

TK ed.

FORSCHUNG - AUSBILDUNG - WEITERBILDUNG

BERICHT NR. 21

TOLERANZUNTERSUCHUNGEN FÜR DRUCKMESSGERÄTE

WINFRIED G. / ESCHMANN

200*

*Für die freundliche Unterstützung bei der umfangreichen
Programmier-Arbeit danke ich Herrn Werner DIEDRICH.*

UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN
FACHBEREICH MATHEMATIK
ERWIN-SCHRÖDINGER-STRASSE
D-6750 KAISERSLAUTERN

FEBRUAR 1986



I N H A L T

	Seite
I. Zusammenfassung der Ergebnisse	0.1
II. Beschreibung der untersuchten Geräte	1
III. Problemstellung	4
IV. Die Übertragungsfunktion	6
V. Mathematische Formulierung des Problems	14
VI. Lösungsweg und Ergebnisse	16
VII. Bemerkungen zu den Ergebnissen	25
VIII. Anhang	27
IX. Literatur	35

TOLERANZUNTERSUCHUNGEN FÜR DRUCKMESSGERÄTE

I. ZUSAMMENFASSUNG DER ERGEBNISSE

Die Anzeigegenauigkeit eines Druckmeßgerätes mit Bourdon-Röhrenfeder als Meßglied hängt bei Verwendung eines (exzentrischen) Schubkurbelgetriebes (mit nachgeschaltetem Stirnradgetriebe) als Übertragungsgetriebe im wesentlichen von sechs Parametern ab. Vier Parameter werden von der Feder bzw. von deren Einbau beeinflußt.

In dieser Arbeit ist folgendes untersucht und berechnet worden:

- Unter Berücksichtigung der Hysterese der Bourdonfeder,
- bei Vorgabe oder Messung der Sollwerte der vier "Feder"-Parameter
- einschließlich deren Toleranzen
- und bei Vorgabe der gewünschten Genauigkeitsklasse wird festgestellt,
- welche Werte die Eichparameter haben müssen
- und mit welcher höchstzulässigen Toleranz diese einzustellen sind,

damit die Genauigkeitsklasse sicher eingehalten wird.

Diese Berechnungen lassen sich nicht nur für einen weiten Bereich von Federwegslängen durchführen (eine breite Fertigungsstreuung wird also erfaßt), sie liefern darüberhinaus sehr konkrete Hinweise darauf, wie die Bourdon-Röhrenfeder in das Meßgerät einzubauen ist, um möglichst große Toleranzen für den empfindlichen Eichparameter zur Verfügung zu haben.

In diesem Sinn ist das Problem des Eichens von Druckmeßgeräten mit dem oben genannten Übertragungsgetriebe optimal gelöst.

Die Berechnung dieser optimalen Eichparameter erfolgt mit dem erstellten FORTRAN 77-Programm auf der verwendeten Rechenanlage in ca. 0.8 sec. Eine Verwertung für eine programmgesteuerte Eichung erscheint ohne größere Probleme möglich.

Toleranzuntersuchungen für Druckmeßgeräte

II. BESCHREIBUNG DER UNTERSUCHTEN GERÄTE

Eine große Klasse von Druckmeßgeräten verwendet als Meßglied eine Bourdon-Röhrenfeder. Das ist ein (meist C-förmig) gebogenes Rohr mit "rundem", aber nicht kreisförmigem Querschnitt (siehe Bild 1). Das "C" biegt sich auf bei Zunahme des Drucks im Innern des Rohres. Die Länge des Weges, den das Federende bei höherem Innendruck zurücklegt, ist ein Maß für die Größe des Innendrucks.

Je nach verwendetem Material, Wanddicke und Gestalt des Querschnitts wird eine solche Bourdon-Feder zur Messung des Druckes in verschiedenen Druckbereichen benutzt. Die vorliegende Untersuchung wurde für Meßgeräte des Druckbereiches 0...16 bar durchgeführt. Es zeigt sich jedoch, daß dieser Bereich unter den weiter unten gemachten Annahmen nicht wesentlich ist.

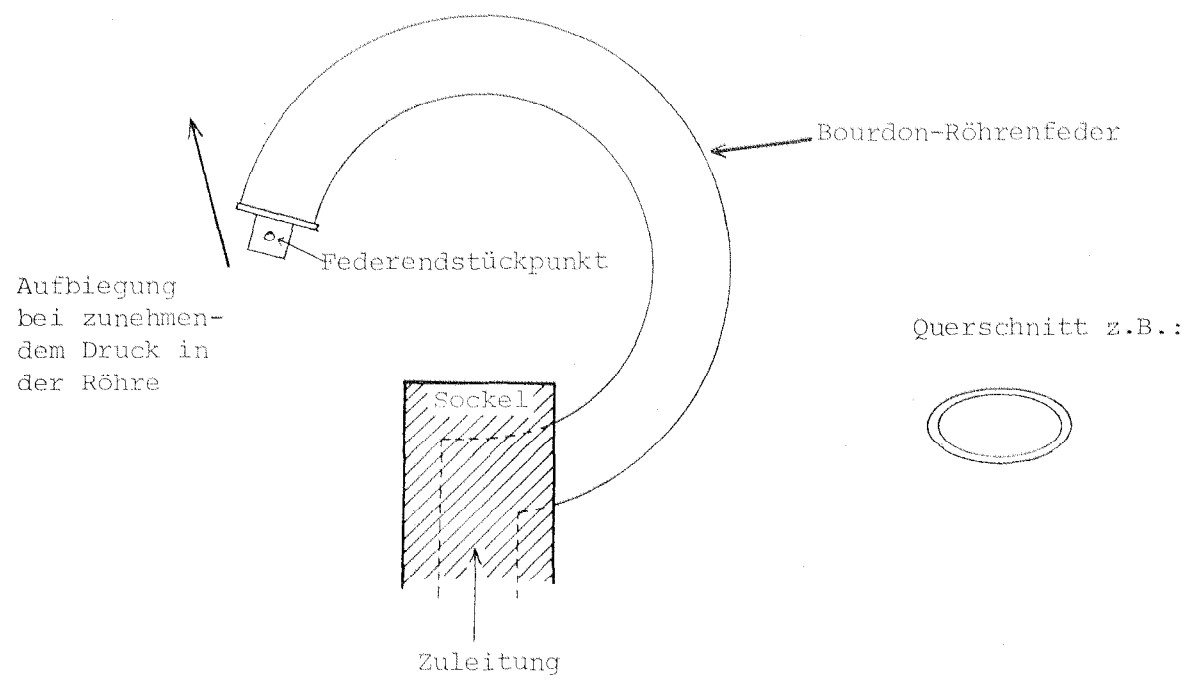


Bild 1. - Bourdon-Röhrenfeder in C-Form.

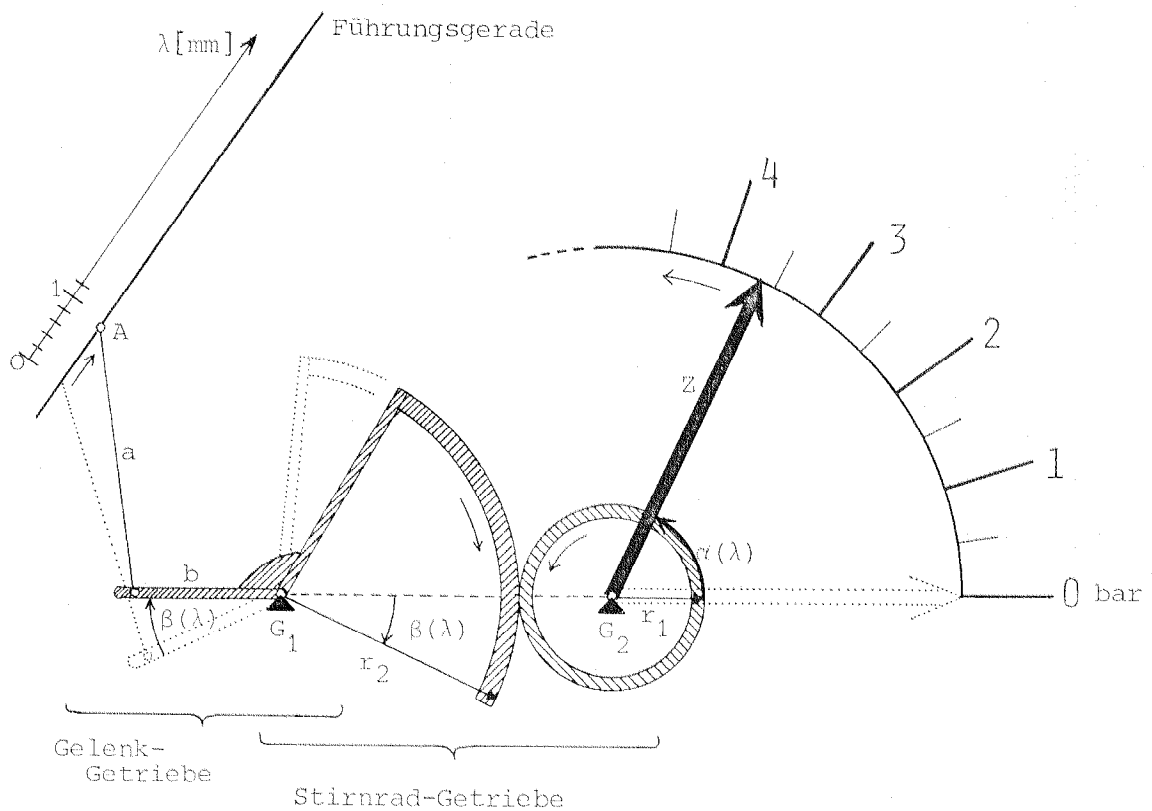


Bild 2. - Zur Übertragung der geradlinigen Bewegung des Federendstückpunktes A in die Drehbewegung des Zeigers Z vor der in bar beschrifteten 270° -Skala.

Die Auslenkung des Endes der Röhrenfeder wird mit Hilfe eines Getriebes auf den Zeiger einer gleichmäßig unterteilten 270° -Skala übertragen (siehe die schematische Darstellung in Bild 2). Diese Übertragung soll so sein, daß der Ausschlag des Zeigers (in $^{\circ}$) proportional zum Druck in der Röhrenfeder ist (siehe Bild 3).

Aus der ingenieurwissenschaftlichen und physikalischen Literatur (siehe z.B. [1], [3], [4]) ist bekannt, daß für nicht zu große Drucke - relativ zur Bauart der Röhrenfeder - die Auslenkung der Feder, genauer: des Federendstückpunktes (siehe Bild 1 bzw. in Bild 2 der Punkt A) proportional zum Druck ist und daß sich der Federendstückpunkt auf einer Geraden bewegt. Diese Gerade wird im folgenden Führungsgerade genannt. Die Länge des Geradenstücks zwischen den Positionen des Federendstückpunktes bei 0 bzw. 16 bar heißt Federweg. Dieser Federweg ist fertigungs-

bedingt Schwankungen unterworfen. Sein Sollwert beträgt für die untersuchten Meßgeräte 4 mm. Ferner variiert die Lage des Federendstückpunktes relativ zu einem fest (zum Gerätesockel) gewählten Koordinatensystem.

Bild 2 zeigt den bei den untersuchten Geräten verwendeten Typ von Übertragungsgetrieben: eine Hintereinanderschaltung eines Gelenkgetriebes und eines Stirnradgetriebes. Das Gelenkgetriebe besteht aus der Zugstange mit der Länge a und dem Hebel mit der Länge b und wandelt die geradlinige Bewegung des Federendstückpunktes A in eine Drehbewegung um den (zum Sockel festen) Gestellpunkt G_1 um. Das nachfolgende Stirnradgetriebe verstärkt die Drehbewegung des Hebels zur Drehbewegung des Zeigers im gewünschten Winkelbereich.

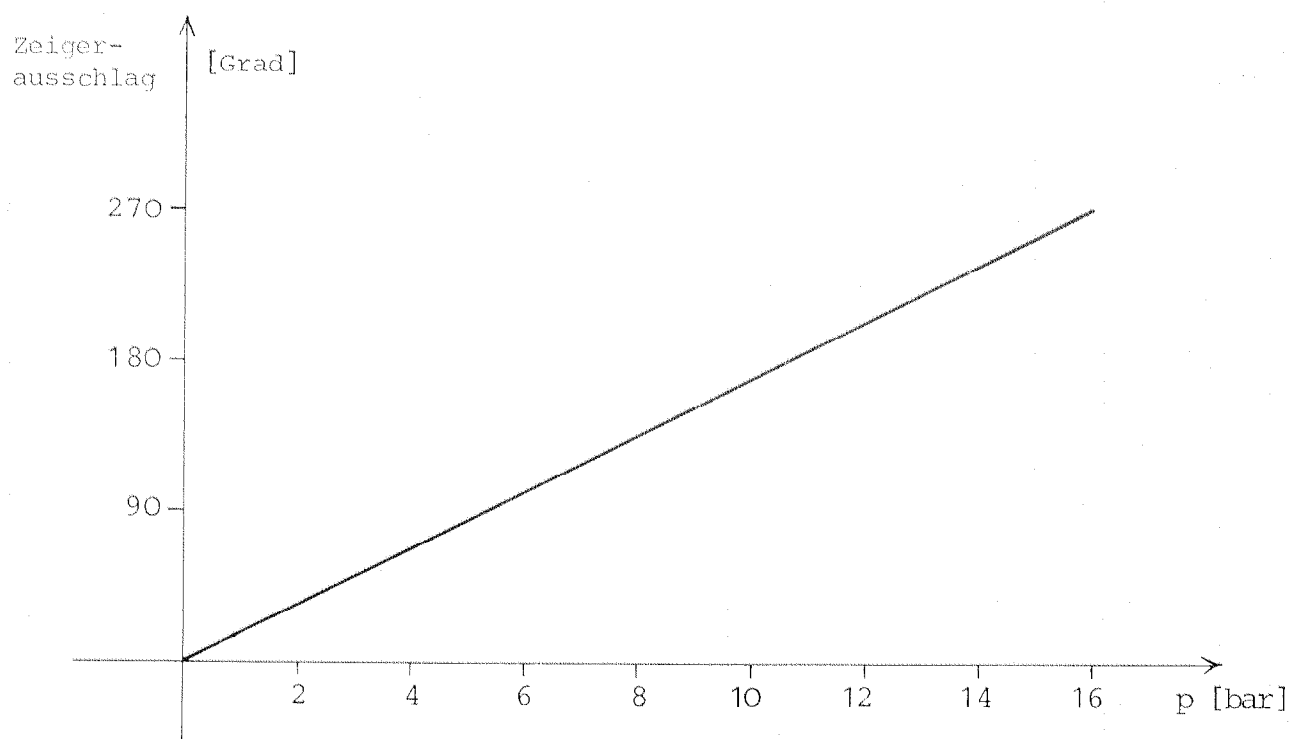


Bild 3. - Erwünschter linearer Zusammenhang zwischen Druck und Zeigerausschlag.

Schließlich gehören alle Meßgeräte einer gewissen Genauigkeitsklasse an, so die untersuchten Geräte der Klasse 1.0. Das bedeutet, daß jedes Gerät über den gesamten Anzeigebereich einen maximalen Anzeigefehler von höchstens 1 %, bezogen auf den Maximalausschlag, haben darf. Das heißt hier, daß der Anzeigefehler höchstens 0,16 bar betragen darf. (Selbstverständlich

soll das Gerät bei 0 bar Druck auch 0 anzeigen.)

In diesem Zusammenhang ist es wichtig, auf die Hysterese der Bourdon-Feder hinzuweisen: Soll nach einem hohen Druck ein niedrigerer Druck gemessen werden, so bedingt die Hysterese eine stärkere Auslenkung des Federendstückpunktes als dem niedrigeren Druck entsprechen würde, und das Gerät zeigt demzufolge einen höheren Druck an. Auch durch dieses Phänomen darf der Toleranzbereich nicht überschritten werden.

III. PROBLEMSTELLUNG

Grob gesprochen, lautet das Problem folgendermaßen: Nach Einbau der Röhrenfeder in den Sockel sind die Abmessungen des Übertragungsgetriebes (siehe Bild 2) so zu wählen, daß die in Bild 3 gezeigte lineare Funktion möglichst gut, d.h. unter Einhaltung der durch die Genauigkeitsklasse festgelegten maximalen Abweichung, realisiert wird.

Sieht man sich den gesamten Übertragungsweg (siehe Bild 2) genauer an:

Druck $p \longmapsto$ Auslenkung λ von A \longmapsto Winkel $\beta(\lambda)$ des Hebels
 \longmapsto Zeigerausschlag $\alpha(\lambda)$,

so erkennt man, daß der erste und letzte Schritt in dieser Kette bereits "lineare Vorgänge" sind. Denn im zulässigen Druckbereich ist λ proportional zu p . Bezeichnen wir den Federweg mit F_w , so ist bei einem Maximaldruck von 16 bar

$$\lambda = \lambda(p) = \frac{F_w}{16} p.$$

Ferner wird die Übertragung $\beta(\lambda) \longmapsto \alpha(\lambda)$ durch das Stirnrad-Getriebe mit den effektiven Radien r_2 bzw. r_1 der Zahnräder geleistet. Also gilt wegen der Gleichheit der Längen der aufeinander abrollenden Kreisbogenstücke

$$r_2 \cdot \beta(\lambda) = r_1 \cdot \alpha(\lambda),$$

d.h.

$$\alpha(\lambda) = \frac{r_2}{r_1} \beta(\lambda).$$

(Beim vorliegenden Gerätetyp wird ein Übersetzungsverhältnis

$\frac{r_2}{r_1}$ von 11,35 verwendet.)

Es geht daher zunächst nur noch darum, die Abmessungen des Gelenkgetriebes, also der Zugstangenlänge a und der Hebellänge b , so zu bestimmen, daß für $0 \leq \lambda \leq F_w$ die Funktion

$$\lambda \longmapsto \beta(\lambda)$$

eine möglichst gute Approximation einer gewissen linearen Funktion ist.

Genauer: So, daß die Funktion

$$\lambda \longmapsto 11,35 \cdot \beta(\lambda), \quad \lambda \in [0, F_w],$$

eine möglichst gute Approximation der linearen Zielfunktion

$$g(\lambda) := \frac{270}{F_w} \cdot \lambda, \quad \lambda \in [0, F_w],$$

ist (siehe Bild 4).

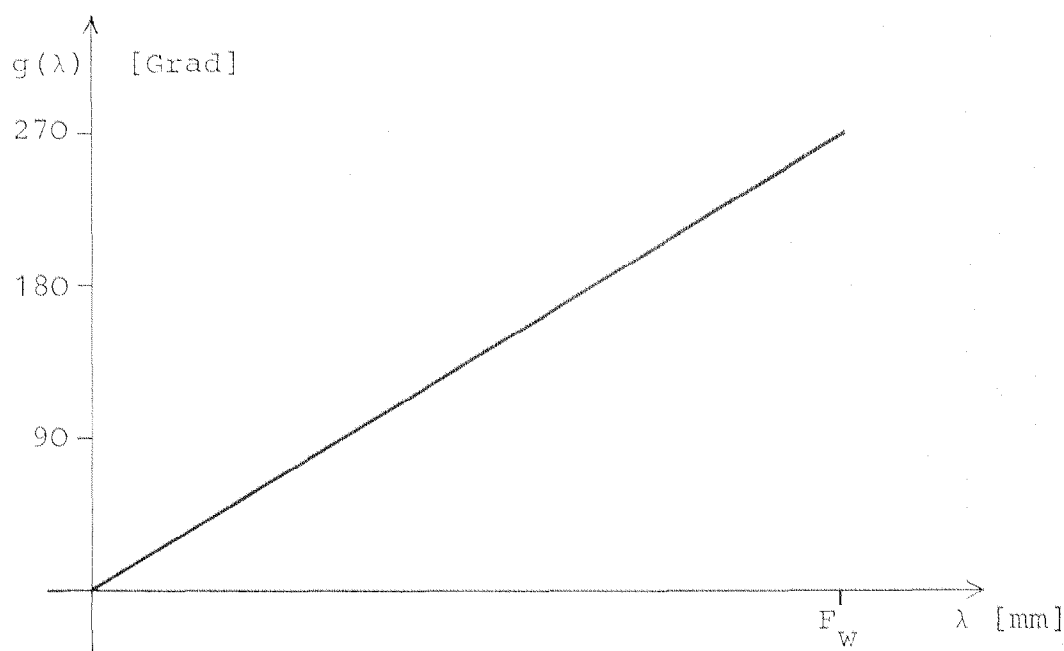


Bild 4. - Die Zielfunktion $g(\lambda)$ auf $[0, F_w]$.

Die Längen a und b zu bestimmen und am Gerät einzustellen sowie den Zeiger bei entspannter Röhrenfeder auf Null [bar] zu setzen, bedeutet, das Meßgerät zu eichen oder zu justieren. Hat man a und b (z.B. rechnerisch) bestimmt, so bestehen weiterhin folgende

- PROBLEME:
1. Die Längen a und b sind nicht exakt einstellbar.
 2. Der Federweg ist nicht exakt bekannt.
 3. Drei weitere Parameter, über die im nächsten Abschnitt zu reden sein wird, sind nicht exakt bekannt.

Deshalb ist die Problemstellung folgendermaßen zu präzisieren:

Welche Sollwerte für die Zugstangenlänge a und die Hebellänge b mit welchen höchstzulässigen Toleranzen sind am Gerät einzustellen, damit unter Berücksichtigung der Sollwerte der übrigen Parameter einschließlich deren Toleranzen, das Meßgerät noch die Anforderungen der Genauigkeitsklasse erfüllt?

In den nächsten Abschnitten wird diese Aufgabenstellung noch weiter präzisiert.

IV. DIE ÜBERTRAGUNGSFUNKTION

In diesem Abschnitt soll die Funktion, die jeder Auslenkung λ in mm des Federendstückpunktes A (siehe Bild 2) den Zeigerausschlag $\alpha(\lambda)$ in Grad zuordnet, bestimmt werden. Die Größen λ und $\alpha(\lambda)$ haben ihre Nullage jeweils in der Position, die der entspannten Feder entspricht.

1. Spezialfall:

Zur Herleitung werde der Nullpunkt eines kartesischen Koordinatensystems in den Drehpunkt G_1 des Hebels gelegt, so daß die x -Achse parallel zur Sockel-Längskante und "nach oben" in positiver Richtung verläuft. Bild 5 zeigt auch die Lage der y -Achse und den ersten Fall, in dem wir annehmen, daß sich der Federendstückpunkt A auf der zur x -Achse parallelen (Führungs-) Geraden mit dem Abstand h bewegt. Es sei h größer als die Hebellänge b .

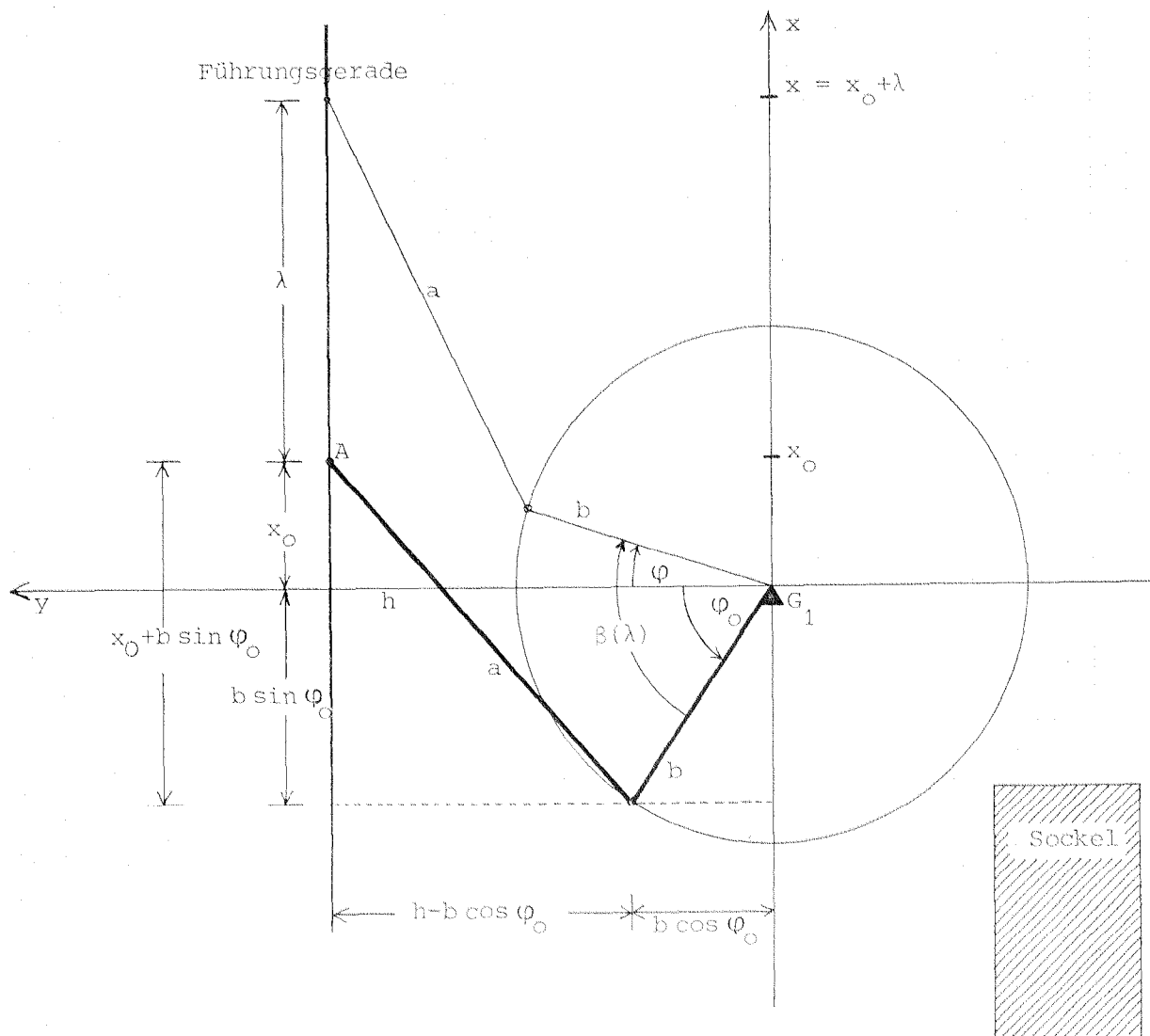


Bild 5. - Zur Herleitung der Funktion $\lambda \mapsto \beta(\lambda)$ bei paralleler Führungsgeraden.

Der Ruhelage von A entspricht das Koordinatenpaar (x_0, h) und der von der positiven y-Achse im Gegenuhrzeigersinn positiv gemessene Winkel φ_0 zum Hebel b.

Nach einer gewissen Auslenkung λ nimmt A die Position (x, h) ein, und der Hebel b bildet mit der positiven y-Achse den Winkel φ . Da der Winkel $\beta(\lambda)$ von der Ruhelage ($\beta(0)=0$) aus positiv gemessen werden soll ist

$$\beta(\lambda) = \varphi_0 - \varphi. \quad (1)$$

Wir setzen weiter voraus, daß die Winkel φ und φ_0 in dem technisch relevanten Bereich zwischen -90° und 90° liegen.

Bild 5 entnimmt man nun

$$(x_0 + b \sin \varphi_0)^2 + (h - b \cos \varphi_0)^2 = a^2 \quad (2)$$

und analog

$$(x + b \sin \varphi)^2 + (h - b \cos \varphi)^2 = a^2. \quad (3)$$

Gleichung (2) läßt sich nach φ_0 und Gleichung (3) nach φ auflösen:

Setzt man etwa in (3) $\sin \varphi =: t$, so folgt wegen $\varphi \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

$$\cos \varphi = \sqrt{1-t^2},$$

und (3) geht über in

$$(x+bt)^2 + (h-b\sqrt{1-t^2})^2 = a^2$$

und soll zunächst nach t aufgelöst werden: Es ergeben sich folgende äquivalente Gleichungen

$$x^2 + 2bx + b^2 t^2 = a^2 - h^2 + 2bh\sqrt{1-t^2} - b^2(1-t^2),$$

$$x^2 - a^2 + h^2 + b^2 = 2b(h\sqrt{1-t^2} - xt),$$

$$\left[\frac{x^2 - a^2 + h^2 + b^2}{2b} + xt \right]^2 = h^2(1-t^2),$$

$$(x^2 + h^2)t^2 + \frac{x}{b}(x^2 + h^2 + b^2 - a^2)t + \frac{(x^2 + h^2 + b^2 - a^2)^2}{4b^2} - h^2 = 0,$$

und hieraus

$$t = \frac{1}{2b(x^2 + h^2)} \left[-x(x^2 + h^2 + b^2 - a^2) \pm \sqrt{4b^2 h^2 (x^2 + h^2) - h^2 (x^2 + h^2 + b^2 - a^2)^2} \right]. \quad *)$$

Man überlegt sich nun leicht, welche Bedeutung die beiden Vorzeichen vor der Wurzel haben (siehe Bild 6):

Bei einer festen Auslenkung λ bzw. x ist der Winkel φ nicht eindeutig durch die Längen a und b bestimmt. Ist x kleiner als

*) Der Radikand ist positiv genau dann, wenn $(a-b)^2 < x^2 + h^2 < (a+b)^2$.

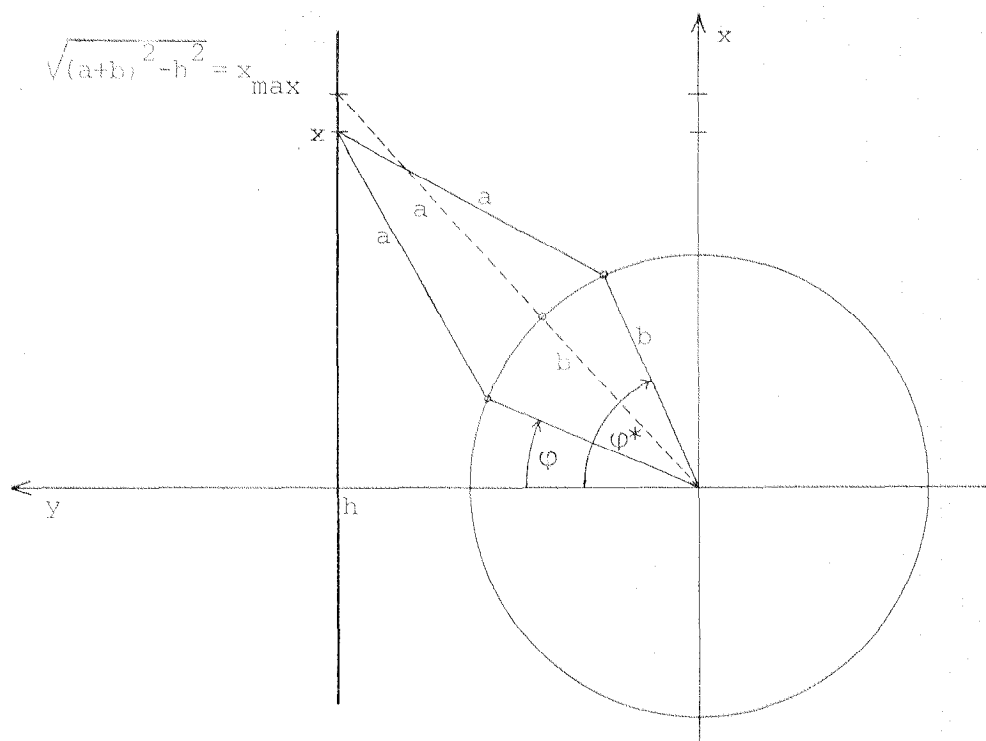


Bild 6. - Die Strecklage des Gelenkgetriebes und die beiden möglichen Stellungen ϕ und ϕ^* des Hebels für $x < x_{\max}$.

die maximal mögliche Auslenkung $x_{\max} = \sqrt{(a+b)^2 - h^2}$, so ist eine Hebelstellung oberhalb oder unterhalb der Strecklage von a und b möglich. Auf Grund der Zählrichtung von ϕ (von der positiven y -Achse aus im Gegenuhrzeigersinn positiv), folgt sofort, daß bei der vorliegenden Konfiguration das "+"-Zeichen zu wählen ist.

Es ergibt sich mit $\phi = \arcsin t$ und bei analoger Rechnung für ϕ_0 :

$$\phi = \arcsin \left[\frac{1}{2b(x^2+h^2)} \left[-x(x^2+h^2+b^2-a^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + h \sqrt{4b^2(x^2+h^2) - (x^2+h^2+b^2-a^2)^2} \right] \right], \quad (4)$$

$$\phi_0 = \arcsin \left[\frac{1}{2b(x_0^2+h^2)} \left[-x_0(x_0^2+h^2+b^2-a^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + h \sqrt{4b^2(x_0^2+h^2) - (x_0^2+h^2+b^2-a^2)^2} \right] \right]. \quad (5)$$

Damit ist $\beta(\lambda) = \varphi_0 - \varphi$ für den Fall der parallelen Führungsgeraden vollständig bestimmt; denn es ist $x = x_0 + \lambda$ zu setzen und die Parameter x_0 und h sind als Koordinaten des Federendstückpunktes (bei entspannter Feder) bezüglich des beschriebenen Koordinatensystems durch den Einbau der Röhrenfeder festgelegt.

2. Der allgemeine Fall

Im allgemeinen Fall ist nicht zu erwarten, daß die Führungsgerade eine Parallele zur Gehäuse-Längsachse, d.h. zur x -Achse des in 1. beschriebenen Koordinatensystems ist. Deshalb wird ein weiterer Parameter γ , der Winkel zwischen der Führungsgeraden und der x -Achse, eingeführt. Hierdurch und durch die Koordinaten x_0 und h ist die Lage der Führungsgeraden vollständig festgelegt (siehe Bild 7).

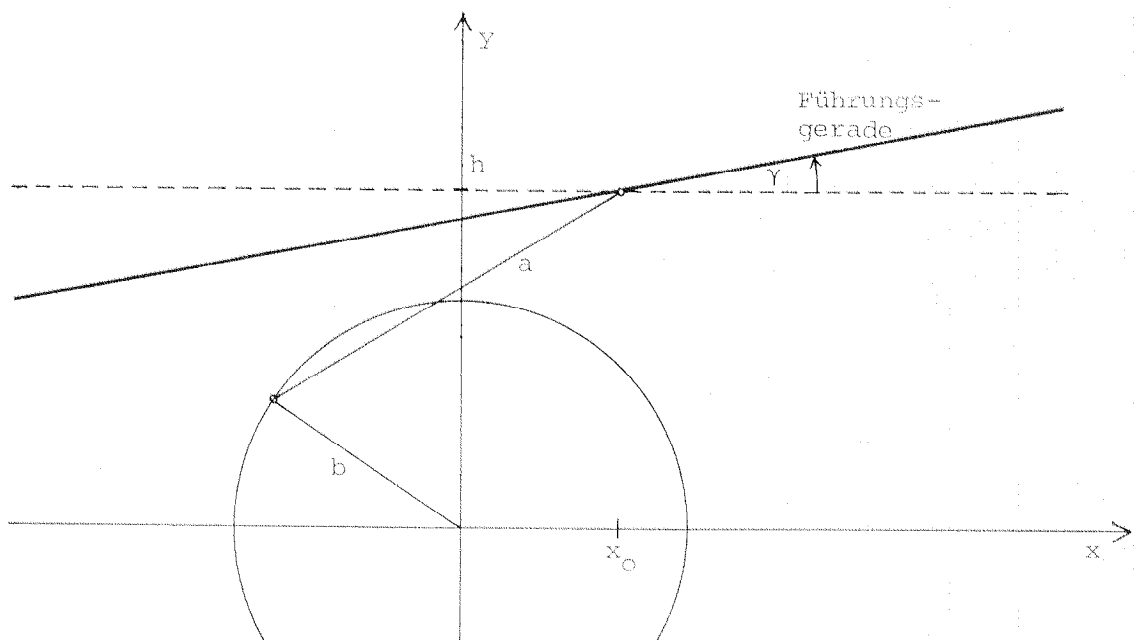


Bild 7. - Die Führungsgerade geht weiterhin durch den Punkt (x_0, h) , bildet aber einen Winkel γ mit der positiven x -Achse.

Zur Bestimmung der Funktion β wird ein weiteres kartesisches Koordinatensystem eingeführt, das sich aus dem x - y -System durch Drehung um den Nullpunkt um den Winkel γ im Gegenuhrzeigersinn ergibt (siehe Bild 8). Die neue \tilde{y} -Achse steht nun senkrecht auf der Führungsgeraden, d.h. letztere ist eine Parallele zur \tilde{x} -Achse im Abstand \tilde{h} . Bezeichnet man noch den

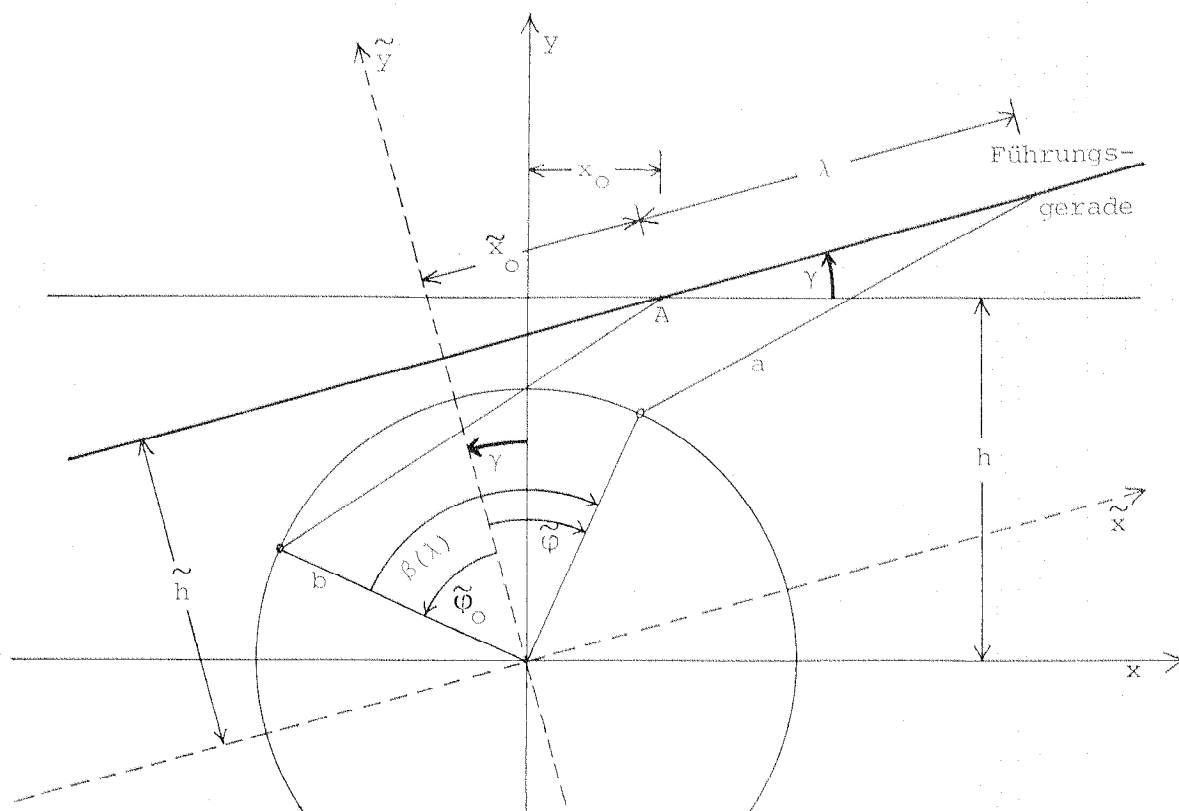


Bild 8. - Bezüglich des gestrichelt gezeichneten \tilde{x} - \tilde{y} -Systems hat A die Koordinaten \tilde{x}_0 und \tilde{h} .

Abstand des Punktes A von der \tilde{y} -Achse mit \tilde{x}_0 , so sind \tilde{x}_0 und \tilde{h} die Koordinaten von A im gedrehten Koordinatensystem. Also gilt

$$\tilde{x}_0 = x_0 \cos \gamma + h \sin \gamma, \quad (6)$$

$$\tilde{h} = -x_0 \sin \gamma + h \cos \gamma. \quad (7)$$

Ersetzt man nun in den Gleichungen (4) und (5) x_0 durch \tilde{x}_0 , h durch \tilde{h} und x durch $\tilde{x}_0 + \lambda$, so erhält man die in Bild 8 eingezeichneten Winkel $\tilde{\varphi}_0$ und $\tilde{\varphi}$, und es ist wieder

$$\beta(\lambda) = \tilde{\varphi}_0 - \tilde{\varphi}(\lambda).$$

Ferner zeigt ein Vergleich der Bilder 5 und 8 (bzw. eine längere Rechnung):

$$\varphi_0 = \tilde{\varphi}_0 + \gamma,$$

so daß

$$\beta(\lambda) = \varphi_0 - \gamma - \tilde{\varphi}(\lambda) \quad \text{für } \lambda \in [0, F_w],$$

wobei

$$\tilde{\varphi}(\lambda) = \arcsin \left[\frac{1}{2b(x^2 + \tilde{h}^2)} \left[-x(x^2 + \tilde{h}^2 + b^2 - a^2) + \tilde{h} \sqrt{4b^2(x^2 + \tilde{h}^2) - (x^2 + \tilde{h}^2 + b^2 - a^2)^2} \right] \right], \quad (8)$$

$x = \tilde{x}_0 + \lambda$ und \tilde{x}_0, \tilde{h} wie in (6) und (7) sind.

Dabei müssen die Abmessungen so sein, daß

- 1) $\tilde{x}_0 + F_w$ "deutlich kleiner" als $\sqrt{(a+b)^2 - \tilde{h}^2}$ ist, d.h. daß das Getriebe nicht "in die Nähe" der Strecklage kommt,
- 2) die Zugstange a für kein $\lambda \in [0, F_w]$ senkrecht auf der Führungsgeraden steht. Andernfalls wäre β nicht streng monoton wachsend bzw. die Linearität besonders stark verletzt.
- 3) φ_0 kleiner als 90° ist. Das ist wegen (2) genau dann der Fall, wenn $a < h$ oder $x_0 > -b + \sqrt{a^2 - h^2}$ ist.

Bild 9 zeigt für die typischen Abmessungen

$$a = 23 \text{ mm}, \quad b = 9.5 \text{ mm}, \quad x_0 = h = 16 \text{ mm}, \quad \gamma = 8^\circ$$

den Verlauf der Funktion $\lambda \mapsto \beta(\lambda)$ auf ihrem maximalen Definitionsbereich $-\sqrt{(a+b)^2 - \tilde{h}^2} - \tilde{x}_0 \leq \lambda \leq \sqrt{(a+b)^2 - \tilde{h}^2} - \tilde{x}_0$, das ist etwa das Intervall $[-47.6, 11.4]$. Dabei wurde eine Modifikation von $\tilde{\varphi}(\lambda)$ in (8) berücksichtigt, falls sich Winkel größer als $\frac{\pi}{2}$ ergeben. Dies ist jedoch für das folgende unwesentlich, denn Bild 9 zeigt auch den tatsächlich genutzten Teil dieser Funktion über dem Intervall $[0, 4]$. Er liegt im Bereich des Wendepunktes dieser Kurve, und es ist eine relativ gute Approximation einer Geraden durch dieses Kurvenstück zu erwarten.

Schließlich zeigt Bild 9 noch, daß etwa für $\lambda = -18$ die Zugstange senkrecht auf der Führungsgeraden stehen würde, denn dort nimmt β sein absolutes Minimum an.

(In diesem Beispiel ist $\tilde{x}_0 \approx 18.1$, $\tilde{h} \approx 13.6$, $\varphi_0 \approx 36^\circ$.)

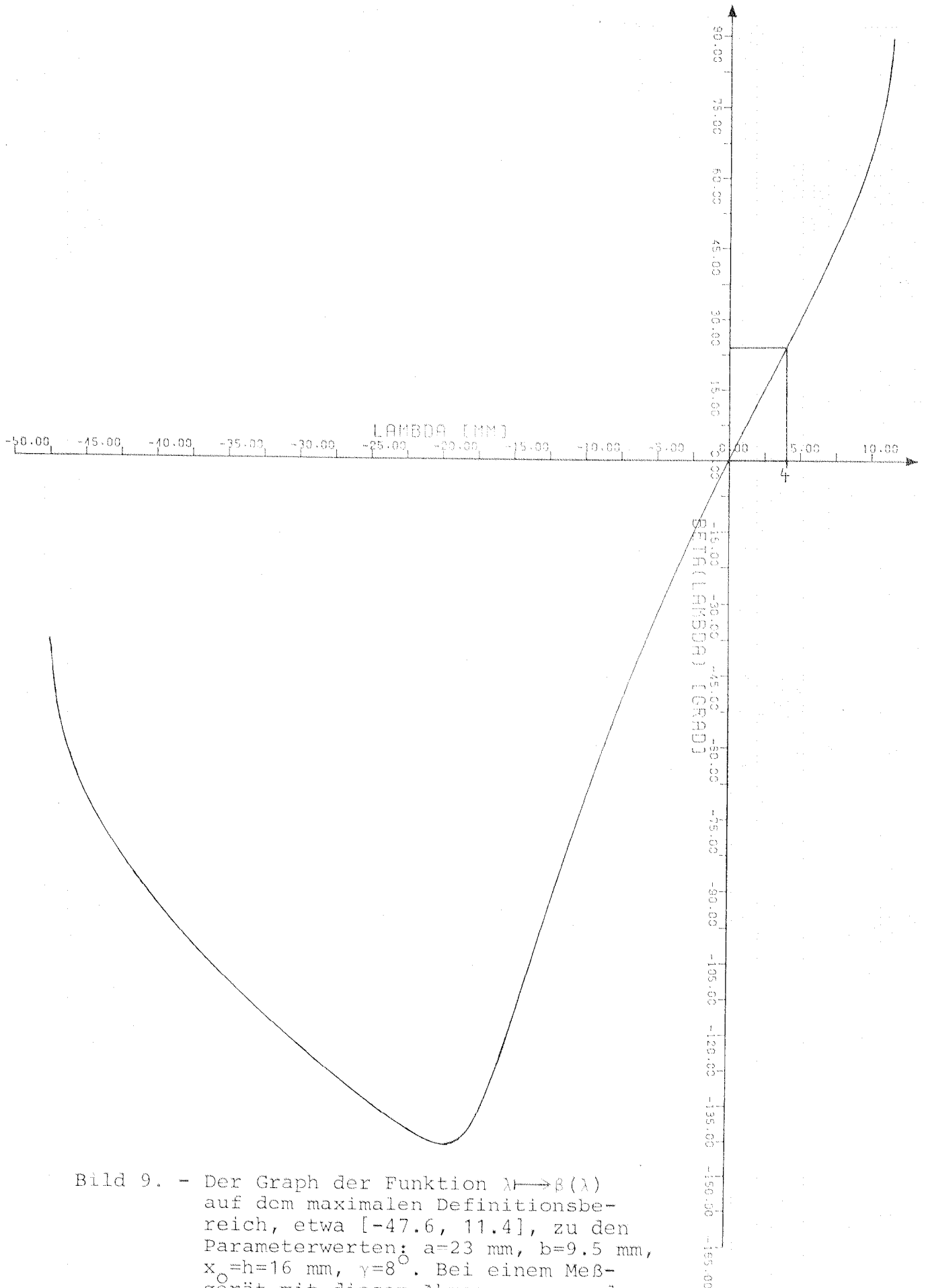


Bild 9. - Der Graph der Funktion $\lambda \rightarrow \beta(\lambda)$ auf dem maximalen Definitionsbereich, etwa $[-47.6, 11.4]$, zu den Parameterwerten: $a=23$ mm, $b=9.5$ mm, $x_0=h=16$ mm, $\gamma=8^\circ$. Bei einem Meßgerät mit diesen Abmessungen und $F_w=4$ mm wird nur der über $[0,4]$ liegende Teil der Kurve benutzt.

V. MATHEMATISCHE FORMULIERUNG DES PROBLEMS

In Abschnitt IV wurde u.a. gezeigt, daß die Funktion β von den Parametern a, b, x_0, h, F_w und γ abhängt, so daß wir nun genauer schreiben

$$\beta(\lambda) = \beta(a, b, x_0, h, F_w, \gamma; \lambda).$$

Aus Abschnitt III ist bekannt, daß die Funktion

$$\alpha(\lambda) = \alpha(a, b, x_0, h, F_w, \gamma; \lambda) = 11,35 \cdot \beta(\lambda)$$

eine "tolerierbare" Approximation der linearen Zielfunktion

$$g(\lambda) = g(F_w; \lambda) = \frac{270}{F_w} \cdot \lambda$$

auf dem Intervall $[0, F_w]$ sein soll. Dies ist zu präzisieren!

Die Genauigkeitsklasse der untersuchten Geräte beträgt 1.0.

D.h. es kann eine Fehl Anzeige des Gerätes von 1 % des Maximalausschlages von 270° ($\Delta 16$ bar), also von 2.7° ($\Delta 0.16$ bar) akzeptiert werden. Der Hersteller hat jedoch seine Güteforderung derart festgelegt, daß er nur 80 % dieser Werte zuläßt.

Das bedeutet: Es wird nur eine Abweichung von 2.16° akzeptiert. Wegen der Hysterese der Bourdon-Feder darf die maximale Abweichung nach oben nicht voll ausgenutzt werden. Der durch die Hysterese verursachte Anzeigefehler kann bis zu 50 % des Eichfehlers betragen. Durch geeignete Wahl der Feder-Werkstoffe ließ sich nach Angaben des Herstellers der "Hysterese-Fehler" bei den hier untersuchten Geräten auf 10 - 15 % begrenzen, so daß man bei einer Reduktion des ursprünglich möglichen Fehlers von 2.7° um 40 % für die Abweichung nach oben auf jeden Fall auf der sicheren Seite ist.

Für alle $\lambda \in [0, F_w]$ muß also

$$g(\lambda) - 2.16 \leq \alpha(\lambda) \leq g(\lambda) + 1.62$$

gelten oder:

$$- 2.16 \leq \alpha(\lambda) - g(\lambda) \leq 1.62 \quad \text{für alle } \lambda \in [0, F_w]. \quad (9)$$

Bild 10 zeigt den Verlauf von α -g für denselben Parametersatz, wie er für die Funktion β in Bild 9 benutzt wurde. Da die Kurve vollständig oberhalb der λ -Achse verläuft, würde ein Gerät mit diesen Abmessungen (und exakt aufgesetztem Zeiger) über den gesamten Anzeigebereich jeweils zuviel anzeigen. Die Abweichung liegt jedoch vollständig innerhalb der zulässigen Toleranzen.

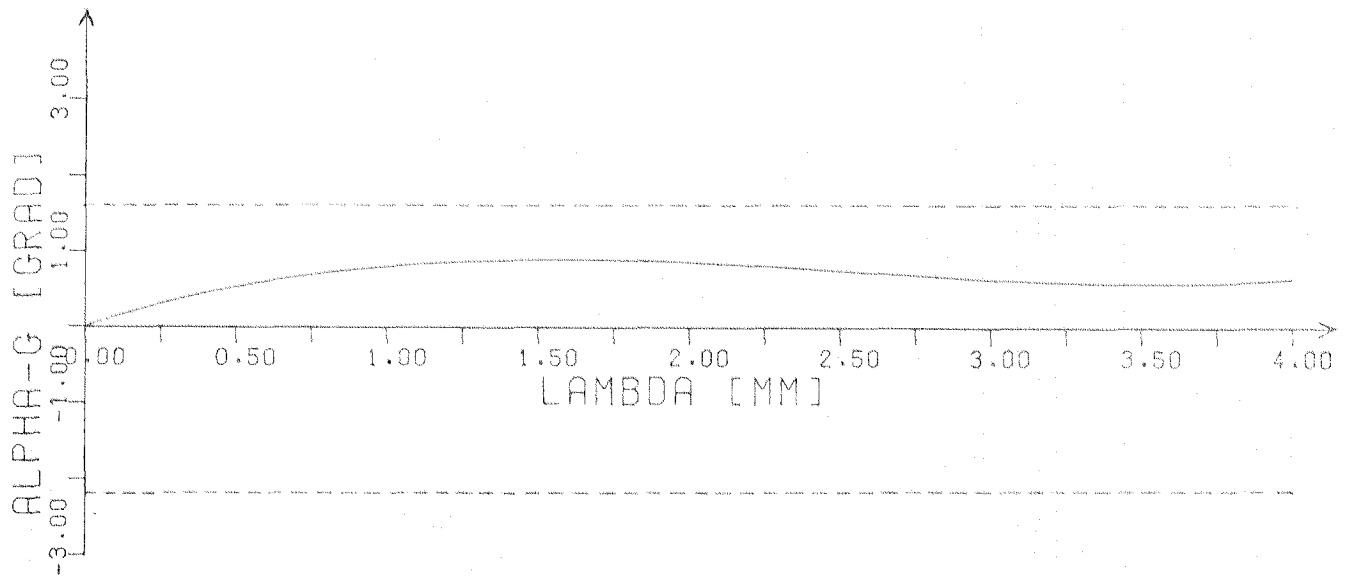


Bild 10. - Der Graph der Funktion α -g für den Parametersatz $a=23$ mm, $b=9.5$ mm, $x_0=h=16$ mm, $F_w=4$ mm, $\gamma=8^\circ$.

Für einen zulässigen Parametersatz $(a, b, x_0, h, F_w, \gamma)$ sei

$$D_1(a, b, x_0, h, F_w, \gamma) := \min_{\lambda \in [0, F_w]} \left[\alpha(a, b, x_0, h, F_w, \gamma; \lambda) - g(F_w; \lambda) \right]$$

und

$$D_2(a, b, x_0, h, F_w, \gamma) := \max_{\lambda \in [0, F_w]} \left[\alpha(a, b, x_0, h, F_w, \gamma; \lambda) - g(F_w; \lambda) \right],$$

so daß (9) verlangt, nur solche Parametersätze zu akzeptieren, für die

$$D_1(a, b, x_0, h, F_w, \gamma) \geq -2.16 \quad \text{und} \quad D_2(a, b, x_0, h, F_w, \gamma) \leq 1.62 \quad (10)$$

gilt. (In Bild 10 ist z.B. $D_1 = 0$ und $D_2 \approx 0.93$.)

Bedenkt man nun, daß x_0, h, F_w, γ konstruktions- bzw. fertigungsbedingte Parameter, aber a und b noch nach dem Zusammenbau des Gerätes veränderbare Parameter (Eichparameter) sind, so läßt sich die am Ende von Abschnitt III genannte Problemstellung folgendermaßen formulieren:

Gegeben seien Soll- oder Meßwerte für die Koordinaten x_0 und h des Federendstückpunktes mit höchstzulässigen Abweichungen nach oben oder unten von Δx_0 bzw. Δh , für den Federweg F_w mit ΔF_w und für γ mit $\Delta \gamma$.

Welche Sollwerte sind für die Zugstangenlänge a und die Hebellänge b zu wählen und welche Toleranzen Δa und Δb sind höchstens zulässig, so daß für alle Parametersätze $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma})$ mit

$$a - \Delta a \leq \bar{a} \leq a + \Delta a \quad , \quad b - \Delta b \leq \bar{b} \leq b + \Delta b \quad ,$$

$$x_0 - \Delta x_0 \leq \bar{x}_0 \leq x_0 + \Delta x_0 \quad , \quad h - \Delta h \leq \bar{h} \leq h + \Delta h \quad ,$$

$$F_w - \Delta F_w \leq \bar{F}_w \leq F_w + \Delta F_w \quad , \quad \gamma - \Delta \gamma \leq \bar{\gamma} \leq \gamma + \Delta \gamma$$

gilt

$$D_1(\bar{a}, \bar{b}, \bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}) \geq -2.16 \quad \text{und} \quad D_2(\bar{a}, \bar{b}, \bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}) \leq 1.62 \quad ?$$

VI. LÖSUNGSWEG UND ERGEBNISSE

1. FRAGE: Gibt es zu gegebenem Federweg F_w (z.B. mit $3.5 \leq F_w \leq 4.5$) optimale Parametersätze (a, b, x_0, h, γ) , d.h. solche Parametersätze für die die maximale Abweichung der Funktion α von der Funktion g auf dem Intervall $[0, F_w]$ minimal ist?

Zu gegebenem F_w ist also die Funktion

$$(a, b, x_0, h, \gamma) \longmapsto \max_{\lambda \in [0, F_w]} |\alpha(\lambda) - g(\alpha)| = \max\{|D_1|, |D_2|\}$$

zu minimieren.

Man stellt nun fest, daß diese Funktion "viele" lokale Minima besitzt. Tabelle 1 zeigt für einige Werte von F_w eine Auswahl zugehöriger optimaler Parametersätze, die in den meisten Fällen wesentlich voneinander verschieden sind.

F_w	a	b	x_0	h	γ	Max $ \alpha-g $
3.5	22.482	8.279	16.029	15.641	9.41	0.223
	23.187	8.302	16.251	16.380	11.76	0.230
3.6	22.947	8.507	16.408	15.925	8.83	0.220
	23.803	8.444	16.542	16.852	9.22	0.211
3.7	22.450	8.660	15.749	15.886	6.53	0.200
	22.986	8.807	16.233	16.283	11.25	0.232
3.8	22.522	9.012	16.081	15.859	8.60	0.221
	22.646	9.084	16.088	16.093	11.65	0.241
3.9	22.690	9.106	15.994	16.033	4.79	0.189
	22.639	9.329	16.127	16.121	11.24	0.239
4.0	22.279	9.464	15.863	15.870	6.82	0.211
	22.311	9.594	15.927	16.003	11.48	0.245
4.1	22.514	9.664	16.084	15.978	5.28	0.199
	22.403	9.832	16.062	16.064	10.73	0.244
4.2	23.297	9.807	16.646	16.346	2.97	0.186
	22.332	10.097	16.138	16.002	10.88	0.252
4.3	22.353	10.185	16.069	16.014	5.25	0.205
	22.025	10.345	15.991	15.867	10.32	0.251
4.4	22.099	10.544	16.092	15.919	7.99	0.235
	22.060	10.612	16.040	15.978	11.28	0.261
4.5	21.285	10.843	15.600	15.556	9.16	0.253
	21.998	10.854	16.062	15.983	10.60	0.259
	22.034	10.905	16.000	16.000	18.00	0.318

TABELLE 1. - Verschiedene optimale Parametersätze (a, b, x_0, h, γ) zu gegebenem Federweg F_w mit $3.5 \leq F_w \leq 4.5$.

Alle Werte in mm bzw. Grad.

Tabelle 1 zeigt in der letzten Spalte auch den Wert des Minimums, d.h. den Betrag der maximalen Abweichung von der Zielfunktion g . Diese Abweichung liegt in der Größenordnung von 0.25° . D.h. ein Gerät mit den exakt eingestellten (optimalen) Parametern würde der Genauigkeitsklasse 0.1 (%) angehören. Es scheint also genügend "Spielraum" für die Berücksichtigung der Toleranzen gegeben zu sein.

Während für die Hebellänge b in Tabelle 1 eine eindeutige Zunahme von kurzen zu längeren Federwegen erkennbar ist ^{*}), zeigt die Zugstangenlänge a kein einheitliches Bild.

Dagegen schwanken die Werte der Koordinaten x_0 und h des Federendstückpunktes um den Wert 16 mm.

Betrachtet man in Tabelle 1 schließlich die Spalte der Winkel γ , so stellt man eine große Variation dieses Parameters fest; es sind sogar nahezu alle Winkel zwischen 0° und 30° möglich, je nachdem in welchem Bereich man das benutzte Optimierungs-Verfahren suchen läßt. Man erhält also durch diese Voruntersuchung noch keinen Hinweis auf einen optimalen Einbau der Bourdon-Feder in das Meßgerät.

Es empfiehlt sich, neben dem Federweg F_w auch den Neigungswinkel γ der Führungsgeraden als unabhängigen Parameter zu wählen und zu fragen:

2. FRAGE: Gibt es bei fest gewählten Koordinaten $x_0 = h = 16$ [mm] zu jedem Paar (F_w, γ) einen optimalen Parametersatz (a_{opt}, b_{opt}) , so daß also die Funktion

$$(a, b) \mapsto \max_{\lambda \in [0, F_w]} |\alpha(\lambda) - g(\lambda)|$$

dort minimal wird?

Die Antwort lautet: ja. Einen Auszug der Ergebnisse, die mit dem ableitungsfreien Optimierungs-Verfahren von Nelder-Mead gewonnen worden sind, enthält Tabelle 2 im Anhang. Sie gibt für die berechneten Parameter auch den jeweiligen Wert (des Minimums) der maximalen Abweichung [in $^\circ$] von α und g an. Man erkennt auch wieder die Zunahme dieser Abweichung von kleinen zu großen Winkeln γ sowie die Zunahme von b mit zunehmendem Federweg F_w . Es bleibt als

3. FRAGE: Wie weit darf man sich von einem optimalen Parameterpaar (a_{opt}, b_{opt}) entfernen, ohne daß $D_1 < -2.16$ oder $D_2 > 1.62$ wird? Beziehungsweise darüberhinaus: Wie weit darf man sich noch von dem optimalen Parameterpaar (a_{opt}, b_{opt}) entfernen, wenn x_0, h, F_w und γ nicht mehr fest sind sondern alle Werte aus vorgegebenen Toleranzintervallen annehmen dürfen?

^{*}) Das war zu erwarten, denn ein kurzer Federweg muß durch einen verkürzten Hebelarm kompensiert werden, damit sich dennoch wieder der Maximalausschlag von 270° ergibt.

Eine Sensitivitäts-Analyse für die einzelnen Parameter ergibt zunächst, daß sehr unterschiedliche Toleranzintervalle zu wählen bzw. zu erwarten sind. Bild 11 zeigt, welchen Einfluß die Änderung jeweils eines Parameters auf das Verhalten von α -g hat:

O A: 22.50 ,B: 9.50 ,X₀: 16.00 ,H: 16.00 ,FW: 4.00 ,GAMMA: 8.00
 Δ A: 22.50 ,B: 9.45 ,X₀: 16.00 ,H: 16.00 ,FW: 4.00 ,GAMMA: 8.00
 + A: 22.00 ,B: 9.50 ,X₀: 16.00 ,H: 16.00 ,FW: 4.00 ,GAMMA: 8.00
 X A: 22.50 ,B: 9.50 ,X₀: 16.00 ,H: 16.00 ,FW: 3.96 ,GAMMA: 8.00
 ◇ A: 22.50 ,B: 9.50 ,X₀: 16.00 ,H: 16.00 ,FW: 4.03 ,GAMMA: 8.00
 † A: 22.50 ,B: 9.50 ,X₀: 15.50 ,H: 16.00 ,FW: 4.00 ,GAMMA: 8.00
 X A: 22.50 ,B: 9.50 ,X₀: 16.00 ,H: 15.50 ,FW: 4.00 ,GAMMA: 8.00
 Z A: 22.40 ,B: 9.49 ,X₀: 15.80 ,H: 15.80 ,FW: 4.01 ,GAMMA: 8.25

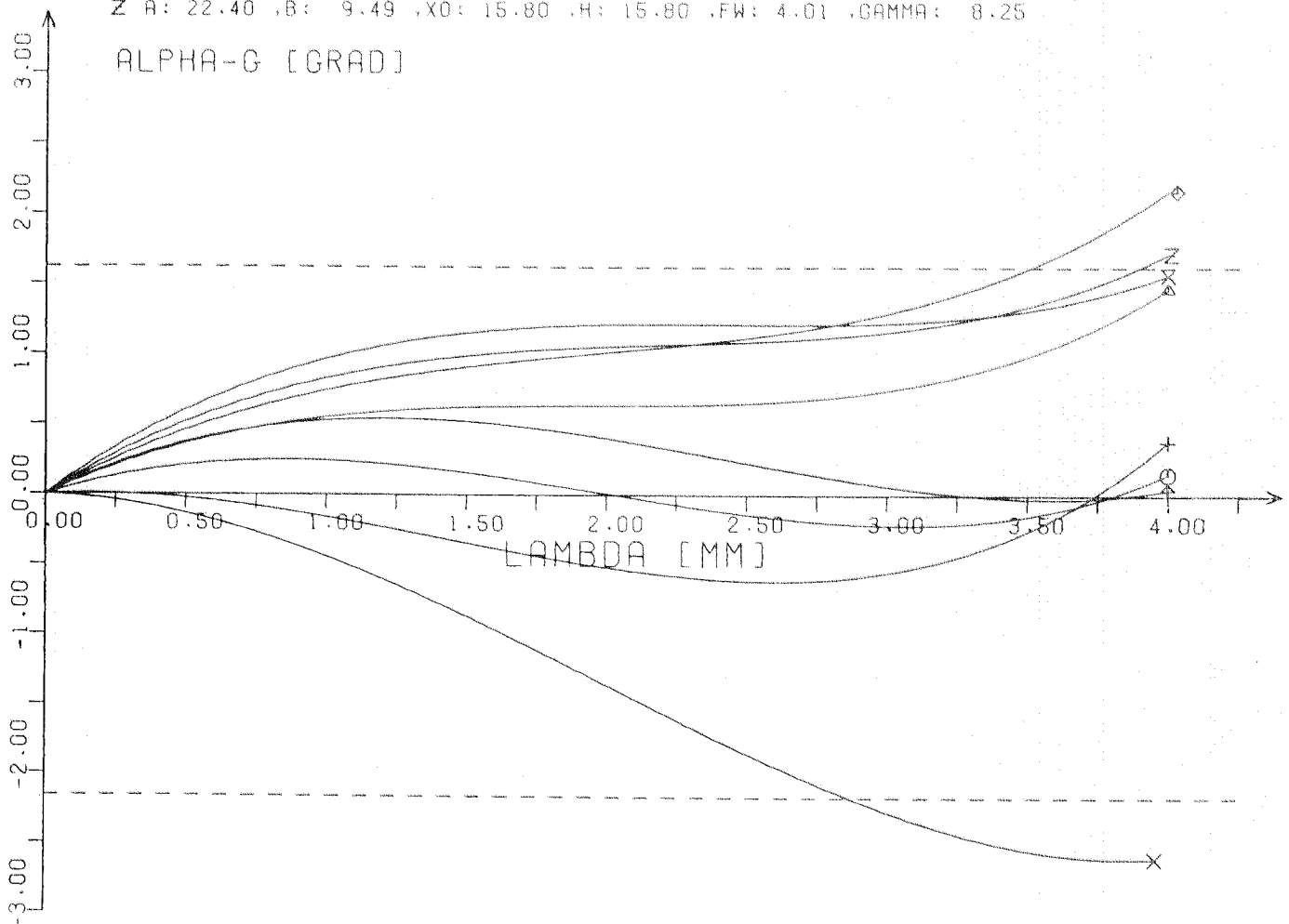


Bild 11. - Die Abhängigkeit der Abweichung der Ist-Funktion α von der Soll-Funktion g in Abhängigkeit von den Parametern $a, b, x_0, h, F_w, \gamma$. Gestrichelt: Maximal zulässige Abweichung nach oben bzw. unten.

- Eine Verkürzung des Federweges F_w um 0.04 oder Verlängerung um 0.03 verursacht bereits ein Überschreiten der Toleranzgrenzen.
- Eine Verkürzung der Hebellänge b um 0.05 läßt die Kurve die obere Toleranzgrenze fast erreichen, und man sieht, daß eine nur geringfügige Verlängerung des Federweges, ein Überschreiten dieser Grenze zur Folge hätte.
- Dagegen hat eine Verkürzung der Zugstange a um 0.5 relativ geringe Auswirkungen.
- Ebenso bewirkt eine relativ starke Verkürzung von x_0 oder h (um 0.5) auch noch kein Verlassen des Toleranzbereiches.
- Schließlich zeigt der letzte Parametersatz, daß auch Kompensierungs-Effekte auftreten. Obwohl alle Parameter geändert wurden, ist der Toleranzbereich nur geringfügig überschritten worden.

Diese Untersuchungen haben dazu geführt, im folgenden mit den (bisher schon vom Hersteller zugelassenen) Toleranzen Δx_0 und Δh von 0.2 zu arbeiten. Darüberhinaus ist es notwendig, um noch genügend "Spielraum" bei den übrigen Parametern zu haben, die Toleranz des Federweges relativ klein festzulegen. Es wurde $\Delta F_w = 0.01$ gewählt.

Nach dieser Wahl von ΔF_w ist es sinnvoll, $\Delta \gamma = 0.25^\circ$ zu wählen. Denn hat man den Federweg mit einer Genauigkeit von ± 0.01 gemessen ^{*}), so läßt sich γ mit einer Genauigkeit von weniger als 0.25° berechnen. Die Toleranz für die Zugstangenlänge a wird mit $\Delta a = 0.1$ gewählt. Die höchstzulässige Toleranz Δb ist zu berechnen. (Natürlich wird Δb größer, wenn Δa verkleinert wird, und umgekehrt.)

Bei den weiteren Untersuchungen erkennt man, daß die obige 3. Frage zu modifizieren ist: Wegen der Asymmetrie bei den Anzeige-Toleranzen des Meßgerätes sind die berechneten, optimalen Parameter-Paare (a_{opt}, b_{opt}) i.a. nicht die

^{*}) etwa durch Messen der Koordinaten des Federendstückpunktes bei 0 bar und bei 16 bar.

"Einstell-Parameter" (a_E, b_E) , die Sollwerte, wenn man ein größtmögliches symmetrisches Toleranzintervall auch für die Hebel-länge b haben will.

Es bleibt also das PROBLEM,

zu jeder Vorgabe von F_w und γ mit den Toleranzen $\Delta F_w = 0.01$ und $\Delta \gamma = 0.25^\circ$ sowie $x_0 = h = 16$ mit $\Delta x_0 = \Delta h = 0.2$ und $\Delta a = 0.1$ die Einstell-Parameter (a_E, b_E) und die Toleranz Δb zu ermitteln.

Dies geschieht im Prinzip wie folgt:

Für gegebenes $\bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}$ ist die Gleichung

$$D_1(a, b, \bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}) = -2.16$$

in der Nähe des optimalen Parameters a_{opt} nach b auflösbar:
 $b = f_1(a)$. Analoges gilt für die Gleichung

$$D_2(a, b, \bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}) = 1.62,$$

man erhält $b = f_2(a)$.

(Für die relevanten Parameter ist jeweils die andere Nebenbedingung automatisch erfüllt, also im ersten Fall

$$D_2(a, b, \bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}) \leq 1.62 \text{ und im zweiten Fall}$$

$$D_1(a, b, \bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}) \geq -2.16.)$$

Man erhält also in einem (a, b) -Diagramm zwei Kurven, die Graphen von f_1 und f_2 , die bei festen $\bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}$ alle die Parameterpaare (a, b) einschließen, für die

$$D_1(a, b, \bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}) \geq -2.16 \text{ und } D_2(a, b, \bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}) \leq 1.62 \text{ ist.}$$

Führt man diese Konstruktion nun für alle Parameter $\bar{x}_0, \bar{h}, \bar{F}_w, \bar{\gamma}$ mit $15.8 \leq \bar{x}_0 \leq 16.2$; $15.8 \leq \bar{h} \leq 16.2$; $F_w - 0.01 \leq \bar{F}_w \leq F_w + 0.01$, $\gamma - 0.25 \leq \bar{\gamma} \leq \gamma + 0.25$ durch, so werden die hierbei entstehenden Kurven den Bereich der zulässigen Parameterpaare (a, b) verkleinern. Ein von Kurven frei bleibendes "Auge" enthält dann alle zulässigen Parameterpaare (a, b) .

Bild 12 veranschaulicht dies: Neben dem für $F_w = 3.6$ und $\gamma = 20^\circ$ optimalen Parameterpaar $(a_{opt}, b_{opt}) = (22.575, 8.716)$

sind dort die zu den Extremwerten der Parameter x_0, h, F_w, γ *) gehörigen Kurven $D_1(\dots) = -2.16$ bzw. $D_2(\dots) = 1.62$ näherungsweise gezeichnet, und zwar so, daß man stets auf der sicheren Seite ist. Man erkennt in Bild 12 auch, daß sich -- von gering-

EINGANGSDATEN: FW: 3.60, GAMMA: 20.00, A(OPT): 22.575, B(OPT): 8.716

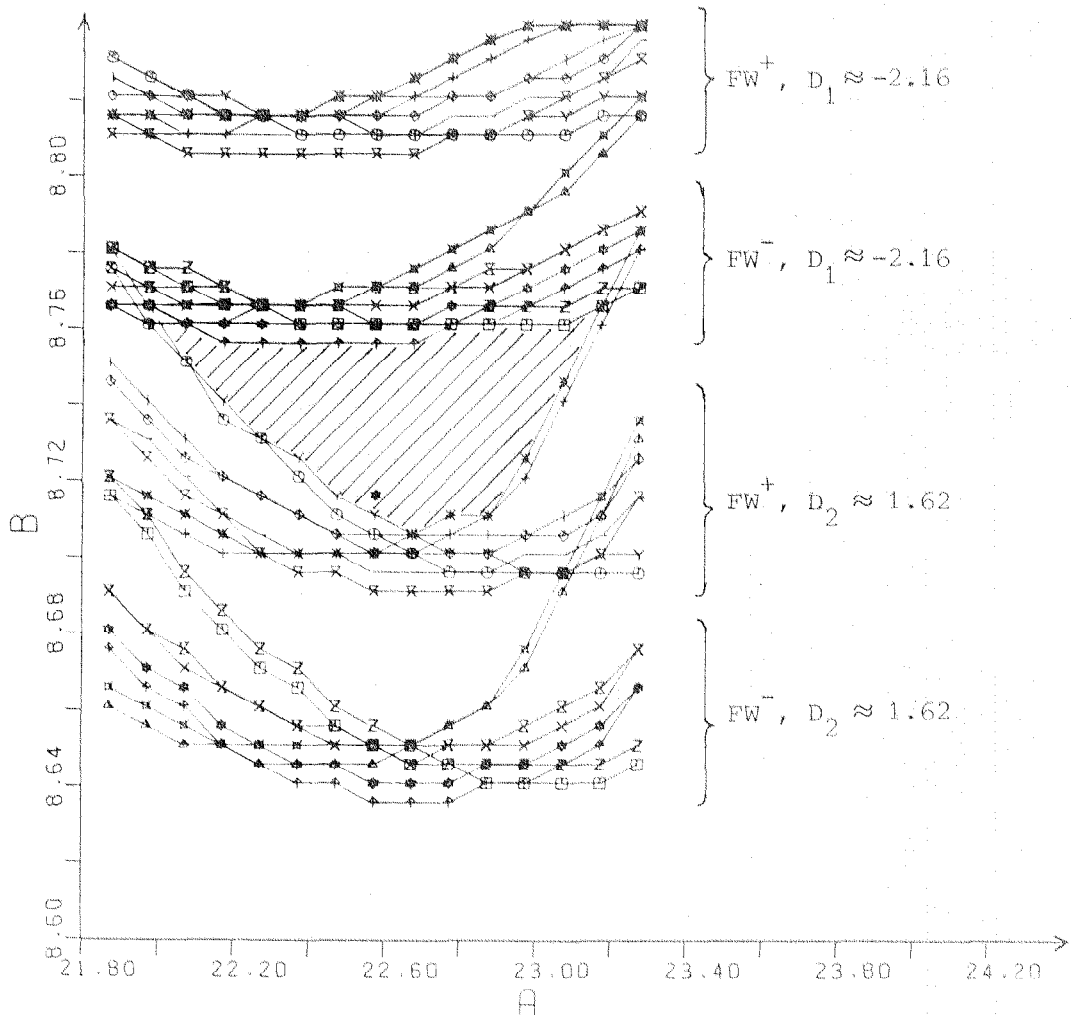


Bild 12. - Das Auge (schraffiert) der zulässigen Parameterpaare (a,b) ergibt sich als Bereich von Punkten, die zwischen allen Kurven $D_1(a,b,x_0,h,F_w,\gamma) = -2.16$ und $D_2(a,b,x_0,h,F_w,\gamma) = 1.62$ liegen, wobei $x_0 \in [15.8, 16.2]$, $h \in [15.8, 16.2]$, $F_w \in [3.59, 3.61]$, $\gamma \in [19.75, 20.25]$. Gezeichnet sind die 16 Kurvenpaare zu allen Kombinationen der Extremwerte dieser vier Parameter. Schrittweite in a-Richtung 0.1 und in b-Richtung 0.005.

*) ... also zu $x_0 = 16 \pm 0.2$, $h = 16 \pm 0.2$, $F_w = 3.6 \pm 0.01$, $\gamma = 20 \pm 0.25$

fügigen Deformationen abgesehen - die Kurvenscharen für den längeren Federweg $FW^+ = 3.61$ aus denen des kürzeren Federweges $FW^- = 3.59$ durch Verschiebung in b-Richtung ergeben.

Im übrigen hat sich gezeigt, daß es bei den untersuchten Parameterbereichen und den vorgegebenen oder gewählten Toleranzen genügt, das Verhalten bei den Extremwerten der Parameter zu untersuchen.

Zur Bestimmung der Einstellparameter a_E und b_E ist in das Auge nur noch das "Toleranzfenster", das größtmögliche achsenparallele Rechteck der Breite $2 \cdot \Delta a$ (in a-Richtung), zu legen und dessen Mittelpunkt (= Schnittpunkt der Diagonalen) zu bestimmen. Die Koordinaten dieses Mittelpunktes sind (a_E, b_E) , und die halbe Höhe des Toleranzfensters ist die größtmögliche Toleranz Δb für den Einstellparameter b (siehe Bild 13).

Tabelle 3 im Anhang gibt für einige Federweglängen F_w und Winkel γ die nach der beschriebenen Methode berechneten Einstellparameter sowie die maximale Toleranz Δb an.

EINGANGSDATEN: FW: 3.60 ,GAMMA: 20.00 ,A(OPT): 22.600 ,B(OPT): 8.715
 EINSTELLDATEN: A: 22.700 ,TOL(A):0.10 ,B: 8.730 ,TOL(B):0.020

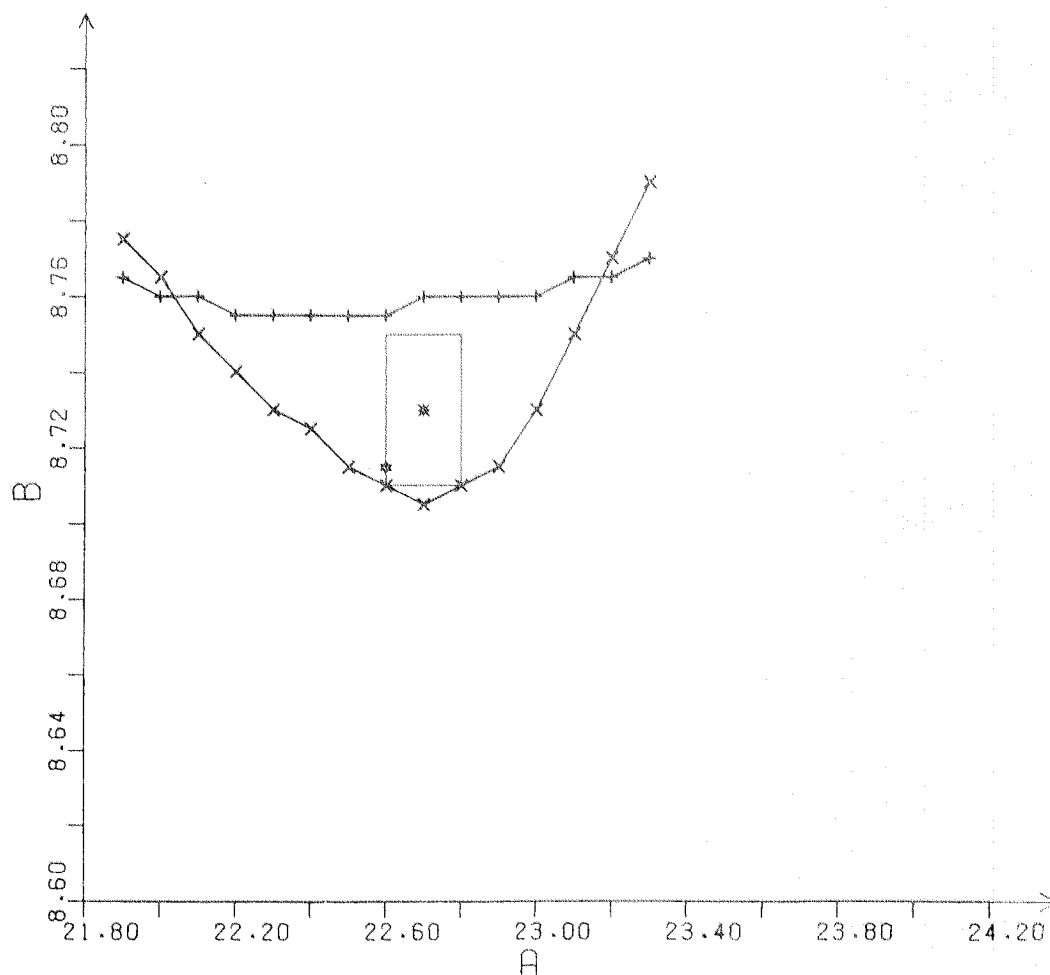


Bild 13. - Das Toleranzfenster ist das größtmögliche Rechteck der Breite $2 \cdot \Delta a = 0.2$ das in das Auge paßt. Der Mittelpunkt des Toleranzfensters hat als Koordinaten die Einstellparameter $a_E = 22.7$ und $b_E = 8.73$; die halbe Höhe des Toleranzfensters ist die Toleranz $\Delta b = 0.02$. (Alle Eingangs- und Ausgangsdaten sind jeweils zur sicheren Seite hin gerundet, daher keine vollständige Übereinstimmung mit dem Auge in Bild 12.)

VII. BEMERKUNGEN zu den Ergebnissen:

1. Alle Ergebnisse wurden mit einem FORTRAN 77-Programm auf der SIEMENS 7.551 gewonnen. Das Programm besteht im wesentlichen aus zwei Teilen: dem Optimierungs-Programm nach Nelder-Mead und dem Programm zur Bestimmung des Auges mit Toleranzfenster. Nach Eingabe der aktuellen Parameter F_w und γ werden die Einstellparameter a_E, b_E und die Toleranz Δb nach ca. 0.8 sec. auf dem Bildschirm angezeigt bzw. ausgedruckt. Bei einer Toleranz $\Delta b < 0.005$ wird das Gerät als "nicht einstellbar" bezeichnet.
2. Die Hebellänge b_E zeigt in Abhängigkeit von F_w wieder das bekannte Verhalten: Zunahme mit zunehmender Federwegslänge (siehe Tabelle 3).
3. Waren die Werte der Minima (letzte Spalte von Tabelle 2) bei kurzem Federweg und kleinem Winkel γ besonders klein, der Abstand zu 2.16 bzw. 1.62 also besonders groß, so zeigt sich in Tabelle 3, daß diese Minima "sehr steil" sein müssen, denn für diese Werte von F_w und γ sind die Toleranzen für b_E verschwindend gering.
4. Akzeptiert man eine Toleranz von $\Delta b = 0.025$ als ausreichend, so entnimmt man Tabelle 3 den Hinweis, daß die Bourdon-Röhrenfeder so eingebaut werden sollte, daß der Neigungswinkel γ der Führungsgeraden zwischen 18° und 28° liegt, wenn man sich auf $F_w \geq 3.8$ beschränkt.
5. Eine Vergrößerung von γ über $22^\circ - 24^\circ$ hinaus bringt in diesem Zusammenhang keine Verbesserung mehr: Δb nimmt wieder ab.
6. Die Konstruktion des Auges und des Toleranzfensters garantieren, daß jedes Meßgerät, an dem die zu ihm gehörigen Parameter a_E und b_E eingestellt wurden und dessen Zeiger bei 0 bar exakt auf 0 eingestellt wurde (siehe auch Punkt 8.), die Genauigkeitsklasse 1.0 enthält ("worst-case"-Strategie).
7. Betrachtet man die beiden Bilderserien für $F_w = 3.8$ und $F_w = 4.1$ im Anhang, so erkennt man gut den großen Spielraum (also die große Unempfindlichkeit) beim Parameter a . Auf Kosten von Δb (halbe Höhe des Toleranzfensters) könnte Δa (halbe Breite) wesentlich vergrößert werden.

Univ.-Bibl.
Kaiserslautern

Ferner sieht man, daß das Toleranzfenster oft nur an ein oder zwei Ecken die Begrenzungen des Auges berührt. Schließlich hat Bild 12 gezeigt, daß diese Begrenzungen durch bestimmte Kombinationen der Extremwerte der Parameter x_0, h, F_w, γ gegeben sind. Hieraus folgt, daß dieser Fall (des gleichzeitigen Zusammentreffens von bestimmten Extremwert-Kombinationen) bei der Produktion von Meßgeräten extrem selten auftreten wird. Also wird man die gewählten und berechneten Toleranzen in gewissen Grenzen überschreiten dürfen, ohne die Grenze der Anzeigegenauigkeit zu überschreiten. Numerische Tests mit Hilfe von Zufallszahlen haben gezeigt, daß z.B. bei einer Erhöhung aller Parameter-Toleranzen um 30 % die Wahrscheinlichkeit, ein fehlerhaftes Gerät zu erhalten, wesentlich kleiner als 0.05 sein wird. Genauere Untersuchungen hierzu sind nicht durchgeführt worden, da über die Streuung der Produktion keine Daten vorliegen.

8. Berücksichtigt man das unter 7. Gesagte, so kann der Anzeige-fehler, der sich durch ein geringfügig falsches Aufsetzen des Zeigers bei 0 bar ergibt und der eine konstante Fehl-anzeige über den gesamten Bereich zur Folge hat, vernach-lässigt werden.

VIII. ANHANG

TABELLE 2. - Optimale Parameter a und b bei festem $x_0 = h = 16$ [mm] zu vorgegebenem F_w und γ .

F_w	Gamma	A	B	Max a-g	F_w	Gamma	A	B	Max a-g
3.50	6.00	22.885	8.114	0.193	4.10	6.00	22.445	9.888	0.214
	8.00	22.803	8.196	0.208		8.00	22.365	9.757	0.222
	10.00	22.740	8.267	0.223		10.00	22.329	9.817	0.244
	12.00	22.694	8.328	0.238		12.00	22.424	9.868	0.338
	14.00	22.671	8.380	0.256		14.00	22.270	9.898	0.269
	16.00	22.660	8.420	0.276		16.00	22.283	9.921	0.296
	18.00	22.645	8.450	0.283		18.00	22.283	9.934	0.296
	20.00	22.628	8.469	0.285		20.00	22.331	9.936	0.330
	22.00	22.673	8.482	0.316		22.00	22.374	9.928	0.345
	24.00	22.663	8.482	0.312		24.00	22.462	9.915	0.372
	26.00	22.710	8.477	0.332		26.00	22.468	9.887	0.353
3.60	6.00	22.822	8.375	0.195	4.20	6.00	22.356	9.950	0.210
	8.00	22.743	8.456	0.211		8.00	22.284	10.018	0.227
	10.00	22.678	8.526	0.224		10.00	22.266	10.078	0.257
	12.00	22.640	8.585	0.242		12.00	22.213	10.117	0.263
	14.00	22.633	8.634	0.275		14.00	22.195	10.149	0.274
	16.00	22.579	8.671	0.265		16.00	22.215	10.170	0.297
	18.00	22.568	8.698	0.281		18.00	22.227	10.178	0.305
	20.00	22.575	8.716	0.292		20.00	22.262	10.178	0.317
	22.00	22.591	8.724	0.303		22.00	22.289	10.166	0.331
	24.00	22.628	8.724	0.319		24.00	22.375	10.147	0.350
	26.00	22.703	8.717	0.352		26.00	22.421	10.117	0.354
3.70	6.00	22.760	8.637	0.200	4.30	6.00	22.256	10.212	0.213
	8.00	22.677	8.716	0.214		8.00	22.221	10.277	0.250
	10.00	22.614	8.784	0.226		10.00	22.174	10.331	0.258
	12.00	22.565	8.841	0.244		12.00	22.139	10.371	0.268
	14.00	22.544	8.887	0.259		14.00	22.123	10.399	0.279
	16.00	22.561	8.924	0.288		16.00	22.171	10.414	0.331
	18.00	22.522	8.947	0.281		18.00	22.165	10.422	0.308
	20.00	22.530	8.962	0.293		20.00	22.197	10.417	0.319
	22.00	22.554	8.968	0.308		22.00	22.247	10.403	0.333
	24.00	22.574	8.963	0.315		24.00	22.310	10.378	0.350
	26.00	22.611	8.951	0.330		26.00	22.388	10.346	0.365
3.80	6.00	22.701	8.901	0.207	4.40	6.00	22.185	10.474	0.233
	8.00	22.606	8.977	0.215		8.00	22.104	10.537	0.236
	10.00	22.546	9.042	0.232		10.00	22.065	10.586	0.253
	12.00	22.503	9.097	0.245		12.00	22.041	10.623	0.267
	14.00	22.477	9.141	0.258		14.00	22.056	10.648	0.286
	16.00	22.462	9.173	0.272		16.00	22.072	10.661	0.305
	18.00	22.465	9.195	0.285		18.00	22.090	10.664	0.312
	20.00	22.483	9.208	0.300		20.00	22.143	10.656	0.327
	22.00	22.501	9.210	0.308		22.00	22.201	10.638	0.340
	24.00	22.542	9.203	0.324		24.00	22.253	10.609	0.348
	26.00	22.572	9.186	0.331		26.00	22.332	10.572	0.361
3.90	6.00	22.617	9.163	0.205	4.50	6.00	22.059	10.736	0.219
	8.00	22.541	9.238	0.223		8.00	22.009	10.795	0.240
	10.00	22.467	9.300	0.233		10.00	21.967	10.841	0.254
	12.00	22.437	9.353	0.250		12.00	21.958	10.874	0.271
	14.00	22.410	9.394	0.261		14.00	21.968	10.896	0.287
	16.00	22.400	9.423	0.276		16.00	22.004	10.905	0.314
	18.00	22.420	9.443	0.296		18.00	22.034	10.905	0.318
	20.00	22.422	9.452	0.302		20.00	22.084	10.893	0.332
	22.00	22.451	9.450	0.313		22.00	22.134	10.871	0.342
	24.00	22.504	9.441	0.334		24.00	22.210	10.839	0.354
	26.00	22.539	9.421	0.339		26.00	22.307	10.800	0.374
4.00	6.00	22.531	9.425	0.205					
	8.00	22.491	9.500	0.236					
	10.00	22.394	9.559	0.237					
	12.00	22.379	9.609	0.261					
	14.00	22.360	9.647	0.274					
	16.00	22.338	9.673	0.281					
	18.00	22.358	9.690	0.297					
	20.00	22.603	9.711	0.438					
	22.00	22.410	9.691	0.323					
	24.00	22.444	9.677	0.329					
	26.00	22.505	9.653	0.352					

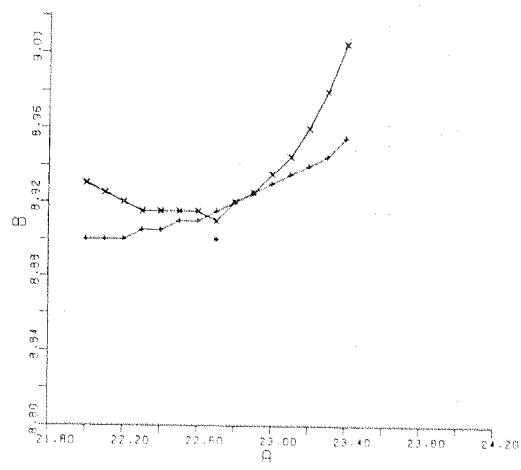
TABELLE 3. - Die zur sicheren Seite gerundeten Einstellparameter a_E und b_E und die maximale Toleranz Δb in Abhängigkeit vom Federweg F_W und von γ bei vorgegebenen Toleranzen $\Delta x_O = \Delta h = 0.2$, $\Delta F_W = 0.01$, $\Delta \gamma = 0.25$ und $\Delta a = 0.1$. Ein Strich (-) bedeutet, daß bei der auf Seite 22 beschriebenen Konstruktion kein Auge übrigbleibt bzw. das Auge so klein ist, daß sich $\Delta b < 0.005$ ergibt.

F_W	γ	a_E	b_E	Δb
3.6	6	-	-	-
	8	-	-	-
	10	-	-	-
	12	22.65	8.595	0.005
	14	22.65	8.645	0.010
	16	22.60	8.685	0.015
	18	22.65	8.715	0.020
	20	22.70	8.730	0.020
	22	22.70	8.745	0.025
	24	22.75	8.745	0.025
	26	22.80	8.730	0.020
	28	22.80	8.710	0.020
3.7	6	-	-	-
	8	-	-	-
	10	22.60	8.800	0.005
	12	22.55	8.855	0.010
	14	22.65	8.905	0.015
	16	22.65	8.940	0.020
	18	22.60	8.960	0.020
	20	22.65	8.980	0.025
	22	22.65	8.985	0.025
	24	22.75	8.980	0.025
	26	22.80	8.965	0.025
	28	22.85	8.945	0.025
3.8	6	-	-	-
	8	-	-	-
	10	22.55	9.055	0.005
	12	22.50	9.110	0.010
	14	22.50	9.155	0.015
	16	22.55	9.185	0.020
	18	22.55	9.210	0.025
	20	22.60	9.225	0.025
	22	22.70	9.230	0.030
	24	22.75	9.220	0.030
	26	22.75	9.200	0.025
	28	22.85	9.180	0.025
3.9	6	-	-	-
	8	22.55	9.250	0.005
	10	22.55	9.315	0.010
	12	22.45	9.370	0.015
	14	22.40	9.410	0.020
	16	22.50	9.440	0.025
	18	22.50	9.460	0.025
	20	22.60	9.470	0.030
	22	22.65	9.470	0.030
	24	22.70	9.460	0.030
	26	22.75	9.435	0.025
	28	22.70	9.410	0.025

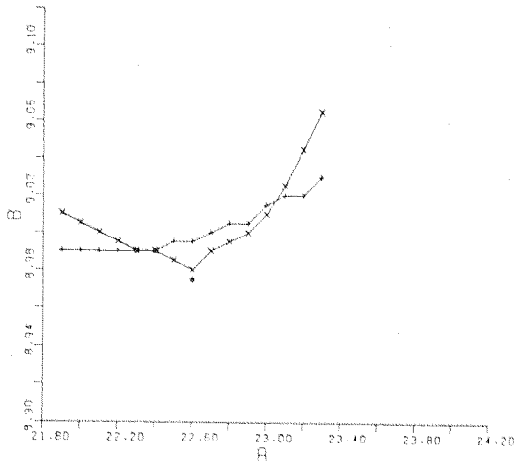
F_w	γ	a_E	b_E	Δb
4.0	6	-	-	-
	8	22.50	9.515	0.010
	10	22.40	9.575	0.015
	12	22.40	9.625	0.020
	14	22.35	9.660	0.020
	16	22.35	9.690	0.025
	18	22.45	9.710	0.030
	20	22.60	9.715	0.030
	22	22.60	9.710	0.030
	24	22.65	9.695	0.030
	26	22.70	9.670	0.030
	28	22.65	9.640	0.025
4.1	6	22.45	9.700	0.005
	8	22.35	9.770	0.010
	10	22.35	9.830	0.015
	12	22.40	9.880	0.020
	14	22.45	9.915	0.025
	16	22.40	9.940	0.030
	18	22.40	9.955	0.030
	20	22.45	9.960	0.035
	22	22.55	9.950	0.035
	24	22.65	9.930	0.035
	26	22.65	9.905	0.030
	28	22.65	9.865	0.025
4.2	6	22.35	9.965	0.010
	8	22.30	10.035	0.015
	10	22.25	10.090	0.020
	12	22.20	10.135	0.025
	14	22.30	10.165	0.030
	16	22.40	10.190	0.035
	18	22.35	10.200	0.035
	20	22.35	10.200	0.035
	22	22.50	10.185	0.035
	24	22.65	10.165	0.030
	26	22.60	10.135	0.030
	28	22.70	10.095	0.025
4.3	6	22.25	10.225	0.010
	8	22.20	10.295	0.020
	10	22.15	10.345	0.020
	12	22.25	10.390	0.030
	14	22.20	10.415	0.030
	16	22.35	10.435	0.035
	18	22.35	10.440	0.035
	20	22.40	10.435	0.035
	22	22.55	10.420	0.035
	24	22.60	10.400	0.035
	26	22.70	10.365	0.030
	28	22.70	10.320	0.025

F_w	γ	a_E	b_E	Δb
4.4	6	22.20	10.490	0.015
	8	22.10	10.555	0.020
	10	22.15	10.600	0.025
	12	22.05	10.640	0.030
	14	22.15	10.665	0.035
	16	22.15	10.680	0.035
	18	22.30	10.685	0.040
	20	22.35	10.675	0.035
	22	22.40	10.655	0.035
	24	22.55	10.630	0.035
	26	22.45	10.590	0.030
	28	22.50	10.540	0.025
4.5	6	22.05	10.755	0.020
	8	22.00	10.815	0.025
	10	21.95	10.860	0.030
	12	21.95	10.895	0.035
	14	22.05	10.915	0.035
	16	22.20	10.925	0.040
	18	22.25	10.925	0.040
	20	22.30	10.915	0.040
	22	22.45	10.890	0.035
	24	22.50	10.860	0.035
	26	22.40	10.815	0.030
	28	22.50	10.765	0.025

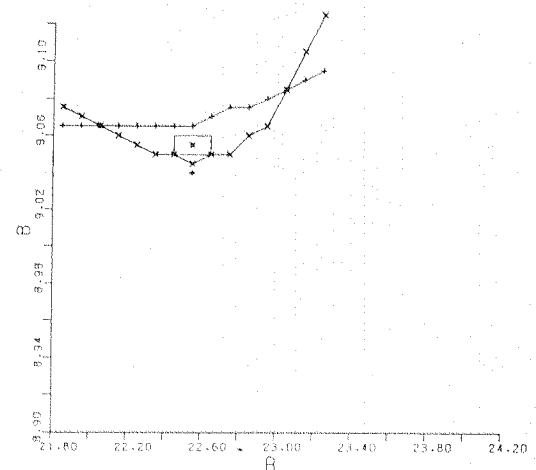
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,GAMMA: 5.00 ,R(DP1): 22.700 ,R(DP1): 8.900
 RICHTUNG 1 : GERREY NICHT EINSTELLBAR.



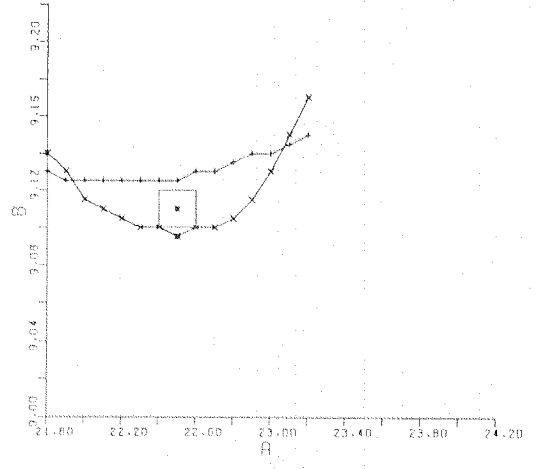
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,GAMMA: 8.00 ,R(DP1): 22.600 ,R(DP1): 8.975
 RICHTUNG 1 : GERREY NICHT EINSTELLBAR.



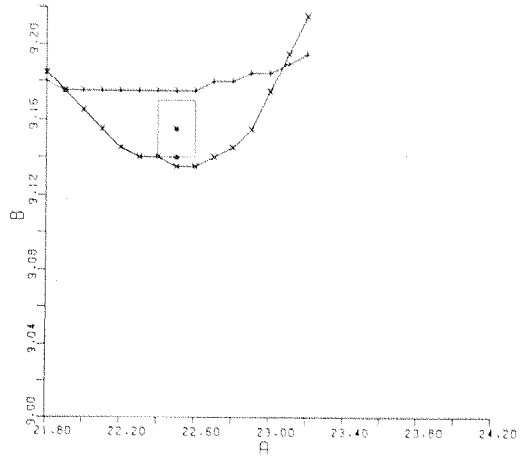
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,GAMMA: 10.00 ,R(DP1): 22.550 ,R(DP1): 9.040
 EINSTELLDATEN: A: 22.550 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.025 ,TOL(B):0.005



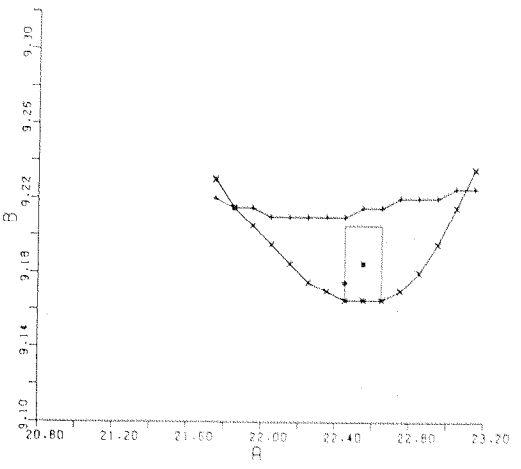
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,GAMMA: 12.00 ,R(DP1): 22.500 ,R(DP1): 9.095
 EINSTELLDATEN: A: 22.500 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.110 ,TOL(B):0.010



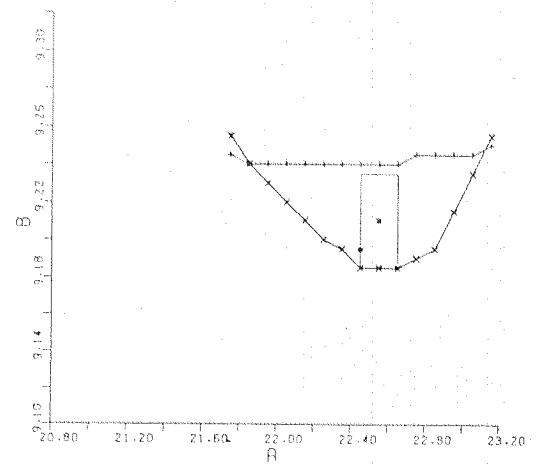
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,GAMMA: 14.00 ,R(DP1): 22.500 ,R(DP1): 9.140
 EINSTELLDATEN: A: 22.500 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.155 ,TOL(B):0.015



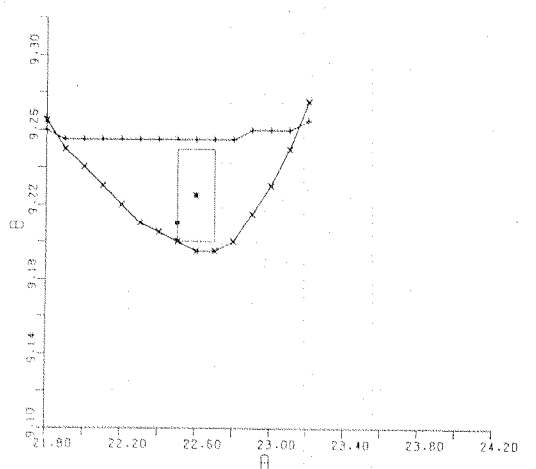
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,GAMMA: 16.00 ,R(DP1): 22.450 ,R(DP1): 9.175
 EINSTELLDATEN: A: 22.550 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.185 ,TOL(B):0.020



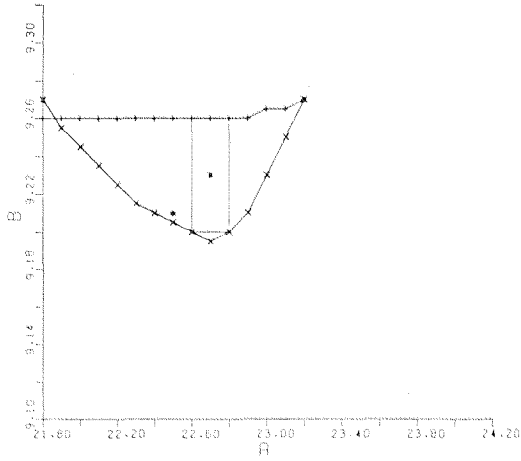
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,GAMMA: 18.00 ,R(DP1): 22.450 ,R(DP1): 9.195
 EINSTELLDATEN: A: 22.550 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.210 ,TOL(B):0.025



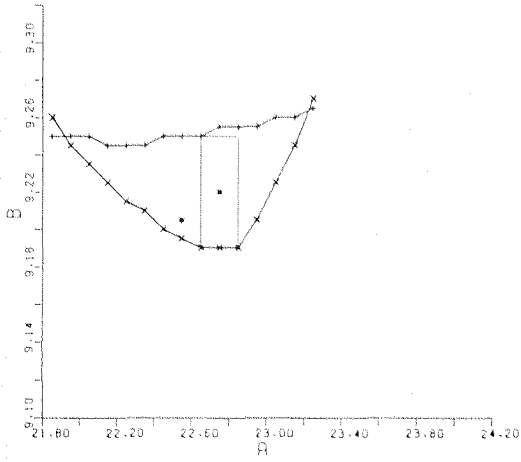
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,GAMMA: 20.00 ,R(DP1): 22.500 ,R(DP1): 9.210
 EINSTELLDATEN: A: 22.600 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.225 ,TOL(B):0.025



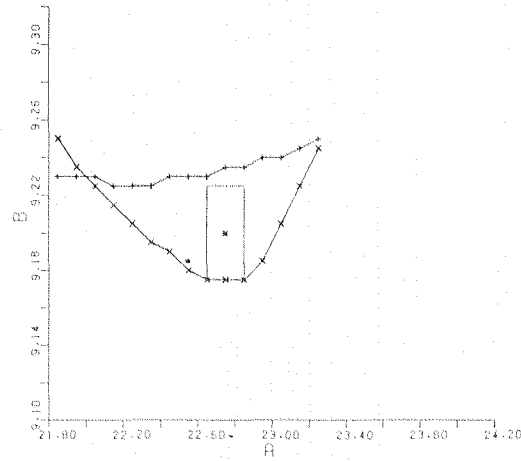
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,DAMM: 22.00 ,R(OPT): 22.500 ,B(OPT): 9.210
 EINSTELLDATEN: A: 22.700 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.230 ,TOL(B):0.030



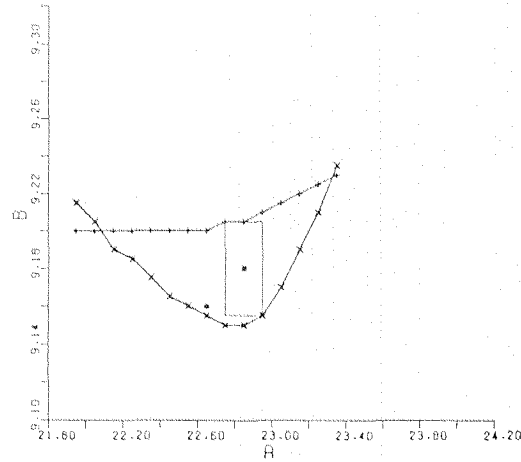
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,DAMM: 24.00 ,R(OPT): 22.550 ,B(OPT): 9.205
 EINSTELLDATEN: A: 22.750 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.220 ,TOL(B):0.030



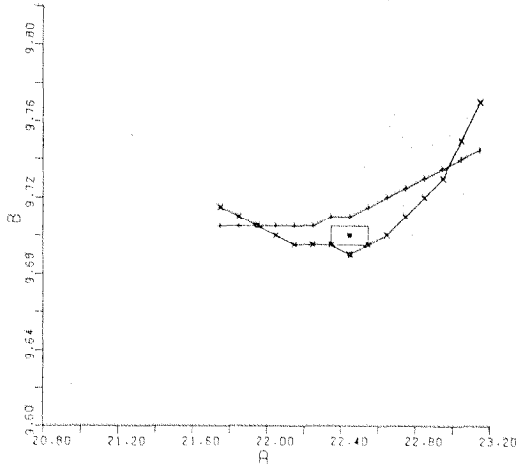
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,DAMM: 26.00 ,R(OPT): 22.550 ,B(OPT): 9.185
 EINSTELLDATEN: A: 22.750 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.200 ,TOL(B):0.025



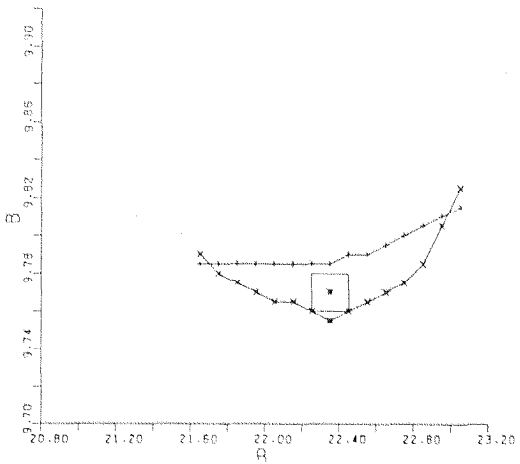
EINGANGSDATEN: FW: 3.80 ,DAMM: 28.00 ,R(OPT): 22.850 ,B(OPT): 9.160
 EINSTELLDATEN: A: 22.850 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.180 ,TOL(B):0.025



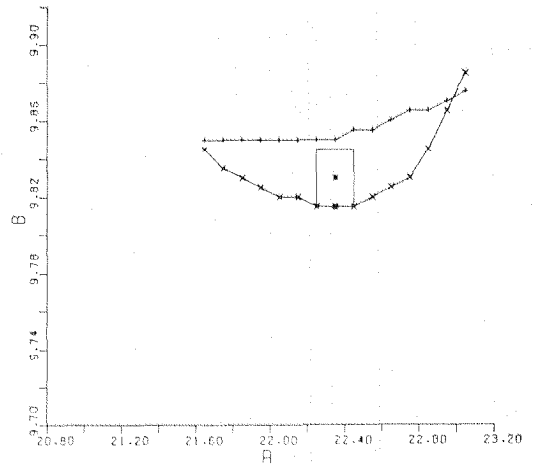
EINGANGSDATEN: FW: 4.10 ,GAMMA: 6.00 ,R(DPT): 22.450 ,B(DPT): 9.690
 EINSTELLORTEN: A: 22.450 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.700 ,TOL(B):0.005



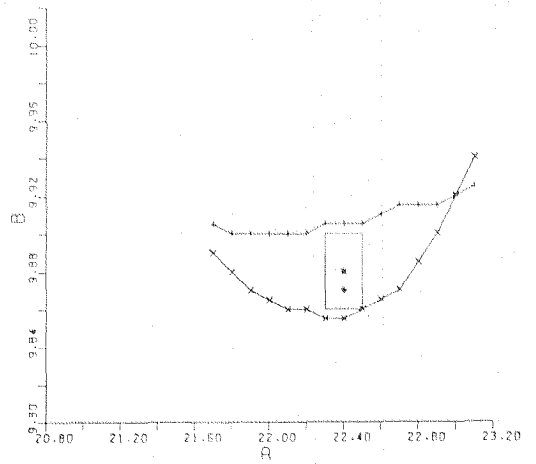
EINGANGSDATEN: FW: 4.10 ,GAMMA: 8.00 ,R(DPT): 22.350 ,B(DPT): 9.755
 EINSTELLORTEN: A: 22.350 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.770 ,TOL(B):0.010



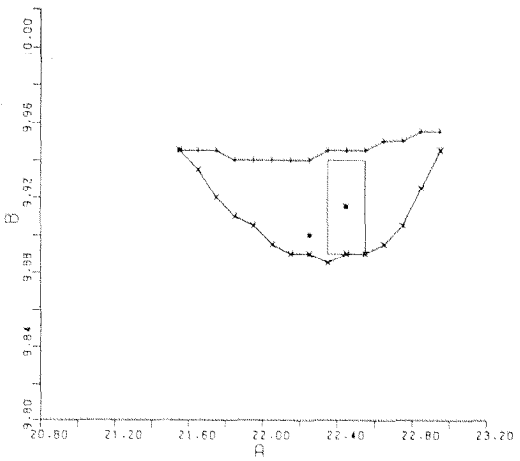
EINGANGSDATEN: FW: 4.10 ,GAMMA: 10.00 ,R(DPT): 22.350 ,B(DPT): 9.815
 EINSTELLORTEN: A: 22.350 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.830 ,TOL(B):0.015



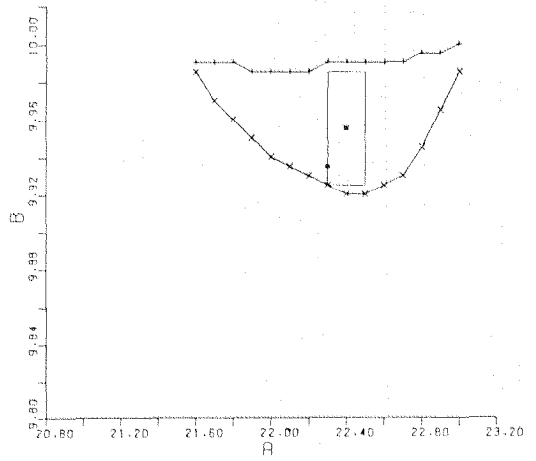
EINGANGSDATEN: FW: 4.10 ,GAMMA: 12.00 ,R(DPT): 22.400 ,B(DPT): 9.870
 EINSTELLORTEN: A: 22.400 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.880 ,TOL(B):0.020



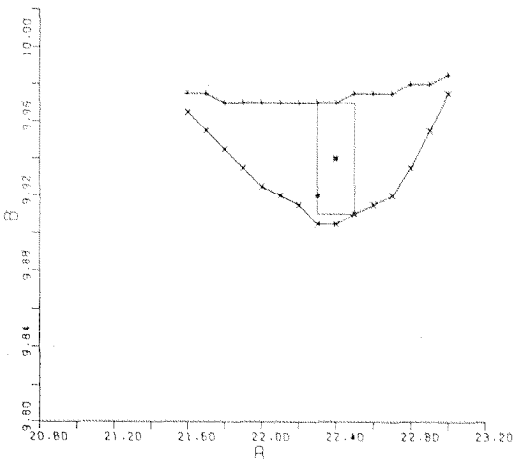
EINGANGSDATEN: FW: 4.10 ,GAMMA: 14.00 ,R(DPT): 22.250 ,B(DPT): 9.900
 EINSTELLORTEN: A: 22.450 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.915 ,TOL(B):0.025



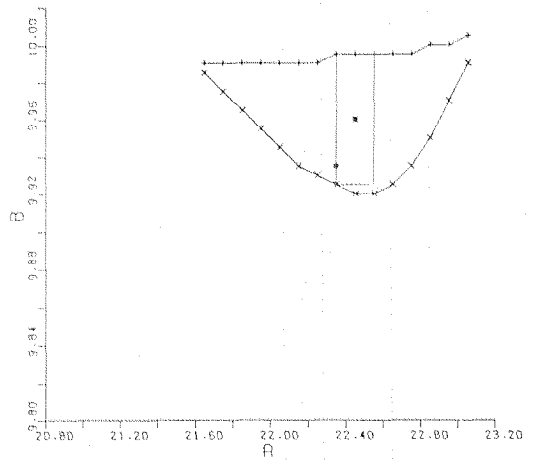
EINGANGSDATEN: FW: 4.10 ,GAMMA: 18.00 ,R(DPT): 22.300 ,B(DPT): 9.935
 EINSTELLORTEN: A: 22.400 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.955 ,TOL(B):0.030



EINGANGSDATEN: FW: 4.10 ,GAMMA: 16.00 ,R(DPT): 22.300 ,B(DPT): 9.920
 EINSTELLORTEN: A: 22.400 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.940 ,TOL(B):0.030



EINGANGSDATEN: FW: 4.10 ,GAMMA: 20.00 ,R(DPT): 22.350 ,B(DPT): 9.935
 EINSTELLORTEN: A: 22.450 ,TOL(A):0.10 ,B: 9.960 ,TOL(B):0.035



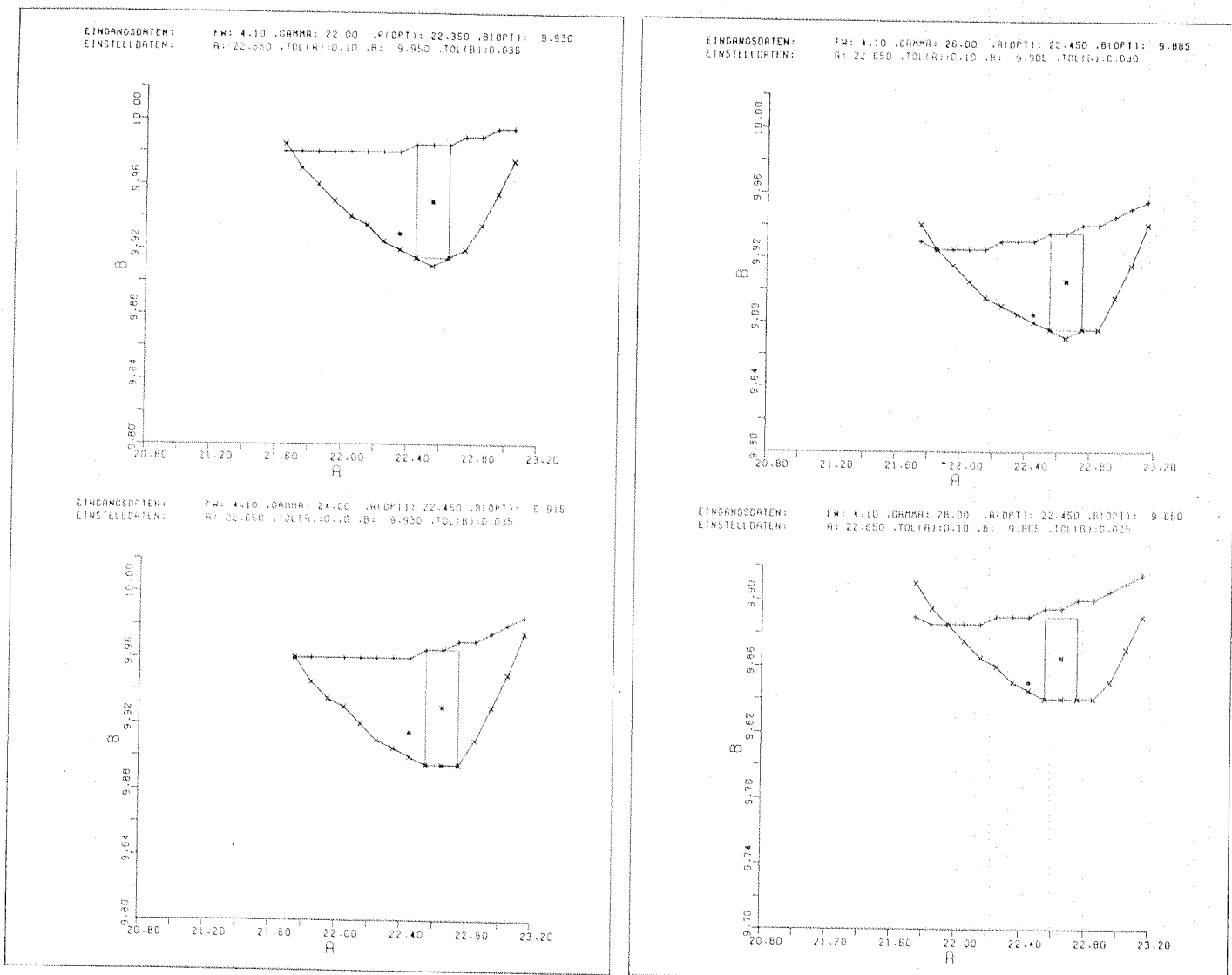


Bild 14. - Die Bildserien auf den letzten vier Seiten zeigen für einen Federweg von 3.8 bzw. 4.1 mm die Abhängigkeit des "Auges" und damit des Toleranzfensters vom Winkel γ . Mit zunehmendem Winkel γ nimmt die Höhe des Toleranzfensters, d.h. die Toleranz Δb zu, erreicht zwischen 18° und 26° ein Maximum und nimmt dann wieder ab. Der Punkt in der Mitte des Toleranzfensters hat als Koordinaten die Einstellparameter a_E und b_E , die über jeder Zeichnung in der zweiten Zeile angegeben sind. Der weitere eingezeichnete Punkt im Auge hat als Koordinaten die zu F_w und γ jeweils gehörenden optimalen Parameter a_{opt} und b_{opt} . Man erkennt, daß dieser Punkt oft noch nicht einmal im Toleranzfenster liegt.

IX. LITERATUR

- [1] Axelrad E.L., Gibkie Obolotschki, Biegsame Schalen, Moskau 1976

- [2] Axelrad E.L./Emmerling F.A., Elastic Tubes, Appl. Mech. Rev. 37 (1984)

- [3] Weber R.C./Davis R.L., A Mathematical Model Used in Conjunction With a Finite Element Analysis to Aid in the Design and Analysis of Bourdon Tubes, J. mech. design 104 (1982)

- [4] Weydert J.C., Stresses in Oval Tubes Under Internal Pressure, Exp. Stress Analysis 12 (1954)