



Herausragende Masterarbeiten

Autor*in

Sabine Wiegand

Studiengang

Nachhaltige Entwicklungszusammenarbeit, M.A.

Masterarbeitstitel

**Zum Beitrag der mathematischen Modellierung
zur Bildung für nachhaltige Entwicklung –
ein Leitfaden zum Mathematikunterricht**

R
TU
P

Distance and Independent
Studies Center
DISC

Vorwort

“Klimawandel! Was kann ich schon dagegen tun!?” Es ist eine weitverbreitete Frage, manchmal aus der Verzweiflung heraus. Vielleicht ist es aber auch eher eine Floskel, ein Deckmantel, unter dem es sich wie gewohnt weiterleben lässt. Vielleicht ist es aber auch eine Frage, die eine Antwort sucht. Wir selbst entscheiden, welche Perspektive wir einnehmen. Der Prozess bleibt davon unbeeinflusst. Er läuft einfach weiter. Er geht uns alle an, er macht etwas mit uns, wenn wir nur genau hinschauen. Und das ist keine Frage der Perspektive.

Im Theater beobachtet man das Phänomen: Ein Applaudierender steht auf und reißt mit seiner Begeisterung das ganze Publikum mit. Einer nach dem anderen erhebt sich, einige zögern noch, stehen aber schlussendlich doch auf. Das Stück hatte berührt, emotional, es soll Wege aufzeigen, aufklären und aufrufen, wachrütteln. Es soll Hoffnung geben. Das strebt der Regisseur an. Das alles schafft er in kürzester Zeit, auf der Bühne. Natürlich nicht bei jedem, aber bei denen, die aufstehen werden und den anderen, die folgen werden.

“Was kann ich schon dagegen tun!?” Ich kann aufklären und aufrufen, wachrütteln, Wege aufzeigen und Hoffnung geben. Damit einer aufsteht, und vielleicht noch ein weiterer, und dann immer mehr, damit es laut wird, sodass es alle begreifen. Denn es ist brisant und emotional berührend, dieses Drama, das sich auf der Erde abspielt. Und das ist keine Frage der Perspektive.

Mathematikunterricht soll genau hier anknüpfen, mithilfe geeigneter Lernaufgaben die Perspektiven deutlich machen und dazu beitragen, Antworten zu finden.

Mein Dank im Zusammenhang mit der Erstellung dieser Arbeit gilt meinem geschätzten Kollegen Dr. Hans-Günter Wagner. Ich bedanke mich für die vielen Denkanstöße und kritischen Anmerkungen, die mich immer wieder motivierten weiterzudenken, zu forschen, zu hinterfragen. Wir hatten gemeinsam viele Ideen, wie ein Schulalltag an unserer Schule zukunftsorientierter und durch Aktivitäten im Sinne der Bildung für nachhaltige Entwicklung gestaltet werden könnte.

Dann kam die Corona-Pandemie, die den Prozess leider verzögerte. Die Aufgabe, die Studierenden des Hessenkollegs Kassel über die Fragen und Probleme unserer Zeit und Lösungswege aufzuklären, werde ich aber weiter verfolgen und die Umsetzung unserer Ideen vorantreiben, auch wenn Herr Wagner mittlerweile in Pension ist.

Bedanken möchte ich mich auch bei Heike Klippert für ihre Bereitschaft, diese Arbeit Korrektur zu lesen.

Mein besonderer Dank gilt vor allem meinem Mann. Er hat mir im gesamten Zeitraum des Studiums nicht nur den Rücken freigehalten, sondern war in zahlreichen fachlichen Diskussionen ein kritischer Zuhörer, ein toller Ratgeber, Korrekturleser, einfach eine unendlich große Stütze.

***„Wer die Macht der Mathematik beim Modellieren nutzen kann,
wird die Welt besser verstehen und beeinflussen.“***

(Maaß und Grafenhofer 2019, S. VII)

Inhaltsverzeichnis

ABBILDUNGSVERZEICHNIS.....	IV
ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS	V
1. EINLEITUNG	1
1.1 EINFÜHRUNG	1
1.2 AUFBAU DER ARBEIT	3
2. BEGRIFFLICHE UND KONZEPTIONELLE GRUNDLAGEN ZUR MATHEMATISCHEN MODELLIERUNG ALS VEHIKEL ZUR BILDUNG FÜR NACHHALTIGE ENTWICKLUNG	4
2.1 BILDUNG FÜR NACHHALTIGE ENTWICKLUNG IM MATHEMATIKUNTERRICHT	4
2.1.1 <i>Globale Nachhaltigkeitsstrategien in schulische Lernprogramme übersetzen</i>	4
2.1.2 <i>Die strukturelle Verankerung von BNE</i>	5
2.1.3 <i>BNE - eine ganzheitliche und transformatorische Bildung</i>	6
2.1.4 <i>Kernkompetenzen einer BNE</i>	9
2.1.5 <i>Kriterien einer BNE-Lernaufgabe</i>	11
2.1.6 <i>Unterrichtsinhalte einer Bildung für nachhaltige Entwicklung</i>	14
2.2 DER BILDUNGSaufTRAG DER MATHEMATIK	15
2.2.1 <i>Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für Sekundarschulen</i>	15
2.2.2 <i>Die Kompetenzen der Bildungsstandards Mathematik (Sek.1)</i>	18
2.2.3 <i>Die strukturelle Verankerung des FächerübergriFFs</i>	21
2.2.4 <i>Die Lernaufgabe als Dreh- und Angelpunkt des Lehr-Lern-Prozesses</i>	23
2.2.5 <i>Mathematisches Modellieren - Grenzenlose Möglichkeiten</i>	26
2.2.6 <i>Kriterien einer Modellierungsaufgabe</i>	27
2.3 DER INTEGRATIVE LERNANSATZ VON BNE UND MATHEMATISCHER MODELLIERUNG.....	30
2.3.1 <i>Der erweiterte Modellierungskreislauf</i>	31
2.3.2 <i>Modelle im integrativen Lernansatz</i>	32
2.3.3 <i>Subjektive Weltdeutungen wissenschaftlich reflektieren lernen</i>	34
2.3.4 <i>Wissenserwerb – ein vieldimensionales Geschehen</i>	35
3. FALLSTUDIENANALYSE ZUR BNE IM MATHEMATIKUNTERRICHT	36
3.1 FALLSTUDIENANALYSE ZU BNE-INHALTEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT	36
3.1.1 <i>Vorüberlegungen zur Fallstudie einer BNE-Modellierungsaufgabe</i>	36
3.1.2 <i>Zur Methode der explorativen Fallstudie</i>	37
3.1.3 <i>Bezugsrahmen zur Analyse der Fallbeispiele</i>	38
3.1.4 <i>Zur Wahl der Fallbeispiele</i>	42
3.1.5 <i>Grundlegende Probleme bei der Analyse von Aufgaben</i>	43
3.2 DURCHFÜHRUNG DER FALLSTUDIE.....	44
3.2.1 <i>Fallstudienbericht Lernaufgabe BS (Bildungsstandards)</i>	44
3.2.2 <i>Fallstudienbericht Lernaufgabe SB (Schulbuch)</i>	51
3.3 FALLSTUDIENÜBERGREIFENDE UNTERSUCHUNG ZU BNE MITHILFE DER MATHEMATISCHEN	58

MODELLIERUNG	58
3.3.1 <i>Methodisches Vorgehen</i>	58
3.3.2 <i>Möglichkeiten und Grenzen der fallübergreifenden Analyse</i>	58
3.3.3 <i>Ergebnisinterpretation der Fallbeispiele</i>	59
3.3.4 <i>Einige weiterführende Ergebnisse</i>	63
4. ZUSAMMENFASSUNG UND PERSPEKTIVEN	65
4.1.1 <i>Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse und Forschungsbeiträge</i>	65
4.1.2 <i>Eine kritische Würdigung der erlangten Erkenntnisse</i>	67
4.1.3 <i>Anknüpfungspunkte für zukünftige Forschungsarbeiten</i>	67
5. HANDREICHUNG ZUR KONZEPTION VON BNE-MODELLIERUNGSAUFGABEN.....	69
5.1 ZUM KONZEPT BNE-ORIENTIERTER MODELLIERUNGSAUFGABEN.....	69
5.2 DIE PROJEKTAUFGABE „DIE ZUKUNFT DER ARALSEE-REGION“	70
5.3 DAS AUFGABENSET „DER KONSUM AN ALUMINIUMGETRÄNKEDOSEN“	76
LITERATURVERZEICHNIS.....	82
ANHANG	93

Abbildungsverzeichnis

ABBILDUNG 1: IDENTIFIZIERTE SCHLÜSSELKOMPETENZEN IN ANLEHNUNG AN RIECKMANN (2011, S. 54).....	10
ABBILDUNG 2: BNE-THEMENBEREICHE (EIGENE DARSTELLUNG).....	14
ABBILDUNG 3: KOMPETENZEN, ZUSAMMENGEFASST AUS DEN HESSISCHEN BILDUNGSSTANDARDS FÜR DIE SEK.1 (HKM 2012) (EIGENE DARSTELLUNG).....	17
ABBILDUNG 4: BEZUGSPUNKTE EINER BNE AUS DEN HESSISCHEN BILDUNGSSTANDARDS FÜR DEN MATHEMATIKUNTERRICHT (HKM 2012) (EIGENE DARSTELLUNG).....	22
ABBILDUNG 5: AUFGABENFORMATE NACH GERDSMEIER (2004, 32 F.) (EIGENE DARSTELLUNG).....	24
ABBILDUNG 6: ERWEITERTER MODELLIERUNGSKREISLAUF ZUM INTEGRATIVEN LERNANSATZ IN ANLEHNUNG AN MAAß & GRAFENHOFER (2019, S.3)	32
ABBILDUNG 7: FORSCHUNGSDESIGN-UNTERSUCHUNGSABLAUF DER VORLIEGENDEN STUDIE (EIGENE DARSTELLUNG IN ANLEHNUNG AN WRONA (2005, S.19)).	37
ABBILDUNG 8: BEZUGSRAHMEN MIT DEN AUSGEWÄHLTEN BNE-KRITERIEN UND KRITERIEN EINER MODELLIERUNGSAUFGABE (EIGENE DARSTELLUNG).....	39
ABBILDUNG 9: PARALLELITÄTEN DER BNE UND DER BILDUNGSSTANDARDS DER MATHEMATIK AUS DEN BEREICHEN DER ÜBERFACHLICHEN, FACHÜBERGREIFENDEN SOWIE FÄCHERVERBINDENDEN KOMPETENZEN (EIGENE DARSTELLUNG).....	40
ABBILDUNG 10: DAS FÄCHERÜBERGREIFENDE WIRKEN DER MATHEMATIK (EIGENE DARSTELLUNG)	41
ABBILDUNG 11: DIMENSIONEN VON MODELLIERUNGSAUFGABEN (EIGENE DARSTELLUNG)	42
ABBILDUNG 12: AUSSCHNITT AUS EINEM ZEITUNGSARTIKEL DER FRANKFURTER RUNDSCHAU 8. JUNI 2005 (BLUM ET AL. 2012, S. 201)	45
ABBILDUNG 13: TEXTAUSSCHNITTE AUS DEM ZEITUNGSARTIKEL "KEIN PLATZ FÜR DEN ORANG-UTAN" (LEIß UND LEUDERS 2012, S. 201) (EIGENE DARSTELLUNG).....	48
ABBILDUNG 14: SCHULBUCHAUFGABE (VOM HOFE ET AL. 2019, S. 166-167)	51
ABBILDUNG 15: ZWEITEILUNG EINER BNE-MODELLIERUNGSAUFGABE (EIGENE DARSTELLUNG)	52
ABBILDUNG 16 SECHS KRITERIEN ZUR KONZEPTION EINER BNE-MODELLIERUNGSAUFGABE	67
ABBILDUNG 17: DUALISMUS DER WISSENSCHAFTEN - KRITERIEN DER BNE UND DER MATHEMATISCHEN MODELLIERUNG ALS FUNDAMENT EINER BNE-MODELLIERUNGSAUFGABE (EIGENE DARSTELLUNG).....	69
ABBILDUNG 18: LEITFADEN EINER BNE-MODELLIERUNGSAUFGABE.....	70
ABBILDUNG 19: DIE ENTWICKLUNG DES ARALSEES IN DEN LETZTEN JAHRZEHNTE (HTTPS://WWW.INGENIEUR.DE/WP-CONTENT/UPLOADS/2017/11/2014/3011_ABNAHME-DES-ARALSEE.JPG).....	70
ABBILDUNG 20: KURZINFORMATIONEN ZU DEN INTERESSEGRUPPEN.....	71
ABBILDUNG 21: MINDMAP ZU MÖGLICHEN THEMEN "DIE ZUKUNFT DER ARALSEE-REGION"	71
ABBILDUNG 22: INFORMATIONEN ZU DEN KONTRÄR AGIERENDEN VERTRETERN GESELLSCHAFTL. GRUPPIERUNGEN (EIGENE DARST.).....	71
ABBILDUNG 23: KONTEXTBETONTE AUFGABENSTRUKTUR IN DER WIRKUNGSKETTE BNE-ORIENTIERTER LEHR-LERNPROZESSE DURCH MATHEMATISCHE MODELLIERUNGSAKTIVITÄTEN (EIGENE DARSTELLUNG).....	73
ABBILDUNG 24 HERSTELLUNGSPROZESS VON ALUMINIUM.....	76
ABBILDUNG 25: INFORMATIONSMATERIAL ZUM ENERGIE- UND ROHSTOFFBEDARF DER ALUMINIUMPRODUKTION (RÜTTINGER ET AL. 2016, S. 12)	76
ABBILDUNG 26: MODELLIERUNGSERGEBNISSE ZU AUFGABE 1 (EIGENE DARSTELLUNG)	77

ABBILDUNG 27: MODELLIERUNGSERGEBNISSE ZU AUFGABE 2	78
ABBILDUNG 28: SINNSTIFTENDE AUFGABENSTRUKTUR IN DER WIRKUNGSKETTE BNE-ORIENTIERTER LEHR-LERNPROZESSE DURCH MATHEMATISCHE MODELLIERUNGSAKTIVITÄTEN (EIGENE DARSTELLUNG)	79
ABBILDUNG 29: KRITERIEN DER BNE UND DER MATHEMATISCHEN MODELLIERUNG ALS FUNDAMENT EINER BNE (EIGENE DARSTELLUNG)	100
ABBILDUNG 30: KONTEXTBETONTE AUFGABENSTRUKTUR IN DER WIRKUNGSKETTE BNE-ORIENTIERTER LEHR-LERNPROZESSE DURCH MATHEMATISCHE MODELLIERUNGSAKTIVITÄTEN (EIGENE DARSTELLUNG)	100
ABBILDUNG 31: SINNSTIFTENDE AUFGABENSTRUKTUR IN DER WIRKUNGSKETTE BNE-ORIENTIERTER LEHR-LERNPROZESSE DURCH MATHEMATISCHE MODELLIERUNGSAKTIVITÄTEN AUFGABENSTRUKTUR (EIGENE DARSTELLUNG)	100

Abkürzungsverzeichnis

IQB	Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen
BNE	Bildung für nachhaltige Entwicklung
HKM	Hessisches Kultusministerium
KMK	Kultusministerkonferenz
MM	Mathematische Modellierung
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
SDG	Nachhaltigkeitsziele (engl. Sustainable Development Goals)
Sek 1	Klassenstufen 5 bis 10 einer weiterführenden Schule (Sekundarstufe 1)

1. Einleitung

Obwohl die Mathematik zur Lösung der globalen Umweltprobleme heute entscheidende Beiträge leistet, ist die mathematische Bildung an den Schulen zu wenig auf konkrete Lernaufgaben in diesem Bereich bezogen. Großartige Potentiale des Mathematikunterrichts bleiben also ungenutzt. Das soll sich ändern. Diese Fallstudie zeigt an prägnanten Beispielen, was getan werden kann.

1.1 Einführung

In der Politik der 90er Jahre des letzten Jahrhunderts manifestierte sich national und international unter dem Leitbild der nachhaltigen Entwicklung ein neuer entwicklungspolitischer Ansatz. Wirtschaftliche Effizienz, soziale Gerechtigkeit und die Sicherung der natürlichen Lebensgrundlagen wurden als gleichwertige überlebenswichtige Interessen erkannt, die sich gegenseitig ergänzen. Damit ist Nachhaltigkeit zum vorherrschenden Thema in vielen Bereichen der Politik geworden und gewinnt im gesellschaftlichen Leben immer mehr an Bedeutung, weil die dauerhafte Missachtung der Gleichgewichtung der drei Dimensionen der Nachhaltigkeit (Ökologie, Ökonomie, Soziales) und der inter- und intragenerationellen Gerechtigkeit unseren Planeten aus dem Gleichgewicht bringt. Mit dem Ziel, die nationalen Volkswirtschaften im Sinne weltweiter nachhaltiger Entwicklung zu transformieren, kam es auf der 70. UN-Vollversammlung (2015) zur Verabschiedung der Agenda 2030 mit den 17 Nachhaltigkeitszielen (Sustainable Development Goals; SDGs). Da dieser Transformationsprozess von der Gesellschaft mitgetragen und vollzogen werden muss, spielen auch die Schulen als Bildungsträger eine relevante Rolle. So wurden dem Nachhaltigkeitsziel 4.7 folgend, „dass alle Lernenden die notwendigen Kenntnisse und Qualifikationen zur Förderung nachhaltiger Entwicklung erwerben, unter anderem durch Bildung für nachhaltige Entwicklung und nachhaltige Lebensweisen [...]“, UNESCO-Weltaktionsprogramme entwickelt. Diese Programme implizieren bei in Pädagogik und Bildungstheorie Tätigen ein erneutes Nachdenken über Bildung, ihre Funktionen und ihre institutionelle und strukturelle Einbettung. Für Schule und Lehrende bietet sich die Chance, den fehlenden Katalog an Bildungszielen und -inhalten, Wissensbereichen sowie Unterrichtsthemen mitzugestalten. Bei der Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) handelt es sich um eine politische Entscheidung und nicht um ein fertiges Bildungskonzept.

Das Land Hessen kommt diesem neuen Bildungs- und Erziehungsanspruch durch eine allgemeine Förderung von außerunterrichtlichen und -schulischen Programmen sowie durch strukturelle Verankerungen in den hessischen Kerncurricula der BNE-affinen Fächer wie Biologie, Geografie, Ethik und Politik/Wirtschaft nach. In diesem Kontext stellt sich die Frage, inwiefern und unter welchen Bedingungen der Mathematikunterricht Teil eines Schulentwicklungsprozesses werden kann, welcher die aktuellen Herausforderungen

aufgreift und zur Gestaltung der Zukunft aktiv beiträgt. Die Mathematik liefert innerhalb der Dimensionen als Anwendung, als Struktur sowie als kreativer Umgang eine Grundlage für die Bewältigung von Anforderungen aus der unmittelbaren Lebenswelt. Weiterhin bietet sie Orientierung im Alltag sowie eine konstruktive Auseinandersetzung mit Entwicklungen innerhalb der Gesellschaft.

So obliegt es der Schule und der Fachlehrkraft, in den Herausforderungen auch eine Chance zu sehen und nach dem „bottom-up“-Prinzip aus dem Fachunterricht heraus individuelle Unterrichts- und Schulentwicklungsprozesse einzuleiten. Trotz mangelnder struktureller Verankerung müssen Ideen und Konzepte für die Integration von BNE in den Mathematikunterricht entwickelt werden. Aus dieser Aufgabenstellung ist die hier vorliegende Studie entstanden. Unter der Forschungsfrage: **„Wie kann die Bildung für nachhaltige Entwicklung in den Mathematikunterricht (anhand der mathematischen Modellierung) integriert werden?“** geht es um Lernaufgaben in ihren unterschiedlichen Strukturen und Zielsetzungen als einem möglichen Dreh- und Angelpunkt des Unterrichtsgeschehens eines BNE-orientierten Mathematikunterrichts. Dementsprechend wird nach einer kompetenzfördernden und kognitiv-aktivierenden „BNE-Aufgabekultur“ gesucht, mit der der Brückenschlag gelingen kann zwischen dem Auftrag, komplexe reale Zusammenhänge in den Mathematikunterricht zu integrieren und dem Anspruch, fachlichen und überfachlichen Kompetenzen der Mathematik gerecht zu werden.

Des Weiteren ist es ein besonderes Anliegen dieser Studie, den auf allen gesellschaftlichen Ebenen diskutierten Unzulänglichkeiten des Mathematikunterrichts in Form einer mangelnden Realitätsnähe, seiner dominierenden Abstraktheit und dem zu geringen Handlungsbezug zu begegnen. Im Interesse einer BNE sollen diese Defizite in ihrer Bedeutung für den Transformationsprozess aufgegriffen, genutzt und diskutiert werden. In einem logisch kohärenten Vorgehen werden den empirischen und logischen Methoden der Mathematik die unterschiedlichen Realitätsbetrachtungen anderer Wissenschaften gegenübergestellt, um so über die existierenden Widersprüchlichkeiten das Problem der mathematischen Schulbildung und den Auftrag durch die BNE aufzuzeigen. Wohl wissend, dass neben der didaktisch-methodischen Konzeption von Unterricht weitere (Rahmen-) Bedingungen entscheidende Faktoren eines qualitativ vollen Mathematikunterrichts darstellen, geht es in dieser Arbeit im Wesentlichen darum,

- die mathematische Modellierung und die Interdisziplinarität als Lernansätze für den Brückenschlag zwischen der BNE und Mathematik zu nutzen;
- eine Struktur für eine BNE-Modellierungsaufgabe unter Anwendung der wissenschaftlichen Grundverfahren der Induktion und Deduktion herauszuarbeiten;

- die Bedeutung der strengen mathematisch-naturwissenschaftlichen Methoden, unterteilt in die empirische und logische Dimension, in der Betrachtung der Realität komplementär zur ethischen Dimension darzustellen;
- einen Leitfaden zur Konzeption von BNE-Modellierungsaufgaben zu entwickeln;
- Wege zu skizzieren, um die komplexe Wirklichkeit im Rahmen einer Lerneinheit in eine logisch kohärente Ordnung zu bringen;
- die Lernenden dazu zu animieren, subjektive Weltdeutungen durch Hinzuziehung verifizierbarer oder falsifizierbarer Erklärungen zu reflektieren und ggf. zu korrigieren.

Dieses integrative Unterrichtskonzept der BNE mit der mathematischen Modellierung als einem bewährten Aufgabentyp zum Lösen realer Problemstellungen stellt einen Versuch dar, Realitäten im Kontext von einem mathematischen Blickwinkel aus zu beleuchten. Ein möglicher Umgang der Mathematik mit der „BNE-Realität“ wird anhand einer klassischen und einer projektorientierten Mathematik-Lernaufgabe diskutiert. Entstanden ist so eine Handreichung, die, neben ermittelten Defiziten, Chancen und Wegen, auch die theoretischen Grundlagen und mehrschichtigen Anforderungen an eine BNE-Unterrichtseinheit aufzeigt. Es wird beschrieben, wie Konzepte einer BNE-Modellierungsaufgabe zu einer nachhaltigen Entwicklung des Alltags- und Schullebens beitragen.

1.2 Aufbau der Arbeit

Nach einer kurzen Erläuterung des Bildungskonzeptes für eine nachhaltige Entwicklung zu Beginn des 2. Kapitels folgt die Darstellung der strukturellen Verankerung von BNE im hessischen Bildungsbereich Schule. Daran schließt sich eine kurze Darstellung der inhaltlichen, methodischen und didaktischen Grundsätze und Ziele eines BNE-orientierten Unterrichtskonzeptes an. Mit einer Diskussion zu den Strukturen und Kriterien einer BNE-Lernaufgabe und einem Einblick in die Inhalte einer BNE-Unterrichtsstunde endet diese theoretische Abhandlung.

Der mittlere Teil des 2. Kapitels beleuchtet den Bildungsauftrag der Mathematik und blickt in die Bildungsstandards mit den (Kern)Kompetenzen und Inhaltsfeldern als Basis für die Konzeption eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts. Vertiefend werden strukturelle Verankerungen von fächerübergreifenden und fächerverbindenden Lehr-Lern-Prozessen beschrieben, an denen anknüpfend mögliche Beiträge der Mathematik zur BNE eruiert werden sollen. Mit dem Fokus auf Lernaufgaben wird auch die Frage nach Grenzen und Möglichkeiten, Stärken und Schwächen einer mathematischen Modellierung als Instrument deduktiver Verfahren über die reine Fachwissenschaft hinaus diskutiert. Damit schließt diese Studie an dem zentralen Anliegen des über Jahrzehnte lang erforschten Aufgabentyps an, die Realität in den Mathematikunterricht zu integrieren. Durch die Darstellung

der Modellierungskriterien und der didaktischen Überlegungen zu einer Output-orientierten Modellierungsaufgabe wird diese thematische Auseinandersetzung abgerundet.

Im letzten Teil des 2. Kapitels werden die methodisch-didaktischen Ausführungen zur BNE und zur mathematischen Modellierung im Sinne eines integrativen Lernansatzes miteinander in Beziehung gesetzt. Das 3. Kapitel hat dann das Ziel, mithilfe der Analyse zweier Modellierungsaufgaben eine Aufgabenstruktur herauszuarbeiten, mit der eine sinnvolle Verzahnung der BNE mit der mathematischen Modellierung erreicht werden kann. Hierfür werden nach methodischen Vorüberlegungen zur Durchführung der Fallstudienanalyse zwei Modellierungsaufgaben, die an ein BNE-Thema anknüpfen, auf Basis der theoretischen Grundlagen des 2. Kapitels analysiert. Im Anschluss daran werden die methodischen und didaktischen Verknüpfungen beider Ansätze im Rahmen der fallübergreifenden Studie herausgearbeitet. Dies mündet schließlich in einen Leitfaden zur Konzeption einer BNE-Modellierungsaufgabe für den Mathematikunterricht der hessischen Mittelstufenschulen und wird im Anschluss an die Fallstudie in einer Handreichung angewandt.

2. Begriffliche und konzeptionelle Grundlagen zur mathematischen Modellierung als Vehikel zur Bildung für nachhaltige Entwicklung

2.1 Bildung für nachhaltige Entwicklung im Mathematikunterricht

2.1.1 Globale Nachhaltigkeitsstrategien in schulische Lernprogramme übersetzen

Die Umsetzung des Leitbildes „Nachhaltige Entwicklung“ liegt sowohl in der Verantwortung der Entwicklungs-, der Schwellen- als auch der Industrieländer, deren gemeinsamer Auftrag es ist, durch die Etablierung nationaler Nachhaltigkeitsstrategien das Erreichen der globalen Ziele zu befördern und zu gestalten (United Nations 2015). So ist es auch ein bedeutendes Ziel der deutschen Nachhaltigkeitsstrategie, mit der Etablierung der 17 Nachhaltigkeitsziele die Bildung für nachhaltige Entwicklung (SDG 4.7) in die deutschen Schulsysteme zu integrieren. Der deutsche Staatssekretärsausschuss für nachhaltige Entwicklung hat BNE als Motor der Transformation bezeichnet (Staatssekretärsausschuss für nachhaltige Entwicklung 2022, S. 1). Daraus resultiert die Aufgabe sicherzustellen, dass bis 2030 alle Lernenden „die notwendigen Kenntnisse und Qualifikationen zur Förderung nachhaltiger Entwicklung erwerben“ können (SDG 4.7) (BMBF 2023). In der praktischen Umsetzung sollen Schulen als Bildungsträger in einer breitgefächerten Auseinandersetzung mit komplexen Problemstellungen des gesellschaftlichen und persönlichen Lebens zur Entwicklung von Wissens-, Erkennens- und Handlungskompetenz der Lernenden beitragen. Alle in Pädagogik und Didaktik Tätigen sind aufgefordert, Bildungskonzepte zu entwickeln, damit Schulen ihrer Rolle bei der Aufklärung Lernender über Ursache, Dynamik und Möglichkeiten von gesellschaftlichen Transformationsprozessen besser nachkommen können.

Ergänzend zu den Inhalten bereits bestehender Bildungskonzepte, z.B. der Umweltbildung und des Globalen Lernens, nimmt BNE mehrere Perspektiven der Nachhaltigkeit in den Blick. Nach Künzli David et al. (2010, S. 221) gehören dazu insbesondere 1. die lokale und globale Perspektive, 2. die ökologische, soziokulturelle und wirtschaftliche Dimension sowie 3. die Vernetzungsbereiche Gegenwart und Zukunft. Punkt 3 zeigt sich im Rahmen der BNE in einer positiven, optimistischen und erstrebenswerten Sicht auf die Zukunft, die möglichst durch Menschen gestaltet und verwirklicht werden kann. Der Entwicklungsgedanke stellt heraus, dass es nicht um Stagnation oder Wachstum, um Beibehalten oder Verändern geht, sondern um das ständige Weiterentwickeln des Gesamtsystems unseres globalen Zusammenlebens. Wir brauchen Kriterien, anhand derer wir die künftige Entwicklung bewerten und beeinflussen können. Die Stellschrauben der nachhaltigen Entwicklung lassen sich in allen Generationen und in allen Lebensbereichen des Alltags (Konsum, Tourismus), in politischen Konflikten (Krisen) und in allen Beziehungen über die zwischenstaatlichen Wirtschaftsbeziehungen hinreichend beschreiben. Das mit der Gestaltung einer nachhaltigen Zukunft verbundene notwendige Wissen ist daher „nicht als eindeutig und feststehend, sondern vielmehr als komplex und prozessual wahrzunehmen“ (Risch et al. 2017, S. 12).

In diesem Sinne gilt es, das Konzept einer nachhaltigen Entwicklung mit den Nachhaltigkeitszielen an sich bekannt zu machen. Es geht aber auch darum, den Erwerb von Wissen, Fähigkeiten, Haltungen sowie die Entwicklung von Werten als Voraussetzungen für die Mitwirkung an der Gegenwarts- und Zukunftsgestaltung zu fördern (Künzli David et al. 2010, 215 f.). De Haan betont, dass BNE dazu verpflichtet und das Ziel hat, „Lernenden ein systematisch generiertes und begründetes Angebot zu den Themen, Aufgaben und Instrumenten einer nachhaltigen Entwicklung“ anzubieten (Haan 2002, S. 5). Daran anknüpfend sollen gesellschaftliche Bewegungen wie beispielsweise *fridays for future* auch als Auftrag verstanden werden, den aktuellen Zeitgeist in eine (Neu-) Gestaltung des Unterrichts sowie der Aufgabenkultur einfließen zu lassen.

2.1.2 Die strukturelle Verankerung von BNE

„Mit ihren 17 Nachhaltigkeitszielen und der BNE (SDG 4.7) ist die Agenda 2030 ein wichtiges Dokument der angestrebten Veränderungen und ein Motor der Transformation. Trotz seiner großen Bedeutung taucht der Begriff „Bildung für nachhaltige Entwicklung“ im Hessischen Schulgesetz jedoch nur an einer einzigen Stelle (HKM 2017, §6) auf. Kurz erwähnt im Kontext von besonderen Bildungs- und Erziehungsaufgaben der Schule steht er gleichberechtigt neben einer Fülle weiterer solcher Aufgaben - wie etwa der Medienbildung, der Sexual- und Verkehrserziehung. Explizit erfolgt hier der Hinweis, dass BNE fachübergreifend zu unterrichten ist, ggf. in Form von Projekten. Die konkrete Umsetzung obliegt den jeweiligen Gesamtkonferenzen (HKM 2017). Eine konkrete Ausgestaltung in den

hessischen Kerncurricula ist bislang noch nicht erfolgt (Holst und Brock 2020, S. 9)¹. Fachliche Beratungs- und Fortbildungsangebote für Lehrkräfte in Form von Programmen, mit denen das Land Hessen „die Umsetzung der Bildung für nachhaltige Entwicklung an den hessischen Schulen“ (HKM 2023) unterstützen möchte, sind auf der Homepage des Hessischen Kultusministeriums (HKM) aufgeführt. Auf dieser Grundlage können sich hessische Schulen zu sogenannten Umweltschulen, UNESCO-Projektschulen oder Schulen der Nachhaltigkeit fortbilden bzw. auszeichnen lassen (HKM 2023). In diesem Zusammenhang wird - im Sinne der Öffnung von Schule - stark auf die Zusammenarbeit mit externen Bildungsanbietern gesetzt. Die schrittweise Implementierung von BNE erfolgt durch die bislang alleinige Verankerung in den BNE-affinen Fächern (Biologie, Geografie und Politik/Wirtschaft), allerdings mit einem fächerbegrenzten Fokus und häufig in Form von größeren Projekten und damit losgelöst von dem jeweiligen Fachunterricht (Brock und Holst 2022, S. 22; Holst und Brock 2020, S. 13).

2.1.3 BNE - eine ganzheitliche und transformatorische Bildung

Methodisch-didaktische Überlegungen

Der Anspruch einer BNE ist es, gleichzeitig praxisbezogen und wissenschaftsbestimmend zu lernen. Lernende werden aufgefordert, sich anhand konkreter Fälle mit den Grundprinzipien der Wissenschaften auseinanderzusetzen, dabei eigene subjektive Welterklärungen zu reflektieren und deren Beschränktheiten zu erkennen. Zur Erprobung eigener Beiträge zur großen Transformation bedarf es geeigneter Lerngelegenheiten, Experimente und Projekte (Singer-Brodowski und Schneidewind 2014, S. 134). Um die Lernenden bei den Bildungsprozessen zur Gestaltung des Wandels mitzunehmen, ist anstelle einer Ansammlung „trägen Nachhaltigkeitswissens“ eine lebendige Lern- und Teilhabe-Kultur zu entwickeln. Ergänzend zum System- und Zielwissen (Wissen über die Agenda 2030 mit den SDGs und den Perspektiven der Nachhaltigkeit) sind Elemente von Transformationswissen zu etablieren (Singer-Brodowski und Schneidewind 2014, S. 135).

Entsprechend dem Modell der subjektiven Theorie hat jedes Individuum konkrete Vorstellungen über die Verantwortlichkeiten und das eigene Verhalten in der realen Welt. Persönliche Wahrnehmungen führen zu unterschiedlichen Bewertungen, Weltbildern und elementaren Modellen, die aber von den Personen selbst durchaus als objektiv angesehen werden. Im Rahmen von BNE sollen die Lernenden dazu animiert werden, subjektive Weltdeutungen durch verifizierbare bzw. falsifizierbare Erklärungen aufzuweichen, zu reflektieren und ggf. zu korrigieren. Dabei geht es auch um Entscheidungsdilemmata im Sinne einer

¹ So sind u.a. die in der Dokumentenanalyse von Holst und Brock verwendeten BNE-Begriffe wie z.B. Umweltbildung, Globales Lernen, Globale Entwicklung in den Bildungsstandards für das Fach Mathematik Sek. 1 nicht verankert (Holst und Brock 2020, S. 12).

Abwägung unterschiedlicher Argumente und Handlungsoptionen für die eigene Urteilsbildung mit dem Ziel, konkrete Alltagssituationen und „eigene Spielräume für ethisch-moralisches Handeln auszuloten und darauf bezogene konkrete Verantwortungen zu erkennen sowie wahrzunehmen“ (Becker 2008, 12 f.). „Ethisches Reflektieren“ zielt sowohl auf die eigene moralische Urteilsbildung ab als auch auf die Bewusstmachung der Voraussetzungen hierfür.

Nach Mezirow führen selbstgesteuerte Wissenskonstruktionsprozesse zu vielfältigen Perspektiven und umfassenden Diskursen. Sie sind notwendig, um das „Was und Wie“ von Entscheidungssituationen zu verstehen, zu validieren und entsprechende Dilemmata zu bewältigen. Hierfür fokussieren BNE-Lernarrangements sowohl auf individuelle und selbstorganisierte als auch auf kooperative und interdisziplinäre Arbeitsweisen (Mezirow 2002, S. 10). Braun et al. betonen die Notwendigkeit entsprechender Lernangebote zu Sachthemen, die den Lernenden Bezüge zur Lebenswelt offerieren und dadurch ein soziales, selbstbezogenes und methodenorientiertes Lernen ermöglichen (Braun et al. 2021, S. 297). Auf der Grundlage selbständig erworbener Einsichten und Erkenntnisse werden Lernende befähigt, eigene Urteile zu bilden und sich in Krisensituationen „problemlösungsorientiert, verantwortungsbewusst und solidarisch im Sinne der Nachhaltigkeit“ (Staatssekretärsausschuss für nachhaltige Entwicklung 2022, S. 1) verhalten zu können.

Zum Erreichen einiger BNE-Ziele, zum Beispiel sich kritisch mit subjektiven Theorien auseinandersetzen und an gesellschaftlichen Entwicklungen reflexiv partizipieren zu können, bedarf es der Vermittlung von Wissen, der Förderung von kognitiven und nichtkognitiven Kompetenzen sowie der Reflexion von Werten und Einstellungen (Peter 2021, S. 2). BNE vereint zwei unterschiedliche Bildungsansätze: Zum einen die instrumentelle BNE (BNE 1), die ein Konzept von Bildung verfolgt, bei dem Wissen, Werte und Lebensstile vermittelt werden, die zur Transformation beitragen; zum anderen die emanzipatorische BNE (BNE 2), die ein autonomes Handeln für kontroverse Diskurse und kritische Reflexionen gesellschaftlicher Leitbilder, Normen und Werte schulen möchte (Vare und Scott 2007, S. 191). Oder, wie Rieckmann es ausdrückt, sollen Menschen im Sinne des emanzipatorischen Ansatzes dazu befähigt werden, kritisch über Nachhaltigkeit nachzudenken und im instrumentellen Ansatz Lebensstile und Verhaltensweisen für eine nachhaltige Zukunft erlernen (Rieckmann 2021, S. 6 und 10).

Shephard spricht ergänzend von einer emotionalen Dimension, der Aktivierung von Gefühlen und Motivationslagen, die für die Gestaltungsherausforderungen einer nachhaltigen Entwicklung notwendig ist (Shephard 2008, S. 88). Vorage betont zusätzlich, dass es für eine bewusste Handlung mit dem Ziel, nachhaltiger zu leben, einer Motivation auf emotionaler oder normativer Ebene durch ein verbesserungswürdiges Handlungsmotiv bedarf (Vorage 2019, S. 49). Solche Handlungsabsichten führen auf Basis der vorhandenen

Kompetenzen zur Umsetzung der intendierten Handlungen. Kompetenzen sind in ein Wertesystem eingebunden und basieren auf einer ganzheitlichen Sicht auf den Menschen. Aus dieser Perspektive betrachtet wird deutlich, dass Kompetenzerwerb gleichzeitig zur individuellen Persönlichkeitsentwicklung und zu einem verantwortungsvollen gesellschaftlichen Handeln beiträgt (DUK 2016, S. 12).

Eine wachsende Selbst- und Mitbestimmung sowie Solidarität und Interesse am Handeln, Gestalten und Verändern-Wollen, spiegeln sich auch in der „Emanzipation, Mündigkeit und Verantwortung“ des Bürgers wider (Rieckmann 2021, S. 10) sowie in der Fähigkeit eines selbstbestimmten und verantwortlichen Umgangs mit den Mitmenschen, der Kultur, mit Gesellschaft und Politik (Klafki 2021, S. 339). In diesem Sinne sollen Lernende befähigt werden, sich aktiv und mit kritischen Argumenten und Gegenargumenten in einen demokratischen Diskurs einzubringen und die eigenen Spielräume zur Gestaltung der Transformation zu nutzen. Geeignete methodisch-didaktische Arrangements und pädagogische Interventionen können die Lernenden in diesem transformativen Lernprozess unterstützen (Singer-Brodowski und Schneidewind 2014, S. 131).

Kompetenzorientierung

Das Erkennen und Verstehen globaler Zusammenhänge, das Entwickeln und Anwenden von Wertmaßstäben sowie das Agieren im Sinne von Nachhaltigkeit legen Entscheidungsdilemmata offen. Der Umgang mit dieser Art von „prototypischen Handlungshemmnissen und -störungen“ (Rieckmann 2016, S. 195) erfordert den Erwerb entsprechender nachhaltigkeitsrelevanter Schlüsselkompetenzen. Neben der Wissensaneignung ist eine so verstandene Kompetenzschulung eine unabdingbare Voraussetzung zur Erreichung gesellschaftlicher Ziele, zur Entwicklung von Problemlösestrategien und Handlungskonzepten (Stoltenberg und Burandt 2014, 574 f.). Mit der Verbindung von Wissen und Können sowie als Transfer von Bekanntem auf etwas Neues verfolgt der Kompetenzbegriff Ganzheitlichkeit und Subjektbezogenheit. Schlüsselqualifikationen folgen einem holistischen Verständnis, nämlich dass Kognition und Emotion (kognitive, praktische, motivationale, emotionale, soziale Komponenten) eng miteinander verbunden sind.

Schlüsselkompetenzen beziehen sich nach Rychen „einerseits auf vielfältige Anforderungen und andererseits orientieren sie sich an individuellen und gesellschaftlichen Zielen“ (Rychen 2008, S. 17). Zu den zentralen Schlüsselqualifikationen gehören das Handeln in (sozial heterogenen) Gruppen genauso wie die autonome Handlungs- und Gestaltungsfähigkeit sowie die interaktive Nutzung von Medien und Tools. Für die Entwicklung dieser Schlüsselkompetenzen bedarf es vermehrt problemorientierter Lernumgebungen und der Integration von sozialen und affektiven Lernbereichen, wie beispielsweise das Bewusstwerden, Offenlegen und Klären von Werthaltungen im Unterricht (Rychen 2008, 18 f.). Es lässt

sich ergänzen, dass der Erwerb von Kompetenzen kaum mit Lernen als Wissenserwerb vergleichbar ist, denn Kompetenzen werden als erlernbar, nicht aber als lehrbar beschrieben (Barth et al. 2007, S. 418). Rosenstiel beschreibt Kompetenzen als Fähigkeit zur Selbstorganisation, als subjektbezogen, die sich auf die ganze Person beziehen und einen ganzheitlichen Anspruch mit einer Vielzahl der prinzipiell unbegrenzten individuellen Handlungsdispositionen verfolgen. In diesem Kontext nimmt Lernen auch die Funktion der Wertevermittlung ein und geht damit über ein rein sachverhaltszentriertes Lernen hinaus (Rosenstiel 2017, S. 17). Ziel ist, fundierte Aussagen zu Themen einer nachhaltigen Entwicklung erarbeiten, sachlich begründen und bewerten sowie in unterschiedlichen Lebensbereichen und Kontexten sowohl verantwortungsvoll als auch nachhaltig denken und agieren zu können. Dies erfordert, als notwendige Grundlage, die Schülerrelevanz von Lernaufgaben sowie die Befähigung und Motivation der Lernenden (KM-BW 2016, S. 4).

Daraus resultiert der Bedarf, handlungsorientierte Lernsituationen zu schaffen, um spezifische „BNE-Kompetenzen“ zu entwickeln. Mit dieser Intention der Wissensaneignung und der darauf aufbauenden Kompetenzbildung zur Zukunfts(mit)gestaltung folgt die BNE dem aktuellen Trend der Bildungstheorien, nämlich Unterrichtskonzepte stärker Output-orientiert zu gestalten, sodass die Lernergebnisse stärker in den Fokus rücken (Haan 2008, S. 29; Stoltenberg und Burandt 2014, S. 575). Konkret bedeutet dies im Wesentlichen, den Aufbau von Kompetenzen, Wissensstrukturen, Einstellungen, Werthaltungen, Überzeugungen zu fördern, um so zur „persönlichen Weiterentwicklung und gesellschaftlichen Beteiligung“ beizutragen (Klieme et al. 2003, S. 12). BNE zeigt sich in diesem Sinne als ein ganzheitliches und transformatorisches Bildungskonzept, das die Herbeiführung eines „Paradigmenwechsels für eine Wissensgesellschaft“ fordert, „in der sich jede/r Einzelne als Akteur/in der Transformation begreift“ (WBGU 2011, S. 375).

2.1.4 Kernkompetenzen einer BNE

International gelten die von der OECD entwickelten DeSeCo-Schlüsselkompetenzen (Selection of Competencies) als Referenzrahmen einer BNE (Rychen 2008, S. 15). Allerdings lässt sich aus diesen kein einheitliches Kompetenzschema ableiten, sodass international und national verschiedene Konzepte zur Kompetenzförderung der BNE existieren (Borrmann und Haan 2008, S. 8). Laut den Ergebnissen einer Delphi-Studie (Rieckmann 2011) sind die unterschiedlichen (nationalen) Konzepte prinzipiell international vergleichbar (Rieckmann 2021, S. 9). Die in Deutschland oft beschriebenen Gestaltungskompetenzen nach de Haan orientieren sich ebenfalls an dem OECD-Kompetenzrahmen (Transfer 21 2007, S. 12). Eine Auflistung der de Haan'schen Gestaltungskompetenzen ist in Abbildung 1 in der Gegenüberstellung der DeSeCo bzw. OECD-Schlüsselkompetenzen und der aus der Delphi Studie entwickelten Kompetenzen dargestellt (Rieckmann 2011, S. 54).

DeSeCo-Schlüsselkompetenzen	Teilkompetenzen nach de Haan (2008)	Delphi-Studie
Interaktive Verwendung von Medien und Tools	Weltoffen und neue Perspektiven integrierend Wissen aufbauen	Vorausschauendes Denken
	Vorausschauend denken und handeln	Interdisziplinäres Arbeiten
	Interdisziplinär Erkenntnisse gewinnen und handeln	Vernetztes Denken und Umgang mit Komplexität
Interagieren in heterogenen Gruppen	Partizipation der Bevölkerung als zentraler Motor für nachhaltige Entwicklungen	Zusammenarbeit in (heterogenen) Gruppen
	Kooperation	Bewerten
	Bewältigung individueller Entscheidungsdilemmata	Partizipation
	Motivation	Ambiguitäts- und Frustrationstoleranz
Eigenständiges Handeln	Reflexion der eigenen Leitbilder und die der anderen reflektieren,	Kritisches Denken
	Moralisches Handeln	Verantwortliches Handeln Sinn und Handeln für Gerechtigkeit
	Eigenständiges Handeln	Planung und Umsetzung von Projekten und Vorhaben
	Unterstützung anderer	Empathie und Perspektivenwechsel

Abbildung 1: Identifizierte Schlüsselkompetenzen in Anlehnung an Rieckmann (2011, S. 54)

Besonders hingewiesen werden soll auf den Auftrag an die Lehrenden, reflektiertes Wissen zu den Perspektiven der Nachhaltigkeit (Perspektiven anderer Nationen und Kulturen mit den differenten Perspektiven von Ökonomie, Politik und Zivilgesellschaft) zu vermitteln, um Interessengegensätze und vielfältige Lösungswege für nachhaltige Entwicklungsprozesse, Hemmnisse und Chancen zu identifizieren. Des Weiteren soll das Interesse an Prognosen und Zukunftsszenarien als Grundlage von Handlungsstrategien im Sinne der nachhaltigen Entwicklungsprozesse gefördert werden (Haan 2008, 32 f.). Kompetenzen zum Aufbau interdisziplinärer Erkenntnisse sind aufgrund der Komplexität der Probleme und Handlungsnotwendigkeiten entscheidend. Das Zusammenwirken verschiedener Fachdisziplinen im Rahmen des globalen Wandels beschreibt der Syndromansatz und weist gleichzeitig auf das hierfür erforderliche vernetzende Denken hin (WBGU 1996, 3 f.).

Mit den beiden anderen Kompetenzbereichen „Eigenständiges Handeln“ und „Interagieren in heterogenen Gruppen“ sprechen die OECD und de Haan von der Partizipation der Bevölkerung als dem zentralen Motor für nachhaltige Entwicklungen. Sie betonen damit den individuellen sowie gesellschaftlichen Beitrag und die Fähigkeit zum selbstständigen und gemeinsamem Planen mit anderen (Haan 2008, 33 f.).

Rieckmann führt an, dass eine gelungene Kooperation und Kommunikation innerhalb sozial heterogener Gruppen sowie ein verantwortungsvolles, reflektiertes und zielorientiertes Handeln wichtig sind. Darüber hinaus wird die interaktive Nutzung von Werkzeugen zur Bewältigung der Anforderungen der modernen Welt sowie zur „persönliche(n) und soziale(n) Entwicklung der Menschen in modernen, komplexen Gesellschaften“ als wesentlich

angesehen (Rieckmann 2010, S. 57). Rychen (2008, S. 20) nennt hierzu explizit folgende Schlüsselkompetenzen:

- die Fähigkeit, Sprache, Symbole und Text interaktiv einzusetzen (z.B. Lesekompetenz und mathematische Kompetenz in PISA²),
- die Fähigkeit, Wissen und Informationen interaktiv einzusetzen (z.B. naturwissenschaftliche Kompetenz in PISA),
- die Fähigkeit, (neue) Technologie interaktiv einzusetzen.

Pädagogisch-psychologische Forschungen beschreiben ergänzend dazu, dass die fachbezogenen Kompetenzen als grundlegend für die Entwicklung fächerübergreifender Kompetenzen anzusehen sind und folgern daraus, „dass es nicht ausreicht, fächerübergreifende [Schlüsselqualifikationen] als Allheilmittel bzw. als eigenständige Zieldimensionen schulischer Bildung auszuweisen“ (Klieme et al. 2003, S. 75). Auf dieser fachbezogenen Forschungsgrundlage basiert das in dieser Arbeit entwickelte Konzept, welches die fachbezogenen Kompetenzen des Mathematikunterrichts mit den fächerübergreifenden Kompetenzen einer BNE verbindet.

An solchen Überlegungen anknüpfend haben die Kultusministerkonferenz 2007 (KMK/BMZ 2007) - und in einer überarbeiteten und erweiterten Form 2016 (Schreiber und Siege 2016) - einen „Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung“ entwickelt, in dem die im Rahmen einer BNE anzustrebenden Teilkompetenzen den Kompetenzbereichen „Erkennen, Bewerten, Handeln“ (Schreiber und Siege 2016, S. 18) zugeordnet und an fachbezogenen Lernaufgaben bzw. Unterrichtsbeispielen veranschaulicht werden (Schreiber und Siege 2016, S. 95). Eine ähnliche Kategorisierung haben Bormann und de Haan mit den Bereichen „Wissen, Werte und Handeln“ vorgenommen (Bormann und Haan 2008, S. 90).

2.1.5 Kriterien einer BNE-Lernaufgabe

BNE - im Vergleich der Umweltbildung und des Globalen Lernens

Anknüpfend an die vorherigen Ausführungen zur BNE existieren vielfältige nationale und internationale Veröffentlichungen im Bereich der Bildungsforschung, der Pädagogik und einzelner Fachdidaktiken zu Ansätzen, Kriterien und Konzepten von BNE-orientierten Unterrichtseinheiten und Lernaufgaben. In diesem Zusammenhang sei auch auf die Veröffentlichungen und Kriterien von NGOs verwiesen, die im Sinne der BNE mit Schulen zusammenarbeiten und damit zur Öffnung von Schule beitragen möchten. So hat der Bundesverband entwicklungspolitischer und humanitärer Nichtregierungsorganisationen einen

² PISA-Studien der OECD: Das Programm zur internationalen Schülerbewertung (Programme for International Student Assessment) wird seit dem Jahr 2000 in dreijährlichem Turnus in den meisten Mitgliedstaaten der OECD und einer zunehmenden Anzahl von Partnerstaaten durchgeführt. Sie haben zum Ziel, alltags- und berufsrelevante Kenntnisse und Fähigkeiten Fünfzehnjähriger zu messen (Organisation for Economic Cooperation and Development 2023).

ganzen Katalog an Qualitätskriterien zu den Inhalten und Kompetenzen der Bildungsangebote formuliert (VENRO 2021, 19 f.).

Eine Vielzahl fachdidaktischer Ansätze praxisrelevanter BNE-Lernaufgaben entstammt aber den Fachdidaktiken der Fächer Biologie, Geografie und Politikwissenschaften (Holst und Brock 2020, S. 9). Diese können durch die Bildungskonzepte der Umweltbiologie bzw. des Globalen Lernens - im Gegensatz zur Mathematik - auf eine längere Tradition themenorientierter Aufgabenstellungen zurückgreifen. Zu diesen Fächern - ergänzt durch das Fach Ethik – sind bereits in der Erstausgabe des Orientierungsrahmens für den Lernbereich Globale Entwicklung BNE-Konzeptionen verankert (KMK/BMZ 2007). Aus dieser Perspektive heraus ergibt sich für die Mathematik eine Anknüpfung an die Erkenntnisse, Erfahrungen, Konzepte und Strukturen dieser erprobten Kompetenz- und Output-orientierten Lernaufgaben bzw. an BNE-Lernaufgaben anderer Fachdidaktiken.

Dementsprechend wird im Folgenden u.a. auf Reinfried (2016) Bezug genommen. Er hat nach einer ausführlichen Gegenüberstellung traditioneller Lernaufgaben und einer kompetenzfördernden Lernaufgabe des 21. Jahrhunderts anhand des Faches Geografie verschiedene lernrelevante Merkmalsbereiche wie Komplexität, Differenzierung, Authentizität und Kognition herausgearbeitet (Reinfried 2016, 8 f.). Des Weiteren sollen für die hier vorliegende Studie die von Künzli David et al. (2010) entwickelten und im nächsten Abschnitt ausgeführten Qualitätskriterien „Vernetzendes Lernen, Partizipations- und Visionsorientierung“ handlungsleitend sein. Diese dienen als Leitfaden für die Analyse und Konzeption von BNE-Lernaufgaben bzw. als Grundlage zur Überprüfung der „BNE-Tauglichkeit“ von Modellierungsaufgaben. Sie wurden in der Gegenüberstellung der Anforderungen einer BNE zur Umweltbildung und zum Globalen Lernen entwickelt und ermöglichen daher eine Abgrenzung der BNE von den anderen Lernaufgabenkonzepten. Ergänzend hierzu bedarf es nach Künzli David et al. (2010, 218 f.) auch einer Abgrenzung der Trias „Wissen, Werte und Handeln“ von Bormann & de Haan sowie der Trias „Erkennen, Bewerten, Handeln“ von Schreiber & Siegel (Künzli David et al. 2010, S. 225).

Qualitätskriterien einer BNE

Nach Künzli David et al. (2010) betont der BNE-Ansatz das Lernziel, einen Beitrag zu einem guten Leben in der *Einen Welt* zu leisten. Damit wagt BNE einen Blick nach vorne und versucht, wie im Folgenden ausgeführt, mit dem Vernetzenden Lernen, der Visions- und Partizipationsorientierung, eine gestalterische, motivierende und kreative Atmosphäre zu vermitteln (Künzli David et al. 2010, S. 217).

Visionsorientierung

Eine Visionsorientierung richtet den Blick auf etwas Neues, auf Veränderungen, auf ein zukunftsorientiertes, positiv gestimmtes Denken und Arbeiten (Künzli David et al. 2010, S.

218) und ist gegen ein Verharren in der Vergangenheit oder Gegenwart. Der Unterricht richtet sich an einem Entwurf der erwünschten gesellschaftlichen Entwicklung aus und nicht an einem Katastrophenszenario (Künzli David et al. 2007, S. 20). So gibt die Visionsorientierung eine Unterrichtsplanung und -durchführung vor, bei der „nicht Probleme und ihre Lösungen, sondern die Visionen und ihre Erreichbarkeit im Vordergrund“ stehen (Künzli David et al. 2010, S. 218). Eine Thematisierung von gesellschaftlich relevanten Problemen mit einem positiven, optimistischen Zugang zu gesellschaftlichen Entwicklungen soll den Lernenden die Möglichkeit geben, sich themenspezifisch mit Zukunftsentwürfen sowie mit Möglichkeiten, Bedingungen und Einschränkungen der Realisierung solcher Visionen auseinanderzusetzen. Dieses didaktische Konzept folgt in besonderem Maße auch dem „Entwicklungsgedanken“ der Agenda 2030 mit dem Leitbild einer nachhaltigen Entwicklung.

Vernetzendes Lernen

Nach Künzli David et al. fokussiert ein BNE-Bildungsvorhaben im Vergleich zur Umweltbildung und zum Globalen Lernen stärker auf die Umsetzung der SDGs sowie die Vernetzung und Verbindung der Lerninhalte zum Leitbild einer nachhaltigen Entwicklung mit den drei Perspektiven der Gegenwart und Zukunft, der Lokalität und Globalität sowie der Ökologie, des Sozialen und der Ökonomie (Künzli David et al. 2007, 20 f.). Die Autoren fordern neben der Multiperspektivität darüber hinaus die Interessenlagen sowie Wertvorstellungen verschiedener Akteure zu berücksichtigen. Auch die gesamtgesellschaftlichen Interessen, die Haupt- und Nebenfolgen von Entscheidungen oder Handlungen im Sinne der BNE sollten thematisiert werden (Künzli David et al. 2010, S. 218). Dieser Ansatz baut auf einem „Verstehen der gegenwärtigen (auch problematischen) gesellschaftlichen Wirklichkeiten und deren historischem Gewordensein auf und fordert ein kreatives und konstruktives Denken“ (Künzli David et al. 2010, S. 218). Über eine zugänglich gestaltete Abfolge handelnder Auseinandersetzungen mit dem Unterrichtsgegenstand und anschließender Reflexion ist ein vertieftes Wissen und Erkennen komplexer und anspruchsvoller Inhalte zu erwarten (Künzli David et al. 2010, S. 220).

Partizipationsorientierung

Künzli David et al. heben hervor, dass im BNE-Konzept „die Beteiligung an der Aus- und Mitgestaltung einer Nachhaltigen Entwicklung im Zentrum steht“ (Künzli David et al. 2010, S. 222). Diese Beteiligung bezieht sich sowohl auf die Klasse als Gesamtheit als auch auf die einzelne Person. Die Partizipationsorientierung geht über die Aspekte des sozialen Lernens hinaus und fordert insbesondere auch die „Auseinandersetzung mit dem gesellschaftlichen Eingebundensein, mit Fragen nach Machtverhältnissen, Herrschaft“ sowie der „gesellschaftlichen Organisation von Interessen als auch der Reflexion von Kontrollmöglichkeiten im Hinblick auf eine Nachhaltige Entwicklung“ (Künzli David et al. 2010, S. 218). Mit einem positiven Blick auf die Globalisierung weitet BNE den Blick auf die Befähigung zur

Erbringung eines individuellen Beitrages „zum guten Leben in der *Einen Welt*“ (Künzli David et al. 2010, S. 223).

2.1.6 Unterrichtsinhalte einer Bildung für nachhaltige Entwicklung

Auch wenn in Bildungstheorie und Pädagogik Tätige sich, wie eben ausgeführt, noch nicht auf Kriterien für qualitätsvolle BNE-Unterrichtskonzepte einigen konnten, so ist doch eine prinzipielle Übereinstimmung bezüglich der inhaltlichen Ausgestaltung einer solchen Unterrichtseinheit festzustellen. So sehen Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler insbesondere Umwelt- und Entwicklungsthemen wie z.B. die Ressourcen- und Wasserknappheit, die Armut, die Energiewende, den Klimawandel oder das globale Bevölkerungswachstum sowie die komplexen wirtschaftlichen, ökologischen und sozialen Ursachen und Lösungsansätze dieser Probleme als gemeinsamen Kern (Rieckmann 2021, S. 10; DUK 2016, S. 12; KMK 2007; Bagoly-Simó 2014, S. 229; VENRO 2021, S. 19). Innerhalb dieser Kernthemen können sowohl nachhaltige als auch nicht nachhaltige Entwicklungsprozesse mit längerfristiger lokaler oder globaler Bedeutung und einem fächerübergreifenden Wissensanspruch gewählt werden (Haan 2002, 16 f.).

Künzli David et al. gehen noch einen Schritt weiter und betonen, dass grundlegende Einsichten und Erkenntnisse zur nachhaltigen Entwicklung an ausgewählten Beispielen gewonnen und auf andere Lebens- und Entwicklungssituationen übertragen werden können. So bedarf es im Sinne der Exemplarität und des Transfers zur Reflexion nachhaltiger Entwicklungen sowie zum Lernen und Mitgestalten der gesellschaftlichen Prozesse keiner konkreten, sondern allgemeiner ökologischer, soziokultureller und/oder wirtschaftlicher Inhalte (Künzli David et al. 2010, S. 219). Zudem müssen nach de Haan Inhalte im Kontext einer BNE „zugleich universell und lebensweltlich zukunftsrelevante Geltungsansprüche repräsentieren“ (Haan et al. 2008, S. 226).

Aus diesen Überlegungen heraus geben Künzli David et al. (2010, S. 219) und VENRO (2021, 19 f.) u.a. Themenbereiche und keine konkreten Inhaltsfelder als BNE- Unterrichtsinhalte an. Im Folgenden ist eine Auswahl solcher Themenbereiche aufgelistet:

Ökologische Perspektive	Soziale Perspektive	Ökonomische Perspektive
Wasser	Ernährung	Rohstoffe
Ozean	Energie	Katastrophenvorsorge
Ökosysteme	Kulturelle Vielfalt	Nord-Süd-Gefälle
Biologische Vielfalt	Frieden, Schutz	Konsum
Landwirtschaft	Armut	Ressourcenmanagement
Desertifikation	Bevölkerungsentwicklung	Globalisierung
Klimawandel	Hygiene; Gesundheit	Internationale Zusammenarbeit

Abbildung 2: BNE-Themenbereiche (eigene Darstellung)

Die hohe Komplexität der Themenbereiche und Entwicklungsfragen ist verbunden mit der Forderung des BNE-Konzeptes nach Problemlösungen mit einem regen Perspektivenwechsel sowie der Wahrnehmung sozio-kultureller Diversität. Sie erfordert ein fächerübergreifendes und fächerspezifisches (Vor-)Wissen. Die immer „weiter gehende Spezialisierung erschwert die notwendige interdisziplinäre bzw. fachübergreifende Zusammenarbeit und belegt die Notwendigkeit integrativer Ansätze“ (Schreiber und Siege 2016, S. 40). Ein integrativer Lernansatz der Mathematik und BNE erfordert die Unterschiedlichkeiten der verschiedenen Wissenschaftsarten hervorzuheben. Erst mit der konträren Bedeutung der Mathematik und der Naturwissenschaften in der Empirie bzw. Beschaffung von Daten und Kenntnissen werden Grundlagen für Diskurse über reale Entwicklungen und Handlungsalternativen geschaffen. Oder wie Klein und Rietschel es ausdrücken, braucht es in der heutigen Zeit ein Wahrnehmen der Schnittstellen zwischen Geistes- und Naturwissenschaften sowie ein gemeinsames Analysieren, wohl wissend, dass an der „bisherigen Koexistenz von Geistes- und Naturwissenschaften in Bereichen, die den Menschen betreffen, Konfliktsituationen entstanden“ sind (Klein und Rietschel 2007, S. 10). In diesem Sinne dient ein interdisziplinäres Gespräch mit wechselseitigem Anhören, Verstehen und Korrigieren nach Klein und Rietschel zum „Urauftrag aller Wissenschaften, nämlich der Befriedigung des fundamentalen Interesses der Menschen an Erkenntnis“ (Klein und Rietschel 2007, S. 10).

2.2 Der Bildungsauftrag der Mathematik

2.2.1 Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für Sekundarschulen

Der Bildungsauftrag der Schulmathematik

Als Schnittstelle zur Realität spielt die Verwendung der Mathematik sowohl in der Wissenschaft als auch im Alltag eine bedeutende Rolle. Deshalb geht es nach Winter im Mathematikunterricht darum, mathematische Zusammenhänge kennen und begreifen zu lernen. Es müssen Problemlösefähigkeiten entwickelt werden, die über die Mathematik hinausgehen (Winter 1995, S. 37). Kaiser strebt mit realitätsbezogenen Lernprozessen ein Erkennen, Erfahren sowie kritisches Reflektieren der praktischen Nutzungsmöglichkeiten von Mathematik an. Das Ziel ist die Ausbildung eines bewussten und kritischen Weltbildes sowie die Entwicklung zu mündigen Bürgerinnen und Bürgern. Außerdem müssen neben den pädagogischen auch psychologische Ziele, wie Einstellungen und Motivation, berücksichtigt werden (Kaiser 1995, S. 69 f.). Auch Weinert sieht im Mathematikunterricht die Aufgabe, über das bloße Faktenwissen hinaus anwendungsbezogenes Wissen, Schlüsselqualifikationen, Wertorientierungen, soziale Kompetenzen, Lernkompetenzen sowie Strategien des Erwerbs von „intelligentem Wissen“ zu vermitteln. Letzteres beschreibt Weinert als „ein wohlorganisiertes, disziplinär, interdisziplinär und lebenspraktisch vernetztes System von flexibel nutzbaren Fähigkeiten, Fertigkeiten, Kenntnissen und metakognitiven Kompeten-

zen“ (Weinert 2000 in Helmke 2022, 28 f.). So steht die heutige (Schul-) Mathematik u.a. vor zwei entscheidenden Aufgaben: Zum einen der Vermittlung der inhaltsgebundenen Mathematik und von fachlichen Kompetenzen, zum anderen der Schulung der fachübergreifenden Schlüsselkompetenzen durch die Verwendung der Mathematik in anderen Fächern bzw. Fachbereichen. Letzteres knüpft an die Ziele der mathematische Allgemeinbildung an, mathematisches Wissen funktional und flexibel einsetzen zu können (Weinert 2000 in Helmke 2022, S. 27; Pant et al. 2013, S. 24) und führt weg von den isolierten, kontextgebundenen Kenntnissen und Fertigkeiten, die lediglich zum Lösen eines schulischen Kanons typischer Mathematikaufgaben ausreichen.

Eine Grundlage für solch einen „modernen“ Mathematikunterricht legen die von der Kultusministerkonferenz der Länder entwickelten nationalen Bildungsstandards. Darin sind u.a. sowohl inhaltliche und fachliche Kompetenzen als auch fachübergreifende Schlüsselkompetenzen verankert, beispielsweise Selbst-, Methoden- und soziale Kompetenzen (Helmke 2022, S. 210). In der im nachfolgenden Abschnitt in Abbildung 3 enthaltenen Tabelle sind die zentralen Inhalte und Kompetenzen der Bildungsstandards detailliert aufgelistet.

[Die nationalen Bildungsstandards im Fach Mathematik für Sekundarschulen](#)

Die von der Bundesregierung in Auftrag gegebenen Bildungsstandards für das deutsche Bildungssystem entstanden in Anlehnung an die vom National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) entwickelten Standards (1998 und 2000) zur tiefgreifenden Reform des Unterrichts. Danach sollte im Mathematikunterricht zukünftig Wissen vermittelt werden, mit dem Lernende die Basisfertigkeiten zum Lösen mathematischer Probleme erhalten und welches auch in Anwendungssituationen erfolgreich eingesetzt werden kann (Klieme et al. 2003, 33 f.). Des Weiteren spielen in der methodischen Neuausrichtung das Explorieren, Begründen sowie das Reden über die Mathematik eine wesentliche Rolle. Auch die Lehrerrolle unterliegt den Reformen und soll sich weg vom Instruktor hin zum Unterstützer von Lernprozessen wandeln.

Die aus diesen Überlegungen erwachsenen einheitlichen Bildungsstandards für die Sekundarstufe 1 (Sek.1) in der Bundesrepublik Deutschland wurden 2003 (KMK 2003) verabschiedet. Innerhalb des jeweiligen Bildungssystems (Haupt- und Realschule bzw. Gesamtschule sowie Gymnasium) haben sie eine Steuerungsfunktion. Sie sind Schulfächer-spezifisch formuliert und spiegeln den wesentlichen Bildungsgehalt eines Faches wider. Die allgemeinen Bildungsziele können anhand der Leitideen der Output-Orientierung, der differenzierenden Abstraktions- sowie Erwartungsniveaus beschrieben werden (Reiss 2004, S. 635).

Die hessischen Bildungsstandards im Fach Mathematik

Mit der Etablierung der nationalen Bildungsstandards der KMK wurden gleichzeitig die Bundesländer aufgefordert, diese Standards in die ländereigenen Bildungspläne zu implementieren und anzuwenden. So folgten im Jahre 2012 in Hessen die Bildungsstandards und Inhaltsfelder mit einem neuen Kerncurriculum für die Sek.1 (HKM 2012). Diese sind analog zu den nationalen Standards schulfächerspezifisch formuliert und spiegeln mit der Schwerpunktlegung auf die Kompetenzbildung den wesentlichen Bildungsgehalt eines Faches wider. Hinter den in Abbildung 3 aufgelisteten Kompetenzen und Inhalten der Standards für die Sek.1 (HKM 2012) verbirgt sich eine Unterrichtsgestaltung mit komplexen Aufgaben, die den drei Anforderungsbereichen Reproduzieren, Zusammenhänge herstellen sowie Verallgemeinern und Reflektieren zuzuordnen sind (Reiss 2004, S. 640). Die Bedeutung der Standards liegt darin, „Qualitätsmerkmale festzulegen, die Schulbuchautoren, Lehrplanexperten, Lehrerausbilder und Testdesigner nutzen können, um ihr jeweiliges Produkt zu optimieren“ (Tate 2004 in Reiss 2004, S. 638).

Kompetenzen des Faches	Kompetenzorientierung	Kompetenzentwicklung im Kontext anderer Fächer	Überfachliche Kompetenzen	Leitideen-Inhaltliche Konzepte des Faches
Mathematisch argumentieren	Mathematik als Anwendung	Fachübergreifende Kompetenzen	Personale Kompetenz	Zahl
Mathematische Darstellungen verwenden	Mathematik als Struktur	Fächerverbindende Kompetenzen	Sozialkompetenz	Messen
Mathematisch modellieren	Mathematik als kreativer Umgang		Lernkompetenz	Raum und Form
Probleme mathematisch Lösen			Sprachkompetenz	funktionale Zusammenhänge
Umgang mit formalen symbolischen, technischen Elementen der Mathematik				Daten und Zufall
Mathematisch kommunizieren				

Abbildung 3: Kompetenzen, zusammengefasst aus den hessischen Bildungsstandards für die Sek.1 (HKM 2012) (eigene Darstellung)

Aus Sicht des Bildungssystems werden Kompetenzen häufig definiert als die „bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen“ (Bliesner-Steckmann 2017, S. 21). Demnach erwerben Lernende allgemeine mathematische Kompetenzen, indem sie sich mit Problemstellungen auseinandersetzen, deren Lösung mathematische Strukturen erfordern. Ergänzend hierzu werden in der Mathematik-Didaktik Kompetenzen als motivationale, volitionale und soziale Bereitschaften und Fähigkeiten angesehen, um Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können. Weinert (2001) betont, dass

Kompetenzen nicht nur das Handeln-Können, sondern ebenso das Handeln-Wollen beschreiben (Weinert 2001 in Bliesner-Steckmann 2017, 22 f.).

In den folgenden Kapiteln 2.2.2 und 2.2.3 werden die in Abbildung 3 tabellarisch aufgeführten Kompetenzen und Inhalte aus den hessischen Bildungsstandards für Mathematik (Sek.1) weiterführend und tiefergehend erläutert.

2.2.2 Die Kompetenzen der Bildungsstandards Mathematik (Sek.1)

„Mathematisch argumentieren“ (K1) und „Mathematisch kommunizieren“ (K6)

Die deutschen Bildungsstandards sprechen von „Mathematisch argumentieren“ (HKM 2012, S. 13) und machen mit dieser Präzisierung des Begriffs deutlich, dass es sich hierbei nicht um alltagsnahes Argumentieren handelt, sondern um spezifisch in der Mathematik lokalisiertes und durchgeführtes innermathematisches Argumentieren (Blum et al. 2012, 36 f.). Dies fordert ein fachwissenschaftliches Verständnis von Beweisen. Verlangt wird ein streng logisches Argumentieren und logisches Schließen (Brunner 2014, S. 32). Reiss (2002) schärft den Begriff des Argumentierens noch weiter aus und betont, dass der Anspruch des „logisch konsistenten Argumentierens, des stichhaltigen Begründens und die Formulierung eines Beweises“ (Reiss 2002, 2 f.) nicht vergleichbar ist mit der Argumentation auf der Grundlage der alltäglichen Logik. Die Kompetenz des mathematischen Argumentierens liefert in dieser Hinsicht ein entscheidendes Fundament für ein alltagsbezogenes Argumentieren, ein Argumentieren mit mathematischen Mitteln. Vohns (in Budke et al. 2015, S. 124) bezeichnet die Diskrepanz von „Argumentationen in der Mathematik“ und „Mathematik in Argumentationen“ allerdings als falsche Dichotomie. Die auf die Strukturwissenschaft Mathematik bezogene Argumentation gestaltet sich anders als die Argumentation in der Angewandten Mathematik sowie in der Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts. Letzteres ist nach Vohns aber eine Basis für die fachliche „Argumentation(skultur)en als Teil politischer Bildung“ (Budke et al. 2015, S. 123).

Mit den Argumentations-Kompetenzen eng verwoben ist das „Mathematische Kommunizieren“ (HKM 2012, S. 12). Hier nutzen die Lernenden Fachbegriffe, Umgangssprache und geeignete Medien, um ihre Überlegungen und Lösungswege darzustellen, zu dokumentieren und zu präsentieren. Zur Kommunikation über mathematische Zusammenhänge gehört es auch, Äußerungen und Texte zu mathematischen Inhalten zu verstehen und zu überprüfen.

„Problemlösen“ (K2)

„Mathematisches Problemlösen“ (HKM 2012, S. 13) im Sinne der KMK-Bildungsstandards findet statt, sobald in einer Situation nicht unmittelbar ein Lösungsverfahren angewendet werden kann. In diesen Fällen muss ein Lösungsweg entwickelt oder ausgewählt werden

und somit eine kreative und selbstbestimmte Auseinandersetzung mit der mathematischen Lernsituation erfolgen (Mathematik als kreativer Umgang). Der Problemlöseprozess kann durch ein schrittweises Analysieren und Erfassen der möglichen mathematischen Fragestellungen innerhalb der Problemsituation, durch Entwickeln von Lösungsideen, das Planen von (alternativen) Lösungswegen sowie Treffen von Entscheidungen beschrieben werden. Ein wesentlicher Bestandteil des Problemlösens ist die Reflexion von Lösungswegen bzw. -strategien. Die allgemeine Problemlösefähigkeit kann durch Teilkompetenzen aufgrund der im Arbeitsprozess gewonnenen Erkenntnisse beschrieben werden, die anschließend auf andere Anwendungssituationen übertragen werden können. Das in den Bildungsstandards charakterisierte Problemlösen kann inner- und außermathematisch sein (Greefrath 2018, 66 f.).

„Mathematische Darstellungen verwenden“ (K4) und „Symbolische, formale und technische Elemente“ (K5)

Lernende sollen im Rahmen der „Mathematischen Darstellungen“ (HKM 2012, S. 12) lernen, sich gegenseitig ergänzende Darstellungsformen, wie z.B. Tabelle, Graph, Text, interpretieren, auswählen und anwenden sowie zwischen ihnen hin und her wechseln zu können. Durch den Erwerb der Fähigkeit, mit „symbolischen, formalen und technischen Elementen“ der Mathematik (HKM 2012, S. 13) umzugehen, können u.a. mathematische Verfahren und Werkzeuge verwendet und Zusammenhänge strukturiert dargestellt werden. Von besonderer Wichtigkeit sind diese Kompetenzen im Rahmen von (anwendungsbezogenen) Problemlöse- und Modellierungsaufgaben, insbesondere wenn Lernende aufgefordert werden, symbolische und formale Sprache in Umgangssprache und umgekehrt zu übersetzen.

„Mathematisches Modellieren“ (K3)

In den Bildungsstandards Mathematik ist das „Mathematische Modellieren“ (HKM 2012, S. 13) für den Mittleren Schulabschluss als verbindlich ausgewiesen, wobei bzgl. der Schulformen sowie der Jahrgangsstufen eine Präzisierung in den Bildungsstandards gegeben ist (Rellensmann 2018, S. 7). Durch mathematische Modellierungen sollen Lernende mathematische Zusammenhänge an der Schnittstelle der Mathematik zum Rest der Welt kennen und begreifen lernen. Auf diese Weise gewinnen sie sowohl interessante Einblicke in die Realität als auch in die Mathematik. Nach Körner werden die inhaltsorientierten Ziele der mathematischen Modellierung (Mathematik zur Erschließung der Umwelt) ergänzt durch prozessbezogene (Förderung allgemeiner mathematischer Kompetenzen) sowie allgemeine Ziele (Körner 2021, S. 90). Die allgemeinen Ziele verfolgen die Vermittlung eines ausgewogenen Bildes von der Mathematik als Wissenschaft sowie die Entwicklung der Lernenden zu mündigen Bürgerinnen und Bürgern (Kaiser 1995, 69 f.).

Im Umgang mit Sachkontexten konnte Busse (2013) mit dem realitäts- und mathematikgebundenen sowie dem integrierenden und ambivalenten Aufgabentyp insgesamt vier Idealtypen von Modellierungsaufgaben identifizieren. Während die realitätsgebundene Aufgabe außermathematische Begriffe und Methoden als „lösungsleitende Argumentation“ verwendet, nutzt die mathematikgebundene Aufgabe den Sachkontext lediglich zur Illustration. Der Lösungsprozess an sich wird ausschließlich mit mathematischen Methoden durchgeführt. Beim integrierenden Aufgabenstil wird „das Problem in seinem realen Umfeld wahrgenommen“ und durch mathematische Methoden gelöst. Das sachkontextuale Vorwissen fließt somit „in die Mathematisierung des Problems und in die Validierung der Lösung ein. Im Lösungsprozess werden mathematische Methoden verwendet“ (Busse 2013, S. 64). Bei einer ambivalenten Aufgabe findet kein produktives Zusammenführen der innerlichen sachkontextnahen Argumentation und der äußerlich mathematiknahen Begründungen statt (Busse 2013, S. 65). Alle vier Modellierungs-Aufgabentypen greifen im Übersetzen zwischen der Realität und der Mathematik zum einen auf Modellierungskompetenzen zurück, die als Verstehen des Problems, Vereinfachen, Mathematisieren, mathematisches Arbeiten, Interpretieren und Validieren beschrieben werden können (Greefrath et al. 2013, 19 f.). Zum anderen nutzen sie das „mathematische Lesen“ (Schukajlow 2013, S. 129), das als notwendiges Wissen in einer modernen Gesellschaft besonders gefördert werden soll (Schukajlow 2013, S. 126).

Idealtypisch vollzieht sich der Modellierungsvorgang (nach Eichler und Vogel 2013, S. 165) in verschiedenen Schritten, beginnend mit der Formulierung erkenntnisleitender Fragen zum Ausgangsproblem über die Entwicklung eines Situations- und Realmodells hin zur Bildung eines mathematischen Modells. Die inhaltliche wie formale Weiterverarbeitung mithilfe mathematischer Werkzeuge liefert mathematische Resultate, die in den Kontext der realen Ausgangssituation gestellt, analysiert, interpretiert und validiert werden müssen (Borromeo Ferri, 2006, S. 92; Blum & Leiß, 2005). Vollstedt betont, dass das mathematische Modellieren, Kommunizieren oder Argumentieren mehr erfordert als „das Beherrschen bestimmter Inhalte und Aufgabenstellungen“ (Vollstedt et al. 2015, S. 584).

Greefrath hat unter Auswertung internationaler und nationaler Diskussionen Anwendungen und Modellierungen aus sechs unterschiedlichen Perspektiven des Modellierens herausgearbeitet (Greefrath et al. 2013, S. 22). Da für die vorliegende Studie die Perspektiven des epistemologischen oder theoretischen³ Modellierens sowie des kognitiven⁴ Modellierens kaum relevant sind, sollen im Folgenden nur die zentralen Perspektiven des

³ Das epistemologische oder theoretische Modellieren geht auf eine wissenschaftlich-humanistische Perspektive beim Modellieren zurück. Die verwendeten Textaufgaben sind oft bewusst künstlich und realitätsfern gewählt.

⁴ Das kognitive Modellieren stellt Forschungsziele einer Art Metaperspektive in den Mittelpunkt. Es werden beispielsweise Modellierungsrouten von einzelnen Lernenden untersucht.

pädagogischen, sozio-kritischen, kontextuellen sowie des realistischen oder angewandten Modellierens, bezugnehmend auf Greefrath et al. (2013), in den Blick genommen werden. Kontextuelle Modellierungsaufgaben schaffen durch ihre gegebene Realitätsnähe Anreize und eine höhere Motivation der Lernenden zur argumentativen Auseinandersetzung mit Problemstellungen. Das realistische bzw. angewandte Modellieren verfolgt ebenso inhaltsbezogene Ziele mit der Absicht, reale Probleme zu lösen und damit ein besseres Verständnis der realen Welt mit Modellierungskompetenzen zu verbinden. Diese Art von Modellierung stellt reale und vor allem authentische Probleme ins Zentrum, mit denen sich Mathematiker und Mathematikerinnen aus Industrie und Wissenschaft beschäftigen. Das sozio-kritische Modellieren verfolgt dagegen ein kritisches Verständnis der Welt und beleuchtet die Rolle der Mathematik in der Gesellschaft sowie die der mathematischen Modelle. Das pädagogische Modellieren möchte u.a. mit dem begrifflichen Modellieren ein Metawissen über die Beurteilung der Angemessenheit von verwendeten Modellen vermitteln oder mit dem didaktischen Modellieren die Lernprozesse beim Modellieren fördern (Greefrath et al. 2013, 21 f.).

Die drei Anforderungsbereiche des mathematischen Modellierens in den hessischen Bildungsstandards knüpfen direkt daran an (HKM 2003, S. 14), indem sie eine Kategorisierung der Anforderungen von Modellierungsaufgaben vornehmen. So zählt z.B. zum ersten Anforderungsbereich das Nutzen von vertrauten und direkt erkennbaren Modellen, um einfache Erscheinungen aus der Erfahrungswelt mathematischen Objekten zuzuordnen. Der zweite Anforderungsbereich erfordert mehrere und komplexere Schritte der Modellierung. Die Ergebnisse der Modellierung müssen interpretiert und einer passenden Situation zugeordnet oder überprüft werden. Auf die höchste Abstraktionsebene bezieht sich der dritte Anforderungsbereich, der die Modellierung einer komplexen oder unvertrauten Situation sowie die Reflexion und kritische Beurteilung der verwendeten mathematischen Modelle fordert (Rellensmann 2018, S. 8).

2.2.3 Die strukturelle Verankerung des Fächerübergreifss

Mathematik im Fächerkanon

Aus rein pragmatischer Sicht können Mathematik-Lerninhalte dabei helfen, reale Umweltsituationen, Probleme und Phänomene zu verstehen und zu bewältigen. Mit einer entsprechenden fachdidaktischen Gestaltung und Aufarbeitung sind solche Inhalte ein bindendes Glied zwischen den unterschiedlichsten Fachdisziplinen wie z.B. Politik und Wirtschaft, Naturwissenschaften, Kultur und Ethik (Kaiser 1995, S. 70). Mit der Ausbildung innermathematischer Strategien und deren flexibler Nutzung liefert das Fach Mathematik einen Beitrag zur Erweiterung der Denkfähigkeit Lernender sowie die Grundlage zur Bewältigung von Anforderungen aus der unmittelbaren Lebenswelt und zur Gestaltung der Zukunft. Output-

und kompetenzorientierte Anwendungsbezüge bieten die Möglichkeit, Lernende auf eine umfassende gesellschaftliche Teilhabe im Sinne des mündigen Bürgers und der mündigen Bürgerin vorzubereiten (Kaiser 1995, S. 66). Die Fähigkeiten und Kompetenzen für ein selbstorganisiertes Handeln und anforderungsgerechtes Verhalten gründen auf den fachlichen, fachübergreifenden und überfachlichen Problemstellungen sowie auf den konkreten und zentralen Inhalten des Faches (Reiss 2004, S. 639). Diese Dimensionen des Lernens sind in den Hessischen Bildungsstandards wie folgt verankert und werden im Weiteren kurz erläutert:

- I. die überfachlichen Kompetenzen (HKM 2012, S. 8–10)
- II. die fächerverbindenden, fachübergreifenden Kompetenzen (HKM 2012, S. 13)
- III. die Inhaltsfelder bzw. Leitideen (HKM 2012, S. 14)
- IV. die Dimensionen Struktur, Anwendung und kreativer Umgang der Mathematik (HKM 2012, S. 11)

Hessische Bildungsstandards und Inhaltsfelder für Sekundarschulen	(HKM 2012)
... umfassende Persönlichkeitsbildung...	Seite 5
... vielschichtige Handlungskompetenz,	Seite 8
... aktive Ausübung der (Mit-)Gestaltungsrechte...	Seite 8
... Selbstwahrnehmung; Selbstkonzept; Selbstregulierung ...	Seite 9
... Rücksichtnahme und Solidarität ...	Seite 9
... Kooperation und Teamfähigkeit...	Seite 9
... Interkulturelle Verständigung...; ... Umgang mit Konflikten ...; ... gesellschaftliche Verantwortung...	Seite 10
... versetzen sich in die Lage anderer (Empathie, Perspektivenübernahme), erfassen und reflektieren den Stellenwert ihres eigenen Handelns.	Seite 9
... Wahrnehmung kultureller Prägung von Kommunikation, Handlungen, Werthaltungen und Einstellungen...	Seite 10
... Reflexion eigener Positionen und Überzeugungen ...	Seite 10
... Mitverantwortung innerhalb der demokratischen Gesellschaft ...	Seite 10
Mathematik bildet eine Grundlage für die Bewältigung von Anforderungen aus der unmittelbaren Lebenswelt und zur Gestaltung der Zukunft ...	Seite 11
Mathematische Bildung ermöglicht es, sich im Alltag zu orientieren und sich konstruktiv mit den Entwicklungen in der Gesellschaft auseinanderzusetzen ...	Seite 11

Abbildung 4: Bezugspunkte einer BNE aus den hessischen Bildungsstandards für den Mathematikunterricht (HKM 2012) (eigene Darstellung)

- Zu I: In Abbildung 4 sind einige Bezugspunkte überfachlicher Kompetenzen aufgelistet.
- Zu II: Die Lernenden sollen die Kompetenzen erwerben „in Verantwortung für sich und andere“ und „mit dem Ziel der Erschließung und Aneignung von Welt“ (HKM 2012, S. 13).
- Zu III: Die Bildungsstandards kategorisieren die fachlichen Inhalte in Leitideen mit Begriffen, Theorien und Modellvorstellungen sowie in Inhaltsfelder, die beide Phänomene erfassen, die man sieht, wenn man die Welt mit mathematischen Augen betrachtet.
- Zu IV. Die mathematische Bildung ermöglicht, „sich im Alltag zu orientieren und sich konstruktiv mit den Entwicklungen in der Gesellschaft auseinanderzusetzen“ (HKM 2012, S. 11). So zeigt sich:
- Mathematik in der Anwendung: unentbehrliches Werkzeug, um „die Umwelt zu verstehen und Anforderungen des Alltags zu bewältigen“ (HKM 2012, S. 10);
 - Mathematik als Struktur: Sprache, Symbole, Formeln (HKM 2012, S. 10);
 - Mathematik als kreativer Umgang: selbstbestimmt mit Situationen umgehen und Probleme mit mathematischen Mitteln lösen (HKM 2012, S. 10).

Die Nutzung der verschiedenen Dimensionen der Mathematik setzt eine Lernumgebung voraus, die Eigenaktivität und Neugier der Lernenden anregt. Nach Graumann et al. sind realitätsbezogene Aufgaben als der Ausgangspunkt von Lernprozessen zu betrachten. Sie dienen dem Üben von Methoden und Begriffsbildungen und zielen auf ein besseres Memorieren mathematischer Inhalte ab. Durch einen stärkeren Realitätsbezug werden mathematische Begrifflichkeiten und Verfahren für Lernende anschaulicher und deutlicher. Ein angemessenes und umfassendes Verständnis mathematischer Inhalte kann insbesondere dann erreicht werden, wenn Realitätsbezüge im Mathematikunterricht bei den individuellen Erfahrungen und Lebenswelten der Lernenden ansetzen (Kaiser 1995, S. 69).

2.2.4 Die Lernaufgabe als Dreh- und Angelpunkt des Lehr-Lern-Prozesses

Der mit den Bildungsstandards angestrebte Wissens- und Kompetenzaufbau kann durch die Strukturierung des Lernangebots sowie durch Lernprozesse mit ausreichenden Möglichkeiten, vorhandenes und neues Wissen zu integrieren, besonders erfolgreich gesteuert und systematisch unterstützt werden (Reinfried 2016, S. 6). Nach Borromeo Ferri et al. (2013) und Blömeke et al. (2006) trägt zu einer guten Unterrichtsqualität - neben dem Lehren und Lernen - der Inhalt einer Lernaufgabe entscheidend bei. Der Erfolg des Lehr-Lern-Prozesses hängt auch von der didaktischen Qualität der Lernaufgabe ab (Blömeke et al. 2006, S. 330; Borromeo Ferri et al. 2013, S. 3). Aus diesem Grund können Lernaufgaben in ihrer zentralen Rolle in der Unterrichtsplanung, -durchführung- und -evaluation auch Einfluss darauf nehmen, welche Art von Lernprozessen im Unterricht initiiert werden. Als „Mitgestalter“ von Unterricht können sie „individuelle Lernprozesse unterstützen und soziale sowie personale Kompetenzen fördern“ und so „zum Handeln in der Gesellschaft, der Bewältigung und Gestaltung des eigenen Lebens ausbilden“ (Reinfried 2016, S. 5). Zusammengefasst lassen sich Lernaufgaben als ein pädagogisch-didaktisches Instrument

beschreiben, mit dem „die Monotonie des fragend-entwickelnden Unterrichts“ aufgebrochen und „vertiefere Lernprozesse“ ermöglicht werden (Reinfried 2016, S. 7). Nach Gerdsmeier zählen beispielsweise Entscheidungsaufgaben, Aufgaben zur Begriffsbildung, Aufgaben zur Exploration und Hypothesenbildung bzw. -prüfung, Entdeckungsaufgaben, Aufgaben zur Bildung moralischer Urteile, Analyseaufgaben, Gestaltungsaufgaben, Schätzaufgaben, Interpretationsaufgaben sowie kreative Aufgaben zu einem Typus von Lernaufgaben, deren Fokus auf dem Lehr-Lern-Prozess an sich liegt und nicht auf dem Ergebnis (Gerdsmeier 2004, S. 25). Gerdsmeier unterscheidet einerseits zwischen eher gut strukturierten, weniger komplexen und offenen „traditionellen Aufgabenformaten“ und andererseits den „unfertigen“ und „unüblichen“ Aufgaben (Gerdsmeier 2004, S. 32), die sich, wie in Abbildung 5 dargestellt, durch eine zunehmende Komplexität, Offenheit und abnehmende Strukturiertheit auszeichnen. Besonders hervorzuheben ist der Wandel von hoher Fremdsteuerung bei einer traditionellen Aufgabenstellung hin zu hoher Selbststeuerung bei den unüblichen und unfertigen Aufgaben. Dies beruht auf der sehr offenen Aufgabenformulierung, der Komplexität und den eher schlecht strukturierten bzw. unbestimmten Annahmen bezüglich der Wirklichkeit.

	Traditionelle Aufgabenformate	unfertige Aufgaben	unübliche Aufgabenformate
Annahme über Wirklichkeit	eher gut strukturiert	eher schlecht strukturiert	Unbestimmt
Komplexität	sehr gering bis hoch	hoch	eher hoch
Offenheit	gering	hoch	eher hoch
Steuerung	hohe Fremdsteuerung	hohe Selbststeuerung	eher hohe Selbststeuerung

Abbildung 5: Aufgabenformate nach Gerdsmeier (2004, 32 f.) (eigene Darstellung)

Ergänzend hierzu wird in der Mathematik-Didaktik unterschieden zwischen eingekleideten Aufgaben, die Rechnungen ohne echten Realitätsbezug fordern, Textaufgaben, bei denen die Sache im Prinzip austauschbar ist, sowie Sachaufgaben, bei denen Umweltprobleme im Vordergrund stehen (Greefrath et al. 2013, 23 f.).

Unter die letztgenannte Kategorie fallen die mathematischen Modellierungsaufgaben, die reale Probleme vereinfachen, indem sie sie in ein mathematisches Problem umwandeln, lösen und dann in die Realität zurückführen (Greefrath et al. 2013, S. 24). Bei diesem Verfahren gilt der Modellierungsprozess in besonderem Maße als authentisch bzw. realistisch. Entscheidend ist ein Übersetzungsprozess. Hier findet die Bearbeitung der Problemstellung nicht nur auf der Seite der Mathematik statt (Kap. 2.2.2), wie es z.B. bei den „eingekleideten Textaufgaben“ der Fall ist, sondern die Realität steht fakten- und datenbasiert im Fokus

mathematischer Überlegungen (Greefrath et al. 2013, S. 23; Henn und Müller 2013, S. 205). Des Weiteren decken Textaufgaben und eingekleidete Textaufgaben nur einfache Anwendungen der für das mathematische Modellieren typischen Prozesse ab (Blum 2011, S. 19). An den etwas anders gelagerten Kategorisierungen von Lernaufgaben nach Gerdsmeier (2004) und Borromeo Ferri et al. (2013) wird deutlich, dass es keine einheitliche Definition des Begriffs „Lernaufgabe“ und kein allgemein gültiges Schema zur Klassifikation von Lernaufgaben gibt. Die Mathematik-Didaktik ist sich allerdings auch darin einig, dass, wie Bruder et al. (2005) es ausdrückt, ein „Abarbeiten“ von Aufgabenplantagen mit u.a. eingekleideten Aufgaben bzw. Textaufgaben aus standardisierten Tests oder Schulbüchern nicht zu einem potenziell möglichen Erkenntniszuwachs und zu einem selbstgesteuerten Lernprozess oder einer selbstreflexiven Tätigkeit bei den Lernenden führen kann. Hierzu bedarf es besonderer Aufgaben (Bruder et al. 2005, S. 7).

Ein Blick in die verschiedenen Generationen von Schulbüchern zeigt einen Trend zu einem verstärkten Angebot an Modellierungsaufgaben. Dies zeigen beispielsweise die Projektseiten im Schulbuch „Mathematik heute“, die fächerübergreifende komplexere Sachzusammenhänge behandeln (Griesel & Postel 2012 in Reit 2016, S. 30). Eine Studie von Fey (2015) ergab, dass das Schulbuch im Mathematikunterricht von über 80 % der Lehrpersonen häufig bis jede Stunde eingesetzt wird (Holzäpfel et al. 2020, S. XIV). Diese Ergebnisse führten dazu, dass Schulbuchaufgaben in die Fallstudie dieser Arbeit mit einbezogen wurden.

Ergänzend hierzu differenzieren Horsley und Sikorova (2014) nach einer durchgeführten Lehrerbefragung, dass Lehrpersonen das Schulbuch als Grundlage der Unterrichtsgestaltung zum einen in Form einer Informationsquelle zur Weitergabe von Wissen nutzen. Zum anderen dient das Schulbuch aber auch, bei einem konstruktivistischen Lehrverständnis, als Ausgangspunkt und Basis für Aktivitäten und Nachforschungen. Weitere Studien betonen, dass Mathematik-Schulbücher eine wichtige Funktion in den Bereichen Festigung (Wiederholung, Aufgaben) und Unterrichtsvorbereitung (der Lehrpersonen) einnehmen. Schulbücher erfassen und strukturieren in Anknüpfung an die Bildungsstandards den Wissens- und Kompetenzen-Kanon und steuern dessen Vermittlung (Zala-Mezö et al. 2021, S. 108 und 112 f.).

Da das Schulbuch den Bezug zu den Bildungsstandards und zum Kerncurriculum herstellt (Zala-Mezö et al. 2021, S. 107), BNE aber bislang noch nicht in den hessischen Bildungsstandards für Mathematik verankert ist, kann ein Aufgabentyp, der den in Kapitel 2.1.5 beschriebenen Kriterien einer BNE-Lernaufgabe erfüllt, in einem Schulbuch nicht unbedingt erwartet werden.

2.2.5 Mathematisches Modellieren - Grenzenlose Möglichkeiten

Ein bedeutend großer Teil der Art, wie wir unsere Umwelt verstehen, besteht aus empirisch erhobenen und/oder visualisierten Beobachtungen, z.B. gesammelten Messdaten. Die Anwendung mathematischer Methoden oder die Konstruktion datenkompatibler Modelle können zu quantitativen Aussagen über das Verhalten eines Systems führen. Dies kann z. B. erreicht werden, wenn das Verhalten eines Systems unter verschiedenen Bedingungen vorausgesagt und dann mit entsprechenden weiteren Messungen verglichen wird. Ein neues Problem kann unter Umständen eine neue Modellierung erfordern, auch dann, wenn der gleiche Gegenstand betrachtet wird. Hieraus entstehen vielfältige Modelle, die aus dem Ansatz heraus zwar nicht eindeutig, aber trotzdem in sich widerspruchsfrei, stimmig und zweckmäßig sein müssen (Greefrath et al. 2013, S. 13). Im Rahmen eines Modellierungsprozesses kann nur ein bestimmter Ausschnitt der Wirklichkeit in eine mathematische Form gebracht werden (Henn und Maaß 2003, S. 5), wobei allerdings mehrere Perspektiven möglich sind. Dieser Prozess des Modellierens, ergänzt durch ein stetiges Validieren, um das Modell zu optimieren, gleicht im Prinzip einem unbegrenzten Iterationsverfahren mit dem Ziel, eine möglichst hohe Genauigkeit zu erreichen. In diesem Sinne bietet die Mathematik als Hilfs- und Strukturwissenschaft die Möglichkeit, zur Klärung eines realen Problems beizutragen. Dabei werden, ausgehend von einem realen Problem, mathematische Modelle wie z.B. Statistiken, grafische Darstellungen, Funktionsschemata oder mathematische Gleichungen konstruiert. Modellieren als Konzept macht es also möglich, ein von der Natur vorgegebenes oder vom Menschen hergestelltes System vereinfacht darzustellen, unter ausschließlicher Berücksichtigung bestimmter Eigenschaften dieses Systems. Dieses Vorgehen, einen Teil der Wirklichkeit vom Rest der Welt abzutrennen, verfolgt das Ziel, eine gut nachvollziehbare Vereinfachung des Systems zu erreichen, um so die Anwendung mathematischer Methoden überhaupt zu ermöglichen (Ebenhöh 1990, S. 6). Dabei werden Strukturelemente in den Blick genommen, die für wesentlich gehalten werden.

Dieser reduktionistische Ansatz stößt allerdings auch auf Kritik. Für ein ganzheitliches Begreifen der Welt bedarf es eines reflektierten Denkens in größeren Zusammenhängen, einer Synthese und nicht einer Unterteilung der „Welt als ein dynamisches System“ in immer kleinere Stücke. Zwar ist dies eine Voraussetzung für die Anwendung mathematischer Methoden und das Erzielen mathematischer Resultate (Henn und Maß 2003 in Greefrath et al. 2013, S. 12), ein isoliertes Betrachten von Teilsystemen aufgrund der Komplexität und der vielfältigen Wechselwirkungen reicht jedoch nicht aus, um ein umfassendes Verständnis für die Realität zu bilden (Imboden und Koch 2008, 2 f.). Folglich werden hier die Grenzen der Bearbeitung eines realen Problems mit mathematischen Methoden deutlich. Modelle müssen daher immer kritisch betrachtet werden, da völlig verschiedene Modelle für das gleiche System erstellt werden können, abhängig von der Betrachtungsweise, der Intention oder

der Fragestellung. So werden in dem mathematischen Modell die Wechselwirkungen zwischen den miteinander verknüpften Teilen des Systems sowie zwischen diesen und der Umwelt mathematisch formuliert, wodurch die Teile des Systems berechenbar werden (Imboden und Koch 2008, S. 9). Entsprechend ermöglicht das Erstellen von Modellen, quantitative Aussagen zu bestimmten Ausschnitten der Wirklichkeit zu treffen (Greefrath et al. 2013, S. 13).

Dieser Prozess des Modellierens wird auch in anderen Fachgebieten genutzt. Ursprünglich bedienten sich vor allem die Natur- und Ingenieurwissenschaften dieser Methode, insbesondere die Physik und Chemie, um in sich konsistente und widerspruchsfreie Theorien zu entwickeln. Vor allem die Entwicklung der systemorientierten Naturwissenschaften, wie Ökologie und Umweltwissenschaften, wäre ohne mathematische Modelle nicht möglich gewesen. Ebenso wird mathematische Modellierung in der Ökonomie erfolgreich angewendet. Selbst vor den Sozial- und Geisteswissenschaften machte diese Entwicklung nicht halt, Die Informatik trug schließlich durch die numerische Simulation von Modellen zum exakten Lösen von komplexen Aufgaben bei (Imboden und Koch 2008, 8 f.). Simulationen können Erkenntnisse über das im Modell dargestellte reale System oder das Modell selbst liefern und werden auf Grundlage von mathematischen Modellen häufig mit dem Computer durchgeführt (Greefrath et al. 2013, S. 14).

2.2.6 Kriterien einer Modellierungsaufgabe

Maaß hat in ihrem ZDM-Artikel 2010 darauf hingewiesen, dass es sehr viele verschiedene Arten und Klassifikationen von realitätsbezogenen Modellierungsaufgaben gibt und zugleich in einem Design Research ein umfassendes, systematisierendes Klassifikationschema entwickelt (Maaß 2010, S. 296). Mit diesem Überblick auf der Basis verschiedener Modellierungsansätze nach u.a. Blum, Borromeo Ferri, Burkhardt, Schoenfeld und Leuders verfolgte Maaß das Ziel, den „Design- und Auswahlprozess von Modellierungsaufgaben für bestimmte Ziele und Zielgruppen“ zu steuern (Maaß 2010, 296 f.). Das Schema wurde in zwei Schritten erarbeitet und beruht auf einer theoretischen Aufarbeitung und einer anschließenden Validierung durch ein Expertenrating von 12 Modellierungsexperten und -expertinnen aus verschiedenen Ländern. Es umfasst die folgenden neun Kategorien mit einer größeren Anzahl an Unterkategorien (Maaß 2010, S. 296):

1. „Focus of modelling activity“: fragt nach Art und Umfang der Modellierungstätigkeiten.
2. „Data“: fragt nach den zur Verfügung gestellten Daten (Unter- bzw. Überbestimmtheit der Aufgabe).
3. „Nature of the relationship to reality“: fragt nach dem Verhältnis des Aufgabenkontexts zur Realität (Authentizität).
4. „Situation“: fragt nach dem persönlichen oder wissenschaftlichen Kontext der Aufgabe.
5. „Type of model used“: fragt nach dem deskriptiven oder normativen Modell.

6. „Type of representation“: fragt nach der Darstellungsart (Text, Bild, Material).
7. „Openness of a Task“: fragt nach der Offenheit des Themas bzw. der Modellierungsaufgabe.
8. „Cognitive demand“: fragt nach der kognitiven Anforderung bestimmter Kompetenzen (wie z.B. logisches Denken, innermathematisches Arbeiten etc.).
9. „Mathematical content“: fragt nach dem mathematischen Rahmen dieser Aufgabe.

Ergänzend und eng verbunden mit der „Openness of a Task“ sieht Maaß das Differenzierungsvermögen einer Aufgabe (Maaß 2010, S. 293), das nach Büchter und Leuders (2009) einen besonders wichtigen Beitrag zu einem besseren Verständnis mathematischer Inhalte liefert. Büchter und Leuders bezeichnen die drei Aspekte Offenheit, Authentizität und Differenzierungsvermögen als die wichtigsten Merkmale von Modellierungsaufgaben, die laut den Autoren auch einen besonderen Beitrag zu deren Qualität liefern (Büchter und Leuders 2009, 73 f.).

In Hinblick darauf, dass es Ziel dieser Fallstudie ist, Modellierungsaufgaben im Kontext von BNE zu charakterisieren und einen Weg zur Konzeption einer BNE-Modellierungsaufgabe zu entwickeln, soll die Trias „Offenheit, Authentizität und Differenzierungsvermögen“ die Basis der folgenden Fallbeispielanalyse bilden. Die Autoren vereinen in ihrem Buch „Mathematikaufgaben selbst entwickeln“ (Büchter und Leuders 2009, 24f.) analog Merkmale und Konzeption von Modellierungsaufgaben miteinander. Die drei der Analyse von realitätsbezogenen Modellierungsaufgaben zugrunde gelegten Kriterien werden im Folgenden kurz erläutert.

Authentizität

Die Lernenden müssen dazu angeregt werden, ihre eigenen Erfahrungen in die Modellierung einzubringen, neue Fragen zu stellen, diesen auf mathematischer sowie kontextueller Ebene nachzugehen und ihre eigene Sicht auf die Realität reflektieren. Auf diese Weise können sie „Modellierungskompetenzen erwerben, die Wirkungsweise des Erkenntnis- und Gestaltungswerkzeugs Mathematik erleben und die Mathemathikhaltigkeit unserer Welt erkennen“ (Büchter und Leuders 2009, S. 76). Für den Lernprozess, für ein Anregen und Ermöglichen mathematischer Tätigkeiten und eines Transfers auf vergleichbare Situationen, ist ein Anknüpfen der Aufgabenstellungen an ein altersgerechtes reales Thema unerlässlich (Büchter und Leuders 2009, S. 86). Die Lernmotivation zur aktiven Mitarbeit wird durch die Wechselwirkung von situativen Anforderungen - repräsentiert durch Aufgaben - und individuellen Bedürfnissen geprägt.

Büchter und Leuders (2009, S. 85) fassen die Anforderungen an eine authentische Modellierungsaufgabe mit folgenden zwei Aspekten zusammen:

1. Lernende werden dazu angeregt, sich aktiv am Finden von Fragestellungen, Begriffen und Vermutungen zu beteiligen.

2. Der Modellierungsprozess verläuft nicht linear und endet nicht nach der Ergebnisberechnung, sondern es entstehen weitere, verfeinerte und/oder fortschreitende Modellierungen, die dazu motivieren, abgesicherte Zusammenhänge tiefer verstehen zu wollen.

Nach Bruder verfolgen authentische Modellierungsprobleme den Ansatz des ganzheitlichen Lernens und können letztendlich auch zu einer individuellen Konsequenz der Handlung führen. Die Authentizität bezieht sich nicht nur auf den realen Kontext einer Aufgabe, sondern auch auf das Wissen um die Abhängigkeiten der Ergebnisse von den Modellierungsparametern und -ansätzen. Authentisches Modellieren in der Schule bedeutet auch, dass Lernende die Möglichkeit haben, die Modellierung aktiv in allen Schritten des Modellierungsvorgangs zu erarbeiten und die Auswirkungen verschiedener Parameter sowie die mehrperspektivische Durchleuchtung der Thematik zum Vernetzen der Perspektiven und Ausschnitte der Realität zu nutzen (Bruder et al. 2005, 3 f.).

Offenheit der Aufgabenstellung

Die Offenheit einer Aufgabe wird nach Bruder et al. (2005, S. 3) durch ein Maß von „Freiheit und Divergenz“ bestimmt. Sie kann sich in den Bereichen des zu bearbeitenden Kontextes und der Problemformulierung, in der Anzahl an möglichen Lösungswegen und Ergebnissen sowie in der Offenheit der Zielsituation zeigen. In der Offenheit der Lernaufgabe ist gleichzeitig der Aspekt der Problemlösefähigkeit inkludiert, denn in einer nicht offenen Aufgabe sind eindeutige Aufträge enthalten, deren Bearbeitung die Problemlösungsstrategie vorgeben und kaum das selbstgesteuerte Lernen fördern (Bruder et al. 2005, S. 3). Die Kriterien einer offenen Aufgabe ergeben folgende Bearbeitungsschritte (Büchter und Leuders 2009, S. 92):

1. Start: In der Aufgabenstellung fehlen Informationen über die Ausgangssituation der realen Situation bzw. Berechnungen.
2. Weg: Es ist kein Lösungsverfahren und keine Rechenmethode vorgegeben.
3. Ziel: Es sind mehrere Lösungen und Ergebnisse möglich.

Differenzierungsvermögen

Die Basis für ein Respektieren der individuellen Fähigkeiten und Leistungen von Lernenden stellt das Differenzierungsvermögen der Lernaufgabe dar, insbesondere im Hinblick auf eine mögliche Überforderung durch deren Offenheit. Büchter und Leuders unterscheiden dabei zwischen zwei Fällen. Beide können sowohl einfache als auch komplexe Anwendungsbezüge aufzeigen (Büchter und Leuders 2009, 102 f.): Zum einen erwähnen sie die von Lehrenden vorstrukturierten, gestuften Schwierigkeiten, bei denen sich die Lernenden die Aufgaben nach eigenen Voraussetzungen und Bedürfnissen aus Alternativen auswählen können. Zum anderen weisen sie auf die natürliche Differenzierung hin, bei der die

Lernaufgabe an sich u.a. durch die Wahl entsprechender Parameter eine natürliche (Binnen-)Differenzierung innehat.

Ergänzende Kriterien

Auf die weiteren von Maaß (2010, S. 296) beschriebenen Kriterien einer qualitätsvollen Modellierungsaufgabe soll am Rande ergänzend und inkludiert eingegangen werden. Realitätsbezogene Mathematik-Modellierungsaufgaben können in Textform beschriebene reale Probleme sein. Im Fall einer überbestimmten Aufgabe enthalten sie mehr als zur Lösung der Aufgabe erforderliche Angaben, im Fall einer unterbestimmten Aufgabe weniger als die geforderten Angaben. Fehlende Informationen müssen dann beispielsweise durch Alltagswissen, Schätzen oder eine Recherche ermittelt werden (Greefrath et al. 2013, S. 28). Auch eingegangen werden soll auf die Unterscheidung zwischen normativen bzw. deskriptiven Modellen. Mithilfe normativer Modelle werden mathematische Vorschriften entwickelt, die mit ihrem Voraussagecharakter in bestimmten Situationen zur Entscheidungsfindung beitragen können. Normative Modelle können deshalb in realen Problemsituationen als „Vorbild“ dienen. Im Gegensatz dazu werden deskriptive Modelle, die auf das Verständnis abzielen, verwendet, um z.B. realitätsbezogene Probleme zu beschreiben. Beschreibende Modelle sind häufig wenig aussagekräftig, wenn nicht Annahmen über Wirkungszusammenhänge gemacht werden (Burscheid 1980, S. 66; Greefrath et al. 2013, S. 13). Greefrath ergänzt noch, dass solche Voraussagen mit „gewissen Wahrscheinlichkeiten behaftet sein“ können (Greefrath et al. 2013, S. 14). Da Modellierungsaufgaben fachübergreifend bzw. im Idealfall sogar fächerverbindend ausgerichtet sein können, authentische Fragen an Sachprobleme stellen und reale Daten fordern (Greefrath et al. 2013, S. 24), können Modellierungen sowohl in der Nachhaltigkeitswissenschaft als auch in allen Fächern der Schultafel eine zentrale Rolle spielen. In diesem Zusammenhang kann ein integrativer Ansatz hilfreich sein.

2.3 Der integrative Lernansatz von BNE und mathematischer Modellierung

Unter einem integrativen Lernansatz kann verstanden werden, dass BNE nicht losgelöst von einem Kontext gelehrt werden sollte, sondern innerhalb eines Faches interdisziplinär oder fächerübergreifend, bestenfalls jedoch prozessorientiert immer wieder in die Materie integriert (English 2016, S. 4). Da eine Anknüpfung an die Bildungsstandards Mathematik über die BNE-Begriffe der Dokumentenanalyse von Holst und Brock nicht direkt gegeben ist (Holst und Brock 2020, S. 12), bedarf es einer Verbindung zu den Kompetenzmodellen und Inhaltsfeldern der Bildungsstandards, bzw. einer strukturellen Rechtfertigung über sie (siehe Kapitel 2.2.2 und 2.2.3). Der in den Bildungsstandards verankerte Aufgabentyp der „mathematischen Modellierung“ bietet sich nach Doig et al. (2019, S. 2) für eine Erweiterung bzw. Öffnung der mathematischen Bildung und eine Kompetenzerweiterung zum inter-

disziplinären Mathematiklernen an. Im Folgenden soll nun ein Lösungsansatz formuliert werden, der die Inhalte der beiden vorhergehenden Teilkapitel zusammenführt und dabei einige Aspekte vertiefend hervorhebt, um so eine Grundlage für die Fallbeispielanalyse im Kapitel 3 zu schaffen. Im Fokus steht die Erarbeitung der Anforderungen einer Lernaufgabe zur Integration von BNE in den Mathematikunterricht (anhand der mathematischen Modellierung).

2.3.1 Der erweiterte Modellierungskreislauf

Mit dem Blick auf die Thematiken rund um die nachhaltigen Entwicklungsprozesse als Teilausschnitt der Realität soll der von Maaß und Grafenhofer entwickelte Modellierungskreislauf (s. Abbildung 6) die Basis eines integrativen Lernansatzes von BNE und der mathematischen Modellierung bilden.

Maaß und Grafenhofer unterstreichen hierbei die Integration von Modellen in die gegenseitigen Wechselwirkungen von Mensch und Realität. Sie veranschaulichen, dass die Menschen Auswirkungen auf die Realität haben, „die ihrerseits wiederum Rückwirkungen auf den Menschen haben können und sollen“ (Maaß und Grafenhofer 2019, S. 4). In einem offenen Lernprozess soll das Modellieren Verständnis, Veränderung sowie Konsequenzen für die Realität bewirken. Ein stetiges Weiterentwickeln dieser Konsequenzen führt zu einem spiralförmigen Optimieren von Modellen, „die wiederum Auswirkungen auf die Realität haben“ (Maaß und Grafenhofer 2019, S. 5).

Ergänzend hierzu können Modelle Beobachtungen beeinflussen und Axiomatisierungen unterstützen (Greefrath et al. 2013, S. 13). Diese Wechselbeziehungen zwischen Mensch, Modell und Realität verleiten Maaß und Grafenhofer zu der zentralen Aussage, die auch als Motto für diese Arbeit dient:

„Wer die Macht der Mathematik beim Modellieren nutzen kann, wird die Welt besser verstehen und beeinflussen.“ (Maaß und Grafenhofer 2019, S. VII)

So liefert die Modellierung sowohl interessante Einblicke in die Mathematik als Fach als auch in die Realität und kann auf diese Weise als eine Brücke zu einem besseren Verständnis beitragen (Henn und Müller 2013, S. 206). Dies gilt umso mehr, wenn das Modellieren ergänzend zur Inhaltsorientierung als eine prozessorientierte Kompetenz integrativ und nicht additiv unterrichtet wird (Körner 2021, S. 90). Das Bilden und Nutzen von Modellen an sich stellt für Lernende im Alltag eine Selbstverständlichkeit dar und keine ganz neue Anforderung (Grafenhofer und Maaß 2019, S. 1). Beispielsweise werden Lernende im Alltag mit Klimamodellen und deren möglicher Beeinflussung durch die menschliche Energienutzung konfrontiert.

Der von Maaß und Grafenhofer formulierte Modellierungskreislauf soll als Grundlage zur Analyse und Konzeption integrativer BNE-Modellierungsaufgaben dienen und dahingehend aus dem Blickwinkel einer BNE-Lerneinheit im Mathematikunterricht betrachtet werden. Es

sind verschiedene Wissensarten, wissenschaftlicher Prinzipien und Grunderfahrungen zum Verständnis nachhaltiger Entwicklungsprozesse nötig, um die Bildung, die im Kontext von Nachhaltigkeit auf der „wissenschaftlich-kritischen Analyse des Zusammenhangs naturwissenschaftlich-technologischer Dimensionen mit sozial-politischen Konstellationen beruht“ (Euler 2016, S. 13) zu vermitteln. Daran anknüpfend sollen die Wissensarten sowie die wissenschaftlichen Perspektiven und Grundverfahren in den von Maaß und Grafenhofer gegebenen Rahmen eingefügt werden. Der Modellierungskreislauf (s. Abb. 6) wird im Folgenden tiefergehend erläutert und daran anschließend die Basis der durchgeführten Analyse integrativer Modellierungsaufgaben (s. Kap. 3) dargestellt.

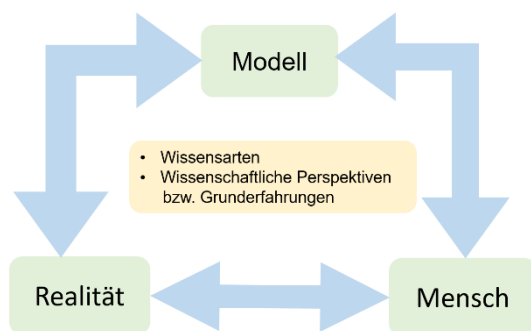


Abbildung 6: Erweiterter Modellierungskreislauf zum integrativen Lernansatz in Anlehnung an Maaß & Grafenhofer (2019, S.3)

2.3.2 Modelle im integrativen Lernansatz

Ziel dieser Studie ist es, einen möglichen Weg zu finden, die meist recht komplizierte Welt im Rahmen einer Lerneinheit in eine logisch kohärente Ordnung zu bringen. Lernende sollen ihre Antworten finden, auf die Fragen was *wahr* ist, was *gut* bzw. *ethisch* vertretbar ist und was *sein* soll (Laub 2022, S. 41). Es geht um die Reflexion subjektiver Theorien. Das Wissen um die Mathematik, die Instrumente der Mathematik sowie die erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten soll abrufbar und flexibel einsetzbar sein (Blömeke et al. 2006, S. 347). Nach Stoltenberg und Burandt sind „Selbsttätigkeit und Reflexivität von Menschen“ für den Veränderungsprozess einer nachhaltigen Entwicklung nötig (Stoltenberg und Burandt 2014, S. 578). In der Auseinandersetzung mit der prognostischen Validität und den Grenzen und Möglichkeiten der deduktiven Verfahren der Mathematik sollen die Lernenden den Umsetzungswert der mathematischen Modellierung verstehen lernen. Sie sollen lernen, wann sie auf die Realität schauen, wann sie auf sozialwissenschaftliche Quellen zurückgreifen und wann sie eigene Denkanstrengungen vornehmen müssen, um Entscheidungen in ihrem Alltagshandeln fällen zu können. Dementsprechend sollen die Lernenden mit der Abwägung unterschiedlicher Argumente und Handlungsoptionen „eigene Spielräume für ethisch-moralisches Handeln ausloten und darauf bezogene konkrete Verantwortungen“ für Alltagssituationen erkennen können (Becker 2008, 12 f.).

Betrachtet man die reale Welt, so wird klar, dass es keine Linearität, keine direkte unmittelbare Korrelation zwischen dem aus der Modellierung heraus erkannten Soll und dem Ist des Handelns geben kann. Ziel einer Aufgabenstellung muss es daher sein, die Lernenden aufzufordern, die Welt durch „eine mathematische Brille zu sehen“ (Henn 2015, S. 203), um gesellschaftliche Verhältnisse und Systeme kritisch zu „lesen“ und im Sinne der Nachhaltigkeit neu „schreiben“ zu können⁵ (Singer-Brodowski und Schneidewind 2014, S. 131).

Im Kontext von BNE können Modelle gesellschaftsrelevante Urteils- und Entscheidungsfindungen fördern, obwohl rein mathematische Modelle nur die Basis der Argumentation der Diskurse liefern, aber keine Lösungen angeben. Die Lernenden sollen unterscheiden lernen zwischen empirischen Ergebnissen, den auf deduktiven Verfahren erstellten rein gedanklichen Modellen sowie den Beobachtungen, die sich auf die wahrnehmbare Realität stützen. Eine intensive Auseinandersetzung mit einem Problem, aus unterschiedlichen Perspektiven betrachtet, soll zudem dazu beitragen, dass die Lernenden ihr „erworbenes Wissen auch auf andere Kontexte transferieren“ können (Krug und Schukajlow 2018, S. 242).

Blömeke et.al (2006) fordern eine Lernaufgabe, die die Bedürfnisse der Lernenden anspricht und vorhandenen intellektuellen Fähigkeiten angepasst ist. Sie soll den Wissens- und Erfahrungsstand der Lernenden weiterentwickeln, die Heterogenität der Lerngruppen berücksichtigen, Interaktionen mit Mitschülerinnen und Mitschülern ermöglichen sowie das Potenzial zur (ggf. Selbst-) Differenzierung bieten. Daran anknüpfend betonen Brand und Vorhölter (2018), dass für schwächere Lernende vollständige Modellierungsprozesse⁶ (holistischer Ansatz) geeigneter sind als Teilbetrachtungen, da sie das Potenzial der Selbstdifferenzierung in sich tragen. Des Weiteren ermöglicht der metakognitive Blick auf ganze Modellierungsprozesse die Schulung eines kritischen Umgangs mit Modellierungen (Brand und Vorhölter 2018, S. 140). Eine nachhaltige Zukunftsgestaltung und Visions- bzw. Prognosenbildung baut auf ein kritisches Verständnis von Modellierungen (Henn und Müller 2013, S. 203). Imboden und Koch betonen ergänzend, dass ein isoliertes Betrachten von Teilsystemen aufgrund der Komplexität und der vielfältigen Wechselwirkungen realer Gegebenheiten für eine umfassende Verständnisbildung der Realität nicht ausreicht (Imboden und Koch 2008, 2 f.).

Nach Blum bedarf es herausfordernder, aber zugänglicher Probleme, mit denen Lernende „zum eigenständigen Erkunden, zum individuellen Entdecken und zum kreativen Erfinden“ (Blum et al. 2012, S. 88) angeregt werden. Besondere Aufgaben sind daher nötig, um Kommunikations- und Kooperationsprozesse anzustoßen und eine über die Mathematik

⁵ Im Sinne einer „Transformative Literacy“ nach Singer-Brodowski und Schneidewind 2014, 131 f.

⁶ Im Gegensatz zum vollständigen Modellierungsprozess (holistischer Ansatz) einer Modellierungsaufgabe wirken Modellierungsaktivitäten in Teilprozessen (atomistischer Ansatz) eher einschränkend (Brand und Vorhölter 2018, S. 140).

hinausgehende Problemlösefähigkeit zu erreichen (Blum et al. 2012, S. 88). Solch ein „besonderer Aufgabentyp“ knüpft an (Vor)Verständnisse der „Menschen“ an, stört sie und ruft „Verfremdungen, Überraschungen, Provokationen, Widersprüchlichkeiten“ u.Ä. hervor. Dies soll Lernende zum selbstständigen Entdecken spezifischer Zusammenhänge motivieren (Gerdsmeier 2004, 33 f.). Folglich sind „offene, lernziel- und problemorientierte, alltagsnahe und anspruchsvolle Aufgabe(n)“ nötig, um „Wissen und Können“ erwerben und Wissensnetze aufbauen zu können (Reinfried 2016, S. 4). English bezeichnet sie als „rich learning experiences“ (English 2003 in Henn und Müller 2013, S. 206). Dies sind authentische Situationen, Gelegenheiten für eigene Explorationen, vielfache Interpretationsmöglichkeiten und soziale Kompetenzen, von der Verantwortung für das eigene Modell bis hin zur Kommunikation mit den anderen Lernenden (Henn und Müller 2013, S. 206). Indem sich Lernende mit den Perspektiven in einer offenen Problemstellung auseinandersetzen, können Fragestellungen und Informationsvorgänge in einem „fließenden Aufgabenformat“ zu Problemstellungen formuliert werden (Gerdsmeier 2004, S. 33). Daran anknüpfend betont Busse auf der Grundlage seiner Studie die hohe Relevanz individueller Aspekte beim Umgang mit Sachkontexten zu realitätsbezogenen Aufgaben (Busse 2013, S. 68).

2.3.3 Subjektive Weltdeutungen wissenschaftlich reflektieren lernen

Der Anspruch einer BNE ist es, praxisbezogen und gleichzeitig wissenschaftsbestimmend zu lernen. Lernende werden dazu aufgefordert, sich anhand konkreter Fälle mit den Grundprinzipien der Wissenschaften auseinanderzusetzen, dabei eigene subjektive Welterklärungen zu reflektieren und deren Begrenztheit zu erkennen. Aus diesem Verständnis heraus ergibt sich ein integrativer Lernansatz, der unter Nutzung der deduktiven, abduktiven und induktiven Methoden ein Begreifen der Realität in allen Facetten fördert. Dieser Ansatz berücksichtigt auch, dass sich die strengen mathematisch-naturwissenschaftlichen Methoden, untergliedert in die empirische und logische Dimension, den anderen Methoden u.a. aus dem Bereich der Ethik und des Rechts gegenüberstehen. Eine integrative Lerneinheit der Mathematik und der BNE muss sowohl der faktischen als auch der ethischen Komplexität Raum geben (Laub 2022, S. 42). Nach Laub erfordert die BNE neben bereits „hochkomplexen faktisch-deskriptiven Analysen auch deren Bewertung [...], gerade wenn, und dies verlangen die SDGs, ethische Begriffe wie Gerechtigkeit als Zielformulierungen genutzt werden“ (Laub 2022, S. 41).

Ergänzend zur Mathematik als analytischer Wissenschaft, mit deren Empirie bzw. Beschaffung von Daten und Kenntnissen, bedarf es also einer ethisch-moralischen Dimension, um die Konsequenzen für das eigene Handeln im Sinne der BNE herauszuarbeiten. Beispielsweise steht im Rahmen der Diskussionen über „vernünftige“ Weiterentwicklungsprozesse der Begriff der Vernunft in klarer Abgrenzung zu den mathematischen Möglichkeiten. Ein

vernünftiges Handeln lässt sich nicht so eindeutig wie eine mathematische Aufgabe aus einem Axiom ableiten. Die Mathematik kann hierzu keine direkten Antworten liefern. Sie beschränkt sich auf die Klarstellung der Faktoren, auf das Beschreiben kausaler Zusammenhänge und Beziehungen.

Die Frage nach einer vorzunehmenden „Bewertung der Stimmen“ im Rahmen einer nachhaltigen Entwicklung kann demnach nicht allein mathematisch erfolgen (VENRO 2021, 19 f.). So muss es im Rahmen eines BNE-orientierten Mathematikunterrichts auch um die Darstellung der Grenzen der Modellierung und der Mathematik, um die Grenzen deduktiver Verfahren im Allgemeinen gehen. Dies zeigt sich u.a. in den Diskussionen einerseits um die intra- und intergenerationelle Gerechtigkeit und andererseits um die Gleichgewichtigkeit und Gleichrangigkeit der Dimensionen. So stellt sich z.B. im Diskurs zur Definition des Gerechtigkeitsbegriffes u.a. die Frage, inwiefern diese als Fairness oder als Ausgleich von Interessen definiert werden kann.

2.3.4 Wissenserwerb – ein vieldimensionales Geschehen

Anderson und Kraftwohl haben anhand von lern- und kognitionspsychologischen Befunden den Aufbau und die Speicherung von Wissen in Faktenwissen (Fachwissen), prozessuales Wissen (Handlungswissen), konzeptuelles Wissen (vernetztes Begriffswissen) und metakognitives Wissen (eigene Lernstrategien) klassifiziert (Anderson und Krathwohl 2001, 26 f.). Singer-Brodowski und Schneidewind konkretisieren diese Wissensarten in Bezug auf die teilhabende Gestaltung von Veränderungsprozessen und definieren die Wissensformen System-, Ziel- und Transformationswissen (Singer-Brodowski und Schneidewind 2014). Beide Kategorisierungen bauen auf der grundlegenden menschlichen Erkenntnisgewinnung durch ein (1) aus Erfahrung lernen mittels Beobachtung der Realität oder (2) Nachdenken lernen durch ein logisches Herleiten oder (3) in der Kombination von beiden Erkenntniswegen auf.

Damit einher geht die Unterscheidung zwischen

1. dem Erkennen von Prinzipien, Regelmäßigkeiten sowie mathematischen Gesetzmäßigkeiten;
2. der Reflexion darüber, inwiefern die Berechnungen zum Lösen von praktischen Problemen beitragen.

Helmke weist darauf hin, dass „Konzepte, die sich der Entwicklung und der Stärkung von Schlüsselkompetenzen von Lernenden widmen, nötig und wichtig sind“. Er warnt aber gleichzeitig vor einer „Unausgewogenheit zwischen der unabdingbaren Wissensbasis einerseits und Schlüsselkompetenzen andererseits“, insbesondere deshalb, da „gelegentlich Tendenzen der Vernachlässigung einer soliden fachlichen Wissensbasis festzustellen“ sind (Helmke 2022, S. 27).

3. Fallstudienanalyse zur BNE im Mathematikunterricht

3.1 Fallstudienanalyse zu BNE-Inhalten im Mathematikunterricht

3.1.1 Vorüberlegungen zur Fallstudie einer BNE-Modellierungsaufgabe

Die Untersuchungen zum Aufbau von BNE-Modellierungsaufgaben basieren auf der Forschungsgrundlage, dass es nicht ausreicht, fächerübergreifende Schlüsselqualifikationen für eine schulische Bildung im Sinne der BNE anzustreben. Es bedarf eines integrierten Bildungsansatzes (Kapitel 2.3), zumal das Bildungskonzept einer BNE bzw. die damit zusammenhängenden Themenbereiche nicht in den Bildungsstandards für Mathematik (Sek.1) verankert sind (Kapitel 2.1.1). Mit der Frage „wie anhand der mathematischen Modellierung BNE in den Mathematikunterricht integriert werden kann“ steht ein Aufgabentyp im Zentrum dieser Studie, der seit Jahrzehnten von der internationalen Fachdidaktik sowie Pädagogik als eine geeignete Methode zur Etablierung von Realitätsbezügen im (Mathematik)Unterricht beschrieben wird (s. Kapitel 2.2 und 2.3).

Auf diesen Grundlagen aufbauend versucht das in dieser Arbeit entwickelte Konzept, die angestrebten fachbezogenen, fächerübergreifenden und überfachlichen Kompetenzen sowie Inhalte beider Bildungsanliegen miteinander zu verknüpfen. Mit dem Blick auf beispielsweise empirisch erhobene Skalen, Graphen und anderweitige Modelle, die fächerübergreifend von Bedeutung sind, scheint es naheliegend, sowohl die mathematische Modellierung als auch die Interdisziplinarität als Schnittmenge für einen integrativen Lernansatz von Mathematik und BNE zu nutzen.

Im Folgenden wird die Durchführung der Fallstudie und die fallübergreifende Analyse beschreiben. Orientierung für die Analyse der beiden Modellierungsaufgaben soll ein Bezugsrahmen geben, der aus den theoretischen Grundlagen des zweiten Kapitels heraus entwickelt wurde. Zudem ist es möglich, während des zur Fallanalyse parallel stattfindenden kontinuierlichen Prozesses aus Datenanalyse, Reflexion und Auswertung inhaltliche und/oder strukturelle Zusammenhänge bzw. Lücken der BNE- und Modellierungs-Kriterien zu ergänzen.

Die Analyseergebnisse der Fallbeispiele bilden im weiteren Verlauf der Studie die Grundlage für die fallübergreifende Analyse, in der es zu einer Theorie- und Hypothesenbildung und zur Beantwortung der Forschungsfrage kommen soll. Beides wird schließlich in der Handreichung angewendet, in der zwei Lernaufgaben vorgestellt und tiefergehend erläutert werden. Sie sollen einen innovativen Vorschlag zur Gestaltung von BNE-Modellierungsaufgaben darstellen. Das mehrgliedrige Verfahren, das dieser Studie zu Grunde gelegt wird, ist in Abbildung 7 schematisch dargestellt und wird in den folgenden Kapiteln weiter erläutert.

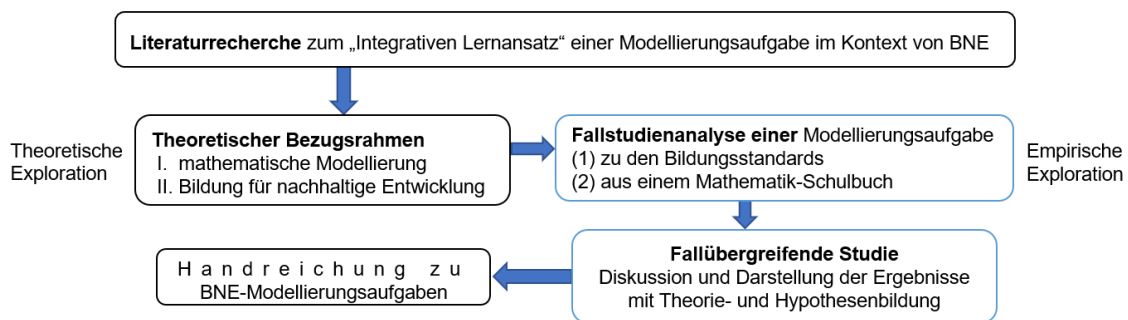


Abbildung 7: Forschungsdesign-Untersuchungsablauf der vorliegenden Studie (eigene Darstellung in Anlehnung an Wrona (2005, S.19)).

3.1.2 Zur Methode der explorativen Fallstudie

Hinter der Wahl der Durchführung einer explorativen Fallstudie steht die Idee, mithilfe der qualitativen Forschung Lernaufgaben als Ausgangspunkt eines BNE-orientierten Mathematikunterrichts zu analysieren, um so Strukturen bzw. Ansätze für BNE-Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht herauszuarbeiten. Die Forschungsstrategie der explorativen Fallstudie geht einen interpretativen Weg mit dem Ziel, Phänomene aus ganzheitlicher Sicht zu erfassen und zu deuten (Wrona 2005, S. 4).

Der gegenstandsorientierte Forschungsprozess wurde auch als Methode gewählt, da sich dieser zur praxisorientierten Verknüpfung zweier gut erforschter Themengebiete (der mathematischen Modellierung und der BNE) eignet. Die Verknüpfung beider Lernanliegen wird bereits in der Literatur universitärer Fachdidaktiken vor allem im Zusammenhang mit den MIN(K)T-Fächern und der Lehrkräfte-Ausbildung diskutiert. Dagegen existiert bisher nur eine geringe Anzahl an Forschungsbeiträgen zur praktischen Umsetzung bzw. Integration von Verknüpfungen der BNE mit der mathematischen Modellierung im Mathematikunterricht (Dahl 2019, S. 2). Einen theoretischen Versuch zur Verknüpfung von BNE mit der mathematischen Modellierung im Rahmen der Lernaufgabenkonzeption hat Haier in ihrem 2022 erschienenen Aufsatz vorgenommen (Haier et al. 2022, S. 6). Darüber hinaus gibt es nur wenige gesicherte Erkenntnisse oder gar Theorien über die Erstellung und Nutzung von entsprechenden Arbeitsmaterialien. Es existieren vereinzelte Veröffentlichungen zu Praxisbeispielen von Modellierungsaufgaben im Kontext von BNE, z.B. mathematik lehren 234, Salle und Frohn (2022). Letztendlich wurde bislang keine übergeordnete Studie zur Konzeption und Struktur von BNE-Modellierungsaufgaben im Rahmen der hessischen Bildungsstandards publiziert.

Vor dem Hintergrund der explorativen Untersuchungsziele soll in dieser Arbeit mit der Fallstudienanalyse bzw. der fallübergreifenden Analyse ein offener und flexibler Forschungsansatz verfolgt werden. Er soll auf neue Erkenntnisse reagieren können und die Analyse potenzieller Lernansätze und -prozesse in den Vordergrund stellen (Wrona 2005, S. 36). Dieses Forschungskonzept eröffnet ferner Möglichkeiten zur Anpassung und Ausweitung

der theoretischen Grundlagen, wenn im Zuge der Datenerhebung aufgedeckte Sachverhalte auf alternative Erklärungsmöglichkeiten schließen lassen oder zusätzliche Konstrukte identifiziert werden, die den ursprünglichen Bezugsrahmen sinnvoll ergänzen. Dementsprechend wird die Datengrundlage für die Analyse nicht vollständig zu Beginn der Forschungsarbeit festgelegt, sondern kann im Verlauf der Fallstudie systematisch erweitert und vertieft werden. Die gewonnenen Erkenntnisse sollen Möglichkeiten einer klar strukturierten und formulierten Integration der Perspektiven einer BNE aufzeigen, die über eine an einen passenden Themenkontext geknüpfte Modellierungsaufgabe hinausgehen. Dieses Vorgehen lässt eine gute Qualität der identifizierten Theorie- bzw. Wirkungszusammenhänge vermuten, zumal der explorative Charakter dieser Arbeit die Untersuchung mehrerer Phänomene ermöglicht, auf die in der Lernaufgabenkonzeption für die Handreichung zurückgegriffen werden kann.

Bei diesem deduktiven Forschungsverfahren werden die aus den Fallbeispielen abgeleiteten Erkenntnisse in einer fallübergreifenden Studie generiert und daraus neue theoretische Konzepte entwickelt (Wrona 2005, 19 f.). Damit stehen die Theorie und die Hypothesen nicht am Beginn, sondern am Ende des Forschungsprozesses. Eine Überprüfung der entwickelten Hypothesen kann aber nicht mehr Teil dieser Arbeit sein.

3.1.3 Bezugsrahmen zur Analyse der Fallbeispiele

Die Frage nach den Ansprüchen und Anforderungen einer BNE-Lernaufgabe motiviert sowohl zu einer zielorientierten theoretischen als auch zur praktischen Auseinandersetzung mit etablierten „anwendungsorientierten bzw. realitätsbezogenen“ Lernaufgaben. So sollen in der folgenden Fallstudie entsprechende Modellierungsaufgaben auf deren „Potenzial“ bzw. „Tauglichkeit“ zur Integration von BNE im Sinne einer wissens-, kompetenz- und handlungsorientierten Lernaufgabe analysiert werden. Dieses Vorgehen fordert einen Bezugsrahmen mit Kriterien und relevanten Einflussgrößen, um unabhängig von der Funktion der Aufgabe deren kognitives Potenzial möglichst genau bestimmen zu können. Im Folgenden wird der auf den theoretischen Grundlagen des zweiten Kapitels basierende Bezugsrahmen zur Analyse der Fallbeispiele vorgestellt und kurz erläutert. Aus der Sache heraus ergeben sich neben den in dieser Studie als besonders relevant eingestuften (1) BNE- und Modellierungskriterien noch weitere Kriterien, die innerhalb der Analyse Beachtung finden und durch die Analyse der Fallbeispiele leiten sollen. Hierzu zählen die (2) kompetenz- und (3) inhaltsorientierte Anknüpfungsmöglichkeit, die (4) methodisch-didaktische Konzeption sowie die (5) Perspektiven der Modellierung. Alle fünf Dimensionen werden vertiefend erläutert.

Im Anhang (Material 1) befindet sich ein tabellarischer Überblick der dargestellten Kriterien. Diese bilden die Grundlage und den Leitfaden für die Analyse der Fallbeispiele.

Kriterien einer BNE-Lernaufgabe bzw. Modellierungsaufgabe

Als Basis dieses Bezugsrahmens werden die in der Literatur existierenden und die in den Kapiteln 2.1.5 und 2.2.6 bereits dargestellten Kriterien zur Konzeption von Modellierungsaufgaben, sowie Charakteristika, die zur Integration von BNE in den Unterricht als zentral und besonders relevant angesehen werden, und potenzielle Anforderungen herangezogen. Es müssen zwei Kriterienkataloge erstellt werden, zum einen für die mathematischen Denk- und Arbeitsweisen einer Modellierung und zum anderen für die Inhalte und Ziele einer BNE. Beide Kataloge sind, gestützt auf die Ausführungen von Maaß, Büchter & Leuders (Kapitel 2.2.6) für die Mathematik und Künzli David et al. (Kapitel 2.1.5) für die BNE, in der nachfolgenden Tabelle (Abbildung 8) aufgelistet.

Perspektiven einer Lernaufgabe		Kriterien einer Lernaufgabe		
Mathematische Modellierung	innermathematisch	Authentizität	Offenheit	Differenzierungsvermögen
	außermathematisch			
Bildung für nachhaltige Entwicklung		Vernetzendes Lernen	Visionsorientierung	Partizipationsorientierung

Abbildung 8: Bezugsrahmen mit den ausgewählten BNE-Kriterien und Kriterien einer Modellierungsaufgabe (eigene Darstellung)

Bezugnehmend auf die Ausführungen in Kap. 2.2.2 muss ergänzt werden, dass eine klare Trennung zwischen einer inner- und außermathematischen bzw. einer übergreifenden Modellierungsaktivität vorgenommen werden muss. Darüber hinaus können noch weitere Kriterien in den Analysevorgang integriert werden:

- I. Auf Seiten der mathematischen Modellierung bedarf es der Ausführungen der faktisch-deskriptiven Dimension (s. die folgenden Abbildungen 10 und 11).
- II. Auf Seiten der BNE sind die folgenden Perspektiven im Sinne eines ethisch-moralischen Diskurses nötig. Diese sind:
 - die Dimensionen der Nachhaltigkeit (Ökonomie, Ökologie, Soziales),
 - die intragenerationelle (lokale und globale) Perspektive,
 - die intergenerationelle (Gegenwart-Zukunft-) Perspektive bzw. Gerechtigkeit,
 - die Anknüpfung an die Nachhaltigkeitsziele (SDG).

Im Rahmen der BNE-Analyse müssen auch die Aufgabenthemen im Hinblick auf (nicht)nachhaltige Entwicklungsprozesse untersucht werden. Hierbei erfolgt der Bezug zu den in Kapitel 2.1.6 dargestellten Analysen der BNE-Lernaufgaben.

Kompetenzorientierte Anknüpfungsmöglichkeiten der BNE an die Bildungsstandards

Voraussetzung eines integrativen Lernansatzes ist eine zumindest teilweise Übereinstimmung der Lernziele bzw. der Schlüsselqualifikationen beider Bildungsansätze. Da keine Verankerung charakteristischer BNE-Begriffe in den Bildungsstandards für Mathematik

vorliegt, muss das Augenmerk auf eine mögliche Parallelität der Kompetenzbereiche der Bildungsstandards Mathematik mit der BNE gelenkt werden.

Bildungsanliegen BNE (aus den Kapiteln 2.1.2 bis 2.1.4)	Bildungsanliegen Mathematik (aus den Kapiteln 2.2.1 bis 2.2.4)
<ul style="list-style-type: none"> • Reflexion der eigenen Leitbilder und die der anderen 	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexion eigener Positionen und Überzeugungen
<ul style="list-style-type: none"> • Empathie und Solidarität für Benachteiligte 	<ul style="list-style-type: none"> • Empathie, Perspektivenübernahme • Rücksichtnahme und Solidarität • Soziale Wahrnehmungsfähigkeit • Interkulturelle Verständigung
<ul style="list-style-type: none"> • Kommunikationswille und -fähigkeit 	<ul style="list-style-type: none"> • Kooperation und Teamfähigkeit
<ul style="list-style-type: none"> • Selbstverantwortung und gesellschaftliche Verantwortung • Persönlichkeitsentwicklung, die auf Autonomie, Individualität und Gemeinschaftlichkeit gründet 	<ul style="list-style-type: none"> • Gesellschaftliche Verantwortung • Selbstwahrnehmung; Selbstkonzept • Selbstregulierung
<ul style="list-style-type: none"> • die persönlichen Rechte, Bedürfnisse und Interessen artikulieren • Durchsetzungsvermögen vor dem Hintergrund des Ziels nachhaltiger Entwicklungsprozesse 	<ul style="list-style-type: none"> • Erfassung und Reflexion des Stellenwerts des eigenen Handelns; • geistige Fähigkeiten und gestalterische Potenziale

Abbildung 9: Parallelitäten der BNE und der Bildungsstandards der Mathematik aus den Bereichen der überfachlichen, fachübergreifenden sowie fächerverbindenden Kompetenzen (eigene Darstellung).

Aufgrund der Output-Orientierung beider Ansätze lassen sich Parallelen u.a. durch eine Fokussierung auf die Bereiche Kompetenzen, Wissensstrukturen, Werthaltungen, Einstellungen, Überzeugungen (Kapitel 2.1.2 und 2.2.1) bestätigen. In Abbildung 9 sind auch Übereinstimmungen beider ganzheitlicher Lernansätze im Bereich der (Weiter-) Entwicklung der Persönlichkeitsmerkmale der Lernenden exemplarisch dargestellt.

Inhaltsorientierte Anknüpfungsmöglichkeiten der BNE an die Bildungsstandards

Ein integrativer Lernansatz kann sich auch im Bereich der fachwissenschaftlichen Verknüpfungen zeigen. Dies ist im Fall der BNE und der Mathematik gegeben. Gesellschaftliche, politische oder wirtschaftliche Entscheidungen stützen sich auf die Analyse von Daten, die aus Erhebungen gewonnen wurden, die auf Beobachtungen, Umfragen oder Experimenten basieren. Durch Daten können Phänomene, Situationen oder Informationen der natürlichen, technischen oder sozialen Umwelt quantifiziert werden. Mathematische Denk- und Arbeitsweisen, Planung, Durchführung und Auswertung von Datenerhebungen können folglich dazu beitragen, Daten und Fakten (nicht)nachhaltiger Entwicklungsprozesse zu generieren. Sie können mathematikbezogenes Wissen und Verknüpfungen nutzen, um weltweit offen und neue Perspektiven integrierend Wissen aufzubauen. Abhängigkeiten und Veränderungen, Prognosen und Zukunftsszenarien sowie Simulationen können so, basierend auf der modellhaften Erfassung, auf Darstellungen und Berechnungen von Größen, veranschaulicht werden.

Daraus ergibt sich, wie in Abbildung 10 schematisch und beispielhaft dargestellt, der Auftrag an den Mathematikunterricht, die Dimensionen der Mathematik, die Leitideen und Inhaltsfelder zu nutzen, um zu einem reflektierten Wissen zu den Perspektiven der Nachhaltigkeit anzuleiten und zu motivieren.

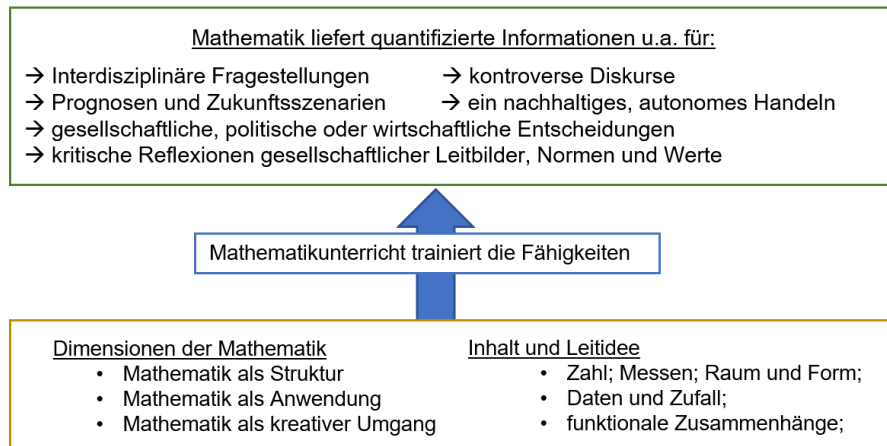


Abbildung 10: Das fächerübergreifende Wirken der Mathematik (eigene Darstellung)

Darüber hinaus muss hierfür an die Fragestellungen und Inhalte anderer Fachbereiche und Fächer angeknüpft werden. Im Sinne des Syndromansatzes (Kapitel 2.1.4) bedarf es dementsprechend der Interdisziplinarität und des Fächerübergreifens, wobei die Mathematik in ihrer Funktion als Struktur- und Hilfswissenschaft angewendet werden kann.

Methodisch-didaktische Konzeption der Lernaufgabe

Im Zentrum des Lehr-Lernprozesses im Mathematikunterricht steht die Lernaufgabe, so dass ein integrativer Lernansatz auch in der Übereinstimmung der Gestaltungsansprüche einer Lernaufgabe gezeigt werden kann (s. Kapitel 2.2.4). Beide Lernanliegen fordern einen selbstorganisierten und prozessorientierten Lernansatz sowie soziale Lernformen (s. Kapitel 2.1.2 und 2.2.3). Des Weiteren stellen beide u.a. die Problemorientierung in den Mittelpunkt (Kapitel 2.2.5 und 2.2.6).

Perspektiven der Modellierungsaufgabe

Es muss zwischen einer realitätsgebundenen, einer mathematikgebundenen, einer ambivalenten und einer integrierenden Modellierungsaufgabe unterschieden werden (s. Kapitel 2.2.2). Die integrierende Modellierungsaufgabe nutzt mathematische Methoden, um reale Probleme zu lösen und verfolgt somit einen integrativen Ansatz. Die anderen Modellierungstypen nehmen entweder die mathematische Perspektive oder die der Realität oder beide, aber getrennt voneinander, in den Blick. Der hier verfolgte integrative Lernansatz beruht auf einer integrativen Modellierungsaufgabe.

Des Weiteren kann die Unterscheidung von Modellierungsaufgaben mithilfe der in Kapitel 2.2.2 dargestellten zentralen Perspektive des pädagogischen, sozio-kritischen,

kontextuellen sowie des realistischen oder angewandten Modellierens vorgenommen werden. Den verschiedenen Perspektiven folgend wird der Modellierungsprozess, ausgehend von realen Sachkontexten, mit unterschiedlichen Schwerpunkten und Zielen beleuchtet. Hierzu passend kann die Modellierungsaufgabe auch in die Kategorien „normative“ bzw. „deskriptive“ Modellierungsaufgabe unterteilt werden. In Abbildung 11 sind die Kategorien zusammengefasst dargestellt.

Modellierungsdimensionen				
Modellierungsbereiche	realitätsgebunden	mathematikgebunden	ambivalent	integrierend
Modellierungsperspektiven	pädagogisch	sozio-kritisch	kontextuell	realistisch oder angewandt
Modellierungsansatz	normativ	deskriptiv		

Abbildung 11: Dimensionen von Modellierungsaufgaben (eigene Darstellung)

3.1.4 Zur Wahl der Fallbeispiele

Es handelt sich bei beiden Typen um Lernaufgaben, die eine Modellierungsaktivität erfordern und an Realitätsbezüge anknüpfen, die mindestens einem der BNE-Themenbereiche zuzuordnen sind. Beide Lernaufgaben sind aber nicht als BNE-Modellierungsaufgaben entwickelt worden.

Modellierungsaufgabe 1 - Kein Platz für den Orang-Utan

Die Modellierungsaufgabe 1 ist dem Buch „Bildungsstandards Mathematik: konkret“ (Blum et al. 2012) entnommen. Mit der Implementierung der Bildungsstandards für Mathematik (Sek.1) und der damit einhergehenden Forderung nach einer Erneuerung der Aufgabenkultur entstand die vom Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB)⁷ geförderte Veröffentlichung. Neben ausführlichen Erläuterungen zur Umsetzung der Bildungsstandards entstand auch ein Katalog mit Beispielaufgaben, die nach den Vorgaben der Standards entwickelt wurden. Sie erfüllen dementsprechend die Qualitätskriterien und Anforderungen der Bildungsstandards. Die Aufgabe „Kein Platz für den Orang-Utan“ (Leiß und Leuders 2012, S. 201) ist nicht als Modellierungsaufgabe im Kontext von BNE konzipiert worden, knüpft aber thematisch an mehrere BNE-Themen (Umweltzerstörung, Klimawandel, Zerstörung von Lebenswelten) an und sollte aus ihrer Entstehungsgeschichte heraus die Grundzüge einer Modellierungsaufgabe aufweisen.

Modellierungsaufgabe 2 – Entwicklung der Weltbevölkerung

Das Mathematikbuch nimmt in seiner vielfältigen Funktion als Ideengeber, Informationsquelle und Lehr- und Lernmittel eine zentrale Rolle in der Gestaltung und Strukturierung

⁷ Das Institut zur Qualitätsentwicklung (IQB) ist an der Humboldt-Universität zu Berlin angesiedelt und als wissenschaftliche Einrichtung der Länder der Bundesrepublik Deutschland für die Qualitätssicherung und Weiterentwicklung von Bildung mitverantwortlich.

von Lehr- und Lernprozessen im Mathematikunterricht ein (Kapitel 2.2.4). Deshalb soll auch eine realitätsbezogene Modellierungsaufgabe aus einem Schulbuch analysiert werden, die sich an den Bildungsstandards orientiert.

Die Fallbeispielaufgabe „Entwicklung der Weltbevölkerung“ (Griesel et al. 2003, S. 196) ist dem 2019 neu aufgelegten Schulbuch „Mathematik heute“ für die Klassenstufe 10 entnommen und erfüllt, den Vorgaben eines Schulbuches entsprechend, die Anforderungen der Bildungsstandards. In Hessen ist „Mathematik heute“ ein gängiges Schulbuch für die Schulformen Realschule, Mittelstufenschule sowie Integrierte Gesamtschule und mittlerweile in mehreren Neuauflagen (z.B. 2003, 2011 und 2019) erschienen. In dieser Schulbuchreihe behandeln Projektseiten „fächerübergreifende komplexere Sachzusammenhänge, bei denen Modellieren gefordert ist“ (Reit 2016, S. 30). Im Schulbuch der Klasse 10 befinden sich drei dieser Projekte, die sich mit jeweils einer anders gestalteten, bildlich aufbereiteten Doppelseite von den anderen Buchseiten abheben. Im Gegensatz zu dem Großteil der anderen Abschnitte in dem Schulbuch widmen sich diese Projektseiten einem Schwerpunkt, bei dem das systematische Lernen „zugunsten einer komplexeren Gesamtsicht oder einer Gesamtaktivität der Klasse“ (Griesel et al. 2003, S. 5) zurücktreten soll und das „Entdecken der Mathematik“ im Vordergrund steht.

Bei der für diese Fallstudie ausgewählten Schulbuchaufgabe handelt es sich um ein Konglomerat an Aufgaben zum Thema „weltweites Bevölkerungswachstum“. Dieses Thema zählt zu den BNE-Themen, wobei mit dem Bevölkerungswachstum auch weitere Themen wie Hungersnot, Armut, Ressourcenverbrauch vertieft werden können.

Die Auswahl einer stärker innermathematisch orientierten, klar strukturierten Modellierungsaufgabe aus den Bildungsstandards (Fallbeispiel 1) und eines projektartig aufbereiteten Aufgaben-Sets aus einem gängigen Schulbuch (Fallbeispiel 2) erhöht im Sinne des relevanten Kriteriums des minimalen bzw. maximalen Kontrastes (Wrona 2005, S. 23) die Reichweite und Generalisierbarkeit der zu entwickelnden Theorien und Hypothesen. Sie fördert das Herausbilden vorläufiger Konzepte, Ideen und Zusammenhänge einer potenziellen BNE- Modellierungsaufgabe.

3.1.5 Grundlegende Probleme bei der Analyse von Aufgaben

Eine Lernaufgabe ist immer in einen umfangreichen Lehr-Lernprozess eingebunden. Die Analyse von Lernaufgaben hat deshalb außerhalb der Betrachtung des gesamten Unterrichtsgeschehens ihre Grenzen. Ein Defizit der Analysierbarkeit kann auftreten, wenn eine Diskrepanz zwischen der inhärenten bzw. objektiven und dem realisierten Potenzial der Aufgabe existiert. Mit der hier vorliegenden Potenzialanalyse werden ausschließlich die Möglichkeiten betrachtet, die die dargestellten Lernaufgaben bieten und fordern (können). Wohl wissend, dass es noch einer „methodischen Explizierung“ (Bruder et al. 2013) bedarf,

damit das in einer Aufgabe angelegte Lernpotenzial im Unterricht zum Tragen kommt. Die unterrichtliche und methodische Umsetzung der Lernaufgaben, u.a. mit den Aspekten der Auswirkung auf den Unterrichtsverlauf, den notwendigen Lernvoraussetzungen (Kompetenzen, Fähigkeiten...) der Lernenden sowie Lehrenden sind daher nicht Gegenstand dieser Untersuchung. Die hier vorliegende objektive Potenzialanalyse beschränkt sich auf die reine Betrachtung der Aufgabenstruktur, -inhalte und -intentionen und einer damit zusammenhängenden möglichen Kompetenzentwicklung. Da die Kompetenzförderung als ein Prozess zu sehen ist, werden insbesondere die verschiedenen Teilaufgaben auf eine potenzielle Kompetenzentwicklung analysiert. Die mehrstufigen Aufgaben fördern im Schnitt mehrere sowie höhere Kompetenzen bzw. Kompetenzstufen.

Der Vergleich mehrerer Fälle und der Rückgriff auf formal anerkannte und typgebende Modellierungsaufgaben ermöglicht die Entwicklung von Hypothesen bzw. Theorien, die dann bei anschließenden Forschungsarbeiten getestet werden können. Der Erkenntnisfortschritt für die Wissenschaft liegt in der genaueren systematischen Beschreibung eines Untersuchungsgegenstands, die bisher nur unzureichend vorliegt. Der Gefahr eines subjektiven Vorgehens bei den Auswertungsschritten soll mit der Einhaltung der in Kapitel 3.1.3 genannten Qualitätskriterien so weit wie möglich begegnet werden.

3.2 Durchführung der Fallstudie

3.2.1 Fallstudienbericht Lernaufgabe BS (Bildungsstandards)

Die Aufgabenstellung „Kein Platz für den Orang-Utan“

Diese Modellierungsaufgabe zu dem Zeitungsartikel „Kein Platz für den Orang-Utan“ aus der Frankfurter Rundschau 2005 (Leiß und Leuders 2012, S. 201) wurde nicht als Lernaufgabe im Kontext der BNE konzipiert, knüpft aber mit der Thematisierung der Regenwaldabholzung an ein gesellschaftsrelevantes BNE-Thema an. Sie eignet sich zur Ausgestaltung im Sinne einer BNE-Aufgabe dadurch, dass sie weitreichendere und vielfältigere Informationen über die Situation in Borneo liefert als für die Bearbeitung der Aufgaben 1 bis 3 benötigt werden.

Der Ausschnitt aus einem Zeitungsartikel über die Zerstörung der Regenwälder auf Borneo dient als Grundlage für folgende Modellierungsaufgaben:

- 1) Prüfe die Angabe in der Überschrift nach: „... jede Minute Regenwald in der Größe von zwei Fußballfeldern ...“.
- 2) Prüfe auch den Vergleich mit der Fläche Israels nach.
- 3) Formuliere eine mathematische Frage, die man mit Hilfe dieses Artikels beantworten kann.

Kein Platz für den Orang-Utan

Auf Borneo verschwindet jede Minute Regenwald in der Größe von zwei Fußballfeldern – mit katastrophalen Folgen, nicht nur für die Affen

Spätes Umweltbewusstsein

„Einfach zauberhaft“, seufzt Cede. „Früher war es überall auf Borneo so schön wie hier am Kinabatangan-Fluss. Die ganze Insel war ein dichter Wald. Heute gibt es nur noch ein paar Flecken.“ Cede ist ein immer freundlicher Malaysier mit rundem Gesicht und pechschwarzem Schnauzer. Er führt Touristen, Wissenschaftler und Umweltschützer durch Sabah, den malaysischen Bundesstaat im Norden Borneos. Nach einem langen Tag sitzt Cede bei einer Tasse Tee in einer Lodge am Flussufer. „Warum haben wir Malaysier bloß so spät und so langsam Umweltbewusstsein entwickelt?“ Cede wuchs im Regenwald auf. Sein Vater arbeitete für eine Holzfirma, so wie vor vierzig Jahren alle in Sabah. „Wir dachten uns nichts Böses dabei. Wir glaubten, der Wald hätte nur einen Wert: Holz.“ Heute lässt Malaysias Regierung zwar weiter abholzen, aber mittlerweile gibt es auch Naturschutzgebiete, zum Beispiel am Kinabatangan.

In den vergangenen 150 Jahren haben Menschen dem Tropenparadies Borneo Gewalt angetan. Es war in Millionen Jahren gewachsen. Die Insel ist so groß wie die Türkei. Früher fällten Kolonialherren Bäume und schufen Kautschuk-, Kaffee- und Zuckerplantagen. Jetzt teilen sich die Staaten Malaysia, Indonesien und Brunei die Insel.

Nur das winzige Öl-Sultanat Brunei braucht weder Holzexport noch Landwirtschaft. Die beiden anderen Länder umso mehr. Besonders Indonesien, wo 220 Millionen Menschen über die Runden kommen müssen, die Hälfte mit zwei US-Dollar pro Tag. „Wir holzen jährlich auf zwei Millionen Hektar ab“, sagt Soetiono Wibowo, Generaldirektor im indonesischen Forstministerium. Zwei Millionen Hektar. Ja, zwei Millionen. Die Fläche Israels. Jährlich. Pro Minute mehr als zwei Fußballfelder. „Wenn wir nichts ändern, wird auch der Rest des Waldes zerstört“, glaubt Wibowo.



Frankfurter Rundschau, 8. Juni 2005

Abbildung 12: Ausschnitt aus einem Zeitungsartikel der Frankfurter Rundschau 8. Juni 2005 (Blum et al. 2012, S. 201)

Analyse der Aufgaben 1 und 2

Hierzu und auch bzgl. aller weiteren Aufgaben finden sich tabellarische Übersichten zu den Analysen jeweils im Anhang.

Kriterien einer Modellierungsaufgabe

In den Aufgaben 1 und 2 sollen Flächen modelliert und miteinander verglichen werden. Beide Aufgaben sind klar und strukturiert formuliert und erteilen den Lernenden einen konkreten Arbeitsauftrag, der auf den ersten Blick einen wenig komplexen sowie eher geschlossenen Eindruck vermittelt.

Aus der Aufgabenstellung geht nicht hervor, anhand welcher weiterführender Informationen wie z.B. Fotos oder Kartenausschnitte die beiden Flächen 1) „Fußballfeld“ bzw. 2) „Israel“ modelliert werden sollen, um den Flächenvergleich vornehmen zu können. Der Vergleich der Fußballfelder veranschaulicht das Ausmaß der Regenwaldabholzung gut und trägt so zu einem besseren Verständnis der minütlich stattfindenden Abholzungen bei. Der in Aufgabe 2 erfragte Vergleich mit der Fläche von Israel wird vermutlich keine Übersetzung in eine „vorstellbare Situation“ darstellen. Eine Verknüpfung zwischen Fachwissen und

Erfahrungswelt der Lernenden ist nicht gegeben, so dass die Rechenaufgabe an sich nicht als schülerorientiert beschrieben werden kann. Dementsprechend handelt es sich bei dieser Aufgabe nicht um eine authentische Aufgabe im klassischen Sinne, auch wenn die Thematik des Zeitungsartikels entsprechende Potenziale eines konkreten Schüler- bzw. Alltagsbezuges innehat.

Die Modellierungskriterien Offenheit und Differenzierungsvermögen sind im Rahmen der rein innermathematischen Betrachtung erfüllt. Eine natürliche Differenzierungsmöglichkeit ergibt sich aufgrund der Engführung der Aufgabe nur durch eine geöffnete Recherche. Die Anzahl der möglichen Lösungswege reduziert sich mit den zur Verfügung gestellten Daten und Fakten.

Da die Angaben am Textende konzentriert und klar formuliert sind, ist es nicht notwendig, den ganzen Inhalt des Textes verstanden zu haben, um die Aufgaben 1 und 2 lösen zu können. Die sprachliche Komplexität für die Aufgabenbearbeitung ist von daher als gering einzustufen. Deshalb und aufgrund der Nähe zum Unterrichtsstoff liegt der mathematische Anspruch der Aufgabe vor allem in der Methodik des Modellierens.

Kompetenzorientierte Anknüpfungsmöglichkeiten der BNE an die Bildungsstandards

Ein ganzheitlicher Lernansatz wird nicht fokussiert, zumal die Auseinandersetzung mit den eigenen Werthaltungen, Einstellungen und Überzeugungen der Lernenden nicht ersichtlich eingefordert wird. Die Output-Orientierung der Aufgabe ist nur begrenzt gegeben. Die Wissensaneignung und eine darauf aufbauende fachbezogene Kompetenzbildung stehen im Zentrum dieser Aufgaben.

Inhaltsorientierte Anknüpfungsmöglichkeiten der BNE an die Bildungsstandards

Mit diesen Aufgaben werden mathematische Strukturen u.a. der Flächenberechnung genutzt, um Vergleiche oder im Text verankerte Entwicklungen und Prognosen mathematisch darzustellen und zu beschreiben. Das primäre Ziel dieser Teilaufgaben ist das Trainieren von Flächenberechnungen und -vergleichen. Der Brückenschlag hin zum ethischen Diskurs über die reale Bedeutung des Flächenverlustes des Regenwaldes erfolgt nicht.

Methodisch-didaktische Konzeption der Lernaufgaben

Die beiden Aufgaben fordern prozessuales Lernen.

Mit der „Du- Ansprache“ im Aufgabentext werden die Lernenden nicht direkt zur Gruppenarbeit aufgefordert.

Perspektiven der Modellierungsaufgabe

Bei diesen Aufgaben handelt es sich um mathematikgebundene Modellierungen. Sie fordern unter der Verwendung von Modellierungen zum Überprüfen von vorhandenen Modellen auf und stellen somit Vertreter pädagogischen Modellierens dar. Der Modellierungsansatz ist rein deskriptiv.

Analyse der Aufgabe 3: Potenzielle Erfüllung der BNE-Kriterien oder BNE-Anknüpfungen

Bei der folgenden Analyse liegt der Schwerpunkt auf der Untersuchung potenzieller Anknüpfungsmöglichkeiten des Bildungsanliegens der BNE an die Aufgabenstellung, weshalb die Kriterien 1 bis 5 in folgender Analyse integriert beschrieben werden (s. Kap.2.2.6). Die Kriterien werden zur besseren Übersichtlichkeit in Klammern hinzugefügt.

Die offene (Kriterium 1) und unstrukturierte Fragestellung der Aufgabe 3 „Formuliere eine mathematische Frage, die man mit Hilfe dieses Artikels beantworten kann“ verlangt zwar keine Gruppenarbeit, aber ein selbstorganisiertes und insbesondere auch prozessorientiertes Lernen (Kriterium 4). Mit der Forderung nach einer intensiven Auseinandersetzung mit der im Zeitungsartikel beschriebenen Realität Borneos ist die Aufgabe stark Output-orientiert (Kriterium 2). Die authentische Aufgabe bietet zudem interdisziplinäre Anknüpfungs- und Differenzierungsmöglichkeiten (Kriterium 1) und fordert durch die freie Aufgabenwahl insbesondere zum kreativen Umgang mit der Mathematik auf. Darin integriert ist auch die individuelle Wahl mathematischer Arbeitsweisen und Inhalte (Kriterium 3). Der Modellierungsprozess ist die verbindende Methode, da diese in ihrer realistisch-angewandten Funktion zur Beschreibung der Wirklichkeit beitragen kann und im Idealfall als integrierender Modellierungsprozess die (BNE-)Realität mit der Mathematik verknüpfen kann (Kriterium 5).

Für das Lösen der Aufgabe bildet Textverständnis bzw. „mathematisches Lesen“- Können eine notwendige Basis. Dieses wird benötigt für das Erkennen und Begreifen der realen und mathematischen Zusammenhänge, für das Übersetzen der Realität in die Mathematik sowie das Erstellen einer mathematischen Frage. Ein mathematisches Lösen der Fragestellung und ein Validieren bzw. ein Rücktransport der Ergebnisse in die Realität wird durch die Aufgabenstellung nicht gefordert, so dass die Lernenden nur einen Teil des Modellierungsprozesses durchlaufen müssen. Die BNE knüpft aber gerade an den „Weg zurück vom Modell zur Realität“ an und nutzt kausale Zusammenhänge für die Vermittlung von Wissen, Fähigkeiten, Haltungen und Werten als Voraussetzung für die Mitwirkung an der Gegenwarts- und Zukunftsgestaltung.

Entsprechend dem Aufgabentyp Modellierung setzt das Lösen der „Lernenden-Fragen“ eine intensive Recherche nach geeigneten Parametern, Ausgangsbeziehungen und Werten voraus. Dies bringt gleichzeitig eine intensive Auseinandersetzung mit realen Situationen und Entwicklungsprozessen mit sich. Die modellierten und errechneten Zusammenhänge und Fakten können die Grundlage eines anschließenden ethisch-moralischen Diskurses zu den Perspektiven der Nachhaltigkeit bilden. Solch potenzielle BNE-Diskurse, die Entwicklungsverläufe, subjektive Weltbilder und Wertehaltungen in den Blick nehmen, werden im Folgenden exemplarisch vorgestellt. Auf die vielen Möglichkeiten der innermathematischen Fragestellungen soll hier aus Platzgründen verzichtet werden.

	Textausschnitte
(1)	„Einfach zauberhaft“, seufzt Cede „Früher war es überall auf Borneo so schön wie hier[...] „Die ganze Insel war ein dichter Wald. Heute gibt es nur noch ein paar Flecken.“
(2)	Cede wuchs im Regenwald auf. Sein Vater arbeitete für eine Holzfirma, so wie vor vierzig Jahren alle in Sabah. „Wir dachten uns nichts Böses dabei. Wir glaubten, der Wald hätte nur einen Wert: Holz.“
(3)	Früher fällten Kolonialherren Bäume und schufen Kautschuk-, Kaffee- und Zuckerplantagen.
(4)	Nur das winzige Öl-Sultanat Brunei braucht weder Holzexport noch Landwirtschaft.
(5)	Die beiden anderen Länder umso mehr. Besonders Indonesien, wo 220 Millionen Menschen über die Runden kommen müssen, die Hälfte mit zwei US-Dollar pro Tag.
(6)	„Wenn wir nichts ändern, wird auch der Rest des Waldes zerstört“.

Abbildung 13: Textausschnitte aus dem Zeitungsartikel "Kein Platz für den Orang-Utan" (Leiß und Leuders 2012, S. 201) (eigene Darstellung)

Mit den in Abbildung 13 aufgeführten Textpassagen aus dem Zeitungsartikel und den darin enthaltenen mathematischen Modellierungen wird der Versuch unternommen, Ansätze zu einer BNE-integrierenden Modellierungsaufgabe zu entwickeln.

Auf Grundlage aller Dimensionen, Leitideen und Inhalte der Mathematik (Kriterium 3) können Modellierungen faktische Aussagen u.a. zu den Gegebenheiten sowie Entwicklungen der Forstflächen, der landwirtschaftlichen Flächen, der Markt- und Handelspreise sowie der Lebensgestaltung mit Niedriglöhnen und einem Leben unter der Armutsgrenze treffen. Im Sinne der BNE können sich auf diese komplexen Analysen beziehend ethisch-moralische Diskurse anschließen. Ein solcher Diskurs soll am Beispiel der Textpassage (2) zum Thema „Wert des Holzes“ exemplarisch durchgeführt werden.

Die Mehrdimensionalität des „Holzwertes“ kann durch die Exportmöglichkeit mit einem ökonomischen Wert (2) und durch die Sicherung von Arbeitsplätzen, Lebensraum und -grundlage der (indigenen) Bevölkerung mit einem sozialen Wert (1) beschrieben werden. Des Weiteren wird das Holz während der kolonialen Herrschaft im Vergleich zur intensiven Landwirtschaft (3) als ohne „Wert“ wahrgenommen. Die nicht nachhaltige Holzwirtschaft und die Tatsache, dass „dem Tropenparadies Borneo Gewalt angetan“ wurde, wird aus heutiger Sicht verurteilt und lässt einen Paradigmenwechsel vom achtlosen Umgang mit der Natur hin zur Wertschätzung der Natur vermuten. Dieser Eindruck wird sowohl durch die Etablierung von Naturschutzgebieten gestützt als auch von der im Zeitungsartikel beispielhaft dargestellten Abhängigkeit der Menschen von der Natur.

Die Veränderungen, die mit der Zerstörung der Lebensgrundlage für die Menschen genauso wie für die Orang-Utans verbunden sind, fordern die Lernenden zum Überdenken manch unvernünftigen Handelns aufgrund persönlicher Interessen auf. So werden die Lernenden mit dem individuellen Egoismus des Menschen, mit der gleichgültigen Haltung

gegenüber der nicht menschlichen Spezies, mit der Gerechtigkeitsfrage sowie mit den Dimensionen der Nachhaltigkeit als Basis eines „vernünftigen“ Weiterentwicklungsprozesses konfrontiert. In die Vernunft und Gerechtigkeitsfrage einfließen muss auch die landwirtschaftliche (Über)Nutzung der Regenwaldflächen im Auftrag der (Zucker)Konsumenten. Damit muss die Konsumgesellschaft mit den Abkommen der export- und importierenden Länder als Involvierte oder Mitverursacher betrachtet werden. Aus dieser Situation heraus kann der Konsument auch Teil der Problemlösung der Misere in Borneo sein.

Zur Begriffsklärung der inter- und intragenerationellen Gerechtigkeit kann auch die Betrachtung der individuellen Situation der Länder Malaysia, Indonesien und Brunei (4), die Geschehnisse rund um die Kolonialherrschaft (3) sowie das Verhältnis der Industrieländer zu den Entwicklungsländern (5) beitragen. Mit der Einbeziehung des Orang-Utans bzw. der Natur in die Gerechtigkeitsfrage erhält diese noch eine weitere, die ökologische Dimension. Die Gestaltung einer nachhaltigen Entwicklung fordert damit zur Diskussion über die „Vernunft“ auf, konkret über die unvernünftige höhere Bewertung des Menschen im Vergleich zu anderen Spezies.

Mit diesem vernetzenden Wissen um die Perspektiven der Nachhaltigkeit erhält die Aussage des indonesischen Forstministeriums (6) „Wenn wir nichts ändern, wird auch der Rest des Waldes zerstört“ eine Mehrdimensionalität und mit der Darstellung der Veränderung der Lebensweise vom Vater zum Sohn (1, 2) eine Konkretisierung.

Mit der reflektierten Betrachtung des Öl-exportierenden Sultanats (4) kann die Bedeutung von fossilen Ressourcen, deren Wert auf dem Weltmarkt im Vergleich zu dem „geringen“ Wert der regenerativen und lebensnotwendigen Ressourcen am Beispiel der Landwirtschaft und des Waldes thematisiert werden. Die Tatsache, dass in den beiden anderen Ländern der Lebensstandard wesentlich geringer ist (5), verdeutlicht die Abhängigkeit der sozialen von der ökonomischen Dimension und führt gleichzeitig die Diskrepanz und vielleicht auch Widersinnigkeit in der Bewertung der „Wertigkeit“ beider Ressourcen vor Augen. Dieser Diskurs am Beispiel der Situation auf Borneo bietet allen voran auch das Potenzial, den praktizierten Umgang mit regenerativen Ressourcen, mit der Natur, die Methoden der Landwirtschaft und den Konsum in den Blick zu nehmen, insbesondere da die Industrieländer auf die Importe landwirtschaftlicher Produkte angewiesen sind. Die am Beispiel Borneos veranschaulichte direkte Abhängigkeit der Konsumenten der Industrieländer von den Ressourcen Borneos fordert dazu auf, an einer globalen nachhaltigen Entwicklung zu partizipieren und diese mitzugestalten.

Fazit zur Aufgabe: „Kein Platz für den Orang-Utan“

Die Analyse dieses Fallbeispiels zeigt die Bedeutung der Mathematik, insbesondere des vollständigen Modellierungskreislaufes, als Fundament von Beschreibungen und

Erkenntnissen über reale Entwicklungen. Die Analyse verdeutlicht auch, welche mächtiger Überbau vielschichtiger ethisch-moralischer Auseinandersetzung auf den deduktiven analytischen Ergebnissen und der Darstellung kausaler Zusammenhänge durch die Mathematik steht. Es wird auch deutlich, dass die Mathematik keine direkten Antworten auf die Fragen liefern kann, sondern dass andere Fachwissenschaften hinzugezogen werden müssen, um Verständnisse aufzubauen und Lösungsideen für die Probleme auf Borneo zu entwickeln.

Des Weiteren wird beispielhaft aufgezeigt, wie eng die Verknüpfungen eines Einzelnen mit den Geschehnissen in anderen Teilen der Welt sind, welche ungleichgewichtige Bedeutung die Dimensionen der Nachhaltigkeit in den Lebensgemeinschaften haben. Die Lernenden können auch erkennen, dass ihr individueller Konsum der Wertschätzung der Natur konträr entgegenstehen, und dass eine Reflexion ihres Konsums, ihrer Werte und Lebenseinstellungen einen Beitrag zum lokalen und globalen Transformationsprozess leisten kann.

Die Analyse dieser Aufgabe zeigt zwar, dass mathematische Arbeits- und Denkweisen als Basis zur Reflexion der Gegenwart und Mitgestaltung der Zukunft herangezogen werden können, dass dieser ethische Diskurs aber explizit eingefordert werden muss. Im Sinne eines ganzheitlichen Lernansatzes und in Anknüpfung an das Kriterium wäre solch eine starke Output-Orientierung an die Anforderungen der Bildungsstandards angeknüpft.

Der integrierende Modellierungstyp beschreibt diese Ausweitung der Aufgabenstellung, die zum Ziel hat, mathematische Überlegungen bzw. Modellierungen in einen Sinnkontext der nachhaltigen Entwicklung zu stellen und in diesem Zuge die Modellierungsergebnisse zum Beschreiben und Erkennen der Vernetzungen nutzen zu können. Ergänzend zu der hier ausgeführten Thematik der „Wertschätzung“ bietet die Aufgabe weitere Möglichkeiten der „BNE-Fragestellungen“, die zu vertiefenden Berechnungen und Modellierungen motivieren können.

Die Strukturen eines traditionellen Mathematikunterrichts können so aufgebrochen werden. Den Lernenden wird ermöglicht, eine Beziehung zu den Inhalten der Mathematik aufzubauen.

3.2.2 Fallstudienbericht Lernaufgabe SB (Schulbuch)

Das Aufgabenset „Die Entwicklung der Weltbevölkerung“

1. Im Internet findet man immer aktuelle Daten zur Bevölkerungsentwicklungen. [...]a) Erkundigt euch, wie viele Menschen im Moment auf der Welt leben. Auf welcher Grundlage kennt man diese Zahlen? Auf verschiedenen Internetseiten findet ihr vermutlich unterschiedliche Angaben oder Prognosen.
c) Berichtet darüber und erklärt, wie es zu diesen Unterschieden kommt.
2. Betrachtet das Diagramm unten auf der Doppelseite. Es stellt die Entwicklung der Gesamtbevölkerung auf der Erde dar.
a) In einem Zeitungsbericht ist folgende Schlagzeile zu lesen: „Die Bevölkerungszahl explodiert!“ Erklärt, was damit gemeint ist.
b) In dem Diagramm findest Du immer wieder Stellen, an denen die eingezeichnete Linie „Unregelmäßigkeiten“ aufweist. Begründet, warum es manchmal zu einem stärkeren Anstieg oder sogar zu sinkenden Bevölkerungszahlen kommen kann. Vielleicht haben eure Geschichts-, Geographie-, [...] hierzu einige Tipps.

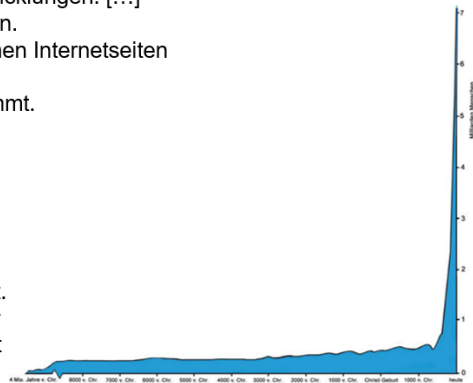


Abbildung 14: Schulbuchaufgabe (vom Hofe et al. 2019, S. 166-167)

Erläuterungen zur Auswahl der Modellierungsaufgabe „Entwicklung der Weltbevölkerung“

Die im Folgenden analysierten Aufgaben 1a) und c) sowie 2a) und b) entstammen dem Schulbuch „Mathematik heute 10“ und gehören zu einem Aufgabenkonglomerat zum Thema „Entwicklung der Weltbevölkerung“ (vom Hofe et al. 2019, S. 166–167). Dieses Aufgabenset besteht aus fünf Aufgaben, von denen nur die o.g. analysiert werden, weil nur sie den anwendungsbezogenen außermathematischen Lernaufgaben zuzuordnen sind. Die restlichen Aufgaben gehören dem innermathematischen Aufgabentyp an, der zur Festigung und Übung dient. Diese Aufgaben werden nicht weiter analysiert, befinden sich aber im Material 5 und 6 im Anhang.

Die Exponentialfunktionen bilden die mathematische Grundlage im Umgang mit dem Bevölkerungswachstum, weshalb diese Aufgabeneinheit am Ende des entsprechenden Kapitels im Schulbuch verortet ist. In den Bildungsstandards ist das Thema Exponentialfunktionen dem Inhaltsfeld „Funktionale Zusammenhänge“ zugeordnet (HKM 2012, S. 20).

Analyse von Aufgabe 1a) und c) sowie 2a) und 2b)

Diese Aufgaben fallen durch eine Zweiteilung der Aufgabenstellung auf. Der eine mathematisch-deskriptive Aufgabenteil fragt nach mathematischen Strukturen und Zusammenhängen, während der zweite ethische Aufgabenteil dazu auffordert, diese Strukturen in einen realen Kontext zu stellen. Die Tabelle in Abbildung 15 verdeutlicht diese Zweiteilung der Aufgabenstellung.

Aufgabe 1 thematisiert die datenmäßige Erfassung der weltweiten Bevölkerungszahlen und des prognostizierten Zuwachses. In Teilaufgabe 1a) soll das allgemeine Problem der Datenerfassung mithilfe mathematischer und nicht-mathematischer Verfahren in den verschiedenen Ländern der Welt erörtert werden und Teilaufgabe 1c) sucht nach Erklärungen für die unterschiedlichen Prognosen zur Entwicklung des Bevölkerungswachstums. Der Kontext beider Teilaufgaben erlaubt die Durchleuchtung der aktuell und vermutlich auch

zukünftig sehr unterschiedlichen Lebensstandards in den Industrie- und Entwicklungsländern und kann zur Visionenbildung und Partizipation an der Transformation im Sinne der Agenda 2030 motivieren. Die Beantwortung beider Fragestellungen erfordert den Blick in andere Fachbereiche und Wissenschaften.

	Erster Aufgabenabschnitt: Mathematische Fragestellung	Zweiter Aufgabenabschnitt: Bezug zur Realität
1a	Erkundigt euch, wie viele Menschen auf der Welt leben...	... auf welcher Grundlage kennt man diese Zahlen.
1c	... findet man vermutlich unterschiedliche Angaben oder Prognosen. Berichtet darüber und erklärt, wie es zu diesen Unterschieden kommt.
2a	Erklärt, was damit gemeint ist.	„Die Bevölkerungszahl explodiert!“
2c	Begründet, warum es manchmal zu einem stärkeren Anstieg [...] der Bevölkerungszahlen kommen kann.	Vielleicht haben eure Geografie-, Wirtschaftslehrer hierzu einige Tipps.

Abbildung 15: Zweiteilung einer BNE-Modellierungsaufgabe (eigene Darstellung)

Aufgabe 2 thematisiert die Entwicklung der Gesamtbevölkerung im zeitlichen Rückblick von vor 4 Mio. Jahren vor Christus bis heute. Mithilfe des Fächerübergriﬀs werden Antworten auf die offensichtlichen Unregelmäßigkeiten der vergangenen Bevölkerungsentwicklungen gesucht. Beide Teilaufgaben widmen sich dem Diagramm im Anhang (Material 7), welches die Bevölkerungsentwicklung von 4 Mio. Jahren vor Christus bis heute darstellt. In Teilaufgabe 2a) soll der starke „explosionsartige“ Anstieg der Weltbevölkerung in den letzten 500 Jahren in den Blick genommen werden. Teilaufgabe 2b) sucht nach fachübergreifenden Erklärungen für die unregelmäßigen Verläufe des Bevölkerungswachstums in manchen Zeitabschnitten. Erklärungen für das Sinken und Steigen des Bevölkerungswachstums können nur in anderen Wissenschaften gefunden werden. Dies macht den notwendigen Fächerübergriﬀ der Modellierungsaufgaben in diesem Aufgabenkontext besonders deutlich.

Im Folgenden werden beide Aufgaben auf Basis des dieser Studie zugrunde liegenden Bezugsrahmens analysiert und anschließend auf potenzielle BNE-Anknüpfungen untersucht.

Kriterien einer BNE-Lernaufgabe bzw. Modellierungsaufgabe

Die Aufgaben zählen zu den unüblichen Aufgaben, die zur Beantwortung der Fragestellungen keine Struktur vorgeben. Alle Aufgaben und Aufgabenteile gleichen Forschungsaufträgen, sind offen formuliert und ermöglichen entsprechend der Leistungsfähigkeit und des Interesses der Lernenden die Beantwortung der Fragen in individueller fachlicher Tiefe und Breite. Die natürlichen Differenzierungsmöglichkeiten sind in diesem Aufgabenkonzept von Natur aus gegeben. Mit dem Bezug zur Realität ist der Anspruch verbunden, neben dem mathematischen Grundverfahren der Deduktion auch die beiden anderen Instrumente der Erkenntnisgewinnung, nämlich die Induktion und Abduktion kennen und anwenden zu

lernen. Die kognitive Distanz zwischen der authentischen Problemstellung und den mathematischen Modellen ist in diesem Zusammenhang sehr eng.

Kompetenzorientierte Anknüpfungsmöglichkeiten der BNE an die Bildungsstandards

Die Beantwortung des realitätsbezogenen Aufgabenteils verlangt nach der fachübergreifenden Perspektive, weshalb die Lernenden mit den fachbezogenen Strukturen anderer Wissenschaften konfrontiert werden und sich praxisbezogen und gleichzeitig wissenschaftsbestimmend mit den Grundprinzipien der Wissenschaften auseinandersetzen müssen. Die Komplexität des Themas sowie die Offenheit der Ausgangs- und Zielsituation und des Transformationsweges aller Aufgabenteile geben Raum für vielfältige Diskussionen, Lösungswege, Handlungen, Inhalte sowie Ergebnisse. Darüber hinaus schaffen sie Möglichkeiten für den Aufbau von Wissensstrukturen, Werthaltungen, Einstellungen und Überzeugungen.

Inhaltsbezogene Anknüpfungsmöglichkeiten der BNE an die Bildungsstandards

Die Zweiteilung der Aufgabenstellung fordert zur Verknüpfung der mathematischen mit der ethischen Perspektive auf. Auf Basis der Dimensionen der Mathematik, der Inhalte und Leitideen werden die vergangenen (Aufgabe 2), die aktuellen (Aufgabe 1a) oder die zukünftigen (Aufgabe 1c) Bevölkerungszahlen dargestellt, ermittelt oder prognostiziert.

Eine ethische Betrachtung konfrontiert mit unterschiedlichen Lebensstilen und -situationen in den geburtenreichen und -armen Ländern der Welt sowie mit den Grenzen des Wachstums. Sie leitet an zur kritischen Reflexion gesellschaftlicher Leitbilder, Normen und Werte.

Methodisch-didaktische Konzeption der Lernaufgaben

Die Aufgabenstellung spricht die Lernenden in der 1. Person Mehrzahl nicht als Einzelpersonen an, sondern fordert indirekt zur Gruppenarbeit und zur gemeinsamen Problemlösung auf. Während der Internetrecherche können (individuell) weiterführende Frage- und interessegeleitete Problemstellungen entstehen, an welche sich weitere Informationen und eigenständige Problemlöseprozesse anschließen können. Die unübliche Aufgabe fordert in beiden Wissenschaftsbereichen zum selbst- und prozessorganisierten Lernen auf.

Perspektiven der Modellierungsaufgabe

Die in Abbildung 15 veranschaulichte Zweiteilung der Aufgabenstellung verdeutlicht eine enge Verknüpfung der mathematischen Perspektive mit dem realen Anwendungsbezug. Die mathematischen Erkenntnisse fundieren auf realen Bezügen bzw. die realen Bezüge liefern die Strukturen für die Anwendung der Mathematik.

Es handelt sich bei allen Aufgaben um den integrierenden Aufgabentyp.

Aufgrund der Vielschichtigkeit der Fragestellungen kommen sowohl die soziokritische als auch die kontextuelle, pädagogische und realistisch-angewandte Perspektive von Modellierungen in den Blick.

Analyse der Aufgabe 1a)

Nur manche Länder verfügen über aktuelle, empirisch ermittelte Angaben zu Bevölkerungszahlen, andere haben nur begrenzte Möglichkeiten, auf ein empirisches mathematisches Verfahren zurückzugreifen. Von den meisten Ländern, vor allem in den weniger entwickelten Regionen, fehlen demografische Informationen wie z.B. Erhebungen, Volkszählungen, Register lebenswichtiger Ereignisse usw. oder sie sind nur begrenzt vorhanden bzw. unzuverlässig. In manchen Ländern werden deshalb Schätzungen durchgeführt, in anderen dienen Nachbarländer mit ähnlichen sozioökonomischen Profilen zur Orientierung, so dass die Kombination der faktisch-deskriptiven mathematischen Methoden mit anders gelagerten Methoden (wie reale Beobachtungen und indirekte Schätzungen) zur Ermittlung der Bevölkerungszahlen notwendig ist. An dieser Thematik anknüpfend erhalten die Lernenden einen beliebig tiefen und vielfältigen Eindruck von der Unterschiedlichkeit der Länder dieser Erde. Es kommt noch hinzu, dass es sich bei der Bevölkerungszahl um ein dynamisches System handelt. So erschweren beispielsweise die weltweit in großer Anzahl stattfindenden Fluchtbewegungen sowie Naturkatastrophen und Kriege die Bestimmung der aktuellen Bevölkerungszahlen einzelner Länder zusätzlich. Demzufolge kann die Angabe einer eruierten Bevölkerungszahl nur eine Momentaufnahme sein. Daran anknüpfend stellt sich auch die Frage, inwieweit die Mathematik das Fundament der Bestimmung der Bevölkerungszahl bieten kann. Annahmen und Gültigkeitsvoraussetzungen solcher Erhebungen sind zu diskutieren und zu hinterfragen. Wo sind die Grenzen der Mathematik, können mathematische Modellierungen die Realität abbilden, wie logisch und korrekt sind die ermittelten Werte in Wirklichkeit, können diese ggf. durch zusätzliche Annahmen ein Ergebnis verfälschen bzw. die Allgemeingültigkeit verlieren? Die Lernenden werden durch diese Mathematikaufgabe mit den Grenzen der Mathematik konfrontiert, substantielle Aussagen treffen zu können.

Unter diesem Blickwinkel trägt Aufgabe 1a) zu einem reflektierten Verständnis der Nutzung und Verwendung der Mathematik für die Beschreibung der Realität bei. Es wird deutlich, dass die hochkomplexe faktisch-deskriptive Analyse der Weltbevölkerung durch die Mathematik nicht ausreicht, um die Weltbevölkerungszahlen zu erfassen. Es sind zusätzlich weitere, sehr komplexe Verfahren und fächerübergreifende Überlegungen notwendig.

Diese Erkenntnisse bringen die Vorstellung von einem allgemeingültigen mathematischen Modell ins Wanken und liefern stattdessen Erklärungsmodelle für wahrgenommene Diskrepanzen zwischen den errechneten Zahlen und dem dazugehörigen Bild der Realität sowie der Unterschiedlichkeit der Angaben im Internet. Damit werden die Lernenden in einem

kritischen Verständnis und reflektierten Verhalten gegenüber isolierten Zahlenangaben geschult, was zu ihrer Entwicklung zu mündigen Bürgerinnen und Bürgern beiträgt.

Analyse der Aufgabe 1c)

Aufgabe 1c) hingegen fragt nach den unterschiedlichen Angaben und Prognosen zur Bevölkerungsentwicklung im Internet und thematisiert zum einen die Datenerhebungen zum Erstellen von Prognosen, zum anderen den Einfluss von Parametern auf die mathematische Modellierung von Bevölkerungsentwicklungen.

Von Seiten der Fachwissenschaft Mathematik werden hier die Eigenschaften der Exponentialfunktion anwendungsorientiert vertieft. Durch die erfragte Wachstumsperspektive der Bevölkerung bzw. Prognose erhält diese Aufgabe eine Zukunftsorientierung. Eine Verknüpfung der Prognose mit der Realität, beispielsweise die Thematisierung der Auswirkungen der Bevölkerungszunahme auf das globale Leben auf der Erde, wird nicht gefordert. Allerdings bietet diese Aufgabenstellung mit der Unterschiedlichkeit der Prognosen einen Ausblick sowohl auf die Bedeutung der Bevölkerungszahl für das Leben auf der Welt als auch auf das eigene Leben. Über den Tellerrand geschaut ermöglicht sie zudem, Ideen und Visionen zur Überwindung der Folgen des Bevölkerungswachstums zu entwickeln. Beispielsweise kann in diesem Kontext der Einfluss der Entwicklung der Bevölkerungszahl auf die nur endlich zur Verfügung stehenden Ressourcen erörtert werden. Es geht dabei um Ressourcen, die für die bestehenden Gesellschaftsformen vermeintlich als unverzichtbar gelten und darum, wie schnell die Menschheit den natürlichen Grenzen näherkommt. Der Kontext des Ressourcenmanagements bietet sich auch als ein mögliches Thema an, um die Bedeutung des Bevölkerungswachstums mit dem subjektiven Weltbild der Lernenden zu verknüpfen. Alle Begriffe der Perspektiven der Nachhaltigkeit wie z.B. die inter- und intragenerationelle Gerechtigkeit, die Gleichrangigkeit der Dimensionen der Nachhaltigkeit sowie die SDGs spielen hier eine Rolle. Damit Lernende ihre Lebenswelt mit dem o.g. Ressourcenmanagement verknüpfen können, bedarf es ergänzender Aufgabenstellungen und/oder dem Input der Lehrkräfte. Nur so werden sie in der Lage sein, das Bevölkerungswachstum mit ihrem eigenen Lebensstil oder ihrem Weltbild in Verbindung zu bringen.

Analyse der Aufgabe 2a)

Hier werden die Lernenden mit der umgangssprachlichen und bildhaften Darstellung des Bevölkerungswachstums in der Schlagzeile eines Zeitungsberichtes zu einem reflektierten und kritischen Verhalten gegenüber zugespitzten Aussagen aufgefordert.

Zusätzlich zur Anforderung, die Eigenschaften der Exponentialfunktion zur Beschreibung des Diagramms zu nutzen, geht es bei der Aufgabe auch darum, die mathematischen Möglichkeiten für eine faktisch-deduktive Analyse in den Blick zu nehmen. Des Weiteren fokussiert diese Aufgabe auf den aktuell immer häufiger festzustellenden Trend zu einer

postfaktischen Gesellschaft und möchte diesem entgegenwirken. Das geforderte reflektierte Verhalten und die Schulung der Lernenden beim Nutzen der analytischen, empirischen Mathematik trägt ganz entschieden zur Entwicklung der Lernenden zu mündigen Bürgerinnen und Bürgern bei.

Die Aufgabenstellung in 2a) zeigt eine unterschiedliche Anordnung der beiden Wissenschaftsperspektiven als die anderen drei Aufgaben und stellt die reale Aussage in das Zentrum. Der Blick der Lernenden wird so von einer Alltagssituation zur Mathematik hingeleitet, sodass diese die Funktion des Erklärens übernimmt. Im Gegensatz dazu fragen die anderen Aufgaben nach einer Anknüpfung der Mathematik an die Realität.

Die Mathematik findet hier in ihrer strukturgebenden Eigenschaft Anwendung, während in den anderen Aufgaben primär die Dimension des kreativen Umgangs gefordert wird.

Analyse der Aufgabe 2b)

Die Frage in Aufgabe 2b) nach den Gründen des steigenden und sinkenden Bevölkerungswachstums im geschichtlichen Verlauf ist fächerübergreifend angelegt und fordert eine anwendungsbezogene Bearbeitung. Beispielsweise kann die stark zurückgehende Bevölkerungszahl im Mittelalter mit der damals weltweit wütenden Pest in Zusammenhang gebracht werden. Die auch als der „Schwarze Tod“ bekannte Pandemie forderte damals über 100 Millionen Todesopfer. Des Weiteren können die verschiedenen (Welt)Kriege und deren Todesopfer besprochen werden. Beide Themen sind unterschiedlichen Fächern zuzuordnen und bieten sich aufgrund ihrer Aktualität und ihres BNE-Aspektes, wie am Beispiel der Pandemie dargestellt, besonders zur Bearbeitung an.

Die Corona-Pandemie macht auf der einen Seite die Bedeutung des medizinischen Fortschrittes und damit die Verhinderung weiterer Todesopfer deutlich. Auf der anderen Seite hat die Pandemie in besonderem Maße die weltweit fehlende intragenerationelle Gerechtigkeit vor Augen geführt. Während die Industrieländer über ausreichend wissenschaftliches, insbesondere auch medizinisches Wissen, über ökonomische Mittel und soziale Systeme verfügten, um einer solchen Pandemie entgegenzuwirken, waren andere Länder dieser pandemischen Bedrohung hilflos ausgeliefert. Des Weiteren stellt diese weltweite Krise auch die intergenerationelle Gerechtigkeit an den Pranger, denn die ökonomischen und sozialen Langzeit-Auswirkungen der pandemischen Einschränkungen trägt heute und in Zukunft die jüngere Generation. Dies betrifft wirtschaftliche Aspekte (Unternehmensschließungen) genauso wie gesundheitliche und daraus resultierende soziale Einschränkungen. Mit dem Blick auf die ökologischen Auswirkungen, z.B. erhöhter Bedarf an medizinischer Ausstattung (wie z.B. Schutzbekleidung) können die Dimensionen der Nachhaltigkeit thematisiert werden.

Die Verknüpfung der Erfahrungswelt der Lernenden mit dem Graphen kann zwar nicht unmittelbar aus der Aufgabenstellung abgeleitet, jedoch leicht initiiert werden, zumal dies durch die Offenheit naheliegt.

Fazit zur Aufgabe „Entwicklung der Weltbevölkerung“

Eine integrative Gestaltung der faktischen Darstellung der Bevölkerungszahlen mit der ethischen Komplexität stellt sich als sehr herausfordernd dar. Dieser Ansatz bietet Möglichkeiten, eine wissenschaftliche Beschreibung von Zusammenhängen und Entwicklungen vielfältig und breitgefächert mit der ethischen Argumentation zu verknüpfen.

Alle hier analysierten Lernaufgaben können zu einem kritischen und reflektierten Diskurs bezüglich der Wissensarten führen. Dies kann auch die mögliche Diskrepanz zwischen den mathematischen Betrachtungen und der wahrnehmbaren Realität besser erklären. Die Modellierung und die Interdisziplinarität haben die Aufgabe, den deduktiven Bereich der Empirie und des logischen Schließens mit den abduktiven und induktiven Verfahren der ethisch-moralischen Dimension zu verknüpfen. Der integrative Lernansatz ist hier besonders wichtig, da beide Verfahrensarten geschult, die Unterschiedlichkeit der Wissenschaftsarten herausgearbeitet und die jeweiligen Grenzen diskutiert werden. Die Zweiteilung der Aufgabe und die thematische Verknüpfung verdeutlichen zwar die Möglichkeit, die Realität mit der Mathematik zu beschreiben, machen aber zum anderen auch auf die Grenzen der Mathematik und der mathematischen Verfahren aufmerksam.

An die Erfahrungswelt der Lernenden wird in beiden Aufgaben nicht direkt angeknüpft. Allerdings steckt in allen Lernaufgaben Potenzial für die Thematisierung der Perspektiven der Nachhaltigkeit (s. Kapitel 2.1.1). Diese Zweigleisigkeit, neben dem spezialisierten (disziplinären) Fachwissen der Exponentialfunktionen und der Modellierungsprozesse ein interessegeleitetes, vernetzendes (interdisziplinäres) Arbeiten zu ermöglichen, ist durch die Offenheit, die Authentizität und das Differenzierungsvermögen beider Aufgabenteile gegeben.

Beide Aufgaben legen das Augenmerk auf die Schaffung von Anlässen, um das Lernen selbst zu gestalten. Diese Prozessoffenheit provoziert ein selbstgesteuertes Lernen im Rahmen der Bewältigung von Kreativitäts-, Gestaltungs- und Anwendungsproblemen. Dies führt zu einer sehr hohen Komplexität der Aufgaben. Dieser Aufgabentyp trainiert neben der Fähigkeit, den eigenen Lernprozess steuern und die Informationsverarbeitungs- und Problemlösestrategien gezielt anwenden zu können, auch das metakognitive Wissen, das Wissen über die eigenen Kognitionen. Die umfangreiche Thematik hinter der Aufgabenstellung erfordert viel Selbstorganisation, Reflexionsvermögen und Eigenverantwortung der Lernenden sowie auch einen intensiven Austausch und ein Lernen in sozialen Lernformen. Auch wenn die Aufgaben 1 und 2 aufgrund der offenen Fragestellungen einen Blick über den Tellerrand und ein tiefes Eintauchen in die verschiedenen Themen einer BNE

ermöglichen, so fordern sie nicht gezielt dazu auf, Wissen zu vernetzen, Auswirkungen eines starken Bevölkerungszuwachses zu reflektieren, Werte- und Bewusstseinsbildung zu diskutieren und Handlungsmöglichkeiten im Sinne der Agenda 2030 zu planen. So obliegt es den Lernenden sowie den Lehrenden, Themen, auf die sie während ihrer Internetrecherche stoßen, in Hinblick auf die Aspekte der inter- und intragenerationellen Gerechtigkeit, der Dimensionen der Nachhaltigkeit sowie der Perspektiven einer nachhaltigen Entwicklung weiter zu verfolgen. In den außermathematischen realen Bezügen liegt auch das Potenzial, die Lernenden mit Überraschungen, Widersprüchlichkeiten sowie Provokationen zu konfrontieren, und so zu einer BNE-Modellierungsaufgabe zu werden.

3.3 Fallstudienübergreifende Untersuchung zu BNE mithilfe der mathematischen Modellierung

3.3.1 Methodisches Vorgehen

Die beiden Fallbeispiele im Kap. 3.2 wurden auf Basis der Qualitätskriterien und Auswertungsschritte zur BNE und mathematischen Modellierung analysiert. Die singulären Falldarstellungen haben die Besonderheiten und Unterschiede beider Aufgaben verdeutlicht. In diesem Kapitel kommt es nun zum Fallvergleich, bei dem spezifische gemeinsame Muster herausgearbeitet und aufgezeigt werden. Sie sollen dann eine analytische Generalisierung ermöglichen und, in einer Hypothese mündend, die Forschungsfrage beantworten.

Um die Aussagekraft der erzielten Resultate besser einordnen zu können, werden zunächst die Herausforderungen und Grenzen der Vergleichbarkeit von Forschungsfallstudien und der darauf aufbauenden Theorien diskutiert.

3.3.2 Möglichkeiten und Grenzen der fallübergreifenden Analyse

Ziel der Fallanalyse ist es stets, eine fundierte Grundlage zur Identifizierung von übergreifenden Fallmustern und Kategorien zu legen, um zur Entwicklung von verallgemeinerbaren Hypothesen und Theorien zu gelangen. Allerdings existiert in der Wissenschaft kein verbindlich festgelegtes Verfahren einer fallübergreifenden Analyse (Wrona 2005, S. 9). Als Basis zur Identifizierung muss zwischen generalisierbaren und spezifischen Faktoren der Fälle unterschieden werden.

In der vorliegenden Studie sollen aus den generalisierbaren Charakteristika der Fallbeispielaufgaben idealtypische Zusammenhänge in Form von argumentativ konstruierten Lernaufgabentypen gebildet werden. Sie sollen nicht nur die Erkenntnisse der durchgeführten Fallstudien widerspiegeln, sondern auch für vergleichbare Fälle zur Erklärung und für ein besseres Verständnis herangezogen werden können. Solch ein argumentativ konstruierter Lernaufgabentyp soll in einer abschließenden Handreichung beispielhaft angewendet werden.

Als Schwäche der Theoriebildung auf Basis von Fallstudien wird das meist enge Untersuchungsfeld betrachtet, welches nur die Entwicklung von Theorien für sehr spezifische Phänomene zulässt, zumal diese nicht ohne Weiteres auf hohe Abstraktionsebenen übertragbar sind. Eine weitere Gefahr stellt auch die potenzielle Subjektivität der Untersuchung dar. Beide Umstände sind allerdings per se nicht als Mangel der Forschungsmethode selbst zu verstehen (Wrona 2005, S. 12). Mit einer klaren Fokussierung auf bestimmte Forschungsfragen, mit der Eingrenzung des Untersuchungsfeldes und der Wahl einer explorativen Methode sowie mit der strikten Einhaltung der in Kapitel 3.1 genannten Qualitätskriterien als Basis einer zielführenden Bearbeitung der Fallstudien soll diesem Problem begegnet werden (Wrona 2005, S. 19).

Gerade durch die explorative Untersuchungsausrichtung kann dieses Vorgehen als akzeptable Form der Stichprobenauswahl angesehen werden, da nicht zuletzt durch die Offenlegung der Auswahlkriterien die Nachvollziehbarkeit für Dritte ermöglicht wird (interne Validität). Eine Verallgemeinerung kann rein auf Basis einer argumentativen Generalisierung erfolgen (Wrona 2005, S. 39)

Um Möglichkeiten, Ansprüche und Strukturen zu identifizieren, werden die beiden Fallbeispiele in zwei Schritten analytisch miteinander verglichen:

1. Schritt: Es werden Aspekte diskutiert, die fallstudienübergreifend übereinstimmen bzw. Ähnlichkeiten aufweisen.
2. Schritt: Es werden die fallstudien-spezifischen Unterschiede dargelegt. Zugleich werden mögliche Gründe für solche Abweichungen erläutert.

3.3.3 Ergebnisinterpretation der Fallbeispiele

Die Ergebnisinterpretation der Fallstudien erfolgt unter der Fragestellung:

Wie muss eine Lernaufgabe gestaltet sein, um den Anforderungen eines integrativen Lernansatzes im Sinne der BNE und der mathematischen Modellierung gerecht zu werden?

Zur Beantwortung dieser Fragestellung werden beiden Fallbeispiele „Kein Platz für den Orang-Utan“ und „Weltbevölkerung“ wie oben beschrieben analysiert. Beide Aufgaben bedienen sich der mathematischen Modellierung und knüpfen an einem BNE-relevanten Themenbereich an. Der Auftrag der fallübergreifenden Studie besteht nun darin, herauszukristallisieren, unter welchen Gegebenheiten der Anspruch einer BNE-Aufgabe erfüllt werden könnte.

Die argumentative Generalisierung

Aus der fallübergreifenden Betrachtung lassen sich sechs Erkenntnisse festhalten, die als Leitfaden zur Erstellung einer BNE-Modellierungsaufgabe in die Handreichung einfließen.

Modellierung und Interdisziplinarität als Brückenschlag zwischen der Mathematik und der Bildung für nachhaltige Entwicklung (Kriterium 1)

Beide Fallbeispiele zeigen, dass ein integrativer Lernansatz der Mathematik und der BNE die Interdisziplinarität und die mathematische Modellierung braucht. Die Interdisziplinarität bildet die Basis für die Fragen zur Nachhaltigkeit von Entwicklungsprozessen und die datenliefernde Modellierung bildet die Basis für die Diskurse darüber. Konkret bedeutet dies: Im Fallbeispiel "Orang-Utan" knüpfen die beschriebenen mathematischen Zusammenhänge an die Bildungsstandards für Mathematik an. Gleichzeitig liefern sie durch eine logische und empirische Erkenntnisgewinnung kausaler Zusammenhänge über die weitreichenden Folgen einer zunehmenden Regenwaldabholzung das Fundament für die Reflexion über nachhaltige Entwicklungsprozesse. Im Rahmen der „Weltbevölkerungsaufgabe“ werfen erst die empirischen Erkenntnisse über die stark ansteigenden Bevölkerungszahlen die Fragen über nachhaltige Entwicklungsprozesse auf. Ohne die Wahrnehmung der Veränderlichkeit und die Variation der Rahmenbedingungen einer Modellierung ist in beiden Fällen ein Diskurs und ein Nachdenken über Visionen und Handlungen kaum vorstellbar. Erst die Interdisziplinarität ermöglicht durch die Bereitstellung realer Zusammenhänge und Entwicklungen den Diskurs über ethische Frage- und Problemstellungen im Sinne der BNE. Sie greift die faktische Komplexität der Mathematik auf und verbindet diese mit der ethischen Komplexität der nachhaltigen Entwicklung, wodurch sie die Grenzen, aber auch den Nutzen der Mathematik deutlich macht. Dies wird unter dem folgenden Kriterium 2 tiefergehend veranschaulicht.

Zweiteilung der Aufgabenstellung in mathematisch-faktisch vs. ethisch-moralisch (Kriterium 2)

Die integrativen Fragestellungen des Fallbeispiels „Weltbevölkerung“ zeichnen sich durch eine Zweiteilung in Mathematik und BNE aus (s. Abbildung 15). Die Fragestellung im Fallbeispiel „Orang-Utan“ verharrt dagegen mit den Aufgaben „Prüfe die Angabe in der Überschrift [...]“, „Prüfe auch den Vergleich [...]“ und „Formuliere eine mathematische Frage [...]“ auf der Seite der Mathematik. Eine Verknüpfung zur Realität findet nicht statt. Im Fall der „Weltbevölkerungs“-Aufgabe ermöglichen beide Aufgabenteile, sowohl der mathematisch-deskriptive als auch der ethisch-moralische Teil, auf Basis von Offenheit und Differenzierungsmöglichkeit die Beantwortung der Fragen in individueller fachlicher Tiefe und Breite. Mit der interessengeleiteten Bearbeitung kann ein kompetenzorientiertes Lernen gefördert werden. Das bedeutet einerseits bzgl. der Mathematik die Schulung des Verfahrens der Deduktion und andererseits bzgl. der nachhaltigen Entwicklung die Schulung der induktiven und abduktiven Verfahren. Der integrative Lernansatz baut hier auch auf der Unterschiedlichkeit der Wissenschaftsarten auf und setzt sich mit den jeweiligen Methoden und Grenzen auseinander.

Sinnstiftende und kontextbetonte BNE-Modellierungsaufgaben (Kriterium 3)

Bei der „Orang-Utan“-Aufgabe handelt es sich um eine innermathematische Fragestellung mit der Anknüpfung an einen Informationstext, der viel Potenzial für eine ethisch-moralische Diskussion liefert und damit auch einer „Sinnverknüpfung“ gerecht werden könnte. Die Aufgabenstellung an sich erfragt allerdings keine integrative Anknüpfung (s. Kapitel 3.2.1). Dagegen bietet das Fallbeispiel „Weltbevölkerung“ eine sehr komplexe Thematik aus der Realität, die eine Beschreibung der Umstände und Gegebenheiten in der Mathematik sucht. Im Zentrum einer BNE- und Modellierungs-Lernsituation kann demnach der Erwerb mathematischer Kompetenzen stehen, der der Anwendung einen Sinn gibt. Umgekehrt kann ein reales Entwicklungsthema kontextbetont für die Anwendung verschiedener mathematischer Werkzeuge sein. Beide Wirkungsketten BNE-orientierter Lehr-Lernprozesse werden im Folgenden erläutert.

Der **kontextbetonte Ansatz** hat sich aus der Analyse der Schulbuchaufgabe „Entwicklung der Weltbevölkerung“ entwickelt. Dieser Ansatz ist außermathematisch motiviert und nutzt die mathematische Modellierung als eine faktisch-deskriptive Methode zur Vermittlung der Perspektiven der Nachhaltigkeit. Die reale Thematik bzw. die Entwicklungsprozesse, wie die Zunahme der Weltbevölkerung, stehen im Zentrum der BNE-Modellierungsaufgabe und werden auf vielschichtige und vielfältige Art und Weise durchleuchtet. Zwar kann im Rahmen eines Modellierungsprozesses nur ein bestimmter Ausschnitt der Wirklichkeit in eine mathematische Form gebracht werden, allerdings kann dies mehrfach und aus mehreren Perspektiven heraus erfolgen, wie die verschiedenen Teilaufgaben dieses Aufgabensets zeigen.

Der **sinnstiftende Ansatz** ist aus der Fallanalyse der „Orang-Utan“-Aufgabe heraus entstanden. Bei diesem Ansatz knüpft ein mathematischer Zusammenhang, eine Methode oder Arbeitsweise an ein Thema der (nicht) nachhaltigen Entwicklung an, um der Mathematik und ihrer Denk- und Arbeitsweise einen Realitätsbezug, einen Anlass, eine Motivation oder eine „Sinnhaftigkeit“ zu verleihen. Der Schwerpunkt dieses innermathematischen Ansatzes einer BNE-Lernaufgabe liegt in mathematischen Verfahren, im Modell, in den Zusammenhängen von Parametern und Rahmenbedingungen sowie deren Auswirkungen auf den realen Sachbezug. Allerdings versäumt die Aufgabenstellung der „Orang-Utan“-Aufgabe den Schlußschluss mit der Realität.

Beide Vorgehensweisen, von der Mathematik kommend und zur Anwendung in nachhaltige Entwicklungsprozesse übergehend oder auch umgekehrt, bieten Lernenden unter unterschiedlicher Schwerpunktsetzung viele Möglichkeiten. Sie können problemorientiert und im Sinne des vernetzenden Lernens mithilfe der mathematischen Modellierung argumentieren,

kommunizieren und diskutieren sowie die Modellierung als Mittel zur Meinungsbildung nutzen.

Abhängigkeit des BNE-Diskurses von den Modellierungskriterien (Kriterium 4)

Beide Fallbeispiele zeigen, dass ein integrativer Lernansatz auch von Seiten der BNE eine wenig strukturierte, aber authentische und offene Aufgabenstellungen braucht. Gerade die Offenheit, Authentizität und das Differenzierungsvermögen stellen die Basis für ein schülerorientiertes individuelles Bearbeiten der Themen der nachhaltigen Entwicklung dar. Sie ermöglichen den Lernenden das Gestalten ihres vernetzenden Lernens, der individuellen Visionenbildung sowie der Partizipation. Die Qualitätskriterien einer Modellierungsaufgabe sind somit nicht nur aus Sicht der Modellierung grundlegend für eine BNE-orientierte Lernaufgabe, sondern auch aus Sicht der BNE. Nur eine BNE-Lernaufgabe, die diese Kriterien erfüllt, ermöglicht Lernenden, den individuellen Interessen und Fähigkeiten folgend die Mathematik zu nutzen, um die eigene Rolle im globalen Kontext beschreiben und verstehen zu können. Ein integrativer Lernansatz baut also auf einer beidseitigen Offenheit, Authentizität und Differenzierungsmöglichkeit der Aufgabenstellung auf.

Herstellen eines Ich-Bezuges zum BNE-Thema (Kriterium 5)

Ziel des integrativen Lernansatzes im Sinne der BNE ist es, den Lernenden ein umfassendes Bild der Welt zu verschaffen. Dies soll erreicht werden durch eine ethisch-moralische Betrachtung verschiedenster Facetten der Realität, ergänzt durch logische Zusammenhänge und Schlüsse der Mathematik und der Naturwissenschaften.

Aus den Analysen dieser Aufgaben geht hervor, dass die Fragestellungen der Fallbeispiele ohne weitere Steuerung durch die Lehrkraft keine Verknüpfung des Lebensstils und der Werteeinstellung der Lernenden mit dem Bevölkerungswachstum oder der landwirtschaftlichen Nutzung der Regenwälder einfordert.

Eine Fragestellung, bei der sich die Lernenden ganzheitlich angesprochen und einbezogen fühlen, könnte einen individuellen Bezug zu den BNE-Inhalten herstellen und durch verifizierbare Erklärungen zum Überdenken und ggf. Neugestalten der subjektiven Weltdeutung animieren. Im Fall der beiden Beispielaufgaben könnte dies in Hinblick auf das individuelle Konsumverhalten und der damit zusammenhängenden Ressourcenschonung geschehen. Die Vernetzung der globalen Perspektive einer nachhaltigen Entwicklung mit der Lebenssituation der Lernenden fordert einerseits dazu auf, die eigene Rolle in der Gesellschaft zu überdenken und andererseits die Verantwortung für die „*Eine Welt*“ und des eigenen „Ichs in der Welt“ zu erkennen. Beides wird gefördert und motiviert durch eine schülerintegrierende Problemstellung, die die Lernenden mit dem individuellen Egoismus konfrontiert. Sie betrachten die Realität und reflektieren die eigenen Schlüsse. Sie nutzen dabei die Mathematik, bedienen sich verschiedener Modellierungsprozesse und interdisziplinärer

Betrachtungen. Sie kommen durch diesen selbstorganisierten und selbstgesteuerten Prozess in einen Diskurs über ihr eigenes Handeln.

Methodisch-didaktische Konzepte des sozialen Lernens (Kriterium 6)

In den beiden Fallbeispielen werden die Lernenden nicht konkret dazu aufgefordert, in Gruppen zu arbeiten. Die „Orang-Utan“-Aufgabe spricht die Lernenden mit „du“ direkt an und die „Bevölkerungsaufgabe“ wählt die Ansprache „euch“. Soziale Lernformen bieten aber im Sinne von BNE bestmöglich Anlass zur Auseinandersetzung mit den unterschiedlichen Meinungen und Weltdeutungen der „Anderen“ und sind für einen Diskurs unbedingt vorauszusetzen.

Selbstorganisierte Lernformen werden durch die offene Fragestellung in beiden Fallbeispielen gefordert, allerdings in der „Orang-Utan“-Aufgabe ausschließlich auf der mathematischen Seite. Die Weltbevölkerungsaufgabe bietet Möglichkeiten des selbstorganisierten Lernens, sowohl mathematisch als auch realitätsbezogen.

In Anbetracht dessen, dass das Ziel des integrativen Lernansatzes eine Schulung der deduktiven, abduktiven und induktiven Methoden sein kann, setzen die Lernenden diese Methoden zum Verständnis der Realität in all ihren Facetten ein.

3.3.4 Einige weiterführende Ergebnisse

Mit der Wahl der Modellierungsaufgabe als Vehikel zur Integration von BNE in den Mathematikunterricht wird auf Forschungsergebnisse zurückgegriffen, die die Modellierung als geeignete mathematische Methode zur Erklärung und Beschreibung realer Vorgänge im Mathematikunterricht bestätigen. Im Zentrum dieser Studie steht demzufolge die Frage, ob und unter welchen Bedingungen BNE in Anknüpfung an die Modellierung in den Mathematikunterricht integriert werden kann.

Die Lernaufgabe stellt als zentraler Dreh- und Angelpunkt des Mathematikunterrichts eine Möglichkeit zur Integration von BNE dar, wenn sie durch das Sachthema und die Struktur eine Ausrichtung der Lerninhalte im Sinne der BNE zulässt. Insgesamt konnten sechs Kriterien herausgearbeitet werden, die die Struktur einer Modellierungsaufgabe beschreiben und für die Integration von BNE in den Mathematikunterricht entscheidend sind. Sie können als Richtschnur für die Konzeption bzw. Erweiterung von bestehenden Modellierungsaufgaben hin zu einer stärker zukunftsorientierten Mathematik-Lernaufgabe dienen.

Um die Umsetzung dieses theoretisch entwickelten Konstrukts einer BNE-Modellierungsaufgabe zu veranschaulichen, befinden sich am Ende dieser Arbeit in der Handreichung zwei Beispielaufgaben, die diesen sechs Kriterien gerecht werden und gleichzeitig die Anforderungen eines Mathematikunterrichts der Sekundarstufe 1 an hessischen Schulen erfüllen.

Es bleibt nun die Frage, inwiefern eine BNE-Modellierungsaufgabe, die möglichst viele der theoretisch erarbeiteten sechs Kriterien erfüllt, tatsächlich in der Praxis auch einen Beitrag zur Erfüllung der Lernziele einer BNE leisten kann. Konkret geht es um die Klärung, inwiefern BNE-Modellierungsaufgaben u.a.

- zu einem nachhaltigeren Lebensstil animieren;
- zum Erreichen der Mündigkeit im Sinne von BNE beitragen;
- zum vorausschauenden Denken und Handeln motivieren;
- zur kritischen Reflexion gesellschaftlicher Leitbilder, Normen und Werte auffordern.

Die realen Fragestellungen der Nachhaltigkeitsthemen sind sehr komplex und benötigen zur Lösung fachliches Wissen über das rein mathematische hinaus, da das mathematische Modell im Rahmen der BNE im gesamten Fächerkanon von Bedeutung ist. Die Einbeziehung aller Fachbereiche spielt für den hier beschriebenen BNE-Ansatz zur Vermittlung der SDGs, der nachhaltigen Entwicklung eine zentrale Rolle. Dies stellt zusätzlich eine schul- und unterrichtsorganisatorische sowie zeitliche und fachwissenschaftliche Herausforderung für alle Beteiligten dar. Des Weiteren verfolgt eine BNE-Lernaufgabe auch das Ziel, Lernende in Entscheidungsdilemmata zu bringen. Hier drängt sich die Frage auf, ob es gelingen kann, die ausgelösten Gefühle der Unsicherheit im Rahmen der Aufgabenbearbeitung und des Unterrichts wieder positiv zu wenden. Damit die Lernaufgaben erfolgreich bearbeitet werden können, muss grundsätzlich ein Interesse und eine Akzeptanz bei den Lernenden vorhanden sein, sich mit den eigenen Werten und Handlungen und denen der anderen auseinanderzusetzen. Durch die Aktualität und die Realitäts- und Schülernähe von BNE-Modellierungsaktivitäten lässt sich prinzipiell eine höhere Motivation der Lernenden vermuten, sich mit der mathematischen Modellierung auseinanderzusetzen. Allerdings könnte die Komplexität nachhaltiger Entwicklungsprozesse gleichzeitig auch eine zu große Herausforderung hervorrufen. Darauf weisen Forschungsergebnisse zu Hindernissen für den erfolgreichen Einsatz von Modellierungen im Mathematikunterricht hin. Beispielsweise betonen Maaß und Henn, dass der vollständige Modellierungsprozess zeitaufwändig und schwierig ist (Henn und Maaß 2003, S. 206). Blum (1996) nennt organisatorische, schülerbezogene und materialbezogene Hindernisse sowie mangelnde Lehrerkompetenzen (Blum 1996, S.17 f. in Reit 2016, 27 f.). Rellermann (2019) sieht die ernüchternden Modellierungskompetenzen und die nicht als „lernförderlich eingeschätzten emotionalen und motivationalen Einstellungen“ der Lernenden als primäre Handicaps im Unterrichten von Modellierungen (Rellermann 2018, S. 26).

Es bleibt daher offen, ob das Prinzip des exemplarischen Lernens auch im Rahmen der BNE-Lernaufgaben angewandt werden kann. Können komplexe Aufgaben, die authentische Situationen repräsentieren, auch abrufbares und flexibel einsetzbares Wissen

vermitteln? So könnte zukünftig über die Lernaufgabenthematik hinaus ein Transfer der erworbenen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten auf neue Situationen gelingen.

4. Zusammenfassung und Perspektiven

4.1.1 Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse und Forschungsbeiträge

Wie muss das Konzept eines Mathematikunterrichts vor dem Hintergrund zunehmender ökonomischer, ökologischer und sozialer Herausforderungen der globalen Welt aussehen? Es muss den Ansprüchen der von der Politik angestoßenen BNE sowie der von der Mathematik-Didaktik schon lange geforderten Reformbemühungen gerecht werden.

Der Auftrag zur Integration von BNE in Schule und Unterricht ist zwar in Hessen durch das Schulgesetz legitimiert, es fehlt jedoch eine feste Verankerung in den Bildungsstandards und Kerncurricula für Mathematik der Sekundarstufe 1. Da die Mathematik in ihrer Eigenschaft einer faktisch-deskriptiven Wissenschaft ein tragfähiges Fundament für BNE-Diskurse bildet, sind die Schulen und Fachlehrer dazu aufgefordert, in einem bottom-up Prozess aus dem Fachunterricht heraus Ideen und Konzepte eines BNE-orientierten Mathematikunterrichts zu entwickeln. Dieser Prozess wird hoffentlich dadurch begünstigt, dass im Rahmen der Bildungsstandards eine „neue Aufgabenkultur“ eingefordert wird.

Daraus entwickelte sich das Thema dieser Arbeit und die Forschungsfrage:

Wie kann die Bildung für nachhaltige Entwicklung in den Mathematikunterricht (anhand der mathematischen Modellierung) integriert werden?

Mit der Aufarbeitung des aktuellen Forschungsstands konnte die zentrale Rolle einer Lernaufgabe sowie des Mathematikbuchs als „Mitgestalter“ von Mathematikunterricht und damit als potenzieller Dreh- und Angelpunkt zur Integration von BNE identifiziert werden. Daran anschließend wurde der beidseitig geforderte Output- und realitätsorientierte Lernaufgabentyp einer BNE (Kapitel 2.1) und einer Modellierungsaufgabe (Kapitel 2.2) als verbindender Anspruch herausgearbeitet. Als Vertreter einer mathematischen Denk- und Arbeitsweise, die den „neuen“ Anspruch der Bildungsstandards an den Mathematikunterricht erfüllen kann, nimmt die mathematische Modellierung in den Bildungsstandards eine exponierte Stellung ein und stellt ein entscheidendes Bindeglied dar. Nach einer intensiven Auseinandersetzung mit den Forschungsergebnissen der letzten Jahrzehnte zur Struktur und zum integrativen unterrichtlichen Einsatz von Modellierungsaufgaben konnte eine zunächst theoretische Beschreibung von realitätsbezogenen und Output-orientierten Modellierungsaufgaben erhalten werden. Diese stellten die Basis erster theoretischer Überlegungen zu einem Konzept für integrative BNE-Lernaufgaben dar (Kapitel 2.3), um dann die eingangs beschriebene Fragestellung im Rahmen einer explorativ orientierten qualitativen Fallstudie genauer untersuchen zu können.

In Kombination mit den theoretischen Erkenntnissen zur BNE konnte ein Bezugsrahmen erstellt werden, der eine BNE-Modellierungsaufgabe im Vergleich zu anderen realitätsbezogenen Lernaufgabentypen identifizieren bzw. beschreiben kann. Dabei wurde besonders auf eine Abgrenzung zur Umweltbildung und zum Globalen Lernen geachtet und darüber hinaus auf bereits bestehende Lerneinheiten BNE-affiner Schulfächer zurückgegriffen. Neben den zentralen Kriterien des vernetzenden Lernens, der Partizipations- und Visionenorientierung (aus dem BNE-Kontext) beinhaltet dieser u.a. die Kriterien der Offenheit, der Authentizität und des Differenzierungsvermögens (aus dem Modellierungsbereich). Darüber hinaus konnten mit der Kompetenz- und Inhaltsorientierung beider Bildungsanliegen, der methodisch-didaktischen Konzeption von Lernaufgaben und den Perspektiven bzw. Dimensionen vier weitere Konglomerate an Kriterien herausgearbeitet werden (Kapitel 3.1). Sie wurden der Fallstudienanalyse zweier Modellierungs-Lernaufgaben zugrunde gelegt. Die daran anschließende systematische Analyse zweier Modellierungsaufgaben hatte insbesondere das Ziel, in Verbindung mit den Erkenntnissen aus den theoretischen Forschungen eine Beschreibung einer potenziellen Neuorientierung einer Modellierungsaufgabe in Richtung einer BNE zu erhalten.

Entsprechend der theoretischen Befunde erschien es zielführend, zwei Lernaufgaben auszuwählen, die als Modellierungsaufgaben eingestuft wurden und einen Realitätsbezug zu einem BNE-affinen Thema aufzeigten. Mit der Wahl einer eher klassischen Aufgabe aus dem Bildungsstandards-Kontext und einer komplexen, projektartig konzipierten Aufgabe aus einem Schulbuch ließen sich kontrastiv auch gut die entsprechenden methodisch-didaktischen Ansätze herausarbeiten. Die Analyse beider Aufgaben erfolgte zum einen entlang des Bezugsrahmens und wurde zum anderen durch weiterführende Überlegungen zur Ausweitung und Neuorientierung der Aufgaben in Richtung der BNE ergänzt.

Die sich an die Beschreibung der Einzelfälle anschließende fallübergreifende Analyse diente insbesondere zur Generierung von verallgemeinerbaren Hypothesen zum konzeptuellen Aufbau einer BNE-Modellierungsaufgabe. Kontrastives Vergleichen führte schließlich zu interessanten Charakteristika und diagnostizierten Gemeinsamkeiten in der Struktur der Aufgabenstellung. Diese sind in Abbildung 16 als Leitfaden zusammengestellt.

In der anschließend dargelegten Handreichung werden diese sechs Kriterien auf zwei BNE-Modellierungsaufgaben angewendet. Diese dienen einerseits zur Illustration der Kriterien, sollen andererseits aber auch zur Umsetzung im Fachunterricht anregen. Der Auswahl der Fallbeispiele der Studie folgend wurden eine eher klassische und eine eher projektorientierte BNE-Modellierungsaufgabe konzipiert.

Leitfaden einer BNE-Modellierungsaufgabe

- Kriterium 1: die mathematische Modellierung und die Interdisziplinarität als Brückenschlag zwischen den Lerninhalten der Mathematik und den (nicht)nachhaltigen Entwicklungsprozessen
- Kriterium 2: eine Zweiteilung der Aufgabenstellung in einen mathematisch-faktischen und ethisch-moralischen Aufgabenteil
- Kriterium 3: ein sinnstiftender oder kontextbetonter Aufbau
- Kriterium 4: die Abhängigkeit des BNE-Diskurses von den Modellierungskriterien
- Kriterium 5: „Ich“-Bezug zum BNE-Thema in der Aufgabenstellung
- Kriterium 6: ein methodisch-didaktisches Konzept des sozialen Lernens

Abbildung 16 Sechs Kriterien zur Konzeption einer BNE-Modellierungsaufgabe

4.1.2 Eine kritische Würdigung der erlangten Erkenntnisse

Der Überblick über einige der wichtigsten Standards im Bereich der mathematischen Modellierung machte deutlich, dass sich die Modellierungsaufgabe zu Vorgängen der nachhaltigen Entwicklung bzw. zu den Themen der SDGs als Grundlage zur Kenntniserlangung (Analyse) oder als Datensammlung zur eigenen Modellbildung (Synthese) anbietet. Somit ist eine Legitimation zur Integration von BNE gegeben.

An den beiden Fallbeispielen wurde exemplarisch verdeutlicht, dass die zu Beginn der Studie vorhandene Grundidee auch zur Fokussierung realer, (nicht)nachhaltiger Entwicklungsprozesse genutzt werden kann. Inhalt der Grundidee war, dass eine reale Problemstellung mit mathematischen Modellen zu lösen ist, indem fakten- und datenbasierte Lösungsansätze als Entscheidungsgrundlage herangezogen werden.

Die entstandenen Hypothesen sind jedoch ausschließlich an einer theoretischen Grundlagenforschung zur BNE und mathematischen Modellierung gebunden und berücksichtigen weder unterrichtliche Rahmenbedingungen noch Lehrer- und Schülerqualifikationen. Es wurde daher lediglich ein mögliches, evtl. sogar richtungsgebendes Konzept entwickelt, wie BNE anhand der mathematischen Modellierung in den Fachunterricht integriert werden kann. Dabei wurden die zentralen Kriterien einer BNE mit der gut erforschten unterrichtlichen Methode der mathematischen Modellierung verknüpft. Für verallgemeinerbare Aussagen bedarf es allerdings weiterer qualitativer und quantitativer Untersuchungen.

4.1.3 Anknüpfungspunkte für zukünftige Forschungsarbeiten

In dieser Studie wurde eine Fülle von interessanten Einzelphänomenen aufgezeigt, die weiter untersucht werden müssen. Dies umso mehr, als das unterrichtliche Konzept aus den drei Dimensionen Inhalt, Lehren und Lernen besteht und im Rahmen dieser Studie ausschließlich die BNE-Modellierungsaufgabe in ihrer zentralen inhalts- und lernanlassgebenden Rolle untersucht wurde. So müssen sich auf dem Weg zu einer allgemeingültigen BNE-Aufgabenstruktur qualitative und auch quantitative Untersuchungen anschließen. Zu nennen sind hier insbesondere folgende Forschungsaufträge:

- Stellen die BNE-Modellierungsaufgaben durch den starken Bezug zur Realität und dem geforderten Alltagswissen eine zu große Herausforderung dar?
- Stellen die BNE-Modellierungen eine Überforderung für Lehrende und Lernende dar, zumal dieser Aufgabentyp, wie oben ausgeführt, einen vollständigen Modellierungsprozess erfordert?
- Sind die BNE-Modellierungsaufgaben zu zeitaufwändig und komplex im Rahmen des regulären Mathematikunterrichts?
- Sind die zeitlichen und strukturellen Möglichkeiten für solch eine Neuorientierung des Unterrichtens gegeben?
- Ist bei den Lernenden eine prinzipielle Bereitschaft vorhanden, sich mit solchen Fragestellungen auseinanderzusetzen, zumal es durch den output- und schülerorientierten Lernansatz einer Grundmotivation bedarf?
- Können die BNE-Modellierungsaufgaben für Lernende motivierend und Interesse steigend im Sinne der Mathematik wirken?
- Haben die BNE-Modellierungsaufgaben einen positiven Einfluss auf das Erlernen der mathematischen Modellierung?
- Haben die BNE-Modellierungsaufgaben Auswirkungen auf das Verhalten der Lernenden im Sinne der BNE?
- Sind die Lehrkräfte ausreichend ausgebildet für die Behandlung von BNE-Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht?
- Sind die Anforderungen an die Lehrkraft zu vielschichtig, um ein authentisches Lernen und Lehren im Sinne der BNE zu ermöglichen?

Ebenso offen bleiben die Fragen, inwiefern sich eine solche Neuorientierung des Mathematikunterrichts auf den „normalen“ Unterricht auswirkt, zumal die eingangs seit längerem angestrebte Reform des Mathematikunterrichts nur sehr langsam voranschreitet. Vielleicht kann die von der Politik angestoßene BNE auch eine Basis für eine umfassende Reform des Mathematikunterrichts bedeuten. Vielleicht kann es auf diese Weise sogar gelingen, in der notwendigen Umsetzung von BNE in der Schule neben den vielfältigen Herausforderungen auch die damit verbundenen Chancen stärker in den Fokus zu nehmen.

5. Handreichung zur Konzeption von BNE-Modellierungsaufgaben

5.1 Zum Konzept BNE-orientierter Modellierungsaufgaben

In dieser Handreichung werden zwei Beispielaufgaben einer BNE-Modellierungsaufgabe vorgestellt, die den Anspruch erheben, den aus einer fallanalytischen Studie abgeleiteten Kriterien einer BNE-Modellierungsaufgabe gerecht zu werden. Die Analyse der Fallbeispiele ist auf der Grundlage des in folgender Abbildung dargestellten Bezugsrahmens des integrativen Lernansatzes mathematischer Modellierung im Kontext von BNE durchgeführt worden. Dieser enthält drei Kriterien einer qualitätvollen Modellierungsaufgabe nach Maaß (2010, S. 296) sowie drei zentrale Kriterien einer Lernaufgabe im Sinne der Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) nach Künzli David et al. (2010, S. 217).

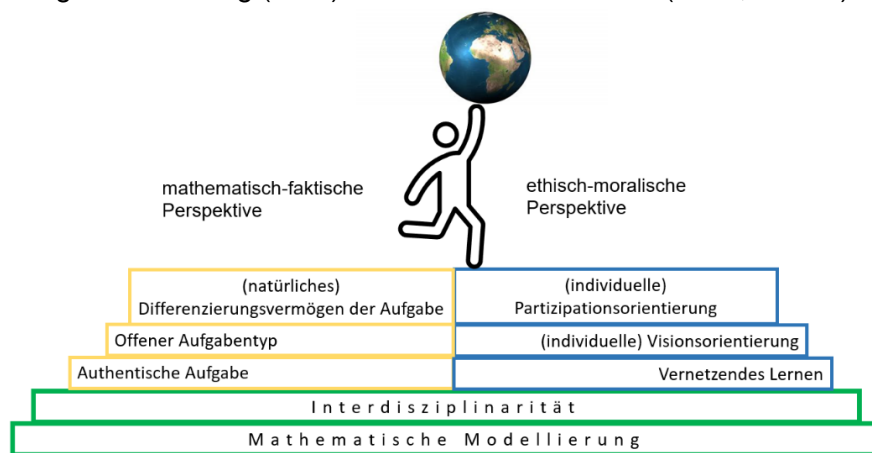


Abbildung 17: Dualismus der Wissenschaften - Kriterien der BNE und der mathematischen Modellierung als Fundament einer BNE-Modellierungsaufgabe (eigene Darstellung)

Über allen Kriterien einer BNE-orientierten Mathematikunterrichtsstunde steht das Wissen um den Dualismus der Natur- und Geisteswissenschaften. Das gemeinsame Ziel einer nachhaltigen Entwicklung muss die Grenzen beider Wissenschaftsansätze verschmelzen lassen, denn die Herausforderungen der Zukunft machen das Überwinden der Grenzen zwischen Natur- und Geisteswissenschaften notwendig.

Es werden zwei BNE-Modellierungssequenzen vorgestellt, die bereits im Mathematikunterricht zweier Mittelstufenklassen durchgeführt wurden. Wie im Folgenden dargestellt, wurde bei der Auswahl darauf geachtet, möglichst unterschiedliche Aufgabenkonzepte auszuwählen:

1. Die Aufgabe „Die Zukunft der Aralsee-Region“ verfolgt ein projektartiges Konzept, bei dem die Mathematik als ein Werkzeug zur Klärung realer Problemstellungen angewendet wird. Dieser projektartige Ansatz erhebt auch fächerübergreifende Wissensansprüche und bietet den Lernenden die Möglichkeit, individuellen Interessen nachzugehen. Im Hinblick auf die längerfristigen lokalen und/oder globalen Zusammenhänge ergeben sich daraus ganz unterschiedliche Lerngelegenheiten und

Möglichkeiten, die „große Transformation“ handlungsorientiert zu begreifen und eigene Ansätze zu erproben.

2. Das Aufgabenset zum Thema „Der Konsum von Aluminiumgetränkedosen“ sieht den mathematischen Fachinhalt „quadratische Funktionen“ im Zentrum der Unterrichtssequenz und nutzt das Thema der (nicht)nachhaltigen Aluminiumindustrie zur Anknüpfung an die Realität. Beide Teilaufgaben dieses Aufgabensets sind an Schulbuchaufgaben angelehnt entwickelt worden und zeigen daher, dass eine entsprechende Öffnung bzw. Anpassung von Schulbuchaufgaben im Sinne der BNE bereits einen Beitrag zur Integration von BNE in den Mathematikunterricht leisten kann.

Als Grundlage der Aufgabenbeispiele dient der im Rahmen der Fallstudie entwickelte Leitfaden einer BNE-Modellierungsaufgabe mit seinen sechs Kriterien (Kap. 3.3.4 und 4.1.1):

Leitfaden einer BNE-Modellierungsaufgabe	
Kriterium 1:	die mathematische Modellierung und die Interdisziplinarität als Brückenschlag zwischen den Lerninhalten der Mathematik und den (nicht)nachhaltigen Entwicklungsprozessen
Kriterium 2:	eine Zweiteilung der Aufgabenstellung in einen mathematisch-faktischen und ethisch-moralischen Aufgabenteil
Kriterium 3:	ein sinnstiftender oder kontextbetonter Aufbau
Kriterium 4:	die Abhängigkeit des BNE-Diskurses von den Modellierungskriterien
Kriterium 5:	„Ich“-Bezug zum BNE-Thema in der Aufgabenstellung
Kriterium 6:	ein methodisch-didaktisches Konzept des sozialen Lernens

Abbildung 18: Leitfaden einer BNE-Modellierungsaufgabe

5.2 Die Projektaufgabe „Die Zukunft der Aralsee-Region“

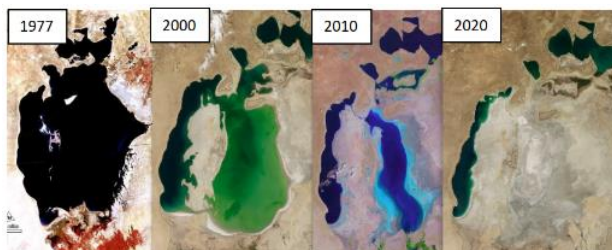


Abbildung 19: Die Entwicklung des Aralsees in den letzten Jahrzehnten (https://www.ingenieur.de/wp-content/uploads/2017/11/2014/3011_Abnahme-des-Aralsee.jpg)

Aufgabe 1: Entscheidet euch zunächst für eine der beiden Gruppen UzWaterAware bzw. UzCotonGroup. Erarbeitet zusammen Argumente für die Position der gewählten Vereinigung heraus und untermauert diese Argumente mit entsprechend errechneten Daten und Fakten. Entwickelt daten- und faktengestützte Ideen und Konzepte, wie diese Region im Sinne einer nachhaltigen Entwicklung zukünftig gestaltet werden kann. Bezieht in eure Überlegungen auch den deutschen Absatzmarkt und die deutschen Endverbraucher mit ein.

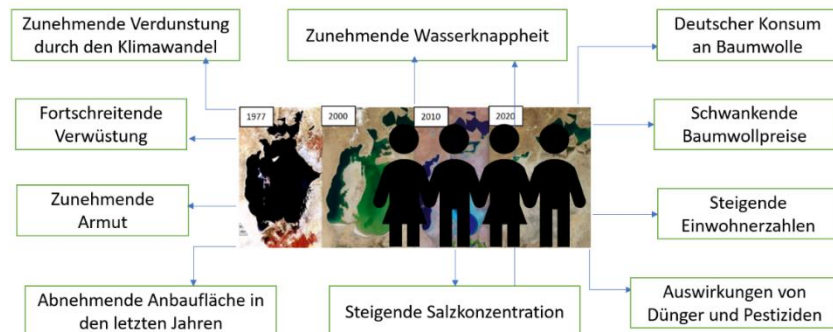
Aufgabe 2: Es findet eine Podiumsdiskussion zum Thema „Der Weg in die Zukunft der Aralsee-Region“ statt, an der auch deine Organisation teilnehmen wird. Bereite dich unter Verwendung der Ergebnisse aus 1. hierauf vor.



Abbildung 20: Kurzinformationen zu den Interessengruppen

- Umweltorganisation, die Aralsee um jeden Preis erhalten will
 - Sehen in den Baumwollbauern das hauptsächliche Problem, da diese zu viel Wasser verbrauchen.
 - Möchten eine Reduktion des Baumwollanbaus erreichen.
 - Sorge um das ökologische Gleichgewicht der Region, falls der Aralsee austrocknet.
 - Wird durch europäische Gelder finanziert
- Verband von Bauern, die Baumwolle exportieren
 - Viele der Bauern leben am Rand der Armutsgrenze oder darunter
 - Die Baumwollexporte nach Europa insbesondere Deutschland boomen.
 - Viele Bauern sehen zusätzlichen Export und Produktion von Baumwolle als Chance Armut zu entkommen und ihren Kindern ein besseres Leben zu ermöglichen.

Abbildung 21: Mindmap zu möglichen Themen "Die Zukunft der Aralsee-Region"



Der Aralsee war lange der viertgrößte See der Welt. Der See liegt in Zentralasien und liegt zwischen den Staaten Usbekistan und Kasachstan und wird hauptsächlich von Flüssen aus Usbekistan gespeist. Heute entspricht der See nur noch einem Bruchteil des ursprünglichen Sees und ist von der kompletten Austrocknung bedroht.

Die usbekische Regionalregierung hat auf Grund der Notlage zu einer Bürgerversammlung einberufen, um über die Zukunft des Sees zu diskutieren. Dort haben sich vor allem zwei Gruppen etabliert, die gegeneinander argumentieren. Zum einen die Umweltorganisation UzWaterAware und auf der anderen Seite ein Bauernverband vertreten durch die UzCottonGroup. Auf einer Podiumsdiskussion sollen die Perspektiven gehört und eine Einigung mit Zukunftsperspektiven erzielt werden. Die Umweltorganisation sorgt sich um das ökologische Gleichgewicht der Region, möchte den Aralsee um jeden Preis erhalten und eine Reduktion des Baumwollanbaus erreichen, da dieser als extremer Wasserkonsument das Hauptproblem darstellt. Auf der anderen Seite vertritt der Verband von Bauern die Exportsteigerung von Baumwolle, zumal die Baumwollexporte nach Europa, insbesondere Deutschland boomen. Viele Bauern, die bereits jetzt am Rand der Armutsgrenze oder darunter leben, sehen in dem zusätzlichen Export und damit in der zusätzlichen Produktion von Baumwolle die Chance, der Armut zu entkommen und ihren Kindern ein besseres Leben zu ermöglichen.

Abbildung 22: Informationen zu den konträr agierenden Vertretern gesellschaftl. Gruppierungen (eigene Darst.)

Die mathematische Modellierung und die Interdisziplinarität als Brückenschlag (Kriterium 1)

Die mathematische Modellierung und die interdisziplinären Wissensinhalte bilden das Fundament in der Auseinandersetzung mit der vergangenen, gegenwärtigen und zukünftigen Situation des Aralsees. Lernende werden durch die Aufgabenstellung dazu aufgefordert, in individuellen, interessen geleiteten Modellierungsprozessen Teilaspekte der Aralsee-Aufgabe zu durchleuchten. Die Mindmap in Abbildung 20 zeigt eine Auswahl möglicher Themen aus unterschiedlichen Perspektiven, lässt Raum für weitere Inhalte, eigenständige Problemlöseprozesse und Diskussionen. Die Unterschiedlichkeit der Themen fördert eine interessen geleitete Auswahl durch die Lernenden. Im Rahmen der interdisziplinären Wissensinhalte zur Baumwoll-Landwirtschaft, den Auswirkungen auf die Umwelt sowie den Lebensbedingungen in der Aralsee-Region wird die Mathematik in ihrer klassischen Funktion als Hilfs- und Strukturwissenschaft vielfältig angewendet.

Die Arbeitsmaterialien bieten nur einen Ausschnitt möglicher realer Themenbereiche der Aralsee-Region an, die mathematisch durchleuchtet werden können, um einen Beitrag zu einem möglichst umfassenden Bild der dortigen Situation zu erhalten. Die Aufgabe bietet den Lernenden Anreize, sich argumentierend mit der Thematik auseinanderzusetzen und eigene Konzepte zu entwickeln, um reale Zusammenhänge kennen und verstehen zu lernen. Dadurch werden die Perspektiven der Nachhaltigkeit zu einem Gesamtkonzept verbunden, aus dem Visionen und Ideen einer Partizipation entstehen können. Die Komplexität des Themas sowie die Offenheit der Aufgabenstellung erfordern und ermöglichen ein fächerübergreifendes Forschen, um Lösungsideen und Dokumentationen zu verfassen, die anschließend im Rahmen von Podiumsdiskussionen präsentiert werden können.

Zweiteilung der Aufgabenstellung in einen mathematisch-faktischen und einen ethisch-moralischen Aufgabenteil (Kriterium 2)

Abbildung 16 verdeutlicht die Zweiteilung einer BNE-Modellierungsaufgabe. Der integrative Lernansatz macht die faktisch-deduktive Perspektive der Mathematik als auch die induktive Perspektive notwendig. Die Diskussionen über einen „vernünftigen“ Weiterentwicklungsprozess umfassen mit dem Begriff der Vernunft auch Umweltsituationen bzw. wirtschaftliche und soziale Aspekte. Er lässt sich nicht nur mithilfe mathematischer Überlegungen herleiten.

Mit dem Konzept, eine der beiden Interessengruppen aus der Bevölkerung auf dem Podium zu vertreten, werden die Lernenden konkret mit der Situation konfrontiert, dass Modellierungsprozesse durch die unterschiedlichen Interpretationen, Visionen und Lösungen einen Diskussionsrahmen liefern.

Im Rahmen der Podiumsdiskussion zur Zukunft des Aralsees kann der Gerechtigkeitsbegriff neu definiert werden. In Hinblick auf den zukünftigen Umgang mit dem Umweltschutz und der Baumwoll-Landwirtschaft kann sich die inter- und intragenerationelle Gerechtigkeit

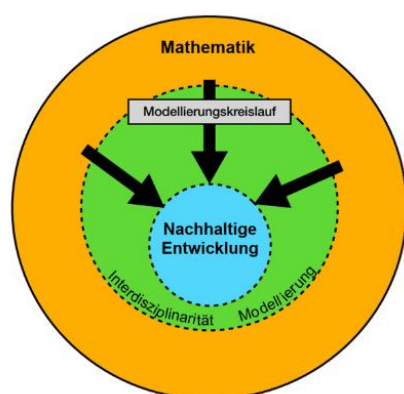
im Sinne der „Fairness oder als Ausgleich von Interessen“ darstellen. Durch die Diskussion um die Gefahr des Konkurses der landwirtschaftlichen Betriebe und mit der Option des Naturschutzes erleben die Lernenden entsprechende Entscheidungsdilemmata.

Am Ende steht eine Debatte um eine vernünftige landwirtschaftliche Nutzung auf Kosten der Natur, wo diese doch die eigentliche Lebensgrundlage des Menschen darstellt. Die Lernenden bedienen sich sowohl der Mathematik als auch wissenschaftlicher Erkenntnisse, um zu argumentieren und ihre Visionen zu vertreten. Am Ende steht die Frage, wer das bessere Argument, die Macht und den politischen Einfluss hat.

Ziel dieser Ergebnisoffenheit ist es, die nachhaltige Entwicklung als eine Kompromisslösung, die Grenzen der Mathematik und die Notwendigkeit der Interpretation der Daten und Fakten für eine Lösung realer Fragestellungen zu erkennen sowie ein Verständnis für das politische Agieren zu entwickeln.

Eine kontextbetonte BNE-Modellierungsaufgabe (Kriterium 3)

Die kontextbetonte BNE-Modellierungsaufgabe verfolgt ein projektartiges Konzept und ist primär außermathematisch motiviert. Der Kern der Unterrichtseinheit beinhaltet mit den Themengebieten Baumwollindustrie und Wasserknappheit mindestens zwei verbesserungswürdige Handlungsmotive in der Aralsee-Region.



Kontextbetonter Ansatz einer BNE-Modellierung

Mit der außermathematischen Motivation ist die nachhaltige Entwicklung Ausgangspunkt und Kern der Interdisziplinarität und Modellierungsaktivität.

Abbildung 23: kontextbetonte Aufgabenstruktur in der Wirkungskette BNE-orientierter Lehr-Lernprozesse durch mathematische Modellierungsaktivitäten (eigene Darstellung)

Im Sinne der Kontextbetonung wird auf mathematische Werkzeuge zurückgegriffen, beispielsweise auf Prozentrechnung, funktionale Zusammenhänge, Diagramme und Statistiken, um sich mithilfe von Modellierungsprozessen ein vielfältiges Bild von der Situation rund um den Aralsee machen zu können. Aus mathematischer Perspektive heraus liefert diese Aufgabenstellung Motivation zur Lösung eines vielschichtigen, breitgefächerten Konglomerats an daten- und faktenbasierten Problemstellungen.

Abhängigkeit des BNE-Diskurses von den Modellierungskriterien (Kriterium 4)

Die Offenheit, Authentizität und das Differenzierungsvermögen der Aufgabenstellung ermöglichen den Lernenden ein individuelles Bearbeiten der Aralsee-Probleme unter der

Verwendung eigenständig gewählter und interessegeleiteter Modellierungen. Diese werden seitens der BNE als Voraussetzung für die Gestaltung einer individuellen Partizipation und Visionenbildung gesehen. Eine strukturierte, eng geführte Aufgabenstellung würde den Lernenden keine Möglichkeit bieten, eigene Lernerfahrungen als Voraussetzung für die Anwendung der Mathematik im Alltag einer nachhaltigen Entwicklung zu machen. Ebenso verhindert eine weniger offene Aufgabenstellung das eigenständige und lernzielorientierte Entdecken mathematischer Strukturen.

Um die Entwicklungen rund um den Aralsee mathematisch zu beschreiben und reale Zusammenhänge verständlich darzustellen, sind mehrere Modellierungsprozesse nötig, bei denen inhalts- und prozessbezogene Ziele im Vordergrund stehen. So bietet die Aufgabe den Lernenden Anreize, sich argumentierend mit der Thematik auseinanderzusetzen und eigene Konzepte zu entwickeln.

„Ich“-Bezug zum BNE-Thema der Aufgabenstellung (Kriterium 5)

Auf der Basis eines persönlichen Bezuges kann die Aralsee-Problematik zur individuellen Persönlichkeitsentwicklung dienen sowie zu einer über den Schulunterricht hinausreichenden Weiterentwicklung eines verantwortungsvollen gesellschaftlichen Handelns motivieren. Folgende handlungsorientierte Lernsituationen ermöglichen den Lernenden einen individuell gesteuerten Perspektivenwechsel und eine Identifikation mit dem Thema:

- Aufgrund der Tatsache, dass die Lernenden als Konsumenten von der Baumwollindustrie in Usbekistan profitieren, können sie sich als Mitverursacher der durch die Landwirtschaft stark belasteten Aralsee-Region wahrnehmen. Das Wissen um die Aralsee-Problematik kann die Lernenden vor Entscheidungsdilemmata stellen und zur Reflexion eigener Lebensstile, Denkweisen und Weltanschauungen veranlassen.
- Da die lebensnotwendige Ressource Wasser auch in Deutschland im Rahmen des Klimawandels als ein zunehmend knappes Gut gilt, kann die Wasserknappheit, Dürre und Verwüstung der Aralsee-Region als ein Vorbote und Parallelbeispiel für die Entwicklung deutscher Seen begriffen werden. Damit sind die Aufgabeninhalte nicht nur für die Bewohner der Aralsee-Region gesellschaftlich relevant, sondern sollten auch für die Lernenden von Interesse sein und als Basis zum Überdenken des eigenen Handelns dienen.
- Die Fotofolge des Aralsees auf dem Arbeitsblatt zeigt eindrucksvoll und erschütternd, wie schnell die Grenzen des Wachstums erreicht sein können. So hat die Aufgabe das Potenzial einer emotionalen Dimension inne, die Gefühle und Motivationslagen als Basis von Gestaltungsherausforderungen einer nachhaltigen Entwicklung zu nutzen.
- Das Eintreten für die Werte einer Organisation im Rahmen der Podiumsdiskussion kann zur Identifikation mit der Aralsee-Problematik beitragen und die Lernenden für die

Aktivität in Interessengemeinschaften begeistern. Die Podiumsdiskussion mit der fachlichen Argumentation(skultur) veranschaulicht handlungsorientiert politische Konflikte, gesellschaftliche Aushandlungs- und Argumentationsprozesse und trägt so zur politischen Bildung bei. Damit knüpft die Aufgabe an dem Verständnis der BNE an, NGOs und andere Institutionen in den Bildungsbereich zu integrieren, in die Aufgabenkultur einfließen zu lassen und mit der (Neu-)Gestaltung des Unterrichts BNE im Bildungssystem Schule zu verankern.

- Im Sinne des projektartigen Ansatzes erhebt die Aufgabe auch fächerübergreifende Wissensansprüche und bietet den Lernenden die Möglichkeit, individuellen Interessen nachzugehen. Im Hinblick auf die längerfristigen lokalen und/oder globalen Zusammenhänge ergeben sich ganz unterschiedliche Lerngelegenheiten und Möglichkeiten, die „große Transformation“ handlungsorientiert zu begreifen und eigene Ansätze zu erproben.

Methodisch-didaktische Konzepte des sozialen Lernens (Kriterium 6)

Die eher aus den geisteswissenschaftlichen Fächern bekannte Methode der Podiumsdiskussion in den Mathematikunterricht zu integrieren verfolgt die Idee, zum einen die Strukturen eines traditionellen Mathematikunterrichts aufzubrechen und zum anderen eine Beziehung der Lernenden zu den Inhalten der Mathematik und der nachhaltigen Entwicklung aufzubauen. Die Lernenden und ihre individuellen und kollektiven Lernergebnisse stehen so im Zentrum des Unterrichtskonzeptes. Sie sollen die Mathematik als unentbehrliches und bedeutsames Werkzeug erfahren, mit dem die Problematiken und Abhängigkeiten der Aralsee-Region beschrieben sowie Prognosen und Visionen begründet auf dem Podium vertreten werden können. In Vorbereitung auf die Podiumsdiskussion werden die Lernenden dazu angehalten, in Gruppen ein Konzept für eine nachhaltige Entwicklung in dieser Region zu erstellen.

Die Podiumsdiskussion legt die konkurrierenden Wirtschaftsinteressen z.B. der Fischer und der Baumwoll-Landwirtschaft sowie den Konflikt zwischen wirtschaftlichen Stakeholdern wie Umweltorganisationen und Bauernvertretern offen.

Die verschiedenen Erkenntnisformen, aus Erfahrung oder durch Nachdenken, durch logisches Kombinieren oder durch die Beobachtung der Realität zu lernen oder eine Kombination aus allen, sollen in diesem Projekt geschult und veranschaulicht werden. Die Lernenden arbeiten in der Vorbereitung und im Rahmen der Podiumsdiskussionen in Eigenverantwortung miteinander. Sie müssen besprechen, bewerten und gestalten, immer im Diskurs zu Handlungsalternativen, um letztlich die Konsequenzen für das eigene Handeln im Sinne des globalen Lernens herauszukristallisieren.

5.3 Das Aufgabenset „Der Konsum an Aluminiumgetränkedosen“

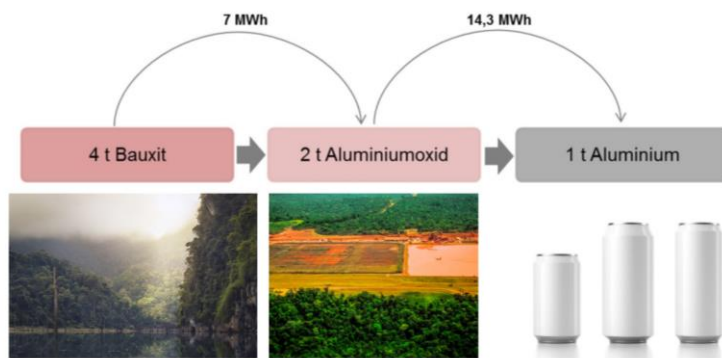


Abbildung 24 Herstellungsprozess von Aluminium

(<https://pixabay.com/de/photos/see-regenwald-tropisch-reflexion-792814/>; <https://www.istockphoto.com/de/foto/entwaldung-im-amazonasgebiet-gm1173193683-325760533?phrase=Bauxit+Abbau>; <https://www.istockphoto.com/de/se-arch/2/image?phrase=aluminium%20dose>)

Aufgabe 1 Berechnet euren möglichen Beitrag zur Schonung des brasilianischen Regenwaldes, indem ihr auf euren jährlichen Getränkedosenkonsum verzichtet. Zur Bearbeitung dieser Aufgaben stehen leere Getränkedosen (Cola Dose, Red bull, Monster u.a.) sowie ein Informationsblatt und ein Kurzvideo über die Aluminiumindustrie in Brasilien zur Verfügung.

Aufgabe 2 Der Regenwald wird auch die grüne Lunge der Erde genannt. Erklärt was mit dieser Aussage gemeint ist. Folgende Funktion gibt näherungsweise die stündliche Sauerstoffproduktion eines Baumes für den Messzeitraum von zwölf Stunden an:

$$n(x) = -3.3 x^2 + 40 x + 10$$

Aluminium kommt in der Natur ausschließlich in der Form von Aluminium-Verbindungen, den Bauxiten, vor. Diese sind durch chemische Verwitterung in Millionen von Jahren entstanden. Um an die tiefer liegenden Bauxitschichten im Regenwald zu gelangen, müssen der Oberboden und damit die Vegetation vollständig entfernt werden. Die weitflächige Rodung des Primärwaldes bewirkt einen massiven Eingriff in das Ökosystem mit weitreichenden Auswirkungen auf Pflanzen und Tiere. Trotz Rekultivierungs- und Aufforstungsmaßnahmen wird eines der wichtigsten Ökosysteme der Welt so nachhaltig verändert. Das abgebaute Bauxit dient, wie in der Abbildung 24 dargestellt, als Ausgangsstoff für die zweischrittige Aluminiumproduktion. Als Abfallprodukt des gesamten Vorgangs entsteht der sog. Rotschlamm als Sondermüll. Dieser enthält neben großen Mengen an Natronlauge auch viele giftige Stoffe, wie z.B. Quecksilber, Uran und Arsen. Pro Tonne Aluminium fällt die 1- bis 2-fache Menge des stark basischen Rotschlammes an. Das Zwischenprodukt Alumina-Pulver (Al_2O_3) enthält ca. 50% Aluminium und wird in einem Bad von geschmolzenem „Kryolith“ (Na_3AlF_6) mit der Schmelzflusselektrolyse vom Sauerstoff getrennt. Das fluorhaltige Kryolith ist in kleinen Mengen sehr giftig und kann selbst in modernsten Anlagen nicht vollständig aus der Abluft herausgefiltert werden. So gehen aus den beiden Herstellungsprozessen giftige Rückstände in die Luft sowie in das Oberflächen- und Grundwasser über.

Abbildung 25: Informationsmaterial zum Energie- und Rohstoffbedarf der Aluminiumproduktion (Rüttinger et al. 2016, S. 12)

Die mathematische Modellierung und die Interdisziplinarität als Brückenschlag (Kriterium 1)

Dieses Aufgabenset besteht aus drei aufeinander aufbauenden Bearbeitungsschritten, die von den Lernenden erkannt und berücksichtigt werden müssen:

- 1.Schritt: Wie viel Aluminium verbraucht dein jährlicher Getränkedosenkonsum?
- 2.Schritt: Wie viel Bauxit benötigt man für die Herstellung dieser Aluminiummenge?
- 3.Schritt: Wie viel brasilianischer Regenwald muss für den jährlichen Bauxitbedarf für die Herstellung deines Getränkedosenbedarfs abgeholzt werden?

Die Lösung des ersten Rechenschrittes greift auf rein mathematische Rechenverfahren und Modellierungsprozesse zurück. Der zweite Arbeitsschritt, die Bestimmung der Bauxitmenge aus der ermittelten Aluminiummenge, greift auf physikalisches und chemisches Grundwissen zurück. Der dritte Arbeitsschritt fordert für den Bezug der Waldfläche zur Aluminiummenge erneut ein Modellieren unter Anwendung verschiedener Naturwissenschaften. Der mathematische Schwerpunkt liegt in der Entdeckung der innermathematischen Zusammenhänge von Oberfläche und Radius eines zylinderförmigen Körpers. Dies ist exemplarisch in Abbildung 26 dargestellt.

Der Graph zeigt deutlich, dass sich die Oberfläche in der Nähe des optimalen Wertes von $r = 3,745 \text{ cm}$ wenig verändert, da der Graph hier flach verläuft. Dagegen verändert sich der Materialverbrauch bei größeren Abweichungen vom optimalen Radius zunehmend stärker. Bei diesen Dosen ist ein Einsparungspotential gegeben. Die Designer aus dem Marketing haben also einen gewissen Spielraum bei der Gestaltung der Abmessungen, um den optimalen Radius herum.

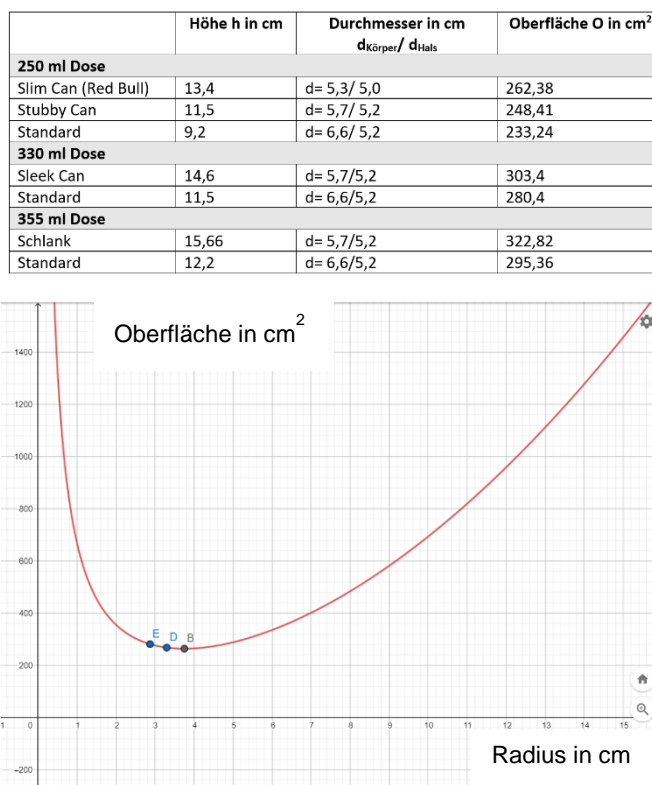


Abbildung 26: Modellierungsergebnisse zu Aufgabe 1 (eigene Darstellung)

Mit der Betrachtung verschiedener Getränkedosen gleichen Volumens können die Lernenden die Oberflächenformel sowie die Abhängigkeit der Oberflächengrößen vom Durchmesser des Zylinders herausarbeiten. Es zeigt sich, dass beispielsweise die Cola-Dose eine

fast ideale Form in Hinblick auf die Minimierung der Oberflächengröße zum Volumen besitzt. Schlankere und/oder breitere Dosen verfügen jeweils über eine größere Oberfläche. Der Fachübergreif zur Biologie wird insbesondere in Aufgabe 2 gefordert, in der die Sauerstoffproduktion verschiedener Bäume bzw. Wälder modelliert und miteinander verglichen wird. Die Basis der in Abbildung 27 dargestellten Modellierungen bildet eine Aufgabe aus einem Mathematik-Schulbuch, in der die Sauerstoffproduktion eines Baumes thematisiert wird (Herd et al. 2023, S. 139). Die hierzu ergänzenden Modellierungen eines europäischen sowie brasilianischen Baumes lenken den Fokus auf die Bedeutung des Regenwaldes im globalen Klimasystem. Obwohl die Unterschiedlichkeit der Tageslängen, der Jahreszeiten sowie der Lichteinstrahlungen Brasiliens im Vergleich zu Europa nicht in die Modellierungen einbezogen wurde, wird klar: Der Regenwald ist die Lunge der Erde. Der Modellierungsprozess wird in diesem Kontext integrativ und interdisziplinär genutzt (s. Kapitel 3.2.1).

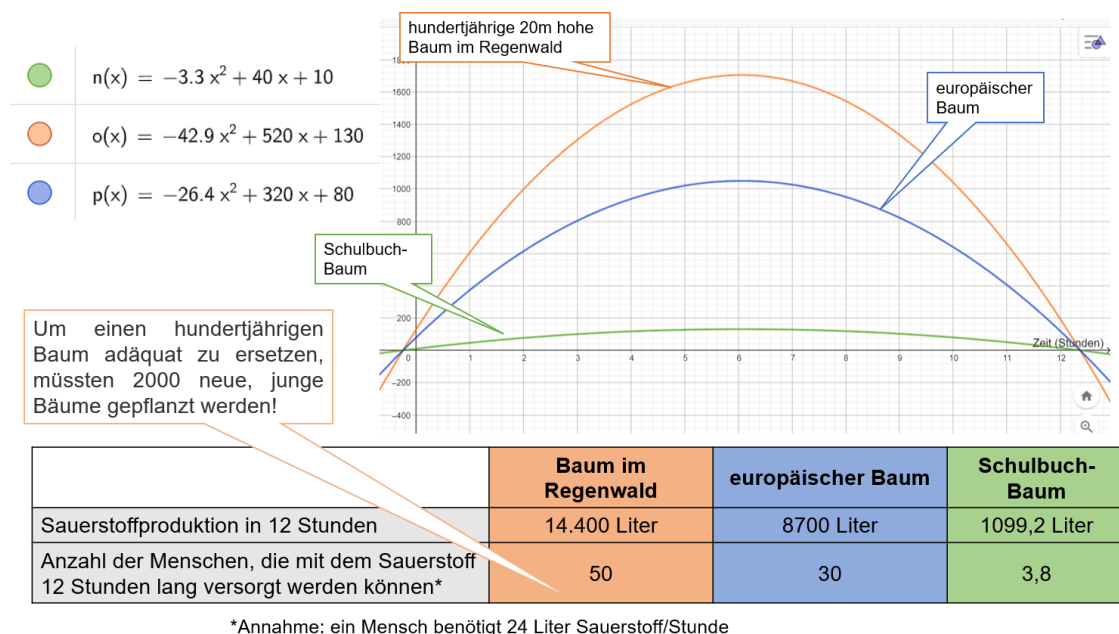


Abbildung 27: Modellierungsergebnisse zu Aufgabe 2

Zweiteilung der Aufgabenstellung in einen mathematisch-faktischen und einen ethisch-moralischen Aufgabenteil (Kriterium 2)

Die integrativen Fragestellungen zum „Aluminiumkonsum“ und zur „Lunge der Erde“ beschreiben eine Zweiteilung. Die faktisch-deduktive Perspektive der Mathematik fragt unter Anwendung mathematischer Verfahren (Flächenberechnung, quadratische Zusammenhänge) nach Daten zur Aluminiumkonsummenge und der Sauerstoffproduktion von Bäumen. Die darauffolgende induktive Perspektive der Aufgabenstellung möchte die Lernenden dazu befähigen, ihren Aluminiumkonsum im komplexen, vernetzten System der Realität zu verstehen. Hierzu gehört beispielsweise auch das Erkennen des Regenwaldes in seiner Bedeutung als Ökosystem, aber auch als Heimat indigener Völker sowie als Wert im wirtschaftlichen Agieren des Landes. Aufgabe 2 ist so angelegt, um den Lernenden

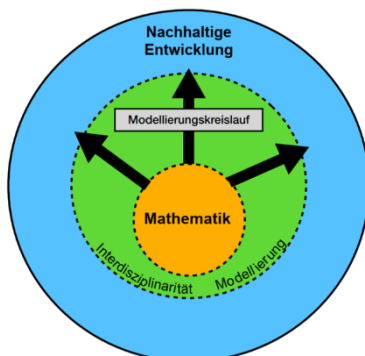
zusätzlich die Bedeutung des Regenwaldes als Sauerstoffproduzent bzw. CO₂-Verwerter zu vermitteln. Beide Aufgaben bieten das Potenzial, in einem daten- und fakten-gestützten Diskurs die zentrale Bedeutung des Regenwaldes für das Leben auf der Erde zu erkennen.

Chemie/Physik:	Informationen zum Herstellungsprozess von Aluminium aus Bauxit
Biologie:	Photosynthese
Ethik/Religion:	Soziale Aspekte des Aluminium-Ressourcenmanagements in Brasilien, indigene Völker
Geografie:	weltweite Aluminiumvorkommen; Bedeutung der Aluminium-Industrie
PoWi:	Ökonomische Aspekte, Steigerung der Recyclingquote für Aluminiumgetränke-Dosen

Von Interesse ist insbesondere die Aufeinanderfolge beider Aufgaben 1 und 2. Sie schließen die Lernenden sowohl in das lokale als auch das globale Geschehen mit ein. Der eigene Aluminiumkonsum trägt zur Abholzung im fernen Regenwald bei. Die immer kleiner werdende Fläche des Regenwaldes beeinflusst weltweit das Klima. Diese Veränderungen sind wiederum auch im eigenen Land spürbar.

Eine sinnstiftende BNE-Modellierungsaufgabe (Kriterium 3)

Das Thema der quadratischen Funktion steht hier im Zentrum der Lernaufgabe. Die Themen der nichtnachhaltigen Aluminiumproduktion und der Regenwaldabholzung sind mit den Berechnungen und Modellierungen verknüpft, um der Mathematik und ihrer Denk- und Arbeitsweise einen Realitätsbezug, einen Anlass, eine Motivation oder eine „Sinnhaftigkeit“ zu verleihen.



Sinnstiftender Ansatz einer BNE-Modellierung
 Mit der innermathematischen Motivation sind mathematische Lerninhalte Ausgangspunkt und Kern der Interdisziplinarität und Modellierungsaktivität.

Abbildung 28: sinnstiftende Aufgabenstruktur in der Wirkungskette BNE-orientierter Lehr-Lernprozesse durch mathematische Modellierungsaktivitäten (eigene Darstellung)

Der Schwerpunkt dieses innermathematischen Ansatzes liegt neben der quadratischen Funktion und der Modellierung auch in den Zusammenhängen von Parametern und Rahmenbedingungen. Beispielsweise bieten sich hier Diskussionen um die Sonnenscheindauer bzw. zur ganzjährigen Sonneneinstrahlung an. Die Einbeziehung der Sonnenscheindauer und Lichtintensität wirkt sich signifikant auf die Sauerstoffproduktion der Wälder und auf die Modellierungsergebnisse aus. Ebenfalls zu den Randbedingungen gehören Aspekte

wie die Baumdichte, Blattgrößen bzw. Blattanzahl verschiedener Bäume und Wälder. Diese könnten daher ebenfalls in diesem Kontext diskutiert werden.

Abhängigkeit des BNE-Diskurses von den Modellierungskriterien (Kriterium 4)

Die Offenheit, Authentizität und das Differenzierungsvermögen der Aufgaben stellen die Basis für ein schülerorientiertes, individuelles Bearbeiten der Themen der nachhaltigen Entwicklung dar. Sie ermöglichen den Lernenden das Gestalten ihres vernetzenden Lernens zur lokalen und globalen Bedeutung. Es bedarf dieses Aufgabentyps, um einen individuellen Aluminiumbedarf ermitteln und dessen Auswirkungen diskutieren zu können. Des Weiteren ermöglicht die Offenheit verschiedene Perspektiven auf die Regenwaldabholzung. Interessengeleitet können auch die soziokulturellen oder wirtschaftlichen Dimensionen der Regenwaldabholzung in den Blick genommen werden.

„Ich“-Bezug zum BNE-Thema der Aufgabenstellung (Kriterium 5)

Die Lernenden werden durch die Betrachtung des eigenen Aluminiumdosen-Konsums als „Mitverursacher“ der Regenwaldabholzung mit dem Entscheidungsdilemma konfrontiert und zum Überdenken ihres Konsumverhaltens angeregt.

Ziel dieses integrativen Ansatzes ist es, den Lernenden exemplarisch die Zusammenhänge zwischen dem individuellen Konsum und den Auswirkungen auf das weltweite Klima zu verdeutlichen. Der Konsum und das Ressourcenmanagement stellen zwei prägnante und prägende Themen unserer westlichen Gesellschaften dar.

Der Ich-Bezug soll durch den Blick vom individuellen Dosenkonsum zum Regenwald und durch den Beitrag des Regenwaldes zum Klimawandel auch wieder zurück zu den Lernenden führen. Dies wird gefördert durch

- die Einbeziehung der Lernenden in Hinblick auf das individuelle Konsumverhalten und der damit zusammenhängenden Ressourcenschonung;
- die ganzheitliche Ansprache der Lernenden;
- die Vernetzung der globalen Perspektive einer nachhaltigen Entwicklung mit der Lebenssituation der Lernenden. Dies fordert einerseits dazu auf, die eigene Rolle in der Gesellschaft zu überdenken und andererseits die Verantwortung für die „Eine Welt“ und des eigenen „Ichs in der Welt“ zu erkennen;
- die schülerintegrierende Problemstellung, die die Lernenden mit dem individuellen Egoismus konfrontiert.

Die Lernenden betrachten die Realität, streben eine Selbstreflexion der eigenen Schlüsse an und übernehmen in diesem Zuge Verantwortung für die Nutzung der Mathematik, für das Verstehen der Realität, für die Modellierungsvorgänge und die interdisziplinären Betrachtungen. Aus diesem selbstorganisierten und selbstgesteuerten Prozess können sie dann in einen Diskurs über das Soll und Ist ihres Handelns eintreten. Dies kann dazu führen, dass sie ihre subjektive Weltdeutung hinterfragen und ggf. neu gestalten.

Methodisch-didaktische Konzepte des sozialen Lernens (Kriterium 6)

Die Lösung der Aufgabe bietet sich in Form einer Gruppenarbeit an, da die Lehrpersonen nicht sicher sein können, dass alle Lernenden Getränkedosen konsumieren. Des Weiteren handelt es sich bei einer größeren Gruppe um einen höheren Konsum, was sich für die anschließenden Berechnungen als positiv herausstellen kann. Die Gruppenarbeit bietet bestmöglich Anlass zur Auseinandersetzung mit den unterschiedlichen Meinungen und Weltdeutungen der „Anderen“.

Diese Aufgabe bietet selbstorganisierte Lerngelegenheiten sowohl mathematisch als auch in anderen Kontexten mit Bezug zur realen Welt. Damit können sich Lernende die Realität in all ihren Facetten erschließen.

Literaturverzeichnis

Anderson, Lorin W.; Krathwohl, David R. (2001): A taxonomy for learning, teaching, and assessing. a revision of Bloom's taxonomy of educational objectives: Longman.

Bagoly-Simó, Péter (2014): Implementierung von BNE am Ende der UN-Dekade : Eine internationale Vergleichsstudie am Beispiel des Fachunterrichts. In: *Zeitschrift für Geographiedidaktik Journal of Geography Education* 42 (4).

Barth, Matthias; Godemann, Jasmin; Rieckmann, Marco; Stoltenberg, Ute (2007): Developing key competencies for sustainable development in higher education. In: *International Journal of Sustainability in Higher Education* 8 (4), S. 416–430. DOI: 10.1108/14676370710823582.

Becker, Gerhard (2008): Ethische Dimensionen von BNE. Uni-Osnabrück, Osnabrück. Online verfügbar unter <https://www.bne.uni-osnabrueck.de/pub/uploads/Baikal/becker08ethik.pdf>, zuletzt geprüft am 11.06.2023.

Bliesner-Steckmann, Anna (2017): Handlungstheoretisch fundierte Didaktik nachhaltiger Berufsbildung. Die Kluft zwischen Wissen und Handeln. Wiesbaden: Springer VS.

Blömeke, Sigrid; Risse, Jana; Müller, Christiane; Eichler, Dana; Schulz, Wolfgang (2006): Analyse der Qualität von Aufgaben aus didaktischer und fachlicher Sicht. Ein allgemeines Modell und seine exemplarische Umsetzung im Unterrichtsfach Mathematik. In: *Unterrichtswissenschaft* 34 (4), S. 330–357.

Blum, Werner (2011): Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research. In: Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, Bd. 1: Springer, Dordrecht, S. 15–30.

Blum, Werner; Drüke-Noe, Christina; Hartung, Ralph; Köller, Olaf (Hg.) (2012): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsarrangements, Fortbildungsideen ; mit CD-ROM. Humboldt-Universität zu Berlin. 6. Aufl. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.

BMBF (2023): Agenda 2030. Die globalen Ziele für nachhaltige Entwicklung. Hg. v. Bundesministerium für Bildung und Forschung. Online verfügbar unter <https://www.bmz.de/de/agenda-2030>.

Bormann, Inka; Haan, Gerhard de (Hg.) (2008): Kompetenzen der Bildung für nachhaltige Entwicklung. Operationalisierung, Messung, Rahmenbedingungen, Befunde. 1. Aufl. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Borromeo Ferri, Rita; Greefrath, Gilbert; Kaiser, Gabriele (2013): Einführung: Mathematisches Modellieren Lehren und Lernen in Schule und Hochschule. In: Rita Borromeo Ferri, Gilbert Greefrath und Gabriele Kaiser (Hg.): Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule. Theoretische und didaktische Hintergründe. Wiesbaden: Springer, S. 1–7.

Brand, Susanne; Vorhölter, Katrin (2018): Holistische und atomistische Vorgehensweisen zum Erwerb von Modellierungskompetenzen im Mathematikunterricht. In: Stanislaw Schukajlow und Werner Blum (Hg.): Evaluierete Lernumgebungen zum Modellieren: Springer Spektrum, Wiesbaden, S. 119–142.

Braun, Karl-Heinz; Stübiger, Frauke; Stübiger, Heinz (Hg.) (2021): Schulreformen und Bildungspolitik in der Bundesrepublik Deutschland: Springer VS, Wiesbaden.

Brock, Antje; Holst, Jorrit (2022): Schlüssel zu Nachhaltigkeit & BNE in der Schule: Ausbildung von Lehrenden, Verankerung in der Breite des Fächerkanons und jenseits der Vorworte. Kurzbericht des Nationalen Monitorings zu Bildung für nachhaltige Entwicklung. Institut Futur. Berlin. Online verfügbar unter https://refubium.fu-berlin.de/bitstream/handle/fub188/36378/Brock_Holst_2022_Schule_Dokumentenanalyse_BNE_Monitoring.pdf;jsessionid=A7F573C74200AF913D907E3C4CF7962E?sequence=1, zuletzt geprüft am 16.11.2022.

Bruder, Regina; Büchter, Andreas; Leuders, Timo (Hg.) (2005): Die "gute" Mathematikaufgabe. Ein Thema für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern. Beiträge zum Mathematikunterricht 2005. 39. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. Bielefeld, 28.2. bis 4.3.2005. Technische Universität Dortmund: Gesellschaft für Didaktik der Mathematik.

Bruder, Regina; Büchter, Andreas; Leuders, Timo (2013): Die "gute" Mathematikaufgabe. Ein Thema für die Aus- und Weiterbildung von Lehrerinnen und Lehrern. Online verfügbar unter <https://www.mathematik.tu-dortmund.de/didaktik/BzMU/BzMU2005/Beitraege/bruder-buechter-leuders-gdm05.pdf>, zuletzt geprüft am 23.04.2023.

Brunner, Esther (2014): Mathematisches Argumentieren, Begründen und Beweisen. Grundlagen, Befunde und Konzepte. 1st ed. 2014. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg (Mathematik im Fokus).

Büchter, Andreas; Leuders, Timo (2009): Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern-Leistung überprüfen. 5. Aufl.: Cornelsen.

Budke; Alexandra (Hrsg.); Kuckuck; Miriam (Hrsg.); Meyer, Michael; Michael (Hrsg.) et al. (Hg.) (2015): Fachlich argumentieren lernen. Didaktische Forschungen zur Argumentation in den Unterrichtsfächern. Münster, New York: Waxmann Verlag.

Burscheid, Hans Joachim (1980): Beiträge zur Anwendung der Mathematik im Unterricht. Versuch einer Zusammenfassung. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 12, S. 63–69.

Busse, Andreas (2013): Umgang mit realitätsbezogenen Kontexten in der Sekundarstufe II. In: *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule*: Springer Spektrum, Wiesbaden, S. 57–70.

Dahl, Thomas (2019): Prepared to Teach for Sustainable Development? Student Teachers' Beliefs in Their Ability to Teach for Sustainable Development. In: *Sustainability* 11 (7), S. 1–10. DOI: 10.3390/su11071993.

Doig, Brian; Williams, Julian; Swanson, David; Borromeo Ferri, Rita; Drake, Pat (2019): *Interdisciplinary Mathematics Education. The State of the Art and Beyond*. Cham: Springer International Publishing (SpringerLink Bücher).

DUK (2016): UNESCO-Roadmap zur Umsetzung des Weltaktionsprogramms Bildung für nachhaltige Entwicklung. Hg. v. Deutsche UNESCO-Kommission e.V. (DUK). Unesco. Bonn. Online verfügbar unter https://www.bne-portal.de/bne/shareddocs/downloads/files/2015_roadmap_deutsch.pdf?__blob=publicationFile&v=1, zuletzt geprüft am 16.10.2022.

Ebenhöh, Wolfgang (1990): Mathematische Modellierung – Grundgedanken und Beispiele. In: *Der Mathematikunterricht* 36 (4), S. 5–15.

Eichler, Andreas; Vogel, Markus (2013): Daten- und Wahrscheinlichkeitsanalyse als Modellierung. In: Rita Borromeo Ferri, Gilbert Greefrath und Gabriele Kaiser (Hg.): *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule. Theoretische und didaktische Hintergründe*. 2., aktualisierte und erw. Aufl. Wiesbaden: Springer Gabler, S. 163–180.

English, Lyn D. (2016): STEM education K-12: perspectives on integration. In: *IJ STEM Ed* 3 (1), S. 1–8. DOI: 10.1186/s40594-016-0036-1.

Euler, Peter (2016): *Schule und Gesellschaft*. Vorbereitungsdienst. Hg. v. LIV-Spektrum. Online verfügbar unter https://www.gew-hessen.de/fileadmin/user_upload/bildung/themen/lehrerbildung/2016_liv-spektrum_vollversion_teil1.pdf, zuletzt geprüft am 02.01.2022.

Gerdsmeier, Gerhard (2004): Learning Tasks for Self-Directed Learning in Economic Classes (in German). *JSSE - Journal of Social Science Education*, 2-2004: Constructivism. In: *JSSE*, S. 21–63. DOI: 10.4119/jsse-303.

Grafenhofer, Irene; Maaß, Jürgen (Hg.) (2019): Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 6. ISTRON-Schriftenreihe. Zürich: Springer Spektrum, Wiesbaden.

Greefrath, Gilbert (2018): Anwendungen und Modellieren im Mathematikunterricht. Didaktische Perspektiven zum Sachrechnen in der Sekundarstufe. 2., neu bearbeitete Auflage. Berlin: Springer Spektrum.

Greefrath, Gilbert; Kaiser, Gabriele; Blum, Werner; Borromeo Ferri, Rita (2013): Mathematisches Modellieren. Eine Einführung in die theoretische und didaktische Hintergründe. In: Rita Borromeo Ferri, Gilbert Greefrath und Gabriele Kaiser (Hg.): *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule. Theoretische und didaktische Hintergründe*. 2., aktualisierte und erw. Aufl. Wiesbaden: Springer Gabler, S. 11–35.

Griesel, Heinz; Postel, Helmut; vom Hofe, Rudolf (2003): *Mathematik heute 10*. Unter Mitarbeit von Rudolf vom Hofe, Bernhard Humpert, Heinz Griesel und Helmut Postel. [Realschule, Mittelstufenschule, Integrierte Gesamtschule, Gesamtschule, gymnasialer Bildungsgang der KGS] Hessen, Druck A. Braunschweig: Westermann.

Haan, Gerhard de (2002): Die Kernthemen der Bildung für eine nachhaltige Entwicklung. In: *Zeitschrift für internationale Bildungsforschung und Entwicklungspädagogik* 25 (1), S. 13–20. DOI: 10.25656/01:6177.

Haan, Gerhard de (2008): Gestaltungskompetenz als Kompetenzkonzept der Bildung für nachhaltige Entwicklung. In: Inka Bormann und Gerhard de Haan (Hg.): *Kompetenzen der Bildung für nachhaltige Entwicklung. Operationalisierung, Messung, Rahmenbedingungen, Befunde*. 1. Aufl. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, S. 23–43.

Haan, Gerhard de; Kamp, Georg; Lerch, Achim; Martignon, Laura; Müller-Christ, Georg; Nutzinger, Hans G. (2008): *Nachhaltigkeit und Gerechtigkeit. Grundlagen und schulpraktische Konsequenzen*. 1. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer (Ethics of Science and Technology Assessment, 33).

Haier, Karoline; Siller, Hans-Stefan; Vorhölter, Katrin (2022): Criteria for sociocritical modeling tasks in sustainable development contexts. In: *CERME 12* (08).

Helmke, Andreas (2022): *Unterrichtsqualität und Professionalisierung. Diagnostik von Lehr-Lern-Prozessen und evidenzbasierte Unterrichtsentwicklung*. Unter Mitarbeit von

Franz E. Weinert. Umfassend aktualisierte Neuauflage, 1. Auflage. Hannover: Klett | Kallmeyer.

Henn, Hans-Wolfgang (2015): Mathematik im Alltag. In: Gabriele Kaiser und Hans-Wolfgang Henn (Hg.): Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht. Festschrift zum 70. Geburtstag von Werner Blum. Unter Mitarbeit von Werner Blum. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH (Realitätsbezüge im Mathematikunterricht), S. 203–216.

Henn, Hans-Wolfgang; Maaß, Katja (2003): Standardthemen im realitätsbezogenen Mathematikunterricht. In: *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, Artikel 8 (ISTRON), S. 1–5.

Henn, Hans-Wolfgang; Müller, Jan Hendrik (2013): Von der Welt ins Modell und zurück. In: Rita Borromeo Ferri, Gilbert Greefrath und Gabriele Kaiser (Hg.): Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule. Theoretische und didaktische Hintergründe. 2., aktualisierte und erw. Aufl. Wiesbaden: Springer Gabler, S. 202–220.

Herd, Edmund; Hoche, Detlef; König, Andreas; Stanzel, Michael; Stühler, Andrea (2023): Lambacher Schweizer. Mathematik Einführungsphase. Hg. v. Ernst Klett Verlag. Stuttgart, Leipzig. Online verfügbar unter <https://www.klett.de/lehrwerk/lambacher-schweizer-mathematik-ausgabe-hessen-g9-ab-2013/produktuebersicht/bundesland-7/schulart-5/fach-48/schuljahr-11>, zuletzt aktualisiert am 19.12.2023, zuletzt geprüft am 19.12.2023.

HKM (2012): Bildungsstandards und Inhaltsfelder. Das neue Kerncurriculum für Hessen. Sekundarstufe I – Gymnasium Mathematik (2012). Online verfügbar unter https://kultusministerium.hessen.de/sites/kultusministerium.hessen.de/files/2021-07/kerncurriculum_mathematik_gymnasium.pdf, zuletzt geprüft am 09.01.2022.

HKM (2017): Hessisches Schulgesetz. § 6 - Unterrichtsfächer, Lernbereiche und Aufgabengebiete. Hg. v. Hessische Kultusministerium. Online verfügbar unter <https://www.rv.hessenrecht.hessen.de/bshe/document/jlr-SchulGHE2017pP6>, zuletzt aktualisiert am 25.11.2021, zuletzt geprüft am 09.01.2022.

HKM (2023): Bildung für nachhaltige Entwicklung. Hg. v. Hessische Kultusministerium. Online verfügbar unter <https://kultusministerium.hessen.de/unterricht/bildung-fuer-nachhaltige-entwicklung>, zuletzt aktualisiert am 26.05.2023, zuletzt geprüft am 28.05.2023.

Holst, Jorrit; Brock, Antje (2020): Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) in der Schule. Strukturelle Verankerung in Schulgesetzen, Lehrplänen und der Lehrerbildung

2020_BNE_Dokumentenanalyse_Schule. Hg. v. Freie Universität Berlin. Online verfügbar unter https://www.ewi-psy.fu-berlin.de/einrichtungen/weitere/institut-futur/Projekte/Dateien/2020_BNE_Dokumentenanalyse_Schule.pdf, zuletzt geprüft am 17.12.2021.

Imboden, Dieter M.; Koch, Sabine (2008): Systemanalyse. Einführung in die mathematische Modellierung natürlicher Systeme. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer.

Kaiser, Gabriele (1995): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. In: Günter Graumann, Thomas Jahnke, Gabriele Kaiser und Jörg Meyer (Hg.): Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 2. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, S. 66–84.

Klafki, Wolfgang (2021): Selbstständiges Lernen muss gelernt werden ! In: Karl-Heinz Braun, Frauke Stübiger und Heinz Stübiger (Hg.): Schulreformen und Bildungspolitik in der Bundesrepublik Deutschland: Springer VS, Wiesbaden, S. 339–363.

Klein, Michael; Rietschel, Ernst-Theodor (2007): Schnittstellen zwischen Geistes- und Naturwissenschaften. In: *Bundeszentrale für politische Bildung*, 2007. Online verfügbar unter <https://www.bpb.de/shop/zeitschriften/apuz/30124/schnittstellen-zwischen-geistes-und-naturwissenschaften/>, zuletzt geprüft am 30.06.2023.

Klieme, Eckhard; Avenarius, Hermann; Blum, Werner; Döbrich, Peter; Gruber, Hans; Prenzel, Manfred et al. (2003): Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise. Bildungsreform Band 1. Bonn, Berlin: BMBF 2003. Online verfügbar unter https://www.pedocs.de/volltexte/2020/20901/pdf/Klieme_et_al_2003_Zur_Entwicklung_Nationaler_Bildungsstandards_BMBF_A.pdf, zuletzt geprüft am 10.01.2022.

KM-BW (2016): Mathematik. Bildungsplan für Gymnasien. Hg. v. Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg und Landesinstitut für Schulentwicklung. Stuttgart (17). Online verfügbar unter http://www.bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents/lsbw/export-pdf/depot-pdf/ALLG/BP2016BW_ALLG_GYM_M.pdf, zuletzt geprüft am 09.01.2022.

KMK (2003): Bildungsstandards im Fach Deutsch für den Mittleren Schulabschluss. Online verfügbar unter http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-BS-Deutsch-MS.pdf, zuletzt geprüft am 02.01.2023.

KMK (2007): Bildung für nachhaltige Entwicklung in der Schule. Kultusministerkonferenz und Deutsche UNESCO-Kommission stellen gemeinsame Empfehlung vor. Hg. v. KMK. Online verfügbar unter <https://www.kmk.org/aktuelles/artikelansicht/bildung-fuer->

nachhaltige-entwicklung-in-der-schule.html, zuletzt aktualisiert am 29.05.2023, zuletzt geprüft am 29.05.2023.

KMK/BMZ (2007): Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung. Unter Mitarbeit von Dieter Appelt und Hannes Siege. Online verfügbar unter https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschlu-esse/2007/2007_06_00_Orientierungsrahmen_Globale_Entwicklung.pdf, zuletzt geprüft am 03.06.2023.

Körner, Henning (2021): Modellieren im Schulbuch – wie geht das? In: Hans Humenberger und Berthold Schuppar (Hg.): Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 7: Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, S. 89–108.

Krug, André; Schukajlow, Stanislaw (2018): Multiple Lösungen beim mathematischen Modellieren – Konzeption und Evaluation einer Lernumgebung. In: Stanislaw Schukajlow und Werner Blum (Hg.): Evaluierte Lernumgebungen zum Modellieren: Springer Spektrum, Wiesbaden, S. 241–263.

Künzli David, Christine; Bertschy, Franziska; Di Giulio, Antonietta (2010): Bildung für eine Nachhaltige Entwicklung im Vergleich mit Globalem Lernen und Umweltbildung. In: *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften* 32 (2), S. 213–231.

Künzli David, Christine; Bertschy, Franziska; Haan, Gerhard de; Plesse, Michael (2007): Zukunft gestalten lernen durch Bildung für nachhaltige Entwicklung. Didaktischer Leitfaden zur Veränderung des Unterrichts in der Primarschule. Hg. v. Freie Universität Berlin Programm Transfer 21. Online verfügbar unter http://www.transfer-21.de/daten/grundschule/Didaktik_Leifaden.pdf, zuletzt geprüft am 21.01.2023.

Laub, Jochen (2022): Verantwortung im (Nachhaltigkeits-) Diskurs: Bedeutung der Diskursethik für Nachhaltigkeitsdiskurse und -kommunikation in der digitalen Informationsgesellschaft. In: Johanna Weselek, Florian Kohler und Alexander Siegmund (Hg.): Digitale Bildung für nachhaltige Entwicklung. Herausforderungen und Perspektiven für die Hochschulbildung: Springer Verlag, S. 39–52.

Leiß, Dominik; Leuders, Timo (2012): Realitätsbezüge. In: Werner Blum, Christina Drücke-Noe, Ralph Hartung und Olaf Köller (Hg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen ; mit CD-ROM. 6. Aufl. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, S. 194–206.

Maaß, Jürgen; Grafenhofer, Irene (2019): Einige Überlegungen zum Modellieren. In: Irene Grafenhofer und Jürgen Maaß (Hg.): Neue Materialien für einen realitätsbezogenen

Mathematikunterricht 6. ISTRON-Schriftenreihe. Zürich: Springer Spektrum, Wiesbaden, S. 1–6.

Maaß, Katja (2010): Classification Scheme for Modelling Tasks. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 31 (2), S. 285–311. DOI: 10.1007/s13138-010-0010-2.

Mezirow, Jack (2002): Transformative Learning: Theory to Practice. In: *Naturwissenschaftliches Arbeiten* 74 (1997), S. 5–12.

Organisation for Economic Cooperation and Development (2023): PISA-Studie. Online verfügbar unter <https://www.oecd.org/berlin/themen/pisa-studie/>, zuletzt aktualisiert am 05.12.2023, zuletzt geprüft am 18.12.2023.

Pant, Hans Anand; Petra Stanat; Ulrich Schroeders; Alexander Roppelt; Thilo Siegle; Claudia Pöhlmann (2013): IQB-Ländervergleich 2012. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I. Münster: Waxmann Verlag (Empirische Erziehungswissenschaft 2013/14).

Peter, Franziska (2021): UNESCO World Conference on Education for Sustainable Development. Learn for our planet. Act for sustainability. Berliner Erklärung zur Bildung für nachhaltige Entwicklung. Hg. v. Deutsche UNESCO-Kommission. Berlin. Online verfügbar unter <https://www.unesco.de/sites/default/files/2021-05/Berliner%20Erkl%C3%A4rung%20f%C3%BCr%20BNE.pdf>, zuletzt aktualisiert am 2021, zuletzt geprüft am 29.12.2021.

Reinfried, Sibylle (2016): Kompetenzorientierte Lernaufgaben – mehr als alter Wein in neuen Schläuchen? In: *Ga&S* 38 (223), S. 4–14.

Reiss, Kristina (2002): Argumentieren, Begründen, Beweisen im Mathematikunterricht, Augsburg. Online verfügbar unter <http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/53/beweis.pdf>, zuletzt geprüft am 16.02.2023.

Reiss, Kristina (2004): Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktik am Beispiel der Mathematik. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 50 (5), S. 635–649. DOI: 10.25656/01:4832.

Reit, Xenia-Rosemarie (2016): Denkstrukturen in Lösungsansätzen von Modellierungsaufgaben. Eine kognitionspsychologische Analyse schwierigkeitsgenerierender Aspekte, Wiesbaden.

Rellensmann, Johanna (2018): Selbst erstellte Skizzen beim mathematischen Modellieren. Ergebnisse einer empirischen Untersuchung. Münster: Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH; Spektrum Akademischer Verlag.

Rieckmann, Marco (2011): Schlüsselkompetenzen für eine nachhaltige Entwicklung der Weltgesellschaft. Ergebnisse einer europäisch-lateinamerikanischen Delphi-Studie. In: *GAIA - Ecological Perspectives on Science and Society* 20 (1), S. 48–56.

Rieckmann, Marco (2016): Kompetenzentwicklungsprozesse in der Bildung für nachhaltige Entwicklung erfassen. Überblick über ein heterogenes Forschungsfeld. In: Matthias Barth und Marco Rieckmann (Hg.): *Empirische Forschung zur Bildung für nachhaltige Entwicklung. Themen, Methoden und Trends*. 1st ed. Leverkusen-Opladen: Budrich Barbara (Schriftenreihe "Ökologie und Erziehungswissenschaft" der Kommission Bildung für eine nachhaltige Entwicklung der DGfE), S. 89–109.

Rieckmann, Marco (2021): Reflexion einer Bildung für nachhaltige Entwicklung aus bildungstheoretischer Perspektive. In: *Religionspädagogische Beiträge. Journal for Religion in Education* 44 (2), S. 1–12.

Risch, Björn; Blöcher, Karla; Holfelder, Anne-Katrin; Schehl, Marie; Weinberger, Philip (2017): Konzept und Praxis des Zertifikats "Bildung - Transformation - Nachhaltigkeit (BTN)". BNE in der Lehrerbildung. In: *Zeitschrift für internationale Bildungsforschung und Entwicklungspädagogik* 40, S. 11–18.

Rosenstiel, Lutz (2017): *Handbuch Kompetenzmessung. Erkennen, verstehen und bewerten von Kompetenzen in der betrieblichen, pädagogischen und psychologischen Praxis*. Unter Mitarbeit von John Erpenbeck, Sven Grote und Werner Sauter. 3. Auflage 2017. Freiburg: Schäffer-Poeschel Verlag für Wirtschaft Steuern Recht GmbH.

Rychen, Dominique Simone (2008): OECD-Referenzrahmen für Schlüsselkompetenzen — ein Überblick. In: Inka Bormann und Gerhard de Haan (Hg.): *Kompetenzen der Bildung für nachhaltige Entwicklung. Operationalisierung, Messung, Rahmenbedingungen, Befunde*: VS Verlag für Sozialwissenschaften, S. 15–22.

Salle, Alexander; Frohn, Daniel (2022): Mathematik in Krisensituationen. In: *mathematik lehren* (234).

Schreiber, Jörg-Robert; Siege, Hannes (Hg.) (2016): *Orientierungsrahmen für den Lernbereich globale Entwicklung im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung*. Unter Mitarbeit von Engagement Global. 2. aktualisierte und erweiterte Auflage. Berlin: Cornelsen. Online verfügbar unter https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2015/2015_06_00-Orientierungsrahmen-Globale-Entwicklung.pdf, zuletzt geprüft am 17.12.2021.

Schukajlow, Stanislaw (2013): Lesekompetenz und mathematisches Modellieren. In: Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule: Springer Spektrum, Wiesbaden, S. 125–143.

Shephard, Kerry (2008): Higher education for sustainability: seeking affective learning outcomes. In: *International Journal of Sustainability in Higher Education* 9 (1), S. 87–98. DOI: 10.1108/14676370810842201.

Singer-Brodowski, Mandy; Schneidewind, Uwe (2014): Transformative Literacy. Gesellschaftliche Veränderungsprozesse verstehen und gestalten. In: *Krisen- und Transformationsszenarios : Frühkindpädagogik, Resilienz &*, S. 131–140.

Staatssekretärsausschuss für nachhaltige Entwicklung (2022): Nachhaltigkeit: Bildung und Engagement- Bildung als Schlüssel für nachhaltige Entwicklung stärken, S. 1–3. Online verfügbar unter <https://www.bundesregierung.de/resource/blob/998006/1827878/dd506ae25009776261411f4ea3563e43/beschluss-sts-ausschuss-dezember-2020-data.pdf?download=1>, zuletzt geprüft am 28.12.2021.

Stoltenberg, Ute; Burandt, Simon (2014): Bildung für eine nachhaltige Entwicklung. In: *Nachhaltigkeitswissenschaften*: Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, S. 567–594.

Transfer 21 (2007): Orientierungshilfe Bildung für nachhaltige Entwicklung in der Sekundarstufe I. Begründungen, Kompetenzen, Lernangebote. Online verfügbar unter http://www.transfer-21.de/daten/materialien/Orientierungshilfe/Orientierungshilfe_Kompetenzen.pdf, zuletzt geprüft am 20.11.2022.

United Nations (2015): Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development | Department of Economic and Social Affairs. Online verfügbar unter <https://sdgs.un.org/2030agenda>, zuletzt aktualisiert am 29.05.2023, zuletzt geprüft am 29.05.2023.

Vare, Paul; Scott, William (2007): Learning for a Change. Exploring the Relationship Between Education and Sustainable Development. In: *Journal of Education for Sustainable Development* 1 (2), S. 191–198. DOI: 10.1177/097340820700100209.

VENRO (2021): Qualitätskriterien für entwicklungspolitische Bildungsarbeit. Handreichung 2021. Hg. v. VENRO – Verband Entwicklungspolitik und Humanitäre Hilfe deutscher Nichtregierungsorganisationen e.V. Berlin. Online verfügbar unter https://venro.org/fileadmin/user_upload/Dateien/Daten/Publikationen/Handbuch/VENRO_Qualit%C3%A4tskriterien_Bildungsarbeit_2021.pdf, zuletzt geprüft am 16.01.2023.

Vollstedt, Maike; Ufer, Stefan; Heinze, Aiso; Reiss, Kristina (2015): Forschungsgegenstände und Forschungsziele. In: Regina Bruder, Lisa Hefendehl-Hebeker, Barbara Schmidt-Thieme, Weigand und Hans-Georg Weigand (Hg.): Handbuch der Mathematikdidaktik. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg; Springer Berlin Heidelberg, S. 567–589.

vom Hofe, Rudolf; Humpert, Bernhard; Griesel, Heinz; Postel, Helmut (2019): Mathematik heute 10. Ausgabe 2019 für Hessen. Schülerband 10. Braunschweig: Westermann Bildungsmedien. Online verfügbar unter <https://www.westermann.de/artikel/978-3-14-150450-7/Mathematik-heute-Ausgabe-2019-fuer-Hessen-Schuelerband-10>, zuletzt geprüft am 26.02.2023.

Vorage, Marcel (2019): Nachhaltige Bildung für nachhaltige Entwicklung. Pädagogische Hochschule Salzburg. Online verfügbar unter <https://austriaca.at/0xc1aa5576%20x003ac436.pdf>, zuletzt geprüft am 01.01.2022.

WBGU (1996): Welt im Wandel: Herausforderung für die deutsche Wissenschaft. Kurzfassung Jahreshauptgutachten 1996. Unter Mitarbeit von Friedrich Beese, Gotthilf Hempel, Paul Klemmer und Lenelis Kruse-Graumann. Online verfügbar unter https://www.wbgu.de/fileadmin/user_upload/wbgu/publikationen/hauptgutachten/hg1996/pdf/wbgu_jg1996_kurz.pdf, zuletzt geprüft am 07.06.2023.

WBGU (2011): Welt im Wandel. Gesellschaftsvertrag für eine Große Transformation ; [Hauptgutachten. 2., veränd. Aufl. Berlin: Wiss. Beirat der Bundesregierung Globale Umweltveränderungen (WBGU). Online verfügbar unter https://www.wbgu.de/fileadmin/user_upload/wbgu/publikationen/hauptgutachten/hg2011/pdf/wbgu_jg2011.pdf, zuletzt geprüft am 29.05.2023.

Winter, Heinrich (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. Online verfügbar unter <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/download/69/80>.

Wrona, Thomas (2005): Die Fallstudienanalyse als wissenschaftliche Forschungsmethode. ESCP-EAP Working Paper (10). Online verfügbar unter <https://mail.uni-kl.de/Session/2175516-WXJ9Oy1INcKwm7Kqbhep/MIME/INBOX-MM-1/695-13-B/Wrona%20Fallstudienanalyse%202005.pdf>, zuletzt geprüft am 06.12.2022.

Zala-Mezö, Enikő; Totter, Alexandra; Häbig, Julia (2021): Schulbuch-Entstehung, Rolle und Bedeutung für Unterricht und Schule. In: Veronika Manitius und Tanja Webs (Hg.): Unterstützungssysteme für Schulen. Konzepte, Befunde und Perspektiven. 1st ed. Bielefeld: wbv Publikation (Beiträge zur Schulentwicklung), S. 105–122.

Anhang

Material 1

Perspektiven einer Lernaufgabe		
Output-orientierte Fragestellung		
fachliche Inhalte und Leitideen		
Aufgabenstellung		
BNE-Inhaltsbereich		
Dimensionen der Mathematik	Mathematik als Struktur	
	Mathematik als Anwendung	
	Mathematik als kreativer Umgang	
Modellierungsbereiche	realitätsgebunden	
	mathematikgebunden	
	ambivalent	
	integrativ	
Modellierungsperspektiven	pädagogisch	
	sozio-kritisch	
	kontextuell	
	realistisch oder angewandt	
Modellierungsansatz	normativ	
	deskriptiv	
inner- bzw. außermathematische Modellierung	Authentizität	
	Offenheit	
	Differenzierungsvermögen	
Bildung für nachhaltige Entwicklung	vernetzendes Lernen	
	Visionsorientierung	
	Partizipationsorientierung	

Material 2

Perspektiven einer Lernaufgabe - <i>Kein Platz für den Orang-Utan</i>		
Output-orientierte Fragestellung		Die Aufgabe fördert den Aufbau von Modellierungskompetenzen.
fachliche Inhalte und Leitideen		<ul style="list-style-type: none"> • Größen und Messen • Flächenberechnung und Flächenvergleich
Aufgabenstellung		klar strukturiert
BNE-Inhaltsbereich		Potenzielle BNE-Themen wie z.B.: - die Abholzung von Regenwäldern - landwirtschaftliche Nutzung der Regenwälder - Armut auf Borneo
Dimensionen der Mathematik	Mathematik als Struktur	1 und 2: Flächeninhalt zum Flächenvergleich und zum Veranschaulichen von Flächengrößen 3: Innermathematische Zusammenhänge und Strukturen aus dem Text isolieren
	Mathematik als Anwendung	-
	Mathematik als kreativer Umgang	-
Modellierungsbereiche	realitätsgebunden	-
	mathematikgebunden	Die Modellierungsaktivität bleibt auf Seiten der Mathematik.
	ambivalent	-
	integrativ	-
Modellierungsperspektiven	pädagogisch	Mit dem Flächenvergleich wird das Modellieren auf der Ebene des Metawissens thematisiert. Es geht um die Beurteilung der Angemessenheit der verwendeten Modelle.
	sozio-kritisch	-
	kontextuell	-
	realistisch oder angewandt	Modellierung zum Flächenvergleich realer Flächen
Modellierungsansatz	normativ	-
	deskriptiv	Der Flächenvergleich beschreibt die Fläche der Abholzung des Regenwaldes.
inner- bzw. außermathematische Modellierung	Authentizität	Authentizität: Die Teilaufgabe 3 fordert zum Stellen weiterer rein innermathematischer Fragen auf.
	Offenheit	Die 3. Teilaufgabe ist mathematisch offen formuliert.
	Differenzierungsvermögen	Ein natürliches innermathematisches Differenzierungsvermögen bietet insbesondere die Teilaufgabe 3.
Bildung für nachhaltige Entwicklung	vernetzendes Lernen	Die Aufgabe sucht keine Anknüpfung an eine außermathematische Frage- und/oder Problemstellung.
	Visionsorientierung	
	Partizipationsorientierung	

Material 3

Perspektiven einer Lernaufgabe - Entwicklung der Weltbevölkerung 1		
Output-orientierte Fragestellung		1a) Förderung eines kritisch-reflektierten Denkens gegenüber Bevölkerungsangaben 1c) Förderung des Fächerübergriiffs
fachliche Inhalte und Leitideen		Exponentialfunktion im Inhaltsfeld Funktionale Zusammenhänge
Aufgabenstellung		1a) unüblich, unstrukturiert, sehr offen 1c) unüblich, unstrukturiert
BNE-Inhaltsbereich		weltweite Bevölkerungsentwicklung, von der Aufgabe wird allerdings nicht gezielt die Durchleuchtung der Perspektiven der Nachhaltigkeit verlangt.
Dimensionen der Mathematik	Mathematik als Struktur	1c) mathematische Verfahren
	Mathematik als Anwendung	a) Authentische Aufgabe: Die Modellierungen / Verfahren zur Berechnung der Bevölkerungszahlen bieten einen realen Kontext, fordern zum Erforschen und Erkennen der verschiedenen Verfahren zur Bestimmung der Bevölkerungszahl (z.B. Schätzen, Modellierungen) auf. 1c) Bei den unterschiedlichen Angaben bzw. Prognosen handelt es sich um Modellierungen mit unterschiedlichen Parametern
	Mathematik als kreativer Umgang	1a) Entdecken verschiedener Verfahren und mathematischer Möglichkeiten zur Bestimmung der Weltbevölkerungszahl
Modellierungsbereiche	realitätsgebunden	1a) Nutzen der Mathematik zum Bestimmen der Bevölkerungszahlen der einzelnen Länder
	mathematikgebunden	-
	ambivalent	-
	integrativ	1a) und 1c) Diskurs über die Grenzen der mathematischen Verfahren / Modelle / Parameter für die Bestimmung aktueller, realer Bevölkerungszahlen und des Bevölkerungswachstums Es können im Rahmen der Aufgabenstellung auch die ethisch-moralischen Aspekte der Thematik besprochen werden c) Modellierungsprozess und die Bedeutung der Parameter, abgeleitet aus dem Anwendungsbereich Weltbevölkerung
Modellierungsperspektiven	pädagogisch	-
	sozio-kritisch	1a) Diskurs über die Rolle der Mathematik und der Modellierung in diesem Kontext.
	kontextuell	1a) Realitätsnähe der Bevölkerungszahlen bietet Anreize und Motivation zur argumentativen Auseinandersetzung
	realistisch oder angewandt	1a) Verstehen und Lösen der realen Probleme bei der Bestimmung der Bevölkerungszahlen. Das Verständnis der realen Welt wird mit Modellierungskompetenzen verbunden
Modellierungsansatz	normativ	-
	deskriptiv	1a) Beschreibung der Bevölkerungszahlen
inner- bzw. außermathematische Modellierung	Authentizität	-
	Offenheit	-
	Differenzierungsvermögen	-

Bildung für nachhaltige Entwicklung	vernetzendes Lernen	1a) Länderspezifischer Umgang mit der Erhebung von Bevölkerungszahlen eröffnet Einblicke in die Lebenssituation anderer Länder Potenzial: Kennen und Verstehen lernen der Situationen anderer Länder
	Visionsorientierung	1c) Prognosen der Weltbevölkerung können auf rein mathematischer Seite oder mit BNE-Bezug diskutiert werden
	Partizipationsorientierung	-

Material 4

Perspektiven einer Lernaufgabe - Entwicklung der Weltbevölkerung 2		
Output-orientierte Fragestellung		2b) Funktionale Zusammenhänge im Fächerübergreif
fachliche Inhalte und Leitideen		Exponentialfunktion im Inhaltsfeld Funktionale Zusammenhänge
Aufgabenstellung		2a) Sprachliche Aussage mit mathematischem Wissen beschreiben. Das mathematische Wissen über Exponentialfunktionen auf die Realität anwenden 2b) Eine fächerübergreifende Perspektive auf das Bevölkerungswachstum entwickeln Ein Versuch, mit der Mathematik die Realität zu erklären, zu argumentieren und zu kommunizieren in fachübergreifenden Zusammenhängen
BNE-Inhaltsbereich		weltweite Bevölkerungsentwicklung geschichtliche Einflüsse auf das Bevölkerungswachstum
Dimensionen der Mathematik	Mathematik als Struktur	2a) die Mathematik als Hilfs- und Strukturwissenschaft in anderen Fachbereichen
	Mathematik als Anwendung	2b) mathematische Verfahren für die Beschreibung realer Zusammenhänge (Modellierungen)
	Mathematik als kreativer Umgang	2b) Das mathematische Durchforsten der Sachinhalte anderer Wissenschaften
Modellierungsbereiche	realitätsgebunden	-
	mathematikgebunden	2a) Die Modellierungsaktivität bleibt auf der Seite der Mathematik.
	ambivalent	-
	integrativ	2b) Die Graphische Auswertung schlägt die Brücke zwischen der Mathematik der Exponentialfunktionen und der realen Ereignisse.
Modellierungsperspektiven	pädagogisch	2b) Mit dem Blick in die Modelle anderer Fachbereiche geht es um die Beurteilung der Angemessenheit der verwendeten Modelle als Grundlage des Graphen.
	sozio-kritisch	-
	kontextuell	2b) Es ist eine Realitätsnähe durch den im Graphen dargestellten geschichtlichen Verlauf der Bevölkerungsentwicklung gegeben
	realistisch oder angewandt	2b) Motivation, realistische Probleme zu lösen, Verbindung des Verständnisses der realen Welt mit den Modellierungskompetenzen
Modellierungsansatz	normativ	-
	deskriptiv	2a) Beschreibung des Bevölkerungswachstums
inner- bzw. außermathematische Modellierung	Authentizität	Die Teilaufgabe 3 fordert zum Stellen weiterer Fragen auf, allerdings sind rein innermathematische Betrachtungen verlangt.
	Offenheit	Die 3. Teilaufgabe ist mathematisch offen formuliert.
	Differenzierungsvermögen	Ein natürliches Differenzierungsvermögen bietet die Teilaufgabe 3.
Bildung für nachhaltige Entwicklung	vernetzendes Lernen	-
	Visionsorientierung	Die Aufgabe sucht keine Anknüpfung an eine außermathematische Fragestellung.
	Partizipationsorientierung	-

ENTWICKLUNG DER WELTBEVÖLKERUNG



In den 8000 Jahren von Christi Geburt bis zur Krönung Karls des Großen vermehrte sich die Weltbevölkerung um etwa 50 Millionen Menschen. Heute dauert es nur 8 Monate, bis die Menschheit um 50 Millionen Einwohner gewachsen ist.

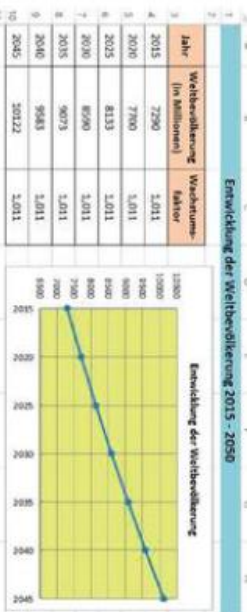
Am Anfang des 20. Jahrhunderts lebten ungefähr 1,6 Milliarden Menschen auf der Erde, am Ende des 20. Jahrhunderts waren es bereits über 6 Milliarden Menschen.

1. Im Internet findet man immer aktuelle Daten zur Bevölkerungsentwicklung. Auf den Internetseiten des U. S. Census Buros in Washington findet man z. B. eine besondere Uhr, die *World Population Clock*. Die Uhr und die neuesten Zahlen erhaltet ihr unter <http://www.census.gov/popclock/>



- a) Erkundigt euch, wie viele Menschen im Moment auf der Welt leben. Auf welcher Grundlage kennt man diese Zahlen?
 - b) Um wie viele Menschen wächst die Weltbevölkerung zur Zeit (1) in einer Stunde; (2) an einem Tag; (3) in einer Woche?
 - c) Auf verschiedenen Internetseiten findet ihr vermutlich unterschiedliche Angaben oder Prognosen. Berichtet darüber und erklärt, wie es zu diesen Unterschieden kommt.
2. Betrachtet das Diagramm unten auf dieser Doppelseite. Es stellt die Entwicklung der Gesamtbbevölkerung auf der Erde dar.
 - a) In einem Zeitungsbericht ist folgende Schlagzeile zu lesen: „Die Bevölkerungszahl explodiert! Erklärt, was damit gemeint ist.“
 - b) In dem Diagramm findest du immer wieder Stellen, an denen die eingezeichnete Linie „Unregelmäßigkeiten“ aufweist. Begründet, warum es manchmal zu einem stärkeren Anstieg oder sogar zu sinkenden Bevölkerungszahlen kommen kann. Vielleicht haben eure Geschichts-, Geographie-, Wirtschafts- oder Gemeinschaftskundlehrer hierzu einige Tipps.

3. Im Jahr 2015 lebten 7,29 Milliarden Menschen auf der Erde. Die durchschnittliche Wachstumsrate der Weltbevölkerung wurde auf 1,1 % geschätzt. Die Tabelle zeigt die Entwicklung der Weltbevölkerung in 5-Jahres-Schritten von 2015 bis 2045.



Erstellt mit einer Tabellenkalkulation die abgebildete Tabelle und das dazugehörige Liniendiagramm.

Da die Bevölkerungszahlen in fünfjährsschritten berechnet werden, ergibt sich der Wert in Zeile B5 folgendermaßen: Multipliziere die Zahl in Zeile B4 fünfmal mit dem Wachstumsfaktor aus Zeile C4.

In B5 steht die Formel = B4 * C4^5.

Der Ausdruck C4^5 bedeutet: Potenziere den Wachstumsfaktor aus Zeile C4 mit 5. Ob ihr alte Formeln richtig eingegeben habt, könnt ihr anhand der Zahlen in der Tabelle kontrollieren.

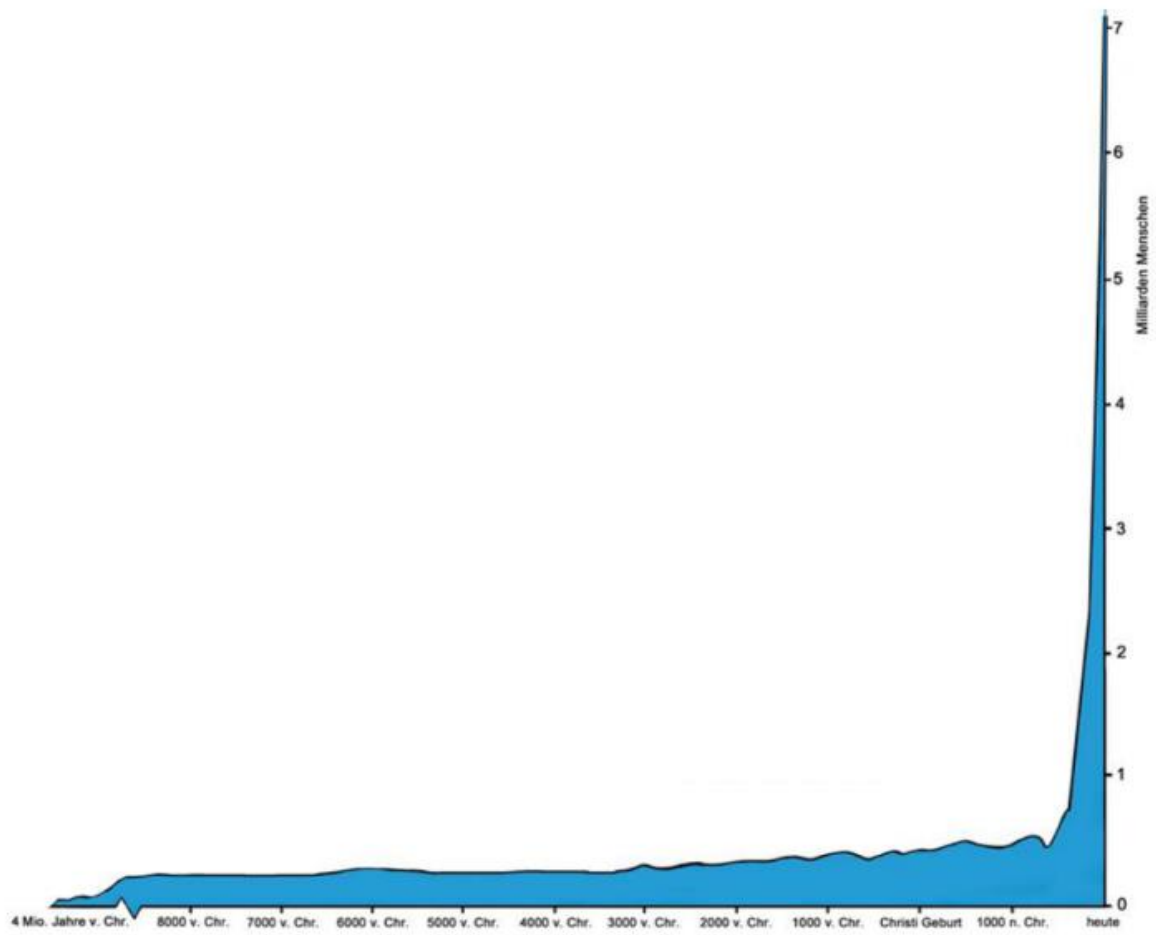
4. Die Wachstumsrate der Weltbevölkerung wird sich in den nächsten Jahren vermutlich verringern. Rechts findet ihr für einen Zeitraum von jeweils 5 Jahren prognostizierte Wachstumsfaktoren für die Jahre von 2015 bis 2045.
 - a) Gebt diese Faktoren in der Spalte C eurer Tabelle ein.
 - b) Beschreibt die Entwicklung der Bevölkerungszahlen, die sich bei dieser Prognose ergeben.
 - c) Vergleicht die Bevölkerungszahlen mit dem exponentiellen Wachstum aus der Aufgabe 3.

Jahr	Wachstumsfaktor
2015	1,010
2020	1,009
2025	1,007
2030	1,006
2035	1,005
2040	1,004
2045	1,003

5. Untersucht mithilfe der Tabelle, wie sich die Weltbevölkerung ändert, wenn sich andere Wachstumsraten ergeben, beispielsweise 1,5 %, 1 %, 0,5 %.
 - a) Vergleicht für diese Wachstumsraten die Bevölkerungszahlen im Jahr 2045. Steigen bei doppelten Wachstumsraten die Bevölkerungszahlen auch um das Doppelte?
 - b) Erweitert die Tabelle und untersucht, wann bei diesen Wachstumsraten jeweils die Bevölkerungszahlen von (1) 10 Milliarden, (2) 15 Milliarden erreicht sind.



Material 7 (aus: vom Hofe et al. 2019, S. 166-167)



Material 8

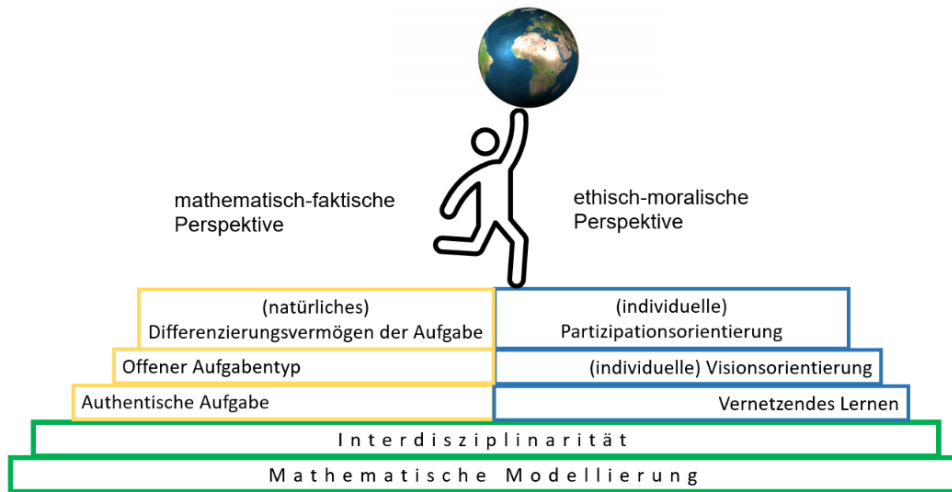
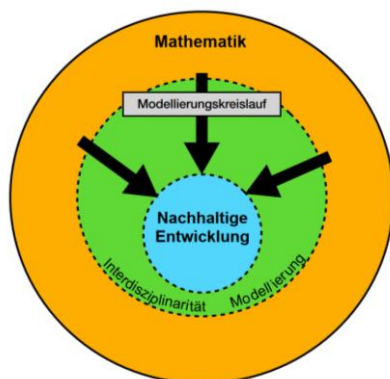


Abbildung 29: Kriterien der BNE und der mathematischen Modellierung als Fundament einer BNE (eigene Darstellung)

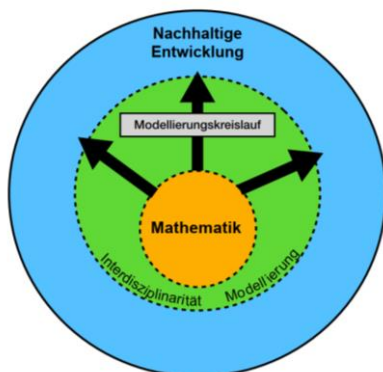
Material 9: Kontextbetonte und sinnstiftende Aufgabenstrukturen



Kontextbetonter Ansatz einer BNE-Modellierung

Mit der außermathematischen Motivation ist die nachhaltige Entwicklung Ausgangspunkt und Kern der Interdisziplinarität und Modellierungsaktivität.

Abbildung 30: kontextbetonte Aufgabenstruktur in der Wirkungskette BNE-orientierter Lehr-Lernprozesse durch mathematische Modellierungsaktivitäten (eigene Darstellung)



Sinnstiftender Ansatz einer BNE-Modellierung

Mit der innermathematischen Motivation sind mathematische Lerninhalte Ausgangspunkt und Kern der Interdisziplinarität und Modellierungsaktivität.

Abbildung 31: sinnstiftende Aufgabenstruktur in der Wirkungskette BNE-orientierter Lehr-Lernprozesse durch mathematische Modellierungsaktivitäten Aufgabenstruktur (eigene Darstellung)

Eigenständigkeitserklärung

„Ich versichere, dass ich diese Masterarbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.“

Melsungen, den 1.7.2023

Sabine Wiegand