

FORSCHUNG - AUSBILDUNG - WEITERBILDUNG

BERICHT NR. 8

SIMULATION UND EXTRAPOLATION

VON RAINFLOW - MATRIZEN

W. KRÜGER, J. PETERSEN

UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN  
FACHBEREICH MATHEMATIK  
ERWIN-SCHRÖDINGER-STRASSE  
6750 KAISERSLAUTERN

Mai 1985

1. W. Krüger: Mathematische Methoden zur Simulation und Extrapolation von Rainflow-Matrizen.
2. W. Krüger, J. Petersen: Rekonstruktion von stochastischen Beanspruchungszeitfunktionen aus extrapolierten Rainflow-Matrizen.  
Wird in VDI-Zeitschrift veröffentlicht.

MATHEMATISCHE METHODEN ZUR SIMULATION UND EXTRAPOLATION  
VON RAINFLOW-MATRIZEN

Die in der Literatur zur Festigkeitsanalyse am häufigsten vorgeschlagenen Verfahren zur Datenreduktion von Beanspruchungszeitfunktionen sind zweiparametrische Zählverfahren wie das "Markov"- und "Rainflow"-Verfahren (vgl. [1]). Für das Markov-Verfahren gibt es in der Literatur Vorschläge zur Simulation bzw. Extrapolation von entsprechenden Zählergebnissen (vgl. [2]). Diese Vorschläge beruhen allerdings darauf, daß man das Markov-Zählverfahren in einer geeigneten Weise invertieren kann. Für das Rainflow-Verfahren konnte erst vor kurzem in einer Forschungs Kooperation zwischen AGTM und AUDI ein solches Inversionsverfahren entwickelt werden (vgl. [3]). Dabei hat sich gezeigt, daß das Rainflow-Verfahren gegenüber dem Markov-Verfahren viele Vorteile hat. Die Methoden zur Simulation beziehungsweise Extrapolation von Markov-Matrizen lassen sich allerdings nicht auf das Rainflow-Verfahren übertragen. Daher sind neue theoretische Überlegungen zur Simulation und Extrapolation von Rainflow-Matrizen erforderlich. Es geht dabei im wesentlichen darum, daß Kurzzeitmessungen, welche über ca. 100 km durchgeführt und nach Rainflow gezählt wurden, auf 300.000 km geeignet zu extrapolieren sind.

1. Beschreibung des Rainflow-Verfahrens

Sowohl bei dem Markov- als auch bei dem Rainflow-Zählverfahren geht man von einer diskreten Beanspruchungszeitfunktion  $X(t_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  aus, welche nur die endlich vielen Werte  $y_1, \dots, y_n$  annehmen kann. Bei beiden Zählverfahren werden nur die lokalen Minima und Maxima betrachtet, d.h. es gilt stets

$$X(t_i) > X(t_{i-1}) \quad \text{und} \quad X(t_i) > X(t_{i+1})$$

oder

$$X(t_i) < X(t_{i-1}) \quad \text{und} \quad X(t_i) < X(t_{i+1}),$$

alle anderen Funktionswerte sind bereits gestrichen. Damit geht natürlich jegliche Information über den Frequenzinhalt der Beanspruchungszeitfunktion verloren; aber dies spielt bei den Festigkeitsuntersuchungen eines nicht schwingungsfähigen Bauteils i.a. keine oder nur eine sehr geringe Rolle. Bei dem Rainflow-Zählverfahren werden aus der Funktion  $(X(t_i))_{i=1, \dots, m}$  nach einer bestimmten Regel Zwischenschwingungen eliminiert und deren Häufigkeit in einer  $n \times n$ -Matrix  $A$  abgespeichert. Das Element in Zeile  $i$  und Spalte  $j$  gibt dabei die Häufigkeit der Zwischenschwingung  $(y_i, y_j)$  an. Die nach der Elimination aller

Zwischenschwingungen übrigbleibende Funktion wird als Residuum bezeichnet und getrennt abgespeichert. Dabei ist eine Zwischenschwingung  $(y_i, y_j)$ ,  $y_i < y_j$ , durch folgendes Kriterium bestimmt

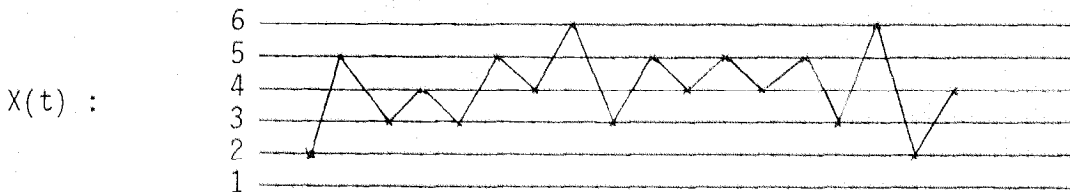
$$X(t_{k-3}) \geq X(t_{k-1}) = y_j \quad \text{und} \quad X(t_k) \leq X(t_{k-2}) = y_i$$

für ein  $k \in \{4, \dots, m\}$ . Für die Zwischenschwingung  $(y_j, y_i)$ ,  $y_i < y_j$ , lautet das Kriterium in analoger Weise

$$X(t_{k-3}) \leq X(t_{k-1}) = y_i \quad \text{und} \quad X(t_k) \geq X(t_{k-2}) = y_j$$

für ein  $k \in \{4, \dots, m\}$ . Bei der Eliminierung von Zwischenschwingungen geht man so vor, daß man am Anfang der Beanspruchungszeitfunktion beginnt und nach der Eliminierung der ersten möglichen Zwischenschwingung die so durch Streichung entstandene Beanspruchungszeitfunktion erneut vom Anfang an betrachtet und wiederum die erste mögliche Zwischenschwingung sucht und streicht u.s.w. bis nur noch das Residuum übrigbleibt.

Beispiel 1:



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R = (2, 6, 2, 4)$$

2. Das Spannenpaarverfahren und die Schadensakkumulationshypothese von Palmgren und Miner zur Lebensdauervorhersage bei einaxialer Bauteilprüfung

Aus dem Rainflow-Zählverfahren lassen sich die meisten anderen bekannten Klassierverfahren ableiten, darunter auch das für die Lebensdauervorhersage wichtige Spannenpaarverfahren (vgl. DIN 45667). Das Spannenpaarverfahren gibt an, wie häufig die gemäß der Rainflow-Zählmethode aufgetretenen Spannen vorkommen, ohne Berücksichtigung der "Spannenrichtung". Sei also für  $\ell = 1, 2, \dots, n-1$

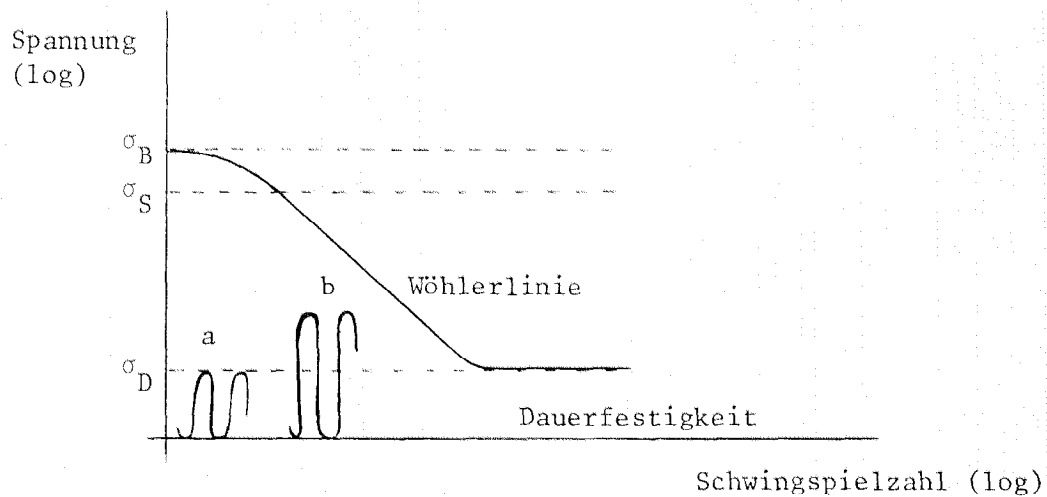
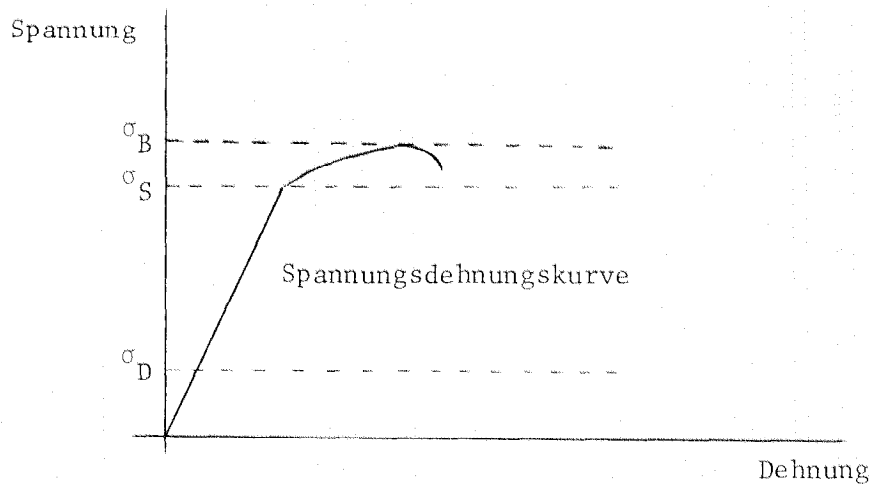
$$SP(\ell) = \{(y_i, y_j); (y_j, y_i) \text{ ist Zwischenschwingung mit } |i-j| = \ell\},$$

dann zählt das Spannenpaarverfahren die Anzahl  $S(\ell)$  der jeweiligen Elemente

von  $SP(\ell)$  für  $\ell = 1, \dots, n-1$ . Also gilt

$$S(\ell) = \sum_{\substack{i,j=1 \\ \ell=|j-i|}}^n a_{ij} \quad \text{für } \ell = 1, 2, \dots, n-1.$$

Mit diesen Zahlen läßt sich nun die Lebensdauer eines Bauteils bei entsprechender Belastung mit der gegebenen Beanspruchungszeitfunktion berechnen. Die Grundlage dieser Berechnung ergibt sich aus der Theorie der Wöhlerlinie. Die grundlegenden Zusammenhänge sind im nachfolgenden Diagramm veranschaulicht.



Aus der Spannungsdehnungskurve gehen als obere Beanspruchungsgrenzwerte die Zugfestigkeit und die Streckgrenze hervor; ein einmaliges Überschreiten dieser Kennwerte bedeutet ein Versagen des Bauteils. Die Dauerfestigkeit liefert diejenige Spannungsamplitude, bis zu deren Höhe eine schwingende Beanspruchung (a) beliebig oft ohne Bruch ertragen werden kann. Eine gleichbleibende Schwingbelastung oberhalb der Dauerfestigkeit (b) führt nach einer endlichen

Anzahl von Schwingspielen zum Bruch, und zwar um so früher, je höher die Beanspruchung ist. Diese Abhängigkeit wird durch die Wöhler-Kurve dargestellt. In der Praxis (jedenfalls bei Langzeitversuchen) arbeitet man fast nur in dem Bereich  $0 \leq \sigma \leq \sigma_s$  und beschreibt den durch die Wöhler-Kurve gegebenen Zusammenhang zwischen Spannung und Schwingspielzahl folgendermaßen

$$\log \sigma = -m_0 \log N + c_0 ,$$

also

$$N = c \frac{1}{\sigma^m} , \quad \text{wobei } m_0 = \frac{1}{m} \quad \text{und} \quad c_0 = \frac{1}{m} \log c .$$

Eine andere Interpretation dieses Gesetzes für die Betriebsfestigkeit besagt, daß ein Schwingspiel der Amplitude  $\sigma$  eine Schädigung des Bauteils hervorruft, welche durch

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{c} \sigma^m$$

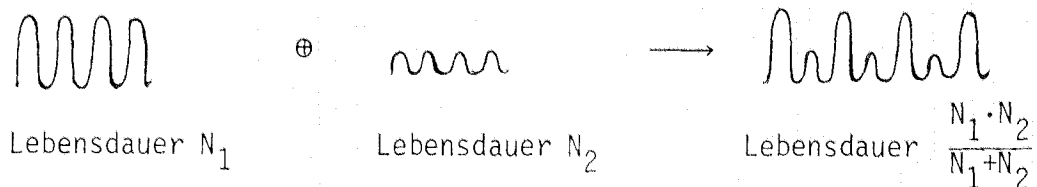
ausgedrückt wird. Die sogenannte "lineare Schadensakkumulationshypothese" besagt nun folgendes:

- i) Schädigungen addieren sich linear.
- ii) Ein Bruch eines belasteten Bauteils tritt genau dann auf, wenn die dem Bauteil zugefügte Gesamtschädigung größer oder gleich 1 ist.

Aus diesen Annahmen ergeben sich nun folgende einfache Eigenschaften. Interpretiert man die zulässigen Schwingspielzahlen als Lebensdauerzahlen, so hat man folgendes Additionsgesetz

$$N = \frac{N_1 \cdot N_2}{N_1 + N_2} .$$

Dies heißt, daß das Zusammenfügen von "Belastungseinheiten" mit den Lebensdauerzahlen  $N_1$  und  $N_2$  bei einem gegebenen Bauteil nach  $N$  Hintereinanderausführungen zum Bruch führt.



Fügt man also allgemein  $n_i$  Lastspielwechsel der Amplitude  $\sigma_i$  zusammen, so ist die Lebensdauerzahl dieser "Belastungseinheit" aus insgesamt

$n = \sum_{i=1}^K n_i$  Lastspielwechseln gegeben durch

$$N = c \frac{1}{\sum_{i=1}^K n_i \sigma_i^m} .$$

Die mittlere Schädigung eines Schwingspiels beträgt dann

$$\frac{1}{\tilde{N}} = \frac{1}{n \cdot N} ,$$

oder anders ausgedrückt heißt dies, daß die Lebensdauer eines "mittleren" Schwingspiels dieser Belastungseinheit durch

$$\tilde{N} = c \cdot \frac{n}{\sum_{i=1}^K n_i \sigma_i^m}$$

gegeben ist. Das Problem besteht nun darin, eine gegebene Beanspruchungszeitfunktion in entsprechende Schwingspiele geeigneter Amplituden  $\sigma_i$  zu zerlegen. Genau diese Zerlegung liefert das Spannenpaarverfahren. Der Hintergrund der Extrapolation besteht darin, eine auf etwa 300.000 km Fahrtstrecke hochextrapolierte Kurzzeitmessung durch Streichung geeigneter Nebendiagonalen der entstandenen Rainflow-Matrix in der Zeit so zu verkürzen, daß der Fahrversuch im Labor in angemessener Zeit reproduzierbar ist, ohne die Lebensdauer wesentlich zu verändern. Dazu muß allerdings gewährleistet sein, daß die so entstandene modifizierte Rainflow-Matrix eine Inversion gestattet.

### 3. Transformation von Rainflow-Matrizen in "zulässige" Rainflow-Matrizen

Bevor wir uns überlegen, wie eine gegebene Rainflow-Matrix abzuändern ist, damit sie eine Inversion gestattet, ist es nötig, ausführlich zu untersuchen, wo gegebene Halbschwingungen eingefügt werden können. Es wird sich zeigen, daß eine geeignete Änderungsstrategie für Rainflow-Matrizen ganz anders aufgebaut ist als eine entsprechende Strategie für Markov-Matrizen. Bei Markov-Matrizen kann man die Zulässigkeit leicht durch Abänderung weniger Matrix-Elemente um Eins erreichen. Bei Rainflow-Matrizen sind entweder alle Halbschwingungen einer bestimmten Spanne und Lage zulässig oder gar keine. Bei den nachfolgenden Überlegungen behandeln wir sowohl den symmetrischen als auch den nicht symmetrischen Fall, d.h. Zwischenschwingungen  $(y_i, y_j)$  und  $(y_j, y_i)$  werden nicht bzw. werden unterschieden. Weiterhin schreiben wir im

folgenden statt  $(y_i, y_j)$  kurz  $(i, j)$  oder  $i \rightarrow j$  und nennen dies eine Zwischen-schwingung von  $i$  nach  $j$ . Dann gilt folgendes Resultat.

Lemma 1:

Gegeben sei die Schwingung  $i \rightarrow j$ , wobei  $1 \leq i, j \leq n$ . Dann gilt:

1. Falls  $\text{SYMM} = 1$ , d.h. es liegt der symmetrische Fall vor, bei dem man zwischen  $i \rightarrow j$  und  $j \rightarrow i$  nicht unterscheidet, dann paßt die Schwingung  $i \rightarrow j$  in jedes Residual-Paar  $(R(\ell), R(\ell+1))$ ,  $\ell \geq 1$ , falls nur

$$\text{Min}(R(\ell), R(\ell+1)) \leq i, j \leq \text{Max}(R(\ell), R(\ell+1)) .$$

2. Falls  $\text{SYMM} = 0$ , d.h. es liegt der unsymmetrische Fall vor, dann paßt die Schwingung  $i \rightarrow j$  in folgende Residual-Paare  $(R(\ell), R(\ell+1))$ ,  $\ell \geq 1$ :

- a) Falls  $i < j$ , dann paßt  $i \rightarrow j$  in  $(R(1), R(2))$ , falls

$$R(1) \geq j > i \geq R(2)$$

und in  $(R(\ell), R(\ell+1))$  für  $\ell \geq 2$ , falls

$$R(\ell) > j > i \geq R(\ell+1)$$

oder falls

$$j = R(\ell) \text{ und } R(\ell+1) \leq i < R(\ell-1).$$

- b) Falls  $i > j$ , dann paßt  $i \rightarrow j$  in  $(R(1), R(2))$ , falls

$$R(1) \leq j < i \leq R(2)$$

und in  $(R(\ell), R(\ell+1))$  für  $\ell \geq 2$ , falls

$$R(\ell) < j < i \leq R(\ell+1)$$

oder falls

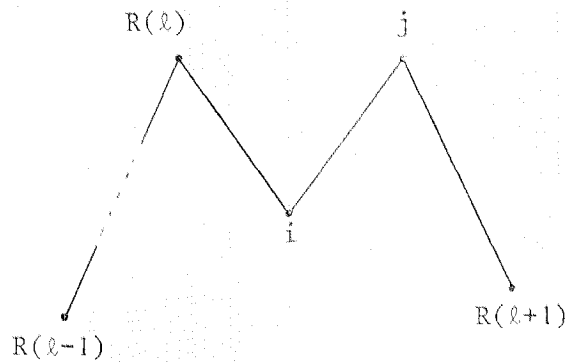
$$j = R(\ell) \text{ und } R(\ell+1) \geq i > R(\ell-1).$$

Beweis: Ohne Beschränkung der Allgemeinheit betrachten wir nur die Schwingung  $i \rightarrow j$  mit  $1 \leq i < j \leq n$  (der Fall  $1 \leq j < i \leq n$  geht analog). Diese Schwingung paßt zunächst formal in alle Residuums-Paare  $(R(\ell), R(\ell+1))$ ,  $\ell \geq 1$ , falls nur

$$R(\ell) \geq j > i \geq R(\ell+1).$$

Diese Möglichkeiten sind aber nur dann erlaubt, falls  $\text{SYMM} = 1$  oder falls  $\ell = 1$ . Denn falls  $\text{SYMM} = 0$  und  $\ell > 1$ , so muß man  $R(\ell-1)$  mitberücksichtigen. Für diesen Fall betrachten wir zunächst die Situation, daß  $R(\ell) = j$ , also etwa





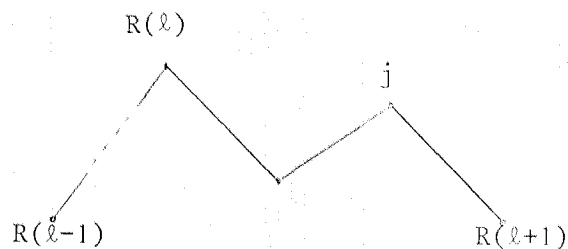
Dabei spielt es für die Rainflow-Zählung dieser Beanspruchungszeitfunktion keine Rolle, welche Schwingungen in dem Bereich  $(R(\ell-1), R(\ell))$  liegen. Zählt man nun den obigen Teil nach Rainflow, so erhält man

$R(\ell-1), j, R(\ell+1)$  und  $R(\ell) \rightarrow i$ , falls  $R(\ell-1) \leq i$

und

$R(\ell-1), R(\ell), R(\ell+1)$  und  $i \rightarrow j$ , falls  $R(\ell-1) > i$ .

Liegt hingegen der Fall  $R(\ell) > j$  vor, also etwa



so ergibt die Rainflow-Zählung stets

$R(\ell-1), R(\ell), R(\ell+1)$  und  $i \rightarrow j$ .

Als nächstes muß man sich überlegen, daß die bisher beschriebene Eigenschaft nicht dadurch geändert wird, ob bereits andere Schwingungen in dem betreffenden Residuums-Paar liegen oder nicht. Dazu betrachten wir o.B.d.A. den Fall  $\text{SYMM} = 0$  und die Schwingung  $i \rightarrow j$  mit  $i < j$  und nehmen an, daß diese in das Residuums-Paar  $(R(\ell), R(\ell+1))$  für ein  $\ell \geq 1$  paßt. Dann läßt sich durch relativ leichte kombinatorische Überlegungen unter Verwendung der Definition des Rainflow-Zähl-Algorithmus folgendes zeigen:

Falls in dem Residuums-Paar  $(R(\ell), R(\ell+1))$  bereits eine Schwingung  $u \rightarrow v$ ,  $u < v$ , liegt mit

$u = i$  und  $v \geq j$  oder  $u < i$  und  $v > j$ ,

oder

$$u = i \text{ und } v \leq j \text{ oder } u > i \text{ und } v < j,$$

so kann die Schwingung  $i \rightarrow j$  vor oder hinter die Schwingung  $u \rightarrow v$  gelegt werden.  
 Falls

$$u < i \text{ und } v \leq j,$$

so kann die Schwingung  $i \rightarrow j$  vor die Schwingung  $u \rightarrow v$  gelegt werden und falls

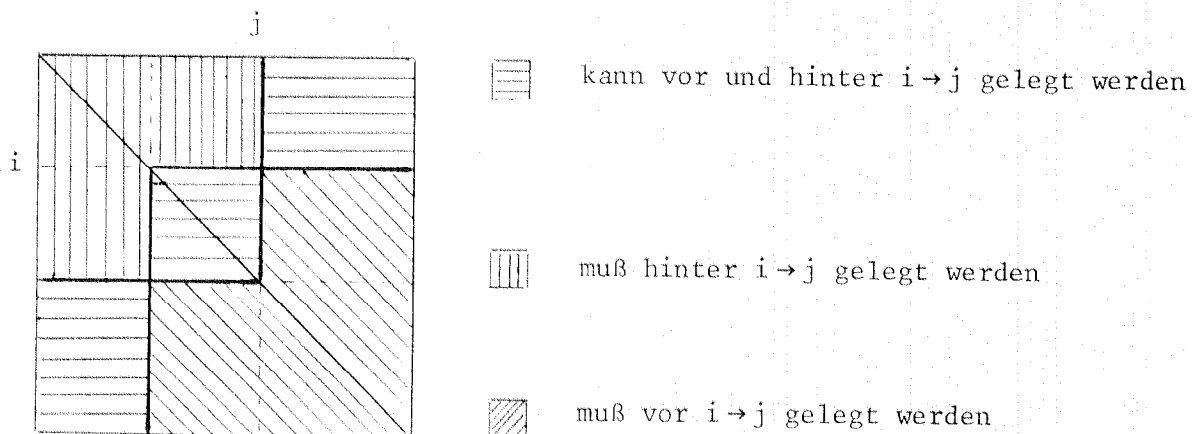
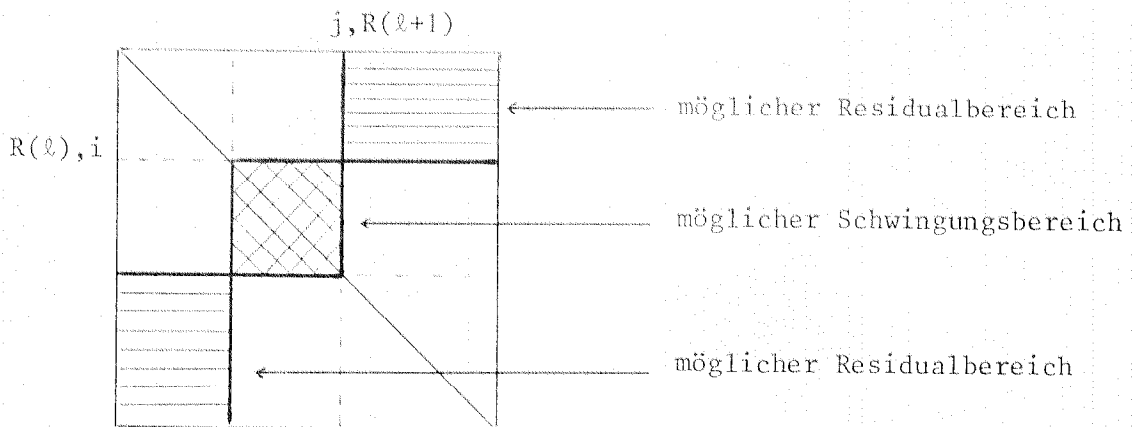
$$u > i \text{ und } v \geq j,$$

so kann die Schwingung  $i \rightarrow j$  hinter die Schwingung  $u \rightarrow v$  gelegt werden.

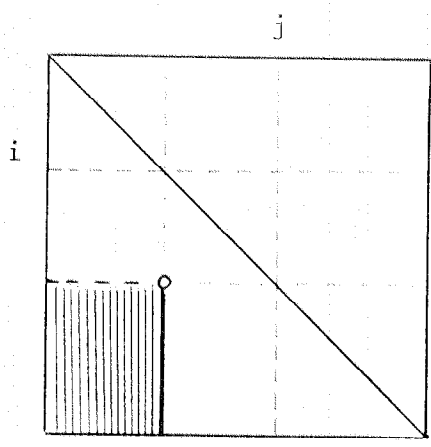
Damit läßt sich der Beweis leicht vervollständigen. □


Bemerkung 1: Aus dem Beweis des obigen Satzes ergeben sich leicht folgende Bilder für die Lage von Schwingungen. Dazu sei wieder die Schwingung  $i \rightarrow j$  gegeben.

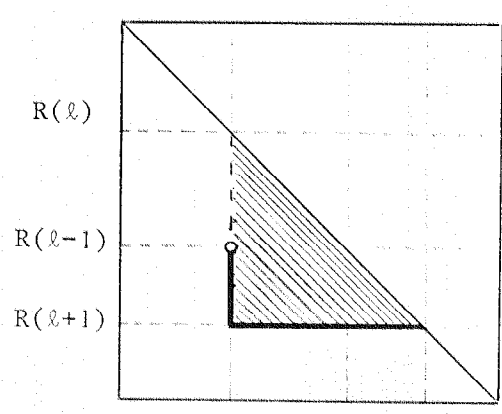
a) SYMM = 0




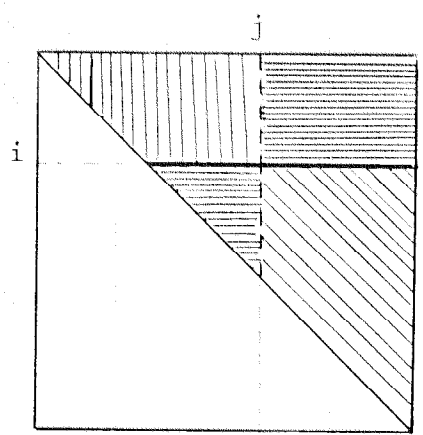
b) SYMM = 0





 zulässiger Residualbereich




 möglicher Schwingungsbereich



 kann vor oder hinter  $i \rightarrow j$  gelegt werden

 muß hinter  $i \rightarrow j$  gelegt werden

 muß vor  $i \rightarrow j$  gelegt werden

Eine andere Möglichkeit, Schwingungen einzufügen ist durch das Legen in andere Schwingungen gegeben. Dazu gilt folgendes Resultat:

Lemma 2:

Gegeben sei die Schwingung  $i \rightarrow j$ , wobei  $1 \leq i, j \leq n$ . Dann gilt:

- 1) Falls  $SYMM = 1$ , d.h. es liegt der symmetrische Fall vor, bei dem man zwischen  $i \rightarrow j$  und  $j \rightarrow i$  nicht unterscheidet, dann paßt die Schwingung  $i \rightarrow j$  in jede Zwischenschwingung  $u \rightarrow v$ , falls nur

$$\text{Min}(u,v) \leq i, j \leq \text{Max}(u,v) .$$

- 2) Falls  $SYMM = 0$ , d.h. es liegt der unsymmetrische Fall vor, dann paßt die Schwingung  $i \rightarrow j$  in folgende Zwischenschwingungen  $u \rightarrow v$ :

- a) Falls  $i < j$ , dann paßt  $i \rightarrow j$  in  $u \rightarrow v$ , falls

$$u > j > i \geq v .$$

- b) Falls  $i > j$ , dann paßt  $i \rightarrow j$  in  $u \rightarrow v$ , falls

$$u < j < i \leq v .$$

Beweis: Der symmetrische Fall ist klar, er ergibt sich aus ähnlichen Überlegungen wie im Beweis von Lemma 1. Für den unsymmetrischen Fall betrachten wir o.B.d.A. nur den Fall  $i < j$ , denn die umgekehrte Situation geht analog. Aus den Überlegungen von Lemma 1 wissen wir bereits, daß der kritische Fall durch

$$u = j > i \geq v$$

gegeben ist. Nun muß aber die Schwingung  $u \rightarrow v$  in einem Residualpaar liegen. Also gilt

$$R(1) \leq v < u \leq R(2)$$

oder

$$R(\ell) < v < u \leq R(\ell+1)$$

oder

$$R(\ell) = v \quad \text{und} \quad R(\ell+1) \geq u > R(\ell-1)$$

für ein  $\ell \geq 2$ . Man sieht aber, daß dann für den obigen Fall  $u = j > i \geq v$  gilt

$$i \geq R(1) \quad \text{oder} \quad i \geq R(\ell)$$

und ist daher nach einer ähnlichen Überlegung wie in Lemma 1.2 nicht erlaubt. Umgekehrt sieht man, daß die Situation  $u > j > i \geq v$  wiederum wegen

Lemma 1.2 stets erlaubt ist. Analog zum Beweis von Lemma 1 überlegt man sich noch, daß diese Eigenschaft nicht dadurch geändert wird, ob bereits andere Schwingungen in der betreffenden Zwischenschwingung liegen oder nicht. Damit ist die Behauptung vollständig bewiesen.  $\square$

Bemerkung 2: Aus dem Beweis des obigen Satzes und der Bemerkung 1 ergibt sich, daß die Reihenfolge bei der Behandlung von Schwingungen zum Legen in Zwischenschwingungen dieselbe ist, wie die Reihenfolge für das Legen in Residualpaare.

Für unser weiteres Vorgehen vereinbaren wir nun folgende "Rainflow-Informationsmatrix"  $H = (h(i,j))_{i,j=1,\dots,n}$ . Dazu seien  $i,j \in \{1,\dots,n\}$ . Dann setzen wir

- $h(i,j) = 0$  falls  $i = j$  oder falls die Schwingung  $i \rightarrow j$  in ein Residuum paßt;
- $h(i,j) = 1$  falls die Schwingung  $i \rightarrow j$  nicht in ein Residuum paßt, aber in eine vorhandene Zwischenschwingung, die im Residuum liegt;
- $h(i,j) = 2$  falls die Schwingung  $i \rightarrow j$  in eine nicht vorhandene Zwischenschwingung paßt, die im Residuum liegt und gleichzeitig in eine vorhandene Zwischenschwingung paßt, die nicht im Residuum liegt;
- $h(i,j) = 3$  falls die Schwingung  $i \rightarrow j$  in eine vorhandene Zwischenschwingung paßt, die nicht im Residuum liegt und falls  $h(i,j) \neq 2$  ist;
- $h(i,j) = 4$  falls die Schwingung  $i \rightarrow j$  in eine nicht vorhandene Zwischenschwingung paßt, die im Residuum liegt und falls  $h(i,j) \neq 2$  ist;
- $h(i,j) = 5$  falls keine der obigen Möglichkeiten zutrifft.

Weiterhin sei  $HS = (hs(\ell))_{\ell=-n+1,\dots,n-1}$  definiert durch

$$hs(0) = 0$$

$$hs(\ell) = \text{Min}\{h(i,j); \ell = j-i, i,j \in \{1,\dots,n\}\} \quad \text{für } |\ell| \in \{1,2,\dots,n-1\},$$

dann gilt

Lemma 3:

Gegeben sei die Rainflow-Matrix  $A = (a(i,j))_{i,j=1,\dots,n}$  und das Residuum  $R = (R(i))_{i=1,\dots,RES}$ . Dann ist das Paar  $(A,R)$  zulässig genau dann, wenn

$$\text{Min}\{h(i,j) \wedge 2a(i,j); \ell = j-i, i,j \in \{1,\dots,n\}\} \leq 1 \text{ für alle } \ell = -n+1, -n+2, \dots, n-1.$$

Beweis: Dies ergibt sich aus der Definition der Rainflow-Informations-Matrix H und den beiden vorangegangenen Lemmas.

Wir wollen uns nun einen einfachen Algorithmus zur Berechnung der Matrix H überlegen:

Algorithmus I: Berechnung der Rainflow-Informations-Matrix H.

Eingabe: SYMM (Symmetriekennzeichnung)

N (Klassenzahl)

A (Rainflow-Matrix)

RES (Länge des Residuums)

V (Residuum)

Ausgabe: H (Rainflow-Informations-Matrix)

a) Falls SYMM = 1

1.  $H(i,i) = 0$  für  $i = 1, \dots, N$ .

2. Betrachte für  $\ell = N-1, N-2, \dots, 2, 1$  alle Paare  $(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2$  mit  $|j-i| = \ell$ .

2.1 Falls  $\text{Min}_{k=1,\dots,RES} R(k) \leq i, j \leq \text{Max}_{k=1,\dots,RES} R(k)$ , dann setze  $H(i,j) = 0$ .

2.2 Falls  $H(i,j) \neq 0$  und falls  $u, v \in \{1, \dots, N\}$  existiert mit  $A(u,v) > 0$  und  $u \leq i, j \leq v$ , dann setze  $H(i,j) = 3$ .

2.3 Falls  $H(i,j) \neq 0, 3$ , dann setze  $H(i,j) = 5$ .

b) Falls SYMM = 0

1.  $H(i,i) = 0$  für  $i = 1, \dots, N$ .

2. Betrachte für  $\ell = N-1, N-2, \dots, 2, 1$  alle Paare  $(i,j) \in \{1, \dots, N\}^2$  mit  $|j-i| = \ell$ .

2.1 Betrachte alle Paare mit  $i < j$ .

2.1.1 Falls  $R(1) \leq j > i \leq R(2)$ , setze  $H(i,j) = 0$ .

2.1.2 Falls  $H(i,j) \neq 0$ , prüfe, ob für ein  $k=2, \dots, \text{RES}-1$  gilt, daß  $R(k) > j > i \geq R(k+1)$  oder  $R(k) = j$  und  $R(k-1) > i \geq R(k+1)$ ; in diesem Fall setze  $H(i,j) = 0$ .

2.1.3 Falls  $H(i,j) \neq 0$ , setze  $I_1 = I_2 = I_3 = 0$  und betrachte alle  $u, v \in \{1, \dots, N\}$  mit  $u > j > i \geq v$ ;

falls  $H(u,v) = 0$  und  $A(u,v) > 0$ , setze  $I_1 = 1$ ;

falls  $H(u,v) = 0$  und  $A(u,v) = 0$ , setze  $I_2 = 1$ ;

falls  $H(u,v) \neq 0$  und  $A(u,v) > 0$ , setze  $I_3 = 1$ .

Setze  $H(i,j) = I_1 + (1-I_1)(5-I_2-2 \cdot I_3)$

2.2 Betrachte alle Paare mit  $i > j$

2.2.1 Falls  $R(1) \leq j < i \leq R(2)$ , setze  $H(i,j) = 0$ .

2.2.2 Falls  $H(i,j) \neq 0$ , prüfe, ob für ein  $k=2, \dots, \text{RES}-1$  gilt, daß  $R(k) < j < i \leq R(k+1)$  oder  $R(k) = j$  und  $R(k-1) < i \leq R(k+1)$ ; in diesem Fall setze  $H(i,j) = 0$ .

2.2.3 Falls  $H(i,j) \neq 0$ , setze  $I_1 = I_2 = I_3 = 0$  und betrachte alle  $u, v \in \{1, \dots, N\}$  mit  $u < j < i \leq v$ ;

falls  $H(u,v) = 0$  und  $A(u,v) > 0$ , setze  $I_1 = 1$ ;

falls  $H(u,v) = 0$  und  $A(u,v) = 0$ , setze  $I_2 = 1$ ;

falls  $H(u,v) \neq 0$  und  $A(u,v) > 0$ , setze  $I_3 = 1$ .

Setze  $H(i,j) = I_1 + (1-I_1)(5-I_2-2 \cdot I_3)$ .

Beispiel 2: Sei  $\text{SYMM} = 0$ ,  $N = 10$ ,  $\text{RES} = 5$ ,  $R = (5,7,3,9,6)$  und

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

dann ergibt sich für die Rainflow-Informations-Matrix von  $(R,A)$  die folgende Matrix:

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 5 & 0 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 5 & 5 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Die Rainflow-Informations-Matrix enthält nun nahezu alle Informationen über die Matrix und das Residuum, welche zur Zulässigkeitstransformation interessant sind. Man erkennt hieraus, daß folgende Transformationen zur Änderung des Paares (A,R) in ein zulässiges Paar geeignet sind:

1. Verschiebung auf Nebendiagonalen
2. Symmetrisieren von Schwingungen
3. Verschieben und Symmetrisieren
4. Einfügung von Zwischenschwingungen
5. Spreizung des Residuums
6. Streichen von Schwingungen

Unter Berücksichtigung der im Abschnitt 2 behandelten Überlegungen zur Lebensdauer vorhersage bei der einaxialen Bauteilprüfung, lassen sich diese Transformationen in drei Gruppen einteilen:

- a) Transformationen, welche zu keiner Änderung der Lebensdauerzahl führen. Zu diesen Transformationen zählen die unter Punkt 1 bis 3 genannten Transformationen. Dabei werden nicht nur Schwingungen  $i \rightarrow j$ , welche nicht abarbeitbar sind, verschoben oder symmetrisiert, sondern auch andere Schwingungen, um eine "Zwischenschwingungslage" zu ermöglichen. Sei

$$L_0 = \text{Max}\{|\ell|; HS(\ell) \geq 4, \ell = 1-n, 2-n, \dots, n-1\},$$

dann kann man mit den soeben genannten Transformationen maximal den Bereich  $(i,j) \in \{1, \dots, n\}^2$  mit  $|j-i| > L_0$

abarbeitbar machen. Für den restlichen Bereich bleiben noch folgende Transformationen übrig:

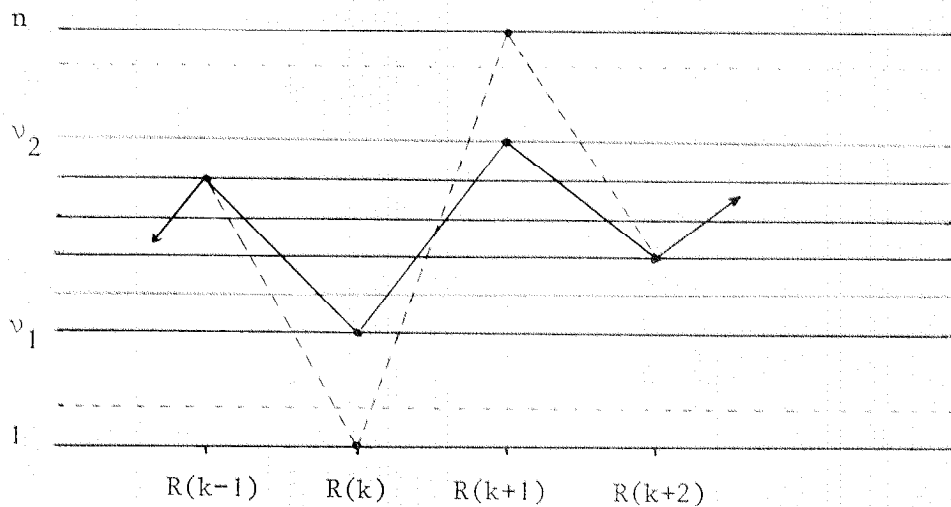


- b) Transformationen, welche die Lebensdauerzahl verkleinern. Zu diesen Transformationen zählen das Einfügen von Zwischenschwingungen und Spreizen des Residuums.
- c) Transformationen, welche die Lebensdauerzahl vergrößern. Zu diesen Transformationen zählt das Streichen von Schwingungen.

Zunächst überlegt man sich, daß zusammen mit den unter a) und b) genannten Transformationen jedes Paar  $(A,R)$  in ein zulässiges Paar  $(A,R)$  transformiert werden kann. Dazu kann man zunächst das Residuum an geeigneten Stellen spreizen. Wir unterscheiden zwei Fälle:

- i) Die erste Schwingung im Residuum mit maximaler Spannweite ist eine Aufwärtsschwingung.
- ii) Die erste Schwingung im Residuum mit maximaler Spannweite ist eine Abwärtsschwingung.

Im ersten Fall liegt also etwa folgende Situation vor:



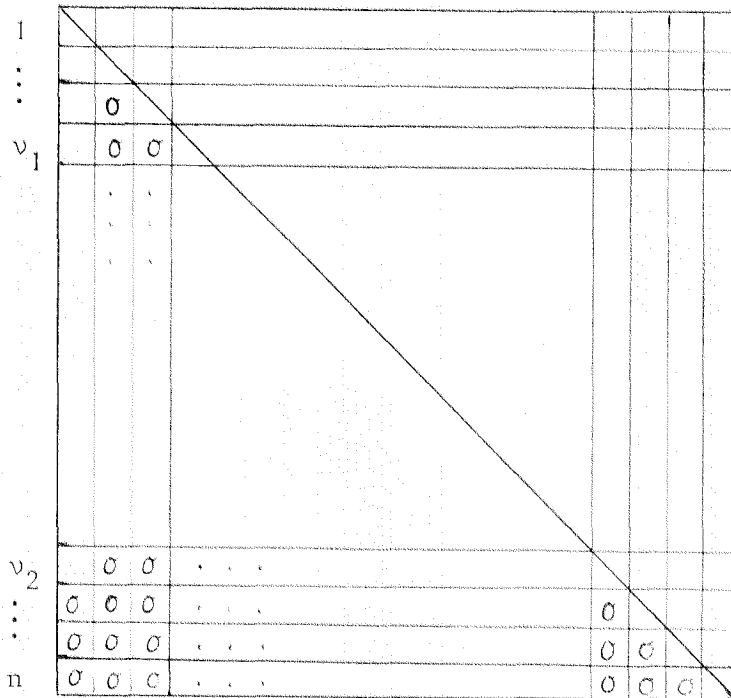
Dann gilt

$$v_1 < R(k-1) < v_2 \quad \text{und} \quad v_1 < R(k+1) = v_2.$$

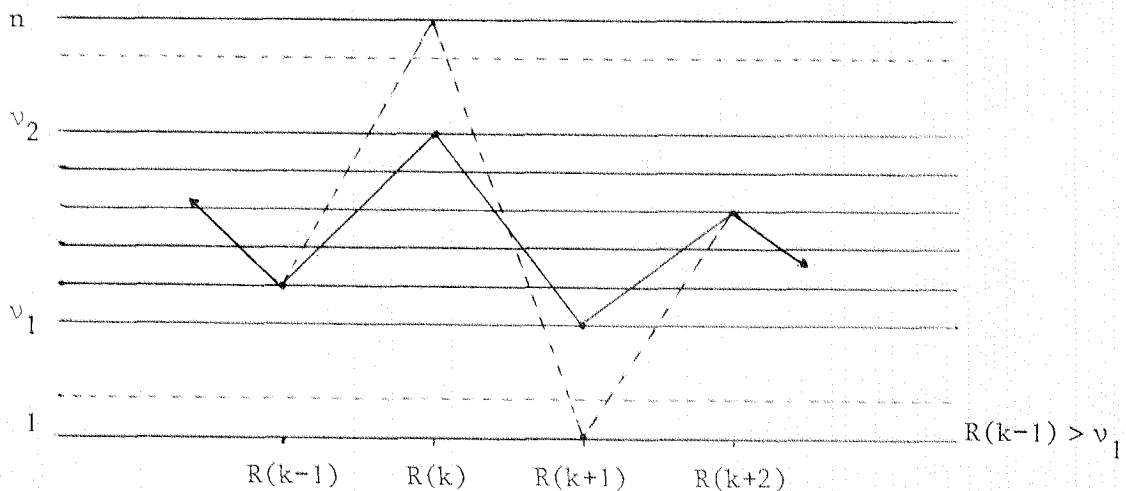
Spreizt man also das Paar  $(R(k), R(k+1))$  auf  $(1, n)$ , so passen gemäß Lemma 1 in das Paar  $(1, n)$  alle Schwingungen  $i \rightarrow j$  mit  $i > j$  und

$$1 < j < i \leq n \quad \text{oder} \quad j = 1 \quad \text{und} \quad R(k-1) < i \leq n.$$

Nach unseren Annahmen ist aber  $R(k-1) \leq v_2 - 1 \leq n-1$ , also paßt in das Paar  $(1, n)$  in der gegebenen Lage sicherlich die Schwingung  $n \rightarrow 1$ . Ausführlichere Informationen gewinnt man über die zu diesem neuen Paar  $(A, \tilde{R})$  gehörige Informationsmatrix  $H$ . Dabei werden nur die Nullen in dem Bereich  $i > j$  angegeben:



Man sieht also, daß vermöge der Transformationen 1. und 2. das Paar  $(A, \tilde{R})$  in ein zulässiges Paar transformierbar ist. Liegt der Fall ii) vor, so führt die analoge Residuumspreizung zu folgendem Bild und entsprechender Informationsmatrix  $H$ .





Nach diesen Vorüberlegungen läßt sich leicht eine geeignete Strategie zur Änderung einer Rainflow-Matrix in eine zulässige Rainflow-Matrix angeben. Dabei kann man sowohl interaktiv als auch automatisch vorgehen.

1. Schritt: Man betrachtet alle Diagonalen, welche weder durch Verschiebung noch Symmetrisierung abarbeitbar gemacht werden können. Gemäß den vorangegangenen Überlegungen ist dies der Bereich  $(i,j) \in \{1,\dots,n\}^2$  mit  $|j-i| > L_0$ , wobei

$$L_0 = \text{Max}\{\ell; H(i,j) \leq 1, i,j \in \{1,\dots,n\}, \ell = |j-i|\}.$$

Falls in diesem Bereich Schwingungen liegen, also falls

$$A(i,j) > 0 \quad \text{für } |j-i| > L_0$$

und diese Schwingungen nicht gestrichen werden sollen, muß das Residuum geeignet gespreizt werden. Dazu sei

$$L_1 = \text{Max}\{\ell; A(i,j) \geq 1, i,j \in \{1,\dots,n\}, \ell = |j-i|\}$$

und

$$I_1 = \{(i,j); i,j \in \{1,\dots,n\}, A(i,j) \geq 1, L_1 = |j-i|\}.$$

Falls  $(R(k), R(k+1))$  das entsprechende Residuumsintervall ist, welches gespreizt werden muß (erstes Intervall mit maximaler Spannweite), dann wählt man  $(i_0, j_0) \in I_1$  so, daß

$$(i_0 \vee j_0 - R(k) \vee R(k+1))_+ + (R(k) \wedge R(k+1) - i_0 \wedge j_0)_+$$

minimal wird und spreizt das Residuumsintervall  $(R(k), R(k+1))$  so, daß die Schwingung  $i_0 \rightarrow j_0$  bzw.  $j_0 \rightarrow i_0$  hineinpaßt. Dazu setzt man also

$$\tilde{R}(k) = R(k) \wedge i_0 \wedge j_0 \quad \text{und} \quad \tilde{R}(k+1) = R(k+1) \vee i_0 \vee j_0, \quad \text{falls } R(k) < R(k+1)$$

und

$$\tilde{R}(k) = R(k) \vee i_0 \vee j_0 \quad \text{und} \quad \tilde{R}(k+1) = R(k+1) \wedge i_0 \wedge j_0, \quad \text{falls } R(k) > R(k+1);$$

dann läßt sich die Schwingung  $i_0 \rightarrow j_0$  bzw.  $j_0 \rightarrow i_0$  in  $(\tilde{R}(k), \tilde{R}(k+1))$  legen.

2. Schritt: Man betrachtet alle Schwingungen, welche durch Verschiebung und Symmetrisierung abarbeitbar gemacht werden können. Nach Durchführung des ersten Schrittes sind dies alle Schwingungen. Hierbei muß eine geeignete Reihenfolge zwischen Verschiebung und Symmetrisierung gewählt werden. Da beide Änderungen bei strenger Gültigkeit der linearen Schadensakkumulationshypothese auf die Lebensdauerberechnung keinen Einfluß haben, wird eine Strategie verwendet, welche die Anzahl der abgeänderten Schwingungen minimiert. Bei einem interaktiven

Verfahren sollte dabei noch die zusätzliche Möglichkeit zur Einfügung von Zwischenschwingungen bestehen. Das Verfahren bestimmt zunächst die Schwingungen, welche nicht durch Umlagerung vorhandener Schwingungen im Residualbereich abgearbeitet werden können und symmetrisiert und verschiebt zunächst solche Schwingungen, die dazu führen, daß dadurch andere Schwingungen abarbeitbar werden. Der Rest der Schwingungen wird dann kanonisch symmetrisiert und verschoben so, daß das entstehende Paar  $(\tilde{A}, \tilde{R})$  schließlich zulässig ist.

#### 4. Superposition und Extrapolation von Rainflow-Matrizen

Ein wichtiges Verfahren zur Erzeugung realer Beanspruchungszeitfunktionen im Labor besteht in den drei Grundverfahren

Superposition

Extrapolation

Simulation

Dabei soll in diesem Abschnitt im wesentlichen auf die Superposition und Extrapolation eingegangen werden. Zusammen mit diesen Überlegungen und einigen Zusatzbetrachtungen ergibt sich dann relativ leicht ein Verfahren zur Simulation von Rainflow-Matrizen. Dies wird am Ende dieses Abschnitts kurz behandelt.

Wir beschäftigen uns zunächst mit der Superposition von Rainflow-Matrizen. Dazu liegen also in Form von sogenannten Kurztests die Rainflow-Matrizen mit zugehörigen Residuen von bestimmten extremen Fahrzuständen, wie z.B.

- Vollbremsung
- extreme Kurvenfahrt
- Wedeln
- Fahrt über extrem schlechte Straßenabschnitte
- Ruckeln

vor. Diese Kurztests sollen nun gemäß einer gegebenen Häufigkeitsverteilung zu einer Gesamtfahrstrecke vorgegebener Länge zusammengefügt werden. Die einzelnen Kurztests sollen dabei also nicht auf eine längere Fahrstrecke extrapoliert werden, sondern in der gegebenen Form verwendet werden. Dies liegt daran, daß es sich bei den besagten Tests bereits um extreme Fahrzustände handelt, die gewisse selten auftretende Grenzbelastungen beschreiben und so wie im Abschnitt 2 erläutert, die Grundlage für zeitverkürzte Laborversuche sind.

Es liegen also Tripel  $(A_i, R_i, \lambda_i)$ ,  $i = 1, \dots, m$  von Rainflow-Matrizen, Residuen und natürlichen Zahlen  $\lambda_i$  vor, welche angeben, wie häufig die entsprechenden Paare  $(A_i, R_i)$  in der Gesamtfahrstrecke vorkommen sollen. Die Probleme bei einem

geeigneten Zusammenfügen solcher Tripel liegen im wesentlichen daran, daß das Rainflow-Zählverfahren kein lokales Verfahren ist. Betrachten wir zum Beispiel folgende zwei Beanspruchungszeitfunktionen

$$B_0 : 4 \ 2 \ 4 \ 3 \ 5 \quad \text{und} \quad B_1 : 5 \ 2 \ 5 \ 2 \ 3 ,$$

welche zusammengesetzt (ohne auf die damit verbundene Problematik zunächst einzugehen) die Beanspruchungszeitfunktion

$$B : 4 \ 2 \ 4 \ 3 \ 5 \ 2 \ 5 \ 2 \ 3$$

ergeben. Dann erhält man hierfür folgende Rainflow-Matrizen und Residuen:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad R_1 = (4,2,5) \quad \text{und} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad R_2 = (5,2,3)$$

sowie

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad R = (4,2,5,2,3) .$$

Addiert man nun  $A_1$  und  $A_2$  und fügt  $R_1$  und  $R_2$  zusammen und zählt dies erneut nach Rainflow, so erhält man

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad R^* = (4,2,5,2,3) .$$

Dabei sieht man aber, daß  $(A^*, R^*)$  kein zulässiges Paar ist, denn die Schwingung  $2 \rightarrow 5$  paßt nicht in das Residuum  $R^*$ . Allerdings ist sofort klar, daß die Symmetrisierte von  $2 \rightarrow 5$  nämlich  $5 \rightarrow 2$  in  $R^*$  paßt. Diese Eigenschaft läßt sich in gewisser Weise ganz allgemein zeigen. Bevor wir hierauf näher eingehen, müssen wir noch die Schwierigkeiten beim Zusammenfügen von Zeitfunktionen an den Nahtstellen behandeln. Zunächst hat man das Problem, daß an den Nahtstellen Aufwärts- und Abwärtsschwingungen nicht zusammenpassen.

Deshalb treffen wir folgende einfache Vereinbarung:

### Addition von BAZ-Funktionen

Gegeben seien zwei BAZ-Funktionen  $B_1 = \{B_{i1}, i = 1, \dots, m_1\}$  und  $B_2 = \{B_{i2}, i = 1, \dots, m_2\}$ .

Dann ist die durch Zusammenfügen beider Zeitfunktionen  $B_1$  und  $B_2$  entstehende neue Zeitfunktion  $B_1 \oplus B_2$  definiert als die MIN-MAX-gefilterte Hintereinanderausführung von  $B_1$  und  $B_2$ , wobei zuerst  $B_1$  und dann  $B_2$  kommt, d.h. man schreibt die Werte von  $B_1$  und  $B_2$  hintereinander und streicht solche Werte (höchstens zwei, nämlich  $B_{m_1,1}$  und  $B_{12}$ ) heraus, welche nicht lokale Minima oder Maxima sind.

Beispiel 3: Gemäß diesem Verfahren ergibt sich etwa

$$(2,5,3,9) \oplus (1,4,2,5) = (2,5,3,9,1,4,2,5)$$

$$(2,5,3,9) \oplus (10,15,1) = (2,5,3,15,1)$$

$$(2,5,3,9) \oplus (4,2,5,1) = (2,5,3,9,2,5,1)$$

Die so definierte Addition von BAZ-Funktionen entspricht der kanonischen Hintereinanderausführung von Zeitfunktionen; sie kann allerdings an den Nahtstellen zu gewissen Problemen führen. So würde etwa folgende Addition

$$(\dots, 28, 27, 32) \oplus (3, 1, 5, \dots) = (\dots, 28, 27, 32, 1, 5, \dots)$$

zu einer Schwingung führen, deren Spanne im Verhältnis zu den Spannen der vorangegangenen Schwingungen sehr groß ist. Handelt es sich bei den einzelnen hintereinander auszuführenden BAZ-Funktionen um sehr lange Zeitfunktionen, so wird die an der Nahtstelle entstehende Schwingung keine Bedeutung haben. Sind die entsprechenden Zeitfunktionen aber sehr kurz, so hat die Schwingung an der Nahtstelle natürlich einen verfälschenden Einfluß, insbesondere dann, wenn viele kurze BAZ-Funktionen zu einer langen Fahrstrecke zusammengefügt werden. Die Ursache für den soeben beschriebenen Effekt liegt in der Praxis meist daran, daß einzelne Kurzzeitmessungen nicht in gleicher oder ähnlicher Ruhelage beginnen oder enden. Um dies zu vermeiden, kann und sollte man zunächst bei den Messungen dafür sorgen, daß die soeben beschriebenen Effekte nicht auftreten. Ist dies dennoch der Fall, so muß man den entstandenen Sprung mit einem geeigneten Verfahren glätten. Dies werden wir in dem nachfolgenden Abschnitt ausführlich behandeln. Bei unseren weiteren Überlegungen über die Superposition von Rainflow-Matrizen lassen wir diesen Effekt unberücksichtigt; andernfalls sollte man die einzelnen Rainflow-Matrizen getrennt behandeln, d.h. invertieren und die daraus entstehenden BAZ-Funktionen mit dem später beschriebenen Verfahren im Zeitbereich geeignet glätten.

Für die weiteren Überlegungen vereinbaren wir folgende

Bezeichnungen: Gegeben sei die BAZ-Funktion  $B$ , dann ist für  $n \in \mathbb{N}$  das Produkt  $n \cdot B$  rekursiv definiert durch

$$1 \cdot B = B \quad \text{und} \quad (n+1) \cdot B = n \cdot B \oplus B.$$

Weiterhin sei  $\text{RFM}(B)$  die durch die Rainflow-Zählung aus  $B$  entstehende Rainflow-Matrix und  $\text{RFR}(B)$  das entsprechende Residuum.

Lemma 4:

Gegeben seien die Tripel  $(A_i, R_i, \lambda_i)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , wobei  $(A_i, R_i)$  zulässige Rainflow-Matrizen mit Residuen sind und  $\lambda_i$  natürliche Zahlen. Definiert man

$$\bigoplus_{i=1}^m (A_i, R_i, \lambda_i) := \left( \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot A_i + \text{RFM}\left(\bigoplus_{i=1}^m \lambda_i R_i\right), \text{RFR}\left(\bigoplus_{i=1}^m \lambda_i R_i\right) \right) = (A, R),$$

dann ist das so entstehende Paar aus Rainflow-Matrix und Rainflow-Residuum entweder ein zulässiges Paar oder durch Symmetrisierung von Schwingungen in ein zulässiges Paar transformierbar.

Der Beweis für dieses Lemma ergibt sich aus den beiden vorangegangenen Lemmas, der oben definierten Addition und einfachen kombinatorischen Überlegungen. Dieses Lemma liefert zugleich ein entsprechendes Verfahren zur Superposition von Rainflow-Matrizen, welches einfach zu programmieren ist.

Als nächstes beschäftigen wir uns mit der Extrapolation von Rainflow-Matrizen. Dabei geht es also darum, ein gegebenes Paar  $(A, R)$  auf eine bestimmte Fahrstrecke zu extrapolieren. Das Problem hierbei ist, daß die dabei möglichen Verteilungen über den Rainflow-Matrizen nicht in einfacher Weise beschreibbar sind. Daher müssen die jeweils auftretenden Häufigkeitsverteilungen durch geeignete, in gewisser Weise parameterfreie, Verfahren geschätzt und dann extrapoliert werden. Die Häufigkeitsverteilungen zerlegen wir dazu in zwei Komponenten:

1. Verteilung der Nebendiagonalsummen
2. Verteilung auf den Nebendiagonalen

Dabei ist die Verteilung der Nebendiagonalsummen für die Festigkeitsberechnung von besonderer Bedeutung. Um ein Gefühl für die möglichen Verteilungen nach Punkt 1 zu bekommen, wurden verschiedene stationäre Gauß-Prozesse simuliert und nach Rainflow gezählt. Über die Möglichkeit der theoretischen Bestimmung der gesuchten Verteilungen auf den Rainflow-Matrizen solcher Prozesse soll an anderer Stelle berichtet werden. Das rein qualitative Verhalten der Spannenpaar-Verteilungen solcher Prozesse stimmte gut mit praktischen Meßdaten überein.



Es zeigte sich, daß sich die Verteilung auf den Nebendiagonalsummen sehr gut in der folgenden Weise beschreiben läßt.

#### 4.1 Verteilung der Nebendiagonalsummen

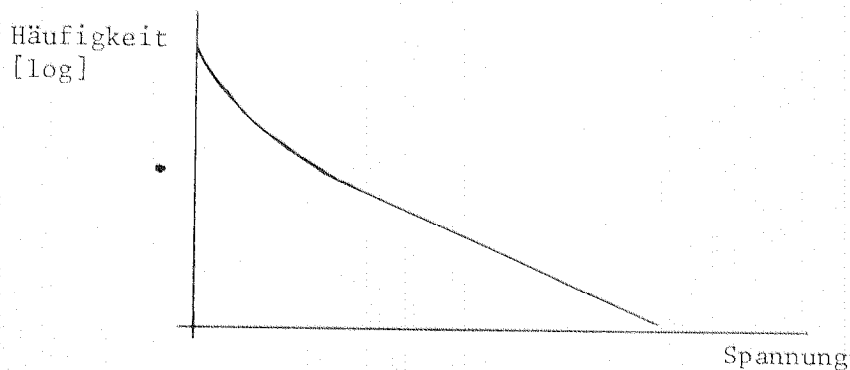
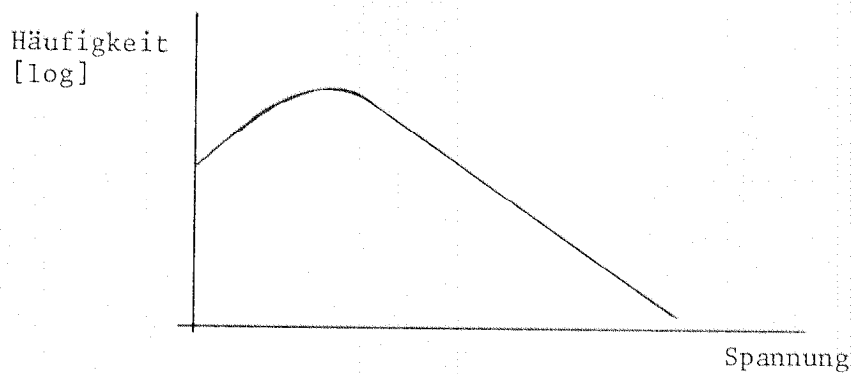
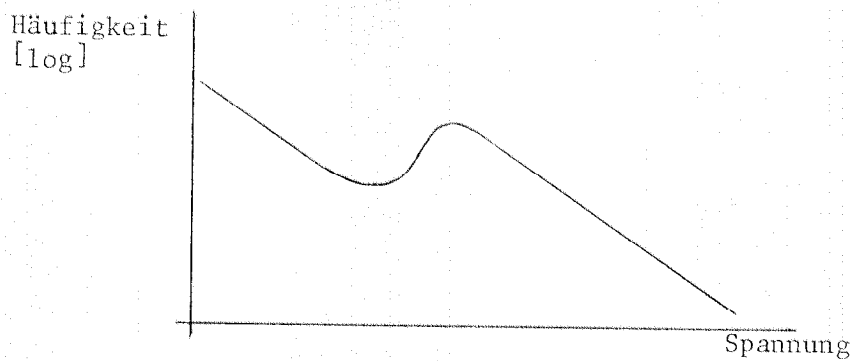
Ähnlich wie in Abschnitt 2 sei für  $\ell = 1-n, 2-n, \dots, n-1$

$$ND(\ell) = \sum_{\substack{i,j=1 \\ j-i=\ell}}^n a_{ij}$$

die Summe der Nebendiagonalen, also

$$S(\ell) = ND(-\ell) + ND(\ell) \quad \text{für } \ell = 1, \dots, n-1,$$

dann ergeben sich folgende qualitativen Bilder für die Verteilung von  $S(\ell)$ :



Weiterhin zeigte sich, daß bei geeigneter Mittelpunktslage und Bandbreite die Verteilung von ND symmetrisch ist, also qualitativ ebenso durch die obigen Verteilungen beschreibbar ist. Dieses Verhalten legt nun nahe, die Verteilung von ND in der folgenden Form zu beschreiben. Dazu behandeln wir nur den Fall  $1 \leq \ell \leq n-1$ . Der Fall  $-1 \geq \ell \geq 1-n$  geht analog:

$$ND(\ell) \approx F(\ell) = \begin{cases} \exp(a\ell^3 + b\ell^2 + c\ell + d) & 1 \leq \ell \leq \ell_0 \\ \exp(f \cdot \ell + g) & \ell_0 \leq \ell \leq n-1 \end{cases}$$

Das zugehörige Approximationsproblem lautet dann:

Bestimme  $a, b, c, d, f, g \in \mathbb{R}$  und  $1 \leq \ell_0 \leq n-1$  so, daß

$$(*) \quad \sum_{\ell=1}^{n-1} |ND(\ell) - F(\ell)|^2 \ell^m$$

minimal wird.

Dabei wurden die Überlegungen zur Lebensdauerberechnung durch das "Wöhlergewicht"  $\ell^m$  mitberücksichtigt.

Die Schwierigkeit dabei ist allerdings, daß dies ein nichtlineares Problem in den zu bestimmenden Koeffizienten ist. Deshalb betrachten wir den obigen Abstand im logarithmischen Maßstab. Da für  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt

$$e^x = e^y + (x-y)e^y + \frac{(x-y)^2}{2} e^{y+\lambda(x-y)}$$

für ein  $\lambda \in [0, 1]$ , folgt für  $x \neq y$

$$\frac{|e^x - e^y|^2}{|x-y|^2} = e^{2y} \left(1 + \frac{1}{2}(x-y)e^{\lambda(x-y)}\right)^2.$$

Also gilt für "benachbarte"  $x, y$

$$|e^x - e^y|^2 \approx |x-y|^2 e^{2y}.$$

Daher ersetzen wir die Summe in (\*) durch

$$\sum_{\ell=1}^{n-1} |\log ND(\ell) - f(\ell)|^2 \cdot ND(\ell)^2 \ell^m$$

wobei der Strich an der Summe bedeutet, daß sich die Summation nur über solche  $\ell$  erstreckt, für die  $ND(\ell) \geq 1$ ; weiterhin ist  $f(\ell)$  definiert durch

$$f(\ell) = \begin{cases} a\ell^3 + b\ell^2 + c\ell + d & 1 \leq \ell \leq \ell_0 \\ f\ell + g & \ell_0 \leq \ell \leq n-1 \end{cases}$$

Für festes  $\ell_0$  ist das obige Problem dann linear in den gesuchten Koeffizienten; das optimale  $\ell_0$  erhält man durch entsprechende Variation (i.a. gilt  $n=32$ ).

Hat man nun  $F(\ell)$  bestimmt, dann ist die gesuchte Extrapolation sehr leicht. Um die ursprüngliche Form der Verteilung von ND geeignet mitzuberücksichtigen, schlagen wir daher folgendes vor:

Es gelte  $N_0 = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}$  und die Rainflow-Matrix A soll auf  $N \geq N_0$  Schwingungen extrapoliert werden. Dann setzen wir

$$\hat{ND}(\ell) = \left[ ND(\ell) + (N-N_0) \left( \frac{ND(\ell)}{2N_0} + \frac{F(\ell)}{F_0} \right) \right], \quad \ell = 1-n, \dots, n-1, \ell \neq 0,$$

wobei  $[x]$  die größte ganze Zahl bezeichnet, welche kleiner oder gleich  $x$  ist

$$\text{und } F_0 = \sum_{\substack{\ell=1-n \\ \ell \neq 0}}^{n-1} F(\ell).$$

#### 4.2 Verteilung auf den Nebendiagonalen

Für die Bestimmung der Verteilung auf den Nebendiagonalen betrachten wir ein beliebiges aber festes  $\ell_0$ . O.B.d.A. sei  $1 \leq \ell_0 \leq n-1$ ; der Fall  $1-n \leq \ell_0 \leq -1$  geht analog. Dann setzen wir

$$a(i) = a_{i, \ell_0+i} \quad \text{für } i = 1, 2, \dots, n-\ell_0.$$

Die oben genannten Simulationen zeigen nun, daß man  $a(i)$  in gewisser Weise durch eine Normalverteilung approximieren kann. Also gilt für  $i = 1, 2, \dots, n-\ell_0$

$$a(i) \approx A(i) = c e^{-\frac{(i-a)^2}{b}},$$

wobei  $c, b > 0$  und  $1 \leq a \leq n-\ell_0$ . Um in der Praxis hieraus die Verteilung von  $a$  approximieren zu können, um damit entsprechend zu extrapolieren, unterscheiden wir folgende Fälle:

1. Fall: Falls  $n-\ell_0 \leq 3$ , legen wir der Einfachheit halber die durch  $\hat{ND}(\ell_0)$  gegebenen Schwingungen gemäß einer Gleichverteilung auf die Stellen  $i = 1, 2, \dots, n-\ell_0$ . Dabei berücksichtigen wir allerdings wieder die bereits vorhandenen Elemente  $a(i)$ , d.h. wir verteilen nur noch die durch  $\hat{ND}(\ell_0) - ND(\ell_0)$  gegebenen Schwingungen, und zwar wieder gemäß einer Konvexkombination aus der gegebenen Verteilung und der angenommenen Gleichverteilung.

2. Fall: Falls  $n-l_0 > 3$  und die Anzahl der  $i \in \{1, 2, \dots, n-l_0\}$  für die  $a(i) > 0$  kleiner als 3 ist, verteilen wir die durch  $\hat{ND}(l_0)$ - $ND(l_0)$  gegebenen Schwingungen gemäß einer Konvexkombination aus der gegebenen Verteilung und einer Normalverteilung, welche folgende Dichte hat

$$A(i) = c \cdot \exp\left(-\frac{2i-n+l_0}{4}\right)^2,$$

wobei  $c$  so gewählt ist, daß

$$c \cdot \sum_{i=1}^{n-l_0} \exp\left(-\frac{2i-n+l_0}{4}\right)^2 = 1.$$

3. Fall: In allen übrigen Fällen approximieren wir die Verteilung auf den Nebendiagonalen durch

$$A(i) = c \cdot \exp\left(-\frac{i-a}{b}\right)^2,$$

wobei  $c, b > 0$  und  $1 \leq a \leq n-l_0$ . Dazu gehen wir davon aus, daß die gegebenen Werte  $a(i)$  aus  $ND(l_0)$  unabhängigen Realisierungen gemäß der obigen Verteilung entstanden sind.

Also kann man in Anlehnung an die Maximum-Likelihood-Schätzung für Normalverteilungen die Parameter  $a$  und  $b$  näherungsweise recht gut in der folgenden Weise schätzen:

$$a = \frac{1}{ND(l_0)} \sum_{i=1}^{n-l_0} a(i) \cdot i$$

$$b^2 = \frac{1}{ND(l_0)-1} \sum_{i=1}^{n-l_0} (i-a)^2 a(i)$$

Hieraus ergibt sich die Konstante  $c$  durch

$$c \sum_{i=1}^{n-l_0} e^{-\frac{(i-a)^2}{2b}} = 1.$$

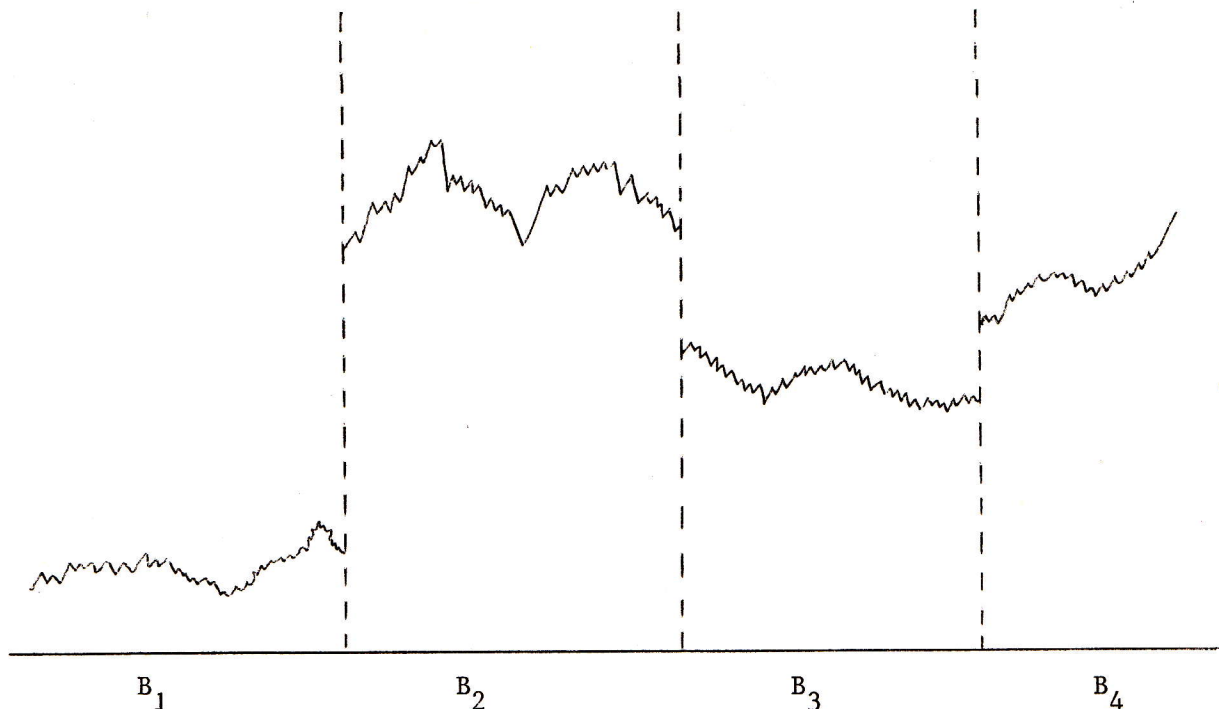
Bei der Verteilung der durch  $\hat{ND}(l_0)$ - $ND(l_0)$  gegebenen Schwingungen verfahren wir dann wieder wie in den obigen Fällen beschrieben, indem wir mit einer Konvexkombination dieser Verteilung und der durch die bereits vorhandenen Elemente  $a(i)$  gegebenen arbeiten.

Nachdem man nun, wie in Punkt 4.1 und 4.2 beschrieben, entsprechende Rainflow-Matrizen  $\hat{A}$ , welche Extrapolationen vorgegebener Paare  $(A,R)$  sind, erzeugt hat, werden die so entstandenen Paare  $(\hat{A},R)$  i.a. nicht zulässig sein. Daher muß man vor der Inversion dieser Matrizen noch die in Punkt 3 beschriebenen Transformationen von Rainflow-Matrizen in zulässige Rainflow-Matrizen durchführen. Diese werden aber im wesentlichen in einer geeigneten Residuumspreizung und wenigen Diagonalverschiebungen bestehen.

Aus diesen Überlegungen ergibt sich übrigens auch eine Methode zur direkten Simulation von Rainflow-Matrizen. Dazu nimmt man die für die entsprechenden Fahrzustände bestimmten Verteilungen auf den jeweiligen Rainflow-Matrizen und simuliert hiermit zufällige Matrizen. Als zugehörige Residuen nimmt man einfach Paare  $(R(1),R(2))$  so, daß die entsprechenden Matrizen zusammen mit diesem Residuum vermöge Symmetrisierung und Diagonalverschiebung abarbeitbar werden.

#### 5. Hintereinanderausführung von Beanspruchungszeitfunktionen und Glättung von Sprungstellen

Schon im vorangegangenen Abschnitt wurde deutlich, daß beim Zusammenfügen von Beanspruchungszeitfunktionen an den Nahtstellen gewisse Probleme auftreten. So kann die Hintereinanderausführung von Beanspruchungszeitfunktionen zu Schwingungen führen, die nicht beabsichtigt sind.



Zunächst kann man durch eine geeignete Reihenfolge der gegebenen Zeitfunktion dafür sorgen, daß die an den Nahtstellen auftretenden Sprungstellen möglichst klein gehalten werden, doch lassen sich i.a. dadurch unbeabsichtigte Sprünge nicht ganz vermeiden. Daher ist es sinnvoll, mit Hilfe eines geeigneten Verfahrens die gegebene Beanspruchungszeitfunktion lokal an den Nahtstellen so abzuändern, daß die entsprechenden Hintereinanderausführungen möglichst glatt ineinander übergehen. Ein solches Verfahren soll im folgenden beschrieben werden. Dazu sei

$$B : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

eine entsprechende Beanspruchungszeitfunktion, welche beschränkt und außer an der Stelle  $t_0 = T$  stetig ist und es gelte

$$\lim_{t \uparrow T} B(t) = b_0 \quad \text{und} \quad \lim_{t \downarrow T} B(t) = b_1;$$

also ist  $B$  auf jedem endlichen Intervall beschränkt und damit integrierbar. Die Grundidee bei unserem Verfahren besteht darin, daß der lokale Verlauf der Funktionen  $B$  an der Stelle  $t_0 = T$  etwas abgeändert wird so, daß die Unstetigkeit beseitigt wird, gleichzeitig aber bleibt das globale Verhalten der Funktion  $B$  erhalten. Eine Methode, welche dieses gewährleistet, ist ein dynamisches Filterverfahren. Sei

$$g : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

eine stetige Funktion mit

i)  $g(t, \tau) \geq 0$  für alle  $t, \tau \in \mathbb{R}$

ii)  $\int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau) d\tau = 1$

Aus den Eigenschaften i) und ii) folgt unmittelbar folgende Beziehung:

$$\inf_{\tau \in \mathbb{R}} B(\tau) \leq \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau) B(\tau) d\tau \leq \sup_{\tau \in \mathbb{R}} B(\tau) .$$

Weiterhin gilt die folgende Glättungseigenschaft für  $g$ :

Lemma 5: Der Kern  $g$  sei stetig partiell nach  $t$  differenzierbar und  $B : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei meßbar und beschränkt, dann ist die Abbildung

$$G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad G(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau) B(\tau) d\tau$$

auf ganz  $\mathbb{R}$  differenzierbar.

Beweis: Sei  $t_0 \in \mathbb{R}$  beliebig aber fest, dann gilt für  $t \neq t_0$

$$\left| \frac{g(t, \tau) B(\tau) - g(t_0, \tau) B(\tau)}{t - t_0} \right| = |B(\tau)| \cdot \left| \frac{g(t, \tau) - g(t_0, \tau)}{t - t_0} \right|$$

$$\leq c_0 \cdot \left| \frac{\partial}{\partial t} g(t^*, \tau) \right| \leq c_1$$

für alle  $\tau \in \mathbb{R}$  und  $t \in U \setminus \{t_0\}$ , wobei  $U$  eine geeignete Umgebung von  $t_0$  ist. Hieraus folgt aber mit den üblichen Kriterien unmittelbar die Differenzierbarkeit von

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau) B(\tau) d\tau$$

an der Stelle  $t = t_0$ . □

Für die Wahl von  $g$  hat man nun verschiedene Möglichkeiten. Wir haben die nachfolgende Funktion  $g_{\sigma, r}$  getestet und damit recht gute Ergebnisse erzielt:

$$g_{\sigma, r}(t, \tau) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+, \quad r, \sigma > 0$$

mit

$$g_{\sigma, r}(t, \tau) = \tilde{g}_{\sigma, r}(t, \tau) \cdot \left( \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}_{\sigma, r}(t, \tilde{\tau}) d\tilde{\tau} \right)^{-1},$$

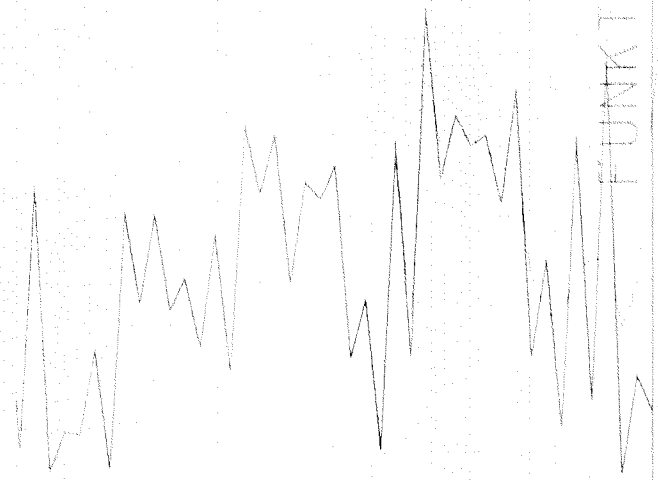
wobei

$$\tilde{g}_{\sigma, r}(t, \tau) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{(t-\tau)^2 r}{\sigma^2 (r^2 - t^2)}\right) & \text{für } t \in (-r, r), \tau \in [-r, r] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

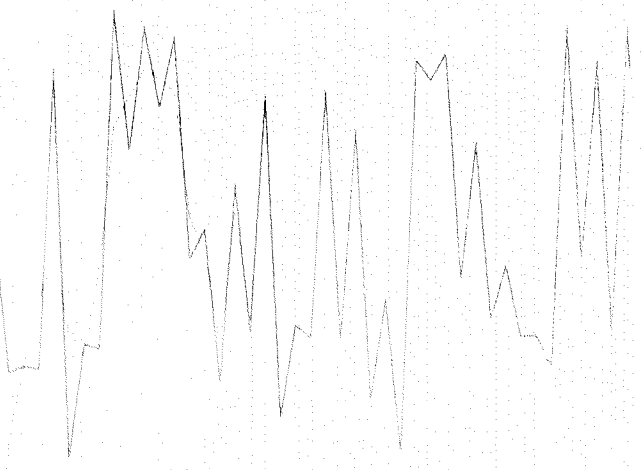
Diese Funktion erfüllt die Voraussetzungen i) und ii) und die des Lemma 5. Zusätzlich ist  $g_{\sigma, r}$  noch symmetrisch; es gilt nämlich

$$g_{\sigma, r}(t, t+\delta) = g_{\sigma, r}(t, t-\delta) \quad \text{für alle } t, \delta \in \mathbb{R}.$$

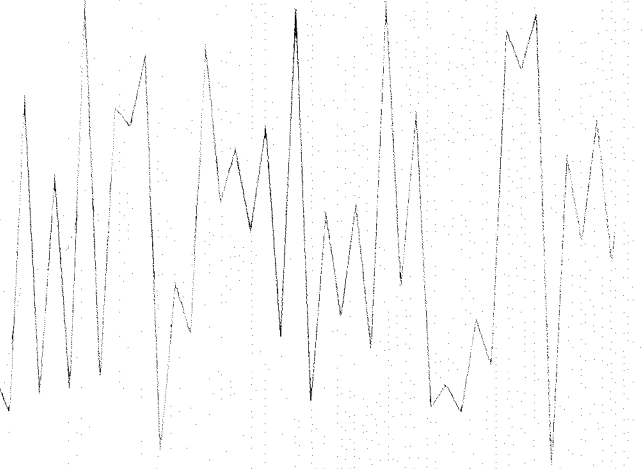
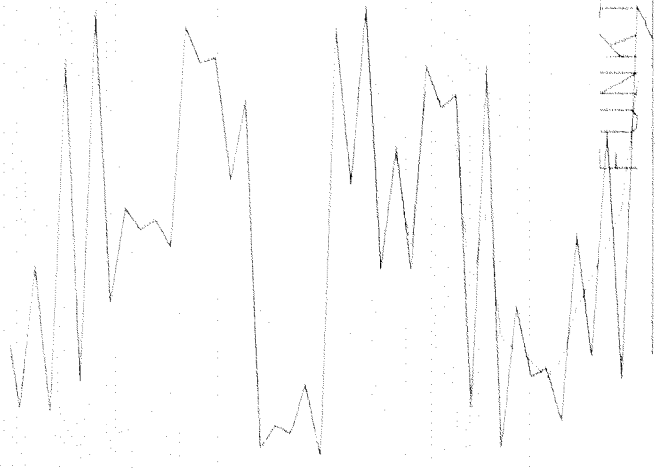
Aus diesem Verfahren kann man auch leicht ein diskretes Verfahren gewinnen, wenn man die jeweiligen Integrationen durch Summationen ersetzt. Als Beispiel betrachten wir folgende zwei Funktionen und glätten diese.



FUNKTION B



FUNKTION A





Man sieht also, daß das obige Filterverfahren ungefähr der intuitiven Vorgehensweise entspricht. Durch geeignete Wahl der Parameter  $r$  und  $\sigma$  kann man den Glättungsbereich und das Glättungsverhalten entsprechend steuern. Der Vorteil dieses Verfahrens besteht im übrigen auch darin, daß mehrdimensionale Zeitfunktionen, deren einzelne Komponenten miteinander korreliert sind, geeignet geglättet werden können, ohne die Korrelation stark zu verändern. Sind etwa  $X_t$  und  $Y_t$  stationäre Prozesse, so gilt mit

$$\tilde{X}_t = \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau) X_{\tau} d\tau \quad \text{und} \quad \tilde{Y}_t = \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau) Y_{\tau} d\tau$$

unter gewissen Integrierbarkeitsbedingungen, daß

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\tilde{X}_t, \tilde{Y}_{t+h}) &= E(\tilde{X}_t \tilde{Y}_{t+h}) - E(\tilde{X}_t)E(\tilde{Y}_{t+h}) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau_1) g(t, \tau_2) \text{cov}(X_{\tau_1}, Y_{\tau_2+h}) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau_1) g(t, \tau_2) \rho(h + \tau_2 - \tau_1) d\tau_1 d\tau_2. \end{aligned}$$

Also gilt für die obige Funktion  $g_{\sigma, r}$ , falls  $r$  und  $\sigma$  genügend klein sind und  $\rho$  sich nicht allzu stark ändert, daß die entsprechenden Korrelationen nur wenig verändert werden.

### Literatur

- [1] De Jonge, J.B.: The Analysis of Load-Time Histories by Means of Counting Methods, National Aerospace Laboratory NLR, 1980.
- [2] Fischer, R., Körber, H., Wendt, U.: Synthese zufallsartiger Lastfolgen zur Anwendung bei Betriebsfestigkeitsversuchen, VDI-Fortschrittsbericht VDI-Z Reihe 5 Heft 40, 1979.
- [3] Krüger, W., Scheutzow, M. und Beste, Petersen, J.: Vergleich von Markov- und Rainflow-Inversionen von stochastischen Beanspruchungszeitfunktionen. VDI-Fortschrittsbericht, Reihe 18, 1985.

# Rekonstruktion von stochastischen Beanspruchungszeitfunktionen aus extrapolierten Rainflow-Matrizen

W. Krüger<sup>+</sup> und J. Petersen<sup>++</sup>

## Zusammenfassung

In /1/ wurden on-line Algorithmen zur Inversion der Markov- und der Rainflow-Matrix entwickelt. Die Analyse der verschiedenen Inversionsverfahren anhand von gemessenen Zeitfunktionen hat ergeben, daß dabei die Rekonstruktionen aus der unsymmetrischen Rainflow-Matrix zu den besten Ergebnissen im Sinne der Lebensdauer der zu prüfenden Bauteile führen. In dieser Arbeit wird gezeigt, wie unsymmetrische Rainflow-Matrizen superponiert und extrapoliert werden können. Damit wird es möglich, aus Kurzzeitmessungen "Bemessungs-Rainflow-Matrizen" z. B. für 300.000 km Fahrstrecke eines PKW zu konstruieren, aus denen dann stochastische Beanspruchungszeitfunktionen rekonstruiert werden, die servohydraulische Zylinder für die Bauteilprüfung im Labor ansteuern.

## Abstract

On-line algorithms /1/ have been developed for the inversion of a Markov - and a Rainflow - matrix. The study of the different procedures of inversion, done on real measured time histories, has shown, that the reconstructions from an unbalanced Rainflow-matrix lead to the best results within the durability of the testing components. This paperwork shows the superposition and the extrapolation of unbalanced Rainflow-matrices. Thereby it is possible to generate from short period measurements "dimensioned Rainflow-matrices" for a driving distance of e.g. 300.000 km. Afterwards the generation of random load-time histories is used to control the servohydraulic actuators for component testing in the lab.

---

Dieses Projekt wurde möglich durch eine Forschungs Kooperation zwischen der Fa. AUDI AG<sup>++</sup> in Ingolstadt und der Arbeitsgruppe Technomathematik<sup>+</sup> unter der Leitung von Herrn Prof. Neunzert, Universität Kaiserslautern, und der Förderung der Arbeitsgruppe durch die Stiftung Volkswagenwerk.

### 1. Einleitung

Das Automobil wird wie das Flugzeug auf endliche Lebensdauer ausgelegt. Mit dem zunehmenden Leichtbau werden damit immer größere Anforderungen im Hinblick auf die Aussagesicherheit eines Lebensdauernachweises gestellt. Die Vorgehensweise für eine solche Lebensdauerangabe gliedert sich in zwei Hauptaufgaben.

- I. Bestimmung der Bemessungsbeanspruchung z. B. für eine Lebensdauer von 300.000 km
- II. Nachweis durch Laborversuche mit servohydraulischen Zylindern, daß das Bauteil diese Bemessungsbeanspruchung bei einer definierten Ausfallwahrscheinlichkeit erträgt.

Die Bestimmung der Bemessungsbeanspruchung ist nicht einfach, da es sich um stochastische Beanspruchungszeitfunktionen (BAZF) handelt, die man über eine Streckenlänge von 300.000 km nicht messen kann.

Daher mißt man über Fahrstrecken von ca. 100 km auf öffentlichen Straßen bei scharfer Fahrweise (die sogenannte "Kundenbeanspruchung") und ergänzt diese Messungen durch kurze Messungen auf Teststrecken bei extremer Fahrweise (Abb. 1). Diese Messungen sind die Basis für die Bestimmung der "Rainflow-Bemessungsmatrix", aus der die "Bemessungsbeanspruchung" rekonstruiert wird.

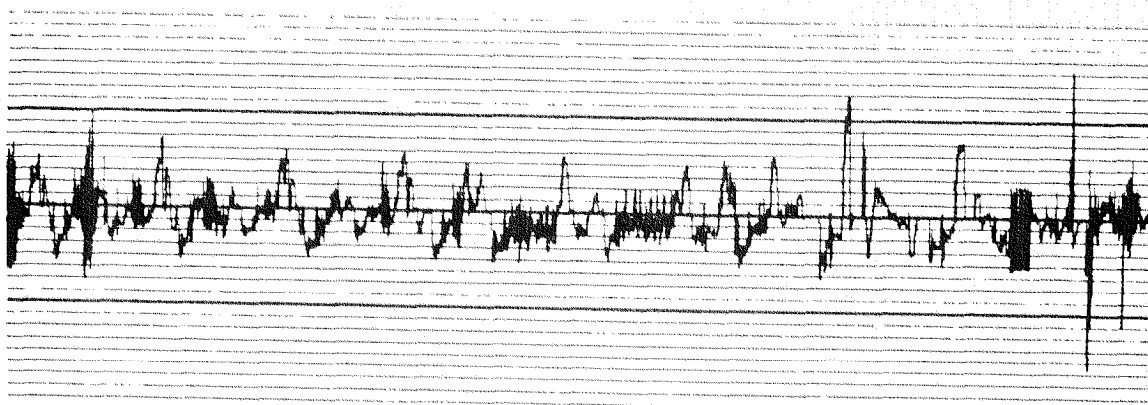
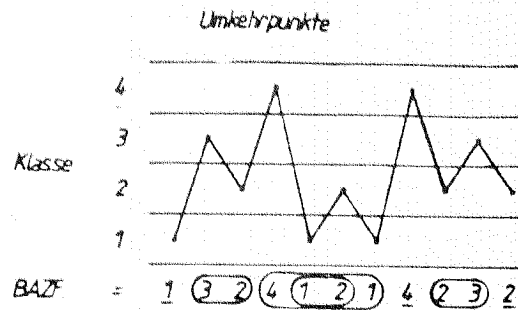
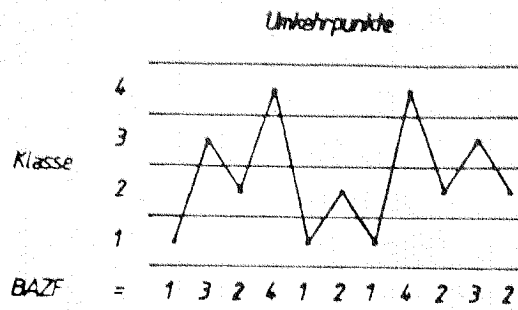


Abb. 1: Gemessene Längskraft am PKW

### 2. Markov- und Rainflow-Zählverfahren

Bei den Zählverfahren /2/ werden nur die Umkehrpunkte (lokale Maxima und Minima) einer stochastischen Zeitfunktion betrachtet, wobei jegliche Information über den Frequenzinhalt verloren geht.

In Abb. 2 ist eine solche BAZF als Demonstrationsbeispiel zusammen mit dem dazugehörigen Zählergebnis nach dem Markov-Verfahren dargestellt. Dabei werden in der Markovmatrix die Übergänge von der Klasse  $i$  in die Klasse  $j$  registriert. Die Diagonalelemente sind definitionsgemäß null.



Residuum  $V = (1, 4, 2)$

nach Klasse  $j$

		nach Klasse $j$			
		1	2	3	4
von Klasse $i$	1	0	1	1	1
	2	1	0	1	1
	3	0	2	0	0
	4	1	1	0	0

Rainflow-Matrix

		unsymmetrisch				symmetrisch			
		1	2	3	4	1	2	3	4
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1	0	2	0
3	0	1	0	0	0	0	2	0	0
4	1	0	0	0	0	1	0	0	0

Abb. 2: Markov-Zählverfahren

Abb. 3: Rainflow-Zählverfahren

Abb. 3 zeigt das Zählergebnis derselben BAZF wie in Abb. 2 nach dem Rainflow-Verfahren. Dabei werden Zwischenschwingungen, die geschlossene Hysteresisschleifen sind, eliminiert und deren Anzahl ebenfalls in einer Matrix abgespeichert. Dabei entsteht die sogenannte symmetrische Rainflow-Matrix, analog zum Markov-Zählverfahren, da gleichzeitig eine Halbschwingung von Klasse  $i$  nach Klasse  $j$  und umgekehrt abgespeichert wird.

Der Unterschied zwischen dem symmetrischen und unsymmetrischen Rainflow-Verfahren besteht darin, daß man beim letzteren Zwischenschwingungen danach unterscheidet, ob sie im aufsteigenden Ast oder im abfallenden Ast eliminiert worden sind. Man erhält die symmetrische Rainflow-Matrix aus der unsymmetrischen, indem man die Elemente der einen Dreiecksmatrix an der Diagonalen spiegelt und zu denen der anderen

Dreiecksmatrix addiert.

### 3. Rekonstruktion aus der unsymmetrischen Rainflow-Matrix

Abb. 4 zeigt für eine gegebene BAZF die unsymmetrische Rainflow-Matrix A mit Residuum R. Aus diesem Paar (A, R) lassen sich drei verschiedene BAZF rekonstruieren. Zählt man diese wieder nach dem Rainflow-Algorithmus, so erhält man das gleiche Paar (A, R).

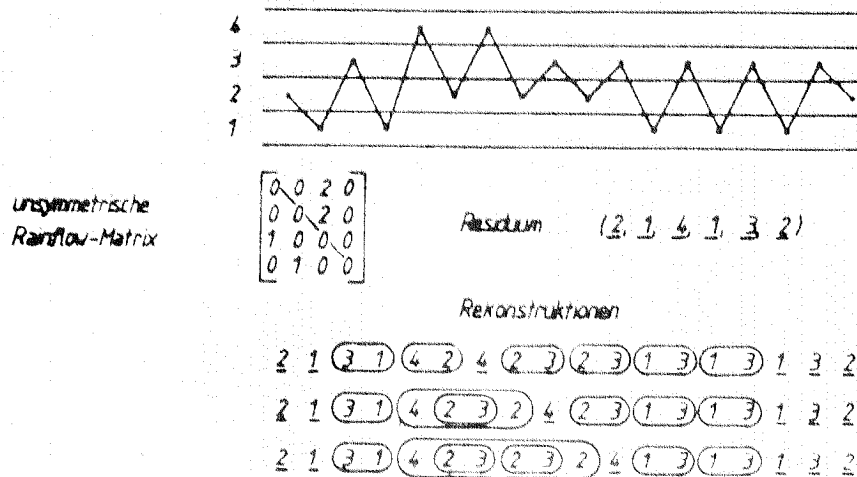


Abb. 4: Rekonstruktion aus unsymmetrischer Rainflow-Matrix

Die Problematik eines on-line-Rekonstruktionsverfahrens soll am Beispiel der dritten rekonstruierten BAZF nach Abb. 4 erläutert werden. Die Abwärtsschwingung  $4 \rightarrow 2$  paßt nur in das Residuumpaar (1, 4). Bevor der Wert 4 von  $4 \rightarrow 2$  ausgegeben werden kann, muß man prüfen, ob nicht andere Schwingungen vor  $4 \rightarrow 2$  liegen, in diesem Fall  $3 \rightarrow 1$ . Nehmen wir an, wir hatten bereits (2, 1),  $3 \rightarrow 1$  und 4 von  $4 \rightarrow 2$  ausgegeben. Bevor 2 von  $4 \rightarrow 2$  ausgegeben werden kann, muß geprüft werden, ob nicht weitere Schwingungen in  $4 \rightarrow 2$  passen, in diesem Fall zweimal  $2 \rightarrow 3$ .

Das on-line Rekonstruktionsverfahren muß also das Vor- und Ineinanderschachteln von Schwingungen  $u \rightarrow v$  in andere  $i \rightarrow j$  in einem vorgegebenen Residuumpaar  $(R(\ell), R(\ell + 1))$  so durchführen, daß einerseits am Ende der Rekonstruktionen die Rainflow-Matrix A und das Residuum R leer sind und andererseits verschiedene mögliche Entscheidungen "zufällig" mit den richtigen Wahrscheinlichkeiten getroffen werden. Im Rahmen dieser Arbeit kann nicht weiter auf das on-line Rekonstruktionsverfahren aus der Rainflow-Matrix eingegangen werden; es ist in

/1/ ausführlich beschrieben.

#### 4. Bewertung der Rekonstruktionsverfahren

Die Bewertung der verschiedenen Rekonstruktionsverfahren wird mit der Lebensdauerberechnung nach dem "örtlichen Konzept" /4/ vorgenommen. Dabei geht man davon aus, daß man die stochastische Nennbeanspruchung  $F_0(t)$  eines Bauteiles kennt und sich damit die Spannung  $\sigma(t)$  und die Dehnung  $\epsilon(t)$  im Kerbgrund des Bauteiles berechnen kann. Aus den zeitlichen Verläufen der Kerbspannung und Kerbdehnung werden für einen gegebenen Werkstoff geschlossene Hysteresisschleifen bestimmt, aus denen die Lebensdauer des Bauteiles bis zum Anriß berechnet wird. Gemäß dem Flußdiagramm nach Abb. 5 wurde mit den in Abb. 1 dargestellten, gemessenen Beanspruchungszeitverläufen die Lebensdauer bis Anriß berechnet; und zwar

- für die gemessene BAZF  $F_0(t)$
- für die Rekonstruktionen aus der entsprechenden Markov-Matrix
- für die Rekonstruktionen aus der unsymmetrischen Rainflow-Matrix.

Abb. 6 zeigt nun die Verteilung der Anrißlebensdauer  $L_i$  dieser beiden Rekonstruktionsverfahren, wobei diese auf die berechnete Lebensdauer  $L_0$  bei der Originalbeanspruchung  $F_0$  bezogen worden sind. Das für die Praxis wichtige Ergebnis lautet:

- die Anrißlebensdauer im Kerbgrund aus Rekonstruktionen derselben unsymmetrischen Rainflow-Matrix streut sehr wenig und der normierte Mittelwert liegt dicht bei 1. Daraus folgt, daß es für Bauteilprüfungen keine Rolle spielt, welche BAZF aus der unsymmetrischen Rainflow-Matrix rekonstruiert worden ist.
- Die entsprechende Lebensdauerverteilung aus Rekonstruktionen der Markov-Matrix, nur diese werden bisher in der Praxis verwendet, streuen um ca. eine Zehnerpotenz mehr und der Mittelwert liegt in diesem Beispiel um den Faktor 2 falsch.

Die Markovmatrix wird als Druckvorlage benutzt. Deshalb bitte ein SCHWARZES, modifiziertes Farbbild verwenden. Bitte keine Schreibmaschinenartypen verwenden. Kurze Beschriftungen (Tafel, Tafel) sind möglich.

Bitte nur die ausblenden, die für die Berechnung der Lebensdauerberechnung notwendig sind.

Die Lebensdauerberechnung erfolgt auf Grundlage der folgenden Daten:

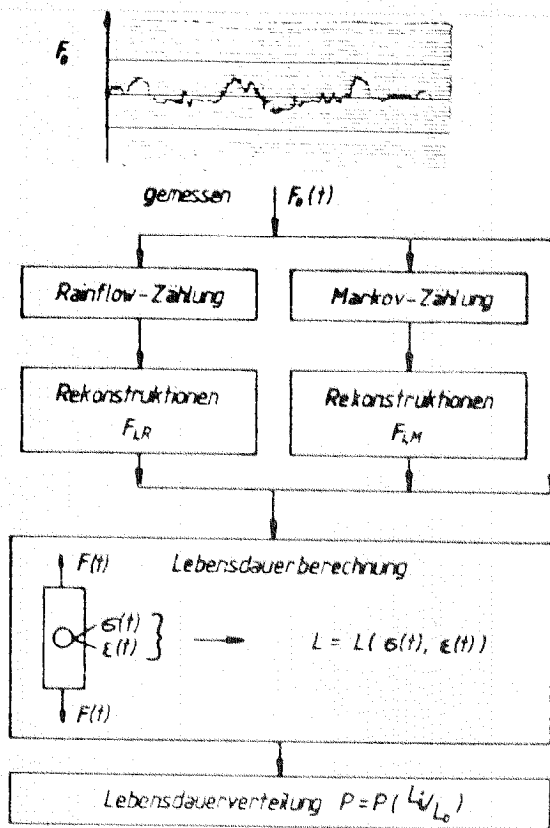


Abb. 5: Lebensdauerberechnung

	Mittelwert	Streuung
Markov +	0,510	0,256
Rainflow o	1,004	0,002

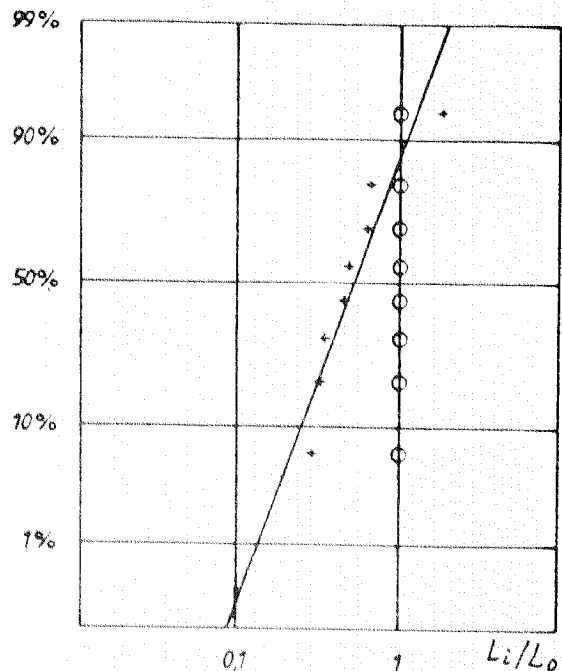


Abb. 6: Lebensdauerverteilung

### 5. Superposition von unsymmetrischen Rainflow-Matrizen

Für die Superposition von Rainflow-Matrizen gehen wir davon aus, daß die Rainflow-Matrizen  $A_i$  mit zugehörigen Residuen  $R_i$  von Kundenstrecken und bestimmten extremen Fahrzuständen, wie z. B.

- Vollbremsung
  - extreme Kurvenfahrt
  - Fahrt über extrem schlechte Straßenabschnitte
- gemessen werden.

Es liegen also Tripel  $(A_i, R_i, \lambda_i), i = 1, \dots, m$ , von Rainflow-Matrizen  $A_i$ , Residuen  $R_i$  und natürliche Zahlen  $\lambda_i$  vor, welche angeben, wie häufig die entsprechenden Paare  $(A_i, R_i)$  in der Gesamtfahrstrecke vorkommen sollen. Die Probleme bei einem geeigneten Zusammenfügen solcher Tripel liegen im wesentlichen darin, daß das Rainflow-Zählverfahren kein lokales Verfahren ist. Betrachten wir zum Beispiel folgende zwei Beanspruchungszeitfunktionen

$$B_1 : 4 \ 2 \ 4 \ 3 \ 5 \text{ und } B_2 : 5 \ 2 \ 5 \ 2 \ 3,$$

WERKZEUGE

Das Manuskript wird als Druckvorlage benötigt. Deshalb bitte die SCHWARZEN, modifizierten Fertigungs- und Anfertigungsbeleg für den Druck verwenden. Nach dem Druck ist die Fertigung des Manuskripts abgeschlossen.

Die Manuskript- und Druckvorlagen sind ausschließlich für den persönlichen Gebrauch bestimmt. Die Weitergabe an Dritte ist ausdrücklich untersagt.

Die Druckvorlage ist als PDF-Datei anzusehen und kann nicht verändert werden.

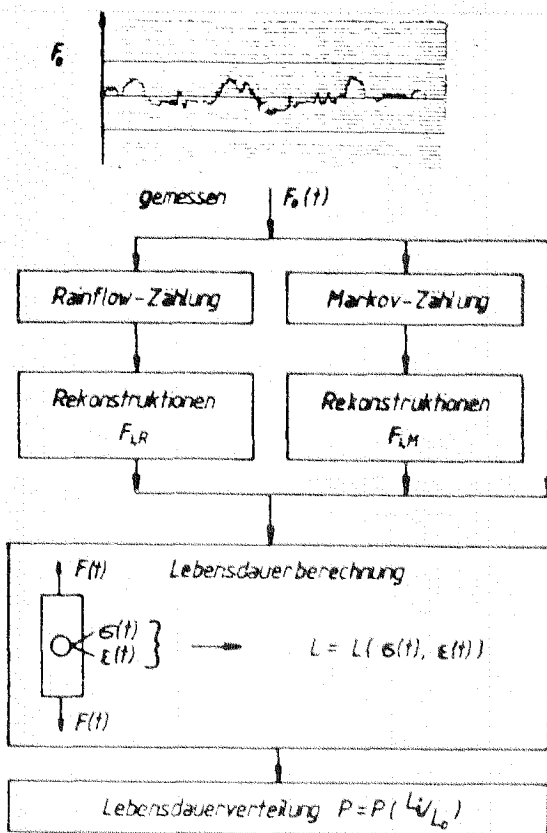


Abb. 5: Lebensdauerberechnung

	Mittelwert	Streuung
Markov +	0,510	0,256
Rainflow O	1,004	0,002

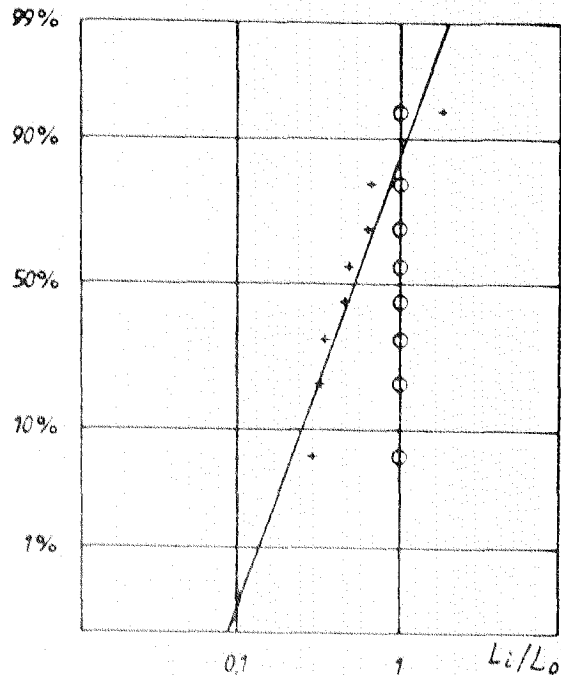


Abb. 6: Lebensdauerverteilung

### 5. Superposition von unsymmetrischen Rainflow-Matrizen

Für die Superposition von Rainflow-Matrizen gehen wir davon aus, daß die Rainflow-Matrizen  $A_i$  mit zugehörigen Residuen  $R_i$  von Kundenstrecken und bestimmten extremen Fahrzuständen, wie z. B.

- Vollbremsung
  - extreme Kurvenfahrt
  - Fahrt über extrem schlechte Straßenabschnitte
- gemessen werden.

Es liegen also Tripel  $(A_i, R_i, \lambda_i), i = 1, \dots, m$ , von Rainflow-Matrizen  $A_i$ , Residuen  $R_i$  und natürliche Zahlen  $\lambda_i$  vor, welche angeben, wie häufig die entsprechenden Paare  $(A_i, R_i)$  in der Gesamtfahrstrecke vorkommen sollen. Die Probleme bei einem geeigneten Zusammenfügen solcher Tripel liegen im wesentlichen darin, daß das Rainflow-Zählverfahren kein lokales Verfahren ist. Betrachten wir zum Beispiel folgende zwei Beanspruchungszeitfunktionen

$$B_1 : 4 \ 2 \ 4 \ 3 \ 5 \quad \text{und} \quad B_2 : 5 \ 2 \ 5 \ 2 \ 3,$$



Der Abdruck ist wie gewohnt Druck vorliegt. Deshalb bitte ein SCHWARZES, möglichst neues Farbband und ein großer Anteil an schwarzen Tinten verwenden. Keine Farbstift (nicht Typen) benutzen.

Bitte verwenden Sie die üblichen Einheiten (möglichst) zum Besonderen. Keine schwarzen, Kopier- oder feinen Linien verwenden. Auch keine weißen Linien verwenden.

Bitte verwenden Sie die üblichen Einheiten (möglichst) zum Besonderen. Keine schwarzen, Kopier- oder feinen Linien verwenden. Auch keine weißen Linien verwenden.

7

welche zusammengesetzt (ohne auf die damit verbundene Problematik einzugehen) die Beanspruchungszeitfunktion

$$B : 4 \ 2 \ 4 \ 3 \ 5 \ 2 \ 5 \ 2 \ 3$$

ergeben. Dann erhält man für  $B_1$ ,  $B_2$  und  $B$  folgende Rainflow-Matrizen und Residuen:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_1 = (4, 2, 5) \quad \text{und} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_2 = (5, 2, 3)$$

sowie

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R = (4, 2, 5, 2, 3).$$

Addiert man nun  $A_1$  und  $A_2$  und fügt  $R_1$  und  $R_2$  zusammen und zählt dies erneut nach Rainflow, so ergibt sich

$$A^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R^+ = (4, 2, 5, 2, 3).$$

Dabei sieht man, daß  $(A^+, R^+)$  kein zulässiges Paar ist, denn die Schwingung  $2 \rightarrow 5$  paßt nicht in das Residuum  $R^+$ . Allerdings ist sofort klar, daß die Symmetrisierte von  $2 \rightarrow 5$  nämlich  $5 \rightarrow 2$  in  $R^+$  paßt. Diese Eigenschaft läßt sich ganz allgemein zeigen.

Definiert man nämlich

$$\bigoplus_{i=1}^m (A_i, R_i, \lambda_i) := \left( \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot A_i + \text{RFM} \left( \bigoplus_{i=1}^m \lambda_i R_i \right), \text{RFR} \left( \bigoplus_{i=1}^m \lambda_i R_i \right) \right) = (A, R), \quad (1)$$

dann ist das so entstehende Paar  $(A, R)$  aus Rainflow-Matrix  $A$  und Rainflow-Residuum  $R$  entweder ein zulässiges Paar oder durch Symmetrisierung von Schwingungen in ein zulässiges Paar transformierbar.

Dabei bedeutet  $\text{RFM} \left( \bigoplus_{i=1}^m \lambda_i R_i \right)$  die Rainflow-Matrix der BAZF, die sich

durch Hintereinanderfügen der Residuen  $R_i$  ergibt und

$\text{RFR} \left( \bigoplus_{i=1}^m \lambda_i R_i \right)$  das sich dabei ergebende Residuum  $R$ .

$i=1$

Das Manuskript wird als Druckvorlage benutzt. Deshalb bitte ein SCHWARZES (möglichst neues) Farbband und genügend Schreibmaschinenteypen verwenden. Keine Farbschrift, keine Typen, benutzen.

Bitte auf diese Weise die Plätter brüchigen, punktierten, geklebten, geschwungenen Kopierpapier vermeiden. Die Linien für die Aufnahme von Formeln werden schon durchgezogen.

## 6. Extrapolation von unsymmetrischen Rainflow-Matrizen

Bei der Extrapolation von Rainflow-Matrizen geht es darum, ein gegebenes Paar  $(A, R)$  auf eine bestimmte Fahrstrecke zu extrapolieren. Das Problem hierbei ist, daß die dabei möglichen Verteilungen über den Rainflow-Matrizen nicht in einfacher Weise beschreibbar sind. Daher müssen die jeweils auftretenden Häufigkeitsverteilungen durch geeignete, in gewisser Weise parameterfreie, Verfahren geschätzt und dann extrapoliert werden.

Um ein Gefühl für die möglichen Verteilungen zu bekommen, wurden verschiedene stationäre überlagerte Gauß-Prozesse simuliert und nach Rainflow gezählt. Über die Möglichkeit der theoretischen Bestimmung der gesuchten Verteilungen auf den Rainflow-Matrizen solcher Prozesse soll an anderer Stelle berichtet werden. Für ein geeignetes Extrapolationsverfahren zerlegt man nun die auftretenden Häufigkeitsverteilungen in zwei Komponenten:

1. Verteilung der Nebendiagonalsummen
2. Verteilung auf den Nebendiagonalen

Es zeigte sich, daß sich die Verteilung der Nebendiagonalsummen in praktisch relevanten Fällen sehr gut in der folgenden Weise beschreiben läßt.

$$\text{Für } \ell = 1-n, 2-n, \dots, n-1 \text{ sei } ND(\ell) = \sum_{\substack{j=1 \\ j-i=\ell}}^n a_{ij}. \quad (2)$$

(n bedeutet Anzahl der Klassen)

Dann kann man für die Verteilung  $F(\ell)$  der Häufigkeit der Nebendiagonalsummen  $ND(\ell)$  folgenden Ansatz machen, wobei hier nur der Fall  $\ell > 0$  betrachtet wird.

$$ND(\ell) \approx F(\ell) = \begin{cases} \exp(a\ell^3 + b\ell^2 + c\ell + d) & 1 \leq \ell \leq \ell_0 \\ \exp(f \cdot \ell + g) & \ell_0 \leq \ell \leq n-1 \end{cases} \quad (3)$$

Das zugehörige Approximationsproblem lautet:

Bestimme  $a, b, c, d, f, g$  und  $1 \leq \ell_0 \leq n-1$  so, daß

$$\sum_{\ell=1}^{n-1} |ND(\ell) - F(\ell)|^2 \ell^m \quad (4)$$

minimal wird.

Das Manuskript wird als Druckvorlage benutzt. Deshalb bitte ein SCHWARZES, möglichst neues Farbmuster und nicht sehr stark durchscheinendes, leicht peripheres, hochformatiges Papier verwenden.

Die Schrift der Druckvorlagen ist in der Regel in der Größe 10 bis 12 gesetzt. Die Schriftgröße der Druckvorlagen ist in der Regel in der Größe 10 bis 12 gesetzt.

Die Schwierigkeit dabei ist allerdings, daß dies ein nichtlineares Problem in den zu bestimmenden Koeffizienten ist. Deshalb betrachten wir den obigen Abstand im logarithmischen Maßstab. Da für benachbarte  $x, y$  aus der Taylorentwicklung folgt:

$$|e^x - e^y|^2 \approx |x - y|^2 e^{2x},$$

ersetzen wir die Summe in (4) durch

$$\sum_{\ell=1}^{n-1} |\log ND(\ell) - f(\ell)|^2 \cdot ND(\ell)^2 \cdot \ell^m \quad (5)$$

wobei der Strich an der Summe bedeutet, daß sich die Summation nur über solche  $\ell$  erstreckt, für die  $ND(\ell) \geq 1$ ;  $f(\ell)$  ist definiert durch

$$f(\ell) = \begin{cases} a\ell^3 + b\ell^2 + c\ell + d & 1 \leq \ell \leq \ell_0 \\ f\ell + g & \ell_0 < \ell \leq n-1 \end{cases}$$

Für festes  $\ell_0$  ist das obige Problem dann linear in den gesuchten Koeffizienten; das optimale  $\ell_0$  erhält man durch entsprechende Variation.

Hat man nun  $F(\ell)$  bestimmt, dann ist die gesuchte Extrapolation sehr leicht. Um die ursprüngliche Form der Verteilung von  $ND$  geeignet mitzuberücksichtigen, schlagen wir daher folgendes vor:

Es gelte  $N_0 = \sum_{i,j=1}^n a_{ij}$  und die Rainflow-Matrix  $A$  soll auf  $N \geq N_0$

Schwingungen extrapoliert werden. Dann setzen wir

$$\hat{ND}(\ell) = \left[ ND(\ell) + (N - N_0) \left( \frac{ND(\ell)}{2N_0} + \frac{F(\ell)}{2F_0} \right) \right], \quad \ell = 1-n, \dots, n-1, \ell \neq 0, \quad (6)$$

wobei  $[x]$  die größte ganze Zahl bezeichnet, welche kleiner oder gleich  $x$  ist und

$$F_0 = \sum_{\substack{\ell=1-n \\ \ell \neq 0}}^{n-1} F(\ell)$$

Für die Bestimmung der Verteilungen auf den Nebendiagonalen verwenden wir eine Approximation durch Normalverteilungen, was sich aufgrund der obengenannten Simulation von stationären Gaußprozessen anbietet.

Bei der Verteilung der durch

$$\hat{ND}(\ell) - ND(\ell)$$

gegebenen Schwingungen verfahren wir dann wieder wie bereits bei den Diagonalsummen beschrieben, indem wir mit einer Konvexkombination der berechneten Normalverteilungen und der durch die gegebenen Elemente  $a_{i, \ell+i}$  arbeiten.

10

### 7. Transformation von unsymmetrischen Rainflow-Matrizen in "zulässige" Rainflow-Matrizen

Bei Rainflow-Matrizen sind entweder alle Halbschwingungen einer bestimmten Spanne und Lage zulässig oder gar keine. Man kann sich nun durch kombinatorische Überlegungen klarmachen, wann ein gegebenes Paar  $(A, R)$  aus Rainflow-Matrix  $A$  und Residuum  $R$  zulässig ist, d. h. eine Inversion gestattet. Als Beispiel für solche Überlegungen erwähnen wir hier nur folgendes Resultat:

Gegeben sei die Schwingung  $i \rightarrow j$ , wobei  $1 \leq i, j \leq n$ . Dann gilt:

Die Schwingung  $i \rightarrow j$  paßt in folgende Residual-Paare  $(R(\ell), R(\ell+1)), \ell \geq 1$ :

a) Falls  $i < j$ , dann paßt  $i \rightarrow j$  in  $(R(1), R(2))$ , falls

$$R(1) \geq j > i \geq R(2)$$

und in  $(R(\ell), R(\ell+1))$  für  $\ell \geq 2$ , falls

$$R(\ell) > j > i \geq R(\ell+1)$$

oder falls

$$j = R(\ell) \quad \text{und} \quad R(\ell+1) \leq i < R(\ell-1).$$

b) Fall  $i > j$ , dann paßt  $i \rightarrow j$  in  $(R(1), R(2))$ , falls

$$R(1) \leq j < i \leq R(2)$$

und in  $(R(\ell), R(\ell+1))$  für  $\ell \geq 2$ , falls

$$R(\ell) < j < i \leq R(\ell+1)$$

oder falls

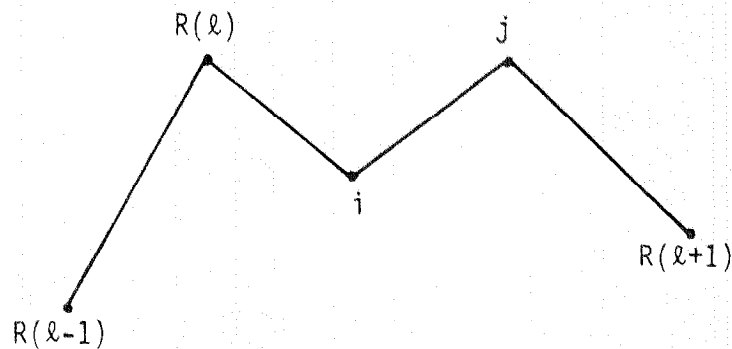
$$j = R(\ell) \quad \text{und} \quad R(\ell+1) \geq i > R(\ell-1).$$

Für den Beweis betrachten wir ohne Beschränkung der Allgemeinheit nur die Schwingung  $i \rightarrow j$  mit  $1 \leq i < j \leq n$  (der Fall  $1 \leq j < i \leq n$  geht analog). Diese Schwingung paßt zunächst formal in alle Residuums-Paare  $(R(\ell), R(\ell+1)), \ell \geq 1$ , falls nur  $R(\ell) \geq j > i \geq R(\ell+1)$ .

Das Manuskript wird als Druckvorlage benutzt. Deshalb bitte ein SCHWARZES, möglichst neues Farbband und eine gute Schreibmaschine (Typen) verwenden. Keine Perlschrift, kleine Typen! Besetze

Siehe zur Darstellung des Bildes (siehe auch zum Beispiel 3.4) die folgende Skizze. Die Punkte sind durch Linien verbunden. Die Punkte sind durch Linien verbunden. Die Punkte sind durch Linien verbunden.

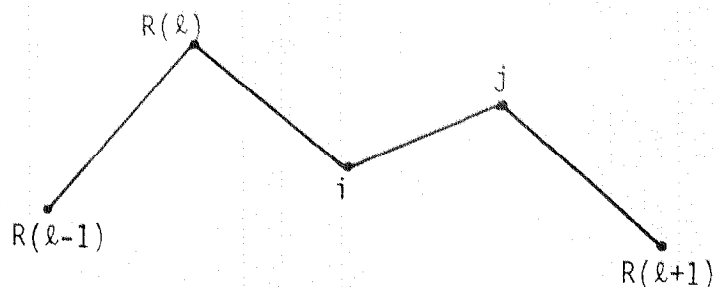
Für  $\ell > 1$  muß man jedoch  $R(\ell-1)$  mitberücksichtigen. Für diesen Fall betrachten wir zunächst die Situation, daß  $R(\ell) = j$  ist.



Dabei spielt es für die Rainflow-Zählung dieser Beanspruchungszeitfunktion keine Rolle, welche Schwingungen in dem Bereich  $(R(\ell-1), R(\ell))$  liegen. Zählt man nun den obigen Teil nach Rainflow, so erhält man

$R(\ell-1), j, R(\ell+1)$  und  $R(\ell) \rightarrow i$ , falls  $R(\ell-1) \leq i$   
 und  
 $R(\ell-1), R(\ell), R(\ell+1)$  und  $i \rightarrow j$ , falls  $R(\ell-1) > i$ .

Liegt hingegen der Fall  $R(\ell) > j$  vor,



so ergibt die Rainflow-Zählung stets

$R(\ell-1), R(\ell), R(\ell+1)$  und  $i \rightarrow j$ .

Man kann zeigen /3/, daß die bisher beschriebene Eigenschaft sich nicht dadurch ändert, ob bereits andere Schwingungen in dem betreffenden Residuums-Paar liegen oder nicht. Zusammen mit diesen und ähnlichen Überlegungen (vergl. /3/) läßt sich eine Rainflow-Informationsmatrix bestimmen, die alle Informationen über die Matrix und das Residuum enthält, welche zur Zulässigkeitstransformation interessant sind. Man erkennt hieraus, daß folgende Transformationen zur Änderung des Paares  $(A, R)$  in ein zulässiges Paar geeignet sind:

Das Manuskript wird als Druckvorlage benutzt. Deshalb bitte ein SCHWARZES, möglichst neues Farbband und gereinigte Schreibmaschine verwenden. Keine Fettschrift, keine Typen, benutzen!

Alle Angaben zu Abbildungen, Bildern, Zeichnungen, Tabellen, Schriftarten, Tabellen, etc. sind in der Überschrift des Auftrags anzugeben. Bitte keine

1. Verschiebung auf Nebendiagonalen
2. Symmetrisieren von Schwingungen
3. Verschieben und Symmetrisieren
4. Einfügen von Zwischenschwingungen
5. Spreizen des Residuums
6. Streichen von Schwingungen

Wobei die Punkte 4. und 6. besonders bei einem interaktiven Verfahren interessant sind.

### 8. Vorgehensweise in der Praxis

Mit Hilfe von gezielten Kurzzeitmessungen, die nach dem unsymmetrischen Rainflow-Algorithmus klassiert werden, bestimmt man sich die Rainflow-Matrizen  $A_j$  mit den dazugehörigen Residuen  $R_j$ . Man kann natürlich mit entsprechenden Mikroprozessoren die Paare  $(A_j, R_j)$  on-line während der Meßfahrt bestimmen.

Im zweiten Schritt werden diese Paare  $(A_j, R_j)$  mit zu wählenden Faktoren  $\lambda_j$  versehen und zu einer vorgegebenen Bemessungsstrecke zusammengesetzt. Es wurde gezeigt, daß man dabei alleine durch Symmetrisierung von Schwingung, d. h.  $i \rightarrow j$  wird durch  $j \rightarrow i$  ersetzt, ein zulässiges Paar  $(A, R)$  erhalten kann.

Mit Hilfe des beschriebenen Extrapolationsverfahrens konstruiert man dann die gesuchte "Bemessungs-Rainflow-Matrix", (Abb. 7) und transformiert diese in eine zulässige Rainflow-Matrix. Um einen zeitge-  
rafften Laborversuch durchzuführen, werden in der "Bemessungs-Rainflow-Matrix" schließlich diejenigen Nebendiagonalelemente auf Null gesetzt, die keinen Schädigungsanteil liefern. Aus dieser Rainflow-Matrix wird eine zufällig ausgewählte BAZF rekonstruiert, die den servohydraulischen Zylinder für die Bauteilprüfung ansteuert.



BISHER SIND FOLGENDE BERICHTE ERSCHIENEN:

- Nr. 1 FORSCHUNG  
W.G. Eschmann und Ralph Götz  
Optimierung von Gelenksechsecken
- Nr. 2 WEITERBILDUNG  
H. Neunzert, M. Schulz-Reese  
Mathematische Weiterbildung
- Nr. 3 FORSCHUNG  
W. Krüger  
The Trippstadt Problem
- Nr. 4 WEITERBILDUNG  
H. Neunzert, M. Schulz-Reese, K.E. Hoffmann  
Mathematics in the University and Mathematics  
in Industry - Complement or Contrast?
- Nr. 5 FORSCHUNG  
A.K. Louis  
The Limited Angle Problem in Computerized Tomography
- Nr. 6 FORSCHUNG  
W. Krüger  
Regression für Ellipsen in achsenparalleler Lage  
(Interner Bericht)
- Nr. 7 FORSCHUNG  
Th. Mietzner  
Umströmung von Ecken und Kanten

Die Berichte der Arbeitsgruppe Technomathematik können  
angefordert werden bei:

UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN  
FACHBEREICH MATHEMATIK  
ARBEITSGRUPPE TECHNOMATHEMATIK  
ERWIN-SCHRÖDINGER-STRASSE  
6750 KAISERSLAUTERN



# ARBEITSGRUPPE TECHNOMATHEMATIK AM FACHBEREICH MATHEMATIK DER UNIVERSITÄT KAISERSLAUTERN

Leiter: Prof. Dr. H. Neunzert, Universität Kaiserslautern

Die Arbeitsgruppe Technomathematik hat es sich zur Aufgabe gemacht, neue Formen und Möglichkeiten einer Kooperation zwischen Universität und Industrie im Bereich der Mathematik zu erarbeiten und durchzuführen. Dabei beschäftigt sich die Arbeitsgruppe mit den folgenden Schwerpunkten:

## EINBEZIEHUNG KONKRETER FRAGESTELLUNGEN AUS DER INDUSTRIE IN DIE MATHEMATISCHE FORSCHUNG,

Im Rahmen des von der VW-Stiftung geförderten Forschungsprojekts "Technomathematik" werden mathematische Probleme aus der industriellen Praxis in Form von Problemseminaren, Diplomarbeiten und Forschungsaufträgen bearbeitet. Als Beispiele für schon bearbeitete oder in Bearbeitung befindliche Probleme seien genannt

- die Optimierung von Kurbelgetrieben, Nocken und Felgen;
- die analytische und numerische Untersuchung spezieller strömungsdynamischer und akustischer Probleme;
- die Simulation stochastischer Prozesse in der Zuverlässigkeitsanalyse.

## PRAXISORIENTIERTE GESTALTUNG DER MATHEMATISCHEN AUSBILDUNG IM HINBLICK AUF EINE BESSERE VORBEREITUNG DER ABSOLVENTEN AUF DIE BERUFSWIRKLICHKEIT.

Dies geschieht z.B. durch den Studiengang "Technomathematik"; die wesentlichen Lernziele sind dabei:

- Bildung mathematischer Modelle für technische Probleme,
- Kenntnis von mathematischen Methoden zur analytischen und numerischen Auswertung der Modelle,
- Beherrschung des Computers als Werkzeug,
- Kommunikationsfähigkeit mit Ingenieuren.

Auch in die Mathematikausbildung der Ingenieure sollen Modellbildung und moderne, insbesondere numerische und stochastische Methoden verstärkt integriert werden.

## MATHEMATISCHE WEITERBILDUNG FÜR DEN PRAKTIKER,

Das aus dem "Modellversuch zur mathematischen Weiterbildung" hervorgegangene Konzept für eine mathematische Weiterbildung für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker wird weiterentwickelt und fortgesetzt. Die angebotenen Kurse dienen der

- Unterstützung bei der Bewältigung praktischer Probleme,
- Anpassung an den neuesten wissenschaftlichen Erkenntnisstand,
- Einordnung des praktisch-beruflichen Wissens in einen theoretisch-wissenschaftlichen Rahmen,
- Auffrischung von Hochschulwissen.

Die Arbeitsgruppe Technomathematik setzt sich aus Professoren und Mitarbeitern der Universität Kaiserslautern und einer Gruppe von Mathematikern an der Technischen Hochschule Darmstadt unter der Leitung von Prof. Dr. Törnig zusammen.