

Technische Universität Kaiserslautern
Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik
Lehrstuhl für Mechatronik und elektrische Antriebstechnik

Permanentmagneterregte Line- Start-Antriebe in Ferrittechnik

Dipl.-Ing. Stefan Mathis
geboren in Saarbrücken-Dudweiler

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Kaiserslautern
zur Verleihung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

D 386

Datum der mündlichen Prüfung:	10.05.2019
1. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Huth
2. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Martin Doppelbauer
Prüfungsvorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. Wolfram Wellßow
Dekan des Fachbereichs:	Prof. Dr.-Ing. Ralph Urbansky

Inhaltsverzeichnis

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis	VII
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Aufgabenstellung	2
1.3 Aufbau der Arbeit	2
2 Konzipierung eines PMLS-Motors in Ferrittechnik	5
2.1 Anwendungsbereiche	5
2.2 Bewertungskriterien	7
2.3 Magnete auf Ferritbasis	8
2.3.1 Herstellung und physikalische Eigenschaften	8
2.3.2 Magnetische Eigenschaften	9
2.3.3 Entmagnetisierungsverhalten	12
2.3.4 Einfluss der Ferritmagnete auf den Auslegungsprozess	14
2.4 Statoraufbau	15
2.5 Rotoraufbau	16
2.5.1 Luftspaltnagnete	16
2.5.2 Vergrabene Magnete	17
2.6 Konzeptauswahl	22
3 Elektromagnetische Modellierung	25
3.1 Prämissen der Modellierung	25
3.2 Stationäres Betriebsverhalten	26
3.2.1 Elektrische Größen im statorfesten a-b-c-Koordinatensystem	26
3.2.2 Elektrische Größen im rotorfesten d-q-0-Koordinatensystem	27
3.2.3 Elektrische Größen im statorfesten α - β -0-Koordinatensystem	30
3.2.4 Effektivwertgrößen	32
3.2.5 Ersatzschaltbild des PMLS-Motors im synchronen Betrieb	34
3.2.6 Drehmomentberechnung	35
3.2.7 Wirkungsgradberechnung	37
3.2.8 Leistungsfaktorberechnung	37

3.3	Transientes Betriebsverhalten	38
3.3.1	Spannungsdifferentialgleichungen	38
3.3.2	Bewegungsdifferentialgleichungen	39
3.4	Bestimmung der Differentialgleichungskoeffizienten	41
3.4.1	OHM'sche Widerstände	41
3.4.2	Haupt- und Gegeninduktivitäten	43
3.4.3	Streuinduktivitäten	44
3.4.4	PM-Flussverkettung	48
3.4.5	Massenträgheitsmomente	48
4	Thermische Modellierung	49
4.1	Prämissen der Modellierung	49
4.2	Wärmewiderstandsnetzwerke	50
4.2.1	Netzwerktopologie	50
4.2.2	Wärmeleitfähigkeit und Wärmeübergangszahl	52
4.3	Ermittlung der thermischen Widerstände	53
4.3.1	Nutübergangswiderstand	53
4.3.2	Zahnwiderstand	53
4.3.3	Jochwiderstand	54
4.3.4	Jochübergangswiderstand	54
4.3.5	Gehäusewiderstand	54
4.3.6	Gehäuseübergangswiderstand	54
5	Analytische Simulation des stationären Betriebsverhaltens	55
5.1	Prämissen der Modellierung	57
5.2	Magnetkreisberechnung	57
5.2.1	Transformation der Statorgeometrie	58
5.2.2	Magnetische Ersatzwiderstände	60
5.2.3	Ferromagnetisches Materialverhalten	63
5.2.4	Magnetische Spannungsquellen	65
5.2.5	Gleichungssystem eines magnetischen Ersatznetzwerkes	67
5.2.6	Lösungsverfahren für nichtlineare Gleichungssysteme	70
5.2.7	Bestimmung der Flussverkettungen	74
5.2.8	Hauptinduktivitäten und PM-Flussverkettung	76
5.2.9	Abschätzung der Ummagnetisierungsverluste	78
5.3	Arbeitspunktberechnung	80
5.3.1	Der Downhill-Simplex-Algorithmus	80
5.3.2	Berechnung stationärer Betriebspunkte	84

6	Analytische Simulation des transienten Betriebsverhaltens	87
6.1	Prämissen der Modellierung	88
6.2	Lösungsverfahren für Anfangswertprobleme	89
6.3	Lastcharakteristik	91
6.4	Intrittfallgrenze	92
6.4.1	Einflussgrößen	93
6.4.2	Bestimmung der Intrittfallgrenze	94
7	Numerische Simulation mittels FEM	97
7.1	Grundlagen der FEM	97
7.1.1	MAXWELL-Gleichungen	97
7.1.2	Materialgleichungen	98
7.1.3	Potentialformulierungen	98
7.1.4	Anwendung der FEM am Beispiel der Ampere-Definition	100
7.2	Simulation der PMLS-Motoren mittels FEM	102
7.2.1	Modellbildung	102
7.2.2	Stationäres Betriebsverhalten	106
7.2.3	Transientes Betriebsverhalten	108
8	Funktionsmusterauslegung	111
8.1	Randbedingungen des Auslegungsprozesses	111
8.1.1	Geometrie	112
8.1.2	Wicklungsaufbau	113
8.1.3	Werkstoffe	113
8.1.4	Betriebsparameter	114
8.2	Auslegungsprozess	115
8.3	Geometrie der Funktionsmuster	116
8.3.1	Blechschnittgeometrie	117
8.3.2	Magnetgeometrie	119
8.3.3	Kurzschlusskäfig	119
8.4	Wicklungsauslegung	120
8.5	Schutz der Magnete vor Gegenfeldern	122
8.5.1	Einfluss der Streusteggeometrie	122
8.5.2	Das Entlastungspfadkonzept	125
8.5.3	Dimensionierung der Entlastungspfade	127
8.5.4	Vergleich von Streustegverbreiterungs- und Entlastungspfadkonzept	129

8.6	Analytische Magnetkreismodelle der Funktionsmuster	131
8.6.1	Aufbau der magnetischen Netzwerke	131
8.6.2	Modellverifikation mittels FEM	134
9	Versuchsaufbau	139
9.1	Prototypenbau	139
9.2	Prüfstands Aufbau und Messkonzepte	142
9.2.1	Messung des stationären Betriebsverhaltens	142
9.2.2	Messung des transienten Betriebsverhaltens	146
10	Messtechnische Erprobung im direkten Vergleich zur Simulation	149
10.1	Untersuchungen bei fremdangetriebenem Prüfling	149
10.1.1	Induzierte Spannung	149
10.1.2	Reibungsverluste	152
10.1.3	Bremssattel	153
10.2	Stationäres Betriebsverhalten	154
10.2.1	Netzbetrieb	154
10.2.2	Umrichterbetrieb	157
10.3	Transientes Betriebsverhalten	162
10.3.1	Netzbetrieb	162
10.3.2	Umrichterbetrieb	163
10.4	Kurzunterbrechungen	167
10.4.1	Begriffsdefinition	167
10.4.2	Messtechnische Untersuchung	167
10.4.3	Diskussion der Ergebnisse	170
11	Konzeptvergleich	171
11.1	Stationäres Betriebsverhalten	171
11.1.1	Drehmomentbildung	171
11.1.2	Wirkungsgrad und Leistungsfaktor	172
11.2	Transientes Betriebsverhalten	174
11.2.1	Vorbetrachtungen	174
11.2.2	Intrittfallgrenze	176
11.2.3	Spannungsgrenze	176
11.3	Bewertung der Funktionsmuster	177
12	Zusammenfassung	179

A	Anhang	181
A.1	Streuleitwerte im Nutgebiet	181
A.1.1	Streuleitwert der Statornut	181
A.1.2	Streuleitwert der Rotornut	182
A.2	Analytische Modellierung des Lüferrads	184
A.2.1	Die EULER'sche Turbinengleichung	184
A.2.2	Bestimmung der Minderleistungszahl	185
A.2.3	Geometrische Verhältnisse bei oberflächengekühlten Maschinen	186
A.2.4	Druckbilanz	188
A.2.5	Geförderter Volumenstrom	192
A.2.6	Das Bisektionsverfahren	193
A.3	Wärmeübergangswiderstand des Gehäuses	195
A.3.1	Erzwungene Konvektion längs der Rippenkanäle	195
A.3.2	Wärmestrahlung	198
A.3.3	Natürliche Konvektion in den Störzonen	199
A.3.4	Resultierender Wärmeübergangswiderstand	199
A.3.5	Messtechnische Überprüfung	201
A.4	Magnetische Widerstände der Funktionsmuster	203
A.4.1	Statorwiderstände	203
A.4.2	Rotorwiderstände #-Design	204
A.4.3	Rotorwiderstände V-Design	205
A.5	Magnetische Spannungsquellen der Statorwicklung	207
A.5.1	Herleitung der Felderregerkurve	207
A.5.2	Definition des Bestromungswinkels	213
A.6	Schwungmassenanlage	215
A.6.1	Motivation	215
A.6.2	Polygonprofil	215
A.6.3	Aufbau der Anlage	216
A.6.4	Blockade des Antriebsstrangs	219
A.7	Technische Zeichnungen	220
A.8	Remanenzverlust aufgrund von Arbeitspunktverschiebungen	226
A.8.1	Theoretische Betrachtung	226
A.8.2	Messtechnische Untersuchung	228
A.8.3	Diskussion der Ergebnisse	230
B	Literatur	233
C	Lebenslauf	245

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Formelzeichen

Lateinische Formelzeichen

Zeichen	Einheit	Beschreibung
A	m^2	Fläche
A	A/m	Strombelag
\vec{A}	Vs/m	Magnetisches Vektorpotential
a	–	Anzahl der parallelen Zweige
a	–	Kosinuskoeffizient einer FOURIER-Reihe
B	T	Magnetische Flussdichte
B_r	T	Remanenzinduktion
b	m	Breite
b	–	Sinuskoeffizient einer FOURIER-Reihe
c	Nm/rad	Drehfederkonstante
c	m/s	Strömungsgeschwindigkeit
D	m	Durchmesser
D	As/m^2	Elektrische Flussdichte
d	m	Dicke
E	V/m	Elektrische Feldstärke
F	N	Kraft
f	Hz	Frequenz
G	–	Allgemeine Größe (Effektivwert)
g	–	Allgemeine Größe (Momentanwert)
g	–	Ganze Zahl
H	A/m	Magnetische Feldstärke

H_{cB}	A/m	Remanenzbezogene Koerzitivfeldstärke
H_{cJ}	A/m	Polarisationsbezogene (intrinsische) Koerzitivfeldstärke
h	m	Höhe
I	A	Strom (Effektivwert)
i	A	Strom (Momentanwert)
i	–	Zählvariable
J	T	Magnetische Polarisation
J	kg m ²	Massenträgheitsmoment
J	A/(Vs)	JACOBI-Matrix
j	–	Zählvariable
k	–	Dimensionslose Konstante
k_c	–	CARTER-Faktor
L	H	Induktivität (allgemein)
l	m	Länge
M	Nm	Drehmoment
M	H	Gegeninduktivität
M	–	Menge
m	–	Strangzahl
N	–	Nutenzahl
n	s ⁻¹ oder min ⁻¹	Mechanische Drehzahl
n	–	Zählvariable
o	–	Ordnung
P	W	Leistung
p	N/m ²	Druck
p	–	Polpaarzahl
\dot{Q}	W	Wärmestrom
q	C	Elektrische Ladung
q	–	Lochzahl
R	Ω	Elektrischer Widerstand
R_m	A/(Vs)	Magnetischer Widerstand

R_{th}	K/W	Thermischer Widerstand
\mathbf{R}_m	A/(Vs)	Widerstandsmatrix
Re	–	REYNOLDS-Zahl
\vec{r}	m	Rotationsachse
s	m	Weg
T	K oder °C	Temperatur
\vec{T}	A/m	Elektrisches Vektorpotential
\mathbf{T}	–	Transformationsmatrix
t	s	Zeit
U	V	Spannung (Effektivwert)
u	V	Spannung (Momentanwert)
u	m/s	Umfangsgeschwindigkeit
v	m/s	Geschwindigkeit
V	m ³	Volumen
\dot{V}	m ³ /s	Volumenstrom
w	–	Strangwindungszahl
x	–	Funktionsargument
y	–	Funktionswert
z	–	Anzahl

Griechische Formelzeichen

Zeichen	Einheit	Beschreibung
α/β	1/K	Temperaturkoeffizient
α	W/(m ² K)	Wärmeübergangszahl
$\alpha/\beta/\gamma$	rad	Winkel
Γ	Nm/(srad)	Drehdämpfung
Δ	–	Differenz
δ	m	Luftspalt, kleiner Abstand
δ''	m	Fiktiver Luftspalt
ε	–	Kleine Differenz
ε	F/m	Permittivität

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

ε_r	–	Spezifische Permittivität
η	–	Wirkungsgrad
Θ	A	Magnetische Durchflutung
ϑ	K	Temperaturdifferenz
κ	1/(Ωm)	Elektrische Leitfähigkeit
λ	–	Leistungsfaktor
λ	W/(m K)	Wärmeleitfähigkeit
μ	N/A ²	Permeabilität
μ_r	–	Spezifische Permeabilität
μ_{LR}	–	Minderleistungszahl des Lüferrads
ν	–	Drehfeldpolpaarzahl
ν	m ² /s	Kinematische Viskosität
Ξ	–	Vorzeichenindikator
ξ	–	Dimensionsloser Beiwert
ρ	A s/m ³	Ladungsdichte
ρ	kg/m ³	Massendichte
τ	m	Teilung
Φ	Wb	Magnetischer Fluss
φ	rad	Elektrischer Winkel
φ	V	Elektrisches Skalarpotential
Ψ_{PM}	Wb	Flussverkettung der Permanentmagnete
ψ	Wb	Flussverkettung (allgemein)
σ	–	Ummagnetisierungsverlustkoeffizient
σ	–	Streuleitwert
Ω	A	Magnetisches Skalarpotential
ω	rad	Winkelgeschwindigkeit

Indizes

Zeichen	Beschreibung
0	Ausgangs- oder Anfangswert
0	Nullkomponente
1	Lüftereintrittsseite
1	Stator
2	Lüfteraustrittsseite
2	Rotor
∞	Unendliche Schaufelzahl
AM	Analytisches Modell
AP	Arbeitspunkt
APB	Arbeitspunktberechnung
a/b/c	Elektrische Phase
a	Anfang
a	Außen
ax	Axial
Cu	Kupfer
d	d-Achsenkomponente
E	Einzel
E1	Ebene E1
E2	Ebene E2
e	Ende
el	Elektrisch
ep	Entlastungspfad
Fe	Elektroblech
Fe	Ummagnetisierung (eines Ferro- oder Ferrimagnetikums)
FEM	Finite-Elemente-Methode
G	Gehäuse
geo	Geometrisch
ges	Gesamt
H	Haube

h	Haupt
hyst	Hysterese
<i>i</i>	Indexvariable
i	Induziert
i	Innen, Inneres
iso	Isoliert
J	Joch
J	Trägheitsmoment
<i>j</i>	Indexvariable
KU	Kurzunterbrechung
kr	Kreisring
L	Last, Lastmaschine
LR	Lüfterrad
l	Laminar
l	Leiter
M	Masche
MKB	Magnetkreisberechnung
m	Mitte, Mittel
N	Nut
NR	NEWTON-RAPHSON
<i>n</i>	Indexvariable
nosyn	Nicht synchron
nz	Nut-Zahnkopf
o	Offen
ow	Oberwelle
PM	Permanentmagnet
p	Grundwelle
p	Polrad, Polpaar
puls	Pulsung
q	q-Achsenkomponente
R	Kühlrippe

r	Bemessungswert
reib	Lager- und Lüfterverluste
ri	Kurzschlussring
s	Schlitz
seg	Segment
st	Stab
str	Strahlung
str	Stranggröße
stz	Störzone
syn	Synchron
t	Turbulent
th	Thermisch
theo	Theoretisch
U	Umgebung
u	Umfangskomponente
v	Verlust
verk	Verkettet
vol	Volumetrisch
W	Motorwelle
w	Wicklung
wb	Wirbelstrom
wk	Wickelkopf
x	Indexvariable
Z	Zahn
ZR	Zeitrelais
z	Zonung
zk	Zahnkopf
δ	Luftspalt
Θ	Magnetische Durchflutung
ν	Drehfeldpolpaarzahl
σ	Streuung

Konstanten

Zeichen	Wert	Beschreibung
e	2,72...	EULER'sche Zahl
π	3,14...	Kreiszahl
ϵ_0	8,85... Asm/V	Elektrische Feldkonstante
μ_0	$4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{N/A}^2$	Magnetische Feldkonstante

Mathematische Operatoren

Zeichen	Beschreibung
\ln	Logarithmus
sgn	Signum
\max	Maximum
\sin	Sinus
\cos	Kosinus
\tan	Tangens
\arctan	Arkustangens
\Im	Imaginärteil
\Re	Realteil
$\vec{\nabla}$	Nabla-Operator: $\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right)$
$f'(x)$	Ableitung von $f(x)$ nach x
\bar{g}	Mittelwert von g
\underline{g}	Komplexe Größe
\vec{g}	Vektorgröße
g'	Bezogene Größe
\hat{g}	Amplitude, Maximalwert
\dot{g}	Ableitung von g nach der Zeit t
j	Imaginäre Einheit

Abkürzungen

Abkürzung	Bedeutung
------------------	------------------

AH	Achshöhe
Al	Aluminium
AM	Analytisches Modell
AP	Arbeitspunkt
ASM	Asynchronmotor
CAD	„Computer Aided Design“, Rechnergestütztes Design
Cu	Kupfer
DIN	Deutsches Institut für Normung
Fa.	Firma
FEM	Finite-Elemente-Methode
GLW	Ganzlochwicklung
GSM	Gleichstrommaschine
IE	„International Efficiency“, Internationale Effizienzklasse
IEC	„International Electrotechnical Commission“, Internationale Elektrotechnische Kommission
KU	Kurzunterbrechung
LF	Lastfall
LS	„Line-Start“, Netzanlauffähigkeit
MKB	Magnetkreisberechnung
PM	Permanentmagnet
SE	Seltene Erden



1 Einleitung

1.1 Motivation

Seit den 1950er Jahren werden Permanentmagnete (PM) aus hartmagnetischen Ferriten („Ferritmagnete“) eingesetzt. Diese keramischen Werkstoffe zeichnen sich gegenüber den bis dato genutzten metallischen Aluminium-Nickel-Cobalt-Magneten durch eine wesentlich höhere Koerzitivfeldstärke und damit Entmagnetisierungsfestigkeit aus. Hierdurch sind Ferritmagnete besonders für den Einsatz in Elektromotoren gut geeignet. [KR67; Sch93; Sug99]

Mit der Entwicklung der Samarium-Cobalt-Magnete 1970 [Str70] sowie der Neodym-Eisen-Bor-Magnete 1984 [Sta95] wurden die Ferritmagnete ihrerseits verdrängt, da die sogenannten Seltenen-Erden-Magnete (SE-Magnete) überlegene Werte für Remanenz und Koerzitivfeldstärke aufweisen [Sch93]. Dies ermöglichte eine erhebliche Steigerung von Leistungsdichte und Effizienz im Elektromaschinenbau. Nachteile der SE-Magnete sind die im Vergleich zu Ferritmagneten hohen Materialkosten, die gute elektrische Leitfähigkeit sowie die Korrosionsanfälligkeit [Cam94]. Die beiden letztgenannten Eigenschaften sind allerdings nur für Spezialanwendungen^[1] relevant. Daher wird sich heutzutage im Volumengeschäft auf die Anwendung von SE-Magneten konzentriert.

In jüngster Zeit wird der Anwendung von Ferritmagneten wieder größere Aufmerksamkeit geschenkt. Durch Zugabe von Lanthan und Cobalt konnten sowohl für die Remanenz als auch für die Koerzitivfeldstärke Steigerungen erzielt werden [Sug99]. Darüber hinaus erfordern stetig verschärfte Effizienznormen^[2] und hohe Energiepreise eine wirkungsgradorientierte Auslegung der Motoren. Während Asynchronmotoren (ASM) hier teilweise an ihre Grenzen stoßen, ist die Verwendung von SE-Magneten in permanentmagneterregten Synchronmotoren aufgrund der unsicheren Versorgungslage zunehmend problematisch. Die so entstehende Produktlücke kann durch die Verwendung ferritmagnetbasierter Motoren ausgefüllt werden. Um die Anschaffung eines kostspieligen Frequenzumrichters zu vermeiden, bietet sich die Integration eines Kurzschlusskäfigs in den PM-Rotor an.

^[1]Die elektrische Leitfähigkeit spielt aufgrund der Wirbelstromverluste vor allem bei Hochfrequenzanwendungen eine Rolle, der Korrosionsaspekt etwa bei nassen Unterwassermotoren.

^[2]Beispielhaft sei hier die IEC-Norm 60034-30-1 für Netzantriebe genannt.

1.2 Aufgabenstellung

In der vorliegenden Arbeit soll ein hocheffizienter Synchronmotor für Hauptantriebe auf Ferritmagnetbasis entwickelt werden, welcher geeignet ist, bestehende ASM zur Reduktion des Energieverbrauchs beziehungsweise zur Erfüllung schärferer Effizienznormen zu ersetzen. Ein wesentliches Merkmal des zu entwickelnden Synchronmotors soll dabei dessen Netzanlaufbeziehungsweise „Line-Start“-Fähigkeit (LS) durch den Einbau eines Kurzschlusskäfigs sein. Durch den somit möglichen Verzicht auf einen Frequenzumrichter mit Rotorlageerfassung werden nicht nur die Kosten des Antriebssystems gesenkt, sondern auch ein direkter Austausch vorhandener ASM durch den PMLS-Motor ermöglicht. Diese Fähigkeit qualifiziert den PMLS-Motor für Applikationen wie drehzahlkonstant betriebene Pumpen oder den frequenzgesteuerten Betrieb am Gruppenumrichter ohne Rotorlageerfassung.

Als Vergleichsbasis wird ein kommerziell verfügbarer, für den Netzbetrieb ausgelegter vierpoliger ASM im unteren Leistungsbereich (1 bis 10 kW) herangezogen. Gegenüber diesem soll unter Beibehaltung der äußeren Aktivteilabmessungen und der Polpaarzahl $p = 2$ mittels Ferrittechnik eine erhebliche Wirkungsgradsteigerung auf das Effizienzniveau IE4^[3] realisiert werden. Darüber hinaus ist auf ein vorteilhaftes Intrittsverhalten zu achten. Zur Berechnung des neuen PMLS-Motors wird eine ganzheitliche analytische Beschreibung des elektromagnetischen sowie des (stationären) thermischen Betriebsverhaltens erarbeitet und sowohl mittels numerischer Berechnung als auch experimentell überprüft.

1.3 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist in zwölf Kapitel unterteilt, wobei **Kapitel 1** der Einleitung entspricht. In **Kapitel 2** werden zunächst die Anforderungen an den zu entwickelnden PMLS-Motor präzisiert und die Ferrittechnik in groben Zügen vorgestellt. Anschließend werden mögliche Konzepte für die Aktivteilgestaltung erarbeitet und einer Vorauswahl gemäß den formulierten Kriterien unterzogen.

Im darauffolgenden **Kapitel 3** wird das Grundwellenmodell des PMLS-Motors für stationäre und transiente Vorgänge erörtert. Die Koeffizientenberechnung der daraus resultierenden Differentialgleichungen wird ebenfalls thematisiert. Anschließend wird sich in **Kapitel 4** der stationären thermischen Modellierung eines eigengekühlten elektrischen Motors gewidmet. Der Fokus liegt hierbei auf der Berechnung der thermischen Ersatzwiderstände, aus denen das den Motor beschreibende thermische Ersatznetzwerk aufgebaut ist.

^[3]Zur Definition siehe IEC 60034-30-1.

In **Kapitel 5** werden die in den beiden vorangehenden Kapiteln erarbeiteten Zusammenhänge zum Aufbau eines analytischen Modells (AM) genutzt, welches das stationäre Betriebsverhalten beschreibt. Es wird gezeigt, wie der komplexe magnetische Kreis des Motors durch ein magnetisches Ersatznetzwerk approximiert werden kann. Die analytische Modellierung des transienten Betriebsverhaltens wird in **Kapitel 6** thematisiert. Im Vordergrund steht hierbei die Berechnung des Intrittfallverhaltens. Als Alternative zur Analytik wird in **Kapitel 7** die numerische Feldberechnung unter Nutzung der Finiten-Elemente-Methode (FEM) vorgestellt.

Die Auslegung zweier Funktionsmuster zur praktischen Erprobung mit Hilfe der vorgestellten Simulationsmethoden findet in **Kapitel 8** statt. Im darauffolgenden **Kapitel 9** wird der Bau der ausgelegten Funktionsmuster dokumentiert und die zur messtechnischen Untersuchung konzipierten Prüfstände vorgestellt. Anschließend wird in **Kapitel 10** ein Vergleich der Mess- mit den Simulationsergebnissen durchgeführt.

In **Kapitel 11** findet ein Konzeptvergleich der beiden Funktionsmuster statt. Im darauffolgenden Fazit in **Kapitel 12** wird die Arbeit rekapituliert und mit einer Diskussion der Ergebnisse abgeschlossen.

2 Konzipierung eines PMLS-Motors in Ferrittechnik

2.1 Anwendungsbereiche

Der PMLS-Motor in Ferrittechnik sieht sich bei der Eignung als netzstartfähiger Hauptantrieb im Wesentlichen drei Konkurrenten gegenüber: dem ASM, dem PMLS-Motor in SE-Technik sowie dem Reluktanz-LS-Motor. Im Allgemeinen sind Asynchron- und Reluktanzmotor dabei robuster und günstiger in der Herstellung, die Nutzung von SE-Magnetmaterial führt hingegen zu einer überlegenen Leistungsdichte und hoher Effizienz. Im Gegenzug sind die Anschaffungskosten der SE-Magnete im Vergleich zu Ferritmagneten hoch (Abbildung 2.1).

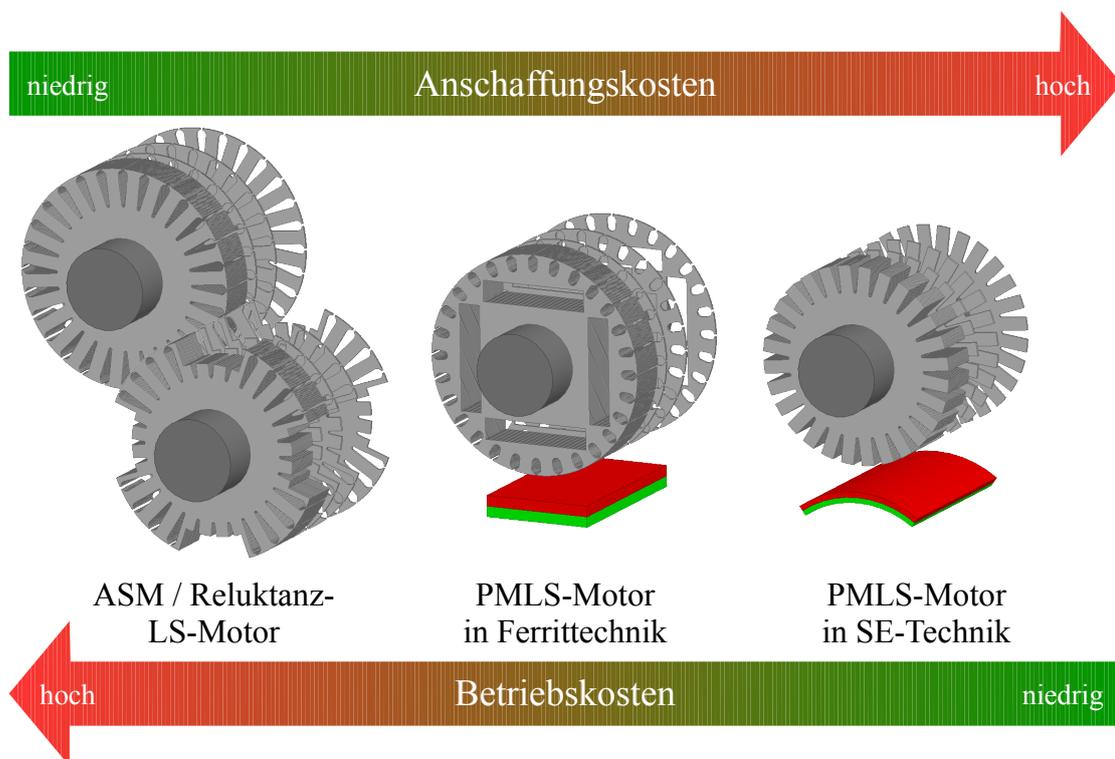


Abbildung 2.1: Qualitativer Kostenvergleich der verschiedenen netzstartfähigen Motortypen

Somit bietet sich der PMLS-Motor in Ferrittechnik für Anwendungen an, in denen die Betriebskosten gegenüber den Anschaffungskosten dominant sind, da sich in diesem Fall der bessere Wirkungsgrad gegenüber Asynchron- und Reluktanzmotor bezahlt macht. Aufgrund der gegenüber SE-Motoren geringeren Leistungsdichte sollte außerdem der Platzbedarf eine untergeordnete Rolle spielen.

Als mögliche Applikationen kommen daher mit konstanter Drehzahl betriebene Strömungsmaschinen wie Pumpen und Lüfter in Frage. In einer Studie aus dem Jahr 2016 wurde aufgezeigt, dass der Anteil der Pumpen- und Lüfterantriebe am elektrischen Energieverbrauch der deutschen Industrie 41 % beträgt [Jav+16]. Hieraus folgt, dass selbst geringe Effizienzsteigerungen aufgrund der hohen Stückzahlen ein erhebliches Einsparpotential nach sich ziehen. Eine große Überlastfähigkeit ist für das skizzierte Aufgabenfeld nicht von Belang, sodass eine hohe magnetische Ausnutzung der Maschine zur Effizienzverbesserung möglich ist. Um einen sicheren Intrittfall zu gewährleisten, ist bei diesem Einsatzszenario die Kenntnis der Intrittfallgrenze von besonderem Interesse.

Ein weiteres interessantes Anwendungsgebiet stellt der Betrieb am Gruppenumrichter dar. Hierbei werden mehrere Motoren gemeinsam an einem Frequenzumrichter ungergelt über eine $U(f)$ -Kennlinie betrieben. Diese Konstellation ist vor allem in der Textilindustrie in Form von Galettenantrieben verbreitet. Aufgrund der hohen Anforderungen an die Drehzahlgenauigkeit kommen hier stets Synchronmotoren, meist auf ASM basierende Pollücken-Reluktanzmotoren (siehe Abbildung 2.1) zum Einsatz [BK11]. Ist ein nachträgliches Zuschalten eines Motors erforderlich, so muss dieser im Umrichternetz trotz des hohen Trägheitsmoments der Galette sicher in Tritt fallen können. Aus diesem Grund wird für den zu entwickelnden PMLS-Motor eine hohe Intrittfallsicherheit verlangt. Zur quantitativen Beurteilung selbiger wird für einen vorgegebenen Lastfall die minimale Spannung herangezogen, bei der ein Intrittfall möglich ist. Diese Spannung wird nachfolgend als Intrittfallspannung bezeichnet.

2.2 Bewertungskriterien

Um den abgesteckten Einsatzgebieten gerecht zu werden, muss der zu entwickelnde Motor eine Reihe von Anforderungen erfüllen. Diese lassen sich nach Abbildung 2.2 in vier Hauptgebiete unterteilen: Stationäres und transientes Betriebsverhalten, Fertigungstechnik und Entmagnetisierungsfestigkeit. Von den so gruppierten Einzelkriterien sind die in der Abbildung dunkelfarbig hinterlegten Unterpunkte bei der Konzeptauswahl von besonderem Interesse.



Abbildung 2.2: Anforderungen an einen PMLS-Motor in Ferrittechnik

2.3 Magnete auf Ferritbasis

2.3.1 Herstellung und physikalische Eigenschaften

Bei hartmagnetischem Ferrit handelt es sich um keramisches Eisen(III)-oxid, welches chemisch durch Sintern mit Strontium- oder Bariumcarbonat verbunden wird. Nach dem Sinterprozess wird das Ferrit zu feinen Partikeln zermahlen, sodass jeder Partikel aus einem einzigen WEISS-Bezirk^[1] besteht. Das so entstandene Pulver wird anschließend in die gewünschte Form gepresst und durch erneutes Sintern wieder verbunden. Zur Verbesserung der magnetischen Eigenschaften kann der Pressvorgang unter Einfluss eines Magnetfeldes stattfinden. Das dabei entstehende Magnetmaterial wird als anisotropisch bezeichnet, da der Magnet aufgrund der Ausrichtung der einzelnen Partikel im Magnetfeld eine Vorzugsrichtung erhält. Seine endgültige Magnetisierung erhält der fertige Magnet durch ein externes Feld, dessen Feldstärke die Sättigungsfeldstärke des Magneten überschreitet. Dieser Vorgang wird als Aufmagnetisierung bezeichnet (Abbildung 2.3). Nach Abschluss dieses Prozesses verbleibt die Remanenzinduktion B_r , wodurch der Magnet sein eigenes Magnetfeld erzeugt. [Ber98; Kne62; KR67]

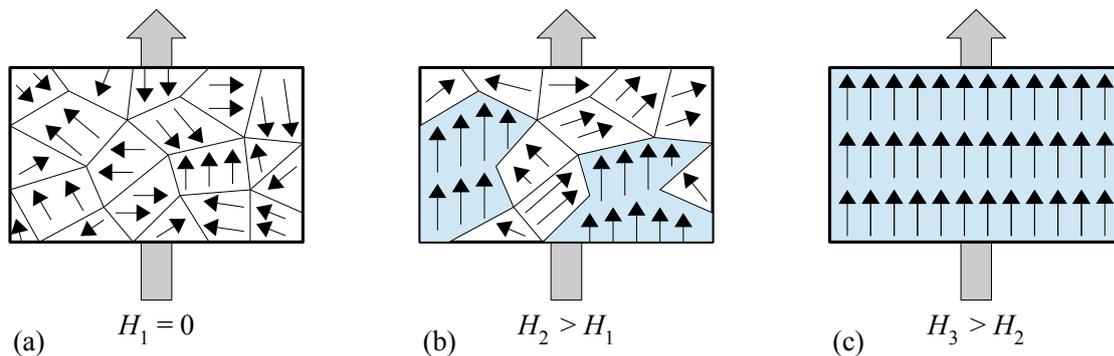


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des Aufmagnetisierungsvorgangs durch Ausrichten der WEISS-Bezirke mittels eines externen Magnetfeldes

Ferritmagnete zeichnen sich gegenüber anderen Magnetmaterialien durch ihre gute Korrosionsbeständigkeit aus [Mic+95]. Darüber hinaus besitzen sie eine hohe Koerzitivfeldstärke (außer im Vergleich mit SE-Magneten), was sie gegenüber entmagnetisierend wirkenden Feldern vergleichsweise unempfindlich macht [Sch93]. Im Gegenzug dazu ist ihre Remanenzinduktion verhältnismäßig gering^[2], weshalb bei der Nutzung von Ferritmagneten als Erregersystem

^[1]Dabei handelt es sich um Regionen innerhalb des Materials, in denen alle Elementarmagnete (magnetische Dipole) parallel ausgerichtet sind [Ber98].

^[2]Die Remanenz der ferrimagnetischen Ferritmagnete ist circa um den Faktor 3 kleiner als die der ferromagnetischen SE-Magnete, da im Ferrimagnetismus einer von drei Elementarmagneten antiparallel zur Vorzugsrichtung ausgerichtet ist und somit in Summe nur ein Drittel der Elementarmagnete zum resultierenden Magnetfeld beiträgt. Im Ferromagnetismus hingegen sind im magnetisierten Zustand alle Elementarmagnete in Vorzugsrichtung orientiert. [Ber98]

eines Elektromotors entsprechende Maßnahmen wie Flusskonzentration zur Verbesserung des Betriebsverhaltens durchgeführt werden müssen. Mechanisch sind sie wie andere Keramiken spröde, weshalb sie nach dem Pressvorgang durch Schleifen bearbeitet werden. Ihre CURIE-Temperatur, das heißt, die Temperatur, bei der sie ihren Magnetismus verlieren, liegt mit etwa 450 °C oberhalb der von neodymbasierten SE-Magneten, jedoch unterhalb der Werte von Aluminium-Nickel-Cobalt- oder Samarium-Cobalt-Magneten. [Cam94; Mic+95]

Es sei darauf hingewiesen, dass die Magnetisierung grundsätzlich durch thermische Alterung im Laufe der Zeit verschwindet^[3]. Bis zu einer gewissen Temperatur läuft dieser Prozess allerdings so langsam ab, dass er in der Praxis vernachlässigt werden kann. Diese Temperatur wird im Allgemeinen als maximale Betriebstemperatur bezeichnet und liegt unterhalb der CURIE-Temperatur. Oberhalb seiner maximalen Betriebstemperatur kann ein Magnet nicht als Erregung eines Elektromotors genutzt werden, weshalb dieser Wert bei der Auslegung des Motors maßgeblich ist. [KR70]

Ein großer Vorteil von Ferrit- gegenüber metallischen Magneten besteht darin, dass sie als keramische Materialien einen hohen spezifischen elektrischen Widerstand aufweisen [Sch93; Mic+95]. Dadurch wird die Ausbildung von Wirbelströmen innerhalb des Magneten gehemmt, was besonders für Hochfrequenzanwendungen interessant ist. Für die vorliegende Arbeit bedeutet diese Eigenschaft, dass die Ausbildung von Wirbelströmen innerhalb der Magnete vernachlässigt werden kann.

2.3.2 Magnetische Eigenschaften

Für die Quantifizierung der magnetischen Eigenschaften eines PM-Materials sind drei Parameter von wesentlichem Interesse: Die Remanenzinduktion B_r , die Koerzitivfeldstärke H_{CB} der magnetischen Flussdichte B sowie die intrinsische Koerzitivfeldstärke H_{cJ} der magnetischen Polarisation J . Mit der magnetischen Feldkonstante μ_0 kann der Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte, der magnetischen Polarisation und der magnetischen Feldstärke H hergestellt werden.

$$B = J + \mu_0 \cdot H \quad (2.1)$$

^[3]Dieses Phänomen kann thermodynamisch durch die Zunahme der Entropie bei der Umwandlung der im Magneten gespeicherten Energie in Wärme erklärt werden. Die quantenmechanisch bedingte, spontan auftretende Bildung neuer WEISS-Bezirke mit einer von der Vorzugsrichtung verschiedenen Orientierung verringert das Energieprodukt $B \cdot H$ des Magneten, die bei diesem als BARKHAUSEN-Sprung bekannten Vorgang freiwerdende Energie wird als Wärme an die Umgebung abgegeben. Der beschriebene Umwandlungsvorgang läuft umso schneller ab, je höher die Temperatur des Magneten ist. [Ber98]

Die Koerzitivfeldstärke H_{cB} beschreibt, welche Feldstärke ein externes, zur Vorzugsrichtung antiparalleles Magnetfeld besitzen muss, um die Remanenz des Magneten zu kompensieren. H_{cJ} hingegen gibt den Wert der Feldstärke an, bei der auch die magnetische Polarisation verschwunden ist. Im letzteren Fall hat der Magnet seine Magnetisierung dauerhaft verloren und muss erneut aufmagnetisiert werden.

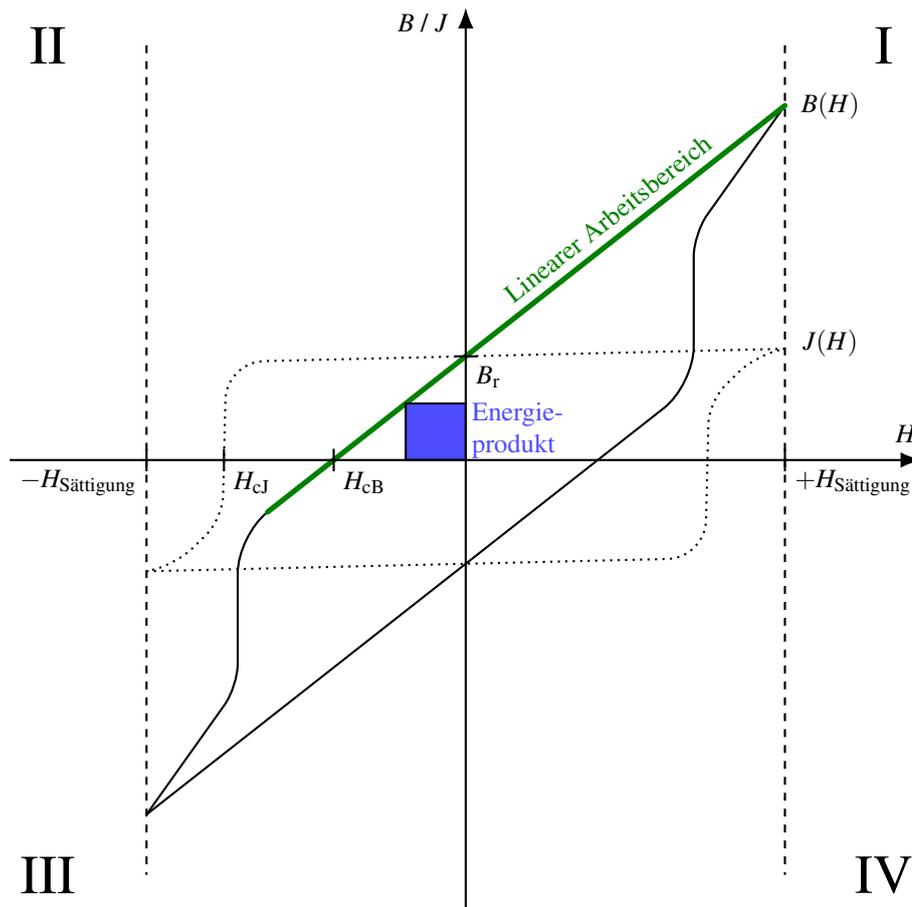


Abbildung 2.4: Sättigungshysteresekurve eines hartmagnetischen Werkstoffs

Eine weitere wichtige Größe zur Charakterisierung von Magneten ist das Energieprodukt $B \cdot H$ im linearen Bereich der Induktionskennlinie (Arbeitsbereich des Magneten). Es ist ein Maß für die Energie, die im betrachteten Arbeitspunkt im Magneten gespeichert ist. In Abbildung 2.4 ist dieses Produkt für einem willkürlich gewählten Arbeitspunkt blau gekennzeichnet. Für die Anwendung in elektrischen Maschinen ist der grün hinterlegte lineare Arbeitsbereich des Magneten im zweiten sowie gegebenenfalls dritten Quadranten maßgeblich. Wird der lineare Bereich oberhalb des sogenannten Knies in der Nähe von H_{cJ} verlassen, so kommt es zur irreversiblen Entmagnetisierung. [Cam94]

Abbildung 2.5 zeigt im zweiten und dritten Quadranten die Polarisationskennlinie $J(H)$ sowie die Induktionskennlinie $B(H)$ des Magnetmaterials *NMF-12J* beim Durchlaufen der Sättigungshysteresekurve (äußerste Hysteresekurve, die bei einer Variation des externen Magnetfeldes von $+H_{\text{Sättigung}}$ bis $-H_{\text{Sättigung}}$ auftritt).

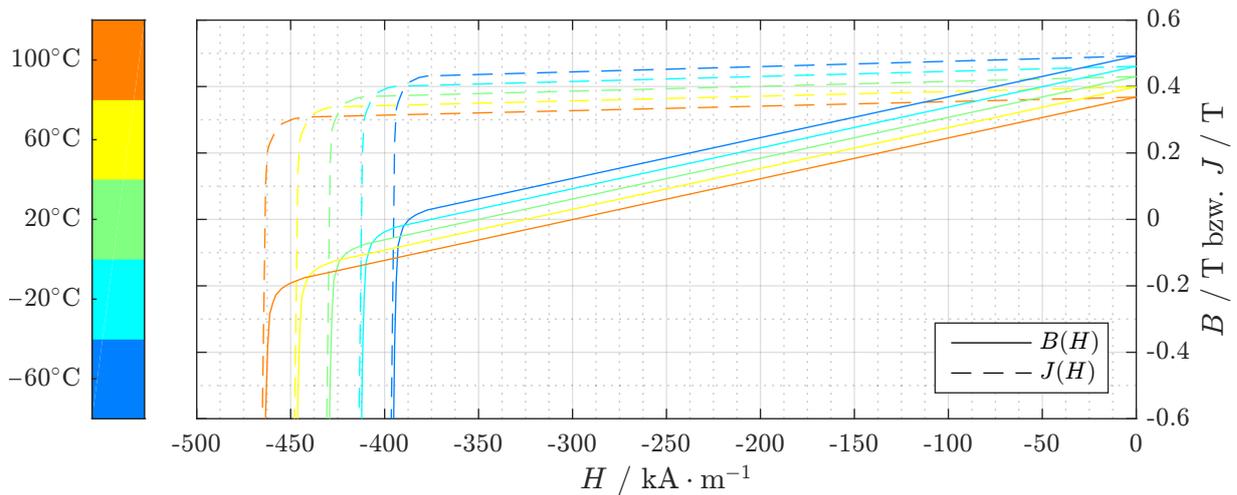


Abbildung 2.5: Kennlinienfeld des Magnetmaterials *NMF-12J* [Hit16]

Von besonderem Interesse ist das aus Abbildung 2.5 hervorgehende Temperaturverhalten von Ferriten. Zum einen kann mit steigender Temperatur eine deutliche Verringerung der Remanenzinduktion beobachtet werden. Im interessierenden Temperaturbereich kann selbige näherungsweise als lineare Funktion der Temperatur aufgefasst und durch den negativen materialspezifischen Koeffizienten α_{B_r} bezogen auf eine Ausgangstemperatur T_0 beschrieben werden.

$$B_r(T) = B_r(T_0) \cdot (1 + \alpha_{B_r}(T - T_0)) \quad (2.2)$$

Eine weitere wesentliche Erkenntnis aus Abbildung 2.5 ist die Tatsache, dass die intrinsische Koerzitivfeldstärke des gezeigten Ferritmaterials mit steigender Temperatur zunimmt. Diese den Ferriten eigene Charakteristik führt dazu, dass bei Betrachtung der Entmagnetisierungsfestigkeit die kleinste auftretende Betriebstemperatur maßgeblich ist. Im Vergleich hierzu nimmt bei SE-Magneten H_{CJ} mit steigender Temperatur ab (siehe beispielsweise [Vac14]). Mathematisch kann diese Eigenschaft durch den bei Ferriten positiven Koeffizienten $\beta_{H_{CJ}}$ ausgedrückt werden.

$$H_{CJ}(T) = H_{CJ}(T_0) \cdot (1 + \beta_{H_{CJ}}(T - T_0)) \quad (2.3)$$

2.3.3 Entmagnetisierungsverhalten

Bei Einsatz eines Magneten als rotorseitiges Erregersystem wird dieser je nach Stellung des Rotors durch das Feld der Statorwicklung entmagnetisiert, das heißt, bezogen auf Abbildung 2.4 einem negativen externen magnetischen Feld unterworfen. Dadurch verschiebt sich der Arbeitspunkt des Magneten gemäß Abbildung 2.6. Bei einer resultierenden Feldstärke H_{AP1} operiert der Magnet beispielsweise im Arbeitspunkt AP1.

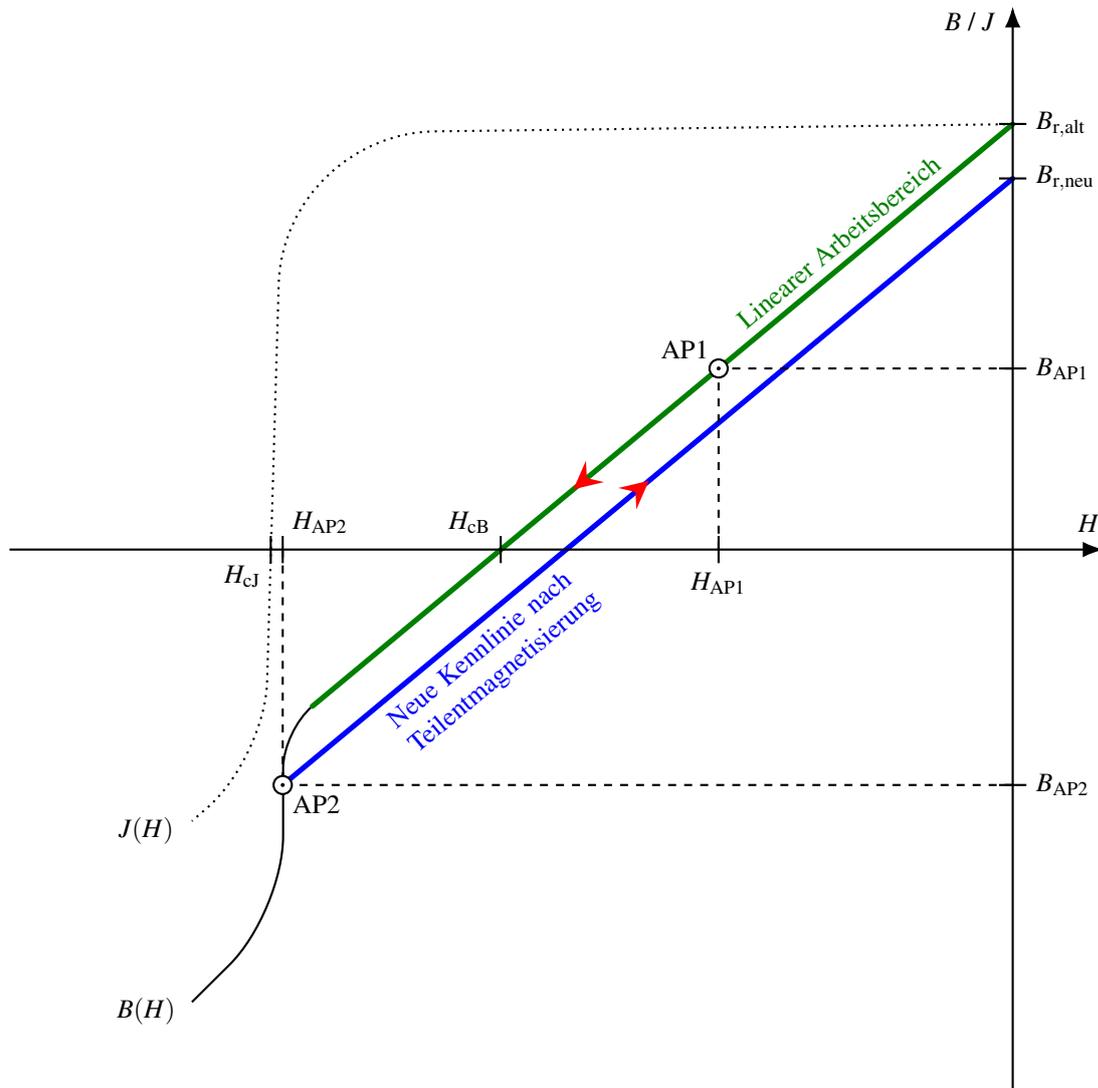


Abbildung 2.6: Entmagnetisierungsverhalten eines hartmagnetischen Werkstoffs

Wird die Feldstärke betragsmäßig weiter erhöht, so wird schließlich der lineare Arbeitsbereich des Magneten verlassen und der Arbeitspunkt AP2 im Knie der Kennlinie erreicht. Die dafür notwendige Feldstärke H_{AP2} liegt nahe der intrinsischen Koerzitivfeldstärke H_{cJ} . In diesem Arbeitspunkt wird der Magnet irreversibel teilentmagnetisiert, was sich darin zeigt, dass bei einem

Wegfall des externen Feldes der Magnet nur noch die Remanenzinduktion $B_{r,neu}$ erreicht wird (Rücklauf entlang der blauen Kennlinie). Auf mikroskopischer Ebene treten beim Erreichen von AP2 BARKHAUSEN-Sprünge in einigen WEISS-Bezirken auf, sodass die darin befindlichen Elementarmagnete antiparallel zur Vorzugsrichtung des Magneten ausgerichtet werden [Ber98].

In den bisherigen Ausführungen wurde stets von skalaren, zur Magnetvorzugsrichtung antiparallelen Magnetfeldern ausgegangen. In verschiedenen Arbeiten [GTV88a; GTV88b] wurde jedoch gezeigt, dass die Koerzitivfeldstärke (und damit die Entmagnetisierungsfestigkeit) vom Winkel der vektoriellen Feldstärke zur Vorzugsrichtung abhängig sind. Ausgehend von der Annahme, dass lediglich die antiparallel wirkende Feldkomponente H_x gemäß Abbildung 2.7 zur Entmagnetisierung beiträgt, ergibt sich bei einer Radialflussmaschine ($H_z = 0$) damit die $1/\cos(\gamma)$ -Regel für die beim Winkel γ wirksame Koerzitivfeldstärke:

$$H_{cJ}(\gamma) = \frac{1}{\cos(\gamma)} \cdot H_{cJ}(0^\circ) . \quad (2.4)$$

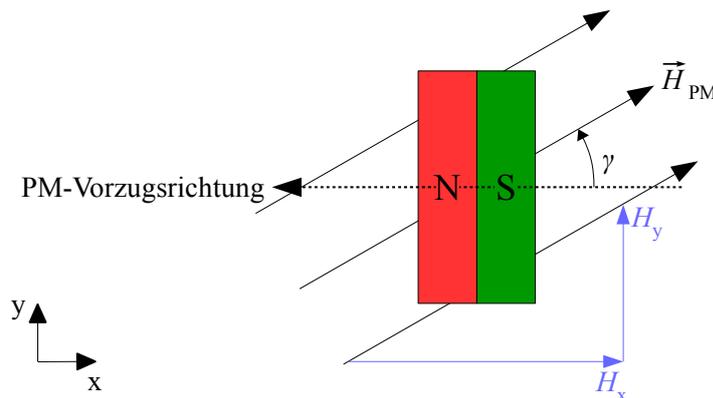


Abbildung 2.7: Einfluss des Winkels γ zwischen der PM-Vorzugsrichtung und dem entmagnetisierend wirkenden Feld auf die Gegenfeldstabilität

Wie in [RA08] angemerkt, führt Gleichung (2.4) in letzter Konsequenz zu der physikalisch fragwürdigen Aussage, dass im Falle eines zur Vorzugsrichtung normal auftretenden Feldes ($\gamma = 90^\circ$) dieses beliebig groß sein kann, ohne dass eine Entmagnetisierung auftritt. Tatsächlich wird in der genannten Arbeit sowie in [Kat05] gezeigt, dass für große Winkel die $1/\cos(\gamma)$ -Regel nicht mehr zutreffend ist. Daher wird sich im Rahmen dieser Arbeit an der in [Kat05] gegebene Empfehlung orientiert, dass der Betrag des entmagnetisierend wirkenden Feldes unabhängig von γ stets kleiner als die intrinsische Koerzitivfeldstärke sein soll. Damit ergibt sich für eine Radialflussmaschine folgendes Auslegungskriterium:

$$H_{cJ} > \sqrt{H_x^2 + H_y^2} = \hat{H}_{PM} . \quad (2.5)$$

2.3.4 Einfluss der Ferritmagnete auf den Auslegungsprozess

Bei der Nutzung von Magneten als Erregersystem muss im Auslegungsprozess sichergestellt werden, dass diese im bestimmungsgemäßen Betrieb nicht durch zu hohe Gegenfelder oder Temperaturen irreversibel entmagnetisiert werden. Bei spannungseingepägt betriebenen Motoren können die Ströme nicht regelungstechnisch begrenzt werden, weshalb konstruktive Maßnahmen zum Magnetschutz notwendig sind. Ein gängiges Mittel ist das Verbreitern der Streustege, also jener Blechabschnitte, welche das Elektroblech auf beiden Seiten des Magneten miteinander verbinden. Sie dienen vorrangig zum mechanischen Zusammenhalt des Elektroblechs, tragen jedoch auch zur Reduktion der Magnetbelastung bei, da sie einem opponierenden, der Vorzugsrichtung entgegen gerichteten magnetischen Fluss einen alternativen Weg zur Verfügung stellen und somit \hat{H}_{PM} verringern. Nachteilig hierbei ist die prinzipbedingte Verringerung des Luftspaltflusses, da ein Teil des vom Magneten selbst erregten Flusses über die Streustege „kurzgeschlossen“ wird (PM-Streufuss). Diese Thematik wird im Rahmen der FunktionsmusterAuslegung in Abschnitt 8.5 genauer diskutiert.

Eine weitere Möglichkeit speziell bei PMLS-Motoren ist die Vergrößerung der Stabfläche des Kurzschlusskäfigs. Gemäß der LENZ'schen Regel induziert eine Feldänderung im Rotor Spannungen in den Käfigstäben; die dadurch getriebenen Rotorströme erzeugen ein Gegenfeld, welches der ursprünglichen Feldänderung entgegenwirkt. Da hohe Gegenfelder im bestimmungsgemäßen Betrieb der Maschine lediglich bei transienten Vorgängen wie dem Hochlauf auftreten, stellt eine Verringerung des Stabwiderstandes (und damit eine Erhöhung des Stabstroms) eine wirksame Methode zum Magnetschutz dar. Nachteilig hierbei ist der Platzbedarf der Stäbe, welche mit den Magneten konkurrieren. In [Kan+03] wird gezeigt, dass durch Erhöhung der Stabanzahl die Gegenfeldbelastung der Magnete verringert werden kann.

Eng verknüpft mit der Entmagnetisierungsfestigkeit ist die Magnettemperatur. Durch den positiven Temperaturgradienten β_{H_c} der Koerzitivfeldstärke muss anders als bei metallischen Magneten nicht die Entmagnetisierungsfestigkeit bei der höchsten, sondern vielmehr bei der niedrigsten Betriebstemperatur betrachtet werden. Eine weitere wichtige Einflussgröße stellt der Schutz des Magneten vor mechanischen und chemischen Belastungen dar. Erster Punkt ist vor allem bei Hochdrehzahlwendungen relevant, bei denen der Magnet durch entsprechende Maßnahmen vor Zerbersten geschützt werden muss. Chemische Belastungen spielen etwa bei Unterwasserpumpenmotoren eine große Rolle. Aufgrund der Korrosionsbeständigkeit der Ferritmagnete sowie des angedachten Verwendungszwecks des zu entwickelnden Motors als Ersatz für luftgekühlte Norm-ASM mit moderater Drehzahl müssen diesbezüglich keine besonderen Vorkehrungen getroffen werden.

2.4 Statoraufbau

Eine gängige Vorgehensweise zum Aufbau eines PMLS-Motors in Radialflussbauweise ist die Nutzung eines Norm-ASM als Ausgangsbasis. Dabei wird aus Kostengründen meist der Statorblechschnitt beibehalten und lediglich der Rotorblechschnitt modifiziert, sodass ein Baukastenprinzip realisiert werden kann^[4]. Bei den Statorblechschnitten handelt es sich meist um IEC^[5]-Blechschnitte, welche ursprünglich für magnetisch und thermisch hoch ausgenutzte ASM entwickelt wurden. Aus diesem Grund sind Joch- und Zahnbereich gemäß Abbildung 2.8a vergleichsweise massiv ausgeführt, um eine gute magnetische und thermische Leitfähigkeit zu gewährleisten. Der Bohrungsdurchmesser D_{1i} ist gegenüber dem Außendurchmesser D_{1a} klein.

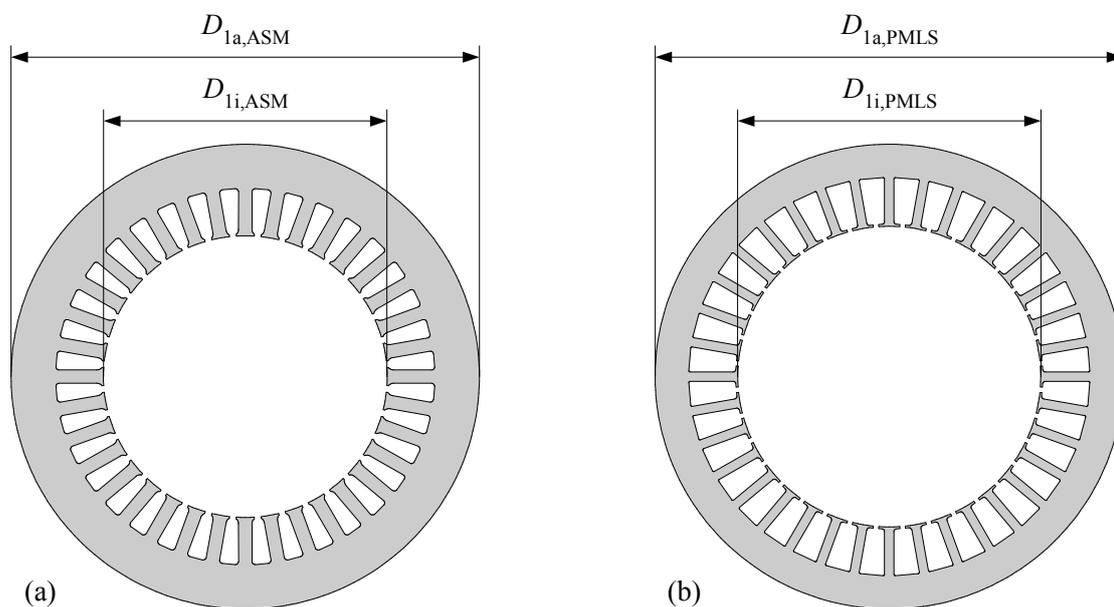


Abbildung 2.8: Vergleich des Statoraufbaus eines (a) Norm-ASM mit dem eines (b) PMLS-Motors in Ferrittechnik

Bei Hocheffizienzmotoren ist der Ausnutzungsgrad geringer, weshalb der IEC-Statorblechschnitt für diesen Maschinentyp überdimensioniert ist. Speziell bei PMLS-Motoren in Ferrittechnik muss eine vergleichsweise hohe Windungszahl realisiert werden, um die geringe Remanenz der Ferritmagnete zu kompensieren und eine ausreichende Polradspannung zu erzielen. Um trotz einer hohen Windungszahl einen geringen Statorwiderstand zu erhalten, muss der Drahtdurchmesser und dementsprechend der Nutquerschnitt A_{1N} ausreichend groß gewählt werden. Ein zweiter Nachteil des gezeigten Blechschnitts resultiert aus der geringen Gegenfeldstabilität der Ferritmagnete. Zur Kompensation selbiger müssen die Ferritmagnete im Vergleich zu SE-Magneten deutlich massiver ausgeführt werden. Um dem erhöhten Platzbedarf der

^[4]Maßgeblich sind die Kosten des Stanzwerkzeuges, welches für eine neue Statorgeometrie notwendig wäre.

^[5]Abkürzung für „International Electrotechnical Commission“.

Magnete Rechnung zu tragen, ist dementsprechend ein möglichst großer Rotordurchmesser wünschenswert. Unter Berücksichtigung der Forderung eines möglichst großen Nutquerschnitts muss daher die Statorjochhöhe entsprechend angepasst werden.

Der daraus resultierende, vergleichsweise filigrane Statorblechschnitt mit dünn ausgeführten Zähnen und einem niedrigen Joch ist in Abbildung 2.8b dargestellt. Seine prinzipiellen Gestaltungskriterien lassen sich beispielsweise bei dem in [Vol60] vorgestellten Motor beobachten. Im Interesse eines kostengünstigen Wicklungsaufbaus wird der so entworfene Drehfeldstator mit einer Einschicht-Ganzlochwicklung (GLW) versehen.

2.5 Rotoraufbau

2.5.1 Luftspaltnagnete

Eine bezüglich der Rotorgeometrie besonders einfache Methode zum Aufbau eines PM-Synchronmotors ist die bei Servomotoren übliche Montage der Magnete direkt im Luftspalt. Soll ein netzanlauffähiger Motor geschaffen werden, so stellt die Nutzung eines vorhandenen ASM-Rotors besonders für Kleinserien eine praktikable Lösung dar. Hierzu wird der Luftspalt durch Abdrehen des Rotors soweit vergrößert, dass genug Platz zur Montage von Magnetschalen entsteht (Abbildung 2.9). Diese werden anschließend aufgeklebt und mittels Bandage zusätzlich gesichert. Beispielhaft für diesen Ansatz sei etwa [Fis12] genannt.

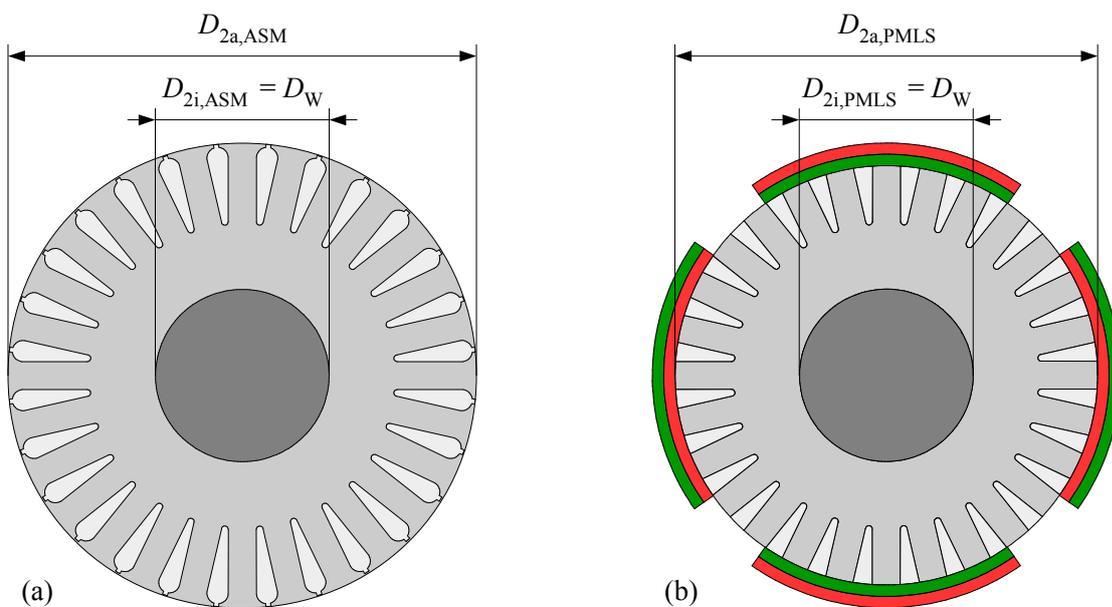


Abbildung 2.9: Rotoraufbau eines (a) Norm-ASM und eines (b) daraus abgeleiteten PMLS-Motors mit Luftspaltnagneten ($2p = 4$)

Aus fertigungstechnischer Sicht bietet dieser Ansatz den großen Vorteil, dass er leicht in die bestehende Fertigungslinie eines ASM integriert werden kann. Der Verzicht auf einen eigenen Blechschnitt spart Werkzeugkosten, weiterhin müssen bei der Dimensionierung des Kurzschlussrings keine Aussparungen zum Einschieben der Magnete in den Blechschnitt vorgesehen werden. Die Umsetzung dieses Konzeptes ist jedoch lediglich mit SE-Magneten möglich, da während des Hochlaufs hohe Feldstärken im Luftspalt auftreten^[6]. Ferritmagnete würden beim Hochlauf aufgrund ihrer geringen Koerzitivfeldstärke unweigerlich irreversibel entmagnetisiert werden.

2.5.2 Vergrabene Magnete

Zur Gewährleistung der Entmagnetisierungsfestigkeit müssen Ferritmagnete in den Rotorblechschnitt integriert beziehungsweise vergraben werden. Für die Anordnung der Magnete existiert eine ganze Reihe von Möglichkeiten, von denen nachfolgend einige exemplarisch vorgestellt werden. Um einer fertigungstechnisch günstigen Gestaltung Rechnung zu tragen, wird sich in den weiteren Betrachtungen auf quaderförmige Magnete (Blockmagnete) beschränkt.

Zur Reduktion des PM-Streufusses über die prinzipbedingt auftretenden Streustege kann beispielsweise die in [Ret16] beschriebene Methodik der Wechselbleche genutzt werden. Ein weiterer interessanter Ansatz besteht darin, das Rotorblech segmentiert auszuführen, sodass kein Streusteg beide Pole der Magnete miteinander verbindet. Der Nachteil beider Ansätze besteht im erhöhten Fertigungsaufwand. Wird ein Kurzschlusskäfig aus Druckguss genutzt, so muss die Rotornut in jedem einzelnen Blech räumlich von den Magnettaschen getrennt sein, was mit den vorgestellten Ansätzen nicht gegeben ist. Aus diesen Gründen werden selbige im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

#- und +-Konfiguration

Die wohl elementarste Anordnung entsteht, indem die in Abschnitt 2.5.1 gezeigten Schalenmagnete blockförmig ausgeführt und unterhalb des Läuferkäfigs im Blechschnitt integriert werden. Dieser nachfolgend als # bezeichnete Konfiguration ist in Abbildung 2.10a dargestellt. Sie besitzt speziell bei der Verwendung von Ferritmagneten den großen Vorteil, dass die Magnete in Vorzugsrichtung als Schutzmaßnahme gegen Entmagnetisierung massiv ausgeführt werden können.

Der Aufbau ähnelt prinzipiell einem Reluktanzmotor in Flussperrenausführung, bei dem die Sperren mit Magnetmaterial gefüllt sind. Da die magnetische Leitfähigkeit des Ferritmaterials

^[6]Vergleiche hierzu die Ausführungen in [Fis12] zur partiellen Entmagnetisierung während des Hochlaufs und des Reversiervorgangs.

nahezu jener von Luft entspricht, weist der Rotorblechschnitt somit eine beachtliche Reluktanzwirkung auf. Diese wirkt unterstützend zu dem aus der LORENTZ-Kraft resultierenden Drehmomentanteil und trägt daher dazu bei, die gegenüber SE-Magneten geringe Remanenz des Ferritmaterials zu kompensieren.

Nachteilig an der gezeigten Konfiguration ist der Verzicht auf den Flusskonzentrationseffekt. Darunter versteht man eine Magnetanordnung, bei der die flusserzeugende Magnetfläche größer als die Luftspaltfläche ist, über die der entsprechende Fluss in den Stator strömt. Da die magnetische Flussdichte der Quotient aus Fluss und durchströmter Fläche ist, kann mittels des Flusskonzentrationsprinzips eine Luftspaltflussdichte erreicht werden, welche größer als die Remanenzinduktion der beteiligten Magnete ist. Im Falle der #-Anordnung ist die Magnetfläche hingegen kleiner als die dazugehörige Luftspaltfläche, weshalb die Amplitude der Luftspaltflussdichte ebenfalls kleiner als die Remanenzinduktion ist. Ein Vergleich von Ferrit- und SE-Synchronmaschinen in #-Anordnung wird in [Sun+09] durchgeführt.

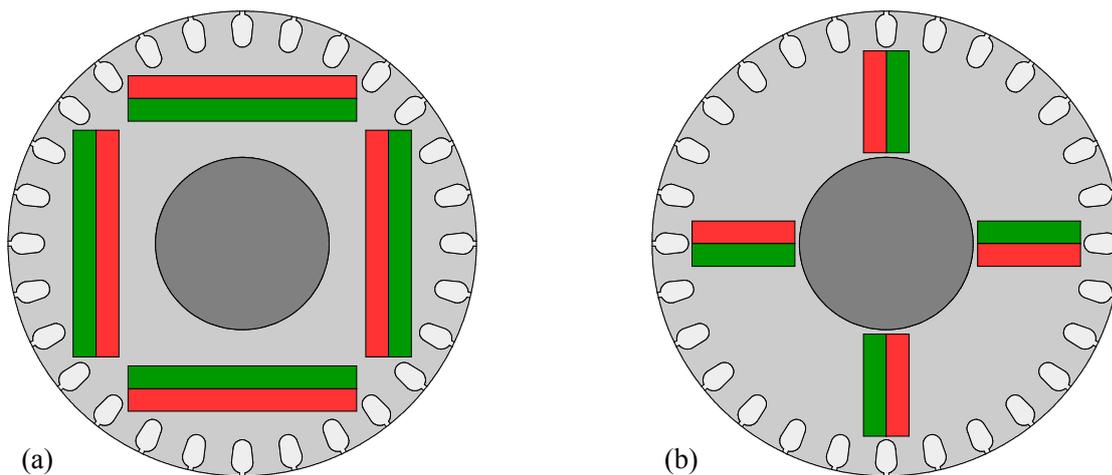


Abbildung 2.10: Rotor mit vergrabenen Magneten in (a) #- und in (b) +-Konfiguration ($2p = 4$)

Eine Möglichkeit, speziell bei höheren Polpaarzahlen den Flusskonzentrationseffekt zu nutzen, stellt die in Abbildung 2.10b gezeigte +- oder Stern-Anordnung dar. Hierbei werden die Magnete so angeordnet, dass ihre Vorzugsrichtung parallel zur Tangente des Rotordurchmessers liegt. In [Ret16] wurde ein PM-Synchronmotor in Ferrittechnik ohne Kurzschlusskäfig in +-Konfiguration für verschiedene Polpaarzahlen und Achshöhen betrachtet. Es wurde gezeigt, dass speziell bei höheren Polpaarzahlen durch Ausnutzung des Flusskonzentrationseffekts das Erreichen höchster Effizienzklassen möglich ist. Bei vierpoligen Motoren ist der Flusskonzentrationseffekt der +-Anordnung hingegen vergleichsweise gering.

Würde die Motorwelle aus ferromagnetischem Material bestehen, so würde sie als magnetischer Kurzschluss fungieren. Aus diesem Grund muss entweder die Welle aus amagnetischem Material gefertigt oder aber zwischen Welle und Elektroblech eine amagnetische Hülse ausreichender Wandstärke montiert werden. Ein weiteres Problem ist die Verbindung zwischen Welle und Blechpaket. Die besonders wirtschaftliche Pressverbindung scheidet aus, da die inneren Streustege direkt an die Welle angrenzen und sich beim Pressvorgang verformen würden. Somit muss auf eine Klebe- oder Passfederverbindung zurückgegriffen werden. Der Reluktanzeffekt ist ebenfalls gegenüber der #-Anordnung stark vermindert.

U- und V-Konfiguration

Eine Möglichkeit, die Vorteile beider im vorhergehenden Abschnitt beschriebener Konfigurationen zu kombinieren, stellt die U-Anordnung gemäß Abbildung 2.11a dar. Sie verbindet den Reluktanzeffekt sowie die kostengünstige Welle-Nabe-Verbindung der #-Anordnung mit der hohen Menge an Magnetmaterial, die die +-Anordnung gestattet, und ermöglicht bereits bei kleinen Polpaarzahlen die Nutzung des Flusskonzentrationseffekts.

Hierzu wird der lange Magnet der #-Anordnung gekürzt und mit zwei Seitenmagneten zum Luftspalt hin ergänzt, sodass eine wannenartige Anordnung entsteht. Jede Wanne entspricht dabei einem Pol. Die U-Konfiguration mit Ferrit- oder SE-Magneten wurde in der Vergangenheit bereits in einer Vielzahl von Arbeiten ausführlich thematisiert [LSN00; LSE02; Uga+14; Hau16].

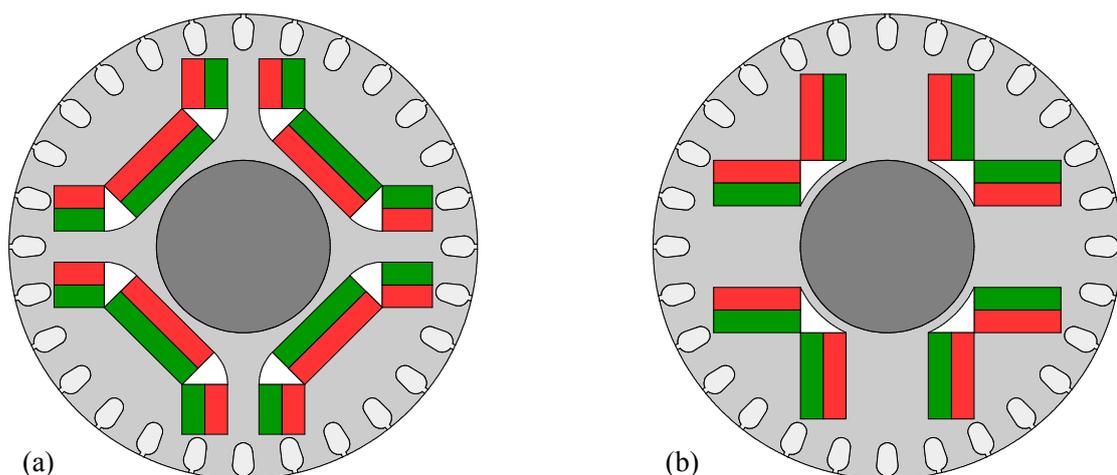


Abbildung 2.11: Rotor mit vergrabenen Magneten in (a) U- und in (b) V-Konfiguration ($2p = 4$)

Werden die beiden Seitenmagnete soweit verlängert, dass der mittlere Magnet entfällt, so wandelt sich die beschriebene U- zur V-Anordnung gemäß Abbildung 2.11b. Sie ist speziell bei der Verwendung von Ferritmagneten interessant, da der Mittelmagnet der U-Anordnung nahe an die Welle heranrückt, was bei Nutzung einer Pressverbindung kritisch ist. Falls aus Gründen der mechanischen Stabilität oder des Entmagnetisierungsschutzes ein zusätzlicher Streusteg gewünscht ist, kann dieser in der Polmitte zwischen beiden Magneten realisiert werden.

Die V-Anordnung findet beispielsweise in PM-Synchronmaschinen für Hybridfahrzeuge Verwendung [Kac13]. Ziel hierbei ist die Nutzung des Reluktanzeffekts durch die flusssperrenartigen Magnettaschen zur Verbesserung des Motordrehmoments. Das genannte Beispiel zeigt auch, dass sich die V-Anordnung durch entsprechende Anpassung der Magnetlängen und -winkel auf hohe Polpaarzahlen übertragen lässt. In [Xia+14] wird eine hochpolige Kombination von V- und +-Anordnung in Ferrittechnik zum Einsatz in Hybridfahrzeugen vorgeschlagen.

Weitere Konzepte

Neben den gezeigten Konfigurationen existieren eine ganze Reihe weiterer Radialfluss-Anordnungen, welche sich meist durch entsprechende Anpassungen oder Kombinationen der #-, +-, U- und V-Blechschnitte ergeben. Wird die #-Anordnung durch „Verschieben“ der Magnete so angepasst, dass sich die Streustege zwischen der Vorzugsrichtung eines Magneten und der zur Vorzugsrichtung senkrechten Kante des benachbarten Magneten ausbilden, so entsteht die in [BJ81] beschriebene Anordnung mit Flusskonzentrationseffekt. Als Nachteile des Konzepts ist zum einen die Notwendigkeit einer amagnetischen Hülse oder Welle, zum anderen der aufwendige Fertigungsprozess zu nennen.

In [CFP98a] wird eine Anordnung zur Flusskonzentration in Ferrittechnik vorgestellt, welche das #- und das +-Konzept zur L-Anordnung gemäß Abbildung 2.12a vereint. Es wird in [CFP98b] gezeigt, dass die Amplitude der Luftspaltinduktion mit der vorgeschlagenen Anordnung gegenüber einer entsprechenden #-Konfiguration fast um den Faktor 4, gegenüber der +-Konfiguration immerhin noch um den Faktor 1,2 erhöht werden kann. Eine ganzheitliche Betrachtung der Eigenschaften des L-Konzepts kann [CF99] entnommen werden. Voraussetzung für die Nutzung des genannten Konzepts sind allerdings in Vorzugsrichtung vergleichsweise dünne Magnete sowie eine gegenüber dem Rotoraußendurchmesser kleine Welle.

Eine weitere Rotorgeometrie ergibt sich, indem die Flusssperren eines Reluktanzmotors mit Magnetmaterial gefüllt wird (siehe Vorschlag in [Ret16]). Die dabei entstehende Anordnung entspricht prinzipiell einer gestaffelten Mehrfachanordnung des U-Blechschnitts. Wird diese nun noch um einen Kurzschlusskäfig ergänzt, so entsteht das in Abbildung 2.12b gezeigte

Rotorkonzept U^2 . Um Platz für den Kurzschlusskäfig zu gewinnen, wird dabei gegenüber dem ursprünglichen Vorschlag auf die äußere Flusssperre verzichtet. Es sei darauf hingewiesen, dass die Magnete wie beim L-Konzept vergleichsweise dünn ausgeführt werden müssen.

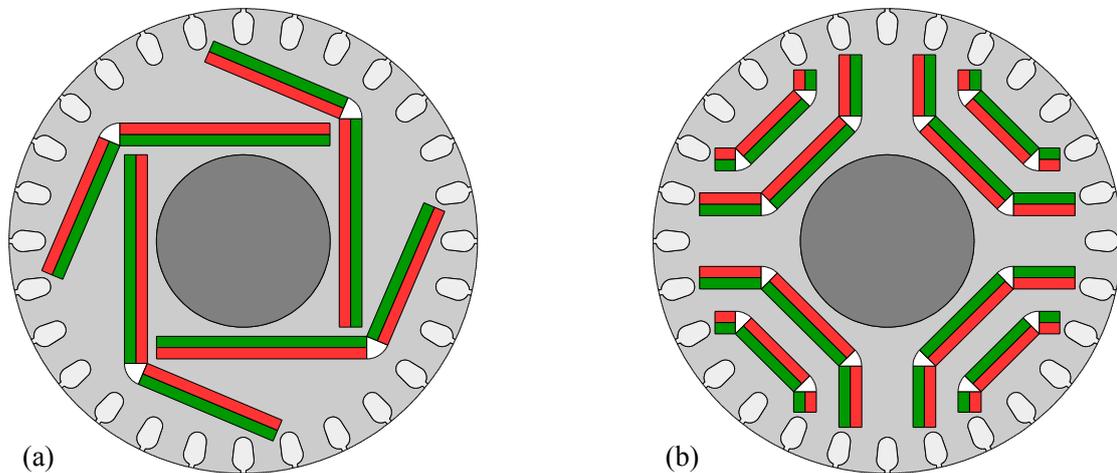


Abbildung 2.12: Rotor mit vergrabenen Magneten in (a) L- und in (b) U^2 -Konfiguration ($2p = 4$)

Eine interessante Abkehr vom reinen Radialflusskonzept ist in [Vol60] beschrieben. Die scheibenförmigen, mit einer axial wechselnden Polarität versehenen Ferritmagnete werden an den Enden des Läuferblechs montiert und mit einer ferromagnetischen Scheibe an den äußeren Polen kurzgeschlossen. Der PM-Magnetfluss dringt axial in das mit einem Kurzschlusskäfig versehene Läuferblechpaket ein, um sich dann radial über den Luftspalt und das Statorblech zu schließen. Zur Vermeidung magnetischer Kurzschlüsse im Läuferblechpaket ist selbiges segmentiert ausgeführt. Das genannte Konzept begünstigt eine axial kurze, dafür radial ausgehende, scheibenförmige Maschinengeometrie. Es sei abschließend darauf hingewiesen, dass die genannte Arbeit eine der ersten Abhandlungen überhaupt zur Thematik des PMLS-Motors ist.

2.6 Konzeptauswahl

Zu Beginn dieses Kapitels wurden in Abschnitt 2.2 unter Beachtung der Aufgabenstellung die wesentlichen Auslegungskriterien formuliert. Unter Nutzung des Ausschlussverfahrens werden ebendiese Kriterien nachfolgend zur Konzeptauswahl herangezogen.

Um der Forderung nach einem unkomplizierten Ersatz bestehender Norm-ASM zu genügen, wird sich dabei auf Radialflusskonzepte beschränkt. Der Vorteil der Radialflusskonzepte liegt darin, dass sie im selben Gehäuse wie der zu ersetzende ASM untergebracht werden können und somit ein direkter Austausch ohne Änderungen an Fundament oder Flansch möglich ist. Somit verbleiben für die weitere Betrachtungen die Konfigurationen #, +, U, V, L und U^2 .

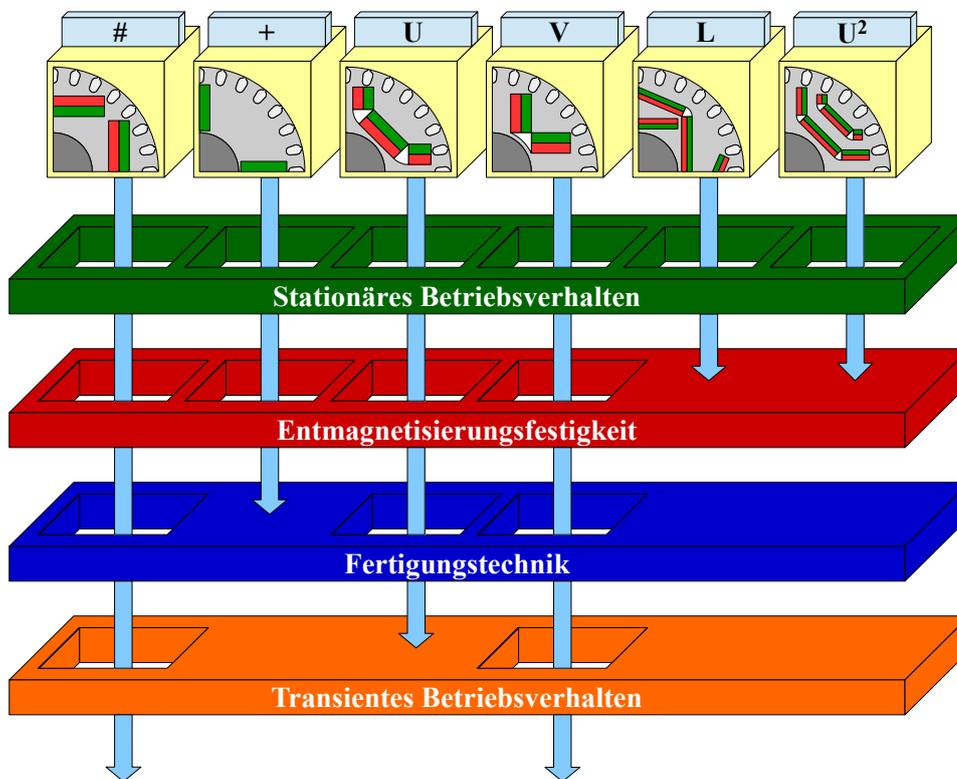


Abbildung 2.13: Visualisierung des Vorauswahl-Prozesses

Zur weiteren Einschränkung der Variantenvielfalt wurde eine simulative Vorstudie durchgeführt, in der die Rotorblechschnitte sukzessive auf die vier Kriterien Stationäres Betriebsverhalten, Entmagnetisierungsfestigkeit, Fertigungstechnik und Transientes Betriebsverhalten hin untersucht wurden. Als Simulationsmethode wurde die in Kapitel 7 vorgestellte numerische FEM genutzt, welche eine schnelle Modellierung der höchst unterschiedlichen Rotorgeometrien ermöglicht. Konnte ein Konzept eine Anforderung nicht erfüllen, so wurde es von den weitergehenden Untersuchungen exkludiert. Es sei darauf hingewiesen, dass die Vorstudie mit einer

geringeren Maschinengröße und Ausnutzung als der spätere Funktionsmusterentwurf durchgeführt wurde. Die nachfolgende Diskussion ist daher als Potentialabschätzung der einzelnen Konfigurationen zu verstehen und ersetzt nicht den eigentlichen, in Kapitel 8 beschriebenen Auslegungsprozess.

Die erste Hürde stellte das Erreichen der Energieeffizienzklasse IE4 dar. Diese Kernforderung eines hocheffizienten Antriebs konnte simulativ mit jedem der genannten Konzepte erfüllt werden. In einem zweiten Schritt wurde die für einen PMLS-Motor in Ferrittechnik essentielle Frage nach der Entmagnetisierungsfestigkeit während des Hochlaufs beantwortet. Es zeigte sich, dass die beiden Konzepte L und U² keinen ausreichenden Schutz vor hohen Gegenfeldstärken bieten können. Aus diesem Grund wurden beide Konzepte von einer weitergehenden Betrachtung ausgenommen.

Das nächste Bewertungskriterium resultiert aus der Forderung nach einer kostengünstigen Fertigung. Die Notwendigkeit einer amagnetischen Hülse oder Welle sowie der notwendige Verzicht auf eine Presspassung disqualifiziert die +-Anordnung für eine weitergehende Untersuchung. Von den übrig gebliebenen Konfigurationen #, U und V wiesen # und V eine günstigere Intrittfallcharakteristik auf, weshalb die U-Anordnung durch das letzte Bewertungskriterium ausgeschlossen wurde. Dementsprechend wird sich im weiteren Verlauf dieser Arbeit auf die eingehende Untersuchung der beiden Konzepte # und V beschränkt.

3 Elektromagnetische Modellierung

In diesem Kapitel wird ein elektromagnetisches Modell des PMLS-Motors erarbeitet, welches als Basis für die später vorgestellten analytischen und numerischen Simulationsmodelle dient. Um den Modellierungsaufwand zielführend zu beschränken, werden unter Berücksichtigung der Aufgabenstellung einige zweckmäßige Vereinfachungen eingeführt. Diese werden nachfolgend erläutert.

3.1 Prämissen der Modellierung

Ausgangspunkt der Modellierung ist die Beschränkung auf das Grundwellenverhalten, das heißt, sämtliche Oberwelleneffekte werden vernachlässigt beziehungsweise durch die Oberwellenstreuung (siehe Abschnitt 3.4.3) erfasst. Für die Berechnung der Streuung selbst wird stets von magnetisch supraleitendem Eisen ausgegangen, weshalb die magnetischen Spannungsabfälle innerhalb des Elektroblechs sowie dessen Sättigung für die Streuungsberechnung vernachlässigt werden. Diese Vereinfachung erscheint im Hinblick auf die kurzen Eisenwege der magnetischen Streuflüsse und den erheblich größeren magnetischen Widerstand der Luft gerechtfertigt. Darüber hinaus wird die statorseitige Streuung als unabhängig von der Rotorlage angenommen und mit dem in [MVP08] formulierten Prinzip der Teilstrefelder analysiert.

Der Wicklungsaufbau sowie das speisende Spannungssystem der Statorwicklung werden stets als dreiphasig symmetrisch angesehen (Strangzahl des Stators $m_1 = 3$). Aufgrund dieser Annahme sowie aufgrund der bei Synchronmaschinen üblichen Sternschaltung kann sich keine Nullkomponente des Stroms ausbilden. Sämtliche Stromverdrängungseffekte werden aufgrund der kleinen Leiterhöhe und der geringen Stromfrequenz vernachlässigt. Schließlich soll davon ausgegangen werden, dass die zeitliche Abhängigkeit der Flussverkettungen lediglich aus der Änderung der Ströme herrührt, sämtliche Induktivitäten werden als zeitinvariant angesehen.

3.2 Stationäres Betriebsverhalten

3.2.1 Elektrische Größen im statorfesten a-b-c-Koordinatensystem

Die mathematische Modellierung einer Synchronmaschine erfolgt über Spannungsdifferentialgleichungen, welche aus den Gleichungen der allgemeinen Drehfeldmaschine abgeleitet werden können. Demzufolge setzt sich der Spannungsabfall über einen Wicklungsstrang aus dem OHM'schen Spannungsabfall über den Wicklungswiderstand sowie der zeitlichen Änderung des mit der Wicklung verketteten magnetischen Flusses zusammen [Sch07]. Damit ergibt sich in statorfesten a-b-c-Koordinaten folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{pmatrix} = R_1 \cdot \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Aus der Beschränkung auf das Grundwellenverhalten folgt, dass sich Ströme, Spannungen sowie Flussverkettungen im Stationärbetrieb als zueinander phasenverschobene harmonische Schwingungen der Amplitude \hat{g} und Kreisfrequenz $\omega_1 = 2\pi f_1$ ausdrücken lassen. Die Phasenlage der Größen wird durch den Winkel φ_0 berücksichtigt.

$$\vec{g}_{abc} = \begin{pmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{pmatrix} = \hat{g} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0) \\ \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Die harmonische Änderung der Flussverkettung mit der Zeit lässt sich auf die konstante Änderungsrate des elektrischen Umlaufwinkels γ_{12} zurückführen [Bin12]. Dieser beschreibt die aktuelle Lage des Rotors zum Stator mit Hilfe zweier fester Bezugspunkte. Als Statorbezugspunkt wird die Spulenmitte des Wicklungsstrangs a festgelegt. Der Rotorbezugspunkt wird in die Mitte eines magnetischen Pols gelegt und als d-Achse bezeichnet. Elektrisch um 90° dazu verdreht befindet sich die q-Achse, was in Abbildung 3.1 für eine zweipolige Maschine schematisch dargestellt ist. Zwischen a- und d-Achse wird der (elektrische) Rotorlagewinkel γ_{12} aufgespannt.

Es sei darauf hingewiesen, dass der elektrische Rotorlagewinkel γ_{12} für den dargestellten zweipoligen Rotor ($p = 1$) mit dem mechanischen Rotorlagewinkel der Welle γ_w übereinstimmt, was bei höherpoligen Maschinen nicht zutrifft. Allgemein lautet die Beziehung zwischen den beiden Rotorlagewinkeln

$$\gamma_{12} = \gamma_w \cdot p. \quad (3.3)$$

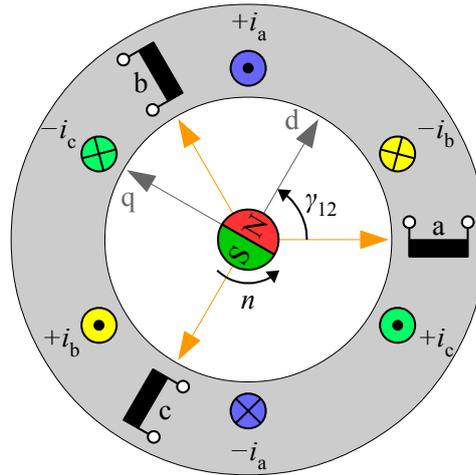


Abbildung 3.1: Definition des statorfesten a-b-c-Koordinatensystems sowie des rotorfesten d-q-0-Koordinatensystems

Für die mechanische Winkelgeschwindigkeit ω_W beziehungsweise Drehzahl n ergibt sich damit der Zusammenhang

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial \gamma_{12}}{\partial t} = \frac{\partial \gamma_W}{\partial t} = \omega_W = 2 \cdot \pi \cdot n. \quad (3.4)$$

3.2.2 Elektrische Größen im rotorfesten d-q-0-Koordinatensystem

Im stationären Betrieb rotiert der Läufer synchron mit den Ständergrößen, was eine konstante Änderungsrate von γ_{12} zur Folge hat. Eine Transformation des Gleichungssystems (3.1) aus dem statorfesten a-b-c-Koordinatensystem in das rotorfeste d-q-0-Koordinatensystem bietet daher die Möglichkeit, den Einfluss des Rotorlagewinkels zu eliminieren und die Flussverkettungen als zeitlich konstante Größen darzustellen. Aufgrund des synchronen Umlaufs des Ständerspannungssystems mit dem Läufer nimmt dieses durch die Transformation ebenfalls zeitlich konstante Werte an. Für eine elektrische Größe \vec{g} lautet die nach R. H. PARK benannte Transformationsvorschrift [MP09]

$$\vec{g}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0} \cdot \vec{g}_{abc} = \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\gamma_{12}) & \cos(\gamma_{12} - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\gamma_{12} + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\gamma_{12}) & -\sin(\gamma_{12} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma_{12} + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{pmatrix}. \quad (3.5a)$$

Die Rücktransformationsvorschrift entspricht der Inversen von \mathbf{T}_{dq0} .

$$\vec{g}_{abc} = \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \cdot \vec{g}_{dq0} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma_{12}) & -\sin(\gamma_{12}) & 1 \\ \cos(\gamma_{12} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma_{12} - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\gamma_{12} + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma_{12} + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_d \\ g_q \\ g_0 \end{pmatrix} \quad (3.5b)$$

Durch beidseitige Multiplikation von Gleichung (3.1) mit \mathbf{T}_{dq0} wird diese in das d-q-0-Koordinatensystem transformiert. Zur Bildung der zeitlichen Ableitung des Flussverkettungsvektors $\vec{\psi}_{abc}$ wird dieser durch das Produkt der inversen Transformationsmatrix \mathbf{T}_{dq0}^{-1} mit dem in d-q-0-Koordinaten beschriebenen Flussverkettungsvektor $\vec{\psi}_{dq0}$ ersetzt. Dieses Produkt kann unter Berücksichtigung der Produktregel abgeleitet werden.

$$\begin{aligned} \vec{u}_{abc} &= R_1 \cdot \vec{i}_{abc} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{\psi}_{abc} && | \cdot \mathbf{T}_{dq0} \\ \Rightarrow \vec{u}_{dq0} &= R_1 \cdot \vec{i}_{dq0} + \mathbf{T}_{dq0} \cdot \frac{\partial \mathbf{T}_{dq0}^{-1}}{\partial t} \cdot \vec{\psi}_{dq0} + \frac{\partial \vec{\psi}_{dq0}}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Das Produkt aus Transformationsmatrix und zeitlicher Ableitung der inversen Transformationsmatrix ergibt sich zu

$$\mathbf{T}_{dq0} \cdot \frac{\partial \mathbf{T}_{dq0}^{-1}}{\partial t} = \frac{\partial \gamma_{12}}{\partial t} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Aufgrund der Sternschaltung kann die Betrachtung der Spannungsgleichungen auf die d- und q-Komponenten beschränkt werden. Einsetzen von (3.7) in (3.6) erlaubt die getrennte Betrachtung der beiden resultierenden Spannungsgleichungen in d- und q-Koordinaten.

$$u_{1d} = R_1 \cdot i_{1d} - \frac{\partial \gamma_{12}}{\partial t} \cdot \psi_{1q} + \frac{\partial \psi_{1d}}{\partial t} \quad (3.8a)$$

$$u_{1q} = R_1 \cdot i_{1q} + \frac{\partial \gamma_{12}}{\partial t} \cdot \psi_{1d} + \frac{\partial \psi_{1q}}{\partial t} \quad (3.8b)$$

Im stationären synchronen Betrieb entspricht das Produkt aus mechanischer Winkelgeschwindigkeit und Polpaarzahl der elektrischen Winkelgeschwindigkeit des Stators.

$$p \cdot \omega_W = \omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 \quad (3.9)$$

Aus Gleichung (3.4) resultiert darüber hinaus im stationären synchronen Betrieb folgender Zusammenhang für den Rotorlagewinkel:

$$\gamma_{12} = \omega_1 \cdot t. \quad (3.10)$$

Des Weiteren sind die Flussverkettungen im d-q-0-Koordinatensystem zeitlich konstant, sodass die zeitlichen Ableitungsterme der Flussverkettungen entfallen. Unter Nutzung von Gleichung (3.4), (3.9) und (3.10) kann damit das Gleichungssystem (3.8) vereinfacht werden.

$$u_{1d} = R_1 \cdot i_{1d} - \omega_1 \cdot \psi_{1q} \quad (3.11a)$$

$$u_{1q} = R_1 \cdot i_{1q} + \omega_1 \cdot \psi_{1d} \quad (3.11b)$$

Gemäß des Prinzips der Hauptwellenverkettung lassen sich die Flussverkettungen $\psi_{1,d/q}$ in die Haupt- und Streuflussverkettungen aufteilen [MP14].

$$\psi_{1,d/q} = \psi_{1h,d/q} + \psi_{1\sigma,d/q} \quad (3.12)$$

Im Grundwellenmodell fließen während des stationären synchronen Betriebs keine Ströme im Kurzschlusskäfig, weshalb dessen Einfluss vernachlässigt wird. Damit resultiert die Hauptflussverkettung der d-Achse sowohl aus der Hauptinduktivität der d-Achse L_{1hd} als auch aus der PM-Flussverkettung Ψ_{PM} . Die Hauptflussverkettung der q-Achse ist hingegen lediglich auf die Hauptinduktivität der q-Achse L_{1hq} zurückzuführen. Beide Induktivitäten stellen dabei ein Proportionalitätsglied zwischen den jeweiligen Strömen und den Flussverkettungen dar. Diese Proportionalitätsglieder fallen umso größer aus, je geringer der magnetische Widerstand der jeweiligen Achse ist. Bei unterschiedlichen Werten der Hauptinduktivitäten in d- und q-Achse wird von einer Schenkligkeit des Rotors gesprochen, die eine Reluktanzwirkung zur Folge hat.

$$\psi_{1hd} = L_{1hd} \cdot i_{1d} + \Psi_{PM} \quad (3.13a)$$

$$\psi_{1hq} = L_{1hq} \cdot i_{1q} \quad (3.13b)$$

Die Streuflussverkettungen in d- und q-Achse können als Produkt der Streuinduktivität und der Stromkomponente des jeweiligen fiktiven Strangs ersetzt werden. Die Streuinduktivitäten der beiden Stränge sind dabei gemäß den Modellierungsrandbedingungen identisch und setzen sich nach dem Prinzip der Teilstreufelder aus der Oberwellenstreuung $L_{1\sigma,ow}$, der Nut-Zahnkopf-Streuung $L_{1\sigma,nz}$ und der Wickelkopf-Streuung $L_{1\sigma,wk}$ zusammen. Die Definition und Berechnung dieser Streuanteile wird in Abschnitt 3.4.3 thematisiert.

$$\psi_{1\sigma,d/q} = L_{1\sigma} \cdot i_{1,d/q} = (L_{1\sigma,ow} + L_{1\sigma,nz} + L_{1\sigma,wk}) \cdot i_{1,d/q} \quad (3.14)$$

Durch Einsetzen der beiden Gleichungen (3.12) und (3.14) in die beiden Spannungsgleichungen (3.11a) und (3.11b) ergibt sich schließlich folgendes Gleichungssystem zur Beschreibung des Grundwellenverhaltens der stationären Synchronmaschine.

$$u_{1d} = R_1 \cdot i_{1d} - \omega_1 \cdot L_{1\sigma} \cdot i_{1q} - \omega_1 \cdot \psi_{1hq} \quad (3.15a)$$

$$u_{1q} = R_1 \cdot i_{1q} + \omega_1 \cdot L_{1\sigma} \cdot i_{1d} + \omega_1 \cdot \psi_{1hd} \quad (3.15b)$$

Eine alternative Darstellung ergibt sich unter Nutzung von Gleichung (3.13a) und (3.13b).

$$u_{1d} = R_1 \cdot i_{1d} - \omega_1 \cdot L_{1\sigma} \cdot i_{1q} - \omega_1 \cdot L_{1hq} \cdot i_{1q} \quad (3.15c)$$

$$u_{1q} = R_1 \cdot i_{1q} + \omega_1 \cdot L_{1\sigma} \cdot i_{1d} + \omega_1 \cdot L_{1hd} \cdot i_{1d} + \omega_1 \cdot \Psi_{PM} \quad (3.15d)$$

3.2.3 Elektrische Größen im statorfesten α - β -0-Koordinatensystem

Die α - β -0-Koordinaten stellen neben dem „natürlichen“ a-b-c-Koordinatensystem eine weitere Möglichkeit dar, die elektrischen Größen der Synchronmaschine ständerfest zu formulieren. Sie besitzen gegenüber der a-b-c-Beschreibung den Vorteil, dass im Falle eines symmetrischen Stromsystems die Nullkomponente und damit eine der drei Achsen entfällt. Dadurch können die Ständergrößen als Drehzeiger in der komplexen Ebene dargestellt werden. Die mit der a-Achse zusammenfallende α -Achse entspricht dabei der Realachse, die elektrisch senkrecht dazu stehende β -Achse der Imaginärachse. Abbildung 3.2 verdeutlicht die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Koordinatensystemen.

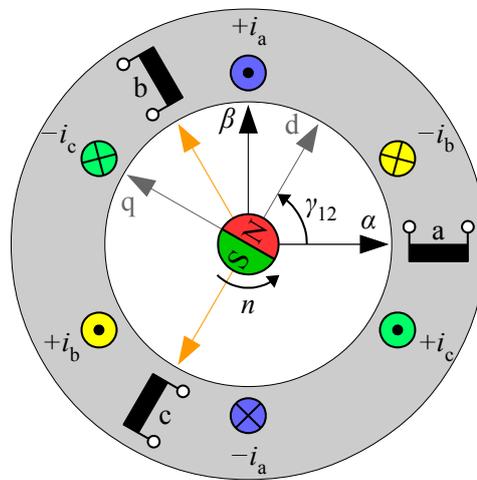


Abbildung 3.2: Darstellung der Zusammenhänge zwischen den drei verschiedenen Koordinatensystemen a-b-c, d-q-0 und α - β -0

Die entsprechende Transformationsvorschrift wird als CLARKE-Transformation bezeichnet und kann durch folgende Transformationsmatrizen ausgedrückt werden.

$$\vec{g}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \cdot \vec{g}_{abc} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{pmatrix} \quad (3.16a)$$

$$\vec{g}_{abc} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \cdot \vec{g}_{\alpha\beta 0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \\ g_0 \end{pmatrix} \quad (3.16b)$$

Diese Transformation ermöglicht die Darstellung der elektrischen Größen als rotierende Drehzeiger in der komplexen Ebene. Zur Herleitung der Drehzeigerdarstellung soll zunächst die allgemeine Formulierung einer harmonischen Schwingung betrachtet werden.

$$\begin{aligned}
 g_1 &= \hat{g} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0) \\
 &= \hat{g} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\varphi_0) - \hat{g} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin(\varphi_0) \\
 &= \underbrace{\hat{g} \cdot \cos(\varphi_0)}_{g_\alpha} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) - \underbrace{\hat{g} \cdot \sin(\varphi_0)}_{g_\beta} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t)
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$

Die Darstellung von g_1 als komplexe Größe \underline{g}_1 lautet wie folgt:

$$\underline{g}_1 = (g_\alpha + jg_\beta) \cdot e^{j\omega_1 t}, \tag{3.18}$$

was durch Ansetzen der EULER-Formel

$$e^{j\omega_1 t} = \cos(\omega_1 \cdot t) + j \sin(\omega_1 \cdot t) \tag{3.19}$$

und anschließende Realteilbildung wieder auf Gleichung (3.17) führt. Dementsprechend ist die Darstellung der harmonischen Größen als Drehzeiger möglich. Alle Drehzeiger \underline{g}_1 rotieren mit der Umlaufgeschwindigkeit ω_1 , sodass der Phasenversatz zwischen \underline{g}_1 und den Achsen des d-q-0-Koordinatensystems für die jeweilige Größe zeitlich konstant ist. Der Phasenversatz zwischen dem Netzspannungszeiger \underline{u}_1 und der q-Achse wird als Polradwinkel β_p bezeichnet. Abbildung 3.3 stellt den Polradwinkel grafisch dar und verdeutlicht zudem die Aufteilung des Spannungszeigers in seine α - und β -Komponente (α - β -0-Koordinatensystem) beziehungsweise d- und q-Komponente (d-q-0-Koordinatensystem).

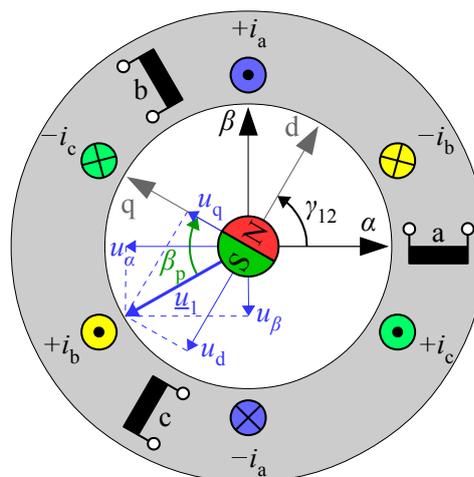


Abbildung 3.3: Zur Definition des Polradwinkels β_p

Durch Kombination von Gleichung (3.16a) mit Gleichung (3.5a) kann die in Gleichung (3.18) aufgestellte Drehzeigergleichung auch in d-q-0-Koordinaten formuliert werden. Es sei darauf hingewiesen, dass das Nullsystem beider Koordinatensysteme gemäß den nachfolgenden Transformationsbeziehungen identisch ist.

$$\vec{g}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \cdot \vec{g}_{abc} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0} \cdot \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \cdot \vec{g}_{dq0} \quad (3.20a)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \\ g_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma_{12}) & -\sin(\gamma_{12}) & 0 \\ \sin(\gamma_{12}) & \cos(\gamma_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_d \\ g_q \\ g_0 \end{pmatrix} \quad (3.20b)$$

$$\vec{g}_{dq0} = \mathbf{T}_{dq0} \cdot \vec{g}_{abc} = \mathbf{T}_{dq0} \cdot \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{-1} \cdot \vec{g}_{\alpha\beta 0} \quad (3.20c)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} g_d \\ g_q \\ g_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma_{12}) & \sin(\gamma_{12}) & 0 \\ -\sin(\gamma_{12}) & \cos(\gamma_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \\ g_0 \end{pmatrix} \quad (3.20d)$$

3.2.4 Effektivwertgrößen

Bei der Betrachtung elektrischer Drehfeldmaschinen wird im Allgemeinen mit dem Effektivwert von Spannung beziehungsweise Strom gearbeitet, welcher dem quadratischen Mittelwert der zeitlich veränderlichen Größe entspricht. Da in den Spannungsgleichungen nur das Grundwellenverhalten betrachtet wird, lassen sich die elektrischen Größen als sinusförmige Schwingungen der Winkelfrequenz ω_1 und der Amplitude \hat{g} darstellen. Das Quadrat dieser Größen bestimmt sich aus nachfolgendem Additionstheorem:

$$(\hat{g} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t))^2 = \hat{g}^2 \cdot \sin^2(\omega_1 \cdot t) = \hat{g}^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega_1 \cdot t)) \quad (3.21)$$

Somit besteht das Quadrat der sinusförmigen Größen aus einem Gleichanteil und einem Anteil mit doppelter Winkelfrequenz. Letzterer wird bei Mittelwertbildung zu null, sodass lediglich der Gleichanteil übrig bleibt. Das Ziehen der quadratischen Wurzel aus dem Gleichanteil ergibt den Effektivwert G .

$$G = \sqrt{(\hat{g} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t))^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \hat{g}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{g} \quad (3.22)$$

In Analogie zur Effektivwertdefinition für harmonische Schwingungen werden die Effektivwerte der zeitinvarianten d-q-0-Größen ebenfalls gemäß Gleichung (3.22) berechnet.

$$\vec{G}_{dq0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \vec{g}_{dq0} \quad (3.23)$$

Die Spannungsgleichungen (3.15) können somit mittels beidseitiger Division durch $\sqrt{2}$ ebenfalls in Effektivwertgrößen ausgedrückt werden.

$$U_{1d} = R_1 \cdot I_{1d} - \omega_1 \cdot L_{1\sigma} \cdot I_{1q} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega_1 \cdot \psi_{1hq} \quad (3.24a)$$

$$= R_1 \cdot I_{1d} - \omega_1 \cdot L_{1\sigma} \cdot I_{1q} - \omega_1 \cdot L_{1hq} \cdot I_{1q} \quad (3.24b)$$

$$U_{1q} = R_1 \cdot I_{1q} + \omega_1 \cdot L_{1\sigma} \cdot I_{1d} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega_1 \cdot \psi_{1hd} \quad (3.24c)$$

$$= R_1 \cdot I_{1q} + \omega_1 \cdot L_{1\sigma} \cdot I_{1d} + \omega_1 \cdot L_{1hd} \cdot I_{1d} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega_1 \cdot \Psi_{PM} \quad (3.24d)$$

Mit den zeitlich konstanten Effektivwertgrößen kann mittels des in Abschnitt 3.2.3 eingeführten Polradwinkels β_p eine Beziehung zwischen der komplexen Netzspannung \underline{U}_1 und den beiden Spannungsgleichungen (3.24a) und (3.24c) hergestellt werden.

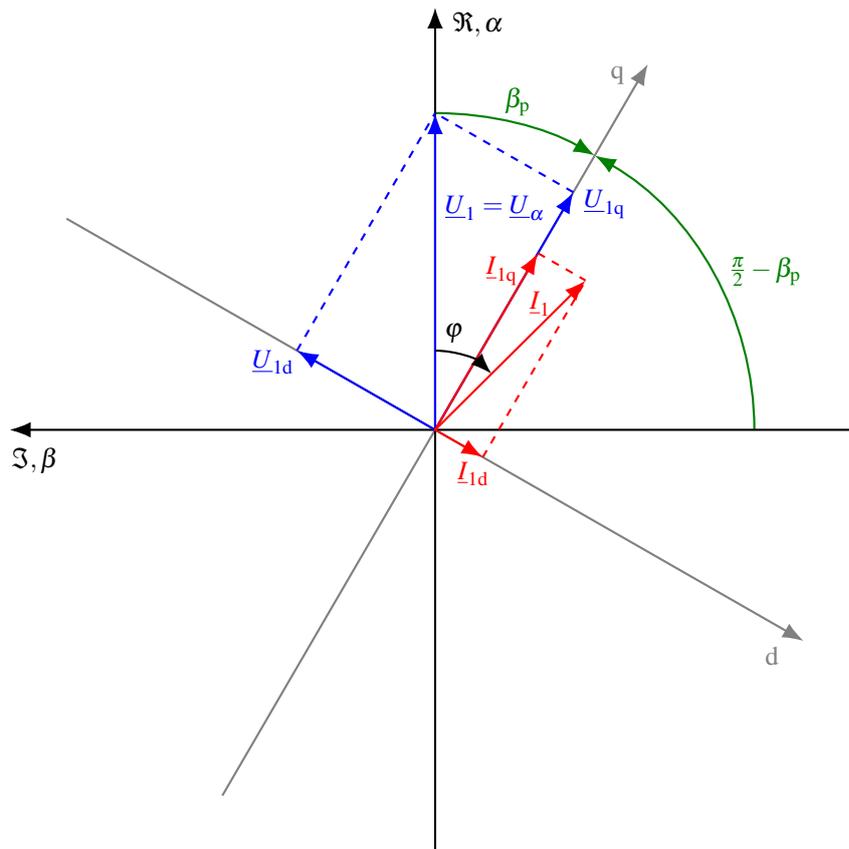


Abbildung 3.4: Transformation der Effektivwertgrößen vom rotorfesten d-q-0-System auf das statorfeste α - β -0-System

Zur Herleitung dieser Beziehung soll zunächst das in Abbildung 3.4 dargestellte Zeigerdiagramm betrachtet werden. Der darin abgebildete Zeitpunkt wurde so gewählt, dass der Realteil des Spannungseffektivwertes mit seinem Betrag übereinstimmt, das heißt, der Spannungszeiger liegt auf der Real- beziehungsweise α -Achse.

$$\underline{U}_1 = U_\alpha = U_1 \quad (3.25)$$

Zur Abbildung der Spannung U_{1d} auf U_1 muss das d-q-0-Koordinatensystem um den Winkel $\frac{\pi}{2} - \beta_p$ im Uhrzeigersinn gedreht werden. Unter Berücksichtigung des mathematisch positiven Drehsinns entgegen des Uhrzeigersinns ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$U_1 = \underline{U}_{1d} + \underline{U}_{1q} = (U_{1d} + jU_{1q}) \cdot e^{-j(\frac{\pi}{2} - \beta_p)} \quad (3.26)$$

Der komplexe Stromzeiger I_1 kann analog zur Spannung mit den d-q-Strömen bestimmt werden.

$$I_1 = I_{1d} + jI_{1q} = I_1 \cdot \cos(\varphi) + jI_1 \cdot \sin(\varphi) = (I_{1d} + jI_{1q}) \cdot e^{-j(\frac{\pi}{2} - \beta_p)} \quad (3.27)$$

3.2.5 Ersatzschaltbild des PMLS-Motors im synchronen Betrieb

Eine vorteilhafte grafische Darstellung der im vorhergehenden Abschnitt formulierten Spannungsgleichungen kann durch die Einführung des Ersatzschaltbildes der stationären PM-Synchronmaschine erreicht werden (Abbildung 3.5). Die komplexe Polradspannung $\underline{U}_{ip,PM}$ entspricht der induzierten Spannung durch die PM-Flussverkettung Ψ_{PM} in Abhängigkeit des Polradwinkels β_p .

$$\underline{U}_{ip,PM} = U_{ip,PM} \cdot e^{j\beta_p} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega_1 \cdot \Psi_{PM} \cdot e^{j\beta_p} \quad (3.28)$$

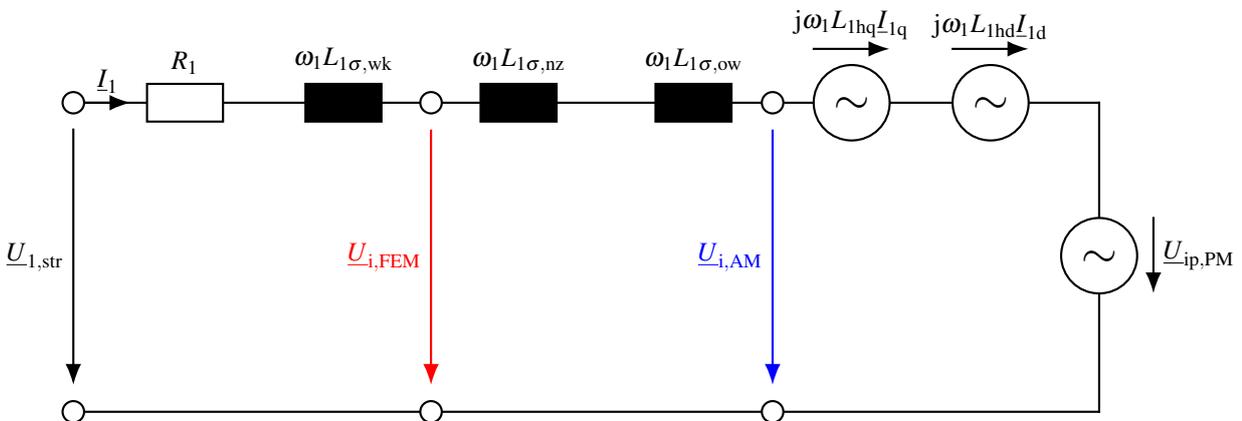


Abbildung 3.5: Ersatzschaltbild einer reluctance-behafteten Synchronmaschine mit Angabe der analytisch (Index „AM“) beziehungsweise per FEM (Index „FEM“) berechneten Spannungsabfälle

Zur Auflösung der Spannungsgleichungen nach dem Statorstrom I_1 müssen sämtliche Ersatzschaltbildelemente sowie die induzierten Spannungen nach Betrag und Phase bekannt sein. Während die passiven Ersatzschaltbildelemente aus der Maschinengeometrie und den Wicklungsdaten hergeleitet werden können (siehe hierzu Abschnitt 3.4), ist eine direkte Ermittlung der induzierten Spannungen nicht möglich. Dieser Umstand ist auf die nichtlineare Abhängigkeit der Hauptinduktivitäten von d- und q-Achse vom Statorstrom selbst zurückzuführen. Die Berechnung der induzierten Spannungen erfolgt daher iterativ über ein geeignetes Modell.

Im Vorgriff auf Kapitel 5 und Kapitel 7 seien zwei Möglichkeiten zur Berechnung der Hauptinduktivitäten genannt: Die Nutzung eines über magnetische Ersatzwiderstände formulierten analytischen Magnetkreismodells (AM) sowie der Einsatz numerischer Methoden wie der FEM. Das analytische Magnetkreismodell kann für einen vorgegebenen Bestromungszustand $I_{1,d/q}$ die resultierende induzierte Spannung $\underline{U}_{i,AM}$ (blauer Spannungspfeil) bestimmen. Die Feldberechnungssoftware hingegen beinhaltet bei Verwendung eines zweidimensionalen Modells zusätzlich die Spannungsabfälle über $L_{1\sigma,nz}$ und $L_{1\sigma,ow}$, was einer Ermittlung der resultierenden induzierten Spannung $\underline{U}_{i,FEM}$ (roter Spannungspfeil) entspricht. Auf die Funktionsweise beider Modelle wird im weiteren Verlauf der Arbeit eingegangen.

3.2.6 Drehmomentberechnung

Zur Herleitung des inneren Drehmoments wird die Leistungsbilanz der Maschine im motorischen Betrieb herangezogen. Allgemein gilt für die von einer dreiphasigen Drehfeldmaschine ($m_1 = 3$) aufgenommene beziehungsweise abgegebene elektrische Momentanleistung $P_1(t)$:

$$P_1(t) = u_a \cdot i_a + u_b \cdot i_b + u_c \cdot i_c = \vec{u}_{abc}^T \cdot \vec{i}_{abc} \quad (3.29)$$

Diese Gleichung wird anschließend mit Hilfe der inversen Transformationsmatrix \mathbf{T}_{dq0}^{-1} in d-q-0-Koordinaten ausgedrückt und umgeformt.

$$\begin{aligned} P_1(t) &= \left(\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \cdot \vec{u}_{dq0} \right)^T \cdot \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \cdot \vec{i}_{dq0} \\ &= \vec{u}_{dq0}^T \cdot \left(\mathbf{T}_{dq0}^{-1} \right)^T \cdot \mathbf{T}_{dq0}^{-1} \cdot \vec{i}_{dq0} \\ &= \vec{u}_{dq0}^T \cdot \begin{pmatrix} \frac{m_1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{pmatrix} \cdot \vec{i}_{dq0} \\ &= \frac{m_1}{2} (u_{1d} \cdot i_{1d} + u_{1q} \cdot i_{1q}) + m_1 \cdot u_0 \cdot i_0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

Im stationären Betrieb ist die Momentanleistung $P_1(t)$ zeitinvariant und kann daher als Mittelwertgröße P_1 aufgefasst werden. Durch Subtraktion der OHM'schen Verluste kann die (innere) mechanische Ausgangsleistung P_2 ermittelt werden. Die Spannungen u_{1d} und u_{1q} können gemäß den beiden Gleichungen (3.15a) und (3.15b) durch die korrespondierenden Spannungsabfälle innerhalb der Maschine ersetzt werden.

$$P_2 = P_1 - P_{v,Cu,1} = \frac{m_1}{2} \cdot \omega_1 \cdot (\psi_{1hd} \cdot i_{1q} - \psi_{1hq} \cdot i_{1d}) \quad (3.31)$$

Division von P_2 durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit ω_W ergibt das innere Grundwellendrehmoment M_{ip} . Durch Ansetzen von Gleichung (3.9) kann der dabei entstehende Ausdruck weiter vereinfacht werden.

$$M_{ip} = \frac{P_2}{\omega_W} = \frac{p}{\omega_1} \cdot P_2 = \frac{m_1}{2} \cdot p \cdot (\psi_{1hd} \cdot i_{1q} - \psi_{1hq} \cdot i_{1d}) \quad (3.32)$$

Mit den in Abschnitt 3.2.4 hergeleiteten Beziehungen zwischen Amplituden- und Effektivwertgrößen kann die Drehmomentgleichung alternativ mit I_{1d} und I_{1q} formuliert werden. Ein Rückgriff auf die beiden Gleichungen (3.13a) und (3.13b) ermöglicht die Darstellung mittels PM-Flussverkettung und Induktivitäten von d- und q-Achse.

$$M_{ip} = \frac{m_1}{\sqrt{2}} \cdot p \cdot (\psi_{1hd} \cdot I_{1q} - \psi_{1hq} \cdot I_{1d}) \quad (3.33a)$$

$$M_{ip} = m_1 \cdot p \cdot \left((L_{1d} - L_{1q}) \cdot I_{1d} \cdot I_{1q} + \frac{\Psi_{PM}}{\sqrt{2}} \cdot I_{1q} \right) \quad (3.33b)$$

Zur Bestimmung des am Wellenende vorhandenen Drehmoments müssen die im Motor auftretenden Verlustdrehmomente von M_{ip} subtrahiert werden. Diese resultieren aus den Lagerverlusten und der Lüfterantriebsleistung (nachfolgend mit $P_{v,reib}$ zusammengefasst) sowie aus den Ummagnetisierungsverlusten $P_{v,Fe}$. Damit ergibt sich das Wellendrehmoment zu

$$M_W = M_{ip} - \frac{P_{v,Fe} + P_{v,reib}}{\omega_W} = \frac{P_W}{\omega_W} \quad (3.34)$$

3.2.7 Wirkungsgradberechnung

Der Wirkungsgrad η einer technischen Maschine beschreibt allgemein das Verhältnis zwischen (nutzbringend) abgegebener und zugeführter Leistung (beziehungsweise Energie). Im Falle des motorischen Betriebs einer Synchronmaschine ist die Nutzleistung gleich der an der Welle verfügbaren mechanischen Leistung P_W , die zugeführte Leistung gleich der mittleren elektrischen Leistung aller drei Phasen. Letztere Größe entspricht der Summe aus der mechanischen Leistung und den Verlustleistungen.

$$\eta = \frac{P_W}{P_1} = \frac{P_W}{P_W + P_{v,Cu,1} + P_{v,Fe} + P_{v,reib}} \quad (3.35)$$

Die Kupferverluste im Stator können bei Beschränkung auf den Grundschwingungsstrom wie folgt berechnet werden:

$$P_{v,Cu,1} = m_1 \cdot I_1^2 \cdot R_1 . \quad (3.36)$$

Die Bestimmung der Ummagnetisierungsverluste erfolgt innerhalb der FEM mit Hilfe eines integrierten Verlustmodells. Für das analytische Modell wird der in Abschnitt 5.2.9 beschriebene Ansatz genutzt.

Die Erfassung der Reibungsverluste erfolgt aufgrund der komplizierten Berechnung messtechnisch^[1]. Die gemessenen Werte können Abschnitt 10.1.2 entnommen werden.

3.2.8 Leistungsfaktorberechnung

Der Leistungsfaktor λ gibt das Verhältnis zwischen elektrischer Wirk- und Scheinleistung an. Erstere wird als Produkt der jeweiligen Drehzeigerrealteile berechnet, letztere durch Multiplikation der Drehzeigerlängen. Wird der Spannungsdrehzeiger \underline{U}_1 in die Realachse gelegt, so entspricht seine Drehzeigerlänge seinem Realteil. Damit kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit folgende Formel für den Leistungsfaktor gewonnen werden:

$$\lambda = \frac{3 \cdot |\underline{U}_1| \cdot |\Re(\underline{I}_1)|}{3 \cdot |\underline{U}_1| \cdot |\underline{I}_1|} = \frac{|\Re(\underline{I}_1)|}{|\underline{I}_1|} = \cos \varphi . \quad (3.37)$$

^[1]Um den Aufwand einer rechnerischen Ermittlung zu verdeutlichen, sei beispielhaft auf das in [Sch08] beschriebene Verlustmodell für Lagerreibungsverluste verwiesen. Die Bestimmung der Lüfterleistung bewegt sich in einem ähnlich aufwendigen Rahmen [Eck72; Boh83; Bom+90].

3.3 Transientes Betriebsverhalten

3.3.1 Spannungsdifferentialgleichungen

Ausgehend von der allgemeinen Spannungsgleichung (3.8) der Drehfeldmaschine in d-q-0-Koordinaten können die den transienten PMLS-Motor beschreibenden Gleichungen abgeleitet werden. Zur Beschreibung des Kurzschlusskäfigs wird das sogenannte Stabmodell nach [Sei93] eingeführt. Für die Strangzahl m_2 , die Strangwindungszahl w_2 und den Wicklungsfaktor ξ_{2p} einer Käfigwicklung mit der Stabanzahl N_2 gilt damit:

$$m_2 = N_2, \quad w_2 = \frac{1}{2}, \quad \xi_{2p} = 1. \quad (3.38)$$

Die Flussverkettungen $\psi_{1,d/q}$ setzen sich im allgemeinen Fall gemäß [Sch07] aus der Eigeninduktivität $L_{1,d/q}$ und der mit $\frac{N_2}{2}$ skalierten^[2] Gegeninduktivität $M_{12,d/q}$ zusammen. Letztere berücksichtigt die aufgrund der Rotorströme induzierte Spannung in den Statorwicklungen. In der d-Achse ist zusätzlich noch die PM-Flussverkettung gemäß Gleichung (3.13a) zu berücksichtigen.

$$\psi_{1d} = \underbrace{(L_{1hd} + L_{1\sigma})}_{L_{1d}} \cdot i_{1d} + \frac{N_2}{2} \cdot M_{12d} \cdot i_{2d} + \Psi_{PM} \quad (3.39a)$$

$$\psi_{1q} = \underbrace{(L_{1hq} + L_{1\sigma})}_{L_{1q}} \cdot i_{1q} + \frac{N_2}{2} \cdot M_{12q} \cdot i_{2q} \quad (3.39b)$$

Die Rotorflussverkettungen bestimmen sich entsprechend, wobei die Magnete rotorseitig betrachtet ein Gleichfeld erzeugen und somit keine Spannungsinduktion bewirken. Die Gegeninduktivitäten sind hier mit $\frac{m_1}{2}$ zu skalieren^[2].

$$\psi_{2,d/q} = \underbrace{(L_{2h,d/q} + L_{2\sigma})}_{L_{2,d/q}} \cdot i_{2,d/q} + \frac{m_1}{2} \cdot M_{12,d/q} \cdot i_{1,d/q} \quad (3.40)$$

Die Differentialgleichungen der Rotorwicklung in d-q-0-Koordinaten setzen sich analog zu den Statorgleichungen aus dem OHM'schen Spannungsabfall sowie der Flussverkettung zusammen. Da eine kurzgeschlossene Käfigwicklung betrachtet wird, ist die eingepreßte Spannung gleich null.

$$0 = R_2 \cdot i_{2,d/q} + \frac{\psi_{2,d/q}}{\partial t} \quad (3.41)$$

^[2]Der Skalierungsfaktor $\frac{N_2}{2}$ berücksichtigt die Verkettung *aller* Rotorstränge mit dem (fiktiven) d- beziehungsweise q-Strang der Statorwicklung gemäß [Sei91]. Analog hierzu ist die Statorwicklung über den Skalierungsfaktor $\frac{m_1}{2}$ mit dem fiktiven d-q-0-Wicklungssystem des Rotors verkettet.

Zusammengefasst ergibt sich das nachfolgende Gleichungssystem zur elektromagnetischen Beschreibung des PMLS-Motors in d-q-0-Koordinaten.

$$\begin{aligned}
 u_{1d} = & R_1 \cdot i_{1d} + L_{1d} \cdot \frac{\partial i_{1d}}{\partial t} - p \cdot \omega_W \cdot L_{1q} \cdot i_{1q} \\
 & - p \cdot \omega_W \cdot \frac{N_2}{2} \cdot M_{12q} \cdot i_{2q} + \frac{N_2}{2} \cdot M_{12d} \cdot \frac{\partial i_{2d}}{\partial t}
 \end{aligned} \quad (3.42a)$$

$$\begin{aligned}
 u_{1q} = & R_1 \cdot i_{1q} + L_{1q} \cdot \frac{\partial i_{1q}}{\partial t} + p \cdot \omega_W \cdot L_{1d} \cdot i_{1d} \\
 & + p \cdot \omega_W \cdot \frac{N_2}{2} \cdot M_{12d} \cdot i_{2d} + \frac{N_2}{2} \cdot M_{12q} \cdot \frac{\partial i_{2q}}{\partial t} + p \cdot \omega_W \cdot \Psi_{PM}
 \end{aligned} \quad (3.42b)$$

$$0 = R_2 \cdot i_{2d} + L_{2d} \cdot \frac{\partial i_{2d}}{\partial t} + \frac{m_1}{2} \cdot M_{12d} \cdot \frac{\partial i_{1d}}{\partial t} \quad (3.42c)$$

$$0 = R_2 \cdot i_{2q} + L_{2q} \cdot \frac{\partial i_{2q}}{\partial t} + \frac{m_1}{2} \cdot M_{12q} \cdot \frac{\partial i_{1q}}{\partial t} \quad (3.42d)$$

3.3.2 Bewegungsdifferentialgleichungen

Zur Aufstellung der Bewegungsdifferentialgleichung des zu betrachtenden Antriebsstrangs muss dieser zunächst modelliert werden. Im allgemeinen Fall besteht der Antriebsstrang wie in Abbildung 3.6 dargestellt aus einer Antriebsmaschine, einer Kupplung sowie einer Lastmaschine (hier: eine Pumpe). Werden die Maschinen als mechanisch unendlich steif betrachtet, so können sie durch das (konstante) Massenträgheitsmoment $J_{W/L}$ und den (zeitvarianten) Lagewinkel $\gamma_{W/L}$ modelliert werden. Die Kupplung wird linearisiert und damit mathematisch durch ihre Federkonstante c und ihre Dämpfungskonstante Γ beschrieben. Feder- und Dämpfungskonstante werden bei der Modellierung üblicherweise in die Kupplungsmittte gelegt, die Kupplungsträgheit wird hälftig J_W und J_L zugeschlagen.

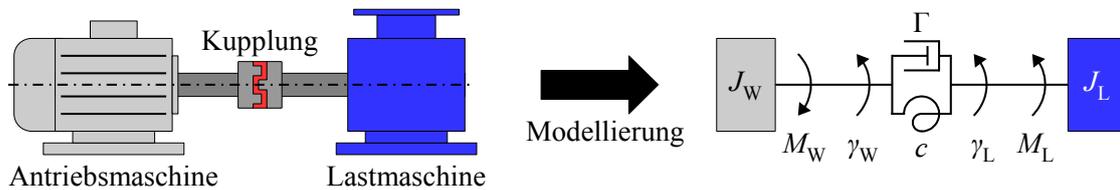


Abbildung 3.6: Übergang vom realen Antriebsstrang auf den Zweimassenschwinger

Durch Freischneiden der einzelnen Schwungmassen kann folgendes Gleichungssystem des linearen Zweimassenschwingers aufgestellt werden.

$$\begin{pmatrix} M_W \\ -M_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_W & 0 \\ 0 & J_L \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\gamma}_W \\ \dot{\gamma}_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Gamma & -\Gamma \\ -\Gamma & \Gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\gamma}_W \\ \dot{\gamma}_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c & -c \\ -c & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \gamma_W \\ \gamma_L \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

Bei einer ausreichend steifen Anordnung kann angenommen werden, dass die Federkonstante gegen unendlich geht. Dann gilt $\gamma_W = \gamma_L$; das System vereinfacht sich zu einem Einmassenschwinger mit dem resultierenden Trägheitsmoment J_{ges} .

$$M_W - M_L = \underbrace{(J_W + J_L)}_{J_{\text{ges}}} \cdot \frac{\partial \omega_W}{\partial t} \quad (3.44)$$

Die Formel für das transiente Motordrehmoment ergibt sich durch Einsetzen der allgemeinen Statorflussverkettungen (3.39) in die bereits hergeleitete Drehmomentgleichung (3.32).

$$M_{\text{ip}} = \frac{m_1}{2} \cdot p \cdot \left((L_{1d} - L_{1q}) \cdot i_{1d} \cdot i_{1q} + \Psi_{\text{PM}} \cdot i_{1q} + \frac{N_2}{2} \cdot M_{12d} \cdot i_{1q} \cdot i_{2d} - \frac{N_2}{2} \cdot M_{12q} \cdot i_{1d} \cdot i_{2q} \right) \quad (3.45)$$

Im Rahmen der transienten Modellierung werden die motorseitigen Verlustdrehmomente (Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste) vernachlässigt. Dementsprechend gilt $M_W = M_{\text{ip}}$.

3.4 Bestimmung der Differentialgleichungskoeffizienten

3.4.1 OHM'sche Widerstände

Bei der Bestimmung der OHM'schen Widerstände wird grundsätzlich von einer homogenen Stromdichteverteilung innerhalb des Leiters ausgegangen. Damit kann der elektrische Widerstand direkt aus den Geometrie- und Materialdaten berechnet werden.

Statorwiderstand

Ein Wicklungsstrang setzt sich grundsätzlich aus einzelnen Spulen zusammen, welche in Reihe zu einer Spulengruppe verschaltet sind [Nür79]. Die Anzahl der Spulen in einer Spulengruppe wird als spannungshaltende Windungszahl oder Strangwindungszahl w bezeichnet, da sie den Entwurfparameter zur Einstellung der induzierten Spannung darstellt [MVP08]. Werden mehrere solcher Spulengruppen parallel verschaltet, so wird von a parallelen Zweigen gesprochen.

Zur Berechnung der Strangwindungszahl des Stators^[3] w_1 soll zunächst der Begriff der Lochzahl q_1 eingeführt werden. Diese bezeichnet allgemein die Anzahl der Nuten N_1 , die pro Pol von einem Wicklungsstrang belegt sind.

$$q_1 = \frac{N_1}{2 \cdot p \cdot m_1} \quad (3.46)$$

Über die Anzahl der Spulen beziehungsweise Leiter pro Nut z_{1N} ergibt sich damit für w_1 nach [MVP08]:

$$w_1 = \frac{z_{1N} \cdot p \cdot q_1}{a_1} \quad (3.47)$$

Der Wicklungswiderstand R_1 berechnet sich aus dem Widerstand einer Spule multipliziert mit der Strangwindungszahl dividiert durch die Anzahl der parallelen Zweige [MVP08].

$$R_1 = \overbrace{\left(\frac{2 \cdot (l_{ax} + l_{wk})}{A_1 \cdot \kappa_{Cu}} \right)}^{\text{Spulenwiderstand}} \cdot \frac{w_1}{a_1} \quad (3.48)$$

In dieser Formel bezeichnet l_{ax} die axiale Länge des Blechpakets und κ_{Cu} die temperaturabhängige elektrische Leitfähigkeit des Spulenkupfers. Die Wickelkopflänge l_{wk} wird mit dem aus [Kre17] entnommenen Zusammenhang dimensioniert:

$$l_{wk} = (k + 0,2 \cdot p) \cdot \pi \cdot \frac{D_{li}}{2 \cdot p} \quad \text{mit } k \approx 1,35 \text{ bei den Funktionsmustern.} \quad (3.49)$$

^[3]Die Strangwindungszahl des Rotors w_2 wird durch das Stabmodell zu $\frac{1}{2}$ definiert.

Die Berechnung des blanken Leiterquerschnitts A_1 ist mit dem Nutfüllfaktor^[4] k_{1N} , der Nutfläche A_{1N} sowie der Anzahl der Leiter pro Nut möglich.

$$A_1 = \frac{k_{1N} \cdot A_{1N}}{z_{1N}} \quad (3.50)$$

Die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit κ_{Cu} kann für einen begrenzten Bereich um die Bezugstemperatur T_0 als linear angesehen werden [Fis87].

$$\kappa_{Cu}(T_0, \vartheta_w) = \kappa_{Cu}(T_0) \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot \vartheta_w) \quad (3.51)$$

In der Literatur wird üblicherweise ein auf $T_0 = 20^\circ\text{C}$ bezogener Wert für die Leitfähigkeit und den Temperaturkoeffizienten α_{Cu} angegeben.

Rotorwiderstand

Der Rotorwiderstand R_2 wird auf Grundlage des Stabmodells aus dem Stabwiderstand R_{st} sowie dem Kurzschlussringsegmentwiderstand $R_{ri,seg}$ ermittelt. Für den Stabwiderstand gilt unter Annahme einer gleichmäßigen Temperatur- und Stromverteilung innerhalb des Stabes mit der Materialeitfähigkeit κ_{st} :

$$R_{st} = \frac{l_{st}}{A_{st} \cdot \kappa_{st}} \quad (3.52)$$

Der Ringsegmentwiderstand bestimmt sich unter Vernachlässigung der Krümmung zu

$$R_{ri,seg} = \frac{1}{N_2} \cdot \frac{\overbrace{\pi \cdot \frac{D_{ri,a} + D_{ri,i}}{2}}^{\text{Mittlerer Umfang Kurzschlussring}}}{\underbrace{\kappa_{ri} \cdot l_{ri} \cdot \frac{D_{ri,a} - D_{ri,i}}{2}}_{\text{Fläche Kurzschlussring}}} \cdot k_{ri} \quad (3.53)$$

wobei mit $D_{ri,a/i}$ der Außen- beziehungsweise Innendurchmesser des Rings bezeichnet wird. Bei k_{ri} handelt es sich um einen Korrekturfaktor gemäß Gleichung (3.54), der die ungleichmäßige Ausnutzung des Kurzschlussrings berücksichtigt [Tri36; WB86; LZ16].

$$k_{ri} = p \cdot \frac{2 \cdot D_{ri,a}}{D_{ri,a} + D_{ri,i}} \cdot \left(1 - \frac{D_{ri,i}}{D_{ri,a}}\right) \cdot \left[\frac{1 + \left(\frac{D_{ri,i}}{D_{ri,a}}\right)^{(2 \cdot p)}}{1 - \left(\frac{D_{ri,i}}{D_{ri,a}}\right)^{(2 \cdot p)}} \right] \quad (3.54)$$

^[4]Der Nutfüllfaktor k_{1N} entspricht dem Anteil des blanken Wicklungskupfers an der gesamten Nutfläche des Stators.

Der gesamte Rotorwiderstand berechnet sich schließlich wie folgt [Sei93]:

$$R_2 = R_{st} + \frac{R_{ri,seg}}{2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot p}{N_2}\right)}. \quad (3.55)$$

3.4.2 Haupt- und Gegeninduktivitäten

Bei PM-Rotoren mit vergrabenen Magneten rufen die Magnettaschen einen Induktivitätsunterschied zwischen d- und q-Achse hervor. Die Berechnung der Induktivitätswerte kann aufgrund der nichtlinearen Sättigung des Elektroblechs nicht auf direktem Weg erfolgen, sondern muss für einen vorgegebenen Bestromungszustand iterativ – beispielsweise wie in Abschnitt 5.2.8 beschrieben – bestimmt werden. Dabei ist es ausreichend, die ständerseitigen Hauptinduktivitäten in d- und q-Achse zu berechnen. Die läuferseitigen Hauptinduktivitäten können anschließend über das Stabmodell abgeleitet werden [Bin12].

$$L_{2h,d/q} = L_{1h,d/q} \cdot \frac{m_2 \cdot w_2^2 \cdot \xi_{2p}^2}{m_1 \cdot w_1^2 \cdot \xi_{1p}^2} = L_{1h,d/q} \cdot \frac{N_2}{4 \cdot m_1 \cdot w_1^2 \cdot \xi_{1p}^2} \quad (3.56)$$

Der Grundwellenwicklungsfaktor ξ_{1p} ergibt sich mit $\nu = p$ aus dem allgemeinen Wicklungsfaktor $\xi_{1\nu}$, welcher den Einfluss des Wicklungsaufbaus sowie der Luftspaltgeometrie auf den Strombelag quantifiziert. Er setzt sich bei der betrachteten Einschicht-GLW aus dem Zonungsfaktor $\xi_{1\nu z}$ und dem Nutschlitzfaktor $\xi_{1\nu s}$ zusammen.

$$\xi_{1\nu} = \xi_{1\nu z} \cdot \xi_{1\nu s} \quad (3.57)$$

Die Drehfeldpolpaarzahl ν wird gemäß Formel (3.58) bestimmt, wobei g einer ganzen Zahl entspricht [Sei93].

$$\nu = p \cdot (1 + 2 \cdot m_1 \cdot g) \quad g \in \mathbb{Z} \quad (3.58)$$

Der Zonungsfaktor berücksichtigt die Verteilung der Windungen einer Spule auf mehrere Nuten und die damit verbundene Verringerung der Flussverkettung. Wie in [Fis12] gezeigt wird, kann er aus geometrischen Überlegungen hergeleitet werden.

$$\xi_{1\nu z} = \frac{\sin\left(\frac{\nu}{p} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{m_1}\right)}{q_1 \cdot \sin\left(\frac{\nu}{p} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{q_1 \cdot m_1}\right)} \quad (3.59)$$

Nach [MVP08] kann der Einfluss der Nutöffnungen quantitativ mit Hilfe der Nutschlitzbreite b_{1s} und des Statorbohrungsdurchmessers D_{1i} durch den Nutschlitzfaktor abgebildet werden.

$$\xi_{1vs} = \frac{\sin\left(v \cdot \frac{b_{1s}}{D_{1i}}\right)}{v \cdot \frac{b_{1s}}{D_{1i}}} \quad (3.60)$$

Die Gegeninduktivitäten, welche die Flussverketzung zwischen Stator- und Rotorwicklung beschreiben, werden nach [Sei91] über folgenden Zusammenhang bestimmt:

$$M_{12,d/q} = \frac{2}{m_1} \cdot L_{1h,d/q} \cdot \frac{w_2 \cdot \xi_{2p}}{w_1 \cdot \xi_{1p}} = \frac{L_{1h,d/q}}{m_1 \cdot w_1 \cdot \xi_{1p}} \quad (3.61)$$

3.4.3 Streuinduktivitäten

Da der PMLS-Motor bis auf die Magnete einem ASM entspricht, kann die Beschreibung des Streufeldverhaltens von diesem übernommen werden. Zu ergänzen sind lediglich die Streuflüsse des PM-Feldes. Abbildung 3.7 zeigt eine schematische Darstellung der einzelnen Feldanteile.

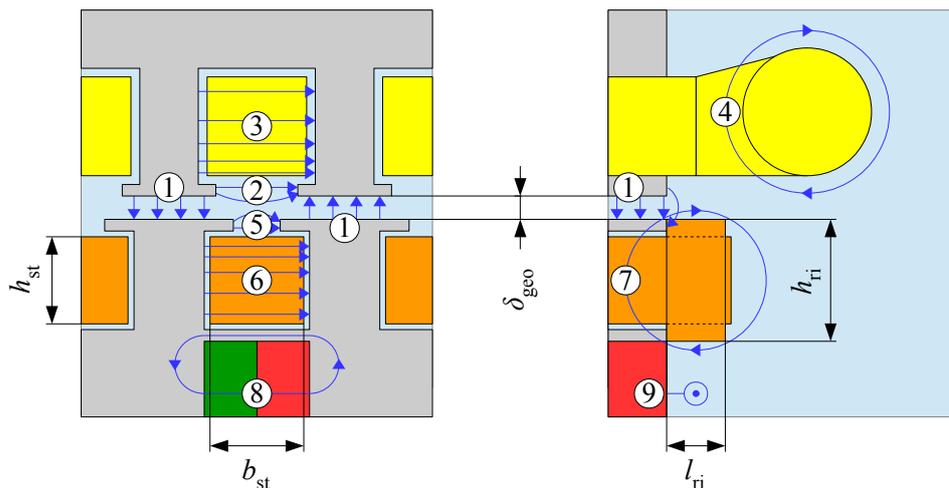


Abbildung 3.7: Ausbreitungswege des magnetischen Flusses in einem PMLS-Motor

Der Luftspaltfluss ① zwischen Stator und Rotor teilt sich in das nutzbringende Grundfeld und die Oberwellen- oder doppeltverkettete Streuung auf. Darüber hinaus ist in der Statormasche die Selbstinduktionswirkung der Zahnkopfstromung ②, der Nutstromung ③ sowie der Wickelkopfstromung ④ zu berücksichtigen. In der Rotormasche treten analog zur Statormasche neben dem Luftspaltfluss die Zahnkopfstromung ⑤, die Nutstromung ⑥ sowie die Stirnstromung der Kurzschlussringe ⑦ auf. [MVP08]

Der Vollständigkeit halber ist zusätzlich noch der radiale PM-Streufluss ⑧ über die Streustege und der axiale PM-Streufluss ⑨ an den Blechpaketenden eingezeichnet. Diese Streuflüsse treten

zwar nicht direkt als Koeffizienten der Spannungsgleichungen in Erscheinung^[5], verringern jedoch die PM-Flussverkettung Ψ_{PM} . Der radiale PM-Streufeldfluss wird im Rahmen der zweidimensionalen Magnetkreisbeschreibung erfasst, die Axialstreuung muss hingegen durch Anpassung der Magnetmaterialdaten berücksichtigt werden. Wie in [Ret16] sowie in [Hau16] mittels 3D-Simulation nachgewiesen wird, ist der Einfluss der Axialstreuung jedoch vergleichsweise gering (etwa 1% effektive Remanenzverringern in den genannten Quellen). Da dieser Wert in vergleichbarer Größenordnung zu den Fertigungstoleranzen von Magnetmaterial und Blechpaket liegt, wird die Axialstreuung in der Simulation nicht berücksichtigt.

Oberwellenstreuung

Die Oberwellenstreuung beschreibt die Selbstinduktionswirkung der erregten Wicklungsoberfelder. Ihre Wirkung auf die Spannungsmasche ist im Allgemeinen deutlich kleiner als die der aus der Grundwelle resultierenden Hauptinduktivität, sodass zur Vereinfachung der Berechnung auf eine Unterscheidung in d- und q-Anteil verzichtet wird. Stattdessen wird basierend auf der fiktiven Vollpolinduktivität $L_{1/2,h}$ eine Approximation durchgeführt. Hierzu wird $L_{1/2,h}$ mit dem Oberfeld-Streuleitwert $\sigma_{1/2,ow}$ multipliziert.

$$L_{1/2,\sigma,ow} = L_{1/2,h} \cdot \sigma_{1/2,ow} \quad (3.62)$$

Die fiktive Vollpol-Hauptinduktivität des Stators L_{1h} berechnet sich im Grundwellenmodell nach (3.63) [Bin12]. Mit dem in Gleichung (3.56) vorgestellten Zusammenhang zwischen Stator- und Rotorhauptinduktivität kann anschließend auch L_{2h} bestimmt werden.

$$L_{1h} = \frac{m_1 \cdot \mu_0 \cdot D_{1i} \cdot l_{ax} \cdot w_1^2 \cdot \xi_{1p}^2}{\pi \cdot \delta'' \cdot p^2} \quad (3.63)$$

In dieser Formel findet der fiktive Luftspalt δ'' Verwendung, welcher die Einbrüche der Luftspaltinduktion aufgrund der Nutung berücksichtigt. Seine Herleitung und Berechnung wird in Abschnitt 5.2.2 erläutert.

Nach [Bin12] berechnet sich $\sigma_{1,ow}$ für die im Stator verwendete Einschicht-GLW wie folgt:

$$\sigma_{1,ow} = \sum_{v \neq p} \left(\frac{p \cdot \xi_{1v}}{v \cdot \xi_{1p}} \right)^2. \quad (3.64)$$

^[5]Im Rotor sind die PM-Felder stets Gleichfelder und ziehen daher keine Induktionswirkung in den Rotorspannungsmaschen nach sich. Im Stator treten strenggenommen neben dem PM-Grundfeld Ψ_{PM} auch noch PM-Oberwellen auf, die jedoch aufgrund der Beschränkung des Modells auf das Grundwellenverhalten vernachlässigt werden. Die Induktionswirkung der PM-Oberwellen führt zur Abweichung der induzierten PM-Spannung von der reinen Sinusform, was in Abschnitt 10.1.1 visualisiert ist.

Im Rotor liegt eine Käfigwicklung vor. Ihr Streukoeffizient kann mit dem in [MVP08] beschriebenen GÖRGES-Diagramm ermittelt werden.

$$\sigma_{2,ow} = \frac{\left(\frac{\pi \cdot p}{N_2}\right)^2}{\sin^2\left(\frac{\pi \cdot p}{N_2}\right)} - 1 \quad (3.65)$$

Nut-Zahnkopf-Streuung

Die Nut-Zahnkopf-Streuung resultiert aus dem Streufluss über die Nut selbst sowie aus dem Zahnkopf-Streufluss. Unter Einführung des Streuleitwertes $\sigma_{1/2,nz}$ kann ihre Auswirkung auf das Betriebsverhalten durch die Induktivität $L_{1/2,\sigma,nz}$ abgebildet werden [MVP08].

$$L_{1/2,\sigma,nz} = 2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{l_{ax} \cdot w_{1/2}^2}{p \cdot q_{1/2}} \cdot \sigma_{1/2,nz} \quad (3.66)$$

Der Streuleitwert setzt sich aus der Zahnkopf-Streuleitwert sowie den Streuleitwerten der Nutteilgebiete zusammen. Ersterer Wert entzieht sich aufgrund des inhomogenen Feldverlaufes im Luftspalt einer geschlossenen Berechnung, kann aber aus [MVP08] in Abhängigkeit der Nutschlitzbreite $b_{1/2,s}$ sowie der Luftspaltweite δ als Literaturwert entnommen werden. Für die Funktionsmuster ergibt sich damit ein Zahnkopf-Streuleitwert $\sigma_{1/2,zk}$ von 0 (Statornut) beziehungsweise 0,7 (Rotornut).

Die Nutschlitzstreuung $\sigma_{1/2,s}$ ergibt sich bei einem parallelfankigen Nutschlitz als Quotient aus Nutschlitzhöhe und Nutschlitzbreite.

$$\sigma_{1/2,s} = \frac{h_{1/2,s}}{b_{1/2,s}} \quad (3.67)$$

Sowohl das Stator- als auch das Rotornutgebiet sind nicht parallelfankig, weshalb die in (3.67) angegebene Beziehung nicht zur einfachen Berechnung des korrespondierenden Streuleitwerts genutzt werden kann. Stattdessen müssen die Streuleitwerte $\sigma_{1/2,N}$ wie in Anhang A.1 beschrieben numerisch berechnet werden. Der Gesamtstreuleitwert ergibt sich schließlich zu

$$\sigma_{1/2,nz} = \sigma_{1/2,zk} + \sigma_{1/2,s} + \sigma_{1/2,N} \cdot \quad (3.68)$$

Wickelkopfstreuung

Die Wickelkopfstreuung wird durch die Flussverkettung eines Strangs mit dem Wickelkopfstreuungsfeld verursacht. Im Ersatzschaltbild wird diese Flussverkettung als Streuinduktivität aufgefasst, die gemäß Gleichung (3.69) bestimmt wird. Der relative Streuleitwert der Wickelkopfstreuung $\sigma_{1,\text{wk}}$ kann gemäß [MVP08] im Falle einer Einschicht-GLW zu 0,3 angenommen werden.

$$L_{1\sigma,\text{wk}} = 2 \cdot l_{\text{wk}} \cdot \mu_0 \cdot \frac{w_1^2}{p} \cdot \sigma_{1,\text{wk}} \quad (3.69)$$

Kurzschlussringstreuung

Die Berechnung der Kurzschlussringstreuung entzieht sich aufgrund des komplexen, dreidimensionalen Feldaufbaus einer genauen analytischen Behandlung. Neben der Selbstinduktion des Kurzschlussrings muss zusätzlich auch noch der Statorwickelkopf in die Betrachtungen mit einbezogen werden, da dessen Streuung zusätzliche Spannungen im Kurzschlussring induziert^[6]. Zur exakten Berechnung der Kurzschlussringstreuung ist daher der Rückgriff auf die FEM unumgänglich [WM93; LZ16]. Da die Kurzschlussringstreuung im Grundwellenmodell nur bei der Behandlung transients Vorgänge zum Tragen kommt, wird auf die in [Nür79] beschriebene Näherungsformel zur Berechnung der Ringsegmentinduktivität $L_{2\sigma,\text{ri,seg}}$ zurückgegriffen.

$$L_{2\sigma,\text{ri,seg}} = \mu_0 \cdot \frac{\pi \cdot (D_{\text{ri,a}} + D_{\text{ri,i}})}{2 \cdot p \cdot N_2} \cdot \sigma_{2\sigma,\text{ri}} \quad (3.70)$$

Für den vorliegenden Fall einer Einschicht-GLW im Stator und einer Käfigwicklung im Rotor beträgt der Streukoeffizient $\sigma_{2\sigma,\text{ri}} = 0,35$. Ist die Ringsegmentstreuinduktivität bekannt, so kann sie über Gleichung (3.71) ins Stabmodell umgerechnet werden. Dieses Vorgehen entspricht der in Gleichung (3.55) gezeigten Umrechnung des Ringsegmentwiderstands auf einen fiktiven Stabwiderstand.

$$L_{2\sigma,\text{ri}} = \frac{L_{2\sigma,\text{ri,seg}}}{2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi \cdot p}{N_2} \right)} \quad (3.71)$$

^[6]Umgekehrt wird bei Berechnung der Wickelkopfstreuung meist auf eine Berücksichtigung des Kurzschlussrings verzichtet, da dessen Einfluss aufgrund des Verhältnisses zwischen Statorwindungszahl w_1 und Rotorwindungszahl w_2 ($= 0,5$ im Stabmodell) verschwindend gering ist.

3.4.4 PM-Flussverkettung

Definitionsgemäß beschränkt sich die Wirkung der Magnete auf die Hauptflussverkettung der d-Achse. Eine Quantifizierung ihres Einflusses ist mit Hilfe der PM-Flussverkettung Ψ_{PM} möglich, welche sich nominell durch Umstellen der Gleichung (3.13a) ermitteln lässt.

$$\Psi_{\text{PM}} = \psi_{1\text{hd}} - L_{1\text{hd}} \cdot i_{1\text{d}} \quad (3.72)$$

Die Bestimmung der PM-Flussverkettung mit dem analytischen Modell wird in Abschnitt 5.2.8 thematisiert.

3.4.5 Massenträgheitsmomente

Das Massenträgheitsmoment eines Körpers mit der Dichteverteilung $\rho(\vec{r})$ und einem Volumen V bezogen auf eine beliebige Rotationsachse \vec{r} kann allgemein nach folgender Formel berechnet werden:

$$J = \int \vec{r}_{\perp} \rho(\vec{r}) dV, \quad (3.73)$$

wobei \vec{r}_{\perp} dem zur Rotationsachse senkrechten Anteil von \vec{r} bezogen auf das jeweilige infinitesimale Volumenelement dV entspricht. Die Berechnung des Massenträgheitsmoments eines komplexen Körpers kann durch numerische Methoden erfolgen und ist im Funktionsumfang vieler CAD-Softwarepakete („Computer Aided Design“, zu Deutsch rechnergestütztes Design) integriert. Im Rahmen des Auslegungsprozesses ist es hingegen zweckmäßig, den Rotor als massiven, homogenen Elektroblechzylinder anzunehmen. Damit vereinfacht sich Gleichung (3.73) bei Rotation des Zylinders um seine Symmetrieachse zu

$$J_{\text{W}} \approx \frac{1}{8} \cdot \rho_{\text{Fe}} \cdot V_2 \cdot D_{2\text{a}}^2 = \frac{1}{32} \cdot \rho_{\text{Fe}} \cdot l_{\text{ax}} \cdot \pi \cdot D_{2\text{a}}^4. \quad (3.74)$$

Die Dichte des Elektroblechs kann Herstellerdatenblättern entnommen werden und beträgt für das beim Funktionsmusterbau verwendete *M270-50A* 7650 kg/m^3 [EMT17]. Damit ergibt sich für die in Kapitel 8 ausgelegten Funktionsmuster ein Wert von $J_{\text{W}} = 0,0178 \text{ kg m}^2$. Dieser Wert stimmt sehr gut mit den per CAD ermittelten Werten der Funktionsmusterrotoren überein und wird daher den Simulationen zugrunde gelegt.

4 Thermische Modellierung

In einem elektrischen Motor treten neben der Konvertierung von elektrischer in mechanische Energie auch unerwünschte Energieumwandlungen von elektrischer Energie in Wärme auf. Die daraus resultierende Temperaturerhöhung innerhalb des Motors beeinflusst das elektromagnetische Betriebsverhalten, da die OHM'schen Widerstände sowie die Remanenz der Magnete im Allgemeinen temperaturabhängig sind.

Im Falle eines oberflächengekühlten, mit Kühlrippen versehenen Motors mit auf der Welle montiertem Lüfterrad muss die Übertemperatur als Funktion der Verluste sowie der drehzahlabhängigen Wärmeabgabe an die Umgebung berechnet werden. Hierzu ist es zunächst notwendig, die an der Erwärmung beteiligten Verlustarten sowie den Weg der Wärmeströme innerhalb des Motors zu identifizieren.

4.1 Prämissen der Modellierung

Im Nachfolgenden wird stets davon ausgegangen, dass die Erwärmung der Aktivteilkomponenten durch einen mittleren Übertemperaturwert ϑ_w in Verbindung mit der Umgebungstemperatur T_U ausreichend genau charakterisiert werden kann^[1]. Die resultierende Wicklungstemperatur T_w beträgt dann

$$T_w = \vartheta_w + T_U . \quad (4.1)$$

Werden axiale Ausbreitungswege (beispielsweise durch die Welle) vernachlässigt, so kann Abbildung 4.1 als Ausgangspunkt der Modellierung geschlossener, außengekühlter Motoren herangezogen werden. Sie zeigt alle an der Erwärmung eines PMLS-Motors beteiligten Verlustarten sowie ihre radialen Ausbreitungswege zur Außenseite des Gehäuses. Zur Modellierung des Motors als thermisches Widerstandsnetzwerk wird davon ausgegangen, dass die Wärmeflussverteilung innerhalb eines Widerstands homogen ist. Des Weiteren wird sich auf die Betrachtung des thermisch eingeschwungenen, stationären Zustandes beschränkt, weshalb die Wärmekapazitäten keinen Einfluss haben.

^[1]In der Realität hingegen ist beispielsweise die Temperatur des Wickelkopfs im Allgemeinen höher als innerhalb des Blechpakets, da die hier entstehende Wärme schlechter abgeführt wird.

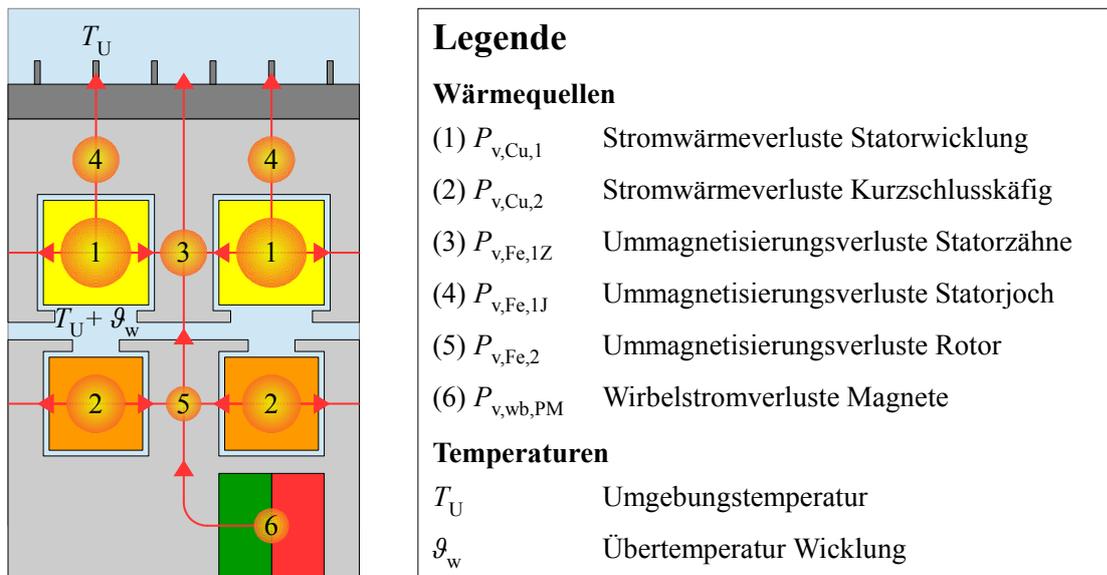


Abbildung 4.1: Wärmeverlustquellen eines PMLS-Motors

4.2 Wärmewiderstandsnetzwerke

Soll auf den zeitaufwendigen Einsatz eines FEM-basierten thermischen Simulationsmodells verzichtet werden, stellen thermische Netzwerke mit diskreten Elementen die erste Wahl dar. Diese im englischsprachigen Raum als „lumped parameter thermal network“ bezeichneten Netzwerke können je nach gewünschter Modellierungstiefe räumlich ein- [Bur11], zwei- [AGK16; Kip08] oder dreidimensional [WZC14] aufgebaut sein.

Thermische Netzwerke elektrischer Maschinen werden in der Regel mittels Wärmequellen, Temperaturen, Wärmewiderständen sowie Wärmekapazitäten dargestellt, welche als thermische Analogien zu den elektrischen Ersatzschaltbildelementen Stromquelle, elektrisches Potential, OHM'scher Widerstand sowie elektrische Kapazität aufgefasst werden können. Im stationären Fall entfällt die Betrachtung der Wärmekapazitäten.

4.2.1 Netzwerktopologie

Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 4.1 formulierten Randbedingungen der Modellierung kann für eine Drehfeldmaschine mit Käfigläufer das in Abbildung 4.2 gezeigte Netzwerk genutzt werden. Neben den Elementen des Widerstandsnetzwerkes ist darin auch qualitativ der Verlauf der Übertemperatur in den einzelnen Netzwerkelementen aufgetragen. Die zur Parameterberechnung notwendigen geometrischen Größen werden ebenfalls in der Abbildung definiert.

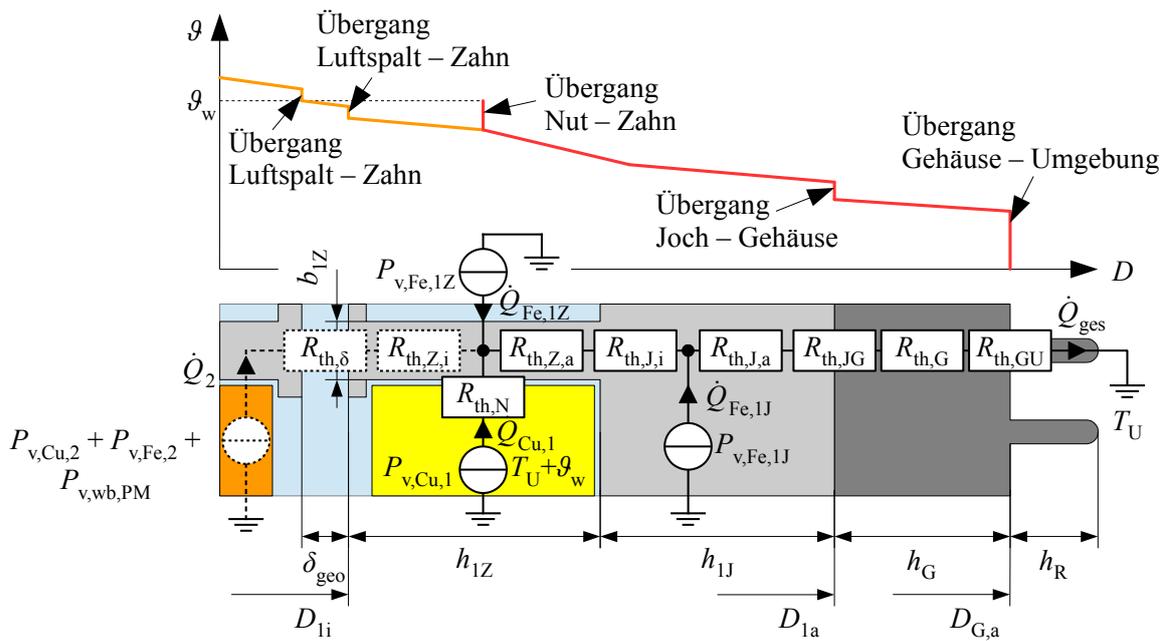


Abbildung 4.2: Eindimensionales thermisches Netzwerk einer Drehfeldmaschine mit Käfigläufer

Soll der spezielle Fall eines im stationären synchronen Betrieb befindlichen PMLS-Motors betrachtet werden, können die Rotorstabverluste $P_{v,Cu,2}$ und die Rotorummagnetisierungsverluste $P_{v,Fe,2}$ von der Betrachtung exkludiert werden. Aufgrund des hohen elektrischen Widerstands der Ferrite ist weiterhin die Vernachlässigung der Wirbelstromverluste $P_{v,wb,PM}$ zulässig. Aus dem Energieerhaltungssatz folgt im thermisch eingeschwungenen Zustand

$$P_v = \dot{Q}. \quad (4.2)$$

Im Rahmen der nachfolgenden Analyse stellt ϑ_w die gesuchte Größe dar, während die einzelnen Verluste $P_{v,Cu,1}$ (Statorkupferverluste), $P_{v,Fe,1Z}$ (Ummagnetisierungsverluste in den Statorzähnen) sowie $P_{v,Fe,1J}$ (Ummagnetisierungsverluste im Statorjoch) als aus der elektromagnetischen Berechnung bekannt vorausgesetzt werden. Zur Bestimmung der gesuchten Größe wird die thermische Spannungsmasche aufgestellt und die Wärmeströme gemäß Beziehung (4.2) direkt durch die korrespondierenden Verluste ausgedrückt.

$$\begin{aligned} \vartheta_w = & P_{v,Cu,1} \cdot R_{th,N} + (P_{v,Cu,1} + P_{v,Fe,Z}) \cdot (R_{th,Z,a} + R_{th,J,i}) \\ & + (P_{v,Cu,1} + P_{v,Fe,Z} + P_{v,Fe,J}) \cdot (R_{th,J,a} + R_{th,JG} + R_{th,G} + R_{th,GU}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Mit Ausnahme des Gehäuseübergangswiderstands $R_{th,GU}$, dessen komplexe Berechnung gesondert in Anhang A.3 betrachtet wird, können die einzelnen Widerstände wie nachfolgend diskutiert aus den geometrischen Abmessungen und Werkstoffkenngrößen hergeleitet werden.

4.2.2 Wärmeleitfähigkeit und Wärmeübergangszahl

Die Wärmeleitfähigkeit λ repräsentiert in Analogie zur elektrischen Leitfähigkeit κ sowie zur magnetischen Permeabilität μ die Fähigkeit eines Materials, Wärme zu übertragen. Der thermische Widerstand R_{th} eines quaderförmigen Elementes der Länge l und der Fläche A berechnet sich bei Annahme einer homogenen Wärmestromverteilung zu

$$R_{\text{th}} = \frac{l}{A \cdot \lambda(T)} . \quad (4.4)$$

Zur Berechnung der thermischen Widerstände des vorliegenden Ersatznetzwerks wird die Wärmeleitfähigkeit des beim Funktionsmusterbau verwendeten, hochlegierten Elektroblechs und die des Gussgehäuses benötigt, wobei die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeiten vernachlässigt wird. G. GOTTER hat in [Got54] entsprechende Werte für im Elektromaschinenbau häufig verwendete Materialien gemäß Tabelle 4.1 zusammengetragen; im Fall der Elektrobleche ist die Wärmeleitfähigkeit in radialer Richtung unter Berücksichtigung der Isolationschichten angegeben. Es sei erwähnt, dass die Schichtung der Bleche in λ_{Fe} berücksichtigt ist.

Tabelle 4.1: Relevante Wärmeleitfähigkeiten nach [Got54]

Bezeichnung	Formelzeichen	Wert / W/(mK)
Hochlegiertes Elektroblech	λ_{Fe}	20
Gusseisen des Gehäuses	λ_{G}	62

Die Wärmeübergangszahl α (nicht zu verwechseln mit dem Temperaturkoeffizienten!) quantifiziert den Temperaturabfall, der an der Grenzfläche A zweier Medien infolge eines konstanten Wärmestroms vom ersten auf das zweite Medium auftritt. Im betrachteten Netzwerk ist bezogen auf die Art des Energietransports^[2] sowohl der Übergang zwischen Wärmeleitung und Wärmeleitung (Wicklungskupfer \rightarrow Blechpaket sowie Blechpaket \rightarrow Gehäuse) als auch zwischen Wärmeleitung und Strahlung sowie natürlicher und erzwungener Konvektion (Gehäuse \rightarrow Umgebung) zu beobachten. Der äquivalente thermische Widerstand berechnet sich zu

$$R_{\text{th}} = (A \cdot \alpha)^{-1} . \quad (4.5)$$

^[2]Eine ausführliche Beschreibung der drei möglichen Energietransportarten Wärmeleitung, -strahlung sowie -konvektion kann der einschlägigen Literatur, beispielsweise [BS16] entnommen werden.

4.3 Ermittlung der thermischen Widerstände

4.3.1 Nutübergangswiderstand

Der Wärmeübergang vom Wicklungskupfer ins Ständereisen entzieht sich einer geschlossenen analytischen Berechnung. Zum einen kann der Einfluss des bei kleineren Maschinen üblichen Tränkens der Wicklung in Harz nur unzureichend abgebildet werden, da beispielsweise die Lunkerbildung nicht berücksichtigt werden kann. Darüber hinaus liegen in der Nutmitte ganz andere Entwärmungsverhältnisse als am Nutrand vor. Die Berücksichtigung des Isolationspapiers muss in der Regel ebenfalls mittels empirischer Erfahrungswerte erfolgen [Got54].

Aus diesem Grund wird wie in [Bur11] beschrieben der Nutumfang l_{1N} als maßgebliche geometrische Einflussgröße herangezogen. Wird die Nut näherungsweise als Trapez gemäß Anhang A.1.1 aufgefasst, so ergibt sich mit den in Abbildung A.1 definierten Geometrie Größen und der Zahnhöhe $h_{1Z} = h_{1N,a} + h_{1N,m} + h_{1N,i}$:

$$l_{1N} = b'_{1N,i} + b'_{1N,a} - b_{1s} + 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{b'_{1N,i} - b'_{1N,a}}{2}\right)^2 + h_{1Z}^2}. \quad (4.6)$$

Der Nutübergangswiderstand lässt sich damit wie folgt definieren:

$$R_{th,N} = \frac{1}{\alpha_{1N} \cdot l_{1N} \cdot l_{ax} \cdot N_1}. \quad (4.7)$$

Die Wärmeübergangszahl des Nutübergangs wird mit Hilfe der in [Ret16] vorgestellten, empirischen Formel (4.8) bestimmt. Unter d_{iso} ist der mittlere Drahtdurchmesser eines Leiters unter Berücksichtigung der Isolationsschicht zu verstehen, während mit z_{Draht} die Anzahl der Drähte pro Leiter bezeichnet wird. Das Produkt $z_{1N} \cdot z_{Draht}$ entspricht daher der Anzahl der Drähte pro Nut.

$$\alpha_{1N} = \frac{d_{iso}^2 \cdot z_{1N} \cdot z_{Draht}}{A_N} \cdot 200 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}) - 30 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}) \quad (4.8)$$

4.3.2 Zahnwiderstand

Bei der Berechnung des Zahnwiderstands kann die Tatsache ausgenutzt werden, dass die Zähne des Funktionsmusters parallelfkig sind und somit als Quader gemäß Gleichung (4.4) betrachtet werden können. Unter der Annahme, dass die Wärmeströme auf halber Zahnhöhe eingespeist werden, folgt mit der Zahnhöhe h_{1Z} und der Zahnbreite b_{1Z} der Ausdruck

$$R_{th,Z,i} = R_{th,Z,a} = \frac{h_{1Z}}{2 \cdot N_1 \cdot b_{1Z} \cdot l_{ax} \cdot \lambda_{Fe}}. \quad (4.9)$$

4.3.3 Jochwiderstand

Das Statorjoch wird als radial durchströmter Hohlzylinder angenähert. Nach [BW15] setzt ein homogener, an den Kopfenden thermisch isolierter Hohlzylinder einem von der Innen- auf die Außenfläche fließenden Wärmestrom folgenden Widerstand entgegen:

$$R_{\text{th}} = \frac{\ln(D_a) - \ln(D_i)}{2 \cdot \pi \cdot l_{\text{ax}} \cdot \lambda} . \quad (4.10)$$

Unter Annahme eines mittigen Verlusteintrags $P_{v,Fe,1J}$ ergeben sich für die Statorjochwiderstände damit die nachfolgenden Beziehungen.

$$R_{\text{th},J,i} = \frac{\ln(D_{1a} - h_{1J}) - \ln(D_{1a} - 2 \cdot h_{1J})}{2 \cdot \pi \cdot l_{\text{ax}} \cdot \lambda_{\text{Fe}}} \quad (4.11)$$

$$R_{\text{th},J,a} = \frac{\ln(D_{1a}) - \ln(D_{1a} - h_{1J})}{2 \cdot \pi \cdot l_{\text{ax}} \cdot \lambda_{\text{Fe}}} \quad (4.12)$$

4.3.4 Jochübergangswiderstand

Der Jochübergangswiderstand berechnet sich mit Gleichung (4.5) und der Zylindermantelfläche des Statorblechpakets zu

$$R_{\text{th},JG} = (\pi \cdot D_{1a} \cdot l_{\text{ax}} \cdot \alpha_{JG})^{-1} . \quad (4.13)$$

Für die Wärmeübergangszahl Blechpaket \rightarrow Gehäuse gibt W. RIEXINGER in [Rie69] folgende Anhaltswerte: $\alpha_{JG} = 0,05 \cdot 10^4 \dots 0,4 \cdot 10^4 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K})$. Für die nachfolgenden Berechnungen wird α_{JG} zu $0,2 \cdot 10^4 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K})$ angenommen.

4.3.5 Gehäusewiderstand

Der Gehäusewiderstand wird analog zum Jochwiderstand ermittelt.

$$R_{\text{th},G} = \frac{\ln(D_{G,a}) - \ln(D_{1a})}{2 \cdot \pi \cdot l_{\text{ax}} \cdot \lambda_G} \quad (4.14)$$

4.3.6 Gehäuseübergangswiderstand

Zur Berechnung des Übergangswiderstands $R_{\text{th},GU}$ wird in dieser Arbeit auf die in [Rie69] vorgestellte Methode zurückgegriffen. Diese kann in die Berechnung des vom Lüfterrad geförderten Luftstroms (Anhang A.2) und in die Berechnung der davon abhängigen Wärmeübergangszahl des Gehäuses (Anhang A.3) unterteilt werden. Die daraus resultierende Beziehung $R_{\text{th},GU}(n)$ kann mit der Exponentialfunktion (4.15) angenähert werden.

$$R_{\text{th},GU}(n) \approx 0,33 \text{ K/W} \cdot e^{-1,65s \cdot n} + 0,10 \text{ K/W} \cdot e^{-0,04s \cdot n} \quad (4.15)$$

5 Analytische Simulation des stationären Betriebsverhaltens

Durch Simulation des Stationärbetriebs kann das Verhalten des Motors bei zeitlich konstanten Betriebsbedingungen ermittelt werden. Im Fokus steht die Ermittlung des Wirkungsgrades und des Leistungsfaktors bei einer vorgegebenen Last im spannungseingeprägten Betrieb. Hierzu ist mit Hilfe der Spannungsgleichungen und unter Berücksichtigung der Wicklungstemperatur sowie der induzierten Spannungen der Ständerstrom zu ermitteln, der zu einem inneren Drehmoment M_{ip} führt. Dieses muss abzüglich der Verlustdrehmomente M_v dem stationären Lastdrehmoment M_L entsprechen.

Für die praxisgerechte Simulation ist es wünschenswert, das Lastdrehmoment vorgeben zu können. Daraus resultiert die Forderung nach einem iterativen Algorithmus, der für ein gegebenes Lastdrehmoment das passende Wellendrehmoment $M_W = M_L$ berechnet. Diese Vorgehensweise entspricht der Variation des Polradwinkels β_p . Bei der quantitativen Berechnung ist die nichtlineare magnetische Leitfähigkeit des Elektroblechs zu berücksichtigen. Des Weiteren muss auch der Einfluss der Motorerwärmung aufgrund der Verluste betrachtet werden. Insgesamt entspricht die skizzierte Aufgabenstellung einem Optimierungsproblem, welches aus der Spannungsgleichung (3.26), der Drehmomentbilanz (3.34) sowie der thermischen Gleichung (4.3) besteht.

Zur Lösung dieses Optimierungsproblems wird ein zweistufiger Algorithmus angesetzt, dessen grundsätzlicher Aufbau [Hau16] entnommen wurde. Die innere Stufe, im Folgenden als Magnetkreisberechnung bezeichnet, dient zur Berechnung des inneren Drehmoments sowie der induzierten Spannungen bei vorgegebenem Bestromungszustand und Wicklungsübertemperatur. Die äußere Stufe, auch Arbeitspunktberechnung genannt, ist für die Suche des passenden Bestromungszustands unter Berücksichtigung der Spannungsgleichungen sowie für die Erfüllung der thermischen Zustandsgleichung verantwortlich. Wie Abbildung 5.1 entnommen werden kann, entspricht der beschriebene Algorithmus somit einer kaskadierten Regelung. Als Führungsgrößen des äußeren Regelkreises dienen das Lastdrehmoment M_L sowie die Strangspannung in Real- (diese entspricht $U_{1, \text{str}}$) beziehungsweise Imaginärachse (diese wird zu null gesetzt). Durch jeweilige Subtraktion des Wellendrehmoments M_W sowie des maschinenin-

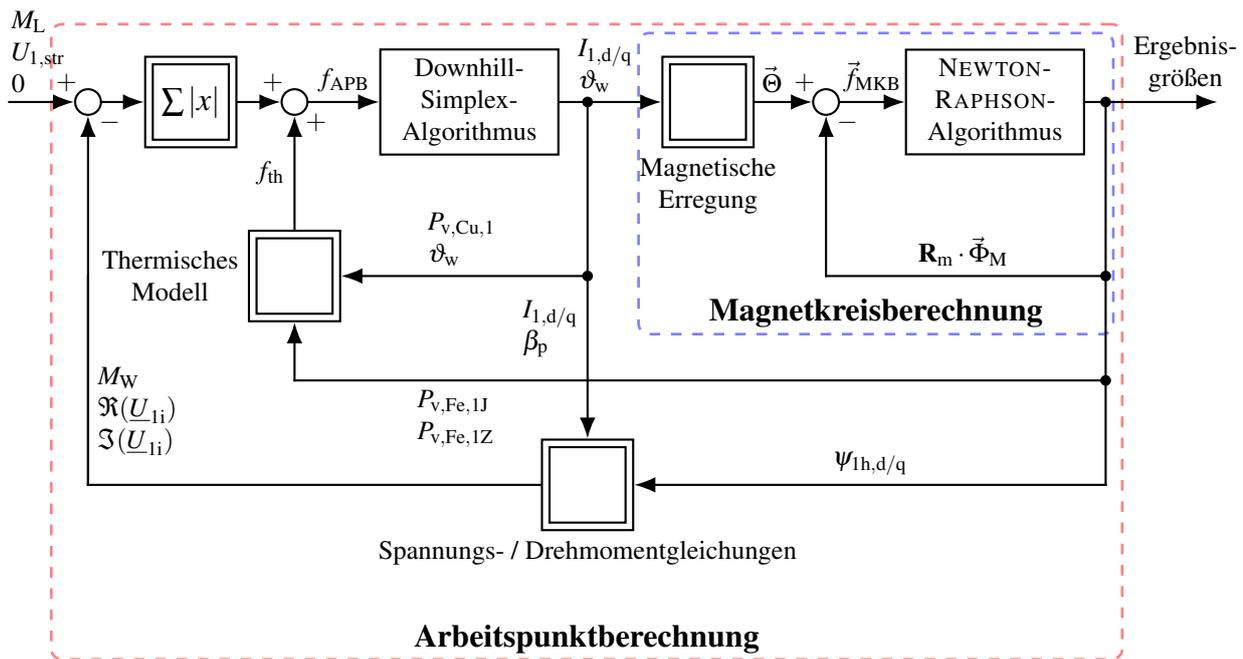


Abbildung 5.1: Zweistufiger Optimierungsalgorithmus zur Ermittlung der stationären Betriebsgrößen bei Vorgabe des Lastdrehmoments M_L und der Klemmenspannung U_1

ternen Spannungsabfalls in Real- $\Re(U_{1i})$ und Imaginärteil $\Im(U_{1i})$ werden die Regeldifferenzen bestimmt. Diese werden zu einer Gesamregeldifferenz zusammengefasst, welche zusätzlich noch um den Temperaturfehler f_{th} zum Fehler f_{APB} ergänzt wird. Der Temperaturfehler bestimmt sich dabei aus der Betragsdifferenz des zur Berechnung angenommenen Wertes ϑ_w und dem Ergebnis des thermischen Modells. Mit den Regeln des Downhill-Simplex-Verfahrens wird im Block „Arbeitspunktberechnung“ der Fehlerwert f_{APB} bewertet und zur Bildung eines vierdimensionalen Wertetupels mit den Komponenten $I_{1,d/q}$, β_p und ϑ_w herangezogen. Diese Werte werden zur Berechnung des magnetischen Durchflutungsvektors $\vec{\Theta}$ genutzt. Der Block „Magnetkreisberechnung“ ermittelt unter Berücksichtigung der nichtlinearen Eisensättigung eine magnetische Widerstandsmatrix \mathbf{R}_m sowie einen magnetischen Maschenflussvektor $\vec{\Phi}_M$, welche miteinander multipliziert $\vec{\Theta}$ abzüglich des „auszuregelnden“ Fehlers f_{MKB} entsprechen. Die nachfolgenden Ausführungen zur Magnetkreisberechnung basieren wesentlich auf den Vorarbeiten [Hau16; Ret16].

Auf Basis des gegebenen Wertetupels kann mit den so ermittelten magnetischen Flüssen durch Nutzung des elektromagnetischen (Kapitel 3) und des thermischen Modells (Kapitel 4) der neue Regelfehler f_{APB} errechnet werden, welcher als Ausgangspunkt der nächsten Iteration dient. Ist der Regelfehler hinreichend klein, so ist der stationäre Zustand (näherungsweise) gefunden.

5.1 Prämissen der Modellierung

Die Magnetkreismodellierung erfolgt über ein magnetisches Widerstandsnetzwerk, was die Annahme einer homogenen Flussverteilung innerhalb eines Widerstands bedingt. Zur Beschränkung der Netzwerkkomplexität wird von einer reinen Radialflussmaschine ausgegangen. Der Einfluss von Krümmungen wird vernachlässigt, sodass sämtliche Widerstände durch quaderförmige Elemente abgebildet werden können.

Da das Ziel der Modellierung die Bestimmung der Hauptflussverkettungen im Grundwellenmodell ist, ist eine Betrachtung des Grundfeldes ausreichend, welches im stationären Fall bezogen auf das d-q-0-Koordinatensystem zeitlich konstant ist. Mit Ausnahme der Streustege ⑧ werden sämtliche Ausbreitungswege der in Kapitel 3.4.3 diskutierten Streuflüsse vernachlässigt. Abschließend sei darauf hingewiesen, dass die Permeabilitäten als temperaturunabhängig angesehen werden.

5.2 Magnetkreisberechnung

Zur Drehmomentberechnung gemäß Gleichung (3.33a) sowie zur Lösung der Spannungsgleichung (3.26) werden die Hauptflussverkettungen $\psi_{1h,d/q}$ benötigt. Hierzu muss der magnetische Zustand des Motors charakterisiert werden. Dies geschieht über die Approximation des magnetischen Kreises durch ein Netzwerk, welches aus magnetischen Widerständen sowie magnetischen Spannungsquellen zusammengesetzt ist.

Jeder Netzwerkzweig besitzt genau ein Widerstandselement R_m , einen magnetischen Zweigfluss Φ_E sowie gegebenenfalls eine magnetische Spannungsquelle Θ . Der Aufbau eines Netzwerkzweiges ist in Abbildung 5.2 beispielhaft anhand zweier gegenüberstehender Zähne von Stator und Rotor dargestellt.

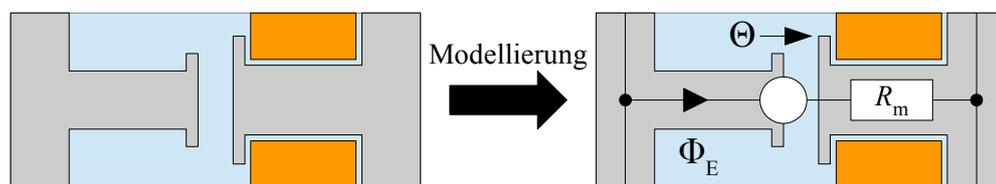


Abbildung 5.2: Modellierung eines magnetischen Zweiges am Beispiel eines Stator-Rotor-Zahnpaars

Unter Berücksichtigung der Materialeigenschaften, insbesondere des Ferromagnetismus des Elektroblechs, kann das jeweilige Widerstandselement aus geometrischen Überlegungen hergeleitet werden. Die magnetischen Spannungsquellen resultieren zum einen aus der PM-Durchflutung, zum anderen auch aus dem Strombelag der Ständerwicklung. Mit Kenntnis der magnetischen Widerstände und Spannungsquellen kann ein Gleichungssystem aufgestellt werden, welches unter Verwendung eines geeigneten Algorithmus numerisch zu lösen ist.

5.2.1 Transformation der Statorgeometrie

Bei der Aufstellung eines magnetischen Ersatznetzwerkes muss die Drehung des Rotors gegenüber dem Stator berücksichtigt werden. Diese führt zu einer ständigen Änderung der Überlappungen zwischen Stator- und Rotorzähnen, was die Modellierung verkompliziert. Zur Vereinfachung dieses Problems wird in [Hau16; Ret16] die Idee eines „rotierenden Stators“ etabliert, welcher mit dem Rotor umläuft und somit eine stationäre, vom aktuellen Rotorlagewinkel unabhängige Betrachtung des magnetischen Kreises ermöglicht.

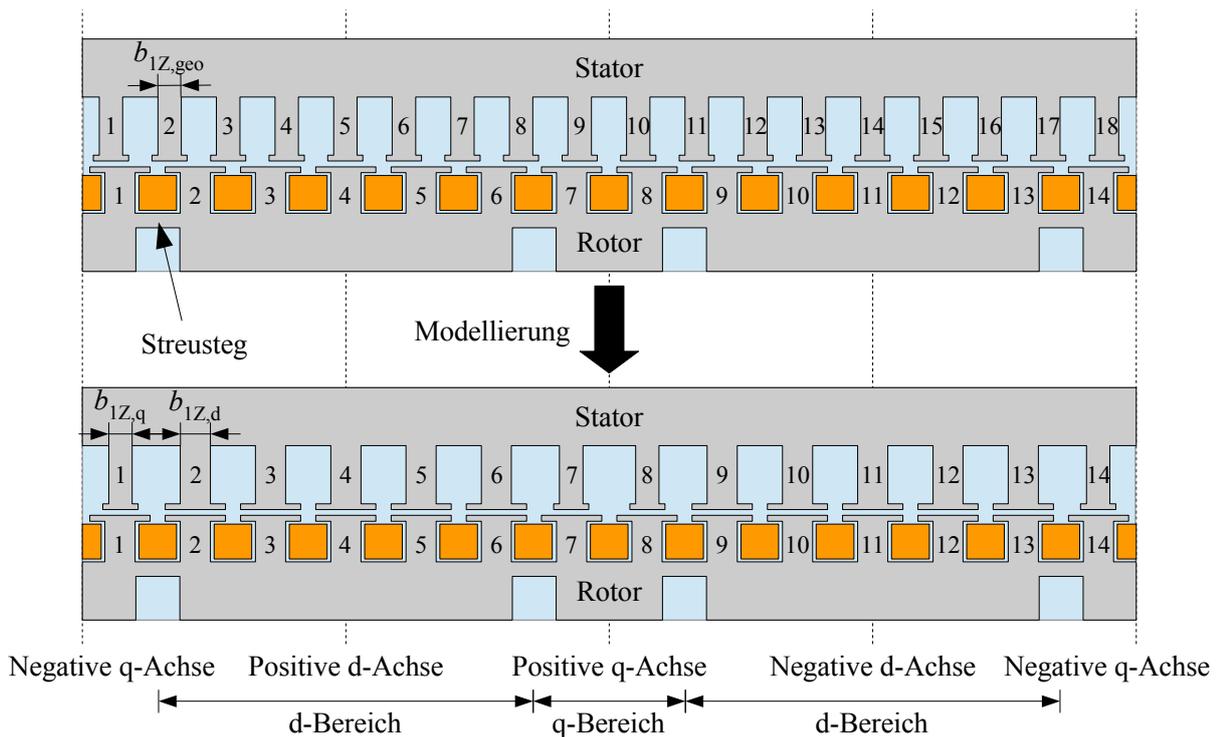


Abbildung 5.3: Transformation der Stator- auf die Rotorzahnanzahl am Beispiel des Polpaares einer vierpoligen Maschine mit $N_1 = 36$, $N_2 = 28$

Hierzu werden die Statorzähne unter Beibehaltung der flussführenden Gesamtfläche so angepasst, dass jedem Läuferzahn ein fiktiver, mit dem Rotor umlaufender Statorzahn gegenübersteht. Dabei wird der nun „mitdrehende“ Stator gemäß Abbildung 5.3 anhand der

Streustege des Rotors in d- und q-Bereiche aufgeteilt und die Zahnbreite je nach Bereichszugehörigkeit angepasst. Im gezeigten Beispiel gehören etwa die Zähne Nummer 1, 7, 8 und 14 zum q-Bereich, die restlichen Zähne zum d-Bereich.

Da der Fluss in der q-Achse im interessierenden Betriebsbereich für die Drehmomentbildung maßgeblich ist, wird die Breite der Zähne im q-Bereich $b_{1Z,q}$ gleich der realen Zahnbreite $b_{1Z,geo}$ gesetzt. Unter Berücksichtigung der Randbedingung, dass die gesamte flussführende Fläche des Statorzahnbereichs vor und nach der Transformation identisch sein soll, ergibt sich die Beziehung (5.1) für die fiktive Zahnbreite $b_{1Z,d}$ der Zähne im d-Bereich.

$$b_{1Z,d} = \frac{N_1 - z_{Z,q} \cdot p}{N_2 - z_{Z,q} \cdot p} \cdot b_{1Z,geo} \quad (5.1)$$

Die Zahl $z_{Z,q}$ bezeichnet dabei die Anzahl der Zähne in der q-Achse pro Polpaar in der fiktiven Statorgeometrie und beträgt im gezeigten Beispiel 4. Zwischen ihr und der Zahnanzahl in der d-Achse $z_{Z,d}$ besteht der Zusammenhang (5.2).

$$N_1 = p \cdot (z_{Z,d} + z_{Z,q}) \quad (5.2)$$

Neben der Vereinfachung des magnetischen Ersatznetzwerkes besitzt die Transformation der realen Statorgeometrie auf eine rotierende, fiktive Geometrie außerdem den Vorteil, dass die magnetischen Spannungsquellen ebenfalls als rotierend aufgefasst werden können. Im stationären synchronen Betrieb läuft der Effektivwertstromzeiger \underline{I}_1 und damit auch die von ihm erzeugte magnetische Spannung mit der Geschwindigkeit ω_1 um.

Wird sich nun beim magnetischen Ersatznetzwerk auf die Modellierung eines Polpaares beschränkt, so kann selbiges als zweipolige Maschine aufgefasst werden. Die tatsächliche Polpaarzahl wird bei der Drehmomentberechnung nach Gleichung (3.33a) durch den Faktor p berücksichtigt. In Vorgriff auf Abschnitt 5.2.4 folgt daraus, dass bezüglich des umlaufenden d-q-0-Koordinatensystems die magnetischen Spannungsquellen der fiktiven Statorzähne einen zeitlich konstanten Wert besitzen.

5.2.2 Magnetische Ersatzwiderstände

Definition

Zur Berechnung der magnetischen Widerstände werden diese als quaderförmige Elemente der Grundfläche A und der Höhe h gemäß Abbildung 5.4 angenähert, welche von einem homogen verteilten magnetischen Fluss Φ durchflossen werden.

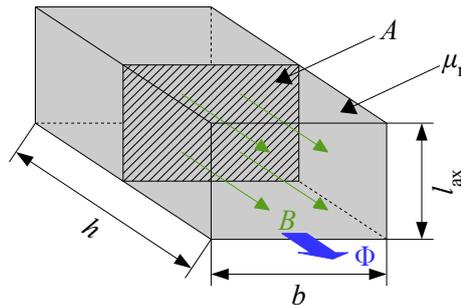


Abbildung 5.4: Zur Definition des magnetischen Widerstands

Analog zur Ermittlung des elektrischen Widerstands eines solchen quaderförmigen Elementes kann auch der magnetische Widerstand aus den Geometriedaten sowie der magnetischen Leitfähigkeit beziehungsweise Permeabilität μ ermittelt werden.

$$R_m = \frac{h}{A \cdot \mu} \quad (5.3)$$

Die skalare magnetische Flussdichte B innerhalb des Widerstandselementes ist dem magnetischen Fluss gleichgerichtet und berechnet sich unter Berücksichtigung der Modellierungsprämissen in Abschnitt 5.1 wie folgt:

$$B = \frac{\Phi}{A} . \quad (5.4)$$

Berechnungsbeispiel

Die konkrete Berechnung eines magnetischen Zweigwiderstandes wird nachfolgend anhand des Zweiges Statorzahn – Luftspalt – Rotorzahn demonstriert. Im Vorgriff auf die in Kapitel 8.6.1 vorgestellten Netzwerke der Funktionsmuster sei angemerkt, dass damit die Berechnung der Netzwerkwiderstände $R_{m,1}$ bis $R_{m,14}$ abgedeckt ist. Für die Berechnung der übrigen Zweigwiderstände sei auf Anhang A.4 verwiesen.

Die notwendigen geometrischen Abmessungen für den interessierenden Zweigwiderstand sind Abbildung 5.5 zu entnehmen. Die Breite der Statorzähne kann gemäß Formel (5.1) ermittelt

werden, während die restliche Zahngeometrie direkt aus dem physikalischen Aufbau des Motors folgt. Die Breite des Luftspaltwiderstands wird als mittlerer Umfang des geometrischen Luftspaltes $\pi \cdot (D_{1i} - \delta_{\text{geo}})$ bezogen auf die Rotornutzzahl N_2 angenähert.

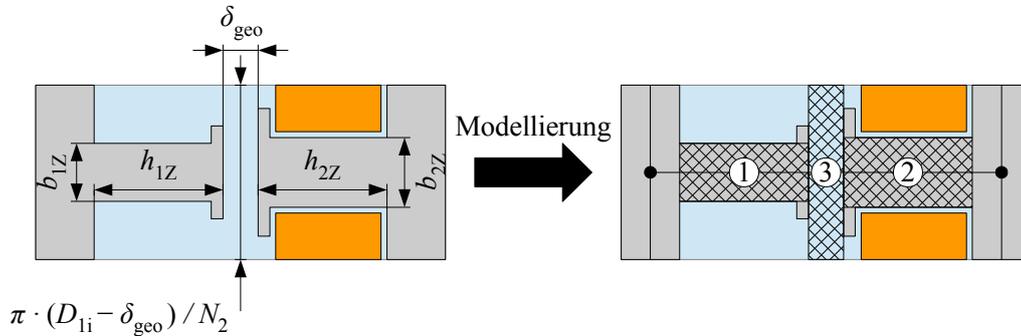


Abbildung 5.5: Benötigte geometrische Abmessungen zur Berechnung des resultierenden Zweigwiderstands

Somit setzt sich R_m aus drei Einzelwiderständen zusammen: Dem Statorzahnwiderstand ①, dem Rotorzahnwiderstand ② sowie dem Luftspaltwiderstand ③. Bei der Bestimmung des Luftspaltwiderstandes ist als Besonderheit die beidseitige Nutung von Stator und Rotor zu berücksichtigen. Im Bereich der Nutöffnungen ist der magnetische Widerstand des Luftspaltes deutlich größer, weshalb der magnetische Fluss seitlich zu den Zahnflanken ausweicht. Zur Vereinfachung der Betrachtungen soll zunächst nur die in Abbildung 5.6 gezeigte, einseitig genutete Luftspaltgeometrie diskutiert werden.

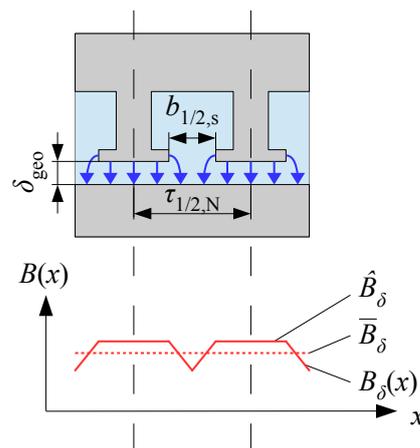


Abbildung 5.6: Einbruch der Luftspaltinduktion $B_\delta(x)$ aufgrund der Nutung und Übergang auf die mittlere Luftspaltinduktion \bar{B}_δ

Aufgrund des höheren magnetischen Widerstands im Nutöffnungsbereich wird der lokale magnetische Fluss und damit auch die dortige Flussdichte $B_\delta(x)$ kleiner als die Flussdichte unter

den Zähnen sein. Dadurch sinkt der mittlere Wert der Luftspaltinduktion \overline{B}_δ gegenüber dem Maximum \hat{B}_δ ab. Das Verhältnis zwischen der maximalen Flussdichte und dem Mittelwert wird als CARTER-Faktor k_c bezeichnet. Er kann nach [MVP08] mit Hilfe der Nutteilung $\tau_{1/2,N}$ und der Nutschlitzbreite $b_{1/2,s}$ angenähert werden.

$$k_{c,1/2} = \frac{\hat{B}_\delta}{\overline{B}_\delta} \approx \frac{\tau_{1/2,N}}{\tau_{1/2,N} - \frac{b_{1/2,s}}{1+5\left(\frac{\delta_{\text{geo}}}{b_{1/2,s}}\right)}} \quad (5.5)$$

Die Nutteilung bestimmt sich mit Kenntnis des jeweiligen Blechpaketdurchmessers und der Nutzahl gemäß folgenden Formeln.

$$\tau_{1N} = \frac{\pi \cdot D_{1i}}{N_1} \quad (5.6a)$$

$$\tau_{2N} = \frac{\pi \cdot D_{2a}}{N_2} \quad (5.6b)$$

Die Verringerung der mittleren magnetischen Flussdichte durch den CARTER-Faktor kann analog als eine proportionale Vergrößerung der magnetischen Luftspaltwiderstände aufgefasst werden. Für eine beidseitige Nutung vergrößert sich dementsprechend der magnetisch wirksame Luftspalt δ'' wie folgt:

$$\delta'' = \delta_{\text{geo}} \cdot k_{c,1} \cdot k_{c,2} . \quad (5.7)$$

Für eine Maschine der axialen Länge l_{ax} ergibt sich damit folgende Widerstandsgleichung:

$$R_m = \frac{h_{1Z}}{b_{1Z} \cdot l_{\text{ax}} \cdot \mu_{\text{Fe},1}(B_1)} + \frac{h_{2Z}}{b_{2Z} \cdot l_{\text{ax}} \cdot \mu_{\text{Fe},2}(B_2)} + \frac{\delta''}{\pi \cdot \left(\frac{D_{1i} - \delta_{\text{geo}}}{N_2}\right) \cdot l_{\text{ax}} \cdot \mu_0} .$$

Die Terme $\mu_{\text{Fe},1/2}(B_{1/2})$ weisen auf die Abhängigkeit der Elektroblech-Permeabilität von der jeweiligen magnetischen Flussdichte innerhalb des Zahns hin. Diese Abhängigkeit besteht grundsätzlich für alle ferromagnetischen Widerstände und wird nachfolgend diskutiert.

5.2.3 Ferromagnetisches Materialverhalten

Das üblicherweise im Elektromaschinenbau verwendete Elektroblech ist ein ferromagnetisches Material, was den in Abbildung 5.7 skizzierten nichtlinearen Zusammenhang zwischen H und B zur Folge hat. Bei paramagnetischen Stoffen wie Luft ist die Permeabilität hingegen bis hin zu sehr großen Feldstärken konstant und geringfügig größer als die magnetische Feldkonstante μ_0 . Der Vollständigkeit halber sei noch der Diamagnetismus erwähnt, bei dem μ geringfügig kleiner als μ_0 ist. [Kne62]

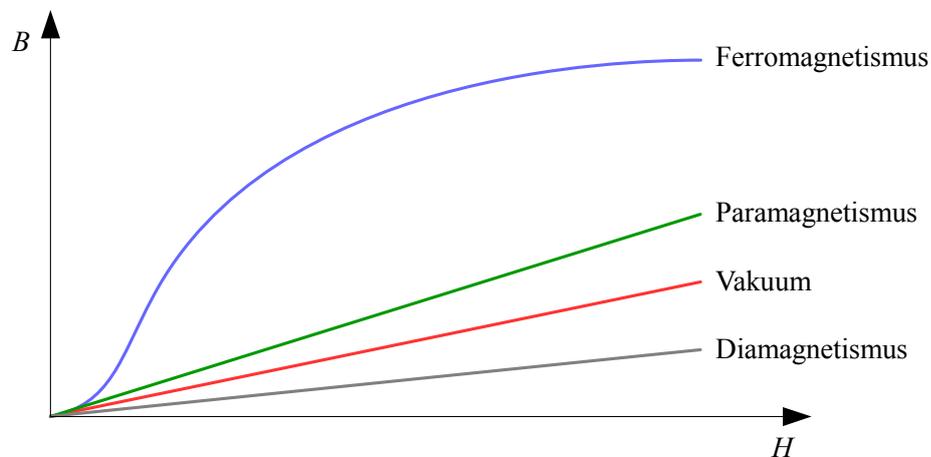


Abbildung 5.7: Prinzipdarstellung der Neumagnetisierungskurve von ferro-, para- und diamagnetischen Materialien

Da die Permeabilität μ den Proportionalitätsfaktor zwischen B und H darstellt, ist die Permeabilität eines ferromagnetischen Materials ebenfalls nichtlinear von B abhängig.

$$B = \mu \cdot H \quad (5.8)$$

Zur Charakterisierung der Materialeigenschaften wird die Permeabilität in die spezifische Permeabilität μ_r und in die magnetische Feldkonstante μ_0 zerlegt.

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 \quad (5.9)$$

Die praxisnahe Bestimmung der spezifischen Elektroblechpermeabilität $\mu_{r,Fe}$ bei einer vorgegebenen magnetischen Flussdichte B erfolgt über die Interpolation von Messdaten. Für die beim Funktionsmusterbau genutzte Elektroblechsorte *M270-50A* werden die in [Thy09] angegebenen Werte mit den Gleichungen (5.8) und (5.9) so umgerechnet, dass sich die in Abbildung 5.8 schwarz eingezeichnete $\mu_{r,Fe}(B)$ -Kennlinie ergibt.

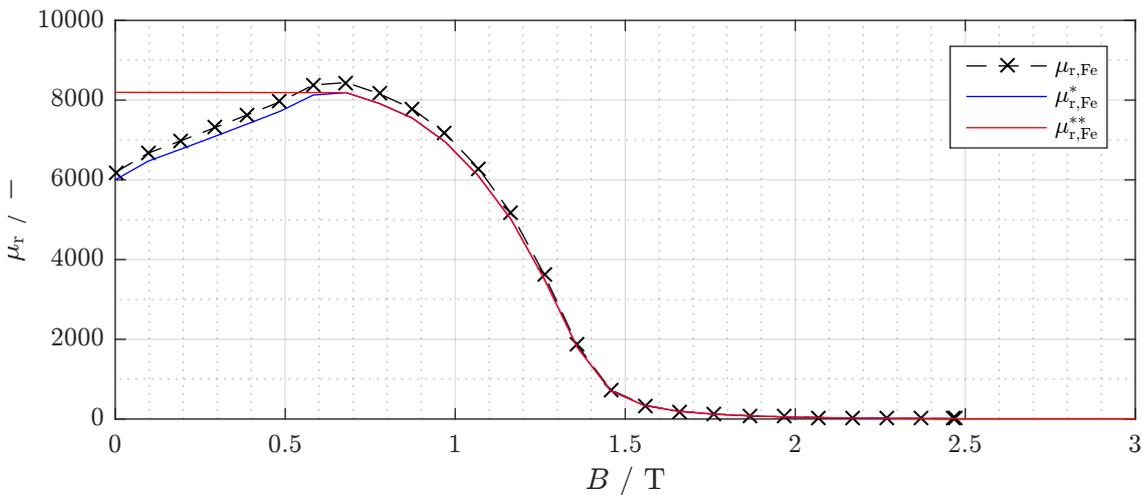


Abbildung 5.8: Spezifische Permeabilität der Elektroblechsorte M270-50A als Funktion der magnetischen Induktion

Zur Berücksichtigung der Isolationsschichten innerhalb des Blechpakets wird die so gewonnene Kennlinie wie in [Hau16] beschrieben radial homogenisiert. Dieses Vorgehen entspricht einer gewichteten Mittelung der spezifischen Permeabilität des Blechs $\mu_{r,Fe}$ und der Isolationsschicht $\mu_{r,iso} \approx 1$ anhand des Stapelfaktors $k_{iso,Fe}$, welcher etwa 97 % beträgt [EGG08].

$$\mu_{r,Fe}^* = k_{iso,Fe} \cdot \mu_{r,Fe} + (1 - k_{Fe}) \cdot \mu_{r,iso} \quad (5.10)$$

Für die Nutzung im Simulationsmodell muss die aus Gleichung (5.10) resultierende blaue Kennlinie $\mu_{r,Fe}^*(B)$ weiter angepasst werden. Zum einen geht aus den Materialdaten nicht hervor, mit welchen Permeabilitäten bei sehr großen Flussdichten (größer 2,5 T) zu rechnen ist. Zwar sind derart hohe Flussdichten in der Praxis irrelevant, jedoch können im Verlauf einer iterativen Rechnung durchaus extrem hohe Werte von B auftreten, welche durch die Kennlinie berücksichtigt werden müssen. Aus diesem Grund wird die Kennlinie derart extrapoliert, dass sie bei einer Flussdichte von 100 T (nicht im Bild) den Wert eins annimmt.

Die zweite notwendige Anpassung betrifft die spezifische Permeabilität bei kleinen magnetischen Flussdichten. Um die Eindeutigkeit der Lösung zu gewährleisten, muss die Permeabilität mit steigender Flussdichte streng monoton abfallen. Daher wird die Kurve im Bereich kleiner Flussdichten entsprechend zur roten Kennlinie $\mu_{r,Fe}^{**}(B)$ abgeändert. In den relevanten Bereichen der Maschine treten im Allgemeinen höhere magnetische Flussdichten auf, sodass diese Modifikation keinen nennenswerten Einfluss auf das Ergebnis hat. Das Konvergenzverhalten wird hierdurch jedoch wesentlich verbessert.

5.2.4 Magnetische Spannungsquellen

Sowohl die Ferritmagnete als auch die Statorwicklungen erzeugen im stationären synchronen Betrieb ein sich überlagerndes Magnetfeld^[1]. Im magnetischen Ersatznetzwerk wird diese Charakteristik in Form von magnetischen Spannungsquellen modelliert.

Durchflutung aufgrund der Magnete

Unter Annahme eines im linearen Kennlinienbereich betriebenen Magneten (siehe Abschnitt 2.3.3) ist dessen Quelldurchflutung Θ_{PM} lediglich von der Magnetgeometrie und der Remanenzinduktion abhängig. Gemäß dem Durchflutungsgesetz bestimmt sich die magnetische Durchflutung Θ aufgrund eines magnetischen Feldes \vec{H} entlang einer geschlossenen Kurve s allgemein zu

$$\Theta = \oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s}. \quad (5.11)$$

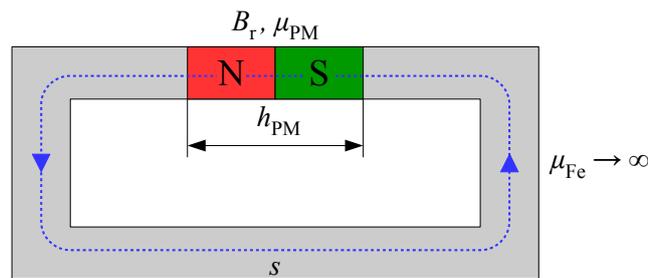


Abbildung 5.9: Herleitung der PM-Durchflutungsquellen

Zur weiterführenden Herleitung sei das in Abbildung 5.9 gezeigte Magnetjoch betrachtet. Das Jocheisen sei als magnetisch supraleitend angenommen ($\mu_{Fe} \rightarrow \infty$), sodass der Weganteil der Kurve über das Joch keinen magnetischen Spannungsabfall nach sich zieht. Lediglich der Weganteil des Magneten h_{PM} muss berücksichtigt werden. Unter Annahme einer gleichmäßigen Feldverteilung innerhalb des Magneten ergibt sich damit

$$\Theta_{PM} = H_{PM} \cdot h_{PM} = \frac{B_r \cdot h_{PM}}{\mu_{PM}}. \quad (5.12)$$

^[1]In der Realität auftretende Rotorströme aufgrund von Oberwellenstreuung werden im Grundwellenmodell vernachlässigt.

Durchflutung aufgrund der Statorwicklungen

Die Statorwicklungen werden als magnetische Spannungsquellen in den Zahnpaarzweigen modelliert. Hierzu wird für das vorgegebene Stromsystem die zugehörige Felderregerkurve durch Integration des Strombelags bestimmt. In [Ret16] wird diese Berechnung ausführlich unter Nutzung umlaufender Wegkoordinaten entlang der Statorbohrung durchgeführt. Für die vorliegende Arbeit wurde eine alternative Darstellung mit Hilfe des Rotorumlaufwinkels^[2] γ_2 gewählt, deren Herleitung in Anhang A.5.1 nachgelesen werden kann. Sie lautet:

$$\Theta_{1p}(\gamma_2) = \hat{\Theta}_{1p} \cdot \cos(\gamma_2 - \gamma_\Theta) \quad (5.13)$$

mit

$$\hat{\Theta}_{1p} = \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot w_1 \cdot \xi_{1p}}{p \cdot \pi} . \quad (5.14)$$

Der Bestromungswinkel γ_Θ wird zwischen der d-Achse und dem durch I_{1d} und I_{1q} definierten Stromzeiger in rotorfesten Koordinaten aufgespannt. Die Herleitung der nachstehenden Definition (5.15) ist in Anhang A.5.2 zu finden.

$$\gamma_\Theta = \begin{cases} \arctan\left(\frac{I_{1d}}{I_{1q}}\right) & \text{für } I_{1d} \leq 0 \\ \arctan\left(\frac{I_{1d}}{I_{1q}}\right) + \pi & \text{für } I_{1d} > 0 \end{cases} \quad (5.15)$$

Bei Nutzung der rotorfesten Statorgeometrie gemäß Abschnitt 5.2.1 ist die Position eines fiktiven Statorzahns in Rotorkoordinaten zeitinvariant, sodass die dazugehörige magnetische Spannungsquelle mit Kenntnis des Zahnpositionswinkels $\gamma_{Z,n}$ direkt berechnet werden kann.

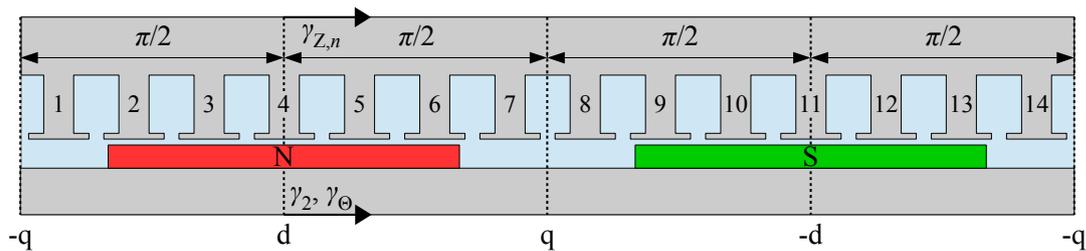


Abbildung 5.10: Definition des Zahnpositionswinkels $\gamma_{Z,n}$

Für die in Abbildung 5.10 gezeigte fiktive Statorgeometrie bestimmt sich der Zahnpositionswinkel eines Zahnes n beispielsweise nach folgender Formel:

$$\gamma_{Z,n} = \frac{n-4}{7} \cdot \pi \quad \text{mit} \quad n = 1, 2, \dots, 14 .$$

^[2]Elektrischer Rotorumlaufwinkel mit Ursprung in der positiven d-Achse, siehe Abbildung 5.10.

5.2.5 Gleichungssystem eines magnetischen Ersatznetzwerkes

In den vorherigen Abschnitten wurde die mathematische Modellierung der Netzwerkbestandteile hergeleitet. Durch eine geeignete Wahl von Netzwerkzweigen und unter Nutzung der transformierten Statorgeometrie kann ein Polpaar magnetisch modelliert werden. Aus dem Durchflutungsgesetz geht hervor, dass die magnetische Quelldurchflutung dem Produkt aus magnetischem Widerstand und magnetischem Fluss entspricht.

$$\Theta = R_m \cdot \Phi \quad (5.16a)$$

$$U = R \cdot I \quad (5.16b)$$

Die Analogie von Gleichung (5.16a) und dem OHM'schen Gesetz (5.16b) legt folgende Interpretation nahe: Die magnetische Quelldurchflutung entspricht der elektrischen Spannung, der magnetische Widerstand dem elektrischen und der magnetische Fluss dem elektrischen Strom. Daher kann zur Netzwerkanalyse das Maschenstromverfahren genutzt werden^[3].

Hierzu muss zunächst ein „vollständiger Baum“ des Netzwerkes aufgestellt werden. Dies geschieht über eine systematische Entfernung von Netzwerkzweigen, bis keine vollständige Masche mehr vorhanden ist. Als Nebenbedingung ist zu beachten, dass sämtliche Knoten des Netzwerkes über den vollständigen Baum miteinander verbunden sein müssen. Die Wahl des Baumes ist willkürlich; eine mögliche Lösung wird in den nachfolgenden Abbildungen blau hinterlegt. Die Anzahl der übrigen „unabhängigen“ Zweige entspricht der Anzahl der aufzustellenden Maschengleichungen und damit der Ordnung des Gleichungssystems. Zwischen der Gleichungssystemordnung o , der Knotenanzahl k und der Gesamtzweiganzahl z besteht folgender Zusammenhang:

$$o = z - k + 1 . \quad (5.17)$$

Die Maschen werden so gewählt, dass sie immer genau einen unabhängigen Zweig und ansonsten nur Baumzweige enthalten. Damit legt die Wahl des Baumes jede Maschengleichung eindeutig fest. In den abgebildeten Netzwerken sind die magnetischen Maschenflüsse Φ_M als grüne Pfeile eingezeichnet. Ihre Richtung kann willkürlich festgelegt werden. Zum Verständnis dieses Vorgangs wird nachfolgend die Analyse des in Abbildung 5.11 gezeigten Beispielnetzwerkes mit Hilfe des Maschenstromverfahrens detailliert durchgeführt.

Zur Aufstellung der Maschengleichungen müssen alle Spannungsabfälle über die Widerstände der Masche berücksichtigt werden. Die durch den jeweiligen Hauptmaschenfluss verursachten Spannungsabfälle werden dabei immer positiv gewertet. Darüber hinaus treten aufgrund der anderen Maschenflüsse weitere Spannungsabfälle über den Widerständen einer Masche auf, die

^[3]Eine ausführliche Erläuterung des Maschenstromverfahrens kann beispielsweise [SSM06] entnommen werden.

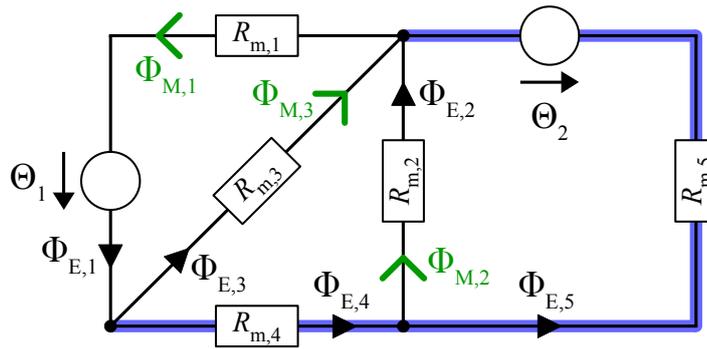


Abbildung 5.11: Exemplarisches magnetisches Ersatznetzwerk

je nach Kopplungsrichtung der betreffenden Masche mit der Hauptmasche positiv oder negativ eingehen. Die magnetischen Spannungsquellen werden zu einer resultierenden Quelle zusammengefasst, wobei Durchflutungen in Maschenrichtung negativ und Durchflutungen entgegen der Maschenrichtung positiv gewertet werden.

$$\text{Masche 1 (M1)} : \Theta_2 - \Theta_1 = \Phi_{M,1} \cdot (R_{m,1} + R_{m,4} + R_{m,5}) - \Phi_{M,2} \cdot R_{m,5} - \Phi_{M,3} \cdot (R_{m,4} + R_{m,5})$$

$$\text{Masche 2 (M2)} : -\Theta_2 = -\Phi_{M,1} \cdot R_{m,5} + \Phi_{M,2} \cdot (R_{m,2} + R_{m,5}) + \Phi_{M,3} \cdot R_{m,5}$$

$$\text{Masche 3 (M3)} : -\Theta_2 = -\Phi_{M,1} \cdot (R_{m,4} + R_{m,5}) + \Phi_{M,2} \cdot R_{m,5} + \Phi_{M,3} \cdot (R_{m,3} + R_{m,4} + R_{m,5})$$

Die Struktur des Gleichungssystems legt eine Formulierung als Matrixgleichung analog zu Gleichung (5.16a) mit einem Erregungsvektor $\vec{\Theta}$, einer Widerstandsmatrix \mathbf{R}_m sowie einem Maschenflussvektor $\vec{\Phi}_M$ nahe. Beide Vektoren besitzen die Dimension $o \times 1$, die Widerstandsmatrix ist symmetrisch aufgebaut und besitzt die Dimension $o \times o$.

$$\vec{\Theta} = \mathbf{R}_m \cdot \vec{\Phi}_M \quad (5.18)$$

Nachfolgend ist exemplarisch die Matrixgleichung des Beispielnetzwerkes formuliert.

$$\begin{pmatrix} \Theta_2 - \Theta_1 \\ -\Theta_2 \\ -\Theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{m,1} + R_{m,4} + R_{m,5} & -R_{m,5} & -R_{m,4} - R_{m,5} \\ -R_{m,5} & R_{m,2} + R_{m,5} & R_{m,5} \\ -R_{m,4} - R_{m,5} & R_{m,5} & R_{m,3} + R_{m,4} + R_{m,5} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Phi_{M,1} \\ \Phi_{M,2} \\ \Phi_{M,3} \end{pmatrix}$$

Wird nun noch die Konvention eingeführt, dass die mathematische Orientierung der (physikalisch fließenden) Einzelflüsse $\Phi_{E,1/\dots/5}$ stets der des Maschenflusses entspricht, der von den beteiligten Maschenflüssen den kleinsten Zeilenindex i bezogen auf den stehenden Vektor $\vec{\Phi}_M$ besitzt, so ist das gezeigte magnetische Netzwerk durch seine Matrixgleichung vollständig definiert.

Bei Betrachtung der Widerstandsmatrix \mathbf{R}_m fällt auf, dass die Nebendiagonaleinträge einer Zeile i und einer Spalte j betragsmäßig aus der „Schnittmenge“ der jeweiligen Hauptdiagonaleinträge abgeleitet werden können. Hierzu wird jeder Matrixeintrag $\mathbf{R}_{m,i,j}$ als Menge $M_{i,j}$ aufgefasst, welche betragsmäßig alle Summanden des Matrixeintrags beinhaltet^[4]. Umgekehrt wird der Widerstandsmatrixeintrag $\mathbf{R}_{m,i,j}$ betragsmäßig durch Summation aller Elemente von $M_{i,j}$ ermittelt. Damit kann folgende Beziehung formuliert werden:

$$M_{i,j} = M_{i,i} \cap M_{j,j}, \quad (5.19)$$

woraus bei Kenntnis aller Hauptdiagonaleinträge die gesamte Widerstandsmatrix betragsmäßig besetzt werden kann. Das Vorzeichen des Nebendiagonaleintrags entspricht der Kopplungsart von $\vec{\Phi}_{M,i}$ mit $\vec{\Phi}_{M,j}$ (+ bei gleichsinniger Flussrichtung, – bei gegensinniger Flussrichtung). Daraus folgt, dass zur vollständigen Definition des Widerstandsnetzwerkes lediglich die Angabe der Hauptdiagonale von \mathbf{R}_m , der Kopplungsart der Maschenflüsse untereinander sowie des Erregungsvektors $\vec{\Theta}$ vonnöten ist. Die Vervollständigung dieser Angaben zu einer Matrixgleichung gemäß (5.18) kann automatisiert durch ein Skript erfolgen.

Im Falle einer von den Maschenflüssen unabhängigen Widerstandsmatrix könnte das gezeigte Gleichungssystem direkt gelöst werden, beispielsweise durch Anwendung des GAUSS-Algorithmus nach [Pre+07]. Wie in Abschnitt 5.2.2 diskutiert wurde, besteht diese Unabhängigkeit aufgrund des ferromagnetischen Elektroblechs jedoch nicht. Daher müssen die Widerstandswerte mit Hilfe der jeweiligen Flussdichten ermittelt werden, die sich nach Gleichung (5.4) aus den Einzelflüssen ergeben. Die Einzelflüsse müssen wiederum aus den Maschenflüssen berechnet werden.

Wie nachfolgend gezeigt wird, können die Einzelflüsse unter Berücksichtigung ihrer eingangs erwähnten Vorzeichenkonvention automatisiert aus der Widerstandsmatrix abgeleitet werden. Gemäß der Definition in Abschnitt 5.2 besitzt jeder Netzwerkzweig genau einen Einzelbeziehungswise Zweigfluss, der die gleiche Ordnungsnummer wie der Zweigwiderstand besitzt. Daraus folgt, dass ein Einzelfluss $\Phi_{E,x}$ sich aus allen Maschenflüssen zusammensetzt, die in ihrem korrespondierenden Hauptdiagonaleintrag den Widerstand $R_{m,x}$ enthalten. In einem zweiten Schritt wird überprüft, welcher dieser Maschenflüsse den kleinsten Zeilenindex n innerhalb des Vektors $\vec{\Phi}_M$ besitzt. Die mathematische Richtung des Einzelflusses entspricht dann der dieses Maschenflusses^[5]. Die daraus resultierende Orientierung für $\Phi_{E,x}$ ist in Abbildung 5.11 für alle

^[4]Die Menge $M_{3,1}$ des Beispielnetzwerkes beinhaltet beispielsweise die Elemente $R_{m,4}$ und $R_{m,5}$.

^[5]Es sei darauf hingewiesen, dass die mathematische Orientierung unabhängig von der physikalischen Flussrichtung ist. Ein negativer Einzelflusswert bedeutet daher, dass die physikalische Flussrichtung der mathematischen entgegengesetzt ist.

Zweigflüsse eingezeichnet. Es lässt sich folgende Gleichung für $\Phi_{E,x}$ formulieren^[6]:

$$\Phi_{E,x} = \sum_{n=i}^o \Xi(i,n) \cdot \Phi_{M,i} \quad (5.20)$$

mit

$$\Xi(i,n) = \begin{cases} \text{sgn}(\mathbf{R}_{m,i,n}) & \text{falls } R_{m,x} \in M_{i,n} , \\ 0 & \text{sonst .} \end{cases} \quad (5.21)$$

Aus der nichtlinearen Abhängigkeit der ferromagnetischen Widerstände von den Einzelflüssen resultiert ein nichtlineares Gleichungssystem, welches iterativ gelöst werden muss.

5.2.6 Lösungsverfahren für nichtlineare Gleichungssysteme

Nur in Ausnahmefällen kann für nichtlineare Gleichungen eine geschlossene analytische Lösung gefunden werden. Im Allgemeinen müssen Gleichungen dieses Typs numerisch gelöst werden, wofür je nach Problemstellung eine Vielzahl von Algorithmen existieren. Im vorliegenden Fall lässt sich Gleichung (5.18) als Nullstellenproblem $f(\vec{\Phi}_M)$ darstellen.

$$f(\vec{\Phi}_M) = \mathbf{R}_m \cdot \vec{\Phi}_M - \vec{\Theta} \stackrel{!}{=} \vec{0} \quad (5.22)$$

Ein Standardverfahren zur Lösung eines mehrdimensionalen Nullstellenproblems ist das NEWTON-RAPHSON-Verfahren [Pre+07]. Für das vorliegende Gleichungssystem kann es unter der Bedingung eingesetzt werden, dass die ferromagnetische Materialkennlinie $\mu(B)$ streng monoton fallend ist. Diese Bedingung kann im interessierenden Kennlinienbereich als erfüllt angesehen werden (vergleiche hierzu Abschnitt 5.2.3 sowie [Hau16; Ret16]).

Das NEWTON-RAPHSON-Verfahren beruht auf der Linearisierung einer Funktion beziehungsweise der Berechnung ihrer Tangente in einem Arbeitspunkt. Die Nullstelle der Tangente wird als Näherung der Funktionsnullstelle verwendet und dient als neuer Ausgangspunkt für den nächsten Linearisierungsvorgang. Wird die Nullstelle der Funktion genau genug approximiert, bricht das Verfahren ab. Es handelt sich also um ein iteratives Verfahren, dessen Genauigkeit zu Lasten des Rechenzeitbedarfs beliebig gewählt werden kann. Mathematisch ausgedrückt wird für eine Funktion $f(x)$ ein Startwert x_0 gewählt und anschließend die Iteration

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (5.23)$$

so lange wiederholt, bis x_{n+1} näherungsweise der Funktionsnullstelle entspricht. Für ein mehrdimensionales Problem entspricht die Funktionsableitung $f'(x_n)$ der JACOBI-Matrix $\mathbf{J}(\vec{x})$ des

^[6]Die Summenbildung muss erst ab $i = n$ aufwärts erfolgen, da per Definition $\Xi(n,i)$ für $n < i$ null ist.

Gleichungssystems. Diese ergibt sich als Ableitung des Gleichungssystems nach dem Variablenvektor \vec{x} .

$$\mathbf{J}(\vec{x}) = \frac{df(\vec{x})}{d\vec{x}} \quad (5.24)$$

Im vorliegenden Problem entspricht der Variablenvektor \vec{x} dem Maschenflussvektor $\vec{\Phi}_M$, sodass die Iterationsvorschrift des Problems wie folgt formuliert wird:

$$\vec{\Phi}_{M,n+1} = \vec{\Phi}_{M,n} - \mathbf{J}_n^{-1} \cdot \left(\vec{\Theta} - \mathbf{R}_{m,n} \cdot \vec{\Phi}_{M,n} \right) . \quad (5.25)$$

Der Startwertvektor $\vec{\Phi}_{M,0}$ wird durch eine Anlaufrechnung mittels Gleichung (5.16a) generiert. Für die Permeabilitäten der abhängigen magnetischen Widerstände werden die Startwerte $\vec{\mu}_{r,Fe,0}$ vorgegeben, sodass die Widerstandsmatrix quantitativ berechnet werden kann. Der gesamte Algorithmus lässt sich anschaulich in einem Flussdiagramm gemäß Abbildung 5.12 visualisieren.

Für die Berechnung der JACOBI-Matrix (5.24) gilt $\vec{x} = \vec{\Phi}_M$ und $f(\vec{x}) = \mathbf{R}_m \cdot \vec{\Phi}_M - \vec{\Theta}$. Bei der Ableitung des Minuenden von $f(\vec{x})$ muss die Produktregel angewendet werden. Die dabei auftretende Ableitung des Maschenflussvektors nach sich selbst entspricht dem Einheitsvektor \vec{e} . Der Subtrahend $\vec{\Theta}$ ist unabhängig von $\vec{\Phi}_M$, weshalb der entsprechende Ableitungsterm zu null gesetzt wird.

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\vec{\Phi}_M) &= \frac{\partial \left(\mathbf{R}_m \cdot \vec{\Phi}_M - \vec{\Theta} \right)}{\partial \vec{\Phi}_M} = \frac{\partial \left(\mathbf{R}_m \cdot \vec{\Phi}_M \right)}{\partial \vec{\Phi}_M} - \frac{\partial \vec{\Theta}}{\partial \vec{\Phi}_M} \\ &= \frac{\partial \left(\mathbf{R}_m \cdot \vec{\Phi}_M \right)}{\partial \vec{\Phi}_M} = \frac{\partial \mathbf{R}_m}{\partial \vec{\Phi}_M} \cdot \vec{\Phi}_M + \frac{\partial \vec{\Phi}_M}{\partial \vec{\Phi}_M} \cdot \mathbf{R}_m \\ \mathbf{J}(\vec{\Phi}_M) &= \frac{\partial \mathbf{R}_m}{\partial \vec{\Phi}_M} \cdot \vec{\Phi}_M + \mathbf{R}_m \end{aligned} \quad (5.26)$$

Für ein beliebiges Element der JACOBI-Matrix $\mathbf{J}_{i,j}$ mit dem Zeilenindex i und dem Spaltenindex j kann damit folgende Formel gewonnen werden:

$$\mathbf{J}_{i,j} = \sum_{x=1}^o \Phi_{M,x} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{m,i,j}}{\partial \Phi_{M,j}} + \mathbf{R}_{m,i,j} . \quad (5.27)$$

Zur Bestimmung des Ableitungsterms wird der Differenzenquotient der Iterationsschritte n und $n+1$ gebildet. Gemäß [Ret16] ist eine direkte Berechnung des Nenners als Differenz von $\Phi_{M,j,n}$ und $\Phi_{M,j,n+1}$ jedoch mathematisch unzulässig. Dies soll nachfolgend am Beispiel des Widerstands $R_{m,4}$ des Beispielnetzwerkes demonstriert werden.

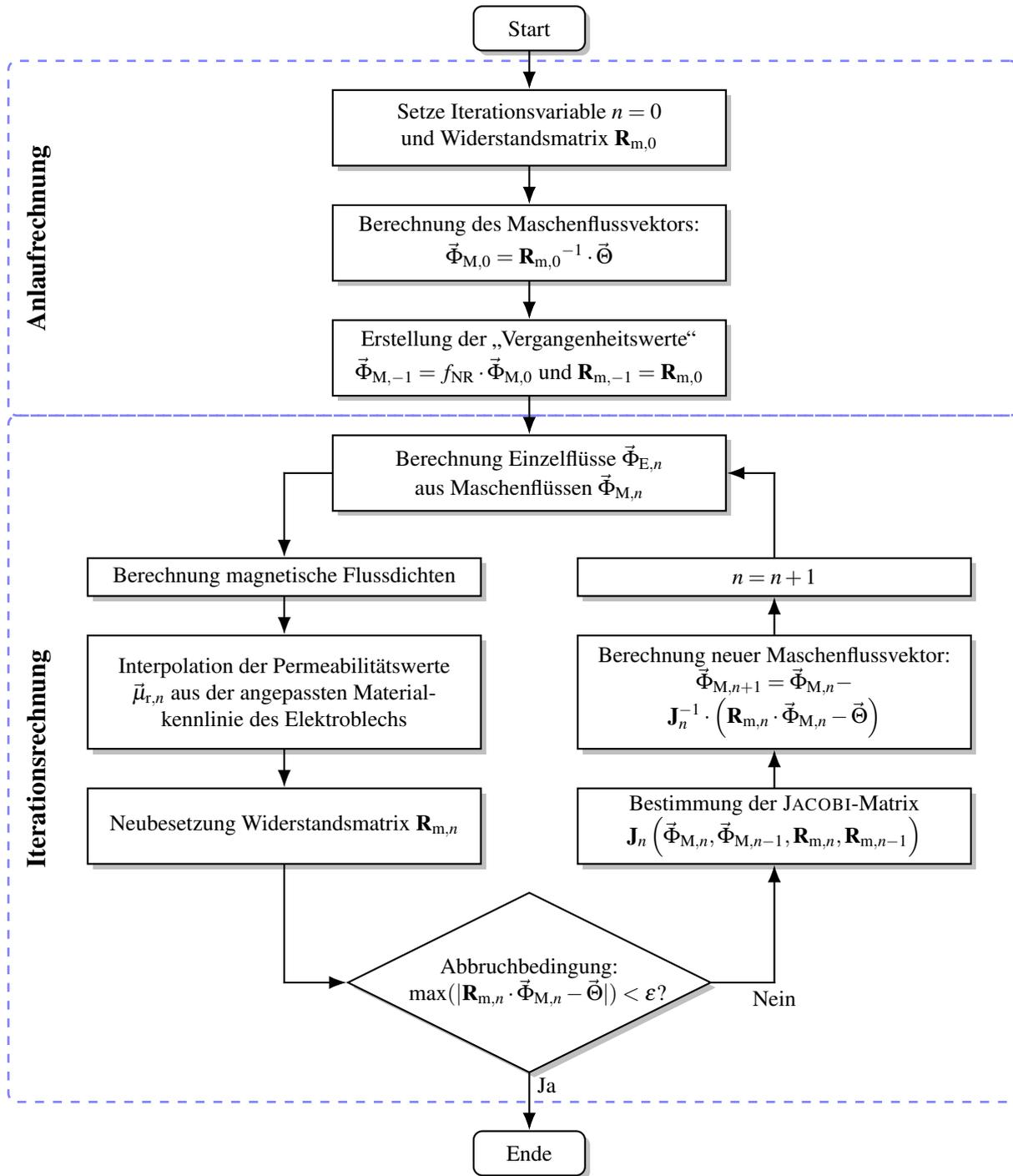


Abbildung 5.12: Anwendung des NEWTON-RAPHSON-Verfahrens zur Lösung des nichtlinearen magnetischen Ersatznetzwerkes

Der besagte Widerstand $R_{m,4}$ wird von dem Einzelfluss $\Phi_{E,4}$ durchströmt, der sich wiederum aus dem Maschenflüssen $\Phi_{M,1}$ und $\Phi_{M,3}$ zusammensetzt.

$$\Phi_{E,4} = \Phi_{M,1} - \Phi_{M,3}$$

Eine Änderung von $\Phi_{E,4}$ und damit auch von $R_{m,4}$ ist somit nicht auf einen der beiden Ma-

schenflüsse, sondern vielmehr auf deren Superposition zurückzuführen. Eine Bildung des Nenners des Differenzenquotienten ist daher lediglich mit den Zweigflüssen zulässig. Daher wird der Ableitungsterm in Gleichung (5.27) für jeden Widerstand $R_{m,x}$ eines Matrixelementes $\mathbf{R}_{m,i,j}$ umgeformt.

$$\frac{\partial R_{m,x}}{\partial \Phi_{M,j}} = \frac{\partial \Phi_{E,x}}{\partial \Phi_{M,j}} \cdot \frac{\partial R_{m,x}}{\partial \Phi_{E,x}} \quad (5.28)$$

Die Ableitung des Einzelflusses nach dem Maschenfluss nimmt den Wert 1 an, wenn der Maschenfluss nach Gleichung (5.20) positiv in die Einzelflussgleichung eingeht, -1 , wenn er negativ eingeht, und 0, falls er überhaupt nicht eingeht. Somit kann der erste Ableitungsterm in Gleichung (5.28) bei Kenntnis der Einzelflussgleichungen berechnet werden. Der zweite Term wird durch einen Differenzenquotienten angenähert.

$$\frac{\partial R_{m,x}}{\partial \Phi_{M,j}} \approx \frac{\partial \Phi_{E,x}}{\partial \Phi_{M,j}} \cdot \frac{R_{m,x,n+1} - R_{m,x,n}}{\Phi_{E,x,n+1} - \Phi_{E,x,n}} = \frac{\partial \Phi_{E,x}}{\partial \Phi_{M,j}} \cdot \frac{\Delta R_{m,x}}{\Delta \Phi_{E,x}} \quad (5.29)$$

Nachfolgend soll exemplarisch das JACOBI-Matrixelement $\mathbf{J}_{1,2}$ des Beispielnetzwerkes bestimmt werden. Hierzu muss die Maschengleichung M1 nach dem Maschenfluss $\Phi_{M,2}$ abgeleitet werden. Gemäß Gleichung (5.27) ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{1,2} = & \frac{\partial R_{m,1}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,1} + \frac{\partial R_{m,4}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,1} + \frac{\partial R_{m,5}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,1} \\ & - \frac{\partial R_{m,5}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,2} - \frac{\partial R_{m,4}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,3} - \frac{\partial R_{m,5}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,3} - R_{m,5} . \end{aligned}$$

Da $\Phi_{M,2}$ nicht durch $R_{m,1}$ und $R_{m,4}$ fließt, ist der Maschenfluss auch nicht an den korrespondierenden Einzelflüssen beteiligt. Daraus folgt, dass alle Ableitungen der beiden Widerstände nach $\Phi_{M,2}$ zu null gesetzt werden. In den Einzelfluss $\Phi_{E,5}$ geht $\Phi_{M,2}$ negativ ein: Die Vorzeichenrichtung des Einzelflusses wird durch den Fluss $\Phi_{M,1}$ festgelegt, der negativ mit $\Phi_{M,2}$ koppelt. Der vordere Term von Gleichung (5.29) wird dadurch zu -1 .

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{1,2} = & \frac{\partial R_{m,1}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,1} + \frac{\partial R_{m,4}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,1} + \frac{\partial R_{m,5}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,1} \\ & - \frac{\partial R_{m,5}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,2} - \frac{\partial R_{m,4}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,3} - \frac{\partial R_{m,5}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \Phi_{M,3} - R_{m,5} \\ \mathbf{J}_{1,2} = & \frac{\partial \Phi_{E,5}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \frac{\partial R_{m,5}}{\partial \Phi_{E,5}} \cdot \Phi_{M,1} - \frac{\partial \Phi_{E,5}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \frac{\partial R_{m,5}}{\partial \Phi_{E,5}} \cdot \Phi_{M,2} - \frac{\partial \Phi_{E,5}}{\partial \Phi_{M,2}} \cdot \frac{\partial R_{m,5}}{\partial \Phi_{E,5}} \cdot \Phi_{M,3} - R_{m,5} \\ \approx & - \frac{\Delta R_{m,5}}{\Delta \Phi_{E,5}} \cdot \Phi_{M,1} + \frac{\Delta R_{m,5}}{\Delta \Phi_{E,5}} \cdot \Phi_{M,2} + \frac{\Delta R_{m,5}}{\Delta \Phi_{E,5}} \cdot \Phi_{M,3} - R_{m,5} \end{aligned}$$

Es zeigt sich, dass bereits für ein sehr einfaches Netzwerk mit nur wenigen Zweigen die Aufstellung der JACOBI-Matrix aufwendig ist. Bei Betrachtung eines komplexeren Modells ist es daher sinnvoll, die Aufstellung der JACOBI-Matrix gemäß Gleichung (5.27) automatisiert erfolgen zu lassen. Hierzu ist lediglich die Kenntnis der Widerstandsmatrix erforderlich, aus der alle benötigten Zusammenhänge abgeleitet werden können. Unter Berücksichtigung von Abschnitt 5.2.5 kann somit zusammenfassend festgehalten werden, dass zur Berechnung der magnetischen Flüsse eines beliebigen nichtlinearen magnetischen Netzwerkes mit Hilfe der vorgestellten Algorithmen lediglich die Hauptdiagonale der Widerstandsmatrix, die Kopplungsbeziehungen der Maschenflüsse untereinander sowie der Erregungsvektor explizit angegeben werden müssen.

5.2.7 Bestimmung der Flussverkettungen

Mit Kenntnis der magnetischen Flüsse beziehungsweise Induktionen im Luftspalt kann der resultierende Hauptfluss und daraus die Hauptflussverkettung berechnet werden. Aufgrund der diskreten Modellierung des Luftspalts durch einzelne Netzwerkzweige ergibt sich für die Luftspaltinduktion ein blockförmiger Verlauf (Abbildung 5.13).

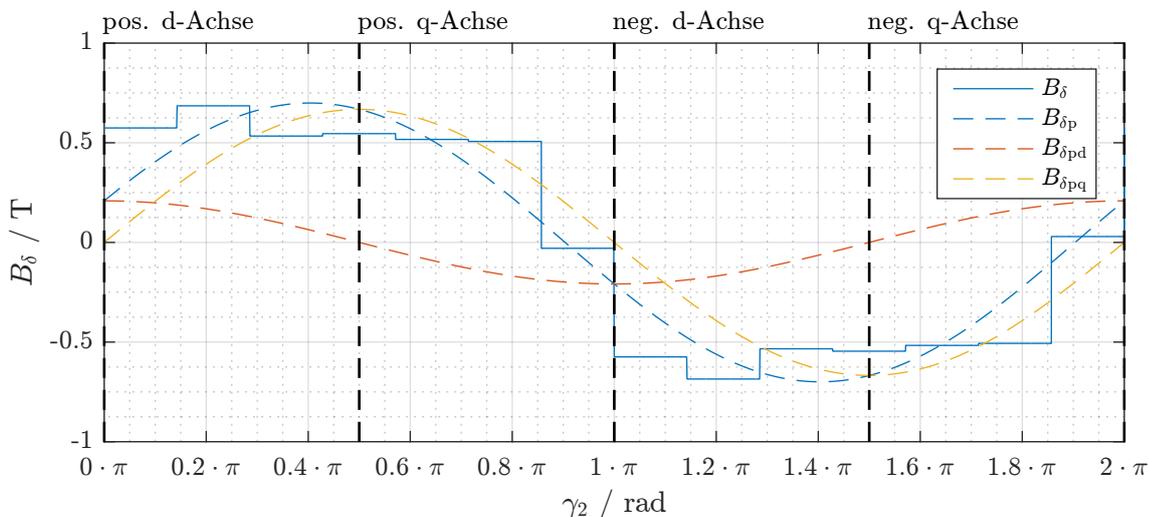


Abbildung 5.13: Luftspaltinduktion des analytischen V-Modells (siehe Abbildung 8.21) für den Bestromungszustand $I_{1d} = 0 \text{ A}$, $I_{1q} = 10 \text{ A}$

Da der Rotorlaufwinkel γ_2 gemäß Abbildung 5.10 in der positiven d-Achse seinen Ursprung besitzt, entspricht der Kosinusanteil der Grundwelleninduktion $B_{\delta p}$ dem d-Anteil $B_{\delta pd}$ und der Sinusanteil dem q-Anteil $B_{\delta pq}$. Die allgemeine Darstellung der Luftspaltinduktion als FOURIER-Reihe kann Gleichung (5.30) entnommen werden^[7].

^[7]Auf den Gleichanteil $a^{(0)}/2$ der FOURIER-Reihe wird in der Darstellung verzichtet, da selbiger bei Radialflussmaschinen null ist.

$$B_{\delta}(\gamma_2) = \sum_{k=1}^{\infty} a(k) \cdot \cos(k \cdot \gamma_2) + b(k) \cdot \sin(k \cdot \gamma_2) \quad (5.30)$$

mit

$$a(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B_{\delta}(\gamma_2) \cdot \cos(k \cdot \gamma_2) d\gamma_2 \quad (5.31a)$$

$$b(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} B_{\delta}(\gamma_2) \cdot \sin(k \cdot \gamma_2) d\gamma_2 \quad (5.31b)$$

Zur Ermittlung des Flusses durch eine Spule muss die Luftspaltinduktion über deren Spulenfläche integriert werden. Zur allgemeinen Durchführung dieser Berechnung wird zunächst von einem mit Durchmesserspulen bewickelten Stator ausgegangen. Die Spulenfläche A_{Spule} ergibt sich als innere Zylinderfläche des Stators dividiert durch die Polzahl $2 \cdot p$.

$$A_{\text{Spule}} = \frac{\pi \cdot D_{\text{li}} \cdot l_{\text{ax}}}{2 \cdot p} \quad (5.32)$$

Da der Ursprung von γ_2 in der positiven d-Achse liegt, müssen zur Berechnung des d-Flusses die Integrationsgrenzen $\pm \frac{\pi}{2}$ gewählt werden. Für den q-Fluss werden die Grenzen zu 0 und π gesetzt. Diese Grenzen entsprechen den Koordinaten von positiver und negativer q- beziehungsweise d-Achse im γ_2 -Koordinatensystem.

$$\Phi_{\text{1hd}} = A_{\text{Spule}} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_{\delta}(\gamma_2) d\gamma_2 = \frac{D_{\text{li}}}{2 \cdot p} \cdot l_{\text{ax}} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_{\delta}(\gamma_2) d\gamma_2 \quad (5.33a)$$

$$\Phi_{\text{1hq}} = A_{\text{Spule}} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} B_{\delta}(\gamma_2) d\gamma_2 = \frac{D_{\text{li}}}{2 \cdot p} \cdot l_{\text{ax}} \cdot \int_0^{\pi} B_{\delta}(\gamma_2) d\gamma_2 \quad (5.33b)$$

Damit kann der magnetische Fluss in d- und q-Achse für eine beliebige Ordnung k mit (5.31a) und (5.31b) berechnet werden. Für das analytische Modell ist lediglich der Grundwellenfluss ($k = 1$) relevant.

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{1hd}} &= \frac{D_{\text{li}}}{2p} \cdot l_{\text{ax}} \cdot a(1) \cdot \underbrace{\left(\sin\left(1 \cdot \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-1 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right)}_{=2} \\ &\quad - \frac{D_{\text{li}}}{2p} \cdot l_{\text{ax}} \cdot b(1) \cdot \underbrace{\left(\cos\left(1 \cdot \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(-1 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right)}_{=0} \\ \Phi_{\text{1hd}} &= \frac{D_{\text{li}}}{p} \cdot l_{\text{ax}} \cdot a(1) \end{aligned} \quad (5.34a)$$

Ein analoges Vorgehen führt auf den magnetischen Fluss der q-Achse.

$$\begin{aligned}\Phi_{1hq} &= \frac{D_{1i}}{2p} \cdot l_{ax} \cdot a(1) \cdot \underbrace{(\sin(1 \cdot \pi) - \sin(1 \cdot 0))}_{=0} \\ &\quad - \frac{D_{1i}}{2p} \cdot l_{ax} \cdot b(1) \cdot \underbrace{(\cos(1 \cdot \pi) - \cos(1 \cdot 0))}_{=-2} \\ \Phi_{1hq} &= \frac{D_{1i}}{p} \cdot l_{ax} \cdot b(1)\end{aligned}\tag{5.34b}$$

Zur Transformation der Durchmesserspulen auf die tatsächliche Anordnung werden die magnetischen Flüsse mit dem Wicklungsfaktor ξ_{1p} sowie der Strangwindungszahl w_1 gewichtet. Das Ergebnis entspricht den Grundwellen-Flussverkettungen in d- und q-Achse.

$$\Psi_{1h,d/q} = w_1 \cdot \xi_{1p} \cdot \Phi_{1h,d/q}\tag{5.35}$$

Die induzierten Grundschwingungsspannungen können direkt aus den Flussverkettungen abgeleitet werden. Die Division durch $\sqrt{2}$ führt auf den Effektivwert der induzierten Spannung.

$$u_{ip,d/q} = \omega_1 \cdot \Psi_{1h,d/q}\tag{5.36a}$$

$$U_{ip,d/q} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot u_{ip,d/q,p}\tag{5.36b}$$

Die Amplitude der Klemmenspannung \hat{u}_{ip} der Klemmenspannungen ist vor allem für die messtechnische Validierung interessant.

$$\hat{u}_{ip} = \sqrt{u_{ipd}^2 + u_{ipq}^2}\tag{5.37}$$

5.2.8 Hauptinduktivitäten und PM-Flussverkettung

Gemäß den in Abschnitt 3.2.2 formulierten Beziehungen (3.13a) und (3.13b) können die Flussverkettungen von d- und q-Achse in einen stromproportionalen und einen PM-Anteil zerlegt werden. Die Stromproportionale L_{1hq} der q-Achse kann für einen Betriebspunkt mit der q-Flussverkettung Ψ_{1hq} direkt mit Gleichung (3.13b) bestimmt werden. Ein analoges Vorgehen für L_{1hd} mittels (3.13a) ist nur bei Kenntnis der PM-Flussverkettung Ψ_{PM} möglich.

Die PM-Flussverkettung eines bestimmten Betriebszustands lässt sich mit Kenntnis des Sättigungszustands berechnen, indem die Bestromung zu null gesetzt und die Flussverkettung der d-Achse ermittelt wird. Diese entspricht dann der PM-Flussverkettung. Die konkreten Schritte zur Bestimmung von Hauptinduktivitäten und PM-Flussverkettung mittels des analytischen Modells für einen bestimmten, durch $I_{1d,AP}$, $I_{1q,AP}$ und $\vartheta_{w,AP}$ charakterisierten Arbeitspunkt lauten daher wie folgt:

1. Iteratives Lösen von Gleichung (5.22) für die vorgegebenen Werte $I_{1d,AP}$, $I_{1q,AP}$ und $\vartheta_{w,AP}$ mittels des NEWTON-RAPHSON-Verfahrens.
2. Berechnung des Erregungsvektors $\vec{\Theta}_0$ für $\vartheta_{w,AP}$, $I_{1d,0} = I_{1q,0} = 0$ A.
3. Direktes Lösen der Gleichung $\vec{\Phi}_{M,0} = \mathbf{R}_{m,AP}^{-1} \cdot \vec{\Theta}_0$, wobei $\mathbf{R}_{m,AP}$ dem in Schritt 1 bestimmten Sättigungszustand der Maschine entspricht.
4. Berechnung der d-Flussverkettung $\psi_{1hd,0}$ für den stromlosen Zustand, diese entspricht der PM-Flussverkettung $\Psi_{PM,AP}$.
5. Berechnung der Hauptinduktivitäten $L_{1h,d/q,AP}$ mittels (3.13a) und (3.13b) mit den Flussverkettungen $\psi_{1h,d/q,AP}$ aus Schritt 1.

Eine Visualisierung dieses Ablaufs als Signalflussbild kann Abbildung 5.14 entnommen werden.

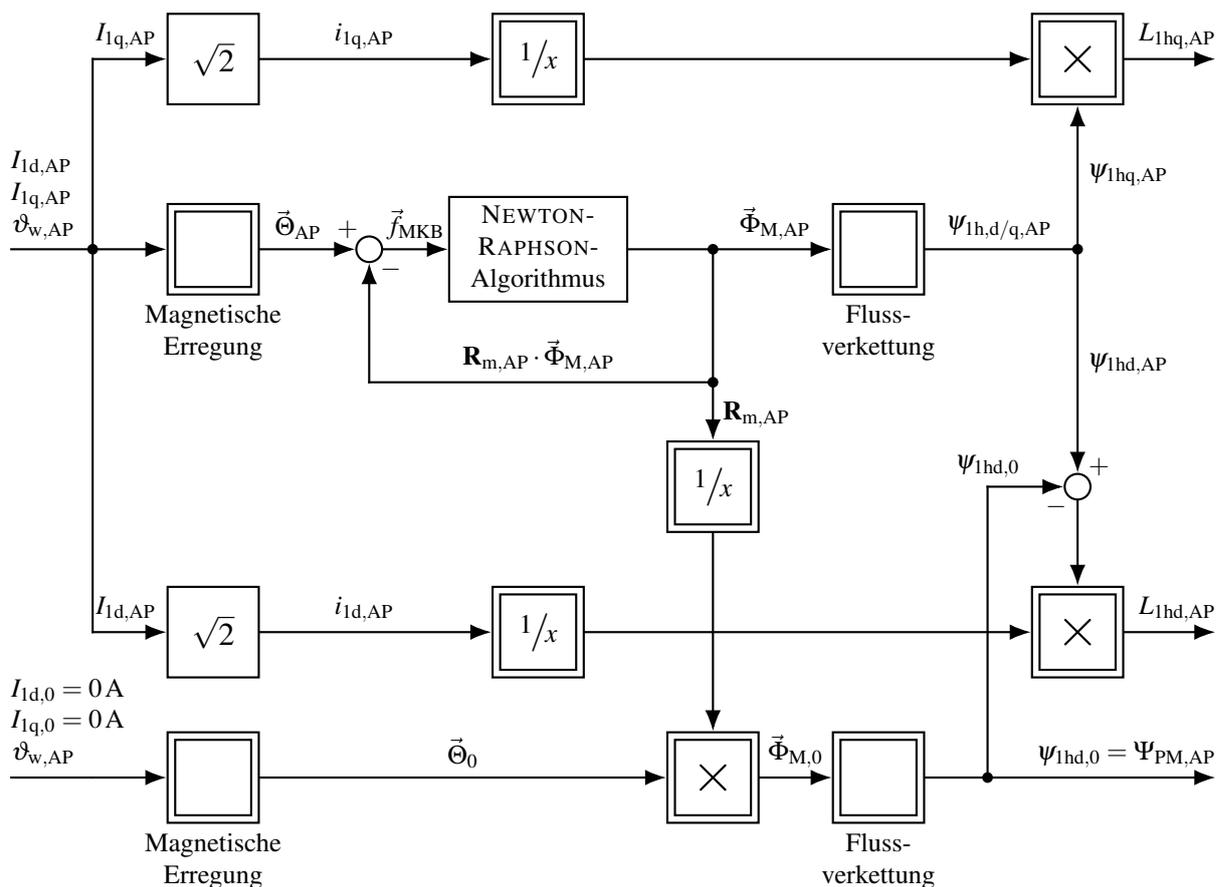


Abbildung 5.14: Signalflussbild zur Ermittlung der Hauptinduktivitäten und PM-Flussverkettung in einem Arbeitspunkt

5.2.9 Abschätzung der Ummagnetisierungsverluste

Unter dem Oberbegriff der Ummagnetisierungsverluste werden alle Verluste zusammengefasst, welche bei der Ummagnetisierung eines Stoffes in Form von Wärme verloren gehen. Ursache hierfür sind die OHM'schen Verlusten der Wirbelströme (auch als JOULE'sche Wärmeverluste bekannt), sowie bei Ferromagnetika die Hystereseverluste und die Nachwirkungsverluste [Ber98]. Die Wirbelströme sind auf Spannungen zurückzuführen, welche aufgrund der Änderung der magnetischen Flussdichte induziert werden [Sto74]. Darüber hinaus ist zur Umorientierung der WEISS-Bezirke Arbeit erforderlich, was sich makroskopisch in Form einer magnetischen Hystereseschleife bemerkbar macht [Ber98]. Die Nachwirkungsverluste resultieren aus dem Energiebedarf für das Verschieben der BLOCH-Wände zwischen den WEISS-Bezirken, können jedoch im Rahmen dieser Arbeit gemäß [Can11] vernachlässigt werden.

Zur praxisnahen Abschätzung der Ummagnetisierungsverluste erfreuen sich empirische Abschätzungsformeln großer Beliebtheit. Sie gehen häufig auf den von C. P. STEINMETZ in [Ste92a; Ste92b] formulierten Ansatz zurück, welcher lediglich die Kenntnis der maximal auftretenden Flussdichte \hat{B} , der Änderungsfrequenz f sowie eines materialspezifischen Koeffizienten voraussetzt. Dieser Ansatz wurde in der Folgezeit häufig aufgegriffen und beispielsweise durch Aufteilung in einen Wirbelstrom- und einen Hystereseteil verfeinert, sodass basierend auf der ursprünglichen STEINMETZ-Formel inzwischen eine ganze Familie von Abschätzungsformeln entstanden ist. Eine vergleichende Übersicht kann [KS10] entnommen werden. Dort wird auch aufgezeigt, dass je nach Problemstellung und Materialdatenkenntnis verschiedene Modellierungsansätze heranzuziehen sind.

Bei der analytischen Modellierung der Ummagnetisierungsverluste des Elektroblechs wird der von H. JORDAN formulierte Ansatz nach [KS10] genutzt. Er unterteilt die Ummagnetisierungsverluste in einen Wirbelstrom- und einen Hystereseterm, welche mit je einem spezifischen Materialkoeffizienten gewichtet werden. In [Rei+13] wurde gezeigt, dass mit dieser Herangehensweise für den interessierenden Arbeitsbereich des Elektroblechs zufriedenstellende Ergebnisse erzielt werden können.

$$P'_{v,Fe} = \sigma_{\text{hyst}} \cdot \left(\frac{f}{50\text{Hz}} \right) \cdot \left(\frac{\hat{B}}{1,5\text{T}} \right)^2 + \sigma_{\text{wb}} \cdot \left(\frac{f}{50\text{Hz}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{B}}{1,5\text{T}} \right)^2 \quad (5.38)$$

Gleichung (5.38) gibt den spezifischen Verlust des Elektroblechs in Watt pro Kilogramm an. Zur Berechnung der absoluten Verluste in einem Zweig x des magnetischen Kreises muss daher das Volumen des Zweigelementes V_x mit der entsprechenden Dichte ρ_x zur Zweigmasse m_x verrechnet werden. Über p wird die tatsächliche Polpaarzahl des Motors berücksichtigt.

$$P_{v,Fe} = p \cdot \sum_x V_x \cdot \rho_x \cdot k_{v,Fe} \cdot P'_{v,Fe,x} = p \cdot \sum_x m_x \cdot k_{v,Fe} \cdot P'_{v,Fe,x} \quad (5.39)$$

Der Zuschlagsfaktor $k_{v,Fe}$ berücksichtigt dabei die Veränderung der Gefügestruktur durch Bearbeitungsvorgänge^[8]. Er wird anhand empirischer Erfahrungswerte zu 2 gewählt. Die Materialkoeffizienten des verwendeten Elektroblechs M270-50A σ_{hyst} und σ_{wb} können mittels Regressionsanalyse aus [Thy09] ermittelt werden. Es ergibt sich für σ_{hyst} der Wert 2,109 W/kg, für σ_{wb} der Koeffizient 0,5977 W/kg.

Bei Vernachlässigung der Oberwellenanteile kann im stationären synchronen Betrieb von magnetisch konstanten Verhältnissen innerhalb des Rotors ausgegangen werden. Die Änderungsfrequenz f und damit der Verlusteintrag beträgt in allen Rotorzweigelementen null. Im Stator hingegen verursacht die Überlagerung aus Felderregerkurve und Magnetinduktion eine periodische Änderung der magnetischen Flussdichte. Die Änderungsfrequenz f entspricht dabei der Netzfrequenz f_1 . Hierdurch tritt eine zeitliche Verschiebung der Induktionsspitze von Zahn zu Zahn auf, sodass im Zeitraum $t_1 = 1/f_1$ sämtliche Zähne eine Änderung der magnetischen Flussdichte von $+\hat{B}_{1Z}$ bis $-\hat{B}_{1Z}$ und zurück erfahren. Diese Verschiebung ist in Abbildung 5.15 für eine Netzfrequenz von 50 Hz vereinfacht dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde lediglich die Änderung aufgrund der Magnetinduktion innerhalb der Zähne berücksichtigt.

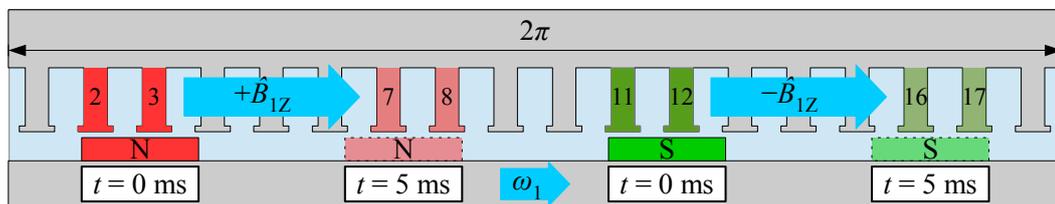


Abbildung 5.15: Herleitung der Ummagnetisierungsverlustberechnung

Zum Zeitpunkt $t = 0$ ms befindet sich der magnetische Nordpol des Rotors unter den Zähnen 2 und 3, weshalb dort die magnetische Flussdichte ihr Maximum annimmt. Der magnetische Kreis schließt sich über den magnetischen Südpol der Maschine, weshalb in Zahn 11 und 12 ebenfalls die maximale Induktion, jedoch mit umgekehrten Vorzeichen auftritt. Für $t = 5$ ms „wandern“ die Induktionsspitzen weiter zu den Zähnen 7 und 8 beziehungsweise 16 und 17. Im Laufe einer Periode werden so sämtliche Zähne einer vollständigen Ummagnetisierung unterzogen. Eine analoge Überlegung kann für die (nicht dargestellten) Spitzen der Statorjochinduktion angestellt werden. Für die Verlustberechnung ist somit stets die jeweilige Induktionsspitze des Zahn- beziehungsweise Jochbereichs $\hat{B}_{1,Z/J}$ anzusetzen.

^[8]Beispielhaft seien etwa thermisch bedingte Gefügeänderungen aufgrund des Energieeintrags beim Laserschneiden und Beschädigungen der Isolationschicht an den Schneidekanten genannt.

5.3 Arbeitspunktberechnung

In den vorangegangenen Abschnitten wurde ein Magnetkreismodell vorgestellt, welches in der Lage ist, das stationäre synchrone Betriebsverhalten einer Synchronmaschine im stromeingeprägten Betrieb bei vorgegebener Übertemperatur zu berechnen. Wie zu Beginn des Kapitels gezeigt wurde, kann die stromeingeprägte Magnetkreisberechnung als innerer Regelkreis eines kaskadierten Optimierungsalgorithmus verstanden werden, welcher das Betriebsverhalten der Maschine bei spannungseingeprägten Betrieb ermitteln kann. Als äußerer Regler soll analog zu [Hau16] der Downhill-Simplex-Algorithmus, auch bekannt als NELDER-MEAD-Verfahren zum Einsatz kommen. Seine Funktionsweise wird nachfolgend erläutert.

5.3.1 Der Downhill-Simplex-Algorithmus

Funktionsprinzip

Der Downhill-Simplex-Algorithmus dient zur Bestimmung eines Minimums^[9] der Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, welche nicht notwendigerweise differenzierbar sein muss. Ein wesentlicher Vorteil dieses Verfahrens gegenüber dem bereits vorgestellten NEWTON-RAPHSON-Verfahren stellt der Verzicht auf jegliche Ableitungen dar. Die nachfolgende Beschreibung ist eng an [GK99] angelehnt.

Grundlage des Algorithmus ist das sogenannte Simplex. Hierbei handelt es sich um eine n -dimensionale konvexe Hülle, welche von $n + 1$ Tupeln im \mathbb{R}^n aufgespannt wird. Diese Tupel sollen nachfolgend als x_1, \dots, x_{n+1} bezeichnet werden. Durch die Funktion wird jedem dieser Punkte ein Wert $y_i = f(x_i)$ zugewiesen. Es soll nun ein x_i so gefunden werden, dass $f(x_i)$ minimiert wird. Dazu soll das Simplex nach und nach durch die Wahl neuer Punkte mit stetig geringeren Funktionswerten y_i verkleinert werden. Eine anschauliche Darstellung für einen Funktionsraum der Dimension $n = 2$ liefert Abbildung 5.16.

Zum Finden des Funktionsminimums wird der in Abbildung 5.17 gezeigte Ablaufplan angewandt. Beginnend von den in Abbildung 5.16 blau markierten Startpunkten soll nun das Minimum der als ellipsenförmige Topologie angedeuteten Zielfunktion gefunden werden. Die jeweiligen Funktionswerte y sind auf den Ellipsenrändern vermerkt. In einem ersten Schritt wird das schlechteste Tupel x_s , das heißt, das Tupel mit dem größten Wert y_s , das zweitschlechteste Tupel x_z sowie das beste Tupel x_b bestimmt^[10]. Anschließend wird der rot markierte Mittelwert \bar{x} aus allen Tupeln außer x_s berechnet. Nun wird eine Reflexion von x_s über \bar{x} durchgeführt, ihr

^[9]Dabei muss es sich nicht notwendigerweise um das globale Minimum handeln. Um dieses zuverlässig zu finden, muss f eine günstige Topologie aufweisen.

^[10]Bei einem eindimensionalen Problem sind x_z und x_b grundsätzlich identisch.

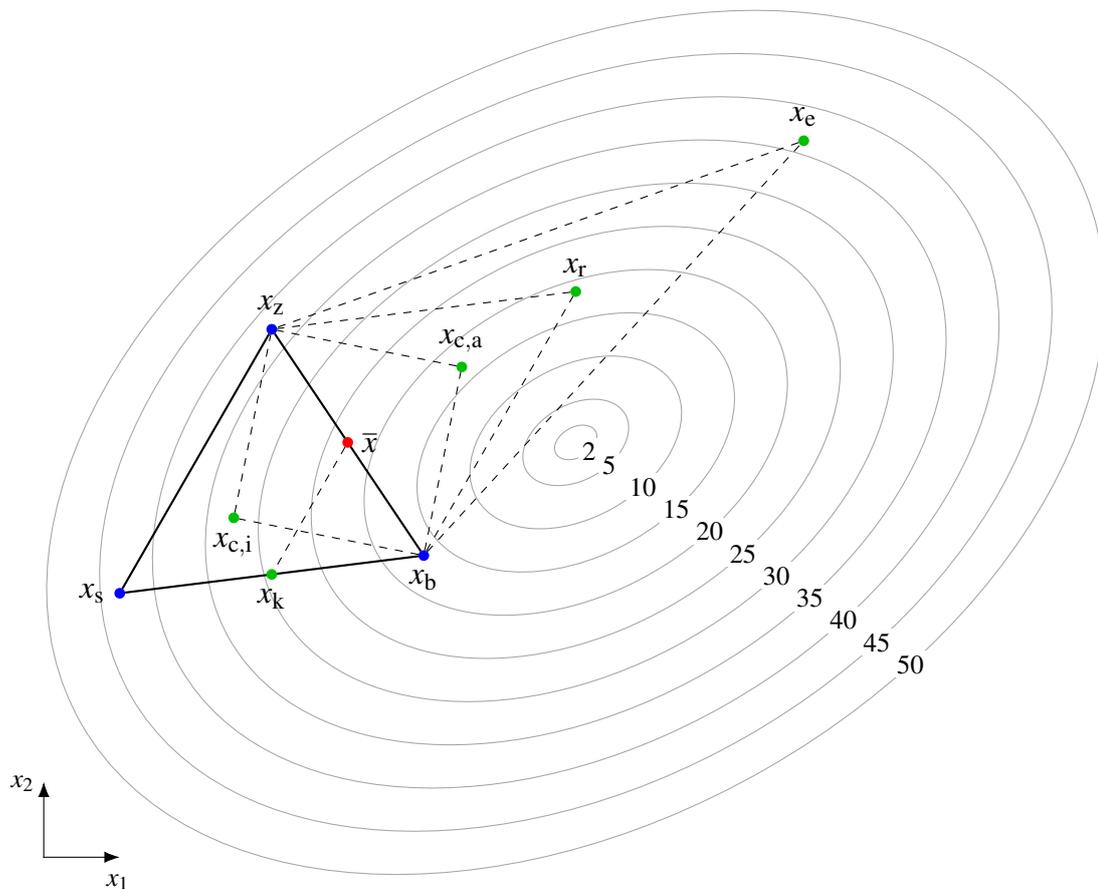


Abbildung 5.16: Prinzip des Downhill-Simplex-Verfahrens

Ergebnis ist das Tupel x_r . Anschließend wird geprüft, ob der Funktionswert des Reflexionstupels y_r kleiner als y_s oder sogar y_b ist. In ersterem Fall wird x_s durch x_r ersetzt; der Algorithmus beginnt eine neue Iteration.

Sollte $y_r < y_b$ gelten, so wird zusätzlich eine Expansion versucht, welche das Wertetupel x_e zur Folge hat. Falls $y_e < y_b$ gilt, so wird x_s durch x_e ersetzt, andernfalls wird die Reflexion akzeptiert. Falls jedoch $y_r > y_z$ gilt, so ist davon auszugehen, dass durch die Reflexion keine Verbesserung des Simplex erzielt werden kann. In diesem Fall wird entweder eine innere oder eine äußere Kontraktion ($x_{c,i}$ oder $x_{c,a}$) durchgeführt. Die Fallunterscheidung wird dabei mittels Vergleich von y_r und y_s durchgeführt. Gilt $y_r \geq y_s$, so wird die innere Kontraktion durchgeführt, andernfalls die äußere. Sollte dann $y_{c,i/a}$ kleiner als y_s sein, so wird die Kontraktion akzeptiert und x_s durch das jeweilige Kontraktionstupel $x_{c,i/a}$ ersetzt. Andernfalls wird das Simplex mittels Kompression (Tupel x_k) um den bisherigen Bestpunkt zusammengezogen. Im gezeigten zweidimensionalen Fall entspricht einer der beiden Kompressionspunkte dabei dem Mittelwert \bar{x} .

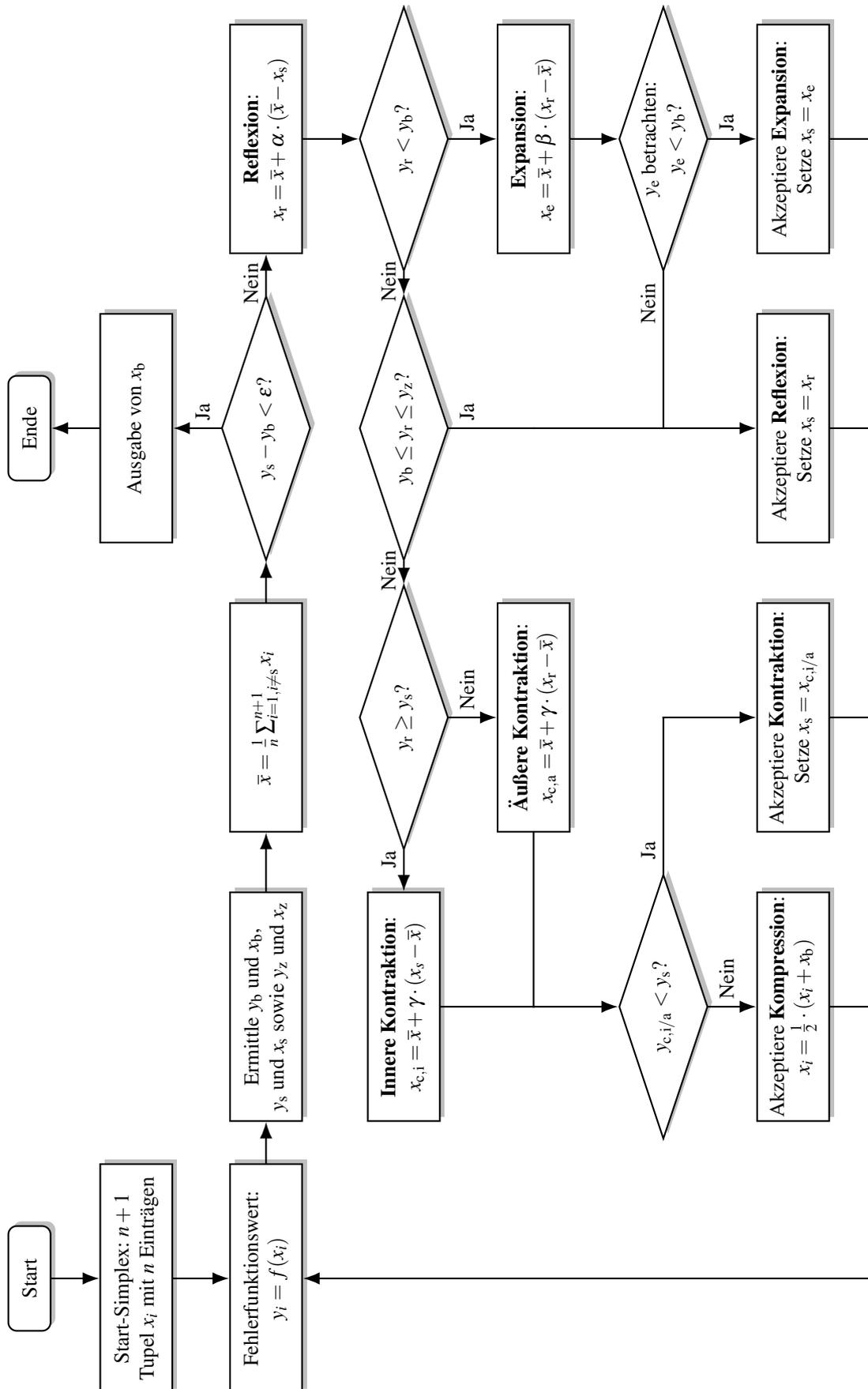


Abbildung 5.17: Flussdiagramm des Downhill-Simplex-Verfahrens

Wurde mit Reflexion, Expansion, Kontraktion oder Kompression ein neues Simplex gebildet, so werden die beschriebenen Schritte erneut durchgeführt. Als Abbruchbedingung kann beispielsweise das Unterschreiten eines Grenzwertes ε durch die Differenz $y_s - y_b$ genutzt werden. Das Konvergenzverhalten des Downhill-Simplex-Algorithmus ist von den Startwerten, der Funktionstopologie sowie den Parametern α , β und γ abhängig. In [Kos02] wird gezeigt, dass die von J. NELDER und R. MEAD vorgeschlagenen Werte $\alpha = 1$, $\beta = 0,5$ und $\gamma = 2$ für die meisten Probleme hinreichend gute Ergebnisse liefern, sodass diese Werte im Rahmen der vorliegenden Arbeit als Ausgangspunkt genutzt werden. Sollte sich keine Konvergenz einstellen, so werden die genannten Parameter in einem sinnvollen Wertebereich zufällig neu gewählt.

Zielfunktion

Anders als das NEWTON-RAPHSON-Verfahren, welches die gleichzeitige Nullstellenfindung bei mehreren Gleichungen ermöglicht, kann mittels des Downhill-Simplex-Algorithmus lediglich das Minimum *einer* Funktion ermittelt werden. Zur Beschreibung des stationären Betriebsverhaltens bei Vorgabe des Lastdrehmoments müssen jedoch die Nullstellen vier verschiedener Gleichungen bestimmt werden, welche sich aus der Spannungsgleichung (3.26) (aufgeteilt in Real- und Imaginärteil), der Drehmomentgleichung (3.34) sowie der thermischen Gleichung (4.3) ergeben.

$$f_{\Re} = \Re \left((U_{1d} + jU_{1q}) \cdot e^{-j(\frac{\pi}{2} - \beta_p)} \right) - U_1 = \Re(U_{1i}) - U_1 \quad (5.40a)$$

$$f_{\Im} = \Im \left((U_{1d} + jU_{1q}) \cdot e^{-j(\frac{\pi}{2} - \beta_p)} \right) = \Im(U_{1i}) \quad (5.40b)$$

$$f_M = M_{ip} - \frac{P_{v,Fe} + P_{v,reib}}{\omega_M} - M_L = M_W - M_L \quad (5.40c)$$

$$f_{th} = \vartheta_w - P_{v,Cu,1} \cdot R_{th,N} - (P_{v,Cu,1} + P_{v,Fe,Z}) \cdot (R_{th,Z,a} + R_{th,J,i}) \\ - (P_{v,Cu,1} + P_{v,Fe,Z} + P_{v,Fe,J}) \cdot (R_{th,J,a} + R_{th,JG} + R_{th,G} + R_{th,GU}) \quad (5.40d)$$

Zur Nutzung des Downhill-Simplex-Verfahrens müssen diese vier Fehlerfunktionen in einer Zielfunktion zusammengefasst werden, welche dann minimiert ist, wenn alle Fehler gleich null sind. Eine mögliche Formulierung einer solchen Zielfunktion liefert der Ausdruck (5.41).

$$f_{APB} = k_1 \cdot |f_{\Re}|^{n_1} + k_2 \cdot |f_{\Im}|^{n_2} + k_3 \cdot |f_M|^{n_3} + k_4 \cdot |f_{th}|^{n_4} \quad (5.41)$$

Über die Wichtungsfaktoren $k_1/\dots/4$ sowie Exponenten $n_1/\dots/4$ kann die Topologie der Zielfunktion beeinflusst werden. Diese sollte so beschaffen sein, dass bis auf die gesuchte Nullstelle keine lokalen Minima auftreten, da ansonsten die Gefahr besteht, dass der Algorithmus auf diese konvergiert. Für das vorliegende Problem hat sich gezeigt, dass eine anfängliche Wahl der Wichtungsfaktoren zu 1 zweckdienlich ist. Ist mit diesen Werten keine Konvergenz zu erreichen,

so werden die Wichtungsfaktoren analog zu den Parametern α , β und γ zufällig neu bestimmt. Die Exponenten werden zunächst auf den Wert 4 gesetzt; sobald die Zielfunktion einen gewissen Wert unterschreitet, werden sie um die Hälfte reduziert.

Optimierungsparameter

Als Optimierungsparameter werden die n Bestandteile eines Tupels bezeichnet, welche zur Ermittlung des Funktionsminimums nach den Regeln des Downhill-Simplex-Algorithmus variiert werden. Ein beliebiger Betriebszustand des PMLS-Motors bei Spannungseinprägung kann bei Kenntnis der Randbedingungen (Außentemperatur, Netzspannung, Netzfrequenz, ...) durch vier Variablen eindeutig beschrieben werden: d- und q-Komponenten des Statorstroms $I_{1,d/q}$, Polradwinkel β_p sowie Wicklungsübertemperatur ϑ_w . Dementsprechend liegt ein vierdimensionales Optimierungsproblem vor, welches zur Lösung fünf Tupel benötigt. Die Starttupelwerte können prinzipiell beliebig gewählt werden, wobei hierbei darauf zu achten ist, dass die Tupel keinen Raum aufspannen, dessen Dimension kleiner als die des Optimierungsproblems ist^[11].

Soll einer der Parameter hingegen bewusst konstant gehalten werden (beispielsweise β_p bei Berechnung der $M(\beta_p)$ -Kennlinie), so muss dieser in allen Tupel einen identischen Wert besitzen. Damit verringert sich die Dimension des Optimierungsproblems, die Tupelanzahl kann entsprechend reduziert werden. Gegebenenfalls müssen außerdem bestimmte Wichtungsfaktoren zu null gesetzt werden. Bei vorgegebener konstanter Übertemperatur ϑ_w gilt beispielsweise $w_4 = 0$.

5.3.2 Berechnung stationärer Betriebspunkte

Leistungsvariation

Soll das Betriebsverhalten des PMLS-Motors im stationären synchronen Betrieb bei einer vorgegebenen mechanischen Leistung bestimmt werden, so ist das entsprechende Lastdrehmoment M_L vorzugeben. Darüber hinaus ist bei Berücksichtigung des thermischen Modells die Angabe der Umgebungstemperatur T_U erforderlich. Ist nun noch der Effektivwert $U_{1, \text{str}}$ und die Frequenz f_1 des speisenden Spannungssystems gegeben, so können die vier Fehlerfunktionen $f_{\mathfrak{R}}$, $f_{\mathfrak{Z}}$, f_M sowie f_{th} aufgestellt werden. Nach Abschluss des Optimierungsvorgangs können mit Hilfe der gefundenen Optimierungsparameter weitere interessierende Größen wie beispielsweise der Wirkungsgrad oder der Leistungsfaktor mittels der in Kapitel 3 formulierten Zusammenhänge berechnet werden.

^[11]Dies wäre beispielsweise der Fall, wenn einer der Parameter in allen Tupeln den gleichen Wert besitzt.

Es sei darauf hingewiesen, dass im Allgemeinen mehrere Punkte auf der $M(\beta_p)$ -Kennlinie des PMLS-Motors existieren, bei denen die gewünschte mechanische Leistung erbracht werden kann. Wie in [Vol60] gezeigt wird, sind beispielsweise bei Auftreten einer Reaktionsschleife vier verschiedene Leerlaufpunkte möglich. In welchen Punkt der Downhill-Simplex-Algorithmus konvergiert, kann durch eine entsprechende Wahl der Starttupel beeinflusst werden.

Variation des Polradwinkels

Zur simulativen Berechnung der $M(\beta_p)$ -Kurve wird der Polradwinkel β_p vorgegeben. Da jedem Polradwinkel eindeutig ein entsprechendes Drehmoment zugeordnet ist, ist die mechanische Leistung der Maschine damit implizit festgelegt. Aus diesem Grund entfällt die Fehlerfunktion f_M , der ihr zugeordnete Wichtungsfaktor w_3 wird daher zu null gesetzt.

Optimierung der Berechnungszeit

Jede Funktionswertberechnung $f(x)$ eines Tupels x erfordert eine vollständige Magnetkreisberechnung mit den Tupelparametern $I_{1,d/q}$ und ϑ_w . Wurde die Position des Arbeitspunktes im vierdimensionalen Raum grob identifiziert, was sich in einem kleinen Absolutwert der Fehlerfunktion für alle Simplextupel bemerkbar macht, so werden sich die Tupelparameter nur noch geringfügig ändern. Dementsprechend ist auch der Magnetisierungszustand der Maschine, welcher sich als Lösung der Magnetkreisberechnung ergibt, nur noch geringen Schwankungen unterworfen. Dieser Umstand kann zur zeitlichen Beschleunigung der Magnetkreis- und damit auch der Arbeitspunktberechnung genutzt werden.

Das Konvergenzverhalten des NEWTON-RAPHSON-Verfahrens, insbesondere die Anzahl an notwendigen Iterationsschritten, wird entscheidend durch die Wahl der Anfangswerte $\vec{\mu}_{r,0}$ der Elektroblech-Widerstände beeinflusst. Werden Startwerte gewählt, die bereits nahe an der sich einstellenden Lösung liegen, so werden nur wenige – teilweise nur ein einziger oder gar keiner, falls die Startwerte bereits der Abbruchbedingung genügen – Iterationsschritte benötigt, um Gleichung (5.22) hinreichend genau zu erfüllen. Aus diesem Grund werden die Startwerte der Elektroblech-Permeabilitäten bei jeder neuen Tupelberechnung zu jenen Permeabilitäten gewählt, die sich im bisherigen Bestpunkt als Lösung der Magnetkreisberechnung ergaben. Hierdurch ergibt sich eine deutliche Verringerung der Anzahl an benötigten Iterationsschritten und damit an Berechnungszeit.

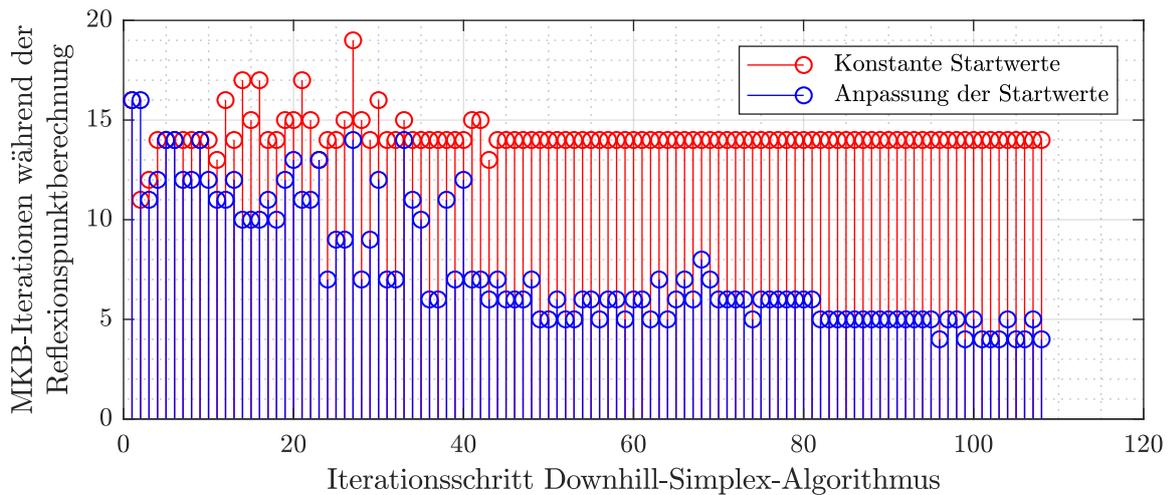


Abbildung 5.18: Verbesserung des Iterationsverhaltens der Magnetkreisberechnung (MKB) durch Übernahme der vorherigen Ergebnisse als neue Startwerte

Abbildung 5.18 zeigt beispielhaft anhand der Berechnung des Reflexionspunkts bei vorgegebenem Lastdrehmoment auf, dass die Anzahl an notwendigen Iterationsschritten nach „Einschwingen“ des Downhill-Simplex-Algorithmus durch die Übernahme der Permeabilitäten des bisherigen Bestpunkts („Anpassung der Startwerte“) im Vergleich zur Nutzung konstanter Startwerte um den Faktor 2,5 bis 3 verringert werden kann. In Summe werden bei konstanten Startwerten während der 108 Iterationsschritte des Downhill-Simplex-Algorithmus alleine für die Reflexionspunkt-berechnung 1533 Magnetkreisiterationen benötigt, während bei Anpassung der Startwerte dieser Wert auf 809 Iterationen reduziert werden kann.

6 Analytische Simulation des transienten Betriebsverhaltens

Ein wesentliches Merkmal von PMLS-Motoren ist ihr Kurzschlusskäfig, welcher sie in die Lage versetzt, am starren Netz (Spannung und Frequenz konstant) aus dem Stillstand asynchron zu beschleunigen und in den synchronen Betrieb überzugehen. Dieser Übergang zwischen asynchronem und synchronem Betrieb wird als Intrittfall bezeichnet. Kann die Maschine aufgrund zu hoher Last nicht in Tritt fallen, so verharrt sie in einem periodischen Grenzyklus, in dem hohe Drehzahl-, Drehmoment- und Stromschwankungen auftreten (Abbildung 6.1).

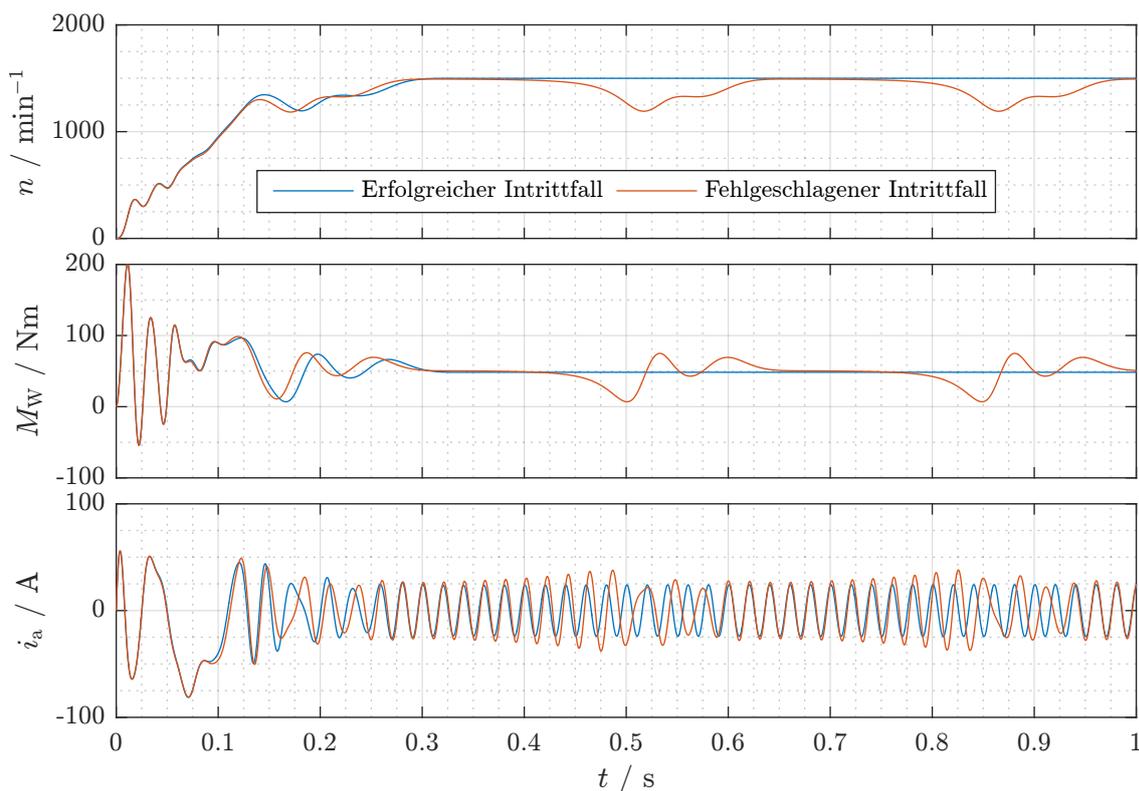


Abbildung 6.1: Von oben nach unten: Drehzahl-, Drehmoment- und Strangstromverläufe eines erfolgreichen und eines fehlgeschlagenen Intrittfallvorgangs im Vergleich^[1]

^[1]Die gezeigten Verläufe wurden mit dem AM des #-Designs mit Cu-Käfig und folgenden Parametern erstellt:
 $k_J = 1,8$; $k_{M,\text{syn}} = 1,9$; $k_{M,\text{nosyn}} = 2,0$; $U_{1,\text{verk}} = 400 \text{ V}$; $f_1 = 50 \text{ Hz}$.

Um die Eignung des zu entwickelnden PMLS-Motors für die in Kapitel 2.1 diskutierten Anwendungen zu überprüfen, wird daher in der Auslegungsphase ein Modell benötigt, welches den Hochlaufvorgang untersuchen kann. Aufgrund der Vielzahl an denkbaren Hochlaufszenarien steht nicht die exakte Abbildung der zeitlichen Betriebsgrößenverläufe, sondern vielmehr eine robuste und schnelle Abschätzung des Intrittfallverhaltens im Fokus.

6.1 Prämissen der Modellierung

Eine exakte Lösung der in Abschnitt 3.3.1 vorgestellten Spannungsdifferentialgleichungen muss die wechselseitigen Abhängigkeiten zwischen Induktivitäten und Strömen berücksichtigen. Die naheliegende Nutzung des analytischen Magnetkreismodells birgt jedoch zwei Nachteile:

1. Anders als im stationären synchronen Fall beeinflussen im transienten Betrieb nicht nur die Statorströme und die Magnete, sondern auch die Rotorströme die Sättigung, sodass die Tupelanzahl (und damit die Anzahl an notwendigen Magnetkreisrechnungen) größer wird. Somit steigt auch der Rechenzeitbedarf.
2. Im Vergleich zur alternativ nutzbaren FEM (siehe Kapitel 7) ist das stationäre analytische Modell bezogen auf die Rechenzeit nur aufgrund des fehlenden Einschwingvorgangs im Vorteil. Im transienten Fall müsste hingegen eine Arbeitspunktberechnung pro Zeitschritt durchgeführt werden. Die für eine Arbeitspunktberechnung benötigte Zeit liegt wesentlich über der eines FEM-Zeitschritts.

Aus diesen Gründen werden PM-Flussverkettung und Induktivitäten im Rahmen der transienten analytischen Modellierung als konstant, das heißt als unabhängig vom Sättigungszustand der Maschine und damit von den Strömen betrachtet. Ausgangspunkt stellen dabei die sich im Bemessungsbetriebspunkt ($P_{W,r} = 4\text{kW}$) einstellenden Werte dar, welche gegebenenfalls den Simulationsrahmenbedingungen angepasst werden.

Des Weiteren wird von einer ausreichend starren Systemanordnung ausgegangen, sodass die in Abschnitt 3.3.2 beschriebene Vereinfachung der mechanischen Differentialgleichungen genutzt werden kann. Schließlich wird die Wicklungsübertemperatur des Motors während des Hochlaufvorgangs als konstant angenommen. Diese Vereinfachung kann mit den im Vergleich zur Hochlaufzeit großen thermischen Zeitkonstanten gerechtfertigt werden.

6.2 Lösungsverfahren für Anfangswertprobleme

Unter Berücksichtigung der getroffenen Vereinfachungen können die Spannungs- und Bewegungsdifferentialgleichungen als ein lineares Differentialgleichungssystem erster Ordnung aufgefasst werden. Die Simulation eines Hochlaufvorgangs stellt grundsätzlich ein Anfangswertproblem dar, bei dem Drehzahl und Ströme zu Beginn den Wert null besitzen. Für diese Klasse von Problemen stellt das RUNGE-KUTTA-Verfahren einen gängigen Lösungsansatz dar [Pre+07]. In seiner vierstufigen Variante basiert es auf dem in Abbildung 6.2 gezeigten Verlaufsdiagramm. Die Genauigkeit und der Rechenzeitbedarf des Verfahrens wird durch die Wahl der Zeitschrittweite Δt beeinflusst.

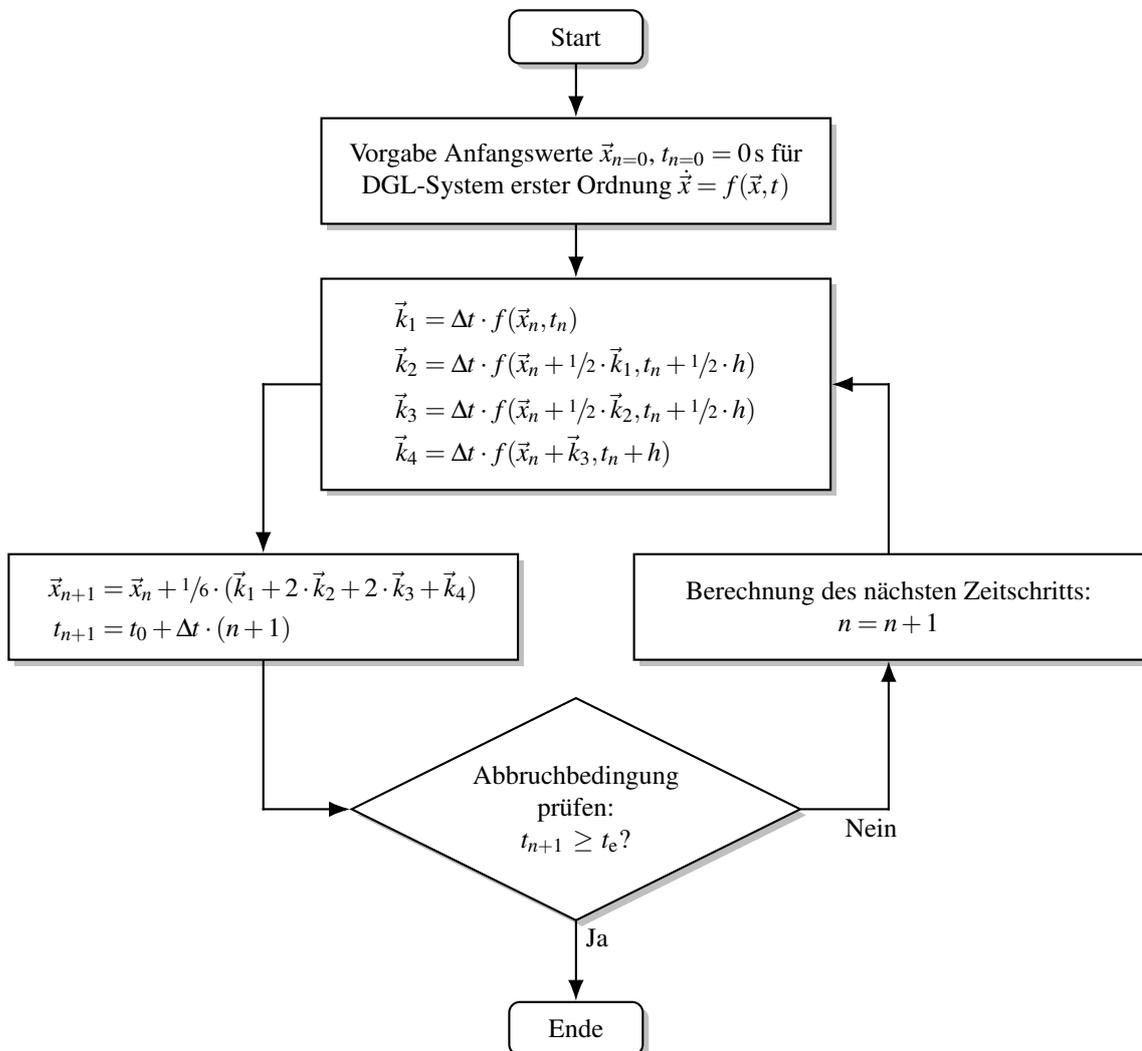


Abbildung 6.2: Anwendung des RUNGE-KUTTA-Verfahrens zur Lösung zeitabhängiger Differentialgleichungssysteme erster Ordnung

Voraussetzung für die Nutzung des Verfahrens ist eine Formulierung des zu lösenden Differentialgleichungssystem in der Form $\dot{\vec{x}} = f(\vec{x}, t)$. Hierzu werden die in Abschnitt 3.3 formulierten Gleichungen wie folgt umgestellt.

$$\frac{\partial i_{1d}}{\partial t} = \frac{4 \cdot L_{2d}}{4 \cdot L_{1d} \cdot L_{2d} - m_1 \cdot N_2 \cdot M_{12d}^2} \cdot \left(u_{1d} - R_1 \cdot i_{1d} + p \cdot \omega_W \cdot L_{1q} \cdot i_{1q} + p \cdot \omega_W \cdot \frac{N_2}{2} \cdot M_{12q} \cdot i_{2q} + \frac{N_2}{2} \cdot R_2 \cdot \frac{M_{12d}}{L_{2d}} \cdot i_{2d} \right) \quad (6.1a)$$

$$\frac{\partial i_{1q}}{\partial t} = \frac{4 \cdot L_{2q}}{4 \cdot L_{1q} \cdot L_{2q} - m_1 \cdot N_2 \cdot M_{12q}^2} \cdot \left(u_{1q} - R_1 \cdot i_{1q} - p \cdot \omega_W \cdot L_{1d} \cdot i_{1d} - p \cdot \omega_W \cdot \frac{N_2}{2} \cdot M_{12d} \cdot i_{2d} + \frac{N_2}{2} \cdot R_2 \cdot \frac{M_{12q}}{L_{2q}} \cdot i_{2q} - p \cdot \omega_W \cdot \Psi_{PM} \right) \quad (6.1b)$$

$$\frac{\partial i_{2d}}{\partial t} = \frac{2 \cdot m_1 \cdot M_{12d}}{m_1 \cdot N_2 \cdot M_{12d}^2 - 4 \cdot L_{1d} \cdot L_{2d}} \cdot \left(u_{1d} - R_1 \cdot i_{1d} + \frac{2}{m_1} \cdot R_2 \cdot \frac{L_{1d}}{M_{12d}} \cdot i_{2d} + p \cdot \omega_W \cdot L_{1q} \cdot i_{1q} + p \cdot \omega_W \cdot \frac{N_2}{2} \cdot M_{12q} \cdot i_{2q} \right) \quad (6.1c)$$

$$\frac{\partial i_{2q}}{\partial t} = \frac{2 \cdot m_1 \cdot M_{12q}}{m_1 \cdot N_2 \cdot M_{12q}^2 - 4 \cdot L_{1q} \cdot L_{2q}} \cdot \left(u_{1q} - R_1 \cdot i_{1q} + \frac{2}{m_1} \cdot R_2 \cdot \frac{L_{1q}}{M_{12q}} \cdot i_{2q} - p \cdot \omega_W \cdot L_{1d} \cdot i_{1d} - p \cdot \omega_W \cdot \frac{N_2}{2} \cdot M_{12d} \cdot i_{2d} - p \cdot \omega_W \cdot \Psi_{PM} \right) \quad (6.1d)$$

$$\frac{\partial \omega_W}{\partial t} = \frac{M_W - M_L}{J_{ges}} \quad (6.1e)$$

$$\frac{\partial \gamma_W}{\partial t} = \omega_W \quad (6.1f)$$

Die linke Seite des Gleichungssystems entspricht dabei $\dot{\vec{x}}$. Unter Nutzung der Anfangsbedingungen können so die zeitlichen Verläufe von Strom, Drehzahl, Rotorlagewinkel sowie daraus abgeleiteter Größen wie M_W und M_L bestimmt werden. Die Momentanwerte der Spannung in d- und q-Achse $u_{1,d/q}$ können ermittelt werden, indem das gemäß Gleichung (3.2) definierte Spannungssystem unter Nutzung von Beziehung (3.3) der in Gleichung (3.5a) definierten PARK-Transformation unterzogen wird. Analog dazu werden die Stromwerte $i_{1,a/b/c}$ durch Rücktransformation mit Gleichung (3.5b) ermittelt.

6.3 Lastcharakteristik

Eine wesentliche Einflussgröße auf das transiente Betriebsverhalten ist die Abhängigkeit des Lastdrehmoments M_L von der Drehzahl n . In der Praxis sind drei verschiedene Varianten relevant, die in Abbildung 6.3 dargestellt sind. Die Kennlinien sind derart angepasst, dass bei der Synchrondrehzahl $n_{\text{syn}} = f_1/p$ stets das Lastdrehmoment $M_{L,\text{syn}}$ auftritt.

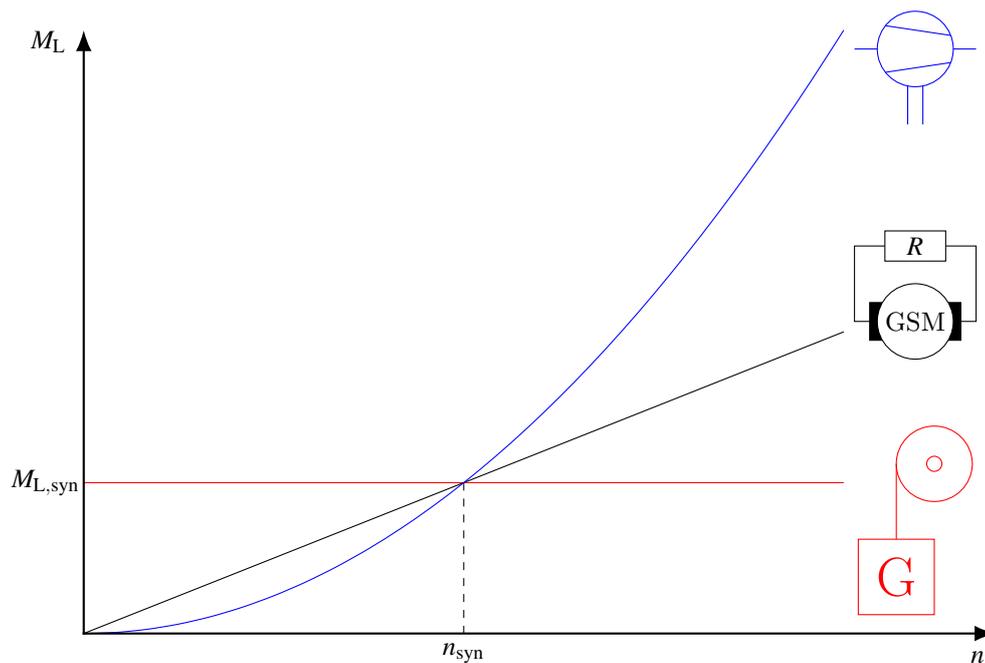


Abbildung 6.3: Qualitative Darstellung der Drehmoment-Drehzahl-Verläufe verschiedener Lastarten

Konstante Last Bei der rot eingezeichneten Konstantlast ist das Lastdrehmoment über die Drehzahl konstant. Dieses Verhalten tritt beispielsweise bei Kranlasten auf, bei denen das Lastdrehmoment eine Funktion der Gewichtskraft ist.

$$M_L = M_{L,\text{syn}} \quad (6.2)$$

Lineare Last Die schwarze Lastkennlinie ist bei generatorisch arbeitenden Gleichstrommaschinen (GSM) zu beobachten, welche eine OHM'sche Last versorgen.

$$M_L = \frac{n}{n_{\text{syn}}} \cdot M_{L,\text{syn}} \quad (6.3)$$

Quadratische Last Für Kreiselpumpen oder Lüfter ist eine mit der Drehzahl quadratisch ansteigende Lastkennlinie typisch. Sie ist in der Abbildung blau markiert.

$$M_L = \left(\frac{n}{n_{\text{syn}}} \right)^2 \cdot M_{L,\text{syn}} \quad (6.4)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass bei der Funktionsmusteruntersuchung im Labor lediglich die lineare Lastkennlinie nachgebildet werden kann.

6.4 Intrittfallgrenze

Eine vorteilhafte Darstellung des Intrittfallverhaltens liefert die sogenannte Intrittfallgrenze. Hierbei wird für eine bestimmte Kombination an Betriebsbedingungen (Wicklungsübertemperatur, Lastcharakteristik sowie Versorgungsspannung und -frequenz) das größte synchrone Lastdrehmoment, bei dem der PMLS-Motor gerade noch in Tritt fällt, über das Trägheitsmoment des Antriebsstrangs aufgetragen. Dabei ergibt sich typischerweise der in Abbildung 6.4 skizzierte hyperbolische Verlauf. Für kleine Trägheitsmomente wird das maximal mögliche Lastdrehmoment durch das synchrone Kippdrehmoment des Motors begrenzt, weshalb die Intrittfallgrenze in diesem Bereich einen konstanten Verlauf besitzt.

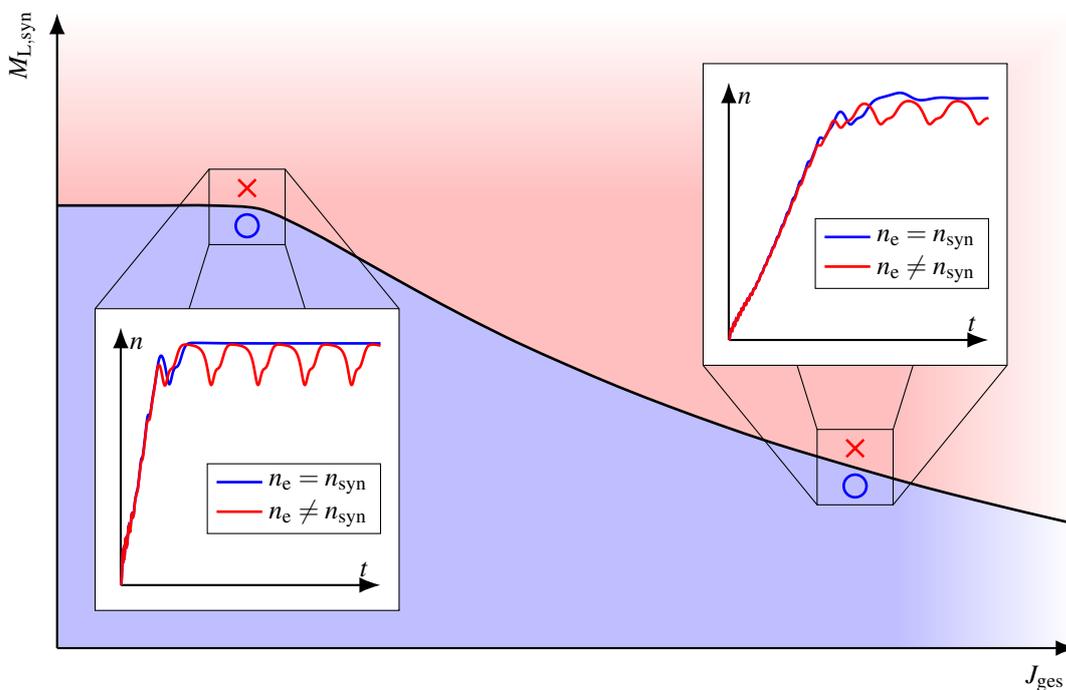


Abbildung 6.4: Prinzipdarstellung der Intrittfallgrenze mit exemplarischen Drehzahlverläufen

Der Nutzen dieser Darstellung liegt darin, dass für eine interessierende Last sofort abgelesen werden kann, ob mit einem Intrittfall zu rechnen ist oder nicht. Darüber hinaus ermöglicht sie einen quantitativen Vergleich des Intrittfallverhaltens verschiedener Motoren. Speziell aus letzterem Grund bietet sich eine normierte Darstellung an, bei der das Trägheitsmoment J_{ges} durch den dimensionslosen Faktor k_J und das synchrone Lastdrehmoment $M_{L,\text{syn}}$ durch k_M ausgedrückt wird. Zur Trägheitsmomentnormierung wird das Rotorträgheitsmoment J_W herangezogen, zur Drehmomentnormierung das Bemessungsdrehmoment $M_{W,r}$.

$$k_J = \frac{J_{\text{ges}} - J_W}{J_W} = \frac{J_L}{J_W} \quad (6.5a)$$

$$k_M = \frac{M_{L,\text{syn}}}{M_{W,r}} \quad (6.5b)$$

6.4.1 Einflussgrößen

Ob ein Intrittfall stattfindet, ist von einer Vielzahl an Parametern abhängig. Neben k_J und k_M sind beispielhaft die in Abschnitt 6.3 diskutierte Drehzahlabhängigkeit des Lastdrehmoments, der Statorwicklungsaufbau oder die Wicklungsübertemperatur zu nennen. Die Berücksichtigung der beiden letztgenannten Parameter im analytischen Modell wird nachfolgend erläutert.

Einfluss des Statorwicklungsaufbaus

Bei vorgegebener Luftspalt-Flussdichte dient die Strangwindungszahl w_1 als Designparameter der induzierten Spannung. Durch Variation dieses Wertes werden die Gleichungen (6.1) in folgender Weise beeinflusst:

1. Für den Widerstand der Ständerwicklung lässt sich gemäß Abschnitt 3.4.1 ein quadratischer Zusammenhang feststellen: $R_1 \sim w_1^2$.
2. Wie aus Abschnitt 3.4.3 hervorgeht, gilt analog zum Ständerwiderstand auch für die Ständerstreuinduktivität: $L_{1\sigma} \sim w_1^2$.
3. Die Induktivitäten M und L sowie die PM-Flussverkettung Ψ_{PM} sind nach Abschnitt 10.1.1 linear von Strangwindungszahl und Luftspalt-Flussdichte abhängig. Die Luftspalt-Flussdichte wird selbst wiederum nichtlinear von der Felderregerkurve beeinflusst, deren Amplitude gemäß Gleichung (5.14) linear mit w_1 steigt.

Aufgrund der Nichtlinearität des magnetischen Kreises müssen die unter Punkt 3 aufgeführten Koeffizienten durch eine entsprechende Magnetkreisrechnung bestimmt werden. Gemäß den Modellbildungsprämissen nach Abschnitt 6.1 werden daher die Bemessungswerte von Induktivitäten und PM-Flussverkettung für verschiedene w_1 mit Hilfe des stationären Modells bestimmt und in Form einer Tabelle im transienten Modell hinterlegt.

Einfluss der Wicklungsübertemperatur

Die Temperaturabhängigkeit der OHM'schen Widerstände wurde bereits in Abschnitt 3.4.1 diskutiert. Wie in Kapitel 4 erwähnt, wird dabei davon ausgegangen, dass die Statorwicklungsübertemperatur ϑ_w in etwa der der Käfigwicklung entspricht. Der Verringerung der PM-Remanenz durch die Magnetübertemperatur (welche nach Kapitel 4 ebenfalls der Wicklungsübertemperatur ϑ_w gleichgesetzt ist) wird durch eine lineare Skalierung der PM-Flussverkettung Rechnung getragen^[2]. Als Bezugswert dient die Übertemperatur im Bemessungspunkt $\vartheta_{w,r}$.

$$\Psi_{PM}(\vartheta_w) = \Psi_{PM,r} \cdot \frac{1 - \alpha_{B_r} \cdot \vartheta_w}{1 - \alpha_{B_r} \cdot \vartheta_{w,r}} \quad (6.6)$$

6.4.2 Bestimmung der Eintrittfallgrenze

Die Ermittlung der Eintrittfallgrenze kann prinzipiell als Optimierungsproblem aufgefasst werden: Finde für ein vorgegebenes k_J unter Berücksichtigung der Einflussgrößen das größtmögliche synchrone Lastdrehmoment k_M , bei dem die Maschine gerade noch in Tritt fällt^[3]. Durch Ermittlung dieser Punkte für verschiedene Werte von k_J kann so die Eintrittfallgrenze identifiziert werden. Für die mathematische Behandlung soll folgende Konvention genutzt werden: Findet für einen Faktor k_M ein Eintrittfall statt, so wird dieser mit $k_{M, \text{syn}}$ bezeichnet, andernfalls mit $k_{M, \text{nosyn}}$.

Zur Lösung des formulierten Optimierungsproblems wird die Zielfunktion $y(k_J, k_M)$ eingeführt: Findet ein Eintrittfall erfolgreich statt, so besitzt dieser Punkt den Zielfunktionswert „1“, andernfalls „-1“. Zur Beurteilung des Erfolgs eines Eintrittfallvorgangs wird die Drehzahl des Antriebsstrangs zum letzten simulierten Zeitpunkt t_e herangezogen. Ist diese gleich der Synchrondrehzahl, so wurde der Synchronisationsvorgang erfolgreich abgeschlossen.

$$y(k_J, k_M) = \begin{cases} 1, & \text{falls } n_e = n_{\text{syn}} \\ -1, & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.7)$$

Gesucht ist nun die Nullstelle der in (6.7) formulierten Zielfunktion. Ein besonders robuster Algorithmus hierfür ist das Bisektionsverfahren gemäß Abbildung 6.5. Eine detaillierte Beschreibung des Verfahrens ist in Anhang A.2.6 zu finden.

^[2]Die Unterstellung eines linearen Zusammenhangs ist streng genommen nur dann gültig, wenn die Sättigungsverhältnisse in der Maschine trotz der variierenden Magnetremanenz als konstant angesehen werden können. Im Falle von Ferritmagneten, welche aufgrund ihrer geringen Remanenz einen deutlich kleineren Einfluss als das Statorstromsystem besitzen, ist ebendiese Annahme zulässig.

^[3]Eine alternative Formulierung, bei der für ein gegebenes k_M das größtmögliche k_J gesucht wird, ist natürlich ebenfalls denkbar.

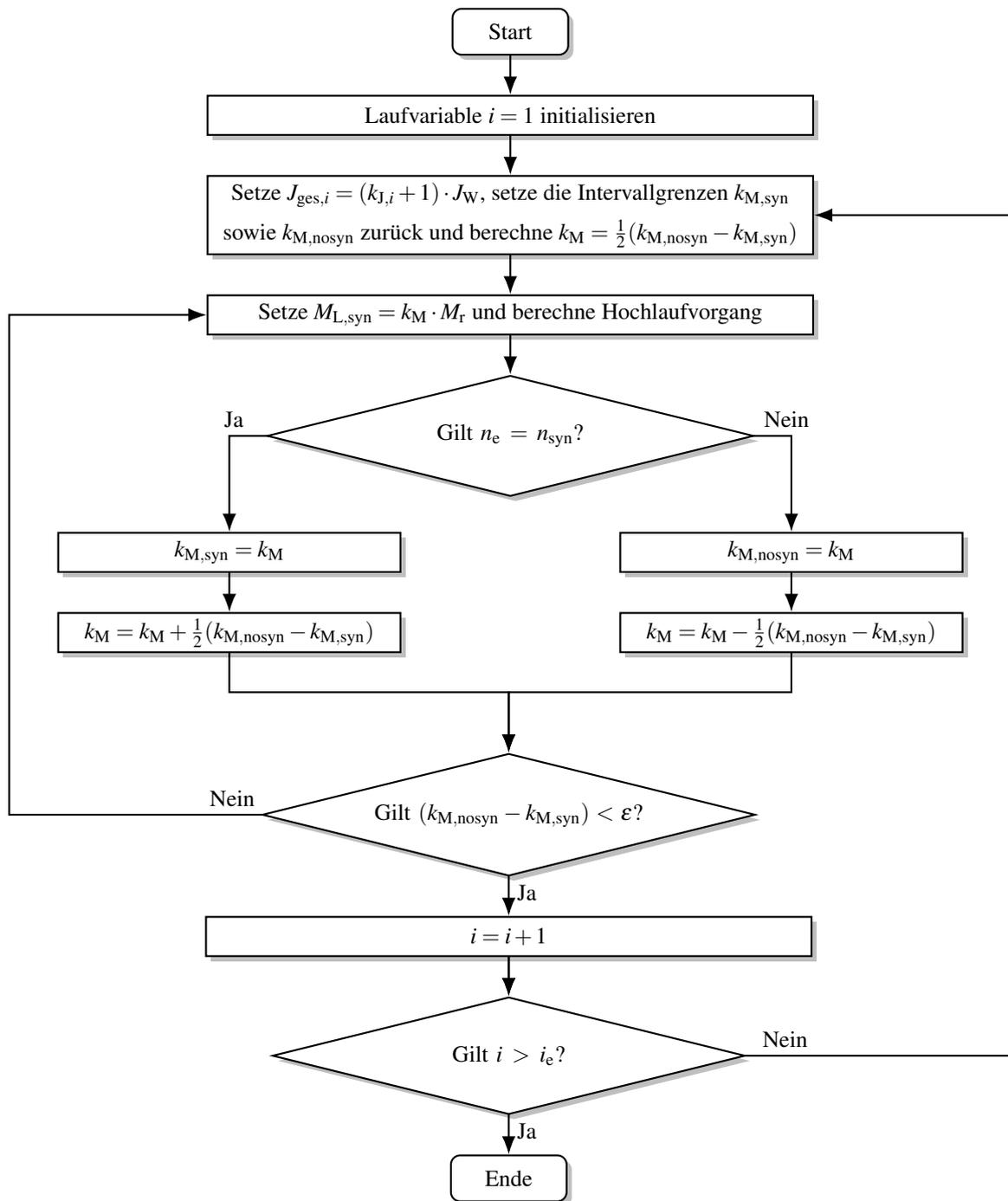


Abbildung 6.5: Automatisierte Bestimmung der Eintrittfallgrenze

Bevor der Algorithmus starten kann, müssen die beiden Intervallgrenzen $k_{M,syn}$ und $k_{M,nosyn}$ derart vorgegeben werden, dass sich die Nullstelle von y für alle interessierenden Trägheitsmomente zwischen ihnen befindet. Des Weiteren ist die Vorgabe der Simulationsrandbedingungen beziehungsweise Einflussgrößen sowie des bezogenen Trägheitsmomententupels $k_{J,i} = \frac{J_{L,i}}{J_W}$ vonnöten. Zu Beginn des Flussdiagramms wird zunächst die Laufvariable i initialisiert. Anschließend

wird das entsprechende bezogene Trägheitsmoment $k_{J,i}$ aus dem Tupel gewählt und zum absoluten Antriebsstrangträgheitsmoment $J_{ges,i}$ umgerechnet. Weiterhin wird k_M als Mittelwert der Intervallgrenzen berechnet.

Im nächsten Schritt wird eine Hochlaufsimulation mit dem RUNGE-KUTTA-Verfahren durchgeführt, wobei das synchrone Lastdrehmoment zu $M_{L,syn} = k_M \cdot M_{W,r}$ gesetzt wird. Anschließend wird die Zielfunktion y berechnet. Falls ein Intrittfall stattgefunden hat, wird $k_{M,syn}$ zu k_M gesetzt und ein neuer Mittelwert k_M berechnet. Andernfalls gilt $k_{M,nosyn} = k_M$. Auf diese Weise wird iterativ das Intervall zwischen $k_{M,syn}$ und $k_{M,nosyn}$ immer weiter verkleinert. Wird ein Grenzwert ε unterschritten, so wird die Berechnung des maximalen Intrittfalldrehmoments für das aktuelle $J_{ges,i}$ abgeschlossen und i um eins erhöht. Sobald dieses Prozedere für den letzten Tupelwert k_{J,i_e} durchgeführt wurde, ist die Berechnung der Intrittfallgrenze abgeschlossen.

7 Numerische Simulation mittels FEM

Als Alternative zur analytischen Modellierung bietet sich die Simulation mit der Finiten-Elemente-Methode (FEM) an. Sie ermöglicht eine vergleichsweise schnelle Modellerstellung für höchst unterschiedliche Geometrien und wurde daher für die in Kapitel 2.6 diskutierte Vorauswahl genutzt. Darüber hinaus ermöglicht die FEM im Gegensatz zu analytischen Methoden eine hochauflösende Bestimmung der elektromagnetischen Felder innerhalb des Motors, weshalb sie auch bei der späteren Detailauslegung der Funktionsmuster in Kapitel 8 eingesetzt wird. Nachteilig gegenüber der analytischen Methode ist der hohe Rechenzeitbedarf.

7.1 Grundlagen der FEM

Die FEM basiert auf der Diskretisierung des Berechnungsgebietes in endlich viele Teilkörper – die namensgebenden „finiten Elemente“ – und der Lösung der der Problemstellung zugrunde liegenden Differentialgleichungen mittels sogenannter Ansatzfunktionen. Wird für jedes Element eine endliche Anzahl an Parametern definiert, die selbiges im Rahmen der Problemstellung beschreiben, so kann das gesamte Berechnungsgebiet ebenfalls durch eine endliche Anzahl von Parametern beschrieben werden. Im Falle der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten elektromagnetischen Problemstellung handelt es sich bei diesen Parametern um die Potentiale des elektrischen sowie des magnetischen Feldes. Beide Feldarten werden allgemein durch die nachfolgend behandelten MAXWELL-Gleichungen beschrieben und miteinander verknüpft.

7.1.1 MAXWELL-Gleichungen

Der gesamte Elektromagnetismus kann in der klassischen Physik durch die vier MAXWELL-Gleichungen beschrieben werden. Je nach Problemstellung existieren unterschiedliche Darstellungen; für die FEM ist die makroskopische, differentielle Formulierung nach [Don15] zweckmäßig.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (7.1a)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (7.1b)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (7.1c)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (7.1d)$$

Gleichung (7.1a) repräsentiert das erweiterte Durchflutungsgesetz: Elektrische Ströme, die aus einer Stromdichte \vec{J} oder einer zeitlichen Änderung der elektrischen Flussdichte \vec{D} resultieren, führen zur Ausbildung eines magnetischen Wirbelfeldes der Feldstärke \vec{H} . Das in Gleichung (7.1b) dargestellte Induktionsgesetz besagt, dass eine zeitliche Änderung der magnetischen Flussdichte \vec{B} ein elektrisches Wirbelfeld der Feldstärke \vec{E} nach sich zieht. Gemäß Gleichung (7.1c) ist das Feld der magnetischen Flussdichte quellenfrei. Das GAUSS'sche Gesetz (7.1d) schließlich besagt, dass die Quelle oder Senke eines elektrischen Feldes die Ladungsdichte ρ ist.

7.1.2 Materialgleichungen

Die Abhängigkeiten zwischen der Feldstärke und der Flussdichte eines elektrischen beziehungsweise magnetischen Feldes (\vec{E} zu \vec{D} beziehungsweise \vec{H} zu \vec{B}) werden durch die Permittivität ϵ beziehungsweise Permeabilität μ hergestellt.

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P} \quad (7.2a)$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \vec{H} + \vec{J} \quad (7.2b)$$

Analog zu Gleichung (5.9) kann auch die Permittivität in das Produkt aus der elektrischen Feldkonstanten ϵ_0 und der materialspezifischen Permittivität ϵ_r zerlegt werden. Darüber hinaus ist eine Darstellung mit der elektrischen Polarisation \vec{P} möglich.

7.1.3 Potentialformulierungen

Sowohl das elektrische als auch das magnetische Feld können mit Hilfe von Skalar- und Vektorpotentialen formuliert werden (Tabelle 7.1).

Tabelle 7.1: Potentialformulierungen des elektrischen und magnetischen Feldes

	elektrisch	magnetisch
skalar	φ	Ω
vektoriell	\vec{T}	\vec{A}

Bei diesen Potentialen handelt es sich um Hilfsgrößen ohne physikalische Bedeutung. Ihre Definition gemäß des Gleichungssatzes (7.3) ermöglicht es jedoch, die physikalischen Vektorgrößen des elektrischen sowie des magnetischen Feldes aus ihnen abzuleiten.

$$\vec{H} = \vec{T} - \vec{\nabla}\Omega \quad (7.3a)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (7.3b)$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla}\varphi \quad (7.3c)$$

$$\vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{T} \quad (7.3d)$$

Zur eindeutigen Festlegung der elektromagnetischen Felder ist ein elektrisches sowie ein magnetisches Potential notwendig, von denen mindestens eines vektoriell sein muss. Somit stehen insgesamt drei verschiedene Potentialkombinationen für die FEM zur Verfügung: Die \vec{A} - φ -, die \vec{T} - Ω - sowie die \vec{A} - \vec{T} -Formulierung. Durch die Wahl eines Potentials wird je eine MAXWELL-Gleichung implizit gelöst, sodass die FEM-Software abhängig von der gewählten Formulierung die zwei übrigen Gleichungen numerisch lösen muss. Der Zusammenhang zwischen gewähltem Potential und gelöster partieller Differentialgleichung kann Tabelle 7.2 entnommen werden.

Tabelle 7.2: Zusammenhang zwischen gewählter Potentialformulierung und der dadurch implizit gelösten MAXWELL-Gleichung

Potentialformulierung	Implizit erfüllte MAXWELL-Gleichung	Formel der Gleichung
Ω	Erweitertes Durchflutungsgesetz	$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
φ	Induktionsgesetz	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
\vec{A}	GAUSS'sches Gesetz für Magnetfelder	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
\vec{T}	GAUSS'sches Gesetz	$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$

An den Eckpunkten der Elemente („Knoten“) werden die beiden nicht implizit erfüllten Gleichungen über ihr Variationsproblem gelöst. Dabei wird das zur Differentialgleichung gehörende Energiefunktional bestimmt und die Minimierungsfunktion gesucht. Zur numerischen Lösung des Variationsproblems kommt das Verfahren von RITZ zum Einsatz, welches ein einfacher zu behandelndes Näherungsfunktional anstatt des tatsächlichen Energiefunktional formuliert. Dieses wird nach den Knotenpotentialen eines Elementes abgeleitet, woraus die Bestimmungsgleichungen für die Knotenpotentiale selbst resultieren. Durch Interpolationsgleichungen niedriger Ordnung können anschließend auch die Werte von Potentialen bestimmt werden, die zwischen den Knoten liegen. Alle anderen interessierenden Größen können anschließend aus den Potentialen abgeleitet werden.

Eine genauere Beschreibung der genannten mathematischen Verfahren kann [Lin14] und [Ste15] entnommen werden. Für weitergehende Erläuterungen bezüglich des Einsatzes von FEM zur Lösung elektromagnetischer Probleme sei außerdem auf [Ret16] verwiesen. Zur anschaulichen Darstellung des Funktionsprinzips soll die FEM nachfolgend anhand eines einfachen Beispiels erläutert werden.

7.1.4 Anwendung der FEM am Beispiel der Ampere-Definition

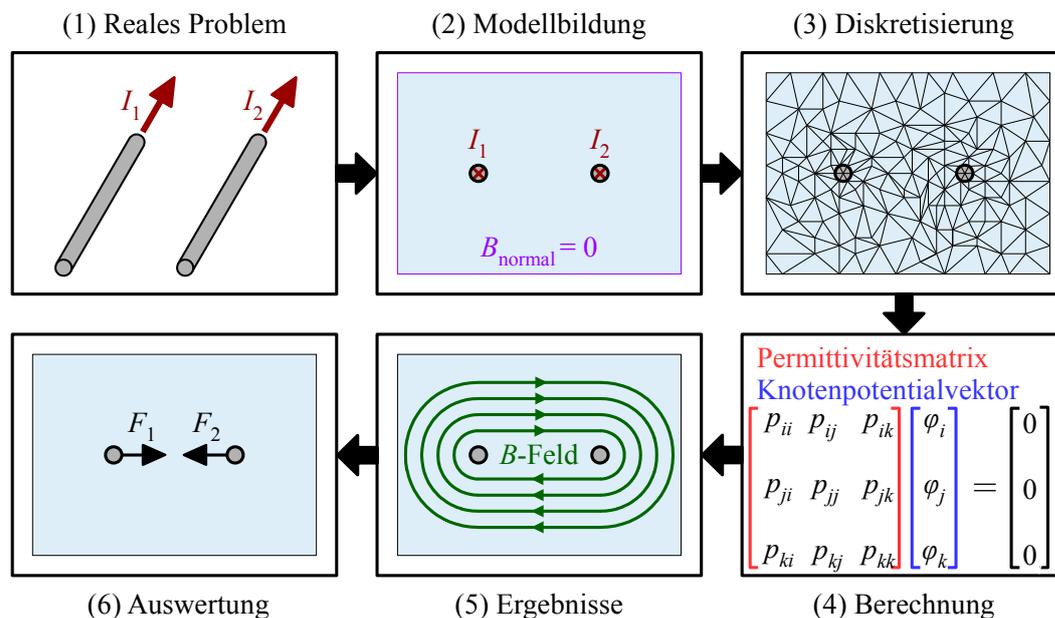


Abbildung 7.1: Anwendung der FEM am Beispiel der Ampere-Definition

Abbildung 7.1 zeigt die allgemeine Vorgehensweise bei Anwendung der FEM zur Lösung einer elektromagnetischen Problemstellung am Beispiel der Ampere-Definition. Diese ist in [Don15] wie folgt formuliert:

„1 Ampere (A) ist die Stärke des zeitlich konstanten elektrischen Stromes, der im Vakuum zwischen zwei parallelen, unendlich langen, geraden Leitern mit vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt und dem Abstand von 1 m zwischen diesen Leitern eine spezifische Kraft von $2 \cdot 10^{-7} \text{ Nm}^{-1}$ hervorruft.“

Ausgehend von dieser Definition stellt sich das reale Problem wie in (1) abgebildet dar. Die Ströme $I_1 = 1 \text{ A}$ und $I_2 = 1 \text{ A}$ fließen durch die grau dargestellten Leiter, welche in einem Abstand von einem Meter zueinander parallel verlaufen. Der nächste Schritt ist die in (2) gezeigte Modellbildung: Das reale Problem wird auf ein (hier zweidimensionales) Modell reduziert, welches die Leiterquerschnitte mit den eingprägten Erregungen $I_{1/2}$ beinhaltet. Des

Weiteren wird eine Begrenzung des Berechnungsgebietes vorgenommen (hellblaue Fläche) und eine Randbedingung auf die Grenzen des Berechnungsgebietes aufgebracht (hier $B_{\text{normal}} = 0$, das heißt, der magnetische Fluss soll parallel zur Grenze verlaufen).

Nachdem die Modellierung abgeschlossen ist, folgt als nächstes die Diskretisierung (3): Das Berechnungsgebiet wird in die namensgebenden finiten Elemente unterteilt, was bei heutigen FEM-Programmen voll- oder teilautomatisch geschieht. Da die Diskretisierung direkt die Anzahl der zu lösenden Elementgleichungen bestimmt, steigert eine große Anzahl an Elementen einerseits die Simulationsgenauigkeit, führt jedoch andererseits auch zu einer höheren Rechenzeit. Durch manuelle Eingriffe in die Netzgenerierung (beziehungsweise das „Meshing“) kann die Elementanzahl sowie -verteilung gesteuert werden. Im vorliegenden Beispiel wird um die Leiter herum ein engmaschiges Netz erzeugt, die Elemente an den Rändern des Berechnungsgebietes hingegen fallen größer aus. Dadurch werden die Bereiche, in denen das Magnetfeld einen großen Einfluss besitzt, hervorgehoben, während in den entfernteren Bereichen, wo das Magnetfeld nicht mehr sonderlich ausgeprägt ist, Elemente eingespart werden.

Anschließend erfolgt in (4) die bereits beschriebene Potentialberechnung, die hier symbolisch durch die Bestimmungsgleichungen des elektrischen Skalarpotentials φ eines Knotens dargestellt ist. In (5) ist der daraus resultierende magnetische Fluss im Berechnungsgebiet schematisch dargestellt. Er folgt unter Verwendung der magnetischen Materialgleichung (7.2b) direkt aus den magnetischen Knotenpotentialen \vec{A} .

Neben diesen direkt abgeleiteten Größen gibt es unter Umständen weitere interessierende Ergebnisse, beispielsweise die Kraft auf die Leiter. Hierfür sind weitere Rechnungen erforderlich, die im letzten Schritt (6) Auswertung durchgeführt werden. Im Fall der LORENTZ-Kräfte F_1 und F_2 könnten diese durch Lösung von Gleichung (7.4) bestimmt werden, wobei \vec{v} hier die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger q durch die Leiter ist.

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (7.4)$$

Für das vorgestellte Beispiel sollte sich für F_1 und F_2 jeweils ein Betrag von $2 \cdot 10^{-7}$ N ergeben.

7.2 Simulation der PMLS-Motoren mittels FEM

7.2.1 Modellbildung

Zur Modellierung der Motoren mit der Methode der finiten Elemente wird das kommerzielle Programm *Ansys Electronics Desktop* genutzt. Es bietet die Möglichkeit, sowohl zwei- als auch dreidimensionale elektromagnetische FEM-Berechnungen unter Berücksichtigung mechanischer Bewegungen durchzuführen.

Prämissen der Modellierung

Da es sich bei den betrachteten Motoren um Radialflussmaschinen handelt, kann unter Vernachlässigung dreidimensionaler Effekte wie beispielsweise der Stirnstreuung ein 2D-Modell verwendet werden, was gegenüber einer dreidimensionalen Modellierung eine erhebliche Einsparung von Knoten und damit von Rechenzeit bedeutet. Bei Verwendung einer Einschicht-GLW liegt bei einer geometrischen Drehung des Motors um 90° eine elektromagnetisch azimutal anti-periodische Symmetrie vor, weshalb das Modell auf einen Pol beschränkt werden kann. Die letzte notwendige Annahme zur Festlegung der Randbedingungen betrifft die äußere Zylinderfläche des Stators. Aufgrund der erheblich besseren magnetischen Leitfähigkeit des Elektroblechs gegenüber dem Gehäusematerial wird davon ausgegangen, dass der Rückschluss der magnetischen Flüsse ausschließlich über das Statorjoch erfolgt.

Geometrischer Modellaufbau

Der Aufbau des zweidimensionalen FEM-Modells ist in in Abbildung 7.2 gezeigt. Das Modell umfasst die folgenden Elemente: Motorwelle ①, Passfeder ②, Rotorblech ③, Magnete ④, Streustegbereich ⑤, Rotorstäbe ⑥, Luftspalt ⑦, Statorwicklung ⑧ sowie Statorblech ⑨. Diese Elemente wiederholen sich bei einer Drehung um den Wellenmittelpunkt periodisch^[1].

Randbedingungen

Das Statorjoch wird von einer als orangefarbener Viertelkreis eingezeichneten Randbedingung begrenzt, welche das Austreten des magnetischen Flusses aus dem Statorjoch verhindert. Da die verwendete FEM-Software zur Lösung zweidimensionaler Problemstellungen die \vec{A} - ϕ -Formulierung nutzt, muss dementsprechend das magnetische Vektorpotential \vec{A} für die Randknoten des Netzes zu null gesetzt werden. Aufgrund der Ausnutzung der Motorsymmetrie muss darüber hinaus die positive mit der negativen d-Achse gekoppelt werden. Im FEM-Programm

^[1]Es sei darauf hingewiesen, dass dies bei der Passfeder nicht der Fall ist, da diese nur zweimal über den Wellenumfang verteilt auftritt. Der dadurch entstehende Berechnungsfehler ist jedoch vernachlässigbar klein und wird im Interesse der Modellvereinfachung in Kauf genommen.

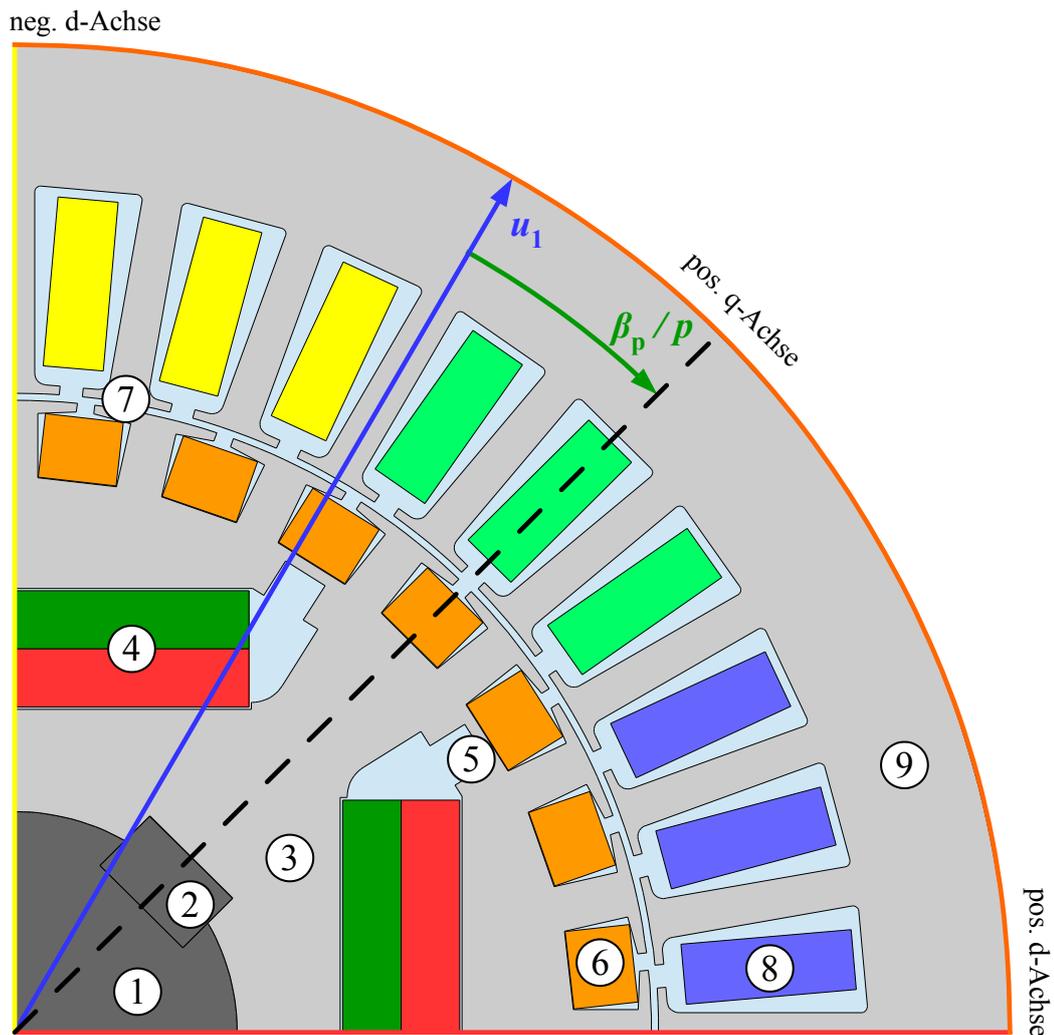


Abbildung 7.2: Aufbau eines zweidimensionalen, reduzierten Viertelmodells am Beispiel des #-Aktivteildesigns

geschieht dies dadurch, dass die Potentiale \vec{A} und φ der auf der positiven d-Achse (rote Linie) befindlichen Knoten den entsprechenden Potentialen auf der negativen d-Achse (gelbe Linie) betragsmäßig gleich gesetzt werden. Die Antiperiodizität wird berücksichtigt, indem das Vorzeichen der Potentiale auf der negativen d-Achse gewechselt wird. Diese Randbedingung wird auch als „Master-Slave“-Randbedingung bezeichnet. Bei der Vernetzung wird diese Randbedingung berücksichtigt, indem die Knoten jeweils in gleichem Abstand zur Wellenmitte gesetzt werden. In Abbildung 7.3 sind beispielhaft die beiden miteinander gekoppelten Knoten „1_{Master}“ und „1_{Slave}“ markiert.

Erregungen

Die Erzeugung des magnetischen Feldes innerhalb des Motors resultiert aus drei verschiedenen Quellen: Statorstromsystem, Magnete sowie Rotorstromsystem. Im spannungseingeprägten Betrieb resultieren die Statorströme aus der vorgegebenen, starren Netzspannung, der Motorimpedanz sowie der induzierten Spannung. Unter Nutzung des in Abschnitt 3.2.5 diskutierten Ersatzschaltbildes bietet die FEM-Software die Möglichkeit, die Statorströme im Rahmen der elektromagnetischen Analyse zu bestimmen. Daher kann direkt das Spannungssystem mit dem resultierenden Zeiger u_1 in Betrag, Phase und Frequenz vorgegeben werden. Wie aus Abbildung 3.5 hervorgeht, müssen bei der FEM-Rechnung lediglich R_1 und $L_{1\sigma, wk}$ vorgegeben werden, da die FEM-Software die Spannung $\underline{U}_{i, FEM}$ berechnet. Die Nut-Zahnkopf- sowie die Oberwellenstreuung werden bei der elektromagnetischen Analyse somit implizit berücksichtigt. Die im transienten Fall auftretenden Koppelinduktivitäten mit dem Rotorwicklungssystem werden ebenfalls in $\underline{U}_{i, FEM}$ erfasst.

Die Magnete werden durch Angabe von Remanenzinduktion, relativer Permeabilität sowie Vorzugsrichtung der Magnetisierung definiert. Diese Modellierung bildet zwar nur den linearen Teil der Magnetkennlinie ab, jedoch sollte der lineare Bereich im Betrieb aufgrund der Gefahr irreversibler Entmagnetisierung sowieso nicht verlassen werden. Abschließend sei noch auf den Rotorkäfig eingegangen. In diesen werden abhängig vom Schlupf Spannungen induziert, welche wiederum die Rotorströme treiben. Um die Induktion von Spannungen zu ermöglichen, werden die Stäbe im FEM-Modell als elektrische Leiter definiert. Der Kurzschlussring wird als Reihenschaltung von Ringsegmentwiderstand $R_{ri, seg}$ und Ringsegmentstreuung $L_{2\sigma, ri, seg}$ zwischen zwei Stäben modelliert.

Vernetzung

Abbildung 7.3 zeigt beispielhaft die Vernetzung der in Abbildung 7.2 gezeigten Aktivteilgeometrie des Funktionsmusterdesigns # für die Berechnung stationärer Betriebspunkte^[2]. Besonderes Augenmerk wurde auf die detaillierte Vernetzung des Luftspalt- sowie des Streustegbereiches gelegt, um bei der Drehmomentberechnung sowie bei der Bestimmung des Streuflusses eine hohe Genauigkeit erzielen zu können. Im Bereich der Welle hingegen ist eine vergleichsweise grobe Vernetzung ausreichend, da die Welle nur in geringem Maße flussführend wirkt.

^[2]Für andere Applikationen können andere Vernetzungen sinnvoller sein, beispielsweise werden die Magnete bei Überprüfung der Entmagnetisierungsfestigkeit deutlich feiner vernetzt.

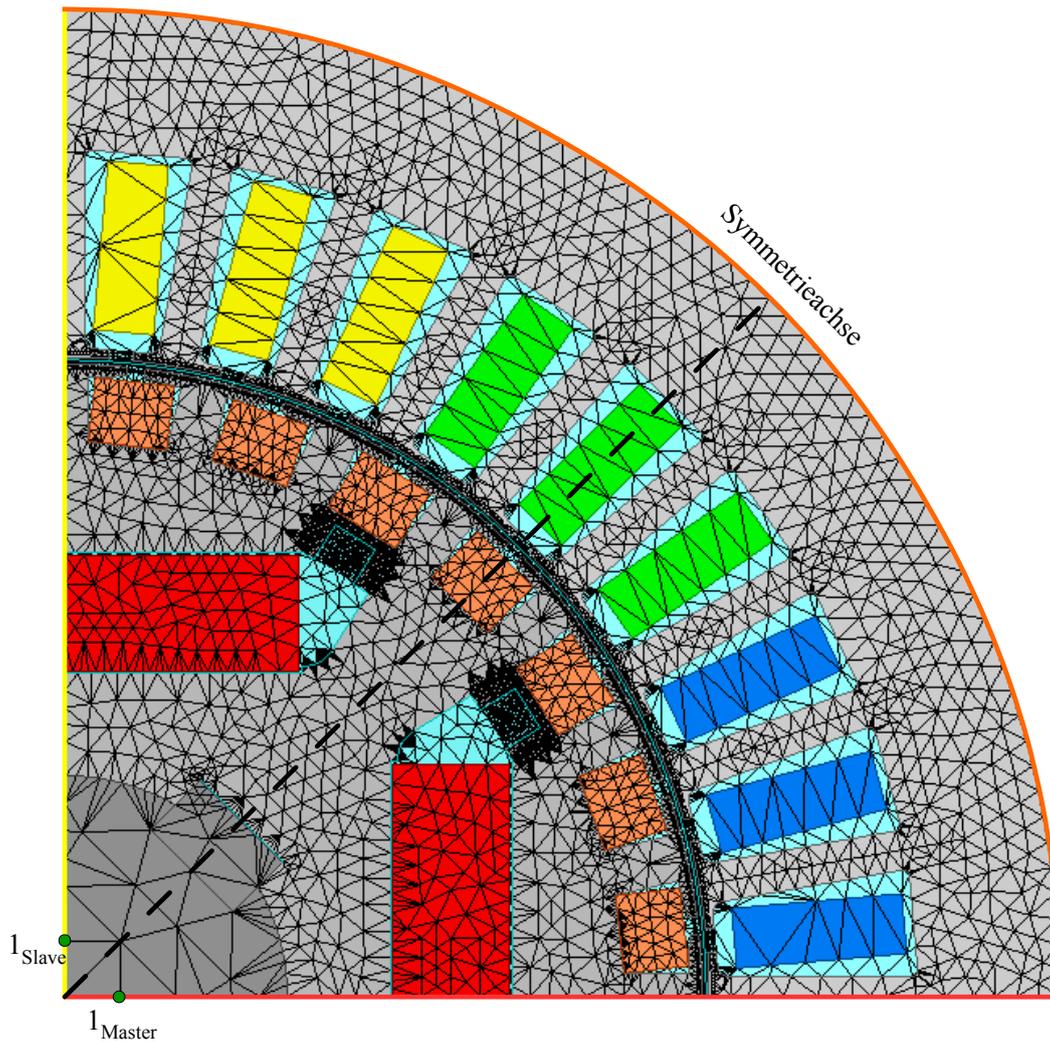


Abbildung 7.3: Vernetzung der in Abbildung 7.2 gezeigten Modellgeometrie zur Simulation des stationären synchronen Betriebs

Im stationären synchronen Betrieb kann eine allgemein als „Clicking Mesh“ bekannte Vernetzungsmethode ausgenutzt werden, um eine höhere Genauigkeit der Feldkopplung zwischen Stator und Rotor zu erreichen. Im Falle des verwendeten FEM-Programms wird zur Nachbildung einer Bewegung ein sogenanntes Bandobjekt definiert, welches alle beweglichen Teile (in diesem Fall den gesamten Rotor) einschließt. Dieses Bandobjekt kann sowohl mit einer transienten (beispielsweise bei Hochlaufvorgängen) als auch mit einer konstanten Drehzahl rotieren. Im Falle des hier betrachteten Viertelmodells handelt es sich bei dem Bandobjekt um eine Viertelkreisscheibe mit der Wellenmitte als Drehpunkt. Stator- und rotorseitige Potentiale werden an der Kante des Bandobjekts miteinander gekoppelt. Falls die entsprechenden Knoten nicht exakt aufeinanderliegen, wird eine Interpolation durchgeführt, was die Genauigkeit der Berechnung verringert.

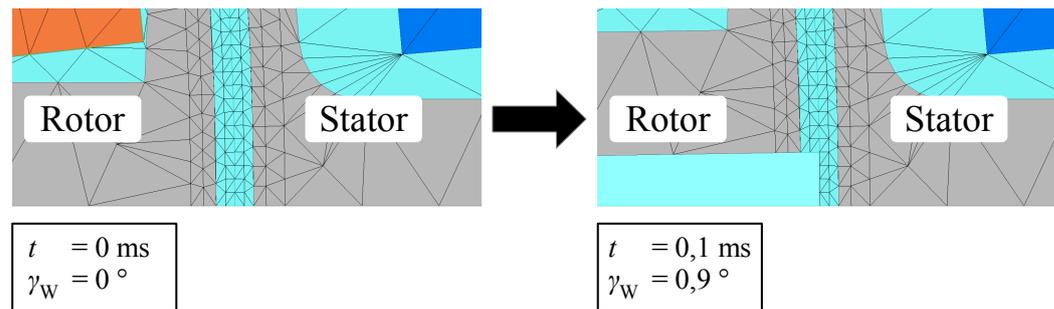


Abbildung 7.4: Funktionsweise des „Clicking Mesh“ zur Vermeidung von Interpolationsrechnungen am Band-Objekt

An dieser Stelle setzt das Prinzip des „Clicking Mesh“ an. Abbildung 7.4 zeigt eine Detailaufnahme des Luftspalts zu zwei aufeinander folgenden Simulationszeitpunkten. In beiden Fällen liegen stator- und rotorseitige Knoten an der Kante des Bandobjekts exakt aufeinander, sodass keine Interpolation durchgeführt werden muss. Hierfür muss die Drehzahl des Bandobjekts zeitlich konstant gehalten werden, darüber hinaus ist die Vernetzung an der Bandobjektkante auf die Drehzahl und die Simulationszeitschrittweite Δt abzustimmen.

7.2.2 Stationäres Betriebsverhalten

Zur Berechnung stationärer Betriebspunkte sind, wie in Abbildung 7.5 gezeigt, eine Reihe von Vorgaben erforderlich. Das genutzte FEM-Programm arbeitet bei mechanischen Bewegungen grundsätzlich transient mit Zeitschritten. Daher muss nicht nur das speisende Spannungssystem, sondern auch eine Zeitschrittweite Δt sowie ein Endwert t_e vor Beginn einer Simulation definiert werden. Der Endwert muss dabei so gewählt werden, dass sich der Motor in einem stationären Zustand befindet.

Ein stationärer Zustand im Sinne des synchronen Betriebs ist dann erreicht, wenn die mechanischen und elektromagnetischen Verhältnisse im zeitlichen Mittel konstant sind. Hierfür sind je nach Startbedingungen eine durch Δt und t_e festgelegte Anzahl von Zeitschritten erforderlich, in denen sich die Maschine „einschwingt“. Als letzte Vorgabegröße ist die Wicklungsübertemperatur ϑ_w zu nennen, die mittels des in Kapitel 4 vorgestellten thermischen Modells iterativ aus den Verlusten berechnet wird.

Gängige Praxis bei der Simulation einer spannungseingepprägten Synchronmaschine mit Kurzschlusskäfig unter Vorgabe der Last ist die Durchführung einer mechanisch transienten Simulation, bei der sich der Lastwinkel β_p selbstständig so einstellt, dass die Motorleistung die Last kompensiert.

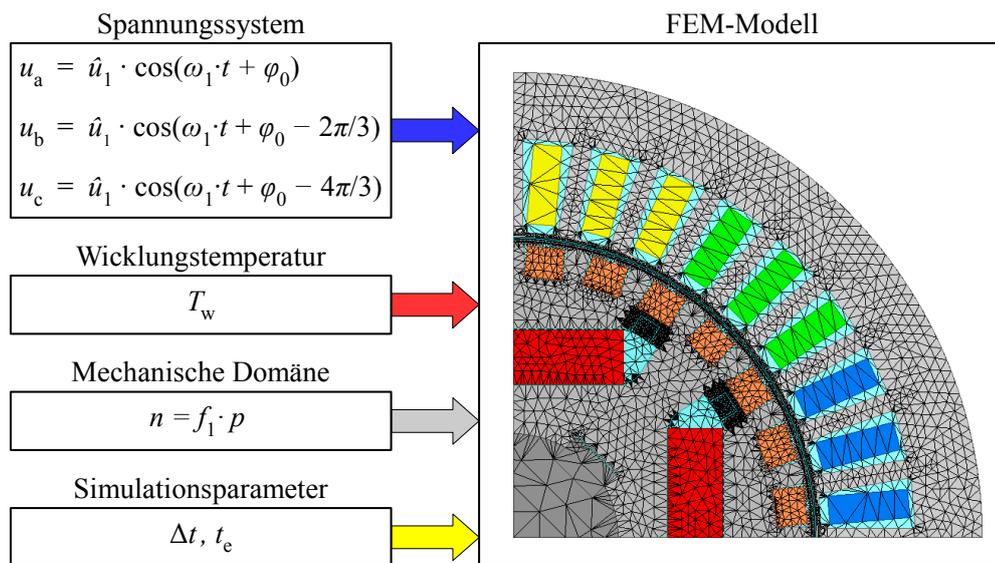


Abbildung 7.5: Eingangsparameter der FEM-Simulation zur Betrachtung des stationären synchronen Betriebs

Nachteilig hierbei ist die lange Einschwingzeit der mechanischen Domäne, welche wesentlich größere Zeitkonstanten als die elektromagnetische Domäne besitzt. Durch die Wahl günstiger Startbedingungen^[3] kann die Einschwingzeit zwar erheblich reduziert werden, dennoch ist der Bedarf an Zeitschritten für den Einschwingvorgang im Allgemeinen um ein Vielfaches höher als der Zeitschrittbedarf zur Betrachtung des Stationärbetriebs (welcher einer elektrischen Periode entspricht). Darüber hinaus muss bei einer mechanisch transienten Simulation auf eine Verwendung des „Clicking Mesh“ verzichtet werden.

Aus diesen Gründen wird ein alternatives Vorgehen gewählt: Die Drehzahl wird fest vorgegeben und der Polradwinkel beziehungsweise die Anfangslage des Spannungszeigers gemäß Abbildung 7.2 variiert. Nach Abschluss des elektrischen Einschwingvorgangs wird das Grundwellendrehmoment der Maschine betrachtet und mit dem gewünschten Lastdrehmoment verglichen (Abbildung 7.6). Durch Variation des Polradwinkels kann so der interessierende Lastzustand gefunden werden.

^[3]In [Hau16] wird beispielsweise ein Simulationsstart aus dem übersynchronen Betrieb zur Beschleunigung des Einschwingvorgangs durchgeführt.

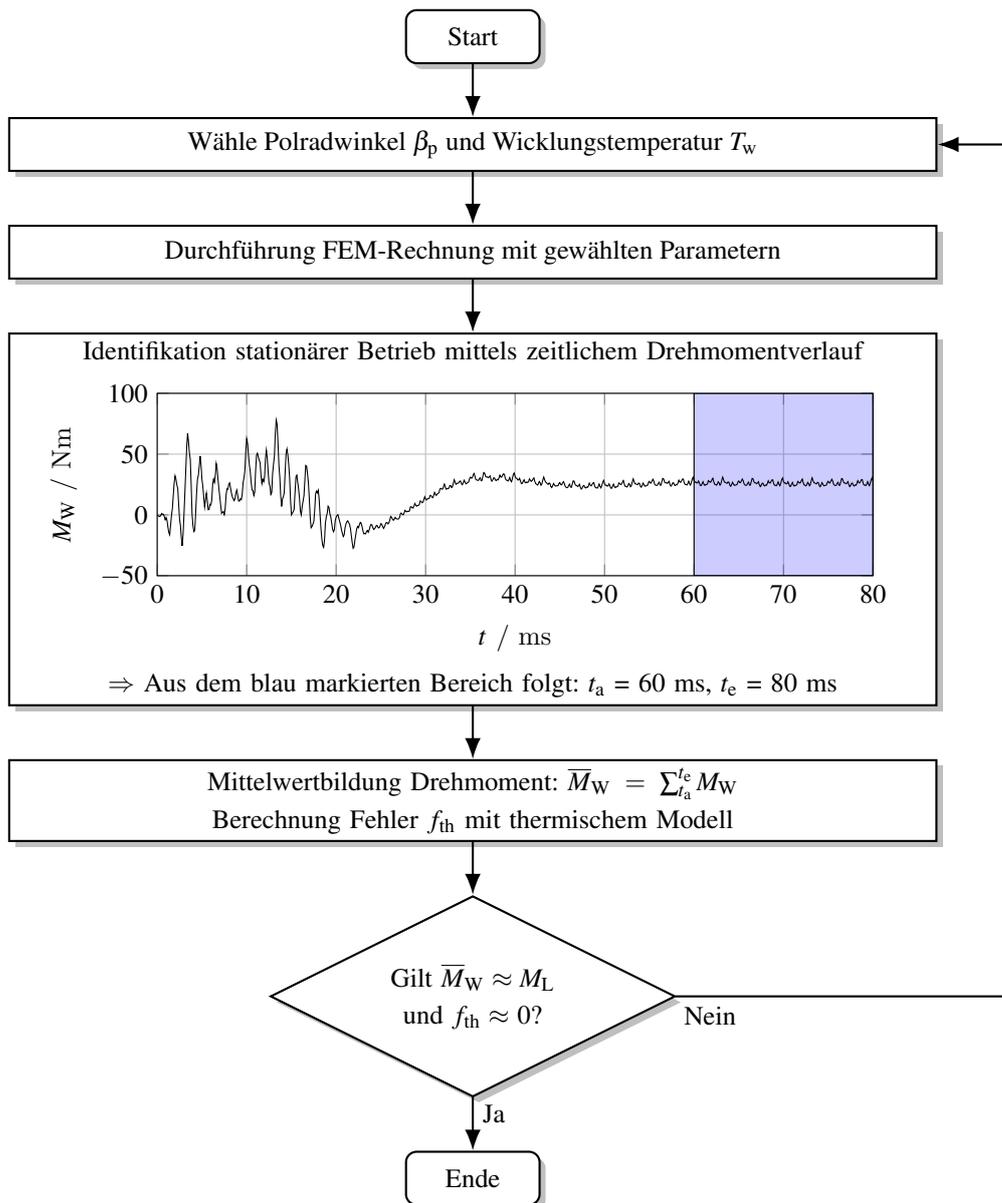


Abbildung 7.6: Ermitteln eines stationären synchronen Betriebszustands bei vorgegebener Last durch Variation der Wicklungsüberetemperatur und des Polradwinkels

7.2.3 Transientes Betriebsverhalten

Wie eingangs erwähnt, bietet das verwendete FEM-Programm auch die Möglichkeit, mechanisch transiente Vorgänge nachzubilden. Im Rahmen dieser Arbeit ist diese Option aus zwei Gründen interessant: Zum einen kann damit eine (rechenzeitintensive) Validierung des in Kapitel 6 vorgestellten analytischen Modells für transiente Vorgänge durchgeführt werden. Zum anderen kann mittels FEM die PM-Gegenfeldbelastung auch für komplexe Geometrien überprüft werden.

Zur Überprüfung der Entmagnetisierungsfestigkeit wird die magnetische Feldstärke \vec{H} innerhalb der Magnete betrachtet. Hierzu wird das magnetische Knotenpotential \vec{A} für die simulierten Zeitschritte gespeichert. Über den Zusammenhang (7.3b) und die Materialgleichung (7.2b) kann \vec{H} ermittelt werden.

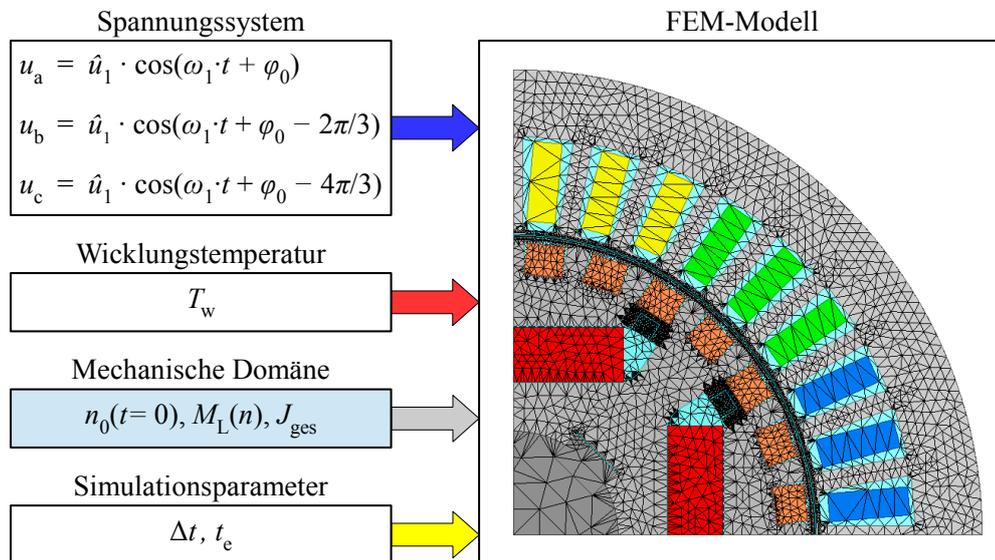


Abbildung 7.7: Eingangsparameter der FEM-Simulation zur Betrachtung des transienten Hochlaufs

Zur Simulation des Hochlaufs wird prinzipiell das in 7.2.1 beschriebene Modell genutzt. Zur genaueren Nachbildung der Felder innerhalb der Magneten werden diese jedoch feiner vernetzt. Anders als bei der Simulation der stationären Betriebspunkte wird die Drehzahl nicht als zeitinvariant betrachtet, sondern lediglich ein Anfangswert von $n_0 = 0 \text{ min}^{-1}$ für $t = 0 \text{ s}$ vorgegeben (siehe Abbildung 7.7). Zur Lösung der mechanischen Differentialgleichung (3.44) ist weiterhin noch die Angabe des Lastdrehmoments M_L sowie des Gesamtträgheitsmoments J_{ges} erforderlich. Das Lastdrehmoment wird wie in Abschnitt 6.3 beschrieben als drehzahlabhängige Funktion formuliert. Die letzte Komponente der Differentialgleichung M_W wird direkt vom FEM-Programm mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit berechnet.

8 FunktionsmusterAuslegung

8.1 Randbedingungen des Auslegungsprozesses

In Kapitel 2 wurde gefordert, dass mit dem neu entwickelten PMLS-Motor in Ferrittechnik der direkte Ersatz eines vorhandenen Norm-ASM möglich sein soll. Aus diesem Grund wird als Basis des Funktionsmusterbaus ein kommerziell verfügbarer ASM der Fa. *EMOD MOTOREN GmbH* gewählt. Bei dem mit *HEFIE2* bezeichneten ASM der Achshöhe^[1] (AH) 112 handelt es sich um einen IE2-fähigen Käfigläufermotor mit einer Bemessungsleistung von 4 kW und einem Wirkungsgrad von 86,6 % [EMO15].

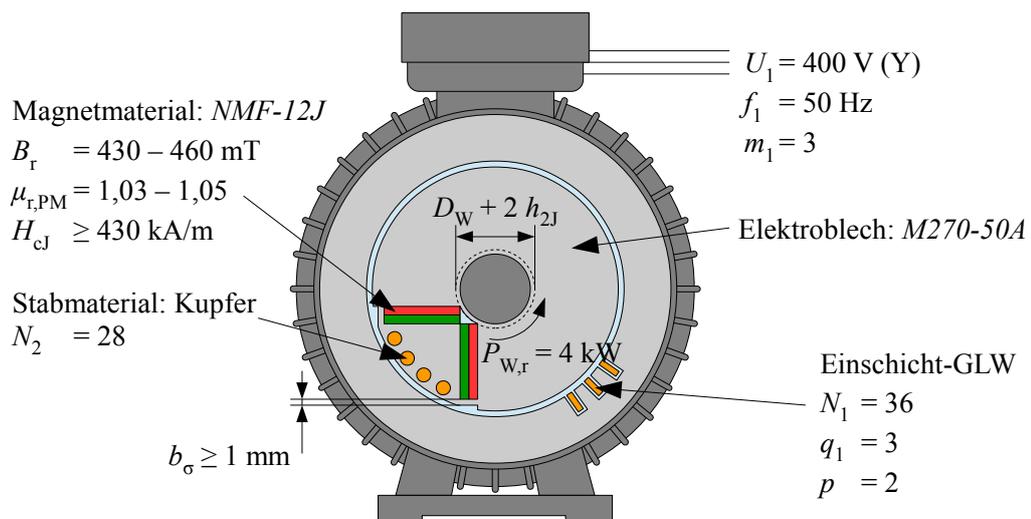


Abbildung 8.1: Vorgaben für Material, Wicklungsaufbau, Betriebsparameter und Streustegbreite

Aus den geometrischen Gehäuseabmessungen des *HEFIE2*-ASM („Basismotor“) resultiert der zur Verfügung stehende axiale Bauraum $l_{ax} = 165 \text{ mm}$, der äußere Statordurchmesser $D_{1a} = 170 \text{ mm}$ sowie eine einseitige Kurzschlussringbreite von maximal $l_{ri} = 11 \text{ mm}$. Aufgrund der mechanischen Anforderungen an den Wellenstrang ist ein Wellendurchmesser von wenigstens $D_W = 38 \text{ mm}$ vonnöten. Da das Statorblech des Basismotors aufgrund der in Abschnitt 2.4 erläuterten Problematik nicht beibehalten wird, entfällt die Beschränkung des Auslegungs-

^[1]Als Achshöhe wird der Abstand zwischen der Antriebswellenmitte und der Standfläche der Gehäusefüße bezeichnet. Die Zahl entspricht ebendiesem Abstand in Millimetern.

prozesses auf den Rotoraufbau. Daraus resultiert eine große Vielfalt möglicher Stator-Rotor-Kombinationen. Zur Begrenzung der Variantenvielfalt werden daher zusätzliche Randbedingungen für den Auslegungsprozess formuliert, die zusammen mit den bisher genannten Parametern in Abbildung 8.1 grafisch dargestellt sind. Diese lassen sich in die folgenden vier Kategorien einteilen: Geometrie, Wicklungsaufbau, Werkstoffe und Betriebsparameter.

8.1.1 Geometrie

Neben den durch das Gehäuse des Basismotors festgelegten Größen D_{1a} , D_W und l_{ax} werden einige weitere Beschränkungen für die Blechschnittgestaltung eingeführt, welche in den beiden Abbildungen 8.1 und 8.2 dargestellt sind.

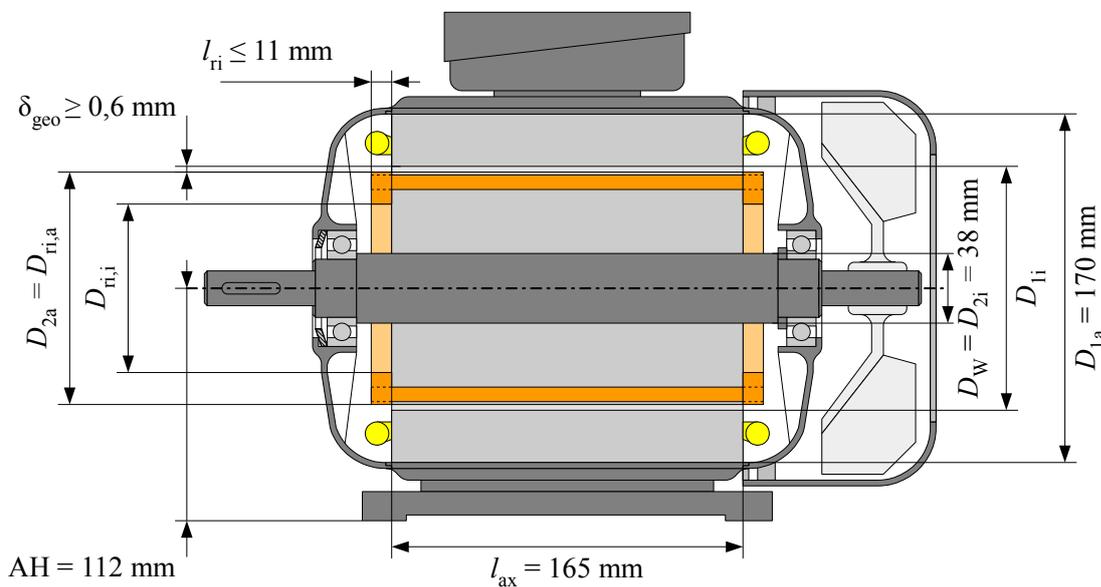


Abbildung 8.2: Vorgaben der geometrischen Aktivteilgestaltung

Das Minimum der Streustegbreite wird aus fertigungstechnischen und strukturmechanischen Gründen zu $b_\sigma = 1 \text{ mm}$ vorgegeben. Die Luftspalthöhe δ_{geo} wird zur Vereinfachung des Fertigungsprozesses nach unten durch einen Minimalwert von $0,6 \text{ mm}$ begrenzt. Zur (theoretischen) Ermöglichung einer Presspassung wird weiterhin eine Rotorjochhöhe h_{2J} von wenigstens 4 mm zwischen Welle und Magnettaschen gefordert^[2]. Die Magnettaschen selbst sollen zwecks Berücksichtigung von Fertigungstoleranzen umlaufend einen zusätzlichen Luftspalt $\delta_{\text{PM}} = 0,2 \text{ mm}$ aufweisen. Darüber hinaus wird vereinbart, dass die verwendete Menge an Magnetmaterial aus Gründen der Vergleichbarkeit bei beiden ausgewählten Rotordesigns identisch ist. Ebenso soll bei beiden Funktionsmustern der gleiche Ständerblechschnitt zum Einsatz kommen. Die Zähne von Ständer- und Läuferblech werden parallelfankig ausgelegt.

^[2]Es sei darauf hingewiesen, dass beim Funktionsmusterbau auf eine Passfederverbindung zurückgegriffen wird, um die aufwendige Simulation des Pressprozesses zu vermeiden.

8.1.2 Wicklungsaufbau

Für die Statorwicklung wird eine fertigungstechnisch einfache Einschicht-GLW ohne parallele Zweige ($a_1 = 1$) vorgesehen. Die Polpaarzahl wird aufgrund der geforderten Drehzahl von 1500 min^{-1} im Netzbetrieb ($f_1 = 50 \text{ Hz}$) zu $p = 2$ gewählt. Für die Lochzahl q_1 wird der für Maschinen dieser Baugröße übliche Wert 3 angesetzt. Damit ist nach Gleichung (3.46) auch die Anzahl der Statornuten N_1 zu 36 festgelegt. Die zur Widerstandsberechnung benötigte mittlere Wickelkopflänge wird mit Gleichung (3.49) zu $l_{\text{wk}} = 150 \text{ mm}$ abgeschätzt. Für den Nutfüllfaktor wird ein für Handwicklungen typischer Wert von 44 bis 46 % angenommen. Die Ständerwicklung wird wie bei Synchronmaschinen üblich im Stern verschaltet.

Zur Vermeidung von Zugspannungswellen aufgrund der ersten Nutharmonischen wird für die Rotorstabzahl N_2 folgende Bedingung nach [MP09] formuliert:

$$N_1 - N_2 = \pm 4p . \quad (8.1)$$

Im vorliegenden Fall ergeben sich damit die beiden möglichen Stabzahlen 28 und 44. Da die Stäbe von den Magnettaschen durch Streustege abgegrenzt werden, welche zur Verringerung des Streuflusses einen möglichst großen magnetischen Widerstand aufweisen sollten, ist eine entsprechend große Streusteglänge beziehungsweise Stabbreite und damit kleine Stabzahl wünschenswert. Des Weiteren fallen gemäß [MP09] für $N_2 > N_1$ die Eisenquerströme größer aus als für $N_2 < N_1$. Aus diesen Gründen wird N_2 zu 28 gewählt.

8.1.3 Werkstoffe

Zur Verringerung von Wirbelströmen werden elektrische Maschine üblicherweise geblecht, das heißt, als Paket gegeneinander elektrisch isolierter, eisenbasierter Bleche ausgeführt. In DIN EN 10106:2016-03 werden die Eigenschaften genormter Elektroblechsorten festgelegt.

Die Verringerung der Ummagnetisierungsverluste wird im Wesentlichen durch die Zugabe von Silizium erreicht. Dadurch wird jedoch die Wärmeleitfähigkeit gesenkt, sodass die Sorte *M800-50A* beispielsweise eine fast doppelt so hohe Wärmeleitfähigkeit gegenüber *M270-50A* besitzt [Got54]. Für den Auslegungsprozess spielt dies jedoch keine wesentliche Rolle, da Hocheffizienzmotoren im Allgemeinen thermisch gering ausgenutzt werden und die verringerte Wärmeleitfähigkeit gegenüber der Verlustreduktion in den Hintergrund tritt. Daher werden die Blechpakete der Funktionsmuster aus der Elektroblechsorte *M270-50A* gefertigt.

Als Stabmaterial wird Kupfer gewählt, da die Nutzung des Aluminium-Druckguss-Verfahrens im Prototypenbau unverhältnismäßig kostspielig ist. Die Kupferstäbe werden an den beiden Aktivteilenden über entsprechende Ringelemente durch Hartlötungen verbunden. Die Stabform wird aus fertigungstechnischen Gründen nicht der Nut angepasst, sondern mit einem rechteckförmigen Querschnitt realisiert.

Als Magnetmaterial wird das bereits in Abschnitt 2.3.2 vorgestellte *NMF-12J*-Material des Herstellers *Hitachi Metals, Ltd.* in Quaderform verwendet. Dabei handelt es sich um einen Strontiumhartferrit, welcher zur Verbesserung der magnetischen Eigenschaften mit Lanthan und Cobalt legiert ist. Speziell die intrinsische Koerzitivfeldstärke H_{cJ} weist einen für Ferritmagnete bemerkenswert hohen Wert von 430 kA/m auf, was für die bei PMLS-Motoren so wichtige Gegenfeldstabilität vorteilhaft ist. Eine Übersicht über die Eigenschaften gemäß Herstellerdatenblatt [Hit16] wird in Tabelle 8.1 gegeben.

Tabelle 8.1: Herstellerangaben *NMF-12J* [Hit16]

Bezeichnung	Formelzeichen	Wert
Remanenz	B_r	430 – 460 mT
Koerzitivfeldstärke	H_{cB}	300 – 350 kA/m
Intrinsische Koerzitivfeldstärke	H_{cJ}	≥ 430 kA/m
Maximales Energieprodukt	$(BH)_{\max}$	35 – 39,8 kJ/m ³
Relative Permeabilität	$\mu_{r,PM}$	1,03 – 1,05
Temperaturkoeffizient B_r	α_{B_r}	-0,17 %/K
Temperaturkoeffizient H_{cJ}	$\beta_{H_{cJ}}$	0,11 %/K

8.1.4 Betriebsparameter

Als Auslegungsziel wird das Erreichen der Energieeffizienzklasse IE4 (91,1 %) im Netzbetrieb bei einer mechanischen Bemessungsleistung von 4 kW und einer Umgebungstemperatur von 20 °C formuliert. Weiterhin sollte der Intrittfall bei linearer Lastkennlinie mit $k_J = 10$ und $k_M = 1$ möglich sein. Für den Netzbetrieb wird das in Europa verwendete Niederspannungsnetz mit einer Frequenz von 50 Hz und einer verketteten Spannung von 400 V herangezogen.

8.2 Auslegungsprozess

Zur Beurteilung der Güte eines möglichen Funktionsmusterdesigns wird dieses gemäß Abbildung 8.3 mittels FEM-Simulation getestet. Dabei werden die drei Kriterien Wirkungsgrad, Gegenfeldstabilität sowie Eintrittfallverhalten sequentiell überprüft. Ist eine der Anforderungen nicht erfüllt, so wird das Design in dieser Form verworfen oder je nach nicht erfülltem Kriterium entsprechend angepasst.

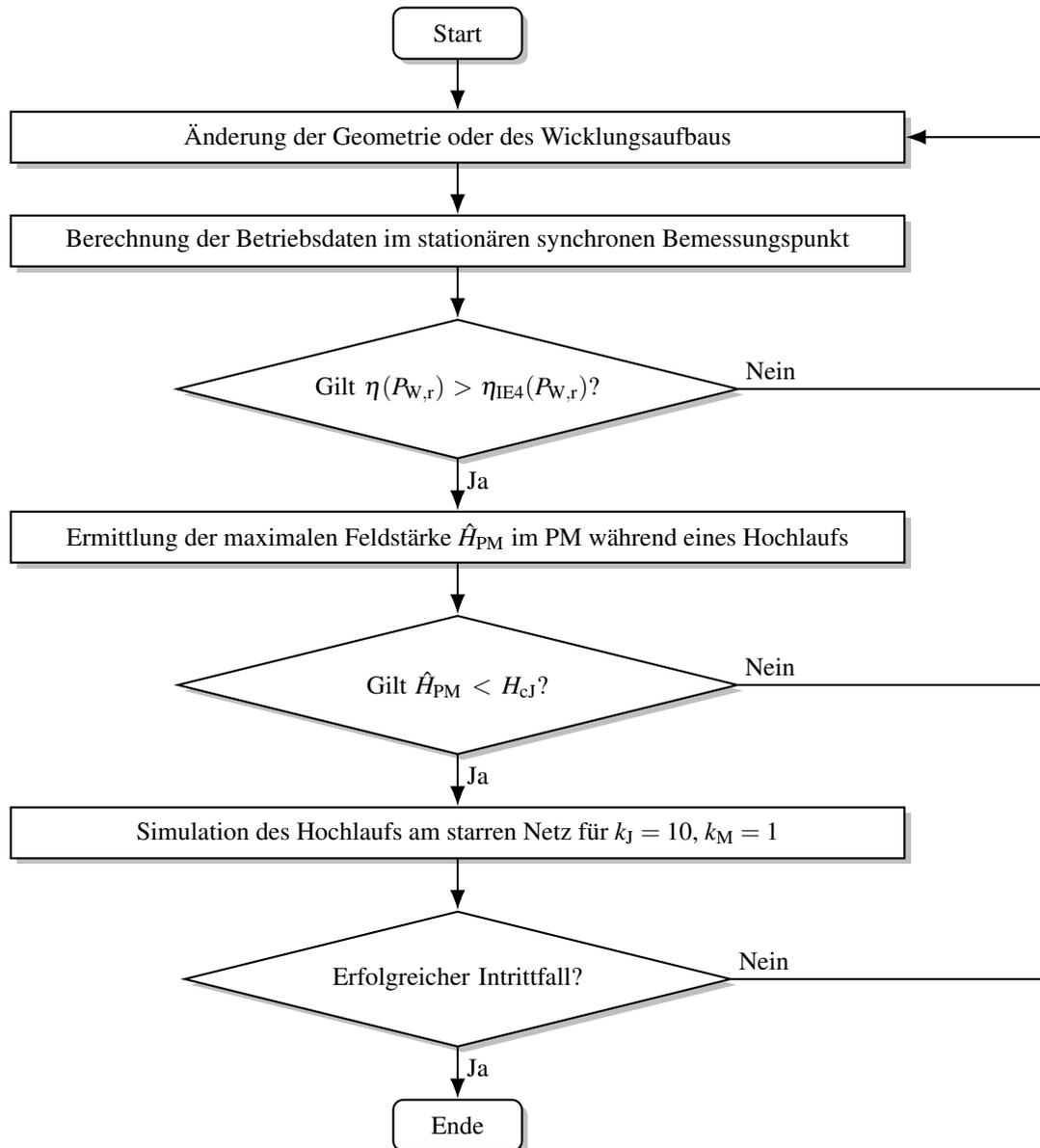


Abbildung 8.3: Ablaufdiagramm der iterativen FunktionsmusterAuslegung mittels FEM

Die aus diesem ersten Auslegungsschritt hervorgehenden Blechschnitte werden anschließend auf „weiche“ Kriterien wie Drehmoment- und Stromwelligkeit, Leistungsfaktor oder auch fertigungstechnische Schwierigkeiten überprüft und gegebenenfalls erneut modifiziert. Aufgrund

der enormen Anzahl an möglichen Parametern soll auf eine detaillierte Beschreibung der Geometrieauslegung an dieser Stelle verzichtet werden. Beispielhaft sei an dieser Stelle etwa die Variation der Statorjochhöhe, des Bohrungsdurchmessers, der Zahnbreite in Stator und Rotor, der Magnetdicke oder die Zahnkopfgestaltung genannt.

8.3 Geometrie der Funktionsmuster

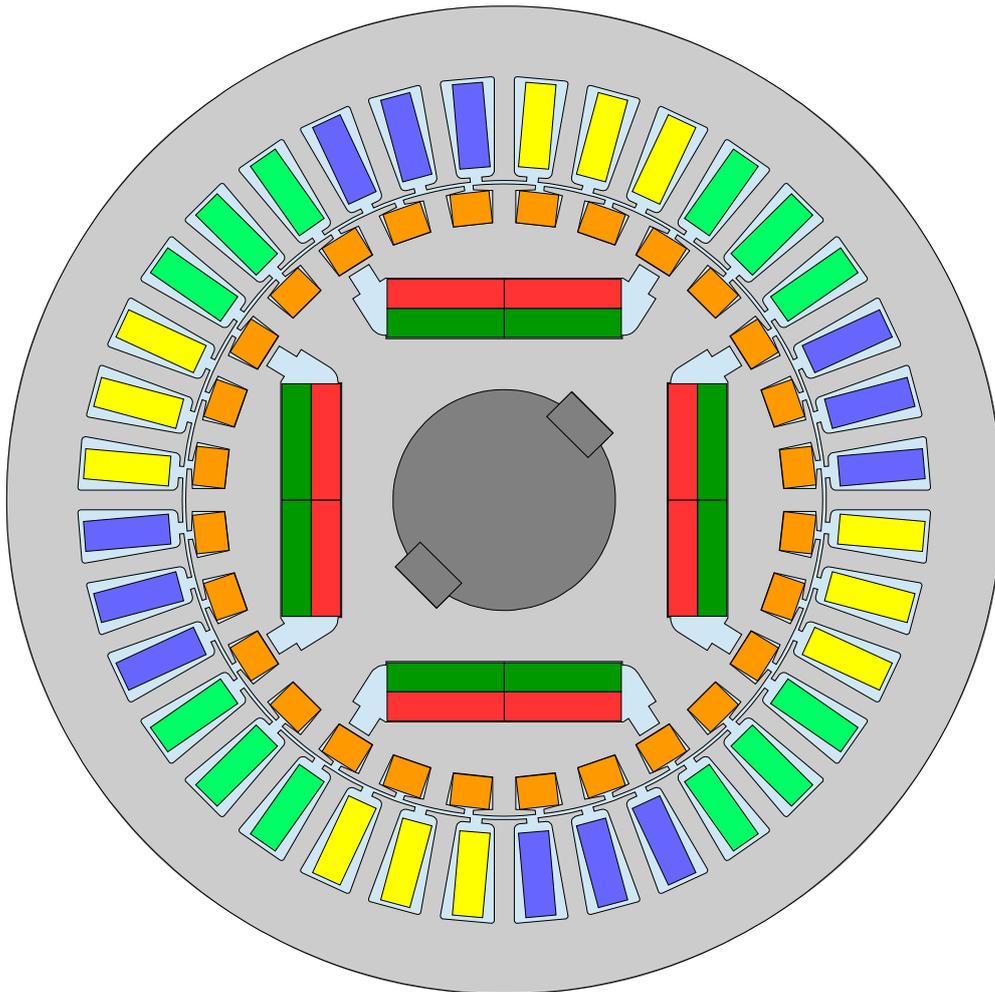


Abbildung 8.4: Aktivteilgeometrie des Funktionsmusters im #-Design

Die aus dem Auslegungsprozess hervorgegangenen Aktivteilgeometrien der beiden Funktionsmuster im #- und im V-Design können den beiden Abbildungen 8.4 und 8.5 entnommen werden. In Anhang A.7 finden sich die technischen Zeichnungen der jeweiligen Blechschnitte, denen alle geometrischen Abmessungen entnommen werden können. Die wesentlichen Größen werden nachfolgend genannt. Auf eine Diskussion des Streustegbereichs wird verzichtet, da dessen Dimensionierung in Abschnitt 8.5 ausführlich thematisiert wird.

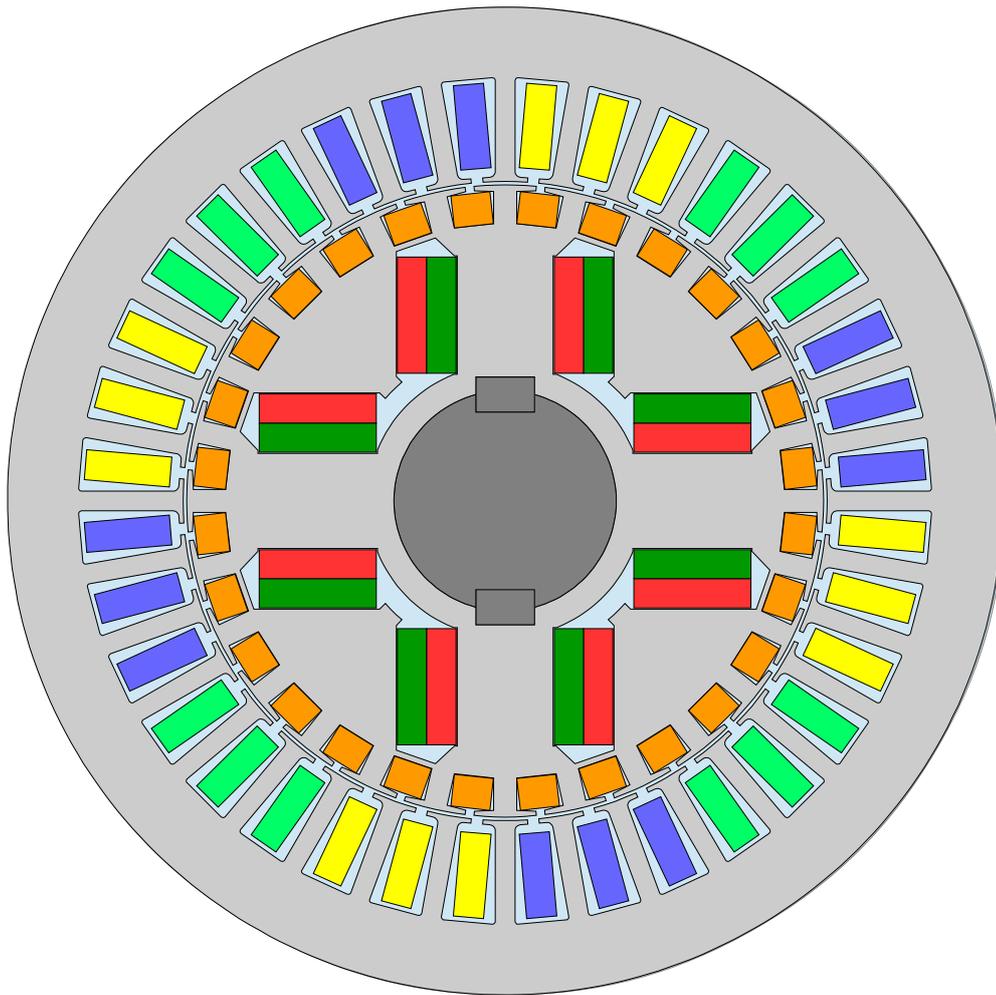


Abbildung 8.5: Aktivteilgeometrie des Funktionsmusters im V-Design

8.3.1 Blechschnittgeometrie

Für die Blechschnittgeometrie werden die in Tabelle 8.2 vermerkten Werte festgelegt. Die Statorbeziehungswise Rotornutgeometrie beider Funktionsmuster kann Abbildung 8.6 entnommen werden. Die zwischen den Nuten liegenden Zähne sind sowohl im Stator als auch im Rotor parallelflankig ausgeführt, weshalb die Neigung der Statornutflanken zueinander 10° , die der Rotornutflanken zueinander $90/7^\circ$ beträgt. Die Statornut lässt sich sinngemäß in vier Teile separieren: „Schlitz“ (Index s), „Oben“ (Index o), „Mitte“ (Index m) und „Unten“ (Index u). Eine analoge Aufteilung (ohne „Mitte“) wird auch für die Rotornut durchgeführt. Die entsprechenden geometrischen Abmessungen können der nachfolgenden Tabelle 8.3 entnommen werden.

Tabelle 8.2: Blechschnittgeometrie

Bezeichnung	Formelzeichen	Wert / mm
Außendurchmesser Stator	D_{1a}	170
Innendurchmesser Stator	D_{1i}	110
Außendurchmesser Rotor	D_{2a}	108,8
Innendurchmesser Rotor	D_{2i}	38
Axiale Länge	l_{ax}	165
Luftspalt	δ_{geo}	0,6
Statorjochhöhe	h_{1J}	12,3
Rotorjochhöhe	h_{2J}	8,8 (#-Design) / 4,5 (V-Design)

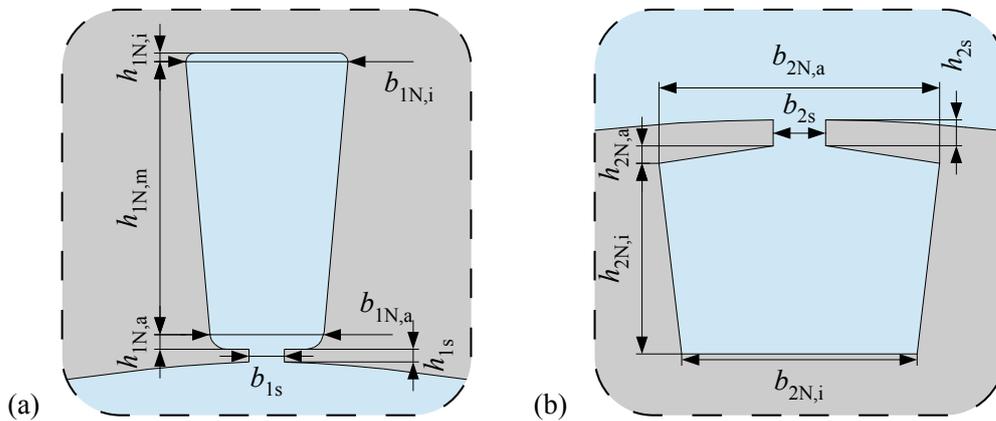


Abbildung 8.6: Geometrie von (a) Stator- und (b) Rotornut

Tabelle 8.3: Abmessungen der Stator- und Rotornut

Formelzeichen	Wert / mm	Formelzeichen	Wert / mm
b_{1s}	2	b_{2s}	1,5
h_{1s}	0,75	h_{2s}	0,75
$b_{1N,a}$	6,5	$b_{2N,a}$	8
$h_{1N,a}$	1	$h_{2N,a}$	0,5
$h_{1N,m}$	15,56	$h_{2N,m}$	–
$b_{1N,i}$	9,21	$b_{2N,i}$	6,76
$h_{1N,i}$	0,5	$h_{2N,i}$	5,5

8.3.2 Magnetgeometrie

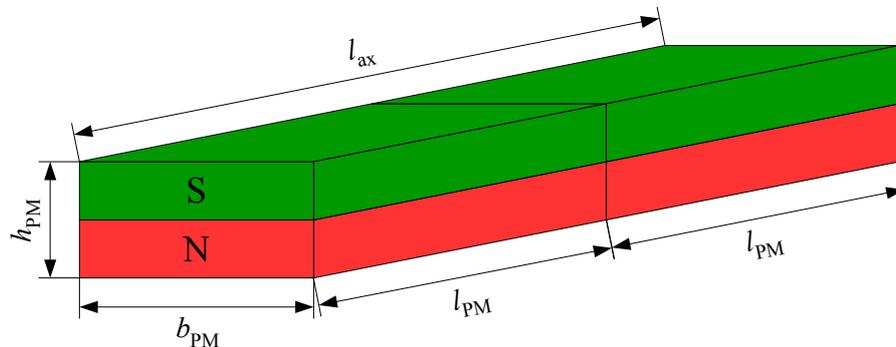


Abbildung 8.7: Definition der Magnetabmessungen

Für die Magnete wird aus fertigungstechnischen Gründen eine 2er-Staffelung gemäß Abbildung 8.7 über die axiale Länge vorgenommen, sodass sich die Magnetlänge l_{PM} zu 82,5 mm ergibt. Die Vorzugsrichtung h_{PM} wird zu 10 mm dimensioniert, die Magnetbreite b_{PM} zu 20 mm. Insgesamt werden pro Rotor 16 Magnete benötigt, die Menge des verbauten Magnetmaterials beträgt somit 264 cm^3 pro Rotor.

8.3.3 Kurzschlusskäfig

Die Stäbe des Funktionsmusters besitzen zur Vereinfachung der fertigungstechnischen Abläufe einen rechteckförmigen Querschnitt, welcher so gewählt ist, dass die Rotornutfläche möglichst optimal ausgenutzt wird. Damit ergibt sich unter Berücksichtigung eines gewissen Spiels zwischen Rotornut und Stab, welches das Einsetzen des Stabs in das Blechpaket erleichtert, eine Stabfläche $A_{st} = b_{st} \cdot h_{st} = 6,7 \text{ mm} \cdot 5,5 \text{ mm} = 36,85 \text{ mm}^2$.

Durch Festlegung des Rotoraußendurchmessers D_{2a} zu 108,8 mm ist auch der Außendurchmesser $D_{ri,a}$ des Kurzschlussrings dimensioniert. Da dessen axiale Ausdehnung bereits zu $l_{ri} = 11 \text{ mm}$ vorgegeben ist, verbleibt somit nur noch der Innendurchmesser $D_{ri,i}$ als freier Parameter. Zur Dimensionierung des Innendurchmessers wird eine identische Stromdichte in Stab und Kurzschlussring gefordert. Der Ringstrom I_{ri} ergibt sich aus dem Stabstrom I_{st} über folgenden, aus dem Stabmodell abgeleiteten Zusammenhang:

$$I_{ri} = \frac{I_{st}}{2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot p}{N_2}\right)} \approx 2,47 \cdot I_{st} . \quad (8.2)$$

Dementsprechend ist auch das Flächenverhältnis A_{ri}/A_{st} zu 2,47 zu wählen. Für die Funktionsmustersauslegung wird im Interesse eines möglichst guten Eintrittfallverhaltens der Ringquer-

schnitt zu $123,2 \text{ mm}^2$ ausgelegt, was einem Verhältnis $A_{ri}/A_{st} \approx 3,34$ entspricht. Dementsprechend ergibt sich $D_{ri,i}$ zu $86,4 \text{ mm}$. Es sei darauf hingewiesen, dass beim Funktionsmuster V entsprechende Einsparungen zum Einsetzen der Magnete vorgesehen werden müssen (vergleiche hierzu die Kurzschlussringzeichnungen in Anhang A.7).

8.4 Wicklungsauslegung

Durch die in Abschnitt 8.1.2 getroffenen Randbedingungen des Wicklungsaufbaus sind bis auf die Anzahl der Leiter pro Nut z_{1N} alle Komponenten der Strangwindungszahl w_1 festgelegt. Gemäß (5.35) gilt $w_1 \sim \psi_{1h,d/q}$ und damit aufgrund von (3.47) auch $z_{1N} \sim \psi_{1h,d/q}$. Das innere Drehmoment ist wiederum nach (3.33a) proportional zu den Flussverkettungen. Daraus folgt, dass zum Erreichen eines bestimmten Drehmoments der Strombedarf minimiert werden kann, indem ein möglichst großer Wert für z_{1N} gewählt wird. Da der Strom nach 3.36 quadratisch in die Verlustberechnung eingeht, kann so der Wirkungsgrad gesteigert werden.

Andererseits ergibt sich nach (3.47 – 3.48) eine quadratische Zunahme des Statorwiderstands mit der Leiterzahl pro Nut: $R_1 \sim z_{1N}^2$. Zur Erzielung des maximalen Wirkungsgrades muss demnach für die Leiteranzahl ein optimaler Wert durch entsprechende Parameterstudien ermittelt werden. Darüber hinaus ist zu berücksichtigen, dass mit steigendem z_{1N} das Eintrittfallverhalten verschlechtert wird. Es gilt also, einen geeigneten Kompromiss zwischen Wirkungsgrad und Eintrittfallverhalten zu finden. Daher wird im Zuge der Wicklungsauslegung zusätzlich das maximale Eintrittfalldrehmoment für $k_J = 10$ bei verschiedenen z_{1N} betrachtet.

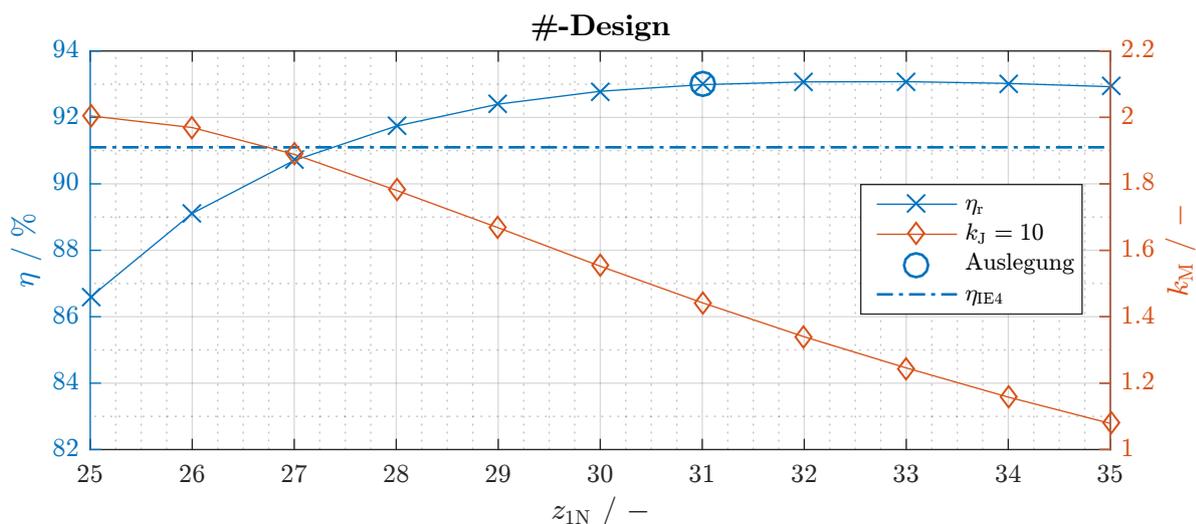


Abbildung 8.8: Ergebnisse der Wirkungsgrad- und Eintrittfallstudie des #-Designs

Aus Abbildung 8.8 ist ersichtlich, dass beim #-Design der optimale Bemessungswirkungsgrad für 31 bis 35 Leiter pro Nut erreicht wird. Da das Wirkungsgradoptimum sehr flach ausfällt, wird z_{1N} für das #-Design zu 31 gewählt, um ein möglichst vorteilhaftes Eintrittfallverhalten zu erzielen.

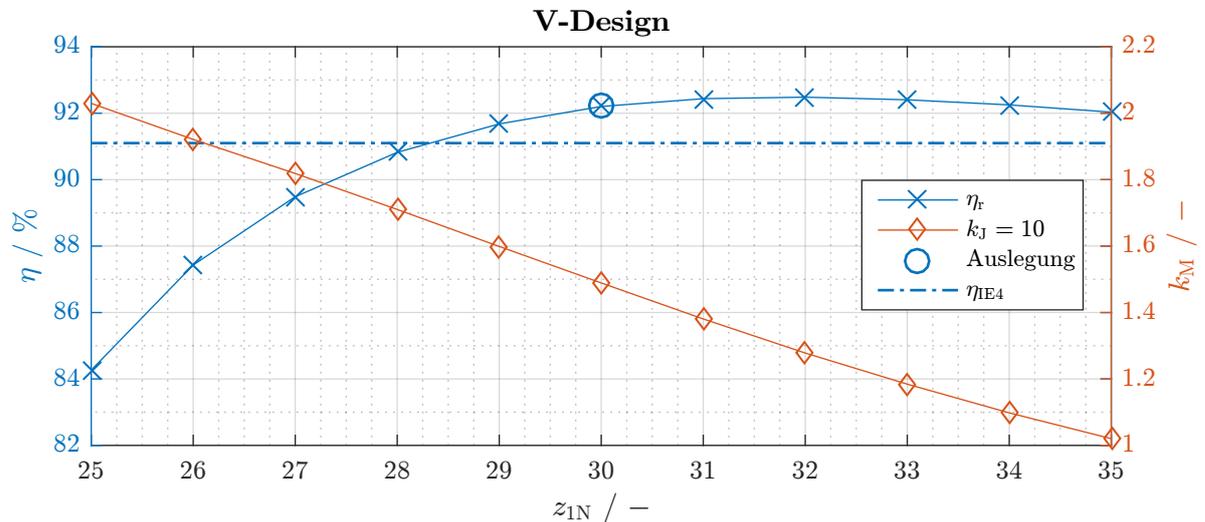


Abbildung 8.9: Ergebnisse der Wirkungsgrad- und Eintrittfallstudie des V-Designs

Eine analoge Betrachtung wird in Abbildung 8.9 für das V-Design durchgeführt. Das Wirkungsgradoptimum tritt hier in einem Bereich von 30 bis 33 Leitern pro Nut auf. Wie auch beim #-Funktionsmuster ist ein näherungsweise lineares Absinken des maximalen Eintrittfalldrehmoments zu sehen. Zugunsten eines günstigen Eintrittfallverhaltens wird z_{1N} zu 30 gewählt, da das Wirkungsgradoptimum auch hier sehr flach ausfällt. In Tabelle 8.4 sind alle sich aus dem Auslegungsprozess ergebenden Wicklungsparameter zusammengefasst.

Tabelle 8.4: Wicklungsauslegung der Funktionsmuster

Bezeichnung	Formelzeichen	#	V
Statornutzahl	N_1	36	36
Polpaarzahl	p	2	2
Lochzahl	q_1	3	3
Anzahl paralleler Zweige	a_1	1	1
Anzahl Leiter pro Nut	z_{1N}	31	30
Strangwindungszahl	w_1	186	180
Verschaltungsart	–	Y	Y

8.5 Schutz der Magnete vor Gegenfeldern

Eine wesentliche Herausforderung bei der Nutzung von Ferritmagneten in einem PMLS-Motor stellt deren geringe Gegenfeldstabilität dar. Bei transienten Vorgängen wie dem Hochlauf am starren Netz treten Situationen auf, bei denen sich Stator- und Rotorfeld in Phasenopposition befinden, das heißt, die von der Felderregerkurve erzeugte magnetische Durchflutung ist der PM-Durchflutung entgegen gerichtet. Bei entsprechend hohen Werten der Statordurchflutung ist der resultierende magnetische Fluss der PM-Vorzugsrichtung ebenfalls entgegen gerichtet und wirkt entmagnetisierend. Wird dabei der lineare Kennlinienbereich des Magneten verlassen, so findet gemäß Kapitel 2.3.3 eine irreversible Entmagnetisierung statt.

Daher müssen Vorkehrungen getroffen werden, die die Magnete selbst bei hohen Stromspitzen zuverlässig schützen. Zur simulativen Überprüfung der Gegenfeldbelastung wird im Nachfolgenden die FEM herangezogen, die Auswirkungen der getroffenen Maßnahmen auf das stationäre Betriebsverhalten werden mit Hilfe des analytischen Modells beurteilt. Hierfür wird exemplarisch der Wirkungsgrad im Bemessungspunkt herangezogen, die Gegenfeldbelastung wird hingegen per FEM während eines Hochlaufes auf Bemessungslast ($k_M = 1$) mit linearer Drehmomentkennlinie und elffachem Eigenträgheitsmoment ($k_J = 10$) ermittelt.

8.5.1 Einfluss der Streustegegeometrie

Die für den mechanischen Zusammenhalt des Elektroblechs notwendigen Streustege tragen zum Schutz der Magnete bei, da sie dem magnetischen Fluss einen alternativen Weg durch den Rotor zur Verfügung stellen. Bei einer Modellierung von Streusteg und Magnet als Parallelschaltung zweier magnetischer Widerstände wird deutlich, dass die Aufteilung des magnetischen Flusses auf den Magnet- und den Streustegpfad durch die Änderung der Magnet- oder der Streustegegeometrie beeinflusst werden kann. Zur Verdeutlichung soll die in Abbildung 8.10a gezeigte Anordnung herangezogen werden, welche an das #-Design angelehnt ist.

In die gezeigte Parallelschaltung aus dem Streustegwiderstand $R_{m,\sigma}$ und dem PM-Widerstand $R_{m,PM}$ soll der magnetische Fluss Φ eingepreßt sein. Der Fluss durch den Magneten in Abhängigkeit der Geometrie Größen ergibt sich daraus gemäß Stromteilerregel nach kurzer Zwischenrechnung.

$$\Phi_{PM} = \Phi \cdot \frac{R_{m,\sigma}}{R_{m,\sigma} + R_{m,PM}} = \Phi \cdot \frac{h_\sigma \cdot b_{PM} \cdot \mu_{PM}}{h_\sigma \cdot b_{PM} \cdot \mu_{PM} + h_{PM} \cdot b_\sigma \cdot \mu_\sigma}$$

Zur Reduktion von Φ_{PM} kann sowohl der PM-Widerstand $R_{m,PM}$ vergrößert als auch der Streustegwiderstand $R_{m,\sigma}$ verkleinert werden. Erstere Maßnahme kann durch Verringerung der Ma-

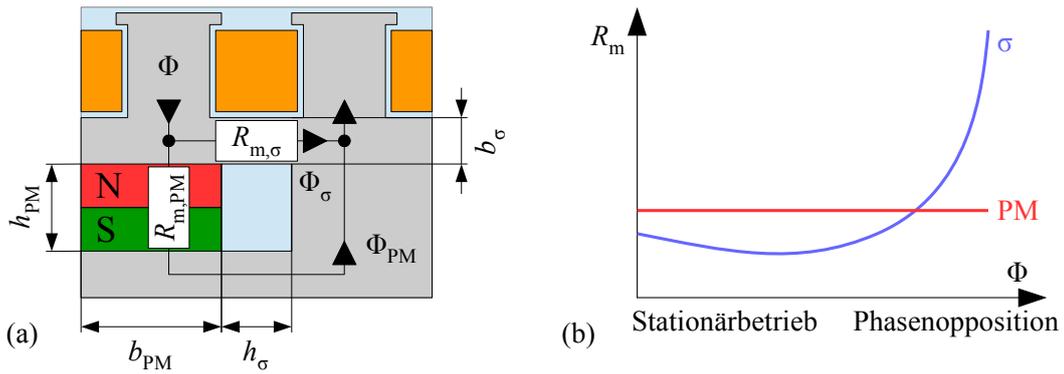


Abbildung 8.10: Zur Parallelschaltung von PM- und Streustegwiderstand

gnetbreite b_{PM} oder durch Vergrößerung der Magnethöhe h_{PM} realisiert werden. Die Verringerung der Magnetbreite führt zur Reduktion des PM-Flusses, während die Vergrößerung der Magnethöhe den Mehreinsatz von teurem Magnetmaterial erforderlich macht und durch die Stabhöhe oder den Wellendurchmesser begrenzt ist. Bei fester Magnetgeometrie bietet sich daher die Regulierung der maximal auftretenden Gegenfeldbelastung über die Streusteglänge h_σ beziehungsweise -breite b_σ an. Da erstere Größe im Falle des PMLS-Motors durch die Magnethöhe oder die Stabbreite vorgegeben ist, wird die (mechanisch nicht erforderliche) zusätzliche Streustegbreite $b_{\sigma,+}$ als Designparameter gemäß Abbildung 8.11 genutzt.

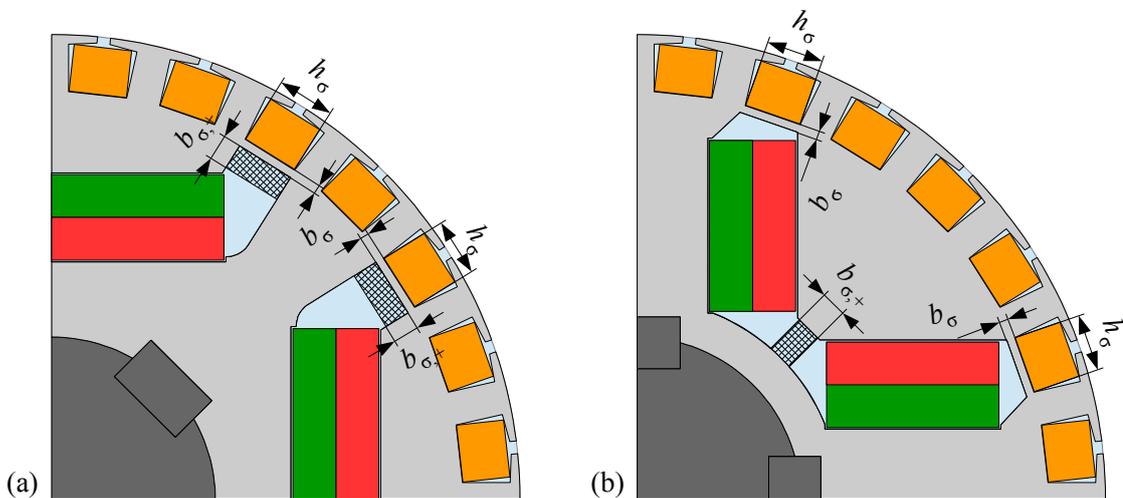


Abbildung 8.11: Zusätzlicher Streustegbereich (kreuzweise schraffiert) im (a) #-Design und (b) V-Design

Problematisch ist die in Abbildung 8.10b skizzierte Sättigung des ferromagnetischen Streustegwiderstandes $R_{m,\sigma}$ ^[3]. Sie führt dazu, dass im Phasenoppositionsfall das Verhältnis $R_{m,\sigma}/R_{m,PM}$

^[3]Es wird davon ausgegangen, dass der Magnet im reversiblen Teil (Arbeitsbereich) seiner Kennlinie betrieben wird. In diesem zeigt er gemäß Abbildung 2.4 paramagnetisches Verhalten, sodass $R_{m,PM}$ als unabhängig von Φ betrachtet werden kann.

und damit auch der Magnetfluss Φ_{PM} groß wird. Um trotzdem eine annehmbare Reduktion von Φ_{PM} zu erreichen, muss daher die Streustegbreite hinreichend groß gewählt werden. Dies führt wiederum im Stationärbetrieb zu einem kleinen Wert für $R_{m,\sigma}$, sodass ein Großteil des Flusses über den Streusteg „kurzgeschlossen“ wird und nicht zur Drehmomentbildung beiträgt. Es liegt somit ein Zielkonflikt zwischen einem möglichst effizienten Stationärbetrieb und einem ausreichenden Schutz des Magnetmaterials beim Hochlauf vor.

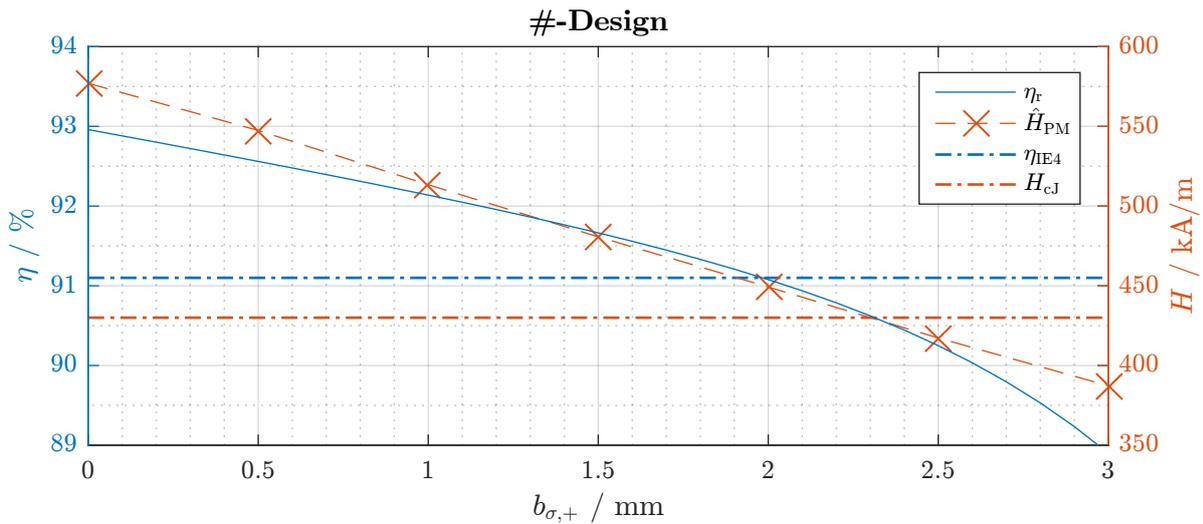


Abbildung 8.12: Wirkungsgrad η_r (aus AM-Simulation) und maximale Feldstärke in den Magneten \hat{H}_{PM} (aus FEM-Simulation) des #-Designs für verschiedene Werte von $b_{\sigma,+}$

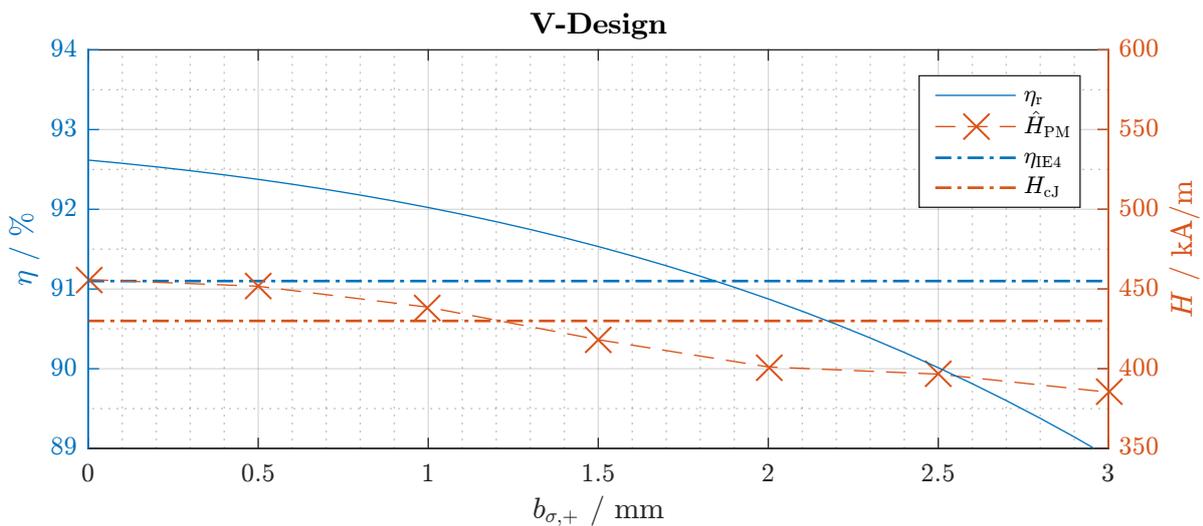


Abbildung 8.13: Wirkungsgrad η_r (aus AM-Simulation) und maximale Feldstärke in den Magneten \hat{H}_{PM} (aus FEM-Simulation) des V-Designs für verschiedene Werte von $b_{\sigma,+}$

Für das #-Design gemäß Abbildung 8.11a ergeben sich die in Abbildung 8.12 gezeigten Werte. Erwartungsgemäß sinken sowohl \hat{H}_{PM} als auch η_r mit wachsender Streustegbreite $b_{\sigma,+}$ ab.

Das Erreichen des Effizienzniveaus IE4 (91,1 %) bei akzeptabler Magnetbelastung ($\hat{H}_{PM} < H_{CJ}$) erweist sich als unmöglich. Eine analoge Betrachtung für das V-Design nach Abbildung 8.11b ist in Abbildung 8.13 dargestellt. Auch hier muss für einen adäquaten Magnetschutz ein deutlicher Wirkungsgradverlust in Kauf genommen werden, wenngleich der Wirkungsgrad IE4 für $b_{\sigma,+} = 1,5\text{ mm}$ erreicht werden kann. Bei Berücksichtigung eines Sicherheitsfaktors von 10 % für \hat{H}_{PM} ist dies jedoch nicht mehr der Fall. Die Reduktion von \hat{H}_{PM} durch Vergrößerung von $b_{\sigma,+}$ unterliegt bei dieser Geometrie einer gewissen „Sättigung“, was darauf hinweist, dass die Magnetkanten in Stabnähe nur bedingt durch den mittleren Streusteg entlastet werden können. Hier wäre eine Vergrößerung der Stabstreustegbreite b_{σ} zielführender.

8.5.2 Das Entlastungspfadkonzept

In Abschnitt 8.5.1 wurde aufgezeigt, dass die Magnete durch eine Verringerung des Streustegwiderstandes $R_{m,\sigma}$ vor Entmagnetisierung geschützt werden können. Gleichzeitig wurde aber auch festgestellt, dass mit ebendieser Verringerung auch ein Wirkungsgradverlust einhergeht, welcher auf die nur geringe Vorsättigung allzu breiter Streustege durch die Magnete zurückzuführen ist. Aus diesen Überlegungen folgt, dass die induktionsabhängige Permeabilität des Elektroblechs ein Problem darstellt (vergleiche Abbildung 8.10b). Wünschenswert wäre entweder eine Vergrößerung der Streustegpermeabilität im Phasenoppositionsfall oder aber eine Verringerung selbiger im stationären synchronen Betrieb.

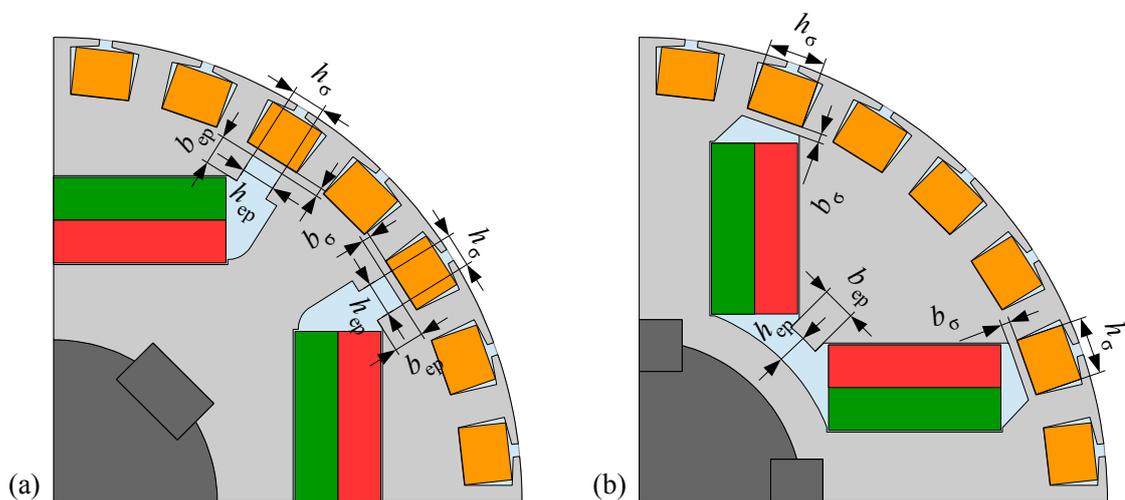


Abbildung 8.14: Realisierung der Entlastungspfade bei den Funktionsmustern im (a) #-Design und (b) V-Design

Letzterer Ansatz lässt sich ohne Kostenaufwand realisieren, wenn ein Teil der Streusteghöhe nicht mit Elektroblech, sondern mit Luft ausgefüllt ist. Diese halb ausgeführten Streustege werden im weiteren Text als „Entlastungspfade“ bezeichnet und können räumlich unabhängig von

den für die mechanische Festigkeit notwendigen Streustegen betrachtet werden. In Abbildung 8.14 ist die Realisierung der Entlastungspfade mitsamt ihrer geometrischen Parameter für die beiden Rotordesigns # und V dargestellt. Die physikalische Wirkung eines Entlastungspfades entspricht dem Einbringen eines zusätzlichen Flusspfades mit dem Widerstand $R_{m,ep}$ gemäß Abbildung 8.15a.

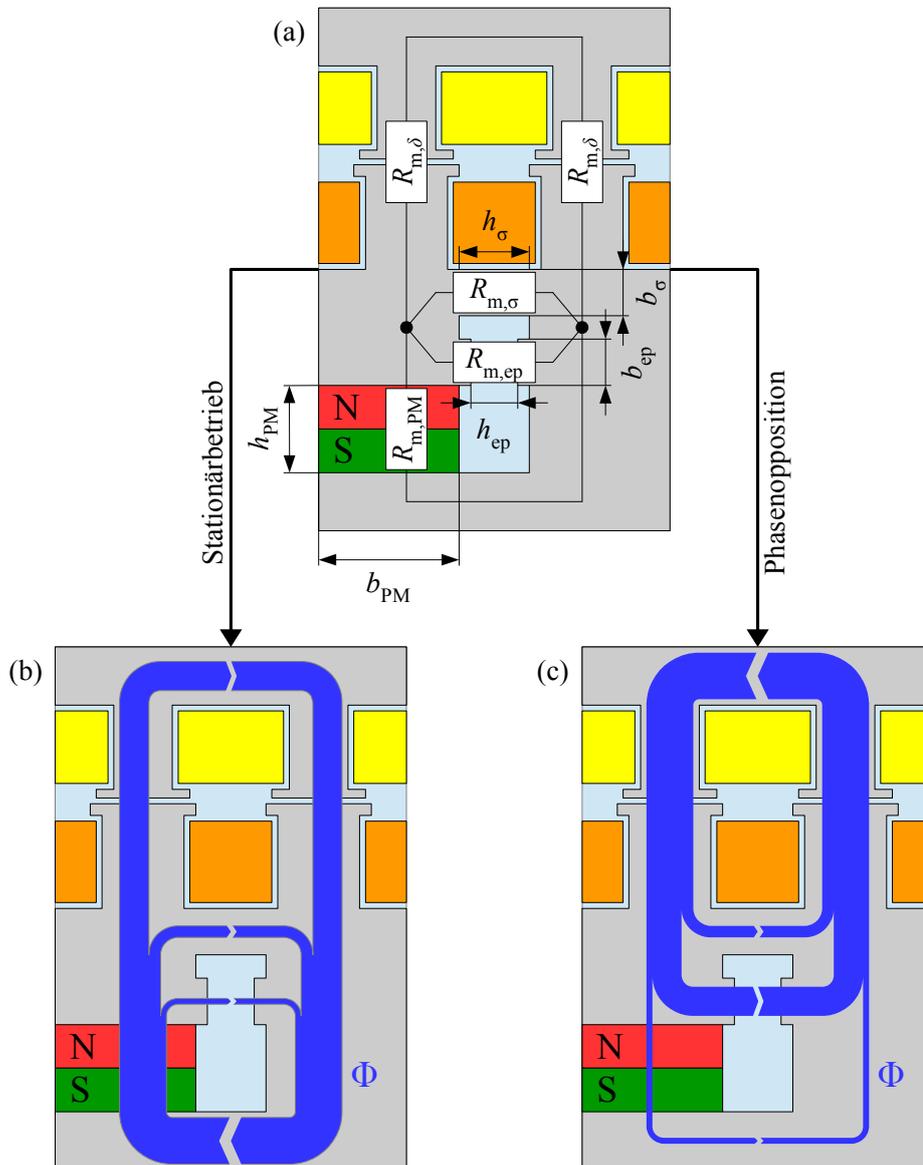


Abbildung 8.15: Funktionsweise des Entlastungspfadkonzepts mit den in (a) dargestellten geometrischen Abmessungen im (b) stationären synchronen Betrieb und (c) bei Phasenopposition von Stator- und Rotorfeld

Zunächst soll die Funktionsweise des Entlastungspfades im stationären Betrieb betrachtet werden (Abbildung 8.15b). Der PM-Fluss Φ teilt sich über den Entlastungspfad, den Streustegpfad sowie den nutzbringenden Luftspaltpfad auf. Durch entsprechende Wahl der beiden Parameter h_{ep} und b_{ep} kann $R_{m,ep}$ so eingestellt werden, dass er einen deutlich größeren Wert als der

doppelte Luftspaltwiderstand $2 \cdot R_{m,\delta}$ annimmt. Somit ist der Anteil des Entlastungspfadflusses am Gesamtfluss des Magneten gering. Weiterhin sinkt durch die Flussperrencharakteristik des Entlastungspfades die Reluktanzwirkung des Rotors nur wenig ab, wodurch der Wirkungsgradverlust klein bleibt.

Im Falle einer Phasenopposition der Stator- und der PM-Durchflutung hingegen überwiegt im Allgemeinen erstere, sodass sich die Flussrichtung im Vergleich zum stationären Fall umkehrt (Abbildung 8.15c). Die Variation der Entlastungspfadgeometrie ermöglicht die Einstellung des Verhältnisses $R_{m,ep}/R_{m,PM}$, sodass die Aufteilung des Flusses auf Entlastungspfad und Magnet gezielt im Sinne des Magnetschutzes manipuliert werden kann.

8.5.3 Dimensionierung der Entlastungspfade

Für die Auslegung der Entlastungspfadgeometrie beider Funktionsmuster wird die Entlastungspfadbreite b_{ep} auf den geometrisch maximal möglichen Wert festgelegt, wodurch als Variationsparameter lediglich der Luftanteil h_{ep} verbleibt. Diese Einschränkung vereinfacht nicht nur den Auslegungsprozess, sondern verringert auch den Einfluss der Sättigung auf den Elektroblechanteil von $R_{m,ep}$. Als Auslegungsziel wird der Schutz der Magnete vor irreversibler Entmagnetisierung im bestimmungsgemäßen Betrieb bei gleichzeitiger Wirkungsgradmaximierung festgelegt.

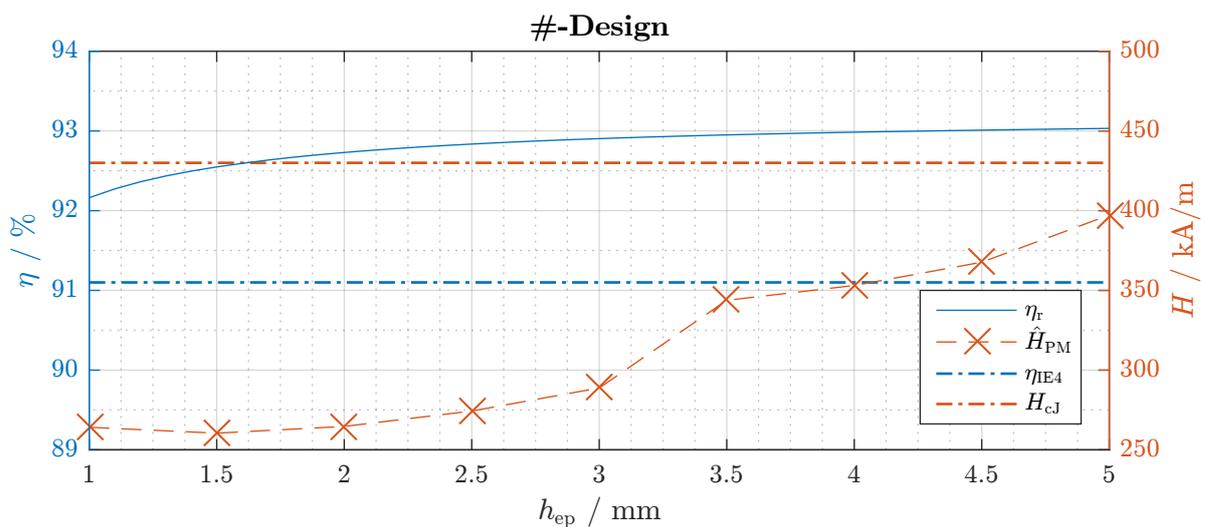


Abbildung 8.16: Wirkungsgrad η_r (aus AM-Simulation) und maximale Feldstärke in den Magneten \hat{H}_{PM} (aus FEM-Simulation) des #-Designs für verschiedene Werte von h_{ep}

Die Ergebnisse der Parameterstudie für das #-Design sind in Abbildung 8.16 zusammengefasst. Selbst für den größten betrachteten Wert $h_{ep} = 5$ mm wird die intrinsische Koerzitivfeldstärke

nicht überschritten. Wird h_{ep} kleiner, so wird auch der zugehörige Widerstand $R_{m,ep}$ verringert, was sich in einer Reduktion der maximal auftretenden Feldstärke sowie des Wirkungsgrades bemerkbar macht. Das Effizienzniveau IE4 wird jedoch selbst beim kleinsten betrachteten Wert 1 mm deutlich übertroffen. Um eine gewisse Sicherheit bezüglich der Simulationsungenauigkeiten zu besitzen, wird h_{ep} beim #-Funktionsmuster zu 3,5 mm festgelegt.

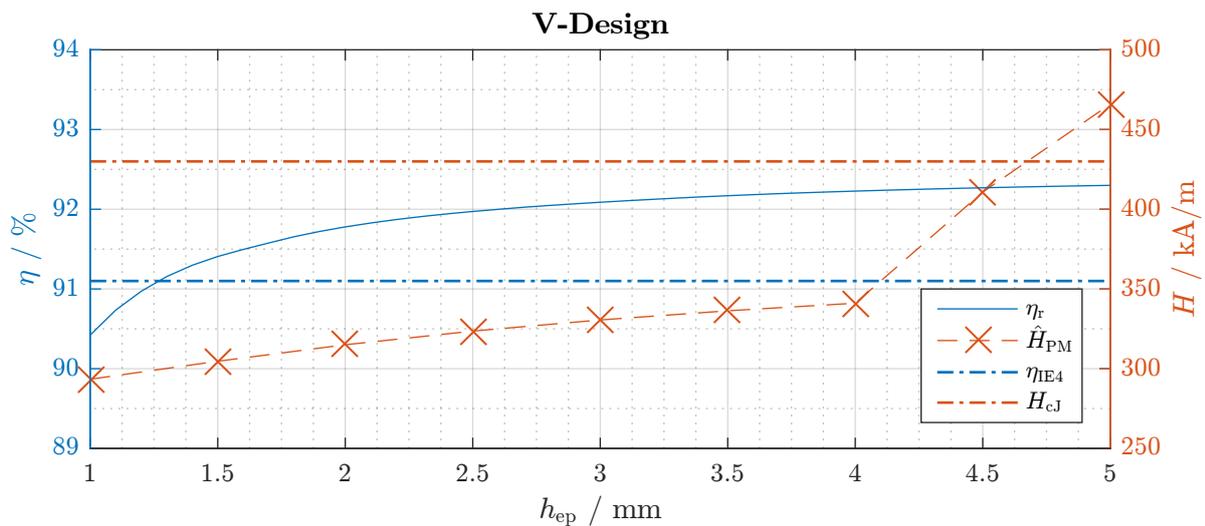


Abbildung 8.17: Wirkungsgrad η_r (aus AM-Simulation) und maximale Feldstärke in den Magneten \hat{H}_{PM} (aus FEM-Simulation) des V-Designs für verschiedene Werte von h_{ep}

Eine analoge Darstellung der Simulationsergebnisse des V-Designs führt auf Abbildung 8.17. Hier zeigt sich ab $h_{ep} = 4$ mm ein deutlicher Anstieg der Magnetbelastung. Im Gegenzug fällt der Wirkungsgrad mit sinkender Höhe h_{ep} gegenüber dem #-Design deutlich stärker ab und unterschreitet ab einem Luftanteil von 1,5 mm die IE4-Grenze. Für den Blechschnitt wird h_{ep} daher zu 4 mm dimensioniert.

8.5.4 Vergleich von Streustegverbreiterungs- und Entlastungspfadkonzept

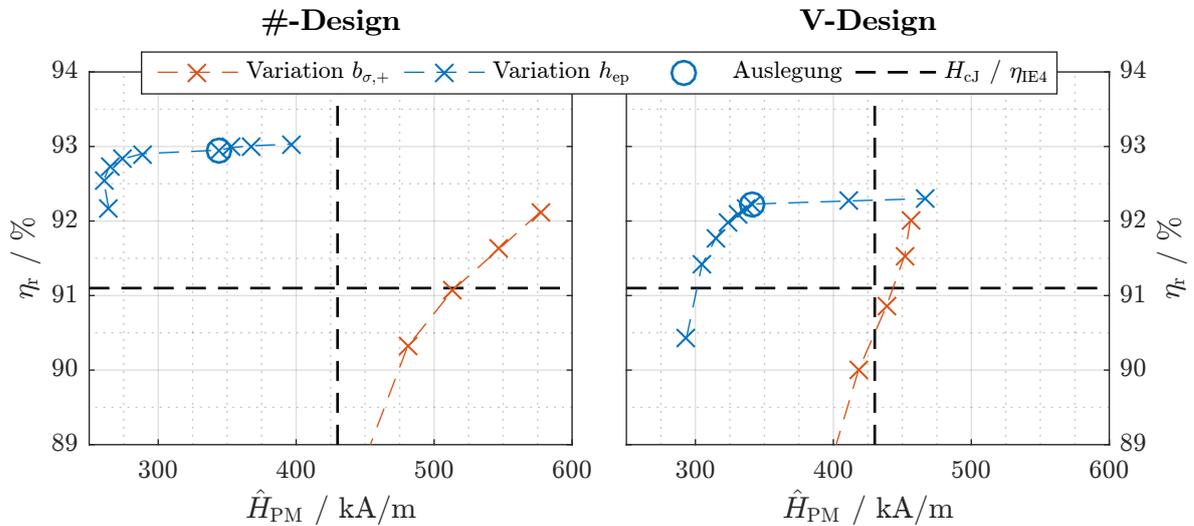


Abbildung 8.18: Vergleich des Einflusses von Streustegverbreiterung und Entlastungspfad-Luftanteil auf Wirkungsgrad und Magnetbelastung

Aus Abbildung 8.18 ist ersichtlich, dass die Magnetbelastung im Falle des #-Designs in erheblichem Maße, beim V-Design hingegen nur in engen Grenzen über die Verbreiterung der Streustege gesteuert werden kann. Bei beiden Motoren ist bei akzeptabler Magnetbelastung ein deutlicher Wirkungsgradabfall zu vermerken. Dem gegenüber steht das Entlastungspfadkonzept, welches bei beiden Motoren eine Reduktion der Maximalfeldstärke von über 100 kA/m ohne nennenswerte Wirkungsgradeinbußen ermöglicht. Der Wirkungsgrad IE4 wird problemlos erreicht.

Die Begründung für die Überlegenheit des Entlastungspfadkonzepts liefert die Betrachtung der Streustegsättigung. In Abbildung 8.19 sind mittels FEM erzeugte Feldbilder des #-Design bei Nutzung der Streustegverbreiterung ($b_{\sigma,+} = 3 \text{ mm}$) sowie des Entlastungspfadkonzepts ($h_{ep} = 4 \text{ mm}$) dargestellt. In beiden Fällen tritt eine maximale Magnetbelastung von 350 bis 400 kA/m auf.

Während des Hochlaufs beträgt die relative Permeabilität des Streustegbereichs im Falle der Streustegverbreiterung (linke Seite) etwa 13 und ist damit nicht mehr um Größenordnungen höher als die der Luft, sodass der magnetische Widerstand vergleichbar mit der Kombination aus Entlastungspfad und schmalen Streusteg (rechte Seite) wird^[4].

^[4]Es sei darauf hingewiesen, dass bei derart hohen Sättigungen auch die Stabnut den Streustegbereich magnetisch entlastet.

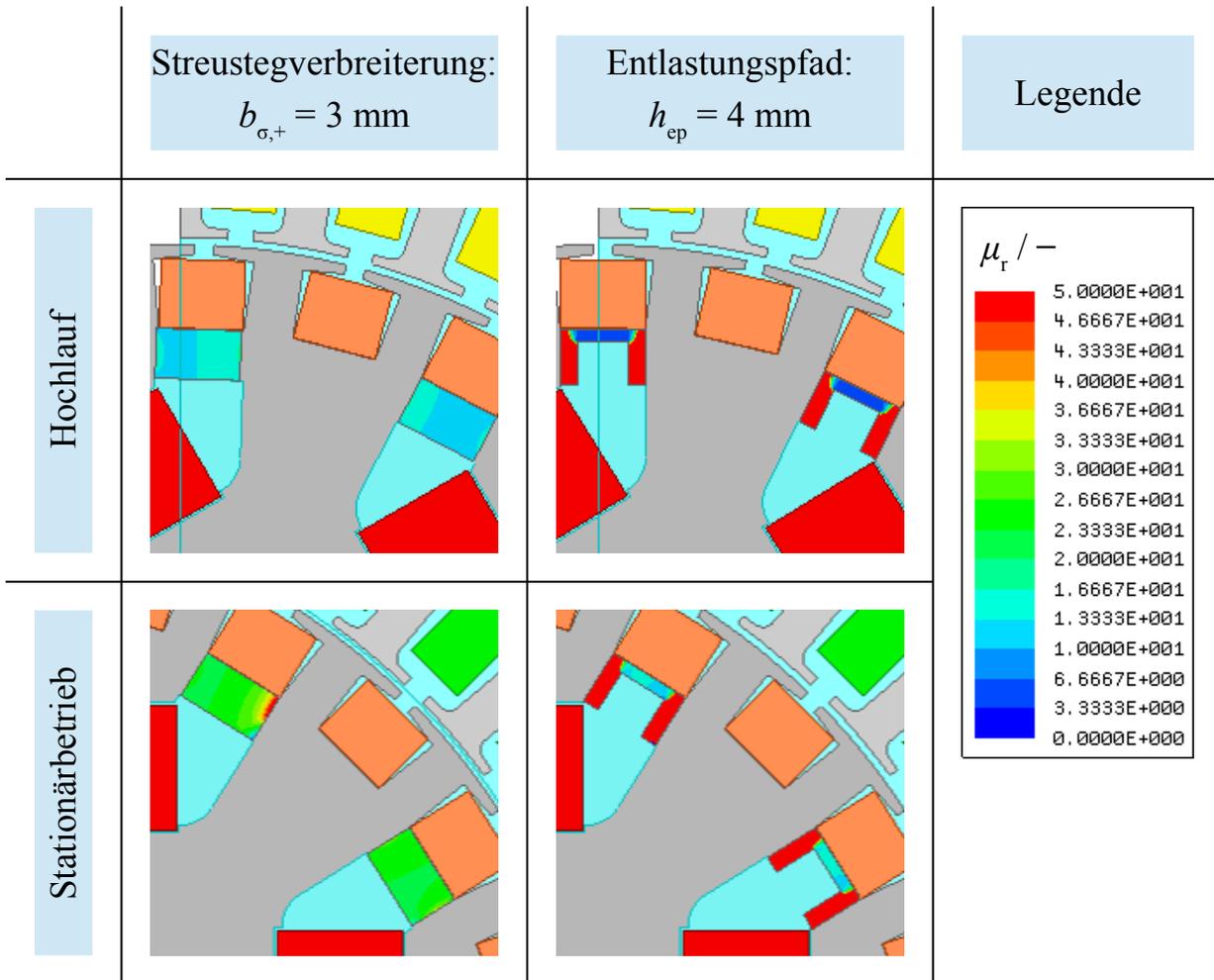


Abbildung 8.19: Vergleich der Sättigungsverhältnisse im Streustegbereich des #-Design beim Hochlauf sowie im Stationärbetrieb

Im Stationärbetrieb hingegen setzt der verbreiterte Streusteg mit einer relativen Permeabilität von 30 dem Streufluss einen deutlich geringeren Widerstand entgegen als die Parallelschaltung aus Entlastungspfad ($\mu_r = 1$) und schmalen Streusteg ($\mu_r \approx 15$). Daraus folgt, dass das Entlastungspfadkonzept während des Hochlaufs einen vergleichbaren Magnetschutz wie die Streustegverbreiterung bietet, im Stationärbetrieb jedoch den magnetischen Streufluss stärker begrenzt und damit für einen höheren Luftspaltfluss sorgt. Dies macht sich in Form eines höheren Wirkungsgrades bemerkbar.

8.6 Analytische Magnetkreismodelle der Funktionsmuster

8.6.1 Aufbau der magnetischen Netzwerke

Die analytische Modellierung des magnetischen Kreises beider Funktionsmuster erfolgt mit der in Kapitel 5.2 vorgestellten Vorgehensweise. Die grundlegende Berechnung magnetischer Widerstände ist in Abschnitt 5.2.2 erläutert, detaillierte Berechnungsvorschriften für die einzelnen Zweige können Anhang A.4 entnommen werden. Die magnetischen Spannungsquellen werden gemäß Abschnitt 5.2.4 bestimmt.

Beide Modelle umfassen jeweils ein Polpaar und wiederholen sich periodisch über den Umfang der Maschine. Dementsprechend schließt sich beispielsweise der Maschenfluss $\Phi_{M,14}$ über die Widerstände $R_{m,15}$ bis $R_{m,28}$. Wie bei dem in Abbildung 5.11 gezeigten Beispielnetzwerk ist der vollständige Baum dunkelblau hinterlegt und die Maschenflüsse über die freien Zweige als grüne Pfeile eingezeichnet.

Zur Nachbildung des #-Designs wird das aus Abbildung 8.20 ersichtliche Netzwerk genutzt. Die Berücksichtigung der Entlastungspfade erfolgt über die Widerstände $R_{m,33}/\dots/36$, welche parallel zu den Streustegwiderständen $R_{m,29}/\dots/32$ geschaltet sind. Jeder der beiden Magnete eines Pols wird als einzelne Spannungsquelle Θ_{PM} modelliert.

Für das V-Design erweist sich das in Abbildung 8.21 gezeigte Netzwerkmodell als zweckdienlich. Neben einer detaillierten Aufgliederung der Streustegbereiche in je zwei Widerstände umfasst das Modell auch die Nachbildung der Entlastungspfade über die Widerstände $R_{m,41}$ und $R_{m,42}$.

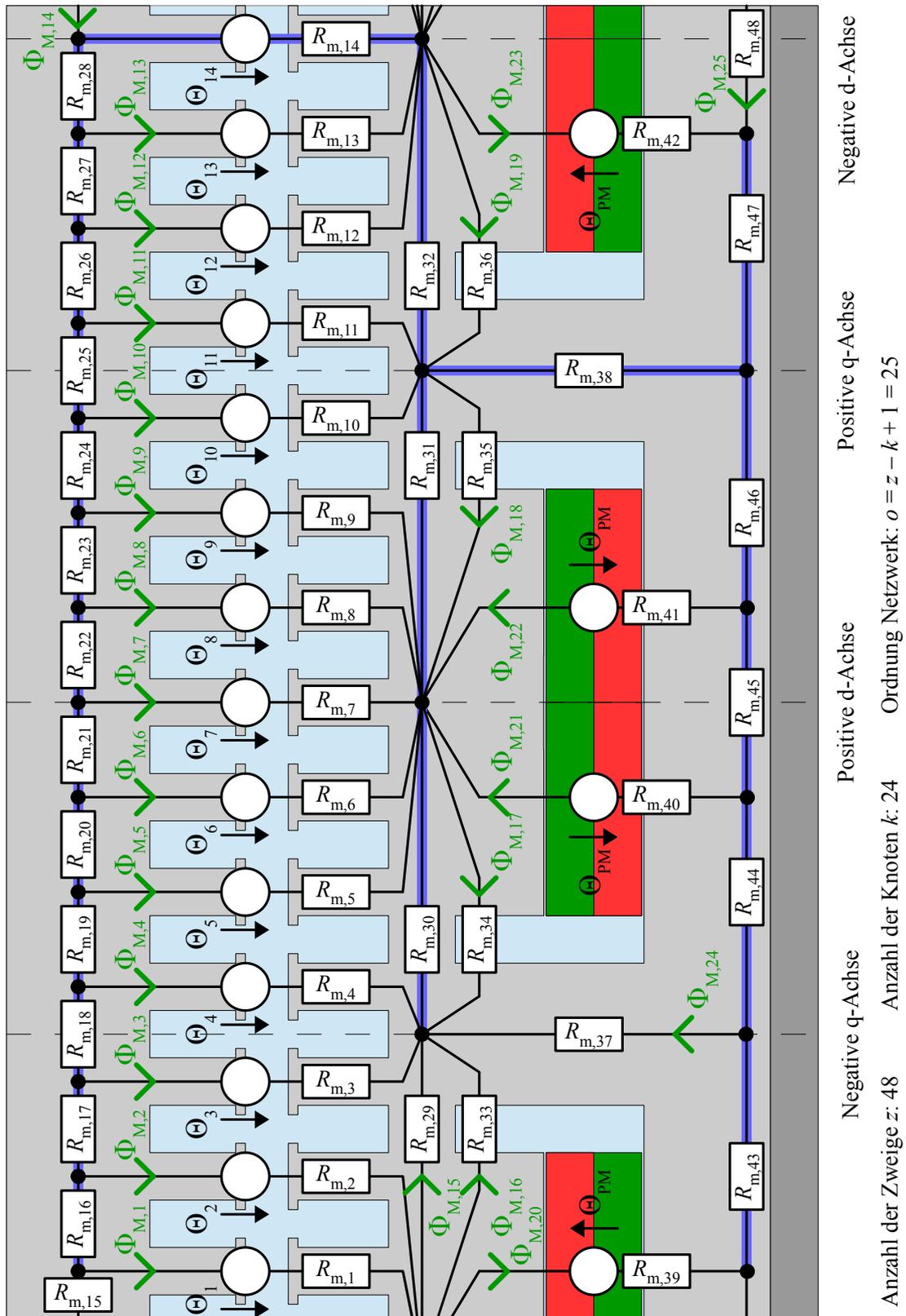


Abbildung 8.20: Analytisches Magnetkreismodell des #-Designs

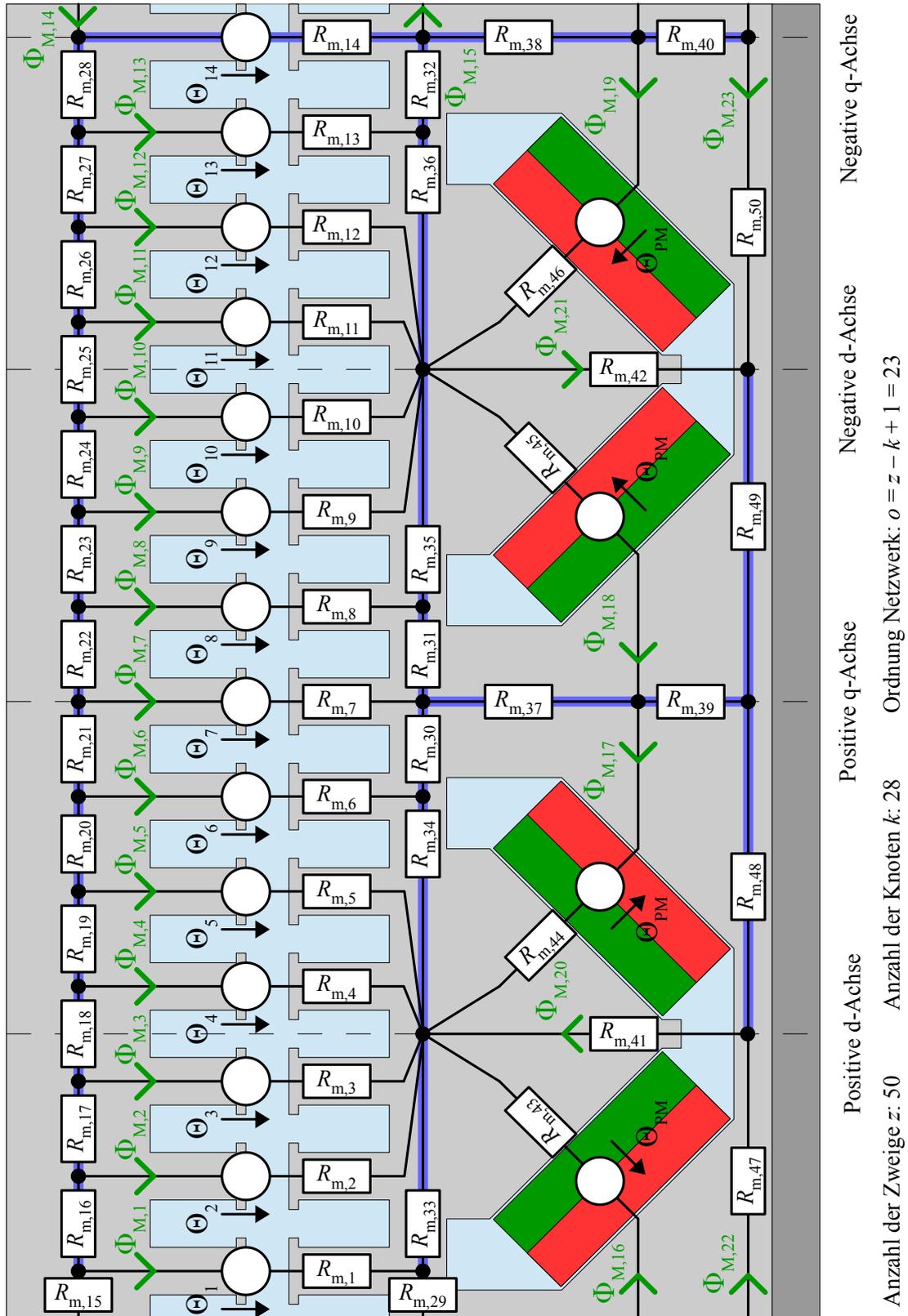


Abbildung 8.21: Analytisches Magnetkreismodell des V-Designs

8.6.2 Modellverifikation mittels FEM

Stromeingprägter Stationärbetrieb

Zur Beurteilung der Güte des analytischen Magnetkreismodells im Vergleich zur FEM soll zunächst der stromeingprägte Betrieb betrachtet werden. Auch wenn diese Betriebsart im Rahmen der Arbeit nicht messtechnisch untersucht wird, so bietet sie aufgrund der aus Gleichung (3.33) ersichtlichen Zusammenhänge doch die Möglichkeit, anhand des inneren Drehmoments M_{ip} die berechneten Flussverkettungen beziehungsweise Luftspaltfelder beider Modellierungsarten miteinander zu vergleichen. Bei der Simulation wird für I_1 ein fester Wert vorgegeben und der Bestromungswinkel γ_{Θ} in seinem gesamten Wertebereich von $-\pi$ bis π variiert.

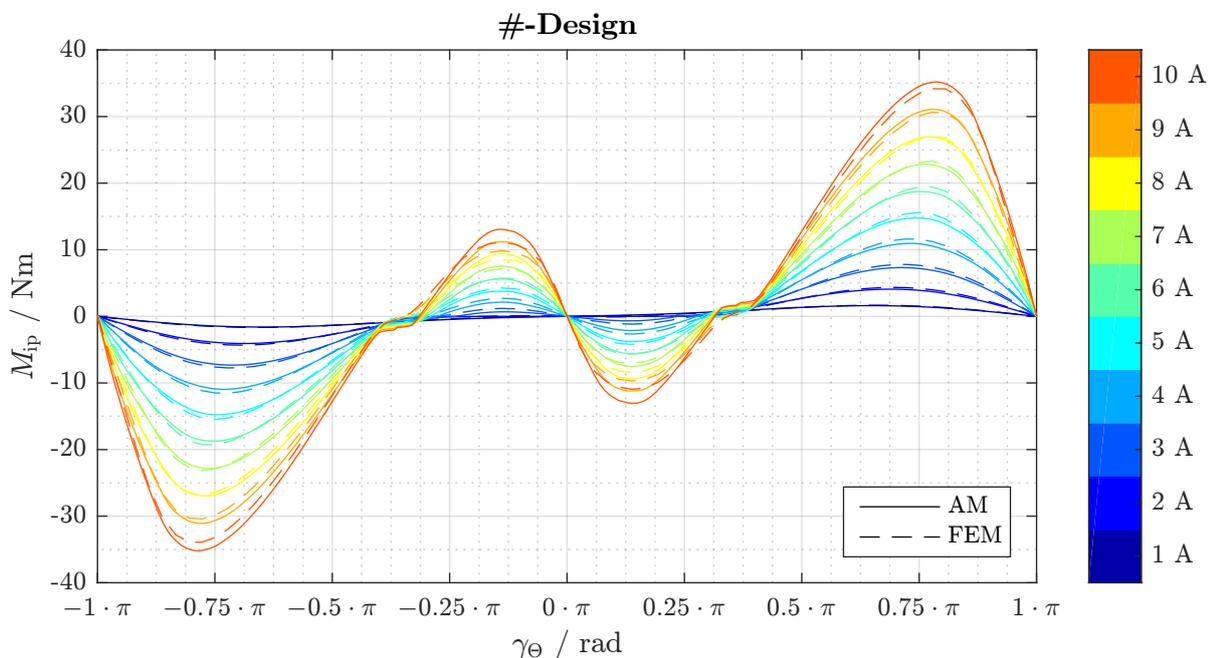


Abbildung 8.22: Vergleich des inneren Drehmoments von AM und FEM im stromeingprägten Stationärbetrieb (#-Design)

In Abbildung 8.22 (#-Design) beziehungsweise 8.23 (V-Design) sind die aus analytischer und FEM-Berechnung resultierenden $M_{ip}(\gamma_{\Theta})$ -Kennlinienscharen der Funktionsmuster dargestellt. Gemäß Abbildung A.19 entspricht ein positiver Wert von γ_{Θ} einem positiven q-Strom I_{1q} , weshalb das Vollpoldrehmoment in diesem Bereich positiv ist und ohne Berücksichtigung der Sättigung sein Maximum bei $0,5\pi$ besitzen würde. Das Reluktanzdrehmoment ist aufgrund des für vergrabene Magnete typischen Verhältnisses $L_{1d} < L_{1q}$ jedoch zwischen 0 und $0,5\pi$ negativ und nimmt für größere Winkel positive Werte an.

Wie sich mittels FOURIER-Analyse zeigen lässt, sind die Amplituden von Vollpol- und Reluktanzdrehmoment etwa gleich groß, weshalb das resultierende Drehmoment zunächst ebenfalls negative Werte annimmt und sein Maximum bei einem Winkel von ungefähr $0,75\pi$ erreicht.

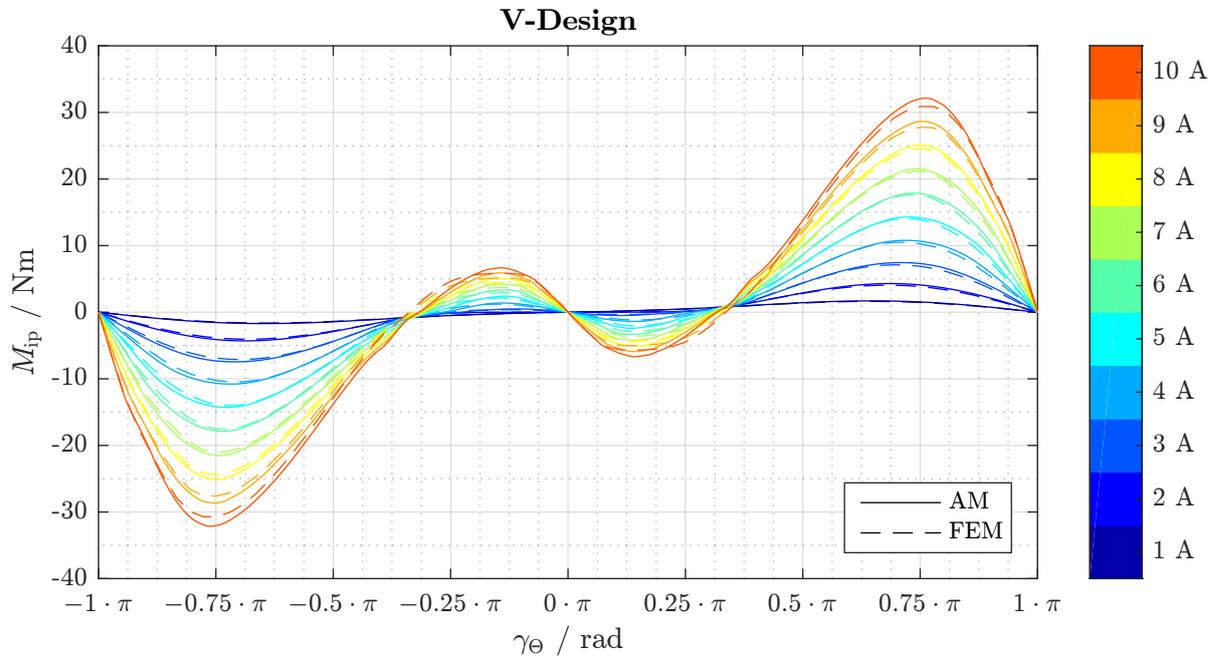


Abbildung 8.23: Vergleich des inneren Drehmoments von AM und FEM im stromeingepägten Stationärbetrieb (V-Design)

Speziell bei kleineren Strömen lässt sich eine nahezu exakte Übereinstimmung der Analytik- und FEM-Ergebnisse beobachten. Für höhere Ströme werden analytisch höhere Drehmomente als mit der FEM berechnet. Eine Begründung hierfür liefert die in Abschnitt 5.2.1 diskutierte Transformation der Statorgeometrie im analytischen Modell. Da der Stator kupferreich ausgelegt ist, treten hohe Induktionen im Zahnbereich auf, welche analytisch aufgrund der fiktiven Zahngeometrie nicht exakt abgebildet werden können. Eine Vergleichsrechnung, bei der die Statorsättigung in beiden Modellen nicht berücksichtigt wurde, lieferte auch für weitaus höhere Ströme ($I_1 = 20\text{ A}$) eine gute Übereinstimmung der Amplituden. Im interessierenden Betriebsbereich treten jedoch keine derart hohen Ströme auf, weshalb den analytischen Magnetkreismodellen eine ausreichende Genauigkeit bescheinigt werden kann.

Spannungseingprägter Stationärbetrieb

Um einen ganzheitlichen Überblick über das Betriebsverhalten der ausgelegten Motoren zu gewinnen, empfiehlt sich das „Abfahren“ der Stromortskurve durch Variation des Polradwinkels. Es sei darauf hingewiesen, dass bei den nachfolgend präsentierten Simulationsergebnissen die Erwärmung der Motoren nicht berücksichtigt wurde ($T_U = 20^\circ\text{C}$, $\vartheta_w = 0\text{K}$), da der Vergleich des elektromagnetischen Betriebsverhaltens im Vordergrund steht.

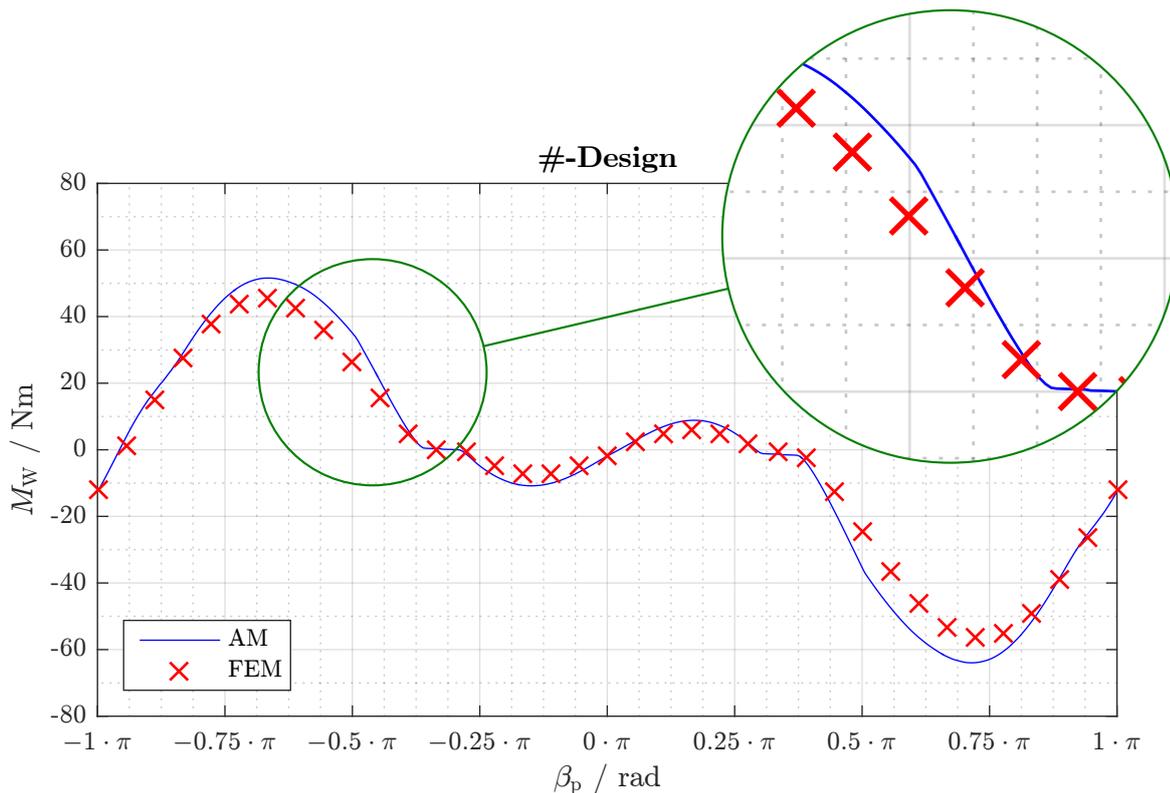


Abbildung 8.24: Vergleich des Wellendrehmoments von AM und FEM im spannungseingprägten Stationärbetrieb (#-Design)

Abbildung 8.24 zeigt die per analytischem Modell bestimmte $M_W(\beta_p)$ -Kennlinie im Vergleich mit den FEM-Ergebnissen für das #-Design. Wie schon bei den $M_{ip}(\gamma_\Theta)$ -Kennlinien aus Abschnitt 8.6.2 ist eine deutlich ausgeprägte Eindellung der Drehmomentkennlinie aufgrund des Reluktanzeffektes zu beobachten. Dieser Effekt wird vom analytischen Modell im Vergleich zur FEM sehr gut nachgebildet. Die starke Abweichung der Kennlinie von der für Vollpolmaschinen typischen Sinusform kann sowohl auf die Schenkligkeit des Rotors als auch auf die Eisensättigung zurückgeführt werden.

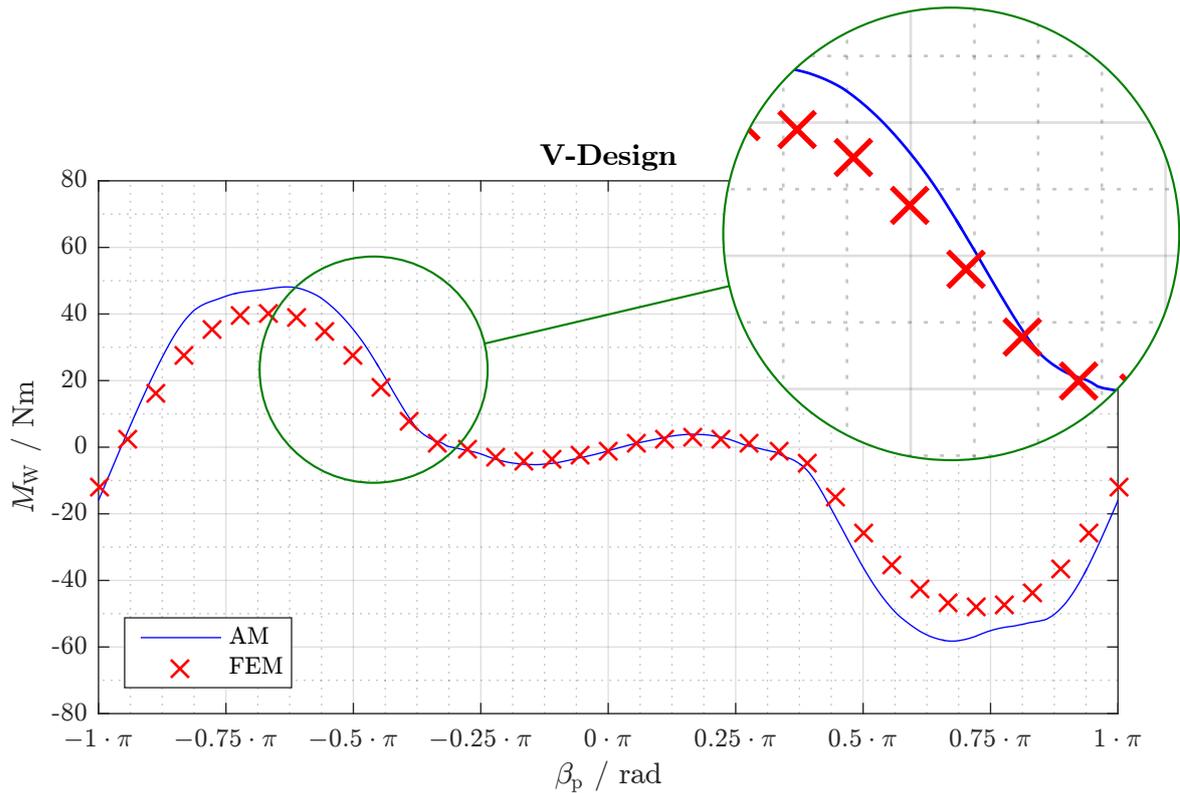


Abbildung 8.25: Vergleich des Wellendrehmoments von AM und FEM im spannungseingepägten Stationärbetrieb (V-Design)

Für das V-Design ergibt der in Abbildung 8.25 dargestellte Vergleich prinzipiell ein ähnliches Bild. Für betragsmäßig kleine Polradwinkel ist eine sehr gute Übereinstimmung beider Simulationsmodelle zu beobachten. Bei höheren Werten von $|\beta_p|$ prognostiziert das analytische Modell hingegen durchgehend höhere Drehmomentwerte. Daraus ist abzuleiten, dass das analytische Modell besonders für die Betrachtung des Teil- und Volllastbereiches geeignet ist. Zur rechnerischen Untersuchung des Überlastbereiches mit entsprechend hohen Sättigungen ist ein Rückgriff auf die FEM hingegen unumgänglich.

9 Versuchsaufbau

9.1 Prototypenbau

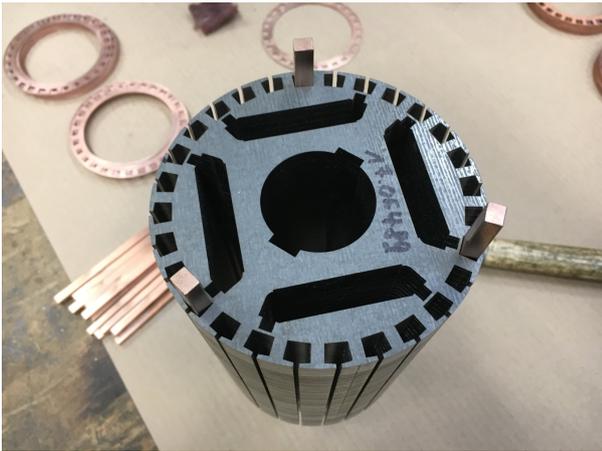
Zur Fertigung der in Kapitel 8 vorgestellten Blechschnittgeometrien wurden die einzelnen Elektrobleche per Laserschnittverfahren hergestellt und anschließend mittels Backlacktechnik paketierrt. Hierbei wird auf den Axialseiten der Bleche eine Beschichtung aufgebracht, welche gleichzeitig der elektrischen Isolation und der Herstellung einer stoffschlüssigen Verbindung der einzelnen Bleche untereinander dient.

Bei der Bewicklung der Funktionsmuster-Statoren wurden die aus Tabelle 9.1 ersichtlichen Werte für Wickelkopflänge und Nutfüllfaktor realisiert. Im Wickelkopf wurde dabei pro Phase ein Pt100-Messwiderstand zur Erfassung der Wickelkopftemperatur eingebaut. Der fertig bandagierte Wickelkopf ist in Abbildung 9.2a zu sehen, wobei die dünnen Zuleitungen zu den Messwiderständen und die dicken Zuleitungen zu den einzelnen Phasen führen. Die Fixierung des Statorblechpakets im Gehäuse geschah über eine Übermaßpassung (siehe Abbildung A.24).

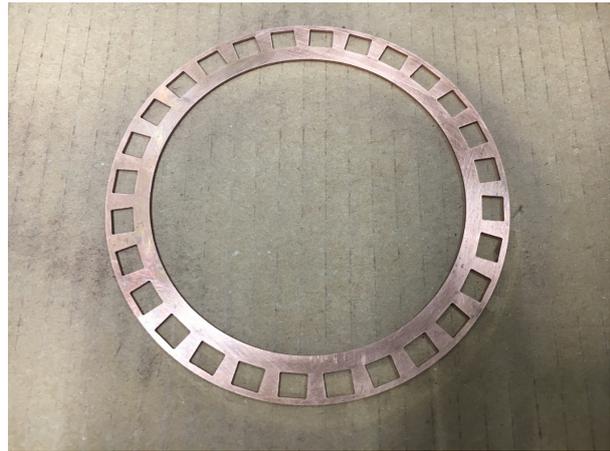
Tabelle 9.1: Realisierte Nutfüllfaktoren und Wickelkopflängen

	k_{1N}	l_{wk}
#-Design	46,39 %	146,38 mm
V-Design	44,89 %	147,48 mm

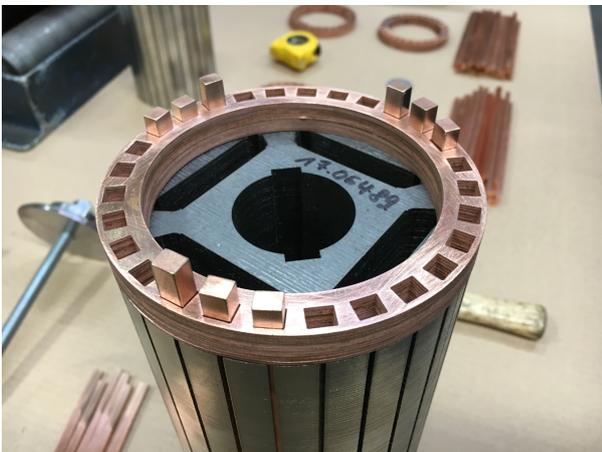
Bei der Rotorfertigung wurden zunächst die Kupferstäbe in die Rotornuten eingeführt (Abbildung 9.1a) und über geschichtete, wasserstrahlgeschnittene Kupferbleche an ihren Enden miteinander verbunden (Abbildung 9.1b und 9.1c). Anschließend wurden die Kupferbleche mit den Stäben verlötet (Abbildung 9.1d).



(a) Blechpaket im #-Design



(b) Kurzschlussring-Kupferblech für den Käfig des #-Funktionsmusters



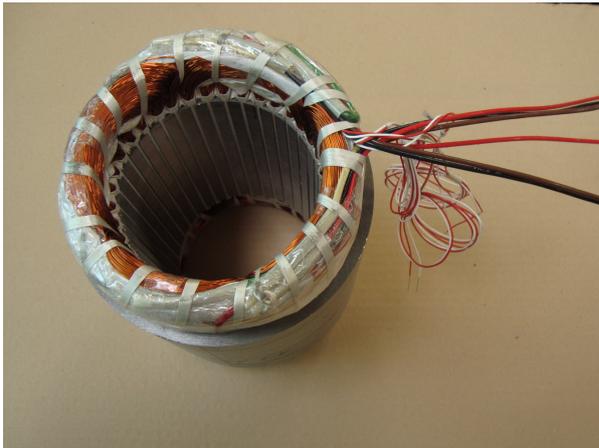
(c) Herstellung des Kurzschlussrings durch Schichten der Kupferbleche



(d) Detailaufnahme des gelöteten Käfigs des V-Funktionsmusters

Abbildung 9.1: Fertigung des Kurzschlusskäfigs

Nach der Fertigung des Kurzschlusskäfigs wurden die bereits aufmagnetisierten Ferritmagnete in die Taschen eingesetzt und mit einem entsprechenden Klebstoff fixiert. Die Welle-Nabe-Verbindung wurde über eine doppelte Passfederverbindung nach DIN 6885-3 hergestellt. In Abbildung 9.2b ist beispielhaft der #-Rotor mit eingesetzten Magnetblöcken zu sehen. Das Auswuchten der Rotoren geschah mittels Wuchtkit.



(a) Wickelkopf des Stators mit Zuleitungen und Temperatursensoren



(b) Fertig montierter #-Rotor mit eingesetzten Magnetblöcken

Abbildung 9.2: Bestücktes Stator- beziehungsweise Rotorblechpaket

In Abbildung 9.3 sind Stator und Rotor des fertig montierten V-Funktionsmusters zu sehen. Das Gehäuse entspricht dem des Basismotors *HEFIE2 112L/4* und dient als Grundlage der in Anhang A.3 durchgeführten Wärmewiderstandsberechnungen.



Abbildung 9.3: Stator und Rotor des V-Funktionsmusters

9.2 Prüfstands Aufbau und Messkonzepte

9.2.1 Messung des stationären Betriebsverhaltens

In Abbildung 9.4 ist der konzeptionelle Prüfstands Aufbau zur Erfassung des stationären Betriebsverhaltens dargestellt. Zentrale Komponente des Prüfstands ist das Leistungsmessgerät *LMG 500* der Fa. *ZES ZIMMER Electronic Systems GmbH*, welches sowohl die direkte Messung von Spannung und Strom als auch die Auswertung von Analogsignalen über den SUB-D-Standard ermöglicht. Nachfolgend werden die einzelnen Prüfstandskomponenten sowie die Messdatenerfassung erläutert.

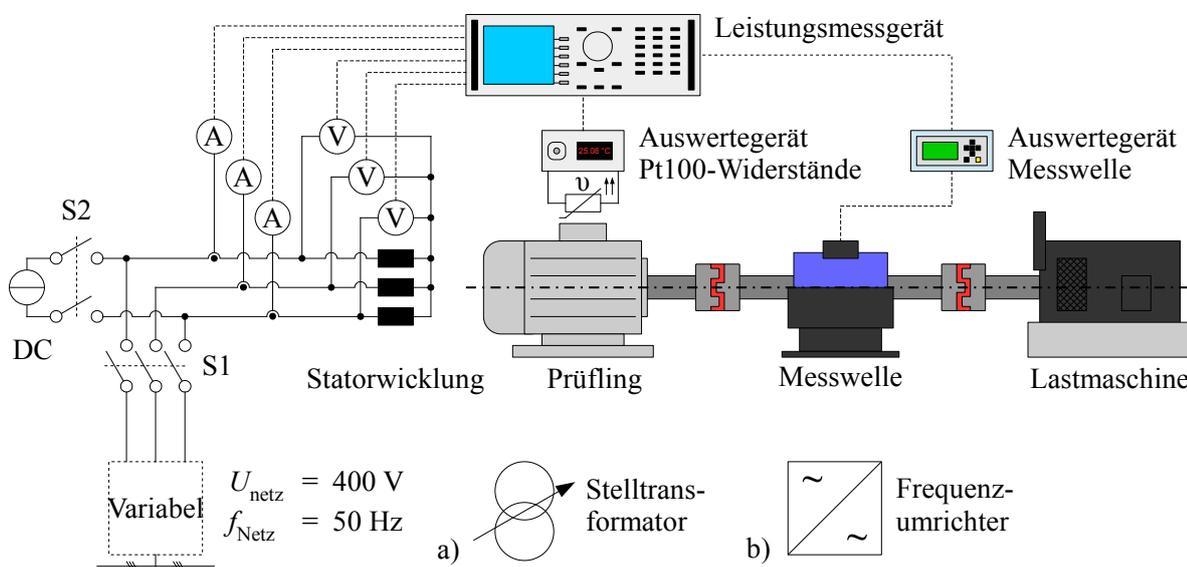


Abbildung 9.4: Prüfstandskonzept zur Erprobung des stationären Betriebsverhaltens

Mechanischer Versuchsaufbau

Zur Erfassung der mechanischen Vorgänge wird der Prüfling über eine Drehmomentmesswelle des Typs *Kistler 4503A* mit einer Lastmaschine gemäß Abbildung 9.4 gekuppelt. Die genannte Messwelle besitzt einen zulässigen Messbereich von 0 bis 200 Nm, wobei die Obergrenze zur Erhöhung der Messgenauigkeit auch in einem zweiten Messbereich auf 40 Nm reduziert werden kann. Diese im Vergleich zum Funktionsmusterkippdrehmoment hoch anmutende Grenze bietet den Vorteil, dass die Inbetriebnahme des Prüflings durch den Hochlauf am Stelltransformator erfolgen kann, die Notwendigkeit einer Synchronisationseinrichtung entfällt.

Bei der Lastmaschine handelt es sich um eine Gleichstrommaschine des Typs *Siemens AQG.992-4*, welche wahlweise drehzahl- oder stromgeregelt betrieben werden kann. Ersterer

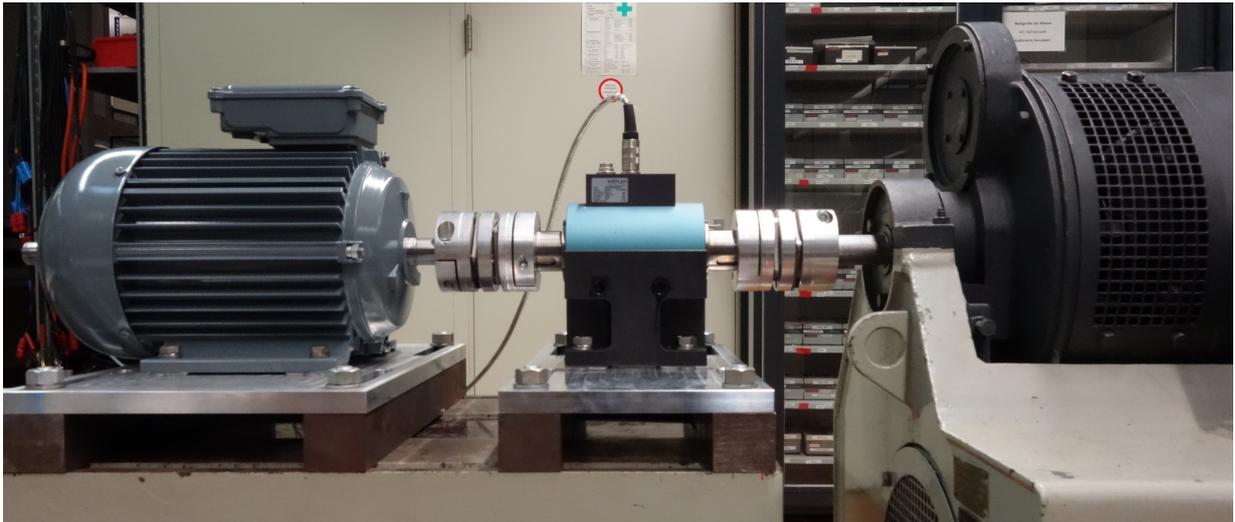


Abbildung 9.5: Von links nach rechts: Prüfling, Drehmomentmesswelle und Lastmaschine

Betriebsmodus ermöglicht die Durchführung von EMK^[1]-Messungen, während der stromgeregelte Betrieb die Einstellung eines konstanten Lastdrehmoments ermöglicht. Die Auswertung der Drehzahl- und Drehmomentdaten der Messwelle erfolgt über das Auswertegerät *Kistler Co-Mo Torque 4700B*. Die mechanischen Daten werden über den SUB-D-Anschluss in das *LMG 500* übertragen, woraus dieses abgeleitete Größen wie die mechanische Leistung oder den Wirkungsgrad berechnen kann.

Elektrischer Versuchsaufbau

Die dreiphasige Wicklung des Stators ist, wie in Kapitel 8 beschrieben, stets im Stern verschaltet. Die Spannungsversorgung geschieht über das Schütz S1, welches je nach darzustellendem Betriebsfall mit der Sekundärseite des Stelltransformators a) oder des Umrichters b) verschaltet ist. Die genannten Komponenten sind auf ihrer Primärseite direkt an das Niederspannungsnetz angeschlossen. Zwei der drei motorenseitigen Phasen sind außerdem über das Schütz S2 mit einer Gleichstromquelle (DC) gekoppelt, welche zur Messung der mittleren Wicklungstemperatur dient. S1 und S2 sind zur Vermeidung von Bedienungsfehlern wechselseitig verriegelt, das heißt, solange S1 durchschaltet, kann S2 nicht eingeschaltet werden und umgekehrt.

Bei dem verwendeten Umrichter handelt es sich um einen *ServoOne SO84.032* der Fa. *LTI Motion GmbH*. Dieser luftgekühlte Umrichter kann auf seiner Sekundärseite einen Maximalstrom von 32 A bei einer Ausgangsspannung von 380 V (verkettet) und einer Grundschiebungsfrequenz von 0 Hz bis 1600 Hz liefern. Die Schaltfrequenz der Endstufe kann zu 4, 8, 12 oder 16 kHz gewählt werden; für die Versuche wurde sie auf 12 kHz eingestellt. [LTI17]

^[1]Mit EMK (elektromotorischer Kraft) wird die von der Rotorerregung induzierte Polradspannung bezeichnet.

Der Spannungsabfall über den Maschinenklemmen wird über entsprechende Messkabel direkt an den Messeingängen des *LMG 500* erfasst. Für die Strommessung werden Nullflusswandler des Typs *PCT200* verwendet. Diese werden über Adapterkabel mit den Messeingängen des *LMG 500* verbunden. Sowohl Strom- als auch Spannungsmessung erfolgen wie in Abbildung 9.4 dargestellt dreiphasig.

Einschaltvorgang

Zur Vermessung des Prüflingsverhaltens im Netzbetrieb wird dieser über den Stelltransformator und das Schütz S1 ans Netz geschaltet. Aufgrund des Kurzschlusskäfigs beschleunigt der Prüfling den Antriebsstrang anschließend auf die synchrone Drehzahl. Um die beim Einschaltvorgang typischerweise auftretenden hohen Strom- und Drehmomentspitzen zu vermeiden, wird die Klemmenspannung der Maschine mit dem Stelltransformator dabei auf etwa $\frac{3}{4}$ der Bemessungsspannung reduziert. Nach Erreichen der synchronen Drehzahl wird die Klemmenspannung auf den Bemessungswert angehoben. Anschließend wird die Gleichstrommaschine eingeschaltet und so die Belastung des Prüflings hergestellt.

Wird der Umrichterbetrieb untersucht, so kann der Prüfling mittels einer Rampenfunktion für Frequenz und Spannung besonders materialschonend auf die gewünschte Drehzahl gebracht werden. Die Gleichstrommaschine wird auch in diesem Fall erst nach Erreichen des stationären Leerlaufs eingeschaltet.

Erfassung der mittleren Wicklungsübertemperatur

Zur Messung der mittleren Wicklungsübertemperatur im Stationärbetrieb wird der Prüfling nach Erreichen des thermisch eingeschwungenen Zustands über das Schütz S1 abgeschaltet und mit der Lastmaschine abgebremst. Anschließend wird über das Schütz S2 ein geringer Gleichstrom in die Wicklung eingeprägt und die zeitliche Änderung des Spannungsabfalls über die Wicklung messtechnisch erfasst. Hierdurch kann über das OHM'sche Gesetz der zeitliche Verlauf des Wicklungswiderstands während des Abkühlvorgangs bestimmt werden. Die Erkennung des thermischen Äquilibrium erfolgt dabei mit den im Wickelkopf eingebrachten Pt100-Temperaturmesswiderständen.

Wird von einer exponentiellen Annäherung der Wicklungstemperatur T_w an die Umgebungstemperatur T_U ausgegangen, so kann durch Extrapolation des zeitlichen Widerstandverlaufs auf den Wicklungswiderstand zum Abschaltzeitpunkt geschlossen werden. In Anlehnung an Abschnitt 3.4.1 gilt:

$$R_1(T_w) = R_1(20^\circ\text{C}) \cdot [1 + \alpha_{\text{Cu}} \cdot (\vartheta_w + T_U - 20^\circ\text{C})] . \quad (9.1)$$

Damit kann die Wicklungsübertemperatur ϑ_w bestimmt werden.

$$\vartheta_w = \left(\frac{R_1(T_w)}{R_1(20^\circ\text{C})} - 1 \right) \cdot \alpha_{\text{Cu}}^{-1} + 20^\circ\text{C} - T_U \quad (9.2)$$

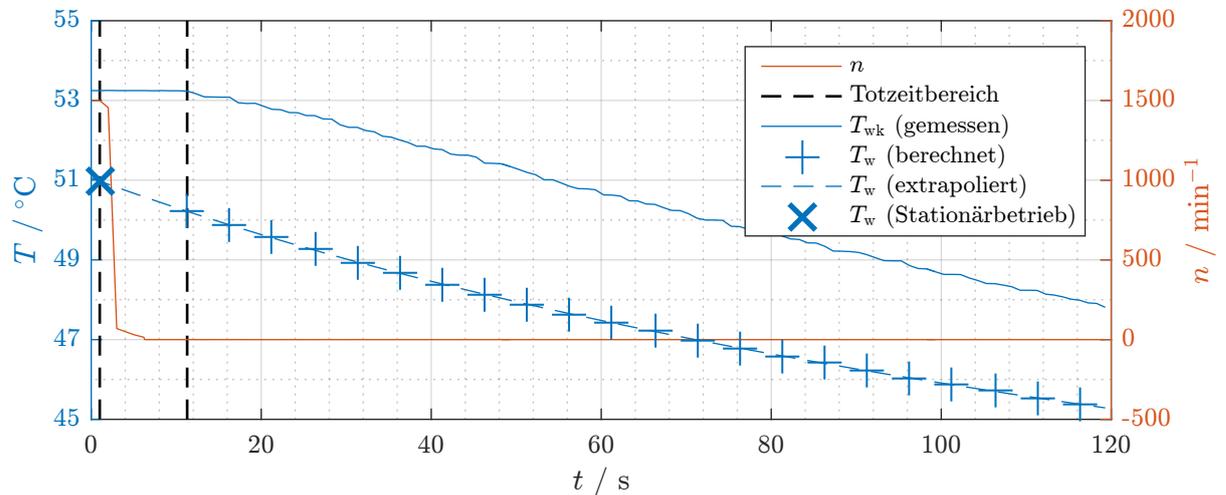


Abbildung 9.6: Beispielhafte Darstellung der Wicklungstemperaturermittlung

Abbildung 9.6 zeigt beispielhaft den aus der Widerstandsmessung hervorgehenden zeitlichen Temperaturverlauf für den Bemessungsbetrieb des #-Funktionsmusters. Der Prüfling wurde zum Zeitpunkt $t = 1$ s abgeschaltet, der erste Temperaturwert wurde bei $t = 11,3$ s aufgenommen. Die Zeitdifferenz („Totzeit“) ist zum einen auf die Dauer des Abbremsvorgangs, zum anderen aber auch auf die Einschwingzeit des Gleichstroms zurückzuführen^[2]. Es ist zu erkennen, dass die mittlere Wicklungstemperatur stets unter der Wickelkopftemperatur liegt und beide Verläufe einer exponentiellen, asymptotischen Annäherung an die Umgebungstemperatur gehorchen.

Verlusttrennung

Mit Kenntnis der mittleren Wicklungstemperatur können die gemessenen Verluste in Stator Kupfer-, Reibungs-, Ummagnetisierungs- und gegebenenfalls Pulsungsverluste aufgeteilt werden. Die Stator Kupferverluste $P_{v,\text{Cu},1}$ können mit dem gemessenen Strom-Effektivwert und der Wicklungstemperatur mittels Gleichung (3.36) unter Berücksichtigung von (3.51) bestimmt werden. Zur Ermittlung der Lüftungs- und Reibungsverluste sei auf Abschnitt 10.1.2 verwiesen. Für die Summe aus Ummagnetisierungs- und der im Umrichterbetrieb entstehenden Pulsungsverluste (siehe hierzu Abschnitt 10.2.2) ergibt sich:

$$P_{v,\text{Fe}} + P_{v,\text{puls}} = P_1 - P_W - P_{v,\text{Cu},1} - P_{v,\text{reib}} \quad (9.3)$$

^[2]Um sicherzugehen, dass keine transienten Effekte beim Aufbau des Gleichstroms die Messung verfälschen, werden die ersten Messwerte verworfen.

9.2.2 Messung des transienten Betriebsverhaltens

Im Fokus der transienten Messungen steht die Ermittlung der Intrittfall- und Spannungsgrenze^[3]. Hierfür wird sowohl eine definiert drehzahlabhängige Last als auch eine variable Einstellung des Gesamtträgheitsmoments benötigt. Wie in Abschnitt 6.3 erläutert, kann eine lineare Last mit Hilfe einer generatorisch arbeitenden Gleichstrommaschine realisiert werden, deren Ankerkreis über einen Zusatzwiderstand kurzgeschlossen ist. Durch Änderung des Zusatzwiderstands oder der Erregung kann dann gezielt das synchrone Lastdrehmoment M_{syn} eingestellt werden. Zur Variation des Trägheitsmoments wurde im Rahmen dieser Arbeit eine nachfolgend als Schwungmassenanlage bezeichnete Apparatur entwickelt, deren Aufbau und Funktionsprinzip ausführlich in Anhang A.6 beschrieben wird. Die Integration dieser Komponenten in das diskutierte Stationärprüfstandskonzept führt auf den in Abbildung 9.7 gezeigten Aufbau.

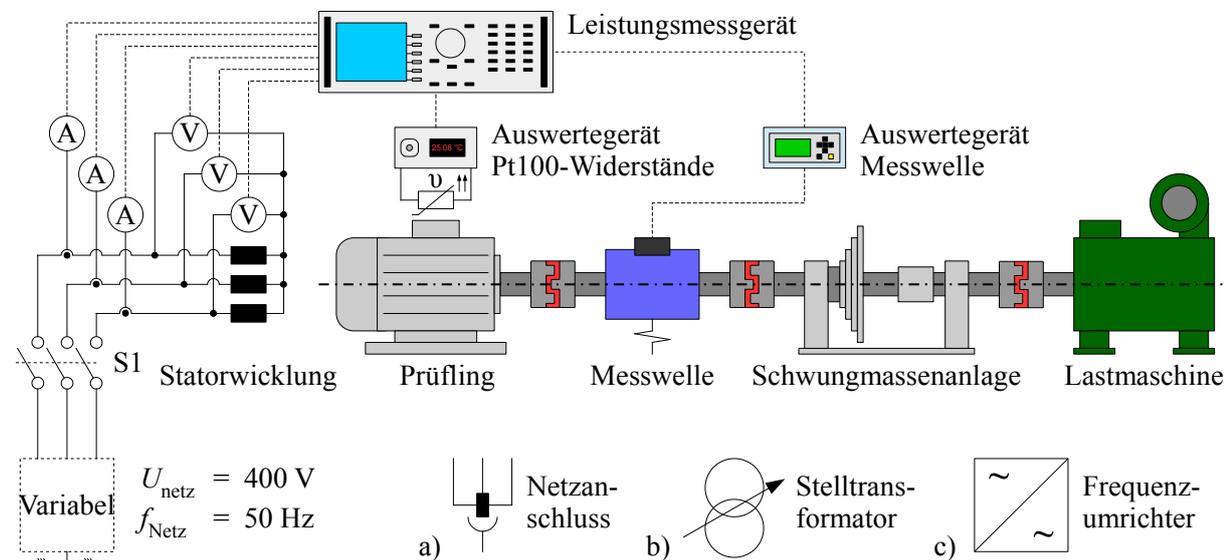


Abbildung 9.7: Prüfstandskonzept zur Erprobung des transienten Betriebsverhaltens

Mechanischer Versuchsaufbau

Für die Messung der mechanischen Größen kommt die Drehmomentmesswelle *Kistler 4520A* mit einem Maximaldrehmoment von 200 Nm zum Einsatz, welche zwischen Prüfling und Schwungmassenanlage montiert ist. Die Schwungmassenanlage selbst erlaubt, wie in Anhang A.6 erläutert, eine stufenweise Änderung des Trägheitsmoments durch die Montage definierter Scheiben. Bezogen auf das Rotorträgheitsmoment der Funktionsmuster können Schwungmassenfaktoren k_J von 1,8 bis 7,9 mit dem gezeigten Aufbau realisiert werden. Abbildung 9.8 zeigt den mechanischen Prüfstandsaufbau.

^[3]Zur Begriffsdefinitionsdefinition siehe Abschnitt 10.3.2.

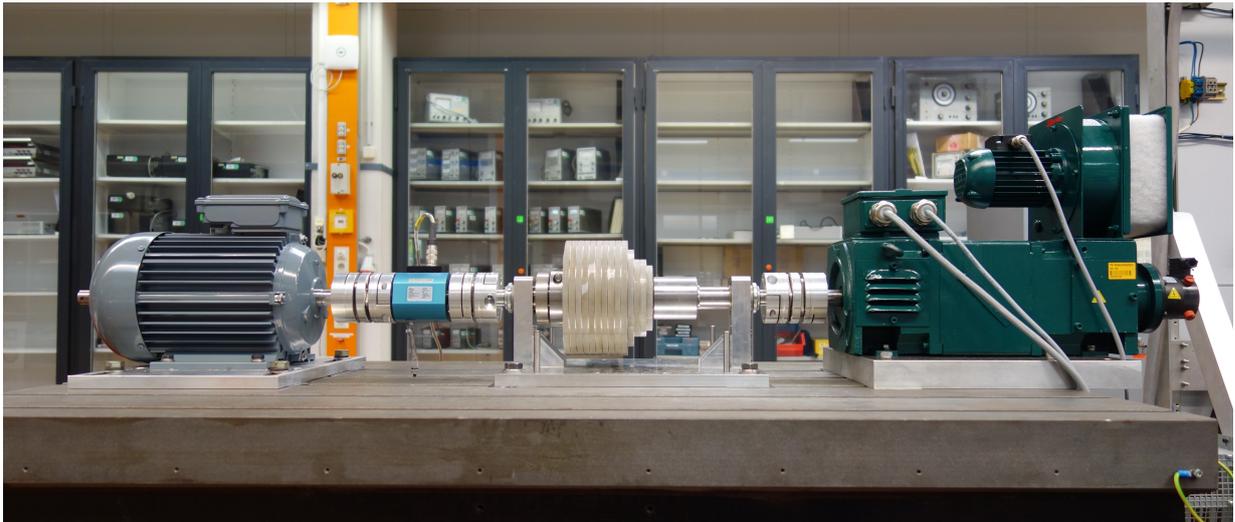


Abbildung 9.8: Von links nach rechts: Prüfling, Drehmomentmesswelle, Schwungmassenanlage und Lastmaschine

Elektrischer Versuchsaufbau

Der elektrische Aufbau entspricht weitestgehend dem des Stationärprüfstands. Schütz S2 und die Gleichstromquelle entfallen, da die genaue Erfassung der mittleren Wicklungstemperatur nicht vonnöten ist. Bei den Energieversorgungsoptionen kommt zum Stelltransformator und Umrichter der direkte Netzanschluss hinzu.

Da während des Hochlaufs hohe Ströme auftreten, ist der für die Stationärversuche gewählte Umrichter für den transienten Betrieb nicht hinreichend dimensioniert. Daher wird für die transiente Erprobung der Umrichtertyp *COMBIVERT 20F5* der Fa. *KEB Automation KG* eingesetzt, welcher ausgangsseitig einen Maximalstrom von 75 A bei einer Ausgangsspannung von 400 V (verkettet) und einer Grundschwingungsfrequenz von 0 Hz bis 800 Hz bereitzustellen vermag [KEB18]. Dieser Strom entspricht in etwa dem 8- bis 9-fachen Bemessungsstrom der Funktionsmuster, was erfahrungsgemäß für PMLS-Motoren ausreichend ist.

Zur Erzeugung des drehzahlabhängigen Lastdrehmoments dient eine fremderregte Gleichstrommaschine des Typs *Helmke GVK90-02*, deren Ankerwicklung über einen Widerstand R_{Zusatz} kurzgeschlossen ist. Die Erregerwicklung wird durch eine einstellbare Gleichstromquelle gespeist. Das stationäre Betriebsverhalten der Gleichstrommaschine kann somit über die nachfolgenden Gleichungen beschrieben werden [Sei93].

$$U_i = k_1 \cdot \Phi_{\text{Erreger}} \cdot n \quad (9.4a)$$

$$I_{\text{Anker}} = \frac{U_i}{R_{\text{Anker}} + R_{\text{Zusatz}}} \quad (9.4b)$$

$$M_{ip} = \frac{k_1 \cdot \Phi_{\text{Erreger}}}{2 \cdot \pi} \cdot I_{\text{Anker}} \quad (9.4c)$$

Damit ergibt sich das generatorische Drehmoment der Gleichstrommaschine zu

$$M_{ip} = \frac{(k_1 \cdot \Phi_{\text{Erreger}})^2}{R_{\text{Anker}} + R_{\text{Zusatz}}} \cdot \frac{n}{2 \cdot \pi}, \quad (9.5)$$

wodurch der gewünschte lineare Anstieg des Lastdrehmoments mit der Drehzahl realisiert ist.

10 Messtechnische Erprobung im direkten Vergleich zur Simulation

10.1 Untersuchungen bei fremdangetriebenem Prüfling

10.1.1 Induzierte Spannung

Überprüfung der Wicklungssymmetrie

Die Überprüfung der Wicklungssymmetrie kann bei Drehfeldmaschinen mit Rotorerregung durch Messung der induzierten Spannung beziehungsweise EMK erfolgen. Hierfür wird der Prüfling fremdangetrieben und die in den Strängen induzierte Spannung aufgezeichnet. Dazu wird der Sternpunkt des Prüflings herausgeführt und die Spannungsdifferenz zwischen Zuleitung und Sternpunkt bei geöffneten Motorklemmen mit einem Oszilloskop erfasst. Der zeitliche Verlauf der Strangspannungen ist aus Abbildung 10.1 ersichtlich. Bei beiden Funktionsmustern zeigt sich eine gute Übereinstimmung der einzelnen Phasen, sodass von einem symmetrischen Wicklungsaufbau und einer gleichmäßigen Magnetisierung der Ferritmagnete auszugehen ist.

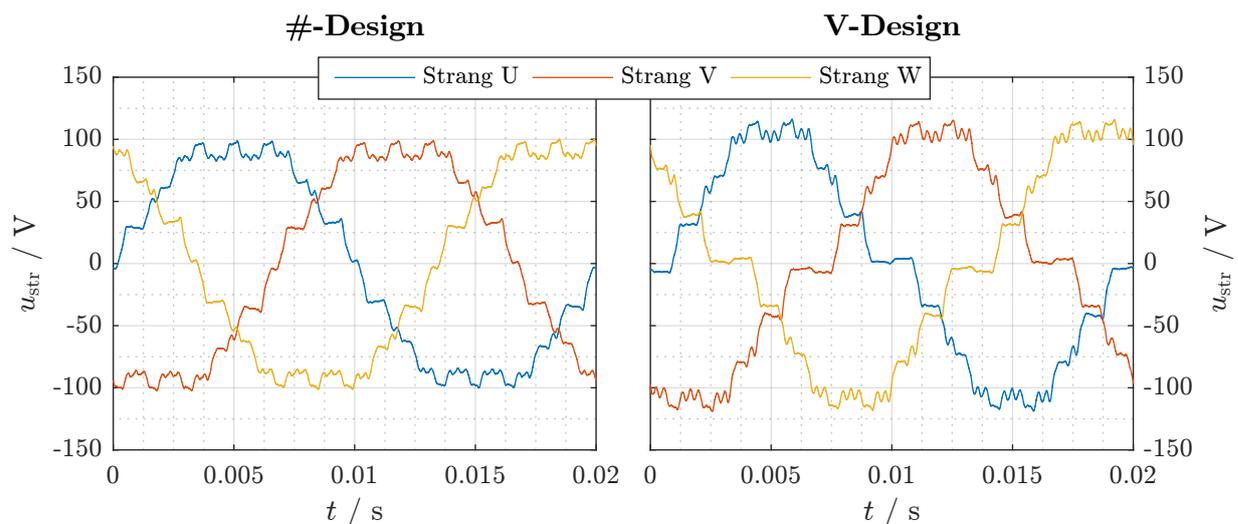


Abbildung 10.1: EMK der beiden Funktionsmuster ($n = 1500 \text{ min}^{-1}$, $T_{\text{PM}} \approx T_{\text{U}} \approx 22^\circ \text{C}$)

Vergleich von Simulation und Messung

Zur Überprüfung der Modellgüte des magnetischen Kreises wird nachfolgend ein Abgleich der Simulations- mit den Messergebnissen durchgeführt. Abbildung 10.2 zeigt den direkten Vergleich der gemessenen und per FEM berechneten Zeitverläufe ($B_r = 430 \text{ mT}$).

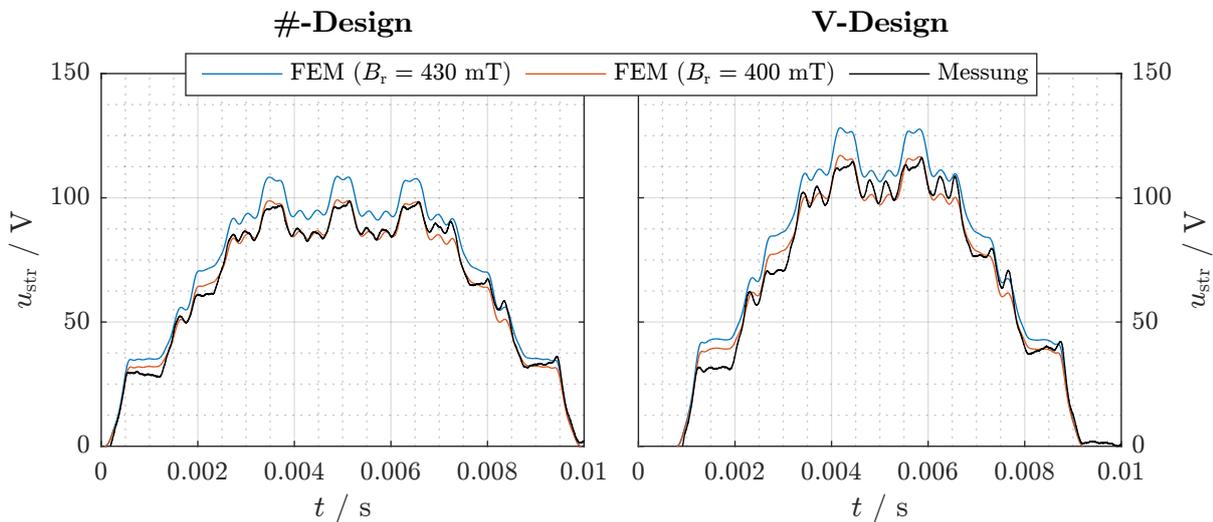


Abbildung 10.2: Vergleich der simulierten und der gemessenen EMK

Der grafische Vergleich ergibt bei beiden Funktionsmustern eine deutliche Abweichung. Diese Differenzen machen sich auch in der Grundschwingungsamplitude der induzierten Spannungen bemerkbar, wie Tabelle 10.1 zu entnehmen ist.

Tabelle 10.1: Vergleich der Grundschwingungsamplitude \hat{u}_{ip} ($B_r = 430 \text{ mT}$)

Funktionsmuster	Messung / V	FEM / V	AM / V
#-Design	99,37	107,47	111,21
V-Design	102,15	110,54	115,66

Eine fehlerhafte Bewicklung der Statoren beider Funktionsmuster konnte aufgrund der Kenntnis des blanken Kupferquerschnitts der Leiter und der Leiterlänge durch eine Widerstandsmessung ausgeschlossen werden. Wie in Abschnitt 3.4.3 diskutiert, ist durch die simulativ nicht berücksichtigten Axialstreuung ⑨ keine derart große Abweichung zu erwarten. Da die Blechschnittgeometrie vor dem Verbau vermessen wurde, ist ein größerer Fertigungsfehler beim Lasern der Blechpakete ebenfalls auszuschließen. Als mögliche Ursachen verbleiben daher Materialabweichungen im Elektroblech oder eine Teilentmagnetisierung der Magnete vor oder während des Einbaus. Konkret könnte beispielsweise eine von den Herstellerangaben abweichende $B(H)$ -Kurve des Blechs den Streustegwiderstand verringern. Die zur Überprüfung dieser Möglichkeit durchgeführten Simulationen zeigten jedoch, dass der Einfluss der $B(H)$ -Kurve auf

die EMK äußerst begrenzt ist. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass der magnetische Spannungsabfall im Magneten selbst sowie im Luftspalt gegenüber dem im Elektroblech dominant ist.

Eine Teilentmagnetisierung ohne Fremdfeld einfluss kann dann auftreten, wenn die $B(H)$ -Kennlinie des Magneten einen „Knick“ im zweiten Quadranten aufweist und sich ein entsprechend ungünstiger Arbeitspunkt einstellt, was beispielsweise bei Lagerung des Magneten außerhalb des Magnetkreises der Fall sein kann. Eine detaillierte Untersuchung dieses Effektes ist in Anhang A.8 zu finden. Dort wird gezeigt, dass in solchen Fällen sinnvollerweise mit einer „stabilisierten“ Kennlinie zu arbeiten ist, welche aus den Messdaten abgeleitet werden kann. Abbildung 10.3 zeigt auf Basis der Erkenntnisse aus Anhang A.8 die aus den Herstellerangaben abgeleitete idealisierte Kennlinie, die (angenommene) ursprüngliche reale Kennlinie mit Knick sowie die stabilisierte, dauerhafte Kennlinie.

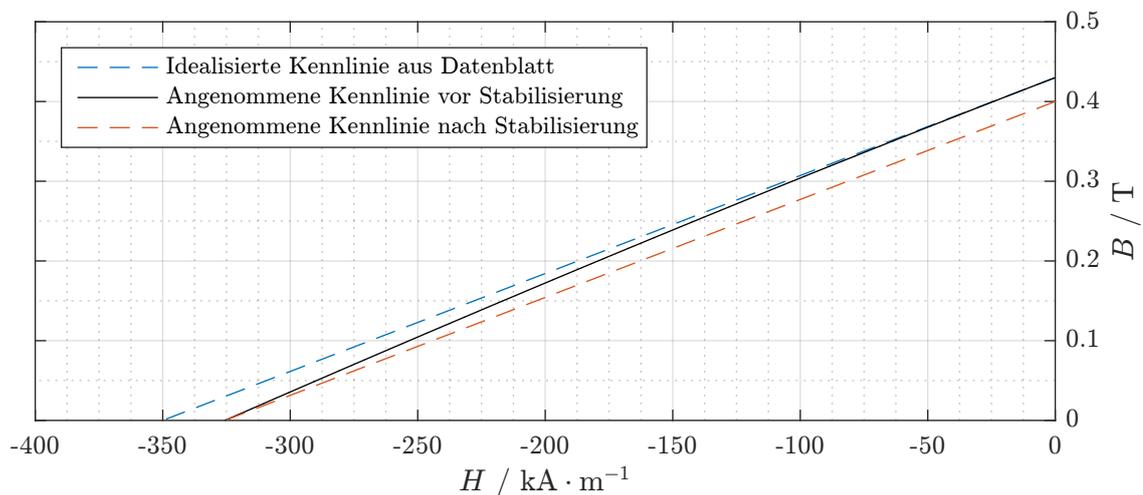


Abbildung 10.3: Aus Herstellerangaben und Messergebnissen abgeleitete $B(H)$ -Kennlinienverläufe von $NMF-12J$ im zweiten Quadranten vor und nach der Stabilisierung

Der Abgleich von Simulations- und Messdaten ergibt einen Remanenzverlust um circa 7 %, weshalb im Weiteren mit $B_r = 400\text{mT}$ gerechnet wird. Für diesen Wert ergibt sich eine gute Übereinstimmung gemäß Abbildung 10.2 und Tabelle 10.2.

Tabelle 10.2: Vergleich der Grundschwingungsamplitude \hat{u}_{ip} ($B_r = 400\text{mT}$)

Funktionsmuster	Messung / V	FEM / V	AM / V
#-Design	99,37	98,07	101,45
V-Design	102,15	100,95	105,52

Eine weitere Entmagnetisierung nach Durchführung der Eintrittfallmessungen ist nicht festzustellen. Es kann daher von einer betriebssicheren Auslegung der Motoren ausgegangen werden.

10.1.2 Reibungsverluste

Beim Fremdantrieb einer permanentmagneterregten Maschine treten neben der Lager- und Lüfterreibung $P_{v,\text{reib}}$ auch Ummagnetisierungsverluste im Ständer aufgrund des drehenden Rotorfeldes auf. Aus diesem Grund wird zur Bestimmung von $P_{v,\text{reib}}$ der Basismotor herangezogen. Es sei darauf hingewiesen, dass die Luftverwirbelungsverluste im Luftspalt des Basismotors sich von denen der Funktionsmuster unterscheiden, da letztere einen mehr als doppelt so großen Luftspalt aufweisen. In Anbetracht der Geringfügigkeit dieses Verlustanteils kann dieser systematische Fehler jedoch vernachlässigt werden^[1].

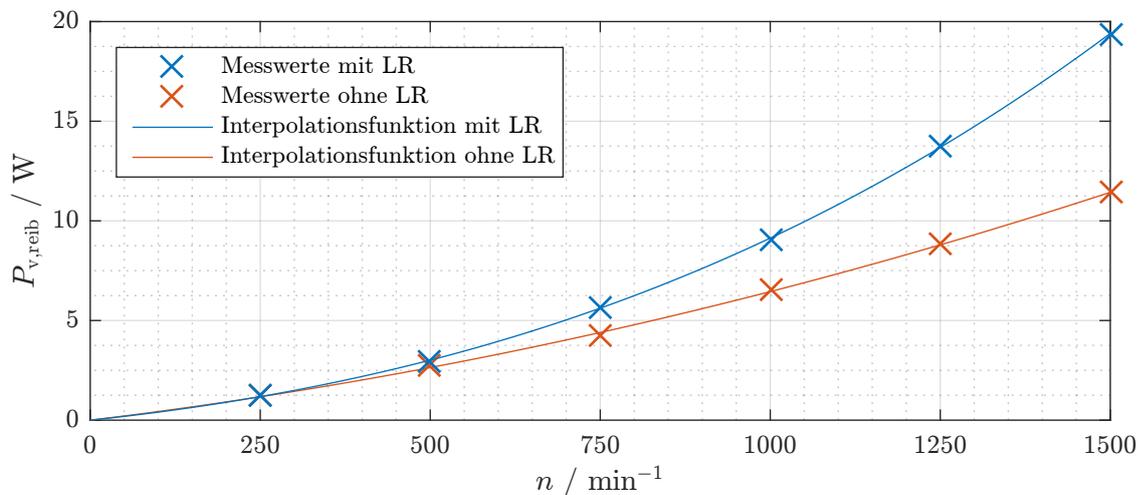


Abbildung 10.4: Messtechnisch ermittelte Reibungsverluste

Durch eine Messung ohne montiertes Lüfterrad (LR) kann der Anteil der Lager- an den Gesamtreibungsverlusten ermittelt werden. Die Ergebnisse der Untersuchung sind in Abbildung 10.4 dargestellt. Für die Interpolationsfunktionen werden Polynom-Ansätze der zweiten (ohne LR) beziehungsweise dritten (mit LR) Ordnung genutzt (n in Umdrehungen pro Sekunde).

$$P_{v,\text{reib,mitLR}} = n \cdot 0,216 \text{ W s} + n^2 \cdot 0,149 \text{ W s}^2 + n^3 \cdot 0,299 \cdot 10^{-3} \text{ W s}^3 \quad (10.1a)$$

$$P_{v,\text{reib,ohneLR}} = n \cdot 0,247 \text{ W s} + n^2 \cdot 8,429 \cdot 10^{-3} \text{ W s}^2 \quad (10.1b)$$

^[1]Mittels der in [TR44; Yam62] vorgestellten Erkenntnisse wurde eine Abschätzung der Luftverwirbelungsverluste vorgenommen. Es zeigte sich, dass diese im Vergleich zu den gemessenen Gesamtreibungsverlusten verschwindend gering sind, weshalb eine Vernachlässigung gerechtfertigt erscheint.

10.1.3 Bremsattel

Bei einem PMLS-Motor tritt während des Hochlaufs neben dem motorischen Käfigläuferdrehmoment auch ein der Beschleunigung entgegenwirkendes Bremsmoment auf. Ursächlich hierfür ist der PM-Fluss, welcher im Asynchronismus Spannungen mit der Frequenz $f_{PM} = p \cdot n \neq f_1$ in die Statorwicklung induziert. Für das dadurch getriebene Drehstromsystem gleicher Frequenz kann das Netz in guter Näherung als Kurzschluss angesehen werden [Bin12]. Die Verluste, die dieses Drehstromsystem verursacht, wirken als bremsendes Drehmoment auf den Rotor und verschlechtern somit die Intrittfallfähigkeit der Maschine.

Zur messtechnischen Identifikation des Bremsdrehmoments in Abhängigkeit der Drehzahl werden die offenen Klemmen der Statorwicklung im Stern^[2] kurzgeschlossen und der Motor fremdangetrieben. Für das Bremsdrehmoment bildet sich nach Abzug der aus Abschnitt 10.1.2 bekannten Reibungsverluste und der bei offenen Klemmen messbaren Ummagnetisierungsverluste der charakteristische, in Abbildung 10.5 dargestellte Sattelverlauf aus.

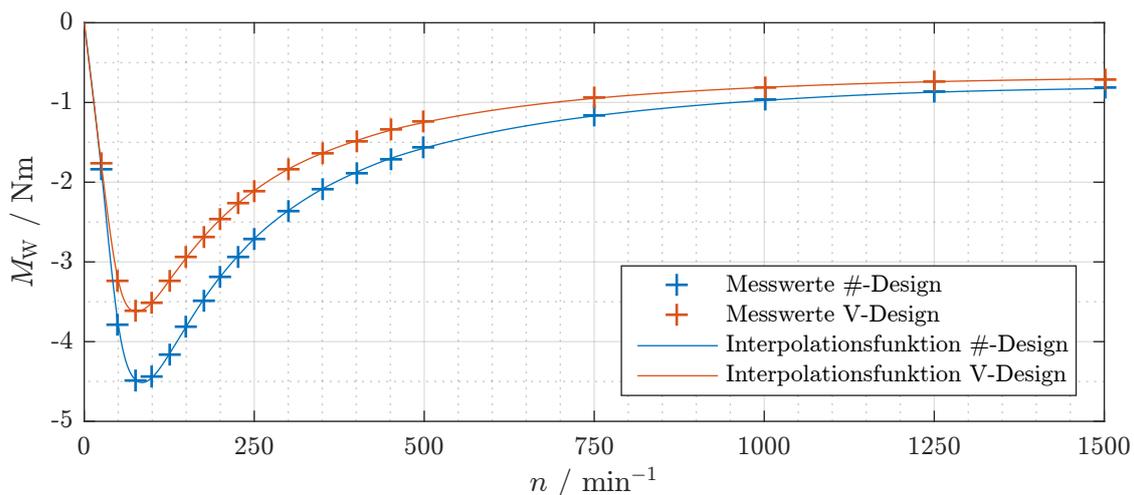


Abbildung 10.5: Bremsattel beider Funktionsmuster in Abhängigkeit der Drehzahl

Die interpolierte Kennlinie entspricht prinzipiell dem punktsymmetrisch um $n_{\text{syn}}/2$ gespiegelten Drehmomentverlauf eines ASM, was auf die Analogie der Drehmomentbildung zurückzuführen ist. Das Kippdrehmoment des Bremsattels beim #-Design beträgt 4,5 Nm, das des V-Designs trotz nahezu identischer Grundswingungsamplitude der EMK lediglich 3,6 Nm. Ein Grund hierfür könnten Oberschwingungsströme sein, welche von der EMK des #-Designs in höherem Maße erzeugt werden und zusätzliche Verluste verursachen.

^[2]Im Netzbetrieb schließt sich das Statorsystem über einen Generator oder Transformator kurz, welcher im Allgemeinen ebenfalls im Stern geschaltet ist.

10.2 Stationäres Betriebsverhalten

10.2.1 Netzbetrieb

Die messtechnische Untersuchung des stationären Netzbetriebs erfolgte zwischen $2/4$ - und $5/4$ -Last bei Bemessungsspannung und -frequenz. Die Umgebungstemperatur betrug etwa $22\text{ }^{\circ}\text{C}$. Die dabei aufgenommenen Werte des #-Funktionsmusters sind in Abbildung 10.6 zu sehen, die des V-Musters in Abbildung 10.7. Die Darstellungen enthalten weiterhin die entsprechenden Simulationsergebnisse aus analytischer und FEM-Rechnung unter Berücksichtigung der verringerten Magnetremanenz.

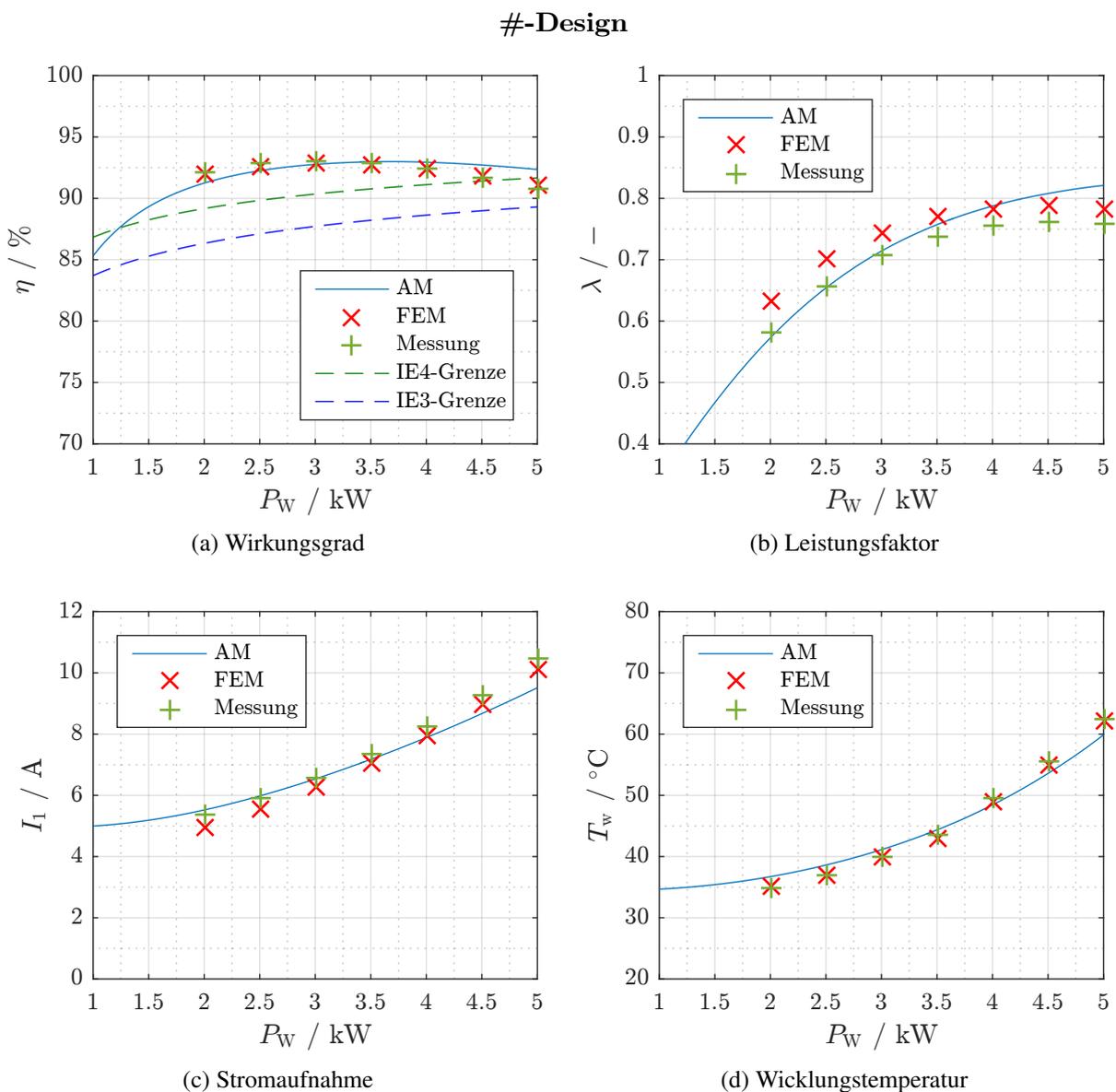


Abbildung 10.6: Simulations- und Messergebnisse des #-Designs im Vergleich

Für beide Funktionsmuster lässt sich eine sehr gute Übereinstimmung von FEM und Messung speziell beim Wirkungsgrad feststellen. Die Wirkungsgradberechnung des analytischen Modells ergibt im Vergleich zu Messung und FEM im Teillastbereich kleinere, im Überlastbereich hingegen größere Werte. Das Erreichen des Auslegungsziels „Energieeffizienzklasse IE4 bei 4 kW“ wird durch die Messergebnisse bestätigt. Ist lediglich die Einhaltung der Effizienzklasse IE3 gefordert, so kann ein deutlich größeres Leistungsspektrum von 1 kW bis 5 kW abgedeckt werden. Wie die Temperaturmessungen zeigen, ist der Dauerbetrieb bei $5/4$ -Überlast auch aus thermischer Sicht unbedenklich.

V-Design

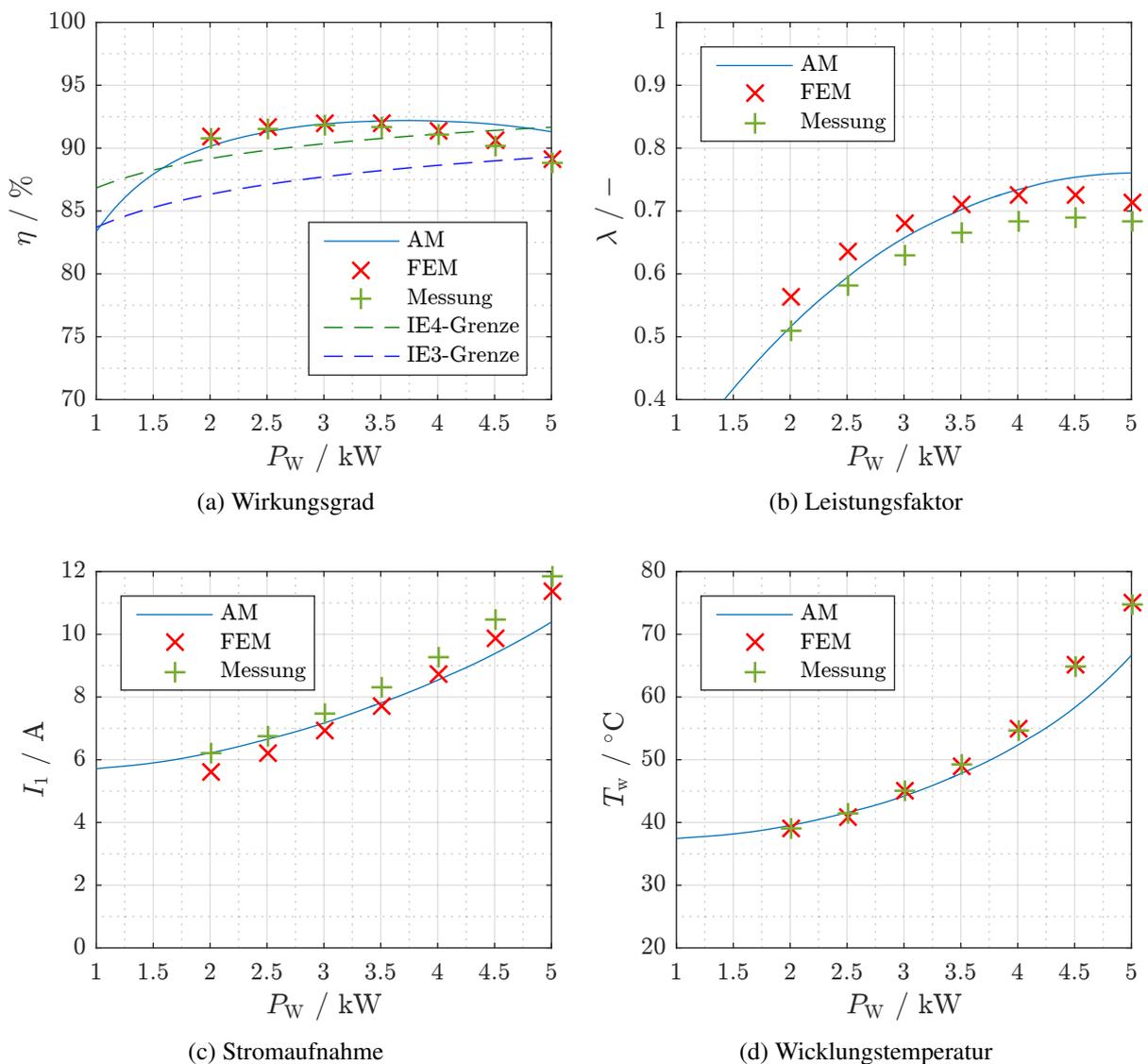


Abbildung 10.7: Simulations- und Messergebnisse des V-Designs im Vergleich

Der Magnetisierungsstrombedarf der Funktionsmuster wird von der FEM tendenziell zu gering eingeschätzt, was sich darin äußert, dass die Stromaufnahme im Vergleich zur Messung zu niedrig, der Leistungsfaktor hingegen zu hoch bestimmt wird. Diese Abweichungen fallen für das V-Design deutlich größer aus als für das #-Design. Als mögliche Begründung hierfür lässt sich der Einfluss von Welle und Passfeder heranziehen. Während beim #-Design nahezu der gesamte magnetische Fluss über das Elektroblech geleitet wird, wirkt die Welle beim V-Design als flussführende „Rotorjochentlastung“ in der Umgebung des Entlastungspfades. Entsprechend stark wirken sich Unsicherheiten bei den Materialdaten der (ferromagnetischen) Welle sowie bei den geometrischen Verhältnissen in der Passfedernut aus. Das analytische Modell hingegen erreicht bei Teillast eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messwerten.

Abschließend sei noch auf die Temperaturberechnung eingegangen. Für die FEM-Berechnung wurde der gerundete Messwert zu Grunde gelegt, weshalb beide Werte abgesehen von Rundungsfehlern übereinstimmen. Für das analytische Modell wurde hingegen das thermische Ersatznetzwerk gemäß Kapitel 4 herangezogen. Der in Anhang A.3.5 gezeigte Fehler bei der analytischen Berechnung von $R_{th,GU}$ wirkt sich auf das thermische Modell nicht allzu stark aus, was sich in der guten Übereinstimmung zwischen Messung und analytischer Berechnung speziell im Teillastbereich bemerkbar macht. Im Überlastbereich hingegen werden speziell beim V-Muster die Verluste (siehe Wirkungsgrad) und damit auch die Erwärmung durch das analytische Modell zu klein berechnet.

10.2.2 Umrichterbetrieb

Zusatzverluste im Umrichterbetrieb

Beim Betrieb der Funktionsmuster am pulsierenden Frequenzumrichter treten im Vergleich zum Netzbetrieb zusätzliche Verluste auf, die auf die im Pulsmuster enthaltenen Spannungsüberschwingungen zurückzuführen sind. Die hiervon getriebenen Oberschwingungsströme verursachen zusätzliche Ummagnetisierungs- und Stromwärmeverluste. [Kle80]

Bei netzstartfähigen Motoren empfiehlt sich zur Identifikation dieser Pulsungsverluste $P_{v,puls}$ eine Vergleichsmessung am Netz mit identischer Last und Grundschwingungsspannung. Sofern kein beliebig frequenzstellbares Netz zur Verfügung steht, können aus dieser Messung jedoch lediglich Erkenntnisse über die Verlustaufteilung bei Netzfrequenz gewonnen werden. Aus diesem Grund wurde im Signalpfad des Leistungsmessgeräts analog zu [Ret16] ein Tiefpass zwischengeschaltet, dessen Eckfrequenz der halben Pulsfrequenz entspricht. Abbildung 10.8 zeigt die Pulsungs- und Ummagnetisierungsverluste mit und ohne Tiefpass sowie die Ergebnisse der Netzmessung für das #-Design bei quadratischer Lastkennlinie.

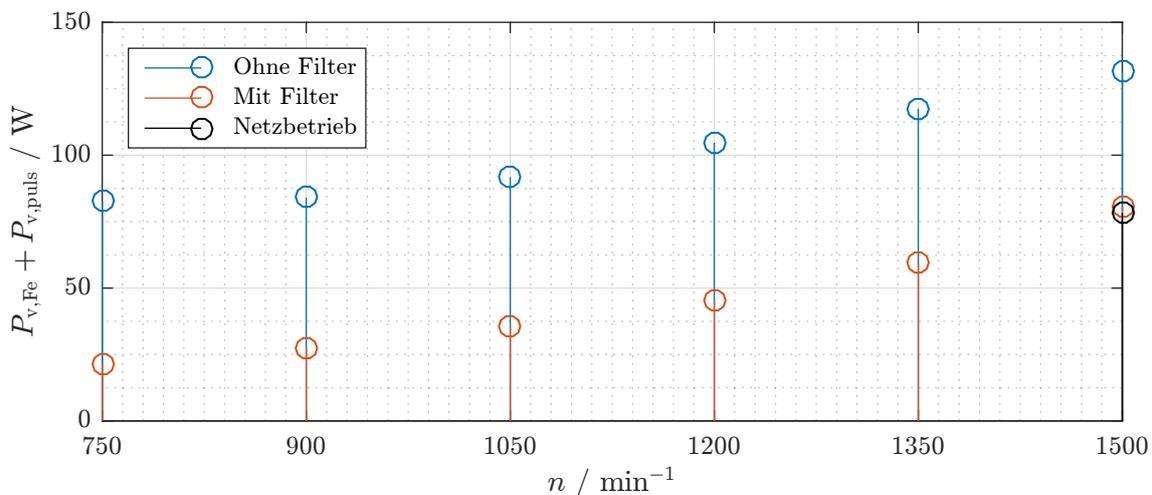


Abbildung 10.8: Messtechnisch ermittelte Pulsungs- und Ummagnetisierungsverluste

Aus den gezeigten Daten geht hervor, dass die durch den Tiefpass verursachte Messdifferenz im untersuchten Drehzahlbereich nahezu drehzahlunabhängig ist. Weitere Messungen zeigten in Übereinstimmung mit [Kle80], dass den Pulsungsverlusten näherungsweise auch Lastunabhängigkeit unterstellt werden kann. Aus diesen Gründen wurden in den nachfolgend gezeigten Simulationsergebnissen die Pulsungsverluste durch einen konstanten Wert von 50 W bedacht, welcher aus dem Vergleich von Netz- und ungefilterter Umrichtermessung bei 1500 min^{-1} hervorgeht. Im thermischen Modell werden die Pulsungsverluste gleichmäßig den Joch- und den Zahnummagnetisierungsverlusten zugeschlagen.

Betrieb mit quadratischer Lastkennlinie

Der Begriff der quadratischen Last wurde bereits in Kapitel 6.3 erläutert. Für die nachfolgenden Untersuchungen wird von einer der Funktionsmusterbemessungsleistung angepassten Last ausgegangen, es gilt also

$$M_L(n) = M_{W,r} \cdot \left(\frac{n}{n_r}\right)^2 = \left(\frac{4000 \text{ W}}{2 \cdot \pi \cdot 25 \text{ s}^{-1}}\right) \cdot \left(\frac{n}{25 \text{ s}^{-1}}\right)^2. \quad (10.2)$$

Lineare Spannungskennlinie

Da sich gemäß Gleichung (3.9) die stationäre synchrone Drehzahl proportional zur Statorfrequenz verhält, wird zur Untersuchung eines interessierenden Arbeitspunktes $(n, M_L(n))$ mittels Frequenzumrichter die entsprechende Grundschwingungsfrequenz eingestellt. Als einfache Regel zur Ermittlung der korrespondierenden Grundschwingungsspannung U_1 hat sich die Forderung nach einer Äquivalenz der Flussverkettungen $\psi_{1,d/q}$ bei verschiedenen Frequenzen etabliert. Wird der Statorwiderstand R_1 vernachlässigt, so ergibt sich gemäß den Gleichungen (3.11a) und (3.11b) ein proportionaler Anstieg der Spannung mit der Frequenz. Aufgrund der Praxisrelevanz dieses Ansatzes wurden beide Funktionsmuster entsprechend Gleichung (10.4a) vermessen.

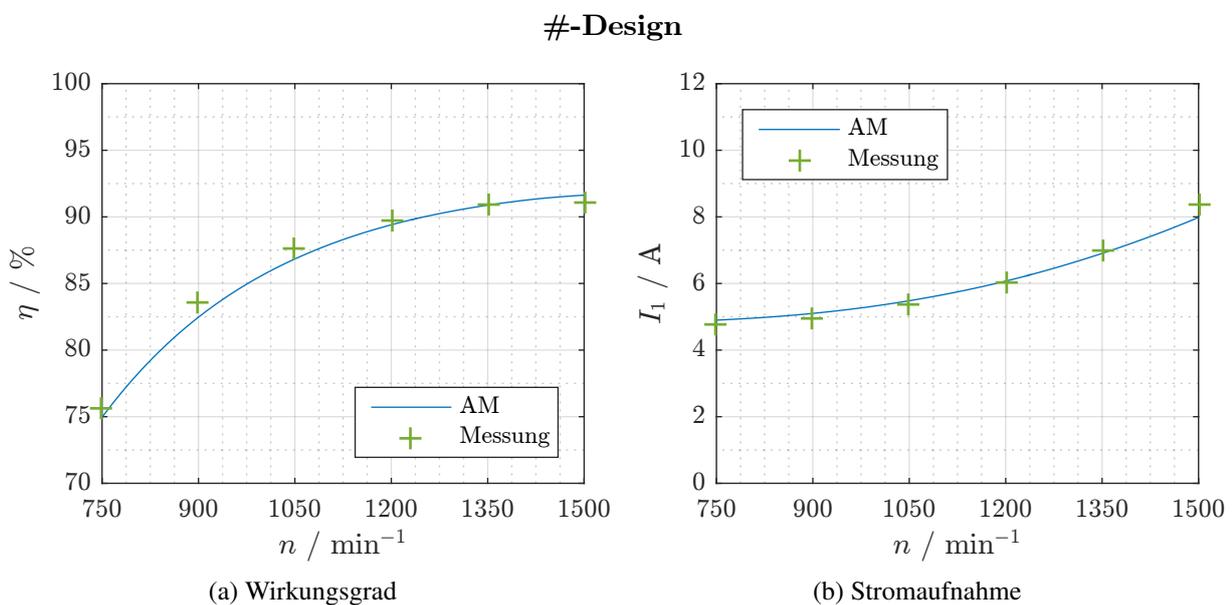


Abbildung 10.9: Simulations- und Messergebnisse des #-Designs im Vergleich

Die Gegenüberstellung der Mess- und Simulationsergebnisse ist für das #-Design in Abbildung 10.9 und für das V-Design in Abbildung 10.10 zu finden.

Aufgrund der guten Übereinstimmung der Analytik mit der Messung wird auf eine Untersuchung mittels FEM verzichtet. Bei den Messergebnissen ist zu berücksichtigen, dass für $f_1 = 50\text{ Hz}$ die Grenzspannung des Umrichters von $U_{1,\text{verk}} = 380\text{ V}$ erreicht wird.

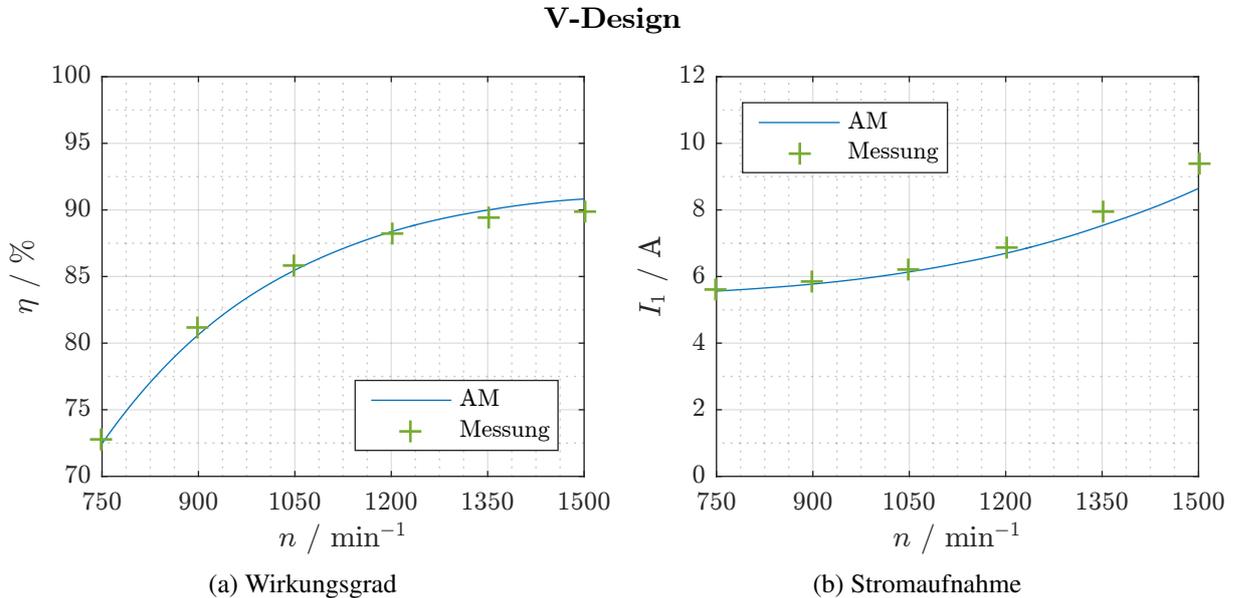


Abbildung 10.10: Simulations- und Messergebnisse des V-Designs im Vergleich

Für beide Motoren zeigt sich, dass der Teillast-Wirkungsgrad im Umrichterbetrieb deutlich unter dem im Netzbetrieb liegt. Der Wirkungsgrad bei $M_W = 1/4 \cdot M_{W,r}$ beträgt im Falle des #-Designs im Netzbetrieb beispielsweise 85 %, im Umrichterbetrieb hingegen gerade einmal 75 %. Für diese Diskrepanz kann eine Reihe von Gründen genannt werden. Neben den bereits thematisierten Pulsungsverlusten ist aufgrund der Maschinengröße davon auszugehen, dass die Vernachlässigung des Statorwiderstands nicht zulässig ist und die Klemmenspannung daher nicht optimal auf die Windungszahl eingestellt ist. Des Weiteren ist zu berücksichtigen, dass aufgrund der verringerten Drehzahl die Entwärmung der Maschine verschlechtert wird.

Optimale Spannungskennlinie

Um zumindest das Problem der nicht angepassten Klemmenspannung zu beheben, wurden mit dem analytischen Modell Parameterstudien mit variierter Klemmenspannung bei einer quadratischen Lastkennlinie durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Studien sind in den beiden Abbildungen 10.11 und 10.12 dargestellt. Für die Klemmenspannung gilt hierbei

$$U_{1,\text{verk}} = f_1 \cdot 8 \text{ V/Hz} - \Delta U_{1,\text{verk}} = \frac{n}{p} \cdot 8 \text{ V/Hz} - \Delta U_{1,\text{verk}} , \quad (10.3)$$

wobei der jeweilige Wert $\Delta U_{1,\text{verk}}$ auf der Ordinate aufgetragen ist.

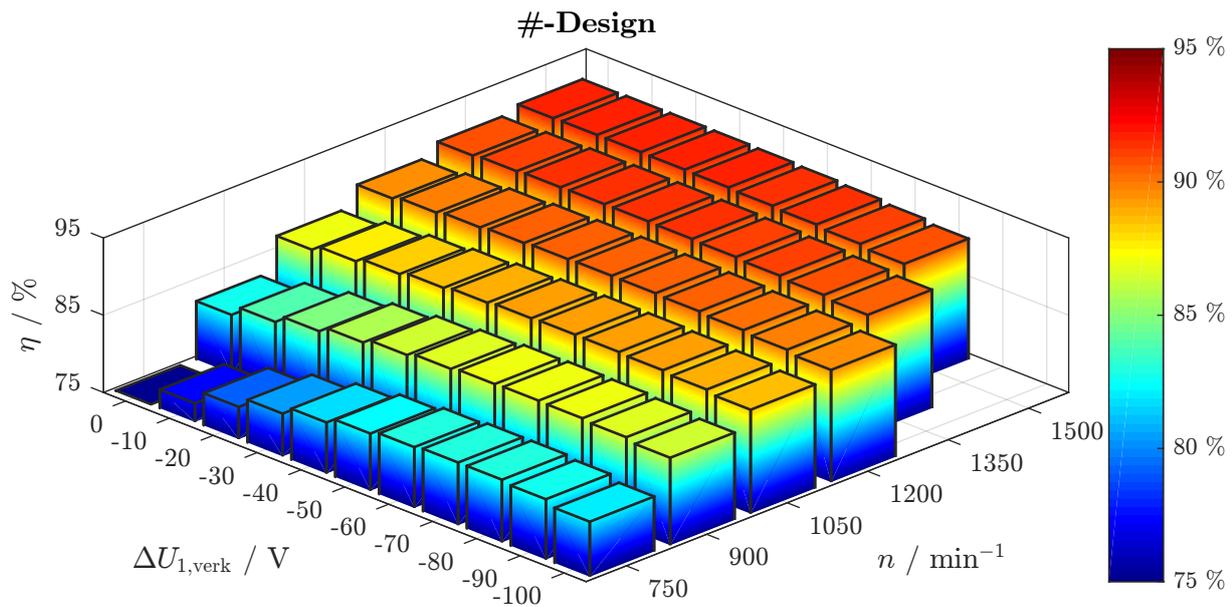


Abbildung 10.11: Parameterstudie zur Ermittlung der optimalen Klemmenspannung des #-Designs

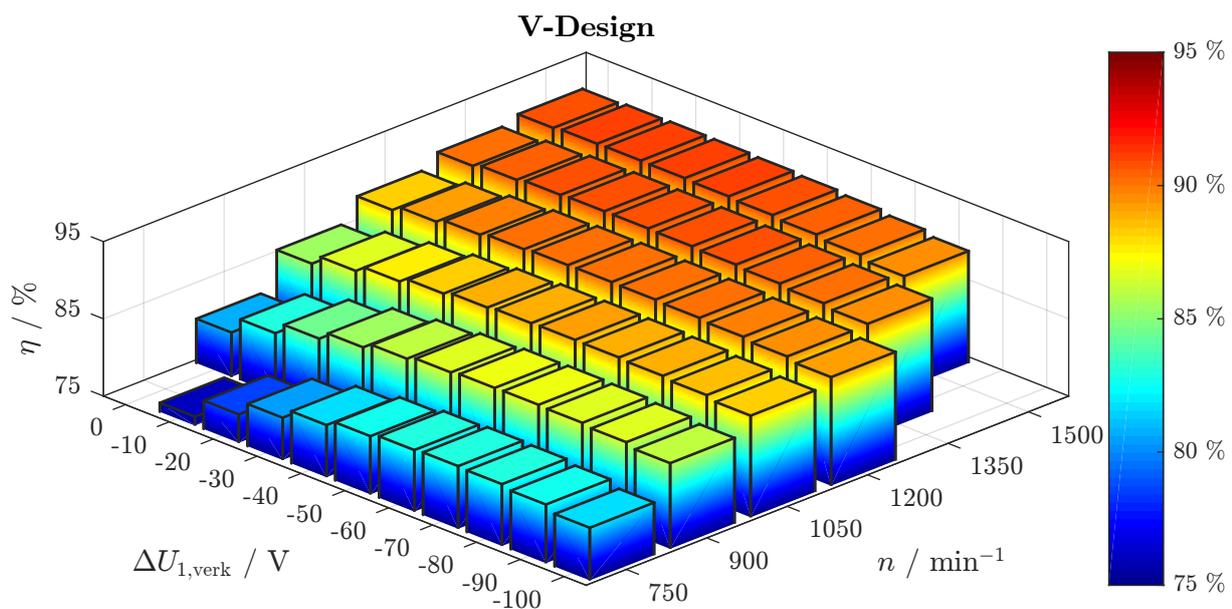


Abbildung 10.12: Parameterstudie zur Ermittlung der optimalen Klemmenspannung des V-Designs

Es zeigt sich bei beiden Motoren, dass speziell im unteren Drehzahlbereich durch die optimale Einstellung der Klemmenspannung eine deutliche Wirkungsgradsteigerung zu erreichen ist, bei steigender Drehzahl wird das Optimum hingegen deutlich flacher. Dies lässt sich dahingehend deuten, dass mit steigender Drehzahl die Verhältnisse immer mehr denen im Netzbetrieb entsprechen. Für beide Motoren ergeben sich dieselben Werte für die wirkungsgradoptimale Klemmenspannung gemäß Tabelle 10.3.

Tabelle 10.3: Vergleich der linearen $U(f)$ -Kennlinie mit den wirkungsgradoptimalen Werten für $U_{1,\text{verk}}$

f_1 / Hz	25	30	35	40	45	50
$U_{1,\text{verk,linear}}/\text{V}$	200	240	280	320	360	400
$U_{1,\text{verk,optimal}}/\text{V}$	130	170	220	270	330	380

Die hieraus ersichtliche optimale Spannungskennlinie kann in guter Näherung (Determinationskoeffizient $R^2 = 99,7\%$) durch die Geradengleichung (10.4b) angenähert werden. Im Vergleich mit der linearen Kennliniengleichung (10.4a) sind eine größere Steigung sowie eine Versetzung des Ordinatenabschnitts festzustellen.

$$U_{1,\text{verk,linear}} = f_1 \cdot 8 \text{ V/Hz} \quad (10.4a)$$

$$U_{1,\text{verk,optimal}} \approx f_1 \cdot 10,17 \text{ V/Hz} - 131,43 \text{ V} \quad (10.4b)$$

Die Ergebnisse der messtechnischen Überprüfung können Abbildung 10.13 entnommen werden. Für beide Funktionsmuster ist gerade im Bereich kleinerer Drehzahlen eine deutliche Verbesserung des gemessenen Wirkungsgrades festzustellen. Die Übereinstimmung mit dem analytischen Modell ist auch bei optimaler Spannungssteuerung als zufriedenstellend zu bezeichnen. Aufgrund der bereits erwähnten Grenzspannung des Umrichters ergeben sich bei hohen Drehzahlen messtechnisch identische Werte, da die Klemmenspannungen übereinstimmen.

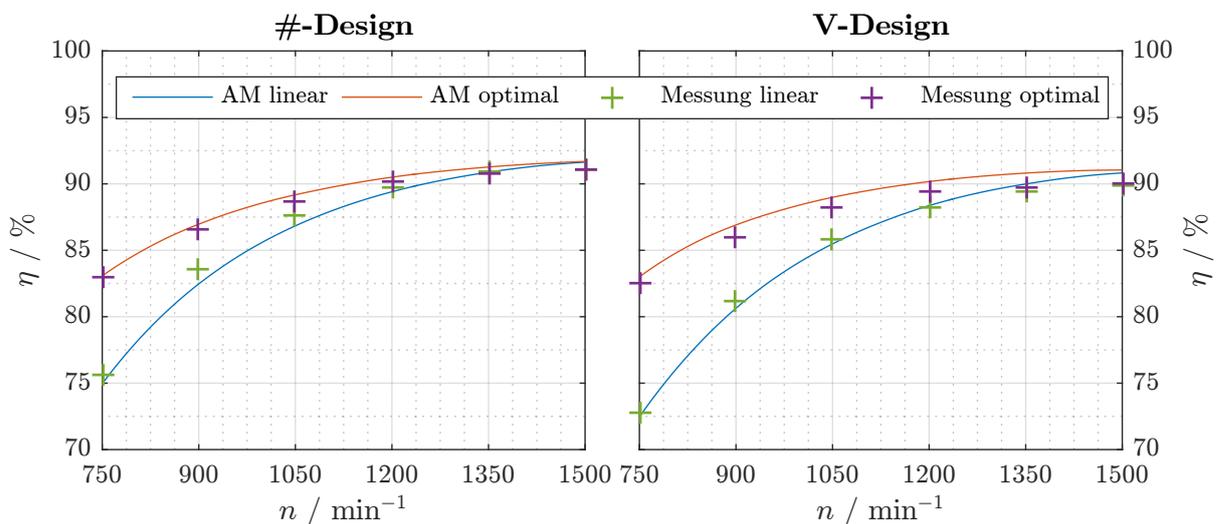


Abbildung 10.13: Vergleich des simulierten und des gemessenen Wirkungsgrades bei linearer und optimaler Spannungssteuerung

10.3 Transientes Betriebsverhalten

10.3.1 Netzbetrieb

Die messtechnische Eingrenzung der Eintrittfallgrenze erfolgte durch wiederholte Hochlaufversuche auf etwa 1 Nm genau. In den nachfolgenden Darstellungen ist stets die Mitte des so bestimmten Intervalls markiert, gleiches gilt auch für die gezeigten FEM-Ergebnisse. Zwischen den einzelnen Hochlaufversuchen wurde gewartet, bis die Wicklungstemperatur etwa 27 °C betrug, um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse sicherzustellen.

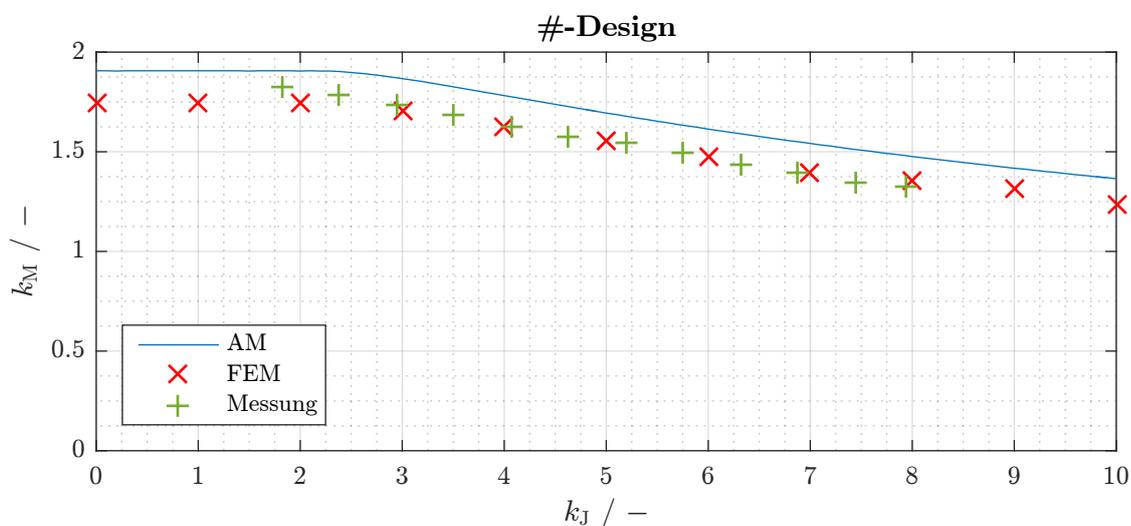


Abbildung 10.14: Vergleich von gemessener und simulierter Eintrittfallgrenze (#-Design)

Abbildung 10.14 zeigt für das #-Design den Vergleich zwischen analytischer Rechnung, FEM-Simulation und Messung. Generell kann von einer zufriedenstellenden Übereinstimmung von Messung und FEM-Ergebnissen gesprochen werden. Auffällig ist die Tatsache, dass im konstanten Kennlinienbereich die Messergebnisse über jenen der FEM liegen. Im Hyperbelbereich ab $k_J = 2$ schneiden sich beide Kennlinien, sodass für große Trägheitsmomente die FEM-Werte etwas höher als die Messergebnisse sind. Die analytische Kennlinie liegt zwar über den Messwerten, jedoch wird der grundlegende Verlauf der Eintrittfallgrenze durch die Analytik gut nachgebildet. Aus den Messergebnissen kann abgeleitet werden, dass das Auslegungsziel eines sicheren Eintrittfalls bei $k_J = 10$ und $k_M = 1$ erreicht wird.

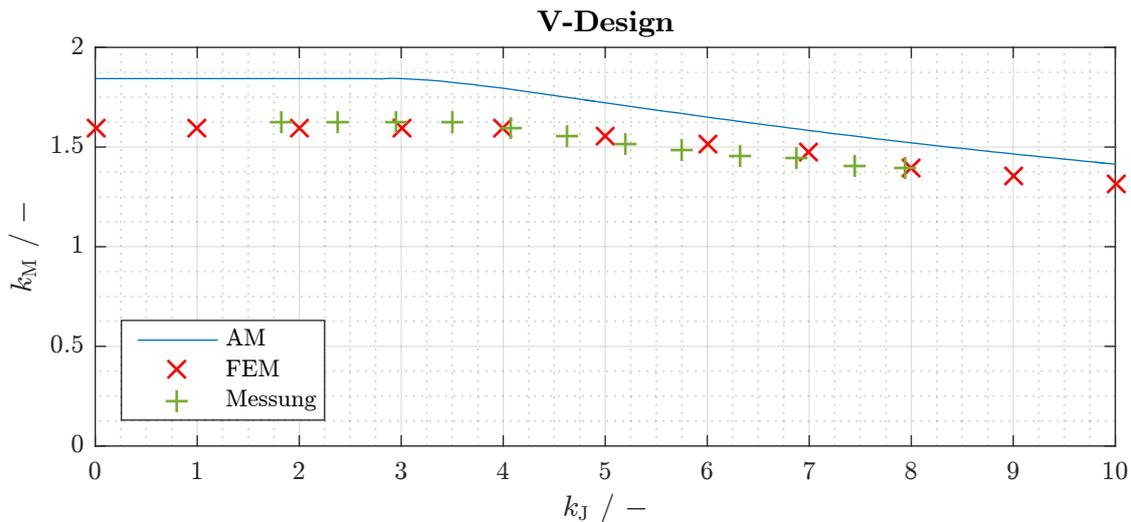


Abbildung 10.15: Vergleich von gemessener und simulierter Eintrittfallgrenze (V-Design)

Die Ergebnisse der Vermessung und Simulation des V-Designs können Abbildung 10.15 entnommen werden. Auf eine Diskussion der Ergebnisse soll verzichtet werden, da die Verhältnisse zwischen Mess- und Simulationsergebnissen denen des #-Designs entsprechen. Auch hier wird das Auslegungsziel mit ausreichender Sicherheit erreicht.

10.3.2 Umrichterbetrieb

Grenzkennlinienschar

Bei den nachfolgend diskutierten Eintrittfallgrenzen im Umrichterbetrieb ist stets von einem „harten“ Zuschalten des Prüflings an das stationäre, vom Umrichter erzeugte Netz der konstanten Frequenz f_1 auszugehen. Hiermit soll das nachträgliche Zuschalten eines Motors an einen Gruppenumrichter simuliert werden, welcher bereits ein Netz für andere Maschinen im stationären Betrieb erzeugt.

Die Grundschnungsspannung des Umrichters wird gemäß Gleichung (10.4a) als Funktion der Grundschnungsfrequenz ermittelt. Da bei niedrigen Drehzahlen die notwendigen Lastdrehmomente nicht gestellt werden können^[3] und die maximale Umrichter-Grundschnungsspannung der Netzspannung entspricht, beschränken sich die experimentellen Untersuchungen auf den Frequenzbereich von 40 Hz bis 50 Hz.

^[3]Gemäß der Ausführungen in Abschnitt 9.2.2 sinkt das Drehmoment der GSM linear mit der Drehzahl, daher können bei kleinen Frequenzen keine ausreichend hohen Lastdrehmomente mehr erzeugt werden.

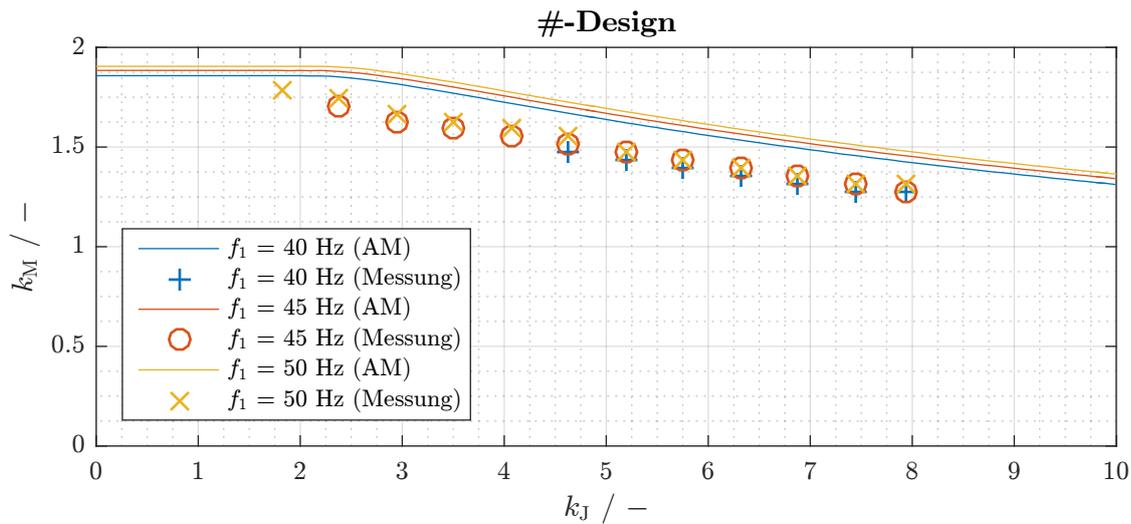


Abbildung 10.16: Vergleich der gemessenen und der simulierten Grenzkennlinienschar im Umrichterbetrieb mit linearer $U(f)$ -Kennlinie (#-Design)

Abbildung 10.16 zeigt für das #-Design die per Analytik bestimmten Grenzkennlinienscharen im Vergleich zur Messung, eine entsprechende Darstellung für das V-Design ist in Abbildung 10.17 zu finden. Beide Kennlinienscharen zeigen die bereits aus den Netzmessungen bekannte Diskrepanz zwischen Messung und analytischer Simulation, der grundsätzliche Verlauf der gemessenen Grenzkennlinien kann jedoch durch die Simulationen gut nachgebildet werden. Sowohl Messung als auch Simulation zeigen eine geringfügige Verschlechterung der Eintrittsfähigkeit mit sinkender Frequenz.

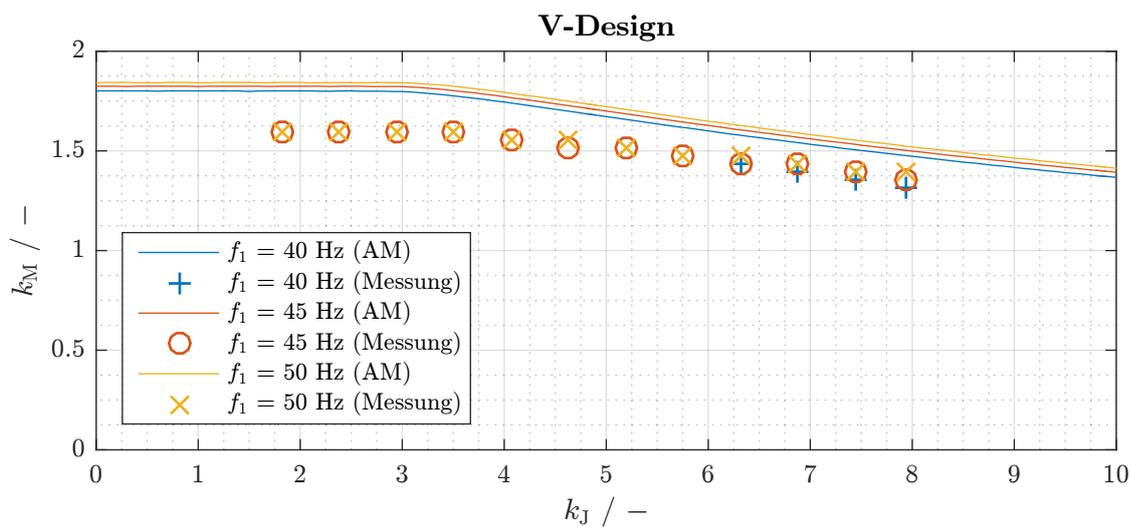


Abbildung 10.17: Vergleich der gemessenen und der simulierten Grenzkennlinienschar im Umrichterbetrieb mit linearer $U(f)$ -Kennlinie (V-Design)

Spannungsgrenze

Die Intrittfallspannung wurde in Kapitel 2.1 als die minimale Grundsprungspannung definiert, bei der der Antrieb für eine bestimmte Last und Frequenz gerade noch in Tritt fällt. Wird sie über die Frequenz aufgetragen, so entsteht analog zur Intrittfallgrenze die Spannungsgrenze^[4] des Intrittfallvorgangs. Sie wird messtechnisch und simulativ wie die Intrittfallgrenze ermittelt, wobei diesmal Lastdreh- und Trägheitsmoment festgehalten werden und stattdessen für einen bestimmten Wert von f_1 der zugehörige Grenzwert $U_{1,verk}$ gesucht ist.

Tabelle 10.4: Lastfalldefinition für die Spannungsgrenzenermittlung

	Lastfall 1 (LF1)	Lastfall 2 (LF2)	Lastfall 3 (LF3)
$k_J / -$	1,8	7,9	1,8
$k_M / -$	0	0	$1 \cdot f_1 / 50 \text{ Hz}$

Für die vorliegende Untersuchung werden drei Lastfälle gemäß Tabelle 10.4 definiert. Aus versuchstechnischen Gründen^[3] wird für LF3 ein frequenzabhängiger Endwert der linearen Lastkennlinie angesetzt. Die untersuchten Trägheitsmomente entsprechen dem minimalen beziehungsweise maximalen realisierbaren Antriebsstrang-Trägheitsmoment.

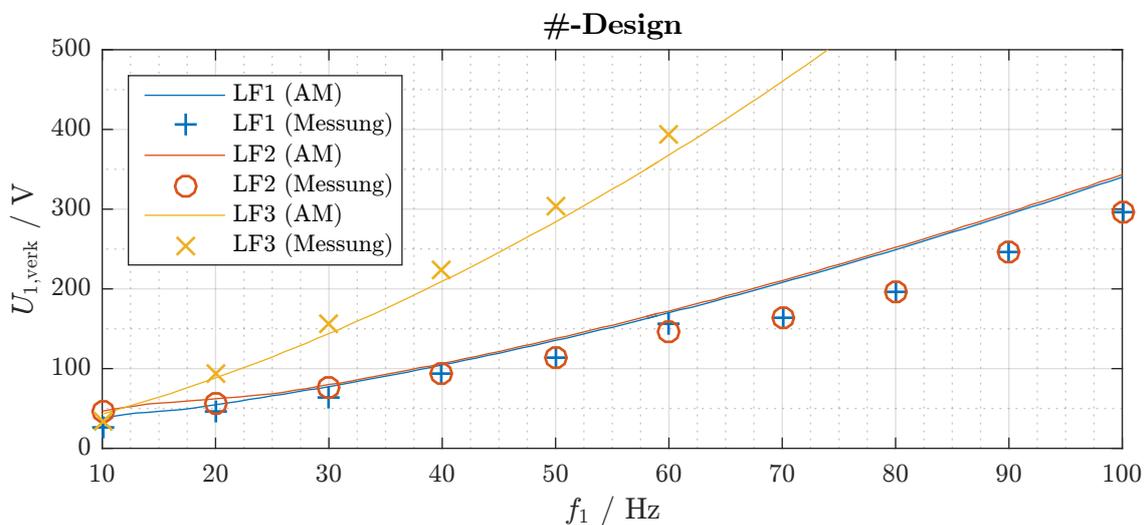


Abbildung 10.18: Vergleich der gemessenen und der simulierten Spannungsgrenze im Umrichterbetrieb für verschieden Lastfälle (#-Design)

^[4]Diese ist nicht zu verwechseln mit der stationären Spannungsgrenze im geregelten, stromeingprägten Umrichterbetrieb. Da selbige Betriebsart jedoch im Rahmen dieser Arbeit keine Rolle spielt, wird die Spannungsgrenze des Intrittfallvorgangs nachfolgend nur als Spannungsgrenze bezeichnet.

Der Vergleich der messtechnisch und simulativ ermittelten Spannungsgrenzen für die genannten Lastfälle kann im Falle des #-Designs Abbildung 10.18 entnommen werden, für das V-Design sei auf Abbildung 10.19 verwiesen. Die gezeigten Kennlinien beschreiben dabei die Grenze zwischen den höheren Spannungen, bei denen ein Intrittfall möglich ist, und den niedrigeren Spannungen, bei denen der Intrittfall misslingt.

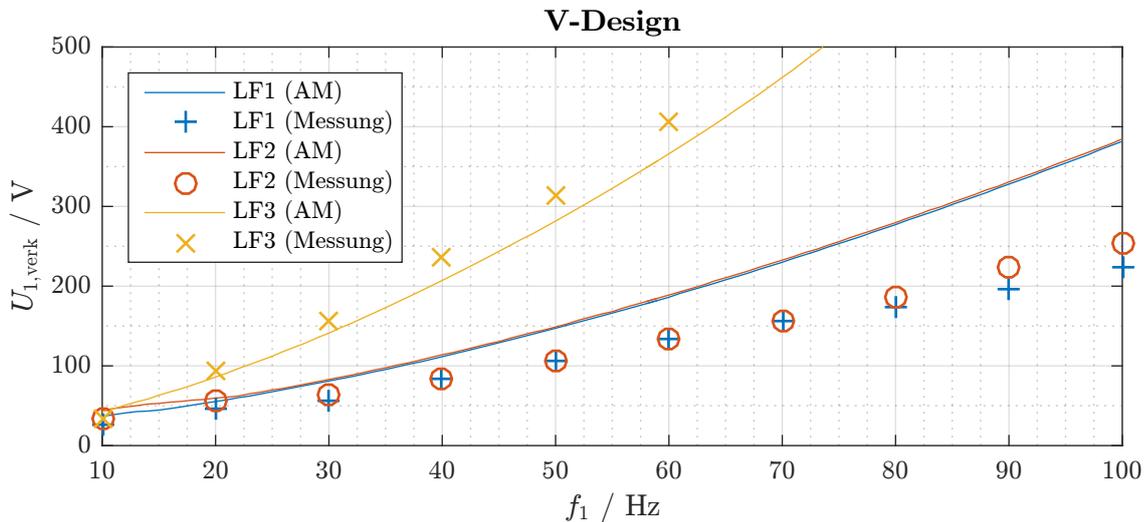


Abbildung 10.19: Vergleich der gemessenen und der simulierten Spannungsgrenze im Umrichterbetrieb für verschiedenen Lastfälle (V-Design)

Auch für die Berechnung der Spannungsgrenze kann eine gute Übereinstimmung von Simulation und Messung besonders für den Lastfall LF3 attestiert werden. Für die beiden lastmomentlosen Fälle LF1 und LF2 wird die notwendige Intrittfallspannung mit steigender Frequenz von der Simulation immer mehr überschätzt. Diese Beobachtung kann im Vorgriff auf Abschnitt 11.2.1 mit dem transienten Hochlaufverhalten des lastfreien Motors an der Spannungsgrenze erklärt werden. Maßgeblich für einen erfolgreichen Intrittfall ist hier die Überwindung des Bremssattels, welcher bei niedrigen Drehzahlen auftritt (siehe Abschnitt 10.1.3). Mit wachsender Frequenz steigt die simulativ nicht berücksichtigte Stromverdrängung im Kurzschlusskäfig an, was eine Zunahme des Käfigläuferdrehmoments im Drehzahlbereich des Bremssattels zur Folge hat. Dementsprechend wird bei höheren Frequenzen die Differenz zwischen simulierter und gemessener Grenzspannung größer.

Aus dem Vergleich der Kennlinien wird deutlich, dass die Spannungsgrenze nahezu unabhängig vom Trägheitsmoment des Antriebsstrangs ist, jedoch stark durch das Lastdrehmoment beeinflusst wird. Nur bei sehr kleinen Frequenzen treten größere Unterschiede zwischen den Kennlinien der Lastfälle LF1 und LF2 auf. In Abschnitt 11.2.1 wird dieses Verhalten simulativ erörtert.

10.4 Kurzunterbrechungen

10.4.1 Begriffsdefinition

Als Kurzunterbrechung (KU) wird ein Fehlerfall bezeichnet, bei dem die Motorklemmen kurzzeitig von der Spannungsversorgung getrennt und anschließend wieder verbunden werden. Die Unterbrechungszeit t_{KU} ist dabei so klein, dass die Drehzahl – und damit auch die EMK – nur geringfügig absinkt. Bei Wiederherstellung der Verbindung kann abhängig von der Lage des Polradwinkels β_p im ungünstigsten Fall eine Phasenopposition zwischen der induzierten und der Netzspannung auftreten (Abbildung 10.20).

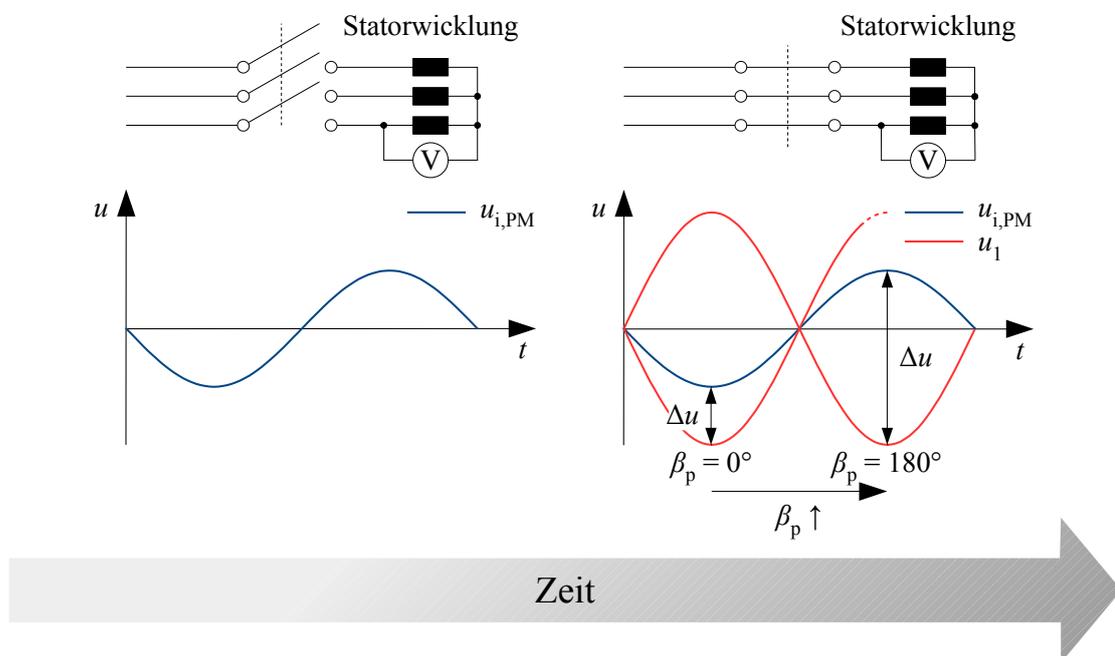


Abbildung 10.20: Auftreten der Phasenopposition bei Kurzunterbrechungen

In diesem Fall werden aufgrund des großen Wertes von Δu entsprechend hohe Ströme getrieben, welche ein starkes Statormagnetfeld nach sich ziehen. Wie in Abschnitt 2.3.3 erläutert, können dadurch die Magnete irreversibel entmagnetisiert werden. Dies wird nachfolgend experimentell anhand des #-Designs überprüft.

10.4.2 Messtechnische Untersuchung

Ziel der messtechnischen Untersuchung ist die sequentielle Betrachtung von stetig ungünstigeren Werten für β_p , sodass die partielle Entmagnetisierung direkt in Zusammenhang mit dem jeweils auftretenden Maximum der Strangströme gebracht werden kann. Um die Reduktion der EMK während der Unterbrechungszeit möglichst klein zu halten, soll der Schlupf – also die bezogene

Drehzahldifferenz zwischen Synchron- und mechanischer Drehzahl – ebenfalls minimiert werden. Hierzu wird der Prüfling mit einer großen GSM ($k_J = 38,5$) gekoppelt. Zwischen Prüfling und Netz wird eine spezielle Kurzunterbrechungsschaltung eingesetzt, welche mit einem einstellbaren Zeitrelais versehen ist. Dieses unterbricht die Spannungsversorgung der Schützspule für die gewählte Zeitspanne.

In einem ersten Schritt wird die Spannungsdifferenz Δu in Abhängigkeit der Unterbrechungsdauer t_{KU} bestimmt. Dazu wird der Prüfling aus dem stationären Netzbetrieb mit angekoppelter GSM abgeschaltet und die Spannungsdifferenz zwischen Netz- und zugehöriger Klemmenspannung über die Zeit aufgezeichnet. Aufgrund der Symmetrie ist die Betrachtung einer Phase hierbei ausreichend. Abbildung 10.21 zeigt die Verläufe von Netz- und Klemmenspannung nach dem Abschaltzeitpunkt bei $t_{KU} = 0$ ms. Mit den schwarzen Kreuzen sind die absoluten Spannungsdifferenzen zu möglichen Wiedereinschaltzeitpunkten dargestellt^[5].

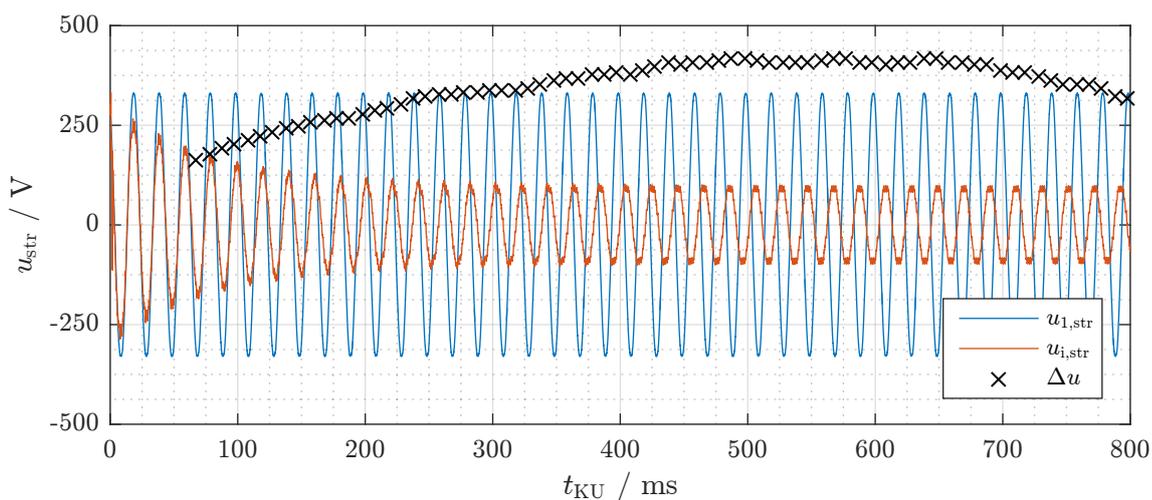


Abbildung 10.21: Strangspannungen des #-Prüflings nach der Trennung vom Netz

Die anfänglich exponentielle Abnahme der Klemmenspannung ist auf das Entladen der Motorinduktivitäten über Lichtbögen an den geöffneten Schützklemmen zurückzuführen. Danach ist die nahezu konstante EMK zu erkennen, deren Phasenlage zur Netzspannung sich aufgrund des geringen Schlupfes allmählich verschiebt. Aus diesem Grund besitzt die Differenzspannung über die Zeit einen sinusförmigen Verlauf und wächst zunächst an. Nach dem Zeitpunkt der totalen Phasenopposition bei $t_{KU} = 600$ ms ist wieder eine Abnahme von Δu zu beobachten.

^[5]Die realisierbaren Wiedereinschaltzeitpunkte werden zum einen durch die minimal einstellbare Zeitdifferenz (10 ms) des genutzten Zeitrelais und zum anderen durch die Schaltverzögerung des Schützes selbst festgelegt. Diese Schaltverzögerung wurde durch entsprechende Messungen zu 67,5 ms bestimmt. Dementsprechend liegt der erste Wiedereinschaltzeitpunkt bei 67,5 ms, der nächste bei 77,5 ms und so weiter.

Zur Durchführung der eigentlichen Versuche wird der Prüfling ans Netz geschaltet und die Synchronisation abgewartet. Anschließend wird mit Hilfe des Zeitrelais das Netzschütz für die Dauer t_{KU} geöffnet und wieder geschlossen. Die am Relais eingestellte Zeit t_{ZR} wird dabei mit einer Schrittweite von 50 ms erhöht. Unter Berücksichtigung der Schaltverzögerung des Netzschützes von 67,5 ms ergibt sich der Zusammenhang

$$t_{\text{ZR}} = t_{\text{KU}} - 67,5 \text{ ms} = k \cdot 50 \text{ ms} \quad \text{mit } k \in \mathbb{N}_0. \quad (10.5)$$

Nach einem Unterbrechungsversuch mit der Einstellung t_{ZR} wird mit der angekoppelten GSM die EMK beziehungsweise die Grundswingungsamplitude $\hat{u}_{\text{ip}}(t_{\text{ZR}})$ bestimmt, um eine etwaige Entmagnetisierung festzustellen. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist in Abbildung 10.22 dargestellt. Neben der Grundswingungsamplitude ist auch der maximale Stromstoß \hat{i}_{abc} während der KU über die jeweilige Zeiteinstellung aufgetragen.

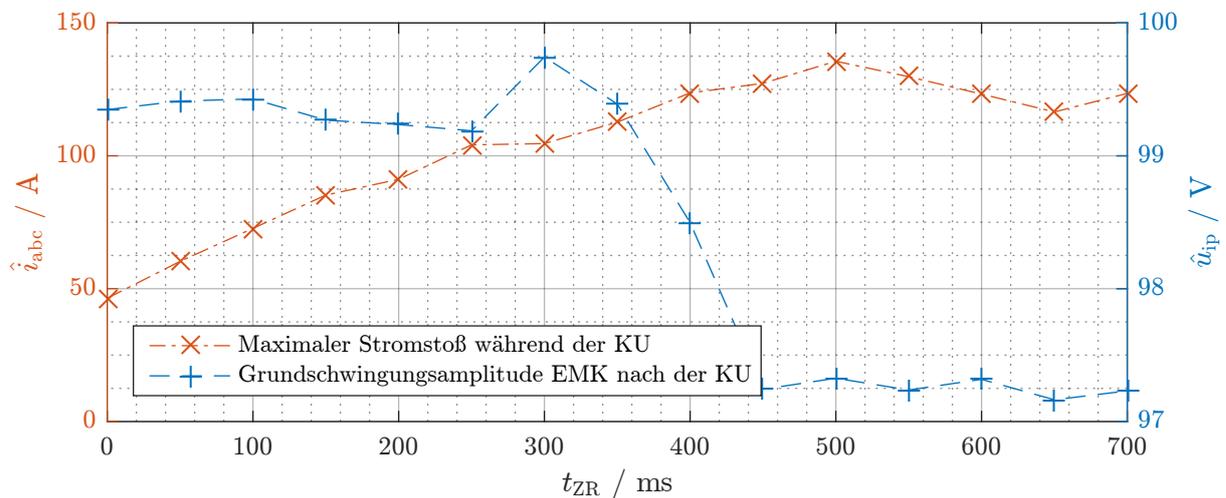


Abbildung 10.22: Stromstoß während und Grundswingungsamplitude nach der KU über t_{ZR}

Die Spitzenwerte des Stroms weisen analog zu Δu einen sinusartigen Verlauf über t_{ZR} auf, was auf die Proportionalität von Strom und Spannung zurückzuführen ist. Das Verhältnis zwischen den maximalen und den minimalen Werten von Δu beziehungsweise \hat{i}_{abc} beträgt aus demselben Grund in beiden Fällen circa 3.

Für die Grundswingungsamplitude der EMK ist bis einschließlich $t_{\text{ZR}} = 350 \text{ ms}$ keine wesentliche Änderung zu beobachten^[6]. Nach der KU mit $t_{\text{ZR}} = 400 \text{ ms}$ ist hingegen eine Reduktion von \hat{u}_{ip} um circa 0,9 V erkennbar. Nach der nächsten KU ist \hat{u}_{ip} um zusätzliche 1,3 V abgesunken. Danach ist trotz steigender Stromspitzen keine weitere Entmagnetisierung mehr feststellbar.

^[6]Die geringfügigen Schwankungen um maximal 0,5 V sind auf die Erwärmung der Ferritmagnete und deren hohen Temperaturkoeffizienten α_{B_r} zurückzuführen.

10.4.3 Diskussion der Ergebnisse

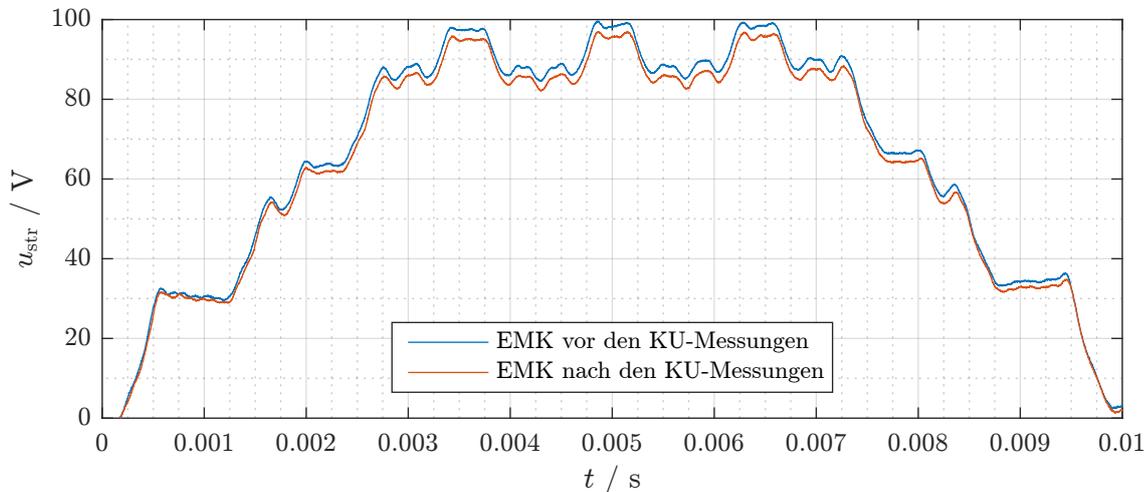


Abbildung 10.23: EMK des #-Designs vor und nach Durchführung der KU-Untersuchungen

Abbildung 10.23 zeigt die EMK des #-Designs im kalten Zustand ($T_{PM} \approx T_U \approx 22^\circ\text{C}$) vor und nach Durchführung der Entmagnetisierungsversuche. Aufgrund der Kurzunterbrechungen wurde die Grundswingungsamplitude der induzierten Spannung von 100,36 V um etwa 2% auf 98,19 V abgesenkt. Es ist zu erwarten, dass diese geringfügige Reduktion keinen wesentlichen Einfluss auf das stationäre Betriebsverhalten hat. Somit kann der Antrieb in Bezug auf Kurzunterbrechungen (und die belastungsmäßig gleichartigen Reversiervorgänge) als fehlertolerant angesehen werden.

Die Begründung hierfür liefert die geringe Höhe der EMK: Im ungünstigsten Fall ($\beta_p = 180^\circ$) liegt eine addierte Spannung von 427 V (Amplitudenwert der Netzspannung plus Maximalwert der EMK) an. Im Vergleich zum Einschaltvorgang (maximale Spannung von 327 V) beträgt die Spannungsüberhöhung somit lediglich 30%. Gleiches gilt für die maximalen Spitzenströme. Es kann daher davon ausgegangen werden, dass auch die maximale Gegenfeldbelastung um diese Größenordnung höher ist als beim Hochlauf, was auf einen Wert von circa 450 kA/m führt (vergleiche Kapitel 8.5.3). Diese Feldstärke liegt nur geringfügig über dem H_{CJ} -Wert des Magneten, weshalb lediglich eine kleine Teilentmagnetisierung zu beobachten ist.

Abschließend kann somit festgehalten werden, dass ein PMLS-Motor in Ferrittechnik im Hinblick auf eine gewünschte Fehlertoleranz gegenüber Kurzunterbrechungen reluktanzbetont, das heißt, mit kleiner EMK auszulegen ist. Da hierdurch jedoch auch der Leistungsfaktor absinkt, liegt ein Zielkonflikt vor, der in Abhängigkeit der Gewichtung beider Kriterien zu lösen ist.

11 Konzeptvergleich

In diesem Kapitel sollen die ausgelegten Funktionsmuster miteinander verglichen und Besonderheiten diskutiert werden. Als Maßstab werden die Ergebnisse der analytischen Simulationsmodelle herangezogen, welche sich – wie im vorhergehenden Kapitel gezeigt – als hinreichend genaue Beschreibung der Motoren erwiesen haben.

11.1 Stationäres Betriebsverhalten

11.1.1 Drehmomentbildung

Bei einem PM-Motor mit vergrabenen Magneten setzt sich das Drehmoment grundsätzlich aus der Überlagerung des Vollpoldrehmoments, welches aufgrund der Magnete auftritt, und des Reluktanzdrehmoments, welches aus der Schenkligkeit des Rotors resultiert, zusammen. Diese Aufteilung ist aus Gleichung (3.33b) direkt ersichtlich. Einen quantitativen Vergleich der Drehmomentbildung beider Funktionsmuster im spannungseingepägten Betrieb am starren Netz ($U_{1,\text{verk}} = 400\text{V}$) zeigt Abbildung 11.1.

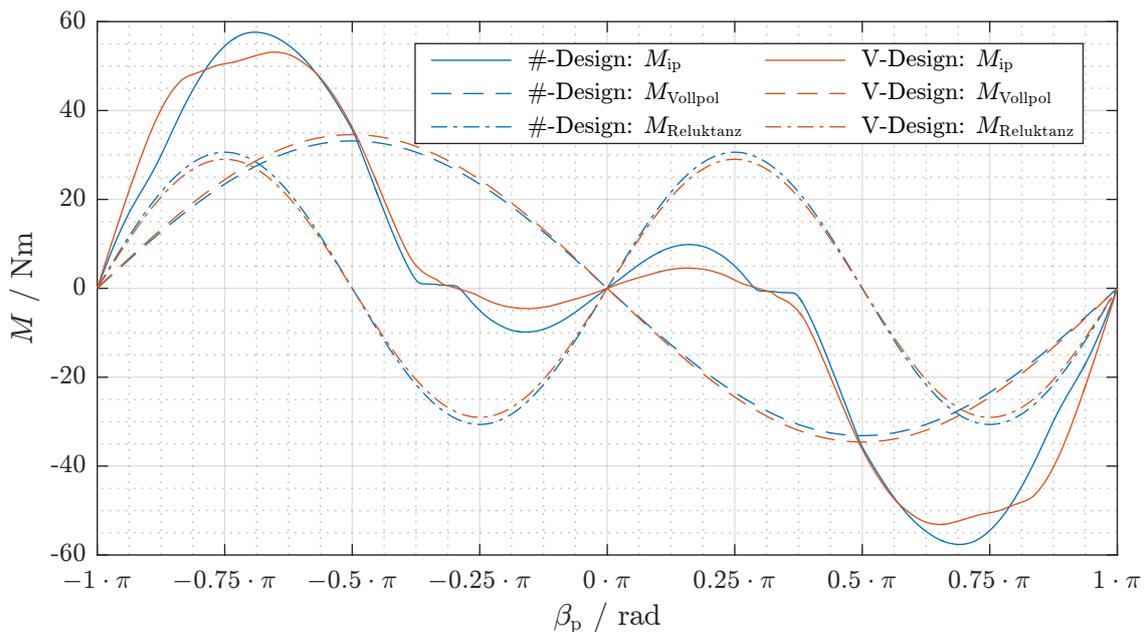


Abbildung 11.1: Aufteilung der $M_{ip}(\beta_p)$ -Kurven in Vollpol- und Reluktanzanteil ($R_1 = 0\Omega$)

Um die Symmetrie zwischen Motor- und Generatorbetrieb zu wahren, wurde R_1 bei der Berechnung der gezeigten Kurven vernachlässigt. Es sei darauf hingewiesen, dass das resultierende Drehmoment aufgrund der Eisensättigung nicht der Überlagerung beider Anteile entspricht. Für beide Funktionsmuster ist festzuhalten, dass die Amplituden von Vollpol- und Reluktanzdrehmoment nahezu identisch sind. Der Vollpolanteil ist beim V-Design geringfügig höher als beim #-Design, beim Reluktanzanteil kehrt sich dieses Verhältnis um. Auffallend ist, dass beim Bemessungsmoment von 25,46 N m der Reluktanzeffekt drehmomentverringert und erst bei hoher Überlast die Drehmomentbildung der Motoren unterstützt.

11.1.2 Wirkungsgrad und Leistungsfaktor

Der direkte Vergleich beider Funktionsmuster in Bezug auf Wirkungsgrad (Abbildung 11.2a) und Leistungsfaktor (Abbildung 11.2b) zeigt, dass das #-Design trotz identischer Magnetmaterialmenge ein deutlich günstigeres stationäres Betriebsverhalten aufweist als das V-Design.

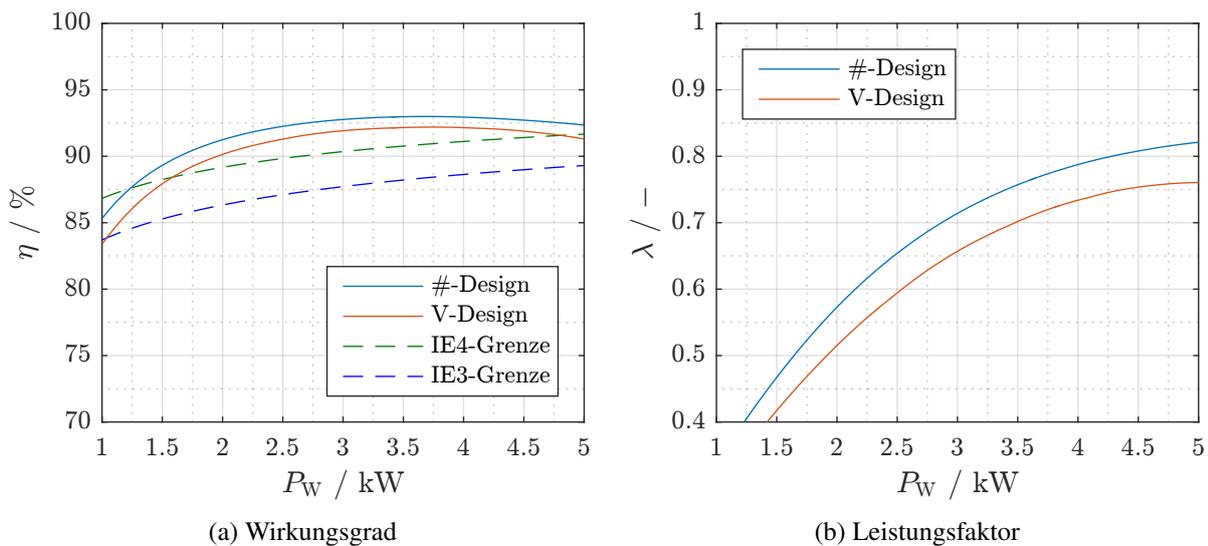


Abbildung 11.2: Stationäres Betriebsverhalten beider Funktionsmuster im Vergleich

Der bessere Wirkungsgrad des #-Designs kann nur teilweise auf den höheren Nutzfaktor gemäß Tabelle 9.1 zurückgeführt werden. Vielmehr deutet der Vergleich der Leistungsfaktoren darauf hin, dass das #-Design allgemein einen geringeren Magnetisierungsstrom benötigt, wodurch die OHM'schen Verluste verringert werden und der Wirkungsgrad gegenüber dem V-Design steigt.

Tabelle 11.1: Bemessungsdaten beider Funktionsmuster und des Basismotors^[1] im Vergleich

	$\eta_r / \%$	$\lambda_r / -$	$\Re(I_{1r}) / A$	$\Im(I_{1r}) / A$
#-Design	92,94	0,79	6,21	-4,86
V-Design	92,15	0,73	6,26	-5,80
Basismotor	86,6	0,82	6,64	-4,64

Der direkte zahlenmäßige Vergleich der Betriebsdaten im Bemessungsbetriebspunkt (Tabelle 11.1) untermauert die Richtigkeit dieser Interpretation. Der Realteil des Stroms, welcher im Ersatzschaltbild aus dem OHM'schen Widerstand und der mechanischen Leistungsabgabe resultiert, ist erwartungsgemäß nahezu identisch, während der Imaginärstrom, der auf die notwendige Magnetisierungsblindleistung zurückzuführen ist, beim V-Design um fast 20 % höher ist als beim #-Design. Da der Imaginärstrom negativ ist, muss diese Blindleistung aus dem Netz bezogen werden. Es sei darauf hingewiesen, dass die Leistungsfaktorwerte der Funktionsmuster unter jenem des Basismotors liegen. Aufgrund der geringen Motorleistung ist dies in Anbetracht der deutlichen Wirkungsgradsteigerung jedoch akzeptabel.

^[1]Herstellerangaben aus [EMO15]

11.2 Transientes Betriebsverhalten

11.2.1 Vorbetrachtungen

Zum Verständnis der nachfolgenden Diskussionen ist es hilfreich, zunächst einen Überblick über die am Intrittfall beteiligten elektromagnetischen Drehmomente zu erhalten. Hierzu wird mit der aus der Literatur bekannten Drehmomentgleichung des ASM (siehe etwa [Bin12]) das Käfigläuferdrehmoment des #-Funktionsmusters für verschiedene Käfigmaterialien und Netzspannungen berechnet (Abbildung 11.3). Die Zahl hinter der Materialangabe bezeichnet dabei die verkettete Spannung $U_{1,\text{verk}}$ in Volt. Darüber hinaus beinhaltet die Grafik den (betragsmäßigen) Bremsattel aus Kapitel 10.1.3 sowie das synchrone Kippdrehmoment. Der linearisierte Arbeitsbereich des Käfigläuferdrehmoments ist als gestrichelte Linie dargestellt.

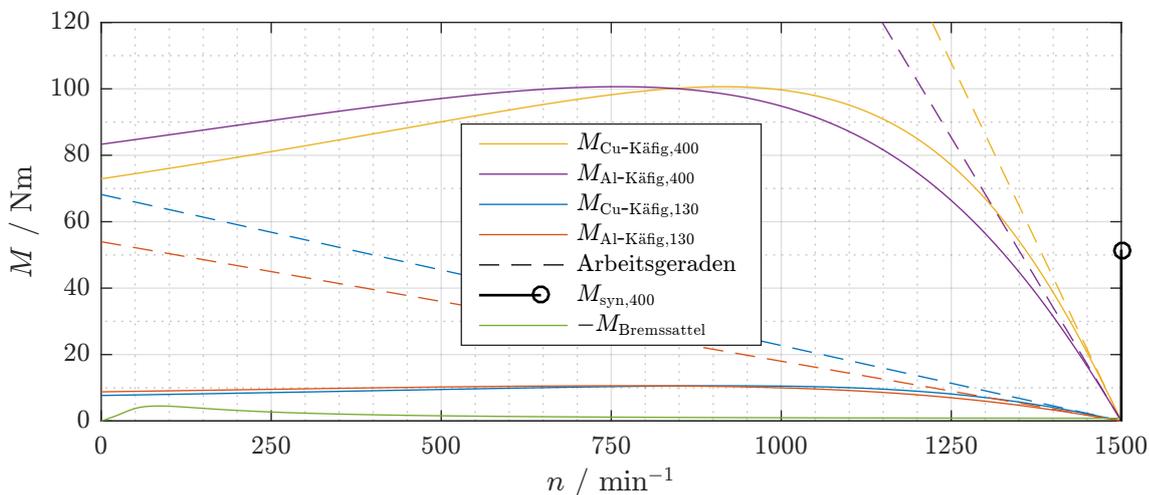


Abbildung 11.3: Übersicht der am Hochlaufvorgang beteiligten elektromagnetischen Drehmomente für verschiedene Käfigmaterialien und Netzspannungen (#-Design)

Der Vergleich der Kennlinien bei 400 V zeigt, dass die Erhöhung des Käfigläuferwiderstandes R_2 durch den Einsatz von Aluminium (Al) als Käfigmaterial ein „Kippen“ der Kennlinie im Vergleich zu Kupfer (Cu) zur Folge hat. Hierdurch wird die Arbeitsgerade abgeflacht und im Gegenzug das Anlaufdrehmoment erhöht. Wie bereits in Kapitel 10.1.3 diskutiert, ist der Bremsattel um Größenordnungen kleiner als das zur Verfügung stehende motorische Käfigläuferdrehmoment, weshalb er bei Bemessungsspannung nahezu keinen Einfluss hat. Die Intrittfallfähigkeit bei Bemessungsspannung wird vielmehr durch die Steigung der Arbeitsgeraden beeinflusst. Im Falle eines fehlgeschlagenen Intrittfalls tritt ein sogenannter aperiodischer Grenzyklus auf, bei dem die Drehzahl bis knapp unter die Synchrondrehzahl pendelt („Intrittfallgrenze“ in Abbildung 11.4).

Auf die Spannungsgrenze hat der Bremssattel hingegen einen entscheidenden Einfluss. Ursächlich hierfür ist, dass das motorische Käfigläuferdrehmoment quadratisch mit der Amplitude des speisenden Spannungssystems absinkt, während der Bremssattel davon nicht beeinflusst wird (siehe Abbildung 11.3 für $U_{1,\text{verk}} = 130\text{V}$). Bei entsprechend niedriger Spannung kann das Käfigläuferdrehmoment dann nicht mehr den Bremssattel, die Trägheit des Antriebsstrangs sowie ein gegebenenfalls vorhandenes Lastdrehmoment kompensieren, sodass die Drehzahl des Antriebsstrangs unterhalb der Bremssattel-Kippdrehzahl verharrt. Dieses Phänomen ist exemplarisch auf der rechten Seite von Abbildung 11.4 dargestellt. Die mittlere Drehzahl im quasistationären Zustand bei fehlgeschlagenem Intrittfall beträgt hier 72 min^{-1} , was unterhalb der Bremssattel-Kippdrehzahl von 85 min^{-1} liegt.

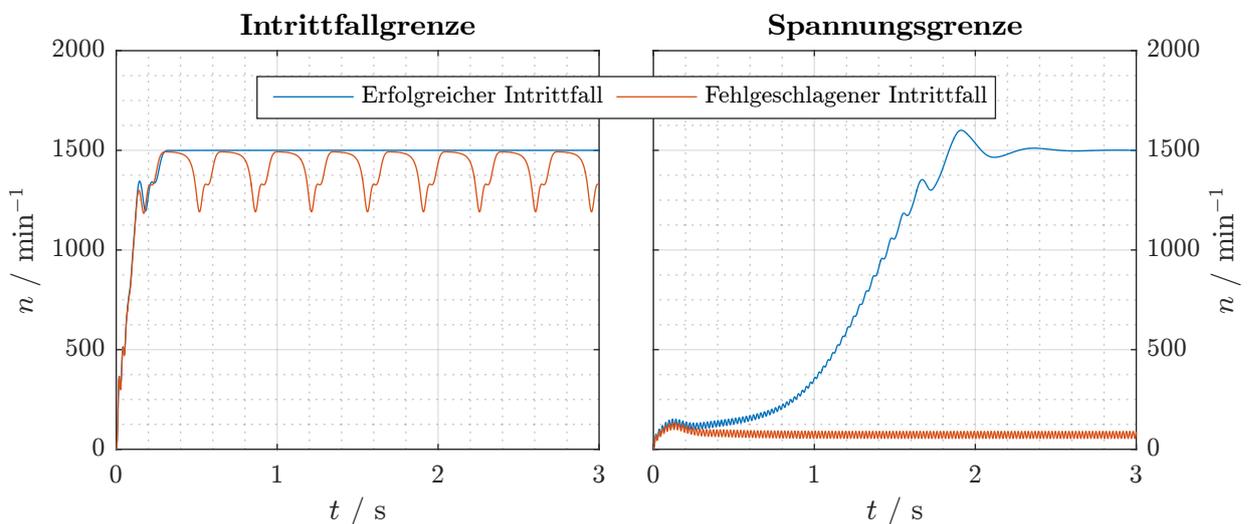


Abbildung 11.4: Vergleich der Drehzahlverläufe an der Intrittfall- und Spannungsgrenze^[2]

Wie die Beobachtungen zur Spannungsgrenze in Abschnitt 10.3.2 zeigen, ist der Einfluss des Trägheitsmoments marginal, da der Leistungsbedarf zum Beschleunigen des Antriebsstrangs und damit zur Erhöhung der kinetischen Energie im Bereich der kleinen Bremssattel-Kippdrehzahl gering ist. Entscheidend ist vielmehr das Lastdrehmoment, welches direkt dem Bremssattel hinzuzurechnen ist und damit den limitierenden Faktor für die Intrittfallspannung darstellt. An der Intrittfallgrenze spielt das Trägheitsmoment hingegen aufgrund der hohen Drehzahl und des damit verbundenen hohen Leistungsbedarfs zur weiteren Beschleunigung eine wesentliche Rolle.

^[2]Die gezeigten Verläufe wurden mit dem AM des #-Designs mit Cu-Käfig und folgenden Parametern erstellt:

Intrittfallgrenze: $k_J = 1,8$; $k_{M,\text{syn}} = 1,9$; $k_{M,\text{nosyn}} = 2,0$; $U_{1,\text{verk}} = 400\text{V}$; $f_1 = 50\text{Hz}$,

Spannungsgrenze: $k_J = 1,8$; $k_M = 0$; $U_{1,\text{verk},\text{syn}} = 140\text{V}$; $U_{1,\text{verk},\text{nosyn}} = 130\text{V}$; $f_1 = 50\text{Hz}$.

11.2.2 Intrittfallgrenze

Wie Abbildung 11.5 aufzeigt, sind beide Motoren bezüglich ihres Intrittfallverhaltens nahezu identisch – unabhängig davon, ob der Kurzschlusskäfig jeweils aus Al oder wie bei den Funktionsmustern aus Cu gefertigt ist. Bei Einsatz eines Al-Käfigs sinkt die Intrittfallgrenze im hinteren Kennlinienbereich um circa $0,23 k_M$ ab, was auf die flachere Arbeitsgerade zurückzuführen ist. Das höhere Kippdrehmoment des #-Designs macht sich in einem etwas größeren k_M -Maximalwert bemerkbar, im absinkenden Teil der Kennlinie ist hingegen das V-Design leicht im Vorteil.

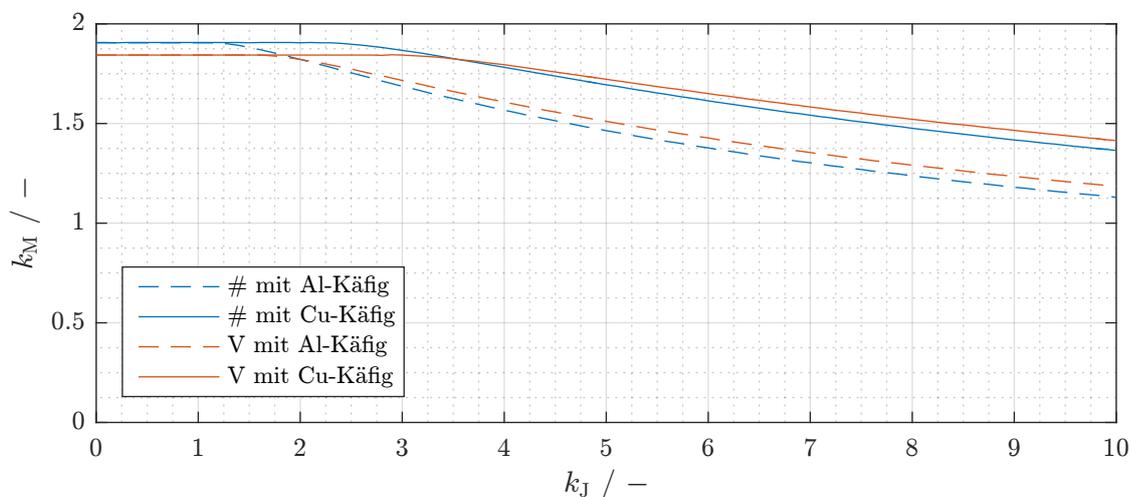


Abbildung 11.5: Vergleich der Intrittfallgrenzen beider Motoren im Netzbetrieb bei Verwendung verschiedener Stabmaterialien

Allgemein ist das Intrittfallverhalten für Pumpenanwendungen, bei denen k_J üblicherweise 3 bis 4 beträgt, als absolut ausreichend zu bezeichnen. Der Einsatz eines in der Serienfertigung günstigen Al-Käfigs ist problemlos möglich.

11.2.3 Spannungsgrenze

Wie aus Abbildung 11.6 ersichtlich ist, benötigt das V-Design im Bereich größerer Frequenzen eine höhere Intrittfallspannung als das #-Design. Ein höherer Läuferwiderstandswert wirkt sich in diesem Frequenzbereich verringernd auf die notwendige Intrittfallspannung aus, wie der Vergleich zwischen den Al- und Cu-Kennlinien zeigt. Die Begründung hierfür liefert das höhere Anlaufdrehmoment, welches der Al- gegenüber dem Cu-Käfig besitzt (vergleiche hierzu Abbildung 11.3). Hierdurch kann ein mit Al-Käfig ausgerüsteter Motor den Bremsattel bei niedrigerer Spannung überwinden.

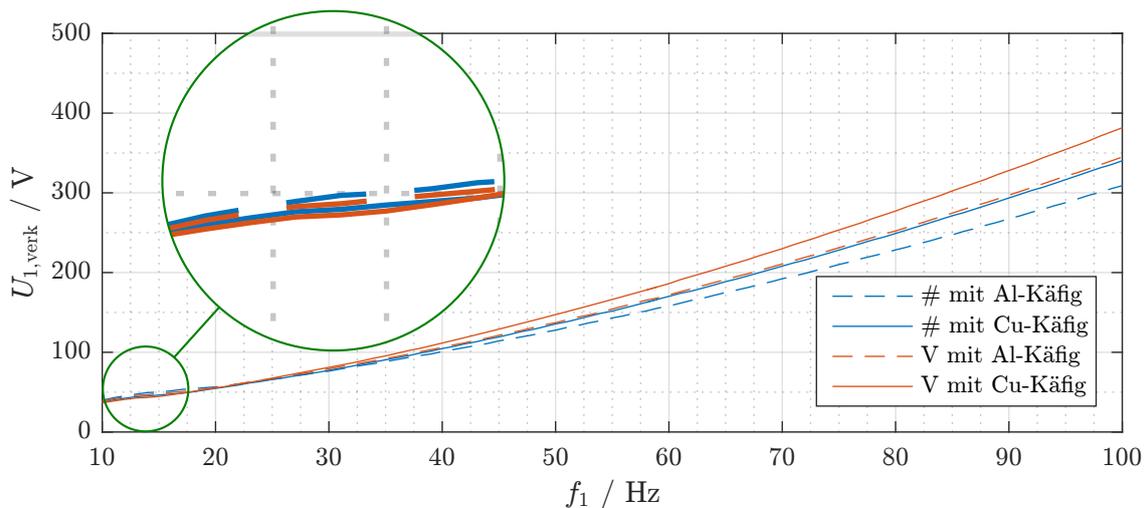


Abbildung 11.6: Vergleich der Spannungsgrenze beider Motoren für den Lastfall LF1 (siehe Tabelle 10.4) bei Verwendung verschiedener Stabmaterialien

Bei sehr kleinen Frequenzen findet eine Invertierung der beschriebenen Verhältnisse statt. In diesem Bereich tritt das Kippdrehmoment des Bremssattels nahe der Synchrondrehzahl auf, so dass das #- gegenüber dem V-Design schlechtere Eintrittfalleigenschaften besitzt. Die Arbeitsgeradensteigung wird aus demselben Grund bedeutsamer als das Anlaufdrehmoment, weshalb der Cu-Käfig geringfügig besser als sein Al-Pendant abschneidet.

11.3 Bewertung der Funktionsmuster

Der direkte Vergleich des Stationärbetriebs zeigt, dass trotz einer nahezu identischen Zusammensetzung des Drehmoments das #-Design wesentlich weniger magnetische Energie zum Feldaufbau benötigt. Dies macht sich in Form eines geringeren Magnetisierungsstroms bemerkbar, wodurch Leistungsfaktor und Wirkungsgrad gegenüber dem V-Design höher ausfallen. Im transienten Betrieb treten nur geringfügige Unterschiede zwischen dem Eintrittfallverhalten beider Motoren auf. Auch bei kostengünstiger Serienfertigung des Käfigläufers aus Al-Druckguss ist das transiente Betriebsverhalten als zufriedenstellend zu bezeichnen.

Es kann daher festgehalten werden, dass beide Motoren die eingangs in Kapitel 1.2 formulierte Aufgabenstellung erfüllen und für die in Abschnitt 2.1 skizzierten Einsatzgebiete geeignet sind. Das #-Design ist dabei im Vergleich zum V-Design die überlegene Variante, da es bei vergleichbarem Eintrittfallverhalten ein erheblich effizienteres stationäres Betriebsverhalten bietet.

12 Zusammenfassung

Aufgrund der steigenden Energiepreise und im Interesse des Umweltschutzes werden stetig höhere Anforderungen an die Energieeffizienz elektrischer Antriebe gestellt. Die im Bereich der Pumpen- und Lüfteranwendungen etablierte Asynchron-Antriebstechnik kann diesen Anforderungen im unteren Leistungsbereich nur unter Inkaufnahme erheblicher Kostensteigerungen gerecht werden. Als Alternative haben sich die PMLS-Motoren etabliert, welche netzbetriebene ASM direkt ersetzen und den Energieverbrauch deutlich reduzieren können. Die hierbei üblicherweise eingesetzten SE-Magnetmaterialien sind jedoch einer gewissen Versorgungsunsicherheit und starken Preisschwankungen unterworfen. Als Alternative wurde daher im Rahmen dieser Arbeit die Eignung von Ferritmagneten für den Einsatz in PMLS-Motoren überprüft.

Hierzu wurde zunächst eine einleitende Diskussion der besonderen Eigenschaften hartmagnetischer Ferrite durchgeführt und anschließend mögliche Motorenkonzepte vorgestellt. Nach einer qualitativ dargestellten Vorauswahl konnten zwei erfolgversprechende Designansätze identifiziert werden. Zur Realisierung dieser Ansätze in Form realer Funktionsmuster wurden nachfolgend Methoden zur analytischen und numerischen Berechnung der elektromagnetischen und thermischen Verhältnisse vorgestellt. Ausgehend von einem kommerziell erhältlichen ASM wurden unter Nutzung dieser Methoden zwei Funktionsmuster ausgelegt und aufgebaut. Zur Validierung der Berechnungsergebnisse fand eine experimentelle Überprüfung der Funktionsmuster im Labor statt. Abschließend wurden beide Funktionsmuster einander gegenübergestellt und bezüglich ihrer Eigenschaften verglichen.

Die Simulations- und Messergebnisse zeigten, dass die der Arbeit zugrunde liegende Aufgabenstellung mit beiden der ausgelegten Funktionsmuster erfüllt werden konnte. Im Vergleich zum Basismotor wurde bei gleicher Leistungsdichte ein Wirkungsgradsprung von der Effizienzklasse IE2 auf IE4 realisiert. Die Untersuchung des Intrittfallverhaltens lieferte darüber hinaus auch für das transiente Betriebsverhalten zufriedenstellende Ergebnisse. Es konnte gezeigt werden, dass die Eignung als Pumpen- und Lüfterantrieb auch bei Verwendung eines in der Serienfertigung günstigen Al-Käfigs gegeben ist. Der Nachweis der bei Ferritmagneten kritischen Entmagnetisierungsfestigkeit konnte nicht nur für den bestimmungsgemäßen Betrieb, sondern auch für den Fehlerfall der Kurzunterbrechung erbracht werden.

Neben der Eignung als Pumpenantrieb wurde in dieser Arbeit auch der Intrittfall am Gruppenumrichter untersucht, wie er beispielsweise in der Textilindustrie vorkommt. Dieses Einsatzgebiet stellt eine interessante Nische für PMLS-Motoren in Ferrittechnik dar, da bei metallischen SE-Magneten im höheren Frequenzbereich beträchtliche Wirbelstromverluste auftreten. Aufgrund ihres hohen spezifischen Widerstands besitzen die keramischen Ferrite dieses Problem nicht. Im Rahmen der Untersuchungen zur Intrittfall- und Spannungsgrenze im Umrichterbetrieb konnte gezeigt werden, dass die ausgelegten Funktionsmuster den Anforderungen dieses Anwendungsbereichs entsprechen.

Bezüglich der genutzten Simulationsansätze konnte der Nachweis erbracht werden, dass sowohl der analytische als auch der numerische Ansatz zur Bestimmung des Betriebsverhaltens der ausgelegten Motoren geeignet sind. Die analytischen Methoden sind dabei als eine rechenzeiteffiziente Abschätzung zu sehen; ist eine hohe Genauigkeit gewünscht, so ist der Rückgriff auf die Numerik unumgänglich. Zur Gewinnung grundlegender Erkenntnisse ist die Analytik jedoch vollkommen ausreichend, was beispielsweise bei Betrachtung der Spannungsgrenze deutlich wird.

Die direkte Gegenüberstellung der $M(\beta_p)$ -Kennlinien beider Designs liefert die interessante Erkenntnis, dass trotz höchst unterschiedlicher Magnetanordnungen die Drehmomentbildung beider Motoren nahezu zu gleichen Teilen auf der LORENTZ- und Reluktanzkraft basiert. Es zeigt sich weiterhin, dass der jeweilige Magnetisierungsstrombedarf trotz gleicher Magnetmaterialmenge und fast identischer EMK-Grundschwingungsspannung stark von einer geschickten Elektroblechgestaltung abhängt. Insgesamt erweist sich das #-Design als die im Vergleich zum V-Design überlegene Alternative. Beide Motoren sind jedoch in der Lage, den klassischen ASM in den skizzierten Anwendungsbereichen zu ersetzen und bei moderaten Anschaffungskosten eine erhebliche Energieeinsparung zu realisieren.

A Anhang

A.1 Streuleitwerte im Nutgebiet

Die Berechnung der Streuleitwerte in Stator- und Rotornut basiert auf dem Durchflutungsgesetz. Da die magnetische Leitfähigkeit der Luft deutlich kleiner ist als die des Elektroblechs, wird letzteres als magnetisch supraleitend angenommen, sodass lediglich der Nutweg $s(x)$ für die Nutstreuung ausschlaggebend ist. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich der Nutstreuleitwert in Abhängigkeit der Koordinate x wie folgt [MVP08]:

$$\sigma_N = \int_0^h \left(\frac{\Delta A_N(x)}{A_N} \right)^2 \frac{1}{s(x)} dx. \quad (\text{A.1})$$

A.1.1 Streuleitwert der Statornut

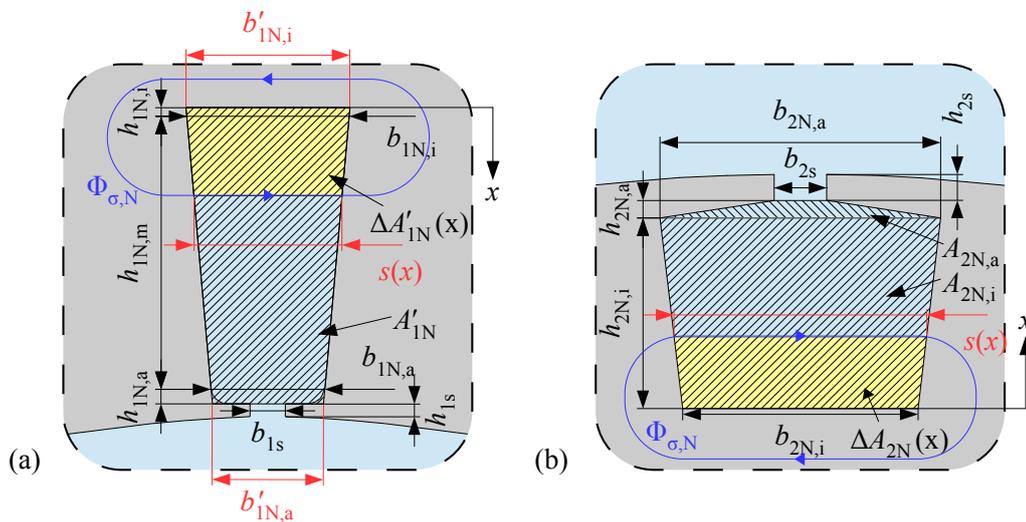


Abbildung A.1: Streuleitwertberechnung für Stator- und Rotornut basierend auf Abbildung 8.6

Zur praktischen Berechnung des Stator-Nutstreuleitwertes ist Abbildung A.1a maßgeblich. Aufgrund der kleinen Rundungsradien wird auf ihre mathematisch aufwendige Betrachtung verzichtet. Stattdessen wird eine idealisierte, trapezförmige Nut der Höhe $h_{1N,a} + h_{1N,m} + h_{1N,i}$ angenommen, die in der Abbildung als Fläche A'_{1N} schraffiert dargestellt ist. Die fiktiven Außen- und

Innenseitenlängen $b'_{1N,a/i}$ können aus der realen Geometrie durch lineare Extrapolation bestimmt werden.

$$b'_{1N,i} = b_{1N,i} + \frac{b_{1N,i} - b_{1N,a}}{h_{1N,m}} \cdot h_{1N,i} \quad (\text{A.2})$$

$$b'_{1N,a} = b_{1N,a} + \frac{b_{1N,a} - b_{1N,i}}{h_{1N,m}} \cdot h_{1N,a} \quad (\text{A.3})$$

Die Funktion $\Delta A'_{1N}(x)$ entspricht der von Nutweg $s(x)$ und Nutrand eingeschlossenen Fläche. Sie ist in der Zeichnung als gelb hinterlegte Teilfläche von A'_{1N} gekennzeichnet. Ihre Funktion in Abhängigkeit der Integrationsvariablen x lautet im Falle der Statornut

$$\Delta A'_{1N}(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(2 \cdot b'_{1N,i} + \frac{b'_{1N,a} - b'_{1N,i}}{h_{1N,a} + h_{1N,m} + h_{1N,i}} \cdot x \right) \cdot x. \quad (\text{A.4})$$

Für die gesamte Nuthöhe $x = h_{1N,a} + h_{1N,m} + h_{1N,i}$ ergibt sich die idealisierte Nutfläche A'_{1N} . Der Nutweg kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

$$s(x) = b'_{1N,i} + x \cdot \frac{b'_{1N,a} - b'_{1N,i}}{h_{1N,a} + h_{1N,m} + h_{1N,i}}. \quad (\text{A.5})$$

Somit sind alle Koeffizienten zur Berechnung des Statorstreuleitwertes gemäß Gleichung (A.1) bekannt. Die untere Integrationsgrenze ist null, die obere entspricht der gesamten Nuthöhe $h_{1N,a} + h_{1N,m} + h_{1N,i}$. Zur Lösung des Integrals wird auf die numerische Integrationsmethode der adaptiven Quadratur zurückgegriffen [Pre+07].

A.1.2 Streuleitwert der Rotornut

Anders als bei der Statornut sind in der Rotornut keine Rundungen enthalten, sodass auf eine Approximation der Nutfläche verzichtet werden kann. Im Gegenzug erzwingt die Rotornutgeometrie jedoch eine Unterteilung der Gesamtfläche in die analytisch beschreibbaren Teilflächen $A_{2N,a}$ und $A_{2N,i}$.

$$\Delta A_{2N,i}(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(2 \cdot b_{2N,i} + \frac{b_{2N,a} - b_{2N,i}}{h_{2N,i}} \cdot x \right) \cdot x \quad \text{für } x \leq h_{2N,i} \quad (\text{A.6a})$$

$$\Delta A_{2N,a}(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(2 \cdot b_{2N,a} + \frac{b_{2s} - b_{2N,a}}{h_{2N,a}} \cdot (x - h_{2N,i}) \right) \cdot (x - h_{2N,i}) \quad \text{für } x > h_{2N,i} \quad (\text{A.6b})$$

Der Weg $s(x)$ wird mittels Fallunterscheidung definiert.

$$s(x) = \begin{cases} b_{2N,i} + \frac{b_{2N,a} - b_{2N,i}}{h_{2N,i}} \cdot x & \text{für } x \leq h_{2N,i} \\ b_{2N,a} + \frac{b_{2s} - b_{2N,a}}{h_{2N,a}} \cdot (x - h_{2N,i}) & \text{für } x > h_{2N,i} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Dementsprechend wird auch das Integral zur Bestimmung des Streuleitwertes in zwei Teilintegrale zerlegt, welche einzeln numerisch berechnet werden. Die Summe beider Integrale entspricht dem Streuleitwert σ_{2N} .

$$\sigma_{2N} = \int_0^{h_{2N,i}} \left(\frac{\Delta A_{2N,i}(x)}{A_{2N,i}} \right)^2 \frac{1}{s(x)} dx + \int_{h_{2N,i}}^{h_{2N,a}+h_{2N,i}} \left(\frac{\Delta A_{2N,a}(x)}{A_{2N,a}} \right)^2 \frac{1}{s(x)} dx \quad (\text{A.8})$$

A.2 Analytische Modellierung des Lüfterrads

Zur Vorausberechnung des Gehäuseübergangswiderstandes ist der vom Lüfterrad geförderte Luftstrom zu ermitteln, was nachfolgend durch eine physikalische Modellbildung geschieht. Abweichend von dem im Rest der Arbeit verwendeten Benennungsschema (Statorgröße: Index „1“, Rotorgröße: Index „2“) werden nachfolgend Lüfterradeingangsgrößen mit „1“, Lüfterradausgangsgrößen mit „2“ gekennzeichnet, um eine Übereinstimmung mit den genutzten Literaturquellen zu erhalten.

A.2.1 Die EULER'sche Turbinengleichung

Ausgangspunkt der Modellierung stellt die EULER'sche Turbinengleichung dar, welche auf der Drehimpulserhaltung eines Fluidteilchens beruht. Sie beschreibt das Verhältnis zwischen dem theoretischen Förderdruck $\Delta p_{\text{theo},\infty}$ bei unendlicher Schaufelzahl sowie der Ein- und Austrittsgeschwindigkeit des geförderten Fluides mit der Dichte ρ [Eck72].

$$\Delta p_{\text{theo},\infty} = \rho \cdot (u_2 \cdot c_{2u,\infty} - u_1 \cdot c_{1u,\infty}) \quad (\text{A.9})$$

Die Umfangsgeschwindigkeiten $u_{1/2}$ des Lüfters werden wie folgt bestimmt:

$$u_{1/2} = \pi \cdot n \cdot D_{1/2}, \quad (\text{A.10})$$

wobei D_1 den Lüfterdurchmesser im Eintrittsbereich der Strömung und D_2 den Lüfterdurchmesser im Austrittsbereich bezeichnet^[1]. Lüfterräder elektrischer Maschinen verfügen üblicherweise über keine vorgeschalteten Leiträder, sodass eine drallfreie Axialströmung vorliegt. Die Umfangskomponente $c_{1u,\infty}$ beträgt in diesem Fall null [Bom+90]. Zur Ermittlung der Umfangskomponente der Strömung beim Austritt $c_{2u,\infty}$ kann das Geschwindigkeitsdreieck nach Abbildung A.2 zu Grunde gelegt werden [Pfl61]. Mit der Strömungsausstrittsgeschwindigkeit $c_{2,\infty}$ sowie dem Austrittswinkel α_2 gilt allgemein

$$c_{2u,\infty} = c_{2,\infty} \cdot \cos(\alpha_2). \quad (\text{A.11})$$

Die bei eigengekühlten Maschinen verwendeten Lüfterräder weisen meist radial verlaufende Schaufeln auf, um einen Betrieb in beide Drehrichtungen zu ermöglichen. In diesem Fall beträgt der Schaufelaustrittswinkel β_2 90° , weshalb die Umfangskomponente der Strömungsausstrittsgeschwindigkeit bei unendlicher Schaufelzahl der Umfangsgeschwindigkeit entspricht.

$$c_{2u,\infty}(\beta_2 = 90^\circ) = u_2 \quad (\text{A.12})$$

^[1]Zur Definition dieser Werte siehe Abschnitt A.2.3.

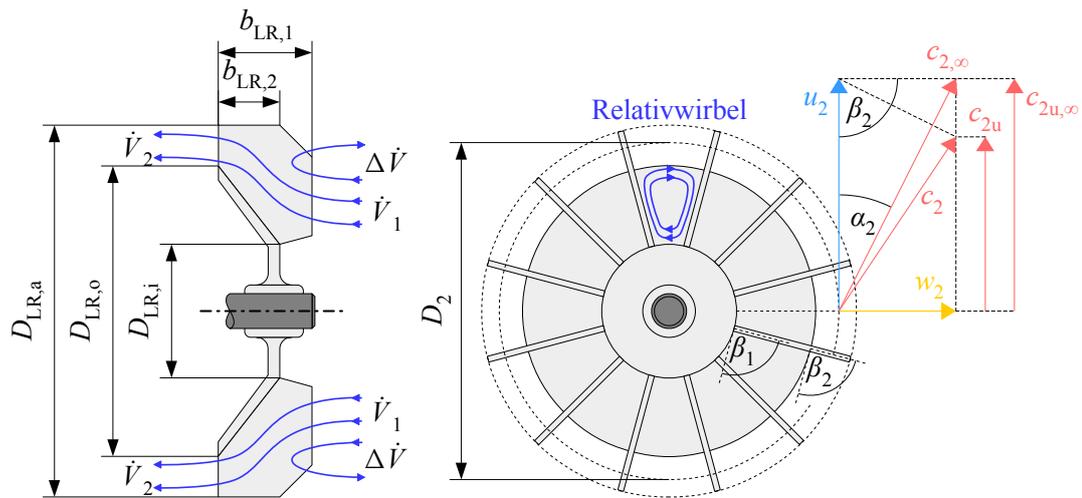


Abbildung A.2: Geschwindigkeitsdreieck eines Lüfters

Bei endlicher Schaufelzahl z_{LR} treten nach A. STODOLA sogenannte „Relativwirbel“ zwischen den Schaufelblättern auf, wodurch die Umfangskomponente der Strömung und damit die vom Lüfter geleistete Arbeit abnimmt [Sto86]. Dieses Phänomen wird mit Hilfe der dimensionslosen Minderleistungszahl μ_{LR} erfasst.

$$\mu_{LR} = \frac{c_{2u}}{c_{2u,\infty}} \quad (\text{A.13})$$

Damit kann Gleichung (A.9) für den realen Fall der endlichen Schaufelzahl sowie unter Berücksichtigung der drallfreien Anströmung und der radialen Schaufelenden angepasst werden. Die Bestimmung der Minderleistungszahl wird im nachfolgenden Abschnitt A.2.2 diskutiert.

$$\Delta p_{\text{theo}} = \rho \cdot u_2 \cdot c_{2u} = \rho \cdot \mu_{LR} \cdot u_2^2 \quad (\text{A.14})$$

A.2.2 Bestimmung der Minderleistungszahl

Zur Bestimmung der Minderleistungszahl können sowohl Messwerte als auch analytisch abgeleitete Ausdrücke herangezogen werden. In [Sto86] wird folgender Ausdruck in Abhängigkeit der Schaufelzahl z_{LR} angegeben:

$$\mu_{LR} = 1 - \frac{u_2}{c_{2u,\infty}} \cdot \frac{\pi \cdot \sin(\beta_2)}{z_{LR}} \quad (\text{A.15})$$

B. ECK bescheinigt in [Eck72] dem gezeigten Formelausdruck trotz seiner Einfachheit eine für Überschlagsrechnungen ausreichende Genauigkeit. Durch eine analytische Behandlung des

Problems schlägt er für genauere Berechnungen folgenden Ansatz vor:

$$\mu_{\text{LR}} = \left(1 + \frac{\pi \cdot \sin(\beta_2)}{2 \cdot z_{\text{LR}} \cdot (1 - D_1/D_2)} \right)^{-1}. \quad (\text{A.16})$$

In [Rie69] wird eine durch Messungen an Normmotoren ermittelte Kennlinie $\mu_{\text{LR}} = f(b'_{\text{LR}})$ gezeigt (siehe Abbildung A.3a), welche bei kleiner Schaufelzahl eine wesentlich größere Minderleistungszahl als die beiden analytischen Ansätze ergibt. Der Parameter b'_{LR} wird als Produkt von Schaufelbreite b_{LR} und -zahl z_{LR} dividiert durch den Umfang des Austrittsdurchmessers D_2 definiert.

$$b'_{\text{LR}} = \frac{b_{\text{LR}} \cdot z_{\text{LR}}}{\pi \cdot D_2} \quad (\text{A.17})$$

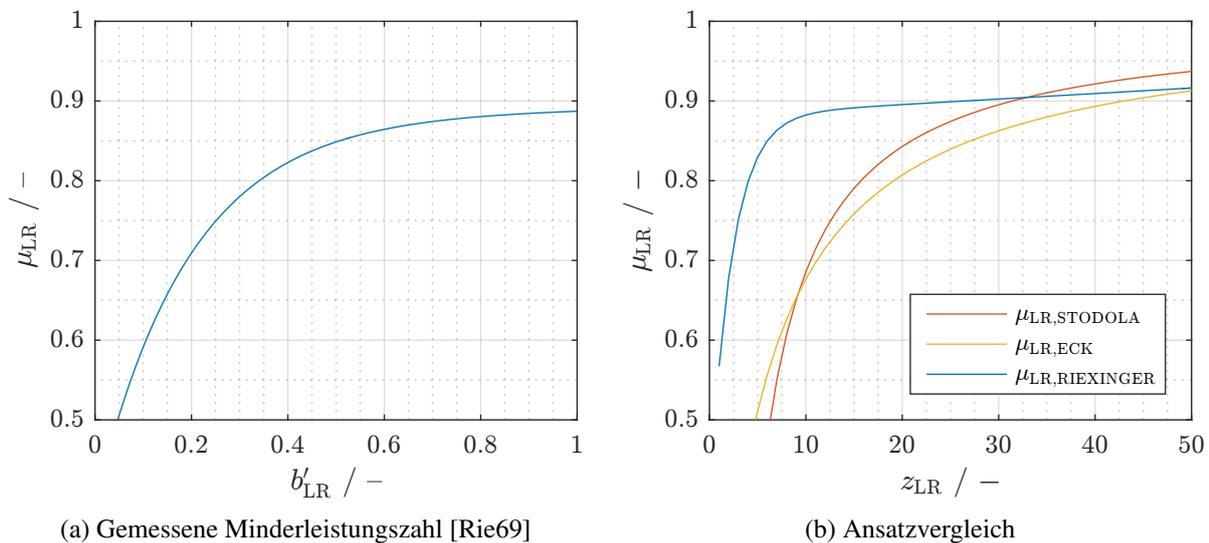


Abbildung A.3: Zur Bestimmung der Minderleistungszahl

Eine vergleichende Darstellung in Abhängigkeit der Schaufelzahl zeigt Abbildung A.3b. Für die Lüftergeometrie wird der Lüfter der Funktionsmuster zu Grunde gelegt. Speziell für kleinere Schaufelzahlen ergeben die analytischen Ansätze unrealistisch niedrige Werte, weshalb im Weiteren die messtechnisch ermittelte Funktion $f(b'_{\text{LR}})$ genutzt wird.

A.2.3 Geometrische Verhältnisse bei oberflächengekühlten Maschinen

In Abbildung A.4 wird ein Teil der zur Berechnung des Förderstroms benötigten Geometriegrößen definiert. Die dazugehörige Legende stellt Tabelle A.1 dar. In ihr werden auch eine Reihe weiterer Geometrieparameter aufgelistet, welche in den anderen Abbildungen Verwendung finden.

Tabelle A.1: Kühlungsrelevante geometrische Größen

Bezeichnung der geometrischen Größe	Formelzeichen	Bezeichnung der geometrischen Größe	Formelzeichen
Kreisringfläche E1	$A_{E1,kr}$	Durchmesser Gehäuse bei E2	D_{E2}
Störzonenfläche E1	$A_{E1,stz}$	Außendurchmesser Gehäuse	$D_{G,a}$
Kreisringfläche E2	$A_{E2,kr}$	Durchmesser Haubengitter	D_{Gitter}
Störzonenfläche E2	$A_{E2,stz}$	Außendurchmesser Haube	$D_{H,a}$
Abstand E2 – Haube bei D_2	$b_{2,E2}$	Außendurchmesser Lüfter	$D_{LR,a}$
Abstand E1 – E2	$b_{E1,E2}$	Innendurchmesser Lüfter	$D_{LR,i}$
Abstand Haube – E2	$b_{H,E2}$	Lüfteröffnungsdurchmesser	$D_{LR,o}$
Breite Lüfterschaufeln 1	$b_{LR,1}$	Durchmesser Stutzenkreis	$D_{Stutzen}$
Breite Lüfterschaufeln 2	$b_{LR,2}$	Dicke der Lüfterhaube	d_H
Breite Rippenfuß	$b_{R,a}$	Höhe Kühlrippe	h_R
Breite Rippenende	$b_{R,e}$	Länge Rippenkanal	l_R
Ersatzdurchmesser 1	D_1	Abstand zweier Kühlrippen	δ_R
Ersatzdurchmesser 2	D_2	Spaltbreite Lüfter – Haube	δ_{Spalt}
Durchmesser Gehäuse bei E1	D_{E1}	–	–

Die Notwendigkeit der Ersatzdurchmesser $D_{1/2}$ resultiert aus der Formgebung von Lüfter und Haube. Im Falle des Eintrittsdurchmessers D_1 muss berücksichtigt werden, dass $D_{V,i} < D_{Gitter}$ gilt, was zur Folge hat, dass die Strömung an beliebiger Stelle des von beiden Durchmessern gebildeten Kreisrings in den Lüfter eintreten kann. In [Rie69] wird zur Berechnung des Ersatzdurchmessers der quadratische Mittelwert des Kreisringdurchmessers herangezogen.

$$D_1 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{D_{LR,i}^2 + D_{Gitter}^2} \quad (A.18)$$

Wie aus Abbildung A.2 hervorgeht, liegen auf der Hochdruckseite des Lüfters ähnliche Verhältnisse vor. Da der Durchmesser der radialen Abdeckung $D_{LR,o}$ kleiner ist als der Durchmesser der Lüfterschaufeln $D_{LR,a}$, wird analog zu Gleichung (A.18) ein Ersatzaustrittsdurchmesser D_2 bestimmt.

$$D_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{D_{LR,a}^2 + D_{LR,o}^2} \quad (A.19)$$

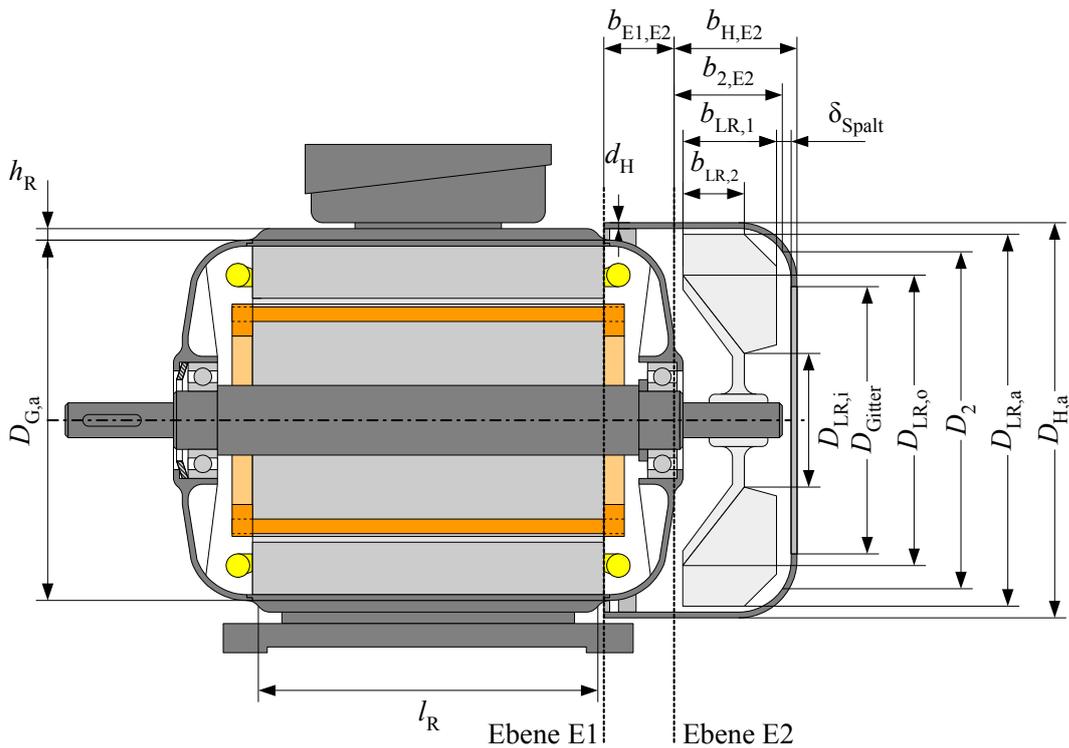


Abbildung A.4: Definition benötigter geometrischer Größen

A.2.4 Druckbilanz

Zur Bestimmung des Förderstroms wird, wie in [Rie69] beschrieben, die Druckbilanz der Strömung aufgestellt. Nach [Bom58] kann bei Ventilatoren das Gas (in diesem Fall die Luft) näherungsweise als inkompressibel angesehen werden, sofern die Gesamtdruckdifferenz weniger als 1 kPa beträgt. Diese Voraussetzung ist im interessierenden Drehzahlbereich des betrachteten Lüfters erfüllt. Beim Durchlaufen des in Abbildung A.5 blau eingezeichneten Strömungspfad erfährt ein Fluidteilchen des Volumenstroms \dot{V}_1 eine Reihe von Druckänderungen, die sich mittels Druckbilanz erfassen lassen.

$$\Delta p_{\text{theo}} = \Delta p_{\text{Gitter}} + \Delta p_1 + \Delta p_H + \Delta p_{E1,E2} + \Delta p_R \quad (\text{A.20})$$

Dabei sind

- Δp_{Gitter} die Eintrittsverluste am Haubengitter,
- Δp_1 die Stoßverluste beim Eintritt in die Lüfterschaufeln,
- Δp_H die Umlenkverluste an der Lüfterhaube,
- $\Delta p_{E1,E2}$ die Stoßverluste aufgrund der Querschnittsverengungen und
- Δp_R der dynamische Druckverlust beim Durchlaufen der Rippenkanäle.

Im Weiteren wird davon ausgegangen, dass der Volumenstrom entlang des Strömungspfad es näherungsweise konstant ist ($\dot{V}_1 = \dot{V}_2$).

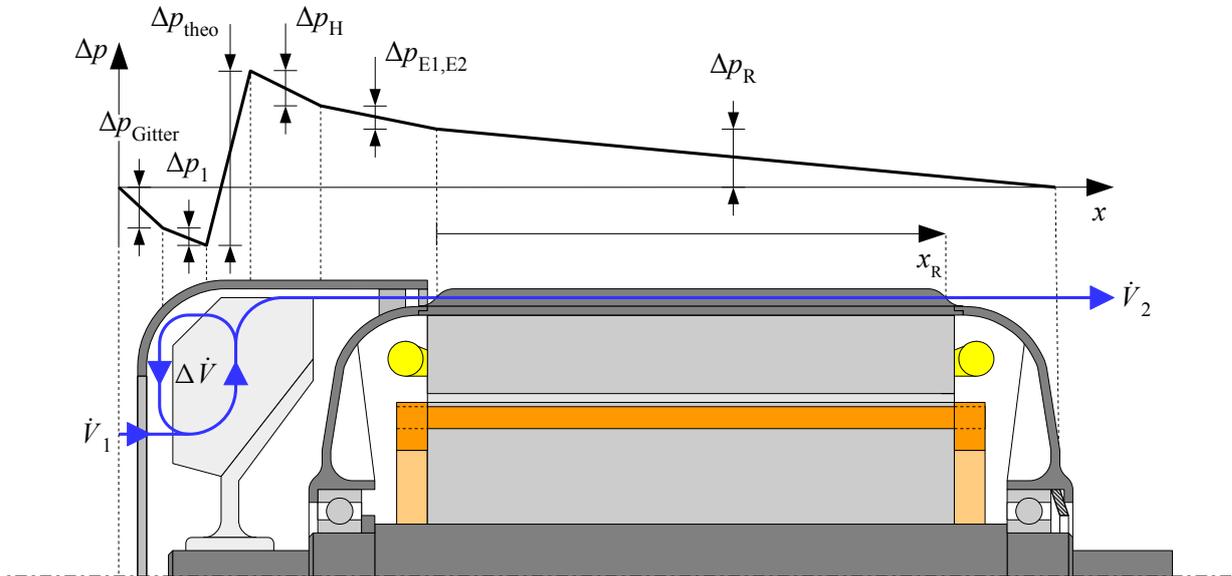


Abbildung A.5: Qualitativer Druckverlauf der Kühlströmung einer eigengekühlten, geschlossenen elektrischen Maschine

Eintrittsverluste am Haubengitter

Zur Thematik der Haubengittereintrittsverluste hat W. KIEFER in [Kie61] umfangreiche Versuche mit verschiedensten Lüftergitterformen („Siebe“ in der genannten Quelle) durchgeführt. Es zeigte sich, dass die Formgebung der Gitter nahezu belanglos ist, entscheidend sind Durchtrittsfläche und Kantenschärfe. Die Eintrittsverluste folgen der Gesetzmäßigkeit

$$\Delta p_{\text{Gitter}} = \frac{1}{2} \cdot \xi_{\text{Gitter}} \cdot \rho \cdot \left(\frac{\dot{V}_1}{A_{\text{Gitter}}} \right)^2, \quad (\text{A.21})$$

wobei A_{Gitter} die Öffnungsfläche des Gitters bezeichnet. Der Beiwert ξ_{Gitter} wurde anhand der Versuche zu 1,75 ermittelt.

Stoßverluste beim Lüftereintritt

Die Stoßverluste beim Eintritt der Luftströmung in den Lüfter berechnen sich mit den in [Pfl61; Eck72] angegebenen Herleitungen zu

$$\Delta p_1 = \frac{1}{2} \cdot \xi_{\text{LR}} \cdot \rho \cdot u_1^2. \quad (\text{A.22})$$

ξ_{LR} bezeichnet dabei eine empirische Stoßziffer, welche die Druckverluste bei Umlenkung der Strömung von der axialen in die radiale Richtung beschreibt. B. ECK gibt in [Eck72] als Anhaltswerte 0,5 bis 0,9 an, während C. PFLEIDERER in [Pfl61] einen Wertebereich von 0,6 bis 1 postuliert. Im Weiteren wird mit dem Mittelwert beider Wertebereiche gearbeitet: $\xi_{LR} = 0,75$.

Umlenkverluste der Lüfterhaube

Beim Austritt aus dem Lüfter wird die radiale Luftströmung an der Lüfterhaube wieder in axiale Richtung auf die Rippen gelenkt. Dieser Vorgang ist analytisch nur schwer erfassbar, weshalb sich nachfolgend auf die Ausführungen von W. RIEXINGER gestützt wird. Demnach wird zur Berechnung von Δp_H folgender Ansatz genutzt:

$$\Delta p_H = \frac{1}{2} \cdot \xi_{E2} \cdot \rho \cdot c_{2u}'^2, \quad (\text{A.23})$$

in dem der messtechnisch ermittelte, in Abbildung A.8b dargestellte verwendete Beiwert

$$\xi_{E2} = f \left(\frac{\dot{V}_2}{A_{E2} \cdot c_{2u}'} \right)$$

Verwendung findet. Die bezogene Umfangskomponente c_{2u}' ergibt sich aus c_{2u} mittels folgendem Zusammenhang:

$$c_{2u}' = c_{2u} \cdot \frac{2 \cdot D_2 \cdot b_{2,E2}}{(D_{H,a} + D_{\text{Stutzen}}) \cdot b_{H,E2}}. \quad (\text{A.24})$$

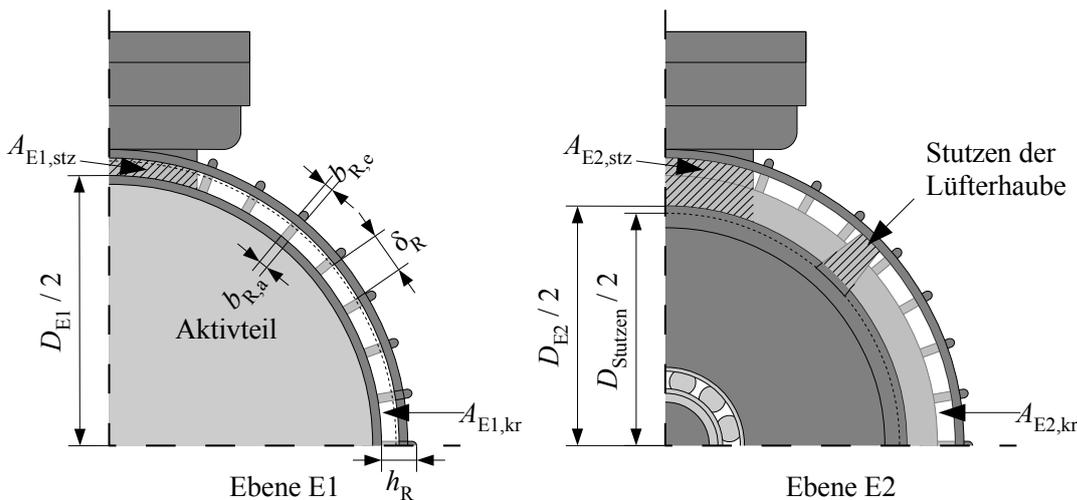


Abbildung A.6: Schnittdarstellung von Ebene E1 und E2

Der Stutzenkreisdurchmesser D_{Stutzen} bezeichnet gemäß Abbildung A.6 den Durchmesser, an dem die Stutzen der Lüfterhaube in das Gehäuse übergehen. Zur Berechnung der effektiven

Querschnittsfläche A_{E2} ist zunächst mit dem Gehäusedurchmesser D_{E2} die Kreisringfläche $A_{E2,kr}$ zu bestimmen.

$$A_{E2,kr} = \frac{\pi}{4} \cdot ((D_{H,a} - 2 \cdot d_H)^2 - D_{E2}^2) \quad (\text{A.25})$$

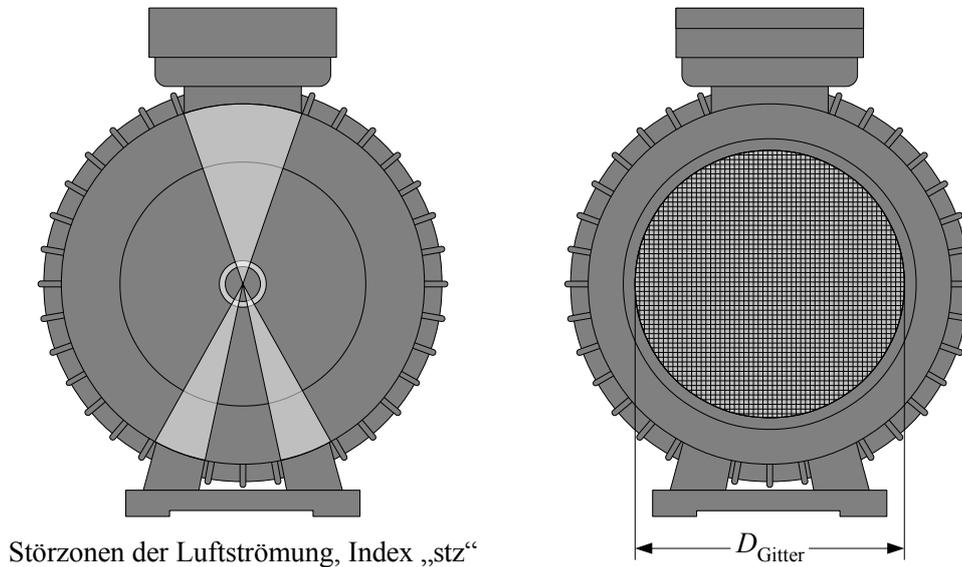


Abbildung A.7: Prinzipdarstellung der Störzonen und Definition des Gitterdurchmessers

Als Störzonen werden nach Abbildung A.7 diejenigen Bereiche des Umfangs bezeichnet, an denen die Strömung durch Hindernisse wie beispielsweise die Gehäusefüße, den Klemmkasten oder auch die Lüfterstützen blockiert wird. Wird die Störzonenfläche $A_{E2,stz}$ als Produkt der Kreisringfläche $A_{E2,kr}$ und eines Störzonenfaktors k_{stz} ausgedrückt, so gilt für A_{E2} :

$$A_{E2} = A_{E2,kr} - A_{E2,stz} = A_{E2,kr} \cdot (1 - k_{stz}) . \quad (\text{A.26})$$

Für das Gehäuse der Funktionsmuster gilt: $k_{stz} \approx 0,1$.

Stoßverluste aufgrund der Querschnittsverengungen

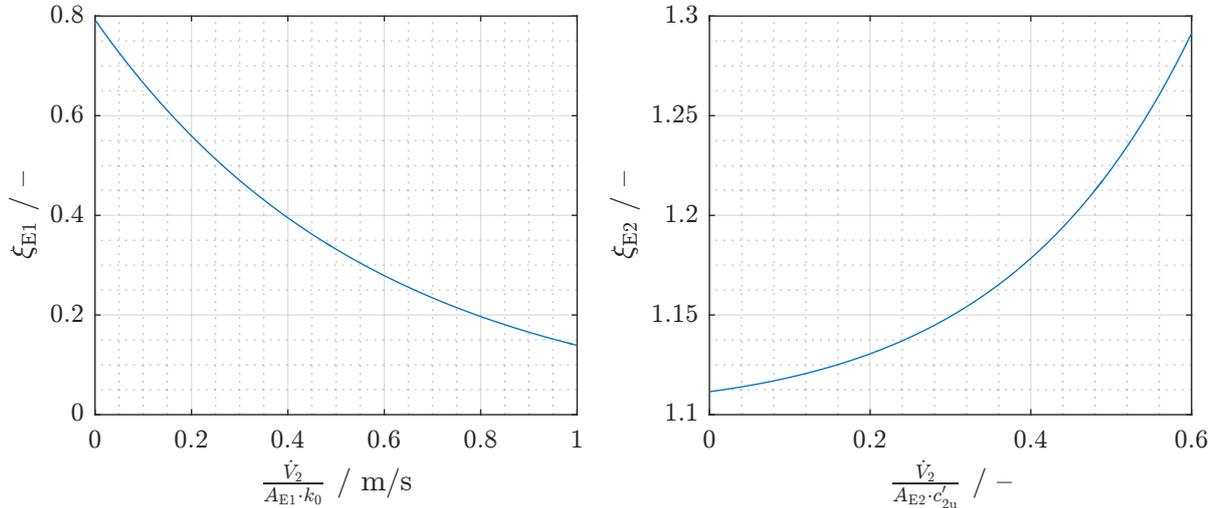
Die Stoßverluste $\Delta p_{E1,E2}$ sind eine Folge der Querschnittsverengung zwischen Ebene E2 und E1. Für ihre Berechnung wird folgender Ansatz genutzt:

$$\Delta p_{E1,E2} = \frac{1}{2} \cdot \xi_{E1} \cdot \rho \cdot \frac{\dot{V}_2^2}{k_0^2 \cdot A_{E1}^2} . \quad (\text{A.27})$$

Der dimensionslose Widerstandsbeiwert ξ_{E1} kann aus Abbildung A.8a als Funktion der effektiven Querschnittsfläche A_{E1} , des dimensionslosen Beiwerts k_0 sowie der Fördermenge \dot{V}_2 abgelesen werden. Die Berechnung der effektiven Querschnittsfläche erfolgt dabei analog zu Gleichung (A.25) und (A.26).

$$A_{E1} = A_{E1,kr} \cdot (1 - k_{stz}) = \frac{\pi}{4} \cdot ((D_{H,a} - 2 \cdot d_H)^2 - D_{E1}^2) \cdot (1 - k_{stz}) \quad (A.28)$$

Der Beiwert k_0 erfasst das Auftreten von Strömungsschatten hinter den Lüfterstutzen. Gemäß den Angaben in [Rie69] wird im Rahmen der Berechnungen von $k_0 = 0,8$ ausgegangen.



(a) Beiwert der Querschnittverengungsverluste

(b) Beiwert der Umlenkverluste

Abbildung A.8: Strömungsverlustbeiwerte nach [Rie69]

Dynamischer Druckverlust

Der dynamische Druckverlust lässt sich bei Kenntnis der Querschnittsfläche $k_0 \cdot A_{E1}$ aus der Strömungsgeschwindigkeit innerhalb der Rippenkanäle bestimmen.

$$\Delta p_R = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{\dot{V}_2^2}{k_0^2 \cdot A_{E1}^2} \quad (A.29)$$

A.2.5 Geförderter Volumenstrom

Aus dem vorhergehenden Abschnitt sind bis auf den geförderten Volumenstrom \dot{V}_2 selbst alle Größen bekannt. Damit kann die Druckbilanz als Funktion des Förderstroms formuliert werden.

$$\rho \cdot u_2 \cdot c_{2u} = \frac{\rho}{2} \cdot \xi_{Gitter} \cdot \frac{\dot{V}_2^2}{A_{Gitter}^2} + \frac{\rho}{2} \cdot \xi_{LR} \cdot u_1^2 + \frac{\rho}{2} \cdot \xi_{E2} \cdot c_{2u}^2 + \frac{\rho}{2} \cdot \xi_{E1} \cdot \frac{\dot{V}_2^2}{k_0^2 \cdot A_{E1}^2} + \frac{\rho}{2} \cdot \frac{\dot{V}_2^2}{k_0^2 \cdot A_{E1}^2} \quad (A.30)$$

Aufgelöst nach \dot{V}_2 ergibt sich folgender Ausdruck:

$$\dot{V}_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot u_2 \cdot c_{2u} - \xi_{E2} \cdot c_{2u}^2 - \xi_{LR} \cdot u_1^2}{\frac{\xi_{Gitter}}{A_{Gitter}^2} + \frac{1 + \xi_{E1}}{k_0^2 \cdot A_{E1}^2}}} \quad (A.31)$$

Eine direkte Lösung dieser Gleichung ist aufgrund der empirisch ermittelten Abhängigkeiten $\xi_{E1}(\dot{V}_2)$ und $\xi_{E2}(\dot{V}_2)$ nicht möglich. Daher werden diese in einem ersten Schritt mittels Regressionsanalyse als Exponentialfunktionen des Volumenstroms approximiert. Anschließend wird Gleichung (A.31) iterativ mittels entsprechender Algorithmen gelöst. Eine besonders einfache Methode hierfür stellt das Bisektionsverfahren dar.

A.2.6 Das Bisektionsverfahren

Beim Bisektionsverfahren handelt es sich um eine Methode zur Erzeugung konvergenter Intervallschachtelungen, welche beispielsweise zur Nullstellenfindung einer Funktion $y = f(x)$ genutzt werden können. Das Prinzip des Bisektionsverfahrens ist in A.9 exemplarisch dargestellt.

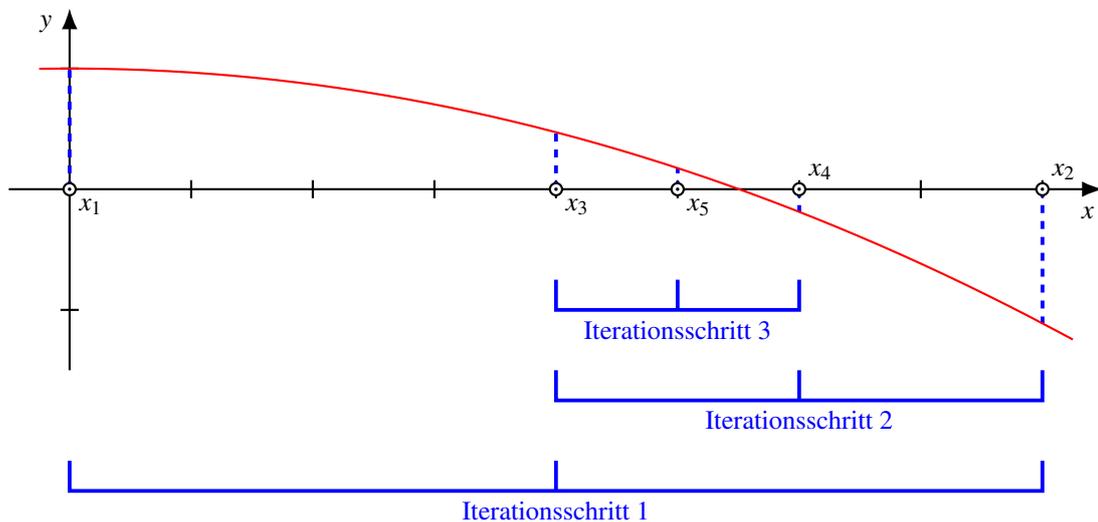


Abbildung A.9: Prinzipdarstellung des Bisektionsverfahrens

Für das Bisektionsverfahren werden zwei Startwerte x_1 und x_2 benötigt, deren Funktionswerte y_1 und y_2 ein unterschiedliches Vorzeichen besitzen. Anschließend wird der arithmetische Mittelwert x_3 aus x_1 und x_2 gebildet und der Funktionswert $y_3 = f(x_3)$ bestimmt. Gilt $\text{sgn}(y_3) = \text{sgn}(y_1)$, so wird im Rahmen der nächsten Intervallschachtelung x_1 durch x_3 ersetzt. Andernfalls dient x_3 als neue Ober- und x_1 als Untergrenze von Iterationsschritt 2. In diesem wird der arithmetische Mittelwert x_4 bestimmt, der im gezeigten Beispiel zwischen x_2 und x_3 liegt. Da im Beispiel $\text{sgn}(y_4) = \text{sgn}(y_2)$ gilt, läge der nächste zu untersuchende Wert x_5 zwischen x_3 und x_4 . Auf diese Weise nähert sich der Bisektionsalgorithmus der Nullstelle immer weiter an. Sobald für eine definierte Fehlerfunktion (etwa die Differenz zwischen Ober- und Untergrenze) ein Schwellenwert ε unterschritten wird, bricht das Verfahren ab.

Angewandt auf die vorliegende Problemstellung ergibt sich das in Abbildung A.10 gezeigte Ablaufdiagramm. Um einer Verwechslung mit Lüftereintritts- und Austrittsseite vorzubeugen, wird die Untergrenze des Intervalls mit dem Index „a“ und die Obergrenze mit dem Index „e“ versehen. Die Fehlerfunktion $f_{\dot{V}}$ ist wie folgt definiert:

$$f_{\dot{V}} = \dot{V} - \sqrt{\frac{2 \cdot u_2 \cdot c_{2u} - \xi_{E2}(\dot{V}) \cdot c_{2u}'^2 - \xi_{LR} \cdot u_1^2}{\frac{\xi_{Gitter}}{A_{Gitter}^2} + \frac{1 + \xi_{E1}(\dot{V})}{k_0^2 \cdot A_{E1}^2}}}. \quad (\text{A.32})$$

Auf diese Weise kann für eine gegebene Maschinengeometrie und Drehzahl der jeweilige Förderstrom berechnet werden, welcher zur Bestimmung des Gehäuseübergangswiderstands gemäß Abschnitt A.3 benötigt wird.

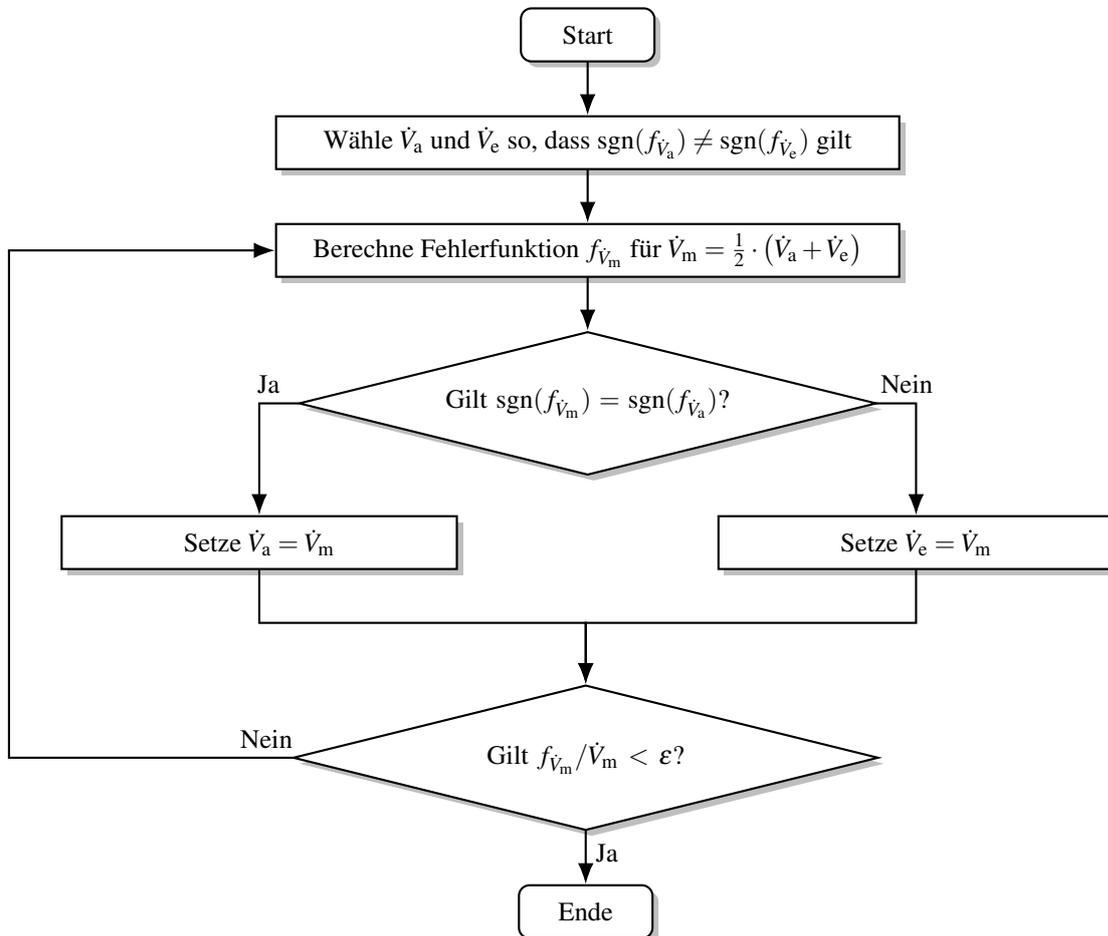


Abbildung A.10: Verlaufsdiagramm zur iterativen Ermittlung des geförderten Volumenstroms \dot{V}_2

A.3 Wärmeübergangswiderstand des Gehäuses

Mit Kenntnis des resultierenden Luftstroms \dot{V}_2 kann die Wärmeabgabe des Gehäuses an die Umgebung quantifiziert werden. Hierzu wird diese in drei Anteile separiert:

1. die Wärmeabgabe durch erzwungene Konvektion längs des Rippenkanals aufgrund der vom Lüfter erzeugten Strömung,
2. die Wärmeabgabe durch Wärmestrahlung sowie
3. die Wärmeabgabe durch natürliche Konvektion in den Störzonen^[2].

Nachfolgend wird davon ausgegangen, dass die Wärmeabgabe im Wesentlichen über die Mantelfläche des Gehäusezylinders stattfindet. Sämtliche axialen Effekte wie beispielsweise die Wärmeabgabe über Welle oder Lagerschilde werden vernachlässigt beziehungsweise mit der natürlichen Konvektion der Störzonen berücksichtigt. Die Vernachlässigung des Welleneinflusses erscheint im Hinblick auf die im synchronen Betrieb geringen Rotorverluste zulässig. Der Einfluss der Lagerschilde ist ebenfalls unwesentlich für die Gesamtentwärmung, wie in [Ger66] gezeigt wird.

A.3.1 Erzwungene Konvektion längs der Rippenkanäle

Die scheinbare Wärmeübergangszahl

Zur Berechnung der Wärmeabgabe aufgrund erzwungener Konvektion wird nachfolgend davon ausgegangen, dass \dot{V}_2 trotz der offenen Kanäle konstant ist. Da sich die Luft während des Vorbeiströmens an den Rippen erwärmt, ist die Wärmeübergangszahl eine Funktion des Ortes. Des Weiteren muss allgemein zwischen der Wärmeübergangszahl des Gehäuses α_G sowie der Rippen α_R unterschieden werden. Um nun mit einem eindimensionalen Netzwerk arbeiten zu können, wird die scheinbare Wärmeübergangszahl α_{GR} eingeführt. Ihre Definition erfolgt über die per erzwungener Konvektion abgegebene Verlustleistung von Gehäuse und Rippen.

$$P_v = \alpha_{GR} \cdot A_{GR} \cdot \vartheta_G = \alpha_G \cdot A_G \cdot \vartheta_G + \alpha_R \cdot A_R \cdot \vartheta_R \quad (\text{A.33})$$

Dabei ist zu beachten, dass die Gehäuseoberflächentemperatur ϑ_G im Allgemeinen von der mittleren Übertemperatur der Rippe ϑ_R verschieden ist. Ihr Quotient ϑ_R/ϑ_G wird als Rippenwirkungsgrad η_R bezeichnet. Darüber hinaus wird davon ausgegangen, dass $\alpha_G = \alpha_R$ gilt. Damit lässt sich die scheinbare Wärmeübergangszahl unter Nutzung von $A_{GR} = A_G + A_R$ angeben.

$$\alpha_{GR} = \alpha_R \cdot \left(1 - (1 - \eta_R) \cdot \frac{A_R}{A_{GR}} \right) \quad (\text{A.34})$$

^[2]Zur Definition der Störzonen siehe Abbildung A.7.

Rippenwirkungsgrad

Die Berechnung des Rippenwirkungsgrades wird in einer Vielzahl einschlägiger Quellen zur Wärmelehre hergeleitet, beispielhaft sei an dieser Stelle etwa [BW15; BS16] genannt. Für eine gerade Rippe mit Rechteckprofil ergibt sich mit der Rippenhöhe h_R und der -breite b_R die geschlossene Lösung

$$\eta_R = \frac{\tanh(k_{\eta_R} \cdot h_R)}{k_{\eta_R} \cdot h_R}, \quad (\text{A.35a})$$

wobei k_{η_R} wie folgt bestimmt wird:

$$k_{\eta_R} = \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha_R}{\lambda_R \cdot b_R}}. \quad (\text{A.35b})$$

Im Rahmen der nachfolgenden Berechnungen wird für den ortsabhängigen Koeffizienten α_R dessen Mittelwert $\bar{\alpha}_R$ genutzt. Für die Rippenbreite wird angenommen:

$$b_R = \frac{3}{4} \cdot b_{R,a} + \frac{1}{4} \cdot b_{R,e} \quad (\text{A.36})$$

mit $b_{R,a}$ und $b_{R,e}$ gemäß Abbildung A.6.

Oberflächenberechnung

Die Gehäuseoberfläche A_G ergibt sich aus der Zylindermantelfläche des Kerngehäuses (ohne Rippen) abzüglich der Störzonen sowie der Rippenfüße. Es wird davon ausgegangen, dass die Rippenlänge l_R gleich der wirksamen Zylinderlänge ist.

$$A_G = l_R \cdot (\pi \cdot D_{G,a} \cdot (1 - k_{stz}) - z_R \cdot b_{R,a}) \quad (\text{A.37})$$

Die Anzahl der Kühlrippen wird mit der dimensionslosen ganzen Zahl z_R ausgedrückt. Die Oberfläche einer Rippe mit rechteckigem Querschnitt abzüglich der axialen Enden und des Rippenfußes gewichtet mit z_R entspricht dann A_R .

$$A_R = z_R \cdot l_R \cdot (b_{R,e} + 2 \cdot h_R) \quad (\text{A.38})$$

Wärmeübergangszahl der Rippen

Wie bereits erwähnt, ist die Wärmeübergangszahl α_R ortsabhängig. Mathematisch kann dies durch

$$\alpha_R = f(x_R) \quad (\text{A.39})$$

ausgedrückt werden, wobei die Ortskoordinate x_R gemäß Abbildung A.5 am lüfterseitigen Rippenabschluss beginnt und am wellenseitigen Rippenabschluss endet. Mit dem Mittelwertsatz der

Integralrechnung kann bei Kenntnis der Funktion (A.39) der benötigte mittlere Wert $\bar{\alpha}_R$ berechnet werden.

$$\bar{\alpha}_R = \frac{1}{l_R} \int_0^{l_R} \alpha_R(x_R) dx_R \quad (\text{A.40})$$

Unter Berücksichtigung des Absinkens der Kühlmittelgeschwindigkeit und der Turbulenz innerhalb der Kanäle sowie des Anstiegs der Lufttemperatur mit steigendem x_R kann angenommen werden, dass $\alpha_R(x_R)$ einer Potenzfunktion gehorcht.

$$\alpha_R(x_R) = \alpha_R(0) \cdot \left(1 - k_1 \cdot \left(\frac{x_R}{d'_{\text{Kanal}}} \right)^{k_2} \right) \quad (\text{A.41})$$

Der hydraulische Kanaldurchmesser d'_{Kanal} ist eine Ersatzgröße, welche sich mit der Rippenhöhe h_R und dem mittleren Abstand a_R zweier Rippen berechnen lässt.

$$d'_{\text{Kanal}} = 2 \cdot \frac{h_R \cdot a_R}{h_R + a_R} \quad (\text{A.42})$$

Für die Koeffizienten k_1 und k_2 werden in [Rie69] in Abhängigkeit des Verhältnisses l_R/d'_{Kanal} für Vorausberechnungen folgende, messtechnisch ermittelte Werte vorgeschlagen.

$$k_1 = 0,08 \quad k_2 = 0,75 \quad \text{für } l_R/d'_{\text{Kanal}} \leq 9 \quad (\text{A.43a})$$

$$k_1 = 0,36 \quad k_2 = 0,4 \quad \text{für } l_R/d'_{\text{Kanal}} > 9 \quad (\text{A.43b})$$

Bis auf den Anfangswert $\alpha_R(0)$ ist Gleichung (A.41) somit vollständig definiert. Die Mittelwertbildung gemäß Gleichung (A.40) mit der Untergrenze 0 und der Obergrenze l_R führt auf:

$$\bar{\alpha}_R = \alpha_R(0) \cdot \left(1 - \frac{k_1 \cdot l_R^{(k_2+1)}}{(k_2+1) \cdot l_R} \right) \quad (\text{A.44})$$

Dieser Wert wird sowohl für den mittleren Rippenwirkungsgrad (A.35) als auch für die Berechnung von α_{GR} zu Grunde gelegt.

Anfangswert der Wärmeübergangszahl

Für $\alpha_R(0)$ wird in [Rie69] folgender Ansatz präsentiert^[3]:

$$\alpha_R(0) = \xi_{t/1} \cdot k_{5,t/1} \cdot \frac{\lambda_{\text{Luft}}}{d'_{\text{Kanal}}} \cdot \left(\frac{d'_{\text{Kanal}}}{l_R} \right)^{(1-k_{6,t/1})} \cdot Re^{k_{6,t/1}} \cdot \left(1 - k_{3,t/1} \cdot \left(\frac{h_R}{a_R} \right)^{k_{4,t/1}} \right) \quad (\text{A.45})$$

^[3]Bei Verwendung dieser Formel ist zu beachten, dass die Wärmeleitfähigkeit der Luft λ_{Luft} sowie die nachfolgend erläuterte REYNOLDS-Zahl Re von einer Vielzahl von Einflussfaktoren wie Temperatur, Feuchtigkeit oder Druck abhängig sind. Im Rahmen der Rechnungen wird daher von charakteristischen Mittelwerten ausgegangen.

Der jeweilige Index „t“ oder „l“ kennzeichnet, ob es sich um eine turbulente oder laminare Strömung^[4] handelt. Eine Unterscheidung kann mit Hilfe der REYNOLDS-Zahl Re getroffen werden. Sie ist als Produkt der Strömungsgeschwindigkeit c_{Luft} und einer charakteristischen, von der Problemstellung abhängigen Länge (hier: hydraulischer Kanaldurchmesser d'_{Kanal}) dividiert durch die kinematischen Viskosität ν_{Luft} definiert.

$$Re = \frac{c_{\text{Luft}} \cdot d'_{\text{Kanal}}}{\nu_{\text{Luft}}} \quad (\text{A.46})$$

Die Geschwindigkeit der Luftströmung kann mittels Division des Volumenstroms \dot{V}_2 durch die Kanaleintrittsfläche A_{E1} bestimmt werden.

$$c_{\text{Luft}} = \frac{\dot{V}_2}{A_{E1}} \quad (\text{A.47})$$

In der genannten Quelle wird empfohlen, ab der kritischen REYNOLDS-Zahl $Re = 4000$ eine turbulente Strömung anzunehmen. Für die einzelnen Koeffizienten werden in diesem Fall die Werte (A.48a) angegeben.

$$\xi_t = 1,80 \quad k_{3,t} = 0,09 \quad k_{4,t} = 0,50 \quad k_{5,t} = 0,06 \quad k_{6,t} = 0,80 \quad (\text{A.48a})$$

Bei laminarer Strömung sind die Koeffizienten (A.48b) heranzuziehen.

$$\xi_l = 1,00 \quad k_{3,l} = 0,12 \quad k_{4,l} = 0,35 \quad k_{5,l} = 0,70 \quad k_{6,l} = 0,50 \quad (\text{A.48b})$$

A.3.2 Wärmestrahlung

Im Unterschied zur Konvektion stellt die Wärmestrahlung keinen einseitigen Wärmetransport vom Gehäuse in die Umgebung dar. Vielmehr findet ein wechselseitiger Energieaustausch statt, dessen Intensität nicht von der Differenztemperatur zwischen Gehäuse und Umgebung, sondern vielmehr von den absoluten Temperaturen in Kelvin abhängt. Darüber hinaus spielen weitere Einflussgrößen wie beispielsweise die Reflexion und die Strahlungszahl der beteiligten Flächen eine Rolle. Eine ausführliche Erläuterung der Wärmestrahlungsberechnung findet sich in der einschlägigen Literatur [BW15; BS16].

Eine auf elektrische Maschinen abgestimmte Behandlung hat G. GOTTER in [Got54] durchgeführt. Darin wird für überschlägige Rechnungen folgender Ansatz empfohlen:

$$\alpha_{\text{str}} = 0,033 \text{ W/m}^2/\text{K}^2 \cdot \vartheta_G + 5 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}) . \quad (\text{A.49})$$

^[4]Zur Begriffsdefinition der turbulenten und der laminaren Strömung sei beispielsweise auf [SG06] verwiesen.

In [Rie69] wird dieser Ansatz weiter vereinfacht, indem ϑ_G zu etwa 30 K angenommen wird. Damit ergibt sich der konstante Wert $\alpha_{\text{str}} = 6 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Im Hinblick auf den gegenüber der erzwungenen Konvektion geringen Anteil der Wärmestrahlung an der Gesamtentwärmung (vergleiche hierzu Abschnitt A.3.4) erscheint dieser Ansatz im Interesse einer einfachen Berechnung zweckdienlich, weshalb im Weiteren mit diesem Wert gearbeitet wird.

Bezüglich der Strahlung emittierenden Fläche A_{str} ist zu beachten, dass die Rippenfläche A_R nur teilweise zu dieser beiträgt. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Seitenflächen der Rippen sich größtenteils gegenseitig anstrahlen, so dass nur ein wechselseitiger Energieaustausch, jedoch keine resultierende Energieabführung stattfindet. Von W. RIEXINGER wird daher vorgeschlagen, A_R nur zu 20 % zu berücksichtigen.

$$A_{\text{str}} = A_G + 0,2 \cdot A_R \quad (\text{A.50})$$

A.3.3 Natürliche Konvektion in den Störzonen

Die rechnerische Behandlung der natürlichen Konvektion ist ähnlich kompliziert wie die der erzwungenen Konvektion. Erschwerend kommt hinzu, dass der Einfluss von real stets auftretenden Luftverwirbelungen praktisch nicht erfasst werden kann, weshalb hier auf Erfahrungswerte zurückgegriffen werden muss. Da die Wärmeabgabe der Störzone bei höheren Lüfterdrehzahlen weitaus geringer ist als die der Rippen, erscheint eine ausführliche Behandlung wie in [Got54] an dieser Stelle unzweckmäßig.

Stattdessen soll auf den stark vereinfachten Berechnungsansatz aus [Rie69] zurückgegriffen werden. Die Wärmeübergangszahl wird pauschal zu $\alpha_{\text{stz}} = 14 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ angenommen, als maßgebliche Fläche wird der Störzonenanteil der Zylinderfläche des Gehäuses angesehen. Diese berechnet sich wie folgt:

$$A_{\text{stz}} = l_R \cdot \pi \cdot D_{G,a} \cdot k_{\text{stz}} \quad (\text{A.51})$$

A.3.4 Resultierender Wärmeübergangswiderstand

Der resultierende Wärmeübergangswiderstand $R_{\text{th,GU}}$ ergibt sich als reziproke Summe der jeweiligen Produkte aus Wärmeübergangszahl und beteiligter Fläche.

$$R_{\text{th,GU}} = \frac{1}{\bar{\alpha}_R \cdot A_{GR} + \alpha_{\text{str}} \cdot A_{\text{str}} + \alpha_{\text{stz}} \cdot A_{\text{stz}}} \quad (\text{A.52})$$

Der Anteil der erzwungenen Konvektion $\bar{\alpha}_R \cdot A_{GR}$ ist drehzahlabhängig, weshalb $R_{\text{th,GU}} = f(n)$ gilt. Abbildung A.11 zeigt für eine Schrittweite $\Delta n = 25 \text{ min}^{-1}$ die rechnerisch ermittelten Gehäuseübergangswiderstände. Erwartungsgemäß nimmt $R_{\text{th,GU}}$ mit steigender Drehzahl

zunächst stark ab, während bei höheren Drehzahlen eine gewisse „Sättigung“ auftritt. Zwischen 1000 min^{-1} und 1100 min^{-1} ist ein sprunghafter Anstieg von $R_{\text{th,GU}}$ zu beobachten. Dieser lässt sich auf das (rechnerische) Umschlagen der laminaren in eine turbulente Strömung zurückführen. Zur praktischen Verwendung werden die einzelnen Punkte mittels der Exponentialfunktion (A.53) angenähert.

$$R_{\text{th,GU}}(n) \approx 0,33 \text{ K/W} \cdot e^{-1,65s \cdot n} + 0,10 \text{ K/W} \cdot e^{-0,04s \cdot n} \quad (\text{A.53})$$

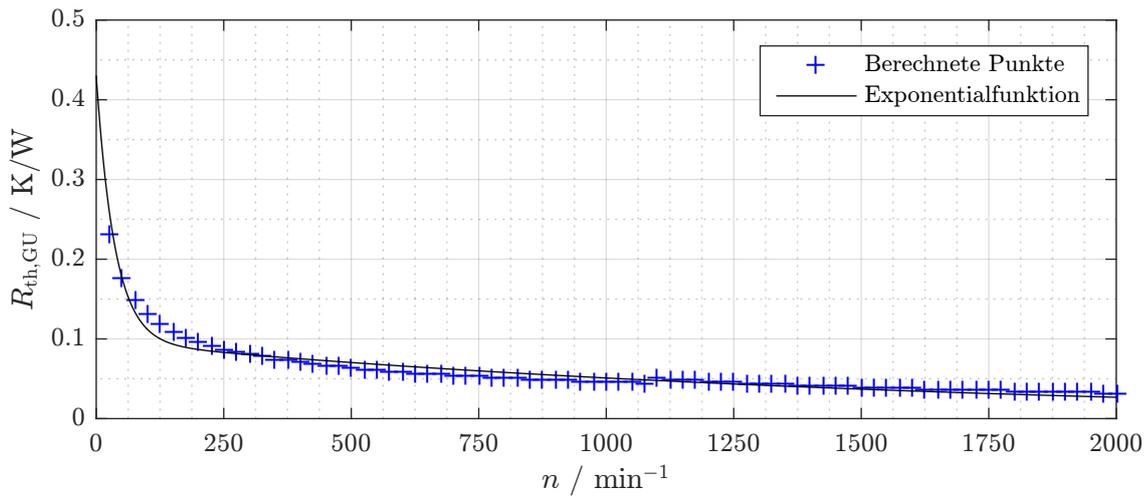


Abbildung A.11: Thermischer Gehäuseübergangswiderstand $R_{\text{th,GU}}$ als Funktion der Lüfterdrehzahl

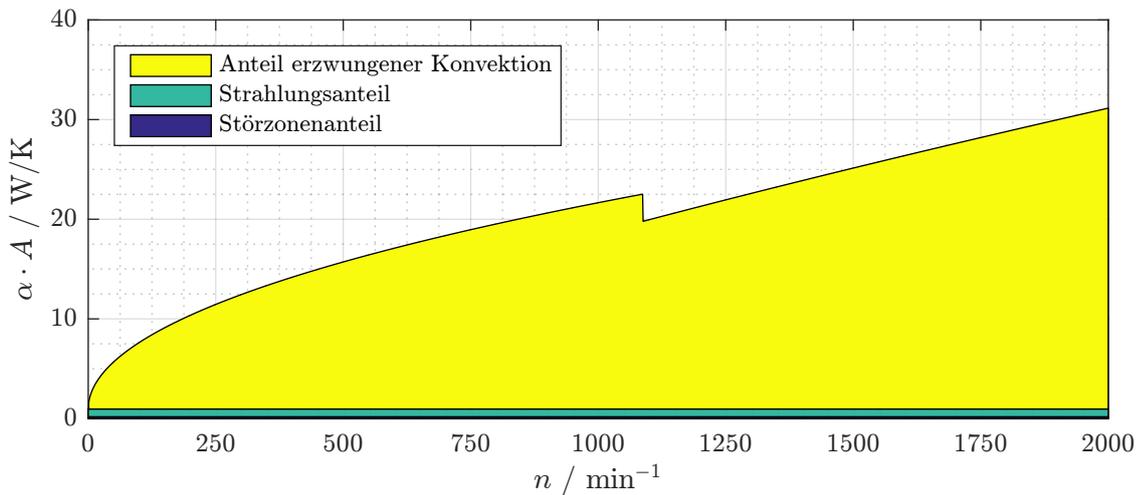


Abbildung A.12: Aufteilung des Gehäuseübergangswertes $1/R_{\text{th,GU}}$ auf den Anteil der erzwungenen Konvektion, der Strahlung im Rippenbereich sowie der natürlichen Konvektion und Strahlung im Störzonenbereich

Interessant ist in diesem Zusammenhang auch die Betrachtung der jeweiligen Widerstandsanteile $\alpha \cdot A$, welche in Abbildung A.12 dargestellt sind. Strahlungs- und Störzonenanteil werden mit steigender Drehzahl schnell von der erzwungenen Konvektion überschattet. Eine wesentliche Rolle spielen beide Anteile lediglich bei Drehzahlen nahe 0 min^{-1} . Dies rechtfertigt die Verwendung einfacher Näherungen zur Berechnung selbiger.

Der bereits erwähnte Sprung aufgrund des Wechsels von laminarer zur turbulenten Strömung ist ebenfalls deutlich zu erkennen. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass in der Realität ein derartig diskreter Sprung nicht auftreten wird, vielmehr ist damit zu rechnen, dass die Strömung bereits unterhalb der kritischen REYNOLDS-Zahl Ablöseerscheinungen zeigen wird [SG06]. Im Rahmen der Modellierung wird diesem Umstand durch die Verwendung der gezeigten Interpolationsfunktion begegnet. Die messtechnische Überprüfung ebendieser Funktion erfolgt in Abschnitt A.3.5.

A.3.5 Messtechnische Überprüfung

Zur Überprüfung des vorgestellten Vorgehens zur rechnerischen Ermittlung von $R_{\text{th,GU}}$ wurden beide Funktionsmuster mittels $U(f)$ -Steuerung bei verschiedenen Drehzahlen mit in etwa gleichbleibender Wicklungserwärmung von 32 K (absolute Temperatur von circa $55 \text{ }^\circ\text{C}$) betrieben. Durch Auflösen von Gleichung (4.3) wird durch messtechnische Trennung der Verluste^[5] der jeweilige Wert von $R_{\text{th,GU}}$ bestimmt (Abbildung A.13).

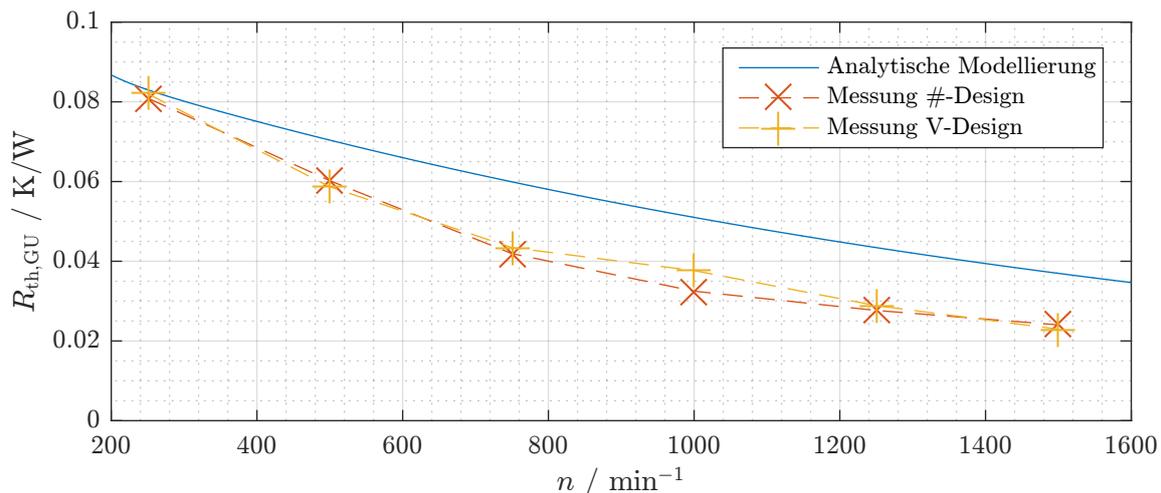


Abbildung A.13: Vergleich des messtechnisch und des analytisch ermittelten Gehäuseübergangswiderstands

^[5]Die Ummagnetisierungsverluste werden hälftig in Zahn- und Jochverluste aufgeteilt.

Der messtechnisch ermittelte Verlauf von $R_{\text{th,GU}}$ stimmt bei beiden Funktionsmustern bis auf den Wert bei 1000 min^{-1} nahezu überein. Dies zeigt, dass die Unsicherheiten bei der Bestimmung der übrigen thermischen Widerstände sehr gering sind. Das ist besonders in Bezug auf den Nutübergangswiderstand $R_{\text{th,N}}$ bemerkenswert, da dieser aufgrund der unterschiedlichen Bewicklung beider Statoren nicht identisch ist. Somit stellt die gute Übereinstimmung der Kurven indirekt auch einen Nachweis für die Gültigkeit der Gleichungen (4.7) und (4.8) dar. Der exponentielle Charakter des Gehäuseübergangswiderstands, der auf den nichtlinearen Einfluss der Lüfterdrehzahl zurückzuführen ist, ist deutlich zu erkennen.

Im Vergleich mit der Simulation ergibt sich bei einer Drehzahl von 250 min^{-1} eine sehr gute Übereinstimmung; die Abweichung der Simulation in Bezug auf die Messung beträgt an dieser Stelle nur 1 %. Für höhere Drehzahlen gehen die Ergebnisse hingegen deutlich auseinander, sodass bei 1500 min^{-1} eine Abweichung von 61 % vorliegt. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass bei der messtechnischen Ermittlung von $R_{\text{th,GU}}$ alle Fehler mit eingehen, die aus der analytischen Berechnung der übrigen Wärmeübergangswiderstände resultieren. In Anbetracht der diversen Annahmen, die zur Berechnung von $R_{\text{th,GU}}$ getroffen wurden, kann daher von einer zufriedenstellenden Genauigkeit der vorgestellten Berechnungsmethode gesprochen werden.

A.4 Magnetische Widerstände der Funktionsmuster

In diesem Abschnitt sind die Berechnungsvorschriften für die Zweigwiderstände der in Abschnitt 8.6.1 gezeigten magnetischen Netzwerke zu finden. Diese basieren auf den Erläuterungen in Abschnitt 5.2.2 und werden somit stets als quaderförmige Elemente unter Vernachlässigung der Krümmung angenähert.

A.4.1 Statorwiderstände

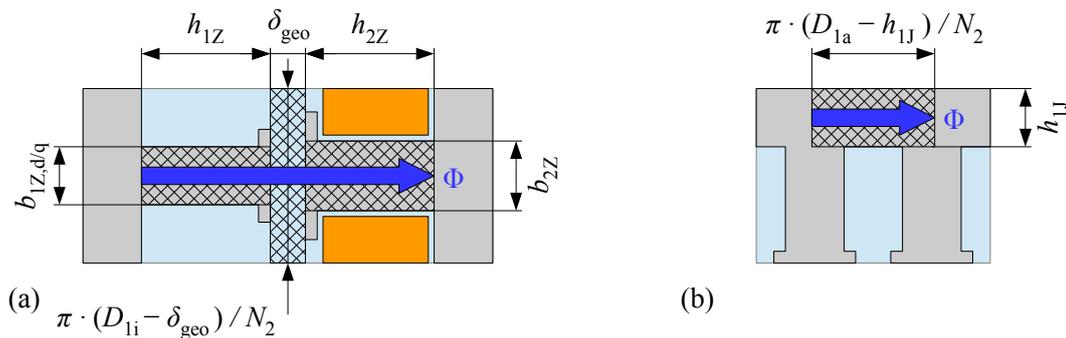


Abbildung A.14: Zur Berechnung von Luftspalt- (a) und Statorjochwiderstand (b)

Luftspalt

Die Berechnungsvorschrift der Luftspaltwiderstände wurde in Abschnitt 5.2.2 bereits hergeleitet:

$$R_{m,1/\dots/14} = \frac{h_{1Z}}{b_{1Z,d/q} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}} + \frac{h_{2Z}}{b_{2Z} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}} + \frac{N_2 \cdot \delta''}{\pi \cdot (D_{1i} - \delta_{geo}) \cdot l_{ax} \cdot \mu_0}$$

mit den in Abbildung A.14a definierten geometrischen Größen. Die Statorzahnbreite besitzt, wie in Abschnitt 5.2.1 dargelegt, je nach Zugehörigkeit des Zahns zum d- oder q-Bereich einen unterschiedlichen Wert. Beim #-Design gehören die Zweige 3, 4, 10 und 11 zum q-Bereich, beim V-Design die Zweige 1, 6, 7, 8, 13 und 14.

Joch

Bei der Bestimmung der Jochwiderstände muss die Statortransformation gemäß Abschnitt 5.2.1 berücksichtigt werden. Damit ergibt sich die Länge des einzelnen Jochwiderstandes nach Abbildung A.14b als Quotient des mittleren Umfangs und der Rotornutzahl, die Fläche als Produkt der Jochhöhe und der axialen Blechpaketlänge.

$$R_{m,15/\dots/28} = \frac{\pi \cdot (D_{1a} - h_{1J})}{N_2 \cdot h_{1J} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

A.4.2 Rotorwiderstände #-Design

Streustege und Entlastungspfade

Die Geometrie der Streustege und der Entlastungspfade des #-Designs kann Abbildung 8.14a entnommen werden. Formelmäßig ergibt sich für die Streustegwiderstände:

$$R_{m,29/.../32} = \frac{h_{\sigma}}{b_{\sigma} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

Bei den Entlastungspfadwiderständen wird lediglich der relevante Luftanteil berücksichtigt.

$$R_{m,33/.../36} = \frac{h_{ep}}{b_{ep} \cdot l_{ax} \cdot \mu_0}$$

Radialpfad (d-Achse)

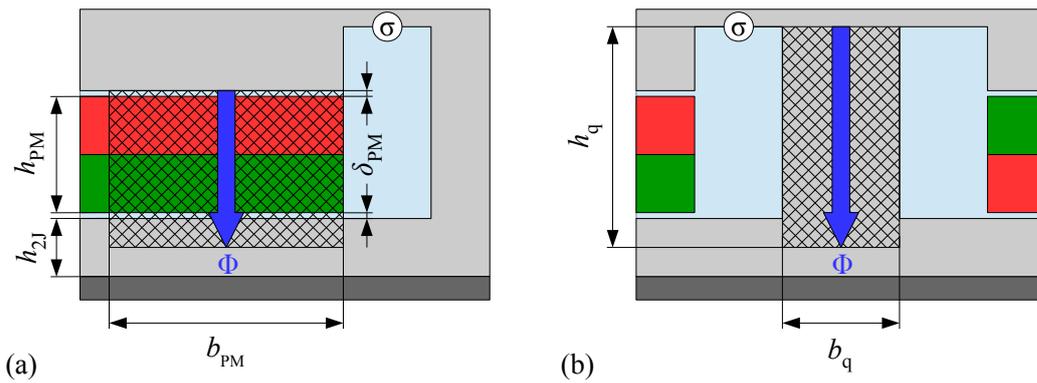


Abbildung A.15: Zur Berechnung von PM- (a) und q-Achsen-Widerstand (b) im #-Design

In der d-Achse liegt eine Reihenschaltung von Magnet, doppeltem Magnetluftspalt und halber Rotorjochhöhe gemäß Abbildung A.15a vor.

$$R_{m,39/.../42} = \frac{d_{PM}}{h_{PM} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{PM}} + \frac{2 \cdot \delta_{PM}}{h_{PM} \cdot l_{ax} \cdot \mu_0} + \frac{h_{2J}}{2 \cdot h_{PM} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

Radialpfad (q-Achse)

Der Widerstand der q-Achse wird gemäß Abbildung A.15b approximiert. Die Widerstandslänge h_q ist von den Entlastungspfadenden bis hin zu den Rotorjochwiderständen $R_{m,43/44/46/47}$ zu bemessen. Als Breite b_q wird der mittlere Wert der über h_q variierenden geometrischen Breite angenommen.

$$R_{m,37/38} = \frac{h_q}{b_q \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

Joch

Die Widerstandsweite aller Rotorjochwiderstände des #-Designs entspricht der Rotorjochhöhe h_{2J} . Als Länge der Rotorjochwiderstände der Zweige 45 und 48 wird die Magnetbreite b_{PM} zu Grunde gelegt, da die Widerstände von Magnetmitte zu Magnetmitte der beiden Magnete eines Pols reichen.

$$R_{m,45/48} = \frac{b_{PM}}{h_{2J} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

Für die übrigen Widerstände ist die halbe Magnetbreite einzusetzen.

$$R_{m,43/44/46/47} = \frac{b_{PM}}{2 \cdot h_{2J} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

A.4.3 Rotorwiderstände V-Design

Streustege und Entlastungspfade

Für die Berechnung der Streusteg- und Entlastungspfadwiderstände des V-Designs sind die geometrischen Abmessungen nach Abbildung 8.14b maßgeblich.

$$R_{m,33/.../36} = \frac{h_{\sigma}}{b_{\sigma} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

$$R_{m,41/42} = \frac{h_{ep}}{b_{ep} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

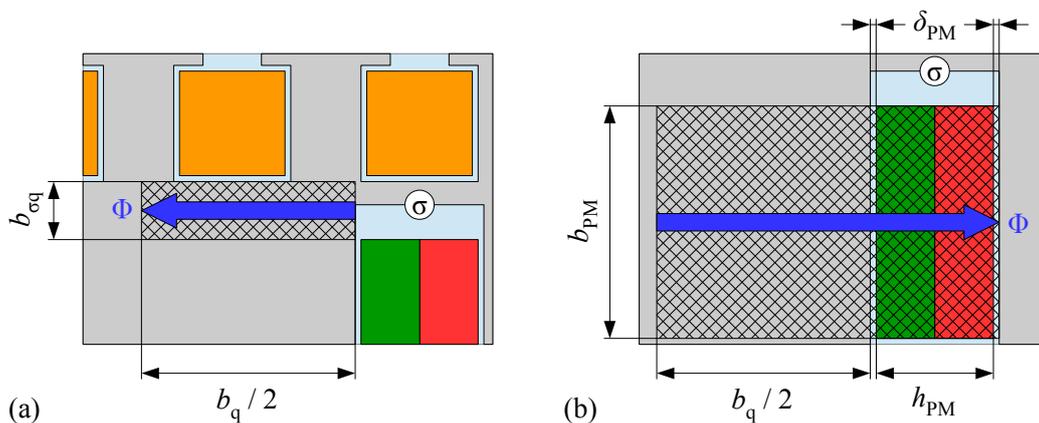


Abbildung A.16: Zur Berechnung von Tangential- (a) und PM-Widerstand (b) im V-Design

Darüber hinaus tritt beim V-Design noch ein zweiter, zur Drehachse tangentialer Pfad zwischen Streusteg und q-Achse gemäß Abbildung A.16a in Erscheinung, welcher die Verbindung zwischen Streusteg $\textcircled{\sigma}$ und q-Achse herstellt. Seine Länge entspricht der halben q-Achsen-Breite b_q , seine Breite ist als Abstand $b_{\sigma q}$ zwischen der oberen Magnetkante und der unteren Rotornutkante definiert.

$$R_{m,29/.../32} = \frac{b_q}{2 \cdot b_{\sigma q} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

Radialpfad (d-Achse)

In der d-Achse sind der bereits diskutierte Entlastungspfad sowie die Flusswege durch die Magnete zu beachten. Der Widerstand letztgenannter berechnet sich als Reihenschaltung von Magnet, doppeltem Magnetluftspalt und halber q-Achsen-Fläche nach Abbildung A.16b.

$$R_{m,43/.../46} = \frac{d_{PM}}{h_{PM} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{PM}} + \frac{2 \cdot \delta_{PM}}{h_{PM} \cdot l_{ax} \cdot \mu_0} + \frac{b_q}{2 \cdot b_{PM} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

Radialpfad (q-Achse)

Mit den in Abbildung A.16b definierten Größen und der Rotorjochhöhe h_{2J} nach Abbildung 8.1 ergeben sich die Widerstände der q-Achse. Das äußere Ende der Widerstände $R_{m,37/38}$ wird dabei in die Mitte der Widerstände $R_{m,29/.../32}$ gelegt, das innere in die Magnetmitte. Analog dazu liegt das äußere Ende von $R_{m,39/40}$ in der Magnetmitte, das innere in der Rotorjochmitte. Daraus resultiert der Faktor 2 im Nenner der Bestimmungsgleichungen.

$$R_{m,37/38} = \frac{b_{PM} + b_{\sigma q}}{2 \cdot b_q \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

$$R_{m,39/40} = \frac{b_{PM} + h_{2J}}{2 \cdot b_q \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}}$$

Joch

Die Länge der Rotorjochwiderstände im V-Design entspricht dem mittleren Jochumfang dividiert durch die Anzahl der Widerstände. Auf ein Polpaar treten beim V-Design die vier Widerstände $R_{m,47/.../50}$ auf, sodass sich mit der Rotorjochhöhe h_{2J} nach Abbildung 8.1 folgende Formel ergibt:

$$R_{m,47/.../50} = \frac{\pi \cdot (D_W + h_{2J})}{4 \cdot p \cdot h_{2J} \cdot l_{ax} \cdot \mu_{Fe}} .$$

A.5 Magnetische Spannungsquellen der Statorwicklung

A.5.1 Herleitung der Felderregerkurve

Zur Berechnung der magnetischen Spannungsquellen wird nachfolgend der ortsabhängige Strombelag $A(\gamma_1)$ eingeführt. Er lässt sich als eine feine, gleichmäßige Verteilung der stromführenden Leiter eines Strangs auf seine Wicklungszone bezogen auf den Statorbohrungsdurchmesser D_{1i} verstehen. Durch Integration des Strombelags über den Statorbohrungsumfang kann die Felderregerkurve Θ bestimmt werden, welche die Grundlage zur Bestimmung der einzelnen Durchflutungsquellen darstellt. Abbildung A.17 zeigt den entsprechenden Modellierungsvorgang. Der Ständer entspricht dabei einer Abwicklung der in Kapitel 3 gezeigten zweipoligen Synchronmaschine mit 18 Statornuten.

Der Statorumlaufwinkel γ_1 beginnt an der a-Achse, der Rotorumlaufwinkel γ_2 an der d-Achse. Beide Umlaufwinkel sind durch den elektrischen Rotorlagewinkel γ_{12} miteinander verknüpft.

$$\gamma_1 = \gamma_2 + \gamma_{12} \quad (\text{A.54})$$

Der Strombelag $\pm A_{a/b/c} = A_{\text{str}}$ der einzelnen Zonen ergibt sich als Quotient der gesamten Zonendurchflutung Θ_{str} und dem Anteil einer Zone am Gesamtumfang der Statorbohrung $\tau_{1N} \cdot q_1$ ^[6]. Für die Durchflutung einer Zone gilt

$$\Theta_{\text{str}}(t) = i_{\text{str}}(t) \cdot \frac{z_{1N} \cdot q_1}{a_1} \cdot \xi_{1p} = \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_{\text{str}} + \varphi_0) \cdot \frac{z_{1N} \cdot q_1}{a_1} \cdot \xi_{1p}. \quad (\text{A.55})$$

Dementsprechend ergibt sich der Strombelag zu

$$A_{\text{str}}(t) = \frac{\Theta_{\text{str}}(t)}{\tau_{1N} \cdot q_1} = \frac{i_{\text{str}}(t) \cdot z_{1N} \cdot q_1}{\tau_{1N} \cdot q_1 \cdot a_1} \cdot \xi_{1p} = \frac{i_{\text{str}}(t) \cdot z_{1N}}{\tau_{1N} \cdot a_1} \cdot \xi_{1p}. \quad (\text{A.56})$$

Zur Berechnung der magnetischen Felderregerkurve wird die Strombelagskurve über γ_1 integriert. Hierzu wird zunächst die Strombelagsfunktion eines Strangs aus den beiden Zonenstrombelägen zusammengesetzt und als FOURIER-Reihe formuliert^[7].

$$A_{\text{str}}(\gamma_1, t) = \sum_{k=1}^{\infty} a(k, t) \cdot \cos(k \cdot \gamma_1) + b(k, t) \cdot \sin(k \cdot \gamma_1) \quad (\text{A.57})$$

Zur Berechnung der FOURIER-Koeffizienten wird der Strombelag gemäß Abbildung A.18 als DIRAC-Impuls dargestellt.

^[6]Zur Definition von τ_{1N} siehe Gleichung (5.6a).

^[7]Bei einem symmetrischen Wicklungsaufbau tritt kein Gleichanteil des Strombelags $a^{(0)}/2$ auf, weshalb dieser im Weiteren vernachlässigt werden kann.

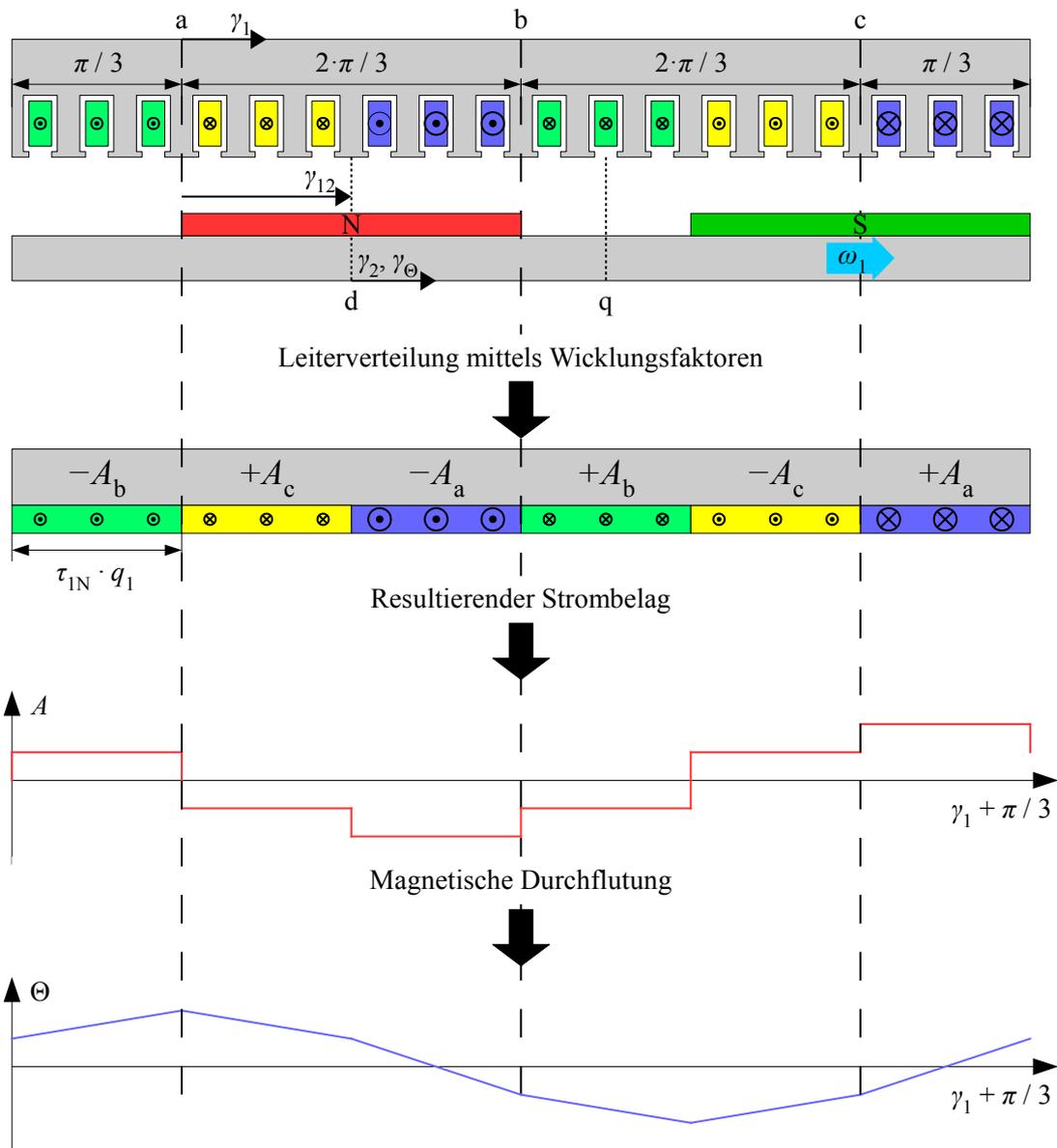


Abbildung A.17: Herleitung der Felderregerkurve für den Bestromungszustand $i_a/2 = -i_b = -i_c$

Damit kann der konzentrierte Strombelag als Quotient der konzentrierten Nutdurchflutung durch den Winkel 2ε definiert werden, wobei ε gegen null strebt. Definitionsgemäß nimmt die DIRAC-Funktion an dieser Stelle den Wert ∞ an. Im übrigen Wertebereich ist sie null.

$$A_{\text{str}}(t) = \begin{cases} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\pi}{\tau_{1p}} \cdot \frac{\Theta_{\text{str}}(t)}{2\varepsilon} & \text{in Zonenmitte} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A.58})$$

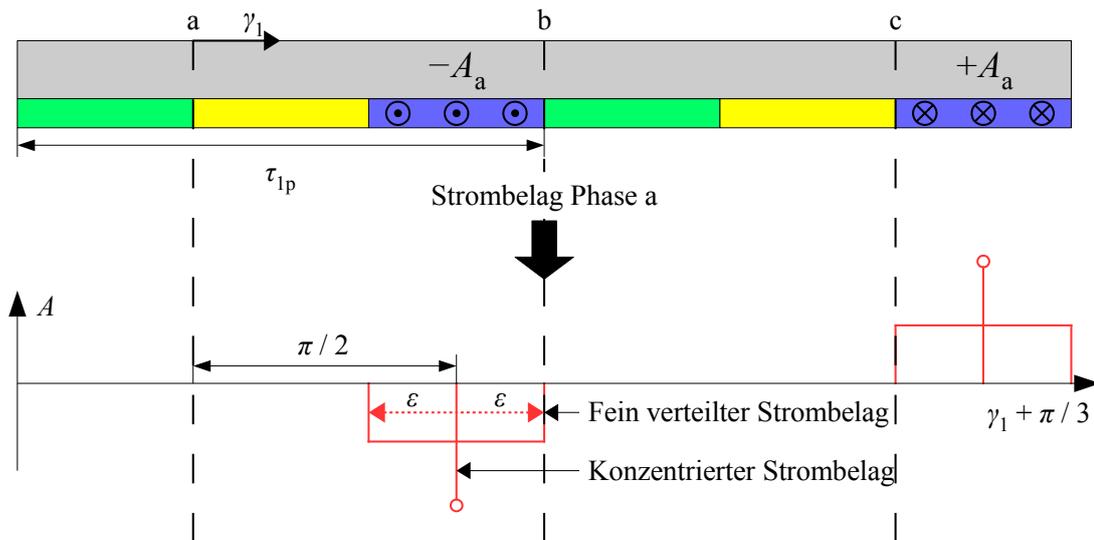


Abbildung A.18: Übergang vom räumlich verteilten auf den konzentrierten Strombelag in Form eines DIRAC-Impulses

Die Polteilung τ_{1p} des Stators ist wie folgt definiert:

$$\tau_{1p} = \frac{D_{li}}{2p} . \quad (\text{A.59})$$

Mit der DIRAC-Funktion des Strombelags können die FOURIER-Koeffizienten $a(k)$ und $b(k)$ berechnet werden. Zunächst sei ersterer Koeffizient für den Strombelag A_a hergeleitet. Unter Ausnutzung der Symmetrie kann weiterhin die Betrachtung auf einen Pol beschränkt werden. Da der konzentrierte Strombelag lediglich in der Zonenmitte (im Falle des a-Strombelags bei $\pi/2$ bezogen auf den γ_1 -Zählpfeil) einen Betrag ungleich null besitzt, muss bei der Integration nur dieser Punkt berücksichtigt werden.

$$\begin{aligned} a(k) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} A_a(t) \cdot \cos(k \cdot \gamma_1) d\gamma_1 \\ &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} A_a(t) \cdot \cos(k \cdot \gamma_1) d\gamma_1 \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{2}-\epsilon}^{\frac{\pi}{2}+\epsilon} -\frac{\pi}{\tau_{1p}} \cdot \frac{\Theta_a(t)}{2\epsilon} \cdot \cos(k \cdot \gamma_1) d\gamma_1 \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} -\frac{\Theta_a(t)}{\tau_{1p} \cdot \epsilon} \cdot \int_{\frac{\pi}{2}-\epsilon}^{\frac{\pi}{2}+\epsilon} \cos(k \cdot \gamma_1) d\gamma_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{\Theta_a(t)}{k \cdot \tau_{1p}} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left[\sin\left(k \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon\right)\right) - \sin\left(k \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right)\right) \right] \\
 &= -\frac{\Theta_a(t)}{k \cdot \tau_{1p}} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left[\sin\left(k \cdot \frac{\pi}{2} + k \cdot \varepsilon\right) - \sin\left(k \cdot \frac{\pi}{2} - k \cdot \varepsilon\right) \right] \quad (\text{A.60})
 \end{aligned}$$

Der Grenzwert der Funktion $\sin(k \cdot \varepsilon)/\varepsilon$ für ε gegen null lässt sich beispielsweise mit der Regel von DE L'HOSPITAL bestimmen. Dabei werden sowohl Zähler als auch Nenner nach ε abgeleitet und der Grenzwert des so entstehenden neuen Bruchs berechnet.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sin(k \cdot \varepsilon)}{\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{(\sin(k \cdot \varepsilon))'}{(\varepsilon)'} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{k \cdot \cos(k \cdot \varepsilon)}{1} = k \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \cos(k \cdot \varepsilon) \quad (\text{A.61})$$

Anwendung von Formel (A.61) auf Gleichung (A.60) ermöglicht die Berechnung des Grenzwertterms. Da der ε -Term innerhalb des zweiten Sinusters ein negatives Vorzeichen besitzt, wird dieser resultierend positiv gewertet.

$$\begin{aligned}
 a(k) &= -\frac{\Theta_a(t)}{k \cdot \tau_{1p}} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[k \cdot \cos\left(k \cdot \frac{\pi}{2} + k \cdot \varepsilon\right) + k \cdot \cos\left(k \cdot \frac{\pi}{2} - k \cdot \varepsilon\right) \right] \\
 &= -\frac{2}{\tau_{1p}} \cdot \Theta_a(t) \cdot \cos\left(k \cdot \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{A.62})
 \end{aligned}$$

Analoges Vorgehen führt auf den zweiten Koeffizienten $b(k)$. Bei der Verwendung der Regel von DE L'HOSPITAL sei darauf hingewiesen, dass die Ableitung des durch die Integration entstehenden Kosinusters dem negativen Sinus entspricht. Da durch die Integration jedoch ebenfalls der Faktor -1 zur Gleichung hinzukommt, gleichen sich beide Minuszeichen schlussendlich wieder aus, sodass sich Gleichung (A.62) und Gleichung (A.63) nur durch den resultierenden Sinusbeziehungsweise Kosinusterm unterscheiden.

$$\begin{aligned}
 b(k) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} A_a(t) \cdot \sin(k \cdot \gamma_1) d\gamma_1 \\
 &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} A_a(t) \cdot \sin(k \cdot \gamma_1) d\gamma_1 \\
 &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{2}{\pi} \cdot \int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\varepsilon} -\frac{\pi}{\tau_{1p}} \cdot \frac{\Theta_a(t)}{2\varepsilon} \cdot \sin(k \cdot \gamma_1) d\gamma_1 \\
 &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\Theta_a(t)}{\tau_{1p} \cdot \varepsilon} \cdot \int_{\frac{\pi}{2}-\varepsilon}^{\frac{\pi}{2}+\varepsilon} \sin(k \cdot \gamma_1) d\gamma_1 \\
 &= -\frac{\Theta_a(t)}{k \cdot \tau_{1p}} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left[-\cos\left(k \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon\right)\right) + \cos\left(k \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right)\right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{\Theta_a(t)}{k \cdot \tau_{1p}} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left[-\cos\left(k \cdot \frac{\pi}{2} + k \cdot \varepsilon\right) + \cos\left(k \cdot \frac{\pi}{2} - k \cdot \varepsilon\right) \right] \\
&= -\frac{\Theta_a(t)}{k \cdot \tau_{1p}} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[k \cdot \sin\left(k \cdot \frac{\pi}{2} + k \cdot \varepsilon\right) + k \cdot \sin\left(k \cdot \frac{\pi}{2} - k \cdot \varepsilon\right) \right] \\
&= -\frac{2}{\tau_{1p}} \cdot \Theta_a(t) \cdot \sin\left(k \cdot \frac{\pi}{2}\right)
\end{aligned} \tag{A.63}$$

Wird die Betrachtung auf die Grundwelle p beschränkt, so ist $k = 1$. Da $a(1) = 0$ gilt, ist im Nachfolgenden lediglich der Sinusterm von Gleichung (A.57) von Bedeutung. Zur Berücksichtigung der räumlichen Position der Phase a wird der additive Anteil $\varphi_{\text{str}} = \varphi_a$ dem Sinusargument hinzugefügt^[8].

$$\begin{aligned}
A_{a,p}(\gamma_1, t) &= -\frac{2}{\tau_{1p}} \cdot \Theta_a(t) \cdot \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1} \cdot \sin(\gamma_1 + \varphi_a) \\
&= -\frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot w_1 \cdot \xi_{1p}}{\tau_{1p} \cdot p} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \varphi_a) \cdot \sin(\gamma_1 + \varphi_a) \\
&= -\hat{A}_{a,p} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \varphi_a) \cdot \sin(\gamma_1 + \varphi_a)
\end{aligned} \tag{A.64}$$

Integration des Strombelags über γ_1 ergibt die Strangdurchflutungsgrundwelle. Ausgehend von der Prämisse eines rein radialen Hauptflusses kann die aufgrund des unbestimmten Integrals auftretende Integrationskonstante zu null gesetzt werden.

$$\begin{aligned}
\Theta_{a,p}(\gamma_1, t) &= \frac{\tau_{1p}}{\pi} \int A_{a,p}(\gamma_1, t) d\gamma_1 \\
&= -\frac{\tau_{1p}}{\pi} \int \hat{A}_{a,p} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \varphi_a) \cdot \sin(\gamma_1 + \varphi_a) d\gamma_1 \\
&= \frac{\tau_{1p}}{\pi} \cdot \hat{A}_{a,p} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \varphi_a) \cdot \cos(\gamma_1 + \varphi_a) + \overset{0}{k} \\
&= \hat{\Theta}_{a,p} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \varphi_a) \cdot \cos(\gamma_1 + \varphi_a)
\end{aligned} \tag{A.65}$$

Zur Vereinfachung der auftretenden Kosinus-Produkte kann folgender trigonometrischer Zusammenhang genutzt werden:

$$\cos(x) \cdot \cos(y) = \frac{1}{2} (\cos(x - y) + \cos(x + y)) \tag{A.66}$$

Demzufolge lässt sich Gleichung (A.65) auch als Summe zweier Kosinusterme formulieren.

$$\Theta_{a,p}(\gamma_1, t) = \frac{\hat{\Theta}_{a,p}}{2} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \varphi_a - \gamma_1 - \varphi_a) + \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \varphi_a + \gamma_1 + \varphi_a))$$

^[8]Im Falle von a ist dieser Winkel null, da γ_1 definitionsgemäß seinen Ursprung in der a -Achse hat. Für die Achsen b und c entspricht dieser Winkel dem elektrischen Phasenversatz gegenüber a .

$$= \frac{\hat{\Theta}_{a,p}}{2} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 - \gamma_1) + \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \gamma_1 + 2 \cdot \varphi_a)) \quad (\text{A.67})$$

Für die Amplitude der Strangdurchflutungsgrundwelle $\hat{\Theta}_{a,p}$ gilt

$$\hat{\Theta}_{a,p} = \frac{\tau_{1p}}{\pi} \cdot \hat{A}_{a,p} = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot w_1 \cdot \xi_{1p}}{p \cdot \pi} \quad (\text{A.68})$$

Für die Amplituden der beiden anderen Strangdurchflutungsgrundwellen b und c ergibt sich durch analoges Vorgehen dieselbe Amplitude.

$$\hat{\Theta}_{\text{str},p} = \hat{\Theta}_{a,p} = \hat{\Theta}_{b,p} = \hat{\Theta}_{c,p} \quad (\text{A.69})$$

Die gesamte Durchflutungsgrundwelle ergibt sich nun als Summe der drei Strangdurchflutungsgrundwellen. Dabei ist der Phasenversatz der einzelnen Ströme untereinander sowie die in Bezug auf den Koordinatenursprung von γ_1 unterschiedliche räumliche Verteilung der Wicklungen zu berücksichtigen. Dies geschieht mit dem Lagewinkel φ_{str} , welcher für a den Wert 0, für b den Wert $-2\pi/3$ und für c den Wert $+2\pi/3$ besitzt.

$$\begin{aligned} \Theta_{1p} &= \Theta_{a,p}(\gamma_1, t) + \Theta_{b,p}(\gamma_1, t) + \Theta_{c,p}(\gamma_1, t) \\ &= \frac{\hat{\Theta}_{\text{str},p}}{2} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 - \gamma_1) + \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \gamma_1 + 2 \cdot \varphi_a)) \\ &\quad + \frac{\hat{\Theta}_{\text{str},p}}{2} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 - \gamma_1) + \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \gamma_1 + 2 \cdot \varphi_b)) \\ &\quad + \frac{\hat{\Theta}_{\text{str},p}}{2} \cdot (\cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 - \gamma_1) + \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \gamma_1 + 2 \cdot \varphi_c)) \\ &= \frac{\hat{\Theta}_{\text{str},p}}{2} \cdot 3 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 - \gamma_1) \\ &\quad + \frac{\hat{\Theta}_{\text{str},p}}{2} \cdot \sum_{\varphi_{\text{str}} = [\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c]} \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 + \gamma_1 + 2 \cdot \varphi_{\text{str}}) \end{aligned}$$

Der zweite Summand wird beim Einsetzen der drei Phasenwinkel zu null. Somit ergibt sich die resultierende Durchflutungsgrundwelle in Statorkoordinaten gemäß der nachfolgenden Gleichung.

$$\Theta_{1p}(\gamma_1, t) = \frac{3}{2} \cdot \hat{\Theta}_{\text{str},p} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 - \gamma_1) \quad (\text{A.70a})$$

$$\Leftrightarrow \Theta_{1p}(\gamma_1, t) = \hat{\Theta}_{1p} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t + \varphi_0 - \gamma_1) \quad (\text{A.70b})$$

$$\Leftrightarrow \Theta_{1p}(\gamma_1, t) = \hat{\Theta}_{1p} \cdot \cos(\gamma_1 - \omega_1 \cdot t - \varphi_0) \quad (\text{A.70c})$$

Die Amplitude der resultierenden Durchflutungsgrundwelle beträgt demzufolge

$$\hat{\Theta}_{1p} = \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot w_1 \cdot \xi_{1p}}{p \cdot \pi} . \quad (\text{A.71})$$

Zur Eliminierung der Zeitabhängigkeit von Θ_{1p} wird die Felderregerkurve mittels (A.54) in rotorfeste Koordinaten transformiert. Im Falle des stationären synchronen Betriebs ist die Änderungsrate von γ_{12} konstant, sodass der elektrische Rotorlagewinkel gemäß Gleichung (3.10) als Produkt der elektrischen Winkelgeschwindigkeit ω_1 und der Zeit aufgefasst t werden kann.

$$\begin{aligned} \Theta_{1p}(\gamma_2, t) &= \hat{\Theta}_{1p} \cdot \cos(\gamma_2 + \gamma_{12} - \omega_1 \cdot t - \varphi_0) \\ &= \hat{\Theta}_{1p} \cdot \cos(\gamma_2 + \cancel{\omega_1 \cdot t} - \cancel{\omega_1 \cdot t} - \varphi_0) \\ &= \hat{\Theta}_{1p} \cdot \cos(\gamma_2 - \varphi_0) \end{aligned} \quad (\text{A.72})$$

Wie aus Gleichung (A.72) ersichtlich ist, entfällt in Rotorkoordinaten die Zeitabhängigkeit der Felderregerkurve im stationären synchronen Betrieb. Das Maximum der Felderregerkurve tritt daher stets bei $\gamma_2 = \varphi_0$ auf. Dieser Punkt ist bei $\varphi_0 = 0$ in der d-Achse zu finden. Der Anfangslagewinkel φ_0 kann daher als Bestromungswinkel γ_{Θ} der Maschine aufgefasst werden, welcher seinen Bezugspunkt in der d-Achse besitzt (vergleiche Abbildung A.17).

$$\gamma_{\Theta} = \varphi_0 \quad (\text{A.73})$$

A.5.2 Definition des Bestromungswinkels

Die Felderregerkurve soll im Nachfolgenden mit dem Bestromungswinkel gemäß Gleichung (A.73) formuliert werden.

$$\Theta_{1p}(\gamma_2) = \hat{\Theta}_{1p} \cdot \cos(\gamma_2 - \gamma_{\Theta}) \quad (\text{A.74})$$

Bei einem Bestromungswinkel $\gamma_{\Theta} = \pi/2$ kann in Analogie zum stromeingepägten Betrieb von Servomotoren von einer Stromeinprägung in die q-Achse ($I_{1d} = 0$) gesprochen werden. Für positive Werte von I_{1d} wird das Feld der Magneten verstärkt, für negative Werte hingegen abgeschwächt. Eine allgemeine Darstellung des Zusammenhangs zwischen I_1 , $I_{1,d/q}$ und γ_{Θ} kann Abbildung A.19 entnommen werden.

Somit können I_{1d} und I_{1q} mit Hilfe von trigonometrischen Funktionen in Abhängigkeit von I_1 und γ_{Θ} dargestellt werden.

$$I_{1d} = I_1 \cdot \cos(\gamma_{\Theta}) \quad (\text{A.75a})$$

$$I_{1q} = I_1 \cdot \sin(\gamma_{\Theta}) \quad (\text{A.75b})$$

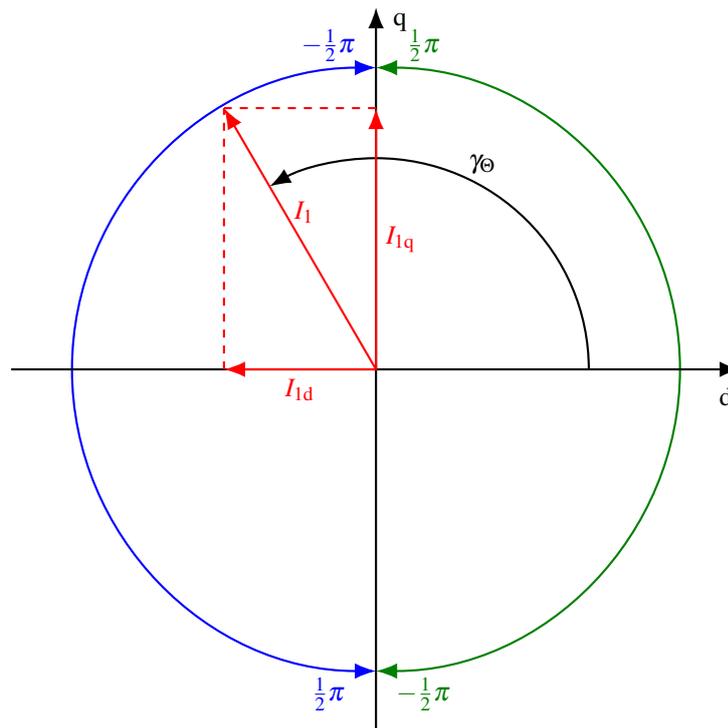


Abbildung A.19: Definition des Bestromungswinkels γ_{Θ} im Zeigerdiagramm

Division von (A.75b) durch (A.75a) führt auf folgenden Ausdruck:

$$\frac{I_{1q}}{I_{1d}} = \frac{\sin(\gamma_{\Theta})}{\cos(\gamma_{\Theta})} = \tan(\gamma_{\Theta}) . \quad (\text{A.75c})$$

Durch Anwendung des Arkustangens auf beide Seiten von Gleichung (A.75c) kann eine Formel zur Berechnung des Bestromungswinkels bei Kenntnis von $I_{1,d/q}$ gewonnen werden. Hierbei ist jedoch zu beachten, dass die Zielmenge des Arkustangens nur von $-\pi/2$ bis $\pi/2$ reicht (grüne Pfeile in Abbildung A.19). Um auch für $I_{1d} < 0$ den korrekten Winkel zu bestimmen (blaue Pfeile in Abbildung A.19), muss daher eine Fallunterscheidung durchgeführt werden.

$$\gamma_{\Theta} = \begin{cases} \arctan\left(\frac{I_{1q}}{I_{1d}}\right) & \text{für } I_{1d} \leq 0 \\ \arctan\left(\frac{I_{1q}}{I_{1d}}\right) + \pi & \text{für } I_{1d} > 0 \end{cases} \quad (\text{A.76})$$

A.6 Schwungmassenanlage

A.6.1 Motivation

Zur experimentellen Überprüfung der Eintrittfallgrenze ist es notwendig, das Antriebsstrang-Trägheitsmoment J_{ges} variabel zu gestalten. Eine Möglichkeit hierzu ist die Nutzung von Schwungscheiben, welche mit dem Antriebsstrang gekuppelt werden. Die einzelne Scheibe wird in axialer Richtung dünn dimensioniert, sodass auf einer gegebenen axialen Länge eine große Anzahl von Scheiben Platz findet. Durch Variation der Scheibenanzahl kann so eine feine Diskretisierung der möglichen Trägheitsmomente realisiert und die Eintrittfallgrenze in einem weiten Bereich experimentell ermittelt werden.

Die Kupplung der Schwungscheiben mit dem Antriebsstrang stellt hohe Anforderungen an die Welle-Nabe-Verbindung, welche zum einen den während des Hochlaufs auftretenden Stoßdrehmomenten standhalten muss, zum anderen aber auch eine schnelle und unkomplizierte Änderung des Trägheitsmoments durch Austausch der Schwungscheiben ermöglichen soll. Letztere Anforderung bedingt eine formschlüssige Verbindung mit Spielpassung zwischen Scheibe und Welle, da bei reibschlüssigen Verbindungen ein zeitaufwendiges Verspannen von Welle und Nabe erforderlich ist^[9]. Gemäß [SS12a] kann erstere Anforderung besonders gut durch die sogenannten Polygonprofile erfüllt werden, auf die im Nachfolgenden kurz eingegangen wird.

A.6.2 Polygonprofil

Bei den technisch verwendeten Polygonprofilen P3G nach DIN 32711 und P4C nach DIN 32712 handelt es sich um sogenannte Trochoiden. Die nachfolgenden Formeln ergeben in der kartesischen x-y-Ebene für $n = 3$ das P3G-Profil, für $n = 4$ das P4C-Profil.

$$x = \left(\frac{D}{2} - e \cdot \cos(n \cdot \alpha) \right) \cdot \cos(\alpha) - n \cdot e \cdot \sin(n \cdot \alpha) \cdot \sin(\alpha) \quad (\text{A.77})$$

$$y = \left(\frac{D}{2} - e \cdot \cos(n \cdot \alpha) \right) \cdot \sin(\alpha) - n \cdot e \cdot \sin(n \cdot \alpha) \cdot \cos(\alpha) \quad (\text{A.78})$$

Mit D wird der Nenndurchmesser und mit e die Exzentrizität des Profils gemäß der jeweiligen DIN-Norm bezeichnet, während α den Winkel zwischen x-Achse und Kurvennormale benennt. Zur Erstellung des vollständigen Profils wird α von 0 bis 2π variiert. Nach [SS12a] kann beim P4C-Profil mit einer entsprechenden Passung eine Verschiebung von Welle und Nabe unter Last erfolgen, während dies beim P3G-Profil nicht möglich ist. Da die axiale Verschiebbarkeit unter Last für den vorliegenden Einsatzzweck nicht gewünscht ist, wird das P3G-Profil gemäß Abbildung A.20 genutzt.

^[9]Zur Definition von reib- und formschlüssigen Verbindungen siehe beispielsweise [SS12a].

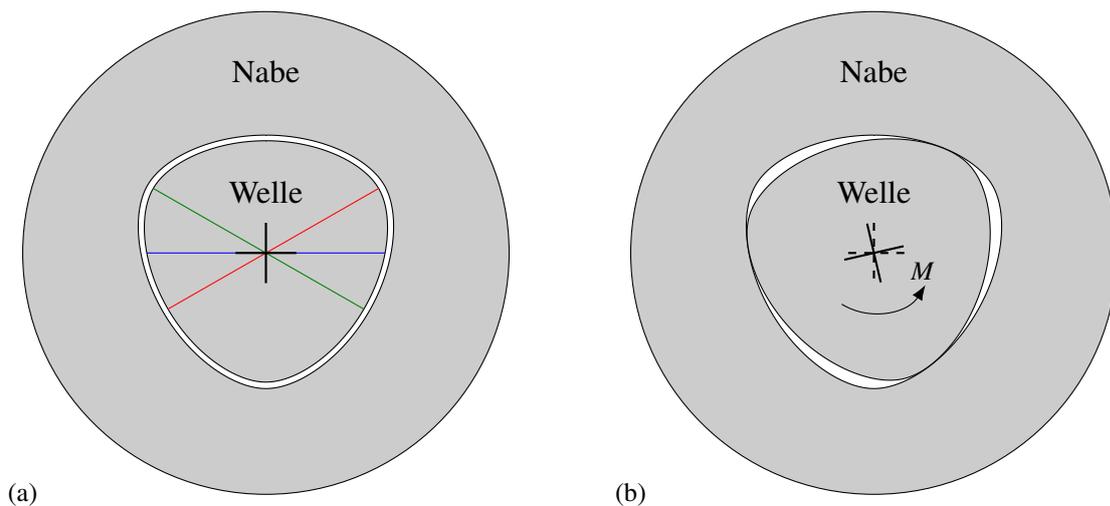


Abbildung A.20: Polygonwelle und -nabe im (a) unbelasteten und (b) belasteten Zustand

In A.20a ist eine ruhende Welle-Nabe-Verbindung mittels P3G-Profil dargestellt^[10]. Die gezeigte Profilform resultiert direkt aus den angegebenen Parametergleichungen und besitzt drei Ecken, die harmonisch in die Flanken übergehen. Eine Besonderheit des P3G-Profiles ist sein Gleichdickcharakter (rote, blaue und grüne Linie sind gleich lang), welcher im Gegensatz zu anderen formschlüssigen Verbindungen eine stets gleichmäßige Dicke der Welle und damit eine erhöhte mechanische Festigkeit bedingt. Wird die Welle wie in A.20b mit einem Drehmoment M belastet, so verdreht sich die Welle in der Nabe, bis die Wirkflächen aufeinander gepresst und die Nabe mitgenommen wird. Dieses Vorgang läuft im Vergleich zu anderen formschlüssigen Verbindungen mit Spielpassung sehr materialschonend ab, da die Wirkflächen „allmählich“ aufeinander geschoben werden und nicht wie beispielsweise bei Passfeder- oder Keilwellenverbindungen ein ruckartiges Auftreffen stattfindet. Die Vermeidung scharfer Kanten trägt ebenfalls zur Langlebigkeit des Profils bei.

A.6.3 Aufbau der Anlage

Die konstruktive Realisierung der Schwungmassenanlage ist in Abbildung A.21 skizziert und in Abbildung A.22 fotografisch dokumentiert. Sie besteht im Wesentlichen aus zwei fliegend^[11] gelagerten Wellen, welche in der Abbildung als Lang- und Kurzwelle bezeichnet sind. Zwischen beiden Wellen existiert ein Montagespalt, der im Betrieb mit Hilfe einer Schiebemuffe überbrückt wird. Diese besitzt auf ihrer Innenseite ein Naben-Polygonprofil, mit dem eine drehsteife Verbindung beider Wellen hergestellt wird.

^[10]Zur besseren Verständlichkeit ist eine überhöhte Spielpassung gezeigt.

^[11]Zur Begriffserklärung siehe beispielsweise [SS12b].

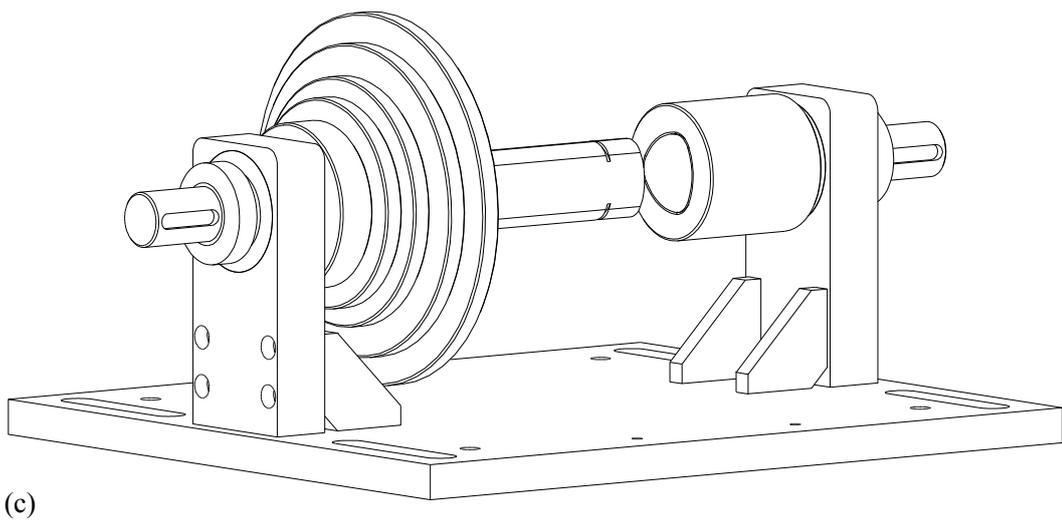
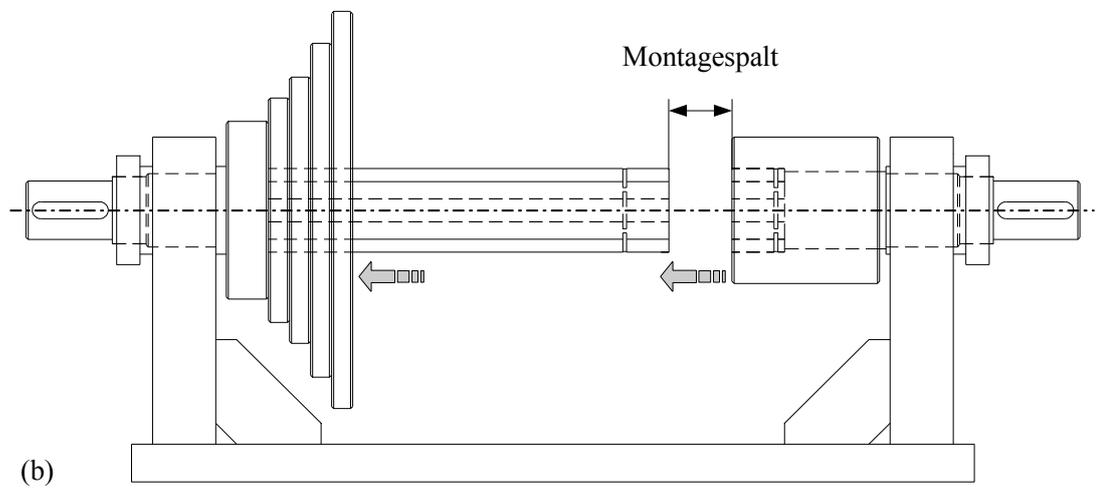
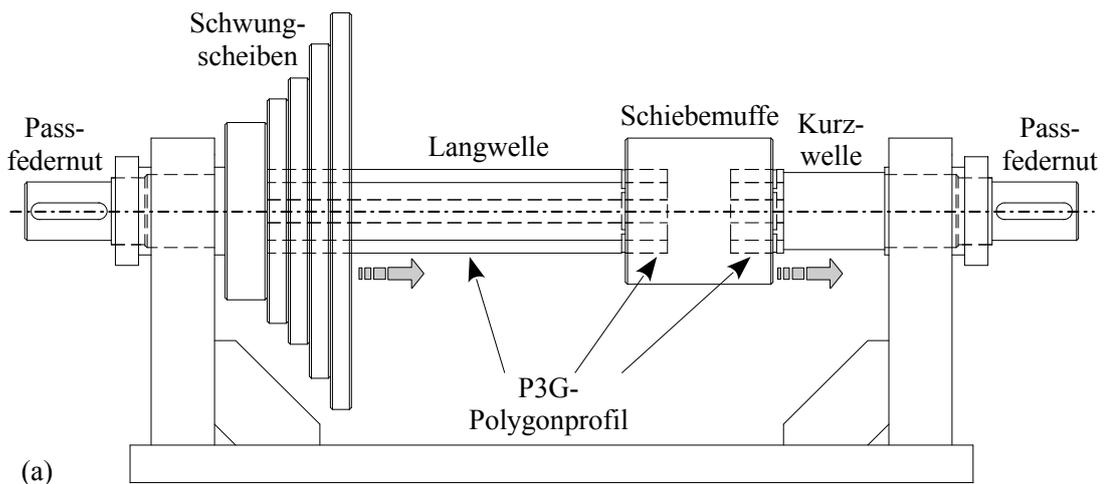
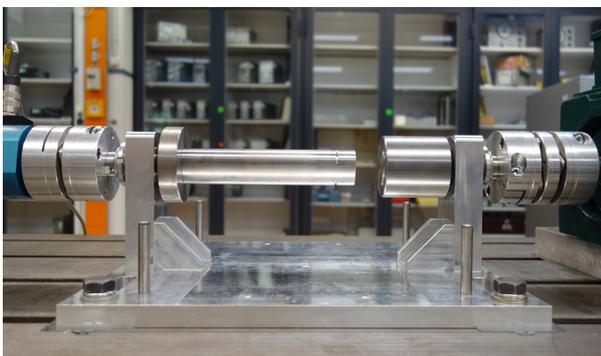
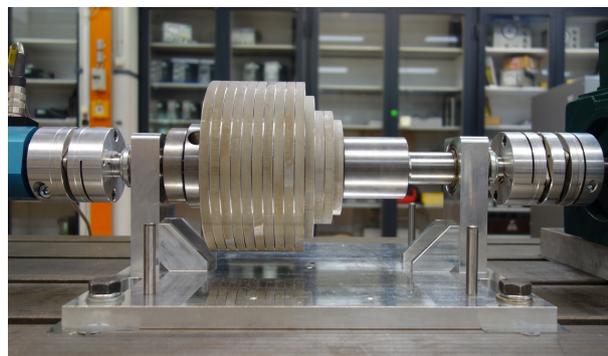


Abbildung A.21: Gitterzeichnung der Schwungmassenanlage im (a) gekoppelten Zustand beziehungsweise (b) und (c) entkoppelten Zustand

Auf dem Polygonprofil der Langwelle sind die Schwungscheiben, welche ebenfalls über eine Naben-Polygonbohrung verfügen, montiert. Soll die Schwungscheibenkonfiguration der Langwelle geändert werden, so wird die Schiebemuffe auf die Kurzwelle aufgeschoben, was beide Wellen voneinander entkoppelt und den dazwischen liegenden Montagespalt freigibt (Abbildung A.22a). Über diesen können Schwungscheiben vom Polygonprofil der Langwelle abgezogen beziehungsweise weitere Schwungscheiben aufgeschoben werden. Ist die gewünschte Konfiguration erreicht, so können Lang- und Kurzwelle über die Schiebemuffe wieder gekoppelt werden (Abbildung A.22b). Zur Sicherung der Schwungscheiben gegen axiale Verschiebung werden diese mit passend konstruierten Klemmringsen fixiert (Abbildung A.22d).



(a) Leere, geöffnete Schwungmassenanlage



(b) Beladene, geschlossene Schwungmassenanlage



(c) Verschiedene Schwungscheiben



(d) Klemmringse

Abbildung A.22: Aufbau und Komponentenübersicht der Schwungmassenanlage

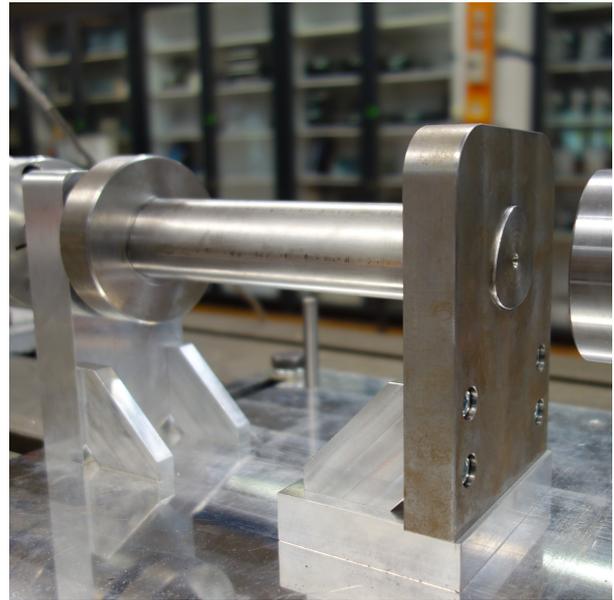
Die Änderung des Gesamtträgheitsmoments des Antriebsstrangs erfolgt additiv: Wird eine Schwungscheibe mit einem bestimmten Trägheitsmoment J auf das Profil aufgeschoben, so wird das Gesamtträgheitsmoment um J erhöht. Das Trägheitsmoment einer Schwungscheibe ist dabei gemäß Gleichung (3.73) sowohl eine Funktion ihrer Geometrie als auch ihrer Masse. Da die Dicke einer Schwungscheibe durch den Montagespalt begrenzt ist, werden unterschiedliche Trägheitsmomente durch Variation des Scheibendurchmessers realisiert (Abbildung A.22c).

A.6.4 Blockade des Antriebsstrangs

Eine weitere Funktion der beschriebenen Anlage ist die einer mechanischen Feststellbremse, um beispielsweise den quasistationären Anlauf messtechnisch untersuchen zu können. Hierfür kommt die in Abbildung A.23a gezeigte Vorrichtung zum Einsatz. Durch Aufschieben der Vorrichtung auf das Polygonprofil der Langwelle wird der Antriebsstrang verdrehsicher fixiert (Abbildung A.23b). Über die beiden Inbusschrauben wird der Blockadebock mit dem Fundament der Schwungmassenanlage verbunden.



(a) Blockadebock freistehend



(b) Blockadebock montiert

Abbildung A.23: Fotos des Blockadebocks

A.7 Technische Zeichnungen

Nachfolgend sind die technischen Zeichnungen des Statorblechschnitts, der Rotorblechschnitte sowie der Kurzschlussringe zu finden.

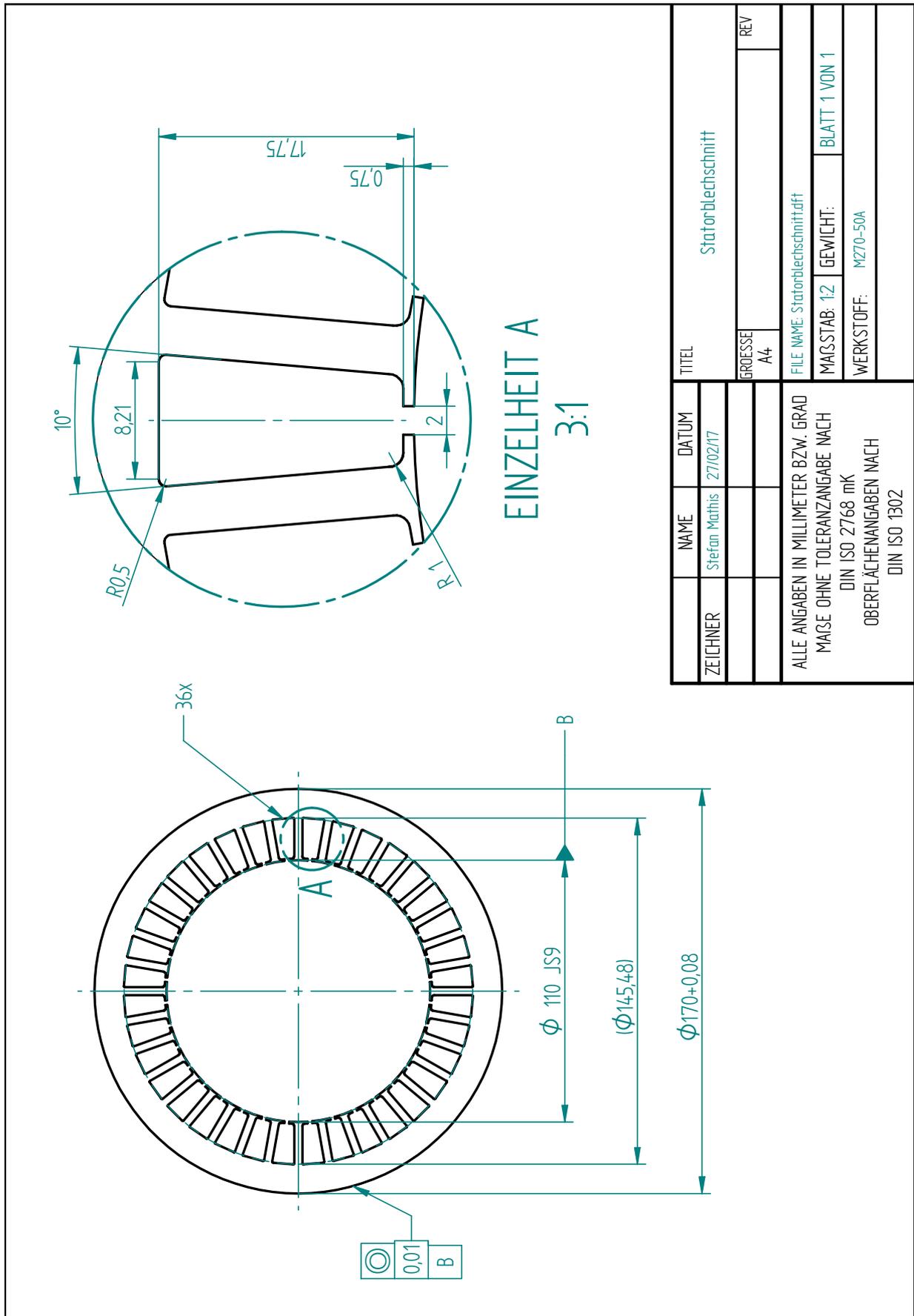


Abbildung A.24: Statorblechschnitt

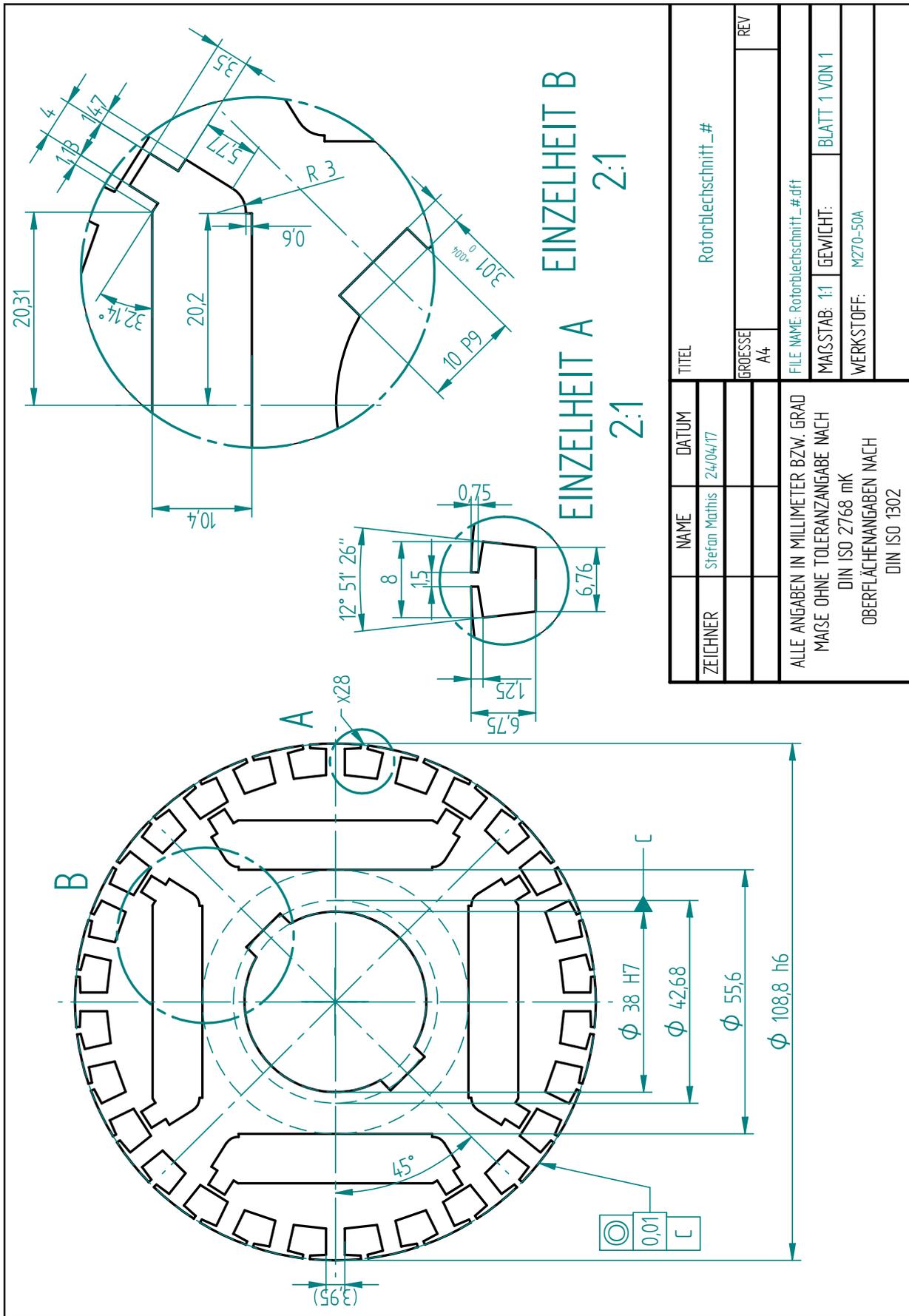


Abbildung A.25: Rotorblechschnitt „#“

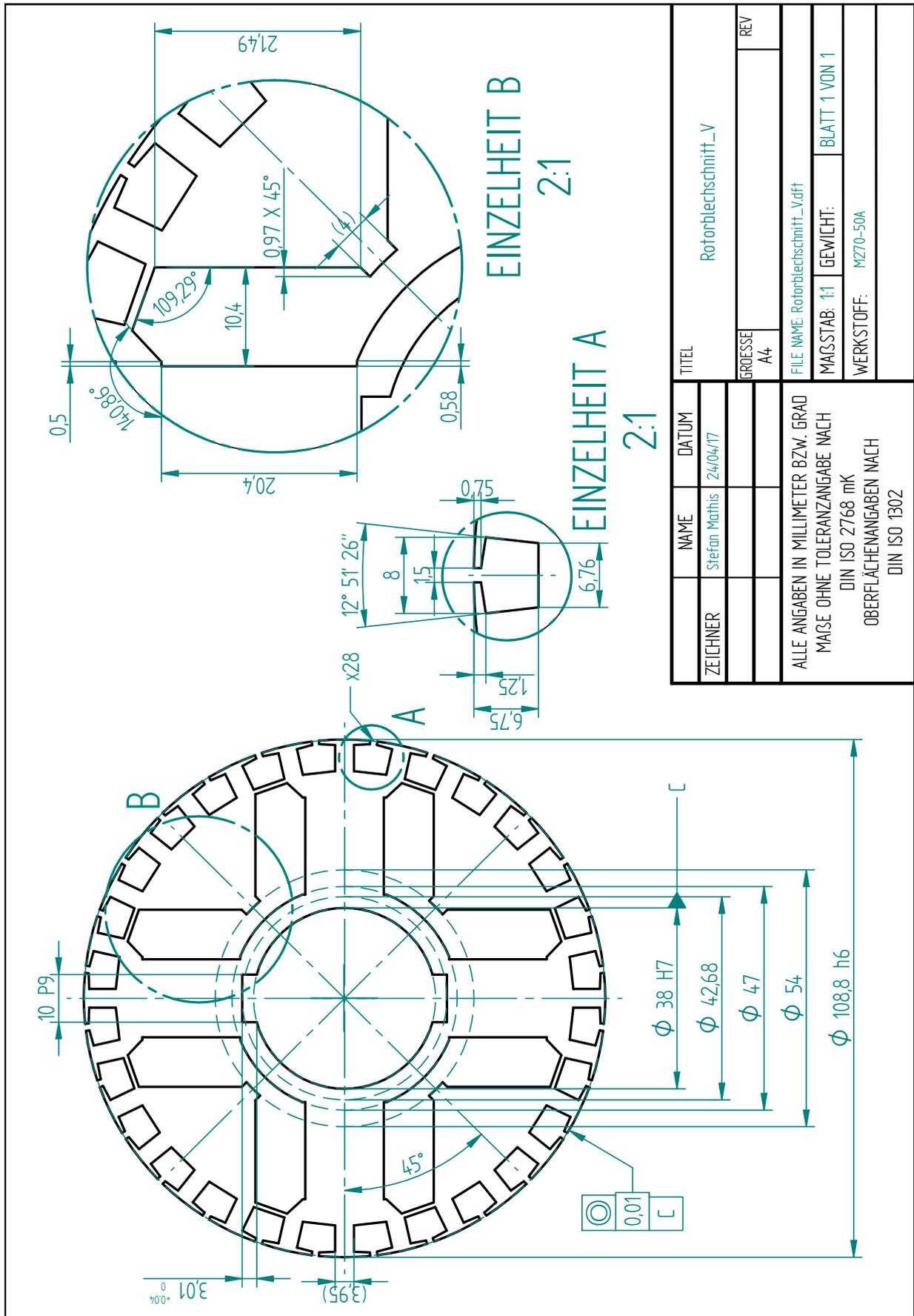


Abbildung A.26: Rotorblechschnitt „V“

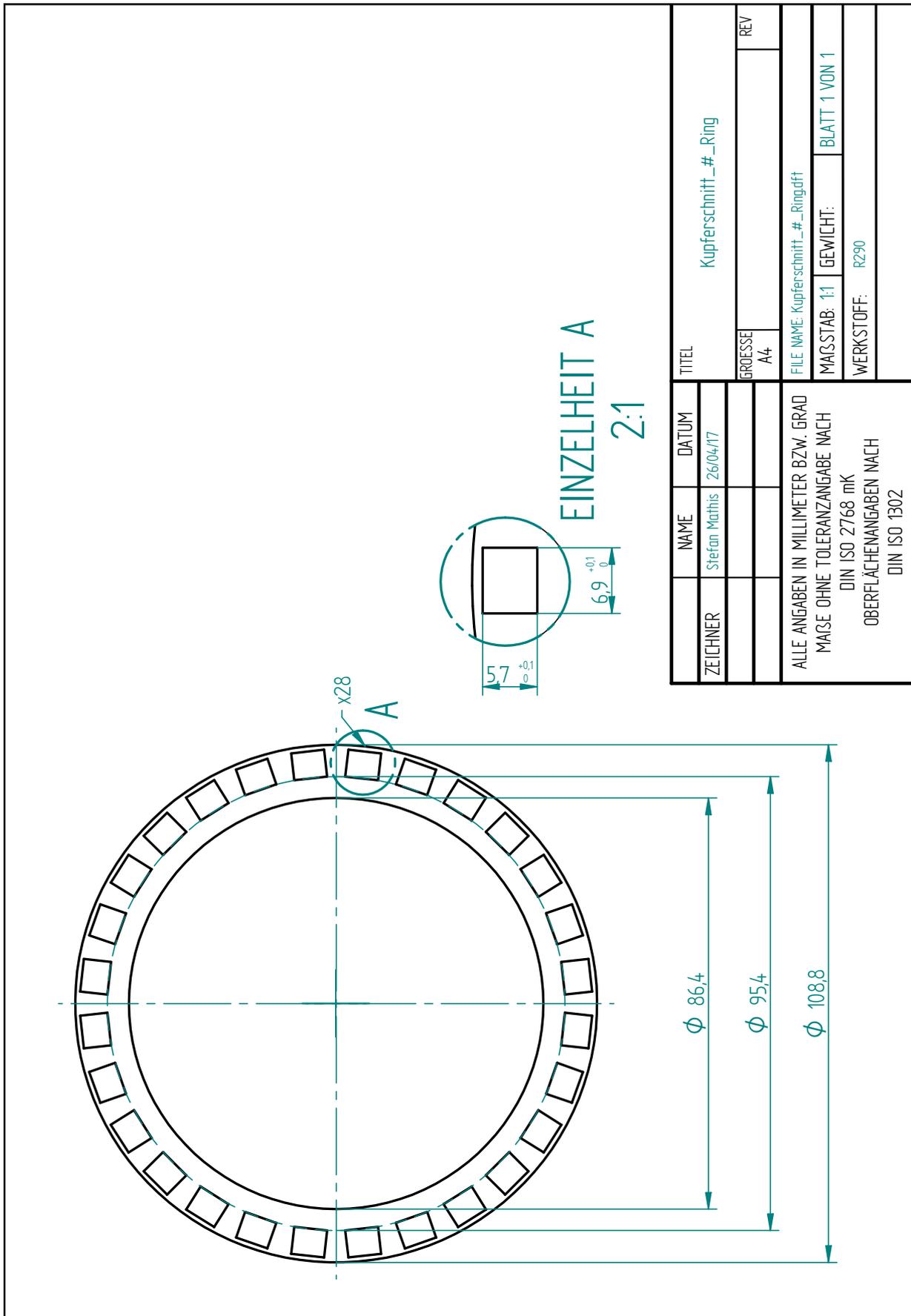


Abbildung A.27: Kurzschlussring-Blechschnitt „#“

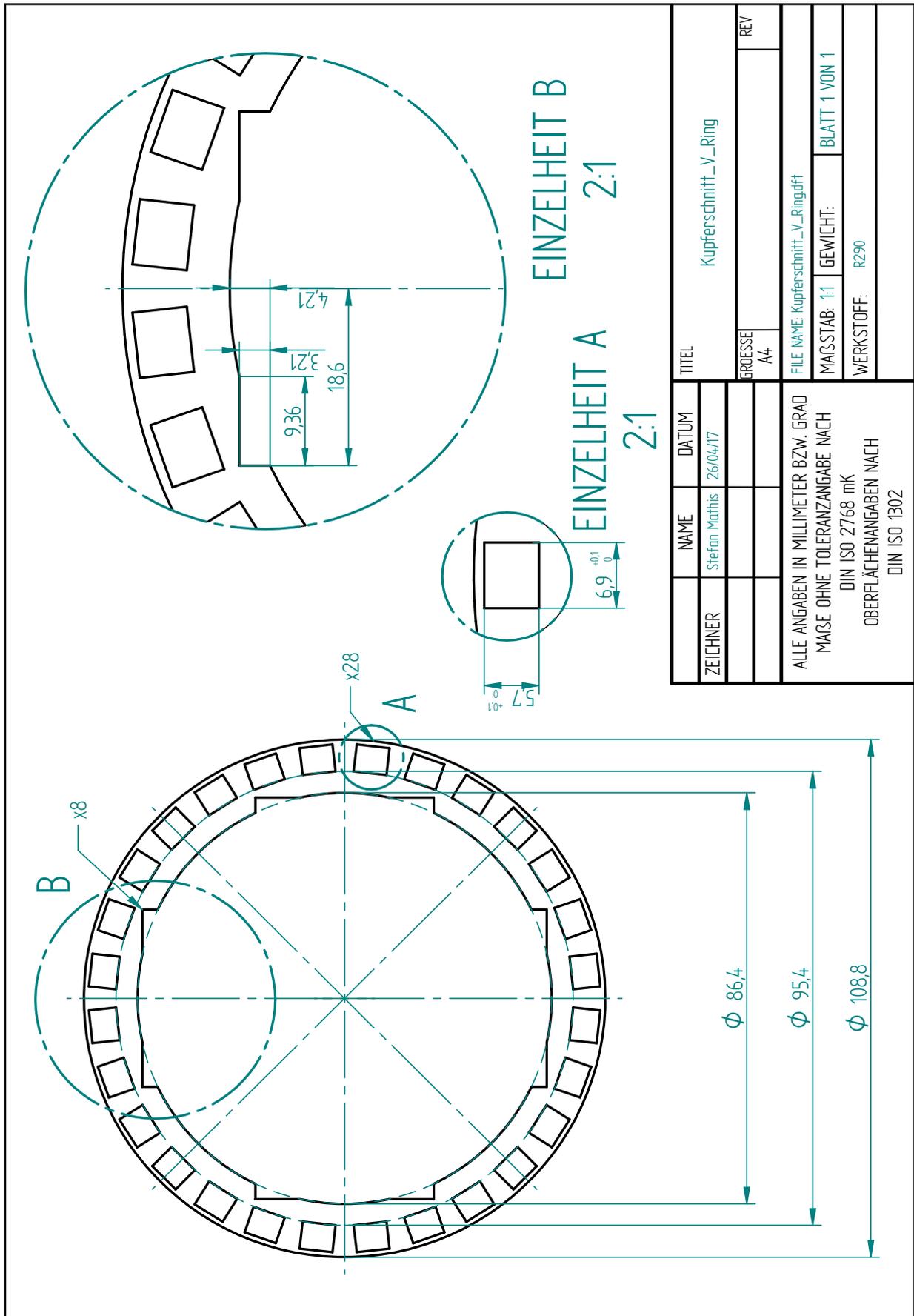


Abbildung A.28: Kurzschlussring-Blechschnitt „V“

A.8 Remanenzverlust aufgrund von Arbeitspunktverschiebungen

In Abschnitt 10.1.1 wurde gezeigt, dass die berechnete EMK beider Funktionsmuster gegenüber den gemessenen Werten deutlich zu hoch ist. Als mögliche Ursache wurde eine Teilentmagnetisierung der Ferritmagnete von $B_r = 430\text{ mT}$ auf 400 mT angeführt. Diese These wird nachfolgend durch entsprechende Untersuchungen überprüft.

Da für die Ferritmagnete keine gemessene $B(H)$ -Kennlinie vorliegt, werden für die Untersuchungen kunststoffgebundene SE-Magnete des Typs *BMNpi-30/54* der Fa. *Bomatec AG* [Bom16] genutzt, die in Bezug auf ihre magnetischen Eigenschaften (Remanenz und Koerzitivfeldstärke) mit den genutzten Ferritmagneten vergleichbar sind. Für die messtechnische Bestimmung der EMK bei Verwendung dieser Magnete wird ein zusätzlicher Rotor im V-Blechschnitt angefertigt, welcher in den mit 30 Leitern pro Nut versehenen Stator eingesetzt wird. Die Magnete werden in diesen Rotor nicht eingeklebt, sodass sie nach Durchführung der Messungen wieder entnommen werden können.

A.8.1 Theoretische Betrachtung

Die (Teil-)Entmagnetisierung eines Magneten lässt sich allgemein darauf zurückführen, dass der Magnet im nichtlinearen Bereich seiner $B(H)$ -Kennlinie betrieben wird. Abweichend von der idealisierten Darstellung in Abbildung 2.5 kann ein solcher nichtlinearer Bereich auch schon weit vor der intrinsischen Koerzitivfeldstärke beginnen. Die in Abbildung A.29 dargestellte, vom Magnethersteller messtechnisch bestimmte $B(H)$ -Kennlinie des *BMNpi-30/54*-Magnetmaterials zeigt, dass dessen $B(H)$ -Kennlinie bereits bei betragsmäßig niedrigen Feldwerten von der idealen Arbeitsgeraden (Tangente der $B(H)$ -Kennlinie im Ordinatenabschnitt) des Magneten mit Steigung μ_{PM} abweicht.

Der Remanenzverlust aufgrund des nichtlinearen Kennlinienverlaufs lässt sich bei Kenntnis der Entmagnetisierungskurven und der Arbeitsgeraden näherungsweise mittels grafischer Auswertung nachvollziehen. Hierzu wird ausgehend von einem idealisierten Magneten mit $B_r = 407\text{ mT}$ (Herstellerangabe) und linearer Entmagnetisierungskennlinie per Simulation die Flussdichte im Magneten während der Streufeld- und der EMK-Messung bestimmt.

Der jeweilige Arbeitspunkt ergibt sich als Schnittpunkt der gemessenen Entmagnetisierungskennlinie sowie einer Abzissenparallele, deren Ordinatenabschnitt der simulativ ermittelten Flussdichte im Magneten entspricht (hier: $B_{Luft} = 127\text{ mT}$, $B_{Motor,theo} = 345\text{ mT}$).

Die Ursprungsgeraden durch die Arbeitspunkte entsprechen den Arbeitsgeraden^[12].

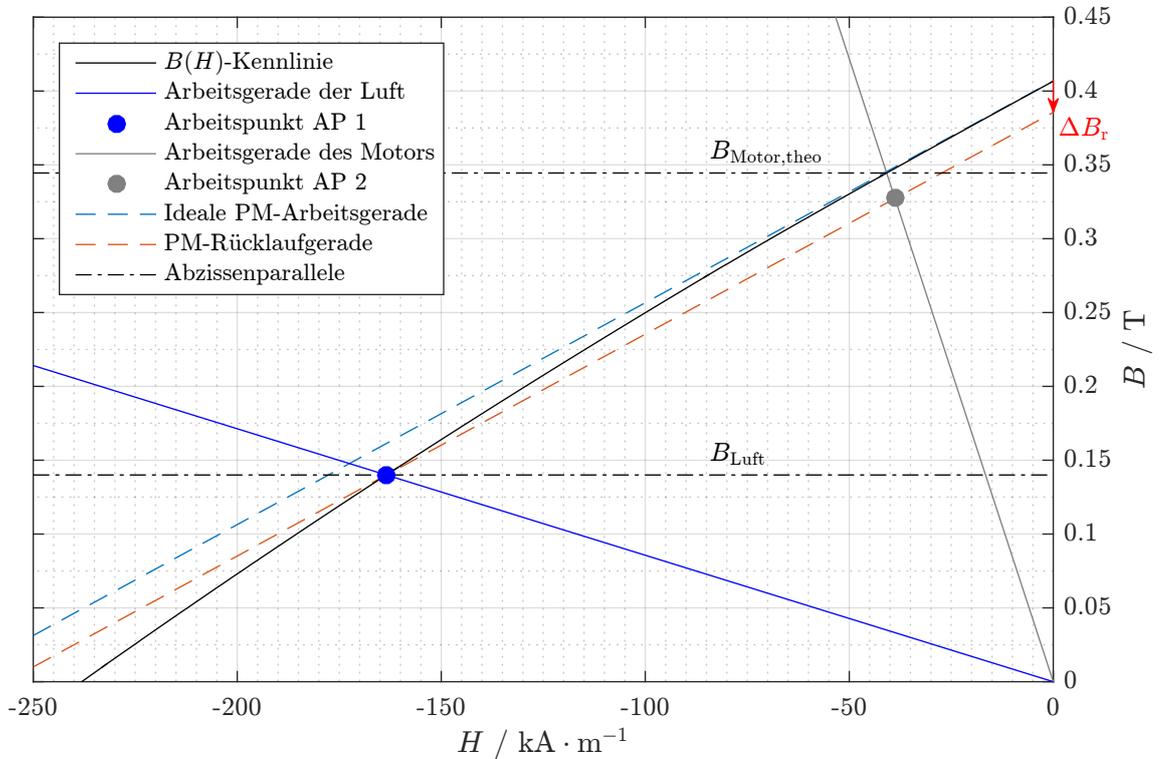


Abbildung A.29: Teilansicht des zweiten Quadranten der $B(H)$ -Kennlinie von $BMN\pi$ -30/54 zur quantitativen Abschätzung der irreversiblen Teilentmagnetisierung

Das so erhaltene Diagramm lässt sich wie folgt interpretieren: Wird der Magnet nach dem Aufmagnetisierungsvorgang dem Magnetisierungsjoch entnommen, so stellt sich der eingezeichnete Luftarbeitspunkt AP1 ein. Durch den Einbau des Magneten in den Rotor verschiebt sich der Arbeitspunkt AP2 in den Bereich höherer Flussdichten. Diese Rückverschiebung erfolgt aufgrund der Hystereseeigenschaft des Magnetmaterials nicht mehr auf der ursprünglichen Kennlinie, sondern auf einer im Allgemeinen davon verschiedenen Rücklaufkurve. Eine detaillierte Behandlung dieses Phänomens kann der eingängigen Fachliteratur zur magnetischen Hysterese entnommen werden, beispielhaft seien hier etwa [Ber98; Kne62] genannt.

Zur praktischen Auswertung wird die Rücklaufkurve durch eine Gerade mit der Steigung μ_{PM} angenähert. Diese ergibt sich als eine durch AP1 verlaufende Parallele zur idealen Arbeitsgeraden. Der neue Arbeitspunkt AP2 im magnetischen Kreis des Motors resultiert dann aus dem Schnittpunkt der Rücklauf- und der Arbeitsgeraden.

^[12]Streng genommen stellt die Verbindung zwischen Ursprung und AP2 keine Gerade dar, da sich der magnetische Kreis aufgrund der Sättigung des Elektrolechs nichtlinear verhält.

Der Ordinatenschnittpunkt der Rücklaufgeraden entspricht der nach der partiellen Entmagnetisierung noch vorhandenen Remanenz. Wird der Magnet nun wieder aus dem Motor entfernt, so wird im Rahmen des vorgestellten Entmagnetisierungsmodells angenommen, dass sich wieder der ursprüngliche Luftarbeitspunkt AP1 einstellt. Die Rücklaufgerade entspricht nun im Bereich zwischen den beiden Arbeitspunkten der neuen $B(H)$ -Kennlinie, welche in diesem Bereich dementsprechend nun ein lineares Verhalten aufweist. Der beschriebene Prozess der Arbeitspunktverschiebung AP1 \leftrightarrow AP2 lässt sich nun ohne weiteren Remanenzverlust beliebig oft wiederholen, weshalb auch von einer Stabilisierung der $B(H)$ -Kennlinie gesprochen wird [Hec75]. Für das vorliegende Magnetmaterial wäre dementsprechend mit einer Reduktion der Remanenz auf $B_r = 386\text{mT}$ zu rechnen.

A.8.2 Messtechnische Untersuchung

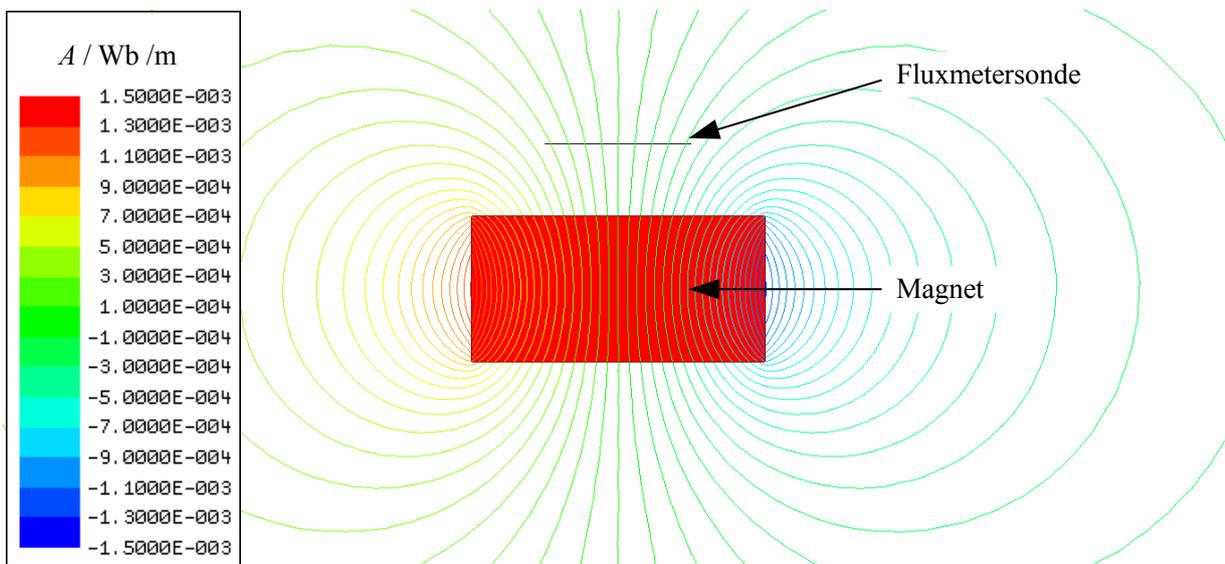


Abbildung A.30: Prinzip der Streufeldmessung

Zunächst wird die Remanenzinduktion der Magnete vor dem Einbau in den Rotor mittels Streufeldmessung bestimmt. Als Streufeld wird hierbei das magnetische Feld bezeichnet, welches ein im Vakuum befindlicher Magnet ausbilden würde (Abbildung A.30). Da die Permeabilitäten von Para- und Diamagnetika nur geringfügig von jener des Vakuums abweichen, kann dieses Feld näherungsweise erzeugt werden, indem alle Ferro- und Ferrimagnetika aus dem Umfeld des Magneten entfernt werden. Die Remanenzinduktion kann nun über den Vergleich des Streufeldes von Messung und FEM-Simulation ermittelt werden. Hierzu wird eine Fluxmetersonde in das Feld eingebracht und die Flussdichte an der Sondenposition bestimmt. Die bei der Simulation angenommene Remanenzinduktion des Magneten wird nun so lange angepasst, bis die gemessene Sondeninduktion mit der simulierten übereinstimmt.

Anhand der Ergebnisse der Streufeldmessung wurde die Remanenzinduktion vor dem Einbau zu 370 mT bestimmt. Nach Durchführung der EMK-Messung wurden die Magnete dem Rotor wieder entnommen und erneut einer Streufeldmessung unterzogen. Hierbei ergab sich $B_r = 340$ mT. Es ist also anhand der Streufeldmessungen ein resultierender Remanenzverlust von 67 mT gegenüber der Herstellerangabe von 407 mT aufgrund der mehrfachen Arbeitspunktverschiebung festzustellen. Bereits vor dem erstmaligen Einbau der Magnete betrug die Differenz zur Herstellerangabe 37 mT.

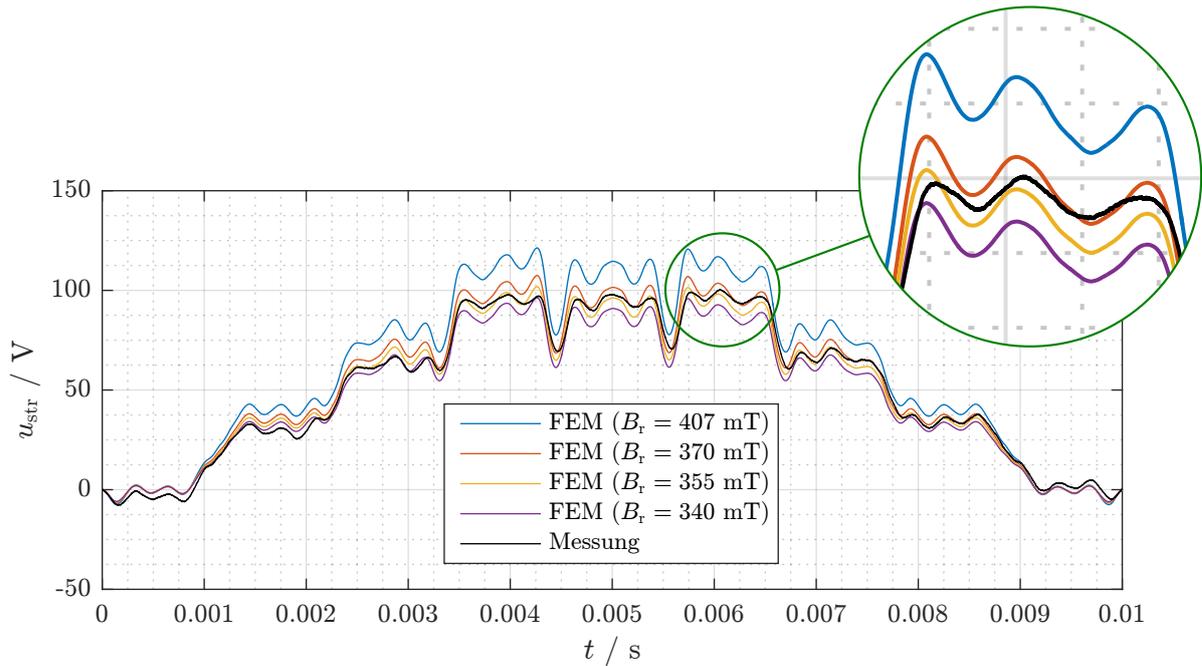


Abbildung A.31: Gemessene und simulierte EMK im Vergleich ($n = 1500 \text{ min}^{-1}$)

Das Ergebnis der EMK-Untersuchung ist in Abbildung A.31 dargestellt. Neben der gemessenen EMK sind auch mehrere per FEM simulierte Verläufe mit verschiedenen Werten der Remanenzinduktion dargestellt. Dieser Vergleich zeigt ebenfalls, dass ein erheblicher Remanenzverlust stattgefunden haben muss. Die beste Übereinstimmung von Messung und Simulation wird bei einer Remanenz von 355 mT erreicht. Dies spiegelt sich auch im Vergleich der Grundschwingungsamplituden in Tabelle A.2 wieder.

Tabelle A.2: Vergleich der Grundschwingungsamplitude

	Messung	FEM (407 mT)	FEM (370 mT)	FEM (355 mT)	FEM (340 mT)
\hat{u}_{ip} / V	85,65	101,66	90,04	85,33	80,64

A.8.3 Diskussion der Ergebnisse

Die grafische Auswertung der Sättigungshysteresekurve im Theorieteil zeigt auf, dass bereits durch Lagerung der Magnete außerhalb eines hinreichenden magnetischen Kreises ein Remanenzverlust zu erwarten ist. Durch einfache grafische Überlegungen kann die verbleibende Remanenz quantifiziert werden; im konkreten Fall zeigt sich eine Abweichung des so erhaltenen Wertes von 5 % gegenüber dem Ergebnis der ersten Streufeldmessung. Soll die maximale Remanenz des Magnetmaterials ausgenutzt werden, so muss entweder die Formgebung des Magneten abgeändert oder selbiger erst im Arbeitskreis aufmagnetisiert werden.

Ersterer Vorschlag könnte beispielsweise durch eine größere Magnetdicke realisiert werden. Hierdurch steigt die Flussdichte im Magneten selbst, weshalb der Luftarbeitspunkt in den Bereich betragsmäßig kleinerer Feldstärken verschoben und der nichtlineare Bereich der $B(H)$ -Kurve vermieden wird. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung A.32 beispielhaft für einen Wertebereich der Magnetdicke d_{PM} von 10 mm bis 50 mm dargestellt. Die gezeigten Arbeitsgeraden wurden durch entsprechende FEM-Simulationen bestimmt.

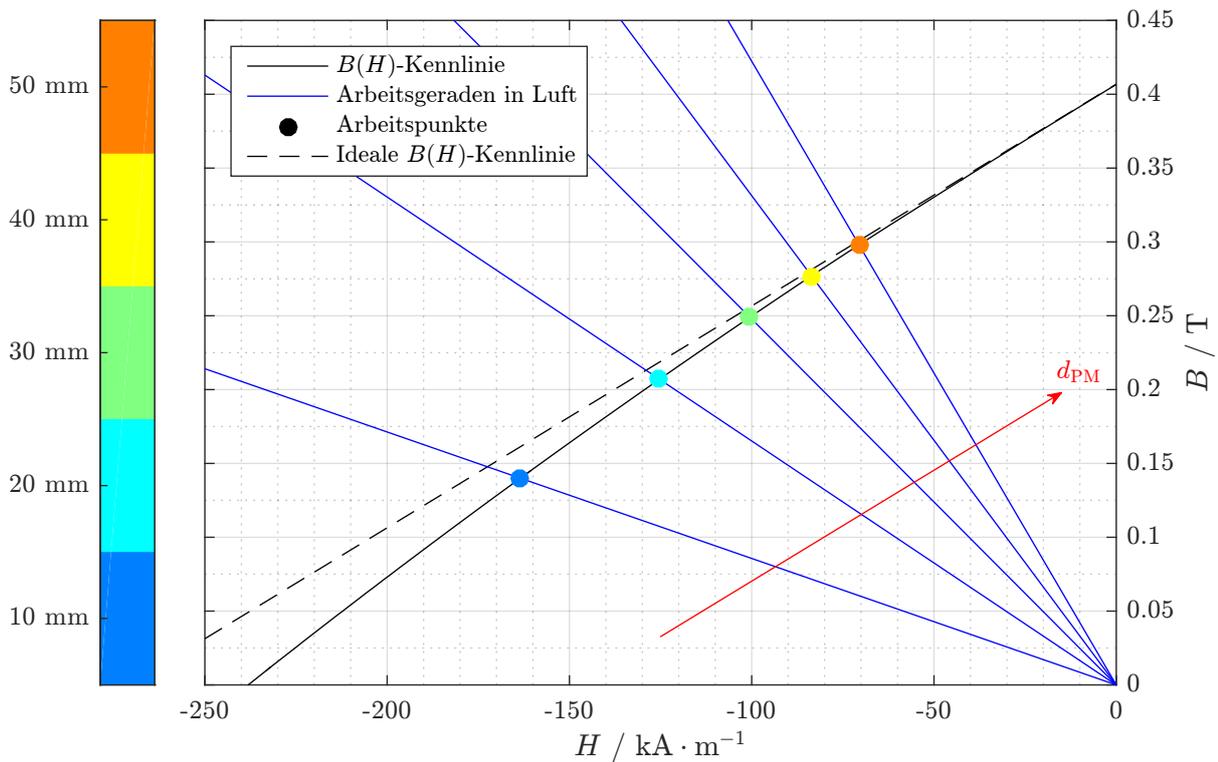


Abbildung A.32: Verschiebung des Luftarbeitspunktes zur Vermeidung der irreversiblen Entmagnetisierung durch Erhöhung der Magnetdicke d_{PM} von 10 mm auf bis zu 50 mm

Durch die Ergebnisse der EMK- und der zweiten Streufeldmessung wird deutlich, dass durch die Arbeitspunktverschiebungen infolge des Ein- und Ausbaus der Magnete ein weiterer

Remanenzverlust stattfindet. Da dieser mit den eingangs vorgestellten Überlegungen nicht erklärt werden kann, wird im Nachfolgenden auf die in Abbildung A.33 dargestellte qualitative Analyse nach [Kne62; KR67] zurückgegriffen. Eine quantitative Übertragung dieser Analyse auf die vorliegenden Untersuchungen kann Tabelle A.3 entnommen werden.

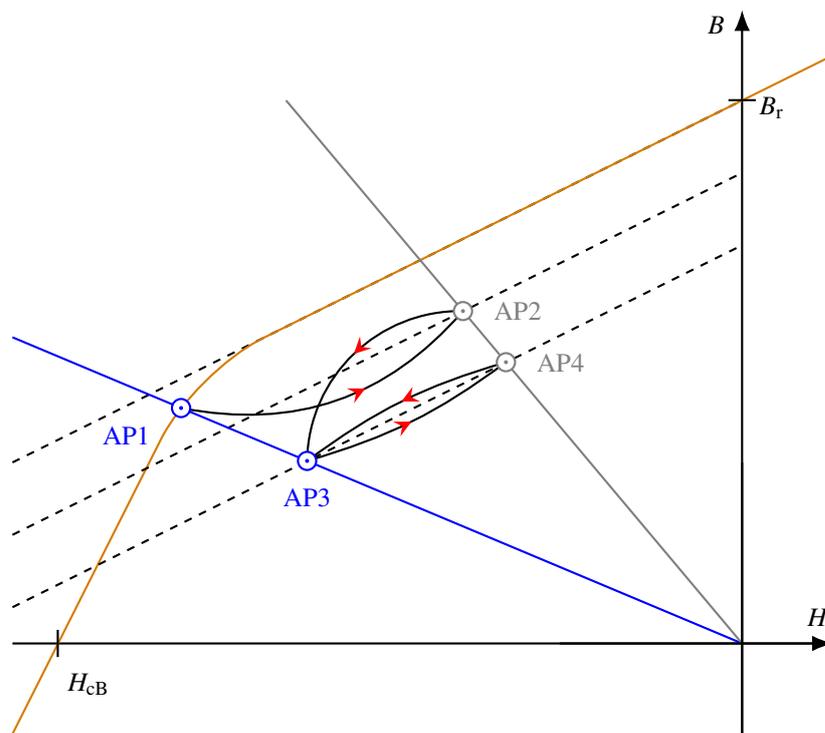


Abbildung A.33: Irreversible Entmagnetisierung aufgrund der Arbeitspunktwechsel über ausgeprägte Kurven (AP1 → AP2 → AP3) und Übergang zur reversiblen Entmagnetisierung über eine Lanzettenschleife (AP3 ↔ AP4)

Ausgangspunkt des Prozesses ist der anfängliche Luftarbeitspunkt AP1 im irreversiblen Bereich der $B(H)$ -Kennlinie. Weicht die Form der Rücklaufkurve stark von einer Geraden ab, so stellt sich im magnetischen Kreis des Motors der Arbeitspunkt AP2 ein, wodurch die gemessene Remanenzreduktion von 370 mT auf 355 mT verursacht wird. Beim Ausbau der Magnete wird der Arbeitspunkt AP3 wiederum über eine Kurve erreicht, was einen weiteren Remanenzverlust von 15 mT nach sich zieht, sodass sich in der zweiten Streufeldmessung eine Remanenz von 340 mT ergibt. Bei abermaligen Ein- und Ausbau könnten dementsprechend weitere Remanenzverluste auftreten. In der Praxis ist jedoch damit zu rechnen, dass sich nach einigen irreversiblen Verschiebungen die zwischen AP3 und AP4 dargestellte Lanzettenschleife einstellt, welche durch eine Rücklaufgerade approximiert werden kann. Die somit stattgefundenene Stabilisierung der $B(H)$ -Kennlinie hat zur Folge, dass Ein- und Ausbauprozess beliebig oft ohne weitere Remanenzreduktion wiederholt werden können.

Tabelle A.3: Verringerung der Remanenzinduktion von *BMNpi-30/54* aufgrund der Arbeitspunktverschiebungen während der Untersuchungen

Arbeitspunkt	Magnetisierungsjoch	AP1	AP2	AP3	AP4
Datenquelle	Herstellerangabe	Streifeldmessung vorher	EMK-Messung	Streifeldmessung nachher	–
B_r / mT	407 →	370 →	355 →	340 →	← (340)

Eine quantitative Analyse müsste auf mikroskopischer Ebene unter Berücksichtigung der Quantenmechanik durchgeführt werden und erfordert zusätzlich genaue Kenntnisse über den atomaren Aufbau des Magneten (etwa lokale Gefügestörungen im Material). Für eine praxisrelevante Berücksichtigung der irreversiblen Entmagnetisierung in permanentmagneterregten elektrischen Maschinen ist dieser Ansatz nicht zielführend.

Stattdessen soll folgende Empfehlung ausgesprochen werden: Wird eine elektrische Maschine mit nichtlinearen Magneten bestückt, die bereits vor dem Einbau aufmagnetisiert sind, so ist zur Überprüfung der Entmagnetisierung eine EMK-Messung durchzuführen. Durch den Vergleich mit Simulationswerten kann so auf die verbliebene Remanenz der Magnete zurückgeschlossen werden. Dieses Vorgehen bietet darüber hinaus den Vorteil, dass auf umfangreiche 3D-Simulationen zur Bestimmung der axialen Streuung verzichtet werden kann, da der axiale Streufluss durch eine entsprechend verringerte Remanenz in der Simulation mitberücksichtigt wird.

Diese Vorgehensweise wird für den Vergleich zwischen Messung und Simulation im Hauptteil der Arbeit genutzt, indem für die Simulationen eine verbliebene Ferritmagnetremanenz von 400 mT angenommen wird. Abschließend sei noch angemerkt, dass zur vollständigen Ausnutzung des vorliegenden Magnetmaterials die Aufmagnetisierung im eingebauten Zustand erfolgen müsste. Alternativ könnten die Magnete wie bereits beschrieben so dimensioniert werden, dass sie auch im ausgebauten Zustand im reversiblen Teil ihrer $B(H)$ -Kennlinie betrieben werden.

B Literatur

- [AGK16] F. AHMED, E. GHOSH und N. C. KAR
„Transient thermal analysis of a copper rotor induction motor using a lumped parameter temperature network model“
in: *2016 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC) 2016*, S. 1–6
- [Ber98] G. BERTOTTI
Hysteresis in Magnetism (1. Aufl.)
Academic Press, San Diego, USA, 1998
- [Bin12] A. BINDER
Elektrische Maschinen und Antriebe (1. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 2012
- [BJ81] K. J. BINNS und M. A. JABBAR
„High-field self-starting permanent-magnet synchronous motor“
in: *IEE Proceedings B – Electric Power Applications* 128.3 (1981), S. 157–160
- [BK11] P. F. BROSCH und R. KLUGER
„Der Reluktanzmotor erlebt als IE4-Antrieb seine Renaissance“
in: *elektrotechnik AUTOMATISIERUNG* (2011)
URL: <https://www.elektrotechnik.vogel.de/der-reluktanzmotor-erlebt-als-ie4-antrieb-seine-renaissance-a-319539/>
- [Boh83] W. BOHL
Ventilatoren (1. Aufl.)
Vogel, Würzburg, Deutschland, 1983
- [Bom+90] L. BOMMES u. a.
Ventilatoren (1. Aufl.)
expert-Verlag, Böblingen, Deutschland, 1990

- [Bom16] BOMATEC AG
Datenblatt BMNpi-30/54
Höri, Schweiz, 2016
URL: <http://www.bomatec.com/wp-content/uploads/2017/05/BMNpi-3054.pdf>
- [Bom58] L. BOMMES
„Bestimmung von Leistung und Wirkungsgrad eines Ventilators“
in: *Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen* 605 (1958)
- [BS16] H. D. BAEHR und K. STEPHAN
Wärme- und Stoffübertragung (9. Aufl.)
Springer, Wiesbaden, Deutschland, 2016
- [Bur11] Y. BURKHARDT
Optimierter Entwurf hocheffizienter PM-Spaltrohrmotoren für Pumpenapplikationen (1. Aufl.)
Shaker, Aachen, Deutschland, 2011
- [BW15] P. VON BÖCKH und T. WETZEL
Wärmeübertragung (6. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 2015
- [Cam94] P. CAMPBELL
Permanent magnet materials and their application (1. Aufl.)
Cambridge University Press, Cambridge, Großbritannien, 1994
- [Can11] W.-R. CANDERS
Berechnung von Eisenverlusten
Techn. Ber. TU Braunschweig, Braunschweig, Deutschland, 2011
- [CF99] B. N. CHAUDHARI und B. G. FERNANDES
„Synchronous motor using ferrite magnets for general purpose energy efficient drive“
in: *TENCON 99. Proceedings of the IEEE Region 10 Conference* Bd. 1 1999, S. 371–374

- [CFP98a] B. N. CHAUDHARI, B. G. FERNANDES und S. K. PILLAI
„A new hybrid rotor geometry for permanent magnet synchronous motor“
in: *1998 International Conference on Power Electronic Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1998. Proceedings*. Bd. 1 1998, S. 260–263
- [CFP98b] B. N. CHAUDHARI, B. G. FERNANDES und S. K. PILLAI
„Energy efficient line start permanent magnet synchronous motor“
in: *TENCON '98. 1998 IEEE Region 10 International Conference on Global Connectivity in Energy, Computer, Communication and Control* Bd. 2 1998, S. 379–382
- [Don15] J. DONNEVERT
Die Maxwell'schen Gleichungen (1. Aufl.)
Springer, Wiesbaden, Deutschland, 2015
- [Eck72] B. ECK
Ventilatoren (5. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 1972
- [EGG08] ERICH GRAU GMBH
Übersicht über die wichtigsten Elektroblechqualitäten
Sersheim, Deutschland, 2017
URL: <https://www.grau-stanzwerk.de/d-wAssets/docs/produkte/magnetische-eigenschaften/Magnetische-Eigenschaften-von-Elektroband-8-2017.pdf>
- [EMO15] EMOD MOTOREN GMBH
Drehstrommotoren IP55, IE2 + IE3 nach IEC 60034-30-1
Bad Salzschlirf, Deutschland, 2015
URL: https://www.emod-motoren.de/custom/pdf-publisher/onlinecatalog_821_ie/files/150836_rz_821_ie_72.pdf
- [EMT17] EMT INGENIEURBÜRO GMBH
Allgemeine Informationen zu Elektroblechen
Remshalden, Deutschland, 2017
URL: <https://www.emt-net.de/elektrobleche/Allgemeine-Informationen-zu-Elektroblechen.pdf>

- [Fis12] R. FISCHER
Permanentmagneterregte Line-Start Motoren mit Luftspaltnagneten (1. Aufl.)
Shaker, Aachen, Deutschland, 2012
- [Fis87] H. FISCHER
Werkstoffe in der Elektrotechnik (3. Aufl.)
Hanser, München, Deutschland, 1987
- [Ger66] H.-G. GERLACH
Beitrag zur Erwärmungstheorie elektrischer Maschinen (1. Aufl.)
Reproduktionsanstalt L. Speich, Zürich, Schweiz, 1966
- [GK99] C. GEIGER und C. KANZOW
Numerische Verfahren zur Lösung unrestringierter Optimierungsaufgaben (1. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 1999
- [Got54] G. GOTTER
Erwärmung und Kühlung elektrischer Maschinen (1. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 1954
- [Gro+07] D. GROSS u. a.
Technische Mechanik 2 – Elastostatik (9. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 2007
- [GTV88a] D. GIVORD, P. TENAUD und T. VIADIEU
„Angular dependence of coercivity in sintered magnets“
in: *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 72 (1988), S. 247–252
- [GTV88b] D. GIVORD, P. TENAUD und T. VIADIEU
„Coercivity mechanisms in ferrite and rare earth transition metal sintered magnets“
in: *IEEE Transactions on Magnetics* 24 (1988), S. 1921–1923
- [Hau16] P. HAUCK
Hocheffiziente PM Line-Start Motoren mit im Läufer integrierten Permanentmagneten (1. Aufl.)
Shaker, Aachen, Deutschland, 2016

- [Hec75] C. HECK
Magnetische Werkstoffe und ihre technische Anwendung (2. Aufl.)
Dr. Alfred Hüthig Verlag, Heidelberg, Deutschland, 1975
- [Hit16] HITACHI METALS, LTD.
Permanent Magnets
Tokyo, Japan, 2016
URL: <http://www.hitachi-metals.co.jp/products/auto/el/pdf/hg-a27-f.pdf>
- [Jav+16] T. JAVIED u. a.
„A Study on Electric Energy Consumption of Manufacturing Companies in the German Industry with the Focus on Electric Drives“
in: *Procedia CIRP* 41, Supplement C (2016), S. 318–322
URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212827115010586>
- [Kac13] R. KACZMAREK
„Simulating the Toyota Prius electric motor“
in: *Magnetics Business & Technology, Spring Issue* (2013)
- [Kan+03] G.-H. KANG u. a.
„Analysis of irreversible magnet demagnetization in line-start motors based on the finite-element method“
in: *IEEE Transactions on Magnetics* 39.3 (2003), S. 1488–1491
- [Kat05] M. KATTER
„Angular dependence of the demagnetization stability of sintered Nd-Fe-B magnets“
in: *IEEE Transactions on Magnetics* 41 (2005), S. 3853–3855
- [KEB18] KEB AUTOMATION KG
COMBIVERT F5
Barntrup, Deutschland, 2018
URL: https://www.keb.de/index.php?eID=tx_nawsecured1%5C&u=0%5C&g=0%5C&t=1553451989%5C&hash=9dd62c0cc72acf89696575ad8b2d2dc6fec29134%5C&file=fileadmin/media/Catalogs/dr/ct_dr_000000042f5_de.pdf

- [Kie61] W. KIEFER
Beitrag zur Kühlung elektrischer Maschinen kleiner Leistung mit Durchzugsbelüftung (1. Aufl.)
Die Reprografie Karl Mayer, Stuttgart, Deutschland, 1961
- [Kip08] B. KIPP
Analytische Berechnung thermischer Vorgänge in permanentmagneterregten Synchronmaschinen (1. Aufl.)
Hamburg, Deutschland, 2008
URL: http://edoc.sub.uni-hamburg.de/hsu/volltexte/2008/1413/pdf/2008_Kipp.pdf
- [Kle80] H. KLEINRATH
Stromrichtergespeiste Drehfeldmaschinen (1. Aufl.)
Springer, Wien, Österreich, 1980
- [Kne62] E. KNELLER
Ferromagnetismus (1. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 1962
- [Kos02] R. J. KOSHEL
„Enhancement of the downhill simplex method of optimization“
in: *International Optical Design Conference*
Optical Society of America, 2002, ITuC2
URL: <http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=IODC-2002-ITuC2>
- [KR67] J. KOCH und K. RUSCHMEYER
Permanentmagnete I (Grundlagen) (1. Aufl.)
VALVO, Hamburg, Deutschland, 1967
- [KR70] J. KOCH und K. RUSCHMEYER
Permanentmagnete II (Anwendungen) (1. Aufl.)
VALVO, Hamburg, Deutschland, 1970

- [Kre17] K. KRECKLER
Modellierung, Simulation und experimentelle Bestimmung des stationären Betriebsverhaltens von mit Ferrofluid befüllten Pumpenmotoren in Drehstrom-Asynchrontechnik (1. Aufl.)
Shaker, Aachen, Deutschland, 2017
- [KS10] A. KRINGS und J. SOULARD
„Overview and comparison of iron loss models for electrical machines“
in: *EVRE Monaco 2010*
- [Lin14] M. LINK
Finite Elemente in der Statik und Dynamik (4. Aufl.)
Springer, Wiesbaden, Deutschland, 2014
- [LSE02] F. LIBERT, J. SOULARD und J. ENGSTROM
„Design of a 4-pole line start permanent magnet motor“
in: *ICEM Brügge, Belgien, 2002*
- [LSN00] L. LEFEVRE, J. SOULARD und H.-P. NEE
„Design procedure for Line-Start Permanent Magnet Motors“
in: *IEEE Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics Aalborg, Dänemark, 2000, S. 261–265*
- [LTI17] LTI MOTION GMBH
ServoOne Systemkatalog
Lahnau, Deutschland, 2017
URL: https://www.lti-motion.com/fileadmin/lti-motion/downloads/02-Kataloge/_Servoone_System/SO_System-Katalog_2017-08_DE.pdf
- [LZ16] P. LOMBARD und F. ZIDAT
„Determining end ring resistance and inductance of squirrel cage for induction motor with 2D and 3D computations“
in: *2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM) 2016, S. 266–271*
- [Mic+95] L. MICHALOWSKY u. a.
Magnettechnik – Grundlagen und Anwendung (2. Aufl.)
Fachbuchverlag Leipzig, Leipzig, Deutschland, 1995

- [MP09] G. MÜLLER und B. PONICK
Theorie elektrischer Maschinen (6. Aufl.)
WILEY-VCH, Weinheim, Deutschland, 2009
- [MP14] G. MÜLLER und B. PONICK
Grundlagen elektrischer Maschinen (10. Aufl.)
WILEY-VCH, Weinheim, Deutschland, 2014
- [MVP08] G. MÜLLER, K. VOGT und B. PONICK
Berechnung elektrischer Maschinen (6. Aufl.)
WILEY-VCH, Weinheim, Deutschland, 2008
- [Nür79] W. NÜRNBERG
Die Asynchronmaschine (2. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 1979
- [Pfl61] C. PFLEIDERER
Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase (5. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 1961
- [Pre+07] W. H. PRESS u. a.
Numerical Recipes – The art of scientific computing (3. Aufl.)
Cambridge University Press, Cambridge, Großbritannien, 2007
- [RA08] S. RUOHO und A. ARKKIO
„Partial demagnetization of permanent magnets in electrical machines caused by an inclined field“
in: *IEEE Transactions on Magnetics* 44 (2008), S. 1773–1778
- [Rei+13] M. REINLEIN u. a.
„Systematic error of analytical iron loss approaches in electrical machines“
in: *Innovative Small Drives and Micro-Motor Systems; 9. GMM/ETG Symposium* 2013, S. 1–6
- [Ret16] F. RETTINGER
Modellierung, Simulation und Optimierung des Betriebsverhaltens von hocheffizienten PM-Synchronmotoren in Ferrittechnik (1. Aufl.)
Shaker, Aachen, Deutschland, 2016

- [Rie69] W. RIEXINGER
Beitrag zur Berechnung der Übertemperaturen bei oberflächengekühlten, berippten Drehstrommotoren kleiner Baugrößen (1. Aufl.)
Polyfoto Dr. Vogt, Stuttgart, Deutschland, 1969
- [Saa98] J. SAARI
Thermal analysis of high-speed induction machines (1. Aufl.)
Finnish Academy of Technology, Helsinki, Finnland, 1998
- [Sch07] D. SCHRÖDER
Elektrische Antriebe – Grundlagen (3. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 2007
- [Sch08] SCHAEFFLER KG
Wälzlager
Herzogenaurach, Deutschland, 2008
- [Sch93] H. SCHAUMBURG
Einführung in die Werkstoffe der Elektrotechnik (1. Aufl.)
Teubner, Stuttgart, Deutschland, 1993
- [Sei91] H. O. SEINSCH
Ausgleichsvorgänge bei elektrischen Antrieben (1. Aufl.)
Teubner, Stuttgart, Deutschland, 1991
- [Sei93] H. O. SEINSCH
Grundlagen elektrischer Maschinen und Antriebe (3. Aufl.)
Springer Fachmedien, Wiesbaden, Deutschland, 1993
- [SG06] H. SCHLICHTING und K. GERSTEN
Grenzschicht-Theorie (10. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 2006
- [SS12a] W. STEINHILPER und B. SAUER
Konstruktionselemente des Maschinenbaus I (8. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 2012

- [SS12b] W. STEINHILPER und B. SAUER
Konstruktionselemente des Maschinenbaus 2 (7. Aufl.)
Springer, Berlin, Deutschland, 2012
- [SSM06] L.-P. SCHMIDT, G. SCHALLER und S. MARTIUS
Grundlagen der Elektrotechnik 3 (1. Aufl.)
Pearson, München, Deutschland, 2006
- [Sta95] F. VON STAA
Magnetische und strukturelle Eigenschaften von Neodym-Eisen-Bor-Dauermagneten (1. Aufl.)
Wissenschaftsverlag, Mainz, Deutschland, 1995
- [Ste15] P. STEINKE
Finite-Elemente-Methode (5. Aufl.)
Springer, Wiesbaden, Deutschland, 2015
- [Ste92a] C. P. STEINMETZ
„On the Law of Hysteresis“
in: *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers* IX.1 (1892), S. 1–64
- [Ste92b] C. P. STEINMETZ
„On the Law of Hysteresis (Part II.) and Other Phenomena of the Magnetic Circuit“
in: *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers* IX.1 (1892), S. 619–758
- [Sto74] R. L. STOLL
The analysis of eddy currents (1. Aufl.)
Clarendon Press, Oxford, Großbritannien, 1974
- [Sto86] A. STODOLA
Dampf- und Gasturbinen (5. Aufl.)
VDI-Verlag, Düsseldorf, Deutschland, 1986
- [Str70] K. STRNAT
„The recent development of permanent magnet materials containing rare earth metals“
in: *IEEE Transactions on Magnetics* 6.2 (1970), S. 182–190

- [Sug99] M. SUGIMOTO
„The past, present, and future of ferrites“
in: *Journal of the American Ceramic Society* 82 (1999), S. 269–280
- [Sun+09] T. SUN u. a.
„Investigation and comparison of system efficiency on the PMSM considering Nd-Fe-B magnet and Ferrite magnet“
in: *INTELEC 2009 – 31st International Telecommunications Energy Conference 2009*, S. 1–6
- [Thy09] THYSSENKRUPP STEEL AG
Power Core M270-50A
Duisburg, Deutschland, 2009
- [TR44] T. THEODORSEN und A. REGIER
Experiments on Drag of Revolving Disks, Cylinders, and Streamline Rods at High Speeds
Techn. Ber. National Advisory Committee for Aeronautics, Langley, USA, 1944
- [Tri36] P. H. TRICKEY
„Induction motor resistance ring width“
in: *Electrical Engineering* 55.2 (1936), S. 144–150
- [Uga+14] R. T. UGALE u. a.
„Induced pole rotor structure for line start permanent magnet synchronous motors“
in: *IET Electric Power Applications* 8.4 (2014), S. 131–140
- [Vac14] VACUUMSCHMELZE GMBH & CO. KG
Selten-Erd-Dauermagnete – Vacodym & Vacomax
Hanau, Deutschland, 2014
URL: http://www.vacuumschmelze.de/fileadmin/Medienbibliothek_2010/Downloads/DM/VACODYM-VACOMAX-dt_12112014.pdf
- [Vol60] W. VOLKRODT
Eigenschaften eines neuartigen Synchronmotors mit Erregung durch Bariumferritmagnete (1. Aufl.)
Mikrokopie, München, Deutschland, 1960

- [WB86] S. WILLIAMSON und M. C. BEGG
„Calculation of the resistance of induction motor end rings“
in: *IEE Proceedings B – Electric Power Applications* 133.2 (1986), S. 54–60
- [WM93] S. WILLIAMSON und M. A. MUELLER
„Calculation of the impedance of rotor cage end rings“
in: *IEE Proceedings B – Electric Power Applications* 140.1 (1993), S. 51–60
- [WZC14] W. WANG, Y. ZHOU und Y. CHEN
„Investigation of lumped-parameter thermal model and thermal parameters test for IPMSM“
in: *2014 17th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)* 2014, S. 3246–3252
- [Xia+14] B. XIA u. a.
„Design of a multi-layer interior ferrite permanent magnet synchronous machine for traction applications“
in: *7th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2014)* 2014, S. 1–6
- [Yam62] Y. YAMADA
„Torque resistance of a flow between rotating co-axial cylinders having axial flow“
in: *Bulletin of JSME* 5.20 (1962), S. 634–642

C Lebenslauf

Persönliche Informationen

Name: Stefan Mathis

Wissenschaftlicher Werdegang

- | | |
|-------------------|---|
| 10/2010 – 01/2016 | Technische Universität Kaiserslautern
Studium Maschinenbau und Verfahrenstechnik
Vertiefungsrichtung: Mechatronik
Abschluss: Diplom |
| 01/2016 – 05/2019 | Technische Universität Kaiserslautern
Promotion Elektrotechnik und Informationstechnik
Titel der Arbeit: Permanentmagneterregte Line-Start-Antriebe in
Ferrittechnik |

