher Tribotechnik, Springer Vienna, 1979. ISBN: 978-3-7091- 7522-4.
Christensen 1996	Christensen, P. A.; Walker, G. M.: Opportunities for the UK in Solar Detoxification, in: New and Renewable Energy Programme, manged by the Energy Technology Support Unit, 1996, S. 1–81.

Cook 1990	Cook, N. J.: The designers guide to wind loading of building structures - Part 2: Static structures, Building Research Establishment and Butterworths, London, 1990, S. 259–262.
Crowley 1969	Crowley, M. S.: Influence of particle size on erosion re- sistance of refractory concrete, in: Ceram. Bull 48, H. 7, 1969, S. 707–710.
Czichos 2015	Czichos, H.; Habig, K. H.: Tribologie-Handbuch, Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015. ISBN: 978-3-8348-1810-2.
DAfStb 2012	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton e.V.: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2), Heft 600, Beuth, 2012.
Dappen 2015	Dappen, S.; Amiri, F.: Verfahrenstechnische Aspekte bei in- duktiven Härten, in: Elektrowärme International, H. 3, 2015, S. 89–98.
de Gee 1972	Gee, A.W.J. de: Verschleiß und Verschleißprüfung, in: Ma- terialwissenschaften und Werkstofftechnik, H. 3, 1972, S. 58–64.
Dienwiebel 2004	Dienwiebel, M.; Verhoeven, G. S.; Pradeep, N.; Frenken, J. W. M.; Heimberg, J. A.; Zandbergen, H. W.: Superlubricity of graphite, in: Physical review letters, H. 12, Band: 92, 2004, S. 101–126. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.126101.
Dietz 2005	Dietz, P.; Wächter, M.: Zahnwellenverbindungen mit No- vikovprofil, in: Institutsmiteilung am Institut für Maschinen- wesen an der Technischen Universität Clausthal, H. 30, 2005, S. 13–18.
DIN 1045	DIN 1045-3:2008-08, Deutsches Institut für Normung e. V.: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 3: Bauausführung-Anwendungsregeln zu DIN EN 13670, Ber- lin, Beuth Verlag, 2008.
DIN 1048	DIN 1048-5:1991-06, Deutsches Institut für Normung e. V.: Prüfverfahren für Beton, Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper, Berlin, Beuth Verlag, 1991.
DIN 1164	DIN 1164-10:2013-03, Deutsches Institut für Normung e. V.: Zement mit besonderen Eigenschaften, Zusammensetzung, Anforderungen, Übereinstimmungsnachweise, Berlin, Beuth Verlag, 2013.
DIN 12390	DIN EN 12390-5:2009-07, Deutsches Institut für Normung e. V.: Prüfung von Festbeton – Teil 5: Biegezugfestigkeit von Probekörpern; Deutsche Fassung EN 12390-5:2019, Berlin, Beuth Verlag, 2009.

DIN 13670	DIN EN 13670:2009, Deutsches Institut für Normung e. V.: Ausführung von Tragwerken aus Beton, Berlin, Beuth Ver- lag, 2009.
DIN 13813	DIN EN 13813:2003, Deutsches Institut für Normung e. V.: Estrichmörtel und Estrichmassen - Eigenschaften und An- forderungen, Berlin, Beuth Verlag, 2003.
DIN 13892-3	DIN EN 13892-3:2004-07, Deutsches Institut für Normung e. V.: Prüfverfahren für Estrichmörtel und Estrichmassen - Teil 3: Bestimmung des Verschleißwiderstandes nach Böhme, Berlin, Beuth Verlag, 2004.
DIN 13892-4	DIN EN 13892-4:2002, Deutsches Institut für Normung e. V.: Prüfverfahren für Estrichmörtel und Estrichmassen - Teil 4: Bestimmung des Verschleißwiderstands nach BCA, Ber- lin, Beuth Verlag, 2002.
DIN 13892-5	DIN EN 13892-5:2003, Deutsches Institut für Normung e. V.: Prüfverfahren für Estrichmörtel und Estrichmassen - Teil 5: Bestimmung des Widerstandes gegen Rollbeanspru- chung von Estrichen für Nutzschichten, Berlin, Beuth Ver- lag, 2003.
DIN 14635	DIN ISO 14635-1:2000, Deutsches Institut für Normung e. V.: Zahnräder - FZG-Prüfverfahren - Teil 1: FZG-Prüfverfah- ren A/8,3/90 zur Bestimmung der relativen Fresstragfähig- keit von Schmierölen, Berlin, Beuth Verlag, 2000.
DIN 196	DIN EN 196-1:2005-05, Deutsches Institut für Normung e. V.: Prüfverfahren für Zement – Teil 1: Bestimmung der Fes- tigkeit; Deutsche Fassung EN 196-1:2016, Berlin, Beuth Verlag, 2005.
DIN 1992	DIN EN 1992-1-1:2011-01, Deutsches Institut für Normung e. V.: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahl- beton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Allgemeine Be- messungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010 mit NA:2013-04 Na- tionaler Anhang, A1-Änderungen:2015-03 und A1-Änderun- gen NA:2015-12, Berlin, Beuth Verlag, 2011.
DIN 2137	DIN ISO 2137:2016-12, Deutsches Institut für Normung e. V.: Mineralölerzeugnisse und Schmierstoffe - Bestimmung der Konuspenetration von Schmierfetten und Petrolatum, Berlin, Beuth Verlag, 2016.
DIN 2909	DIN ISO 2909:2002, Deutsches Institut für Normung e. V.: Mineralölerzeugnisse - Berechnung des Viskositätsindex aus der kinematischen Viskosität, Berlin, Beuth Verlag, 2002.

DIN 3979	DIN 3979:1979-07, Deutsches Institut für Normung e. V.: Zahnschäden an Zahnradgetrieben, Berlin, Beuth Verlag, 1979.
DIN 3990-1	DIN 3990-1:1987-12, Deutsches Institut für Normung e. V.: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Einführung und allgemeine Einflußfaktoren, Berlin, Beuth Verlag, 1987.
DIN 3990-2	DIN 3990-2:1987-12, Deutsches Institut für Normung e. V.: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Berechnung der Grübchentragfähigkeit, Berlin, Beuth Verlag, 1987.
DIN 3990-3	DIN 3990-3:1987-12, Deutsches Institut für Normung e. V.: Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern - Berechnung der Zahnfußtragfähigkeit, Berlin, Beuth Verlag,
DIN 52108	DIN 52108:2010-05, Deutsches Institut für Normung e. V.: Prüfung anorganischer nichtmetallischer Werkstoffe - Ver- schleißprüfung mit der Schleifscheibe nach Böhme- Schleif- scheiben-Verfahren, Berlin, Beuth Verlag, 2010.
DIN 5470-1	DIN EN ISO 5470-1:1999, Deutsches Institut für Normung e. V.: Mit Kautschuk und Kunststoff beschichtete Textilien. Be- stimmung des Abriebwiderstandes. Teil 1: Taber Abriebprüf- gerät, Berlin, Beuth Verlag, 1999.
DIN 780	DIN 780-1:1977-05, Deutsches Institut für Normung e. V.: Modulreihe für Zahnräder - Moduln für Stirnräder, Berlin, Beuth Verlag, 1977.
DIN 868	DIN 868:1976-12, Deutsches Institut für Normung e. V.: All- gemeine Begriffe und Bestimmungsgrößen für Zahnräder, Zahnradpaare und Zahnradgetriebe, Berlin, Beuth Verlag, 1976.
Direct 2019	DirectIndustry: Taber Abriebprüfgerät, Produktdatenblatt, Online: http://www.directindustry.de/prod/taber-indust- ries/product-18732-47108.html: Letzter Zugriff: 01.07.2019, 2019.
Doege 2019	Doege, E.; Schaprian, M.: Unrunde Zahnräder für Pressen- antriebe, in: Institut für Umformtechnik und Umformmaschi- nen, Universität Hannover, 2019, S. 1–10.
Drössler 2019	Drössler GmbH & Co Bauunternehmung KG: Drössler ULT- RALITH - Die Hochleistungsbetonlinie für das Außerge- wöhnliche, Prospekt, Letzter Zugriff:15.06.2019.
Dubbel 2018	Grote, KH.; Bender, B.; Göhlich, D.: Taschenbuch für den Maschinenbau, Springer Vieweg, 2018. ISBN: 978-3-662-54804-2.

Dudley 1982	Dudley, V. E.; Workhoven, R. M.: Performance Testing of the Acurex Solar-Collector Model 3001-03, in: Sandia Report, 1982, S. 1–131.
Dyckerhoff 2017	Dyckerhoff GmbH: Dyckerhoff NANODUR®Compound 5941, Zur einfachen Herstellung von UHPC, Produktdatenblatt, Online: https://www.dycker- hoff.com/documents/209745/253704/Dyckerhoff+NANO- DUR+Compound+5941.pdf/6a98ccd0-b9c2-b606-0ce9- e4124620e660, Letzter Zugriff: 26.06.2020.
Dyson 1989	Dyson, A.; Evans, H. P.; Snidle, R. W.: Wildhaber-Novikov Circular Arc Gears: Some Properties of Relevance to Their Design, in: Proceedings of the Royal Society of London. Se- ries A, Mathematical and Physical Sciences, H. 425, 1989, S. 341–363.
Emag 2019	EMAG - Fertigungssysteme für präzise Metallteile: Unrunde Zahnräder - Ist doch Standard, Online: https://www.emag.com/de/presse/neuigkeiten/detailan- sicht/article/unrunde-zahnraeder-ist-doch-standard.html, Letzter Zugriff: 26.06.2020.
Erbelding 1970	Erbelding, H.: Die Zuordnung von Werkzeug- und Gutbewe- gung bei Arbeitsmaschinen mit umlaufenden Werkzeugen unter besonderer Berücksichtigung des Scheibenmähwer- kes, in: Landtechnische Forschung, H. 6, 1970, S. 178–183.
Erichsen 2006	Erichsen GmbH & Co. KG: Abriebprüfgerät Original TABER ABRASER 352, Technische Daten, Online: https://www.ontrium.com/get.aspx?id=320081, 2006, S. 1–4, Letzter Zugriff: 05.02.2020.
Erning 2003	Erning, O.: Wie aussagekräftig sind die neuen Verschleiß- prüfungen - Kritische Betrachtung der europäischen Prüf- normen für Industrieestriche, in: Fußbodentechnik mit Ver- weis auf das Institut für Baustoffprüfung und Fußbodenfor- schung Troisdorf, H. 2, 2003.
ETH 2019	Institut für Werkzeugmaschinen und Fertigung - Eidgenössi- sche Technische Hochschule Zürich: Dimensionieren II - Verzahnungen, in: Online: http://n.ethz.ch/~webe- marc/download/4.%20semester/Dimensionieren%20II/Vorle- sungsfolien/Zahnradgetriebe.pdf, 2019, S. 1–146, Letzter Zugriff: 02.03.2020.
Ettemeyer 2007	Ettemeyer, A.; Olbrich, O.: Konstruktionselemente, Kapitel 14: Getriebe, in: Skript der Fachhochschule München, Fach- bereich 06: Feinwerk- und Mikrotechnik, 2007, S. 1–27.
Evangelista 2007	Evangelista, L.; Brito, J. de: Mechanical Behaviour of Con- crete Made with Fine Recycled Concrete Aggregates, in:

	Cement and Concrete Composites, H. 29, 2007, S. 397–401.
Felten 2008	Felten, K.: Verzahntechnik - Das aktuelle Grundwissen über Herstellung und Prüfung von Zahnrädern, expert-Verlag, Renningen, 2008. ISBN: 978-3-8169-2786-0.
FEPA 42-1	FEPA-Standard 42-1:2006, Fédération Européenne des Fabricants de Produits Abrasifs: Grains of fused aluminium oxide, silicon carbide and other abrasive materials for bon- ded abrasives and for general applications Macrogrits F 4 to F 220, 2006.
Ferruzza 2019	Ferruzza, D.; Kaern, M. R.; Haglind, F.: Design of header and coil steam generators for concentrating solar power ap- plications accounting for low-cycle fatigue requirements, in: Applied Energy, H. 236, 2019, S. 793–803.
Forman 2015	Forman, P.; Müller, S.; Ahrens, M. A.; Schnell, J.; Mark, P.; Höffer, R.; Hennecke, K.; Krüger, J.: Light concrete shells for parabolic trough collectors – Conceptual design, proto- type and proof of accuracy, in: Solar Energy, H. 111, 2015, S. 364–377.
Forman 2016	Forman, P.: Optimierungsstrategien für Parabolschalen zur Solarstrahlenkonzentration aus Hochleistungsbeton, Disser- tation, Lehrstuhl für Massivbau der Ruhr Universität Bo- chum, Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaf- ten, 2016.
Forman 2016a	Forman, P.; Kämper, C.; Stallmann, T.; Schnell, J.; Mark, P.: Parabolschalen aus Hochleistungsbeton als Solarkollekt- oren, in: Beton- und Stahlbetonbau, H. 111, Ernst & Sohn, 2016, S. 851–861.
Forman 2018	Forman, P.; Penkert, S.; Krüger, D.; Mark, P.; Schnell, J.; Hennecke, K.; Krüger, J.; Dasbach, R.: A concrete solar col- lector - From design to assembly in full scale, in: VGB Po- werTech, H. 9, 2018.
Frilo 2017	FRILO Software GmbH - Nemetschek Company: Funda- ment FD+ und Blockfundament FDB+ Handbuch, 2017, S. 1–46.
FZG 2019	FZG - TU München: Forschungsstelle für Zahnräder - On- line: https://www.fzg.mw.tum.de/forschung/ausstattung/, 2019, Letzter Zugriff: 15.11.2019.
Gahr 1985	Zum Gahr, K. H.: Tribologie: Reibung - Verschleiss - Schmierung, H. 5, Institut für Werkstofftechnik, Fachbereich

	Maschinentechnik der Universität - GH Siegen, D-5900, Siegen., Band: 72, 1985, S. 260–267. DOI: 10.1007/BF00448687.
Gahr 1987	Zum Gahr, KH.: Microstructures and Wear of Materials, Elsevier, 1987. ISBN: 9780080875743.
Geisler 2003	Geisler, R.: Untersuchungen zur laserinduzierten Kavitation mit Nanosekunden- und Femtosekundenlasern.
Geyer 2002	Geyer, M.; Lerchenmüller, H.; Wittwer, V.; Häberle, A.; Lüp- fert, E.; Hennecke, K.; Schiel, W.; Brakmann, G.: Parabolrin- nensysteme, in: ForschungsVerbund Sonnenenergie, 2002, S. 14–22.
GIZ 2014	Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit (GIZ) GmbH: Solar Thermal Heat & Power – Parabolic Trough Technology for Chile, in: Programa de Energias Re- novables y Eficiencia Energetica en Chile, 2014.
Gom 2016	GOM GmbH a ZEISS company: GOM Inspect 2016- Software für 3D Messdaten. Hotfix 6, Rev. 99277, Build 2017-01-13, Handbuch.
Good 2014	Good, P.; Zanganeh, G.; Ambrosetti, G.; Barbato, M. C.; Pedretti, A.; Steinfeld, A.: Towards a commercial parabolic trough CSP systems using air as heat transfer fluid, in: Energy Procedia, SolarPACES 2013, H. 49, 2014, S. 381– 385.
Gräfen 1993	Gräfen, H.: Lexikon Werkstofftechnik - Berichtigter Nach- druck, Springer, Berlin, Heidelberg, 1993. ISBN: 978-3-642- 51733-4.
Gregorius 2006	Gregorius, H.: Verzahnungsschäden an Getrieben - Ursa- chen, Schadensbilder, Abhilfe, Technologiezentrum Nieder- rhein, Tribologie-Kolloquium, 2006.
Gross 2009	Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J.; Wall, W. A.: Techni- sche Mechanik 1 - Statik, Springer-Lehrbuch, Band: 1, Springer, Berlin, 2009. ISBN: 978-3-540-68394-0.
Grübl 2001	Grübl, P.; Weigl, H.; Karl, S.: Beton: Arten, Herstellung und Eigenschaften, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 2001. ISBN: 3-433-01340-3.
Haberkern 2018	Haberkern, A.: Maschinenelemente Für Dummies, John Wiley & Sons Incorporated, Newark, 2018. ISBN: 3527710515.
Halling 1975	Halling, J.: A contribution to the theory of mechnical wear, in: Wear Journal, H. 34, Elsevier, 1975, S. 239.

Hamilton 1963	Hamilton, G. M.: Plastic flow in rollers loaded above the yield point, in: Proc. Inst. Mech. Eng., H. 177, 1963, S. 667–675.
Hasse 2000	Hasse, T.: Unrundgetriebe mit deckungsgleichen unrunden Zahnrädern für typische Getriebeaufgaben, in: Konstruktion Antriebstechnik - Fachaufsatz, 2000, S. 64–69.
Heathcote 1921	Heathcote, H. L.: The ball bearing, Proc. Instn. Automotive Engrs. 15, 1921, S. 596–702.
Hegger 2003	Hegger, J.; Roeser, W.: Zur Ausbildung von Konsolen, in: Erläuterungen zu DIN 1045-1 (DAfStb-Heft 240), Berlin, Beuth Verlag, 2003.
Herwig 2008	Herwig, H.: Strömungsmechanik - Einführung in die Physik von technischen Strömungen, Vieweg+Teubner Verlag, GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden, 2008. ISBN: 978-3- 8348-0334-4.
Heuberger 2007	Heuberger, M.: Wie entsteht Reibung - Nanotribologie, in: Physik in unserer Zeit, H. 38, Wiley-VCH Verlag, 2007, S. 142–148.
Höcker 1996	Höcker, T.: Einfluß von Stahlfasern auf das Verschleißver- halten von Betonen unter extremen Betriebsbedingungen in Bunkern von Abfallbehandlungsanlagen, in: Deutscher Aus- schuss für Stahlbeton, DAfStb-Heft 468, Beuth Verlag, 1996.
Höfler 2019	Höfler, A.: Grundlagen der Evolventenverzahnung, Online: https://www.ahoefler.de/images/maschinenbau/getriebe- technik/verzahnungsarten/evolventenverzahnung/grundla- gen/evolventenverzahnung-kopf-fuss-grund-kreis.png, 2019, Letzter Zugriff: 15.08.2019.
Hu 2003	Hu, X.; Momber, A. W.; Yin, Y.: Flüssigkeitserosion und Hydroabrasivverschleiß von Stahlfaserbeton, in: Beton- und Stahlbetonbau, H. 12, Ernst & Sohn, Band: 98, 2003, S. 764–772. DOI: 10.1002/best.200303060.
Hück 1983	Hück, M.: Ein verbessertes Verfahren für die Auswertung von Treppenstufenversuchen, in: Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, H. 12, Wiley-VCH, Band: 14, 1983, S. 406–417. DOI: 10.1002/mawe.19830141207.
Jacobs 2001	Jacobs, F.; Winkler, K.; Hunkeler, F.; Volkart. P.: Betonabra- sion im Wasserbau, in: Versuchsanstalt für Wasserbau Hyd- rologie und Glaziologie der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, H. 168, 2001, S. 1–162.

Johnson 1947	Johnson, R. L.; Swikert, M. A.; Bisson, E. E.: Friction at high sliding velocities, in: National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note No 1442, Flight Propulsion Research Laboratory Cleveland, Ohio, 1947, S. 1–38.
Jünemann 1997	Jünemann, H.: Tribometrie - Prüf- und Meßtechnik für Rei- bungs-, Verschleiß- und Schmierungsvorgänge ; mit 3 Ta- bellen und 87 Literaturstellen, Band: 547, expert-Verlag, Renningen-Malmsheim, 1997. ISBN: 3-8169-1445-4.
Kaltschmitt 2014	Kaltschmitt, M.; Streicher, W.; Wiese, A.: Erneuerbare Ener- gien -Systemtechnik, Wirtschaftlichkeit, Umweltaspekte, Springer Vieweg, Berlin, 2014. ISBN: 978-3-642-03249-3.
Kampen 2014	Kampen, R.; Richter, T.: Betonzusätze - Zusatzmittel und Zusatzstoffe - Zement-Merkblatt, in: Informationszentrum Beton GmbH, Erkrath, H. B3, 2014, S. 1–8.
Kaufmann 1971	Kaufmann, N.: Das Sandflächenverfahren - Ein einfaches Verfahren zur Messung und Beurteilung der Textur von Fahrbahnoberflächen, in: Straßenbau-Technik 24, 1971, S. 131–135.
Kendall 1975	Kendall, K.: Rolling friction and adhesion between smooth solids, in: Wear Journal, H. 33, Elsevier, 1975, S. 351–358.
Ketterer 2019	Ketterer: Stirnraeder, Kegelräder, Schneckenrädersätze, Online: https://webcache.googleusercontent.com/se- arch?q=cache:3XihrLbN_7QJ:https://www.ketterer.de/down- load-hilfsseite/%3Ffile%3Dstirnraeder-kegelraeder-schne- ckenraeder.pdf+&cd=6&hl=de&ct=clnk≷=de&client=fire- fox-b-ab, 2019, S. 1–2, Letzter Zugriff: 25.03.2019.
Klembau 2003	Klempau, F.: Lokale Effekte der Reibung zwischen Pkw- Reifen und Fahrbahn, in: Dissertation, Fachbereich Maschi- nenbau, Technische Universität Darmstadt, 2003.
Klocke 2014	Klocke, F.; Brecher, C.; Brumm, M.: Grundlagenseminar Zahnrad- und Getriebetechnik, Fraunhofer-Institut für Pro- duktionstechnologie IPT, Apprimus Verlag, Aachen, 2014. ISBN: 978-3-86359-238-7.
Klocke 2017	Klocke, F.: Fertigungsverfahren 4: Umformen, Springer Vieweg, Berlin Heidelberg, 2017. ISBN: 978-3-662-54713-7.
Klocke 2017	Klocke, F.; Brecher, C.: Zahnrad- und Getriebetechnik - Auslegung - Herstellung - Untersuchung - Simulation, Carl Hanser Verlag, München, 2017. ISBN: 978-3-446-43068-6.
Kloos 2007	Kloos, KH.; Thomala, W.: Schraubenverbindungen - Grundlagen, Berechnung, Eigenschaften, Handhabung, Springer Verlag, Berlin, 2007. ISBN: 978-3-540-21282-9.

Komonen 1998	Komonen, J.; Penttala, V.: Abrasion resistance of concrete block pavement and asphalt concrete, in: 2nd Int. Conf. Concrete under Severe Conditions, H. 2, Tromso, Norwe- gen, 1998, S. 291–300.
Krüger 2018	Krüger, D.; Penkert, S.; Schnell, J.; Janotte, N.; Forman, P.; Mark, P.; Stanecker, T.; Krüger, J.; Natterer, A.; Kintscher, M.; Dasbach, R.; Wette, J.; Hennecke, K.; Zippler, T.: Deve- lopement of a Concrete Parabolic Trough Collector, in: Proc. of the 2018 SolarPaces Conference, Casablanca, Morocco, 2018.
Kryzanowski 2009	Kryzanowski, A.; Mikos, M.; Sustersic, J.; Planinc, I.: Abra- sion Resistance of Concrete in Hydraulic Structures, in: ACI Materials Journal, H. 106, 2009, S. 349–356.
Kuhn 2017	Kuhn, E.: Zur Tribologie der Schmierfette - Eine energeti- sche Betrachtungsweise des Reibungs- und Verschleißpro- zesses - Eine energetische Betrachtungsweise des Rei- bungs- und Verschleißprozesses, expert verlag, Renningen, 2017. ISBN: 9783816928690.
Kumar 2014	Kumar, R.G.B.; Sharma, U. K.: Standard Test Methods for Determination of Abrasion Resistance of Concrete, in: Inter- national Journal of Civil Engineering Research, H. 5, 2014, S. 155–162.
Künne 2008	Künne, B.: Köhler/Rögnitz Maschinenteile 2, Vieweg+Teub- ner Verlag / GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden, 2008. ISBN: 978-3-8351-9235-5.
Kunterding 1991	Kunterding, R.: Beanspruchung der Oberfläche von Stahlbe- tonsilos durch Schüttgüter - Universität Karslsruhe - Institut für Massivbau und Betontechnologie, Hochschulschrift (Dis- sertation), 1991.
Laczik 2008	Laczik, B.: Design and Manufacturing of Non-Circular Gears by Given Transfer Function, in: TUB Budapest, Hungary, 2008, S. 1–6.
Laplante 1991	Laplante, P.; Aitcin, PC., Vezina, D.: Abrasion Resistance of Concrete, in: Journal of Materials in Civil Engineering, H. 3, 1991, S. 19–28.
Laursen 1997	Laursen, T. A.; Oancea, V. G.: On the constitutive modeling and finite element computation of rate-dependent frictional sliding in large deformations, H. 143, Elsevier, 1997, S. 197–227.
Liebl 2017	Liebl, J.: Reibungsminimierung im Antriebsstrang 2016 - Gesamtsystem im digitalen Zeitalter optimieren, 5. ATZ-

	Fachtagung, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2017. ISBN: 978-3-658-19520-5.
Litvin 2004	Litvin, F. L.; Fuentes, A.: Gear geometry and applied theory, Second edition, Cambridge University Press, Cambridge, 2004. ISBN: 0521815177.
Liu 2005	Liu, YW.; Yen, T.: Abrasion Erosion of Concrete by Water- borne Sand, in: Cement and Concrete Research, Elsevier, 2005, S. 1814–1820.
Macherauch 2011	Macherauch, E.; Zoch, HW.: Praktikum in Werkstoffkunde: 91 ausführliche Versuche aus wichtigen Gebieten der Werk- stofftechnik, Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH Wiesbaden, 2011. ISBN: 978-3-8348- 0343-6.
Mahnken 2012	Mahnken, R.: Lehrbuch der Technischen Mechanik - Statik: Grundlagen und Anwendungen, Band: 5023, Springer-Ver- lag Berlin Heidelberg, 2012. ISBN: 978-3-642-21710-4.
Maier 2012	Maier, J.: Handbuch Historisches Mauerwerk - Untersu- chungsmethoden und Instandsetzungsverfahren, Springer Vieweg, Berlin, Heidelberg, 2012. ISBN: 978-3-642-25467- 3.
Mechtcherine 2012	Mechtcherine, V.; Bellmann, C.; Helbig, U.; Horlacher, HB.; Stamm, J.: Nachbildung der Hydroabrasionsbeanspruchung im Laborversuch, in: Bautechnik, H. 5, Band: 89, 2012, S. 309–319. DOI: 10.1002/bate.201200011.
Meng 1995	Meng, H. C.; Ludema, K.: Wear models and predictive equations: Their form and content, in: Wear Journal, Elsevier, 1995, S. 443–457. DOI: 10.1016/0043-1648(94)07102-0.
Merwin 1963	Merwin, J. W.; Johnson, K. L.: Analysis of plastic deforma- tion rolling contact, in: Proc. Inst. Mech. Engrs., H. 177, 1963, S. 676.
Mikro 2019	Dirk, L.: Mikroskop-Technik, Online: https://www.mikroskop-technik.de/rasterelektronenmikroskop, Ilsede, 2019, Letzter Zugriff: 14.08.2019.
Molgaard 1976	Molgaard, J.: Die Entwicklung von Verschleißprozeßthesen, in: Schmiertechnik, Tribologie, H. 23, 1976, S. 126–130.
Möller 2002	Möller, U. J.; Nassar, J.: Schmierstoffe im Betrieb, Springer Berlin Heidelberg, 2002. ISBN: 978-3-642-62620-3.
Momber 2000	Momber, A. W.: The erosion of hardened cement paste, mortar and concrete by gritblasting, in: Wear 246, Elsevier, 2000, S. 46–54.

Momber 2006	Momber, A. W.; Schulz, RR.: Handbuch der Oberflächen- bearbeitung Beton, Birkhäuser Basel, 2006. ISBN: 978-3- 7643-7373-3.
Müller 2013	Müller, S.; Forman, P.; Schnell, J.; Mark, P.: Leichte Scha- len aus hochfestem Beton als Parabolrinnen solarthermi- scher Kraftwerke, in: Beton- und Stahlbetonbau, H. 108, Ernst & Sohn, Berlin, 2013, S. 752–762.
Müller 2014	Müller, S.; Schnell, J.: Parabolrinnen für solarthermische Kraftwerke, in: Leicht Bauen mit Beton - Forschung im Schwerpunktprogramm 1542 (Förderphase 1), Dresden, Technische Universität Dresden, Institut für Massivbau, 2014, S. 94–101.
Müller 2015	Müller, C.: Zur statistischen Auswertung experimenteller Wöhlerlinien. Dissertation, Technische Universität Clausthal, Fakultät für Mathematik/Informatik und Maschinenbau, 2015.
Müller 2016	Müller, S.: Zur Auslegung von innovativen Betonkollektorel- ementen für solarthemische Parabolrinnenkraftwerke, Schriftenreihe der Fachgebiete Baustofftechnologie und Bauschadenanalyse, Massivbau und Baukonstruktion, Stahlbau des Studiengangs Bauingenieurwesen, Band 22, Kaiserslautern, Universität Kaiserslautern, 2016. ISBN: 978- 3-95974-017-3.
Müller 2018	Müller, D.: Pulsatorversuch, Online: https://www.fsmb.de/fileadmin/gruppen/ex- terne/fzg/mue/HIWI_Pulsator_praktisch.pdf, TU München, Fakultät für Maschinenbau - Lehrstuhl für Maschinenele- mente, 2018, Letzter Zugriff: 06.03.2019.
Müser 2003	Müser, M.: Der mikroskopische Ursprung der Reibung, in: Physik Journal, H. 9, Deutsche Physikalische Gesellschaft, 2003, S. 43–48.
Neroth 2011	Neroth, G.; Vollenschaar, D.: Wendehorst Baustoffkunde, Grundlagen - Baustoffe - Oberflächenschutz ; mit 363 Ta- bellen, Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH Wiesbaden, 2011. ISBN: 978-3-8351- 0225-5.
Newton 1687	Newton, I.: Philosophiae naturalis principia mathematice, Royal Society, London, 1687.
Olofsson 2009	Olofsson, R.: Basic tribology of wheel-rail contact. In:Wheel- rail interface handbook, LEWIS, R. (Hrsg.) . Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2009, S. 34–57.

Opitz 1960	Opitz, H.; Bielefeld, J.; Kalkert, W.: Lebensdauerprüfung von Zahnradgetrieben, VS Verlag für Sozialwissenschaften, Band: 901, 1960. DOI: 10.1007/978-3-663-04896-1.
Papenfus 2003	Papenfus, N.: Applying Concrete Technology to Abrasion Resistance. Proceedings of the 7th International Conference on Concrete Block Paving, South Africa, 2003.
Penkert 2019	Penkert, S.; Forman, P.; Mark, P.; Schnell, J.: Konzeptionie- rung und Errichtung eines originalmaßstäblichen Parabolrin- nenkollektors aus Hochleistungsbeton, in: Beton- und Stahl- betonbau, H. 114, Ernst & Sohn, 2019, S. 808–816.
Pfeifer 2018	PFEIFER Holding GmbH & Co. KG: PFEIFER-Allround-An- ker für höchste Anwendersicherheit - Produktdatenblatt, 2018.
Pitz-Paal 2011	Pitz-Paal, R.; Lüpfert, E.: Solarthermische Kraftwerke - Schlüsselbausteine für die DESERTEC-Pläne, in: Chemie Ingenieur Technik, H. 83, 2011, S. 1845–1852.
Ророv 2009	Popov, V. L.: Kontaktmechanik und Reibung - Ein Lehr- und Anwendungsbuch von der Nanotribologie bis zur numeri- schen Simulation, Springer Berlin Heidelberg, 2009. ISBN: 978-3-540-88836-9.
Poritsky 1950	Poritsky, H.: Stresses and deflections of cylindrical bodies in contact with application to contact of gears and of locomo- tive wheel, H. 72, Journal of Applied Mchanics, Trans. ASME, 1950, S. 465.
Pottler 2005	Pottler, K.; Lüpfert, E.; Johnston, G. H. G.; Shortis, M. R.: Photogrammetry: A Powerful Tool for Geometric Analysis of Solar Concentrators and Their Components, in: Journal of Solar Engineering, H. 127, 2005, S. 94–101.
Pottler 2014	Pottler, K.; Ulmer, S.; Lüpfert, E.; Landmann, M.; Röger, M.; Prahl, C.: Ensuring performance by geometric quality control and specification for parabolic trough solar fields, in: Energy Procedia, H. 49, 2014, S. 2170–2179.
Preger 1940	Preger, E.; Reindl, R.: Klingelnberg Technisches Hilfsbuch, Springer Berlin Heidelberg, 1940. ISBN: 978-3-662-35419- 3.
Qz 2019	QZ-online, P. f. Q.: Streifenprojektion, Online: https://www.qz-online.de/qualitaets-management/qm-ba- sics/messen_pruefen/optische_3-d-messtechnik/arti- kel/streifenprojektion-154033.html, Hanser Verlag, 2019, Letzter Zugriff: 11.09.2019.

Raabe 2004	Raabe, D.: Einfluss der Rauheit metallischer Oberflächen auf Reibung und Rückfederung, in: Max-Planck Project Re- port, 2004, S. 1–48.
Rabinowicz 1965	Rabinowicz, E.: Friction and wear of materials, in: Wiley series on the schience and technology of materials, New York, Wiley, 1965.
Raedt 2002	Raedt, J. W.: Grundlagen für das schmiermittelreduzierte Tribosystem bei der Kaltumformung des Einsatzstahles 16MnCr5, in: Dissertation Rheinisch-Westfälische Techni- sche Hochschule Aachen, 2002.
Reichle 2019	Reichle, M.: Hochschulschrift, Getriebe Teil 1, Konstrukti- onslehre Studiengang Mechatronik - Duale Hochschule Ba- den-Würtemberg (DHBW), Stuttgart, 2019, S. 1–59.
Reineck 2005	Reineck, KH.: Modellierung der D-Bereiche von Fertigtei- len, in: Betonkalender 2005, Ernst & Sohn, Berlin, 2005.
Reinhardt 1979	Reinhardt, H.W., Pat, M.G.: Erosion of Concrete, in: Heron, Vol 24, Civil Engineering and Geosciences, Stevin Labora- tory, Delft University of Technology, 1979, S. 5–24.
Renzi 2015	Renzi, M.; Bartolini, C. M.; Santolini, M.; Arteconi, A.: Effi- ciency assessment for a small heliostat solar concentration plant, in: International Journal of Energy Research, H. 39, Wiley-VCH, 2015, S. 265–278.
Reynolds 1876	Reynolds, O.: On rolling friction, H. 155, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1876, S. 116.
Rieg 2018	Rieg, F.; Steinhilper, R.: Handbuch Konstruktion, 2. Auflage, Hanser Fachbuch, München, 2018. ISBN: 978-3-446- 45224-4.
Riffelmann 2006	Riffelmann, KJ.; Neumann, A.; Ulmer, S.: Performance enhancement of parabolic trough collectorsby solar flux measurement in the focal region, in: Solar Energy, H. 80, Elsevier, 2006, S. 1303–1313.
Rio 2018	del Rio, P.; Mir-Artigues, P.: Designing auctions for con- centrating solar power, in: Energy for Suistainable Develo- pement, H. 48, Elsevier, 2018, S. 67–81.
Röhnisch 1970	Röhnisch, A.; Vollmer, E.: Ein Beitrag zur einheitlichen Be- urteilung der Abriebfestigkeit der im Wasserbau und Rohr- leitungsbau verwendeten Baustoffe, in: Mitteilungen aus der Baupraxis, Schriftenreihe des Ingenieurbüros Röhmisch, 1970.

Roth 2001	Roth, K.: Zahnradtechnik Stirnrad- Evolventenverzahnungen - Geometrische Grundlagen, Profilverschiebungen, Toleran- zen, Festigkeit, Springer Berlin Heidelberg, 2001. ISBN: 978-3-642-62105-5.
Sagmeister 2012	Sagmeister, B.: Nanodur - ein Hochleistungsbeton für Ma- schinenbetten, Vortragsband Wangener Maschinentage, 2012, S. 46–56.
Sagmeister 2017	Sagmeister, B.: Maschinenteile aus zementgebundenem Beton, Beuth Verlag, Berlin, 2017. ISBN: 978-3-410-27186- 4.
Sagmeister 2019	Sagmeister, B.; Koban, M.: Verschleissfeste Schutzschich- ten aus UHPC, in: Hydraulic Engineering Repository, 42. Dresdener Wasserbaukolloquium, Technische Universität Dresden, 2019, S. 365–372.
Salu 2019	SaluTron Messtechnik GmbH: SRT5000 - Rauheitsmessge- rät - Bedienungsanleitung, Online: https://www.salut- ron.de/fileadmin/redakteure/dokumente/Bedienungsanlei- tung_SRT_5000.pdf, 2019, Letzter Zugriff: 05.06.2019.
Sauer 2018	Sauer, B.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2 - Grundlagen von Maschinenelementen für Antriebsaufgaben, Springer Vieweg, Berlin, 2018. ISBN: 978-3-642-39502-4.
Schäfer 1970	Schäfer, W. F.: Einfaches Verfahren zum Ermitteln der Pro- filüberdeckung bei außen- und innenverzahnten Getriebe- stufen, in: Forschung im Ingenieurwesen A, H. 36, 1970, S. 164–166.
Schäfer 1992	Schäfer, K.: Anwendung der Stabwerkmodelle, in: Bemes- sungshilfsmittel zu Eurocode 2 Teil 1 (DIN V ENV 1992 Teil 1-1) - DAfStb-Heft 425, Berlin, Beuth, 1992.
Schiel 2003	Schiel, W.; Schweitzer, A.; Kracht, O.; Hunt, B.: Collector Development For Parabolic Trough Power Plants At Sch- laich Bergermann Und Partner, in: SolarPaces Symposium (Sevilla), 2003, S. 1–8.
Schiel 2011	Schiel, W.: Mit dem DLR zum "Next Generation Parabolic Trough", in: Kölner Sonnenkolloquium, Jülich, 2011.
Schiel 2012	Schiel, W.: Kollektorentwicklung für solare Parabolrinnen- kraftwerke, in: Bautechnik 89, H. 3, Ernst & Sohn, Berlin, 2012, S. 182–191.
Schlecht 2011	Schlecht, B.: Getriebe - Verzahnungen - Lagerungen, Pearson Studium, München, 2011. ISBN: 978-3-8273-7146-1.
Schmidt 2011	Schmidt, T.: Mischreibung und Verschleiß in Hydraulikdicht- systemen - Modellbildung, Simulation und experimentelle

	Analyse, Fakultät für Maschinenbau, Gottfried Wilhelm Leib- niz Universität Hannover, 2011.
Schmitt 2018	Schmitt, T. M.: Das Solarkraftwerk NOORo in Marokko - Ein Beispiel für die regenerative Moderne in Ländern des Glo- balen Südens, in: Geographische Rundschau, H. 11, 2018, S. 52–54.
Schreiner 2015	Schreiner, K.: Basiswissen Verbrennungsmotor, Fragen - rechnen - verstehen - bestehen, Springer Vieweg, Wiesba- den, 2015. ISBN: 978-3-658-06186-9.
Schwarze 2019	Schwarze, H.: Institut für Tribologie und Energiewandlungs- maschinen, Versuch 6: Auslaufmessungen an Gleitlagern - Technische Universität Clausthal, Skript, 2019.
Schwienbacher 2007	Schwienbacher, S.: Einfluss von Schleifbrand auf die Flan- kentragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder, Technische Universität München, Institut für Maschinen und Fahrzeug- technik - Lehrstuhl für Maschinenelemente, 2007.
Scott 2015	Scott, B.; Md. Safiuddin, M.: Abrasion Resistance of Con- crete - Design, Construction and Case Study, in: Concrete Research Letters, H. 6, 2015.
Smith 1956	Smith, F. L.: Effect of aggregate quality on resistance of concrete to abrasion, in: Papers on Cement and Concrete. American Society for Testing and Materials ASTM STP 205, 1956, S. 91–105.
Sommer 2014	Sommer, K.; Heinz, R.; Schöfer, J.: Verschleiß metallischer Werkstoffe, Springer Fachmedien Wiesbaden, 2014. ISBN: 978-3-8348-2463-9.
Sopro 2020	Sopro - Bauchemie: Sopro Estriche - Für Neubau, Renovie- rung und Sanierung, Internetdokument, Online: https://www.sopro.com/de-de/downloads, Letzter Zugriff: 14.01.2020, 2020.
Sorko 2019	Sorko, S. R.; Irsa, W.: Interaktive Lehre des Ingenieursstudi- ums - Technische Inhalte handlungsorientiert unterrichten, Springer Berlin Heidelberg, 2019. ISBN: 978-3-662-56223- 9.
Stadtfeld 2015	Stadtfeld, H. J.; Saewe J. K.: Non-Involute Gearing, Func- tion and Manufacturing Compared to Established Gear De- signs, in: Gear Technology, 2015, S. 1–10.
Stallmann 2020	Stallmann, T.: Zum Trag- und Verformungsverhalten von Hohlkörperdecken aus Feinkorn-Hochleistungsbeton, Dis- sertation, Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion, Technische Universität Kaiserslautern, 2020, im Druck.

Steinle 1995	Steinle, A.; Hahn, V.: Bauen mit Betonfertigteilen, in: Beton- kalender 1995, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1995.
Stenico 2007	Stenico, A.: Werkstoffmechanische Untersuchungen zur Zahnfußtragfähigkeit einsatzgehärteter Zahnräder, Disserta- tion, Technische Universität München, Institut für Maschi- nen- und Fahrzeugtechnik, Lehrstuhl für Maschinenele- mente, 2007.
Stieglitz 2012	Stieglitz, R.; Heinzel, V.: Thermische Solarenergie - Grund- lagen, Technologie, Anwendungen, Springer, Berlin, 2012. ISBN: 978-3-642-29475-4.
Studer 1996	Studer, W.; Trindler, W.: Die Eidgenössische Materialprü- fungs- und Forschungsanstalt, Vergleichsversuche Abrieb- verhalten, in: Untersuchungsbericht EMPA 146001, 1996.
Swain 2013	Swain, G. F.; Mehmel. A.: Festigkeitslehre, Springer Verlag, Berlin, 2013. ISBN: 978-3-642-91258-0.
Teichert 2012	Teichert, A.: Handhabung von oberflächensensitiven Glas- objektträgern, Dissertation, Stuttgarter Beiträge zur Produk- tionsforschung, Band: 7, Fraunhofer-Verlag, Stuttgart, 2012. ISBN: 9783839604885.
Thienel 2018	Thienel, KC.: Betone mit Kunststoffen, Hochschulschrift, in: Institut für Werkstoffe des Bauwesens - Fakultät für Bau- ingenieur- und Vermessungswesen. Universität der Bundes- wehr München, 2018, S. 1–17.
Trier 1958	Trier, H.: Die Zahnformen der Zahnräder - Grundlagen, Ein- griffsverhältnisse und Entwurf der Verzahnungen, Band: 125, Springer, Berlin, Heidelberg, 1958. ISBN: 978-3- 642-53197-2.
Umwelt 2019	Umweltbundesamt, Arbeitsgruppe Erneuerbare Energien - Statistik: Hintergrund - Erneuerbare Energien in Deutsch- land, Daten zur Entwicklung im Jahr 2018, 2019, S. 1–24.
Vogel 2009	Vogel, M.; Müller, H.: Hydroabrasivverschleiß bei wasser- baulichen Anlagen, in: Baustoffe und Bauausführung im Verkehrswesenbau, Bundesanstalt für Wasserbau, 2009, S. 27–32.
Vogel 2016	Vogel, M.: Schädigungsmodell für die Hydroabrasionsbean- spruchung zur probabilistischen Lebensdauerprognose von Betonoberflächen im Wasserbau, KIT Scientific Publishing, 2016.
Volov 2005	Volov, V.: Das Präzisieren der Formel für die Zugkraft bei Rollreibung, in: Technische Mechanik, Band 25, Heft 2, 2005, S. 115–119.
VSS 2019	Bildungs- und Forschungsfonds BFF, Verband der Schwei- zerischen Schmierstoffindustrie VSS Lubes: Schmierfette und ihre Anwendungen. 3. Grundlagen der Schmierfette, S. 1–116.
-------------------	--
Weißbach 2007	Weißbach, W.: Werkstoffkunde - Strukturen, Eigenschaften, Prüfung, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden, 2007. ISBN: 978-3-8348-0295-8.
Weißbach 2012	Weißbach, R.: Die abrollende Parabolspiegelrinne, Schutz- recht DE102011011805 A1, Industrial property right (23.08.2012).
Wellinger 1955	Wellinger, K.; Uetz, H.: Gleitverschleiss, Spülverschleiss, Strahlverschleiss unter der Wirkung von körnigen Stoffen, in: VDI Forschungsheft 449, 1955.
Wichers 2013	Wichers, M.: Bemessung von bewehrten Betonbauteilen bei Teilflächenbelastung unter Berücksichtigung der Rissbil- dung. Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB), Braunschweig Dissertation, 2013.
Widmer 1981	Widmer, E.: Das Berechnen von Zahnrädern und Getriebe- Verzahnungen, Birkhäuser Basel, Band: 22, 1981. DOI: 10.1007/978-3-0348-5402-3.
Wietek 2017	Wietek, B.: Faserbeton - Im Bauwesen, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2017. ISBN: 978-3-658-19078-1.
Wiki 2019	Wikipedia: Übersicht Zykloide, Online: https://de.wikipe- dia.org/wiki/Zykloide, 2019, Letzter Zugriff: 26.06.2020.
Wittel 2017	Wittel, H.; Jannasch, D.; Voßiek, J.; Spura, C.: Roloff/Matek Maschinenelemente - Normung, Berechnung, Gestaltung, Springer Vieweg, Wiesbaden, 2017. ISBN: 978-3-658- 17895-6.
Wommelsdorff 2012	Wommelsdorff, A.: Stahlbetonbau - Bemessung und Kon- struktion Teil 2 - Stützen, Sondergebiete des Stahlbeton- baus, Werner Verlag, Düsseldorf, 2012. ISBN: 3804150314.
Wygant 1954	Wygant, J. F.; Buckley, W. L.: Refractory concrete for re- finery vessel linings, in: Ceram. Bull. 48, 1954, S. 707–710.
Yazici 2007	Yazici, S.; Sezer, G. I.: Abrasion Resistance Estimation of High Strength Concrete, in: Journal of Engineering Sci- ences, H. 13, 2007, S. 1–6.
Zahoransky 2019	Allelein, HJ.; Bollin, E.; Schelling, U.; Schwarz, H.; Wörsdörfer, D.: Energietechnik, Springer Vieweg, 2019. ISBN: 978-3-658-21846-1.

Zarebski 2008	Zarebski, I.; Salacinski, T.: Designing of non-circular gears, in: The Archieve of Mechanical Engineering, H. 3, 2008, S. 2–18.
Zilch 2010	Zilch, K.; Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Be- tonbau - Nach DIN 1045-1 und EN 1992-1-1, Springer, Ber- lin, 2010. ISBN: 978-3-540-70637-3.
Zimmer 1968	Zimmer, HW.: Verzahnungen I - Stirnräder mit geraden und schrägen Zähnen, Band: 125, Springer, Berlin, Heidel- berg, 1968. ISBN: 978-3-540-04385-0.
Zimmer 2012	Zimmer, UP.; Iken, H. W.: Handbuch der Betonprüfung - Anleitungen und Beispiele, Verlag Bau + Technik, Düssel- dorf, 2012. ISBN: 978-3-7640-0515-3.
Zimmermann 2019	Zimmermann, M.: Vorlesung Schadensanalyse - Reibung und Verschleiß, Schadensanalyse Institut für Werkstoffwis- senschaft - Technische Universität Dresden, Dresden 2019, S. 1-47.

Anhang A Experimentelle Untersuchungen

A.1 Härteskala nach Mohs

Mohshärte	Mineral	Ritzprobe	Vickershärte (N/mm ²)
1	Talk	mit Fingernagel schabbar	20
2	Gips	mit Fingernagel ritzbar	300
3	Calcit	mit Kupfermünze ritzbar	1.700
4	Fluorit	mit Messer leicht ritzbar	2.430
5	Apatit	mit Messer noch ritzbar	5.980
6	Orthoklas	mit Stahlfeile ritzbar	9.120
7	Quarz	ritzt Fensterglas	10.980
8	Topas	ritzt Quarz	12.260
9	Korund	ritzt Topas	20.590
10	Diamant	ritzt Korund	98.070

Tab. A.1: Härteskala nach Mohs (vgl. Maier 2012)

A.2 Verschleißwiderstand nach Böhme



Korngruppe 1/3 mm

Abb. A.1: Massenabnahme bei Korngruppe 1/3 mm



Abb. A.2: Massenabnahme bei Korngruppe 2/8 mm



A.3 Plattenversuche

Abb. A.3: VK1-O-2KK vor Versuch



Abb. A.4: VK1-O-2KK nach Versuch



Abb. A.5: VK1-U-2KK vor Versuch



Abb. A.7: VK2-O-2KK vor Versuch



Abb. A.9: VK2-U-2KK vor Versuch



Abb. A.6: VK1-U-2KK nach Versuch



Abb. A.8: VK2-O-2KK nach Versuch



Abb. A.10: VK2-U-2KK nach Versuch



Abb. A.11: VK3-O-2KK vor Versuch



Abb. A.13: VK3-U-2KK vor Versuch



Abb. A.15: VK1-O-3KK vor Versuch



Abb. A.12: VK3-O-2KK nach Versuch



Abb. A.14: VK3-U-2KK nach Versuch



Abb. A.16: VK1-O-3KK nach Versuch



Abb. A.17: VK1-U-3KK vor Versuch



Abb. A.19: VK2-O-3KK vor Versuch



Abb. A.21: VK2-U-3KK vor Versuch



Abb. A.18: VK1-U3KK nach Versuch



Abb. A.20: VK2-O-3KK nach Versuch



Abb. A.22: VK2-U-3KK nach Versuch



Abb. A.23: VK3-O-3KK vor Versuch



Abb. A.25: VK3-U-3KK vor Versuch



Abb. A.24: VK3-O-3KK nach Versuch



Abb. A.26: VK3-U-3KK nach Versuch

A.4 Soll-Ist Vergleich der Plattenversuche



Abb. A.27: Soll-Ist-Vergleich VK1-O-2KK



Abb. A.29: Soll-Ist-Vergleich VK2-O-2KK



Abb. A.31: Soll-Ist-Vergleich VK3-O-2KK



Abb. A.28: Soll-Ist-Vergleich VK1-U-2KK



Abb. A.30: Soll-Ist-Vergleich VK2-U-2KK-



Abb. A.32: Soll-Ist-Vergleich VK3-U-2KK



Abb. A.33: Soll-Ist-Vergleich VK1-O-3KK



Abb. A.35: Soll-Ist-Vergleich VK2-O-3KK



Abb. A.37: Soll-Ist-Vergleich VK3-O-3KK



Abb. A.34: Soll-Ist-Vergleich VK1-U-3KK



Abb. A.36: Soll-Ist-Vergleich VK2-U-3KK



Abb. A.38: Soll-Ist-Vergleich VK3-U-3KK



Soll-Ist-Vergleich der Plattenversuche mit Gleitbereichen

Abb. A.39: Gleitbereiche VK1-2KK-O



Abb. A.41: Gleitbereiche VK2-2KK-O



Abb. A.43: Gleitbereiche VK3-2KK-O



Abb. A.40: Gleitbereiche VK1-2KK-U



Abb. A.42: Gleitbereiche VK2-2KK-U



Abb. A.44: Gleitbereiche VK3-2KK-U



Abb. A.45: Gleitbereiche VK1-3KK-O



Abb. A.47: Gleitbereiche VK2-3KK-O



Abb. A.49: Gleitbereiche VK3-3KK-O

Abb. A.46: Gleitbereiche VK1-3KK-U







Abb. A.50: Gleitbereiche VK3-3KK-U

Probekörper	X 1	X 2	y 1	y 2	X 3	X 4	X 5	X 6	y 3	y 4
VK1-U-2KK	30,3	30,0	142,3	145,6	148,6	148,6	28,8	29,0	145,0	144,4
VK1-O-2KK	30,0	30,0	140,1	140,1	147,1	145,8	30,0	30,0	144,1	144,1
VK2-U-2KK	30,0	30,0	137,1	137,1	142,5	141,3	30,0	30,0	139,7	139,7
VK2-O-2KK	30,0	30,0	138,1	138,1	143,5	144,2	30,0	30,0	141,2	141,2
VK3-U-2KK	30,0	30,0	143,5	143,5	147,6	142,9	30,0	30,0	142,9	142,9
VK3-O-2KK	27,0	30,0	137,2	137,2	146,9	146,3	30,0	30,0	144,7	141,1
VK1-U-3KK	27,0	26,7	140,4	140,4	148,0	148,2	30,0	30,0	142,8	142,8
VK1-O-3KK	30,0	30,0	140,0	140,0	144,3	147,1	30,0	30,0	143,7	143,7
VK2-U-3KK	30,0	31,3	137,1	137,1	144,1	143,3	30,0	30,0	141,9	141,9
VK2-O-3KK	30,0	30,0	137,7	137,7	143,6	144,8	30,0	30,0	141,2	141,2
VK3-U-3KK	30,0	30,0	138,5	138,5	143,2	145,5	30,0	27,0	140,3	140,2
VK3-O-3KK	30,0	30,0	138,3	138,3	144,2	143,1	30,0	30,0	136,0	136,0

Tab. A.2: Koordinaten der Gleitbereiche



Abb. A.51: Legende zu den Gleitbereichen

A.5 Reibbeiwert

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-24.4	-1.35	0.21	0.16
-24.4	-1.34	0.07	0.05
-24.4	-1.34	-0.04	0.03
-24.4	-1.34	-0.16	0.12
-24.4	-1.34	-0.29	0.21
-24.4	-1.34	-0.42	0.32
-24.4	-1.34	-0.57	0.42
-24.4	-1.34	-0.72	0.54
-24.4	-1.34	-0.88	0.66
-24.1	-1.33	-0.97	0.73
-23.5	-1.29	-0.96	0.74
-22.7	-1.24	-0.91	0.73
-21.9	-1.19	-0.86	0.73
-21.1	-1.15	-0.83	0.72
-20.3	-1.14	-0.81	0.71
-19.4	-1.13	-0.79	0.70
-18.6	-1.13	-0.78	0.69
-17.7	-1.12	-0.77	0.68
-16.8	-1.12	-0.76	0.68
-15.9	-1.11	-0.75	0.67
-14.9	-1.11	-0.74	0.66
-13.9	-1.10	-0.73	0.67
-13.0	-1.10	-0.75	0.68
-12.0	-1.10	-0.76	0.69
-11.0	-1.09	-0.74	0.68
-9.9	-1.08	-0.73	0.67

Tab. A.3: Zeitpunkt 2 Min (Messung 1)

Tab. A.4:	Zeitpunkt 2 Min	(Messung 2)
-----------	-----------------	-------------

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-24.5	-1.33	0.03	0.02
-24.5	-1.33	-0.09	0.06
-24.5	-1.33	-0.21	0.16
-24.5	-1.33	-0.34	0.26
-24.5	-1.33	-0.48	0.36
-24.4	-1.33	-0.63	0.47
-24.4	-1.33	-0.79	0.60
-24.3	-1.32	-0.93	0.71
-23.9	-1.30	-0.97	0.75
-23.2	-1.26	-0.93	0.74
-22.4	-1.20	-0.88	0.73
-21.6	-1.15	-0.83	0.72
-20.8	-1.13	-0.81	0.71
-19.9	-1.12	-0.79	0.70
-19.1	-1.11	-0.77	0.69
-18.2	-1.11	-0.75	0.68
-17.3	-1.11	-0.74	0.67
-16.4	-1.10	-0.73	0.67
-15.5	-1.10	-0.72	0.66
-14.5	-1.09	-0.71	0.65
-13.5	-1.09	-0.70	0.65
-12.6	-1.08	-0.71	0.66
-11.5	-1.08	-0.71	0.66
-10.5	-1.07	-0.69	0.65

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-24.5	-1.31	0.09	0.07
-24.5	-1.31	-0.02	0.02
-24.5	-1.31	-0.14	0.11
-24.5	-1.31	-0.27	0.21
-24.5	-1.31	-0.41	0.31
-24.5	-1.31	-0.55	0.42
-24.5	-1.31	-0.70	0.53
-24.4	-1.31	-0.87	0.66
-24.2	-1.31	-0.97	0.74
-23.6	-1.27	-0.96	0.76
-22.9	-1.22	-0.91	0.74
-22.1	-1.17	-0.85	0.73
-21.3	-1.13	-0.81	0.72
-20.4	-1.11	-0.79	0.71
-19.6	-1.10	-0.78	0.70
-18.7	-1.10	-0.76	0.69
-17.9	-1.10	-0.74	0.68
-17.0	-1.09	-0.73	0.67
-16.0	-1.09	-0.72	0.66
-15.1	-1.08	-0.71	0.65
-14.1	-1.08	-0.70	0.65
-13.1	-1.07	-0.70	0.65
-12.1	-1.07	-0.70	0.65
-11.1	-1.06	-0.69	0.65

Tab. A.5: Zeitpunkt 2 Min (Messung 3)

Tab. A.6: Zeitpunkt 30 Min (Messung 1)

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.6	-1.21	-0.04	0.03
-23.6	-1.21	-0.17	0.14
-23.6	-1.21	-0.32	0.26
-23.6	-1.21	-0.47	0.39
-23.6	-1.20	-0.63	0.52
-23.6	-1.20	-0.78	0.65
-23.5	-1.20	-0.92	0.77
-23.2	-1.17	-0.96	0.82
-22.5	-1.13	-0.90	0.80
-21.6	-1.08	-0.84	0.77
-20.8	-1.06	-0.80	0.76
-20.0	-1.05	-0.77	0.73
-19.1	-1.04	-0.74	0.71
-18.2	-1.04	-0.72	0.69
-17.3	-1.03	-0.73	0.70
-16.4	-1.03	-0.73	0.71
-15.5	-1.02	-0.73	0.71
-14.5	-1.02	-0.71	0.70
-13.5	-1.01	-0.70	0.69
-12.5	-1.01	-0.70	0.69
-11.5	-1.00	-0.70	0.70
-10.5	-1.00	-0.70	0.70

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.6	-1.21	-0.03	0.02
-23.6	-1.21	-0.16	0.13
-23.6	-1.21	-0.30	0.25
-23.6	-1.21	-0.45	0.38
-23.6	-1.20	-0.61	0.50
-23.6	-1.20	-0.76	0.63
-23.6	-1.18	-0.91	0.76
-23.2	-1.13	-0.97	0.82
-22.6	-1.09	-0.91	0.80
-21.8	-1.06	-0.84	0.78
-20.9	-1.05	-0.80	0.76
-20.1	-1.04	-0.77	0.73
-19.2	-1.04	-0.74	0.71
-18.3	-1.03	-0.72	0.70
-17.4	-1.03	-0.73	0.70
-16.5	-1.02	-0.73	0.71
-15.6	-1.02	-0.72	0.71
-14.6	-1.01	-0.71	0.70
-13.6	-1.01	-0.70	0.69
-12.7	-1.00	-0.70	0.69
-11.6	-1.00	-0.70	0.69
-10.6	-1.21	-0.70	0.70
-23.6	-1.21	-0.03	0.02
-23.6	-1.21	-0.16	0.13

Tab. A.7: Zeitpunkt 30 Minuten (Messung 2)

Tab. A.8: Zeitpunkt 30 Min (Messung 3)

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.6	-1.21	-0.06	0.05
-23.6	-1.21	-0.20	0.16
-23.6	-1.21	-0.34	0.29
-23.6	-1.21	-0.50	0.41
-23.6	-1.21	-0.65	0.54
-23.6	-1.20	-0.80	0.67
-23.5	-1.20	-0.94	0.79
-23.1	-1.17	-0.96	0.82
-22.4	-1.12	-0.89	0.80
-21.5	-1.08	-0.83	0.77
-20.7	-1.06	-0.80	0.75
-19.8	-1.05	-0.76	0.73
-19.0	-1.04	-0.74	0.71
-18.1	-1.04	-0.72	0.70
-17.2	-1.03	-0.73	0.71
-16.3	-1.03	-0.73	0.71
-15.3	-1.02	-0.73	0.71
-14.4	-1.02	-0.72	0.70
-13.4	-1.01	-0.70	0.69
-12.4	-1.01	-0.70	0.69
-11.4	-1.00	-0.69	0.69
-10.3	-1.00	-0.70	0.70

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.3	-1.16	-0.08	-0.04
-23.3	-1.16	-0.23	0.07
-23.3	-1.16	-0.38	0.20
-23.3	-1.16	-0.54	0.33
-23.3	-1.16	-0.70	0.47
-23.3	-1.16	-0.85	0.60
-23.1	-1.14	-0.94	0.74
-22.6	-1.11	-0.89	0.82
-21.8	-1.07	-0.82	0.80
-20.9	-1.04	-0.79	0.77
-20.1	-1.03	-0.76	0.75
-19.3	-1.02	-0.74	0.74
-18.4	-1.02	-0.73	0.72
-17.5	-1.02	-0.75	0.72
-16.6	-1.01	-0.76	0.73
-15.7	-1.01	-0.75	0.75
-14.8	-1.00	-0.74	0.75
-13.8	-1.00	-0.72	0.74
-12.8	-0.99	-0.71	0.73
-11.8	-0.99	-0.70	0.72
-10.7	-0.98	-0.69	0.71
-9.7	-0.98	-0.69	0.71

Tab. A.9: Zeitpunkt 60 Min (Messung 1)

Tab. A.10: Zeitpunkt 60 Min (Messung 2)

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.4	-1.17	-0.10	0.09
-23.4	-1.16	-0.25	0.21
-23.4	-1.16	-0.40	0.35
-23.4	-1.16	-0.56	0.48
-23.4	-1.16	-0.72	0.62
-23.3	-1.16	-0.87	0.75
-23.1	-1.14	-0.95	0.83
-22.5	-1.11	-0.90	0.81
-21.7	-1.07	-0.82	0.77
-20.9	-1.04	-0.79	0.76
-20.1	-1.03	-0.76	0.74
-19.2	-1.02	-0.74	0.73
-18.4	-1.02	-0.74	0.72
-17.5	-1.01	-0.75	0.74
-16.6	-1.01	-0.76	0.75
-15.7	-1.01	-0.76	0.75
-14.7	-1.00	-0.75	0.74
-13.7	-1.00	-0.73	0.73
-12.7	-0.99	-0.72	0.72
-11.7	-0.99	-0.71	0.72
-10.7	-0.98	-0.70	0.71
-9.6	-0.97	-0.69	0.71

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.3	-1.16	-0.10	0.08
-23.3	-1.16	-0.24	0.21
-23.3	-1.16	-0.40	0.34
-23.3	-1.16	-0.56	0.48
-23.3	-1.16	-0.72	0.62
-23.3	-1.15	-0.86	0.75
-23.1	-1.14	-0.94	0.83
-22.5	-1.10	-0.89	0.80
-21.7	-1.06	-0.82	0.77
-20.9	-1.04	-0.79	0.76
-20.0	-1.03	-0.76	0.74
-19.2	-1.02	-0.74	0.73
-18.3	-1.02	-0.74	0.72
-17.5	-1.01	-0.75	0.74
-16.6	-1.01	-0.77	0.76
-15.6	-1.01	-0.76	0.76
-14.7	-1.00	-0.75	0.75
-13.7	-1.00	-0.73	0.73
-12.7	-0.99	-0.72	0.72
-11.7	-0.98	-0.71	0.72
-10.6	-0.98	-0.70	0.71
-9.6	-0.97	-0.69	0.70

Tab. A.11: Zeitpunkt 60 Min (Messung 3)

Tab. A.12: Zeitpunkt 120 Min (Messung 1)

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.1	-1.11	-0.01	0.00
-23.1	-1.11	-0.14	0.13
-23.1	-1.11	-0.30	0.27
-23.1	-1.11	-0.46	0.41
-23.1	-1.11	-0.62	0.56
-23.1	-1.10	-0.78	0.71
-22.9	-1.09	-0.86	0.79
-22.4	-1.06	-0.82	0.77
-21.6	-1.03	-0.77	0.75
-20.8	-1.01	-0.74	0.73
-20.0	-1.00	-0.72	0.72
-19.2	-0.99	-0.70	0.70
-18.3	-0.99	-0.69	0.69
-17.5	-0.98	-0.71	0.73
-16.6	-0.98	-0.74	0.76
-15.7	-0.98	-0.74	0.76
-14.7	-0.97	-0.72	0.75
-13.8	-0.97	-0.71	0.73
-12.8	-0.96	-0.69	0.72
-11.7	-0.95	-0.68	0.71
-10.7	-0.95	-0.67	0.70
-9.7	-0.94	-0.66	0.70

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.1	-1.11	-0.02	0.02
-23.1	-1.11	-0.16	0.15
-23.1	-1.11	-0.32	0.29
-23.1	-1.11	-0.48	0.43
-23.1	-1.10	-0.64	0.58
-23.1	-1.10	-0.80	0.73
-22.9	-1.09	-0.87	0.80
-22.3	-1.06	-0.82	0.77
-21.5	-1.03	-0.77	0.75
-20.7	-1.01	-0.74	0.73
-19.9	-1.00	-0.71	0.72
-19.1	-0.99	-0.69	0.70
-18.2	-0.99	-0.69	0.70
-17.4	-0.98	-0.72	0.73
-16.5	-0.98	-0.74	0.76
-15.6	-0.98	-0.74	0.76
-14.6	-0.97	-0.72	0.75
-13.7	-0.96	-0.71	0.73
-12.7	-0.96	-0.69	0.72
-11.6	-0.95	-0.68	0.71
-10.6	-0.95	-0.67	0.71
-9.6	-0.94	-0.66	0.70
-23.1	-1.11	-0.02	0.02
-23.1	-1.11	-0.16	0.15

Tab. A.13: Zeitpunkt 120 Min (Messung 2)

Tab. A.14: Zeitpunkt 120 Min (Messung 3)

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.1	-1.11	-0.04	0.03
-23.1	-1.11	-0.18	0.16
-23.1	-1.11	-0.34	0.31
-23.1	-1.11	-0.50	0.45
-23.1	-1.10	-0.66	0.60
-23.1	-1.10	-0.82	0.75
-22.8	-1.09	-0.87	0.80
-22.2	-1.05	-0.81	0.77
-21.5	-1.02	-0.76	0.74
-20.7	-1.01	-0.73	0.73
-19.8	-1.00	-0.71	0.71
-19.0	-0.99	-0.69	0.70
-18.1	-0.99	-0.69	0.70
-17.3	-0.98	-0.72	0.73
-16.4	-0.98	-0.74	0.76
-15.5	-0.97	-0.74	0.76
-14.5	-0.97	-0.72	0.74
-13.6	-0.96	-0.70	0.73
-12.6	-0.96	-0.69	0.72
-11.5	-0.95	-0.68	0.71
-10.5	-0.95	-0.66	0.70
-9.5	-0.94	-0.65	0.70

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.1	-1.08	-0.04	0.03
-23.1	-1.08	-0.17	0.16
-23.1	-1.08	-0.33	0.31
-23.1	-1.08	-0.49	0.46
-23.1	-1.07	-0.66	0.62
-22.9	-1.07	-0.79	0.74
-22.5	-1.04	-0.78	0.75
-21.8	-1.01	-0.74	0.73
-21.1	-0.99	-0.71	0.72
-20.3	-0.98	-0.69	0.71
-19.4	-0.97	-0.67	0.69
-18.6	-0.97	-0.65	0.67
-17.8	-0.96	-0.67	0.70
-16.9	-0.96	-0.72	0.75
-16.1	-0.95	-0.73	0.77
-15.1	-0.95	-0.72	0.76
-14.2	-0.94	-0.69	0.74
-13.2	-0.94	-0.68	0.72
-12.2	-0.93	-0.66	0.71
-11.1	-0.93	-0.64	0.69
-10.1	-0.92	-0.63	0.68

Tab. A.15: Zeitpunkt 180 Min (Messung 1)

Tab. A.16: Zeitpunkt 180 (Messung 2)

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.1	-1.08	-0.04	0.04
-23.1	-1.08	-0.18	0.17
-23.1	-1.08	-0.34	0.32
-23.0	-1.08	-0.50	0.47
-23.0	-1.07	-0.67	0.63
-22.9	-1.06	-0.79	0.74
-22.4	-1.04	-0.78	0.75
-21.7	-1.01	-0.74	0.73
-21.0	-0.99	-0.71	0.72
-20.2	-0.98	-0.69	0.70
-19.3	-0.97	-0.66	0.68
-18.5	-0.97	-0.65	0.67
-17.7	-0.96	-0.68	0.70
-16.8	-0.96	-0.72	0.75
-16.0	-0.95	-0.73	0.77
-15.0	-0.95	-0.72	0.75
-14.0	-0.94	-0.69	0.74
-13.1	-0.94	-0.67	0.72
-12.1	-0.93	-0.65	0.70
-11.0	-0.92	-0.64	0.69
-10.0	-0.92	-0.63	0.68

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.1	-1.08	-0.03	0.03
-23.1	-1.08	-0.17	0.16
-23.1	-1.08	-0.33	0.30
-23.1	-1.08	-0.49	0.45
-23.1	-1.08	-0.66	0.61
-23.0	-1.07	-0.79	0.74
-22.6	-1.05	-0.79	0.76
-21.9	-1.01	-0.75	0.74
-21.1	-0.99	-0.72	0.72
-20.3	-0.98	-0.69	0.71
-19.5	-0.97	-0.67	0.69
-18.7	-0.97	-0.65	0.67
-17.8	-0.96	-0.67	0.69
-17.0	-0.96	-0.71	0.75
-16.1	-0.95	-0.73	0.77
-15.2	-0.95	-0.72	0.75
-14.2	-0.94	-0.69	0.74
-13.3	-0.94	-0.67	0.72
-12.3	-0.93	-0.66	0.71
-11.2	-0.93	-0.64	0.69
-10.2	-0.92	-0.63	0.68
-23.1	-1.08	-0.03	0.03
-23.1	-1.08	-0.17	0.16
-23.1	-1.08	-0.33	0.30

Tab. A.17: Zeitpunkt 180 (Messung 3)

Tab. A.18: Zeitpunkt 240 (Messung 1)

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.1	-1.05	-0.06	0.06
-23.1	-1.05	-0.21	0.20
-23.1	-1.05	-0.37	0.35
-23.1	-1.04	-0.54	0.51
-23.0	-1.04	-0.70	0.67
-22.8	-1.02	-0.75	0.74
-22.2	-0.99	-0.73	0.73
-21.5	-0.96	-0.70	0.72
-20.7	-0.95	-0.67	0.71
-19.9	-0.94	-0.65	0.69
-19.1	-0.93	-0.63	0.67
-18.2	-0.93	-0.63	0.67
-17.4	-0.93	-0.66	0.72
-16.6	-0.92	-0.69	0.75
-15.7	-0.92	-0.69	0.75
-14.7	-0.91	-0.67	0.74
-13.8	-0.91	-0.66	0.73
-12.8	-0.90	-0.64	0.71
-11.8	-0.90	-0.63	0.70
-10.8	-0.89	-0.62	0.69
-9.7	-0.88	-0.61	0.69

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.1	-1.04	-0.05	0.05
-23.1	-1.04	-0.19	0.19
-23.1	-1.04	-0.35	0.34
-23.1	-1.04	-0.52	0.50
-23.0	-1.04	-0.68	0.66
-22.8	-1.02	-0.75	0.73
-22.2	-0.99	-0.73	0.73
-21.5	-0.97	-0.70	0.72
-20.7	-0.95	-0.68	0.71
-20.0	-0.94	-0.65	0.70
-19.1	-0.93	-0.63	0.67
-18.3	-0.93	-0.62	0.67
-17.5	-0.93	-0.66	0.72
-16.6	-0.92	-0.70	0.76
-15.7	-0.92	-0.70	0.76
-14.8	-0.91	-0.68	0.74
-13.8	-0.91	-0.66	0.73
-12.8	-0.90	-0.64	0.71
-11.8	-0.90	-0.63	0.70
-10.8	-0.89	-0.62	0.69
-9.8	-0.88	-0.61	0.68

Tab. A.19: Zeitpunkt 240 (Messung 2)

Tab. A.20: Zeitpunkt 240 (Messung 3)

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.1	-1.05	-0.07	0.06
-23.1	-1.05	-0.21	0.20
-23.1	-1.05	-0.37	0.35
-23.1	-1.05	-0.53	0.51
-23.1	-1.04	-0.69	0.66
-22.8	-1.03	-0.75	0.73
-22.2	-0.99	-0.72	0.73
-21.5	-0.97	-0.70	0.72
-20.7	-0.95	-0.68	0.71
-19.9	-0.94	-0.65	0.69
-19.1	-0.93	-0.63	0.68
-18.3	-0.93	-0.63	0.67
-17.5	-0.93	-0.66	0.72
-16.6	-0.92	-0.69	0.75
-15.7	-0.92	-0.69	0.76
-14.8	-0.91	-0.68	0.74
-13.8	-0.91	-0.66	0.73
-12.8	-0.90	-0.64	0.71
-11.8	-0.89	-0.63	0.70
-10.8	-0.89	-0.62	0.69
-9.8	-0.88	-0.61	0.69

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.0	-1.01	-0.06	0.06
-23.0	-1.01	-0.20	0.20
-23.0	-1.01	-0.36	0.35
-23.0	-1.01	-0.52	0.52
-23.0	-1.00	-0.69	0.68
-22.7	-0.99	-0.74	0.75
-22.1	-0.96	-0.71	0.74
-21.4	-0.93	-0.68	0.73
-20.6	-0.92	-0.65	0.71
-19.8	-0.91	-0.63	0.70
-19.0	-0.90	-0.61	0.67
-18.2	-0.90	-0.61	0.68
-17.4	-0.89	-0.65	0.73
-16.5	-0.89	-0.68	0.77
-15.6	-0.89	-0.68	0.77
-14.7	-0.88	-0.67	0.76
-13.7	-0.88	-0.65	0.74
-12.7	-0.87	-0.63	0.72
-11.7	-0.86	-0.61	0.71
-10.7	-0.86	-0.60	0.70
-9.7	-0.85	-0.59	0.69
-8.6	-0.85	-0.58	0.68

Tab. A.21: Zeitpunkt 360 (Messung 1)

Tab. A.22: Zeitpunkt 360 (Messung 2)

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.0	-1.00	-0.03	0.03
-23.0	-1.01	-0.17	0.17
-23.0	-1.01	-0.32	0.32
-23.0	-1.00	-0.49	0.48
-23.0	-1.00	-0.65	0.65
-22.7	-0.99	-0.73	0.74
-22.2	-0.96	-0.71	0.74
-21.5	-0.93	-0.68	0.73
-20.7	-0.92	-0.66	0.72
-19.9	-0.91	-0.64	0.70
-19.1	-0.90	-0.61	0.68
-18.3	-0.90	-0.60	0.67
-17.5	-0.89	-0.64	0.72
-16.6	-0.89	-0.68	0.76
-15.7	-0.89	-0.68	0.77
-14.8	-0.88	-0.67	0.76
-13.8	-0.88	-0.65	0.74
-12.9	-0.87	-0.63	0.72
-11.9	-0.86	-0.61	0.71
-10.8	-0.86	-0.60	0.70
-9.8	-0.85	-0.59	0.69

Weg Horizontal	Vertikalkraft	Horizontalkraft	Reibungskoeffizient
[mm]	[kN]	[kN]	μ
-23.0	-1.00	-0.02	0.02
-23.0	-1.01	-0.15	0.15
-23.0	-1.01	-0.31	0.31
-23.0	-1.01	-0.47	0.47
-23.0	-1.00	-0.64	0.63
-22.8	-0.99	-0.73	0.73
-22.3	-0.96	-0.72	0.74
-21.6	-0.94	-0.69	0.73
-20.8	-0.92	-0.66	0.72
-20.0	-0.91	-0.64	0.70
-19.2	-0.90	-0.62	0.68
-18.4	-0.90	-0.60	0.67
-17.6	-0.89	-0.64	0.71
-16.7	-0.89	-0.68	0.76
-15.9	-0.89	-0.68	0.77
-14.9	-0.88	-0.67	0.76
-14.0	-0.88	-0.65	0.74
-13.0	-0.87	-0.63	0.72
-12.0	-0.86	-0.61	0.71
-11.0	-0.86	-0.60	0.70
-9.9	-0.85	-0.59	0.69

Tab. A.23: Zeitpunkt 360 (Messung 3)

Anhang B Verzahnungsauslegung

B.1 Winkelbestimmung für Verschleiß aA,i und aE,i

	Zahn 3		Zahn 4	
	α _A [°]	α _E [°]	α _A [°]	α _E [°]
r ₁	57,10	91,45	97,58	50,50
r ₂	52,48	86,77	93,17	46,05

Tab. B.1: Winkel $\alpha_{A,i}$ und $\alpha_{E,i}$ für Zahn 3 und Zahn 4

Tab. B.2: Winkel $\alpha_{A,i}$ und $\alpha_{E,i}$ für Zahn 5 und Zahn 6

	Zahn 5		Zahn 6	
	α _A [°]	α _E [°]	α _A [°]	α _E [°]
r ₁	45,92	102,18	105,25	42,84
r ₂	41,50	97,75	100,83	38,42

Tab. B.3: Winkel $\alpha_{A,i}$ und $\alpha_{E,i}$ für Zahn 7 und Zahn 8

	Zahn 7		Zahn 8	
	α _A [°]	α _E [°]	α _A [°]	α _E [°]
r ₁	41,03	107,06	107,89	40,19
r ₂	36,61	102,67	103,47	35,77

B.2 Kraft und Gleitweg für die Verschleißbestimmung

Tab. B.4: Kraft F und Gleitweg s für Zahn 1

Radius r ₁			Radius r ₂		
α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
0,0	76,0	21,8	0,0	76,0	21,8
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
60,0	38,0	15,4	60,0	38,0	15,4
70,0	26,0	12,7	69,6	26,5	12,8
74,0	20,9	11,4			

Tab. B.5: Kraft *F* und Gleitweg *s* für Zahn 3

Radius r ₁			Radius r ₂		
α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
57,1	41,3	16,0	52,48	46,3	17,0
57,0	41,4	16,1	50,0	48,9	17,4
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
0,0	76,0	21,8	0,0	76,0	21,8
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1

Radius r ₁			Radius r ₂		
α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
60,0	38,0	15,4	60,0	38,0	15,4
80,0	13,2	9,1	80,0	13,2	9,1
90,0	0,0	0,0	86,77	4,3	5,2
91,5	1,9	3,5			

Tab. B.6: Kraft F und Gleitweg s für Zahn 4

Radius r ₁		Radius r ₂			
α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
97,58	10,0	7,9	93,17	4,2	5,1
90,0	0,0	0,0	90,0	0,0	0,0
80,0	13,2	9,1	80,0	13,2	9,1
60,0	38,0	15,4	60,0	38,0	15,4
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
0,0	76,0	21,8	0,0	76,0	21,8
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
50,0	48,9	17,4	46,1	52,7	18,1
50,5	48,3	17,3			

Tab. B.7: Kraft F und Gleitweg s für Zahn 5

Radius r ₁		Radius r ₂			
α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
45,92	52,9	18,1	41,5	56,9	18,8
45,0	53,7	18,3	41,0	57,4	18,9
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
0,0	76,0	21,8	0,0	76,0	21,8
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
60,0	38,0	15,4	60,0	38,0	15,4
80,0	13,2	9,1	80,0	13,2	9,1
100,0	13,2	9,1	90,0	0,0	0,0
102,2	16,0	10,0	97,8	10,2	8,0

Tab. B.8: Kraft F und Gleitweg s für Zahn 6

Radius r ₁				Radiu	s r ₂
α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
105,3	20,0	11,2	100,8	14,3	9,4
100,0	13,2	9,1	100,0	13,2	9,1
80,0	13,2	9,1	80,0	13,2	9,1
60,0	38,0	15,4	60,0	38,0	15,4
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
0,0	76,0	21,8	0,0	76,0	21,8

Radius r ₁		Radius r ₂			
α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
40,0	58,2	19,0	30,0	65,8	20,2
42,8	55,7	18,6	38,4	59,5	19,3

Tab. B.9: Kraft F und Gleitweg s für Zahn 7

Radius r ₁			Radius r ₂		
α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
41,0	57,3	18,9	36,6	61,0	19,5
40,0	58,2	19,0	30,0	65,8	20,2
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
0,0	76,0	21,8	0,0	76,0	21,8
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
60,0	38,0	15,4	60,0	38,0	15,4
80,0	13,2	9,1	80,0	13,2	9,1
100,0	13,2	9,1	100,0	13,2	9,1
107,6	23,0	12,0	102,7		

Tab. B.10: Kraft F und Gleitweg s für Zahn 8

Radius r ₁			Radius r ₂		
α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r2} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
107,9	23,3	12,1	103,5	17,7	10,5
100,0	13,2	9,1	100,0	13,2	9,1
80,0	13,2	9,1	80,0	13,2	9,1
60,0	38,0	15,4	60,0	38,0	15,4
40,0	58,2	19,0	40,0	58,2	19,0
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
0,0	76,0	21,8	0,0	76,0	21,8
20,0	71,4	21,1	20,0	71,4	21,1
40,0	58,2	19,0	30,0	65,8	20,2
40,2	58,1	19,0	35,8	61,7	19,6

Tab. B.11: Kraft F und Gleitweg s allgemein in Abhängigkeit von ar

α _r [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
0,0	76,0	21,8	46,0	52,8	18,1
1,0	76,0	21,8	47,0	51,8	18,0
2,0	76,0	21,7	48,0	50,9	17,8
3,0	75,9	21,7	49,0	49,9	17,6
4,0	75,8	21,7	50,0	48,9	17,4
5,0	75,7	21,7	51,0	47,8	17,3
6,0	75,6	21,7	52,0	46,8	17,1
7,0	75,4	21,7	53,0	45,7	16,9
8,0	75,3	21,6	54,0	44,7	16,7
9,0	75,1	21,6	55,0	43,6	16,5
10,0	74,8	21,6	56,0	42,5	16,3
11,0	74,6	21,6	57,0	41,4	16,1

α _r [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]	α _{r1} [°]	<i>F</i> [kN]	Gleitweg s [mm]
12,0	74,3	21,5	58,0	40,3	15,8
13,0	74,1	21,5	59,0	39,1	15,6
14,0	73,7	21,4	60,0	38,0	15,4
15,0	73,4	21,4	61,0	36,8	15,1
16,0	73,1	21,3	62,0	35,7	14,9
17,0	72,7	21,3	63,0	34,5	14,7
18,0	72,3	21,2	64,0	33,3	14,4
19,0	71,9	21,2	65,0	32,1	14,1
20,0	71,4	21,1	66,0	30,9	13,9
21,0	71,0	21,0	67,0	29,7	13,6
22,0	70,5	20,9	68,0	28,5	13,3
23,0	70,0	20,9	69,0	27,2	13,0
24,0	69,4	20,8	70,0	26,0	12,7
25,0	68,9	20,7	71,0	24,7	12,4
26,0	68,3	20,6	72,0	23,5	12,1
27,0	67,7	20,5	73,0	22,2	11,8
28,0	67,1	20,4	74,0	20,9	11,4
29,0	66,5	20,3	75,0	19,7	11,1
30,0	65,8	20,2	76,0	18,4	10,7
31,0	65,1	20,1	77,0	17,1	10,3
32,0	64,5	20,0	78,0	15,8	9,9
33,0	63,7	19,9	79,0	14,5	9,5
34,0	63,0	19,8	80,0	13,2	9,1
35,0	62,3	19,7	81,0	11,9	8,6
36,0	61,5	19,6	82,0	10,6	8,1
37,0	60,7	19,4	83,0	9,3	7,6
38,0	59,9	19,3	84,0	7,9	7,0
39,0	59,1	19,2	85,0	6,6	6,4
40,0	58,2	19,0	86,0	5,3	5,7
41,0	57,4	18,9	87,0	4,0	5,0
42,0	56,5	18,8	88,0	2,7	4,1
43,0	55,6	18,6	89,0	1,3	2,9
44,0	54,7	18,5	90,0	0,0	0,0
45,0	53,7	18,3			

B.3 Verschleißmenge



Abb. B.1: Abriebmenge von Zahn 1 und Winkel α_{r1}



Abb. B.2: Abriebmenge von Zahn 1 und Winkel α_{r2}



Abb. B.3: Abriebmenge von Zahn 2 und Winkel α_{r1}



Abb. B.4: Abriebmenge von Zahn 3 und Winkel α_{r1}



Abb. B.5: Abriebmenge von Zahn 3 und Winkel α_{r2}



Abb. B.6: Abriebmenge von Zahn 4 und Winkel α_{r1}



Abb. B.7: Abriebmenge von Zahn 4 und Winkel arz



Abb. B.8: Abriebmenge von Zahn 5 und Winkel α_{r1}



Abb. B.9: Abriebmenge von Zahn 5 und Winkel α_{r2}



Abb. B.10: Abriebmenge von Zahn 6 und Winkel α_{r1}



Abb. B.11: Abriebmenge von Zahn 6 und Winkel α_{r2}



Abb. B.12: Abriebmenge von Zahn 7 und Winkel α_{r1}



Abb. B.13: Abriebmenge von Zahn 7 und Winkel ar2



Abb. B.14: Abriebmenge von Zahn 8 und Winkel α_{r1}



Abb. B.15: Abriebmenge von Zahn 8 und Winkel α_{r2}

B.4 FE-Simulation Verzahnung



Abb. B.16: Verschiebung U1 in x-Richtung (links), Verschiebung U3 in z-Richtung (rechts)



Abb. B.17: Normalspannung S11 in x-Richtung (links), Normalspannung S22 in y-Richtung (rechts)



Abb. B.18: Normalspannung S33 in z-Richtung

B.5 Herleitung Stabwerkmodell

Herleitung der Tangentenpunkte T_{p,i}

1. Festlegen der Kreiskoordinaten

$$x_M = h - (r - h) \qquad \qquad y_M = s \tag{B.3}$$

2. Aufstellen der Tangentengleichung

$$k_T: \ y = m \cdot x + n \tag{B.4}$$

$$n = 0$$
 (B.5)

3. Aufstellen der Berührbedingung Tangente an Kreis

$$(x_M \cdot m - y_M + n^2)^2 = r^2 \cdot (m^2 + 1)$$
(B.6)

$$(x_M \cdot m - y_M)^2 = r^2 \cdot m^2 + r^2)$$
(B.7)

$$m = \frac{x_M \cdot y_M - \sqrt{r^2 \cdot [(x_M)^2 + (y_M)^2 - r^2}}{(x_M)^2 - r^2}$$
(B.8)

4. Schnittpunkt Tangente mit Kreis

Allgemeine Kreisgleichung:

$$(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$$
(B.9)

Tangentengleichung mit n = 0 (siehe Gleichung B.3)

$$y = m \cdot x + n \tag{B.10}$$

Einsetzen von Gleichung B.8 in Gleichung B.7 mit m aus Gleichung B.6:

$$(x - x_M)^2 + (m \cdot x - y_M)^2 = r^2$$
(B.11)

Auflösen nach x:

$$x = \frac{\sqrt{-x_M^2 \cdot m^2 + 2 \cdot x_M \cdot y_M \cdot m - y_M^2 + m^2 \cdot r^2 + r^2} + x_M + y_M \cdot m}{m^2 + 1}$$
(B.12)

$$y = m \cdot x \tag{B.13}$$

5. Aufstellen des Tangentenpunktes T_{p,i}

$$T_{Px} = x = a_c \tag{B.14}$$

$$T_{Py} = m \cdot T_{Px} = h_c \tag{B.15}$$

Herleitung der Druckzonenhöhe xc

1. Aufstellen der Grundgleichungen

$$\cot \theta = \frac{x_c}{a_1} \qquad (I) \tag{B.16}$$

$$\cot \theta = \frac{a_c}{\frac{Z}{2}} \qquad (II) \tag{B.17}$$

mit:

$$z = d - \frac{x_c}{2} \tag{B.18}$$

2. Gleichung I und II gleichsetzen:

$$\frac{x_c}{a_1} = \frac{a_c}{\frac{z}{2}} \tag{B.19}$$

3. Nach x_c umstellen:

$$\frac{x_c}{a_1} = \frac{a_c}{\frac{z}{2}} = \frac{a_c}{0.5 \cdot d - 0.25 \cdot x_c}$$
(B.20)

$$(0.5 \cdot d - 0.25 \cdot x_c) \cdot \frac{x_c}{a_1} = a_c$$
 (B.21)

$$\frac{0.5 \cdot d \cdot x_c}{a_1} - \frac{0.25 \cdot x_c^2}{a_1} = a_c \tag{B.22}$$

$$x_c^2 - 2 \cdot d \cdot x_c + 4 \cdot a_c \cdot a_1 = 0 \tag{B.23}$$

$$x_c = d - \sqrt{d^2 - 4 \cdot a_c \cdot a_1} \tag{B.24}$$

Herleitung der Statischen Höhe d

1. Druckzonenhöhe xc aus Gleichung B.22

$$x_c = d - \sqrt{d^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_c} \tag{B.25}$$

mit:

$$d_1 = \frac{x_c}{2} \qquad , da \ \theta_1 = \theta_2 \tag{B.26}$$

$$d_1 = 2 \cdot h_c - d \tag{B.27}$$

2. Einsetzen von Gleichung B.23 in Gleichung B.24
$$d_1 = \frac{d - \sqrt{d^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_c}}{2}$$
(B.28)

3. Einsetzen von Gleichung B.25 in Gleichung B.26

$$d^{2} - 3 \cdot h_{c} \cdot d + 2 \cdot h_{c}^{2} + \frac{a_{1} \cdot a_{c}}{2} = 0$$
(B.29)

4. Auflösen nach d:

$$d = \frac{3}{2} \cdot h_c + \sqrt{\frac{9}{4} \cdot h_c^2} - f$$
(B.30)

mit:

$$f = 2 \cdot h_c^2 + \frac{a_1 \cdot a_c}{2}$$
(B.31)

C.1 Bewehrungspläne



Abb. C.1: Bewehrungsplan Blockfundament Mittelauflager



Abb. C.2: Bewehrungsplan Blockfundament Randauflager



Positionen:

Abb. C.3: Bewehrungsplan Köcherfundament Mittelauflager



Abb. C.4: Bewehrungsplan Köcherfundament Randauflager



Abb. C.5: Bewehrungsplan Arollhügel



Abb. C.6: Bewehrungsplan Lauffläche und Verzahnung unten



Abb. C.7: Bewehrungsplan Sichel



Abb. C.8: Bewehrungsplan Verzahnung oben



Abb. C.9: Bewehrungsplan Antriebsbock



C.2 Bemessungsschnittgrößen Schale

Abb. C.10: Maximale Normalkraft mit zugehörigem Moment (max M_{Ed}, zug. N_{Ed})



Abb. C.11: Minimales Moment mit zugehöriger Normalkraft



Abb. C.12: Maximales Moment mit zugehöriger Normalkraft

Lebenslauf

Persönliche Daten	
Name:	Sebastian Penkert
Staatsangehörigkeit:	deutsch
Schulausbildung	
08/1999 – 06/2005	Städtische Realschule Bad Berleburg Abschluss: Fachoberschulreife
08/2005 – 06/2008	Johannes-Althusius-Gymnasium Bad Berleburg Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Hochschulausbildung

10/2009 – 07/2010	Universität Siegen
	Bauingenieurwesen (Bachelor-Studiengang)
10/2010 – 11/2015	Technische Universität Kaiserslautern
	Bauingenieurwesen (Diplom-Studiengang)
	Abschluss: Diplom-Ingenieur (DiplIng.)
01/2016 – 07/2020	Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Doktorand an der Technischen Universität Kaiserslautern am Fachgebiet Massivbau und Baukonstruktion bei Prof. Dr. Ing. DrIng. E. h. Jürgen Schnell (bis 2018) und Prof. DrIng. Christian Glock (seit 2017)