

---

# Entwicklung einer selbstfahrenden Testplattform zur Untersuchung der Fahrraddynamik

---

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Rheinland-Pfälzischen Technischen Universität Kaiserslautern-Landau  
zur Verleihung des akademischen Grades  
Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

**M.Sc. David Gabriel**

geboren in Mannheim

D386

Tag der mündlichen Prüfung:	12. März 2024
Dekan des Fachbereichs:	Prof. Dr. rer. nat. Marco Rahm
Vorsitzender der Prüfungskommission:	Prof. Dr. rer. nat. Marco Rahm
1. Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Daniel Görges
2. Berichterstatter:	Prof. Dr. ir. Arend Schwab

# Kurzfassung

Für die Entwicklung und Erprobung neuer Assistenzfunktionen am Fahrrad und neuer Komponenten fürs Fahrrad sind sichere und reproduzierbare Messungen unerlässlich. Daher wird in der folgenden Arbeit eine Testplattform in Form eines selbstfahrenden Fahrrades entwickelt. Durch Verwendung dieser Testplattform können kritische Fahrmanöver ohne Gefährdung eines Fahrers absolviert werden und sich wiederholende Testabläufe können automatisiert und reproduzierbar durchgeführt werden.

Zunächst wird ein Prototyp aufgebaut und zwei Modelle für Simulation und Reglerentwurf hergeleitet. Diese Modelle basieren auf Modellen, die aus der Literatur bekannt sind, jedoch wird statt eines Lenkmoments eine Lenkrate als Stellgröße verwendet.

Anschließend werden für die Ermittlung der Fahrrad-Zustandsgrößen, welche nicht direkt messbar sind, verschiedene Kalibriermethoden und Zustandsschätzer entwickelt. Für den Zustandsschätzer, welcher Fahrradorientierung und -geschwindigkeit schätzt, wird hierbei eine einfache, serienmäßig am Fahrrad verbaute Sensorkonfiguration verwendet, sodass dieser auch für Serienanwendungen genutzt werden kann.

Ein weiterer Teil dieser Arbeit besteht in der Entwicklung eines Querdynamikreglers. Dieser muss das Fahrrad stabilisieren können und einer vorgegebenen Sollgierrate folgen können. Um den Einfluss der Lenkdynamik zu reduzieren, werden nur lenkratenbasierte Regler entwickelt. Zunächst wird ein LQI-Regler entworfen und um Kerbfilter zur Dämpfung von Resonanzen im Antriebsstrang erweitert. Um auf Sollwertänderungen bereits im Voraus reagieren zu können wird dieser anschließend zu einem Optimal-Preview-Regler mit Integralanteil (OPI-Regler) erweitert. Diesem wird anstelle einer Sollgierrate eine vorausschauende Trajektorie derselben vorgegeben.

Um die Anforderungen an die Testplattform umzusetzen, wird ein neues Konzept zur Pfadfolgeregelung entwickelt und am Fahrrad getestet. Hierbei wird der OPI-Regler zur Querdynamikregelung mit Methoden der Pursuit-Pfadfolgeregelung und Polynomen fünfter Ordnung zur Erzeugung von Sollgierratentrajektorien kombiniert.

Das resultierende Gesamtsystem liefert sowohl in Simulationen als auch in Experimenten sehr gute Ergebnisse und kann Strecken mit minimalen Kurvenradien von 1.8 m zuverlässig und ohne große Oszillationen folgen.

# Abstract

For the development and evaluation of new assistant functions for bicycles and new bicycle components, safe and reproducible measurements are very important. Therefore, a test platform in the form of a self-driving bicycle is developed in the following work. By using this test platform, critical maneuvers can be performed without endangering a driver and test sequences that need to be repeated can be performed automated and reproducibly.

In a first step, a prototype is built up and two models for simulation and controller design are derived. These models are based on models known from the literature, but instead of using the steer torque as an input, the steer rate is used.

Various calibration methods and state estimators are then developed in order to obtain the bicycle states which are not directly measurable. The state estimator, which estimates the orientation and speed of the bicycle, uses a simple sensor configuration, so that it can also be used in series applications.

An important part of this work is the development of a lateral dynamics controller. This controller must be able to stabilize the bicycle and follow a given target yaw rate. To reduce the influence of the steering dynamics, only steer rate-based controllers are developed. First, a linear quadratic integral controller is designed, which is extended by notch filters to attenuate resonances in the drive train. In order to be able to react to changes of the target yaw rate in advance, this controller is then extended to an optimal preview controller with an integral part (OPI controller), where instead of the current target yaw rate, a forward-looking target yaw rate trajectory is given.

To realize the requirements for the test platform, a new concept for path following control is developed and tested on the prototype: The OPI controller for lateral dynamics control is combined with methods of pursuit path following control and fifth order polynomials to generate target yaw rate trajectories.

The resulting overall system performs very well in both simulation and experiments and can follow paths with minimum curve radii of 1.8 m reliably and without large oscillations.

# Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
Abstract	ii
Abkürzungen	vi
Tabellenverzeichnis	vii
Abbildungsverzeichnis	viii
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation & Problemstellung . . . . .	1
1.2 Ziele der Arbeit . . . . .	2
1.3 Gliederung der Arbeit . . . . .	3
<b>2 Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1 Stand der Technik . . . . .	5
2.1.1 Fahrradmodelle . . . . .	5
2.1.2 Orientierungsbestimmung und Zustandsschätzung bei Fahrrädern und Motorrädern . . . . .	7
2.1.3 Regelung von Fahrrädern und Motorrädern . . . . .	10
2.2 Aufbau des Testrades . . . . .	16
<b>3 Modellierung der Fahrraddynamik</b>	<b>19</b>
3.1 Simulationsmodell . . . . .	19
3.1.1 Fahrradparameter . . . . .	20
3.1.2 Systemzustände und Koordinatensysteme . . . . .	21
3.1.3 Berechnung der kinetischen und potentiellen Energien . . . . .	25
3.1.4 Holonome und nicht-holonome Zwangsbedingungen . . . . .	26
3.1.5 Bewegungsgleichungen . . . . .	29
3.1.6 Validierung der Modellgleichungen . . . . .	30

3.1.7	Modifikationen Lenkrateneingang . . . . .	30
3.1.8	Stabilisierung der Zwangsbedingungen . . . . .	31
3.2	Vereinfachtes Fahrradmodell . . . . .	32
3.2.1	Vereinfachte Fahrradparameter . . . . .	33
3.2.2	Modellgleichungen des vereinfachten Fahrradmodells . . . . .	34
3.2.3	Linearisiertes vereinfachtes Fahrradmodell . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Zustandsschätzung &amp; Kalibrierrouinen</b>	<b>37</b>
4.1	Stillstandserkennung . . . . .	38
4.2	Kalibrierrouinen . . . . .	39
4.2.1	Kalibrierung Inertialsensorik . . . . .	39
4.2.2	Lenkwinkel-Offset-Schätzung . . . . .	40
4.3	Lage- & Geschwindigkeitsschätzung . . . . .	42
4.3.1	Prozessmodell . . . . .	45
4.3.2	Messmodell . . . . .	47
4.3.3	Stillstandserkennung . . . . .	50
4.4	Positionsschätzung . . . . .	50
4.5	Ergebnisse . . . . .	51
4.5.1	Stillstandserkennung . . . . .	51
4.5.2	Kalibrierrouinen . . . . .	52
4.5.3	Lage- & Geschwindigkeitsschätzung . . . . .	53
4.5.4	Positionsschätzung . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Querdynamikregelung</b>	<b>60</b>
5.1	Auswahl der Reglerstruktur . . . . .	60
5.1.1	Wahl des Aktuators / der Stellgröße . . . . .	61
5.1.2	Wahl des Reglertyps . . . . .	62
5.2	Lenkratenbasierter LQ/LQI-Regler . . . . .	64
5.2.1	LQ-Regler . . . . .	65
5.2.2	LQI-Regler . . . . .	66
5.3	Dämpfung von Oszillationen . . . . .	67
5.3.1	Kerbfiter . . . . .	71
5.4	Methoden zur Verbesserung der Reglerperformance . . . . .	72
5.4.1	Totzeitkompensation . . . . .	73
5.4.2	Optimal-Preview-Regler . . . . .	74

5.5	Parametrierung der Regler & Ergebnisse . . . . .	77
5.5.1	LQI-Regler mit Kerbfiltern . . . . .	78
5.5.2	Totzeitkompensation . . . . .	82
5.5.3	Optimal-Preview-Regler . . . . .	85
<b>6</b>	<b>Pfadfolgeregelung</b>	<b>91</b>
6.1	Existierende Ansätze zur Pfadfolgeregelung . . . . .	92
6.1.1	Geometrische Pfadfolgeregler . . . . .	92
6.1.2	Modellbasierte Pfadfolgeregler . . . . .	96
6.2	Kombination von Optimal-Preview-Regelung und Pursuit-Control . . . . .	99
6.2.1	Optimal-Preview-Regelung . . . . .	100
6.2.2	Vorgabe einer Sollgierratentrajektorie (Pursuit-Control) . . . . .	100
6.3	Ergebnisse . . . . .	105
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung &amp; Ausblick</b>	<b>111</b>
7.1	Zusammenfassung . . . . .	111
7.2	Ausblick . . . . .	114
	<b>Literatur</b>	<b>116</b>
	<b>Anhang</b>	<b>128</b>
<b>A</b>	<b>Fahrradparameter</b>	<b>129</b>
A.1	Benchmark Fahrrad . . . . .	129
A.2	Testrad mit Stützen . . . . .	129
<b>B</b>	<b>Modellierung der Lenkmotordynamik</b>	<b>132</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>134</b>

# Abkürzungen

---

<b>Abkürzung</b>	<b>Beschreibung</b>
$H_\infty$	H-Unendlich
ABS	Anti-Blockier-System
DU	Drive Unit
EKF	Extended Kalman Filter
GPS	Global Positioning System
IMU	Inertial Measurement Unit
LPV	Linear Parameter Varying
LQ-Regler	Linear-Quadratic-Regler
LQI-Regler	Linear-Quadratic-Regler mit Integralanteil
MEMS	Mikro-Elektronisch-Mechanische-Systeme
MPC	Model Predictive Control
OP-Regler	Optimal-Preview-Regler
OPI-Regler	Optimal-Preview-Regler mit Integralanteil
PD	Proportional Derivative
PI	Proportional Integral
PID	Proportional Integral Derivative
RLS	Recursive-Least-Squares
RMSE	Root Mean Square Error
RTK	Real Time Kinematics
SDRE	State Dependant Ricatti Equation
SMC	Sliding Mode Control
UKF	Unscented Kalman Filter

---

# Tabellenverzeichnis

3.1	Fahrradparameter . . . . .	21
3.2	Systemzustände . . . . .	22
3.3	Parameter des vereinfachten Modells . . . . .	33
4.1	Zustände des Extended Kalman Filter (EKF) . . . . .	43
4.2	Übersicht der Schätzfehler . . . . .	55
4.3	Worst Case Fehler für die Robustheitsuntersuchung . . . . .	58
6.1	Minimal mögliche Kurvenradien bei einer maximalen Fahrradneigung von $15^\circ$ . . . . .	98
A.1	Parameter des Benchmark Fahrrades . . . . .	130
A.2	Parameter des Testrades mit Stützen . . . . .	131



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Struktur des Gesamt-Fahrradsystems . . . . .	3
2.1	Aufbau des Testrades . . . . .	17
3.1	Geometrische Fahrradparameter . . . . .	21
3.2	Koordinatensysteme & Drehwinkel . . . . .	23
3.3	Simulationsmodell mit Lenkrateneingang . . . . .	32
3.4	Geometrische Fahrradparameter des vereinfachten Modells . . . . .	34
4.1	Am Fahrrad verbaute Sensorik . . . . .	38
4.2	Ergebnisse der Lenkwinkel-Offset-Kalibrierung . . . . .	53
4.3	Trajektorien von Datensatz 1 und Datensatz 2 . . . . .	55
4.4	Ergebnisse des Zustandsschätzers für Datensatz 1 . . . . .	56
4.5	Ergebnisse des Zustandsschätzers für Datensatz 2 . . . . .	57
4.6	Einfluss der Stillstandserkennung auf die Ergebnisse des Zustandsschätzers . . . . .	58
5.1	Struktur eines Regelkreises mit LQ-Regler . . . . .	64
5.2	Struktur eines Regelkreises mit LQI-Regler . . . . .	64
5.3	Messung des aktiven Querdynamikreglers mit starken Oszillationen . . . . .	67
5.4	Aufbau des Lenkaktors . . . . .	68
5.5	Messung der Lenkantriebsdynamik mit Vorgabe eines Chirp-Signals . . . . .	69
5.6	Übertragungsverhalten des Lenkaktors im Frequenzbereich . . . . .	70
5.7	Übertragungsverhalten des Lenkaktors mit Kerbfiltern . . . . .	72
5.8	Simulationsergebnisse des LQI-Reglers mit und ohne Kerbfilter . . . . .	79
5.9	Messung des LQI-Reglers mit zwei impulsartigen Störungen . . . . .	81
5.10	Messung des LQI-Reglers mit einem Sprung der Sollgierrate . . . . .	82
5.11	Simulationsergebnisse des LQI-Reglers mit Totzeitkompensation . . . . .	84
5.12	Reglerverstärkungen für die Vorschau-Zustände . . . . .	86
5.13	Simulationsergebnisse von OP-Regler und OPI-Regler mit voller und reduzierter Vorschau- distanz . . . . .	88

5.14	Vergleich von LQI-Regler und OPI-Regler . . . . .	89
6.1	Sequenz mehrerer Pure-Pursuit-Iterationen . . . . .	93
6.2	Pure-Pursuit-Geometrie . . . . .	94
6.3	Modifikation des Pure-Pursuit-Reglers . . . . .	95
6.4	Streckenmodell für den Optimal Preview Pfadfolgeregler . . . . .	96
6.5	Erzeugung eines Übergangs-Pfades, welcher das Fahrrad zurück auf den Referenz- Pfad führt . . . . .	101
6.6	Mess- und Simulationsergebnisse des Pfadfolgereglers für Trajektorie 1 . . . . .	106
6.7	Mess- und Simulationsergebnisse des Pfadfolgereglers für Trajektorie 1 . . . . .	107
6.8	Mess- und Simulationsergebnisse des Pfadfolgereglers für Trajektorie 2 . . . . .	109
6.9	Mess- und Simulationsergebnisse des Pfadfolgereglers für Trajektorie 2 . . . . .	110
B.1	Vereinfachtes Modell des Lenk-Antriebsstrangs als Torsionsschwinger . . . . .	132

# Einleitung

## 1.1 Motivation & Problemstellung

Das Fahrrad steht für „Freiheitsmobilität“ und ist bei vielen Menschen im Alltag nicht mehr wegzudenken [1]. Insbesondere durch die Corona-Pandemie und die damit verbundenen Einschränkungen ist der Absatz an Fahrrädern in den letzten Jahren deutlich gestiegen. Statistisch gesehen besitzt fast jeder Deutsche ein Fahrrad, dabei hat sich der Anteil an Pedelecs (Fahrräder mit elektrischem Hilfsmotor) in den letzten fünf Jahren fast verdreifacht, sodass in mehr als 15 % aller deutschen Haushalte ein Pedelec zur Verfügung steht [2].

Der Marktanteil von Pedelecs am Gesamtfahrradmarkt ist in den letzten zehn Jahren deutlich gestiegen: Während der Marktanteil 2011 noch bei ungefähr 8 % lag, wurden im Jahr 2021 in Deutschland rund 2 Millionen Pedelecs verkauft, was einem Marktanteil von 43 % entspricht. Der Zweirad-Industrie-Verband (ZIV) prognostiziert einen mittelfristigen Marktanteil von Pedelecs von 50 % am Gesamtmarkt. Eine Vielzahl an Modellen trägt dazu bei, dass verschiedenste Zielgruppen, wie beispielsweise auch jüngere und sportliche Fahrer, Pedelecs nutzen. Dabei ist ein Trend zu hochwertigen und sicheren Pedelecs zu beobachten, die erheblich öfter und über längere Strecken verwendet werden als normale Fahrräder [1].

Durch die Elektrifizierung der Fahrräder ist es möglich verschiedene Sicherheits- und Assistenzfunktionen am Fahrrad umzusetzen. Durch solche Funktionen kann unter anderem die Anzahl und die Schwere von Unfällen reduziert werden. Bisher sind Systeme wie das ABS und ein E-Call für das Fahrrad auf dem Markt verfügbar und werden bei immer mehr Fahrrädern verbaut. Für die Entwicklung solcher Systeme werden geeignete Testplattformen benötigt. Dabei ist es vor allem wichtig auch kritische Fahrmanöver und Tests durchführen zu können, ohne einen Fahrer in Gefahr zu bringen. Eine solche Testplattform kann unterschiedlich umgesetzt werden: Wenn beispielsweise nur Geradeausfahrten notwendig sind, kann ein Fahrrad mit Stützrädern und einem blockierten Lenker so modifiziert werden, dass es für entsprechende Tests genutzt werden kann. Ist jedoch auch

die Querdynamik des Fahrrades von Interesse, so wird eine Testplattform in Form eines fahrerlosen Fahrrades notwendig, welches auch für komplexere Tests verwendet werden kann. Ein solches fahrerloses Fahrrad muss sich selbst mithilfe von Lenkbewegungen stabilisieren können und einem vorgegebenen Weg folgen können, um das Verhalten eines menschlichen Fahrers nachzubilden.

Für eine automatisierte Testplattform / ein fahrerloses Fahrrad gibt es außerdem verschiedene weitere Anwendungsmöglichkeiten: So können mit einem selbstfahrenden Fahrrad auch weitere Messungen automatisiert und reproduzierbar durchgeführt werden. Dies ist für die Erprobung neuer Komponenten und Funktionen an elektrifizierten Fahrrädern hilfreich. Außerdem kann ein fahrerloses Fahrrad für die Erprobung von Fahrassistenzsystemen bei Autos und für die Erprobung von selbstfahrenden Autos verwendet werden. Ein großer Vorteil hierbei wäre, dass sich ein entsprechendes fahrerloses Fahrrad deutlich realistischer bewegt als aktuelle Erprobungssysteme. Durch die Entwicklung eines selbstfahrenden Fahrrads kann zudem einiges über die Fahrraddynamik gelernt werden. Diese Erkenntnisse können zum Beispiel Anwendung in Bike2X-Applikationen finden, was die Sicherheit aller Verkehrsteilnehmer deutlich erhöhen könnte.

## 1.2 Ziele der Arbeit

In dieser Arbeit soll eine automatisierte Testplattform / ein fahrerloses Fahrrad zur Erprobung der Fahrraddynamik entwickelt werden. Diese Testplattform soll sich selbst stabilisieren und einer vorgegebenen Strecke folgen können. Die Regelung eines Fahrrades ist insbesondere in einem niedrigen Geschwindigkeitsbereich anspruchsvoll, daher soll zunächst dieser ausführlich betrachtet werden. Um ein entsprechendes Fahrrad erfolgreich zu automatisieren, müssen die verschiedenen in Abbildung 1.1 dargestellten Module entwickelt werden, woraus sich folgende Zwischenziele ergeben:

1. Aufbau eines **Prototyps** für die Umsetzung eines fahrerlosen Fahrrades.
2. **Modellierung** der Fahrdynamik für Simulation und Reglerauslegung.
3. Entwurf verschiedener **Zustandsschätzer** zur Ermittlung der fahrdynamischen Zustände des Fahrrades, welche für die Regelung benötigt werden (Fahrradorientierung, Geschwindigkeit, Position, ...).
4. Realisierung eines **Querdynamikreglers**, mit welchem das Fahrrad stabilisiert werden kann und welchem eine gewünschte Sollgierrate vorgegeben werden kann.
5. Entwicklung eines **Pfadfolgereglers**, der es dem Fahrrad ermöglicht, einer vorgegebenen Strecke zu folgen.

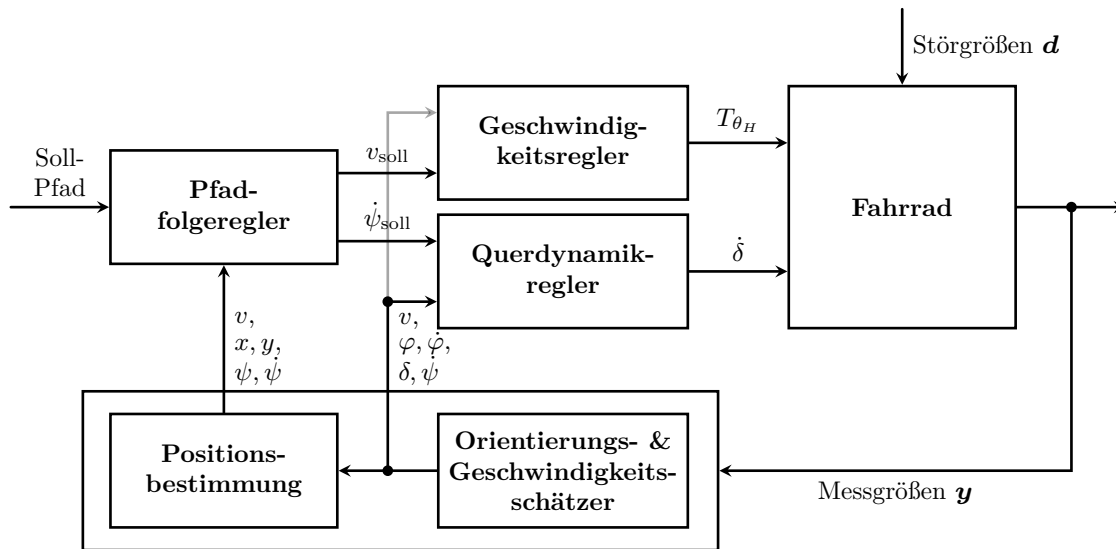


Abbildung 1.1: Struktur des Gesamt-Fahrradsystems

Da der **Geschwindigkeitsregler** mithilfe eines einfachen PI-Reglers umgesetzt wird, welcher aus [3] übernommen werden kann, wird auf diesen im Folgenden nicht eingegangen. Die jeweiligen Module müssen sowohl in Simulationen als auch am realen Fahrrad getestet werden. Neben der automatisierten Testplattform sollen bei der Entwicklung der verschiedenen Module auch mögliche Serienanwendungen im Blick behalten werden (insbesondere im Bereich der Zustandsschätzung).

### 1.3 Gliederung der Arbeit

Zu Beginn der Arbeit wird in Kapitel 2 zunächst auf den aktuellen Stand der Technik in den verschiedenen Themengebieten, welche im Rahmen dieser Arbeit behandelt werden, eingegangen. Anschließend werden der Prototyp des selbstfahrenden Fahrrades und die verbauten Sensoren und Aktoren beschrieben.

Das darauffolgende Kapitel befasst sich mit der Herleitung zweier verschiedener Modelle, welche für die Simulation und für den Reglerentwurf verwendet werden.

In Kapitel 4 werden verschiedene Methoden zur Auswertung der am Fahrrad verbauten Sensoren entwickelt und getestet. Dies umfasst eine Methode zur Stillstandserkennung des Fahrrades, Methoden zur Kalibrierung der Sensorik und zwei Zustandsschätzer.

Der Querdynamikregler wird in Kapitel 5 entworfen und mithilfe verschiedener Erweiterungen für die Anwendung am selbstfahrenden Fahrrad optimiert. Anschließend werden Simulations- und Messergebnisse des Querdynamikreglers mit und ohne die Erweiterungen präsentiert und untersucht.

In Kapitel 6 wird untersucht, inwiefern bestehende Ansätze zur Pfadfolge-Regelung für das

selbstfahrende Fahrrad angewendet werden können. Da mit keinem der existierenden Ansätze das gewünschte Pfadfolgeverhalten realisiert werden kann, muss ein neuer Pfadfolgeregler entwickelt werden. Hierfür wird ein Optimal-Preview-Regler mit Methoden der Pursuit-Pfadfolgeregelung kombiniert. Die daraus resultierenden Ergebnisse werden am Ende des Kapitels präsentiert und analysiert.

Im letzten Kapitel werden die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst. Außerdem wird ein Ausblick auf weiterführende Forschungsthemen an der entwickelten Testplattform gegeben.

# Grundlagen

Im folgenden Kapitel wird der aktuelle Stand der Technik auf dem Gebiet der Fahrradmodellierung, Zustandsschätzung und Regelung von Fahrrädern und Motorrädern vorgestellt. Anschließend wird der Prototyp des selbstfahrenden Fahrrads beschrieben und die verbauten Komponenten erläutert.

## 2.1 Stand der Technik

Wie in der Kapitel 1 bereits beschrieben, sind für die erfolgreiche Umsetzung eines selbstfahrenden Fahrrades verschiedene Schritte erforderlich. Zum einen müssen geeignete Modelle für Simulation und Reglerentwurf vorliegen. Des Weiteren müssen die dynamischen Fahrradzustände gemessen und die nicht direkt messbaren Zustände mit geeigneten Methoden ermittelt werden. In einem letzten Schritt müssen Regler entworfen werden und am realen System implementiert und getestet werden. Die folgenden Abschnitte geben Überblick über bisherige Arbeiten in den jeweiligen Themenfeldern, wobei im Bereich der Regelung nur auf praktische Projekte eingegangen wird.

### 2.1.1 Fahrradmodelle

Für Simulation und Reglerauslegung werden Modelle der Fahrraddynamik benötigt. Die Dynamik von einspurigen Fahrzeugen wurde bereits in sehr vielen Arbeiten untersucht. Dementsprechend sind in der Literatur verschiedene Fahrrad- und Motorradmodelle und deren Herleitung zu finden. Diese Modelle unterscheiden sich in der Regel hauptsächlich durch die Annahmen, welche für die Modellierung getroffen wurden und den daraus resultierenden Vereinfachungen. Die existierenden Modelle können in drei Gruppen eingeteilt werden, welche unterschiedlich detaillierte Modelle beschreiben:

### **Point-Mass-Modelle**

Bei diesen stark vereinfachten Modellen werden in der Regel sehr viele Annahmen getroffen, die dafür sorgen, dass die Modellierung und das resultierende Modell sehr einfach sind. Eine dieser Annahmen ist, dass sich die gesamte Fahrradmasse in einem Punkt konzentriert, wodurch während der Modellierung in der Regel ein großer Teil der Trägheitsmomente des Fahrrades vernachlässigt wird. Durch die Vereinfachungen können verschiedene Eigenschaften des Fahrrades (wie zum Beispiel die Eigenstabilität in einem gewissen Geschwindigkeitsbereich) nicht mehr abgebildet werden. Allerdings bilden diese Modelle das nicht-minimalphasige Verhalten und das „Steer into the Lean“ Prinzip, welches zum Stabilisieren des Fahrrades notwendig ist, gut ab. Daher werden sie oft für den Entwurf von Querdynamikreglern verwendet. Beispiele für solche Modelle und deren Herleitung sind unter anderem in [4]–[7] zu finden.

### **Carvallo-Whipple-Modell**

Die Modellgleichungen dieses Modells wurden erstmals von Whipple in [8] und Carvallo in [9] hergeleitet. Hierbei wird das Fahrrad als ein Mehrkörpersystem mit vier Körpern (Hinterrad, Vorderrad, Rahmen mit Fahrer und Lenker) modelliert. Bezüglich der Radaufstandspunkte werden verschiedene Annahmen getroffen (dauerhafter, punktförmiger Kontakt zum (ebenen) Boden, kein Schlupf). Ebenso werden bezüglich der Fahrradgeometrie Annahmen getroffen, welche die Modellierung vereinfachen (Symmetrie, vernachlässigbare Reifenbreite). Eine sehr gute Übersicht über Versuche die entsprechenden Modellgleichungen herzuleiten kann in [10] gefunden werden. Außerdem werden dort die linearisierten Dynamikgleichungen des Carvallo-Whipple-Modells hergeleitet und mit den Parametern eines Benchmark-Fahrrades analysiert. Mit denselben Parametern wird auch in [11] die nichtlineare Dynamik des Fahrrades ausführlich untersucht. Das Carvallo-Whipple-Modell kann, im Gegensatz zu den stärker vereinfachten Modellen, die geschwindigkeitsabhängige Eigenstabilität eines Fahrrades gut abbilden. In der linearisierten Form erhält man vergleichsweise einfache Modellgleichungen, welche man ebenfalls für einen Reglerentwurf verwenden kann. Eine Validierung des Modells wurde beispielsweise in [12] durchgeführt.

### **Komplexe Modelle**

Neben den oben beschriebenen Modellen gibt es auch weitere deutlich komplexere Modelle. Viele dieser Modelle wurden entwickelt, um eine präzise Simulation der Fahrrad- oder Motorraddynamik zu ermöglichen. Bei diesen Modellen werden weitere Aspekte berücksichtigt: Modellierung des Rad-Straße-Kontakts mit pneumatischen Reifen, Rahmenflexibilität, Federungen, ... Eine Übersicht über solche Modelle ist in [13] zu finden.



### 2.1.2 Orientierungsbestimmung und Zustandsschätzung bei Fahrrädern und Motorrädern

Die Kenntnis der Systemzustände eines Fahrrades oder Motorrades ist nicht nur für die Automatisierung eines solchen notwendig, sondern ermöglicht auch die Entwicklung verschiedener Fahrassistenzfunktionen. Von besonderem Interesse sind dabei in der Regel die Fahrzeugorientierung (Roll- und Nickwinkel) und die Fahrzeuggeschwindigkeit. Während die Fahrzeuggeschwindigkeit in der Regel mit einfachen Mitteln sehr genau gemessen werden kann (hoch aufgelöster Encoder an Vorder- und/oder Hinterrad), ist das Messen der Orientierung eines Fahrrades oder Motorrades nicht ohne weiteres möglich. Hierfür können mechanische Systeme wie beispielsweise in [14]–[18] oder optische Systeme in Form von Videokameras wie zum Beispiel in [19]–[21] oder optische Distanzsensoren wie beispielsweise in [22]–[24] verwendet werden. Allerdings sind sowohl mechanische als auch optische Systeme in der Regel vergleichsweise groß und teuer. Außerdem kann mit diesen nur ein Neigungswinkel des Fahrrades relativ zur Fahrbahnoberfläche gemessen werden und kein absoluter Neigungswinkel. Ein weiterer Nachteil von mechanischen und optischen Sensoren ist die geringe Robustheit, insbesondere gegenüber Verschmutzung und Fahrbahnunebenheiten (und ggf. Lichtverhältnissen).

Statt den mechanischen und optischen Methoden, mit welchen ein Rollwinkel relativ zur Fahrbahnoberfläche direkt ermittelt werden kann, gibt es auch die Möglichkeit den Rollwinkel mithilfe von Inertialsensordaten und Geschwindigkeitsmessungen zu bestimmen. Hierbei kann die Fahrzeugorientierung jedoch nicht direkt gemessen werden, sondern muss aus den Beschleunigungs- und Drehratensignalen sowie dem Geschwindigkeitssignal mithilfe einer Sensordatenfusion (z.B. durch ein Kalman-Filter) bestimmt werden. In der Literatur finden sich dazu verschiedene Ansätze. Einige davon werden im Folgenden kurz erläutert. Dabei wird vor allem auf Ansätze eingegangen, bei denen für die Datenfusion kinematische Modelle zugrunde liegen, da für diese in der Regel sehr wenige Systemparameter bekannt sein müssen. Dadurch sind diese Zustandsschätzer deutlich besser für Serienanwendungen (wie Fahrassistenzsysteme) geeignet als Zustandsschätzer, bei denen ein kinetisches Fahrzeugmodell (mit Systemmassen, Trägheitsmomenten, ...) zugrunde liegt.

[25]–[27] Hier werden zwei sehr einfache Methoden zur Bestimmung eines Motorradrollwinkels vorgestellt. Dabei wird bei beiden eine einfache Sensorkonfiguration mit zwei bzw. vier Drehratensensoren und einem Raddrehzahlsensor verwendet. Bei beiden Methoden werden zunächst die gemessenen Drehraten durch einen „Frequency Separation Block“ in einen hochfrequenten und einen niederfrequenten Anteil aufgespalten. Aus diesen zwei Anteilen wird anschließend jeweils eine Schätzung des Rollwinkels ermittelt. Diese beiden Schätzungen werden dann addiert und ergeben die finale Schätzung des Rollwinkels. Beim Hochfrequenzanteil wird zur Bestimmung des Rollwinkels der hochfrequente Anteil der Drehrate um die  $x$ -Achse integriert.

Dadurch, dass die niederfrequenten Anteile des Signals entfernt wurden, liegt auch kein Offset mehr in dem Signal vor und das integrierte Signal driftet nicht ab. Für die Bestimmung der Niedrig-Frequenz-Schätzung werden zwei verschiedene Methoden vorgeschlagen. Bei der ersten Methode wird die Drehrate um die  $z$ -Achse verwendet und davon ausgegangen, dass diese annähernd der Gierrate des Fahrzeugs entspricht. Damit lässt sich aus der Drehrate/Gierrate und der Geschwindigkeit ein Rollwinkel für eine statische Kurvenfahrt ermitteln. Da jedoch die Gierrate mit steigendem Rollwinkel von der gemessenen Drehrate um die  $z$ -Achse abweicht, kann dies insbesondere bei großen Rollwinkeln zu Abweichungen im geschätzten Signal führen. Außerdem wird mit dieser Methode nicht der Rollwinkel des Motorrads oder Fahrrades allein bestimmt, sondern (aufgrund des zugrunde liegenden Kräftegleichgewichts) der Rollwinkel des Fahrzeug-Fahrer-Gesamtsystems. Dementsprechend weicht der ermittelte Rollwinkel auch bei einer Gewichtsverlagerung des Fahrers von dem realen Rollwinkel des Fahrzeugs ab. Die Autoren merken zudem an, dass der gewählte Ansatz nur auf ebener Fahrbahn gut funktioniert, da der Zusammenhang zwischen Rollwinkel, Gierrate und Geschwindigkeit bei einer Straße mit Gefälle zudem um den Steigungswinkel erweitert werden müsste. In der zweiten vorgeschlagenen Methode zur Ermittlung des niederfrequenten Anteils der Rollwinkelschätzung schlagen die Autoren die Verwendung von zwei weiteren Drehratensensoren vor, wodurch der Rollwinkel anhand einer geometrischen Beziehung zwischen den verschiedenen gemessenen Drehraten ermittelt werden kann. Dieser Ansatz hat verschiedene Vorteile: Der Algorithmus funktioniert auch bei Steigungen und bei einer Gewichtsverlagerung des Fahrers gut und es wird kein Raddrehzahlsignal benötigt. Allerdings schreiben die Autoren, dass auch dieser Ansatz nicht in allen Betriebsbedingungen valide ist. Die vorgestellten Algorithmen funktionieren relativ gut und benötigen wenig Rechenkapazität. Für die Anwendung am selbstfahrenden Fahrrad ist die Genauigkeit des geschätzten Rollwinkels jedoch nicht gut genug.

[28], [29] Für die Schätzung eines Rollwinkels und Nickwinkels werden in diesen Artikeln ein Extended Kalman Filter (EKF) und ein Unscented Kalman Filter (UKF) verwendet. Diesen stehen jeweils Messdaten aus einem 3-achsigen Drehratensensor, einem 3-achsigen Beschleunigungssensor und einem hochauflösendem Raddrehzahlsensor zur Verfügung. Die verwendeten Kalman-Filter benötigen nur zwei Zustandsgrößen, da stark vereinfachte Modelle angenommen werden und viele der Messgrößen als Eingangsgrößen von Prozess- und Messmodell modelliert werden. Die präsentierten Ergebnisse mit beiden Kalman-Filtern sehen vielversprechend aus, allerdings wird keine Aussage getroffen, welchen Einfluss die stark vereinfachten angenommenen Modelle auf die Schätzergebnisse haben (z.B. bei einer Steigung oder bei einer Veränderung des Fahrerschwerpunkts).

- [30] Hier werden weitere Algorithmen zur Rollwinkelschätzung vorgestellt, bei welchen nur wenige Sensoren benötigt werden. Allerdings wird aus den präsentierten Ergebnissen deutlich, dass auch diese Algorithmen verschiedene Schwächen haben und die Qualität der Schätzergebnisse für die Anwendung am selbstfahrenden Fahrrad oder für die Verwendung für Fahrassistenzsysteme ungeeignet sind.
- [31] Für das in diesem Artikel vorgestellten Kalman-Filter werden nur die Signale eines 3-achsigen Drehratensensors und eines Raddrehzahlsensors benötigt. Für das Kalman-Filter werden stark vereinfachte Modelle aufgestellt. Hierbei werden teilweise Ansätze der zuvor vorgestellten Methoden zur Rollwinkelschätzung verwendet. Durch die vereinfachten Modelle kann das geschätzte Signal des Algorithmus in bestimmten Situationen ungenau werden. Im Großen und Ganzen funktioniert die vorgestellte Methode ähnlich gut wie die Frequency Separation Methode, hat aber in anderen Fahrsituationen Stärken bzw. Schwächen.
- [32] Hier wird ein weiteres Extended Kalman Filter (EKF) zur Schätzung des Rollwinkels vorgestellt. Für dieses werden sowohl Drehratenmessungen, Beschleunigungsmessungen und Geschwindigkeitsmessungen verwendet. Für das Kalman-Filter werden exakte kinematische Modelle der gemessenen Drehraten und Beschleunigungen hergeleitet. Dadurch können theoretisch sehr gute Ergebnisse erzielt werden. In dem veröffentlichten Artikel wird das Kalman-Filter zunächst mit den exakten Modellen simuliert. Anschließend werden weitere Simulationen mit drei unterschiedlich stark vereinfachten Modellen durchgeführt. In den präsentierten Ergebnissen wird leider nur die Abweichung der verschiedenen reduzierten Kalman-Filter zum Kalman-Filter mit exakten Modellen untersucht. Ein Vergleich zu Referenzwerten wird nicht angestellt.

Weitere Ansätze können in verschiedenen Patenten gefunden werden [33]–[46]. Aus dieser Übersicht wird deutlich, dass die Bestimmung eines Rollwinkels eines einspurigen Fahrzeugs kein triviales Problem ist. Die meisten der vorgestellten Algorithmen haben gewisse Einschränkungen bezüglich der Betriebsbedingungen, für welche sie gute Ergebnisse liefern. Weiter fällt auf, dass bei fast allen vorgestellten Ansätzen ein genaues, hochaufgelöstes Geschwindigkeitssignal wichtig ist, um gute Ergebnisse zu erzielen. Außerdem wird die Sensorposition für die Herleitung der meisten verwendeten Modelle nicht berücksichtigt, was einen Einfluss auf die Genauigkeit der Schätzergebnisse haben kann.

Neben den Methoden zur Schätzung eines Rollwinkels sind in der Literatur weitere Zustandschätzer für Fahrräder und Motorräder zu finden, bei welchen weitere Fahrzeugzustände geschätzt werden. Sollen Gierwinkel und Fahrzeugposition ermittelt werden, so wird hierfür in der Regel, wie in [47], [48], zusätzlich ein GPS-Sensor verwendet.

### 2.1.3 Regelung von Fahrrädern und Motorrädern

Am Fahrrad soll ein Regler implementiert werden, welcher für die Regelung nur einen Lenkaktor verwendet (kein Schwungrad und keine verschiebbaren Massen). Daher wird im Folgenden nur auf Projekte eingegangen, bei denen ein (reales) Fahrrad oder Motorrad nur durch Lenkbewegungen stabilisiert und geregelt wird. Projekte, bei denen zusätzlich am Fahrrad Schwungräder oder verschiebbare Massen verbaut wurden, werden nicht betrachtet. Auch die vielen theoretischen Arbeiten zum Thema Zweiradregelung werden nicht näher erläutert, da dies den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.

In [18] gibt es bereits eine gute Übersicht über Fahrräder und Motorräder, an denen verschiedene Regler implementiert wurden. Da diese Übersicht bereits einige Jahre alt ist, soll sie hier um einige Projekte, die seitdem hinzugekommen sind bzw. die dort nicht erfasst sind, vervollständigt werden. Hierbei wird zunächst auf Fahrradprojekte eingegangen:

- [49] Dieses Fahrrad wurde an der **Tokyo University of Agriculture and Technology** entwickelt. An dem Fahrrad sind zwei Aktoren verbaut: Eine verschiebbare Masse und ein Lenkmotor. Für die Auslegung eines Querdynamikreglers verwendet der Autor ein stark vereinfachtes Modell und eine einfache, geschwindigkeitsabhängige Rückführung des Rollwinkels und der seitlichen Abweichung zu einem Vorschauunkt. Das Fahrrad wurde in einem Geschwindigkeitsbereich von  $\approx 0.5 - 3$  m/s erfolgreich auf einem Laufband getestet. Hierbei wurden auch Tests durchgeführt, bei denen nur der Lenkmotor aktiv ist. Bei diesen konnten vielversprechende Ergebnisse bei relativ niedrigen Geschwindigkeiten erzielt werden.
- [50], [51] An dem **King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang** haben die Autoren ein Kinderfahrrad zu einem selbstfahrenden Fahrrad umgebaut. Bei diesem werden Rollrate und Rollwinkel verwendet, um das Fahrrad mithilfe eines Fuzzy-PID-Reglers zu regeln. Leider werden keine Ergebnisse präsentiert, es wird lediglich geschrieben, dass „ein zufriedenstellendes Ergebnis erzielt wird“.
- [52]–[55] An dem selbstfahrenden Fahrrad, welches an der **Keio University** entwickelt wurde, wurden verschiedene Regelalgorithmen implementiert: Die Autoren beschreiben einen einfachen PD-Regler und einen Sliding Mode Regler mit Störgrößenbeobachter. Das Fahrrad wurde zwar nur im Labor auf einem Rollenprüfstand getestet, zeigt jedoch mit dem Sliding Mode Regler mit Störgrößenbeobachter, in Anbetracht des Geschwindigkeitsbereichs, in dem die Tests stattfanden (0.4-3 m/s), sehr gute Ergebnisse.
- [56] Dieses selbst balancierende Fahrrad wurde an dem **Massachusetts Institute of Technology** entwickelt. Auf den verwendeten Regler wird nicht im Detail eingegangen. Die Messungen,

welche bei Geschwindigkeiten von 4 m/s und 4.5 m/s durchgeführt wurden, zeigen, dass das Fahrrad nach einer seitlichen Störung erfolgreich stabilisiert wird, allerdings auch sehr lange nachschwingt.

- [57] Hierbei handelt es sich um ein zweites fahrerloses Fahrrad, welches an der **Keio University** entwickelt wurde. Da der Artikel nur in Japanisch verfügbar ist, liegen keine Informationen zum verwendeten Regler und den getesteten Geschwindigkeiten vor. Die präsentierten Ergebnisse zeigen jedoch, dass das Fahrrad erfolgreich stabilisiert werden kann und ein Rollwinkel vorgegeben werden kann.
- [58]–[60] Das selbstfahrende Fahrrad der **Norwegian University of Science and Technology** entstand im Rahmen mehrerer Masterarbeiten. Das Fahrrad verwendet einen sehr einfachen P-Regler (Steer into the Lean) zur Querstabilisierung und zur Vorgabe eines Soll-Rollwinkels. Dabei wird der Rollwinkelfehler auf ein Lenkmoment zurückgeführt. Aus den Arbeiten geht leider nicht hervor, in welchem Geschwindigkeitsbereich das Fahrrad getestet wurde. Das Fahrrad wird zuverlässig stabilisiert, ein vorgegebener Rollwinkel kann jedoch nur mit gewissen Abweichungen ausgeregelt werden.
- [61]–[63] Am **Politecnico di Torino** wurde dieses selbststabilisierende Fahrrad entwickelt. Hierbei wird für die Stabilisierung des Fahrrades eine Zustandsrückführung verwendet, die entsprechenden Reglergains werden mit LPV-Methoden berechnet. Die dargestellten Experimente zeigen, dass das Fahrrad nach einer kurzen Störung in einem Geschwindigkeitsbereich von 1.6-2.1 m/s stabilisiert werden kann.
- [64], [65] Dieses sehr kleine selbstfahrende Fahrrad wurde an der **TU Delft** aus Lego NXT Bausteinen aufgebaut. Für die Stabilisierung des Fahrrades wird eine sehr einfache „Steer into the Lean“ Regelung verwendet. In den zum Fahrrad veröffentlichten Videos kann man sehen, dass es erfolgreich stabilisiert wird.
- [66]–[68] Dieses selbstfahrende Fahrrad wurde für den Studentenwettbewerb **BicyRobo Thailand** von einem Team des **Science and Technology Research Institute** entwickelt. Das Fahrrad wird mit einem PD-Regler geregelt. Die veröffentlichten Videos des Fahrrades zeigen, dass es sowohl mit als auch ohne Fahrer erfolgreich geregelt werden kann.
- [69] **Masahiko Yamaguchi** hat einen humanoiden Roboter entwickelt, welcher selbstständig auf einem für den Roboter angefertigten Fahrrad fahren kann. Der verwendete Roboter kann selbstständig anfahren und stoppen, das Fahrrad stabilisieren und um Kurven fahren. Hierfür wird ein PID-Regler verwendet, welcher dem Roboter einen Lenkwinkel vorgibt, welchen dieser dann mit seinen Armen ausregelt.

- [70] Dieses Fahrrad wurde ebenfalls für den Studentenwettbewerb **BicyRobo Thailand** entwickelt. Die Studenten der **Mahanakorn University of Technology** verwenden zwei kaskadierte PID-Regler für die Ausregelung des Lenkwinkels und die Stabilisierung des Fahrrades. Im Video ist zu sehen, dass dem Fahrrad auch Kurvenfahrten (mit sehr großem Radius) vorgegeben werden können.
- [71]–[76] Bei dem selbstfahrenden Fahrrad der **Beijing University of Posts and Telecommunications** wurden Regler für verschiedene Fahrsituationen entwickelt: Ein Regler soll das Fahrrad im Stillstand stabilisieren und benutzt hierbei den im Vorderrad verbauten Motor, bei einem festen Lenkwinkel von z.B.  $45^\circ$ . Ein weiterer Regler wurde für das Fahren von Kurven entwickelt. Auch bei diesem wird ein fester Lenkwinkel entsprechend der Kurve eingestellt und das Fahrrad mithilfe des Motors im Vorderrad stabilisiert. Der dritte Regler ist für die Stabilisierung des Fahrrades bei einer Geradeausfahrt gedacht und verwendet als Stellgröße den Lenkwinkel. Inwiefern ein Umschalten zwischen den Reglern möglich ist und realisiert wird, wird in den Veröffentlichungen nicht beschrieben.
- [77] An der **University of Illinois** wurde ein selbstfahrendes Miniaturfahrrad entwickelt. Dieses wird mit einem Sliding Mode Regler geregelt. Die veröffentlichten Videos zeigen, dass der Regler das Fahrrad stabilisieren kann und gewisse Lenkwinkel oder Rollwinkel vorgegeben werden können.
- [78], [79] Das am **Asian Institute of Technology** entwickelte autonome Fahrrad wird mithilfe eines Sliding Mode Controllers geregelt. Es hat einen GPS-Sensor verbaut und kann einer vorgegebenen Strecke folgen. In den Videos des Fahrrades ist zu sehen, dass das Fahrrad zwar bei einer vergleichsweise niedrigen Geschwindigkeit geregelt werden kann, allerdings am Lenker starke Schwingungen auftreten.
- [80]–[82] Das hier vorgestellte fahrerlose Fahrrad wurde an der **Tsinghua University** entwickelt. Für die Regelung des Fahrrades wird ein PD-Regler mit Feedforward verwendet. Die veröffentlichten Ergebnisse zeigen, dass das Fahrrad erfolgreich, ohne große Schwingungen bei einer Vorwärtsgeschwindigkeit von  $2.5 \text{ m/s}$  stabilisiert werden kann und einem Referenzrollwinkel mit gewissen Abweichungen gefolgt werden kann. Das Fahrrad wurde, nachdem die Querdynamikregelung erfolgreich implementiert wurde zusätzlich um Methoden zur Hinderniserkennung und -vermeidung erweitert. Zudem wurde ein weiterer Prototyp mit verstellbarem Lenkkopfwinkel (und damit verstellbarem Nachlauf) entwickelt, welcher bei deutlich niedrigeren Geschwindigkeiten als der erste Prototyp stabilisiert werden kann ( $v_{\min} = 0.58 \text{ m/s}$  statt  $1.3 \text{ m/s}$ ).

- [83]–[89] An der **Cornell University** beschäftigt sich eine Gruppe aus Studenten mit der Entwicklung eines selbstfahrenden Fahrrades. Für die Regelung der Querdynamik wird hier eine Zustandsrückführung verwendet. Dabei wird die Lenkrate als Stellgröße vorgegeben. Die veröffentlichten Videos zeigen beeindruckende Ergebnisse, insbesondere auch wenn es um die Reaktion auf Störungen geht. Leider ist nicht bekannt, mit welchen Geschwindigkeiten das Fahrrad getestet wurde und da ein Großteil der Berichte zu dem Projekt nicht mehr verfügbar sind, ist auch nicht bekannt, ob bereits ein Pfadfolgeregler an dem Fahrrad implementiert und getestet wurde.
- [3], [90], [91] Im Rahmen mehrerer Abschlussarbeiten wurde bei **Bosch eBike Systems** ein erster Prototyp eines selbstfahrenden Fahrrades entwickelt. Dieser Prototyp dient als Grundlage der folgenden Arbeit. Für die Querdynamikregelung wurde ein erweiterter „Steer into the Lean“ Regler verwendet, eine Pfadfolgeregelung wurde mit einem Pure-Pursuit-Regler umgesetzt. Die Ergebnisse dieses ersten Prototyps sind vielversprechend, allerdings werden in der letzten Arbeit zu dem Prototyp auch verschiedene Möglichkeiten aufgezeigt, wie dieser weiter verbessert werden kann.
- [92] Hier wird ein Fahrrad fahrender, humanoider Roboter vorgestellt. Dieser wurde an der **National Tsing Hua University** entwickelt und sitzt auf einem kleinen, extra für ihn angefertigten Fahrrad und kann erfolgreich geradeaus fahren.
- [93] Das hier vorgestellte selbstfahrende Fahrrad wurde an der **Arizona State University** entwickelt. Ein geschwindigkeitsabhängiger PID-Regler stabilisiert das Fahrrad in einem Geschwindigkeitsbereich von 2.0-5.2 m/s. Allerdings sind in den präsentierten Ergebnissen starke Schwingungen des Lenkwinkels und des Rollwinkels zu sehen.
- [94]–[98] An der **Mälardalen University** wurde dieses fahrerlose Fahrrad im Rahmen verschiedener Studentenprojekte und Masterarbeiten entwickelt. Die Autoren haben an dem Fahrrad verschiedene Regler in einem Geschwindigkeitsbereich von  $\approx 2.0 - 4.0$  m/s getestet. Das Fahrrad wird erfolgreich stabilisiert und kann einem vorgegebenen Rollwinkel folgen. Der Regelfehler ist jedoch teilweise sehr groß.
- [99] In dieser Bachelorarbeit wird die Entwicklung eines fahrerlosen Fahrrades am **KTH Royal Institute of Technology** beschrieben. Der Prototyp konnte allerdings nur sporadisch stabilisiert werden.
- [100] Das selbstfahrende Fahrrad der **Technischen Universität Kaiserslautern** wird mit einem passivitäts-basierten Querdynamikregler mit Feedforward geregelt. Die Messungen zeigen,

dass das Fahrrad erfolgreich stabilisiert werden kann und dass ein gewünschter Rollwinkel zuverlässig ausgeregelt werden kann.

- [101] In diesem Konferenzbeitrag wird der Prototyp eines selbstfahrenden Fahrrades der **Guilin University of Electronic Technology** vorgestellt. Allerdings werden keine experimentellen Ergebnisse präsentiert.
- [102], [103] Das fahrerlose Fahrrad, welches an der **University of Michigan-Dearborn** entwickelt wurde, hat die Besonderheit, dass als Lenkaktor ein Linearaktor verbaut ist. Geregelt wird das Fahrrad mit einem PID-Regler, welcher es in einem Geschwindigkeitsbereich von 2.0-4.0 m/s erfolgreich stabilisiert.
- [104]–[109] Das Fahrrad **Weel EV-B** wird bei der **Weel Autonomy Inc.** entwickelt und soll bald auf den Markt gebracht werden. Neben einer Querstabilisierung verfügt das Fahrrad über verschiedene Sensoren, die unter anderem das Fahrradfahren sicherer machen sollen und viele weitere Funktionen ermöglichen sollen. Außerdem wurden viele mechanische Komponenten durch Motoren und Sensoren ersetzt. So gibt es keine Kette und keine Gangschaltung. Auch gebremst wird mithilfe der beiden in den Rädern verbauten Motoren. Leider sind bezüglich der verwendeten Methoden zur Querstabilisierung des Fahrrades keine Informationen verfügbar. Die veröffentlichten Patente lassen aber darauf schließen, dass hierfür sowohl der im Steuerrohr integrierte Lenkmotor als auch die beiden Radmotoren verwendet werden.
- [110], [111] Dieses selbstfahrende Fahrrad der **Peking University** verwendet einen einfachen „Steer into the Lean“ Regler für die Querdynamikregelung. Die veröffentlichten Ergebnisse zeigen, dass das Fahrrad bei einer Vorwärtsgeschwindigkeit von  $\approx 3.5$  m/s erfolgreich stabilisiert werden kann und ein gewünschter Rollwinkel gut ausgeregelt werden kann.

Anhand dieser Übersicht wird deutlich, dass es viele Arbeiten gibt, bei denen ein Querdynamikregler am Fahrrad erfolgreich umgesetzt wird. Jedoch wird in den wenigsten Fällen ein angeforderter Lenkwinkel oder Rollwinkel exakt ausgeregelt. Zudem treten bei vielen der Fahrräder im niedrigen Geschwindigkeitsbereich starke, unerwünschte Schwingungen auf. Weiter fällt auf, dass es sehr wenige Projekte gibt, bei denen ein Pfadfolgeregler erfolgreich implementiert wurde. Bei diesen Fahrrädern mit Pfadfolgereglern ist der minimale Kurvenradius, den eine vorgegebene Strecke haben darf, immer relativ groß.

Neben diesen Projekten, bei denen ein Regler am Fahrrad implementiert wurde, gibt es auch verschiedene ähnliche Projekte, bei denen Motorräder mit Lenkbewegungen geregelt werden:

- [17], [112] Das ferngesteuerte Motorrad von Ruijs und Pacejka wurde für die Untersuchung der Auswirkungen von Straßenunebenheiten entwickelt. Für die Regelung des Motorrades wird



ein einfacher, geschwindigkeitsabhängiger Regler verwendet, bei dem bei niedrigen Geschwindigkeiten die Rollrate und bei hohen Geschwindigkeiten der Rollwinkel zurückgeführt wird. Zusätzlich wird, um die Lenkung etwas zu dämpfen, die Lenkrate im Regler berücksichtigt. Mithilfe dieses Querdynamikreglers konnte das Motorrad erfolgreich stabilisiert werden.

- [113]–[116] In diesen Papern wird ein selbstfahrendes Motorrad vorgestellt, welches in einer Kooperation von **Honda** und der **Nihon University** entwickelt wurde. Laut den Autoren wurden die Methoden zur Regelung des Motorrades vom menschlichen Verhalten abgeleitet. Moore schreibt in [18], dass das fahrerlose Motorrad das wohl „am realistischsten geregelte“ Motorrad ist und dass es „wirklich gut“ funktioniert. Leider ist eine Vielzahl der Artikel, welche das Motorrad beschreiben nur in Japanisch verfügbar und auch die von Moore beschriebenen Videos konnten nicht gefunden werden.
- [117] Das Motorrad **Ghostrider** wurde für die DARPA Grand Challenge gebaut und trat dort (als einziges Motorrad) im Jahr 2005 an. Die veröffentlichten Videos des Motorrades zeigen, dass dieses in einem großen Geschwindigkeitsbereich erfolgreich stabilisiert werden kann und einer vorgegebenen Strecke folgen kann. Die Entwickler geben an, mehr als 400 Testmeilen mit dem Motorrad gesammelt zu haben, wobei viele dieser Tests abseits von befestigten Straßen stattfanden.
- [118] Das hier vorgestellte fahrerlose Motorrad wurde am **Israel Institute of Technology** entwickelt. Die präsentierten Messungen und Videos zeigen, dass das Motorrad erfolgreich stabilisiert werden kann und dass ein vorgegebener Rollwinkel sehr schnell und zuverlässig ausgeregelt werden kann.
- [119] An der **Rutgers University** wurde ein Pocketbike zu einem fahrerlosen Motorrad umgebaut. In dem Paper beschreiben die Autoren, wie das Motorrad im Stillstand nur durch Lenkbewegungen stabilisiert werden kann und präsentieren entsprechende experimentelle Ergebnisse.
- [120] Das im Jahr 2017 vorgestellte Konzeptmotorrad **Honda Moto Riding Assist** kann durch eine automatische Anpassung des Lenkkopfwinkels und durch einen Lenkmotor bei sehr niedrigen Geschwindigkeiten (bis in den Stillstand) stabilisiert werden. Leider liegen keine weiteren Informationen bezüglich des Motorrades vor.
- [121] Bei **BMW** wurde ein selbstfahrendes Motorrad entwickelt, welches dabei helfen soll, neue Fahrassistentenfunktionen zu entwickeln. Das veröffentlichte Video des Motorrades zeigt, dass es sehr gut stabilisiert wird und sehr gut einer vorgegebenen Strecke folgen kann. Von

den Entwicklern gibt es eine Veröffentlichung [122], in welcher eine Kombination von verschiedenen Reglern für die Regelung eines Motorrades vorgeschlagen wird, jedoch werden keine experimentellen Ergebnisse präsentiert. Daher ist es unklar, ob diese Regler auch am realen Motorrad implementiert und getestet wurden oder ob bei dem finalen selbstfahrenden Motorrad andere Regler zum Einsatz kommen.

[123] Bei **Yamaha** wurde der humanoide Roboter **Motobot** entwickelt, welcher ein Motorrad erfolgreich über eine Rennstrecke steuern kann. Die veröffentlichten Videos sind sehr eindrucksvoll und zeigen den Motorrad fahrenden Roboter meist bei sehr hohen Geschwindigkeiten. Die Entwickler geben an, dass der Roboter das Motorrad in einem Geschwindigkeitsbereich von  $\approx 15 - 200$  km/h steuern kann. Über die verwendeten Methoden zur Querdynamikregelung und Pfadfolgeregelung liegen keine Informationen vor.

[124] Das selbstfahrende Motorrad von **AB Dynamics** wurde für die Erprobung von selbstfahrenden Autos und für die Erprobung von Fahrerassistenzsystemen (bei Autos) entwickelt. Das Motorrad kann in einem großen Geschwindigkeitsbereich erfolgreich geregelt werden (Stabilisierung und Vorgabe von Kurvenfahrten). Der Hersteller gibt an, dass die Implementierung eines Algorithmus zur Pfadfolgeregelung ebenfalls möglich ist. Zu den verwendeten Methoden zur Regelung des Motorrades werden keine Angaben gemacht.

Im Bereich der selbstfahrenden Motorräder gibt es teilweise sehr beeindruckende Projekte, bei denen sowohl ein Querdynamikregler als auch ein Pfadfolgeregler implementiert wurden. Allerdings liegen bei vielen Projekten kaum Informationen zu den verwendeten Methoden vor.

Vergleicht man die hier aufgelisteten Projekte mit der Übersicht aus [18], so wird deutlich, dass sich die Anzahl der erfolgreich umgesetzten lenkungsbasierten „Bike Robots“ mehr als verdoppelt hat und auch bei deren Fähigkeiten deutliche Fortschritte gemacht wurden. Wie schon von Moore [18] erwähnt, kann man beobachten, dass zur Reglerauslegung sehr verschiedene Modelle und Methoden verwendet werden, was den Schluss zulässt, dass es viele Möglichkeiten gibt ein entsprechendes selbstfahrendes Fahrrad zu realisieren. Außerdem kann man beobachten, dass es wenige Projekte gibt, bei denen ein Rollwinkel oder Lenkwinkel exakt ausgeregelt wird und noch weniger Projekte, bei denen erfolgreich ein Pfadfolgeregler implementiert wurde. Besonders beeindruckende Projekte sind das Studentenprojekt der Cornell University, das Fahrrad Weel EV-B, das Motorrad „Ghostrider“, das selbstfahrende Motorrad von BMW und der Yamaha Motobot.

## 2.2 Aufbau des Testrades

Abbildung 2.1 zeigt das für diese Arbeit aufgebaute Testrad. Dieses wird in den folgenden Kapiteln



Abbildung 2.1: Aufbau des Testrades

für die Erprobung der einzelnen entwickelten Module (Kalibrierrouinen, Zustandsschätzer und Regler) verwendet. Es handelt sich um ein Pedelec, welches um einige Bauteile erweitert wurde. Die einzelnen Komponenten werden im Folgenden näher beschrieben:

- ① An dem Fahrrad ist eine **Bosch Performance Line CX Drive Unit** verbaut. Diese wird mit einer angepassten Software verwendet, um so eine Geschwindigkeitsregelung und das Auslesen der internen Sensoren zu ermöglichen. In der Drive Unit ist unter anderem eine Inertial Measurement Unit (IMU) verbaut, mit welcher Beschleunigungen, Drehraten und Magnetfelder gemessen werden können. Aufgrund der Störeinflüsse des Motors sind die Magnetfelddaten jedoch nur bedingt zu gebrauchen.
- ② Bei der am Fahrrad verbauten Batterie handelt es sich um einen **Bosch 500Wh Akku**.
- ③ Die Software des Fahrrades wurde so angepasst, dass auf dem **Kiox Display** für uns relevante Größen angezeigt werden können. Diese sind zum Beispiel der aktuelle Fahrradzustand, der ausgewählte Regler, sowie der aktuelle Lenk- und Rollwinkel.
- ④ An dem Fahrrad ist ein **Bosch ABS** verbaut, welches zwei hochaufgelöste Raddrehzahlsensoren verwendet und die gemessenen Raddrehzahlsignale bereitstellt.
- ⑤ Neben den Raddrehzahlsensoren ist standardmäßig auch ein **Reed-Schalter** zur Ermittlung der Fahrradgeschwindigkeit verbaut. Dieser erzeugt, mithilfe eines in den Fahrradspeichen

montierten Magnets, einen Impuls pro Radumdrehung. Aus den Impulsen kann bei bekanntem Hinterradradius eine bereits zurückgelegte Strecke ermittelt werden (durch ein Akkumulieren der bisher aufgetretenen Pulse). Alternativ kann auch eine Durchschnittsgeschwindigkeit über die letzte Radumdrehung ermittelt werden (mithilfe des zeitlichen Abstands der letzten beiden Pulse).

- ⑥ Zur Bestimmung des Lenkwinkels wird ein **Lenkwinkelsensor** aus dem Automobilbereich verwendet, welcher neben dem Lenkwinkel auch die Lenkrate ausgibt.
- ⑦ Zur Positionsbestimmung des Fahrrades wurde ein **RTK-GPS-Modul** verbaut. Mithilfe von Korrekturdaten, welche durch eine passende Basisstation bereitgestellt werden, kann die Position des Fahrrades mit diesem Modul mit einer Genauigkeit von wenigen Zentimetern bestimmt werden. Bei dem verbauten Modul handelt es sich um ein **simpleRTK2B Lite** Modul von **ArduSimple** mit passendem Funkmodul zum Empfang der Korrekturdaten.
- ⑧ Für die Implementierung der in den folgenden Kapiteln vorgestellten Module am Fahrrad wird eine **dSPACE MicroAutoBox II** verwendet. Hierbei handelt es sich um einen Echtzeitcomputer zum Rapid Control Prototyping. Dieser hat eine große Anzahl an verschiedenen digitalen und analogen Ein- und Ausgängen. An diesen sind zum Beispiel auch verschiedene Taster zur Steuerung des Fahrrades und ein Not-Aus-Schalter angeschlossen. Ein großer Vorteil der MicroAutoBox ist, dass aus Matlab- und Simulink-Modellen Code generiert werden kann, welcher dann ohne großen Aufwand in Echtzeit auf dieser ausgeführt werden kann.
- ⑨ Der am Fahrrad verbaute Lenkaktor besteht aus mehreren Komponenten: einem **Motor** von Maxon mit zugehörigem 3-stufigem **Getriebe** mit einer Übersetzung von 43:1 und einem **Motorencoder**. Um das Drehmoment von der Motor-Getriebe-Achse auf die Lenkachse umzulenken, wird ein **Kegelradgetriebe** mit einer Übersetzung von 2:1 verwendet, damit erhält man eine Gesamtübersetzung von 86:1. Der Motor wird von einem **Maxon-Steuergerät** angesteuert, welches in einem leeren Batteriegehäuse auf dem Gepäckträger des Fahrrades verbaut ist. Dieses Steuergerät hat verschiedene Betriebsmodi: Es kann entweder ein Soll-Drehmoment/Motorstrom oder eine Soll-Drehzahl des Motors angefordert werden. In Abbildung 5.4 wird der Lenkaktor nochmals genauer dargestellt und beschrieben.

Die verschiedenen Softwaremodule, welche in den folgenden Kapiteln beschrieben werden und auf der MicroAutoBox implementiert werden, werden alle mit einer Updaterate von 100 Hz ausgeführt. Aufgrund der deutlich niedrigeren Bandbreite der Fahrraddynamik ist dies für die Regelung eines selbstfahrenden Fahrrades schnell genug. Außerdem liegen die meisten Sensorsignale ebenfalls mit einer Updaterate von 100 Hz vor.

# Modellierung der Fahrraddynamik für Simulation & Reglerentwurf

Sowohl für die Simulation des Fahrradverhaltens als auch für den Reglerentwurf und die Systemanalyse werden Modelle des Fahrrades benötigt. Hierbei ist wichtig, geeignete Modelle für den jeweiligen Anwendungsfall zu verwenden: Das Simulationsmodell sollte möglichst genau sein, um das Verhalten des realen Fahrrades gut abzubilden. Gleichzeitig darf es nicht zu detailliert sein, sodass Simulationen nicht übermäßig viel Zeit in Anspruch nehmen. Das Modell für Reglerentwurf und Systemanalyse hingegen sollte einfach und nicht zu komplex sein, muss aber das Verhalten und die grundsätzliche Dynamik des Fahrrades qualitativ abbilden können. Besonders interessant sind für unsere Zwecke nichtlineare Modelle, welche das Fahrradverhalten auch bei größeren Neigungs- und Lenkwinkeln gut darstellen.

In der Literatur sind - wie in Abschnitt 2.1.1 beschrieben - verschiedene Fahrradmodelle und deren Herleitung zu finden. Eine gute Übersicht über Fahrradmodelle und deren Herleitung findet sich in [10]. Für das Simulationsmodell wurde ein leicht abgewandeltes nichtlineares Carvallo-Whipple-Modell [8], [9] gewählt, welches im folgenden Abschnitt beschrieben und hergeleitet wird. Das vereinfachte Modell für den Reglerentwurf basiert auf dem Fahrradmodell von Getz [6] und wird im darauffolgenden Abschnitt beschrieben und hergeleitet. Die beiden Herleitungen orientieren sich hierbei an bestehenden Arbeiten aus der Literatur.

## 3.1 Simulationsmodell

Das nichtlineare Carvallo-Whipple-Fahrradmodell beschreibt das Fahrrad als ein Mehrkörpersystem, welches aus vier Körpern (Fahrradrahmen (mit Fahrer)  $\mathbf{B}$ , Lenker mit Gabel  $\mathbf{S}$ , Hinterrad  $\mathbf{R}$  und Vorderrad  $\mathbf{F}$ ) besteht. Diese sind durch reibungsfreie Gelenke miteinander verbunden.

Für die Modellierung werden außerdem folgende Annahmen über das Fahrrad getroffen:

- (a) Das Fahrrad ist seitensymmetrisch aufgebaut.
- (b) Die Reifenbreite ist relativ schmal. Daher kann sie vernachlässigt werden.
- (c) Das Fahrrad fährt auf einer ebenen Fläche.
- (d) Beide Räder sind in permanentem Kontakt zum Boden (kein Abheben von Vorder- oder Hinterrad).
- (e) Außerdem tritt weder am Vorder- noch am Hinterrad Schlupf auf.

Aufgrund der obigen Annahmen hat das Fahrradmodell insgesamt 7 Freiheitsgrade in den Koordinaten und 3 Freiheitsgrade in den Geschwindigkeiten. Sehr übersichtliche Herleitungen der Dynamikgleichungen mithilfe des Lagrange-Formalismus oder unter Verwendung der Newton-Euler-Gleichungen findet man in [11]. Daher wird in dieser Arbeit die Herleitung der Dynamikgleichungen basierend auf dem Lagrange-Formalismus aus [11] als Vorlage verwendet und für unsere Zwecke angepasst.

### 3.1.1 Fahrradparameter

Für die Modellierung werden verschiedene geometrische und massebezogene Parameter benötigt. Die geometrischen Fahrradparameter werden in Tabelle 3.1 und Abbildung 3.1 eingeführt. Die Größen  $d_1$ ,  $d_2$  und  $d_3$  können hierbei wie folgt aus Vorderradradius  $r_F$ , Hinterradradius  $r_R$ , Radstand  $l$ , Nachlauf  $c$  und Lenkkopfwinkel  $\varepsilon$  berechnet werden:

$$d_1 = (c + l) \cos \varepsilon - r_R \sin \varepsilon \quad (3.1)$$

$$d_2 = (r_R - r_F) \cos \varepsilon + l \sin \varepsilon \quad (3.2)$$

$$d_3 = r_F \sin \varepsilon - c \cos \varepsilon. \quad (3.3)$$

Außer diesen geometrischen Parametern sind für die Modellierung noch die massebezogenen Parameter der einzelne Körper  $\mathbf{K}$  (Rahmen, Lenker, Hinter- und Vorderrad) wichtig. Dies sind die Körpermassen  $m_{\mathbf{K}}$ ,  $x_{\mathbf{K}}$ - und  $z_{\mathbf{K}}$ -Koordinate der Körperschwerpunkte (aufgrund der Annahme eines seitensymmetrischen Fahrrades ist  $y_{\mathbf{K}} = 0$ ) sowie die Massenträgheiten der Körper  $I_{\mathbf{K}}$ . Diese Parameter sind jeweils im entsprechenden körpereigenen Koordinatensystem gegeben.

In Anhang A sind verschiedene Parametersätze zu finden. Für Simulationen und Reglerauslegung wurde der Parametersatz „Testrad mit Stützen“ verwendet.

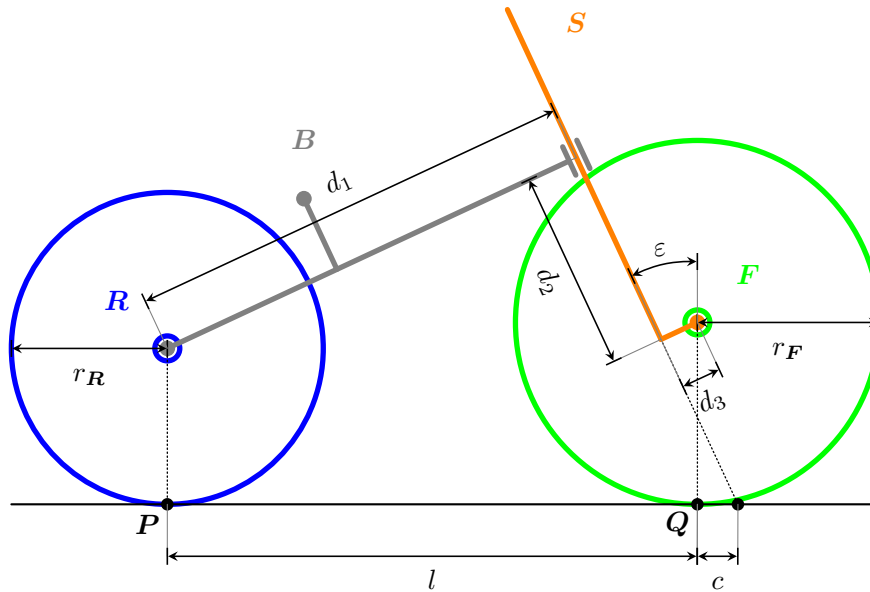


Abbildung 3.1: Geometrische Fahrradparameter

Tabelle 3.1: Fahrradparameter

$r_R$	m	Hinterradradius
$r_F$	m	Vorderradradius
$l$	m	Radstand
$c$	m	Nachlauf
$\varepsilon$	rad	Lenkkopfwinkel
$d_1$	m	Abstand zwischen Hinterradachse und Lenkachse
$d_2$	m	Abstand zwischen $d_1$ und $d_3$
$d_3$	m	Abstand zwischen Lenkachse und Vorderradachse

### 3.1.2 Systemzustände und Koordinatensysteme

Für die Modellierung werden die in Tabelle 3.2 aufgeführten Systemzustände und deren Ableitungen verwendet. Der Zustandsvektor  $\mathbf{q}$  ist folgendermaßen definiert:

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad \dots \quad q_8]^\top = [x \quad y \quad \psi \quad \varphi \quad \theta \quad \delta \quad \theta_R \quad \theta_F]^\top. \quad (3.4)$$

Hierbei ist zu beachten, dass der Nickwinkel  $\theta$  theoretisch auch durch andere Zustände (Rollwinkel  $\varphi$  und Lenkwinkel  $\delta$ ) darstellbar wäre, allerdings ist die Herleitung dieser Darstellung in der Praxis sehr aufwendig und die Darstellung ist sehr komplex. Daher wird im Folgenden eine holonome

Tabelle 3.2: Systemzustände

$x$	m	x-Koordinate des Hinterradaufstandspunktes
$y$	m	y-Koordinate des Hinterradaufstandspunktes
$\psi$	rad	Gierwinkel
$\varphi$	rad	Rollwinkel
$\theta$	rad	Nickwinkel
$\delta$	rad	Lenkwinkel
$\theta_{\mathbf{R}}$	rad	Hinterradwinkel
$\theta_{\mathbf{F}}$	rad	Vorderradwinkel

Zwangsbedingung eingeführt, welche den Zusammenhang zwischen Nickwinkel, Rollwinkel und Lenkwinkel beschreibt und der Nickwinkel wird als eigene Zustandsgröße modelliert.

Während der Modellierung werden die verschiedenen Koordinatensysteme und Drehungen verwendet, welche in Abbildung 3.2 eingeführt werden. Diese werden auch in den folgenden Kapiteln (z.B. für die Herleitung der Modelle für die Zustandsschätzung) verwendet. Die einzelnen Koordinatensysteme sind dabei wie folgt definiert:

**Inertialkoordinatensystem  $\mathcal{I}$ :** Das Inertialkoordinatensystem hat seinen Ursprung in einem festen Punkt an der Erdoberfläche, die  $x$ -Achse zeigt nach Norden, die  $y$ -Achse nach Osten und die  $z$ -Achse zeigt zum Erdmittelpunkt.

**Fahrzeugkoordinatensystem  $\mathcal{V}$ :** Das Fahrzeugkoordinatensystem ist um den Gierwinkel  $\psi$  um die  $z$ -Achse des Inertialsystems gedreht. Die Drehung lässt sich durch folgende Rotationsmatrix beschreiben:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{I}\mathcal{V}} = \mathbf{R}_{\mathbf{e}_3, \psi} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Der Ursprung des Fahrzeugkoordinatensystems ist der Hinterradaufstandspunkt  $\mathbf{P}$  mit den Koordinaten  $(x, y)$ .

$$\mathbf{o}_{\mathcal{V}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

**Rahmenkoordinatensystem  $\mathcal{B}$ :** Das Rahmenkoordinatensystem ist gegenüber dem Fahrzeugkoordinatensystem um den Rollwinkel  $\varphi$  um die  $x$ -Achse und anschließend um den Nickwinkel  $\theta$  um die



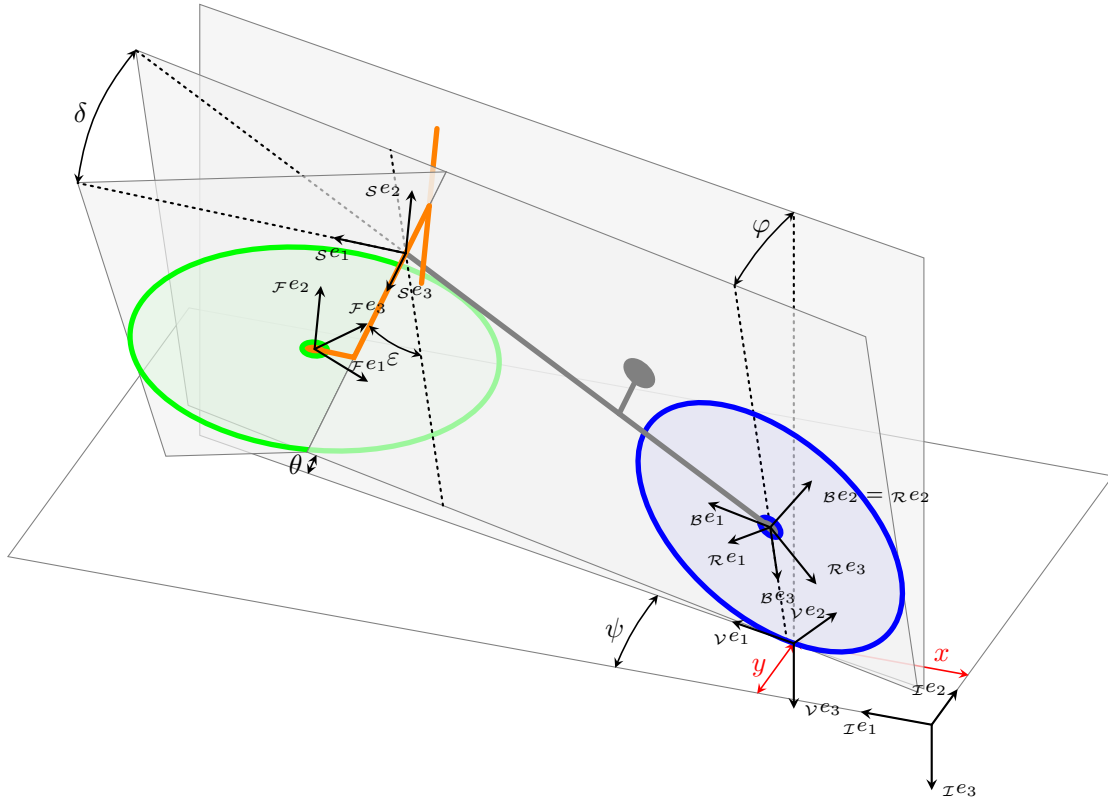


Abbildung 3.2: Koordinatensysteme und Drehwinkel für die Modellierung der Fahrraddynamik

$y$ -Achse gedreht. Daraus ergeben sich für die Rotation ins Rahmenkoordinatensystem die folgende Rotationsmatrizen:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{V}\mathcal{B}} = \mathbf{R}_{e_1, \varphi} \mathbf{R}_{e_2, \theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{R}_{\mathcal{I}\mathcal{B}} = \mathbf{R}_{\mathcal{I}\mathcal{V}} \mathbf{R}_{\mathcal{V}\mathcal{B}}. \quad (3.8)$$

Der Ursprung des Rahmensystems liegt in der Hinterradachse. Damit erhält man:

$$\mathbf{v}^{\mathcal{O}\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_{\mathcal{R}} \sin \varphi \\ -r_{\mathcal{R}} \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{o}_{\mathcal{B}} = \mathbf{o}_{\mathcal{V}} + \mathbf{R}_{\mathcal{I}\mathcal{V}} \mathbf{v}^{\mathcal{O}\mathcal{B}}. \quad (3.10)$$

**Lenkerkoordinatensystem  $\mathcal{S}$ :** Das Lenkerkoordinatensystem ist gegenüber dem Rahmenkoordinatensystem um den Lenkkopfwinkel  $\varepsilon$  um die  $y$ -Achse und um den Lenkwinkel  $\delta$  um die  $z$ -Achse

verdreht. Als Rotationsmatrizen erhält man:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{BS}} = \mathbf{R}_{e_2, \varepsilon} \mathbf{R}_{e_3, \delta} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & 0 & \sin \varepsilon \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varepsilon & 0 & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{R}_{\mathcal{IS}} = \mathbf{R}_{\mathcal{IB}} \mathbf{R}_{\mathcal{BS}}. \quad (3.12)$$

Der Ursprung des Lenkerkoordinatensystems liegt im Schnittpunkt zwischen Lenkachse und der dazu senkrechten Verbindungslinie zur Hinterradachse (Ursprung des Rahmenkoordinatensystems):

$$\mathcal{B}o_{\mathcal{S}} = \begin{bmatrix} d_1 \cos \varepsilon \\ 0 \\ -d_1 \sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$o_{\mathcal{S}} = o_{\mathcal{B}} + \mathbf{R}_{\mathcal{IB}} \mathcal{B}o_{\mathcal{S}}. \quad (3.14)$$

**Hinterradkoordinatensystem  $\mathcal{R}$ :** Das Hinterradkoordinatensystem ist um den Winkel  $\theta_{\mathcal{R}}$  gegenüber dem Rahmenkoordinatensystem verdreht. Die Drehung lässt sich durch folgende Rotationsmatrizen beschreiben:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{BR}} = \mathbf{R}_{e_2, \theta_{\mathcal{R}}} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{\mathcal{R}} & 0 & \sin \theta_{\mathcal{R}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{\mathcal{R}} & 0 & \cos \theta_{\mathcal{R}} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{R}_{\mathcal{IR}} = \mathbf{R}_{\mathcal{IB}} \mathbf{R}_{\mathcal{BR}}. \quad (3.16)$$

Der Ursprung des Hinterradkoordinatensystems ist identisch mit dem des Rahmenkoordinatensystems, dieser liegt in der Hinterradachse:

$$o_{\mathcal{R}} = o_{\mathcal{B}}. \quad (3.17)$$

**Vorderradkoordinatensystem  $\mathcal{F}$ :** Das Vorderradkoordinatensystem ist um den Vorderradwinkel  $\theta_{\mathcal{F}}$  zum Lenkerkoordinatensystem verdreht. Die Drehung lässt sich durch folgende Rotationsmatrizen beschreiben:

$$\mathbf{R}_{\mathcal{SF}} = \mathbf{R}_{e_2, \theta_{\mathcal{F}}} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{\mathcal{F}} & 0 & \sin \theta_{\mathcal{F}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{\mathcal{F}} & 0 & \cos \theta_{\mathcal{F}} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{R}_{\mathcal{IF}} = \mathbf{R}_{\mathcal{IS}} \mathbf{R}_{\mathcal{SF}}. \quad (3.19)$$

Das Vorderradkoordinatensystem hat seinen Ursprung in der Vorderradachse:

$$\mathbf{s}^{\mathcal{O}_{\mathcal{F}}} = \begin{bmatrix} d_3 \\ 0 \\ d_2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{o}_{\mathcal{F}} = \mathbf{o}_{\mathcal{S}} + \mathbf{R}_{\mathcal{IS}} \mathbf{s}^{\mathcal{O}_{\mathcal{F}}}. \quad (3.21)$$

Die Drehreihenfolge für die Koordinatentransformationen, welche die Orientierung des Fahrrades darstellen, ist Gier-Roll-Nick ( $z$ - $x$ - $y$ ). Diese Drehreihenfolge wird sowohl für die Modellierung als auch in den nachfolgenden Kapitel verwendet.

### 3.1.3 Berechnung der kinetischen und potentiellen Energien

Verwendet man für die Modellierung eines Mehrkörpersystems den Lagrange-Formalismus, so muss man zunächst die kinetischen und potentiellen Energien der einzelnen Körper bestimmen.

#### Kinetische Energie

Die kinetische Energie  $T$  eines Körpers wird aus der Summe der Energien aus Translations- und Rotationsbewegung der einzelnen Körper berechnet. Die Rotationsenergie eines Körpers  $\mathbf{K}$  wird aus der Rotationsgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{K}}$  und der Massenträgheit  ${}_{\mathcal{I}}\mathbf{I}_{\mathbf{K}}$  berechnet. Hierbei ist zu beachten, dass die Rotationsgeschwindigkeit des entsprechenden Körpers (mit Körperkoordinatensystem  $\mathcal{K}$ ) relativ zum Inertialkoordinatensystem  $\mathcal{I}$  verwendet wird. Diese kann mithilfe der entsprechenden Rotationsmatrix (vom Inertial- ins Körperkoordinatensystem) wie folgt berechnet werden:

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{K}} = \dot{\mathbf{R}}_{\mathcal{IK}} \mathbf{R}_{\mathcal{IK}}^{\top} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Die Massenträgheitsmatrix muss im Inertialkoordinatensystem gegeben sein. Dann berechnet sich die Rotationsenergie zu

$$T_{\text{rot},\mathbf{K}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{K}} {}_{\mathcal{I}}\mathbf{I}_{\mathbf{K}} \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{K}}^{\top}. \quad (3.23)$$

Die Translationsenergie der einzelnen Körper kann aus der jeweiligen Geschwindigkeit der Körperschwerpunkte (relativ zum Inertialkoordinatensystem) und der Körpermasse bestimmt werden

$$T_{\text{trans},\mathbf{K}} = \frac{1}{2} m_{\mathbf{K}} \mathbf{v}_{\mathbf{K}_S}^\top \mathbf{v}_{\mathbf{K}_S}. \quad (3.24)$$

Die entsprechenden Geschwindigkeiten der Körperschwerpunkte können mithilfe der Zeitableitungen der entsprechenden Ortsvektoren im Inertialsystem bestimmt werden. Die gesamte kinetische Energie des Fahrrades ergibt sich zu

$$\begin{aligned} T &= T_{\text{rot},\mathbf{R}} + T_{\text{rot},\mathbf{B}} + T_{\text{rot},\mathbf{S}} + T_{\text{rot},\mathbf{F}} \\ &+ T_{\text{trans},\mathbf{R}} + T_{\text{trans},\mathbf{B}} + T_{\text{trans},\mathbf{S}} + T_{\text{trans},\mathbf{F}}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

### Potentielle Energie

Die potentielle Energie  $V$  eines Körpers wird mithilfe des Ortsvektors zum Schwerpunkt des Körpers im Inertialsystem  $\mathbf{p}_{\mathbf{K}_S}$  und der entsprechenden Körpermasse  $m_{\mathbf{K}}$  bestimmt:

$$V_{\mathbf{K}} = -m_{\mathbf{K}} g \mathbf{e}_3^\top \mathbf{p}_{\mathbf{K}_S} \quad (3.26)$$

mit  $\mathbf{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^\top$ . Damit erhält man für die potentielle Energie des Gesamtsystems

$$V = V_{\mathbf{R}} + V_{\mathbf{B}} + V_{\mathbf{S}} + V_{\mathbf{F}}. \quad (3.27)$$

### 3.1.4 Holonome und nicht-holonome Zwangsbedingungen

Mithilfe der Zwangsbedingungen werden die Annahmen (d) und (e) aus Abschnitt 3.1 bezüglich der Fahrraddynamik in der Modellierung berücksichtigt. Annahme (d) beschreibt Zwangsbedingungen auf Koordinatenebene (holonome Zwangsbedingungen), bei Annahme (e) handelt es sich um Zwangsbedingungen auf Geschwindigkeitsebene (nicht-holonome Zwangsbedingung).

#### Holonome Zwangsbedingungen

Die erste holonome Zwangsbedingung - dauerhafter Kontakt des Hinterrades zur Fahrbahnebene - wird schon durch die Wahl der Systemzustände und der Koordinatensysteme berücksichtigt. So wird in Gl. (3.9) und Gl. (3.10) festgelegt, dass der Ursprung des Rahmen- und des Hinterradkoordinatensystems immer in Abhängigkeit des Hinterradaufstandspunktes  $\mathbf{P}$ , des Hinterradradius und des Rollwinkels des Fahrrades gegeben ist. Die zweite holonome Zwangsbedingung legt fest, dass das Vorderrad in dauerhaftem Kontakt zur Fahrbahnebene sein muss. Diese lässt sich - wie

schon in Abschnitt 3.1.2 beschrieben - durch den Zusammenhang von Rollwinkel, Lenkwinkel und Nickwinkel darstellen. Um diesen Zusammenhang herzuleiten, muss die  $z$ -Koordinate des niedrigsten Punktes des Vorderrades (Vorderradaufstandspunkt  $\mathbf{Q}$ ) berechnet werden und zu null gesetzt werden. Die Koordinaten des Vorderradaufstandspunktes können in Abhängigkeit des Ursprungs des Vorderradkoordinatensystems berechnet werden. Hierzu berechnet man zunächst den Normalenvektor zur Vorderradebene

$$\mathbf{n}_F = \mathbf{R}_{\mathcal{IF}} \mathbf{e}_2 \quad (3.28)$$

mit  $\mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^\top$ . Mit diesem kann man einen normierten Vektor  $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_F$  berechnen, der in die Fahrtrichtung des Vorderrades zeigt:

$$\boldsymbol{\lambda}_F = \mathbf{n}_F \times \mathbf{e}_3, \quad \bar{\boldsymbol{\lambda}}_F = \frac{1}{\sqrt{\boldsymbol{\lambda}_F^\top \boldsymbol{\lambda}_F}} \boldsymbol{\lambda}_F \quad (3.29)$$

Mit dem Kreuzprodukt aus  $\bar{\boldsymbol{\lambda}}_F$  und  $\mathbf{n}_F$  erhält man einen (normierten) Vektor, welcher von der Vorderradachse in Richtung des Vorderradaufstandspunktes zeigt. Multipliziert man diesen mit dem Vorderradradius, so erhält man den Vektor, der von Vorderradachse zum Vorderradaufstandspunkt zeigt:

$$\mathbf{p}_{FQ} = r_F \left( \bar{\boldsymbol{\lambda}}_F \times \mathbf{n}_F \right). \quad (3.30)$$

Der Ortsvektor des Vorderradaufstandspunktes ergibt sich aus der Summe des Ortsvektors zur Vorderradachse und des Vektors  $\mathbf{p}_{FQ}$ :

$$\mathbf{p}_Q = \left( \mathbf{o}_F + \mathbf{p}_{FQ} \right). \quad (3.31)$$

Die holonome Zwangsbedingung für das Vorderrad besagt, dass das Vorderrad immer in Kontakt mit der Fahrbahnebene sein muss. Dementsprechend muss die  $z$ -Koordinate des Vorderradaufstandspunktes immer Null sein. Damit erhält man für die holonome Zwangsbedingung des Vorderrades

$$h = \mathbf{e}_3^\top \mathbf{p}_Q = 0. \quad (3.32)$$

### Nicht-holonome Zwangsbedingungen

Mit den nicht-holonomen Zwangsbedingungen wird sichergestellt, dass Annahme (e) erfüllt wird und dementsprechend weder am Vorder- noch am Hinterrad Schlupf auftritt. Wenn kein Schlupf auftritt, ist die Geschwindigkeit des jeweiligen Rades am Aufstandspunkt in  $x$ - und  $y$ -Richtung gleich null. Die Geschwindigkeit des Vorderradaufstandspunktes ergibt sich aus der Summe der

Geschwindigkeit der Vorderradachse (Ursprung des Vorderradkoordinatensystems)  $\dot{\boldsymbol{o}}_{\mathcal{F}}$  und dem Kreuzprodukt aus der Winkelgeschwindigkeit des Vorderrades  $\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{F}}$  und des Vektors  $\boldsymbol{p}_{\mathcal{F}Q}$ , der von der Vorderradachse zum Aufstandspunkt des Vorderrades zeigt

$$\boldsymbol{v}_Q = \dot{\boldsymbol{o}}_{\mathcal{F}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{F}} \times \boldsymbol{p}_{\mathcal{F}Q}. \quad (3.33)$$

Als nicht-holonome Zwangsbedingungen für das Vorderrad erhält man somit

$$\boldsymbol{n}_{\mathcal{F}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_2 \end{bmatrix}^{\top} \boldsymbol{v}_Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top}. \quad (3.34)$$

Für die nicht-holonome Zwangsbedingung des Hinterrades, welche ähnlich berechnet wird, muss zunächst noch der Vektor von Hinterradachse zum Hinterradaufstandspunkt hergeleitet werden. Dieser kann Anhand der Definition der Koordinatensysteme bestimmt werden:

$$\boldsymbol{p}_{\mathcal{R}P} = -\boldsymbol{R}_{\mathcal{I}\mathcal{V}} \boldsymbol{v}^{\mathcal{O}_{\mathcal{B}}}. \quad (3.35)$$

Die Geschwindigkeit des Hinterrades am Hinterradaufstandspunkt kann aus der Summe der Geschwindigkeit der Hinterradachse (Ursprung des Hinterradkoordinatensystems)  $\dot{\boldsymbol{o}}_{\mathcal{R}}$  und dem Kreuzprodukt aus der Winkelgeschwindigkeit des Hinterrades  $\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}}$  und des Vektors  $\boldsymbol{p}_{\mathcal{R}P}$ , der von der Hinterradachse zum Aufstandspunkt des Hinterrades zeigt, berechnet werden:

$$\boldsymbol{v}_P = \dot{\boldsymbol{o}}_{\mathcal{R}} + \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{R}} \times \boldsymbol{p}_{\mathcal{R}P}. \quad (3.36)$$

Die Zwangsbedingungen erhält man analog zu denen des Vorderrades:

$$\boldsymbol{n}_{\mathcal{R}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_1 & \boldsymbol{e}_2 \end{bmatrix}^{\top} \boldsymbol{v}_P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top}. \quad (3.37)$$

### Überführung der Zwangsbedingungen auf Geschwindigkeits- / Beschleunigungsebene

Um die Zwangsbedingungen für das Simulationsmodell nutzen zu können, müssen sie in die Beschleunigungsebene überführt werden. Dafür müssen sie entsprechend nach der Zeit abgeleitet werden.

Die nicht-holonomen Zwangsbedingungen sind schon auf Geschwindigkeitsebene gegeben und linear in den Geschwindigkeiten. Daher erhält man auf Geschwindigkeits- und Beschleunigungsebene

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{n}_{\mathcal{F}} \\ \boldsymbol{n}_{\mathcal{R}} \end{bmatrix} = \boldsymbol{n} = \boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\top} \quad (3.38)$$

$$\frac{d\mathbf{n}}{dt} = \dot{\mathbf{N}}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{N}\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^\top. \quad (3.39)$$

Für die holonome Zwangsbedingung des Vorderrades erhält man nach zweimaligem Ableiten nach der Zeit

$$\frac{dh}{dt} = \underbrace{\frac{\partial h}{\partial \mathbf{q}}}_{\mathbf{H}} \underbrace{\frac{d\mathbf{q}}{dt}}_{\dot{\mathbf{q}}} = 0 \quad (3.40)$$

$$\frac{d^2h}{dt^2} = \dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}\ddot{\mathbf{q}} = 0. \quad (3.41)$$

Die Zwangsbedingungen auf Beschleunigungsebene können dann wie folgt zusammengefasst werden:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \ddot{\mathbf{q}} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{H}} \\ \dot{\mathbf{N}} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{C}}} \dot{\mathbf{q}}. \quad (3.42)$$

### 3.1.5 Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen des Fahrrades bestehen aus zwei Teilen: Der erste Teil wird mithilfe des Lagrange-Formalismus hergeleitet, der zweite Teil besteht aus den in Abschnitt 3.1.4 beschriebenen Zwangsbedingungen. Für den ersten Teil benötigt man zunächst die Lagrange-Funktion  $L$ , welche aus den in Abschnitt 3.1.3 berechneten kinetischen und potentiellen Energien gebildet wird:

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - V(\mathbf{q}). \quad (3.43)$$

Mithilfe der Lagrange-Gleichung erhält man

$$\frac{\partial L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} + \mathbf{C}^\top(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3.44)$$

mit dem Lagrange-Multiplikator  $\boldsymbol{\lambda}$ , welcher die Zwangskräfte und -momente beinhaltet und der Eingangsmatrix

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^\top. \quad (3.45)$$

Der Eingangsvektor  $\mathbf{u}$  beinhaltet ein Rollmoment  $T_\varphi$ , das Lenkmoment  $T_\delta$  sowie Hinter- und Vorderradmomente  $T_{\theta_R}$  und  $T_{\theta_F}$ :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} T_\varphi & T_\delta & T_{\theta_R} & T_{\theta_F} \end{bmatrix}^\top. \quad (3.46)$$

Gleichung (3.44) lässt sich auch darstellen als

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{C}^\top(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda}. \quad (3.47)$$

Zusammen mit Gleichung (3.42), welche die Zwangsbedingungen des Systems auf Beschleunigungsebene beschreibt, erhält man die Dynamikgleichungen des Systems:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{C}^\top(\mathbf{q})\boldsymbol{\lambda} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = -\dot{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}. \quad (3.49)$$

### 3.1.6 Validierung der Modellgleichungen

Die hergeleiteten Bewegungsgleichungen sind relativ komplex. Daher ist es schwierig, diese analytisch zu überprüfen. Stattdessen wird ein numerischer Ansatz gewählt. Wie in [11] werden die zweiten Ableitungen der Zustandsgrößen  $\ddot{\mathbf{q}}$  mit Hilfe der Dynamikgleichungen berechnet. Dabei werden die in [11] gegebenen Anfangsbedingungen der Dynamikgleichungen (Zustände  $\mathbf{q}$  und deren Ableitungen  $\dot{\mathbf{q}}$ ) verwendet, nachdem sie in die in Abschnitt 3.1.2 gegebenen Koordinatensysteme transformiert wurden. Die Ergebnisse müssen anschließend wieder in die in [11] gegebenen Koordinatensysteme transformiert werden, um sie mit den dort gegebenen Ergebnissen vergleichen zu können. Bei den angestellten Berechnungen haben die Ergebnisse mit den Referenzwerten übereingestimmt, daher wird angenommen, dass die hergeleiteten Modellgleichungen valide sind.

### 3.1.7 Modifikationen Lenkrateneingang

In dem hergeleiteten Modell gibt es als Systemeingänge bisher nur das Hinterradmoment  $T_{\theta_R}$ , das Vorderradmoment  $T_{\theta_F}$ , das Lenkmoment  $T_\delta$  und das Moment, welches auf den Rollwinkel wirkt  $T_\varphi$ . Um die Simulation mit einer vom Regler angeforderten und vom Motor gestellten Lenkrate zu ermöglichen, muss das Simulationsmodell entsprechend angepasst werden. Dafür wird eine zusätzliche Zwangsbedingung eingeführt:

$$\dot{\delta} = u_{\delta, \text{Motor}}. \quad (3.50)$$



Hierbei beschreibt  $u_{\delta, \text{Motor}}$  die Lenkrate, welche vom Lenkmotor gestellt wird. Diese Zwangsbedingung muss noch auf die Beschleunigungsebene überführt werden damit sie im Simulationsmodell verwendet werden kann:

$$\ddot{\delta} = \dot{u}_{\delta, \text{Motor}}. \quad (3.51)$$

Durch die Einführung der neuen Zwangsbedingung wird auch der Vektor der Zwangskräfte und -momente  $\boldsymbol{\lambda}$  um einen Eintrag erweitert:

$$\tilde{\boldsymbol{\lambda}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ \lambda_{T_\delta} \end{bmatrix}. \quad (3.52)$$

Dieser zusätzliche Eintrag beschreibt das Lenkmoment, welches der Motor aufbringen muss, um die entsprechende Lenkrate zu erreichen. Plötzliche (sprungartige) Änderungen der durch den Regler angeforderten Lenkrate  $u_{\delta, \text{Regler}}$  können vom Motor in der Regel nicht direkt umgesetzt werden, da hierfür extrem hohe Lenkmomente erforderlich wären. Um das reale Systemverhalten abzubilden, muss daher für die Simulation ein Modell des Motors, mit dem die Lenkratenanforderung des Reglers umgesetzt wird, zwischen Regler und Fahrradmodell eingefügt werden. Dieses kann auch aus einem einfachen Tiefpassfilter bestehen, welcher das Motorverhalten approximiert und dafür sorgt, dass nur Änderungen der Lenkrate, die durch den Motor realisiert werden können, am Lenkrateneingang des Fahrradmodells ankommen.

### 3.1.8 Stabilisierung der Zwangsbedingungen

Dadurch, dass verschiedene Zwangsbedingungen in differenzierter Form verwendet werden, werden sie nur in den Beschleunigungen erfüllt. In den Geschwindigkeiten und Positionen werden Sie nicht mehr exakt erfüllt (Drift). Dadurch kann es bei der Simulation zu Verletzungen der Zwangsbedingungen und zu numerischen Instabilitäten kommen.

Um dies zu verhindern, gibt es verschiedene Methoden um ein Einhalten der Zwangsbedingungen und die numerische Stabilität der Simulation zu gewährleisten. Dazu gehören unter anderem verschiedene Projektionsmethoden oder die Baumgarte-Stabilisierung, welche in dieser Arbeit verwendet wird. Durch die zusätzlich eingeführte Zwangsbedingung für den Lenkrateneingang und die Baumgarte-Stabilisierung ergibt sich für das erweiterte System

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{q})\tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})^T \tilde{\boldsymbol{\lambda}} \quad (3.53)$$

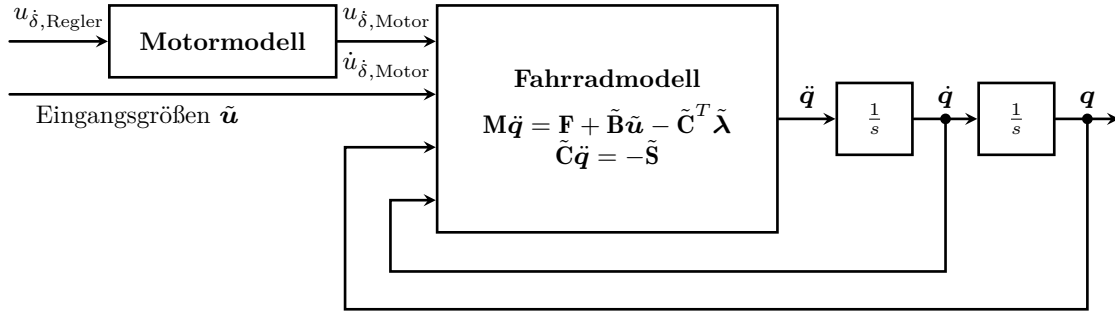


Abbildung 3.3: Aufbau des erweiterten Simulationsmodells mit Lenkrateneingang und Baumgarte-Stabilisierung

$$\tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\ddot{\mathbf{q}} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{N}}\dot{\mathbf{q}} + \gamma\mathbf{N}\dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{q}} + 2\alpha\mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} + \beta\mathbf{h} \\ -\dot{u}_{\delta, \text{Motor}} + \gamma(\dot{q}_6 - u_{\delta, \text{Motor}}) \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{S}}} \quad (3.54)$$

mit

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\top}, \quad (3.55)$$

$$\tilde{\mathbf{u}} = [T_{\varphi} \quad T_{\theta_R} \quad T_{\theta_F}]^{\top}, \quad \tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} & & & & & \mathbf{C} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

und den Parametern der Baumgarte-Stabilisierung  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ . Ein schematischer Aufbau des erweiterten Simulationsmodells mit Lenkrateneingang und Stabilisierung der Zwangsbedingungen ist in Abbildung 3.3 dargestellt.

## 3.2 Vereinfachtes Fahrradmodell

Für den Reglerentwurf sind die oben hergeleiteten Dynamikgleichungen zu komplex. Um ein besser geeignetes Modell zu erhalten, müssen verschiedene Vereinfachungen am Modell vorgenommen werden. Im Folgenden werden zunächst die vorgenommenen Vereinfachungen beschrieben, anschließend werden die vereinfachten Dynamikgleichungen hergeleitet und linearisiert.

Tabelle 3.3: Parameter des vereinfachten Modells

$l$	m	Radstand
$x_{\mathcal{T}}$	m	$x$ -Koordinate des Fahrradschwerpunkts
$z_{\mathcal{T}}$	m	$z$ -Koordinate des Fahrradschwerpunkts
$m_{\mathcal{T}}$	kg	Gesamtmasse des Fahrrads

### 3.2.1 Vereinfachte Fahrradparameter

Um das Fahrradmodell aus Abschnitt 3.1 zu vereinfachen, muss zunächst die Anzahl der Parameter reduziert werden. Dafür werden für die Herleitung eines vereinfachten Modells zusätzlich zu den Annahmen aus Abschnitt 3.1 verschiedene Modifikationen der Fahrradgeometrie und der massebezogenen Parameter vorgenommen:

- (a) Hinter- und Vorderrad werden durch Kufen ersetzt. Bei diesen tritt kein seitlicher Schlupf auf. Durch diese Vereinfachung kann die Anzahl der Körper für die Modellierung auf zwei reduziert werden. Außerdem muss die Abrollbewegung der Räder in der Modellierung nicht mehr berücksichtigt werden
- (b) Sowohl Lenkkopfwinkel als auch Nachlauf des Fahrrades werden vernachlässigt ( $\varepsilon = 0$  rad,  $c = 0$  m). Dadurch ist der Nickwinkel  $\theta$  des Fahrrades Null.
- (c) Die Trägheitsmomente der einzelnen Körper werden vernachlässigt. Nur das Trägheitsmoment der Lenkdynamik wird in der Modellierung berücksichtigt. Außerdem wird die Masse des Fahrrades als Punktmasse angenommen.

Das vereinfachte Fahrradmodell ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Die verbleibenden Parameter des vereinfachten Fahrradmodells sind in Tabelle 3.3 aufgelistet. Durch die Vereinfachungen verringert sich die Anzahl der Zustände für die Modellierung auf fünf und die Anzahl der Zwangsbedingungen auf zwei. Der Vektor der Zustandsgrößen für das vereinfachte Modell ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x & y & \psi & \varphi & \delta \end{bmatrix}^{\top}. \quad (3.56)$$

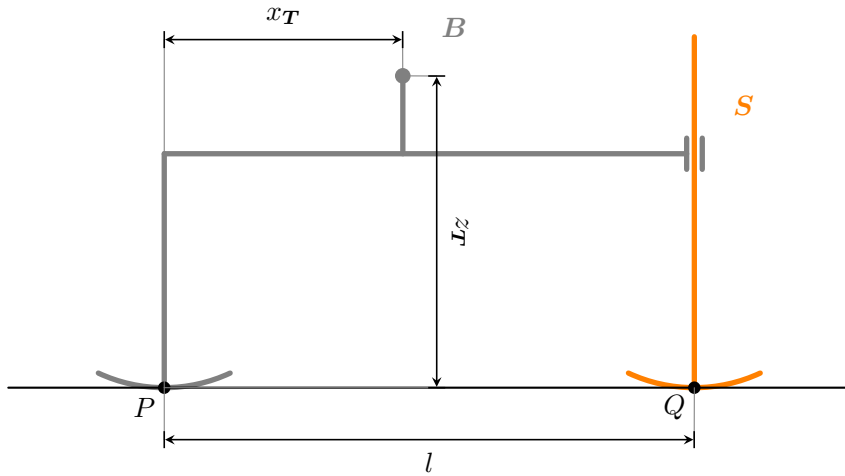


Abbildung 3.4: Geometrische Fahrradparameter des vereinfachten Modells

### 3.2.2 Herleitung der Modellgleichungen des vereinfachten Fahrradmodells

Durch die vereinfachte Fahrradgeometrie, die Vernachlässigung der verschiedenen Trägheitsmomente und die Zusammenfassung der Körpermassen zu einer Fahrradgesamtmasse vereinfacht sich die Berechnung der kinetischen und potentiellen Energien des Fahrrades deutlich:

$$T = T_{\text{rot},S} + T_{\text{trans},T}, \quad (3.57)$$

$$V = V_T. \quad (3.58)$$

Hierbei beschreiben  $T_{\text{trans},T}$  und  $V_T$  Energien bezüglich der Fahrradgesamtmasse  $m_T$  und des Fahrradgesamtschwerpunkts  $(x_T, z_T)$ .

Außerdem reduziert sich die Anzahl der Zwangsbedingungen auf zwei, da durch die vereinfachte Fahrradgeometrie der Nickwinkel konstant  $0^\circ$  beträgt und von den vier Kein-Schlupf-Bedingungen nur noch die Zwangsbedingungen bezüglich des seitlichen Schlupfs verbleiben. Dass am Hinterradaufstandspunkt kein seitlicher Schlupf auftritt bedeutet, dass die Quergeschwindigkeit am Hinterradaufstandspunkt  $v_\perp$  Null ist:

$$v_\perp = \cos \psi \dot{y} - \sin \psi \dot{x} = 0. \quad (3.59)$$

Der auf die Fahrbahn projizierte Lenkwinkel  $\sigma$  kann aus Lenkwinkel und Rollwinkel berechnet werden:

$$\tan \sigma = \frac{\tan \delta}{\cos \varphi}. \quad (3.60)$$

Damit erhält man für die Zwangsbedingung des Vorderradaufstandspunktes

$$\dot{\psi} - \tan \sigma \frac{v}{l} = \dot{\psi} - \frac{\tan \delta (\cos \psi \dot{x} + \sin \psi \dot{y})}{l \cos \varphi} = 0. \quad (3.61)$$

Da die resultierenden Differentialgleichungen (5 Stück) aus dem Lagrange Formalismus und die Gleichungen für die Zwangsbedingungen (2 Stück) einfach sind, ist es möglich, diese in drei Differentialgleichungen zusammenzufassen. Anschließend können die Bewegungsgleichungen auf neue generalisierte Zustände überführt werden. Der Vektor der neuen generalisierten Zustände auf Geschwindigkeitsebene ist:

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \begin{bmatrix} v & \dot{\varphi} & \dot{\delta} \end{bmatrix}^\top. \quad (3.62)$$

Die Bewegungsgleichungen haben dann folgende Form:

$$\tilde{\mathbf{M}}(\tilde{\mathbf{q}})\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} = \tilde{\mathbf{F}}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) + \tilde{\mathbf{B}}(\tilde{\mathbf{q}})\mathbf{u}. \quad (3.63)$$

Der Vektor  $\mathbf{u}$  stellt hierbei die verschiedenen externen Kräfte und Momente, welche auf das Fahrrad wirken dar:  $M_\varphi$  das Rollmoment,  $F_x$  die Antriebskraft und  $M_\delta$  das Lenkmoment. Nimmt man nun an, dass eine angeforderte Lenkrate direkt umgesetzt werden kann, so kann man die Massenträgheit der Lenkdynamik vernachlässigen und erhält für die Rolldynamik des Fahrrades:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} = & \underbrace{-\frac{g}{z_{\mathbf{T}}} \sin \varphi}_{(a)} + \underbrace{\frac{v^2}{lz_{\mathbf{T}}} \tan \delta}_{(b)} + \underbrace{\frac{x_{\mathbf{T}}v}{lz_{\mathbf{T}} \cos^2 \delta} \dot{\delta}}_{(c)} + \underbrace{\frac{x_{\mathbf{T}} \tan \delta \dot{v}}{lz_{\mathbf{T}}}}_{(d)} \\ & + \underbrace{\frac{\tan^2 \delta \tan \varphi v^2}{l^2}}_{(e)} + \frac{x_{\mathbf{T}} \tan \delta \tan \varphi v \dot{\varphi}}{lz_{\mathbf{T}}} + \underbrace{\frac{1}{m_{\mathbf{T}} z_{\mathbf{T}}^2} M_\varphi}_{(e)}. \end{aligned} \quad (3.64)$$

Die resultierende Gleichung der Rolldynamik besteht aus verschiedenen Teilen, wovon fünf im Folgenden näher betrachtet werden:

- (a) Dieser Term beschreibt den Einfluss der Schwerkraft in Abhängigkeit der Fahrradneigung auf die Rollbeschleunigung. Bei aufrechtem Fahrrad hat die Schwerkraft keine Auswirkung auf die Rolldynamik. Sobald das Fahrrad jedoch zur Seite geneigt wird, bewirkt die Schwerkraft ein Moment, welches im Stillstand in der Regel dazu führt, dass das Fahrrad umfällt.
- (b) Bei einer Kurvenfahrt ( $\delta \neq 0^\circ$ ,  $v > 0$  m/s) entsteht eine Zentrifugalkraft. Durch diese Zentrifugalkraft entsteht ein Moment, welches bei einer konstanten Kurvenfahrt in der Regel durch das Moment aus dem ersten Term kompensiert wird.

- (c) Die Lenkrate  $\dot{\delta}$  wird als Stellgröße für den Querdynamikregler verwendet ( $\dot{\delta} = u_{\delta}$ ). Dieser Ausdruck beschreibt den direkten Einfluss, welchen diese Stellgröße auf die Rolldynamik hat.
- (d) Dieser Teil der Gleichung ist für unsere Anwendung eigentlich uninteressant, da das Fahrrad bei einer konstanten Geschwindigkeit oder bei einer Geschwindigkeit, welche sich nur sehr langsam ändert, stabilisiert werden soll. Allerdings wird deutlich, dass, wenn der Lenkwinkel ungleich Null ist, theoretisch auch eine Stabilisierung des Fahrrades über die Drive Unit möglich wäre. Allerdings müssten das Fahrrad und die DU hierfür mechanisch angepasst werden.
- (e) Dieser Term beschreibt den Einfluss, welchen ein (Stör-)Rollmoment auf die Rolldynamik hat. Der Einfluss eines solchen Störmomentes ist abhängig von der Fahrradgesamtmasse und der Höhe des Fahrradschwerpunktes. Je schwerer das Fahrrad und höher der Schwerpunkt, desto geringer ist der Einfluss eines solchen Störmomentes.

In (3.64) ist zu sehen, dass sowohl Lenkrate als auch Lenkwinkel (integrierte Lenkrate) bei konstanter Geschwindigkeit ( $\dot{v} \approx 0 \text{ m/s}^2$ ) nur einen Einfluss auf die Rolldynamik haben, wenn diese ungleich null ist ( $v \neq 0 \text{ m/s}$ ). Außerdem ist die Gleichung der Rolldynamik weitgehend unabhängig von der Systemmasse, deutlich wichtiger sind der Radstand und die Position des Fahrradschwerpunktes.

### 3.2.3 Linearisiertes vereinfachtes Fahrradmodell

Linearisiert man die Dynamikgleichung (3.64) um die aufrechte Fahrradposition, so erhält man als lineares vereinfachtes Modell der Fahrradquerdynamik

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{g}{z_T} & 0 & \frac{v^2}{lz_T} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \delta \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{x_T v}{lz_T} \\ 1 \end{bmatrix} u_{\delta}. \quad (3.65)$$

Hierbei handelt es sich um ein nicht-minimalphasiges System. Die Steuerbarkeitsmatrix des Systems kann wie folgt berechnet werden:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{vx_T}{lz_T} & \frac{v^2}{lz_T} \\ \frac{x_T v}{lz_T} & \frac{v^2}{lz_T} & -\frac{gvx_T}{lz_T^2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.66)$$

Diese hat vollen Rang, solange die Geschwindigkeit ungleich Null ist. Sobald das Fahrrad jedoch steht, ist es (wie schon in Abschnitt 3.2.2 beschrieben) nicht mehr steuerbar.

## Zustandsschätzung & Kalibrierrouninen

Für die Entwicklung einer selbstfahrenden Testplattform ist eine genaue Kenntnis der Systemzustände ebenso wichtig wie für die Entwicklung moderner Fahrassistenzsysteme. Allerdings ist Sensorik, die die Systemzustände (wie zum Beispiel die Fahrradorientierung und -geschwindigkeit) genau messen kann, oft teuer und / oder relativ groß. Für einzelne Testräder ist dies kein großes Problem, für den Einsatz von Fahrassistenzsystemen in Serienfahrrädern stellt dies jedoch ein Ausschlusskriterium dar. Daher wurden im Rahmen dieser Arbeit verschiedene Algorithmen zur exakten Bestimmung der Fahrradzustände mithilfe von kostengünstigen Sensoren, welche auch in Serienfahrrädern verwendet werden können, entwickelt. Bei den verwendeten Sensoren handelt es sich insbesondere um einen einfachen Sensor zur Bestimmung der Geschwindigkeit, Inertialsensorik (Beschleunigungssensor und Drehratensensor) und optional um einen GPS-Sensor für die Positionsbestimmung.

Einen Überblick über die während der Entwicklung verwendeten Sensoren bietet Abbildung 4.1: In der Drive Unit ist eine 9-achsige Inertial Measurement Unit (IMU) verbaut (3-achsiger Beschleunigungssensor, 3-achsiger Drehratensensor, 3-achsiger Magnetfeldsensor) ①. Die IMU sitzt in der Symmetrieebene des Fahrrades, die  $x$ -Achse der Sensoreinheit zeigt nach vorne, die  $y$ -Achse nach rechts und die  $z$ -Achse nach unten. Am Hinterrad sind zwei Sensoren zur Bestimmung der Hinterradgeschwindigkeit verbaut: Zum einen ist ein Reedschalter verbaut ②, welcher mit Hilfe eines in den Speichen montierten Magnets einen Puls pro Radumdrehung erzeugt und zum anderen ist ein ABS-Raddrehzahlsensor verbaut ③. Dieser erzeugt 48 Pulse pro Radumdrehung und kann somit für die Erzeugung eines hochauflösenden Geschwindigkeitssignals verwendet werden. Dieses Geschwindigkeitssignal dient auch als Referenz für den in Abschnitt 4.3 vorgestellten Zustandsschätzer. Als Referenz-Messeinheit für Geschwindigkeitsschätzung und Orientierungsschätzung wurde außerdem eine ADMA Slim verbaut ④. Am Lenker ist ein Lenkwinkelsensor angebracht ⑤, wie er auch in Autos verwendet wird. Für die Positionsbestimmung in Abschnitt 4.4 wird außerdem ein GPS-Sensor eingesetzt ⑥.



Abbildung 4.1: Am Fahrrad verbaute Sensorik

Bei den entwickelten Algorithmen und Methoden handelt es sich um Methoden zur Erkennung des Fahrzustandes, zur Kalibrierung der Sensorik und um Algorithmen, welche vorhandene Sensorsignale fusionieren um so weitere Zustände, welche nicht direkt messbar sind, abzuschätzen. Im Folgenden wird zunächst ein Algorithmus zur Stillstandserkennung beschrieben. Dieser kommt sowohl in den Kalibrier Routinen als auch für die Zustandsschätzer, welche als nächstes vorgestellt werden, zum Einsatz. Anschließend werden Ergebnisse der verschiedenen entwickelten Module präsentiert.

## 4.1 Stillstandserkennung

Zur Erkennung eines Stillstandes können verschiedene Signale verwendet werden. Das wohl offensichtlichste ist die Geschwindigkeit. Allerdings sind an Fahrrädern aus Kostengründen oft nur günstige Geschwindigkeitssensoren verbaut. Diese liefern in der Regel nur einen Impuls pro Radumdrehung (z.B. Reed-Sensor oder Magnetfeldsensor mit Felgenmagnet [125]), was dazu führt, dass das Geschwindigkeitssignal insbesondere bei niedrigen Geschwindigkeiten beziehungsweise während eines Stillstandes sehr ungenau wird. Daher sind bei Verwendung einfacher Geschwindigkeitssensorik weitere Sensorsignale zur Erkennung eines Stillstandes notwendig. Wird hingegen ein hochauflösender Geschwindigkeitssensor wie beispielsweise ein ABS-Raddrehzahlsensor verwendet, liefert eine Stillstandserkennung basierend auf dem Geschwindigkeitssignal für manche Anwendungsfälle bereits akzeptable Ergebnisse. Deutlich bessere und zuverlässige Ergebnisse bei der Erkennung eines Stillstandes können jedoch unter Verwendung der Drehraten- und Beschleunigungssignale



erzielt werden. Hierbei wird die Tatsache ausgenutzt, dass sich diese Signale während der Bewegung des Fahrrades stark verändern, im Ruhezustand jedoch nahezu konstant sind. Dementsprechend wird für die Erkennung eines Stillstandes die Varianz der Drehraten- und Beschleunigungssignale über ein kurzes Zeitfenster beobachtet. Diese sogenannte gleitende Varianz  $\sigma^2$  eines Signals  $z$  zu einem Zeitpunkt  $k$  wird über ein gleitendes Zeitfenster berechnet:

$$\sigma_z^2(k) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=k-N+1}^k (z(i) - \bar{z}_{k-N+1:k})^2. \quad (4.1)$$

Hierbei ist  $N$  die Länge des Zeitfensters (Anzahl der Messwerte) und  $\bar{z}_{k-N+1:k}$  ist der Mittelwert des Signals im Zeitfenster. Ein Stillstand wird erkannt, wenn die berechneten gleitenden Varianzen aller berücksichtigten Signale unter einem gewissen Schwellwert (unterschiedlich je nach Signal) liegen. Als Tuning-Parameter der Stillstandserkennung gibt es somit die Fensterlänge  $N$  der gleitenden Varianz und die Signal-spezifischen Schwellwerte. Diese Parameter müssen sorgfältig eingestellt werden, um einen guten Kompromiss zwischen einer schnellen und einer zuverlässigen Erkennung des Stillstandes zu finden. Außerdem lässt sich durch geeignete Wahl der Parameter auch eine Stillstandserkennung realisieren, welche nicht nur einen kompletten Stillstand erkennt (wenn das Fahrrad beispielsweise auf dem Ständer steht), sondern auch einen Stillstand, bei dem der Fahrer das Fahrrad zwischen den Beinen hält (zum Beispiel bei einem Stopp an einer roten Ampel) und das Fahrrad dementsprechend nicht komplett in Ruhe ist. In solch einem Fall treten hauptsächlich Bewegungen um die  $x$ -Achse des Fahrrades auf (Kippen des Fahrrades). Dementsprechend muss die Berechnung der gleitenden Varianz und der Schwellwertvergleich für die Drehrate um die  $x$ -Achse und für die Beschleunigung in  $y$ -Richtung abgeschaltet werden. Für alle weiteren Signale müssen die Schwellwerte eventuell etwas angehoben werden.

## 4.2 Kalibrierroutinen

Sensorsignale weisen in der Regel gewisse Messungenauigkeiten auf, diese können je nach Qualität der verbauten Sensoren größer oder kleiner ausfallen. Da an unserem Testrad relativ günstige Sensorik verbaut ist, sind die Sensorfehler tendenziell größer und müssen dementsprechend korrigiert werden. Hierfür werden verschiedene Online- und Offline-Routinen zur Bestimmung der Sensorfehler verwendet, welche in den folgenden Abschnitten vorgestellt werden.

### 4.2.1 Kalibrierung Inertialsensorik

Bei Beschleunigungs- und Drehratensensoren treten meist mehrere Sensorfehler in Kombination auf. Da am Fahrrad günstige MEMS-Sensoren verbaut sind, sind diese Fehler in der Regel stark

ausgeprägt und müssen dementsprechend korrigiert werden. Hierfür werden zunächst Messmodelle für die gemessenen Beschleunigungen  $\mathbf{a}_{\text{meas}}$  und die gemessenen Drehraten  $\boldsymbol{\omega}_{\text{meas}}$  eingeführt, mit welchem die Sensorfehler beschrieben und quantifiziert werden können:

$$\mathbf{a}_{\text{meas}} = \mathbf{S}_{\mathbf{a}}(\mathbf{a} + \mathbf{a}_{\text{off}}) \quad (4.2)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{meas}} = \mathbf{S}_{\boldsymbol{\omega}}(\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}_{\text{off}}). \quad (4.3)$$

Hierbei beinhalten die Matrizen  $\mathbf{S}_{\mathbf{a}}$  und  $\mathbf{S}_{\boldsymbol{\omega}}$  sowohl Skalierungsfehler der Sensoren als auch Misalignment-Fehler, welche dadurch entstehen, dass die Sensorachsen nicht exakt (zueinander) ausgerichtet sind. Die Vektoren  $\mathbf{a}_{\text{off}}$  und  $\boldsymbol{\omega}_{\text{off}}$  beschreiben die Sensoroffsets. Zusätzlich zu den in Gleichung (4.2) und Gleichung (4.3) aufgeführten Sensorfehlern treten in der Regel noch weitere Fehler auf, welche jedoch nicht mit einer Kalibrierung korrigiert werden können. Dazu gehören Sensorrauschen, Quantisierungs- und Diskretisierungsfehler sowie eine mögliche Zeitverzögerung der Messung. Manche der oben beschriebenen Fehlergrößen können theoretisch online (während einer Fahrradfahrt) bestimmt werden [126], jedoch ist es in der Regel deutlich einfacher und ausreichend die Sensorfehler einmalig zu bestimmen. Hierfür können beispielsweise die in [127] vorgestellten Methoden verwendet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden lediglich die Offsets des Drehratensensors zu Programmlaufzeit bestimmt, da sich diese Offsets einfach bestimmen lassen und sich je nach Betriebsbedingung ändern können. Die Bestimmung der Drehratenoffsets ist während eines (absoluten) Stillstandes sehr einfach, da sich das Fahrrad während des Stillstandes nicht bewegt und alle Drehraten Null sind. Dementsprechend werden bei erkanntem Stillstand die Offsets neu berechnet und mithilfe eines Tiefpassfilters mit sehr niedriger Grenzfrequenz gefiltert. Die korrigierten Beschleunigungen und Drehraten erhält man mit

$$\mathbf{a} = \mathbf{S}_{\mathbf{a}}^{-1} \mathbf{a}_{\text{meas}} - \mathbf{a}_{\text{off,flt}} \quad (4.4)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{S}_{\boldsymbol{\omega}}^{-1} \boldsymbol{\omega}_{\text{meas}} - \boldsymbol{\omega}_{\text{off,flt}}. \quad (4.5)$$

### 4.2.2 Lenkwinkel-Offset-Schätzung

Bei dem Lenkwinkelsensor, welcher am Testrad verbaut ist, handelt es sich um einen Sensor, welcher für die Verwendung im Auto entwickelt wurde. Dementsprechend sind die Anforderungen an den Sensor (aus Sicherheitsgründen) sehr hoch und die Sensorfehler sind tendenziell klein. Allerdings ist der Mitnehmer des Sensors am Fahrrad nur geklemmt und kann dementsprechend in seltenen Fällen verrutschen. Zusätzlich kann nicht immer garantiert werden, dass der Lenkwinkelsensor nicht verdreht eingebaut wird. Der Messwert  $\delta_{\text{meas}}$  des Lenkwinkels setzt sich dementsprechend

aus dem realen Lenkwinkel  $\delta$  und einem Offset  $\delta_{\text{off}}$  zusammen

$$\delta_{\text{meas}} = \delta + \delta_{\text{off}}. \quad (4.6)$$

Da der Mitnehmer verrutschen könnte, muss dieser Offset während der Laufzeit berechnet und korrigiert werden. Hierfür können unterschiedliche Verfahren genutzt werden:

- Recursive-Least-Squares (RLS) Parameterschätzung
- Berechnung des Lenkwinkeloffsets aus Gierrate und Geschwindigkeit und anschließende Filterung des berechneten Offsets mit einem sehr langsamen Tiefpassfilter.

Für beide Methoden kann ein vereinfachter Zusammenhang zwischen Gierrate, Geschwindigkeit und Lenkwinkel verwendet werden:

$$\dot{\psi} = \frac{v \overbrace{(\delta_{\text{meas}} - \delta_{\text{off}})}{=\delta}}{l} \cos \varepsilon. \quad (4.7)$$

Dieser Zusammenhang gilt allerdings nur für kleine Lenkwinkel ( $\rightarrow$  kleine Gierraten) und kleine Rollwinkel. Außerdem wird aus Gleichung (4.7) ersichtlich, dass der Lenkwinkeloffset nur für höhere Geschwindigkeiten zuverlässig bestimmt werden kann. Beim RLS-Verfahren wird dies automatisch berücksichtigt, bei der zweiten vorgeschlagenen Methode muss dies explizit berücksichtigt werden. Da die zweite Methode einfacher zu implementieren ist und für unsere Zwecke ausreichend gute Ergebnisse liefert, wird nur diese im Folgenden vorgestellt:

Bei Programmstart muss die Offsetberechnung und das benötigte Tiefpassfilter initialisiert werden. Dafür wird, falls zuvor schonmal ein Offset bestimmt wurde und abgespeichert wurde, der gefilterte Lenkwinkeloffset  $\delta_{\text{off,flt}}$  mit diesem initialisiert. Anderenfalls wird als Startwert für den Lenkwinkeloffset  $\delta_{\text{off,flt}} = 0$  rad festgelegt. Anschließend wird der zugehörige stationäre Zustand des Tiefpassfilters berechnet und das Filter entsprechend initialisiert. Nun wird in jedem folgenden Programmdurchlauf zunächst überprüft, ob das Fahrrad sich in einem Zustand befindet, in dem der Lenkwinkeloffset aus den vorliegenden Signalen berechnet werden kann ( $|\varphi| \leq \varphi_{\text{tresh}}$ ,  $|\dot{\psi}| \leq \dot{\psi}_{\text{tresh}}$  und  $v > v_{\text{tresh}}$ ). Falls dies der Fall ist, werden die folgenden zwei Schritte ausgeführt:

1. Berechnung des Lenkwinkeloffsets  $\delta_{\text{off}} = -\frac{\dot{\psi}l}{v \cos \varepsilon} + \delta_{\text{meas}}$
2. Filterung des berechneten Offsets mit einem Tiefpassfilter mit niedriger Bandbreite  $f_b$  (z.B.  $f_b = 0.1$  Hz).

Anderenfalls bleibt der Lenkwinkeloffset konstant und das Tiefpassfilter wird nicht ausgeführt. Der berechnete gefilterte Lenkwinkeloffset wird anschließend für die Korrektur des gemessenen

Lenkwinkelsignals verwendet:

$$\delta = \delta_{\text{meas}} - \delta_{\text{off,flt}}. \quad (4.8)$$

### 4.3 Lage- & Geschwindigkeitsschätzung

Der Algorithmus zur Lage- und Geschwindigkeitsschätzung wurde bereits in [128] vorgestellt und wird im Folgenden nochmals ausführlich erläutert und analysiert. Ziel des Algorithmus ist es mithilfe von günstigen Sensoren möglichst genaue Informationen über die Orientierung des Fahrrades im Raum (vor allem Rollwinkel und Nickwinkel) sowie über die aktuelle Fahrradgeschwindigkeit zu erhalten. Dabei werden im vorgestellten Algorithmus als Eingangssignale nur die (kalibrierten) Beschleunigungs- und Drehratensignale aus der IMU, welche in der Drive Unit verbaut ist, und die Pulse des Reedschalters verwendet. Der entwickelte Zustandsschätzer basiert auf einem EKF, welcher um Zustandsbeschränkungen erweitert wurde. Mit dem Zustandsschätzer werden insgesamt 11 Zustände geschätzt, welche in Tabelle 4.1 aufgeführt sind. Hierbei ist zu beachten, dass die Winkelbeschleunigungen nur als Hilfszustände geschätzt werden, um die Genauigkeit des Zustandsschätzers zu erhöhen. Als Zustandsvektor des Kalman-Filters erhält man

$$\mathbf{x} = \left[ s \quad v \quad a \quad \dot{\psi} \quad \ddot{\psi} \quad \varphi \quad \dot{\varphi} \quad \ddot{\varphi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \ddot{\theta} \right]^\top. \quad (4.9)$$

Die Orientierung des Fahrrades ist in Euler-Winkeln gegeben, diese sind wie in Abschnitt 3.1.2 beschrieben definiert. Für die meisten nichtlinearen Zustandsschätzer müssen zunächst Prozess- und Messmodelle definiert werden. Diese beschreiben das Systemverhalten und wie die gemessenen Größen mit den Zustandsgrößen zusammenhängen. Das Prozessmodell hat die Form

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{w}. \quad (4.10)$$

Hierbei ist  $\mathbf{x}$  der Zustandsvektor,  $\mathbf{u}$  der Eingangsvektor und  $\mathbf{w}$  beschreibt das Prozessrauschen. In unserem Fall gibt es keine externen Eingänge und das Systemverhalten ist linear, daher kann das Prozessmodell auch mit der Systemmatrix  $\mathbf{A}$  wie folgt dargestellt werden:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{w}. \quad (4.11)$$

Das Messmodell hat die Form

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \mathbf{v} \quad (4.12)$$

Tabelle 4.1: Zustände des EKF

$s$	m	Zurückgelegte Strecke des Hinterradaufstandspunktes
$v$	m/s	Fahrradgeschwindigkeit in Fahrtrichtung im Hinterradaufstandspunkt
$a$	m/s <sup>2</sup>	Fahrradbeschleunigung in Fahrtrichtung im Hinterradaufstandspunkt
$\dot{\psi}$	rad/s	Gierrate
$\ddot{\psi}$	rad/s <sup>2</sup>	Gierbeschleunigung
$\varphi$	rad	Rollwinkel
$\dot{\varphi}$	rad/s	Rollrate
$\ddot{\varphi}$	rad/s <sup>2</sup>	Rollbeschleunigung
$\theta$	rad	Nickwinkel
$\dot{\theta}$	rad/s	Nickrate
$\ddot{\theta}$	rad/s <sup>2</sup>	Nickbeschleunigung

mit dem Vektor der Messwerte  $\mathbf{y}$ , dem Eingangsvektor  $\mathbf{u}$  und dem Messrauschen  $\mathbf{v}$ . Da es keinen externen Eingang gibt, ergibt sich für das Messmodell

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}. \quad (4.13)$$

Das Prozessrauschen  $\mathbf{w}$  und das Messrauschen  $\mathbf{v}$  werden als unkorreliertes weißes Rauschen mit Mittelwert Null angenommen. Die Kovarianzen für Prozess- und Messrauschen sind gegeben durch

$$\mathbf{Q} = E[\mathbf{w}\mathbf{w}^\top], \quad \mathbf{R} = E[\mathbf{v}\mathbf{v}^\top]. \quad (4.14)$$

Für die Herleitung von Prozess- und Messmodell werden verschiedene Annahmen bezüglich des Fahrrades und der Fahrraddynamik getroffen. Durch diese wird der Modellierungsprozess vereinfacht. Außerdem kann durch diese Annahmen die Anzahl an Parametern, welche für den Algorithmus benötigt werden, sowie die Anzahl der zu schätzenden Zustände reduziert werden.

- (a) Die Reifenbreite ist relativ schmal. Daher kann sie vernachlässigt werden.
- (b) Die IMU ist in der Symmetrieebene des Fahrrades montiert. Die  $x$ -Achse der IMU zeigt nach vorne, die  $y$ -Achse nach rechts und die  $z$ -Achse nach unten.
- (c) Das Fahrrad bewegt sich ausschließlich vorwärts. Dementsprechend ist der Hinterradwinkel  $\theta_{\mathbf{R}}$  monoton steigend.

- (d) Am Hinterrad tritt kein Schlupf auf. Daher ist die seitliche Geschwindigkeit  $v_y$  des Hinterradaufstandspunktes

$$v_y \equiv 0 \text{ m/s.} \quad (4.15)$$

Außerdem kann die zurückgelegte Strecke des Hinterradaufstandspunktes aus dem Hinterradwinkel  $\theta_{\mathbf{R}}$  und dem Nickwinkel  $\theta$  des Fahrrades wie folgt berechnet werden.

$$s = -r_{\mathbf{R}}(\theta_{\mathbf{R}} + \theta). \quad (4.16)$$

- (e) Weder Vorder- noch Hinterrad des Fahrrades heben von der Straße ab. Dementsprechend erhält man für die vertikale Geschwindigkeit  $v_z$  des Hinterradaufstandspunktes

$$v_z \equiv 0 \text{ m/s.} \quad (4.17)$$

Außerdem gibt es bei ungefederten Fahrrädern einen direkten Zusammenhang zwischen dem Nickwinkel des Fahrrades und der Steigung der Straße. Bei gefederten Fahrrädern können - je nach Fahrergewicht und Fahrsituation - Nickwinkel und Straßensteigung um wenige Grad voneinander abweichen.

Nach der Initialisierung des Zustandsschätzers wird das Prozessmodell verwendet, um die Zustände in jedem Zeitschritt in Abhängigkeit der zuvor geschätzten Zustände und Eingangsgrößen (falls vorhanden) vorherzusagen (Prädiktionsschritt). Außerdem werden die geschätzten Zustände in jedem Zeitschritt mithilfe des Messmodells und der neuen Messungen korrigiert (Korrekturschritt). Diese beiden Schritte können je nach verwendetem Filter etwas unterschiedlich aussehen. In dieser Arbeit wurde ein EKF verwendet, für welches diese Schritte im Folgenden definiert sind. Größen mit hochgestelltem „-“ sind Ergebnisse des Prädiktionsschrittes, Größen mit hochgestelltem „+“ sind Ergebnisse des Korrekturschrittes. Neben den geschätzten Zuständen  $\hat{\mathbf{x}}$  gibt es zusätzlich eine Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}$ , welche die Güte der geschätzten Zustandsgrößen angibt.

### Prädiktionsschritt

Da das Prozessmodell linear ist, können für den Prädiktionsschritt die Gleichungen des linearen diskreten Kalman-Filters verwendet werden. Außerdem gibt es in unserem Prozessmodell keine Eingangsgrößen, daher ergibt sich für den Prädiktionsschritt

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+ \quad (4.18)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_d \mathbf{P}_{k-1}^+ \mathbf{A}_d^\top + \mathbf{Q}_d \quad (4.19)$$

mit der diskreten Systemmatrix  $\mathbf{A}_d$  des Prozessmodells, und der diskretisierten Kovarianzmatrix des Prozessrauschens  $\mathbf{Q}_d$ .

### Korrekturschritt

Für den Korrekturschritt muss die Jacobi-Matrix des Messmodells  $\mathbf{H}_k$  berechnet werden:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-}. \quad (4.20)$$

Mit dieser lässt sich nun zunächst die Kalman-Verstärkung  $\mathbf{K}_k$  und anschließend die korrigierten geschätzten Zustände  $\hat{\mathbf{x}}_k^+$  und die zugehörige Kovarianzmatrix  $\mathbf{P}_k^+$  berechnen:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k \left( \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^\top + \mathbf{R} \right)^{-1} \quad (4.21)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \left[ \mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-) \right] \quad (4.22)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = \left( \mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \right) \mathbf{P}_k^-. \quad (4.23)$$

Es gibt verschiedene alternative nichtlineare Filter. Beispiele hierfür sind das Unscented Kalman Filter (UKF) und das Partikelfilter. Bei starken Nichtlinearitäten liefern diese Filter teilweise etwas genauere Ergebnisse, benötigen jedoch auch deutlich mehr Rechenleistung.

Im Folgenden wird zunächst das Prozessmodell und anschließend das Messmodell hergeleitet. Außerdem wird beschrieben, wie die Ergebnisse des Zustandsschätzer mit Hilfe der Stillstandserkennung weiter verbessert werden können.

#### 4.3.1 Prozessmodell

Das Prozessmodell beschreibt, wie sich die Systemzustände mit der Zeit verändern. In dieser Arbeit wird ein Modell mit konstanten Beschleunigungen verwendet. Änderungen in den Beschleunigungen werden durch das Prozessrauschen berücksichtigt, die Zustände niedriger Ordnung erhält man

durch Integration der Beschleunigungen. Somit erhält man für das Prozessmodell

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ & & 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ & & & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & & 0 & 1 & \dots \\ & & & & & 0 & 1 \\ & & & & & & 0 \\ & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}} \underbrace{\begin{bmatrix} w_a \\ w_{\dot{\psi}} \\ w_{\dot{\phi}} \\ w_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}} \quad (4.24)$$

mit dem Prozessrauschen der longitudinalen Beschleunigung  $w_a$ , und der Rotationsbeschleunigungen  $w_{\dot{\psi}}$ ,  $w_{\dot{\phi}}$ , und  $w_{\dot{\theta}}$ . Für die Verwendung des Prozessmodells im Kalman-Filter muss dieses diskretisiert werden. Hierfür wird die exakte Diskretisierung mit der Zeitschrittweite  $\Delta t$  verwendet. Als diskretisiertes Modell erhält man

$$\mathbf{x}(k+1) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ & & & 1 & \Delta t & 0 & \dots & 0 \\ & & & & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ & & & & & & 1 & \Delta t & 0 \\ & & & & & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 1 & \Delta t & \Delta t^2/2 \\ & & & & & & & & & 1 & \Delta t \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_d} \mathbf{x}(k) + \mathbf{E}_d \mathbf{w} \quad (4.25)$$

mit der diskretisierten Systemmatrix  $\mathbf{A}_d$  und der diskretisierten Eingangsmatrix des Prozessrauschens  $\mathbf{E}_d$ . Zusätzlich muss die Kovarianzmatrix  $\mathbf{Q}$  des Prozessrauschens diskretisiert werden.



### 4.3.2 Messmodell

Das Messmodell besteht insgesamt aus drei Messgleichungen. Diese beschreiben, wie die gemessenen Signale mit den Zuständen zusammenhängen. Es gibt eine Messgleichung für die Signale der Reed-Pulse des Hinterrades

$$y_{\text{Reed}} = h_{\text{Reed}}(\mathbf{x}), \quad (4.26)$$

eine Messgleichung für die Signale des Drehratensensors

$$\mathbf{y}_{\text{Gyro}} = \mathbf{h}_{\text{Gyro}}(\mathbf{x}) \quad (4.27)$$

und eine Messgleichung für die Signale des Beschleunigungssensors

$$\mathbf{y}_{\text{Accel}} = \mathbf{h}_{\text{Accel}}(\mathbf{x}). \quad (4.28)$$

Hierbei ist zu beachten, dass es für die Signale der IMU regelmäßige Messwerte mit einer Updaterate von 100 Hz gibt, für das Signal des Hinterradsensors gibt es jedoch nur sporadische Updates beim Auftreten eines neuen Pulses. Dementsprechend werden die IMU-Signale in jedem Korrekturschritt des Kalman-Filters verwendet, das Signal, des Hinterradsensors hingegen nur, wenn ein neuer Puls aufgetreten ist. Die entsprechenden Messgleichungen werden im Folgenden hergeleitet.

#### Hinterrad-Drehzahl/-winkel

Mithilfe des Reedschalters, welcher einen Impuls pro Radumdrehung zur Verfügung stellt, lässt sich die Hinterradgeschwindigkeit nicht direkt messen. Man kann aus der Zeitdifferenz zwischen zwei Pulsen lediglich eine Durchschnittsgeschwindigkeit über die letzte Radumdrehung berechnen. Außerdem kann mithilfe der Pulse bestimmt werden, um welchen Winkel sich das Hinterrad bisher insgesamt gedreht hat. Jedes Mal, wenn ein neuer Puls auftritt, wird der Hinterradwinkel  $\theta_{\mathbf{R}}$  aktualisiert:

$$\theta_{\mathbf{R}}(k) = 2\pi k = \theta_{\mathbf{R}}(k-1) + 2\pi \quad (4.29)$$

Hierbei gibt  $k \in \mathbb{Z}$  die Anzahl der Pulse an, die bisher aufgetreten sind. Falls ein Sensor verwendet wird, welcher  $n \in \mathbb{Z}$  Pulse pro Radumdrehung statt einem liefert (beispielsweise ein Reedschalter mit  $n$  gleichmäßig verteilten Magneten oder ein ABS-Raddrehzahlsensor), kann Gleichung (4.29) entsprechend angepasst werden:

$$\theta_{\mathbf{R}}(k) = \frac{2\pi}{n}k = \theta_{\mathbf{R}}(k-1) + \frac{2\pi}{n}. \quad (4.30)$$

Dieser Hinterradwinkel  $\theta_{\mathbf{R}}$  wird anschließend als Messsignal verwendet. Die Messgleichung, welche den Zusammenhang der Systemzustände und des gemessenen Hinterradwinkels beschreibt, ergibt sich zu

$$\theta_{R,\text{meas}} = -\frac{s}{r_{\mathbf{R}}} - \theta. \quad (4.31)$$

Diese Messgleichung wird Event-basiert im Korrekturschritt des Kalman-Filters angewendet, wenn ein neuer Radpuls auftritt und der Hinterradwinkel aktualisiert wird.

### Drehraten-Signal

Die Drehraten eines Fahrrades ergeben sich im Inertialkoordinatensystem (siehe Abschnitt 3.1.2) zu

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{I}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{z,\psi} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{z,\psi} \mathbf{R}_{x,\varphi} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Für die Messgleichung müssen die Drehraten noch ins Rahmenkoordinatensystem (Orientierung entspricht dem des Sensorkoordinatensystems) überführt werden:

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{B},\text{meas}} = \mathbf{R}_{\mathcal{I}\mathcal{B}}^{\top} \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{I}} \quad (4.33)$$

$$= \mathbf{R}_{y,\theta}^{\top} \mathbf{R}_{x,\varphi}^{\top} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{y,\theta}^{\top} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\cos \varphi \sin \theta \\ 0 & 1 & \sin \varphi \\ \sin \theta & 0 & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

### Beschleunigungs-Signal

Für die Herleitung der Messgleichung des Beschleunigungssensors werden zunächst die Beschleunigungen berechnet, welche am Sensor im Inertialkoordinatensystem auftreten. In diesem Schritt können bereits Annahmen (d) und (e) teilweise berücksichtigt werden. Um die Beschleunigungen zu berechnen, wird zunächst die Position der IMU  ${}_{\mathcal{I}}\mathbf{p}_{\text{IMU}}$  benötigt:

$${}_{\mathcal{I}}\mathbf{p}_{\text{IMU}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\mathcal{I}\mathcal{B}} \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -r_{\mathbf{R}} \end{bmatrix} + {}_{\mathcal{B}}\mathbf{p}_{\text{IMU}} \right). \quad (4.36)$$

Hierbei ist  $\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^\top$  die Position des Hinterradaufstandspunktes und  $\mathbf{B}\mathbf{p}_{\text{IMU}}$  ist die Position der IMU im Rahmenkoordinatensystem mit

$$\mathbf{B}\mathbf{p}_{\text{IMU}} = \begin{bmatrix} x_{\text{IMU}} & y_{\text{IMU}} & z_{\text{IMU}} \end{bmatrix}^\top. \quad (4.37)$$

Aufgrund von Annahme (b) wissen wir, dass die IMU in der Symmetrieebene montiert ist. Dementsprechend ist  $y_{\text{IMU}} = 0$ . Leitet man die Position des Hinterradaufstandspunktes nun einmal nach der Zeit ab, so erhält man die Geschwindigkeit der IMU:

$$\mathcal{I}\mathbf{v}_{\text{IMU}} = \mathcal{I}\dot{\mathbf{p}}_{\text{IMU}}. \quad (4.38)$$

In dieser Geschwindigkeit können nun die Geschwindigkeiten des Hinterradaufstandspunktes substituiert werden durch:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\mathcal{I}\mathcal{B}} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

mit der Geschwindigkeit des Hinterradaufstandspunktes in Längsrichtung  $v_x = v$ , in Querrichtung  $v_y = 0$  (Gleichung (4.15)) und in horizontaler Richtung  $v_z = 0$  (Gleichung (4.17)). Dadurch wird die Gleichung für die Geschwindigkeit der IMU unabhängig vom Gierwinkel  $\psi$  sowie von den Zuständen  $x$ ,  $y$  und  $z$  und deren Ableitungen. Nach der Substituierung wird die Geschwindigkeit noch ein weiteres Mal abgeleitet. Dadurch erhält man die Beschleunigung der IMU im Inertialkoordinatensystem:

$$\mathcal{I}\mathbf{a}_{\text{IMU}} = \mathcal{I}\dot{\mathbf{v}}_{\text{IMU}}. \quad (4.40)$$

Der Beschleunigungssensor misst zusätzlich zur Beschleunigung am Sensor die Schwerkraft  $g$ . Diese muss für das Messmodell entsprechend zur berechneten Beschleunigung hinzugefügt werden. Außerdem misst der Sensor die Beschleunigungen im Sensor- / Rahmenkoordinatensystem. Dementsprechend muss die berechnete Beschleunigung noch entsprechend rotiert werden. Die Messgleichung des Beschleunigungssensors ergibt sich zu:

$$\mathbf{B}\mathbf{a}_{\text{IMU,meas}} = \mathbf{R}_{\mathcal{I}\mathcal{B}}^\top \left( \mathcal{I}\mathbf{a}_{\text{IMU}} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \right). \quad (4.41)$$

### 4.3.3 Stillstandserkennung

Einfache Inkrementalencoder haben den großen Nachteil, dass sie im Stillstand keine Informationen liefern. Bei dem am Fahrrad verbauten Sensor handelt es sich zudem um einen sehr niedrig auflösenden Inkrementalgeber (ein Puls pro Radumdrehung). Dadurch sind im Stillstand keine Korrektursignale für die zurückgelegte Strecke und die zugehörige Geschwindigkeit vorhanden. Dies führt dazu, dass die Beobachtbarkeit des Systems verloren geht und die geschätzten Werte der zurückgelegten Strecke und der Fahrradgeschwindigkeit zunehmend abdriften. Um diesem Problem entgegenzuwirken, gibt es verschiedene Ansätze:

1. Statt dem niedrig-auflösendem Inkrementalgeber kann ein höher-auflösender Inkrementalgeber (z.B. ABS-Raddrehzahlsensor) verwendet werden. Bei diesem kann statt der zurückgelegten Strecke auch die berechnete Durchschnittsgeschwindigkeit zwischen den letzten beiden Pulsen verwendet werden, da diese bereits ziemlich gut die aktuelle Geschwindigkeit widerspiegelt. Außerdem kann anhand von ausbleibenden Pulsen sehr schnell erkannt werden, dass das Fahrrad steht und dementsprechend kann eine Geschwindigkeitsmessung als Korrektursignal eingefügt werden.
2. Eine weitere Möglichkeit ist die Verwendung eines „Set-Membership Kalman-Filters“ [129], welcher die Tatsache berücksichtigt, dass, wenn kein neuer Puls auftritt, dies automatisch bedeutet, dass das Hinterrad sich maximal um eine Radumdrehung (seit Auftreten des letzten Pulses) weitergedreht haben kann.
3. Als dritte Möglichkeit können Pseudo-Messungen verwendet werden, welche eingefügt werden, falls ein Stillstand erkannt wird.

Da eine günstige Sensorkonfiguration genutzt werden soll, entfällt die erste Möglichkeit. Die zweite Möglichkeit ist zwar relativ elegant, ist jedoch schwierig zu verstehen und zu implementieren. Daher wurde der dritte Ansatz zur Lösung des Problems gewählt. Dieser ist relativ intuitiv und einfach umzusetzen. Zunächst muss ein Stillstand erkannt werden. Die hierzu nötigen Methoden wurden bereits in Abschnitt 4.1 vorgestellt. Wird ein Stillstand erkannt, werden im Korrekturschritt des Kalman-Filters sogenannte „Pseudo-Updates“ der Geschwindigkeit  $v = 0$  m/s hinzugefügt. Dies führt dazu, dass das System weiterhin beobachtbar bleibt und die geschätzten Werte für Geschwindigkeit  $v$  und zurückgelegten Weg  $s$  nicht mehr abdriften.

## 4.4 Positionsschätzung

Die Schätzung der Position und des Gierwinkels des Fahrrades wurde in einer Bachelorarbeit [130], welche im Rahmen der Promotion betreut wurde, realisiert. Für diese werden als Messsignale

die geschätzten Größen aus Abschnitt 4.3 und Messungen von einem differentiellen GPS-System verwendet. Als Prozessmodell wird ein Modell mit konstanter Beschleunigung und konstanter Gierrate verwendet (Änderungen von Beschleunigung und Gierrate werden durch das Prozessrauschen beziehungsweise die zugehörige Kovarianzmatrix berücksichtigt). In dem Messmodell werden als Eingänge geschätzte Geschwindigkeit, Beschleunigung und Gierrate aus Abschnitt 4.3 sowie die Positions-, Geschwindigkeits- und Richtungsmessung des GPS berücksichtigt. Hierbei wird je nachdem ob neue GPS-Messungen vorliegen oder nicht, die Jacobi-Matrix der Messgleichung angepasst. Außerdem wird zusätzlich die Messkovarianzmatrix abhängig von der vom GPS-Sensor bereitgestellten GPS-Genauigkeit angepasst. Des Weiteren wurden verschiedene Methoden implementiert, um die Positionsschätzung weiter zu verbessern. Dazu gehört unter anderem eine Methode, mit der ein verzögertes Eintreffen von Messwerten des GPS berücksichtigt wird und eine Methode zur Berücksichtigung des gemessenen Lenkwinkels, wodurch die Ergebnisse des Filters weiter verbessert werden können.

## 4.5 Ergebnisse

In den folgenden Abschnitten werden die Ergebnisse der vorgestellten Methoden zur Kalibrierung und Zustandsschätzung präsentiert. Hierbei wird kurz auf die Stillstandserkennung und die Kalibrierroutinen eingegangen. Anschließend werden die Ergebnisse des Kalman-Filters für die Orientierungs- und Geschwindigkeitsschätzung gezeigt und analysiert. Im letzten Abschnitt werden die Ergebnisse des Kalman-Filters zur Positionsschätzung beschrieben.

### 4.5.1 Stillstandserkennung

Die Stillstandserkennung wird sowohl für die Kalibrierung der Offsets der Drehratensensorik als auch für die Verbesserung der Ergebnisse der beiden Zustandsschätzer verwendet. Hierbei wird die Stillstandserkennung jeweils unterschiedlich parametrisiert, um die Anforderungen des jeweiligen Anwendungsfalls zu erfüllen:

Die Offsets der Drehratensensoren sollen nur im absoluten Stillstand des Fahrrades gelernt werden. Daher werden die Schwellwerte der gleitenden Varianz der verschiedenen Drehraten- und Beschleunigungssignale klein gewählt. Dies führt dazu, dass selbst Bewegungen in der Nähe des Fahrrades (wie zum Beispiel ein Auftreten neben dem Fahrrad) die Stillstandserkennung unterbrechen können.

Für die Verwendung der Stillstandserkennung in den beiden Zustandsschätzern wird die Stillstandserkennung so parametrisiert, dass sie erkennt, ob sich ein Fahrrad vorwärtsbewegt oder nicht. Dabei kann das Fahrrad im Stillstand beispielsweise auch seitlich leicht hin- und hergekippt werden.

Wie in Abschnitt 4.1 bereits beschrieben, müssen dafür die Schwellwerte für die gleitenden Varianzen der einzelnen Beschleunigungs- und Drehratensignale unterschiedlich gewählt werden. Ergebnisse für diesen Anwendungsfall werden später in Abschnitt 4.5.3 in Abbildung 4.6 präsentiert. Dort ist zu sehen, dass ein Stillstand des Fahrrades innerhalb kurzer Zeit erkannt wird (ca. 0.5 s) und auch die Erkennung eines „Nicht-Stillstands“ sehr zuverlässig und schnell erfolgt.

## 4.5.2 Kalibrierroutinen

Die Kalibrierung der Sensorsignale ist wichtig, um zum einen die Eingangssignale für die Zustandsschätzer zu verbessern (Inertialsensorik) und um so eine höhere Genauigkeit der geschätzten Signale zu erzielen und zum anderen um die Eingangssignale des Querdynamikreglers (Kapitel 5) zu verbessern (Lenkwinkelsensor). Im Folgenden wird kurz auf die Ergebnisse der jeweiligen Kalibrierroutinen eingegangen.

### Inertialsensorik

Die IMU wird zunächst mit der in [127] vorgestellten Methode kalibriert. Dadurch sind schon deutlich bessere Schätzergebnisse des Kalman-Filters zur Lage- und Geschwindigkeitsschätzung möglich als im unkalibrierten Zustand. Da die Offsets der Drehratensensoren sich mit der Zeit ändern können, wird zusätzlich jedes Mal eine Offsetkalibrierung durchgeführt, wenn sich das Fahrrad in Ruhe befindet. Dadurch ist es auch möglich Offsets, die sich beispielsweise temperaturabhängig ändern, zu kompensieren.

### Lenkwinkelsensor

Die Bestimmung des Lenkwinkelsensoroffsets ist für die spätere Stabilisierung und Pfadfolgeregelung des Fahrrades sehr wichtig, da der Lenkwinkel eine der Eingangsgrößen für die Regelung ist. Um den vorgestellten Algorithmus zu testen, wurde eine Simulation mit zuvor aufgenommenen Daten durchgeführt (hierbei wird Datensatz 1 verwendet, welcher im folgenden Abschnitt vorgestellt wird). Hierbei wird zu dem aufgezeichneten Lenkwinkelsignal ein zusätzlicher Offset von  $\delta_{\text{off}} = 25^\circ$  hinzuaddiert, welcher anschließend gelernt werden soll.

Die Ergebnisse des Algorithmus zur Lenkwinkeloffsetschätzung sind in Abbildung 4.2 zu finden. Wie in Abschnitt 4.2.2 beschrieben, wird der Lenkwinkeloffset nur gelernt, wenn gewisse Voraussetzungen erfüllt sind: Geschwindigkeit oberhalb einer bestimmten Minimalgeschwindigkeit, Fahrradrollwinkel kleiner als ein festgelegter Schwellwert und Gierrate des Fahrrades kleiner als ein Schwellwert. Die Bereiche der Messung, in denen der Offset nicht gelernt wird, da diese Voraussetzungen nicht erfüllt sind, sind ausgegraut.

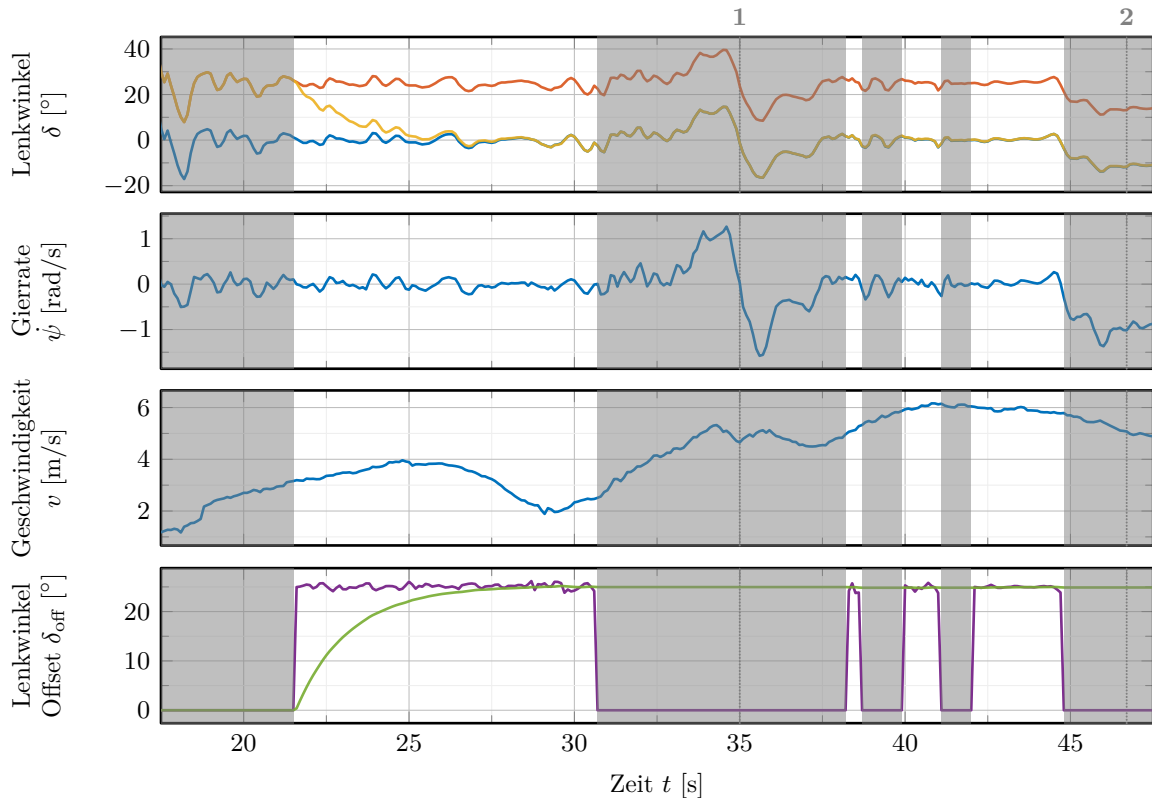


Abbildung 4.2: Ergebnisse der Lenkwinkel-Offset-Kalibrierung: Referenzwerte (—), gemessener Lenkwinkel (—), korrigierter Lenkwinkel (—), geschätzter Lenkwinkeloffset (—) und gefilterter geschätzter Lenkwinkeloffset (—)

In der Messung kann man erkennen, dass der Lenkwinkeloffset sehr schnell und zuverlässig gelernt wird: Zu Beginn der Messung beträgt die Abweichung zwischen korrigiertem Lenkwinkels und realem Lenkwinkel  $25^\circ$ . Nach einer kurzen Kalibrierungsfahrt, wovon lediglich ca. 10-15 s eine Geradeausfahrt waren, ist der Lenkwinkeloffset bereits auf  $0.25^\circ$  genau gelernt.

### 4.5.3 Lage- & Geschwindigkeitsschätzung

Im Folgenden werden die Ergebnisse des Algorithmus zur Lage- und Geschwindigkeitsschätzung anhand von zwei verschiedenen Datensätzen präsentiert und analysiert. Weiter wird untersucht, inwiefern die Verwendung von Pseudo-Messungen bei erkanntem Stillstand die Ergebnisse des Zustandsschätzers verbessern. Im letzten Abschnitt wird die Robustheit des Algorithmus gegenüber Sensor- und Parameterfehlern untersucht.

## Datensätze

Der in Abschnitt 4.3 vorgestellte Algorithmus wurde mithilfe von zuvor aufgenommenen Daten entwickelt und getestet. Anschließend wurde er auf einem Echtzeitcomputer implementiert, auf diesem funktioniert der Algorithmus ebenso gut wie in der Simulation. Die Ergebnisse der Zustandsschätzung werden anhand von zwei aufgenommenen Datensätzen dargestellt und analysiert. In beide Datensätze startet die Messung während eines Stillstandes des Fahrrades und endet wieder mit einem Stillstand.

**Datensatz 1** wurde auf einer asphaltierten Straße aufgenommen. In Abbildung 4.3 wurden verschiedene Punkte entlang der Strecke markiert, um sie besser mit der Messung in Abbildung 4.4 verknüpfen zu können. Die Straße, auf welcher die Messung durchgeführt wurde, ist größtenteils flach, nur zwischen den Punkten 4 und 5 und zwischen den Punkten 5 und 6 gibt es größere Steigungen.

**Datensatz 2** wurde auf einem Schotterweg aufgezeichnet. In Abbildung 4.3 wurden verschiedene Punkte entlang der Strecke markiert, um sie besser mit der Messung in Abbildung 4.5 verknüpfen zu können. Der Pfad ist, im Vergleich zu der asphaltierten Strecke, sehr hügelig und besteht aus verschiedenen Elementen. Die steilsten und längsten Steigungen sind zwischen den Punkten 3 und 4 und zwischen den Punkten 4 und 5 zu finden. Außerdem gibt es bei 6 eine Holzbrücke in Form einer Acht.

## Simulations- und Messergebnisse

Für die Ergebnisse des Zustandsschätzers, welche im folgenden Abschnitt präsentiert werden, wurden nur die IMU-Messungen und die Messungen des Reedschalters verwendet. Als Vergleichswerte wurden zusätzlich Daten eines Referenzsensors (ADMA Slim) und das ABS-Hinterraddrehzahlsignal aufgezeichnet. Der Algorithmus kann auch mit dem ABS-Signal verwendet werden und liefert dann etwas bessere Ergebnisse. Da aber die Leistungsfähigkeit des Zustandsschätzers mit einer kostengünstigen Sensorkonfiguration gezeigt werden soll, wird stattdessen das deutlich niedriger aufgelöste Signal des Reedschalters verwendet.

In Abbildung 4.4 sind die Ergebnisse des EKF für Datensatz 1 zu sehen. In den Abbildungen von Rollwinkel, Nickwinkel und Geschwindigkeit und den Abbildungen der entsprechenden Schätzfehler kann man erkennen, dass die mit dem Kalman-Filter geschätzten Zustände nur wenig von den Referenzsignalen abweichen: Die maximale Abweichung des geschätzten Rollwinkels zum Referenzsignal liegt bei  $\max |e_\varphi| = 1.67^\circ$ , der maximale Schätzfehler des Nickwinkels liegt bei  $\max |e_\theta| = 2.29^\circ$  und der maximale Schätzfehler der Geschwindigkeit liegt bei  $\max |e_v| = 0.61$  m/s. Zudem ist der Root Mean Square Error (RMSE) der geschätzten Größen niedrig, wie in Tabelle 4.2 zu sehen ist.



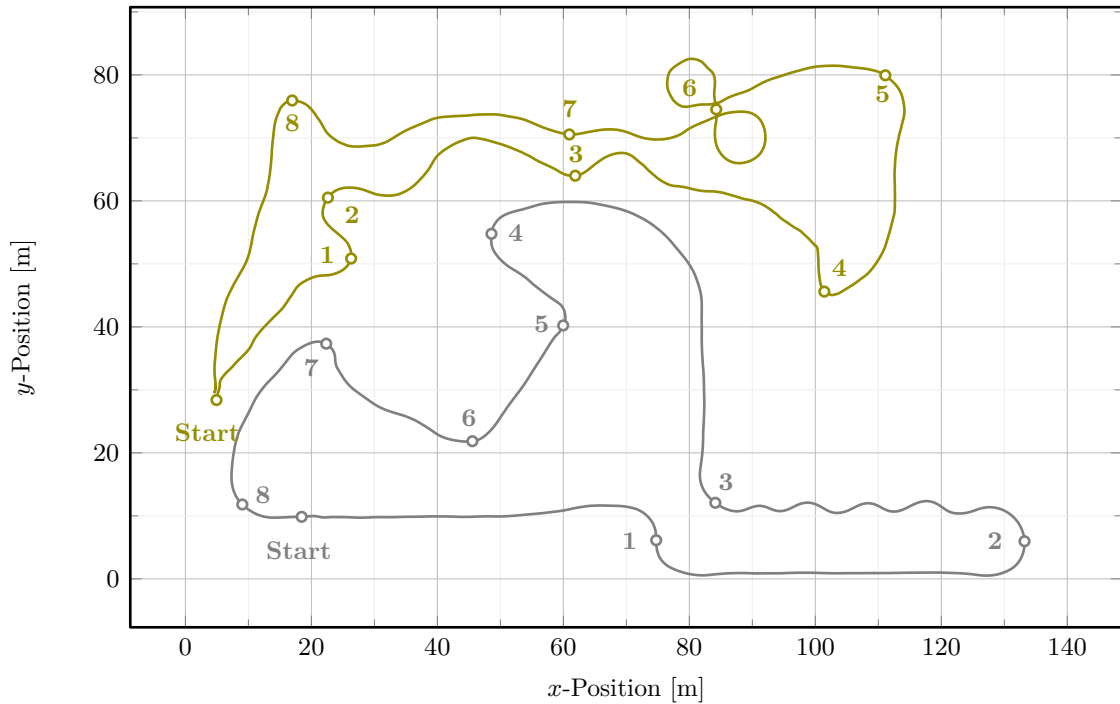


Abbildung 4.3: Trajektorien von Datensatz 1 (—) und Datensatz 2 (—)

Tabelle 4.2: Übersicht der Schätzfehler

	$\text{rms}(e_\varphi)$	$\max  e_\varphi $	$\text{rms}(e_\theta)$	$\max  e_\theta $	$\text{rms}(e_v)$	$\max  e_v $
Datensatz 1	$0.36^\circ$	$1.67^\circ$	$0.55^\circ$	$2.29^\circ$	$0.10 \text{ m/s}$	$0.61 \text{ m/s}$
Datensatz 2	$0.72^\circ$	$2.71^\circ$	$0.80^\circ$	$2.47^\circ$	$0.15 \text{ m/s}$	$0.67 \text{ m/s}$

Die Ergebnisse des Zustandsschätzers für den zweiten Datensatz sind in Abbildung 4.5 zu sehen. Vergleicht man die Ergebnisse mit denen von Datensatz 1, so ist zu erkennen, dass die Abweichungen zwischen Referenzsignalen ( $\varphi^*$ ,  $\theta^*$  und  $v^*$ ) und geschätzten Signalen ( $\hat{\varphi}$ ,  $\hat{\theta}$  und  $\hat{v}$ ) bei Datensatz 2 größer ausfallen, sich aber noch in einem akzeptablen Rahmen bewegen. So liegen beispielsweise die maximalen Schätzfehler für Roll- und Nickwinkel für Datensatz 2 bei  $\max |e_\varphi| = 2.71^\circ$  und  $\max |e_\theta| = 2.47^\circ$ . Die RMSE-Werte für die Ergebnisse des Zustandsschätzers mit Datensatz 2 sind ebenfalls in Tabelle 4.2 zu finden.

Für die größeren Abweichungen der geschätzten Zustandsgrößen zu den Referenzwerten bei Datensatz 2 gibt es verschiedene mögliche Ursachen, welche sich im Allgemeinen auf die Genauigkeit der Schätzergebnisse auswirken können:

- Auf dem Schotterpfad (Datensatz 2), kann es leichter zu einem Wegrutschen, Durchdrehen oder Blockieren des Hinterrades kommen. Dies führt dazu, dass Annahme (e) aus Abschnitt 4.3

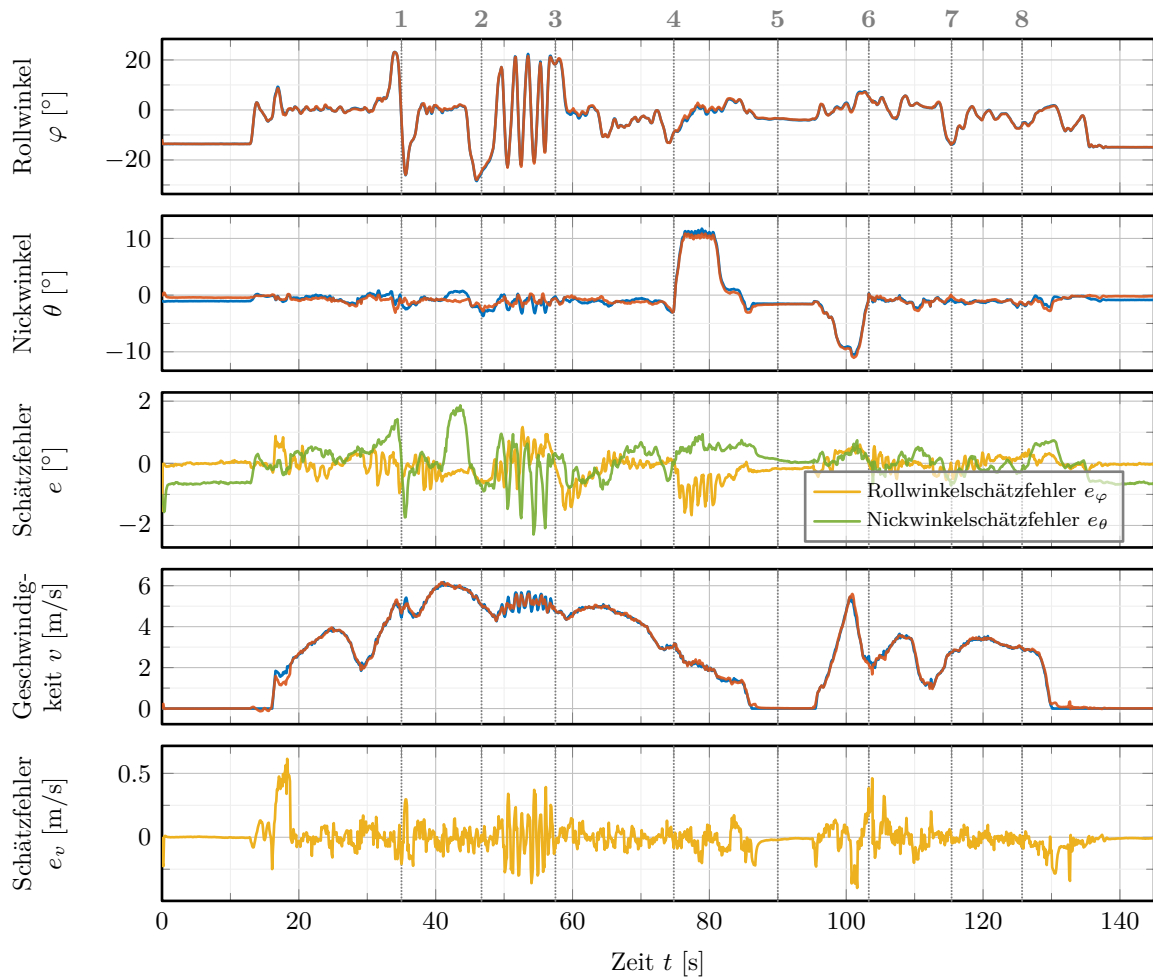


Abbildung 4.4: Ergebnisse des Zustandsschätzers für Datensatz 1: Referenzwerte (—), Schätzwerte (—), und Schätzfehler (—) & (—).

nicht mehr erfüllt wird. Dies kann dazu führen, dass sich die Filterergebnisse verschlechtern.

- Die Durchschnittsgeschwindigkeit (während der Fahrt) auf dem Schotterpfad ist deutlich niedriger als auf der asphaltierten Straße ( $\bar{v}_{\text{trail}} = 2.45 \text{ m/s}$ ,  $\bar{v}_{\text{road}} = 3.57 \text{ m/s}$ ). Dadurch stehen weniger Korrektursignale in Form eines Reed-Pulses pro Zeit zur Verfügung. Dies ist ein Nachteil, den alle inkrementellen Encoder mit sich bringen, der aber besonders bei einpulsigen Inkrementalgebern große Auswirkungen auf die Filterperformanz im niedrigen Geschwindigkeitsbereich hat: Mit sinkender Geschwindigkeit sinkt auch die Frequenz, mit der Pulse am Hinterrad auftreten. Dadurch stehen weniger Korrektursignale zur Verfügung und die Genauigkeit der Filterergebnisse sinkt.
- Die Oberfläche des Schotterpfades ist deutlich unebener als die der asphaltierten Straße. Dadurch entstehen Vibrationen, welche die Sensorsignale beeinflussen. Durch diese Vibrationen

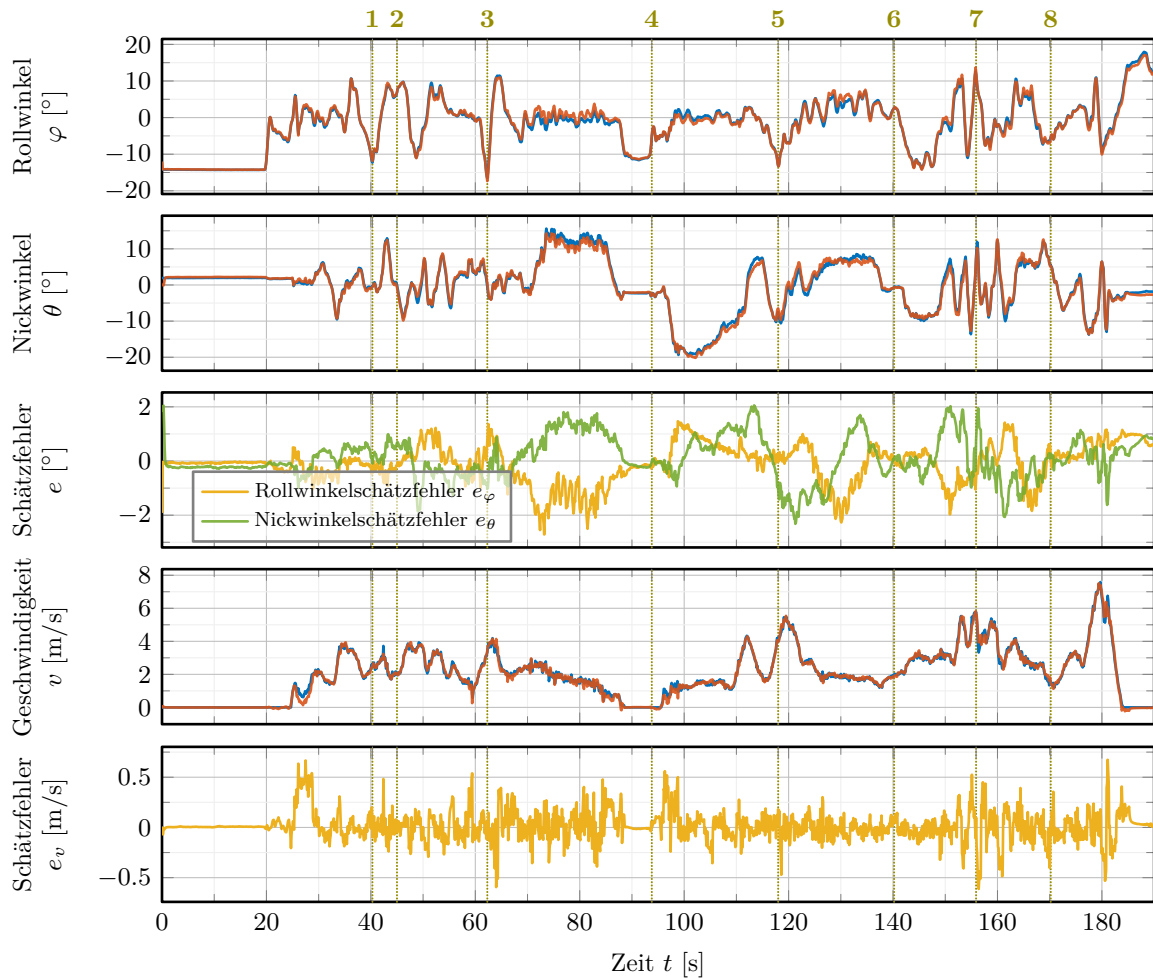


Abbildung 4.5: Ergebnisse des Zustandsschätzers für Datensatz 2: Referenzwerte (—), Schätzwerte (—), und Schätzfehler (—) & (—).

kann sich die Genauigkeit der geschätzten Signale verschlechtern.

### Einfluss der Stillstandserkennung

In Abbildung 4.6 ist zu sehen, dass die Erweiterung des Kalman-Filters um eine Stillstandserkennung und um die zugehörigen Pseudo-Messungen große Verbesserungen im geschätzten Geschwindigkeitssignal bewirkt. In der Abbildung ist ein kurzer Abschnitt aus Datensatz 1 dargestellt, in welchem das Fahrrad zunächst anhält, anschließend für ein paar Sekunden steht und dann wieder anfährt. Folgende verschiedene Signale sind zu sehen: die Referenzgeschwindigkeit  $v^*$ , die geschätzte Geschwindigkeit unter Verwendung der Stillstandserkennung  $v_{SS}$ , die geschätzte Geschwindigkeit ohne Verwendung der Stillstandserkennung  $v_{nSS}$ , die Pulse des Reedschalters und das Stillstands-Bit. Man kann deutlich erkennen, dass das Geschwindigkeitssignal wegdriftet, wenn die Stillstandserkennung

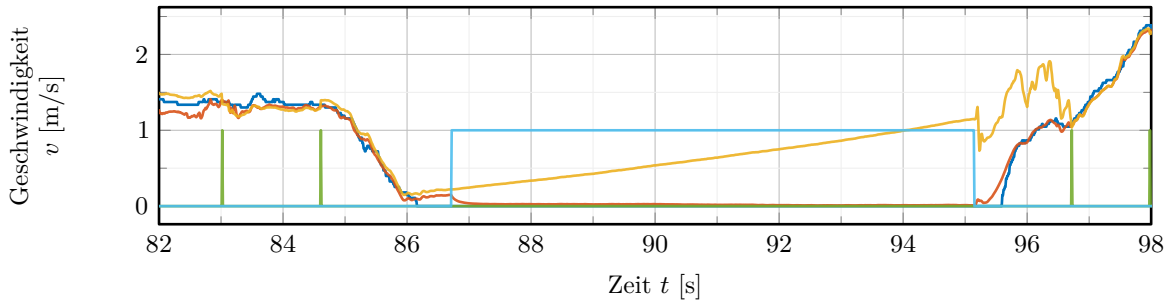


Abbildung 4.6: Einfluss der Stillstandserkennung auf die Ergebnisse des Zustandsschätzers: Referenzgeschwindigkeit  $v^*$  (—), geschätzte Geschwindigkeit mit Stillstandserkennung  $v_{SS}$  (—), geschätzte Geschwindigkeit ohne Stillstandserkennung  $v_{nSS}$  (—), Reed-Pulse (—), Stillstands-Bit (—)

Tabelle 4.3: Worst Case Fehler für die Robustheitsuntersuchung

Beschleunigungssensor		Drehratensensor		Parameter	
Scale error	$\pm 0.5\%$	Scale error	$\pm 0.5\%$	IMU $x$ -pos. offset	$\pm 50$ mm
Cross-talk	$\pm 1.6\%$	Cross-talk	$\pm 1.6\%$	IMU $z$ -pos. offset	$\pm 50$ mm
Zero- $g$ offset	$\pm 20$ mg	Zero-rate offset	$\pm 1^\circ/\text{s}$	Tire radius offset	$\pm 5$ mm
Noise (rms)	3 mg	Noise (rms)	$0.06^\circ/\text{s}$		

und die Pseudo-Messungen nicht verwendet werden. Wenn man die Stillstandserkennung hingegen benutzt, so wird die Geschwindigkeit sehr schnell zu null korrigiert, wenn ein Stillstand erkannt wurde. Außerdem führt die Verwendung der Stillstandserkennung auch bei einem Wiederauffahren zu deutlichen Verbesserungen im geschätzten Geschwindigkeitssignal (insbesondere vor dem ersten Reed-Puls nach dem Wiederauffahren).

### Robustheit des Zustandsschätzers

Bei Messdaten, welche von einer IMU zur Verfügung gestellt werden, treten oft verschiedene Sensorfehler auf. Darüber hinaus sind die Fahrradparameter in der Regel nicht genau bekannt. Diese möglichen Fehlerursachen müssen bei der Verwendung eines Zustandsschätzers berücksichtigt werden. Daher wird im Folgenden die Robustheit des Zustandsschätzers zur Lage- und Geschwindigkeitsschätzung gegenüber von Sensor- und Parameterfehlern untersucht. Hierfür werden verschiedene Simulationen des Zustandsschätzers mit den Daten aus Datensatz 1 mit den größtmöglichen Sensor- und Parameterfehlern durchgeführt. Die möglichen Sensorfehler wurden dem Datenblatt der IMU entnommen und sind zusammen mit den möglichen Parameterfehlern in Tabelle 4.3 zu finden. Das Kalman-Filter bleibt für alle möglichen Fehlerkombinationen in den Simulationen mit Datensatz 1 stabil. Allerdings lässt die Qualität der Filterergebnisse deutlich nach,

wenn alle Fehler kombiniert auftreten ( $\text{rms}(e_\varphi) > 6^\circ$ ). Es sollte beachtet werden, dass die meisten Sensorfehler mit einer geeigneten Kalibrierroutine bestimmt und korrigiert werden können (siehe Abschnitt 4.2.1). Ist die Sensorik kalibriert, so verbleiben nur Sensorrauschen und Parameterfehler, welche die Qualität der Filterergebnisse beeinflussen. Entsprechende Simulationen liefern deutlich bessere Ergebnisse: Die Maximal-RMSE-Werte für Rollwinkel, Nickwinkel und Geschwindigkeit betragen  $\max(\text{rms}(e_\varphi)) = 0.37^\circ$ ,  $\max(\text{rms}(e_\theta)) = 0.57^\circ$  und  $\max(\text{rms}(e_v)) = 0.16\text{m/s}$ . Vergleicht man diese mit den Werten aus Tabelle 4.2, so wird deutlich, dass die Qualität der Filterergebnisse nur wenig nachlässt, wenn die Parameter zwar nicht exakt bekannt sind, die IMU jedoch gut kalibriert ist.

#### 4.5.4 Positionsschätzung

Die Ergebnisse des Moduls zur Positionsschätzung sind in [130] zu finden. Die Tests des entwickelten Moduls lieferten sehr gute Ergebnisse (mittlerer Abweichung zur Referenzmessung  $< 10\text{ cm}$ ). In der Bachelorarbeit wird außerdem beschrieben, unter welchen Voraussetzungen die Verwendung von günstigerer GPS-Sensorik möglich ist und welche Auswirkungen dies auf die Genauigkeit des Algorithmus hat. Dafür wurde zur gemessenen GPS-Position ein Messrauschen mit einer Standardabweichung von  $1.5\text{ m}$  hinzugefügt und die Messkovarianz des Filters entsprechend angepasst. Bei bekannter Startposition oder einer ausreichend langen Stillstandsphase zu Beginn der Messung (zur Initialisierung der Startposition) liefert der Algorithmus auch mit den verrauschten GPS-Signalen sehr gute Ergebnisse mit einer mittleren Abweichung von der Referenztrajektorie von wenigen Zentimetern ( $< 50\text{ cm}$ ). Zudem führt die Verwendung des Kalman-Filters zu einer kontinuierlichen, glatten Trajektorie, welche für die Verwendung mit einem Pfadfolgeregler besser geeignet ist als die verrauschten GPS-Messwerte, welche teilweise starke Sprünge aufweisen.

# Querdyamikregelung

Die Querdyamikregelung am Fahrrad hat zwei wichtige Aufgaben: Zum einen muss das Fahrrad stabilisiert werden, da es bei den meisten Geschwindigkeiten nicht selbststabil ist und zudem Störungen von außen auf das Fahrrad einwirken. Zum anderen soll eine Sollgerate vorgegeben werden, mit welcher beispielsweise eine Geradeausfahrt oder eine Kurvenfahrt vorgegeben werden kann.

Im Folgenden wird zunächst das grundlegende Reglerkonzept des Querdyamikreglers beschrieben und analysiert. Anschließend wird der Querdyamikregler vorgestellt. Da der ursprüngliche Regler Resonanzen im Antriebsstrang des Lenkmotors anregt, wird darauffolgend die Lenkmotordynamik untersucht und eine Methode entwickelt, die durch die Resonanzen entstehenden Oszillationen zu unterdrücken. Anschließend werden zwei weitere mögliche Modifikationen des Reglers beschrieben, mit denen die Performance desselben unter bestimmten Umständen weiter verbessert werden kann. Im letzten Abschnitt werden dann sowohl Simulations- als auch Messergebnisse des Reglers und der verschiedenen Modifikationen präsentiert und analysiert.

## 5.1 Auswahl der Reglerstruktur

Wie schon in Abschnitt 2.1.3 beschrieben, gibt es verschiedene Ansätze, um die Querdyamik eines Fahrrades zu regeln. Viele Arbeiten in diesem Bereich beschäftigen sich hauptsächlich mit dem Aspekt der Stabilisierung des Fahrrades. Außerdem sind ein Großteil der Arbeiten, welche sich mit dieser Thematik beschäftigen, theoretischer Natur, sodass in der Regel davon ausgegangen wird, dass die Genauigkeit der für die Reglerauslegung verwendeten Parameter sehr hoch ist. Zu guter Letzt wird für die Simulation des Fahrrades meist dasselbe vereinfachte System wie für die Reglerauslegung verwendet. Dementsprechend muss, falls einer dieser Ansätze auf ein reales Fahrrad übertragen werden soll, zuvor noch eine Robustheitsuntersuchung bezüglich Parameterungenauigkeiten und eine Simulation des gewählten Reglers mit einem (weniger stark vereinfachten) nichtlinearen

Fahrradmodell durchgeführt werden.

### 5.1.1 Wahl des Aktuators / der Stellgröße

Für die Querdynamikregelung können verschiedene Aktuatoren verwendet werden. Dazu zählen Aktuatoren, welche ein Rollmoment erzeugen können, Aktuatoren, welche ein Hinter- oder Vorderradmoment erzeugen können und Lenkaktoren. Ein Mensch verwendet zum Stabilisieren der Fahrradfahrt in der Regel hauptsächlich Lenkbewegungen [131], [132]. Da mit der Testplattform reale Fahrradfahrten nachgebildet werden sollen, wird die Querdynamikregelung des Fahrrades ausschließlich durch einen Lenkaktor umgesetzt.

Grundsätzlich gibt es verschiedene Möglichkeiten ein Fahrrad mithilfe eines Lenkaktors zu stabilisieren: So kann von einem Lenkmotor zum einen ein Drehmoment oder eine Drehrate angefordert werden. Für Zweiteres wird ein starker Lenkmotor mit unterlagertem Drehzahlregler benötigt, sodass eine gewünschte Drehzahl innerhalb weniger Millisekunden umgesetzt werden kann. In dieser Arbeit wird ein Querdynamikregler verwendet, welcher als Stellgröße eine Drehrate des Lenkers (Lenkrate) ausgibt. Dies hat verschiedene Vorteile aber auch Nachteile, welche im Folgenden kurz erläutert werden:

- + Einfaches Modell, dadurch nur wenige Parameter für die Reglerauslegung  
→ einfach an verschiedene Fahrräder anpassbar:

Für die Auslegung eines lenkratenbasierten Querdynamikreglers kann das in Abschnitt 3.2 vorgestellte vereinfachte Modell der Fahrradquerdynamik verwendet werden. Für dieses werden als Fahrradparameter nur der Radstand des Fahrrades  $l$  und die Koordinaten des (Gesamt-) Fahrradschwerpunkts  $(x_T, z_T)^\top$  benötigt. Diese Parameter können in der Regel einfach bestimmt werden, was eine Anpassung des Reglers auf ein neues Fahrrad erheblich erleichtert. Soll stattdessen eine lenkmomentbasierte Regelung umgesetzt werden, muss mindestens noch das Trägheitsmoment der Lenkdynamik bestimmt werden. Außerdem sind dann auch Nachlauf, Lenkkopfwinkel und Massenträgheit des Vorderrades interessant.

- + Die Lenkdynamik kann - falls ein ausreichend starker Motor mit integriertem Drehzahlregler verbaut wurde - für die Reglerauslegung vernachlässigt werden:

Wie schon im vorherigen Punkt erwähnt, ist die Parametrierung des Querdynamikreglers deutlich einfacher, wenn die Lenkdynamik vernachlässigt werden kann, da verschiedene Parameter Einfluss auf diese haben. Dadurch kann der Regler einfacher an ein neues Fahrrad mit anderer Lenkdynamik angepasst werden und ist deutlich robuster gegenüber möglichen Parameterfehlern. Voraussetzung hierfür ist ein starker Motor, welcher eine geforderte Lenkrate schnell und genau umsetzen kann.

- Durch die Vernachlässigung der Lenkdynamik und durch die Vorgabe einer Lenkrate können keine Störungen, welche auf die Lenkung wirken untersucht werden. Dementsprechend muss, falls die Testplattform für die Untersuchung von Störungen auf die Lenkung verwendet werden soll, ein lenkmomentbasierter Regler verwendet werden.
- Es wird angenommen, dass ein Fahrradfahrer das Fahrrad normalerweise durch Aufbringen eines Lenkmoments stabilisiert und regelt. Dementsprechend bildet der gewählte Ansatz nicht exakt das Verhalten eines menschlichen Fahrers nach. Dies ist allerdings nur wichtig, wenn das Verhalten der Lenkdynamik oder Assistenzfunktionen, welche die Lenkdynamik beeinflussen, untersucht werden sollen. Für alle anderen Anwendungen ist es unwichtig, ob ein lenkratenbasierter oder ein lenkmomentbasierter Ansatz verwendet wird, da sich das Fahrrad in beiden Fällen sehr ähnlich verhält.

Für unseren Anwendungsfall - eine selbstfahrende Testplattform, deren Regler auch einfach auf verschiedene Fahrräder / Fahrradtypen übertragen werden kann - überwiegen die Vorteile der lenkratenbasierten Regelung. Falls andere Ansprüche an die Testplattform (insbesondere Erprobung der Lenkdynamik) gestellt werden, muss entsprechend ein neuer Regler ausgelegt werden. Hierfür müssen dann jedoch deutlich mehr Fahrradparameter bestimmt werden, wodurch ein Anpassen des Reglers auf ein anderes Fahrrad sehr viel aufwendiger wird.

### 5.1.2 Wahl des Reglertyps

Nun muss ein Reglertyp ausgewählt werden, mit dem das Fahrrad stabilisiert wird und eine Sollgierrate oder ein Solllenkwinkel ausgegelt werden kann. Hierfür stehen verschiedene lineare und nichtlineare Methoden zur Verfügung: PID-Regler, LQ-Regler/LQI-Regler, SDRE-Regler,  $H_\infty$ -Regler, Sliding-Mode-Regler, MPC, und viele weitere. Wichtig ist aufgrund des stark vereinfachten Modells, dass der Regler gewisse Robustheitseigenschaften erfüllt. Außerdem muss er aufgrund der unterschiedlichen Betriebsgeschwindigkeiten des Fahrrades und der sich dadurch verändernden Fahrraddynamik ein einfaches Gain-Scheduling ermöglichen. Aufgrund gewisser Vorzüge, welche im Folgenden erläutert werden, wird ein Linear-Quadratic-Regler (LQ-Regler) / Linear-Quadratic-Regler mit Integralanteil (LQI-Regler) mit Gain-Scheduling verwendet. Bei einem LQI-Regler handelt es sich um einen erweiterten LQ-Regler, daher wird im Folgenden allgemein von LQ-Reglern geschrieben.

- + Die Implementierung eines LQ-Reglers ist sehr einfach: Bei einem LQ-Regler handelt es sich um ein lineares Reglerverfahren, bei dem die Systemzustände auf die Stellgröße zurückgeführt werden (Stellgröße  $u = \text{Reglerverstärkung } \mathbf{K} \times \text{Zustandsvektor } \mathbf{x}$ ).



- + Das Reglertuning ist vergleichsweise einfach: Für die Berechnung der Reglerverstärkung eines LQ-Reglers müssen zwei Gewichtungsmatrizen parametrisiert werden. Die Einträge dieser Gewichtungsmatrizen haben einen direkten Einfluss auf das Verhalten des geschlossenen Kreises und können intuitiv je nach gewünschtem Systemverhalten gewählt werden.
- + Ein LQ-Regler mit nur einer Stellgröße hat sehr attraktive Robustheitseigenschaften (Gain Margin:  $(0.5, \infty)$ , Phase Margin:  $(-60^\circ, 60^\circ)$ ). Dies ist sehr vorteilhaft für unsere Anwendung, da die Reglerauslegung mit einem stark vereinfachten und linearisierten Modell durchgeführt wird. Zu beachten ist hierbei allerdings, dass die Robustheitseigenschaften nicht mehr garantiert werden können, wenn die Zustände durch ein Kalman-Filter (oder einen anderen Beobachter) geschätzt werden.
- + Alle Reglerparameter können offline berechnet werden: Dies erleichtert eine Implementierung des Reglers auf einem Mikrocontroller deutlich, da für den Regler selbst sehr wenig Rechenleistung benötigt wird. Bei anderen Reglern wie zum Beispiel SDRE-Reglern oder MPC müssen die Reglerparameter online berechnet werden bzw. eine Online-Optimierung durchgeführt werden. Dies erschwert die Implementierung auf einem Mikrocontroller.
- + Bei LQ-Reglern kann ein Gain-Scheduling zwischen verschiedenen Arbeitspunkten leicht umgesetzt werden. Dies erleichtert den Reglerentwurf und die Reglerimplementierung bei Systemen, bei denen sich die Dynamik je nach Betriebspunkt stark ändert und bei denen der Übergang zwischen den Betriebspunkten jedoch relativ langsam ist.
- Da es sich bei einem LQ-Regler um einen Regler mit Zustandsrückführung handelt, müssen alle (Fahrrad/System-)Zustände vorliegen. Da diese nicht alle direkt messbar sind, wurde in Abschnitt 4.3 ein Zustandsschätzer entwickelt.
- Wie der Name schon sagt, handelt es sich bei einem Linear-Quadratic-Regler (LQ-Regler)-Regler um einen linearen Regler. Daher werden Nichtlinearitäten des zu regelnden Systems während der Reglerauslegung nicht berücksichtigt. Diese Nichtlinearitäten werden insbesondere bei großen Rollwinkeln ( $> 20^\circ$ ) und bei starken Beschleunigungen relevant.

Ein weiterer vielversprechender Ansatz wäre ein  $H_\infty$ -Regler, da es sich hierbei um einen Regler handelt, bei dem die Robustheit besonders im Vordergrund steht. Allerdings ist ein Gain-Scheduling hier schwieriger umzusetzen und auch die Diskretisierung und Implementierung des Reglers ist aufwendiger.

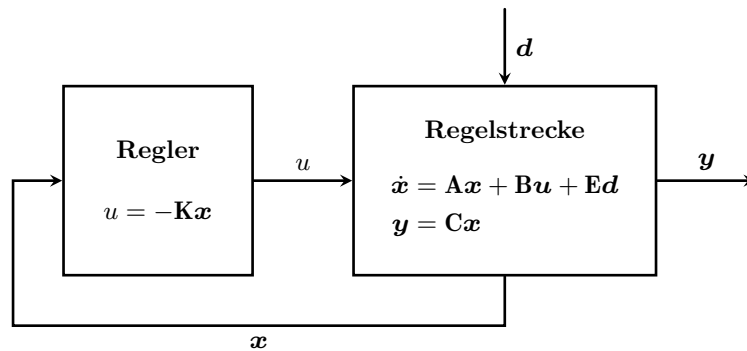


Abbildung 5.1: Struktur eines Regelkreises mit LQ-Regler mit Zustandsvektor  $\mathbf{x}$ , Messgrößen  $\mathbf{y}$ , Stellgröße  $u$  und Störgrößen  $\mathbf{d}$

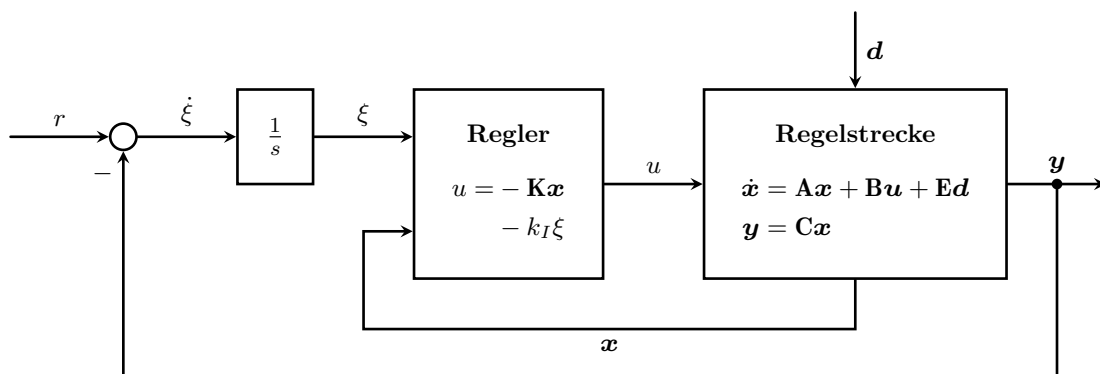


Abbildung 5.2: Struktur eines Regelkreises mit LQI-Regler mit Zustandsvektor  $\mathbf{x}$ , Messgrößen  $\mathbf{y}$ , Stellgröße  $u$ , Soll-/Führungsgröße  $r$ , integriertem Regelfehler  $\xi$  und Störgrößen  $\mathbf{d}$

## 5.2 Lenkratenbasierter LQ/LQI-Regler

Bei einem Linear-Quadratic-Regler (LQ-Regler) handelt es sich um eine optimale Zustandsrückführung. Hierbei wird vom geschlossenen Kreis eine gewisse Kostenfunktion, welche von den Zustandsgrößen und Stellgrößen abhängig ist  $J(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ , optimiert. Hierbei ist das Ziel des Reglers alle Zustände zu null zu regeln, die Ausregelung einer Führungsgröße ist nicht vorgesehen. Die entsprechende Reglerstruktur ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Mit solch einem einfachen LQ-Regler kann beispielsweise die Stabilisierung des Fahrrades realisiert werden. Da dem Regler jedoch auch eine Soll-/Führungsgröße vorgegeben werden soll, muss der LQ-Regler entsprechend erweitert werden. Hierfür wird - wie in Abbildung 5.2 zu sehen - zusätzlich zum Zustandsvektor der integrierte Regelfehler durch den Regler berücksichtigt. Daher wird dieser Regler auch Linear-Quadratic-Regler mit Integralanteil Regler genannt. Im Folgenden wird kurz beschrieben, unter welchen Voraussetzungen ein LQ-Regler/LQI-Regler anwendbar ist und wie dieser im kontinuierlichen und im diskreten Fall ausgelegt wird.

### 5.2.1 LQ-Regler

Ein LQ-Regler hat das Ziel, die Zustände einer gewählten linearen oder linearisierten Strecke zu null zu regeln. Die Modellgleichungen der Strecke im kontinuierlichen Fall müssen in folgender Form vorliegen:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (5.1)$$

Die Rückführmatrix  $\mathbf{K}$  wird so gewählt, dass das lineare Regelgesetz

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad (5.2)$$

das folgende quadratische Gütefunktional mit den Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  minimiert:

$$J = \int_0^\infty \mathbf{x}^\top \mathbf{Q}\mathbf{x} + \mathbf{u}^\top \mathbf{R}\mathbf{u} \, d\tau. \quad (5.3)$$

Hierfür müssen folgende Voraussetzungen erfüllt sein:

1.  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  ist steuerbar.
2.  $\mathbf{Q}$  ist symmetrisch und positiv semidefinit,  $\mathbf{R}$  ist symmetrisch und positiv definit.
3.  $(\mathbf{A}, \bar{\mathbf{Q}})$  ist beobachtbar, wobei  $\mathbf{Q} = \bar{\mathbf{Q}}^\top \bar{\mathbf{Q}}$ . Wird statt einer positiv semidefiniten Gewichtungsmatrix  $\mathbf{Q}$  eine positiv definite Gewichtungsmatrix verwendet, so ist diese Voraussetzung automatisch erfüllt.

Mithilfe der symmetrischen, positiv definiten Lösung  $\mathbf{P}$  der algebraischen Matrix-Riccati-Gleichung

$$\mathbf{A}^\top \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^\top \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (5.4)$$

kann die optimale Rückführmatrix bestimmt werden:

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^\top \mathbf{P}. \quad (5.5)$$

Falls  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  nur stabilisierbar und nicht steuerbar ist und  $(\mathbf{A}, \bar{\mathbf{Q}})$  nur entdeckbar aber nicht beobachtbar ist, so gibt es zwar weiterhin genau eine positiv semidefinite Lösung  $\mathbf{P}$ , welche den geschlossenen Kreis stabilisiert, diese ist aber nicht zwangsläufig die optimale Lösung.

Für den diskreten Fall muss das Systemmodell in folgender Form vorliegen:

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}_d \mathbf{x}[k] + \mathbf{B}_d \mathbf{u}[k]. \quad (5.6)$$

Das quadratische Gütefunktional ergibt sich zu

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{x}[k]^T \mathbf{Q} \mathbf{x}[k] + \mathbf{u}[k]^T \mathbf{R} \mathbf{u}[k]. \quad (5.7)$$

Die Voraussetzung bezüglich Symmetrie, Definitheit, Steuerbarkeit / Stabilisierbarkeit und Beobachtbarkeit / Entdeckbarkeit gelten analog zum kontinuierlichen Fall. Für den diskreten Fall lässt sich die Rückführmatrix

$$\mathbf{K} = \left( \mathbf{R} + \mathbf{B}_d^T \mathbf{P} \mathbf{B}_d \right)^{-1} \left( \mathbf{B}_d^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d \right) \quad (5.8)$$

mithilfe der symmetrischen positiv definiten Lösung  $\mathbf{P}$  der folgenden algebraischen Matrix-Riccati-Gleichung bestimmen:

$$\mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d - \mathbf{P} \left( \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{B}_d \right) \left( \mathbf{R} + \mathbf{B}_d^T \mathbf{P} \mathbf{B}_d \right)^{-1} \left( \mathbf{B}_d^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d \right) + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (5.9)$$

Für Simulationen kann der kontinuierliche Ansatz gewählt werden. Soll der Regler jedoch an einem realen System implementiert werden, so muss zunächst dessen kontinuierliches Modell diskretisiert werden und anschließend ein diskreter LQ-Regler ausgelegt werden. Ebenso müssen dann die Gewichtungsmatrizen an das diskretisierte Modell angepasst werden.

### 5.2.2 LQI-Regler

Bei einem Linear-Quadratic-Regler mit Integralanteil handelt es sich um eine Erweiterung des Linear-Quadratic-Regler. Ziel der Erweiterung ist, dem Regler auch Sollwerte vorgeben zu können (der Einfachheit halber wird im Folgenden von einem skalaren Sollwert ausgegangen), welche dieser dann ausregelt. Dafür wird die Struktur des Regelkreises - wie in Abbildung 5.2 zu sehen - erweitert. Zusätzlich zur Zustandsrückführung wird im Regler der integrierte Regelfehler  $\xi$  berücksichtigt. Für die Regelstrecke mit integriertem Regelfehler erhält man das erweiterte Systemmodell

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix}}_{\dot{\tilde{\mathbf{x}}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{A}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{x}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{B}}} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r. \quad (5.10)$$

Mit diesem erweiterten Modell kann anschließend mit den in Abschnitt 5.2.1 erläuterten Methoden die Rückführmatrix  $\tilde{\mathbf{K}}$  berechnet werden. Diese besteht aus zwei Teilen:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} \\ k_I \end{bmatrix}. \quad (5.11)$$

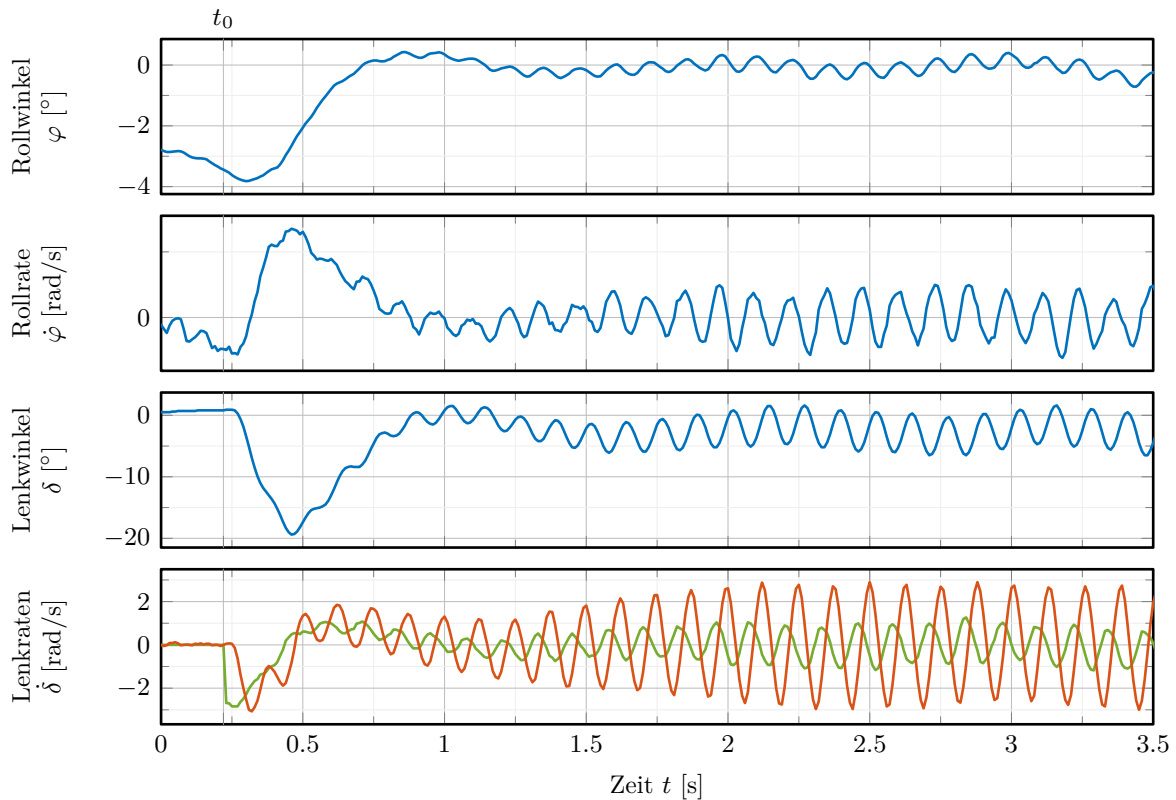


Abbildung 5.3: Messung des aktiven Querdynamikreglers mit starken Oszillationen bei einer Vorwärtsgeschwindigkeit von  $v = 2.0 \text{ m/s}$ : Gemessene Lenkrate  $\dot{\delta}_{\text{meas}}$  (—), angeforderte Lenkrate  $\dot{\delta}_{\text{ctrl}}$  (—).

Im Reglergesetz wird sowohl die Rückführung der Zustandsgrößen als auch der integrierte Regelfehler berücksichtigt:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} - k_I\xi = -\tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{x}}. \quad (5.12)$$

Soll der LQI-Regler am realen System implementiert werden, so muss entsprechend ein erweitertes diskretisiertes Modell und die Methoden des diskreten LQ-Reglers für die Berechnung der Rückführmatrix verwendet werden.

### 5.3 Dämpfung von Oszillationen

Nach erfolgreichen Simulationen wurden die in Abschnitt 5.2 beschriebenen Regler am Fahrrad implementiert. Das Fahrrad wird auch stabilisiert, allerdings treten auch starke, unerwartete Oszillationen am Lenker auf. Um diese zu vermeiden, muss zunächst die Ursache gefunden werden. Anschließend müssen geeignete Gegenmaßnahmen getroffen werden. In Abbildung 5.3 sind die am Fahrrad gemessenen Zustandsgrößen bei aktivem Querdynamikregler zu sehen. Hierbei wird der

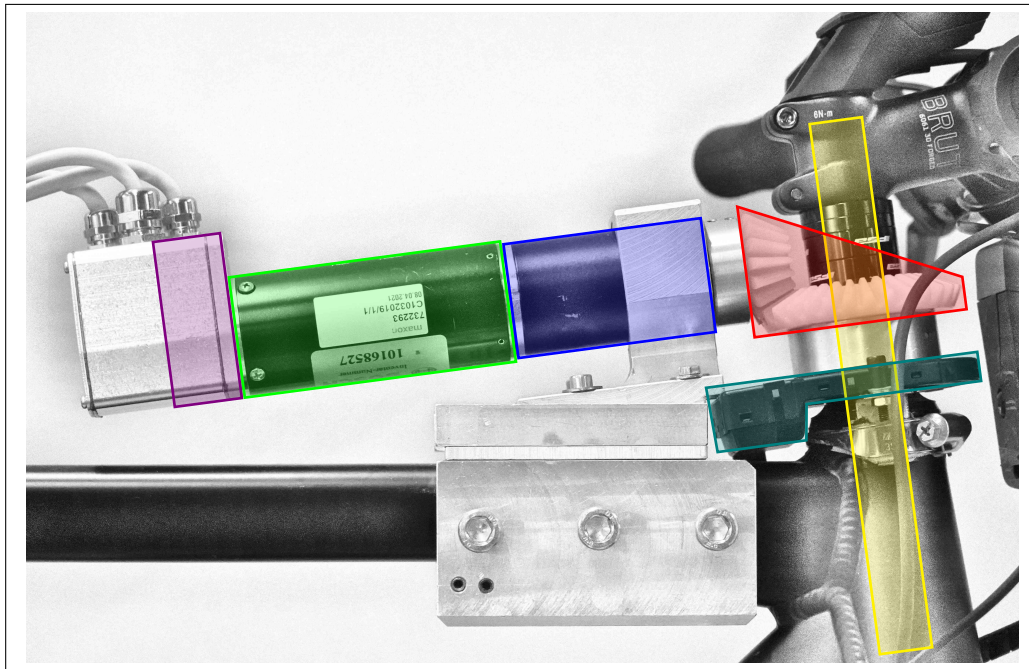


Abbildung 5.4: Aufbau des Lenkaktors: Motor-Encoder (■), Motor (■), 3-stufiges Planetengetriebe (■), Kegelradgetriebe (■), Lenkwinkelsensor (■), Lenkachse (■).

Regler zum Zeitpunkt  $t_0$  aktiviert, anschließend kann man sehen, dass das Fahrrad stabilisiert wird und sich aufrichtet, allerdings sind auch die am Fahrrad auftretenden Oszillationen deutlich erkennbar. Außerdem sieht man, dass die gemessene Lenkrate nicht mit der angeforderten Lenkrate übereinstimmt. So ist die gemessene Lenkrate zum einen etwas verzögert, zum anderen stimmt die Amplitude der gemessenen Lenkrate nicht.

Der Lenkaktor besteht aus einem Motor, einem dreistufigen Getriebe und einem Kegelradgetriebe. Neben der angeforderten Lenkrate wird auch die Motordrehzahl mit einem Encoder und die reale Lenkrate mit einem Lenkwinkelsensor aus dem Automobilbereich gemessen. Bei beiden gemessenen Drehzahlen handelt es sich um differenzierte Signale, die dementsprechend teilweise stark verrauscht sind. Der Aufbau des Lenkaktors mit entsprechender Sensorik ist in Abbildung 5.4 dargestellt.

Zur Untersuchung des Übertragungsverhaltens des Lenkaktors wurde eine weitere Messung durchgeführt, bei welcher eine Chirp-artige Lenkrate vorgegeben wurde. Die Ergebnisse dieser Messung sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Die Motordrehzahl stimmt gut mit der angeforderten Lenkrate überein (im vergrößerten Zeitabschnitt der Messung ist dies gut zu sehen), die an der Lenkachse gemessene Lenkrate hingegen weist abhängig von der Frequenz der angeforderten Lenkrate große Abweichungen zu dieser auf: Zum einen wird die Anforderung verzögert an der Lenkachse umgesetzt und zum anderen stimmt die Amplitude der Lenkratenanforderung je nach Frequenz des angeforderten Signals nicht mit der Amplitude der gemessenen Lenkrate überein. Diese

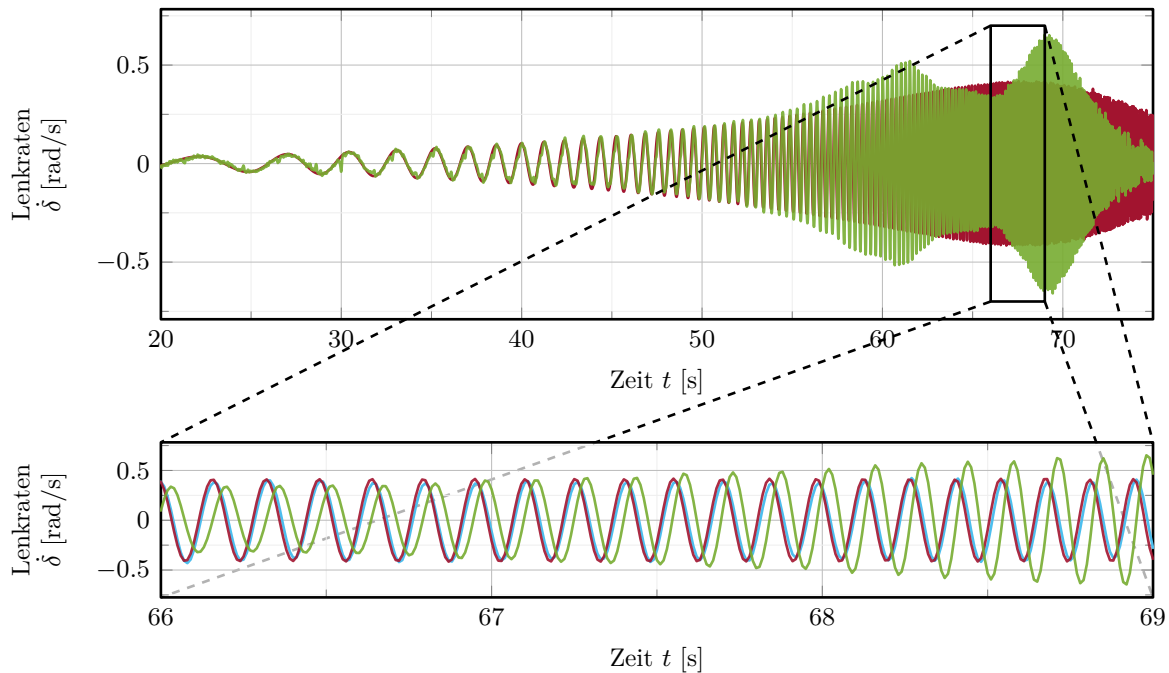


Abbildung 5.5: Messung der Lenkmotorantriebsdynamik im Stillstand mit Vorgabe eines Chirp-Signals: Gemessene Lenkrate am Lenkwinkelsensor  $\dot{\delta}_{\text{meas,LWS}}$  (—), gemessene Lenkrate am Motor  $\dot{\delta}_{\text{meas,Mot}}$  (—), angeforderte Lenkrate  $\dot{\delta}_{\text{ctrl}}$  (—).

wird je nach Frequenz verstärkt oder abgeschwächt. Daher wird angenommen, dass die Resonanzen und Verzögerungen bei der Umsetzung der Lenkrate ihre Ursache im Übertragungsverhalten des Getriebes haben (Getriebespiel, Torsionsschwingungen/-steifigkeiten). In Abbildung 5.6 ist das Übertragungsverhalten des Lenkantriebs von Lenkmotor zur Lenkachse im Frequenzbereich dargestellt. Auch hier kann man deutlich die zwei Resonanzfrequenzen bei ungefähr  $f_1 \approx 3.9$  Hz und bei ungefähr  $f_2 \approx 7.6$  Hz erkennen. Außerdem ist auch zu sehen, dass die Phasenverschiebung mit wachsender Frequenz steigt. Folgende Maßnahmen können theoretisch helfen die Oszillationen in den Griff zu bekommen:

1. Austausch des Getriebes gegen ein Getriebe mit einer anderen Übersetzung, anderen Getriebebesteifigkeiten, weniger Getriebestufen und weniger Spiel. Dies würde die Resonanzfrequenzen des Systems im besten Fall in einen hohen Frequenzbereich verschieben, in dem der Regler nicht aktiv ist oder in dem die Anregung der Resonanzen durch ein einfaches Tiefpassfilter reduziert werden kann.
2. Reduzierung der Reglerverstärkung und damit der Reglerbandbreite. Die Resonanzen und die Phasenverschiebung im Übertragungsverhalten der Lenkantriebsdynamik treten vor allem bei höheren Frequenzen auf. Reduziert man die Reglerbandbreite, so ist er in diesem Frequenzbereich weniger aktiv, dadurch reduziert sich die Anregung der Resonanzfrequenzen.

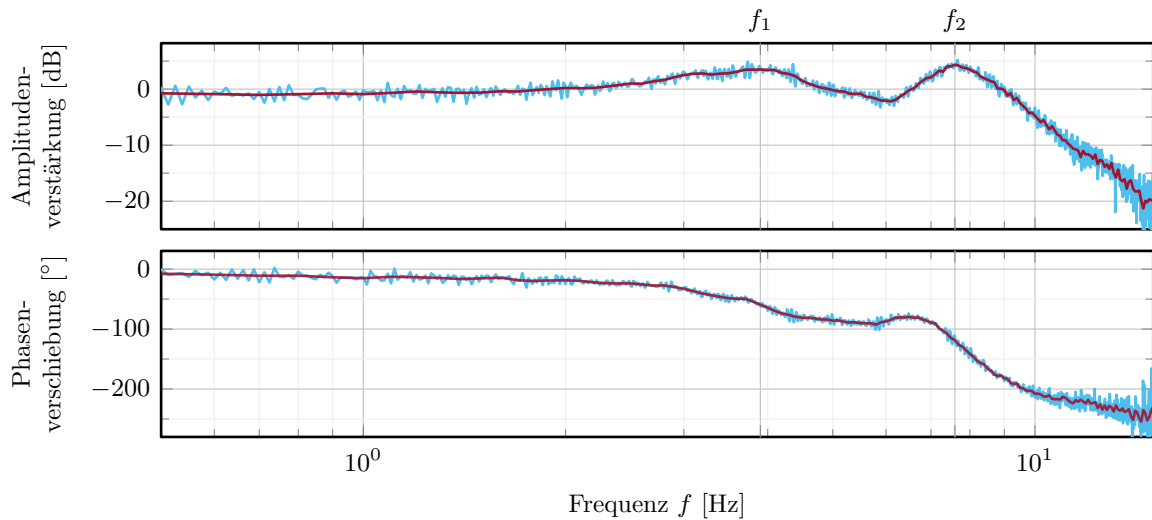


Abbildung 5.6: Übertragungsverhalten des Lenkaktors im Frequenzbereich: Amplitudenverstärkung & Phasenverschiebung (—), gefilterte Amplitudenverstärkung & Phasenverschiebung (—).

3. Verwendung von Kerbfiltern zur Unterdrückung der Resonanzen. Die Anregung der Resonanzfrequenzen kann effektiv vermieden werden, indem das Stellsignal mit entsprechenden Kerbfiltern gefiltert wird, sodass die kritischen Frequenzen im Stellsignal nur in stark abgeschwächter Form auftreten.
4. (Gain-Scheduling-)  $H_\infty$ -Regler, der bestimmte Frequenzbereiche im Stellsignal unterdrückt. Bei der Auslegung eines  $H_\infty$ -Reglers können verschiedene Gewichte festgelegt werden. So kann beispielsweise auch ein frequenzabhängiges Gewicht für die Stellgröße gewählt werden, wodurch dann effektiv eine Anregung bestimmter Frequenzen vermieden werden kann. Allerdings ist die Implementierung eines  $H_\infty$ -Reglers mit Gain-Scheduling deutlich komplizierter als die Implementierung eines vergleichbaren LQ-Regler/LQI-Reglers.

Um die Auswirkungen eines Getriebetauschs mit anderer Übersetzung zu untersuchen, wird in Anhang B ein vereinfachtes Modell der Lenkmotordynamik hergeleitet und analysiert. Da ein einfacher Austausch des Getriebes nach den durchgeführten Berechnungen wahrscheinlich nicht die gewünschten Verbesserungen der Dynamik des Lenkmotors bringen würde, wird im Folgenden beschrieben, wie Kerbfilter eingesetzt werden können, um die Anregung der Resonanzfrequenzen zu unterdrücken. Auf den  $H_\infty$ -Regler wird nicht näher eingegangen, da die Implementierung von Kerbfiltern deutlich einfacher ist und in Kombination mit einer Reduzierung der Reglerverstärkung bereits zu guten Ergebnissen führt.



### 5.3.1 Kerbfilter

Kerbfilter eignen sich besonders gut um ein kleines Spektrum an Frequenzen aus einem Signal herauszufiltern. Einer der Hauptvorteile von Kerbfiltern ist, dass sie die Frequenzen, welche außerhalb des zu filternden Frequenzspektrums liegen, kaum beeinflussen.

Ein einfaches Kerbfilter kann mithilfe folgender kontinuierlichen Übertragungsfunktion dargestellt werden:

$$F(s) = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}. \quad (5.13)$$

Hierbei ist  $\omega_0$  die Frequenz, welche am stärksten gefiltert wird und in der Mitte des zu filternden Spektrums liegt. Der Parameter  $Q$  bestimmt die Breite des zu filternden Spektrums. Hierbei ist

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_b} \quad (5.14)$$

mit der Breite des zu filternden Spektrums  $\omega_b$ . Um eine passende diskrete Übertragungsfunktion des Kerbfilters zu erhalten, welche im Steuergerät implementiert werden kann, wird die bilineare Transformation mit Vorverzerrung verwendet. Hierbei wird  $s$  mit

$$s = \frac{\omega_0}{\tan(\omega_0 T/2)} \frac{z-1}{z+1} \quad (5.15)$$

substituiert. Dadurch erhält man die diskrete Übertragungsfunktion der Form

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}. \quad (5.16)$$

Um die Resonanzfrequenzen bei  $f_1 \approx 3.9$  Hz und bei  $f_2 \approx 7.6$  Hz zu unterdrücken, werden zwei Kerbfilter benötigt. Für  $\omega_0$  wird jeweils die Resonanzfrequenz gewählt,  $Q$  wird für beide Filter mit  $Q = 5$  parametrisiert. Wird das Stellsignal nun mit den beiden Kerbfiltern gefiltert, so ergibt sich das in Abbildung 5.7 dargestellte Übertragungsverhalten der Lenkdynamik mit vorgeschalteten Kerbfiltern. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Übertragung der Resonanzfrequenzen stark abgeschwächt wird. Dies geht allerdings mit einer etwas höheren Phasenverzögerung in den Bereichen einher, in denen die Filter aktiv sind. In Abschnitt 5.5.1 wird in Simulationen und Messungen gezeigt, dass die Filter kaum einen Einfluss auf die Reglerperformance haben und gut geeignet sind, um die Oszillationen am Fahrrad zu unterdrücken.

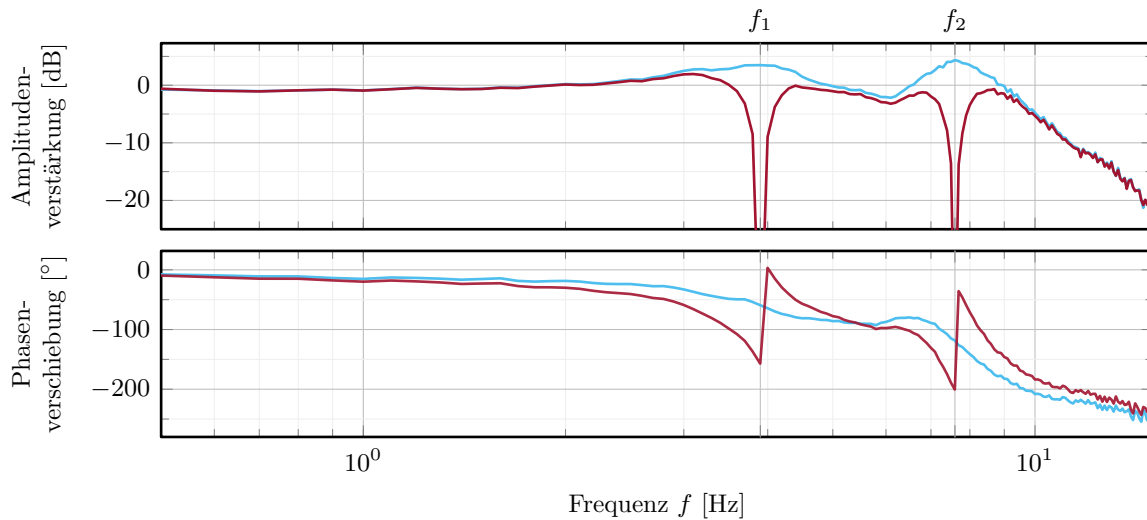


Abbildung 5.7: Übertragungsverhalten des Lenkaktors mit Kerbfiltern im Frequenzbereich: Amplitudenverstärkung & Phasenverschiebung ohne Kerbfilter (—), Amplitudenverstärkung & Phasenverschiebung mit Kerbfilter (—).

## 5.4 Methoden zur Verbesserung der Reglerperformance mit erweitertem Zustandsvektor

Verschiedene Ursachen können dazu führen, dass die gewünschte Reglerperformance nicht erreicht wird. So können zum Beispiel Totzeiten im System auftreten und dazu führen, dass das System nicht durch einen einfachen LQ-Regler stabilisiert werden kann oder dass eine gewünschte Performance des geschlossenen Kreises mit einem einfachen LQ-Regler nicht erreicht werden kann. Außerdem tritt bei einem LQI-Regler normalerweise eine gewisse Verzögerung (abhängig von der Reglerbandbreite) auf, bis ein gewünschter Sollwert ausgeregelt ist. Verwendet man eine diskrete Zustandsrückführung (in unserem Fall einen LQ-Regler oder LQI-Regler) für die Regelung des Systems, so gibt es für beide beschriebenen Probleme die Möglichkeit, durch eine Erweiterung des Zustandsvektors und des Systemmodells, welches für die Reglerauslegung verwendet wird, die Systemperformance deutlich zu verbessern. Außerdem wird durch das erweiterte Zustandsmodell und einer darauf basierenden Reglerauslegung in bestimmten Fällen (z.B. bei einer großen Totzeit) ein Stabilisieren des Systems erst möglich. In den folgenden Abschnitten werden zwei mögliche Erweiterungen des Modells zur Reglerauslegung erläutert. Hierbei wird zunächst auf die Erweiterung um ein Totzeitmodell eingegangen und inwiefern diese für eine Totzeitkompensation verwendet werden kann. Anschließend wird beschrieben, wie eine Solltrajektorie, von der bereits ein gewisser (zukünftiger) Teil bekannt ist, in der Modellierung des Systems und anschließend in der Auslegung des Reglers berücksichtigt werden kann.

### 5.4.1 Totzeitkompensation

Wird ein Regler an einem realen System implementiert, so können in der Regel verschiedene Verzögerungen/Totzeiten in unterschiedlichen Signalen vorliegen. So treten unter anderem Totzeiten durch Signallaufzeiten und durch die Auswertung von Signalen (zum Beispiel in Zustandsschätzern) auf. Außerdem können auch Stellglieder im Regelkreis für Totzeiten sorgen, wenn sie angeforderte Stellgrößen nicht direkt umsetzen können. Dabei macht es für das Übertragungsverhalten des geschlossenen Kreises und damit für die Reglerperformance und die Stabilität des geschlossenen Kreises keinen Unterschied, an welcher Stelle des Regelkreises die Verzögerung auftritt. Daher werden im Folgenden alle Verzögerungen als Eingangsverzögerungen modelliert. Falls Verzögerungen in den Mess- und Schätzgrößen vorliegen, müssen diese zunächst für alle Signale vereinheitlicht werden (durch ein Einführen einer künstlichen Verzögerung bei nicht oder wenig verzögerten Signalen) um den gewählten Ansatz nutzen zu können. Der Einfachheit halber wird im Folgenden von einer skalaren Stellgröße ausgegangen. Der gewählte Ansatz kann jedoch - mit entsprechenden Anpassungen - ebenso für Systeme mit mehreren Eingangssignalen mit unterschiedlichen Verzögerungen verwendet werden.

Ein lineares diskretes Modell mit Eingangsverzögerung von  $N$  Zeitschritten hat folgende Form:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+1] &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}[k] + \mathbf{B}_d u[k-N] \\ \mathbf{y}[k] &= \mathbf{C} \mathbf{x}[k]. \end{aligned} \tag{5.17}$$

Um die Verzögerung der Stellgröße zu modellieren, benötigt man  $N$  weitere Zustandsgrößen  $w_1 \dots w_N$ . Hierbei entspricht jede Zustandsgröße  $w_a[b]$  einer (verzögerten) Stellgröße:

$$w_a[b] \hat{=} u[b-a]. \tag{5.18}$$

Die Eingangsverzögerung kann als Schieberegister modelliert werden. Somit ergibt sich das Modell der Eingangsverzögerung wie folgt:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} w_N[k+1] \\ \vdots \\ w_2[k+1] \\ w_1[k+1] \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}[k+1]} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_w} \underbrace{\begin{bmatrix} w_N[k] \\ \vdots \\ w_2[k] \\ w_1[k] \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}[k]} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_w} u[k]. \tag{5.19}$$

Dieses Modell der Eingangsverzögerung kann nun mit dem Systemmodell zusammengefasst werden.

So erhält man für das erweiterte Systemmodell

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k+1] \\ \mathbf{w}[k+1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{B}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & \mathbf{A}_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{w}[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_w \end{bmatrix} u[k] \\ \mathbf{y}[k] &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{w}[k] \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Dieses erweiterte Modell ist, wenn das ursprüngliche Modell steuerbar war, ebenfalls steuerbar. Dies kann mithilfe der Steuerbarkeitsmatrix nachgewiesen werden. Anhand von dem erweiterten Systemmodell kann nun mit den bekannten Methoden (z.B. Polvorgabe oder LQ-Regler) ein Zustandsregler ausgelegt werden, welcher dann auch die Totzeit im Stellsignal berücksichtigt. Das entsprechende Regelgesetz einer Zustandsrückführung lautet

$$u[k] = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{w}[k] \end{bmatrix}. \quad (5.21)$$

Je nachdem, ob dieser Regler nur zum Stabilisieren der Strecke oder auch zum Ausregeln einer Sollvorgabe verwendet werden soll, kann für das diskrete Systemmodell in (5.17) das normale diskretisierte Systemmodell oder das um einen Integrator erweiterte und anschließend diskretisierte Systemmodell aus (5.10) verwendet werden. Für die Implementierung eines entsprechenden Reglers müssen alle Stellgrößen, welche noch nicht im Stellglied umgesetzt wurden ( $u[k] \dots u[k-N]$ ), zwischengespeichert werden und zum Regler zurückgeführt werden.

### 5.4.2 Optimal-Preview-Regler

Im Normalfall können Regler Sollwertvorgaben nur verzögert - meist mit einem Verhalten, welches dem eines Tiefpassfilters ähnelt - ausregeln. Dies fällt insbesondere bei Reglern wie dem hier verwendeten LQI-Regler auf, bei dem das Integral des Regelfehlers erst anwachsen muss, damit der Regler auf eine Sollwertänderung reagiert. Wenn zukünftige Sollwerte bereits im Voraus bekannt sind, so kann diese Tatsache durch ein erweitertes Systemmodell bereits während der Reglerauslegung berücksichtigt werden. Dies kann zu einem deutlich verbesserten (schnelleren) Folgeverhalten führen. Eine Methode, wie dies umgesetzt werden kann, wird im Folgenden vorgestellt. Dabei wird der Einfachheit halber davon ausgegangen, dass es sich bei der Sollgröße um eine skalare Größe handelt. Die Methode kann aber auch auf Regelstrecken mit vektorialen Führungsgrößen angepasst werden.

Das lineare, diskrete Modell der Regelstrecke hat folgende Form:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+1] &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}[k] + \mathbf{B}_d \mathbf{u}[k] \\ y[k] &= \mathbf{C} \mathbf{x}[k]. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Hierbei ist  $y$  die Regelgröße, welche einer Führungsgröße  $r$  folgen soll. Geht man davon aus, dass die Führungsgröße für  $N$  Zeitschritte im Voraus bekannt ist, so kann man den Verlauf derselben als Schieberegister modellieren und erhält folgendes Vorschaumodell:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} s_0[k+1] \\ s_1[k+1] \\ \vdots \\ s_N[k+1] \end{bmatrix}}_{\mathbf{s}[k+1]} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_s} \underbrace{\begin{bmatrix} s_0[k] \\ s_1[k] \\ \vdots \\ s_N[k] \end{bmatrix}}_{\mathbf{s}[k]} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_s} r[k+1+N]. \quad (5.23)$$

Jede Zustandsgröße  $s_a[b]$  dieses Modells entspricht hierbei einem (zukünftigen) Wert der Führungsgröße:

$$s_a[b] \hat{=} r[b+a]. \quad (5.24)$$

Das Modell der Regelstrecke und das Vorschaumodell der Führungsgröße können zusammengefasst werden und man erhält folgendes Modell:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k+1] \\ \mathbf{s}[k+1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{s}[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}[k] + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_s \end{bmatrix} r[k+N+1] \\ y[k] &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{s}[k] \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Dabei wird der letzte Term der Modellgleichung ( $\begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} r[k+N+1]$ ) für die Reglerauslegung als Störgröße betrachtet. Falls das ursprüngliche Modell steuerbar oder stabilisierbar ist, so ist auch das erweiterte Systemmodell stabilisierbar, da das Vorschaumodell stabil ist und daher durch die Erweiterung keine instabilen Systemmoden hinzugefügt werden. Mit diesem Modell wird anschließend ein LQ-Regler ausgelegt. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass die Gewichtungsmatrix  $\mathbf{Q}$  so gewählt wird, dass eine Regelabweichung von der Führungsgröße bestraft wird. Hierfür kann die

Gewichtungsmatrix beispielsweise folgendermaßen gebildet werden:

$$\mathbf{U} = \left[ \begin{array}{c|ccc} -\Delta t \mathbf{C} & \Delta t & 0 & \dots & 0 \\ \hline & & & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & & \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{Regelfehler } e \\ \\ \\ \text{Weitere Zustände oder Kombina-} \\ \text{tionen von Zuständen, die zu Null} \\ \text{geregelt werden sollen} \end{array} \quad (5.26)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{U}^T \mathbf{q} \mathbf{U}.$$

Hierbei stellt jede Zeile der Matrix  $\mathbf{U}$  einen Zustand oder eine Kombination von Zuständen dar, welche zu null geregelt werden soll. Mit den Einträgen des Vektors  $\mathbf{q} = [q_e \ \dots]$  können die Abweichungen dieser Zustände bzw. Zustandskombinationen von null gewichtet werden.

Die Länge des nötigen Vorschauintervalls, für welches die Führungsgröße bereits im Voraus bekannt sein muss um gute Ergebnisse mit dem gewählten Ansatz erzielen zu können hängt von der gewählten Gewichtungsmatrix und der resultierenden Reglerverstärkung ab. Wenn beispielsweise der Regelfehler sehr stark gewichtet wird, führt dies dazu, dass eine kleinere Vorschauabstand ausreicht. Allerdings ist die Reglerverstärkung im entsprechenden Intervall dann in der Regel deutlich größer. Falls nur ein kürzeres Vorschauintervall als erforderlich bekannt ist, kann es zu bleibenden Regelabweichungen kommen. Um dieses Problem zu lösen und zudem die Robustheit gegenüber Störungen zu erhöhen, kann das Modell um den integrierten Regelfehler  $\xi$  erweitert werden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}[k+1] \\ \boldsymbol{\xi}[k+1] \\ \mathbf{s}[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\Delta t \mathbf{C} & 1 & \Delta t \mathbf{0} \dots 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \boldsymbol{\xi}[k] \\ \mathbf{s}[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ 0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u[k] + (\dots) \quad (5.27)$$

$$y[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{s}[k] \end{bmatrix}.$$

Wird dieses Modell für die Auslegung eines LQ-Reglers verwendet, so sollte in der Gewichtungsmatrix zusätzlich zum Regelfehler das Integral des Regelfehlers berücksichtigt werden. Eine geeignete

Gewichtungsmatrix kann beispielsweise wie folgt gewählt werden:

$$\mathbf{U} = \left[ \begin{array}{c|c|c} -\Delta t \mathbf{C} & 0 & \Delta t \ 0 \ \dots \ 0 \\ \hline \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} \\ \hline \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{Regelfehler } e \\ \text{Integral des Regelfehlers } \xi \\ \text{Weitere Zustände oder Kombina-} \\ \text{tionen von Zuständen, die zu Null} \\ \text{geregelt werden sollen} \end{array} \quad (5.28)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{U}^\top \mathbf{q} \mathbf{U}$$

mit  $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_e & q_\xi & \dots \end{bmatrix}$ .

Da es sich bei den beiden Reglern, die mithilfe der erweiterten Modelle und LQ-Regler-Methoden ausgelegt werden um vorausschauende optimale Regler handelt, werden sie im Folgenden als Optimal-Preview-Regler (OP-Regler) und als Optimal-Preview-Regler mit Integralanteil (OPI-Regler) bezeichnet.

Für die Implementierung des Reglers muss die Führungsgröße  $N > N_{\min}$  Zeitschritte im Voraus bekannt sein. Die notwendige minimale Länge  $N_{\min}$  des Vorschauintervalls hängt hierbei von der gewählten Gewichtungsmatrix und den resultierenden Reglerverstärkungen ab. Nähere Details hierzu finden sich im folgenden Abschnitt.

## 5.5 Parametrierung der Regler & Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die für die verschiedenen Ansätze zur Querdynamikregelung verwendeten Reglerparameter und die resultierenden Ergebnisse präsentiert. Für die Simulationen wurden hierbei das in Abschnitt 3.1 hergeleitete Simulationsmodell mit den Parametern des Testrades mit Stützen verwendet. Diese sind in Anhang A zu finden. Zusätzlich zur Fahrraddynamik wurden in den Simulationen auch die am Fahrrad verbauten Sensoren simuliert. Die vom Querdynamikregler verwendeten Zustandsgrößen werden mithilfe des in Abschnitt 4.3 hergeleiteten Zustandsschätzers aus den simulierten Sensorsignalen ermittelt.

Für die Messungen am realen System wurden die Methoden zur Querdynamikregelung auf einer MicroAutoBox implementiert. Da nicht alle vom Querdynamikregler verwendeten Zustände direkt messbar sind, wird auch hier der Zustandsschätzer aus Abschnitt 4.3 verwendet.

In den folgenden Abschnitten wird zunächst auf den „normalen“ LQI-Regler mit und ohne Kerbfilter eingegangen. Da die Ergebnisse des LQ-Reglers ähnlich zu denen des LQI-Reglers sind, werden diese nicht separat betrachtet. Nennenswerte Unterschiede zwischen den beiden Reglern

sind, dass bei dem LQ-Regler keine Sollwerte vorgegeben werden können und dementsprechend das Ziel des Reglers immer ist, das Fahrrad aufzurichten und geradeaus zu fahren. Zudem reagiert der LQI-Regler etwas besser auf Störungen. Anschließend werden die beiden Erweiterungen der Regler um eine Totzeitkompensation oder um ein vorausschauende Trajektorienfolgeregung untersucht. Hierbei wird in jedem Abschnitt zunächst auf die gewählten Reglerparameter eingegangen und anschließend werden Ergebnisse aus Simulationen und - falls vorhanden - aus Messungen präsentiert und diskutiert.

### 5.5.1 LQI-Regler mit Kerbfiltern

Das erweiterte Modell des Fahrrades für den Entwurf eines LQI-Reglers kann mithilfe von (3.65) und (5.10) gebildet werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \\ \dot{\delta} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{g}{z_T} & 0 & \frac{v^2}{lz_T} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -v/l & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \delta \\ \xi \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{x_T v}{lz_T} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} u_{\delta} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r. \quad (5.29)$$

Da sich sowohl die Systemmatrix  $\mathbf{A}$  als auch die Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  mit der Geschwindigkeit ändern, muss auch der Regler geschwindigkeitsabhängig ausgelegt werden. Unter der Annahme, dass sich die Fahrradgeschwindigkeit nur langsam ändert, wird ein Gain-Scheduling-Ansatz gewählt, bei dem die Reglerverstärkungen für verschiedene (Geschwindigkeits-) Arbeitspunkte offline berechnet werden. Später wird zwischen diesen berechneten Reglerverstärkungen interpoliert. Hierfür wird das erweiterte Systemmodell (5.29) zunächst diskretisiert. Anschließend werden für die Berechnung der Reglerverstärkung die Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}_{\text{LQI-Regler}}$  und  $\mathbf{R}_{\text{LQI-Regler}}$  wie folgt gewählt:

$$\mathbf{Q}_{\text{LQI-Regler}}(v) = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 + 0.2v \end{bmatrix} \begin{matrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \delta \\ \xi \end{matrix} \quad \mathbf{R}_{\text{LQI-Regler}} = 0.25. \quad (5.30)$$

Hierbei gibt es bei der Gewichtungsmatrix der Zustände eine leichte Geschwindigkeitsabhängigkeit: Bei niedrigen Geschwindigkeiten ist das Fahrrad schwieriger zu stabilisieren, daher wird mehr Wert auf ein Aufrichten des Fahrrades gelegt. Steigt die Geschwindigkeit, so ist das Fahrrad einfacher zu stabilisieren und es kann mehr Wert auf eine niedrige Regelabweichung / ein gutes



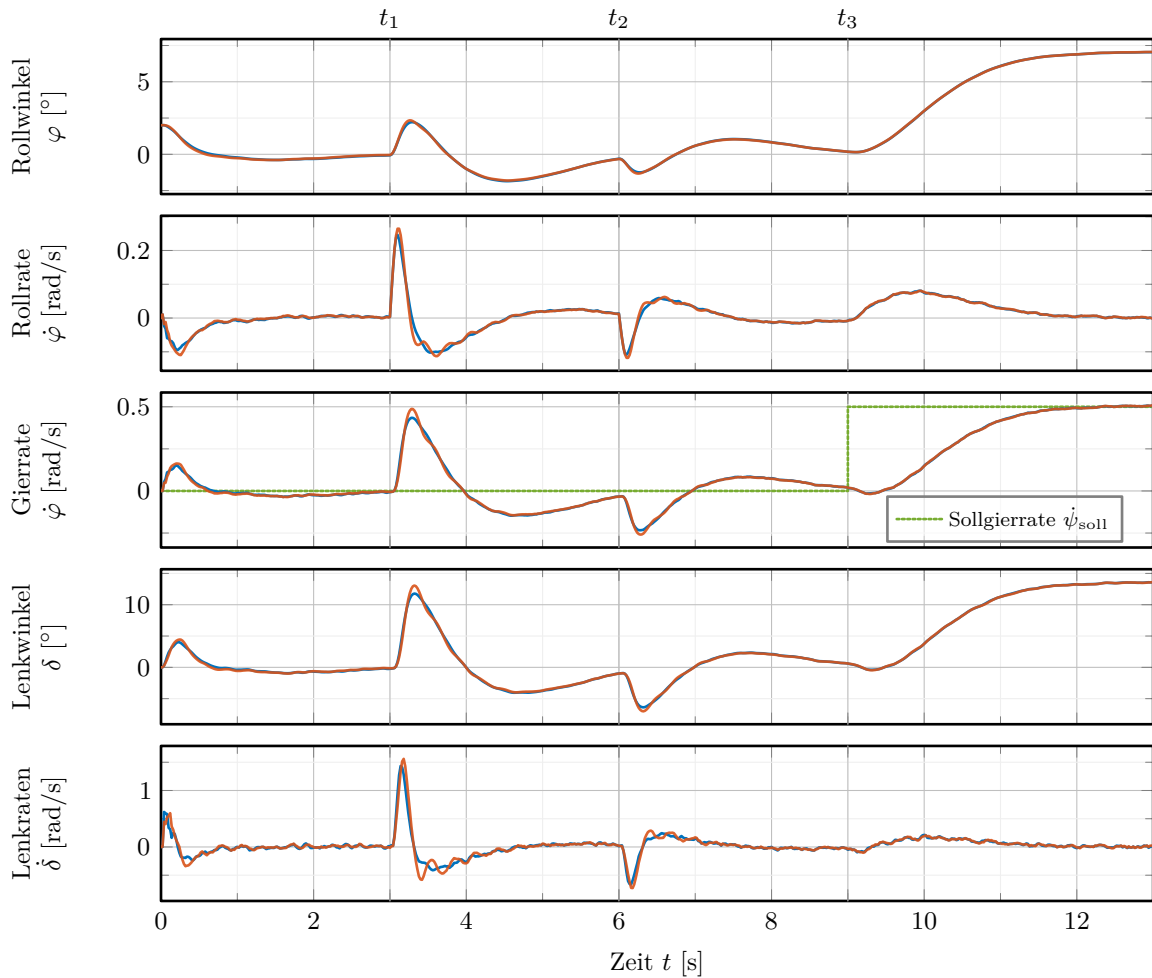


Abbildung 5.8: Simulationsergebnisse des LQI-Reglers ohne Kerbfilter (—) und mit Kerbfilter (—).

Führungsfolgeverhalten gelegt werden.

In Abbildung 5.8 werden die Ergebnisse aus zwei Simulationen des LQI-Regler Reglers dargestellt. Hierbei wurde das Systemverhalten einmal mit aktivierten Kerbfiltern und einmal ohne Kerbfilter simuliert. Die beiden Simulationen wurden mit identischen Startbedingungen durchgeführt: Fahrradgeschwindigkeit  $v_0 = 2.5$  m/s, Rollwinkel des Fahrrades  $\varphi_0 = 2^\circ$ , Rollrate  $\dot{\varphi}_0 = 0$  rad/s und Lenkwinkel  $\delta_0 = 0^\circ$ . Dadurch, dass keine Antriebsmomente an Vorder- und Hinterrad simuliert werden, bleibt die Fahrradgeschwindigkeit während der gesamten Simulation nahezu konstant. In der Simulation wird die Dynamik des Lenkaktors vernachlässigt, stattdessen wird die Simulation mit einer Eingangsverzögerung von 30 ms durchgeführt. Während der Simulation wird zu den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  jeweils ein impulsartiges Störmoment mit  $T_{\varphi,\text{Stör},1} = 50$  Nm und  $T_{\varphi,\text{Stör},2} = -25$  Nm auf den Rollwinkel gegeben, welches innerhalb von 250 ms wieder abfällt. Zum Zeitpunkt  $t_3$  wird ein Sprung in der Sollgierrate  $\dot{\psi}_{\text{so11}}$  von 0 rad/s auf 0.5 rad/s angefordert.

Ein Vergleich der beiden Simulationen zeigt, dass in beiden Fällen das Fahrrad erfolgreich stabilisiert wird (sowohl zu Beginn der Simulation als auch nach den beiden Störungen, welche simuliert werden) und die gewünschte Sollgierrate erfolgreich ausgeregelt wird. Während der normalen Fahrt gibt es kaum Unterschiede in den Signalen der beiden Simulationen. Lediglich zu Beginn der Simulation und nach den beiden Störungen kann man beobachten, dass die angeforderte Lenkrate mit aktivierten Kerbfiltern etwas mehr zum Schwingen neigt und dabei auch die anderen Zustandsgrößen beeinflusst. Hierbei handelt es sich um Ringing-Effekte, die in gefilterten Signalen häufig nach sprunghaften oder impulsartigen Änderungen des ungefilterten Signals auftreten. Leider müssen diese jedoch in Kauf genommen werden, um die in Abschnitt 5.3 beschriebenen Oszillationen in den Griff zu bekommen. Beim Betrachten der Simulationsergebnisse fällt zudem auf, dass der Regler langsam auf Sollwertänderungen reagiert ( $\approx 2 - 2.5$  s von Anforderung einer Sollgierrate bis zur Umsetzung). Dies liegt daran, dass die Reglerverstärkungen bzw. die Werte der Gewichtungsmatrizen sehr niedrig gewählt werden mussten, um die Anregung der Resonanzfrequenzen des Lenkaktors zu minimieren.

Neben diesen Simulationen wurden auch weitere Simulationen mit verschiedenen Geschwindigkeiten durchgeführt. Der vorgestellte Ansatz mit aktiven Kerbfiltern und einer simulierten Eingangsverzögerung von  $\approx 40$  ms liefert hierbei für Geschwindigkeiten zwischen 1.5-4.5 m/s gute Ergebnisse. Ab einer Geschwindigkeit von 5.0 m/s kommt es aufgrund der simulierten Eingangsverzögerung zu starken Oszillationen, bei höheren Geschwindigkeiten wird das simulierte System instabil.

Eine Messung des LQ-Reglers ohne Kerbfilter wurde bereits in Abschnitt 5.3 präsentiert. Hierbei traten aufgrund von Resonanzen im Lenkaktor starke Oszillationen auf. Daher wurden die beiden Kerbfilter zur Unterdrückung der Resonanzen eingeführt und die Reglerverstärkungen reduziert (durch eine Anpassung der Gewichtungsmatrizen).

Zwei Messungen des LQI-Reglers mit aktiven Kerbfiltern, welche bereits in [133] vorgestellt wurden, sind in Abbildung 5.9 und Abbildung 5.10 dargestellt. Beide Messungen finden bei einer konstanten Fahrradgeschwindigkeit von  $v = 2.5$  m/s statt. Der Regler wird jeweils zum Zeitpunkt  $t_0$  aktiviert. In der ersten Messung wird die Reaktion des Systems auf zwei impulsartige Störungen auf das Rollmoment (seitliche Stöße gegen das Fahrrad) zu den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  betrachtet. Hier ist zu sehen, dass das Fahrrad sowohl zu Beginn der Messung als auch nach den beiden Störungen zuverlässig stabilisiert wird. Allerdings können auch hier - wie in der Simulation - nach den Störungen Ringing-Effekte in der Stellgröße beobachtet werden, welche auch einen Einfluss auf die anderen Zustandsgrößen haben. Die durch die Ringing-Effekte ausgelösten Schwingungen können auch am Fahrrad wahrgenommen werden, alle weiteren Oszillationen, welche in der Messung auftreten sind mit bloßem Auge am Fahrrad nicht zu erkennen. In der zweiten Messung wird das Führgrößenfolgeverhalten anhand eines Sollwertsprungs von  $\dot{\psi}_{\text{soll},0} = 0$  rad/s auf  $\dot{\psi}_{\text{soll},1} = 0.5$  rad/s

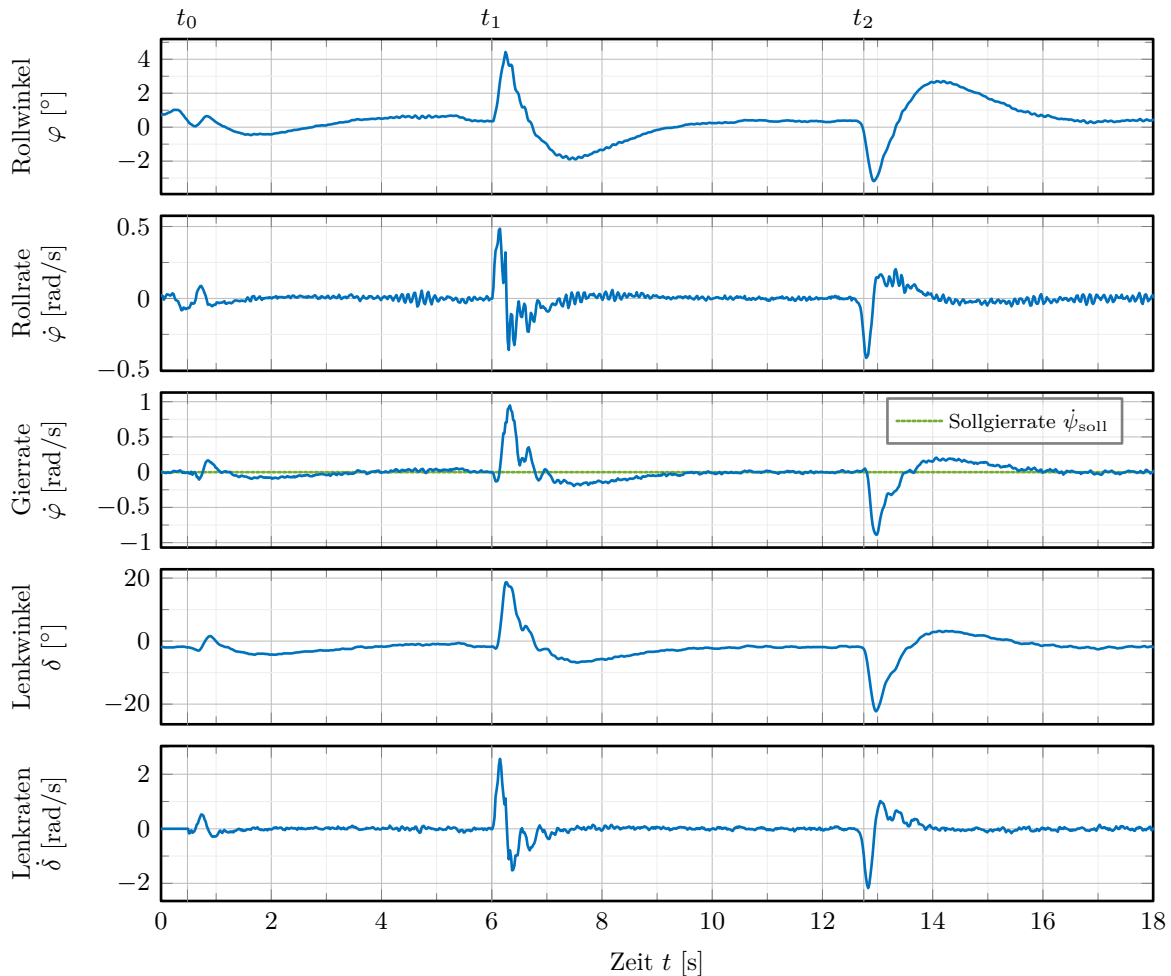


Abbildung 5.9: Messung des LQI-Reglers mit zwei impulsartigen Störungen (Geradeausfahrt).

zum Zeitpunkt  $t_1$  aufgezeigt. Es ist zu erkennen, dass das Fahrrad zunächst wieder zuverlässig stabilisiert wird und anschließend die Sollgierrate gut ausgegelt wird. Das Fahrradverhalten ähnelt dem in der Simulation, auch in der Messung dauert es 2 – 2.5 s bis die angeforderte Sollgierrate umgesetzt wird.

Sowohl die durchgeführten Simulationen als auch die aufgezeichneten Messungen zeigen, dass der ausgewählte Regler das Fahrrad zuverlässig stabilisiert und eine vorgegebene Sollgierrate gut ausgegelt werden kann. Außerdem werden durch die Kerbfilter die Anregung der Resonanzfrequenzen der Lenkaktordynamik unterdrückt und die dadurch hervorgerufenen Oszillationen vermieden. Allerdings entstehen durch die Filterung der Stellgröße Ringing-Effekte, die leichte Schwingungen nach sehr schnellen Stellgrößenänderungen zur Folge haben. Diese sind jedoch deutlich schwächer als die zuvor (ohne Kerbfilter) beobachteten Oszillationen. Der Regler funktioniert sehr gut und kann so beispielsweise für ein ferngesteuertes Fahrrad verwendet werden.

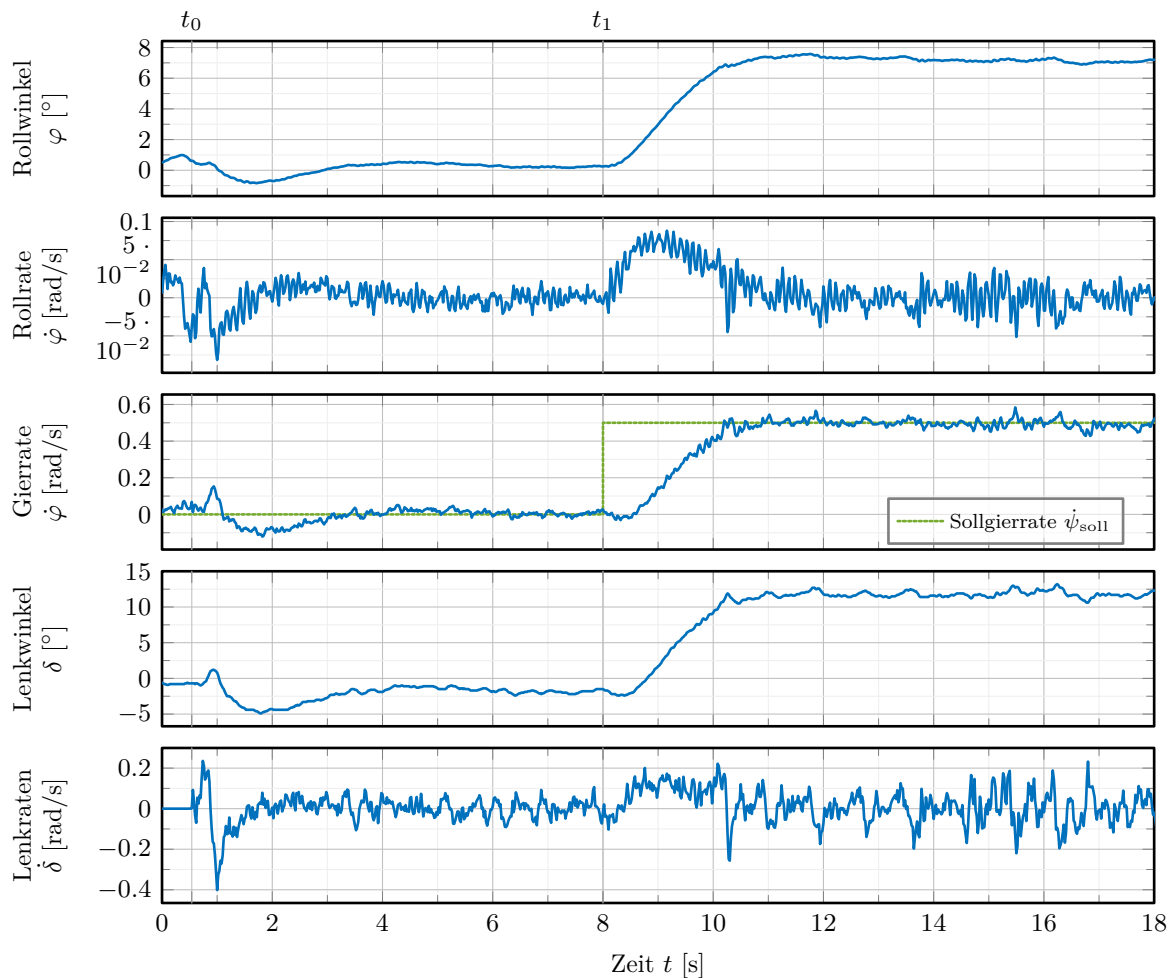


Abbildung 5.10: Messung des LQI-Reglers mit einem Sprung der Sollgierrate (Kurvenfahrt).

### 5.5.2 Totzeitkompensation

Um die Totzeitkompensation mithilfe einer erweiterten Zustandsrückführung zu testen, wurde zunächst untersucht, unter welchen Bedingungen der zuvor simulierte LQI-Regler Probleme hat beziehungsweise instabil wird. Hierfür wurden Simulationen mit verschiedenen Totzeiten ohne Kerbfilter durchgeführt. Bei diesen Simulationen traten ab einer Eingangsverzögerung von 60 ms starke Schwingungen im System auf, ab einer Eingangsverzögerung von 80 ms wurde das System instabil.

Im Folgenden soll nun untersucht werden, inwiefern das Fahrrad mit dem in Abschnitt 5.4.1 gewählten Ansatz bei verschiedenen Eingangsverzögerungen ( $> 60$  ms) geregelt werden kann. Hierfür wird zunächst das für den LQI-Regler um einen Integrator erweiterte und anschließend diskretisierte Fahrradmodell zusätzlich um das Modell der Eingangsverzögerung erweitert. Anschließend wird für das um einen Integrator und um ein Totzeitmodell erweiterte Fahrradmodell

ein LQ-Regler/LQI-Regler ausgelegt. Dafür müssen wieder Gewichtungsmatrizen gewählt werden. Als Grundlage dienen dabei die Gewichtungsmatrizen aus Abschnitt 5.5.1, welche lediglich um die Zustände des Modells der Eingangsverzögerung erweitert werden müssen. Die entsprechenden Gewichte der verzögerten Eingänge können zu null gewählt werden. Damit ergibt sich für die Gewichtungsmatrizen:

$$\mathbf{Q}(v) = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 + 0.2v \\ & & \mathbf{0} & \\ & & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{matrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \delta \\ \xi \\ w_N \dots w_1 \end{matrix} \quad \mathbf{R} = 0.25. \quad (5.31)$$

Für die Simulationen des Reglers mit Totzeitkompensation wurden dieselben Startbedingungen wie für die Simulationen in Abschnitt 5.5.1 gewählt: (konstante) Fahrradgeschwindigkeit von  $v_0 = 2.5 \text{ m/s}$ , Rollwinkel des Fahrrades  $\varphi_0 = 2^\circ$ , Rollrate  $\dot{\varphi}_0 = 0 \text{ rad/s}$  und Lenkwinkel  $\delta_0 = 0^\circ$ . Zu den Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$  wird jeweils ein impulsartiges Störmoment mit  $T_{\varphi, \text{Stör}, 1} = 50 \text{ Nm}$  und  $T_{\varphi, \text{Stör}, 2} = -25 \text{ Nm}$  auf den Rollwinkel gegeben, welches innerhalb von 250 ms wieder abfällt. Zum Zeitpunkt  $t_3$  wird ein Sprung in der Sollgierrate  $\dot{\psi}_{\text{soll}}$  von 0 rad/s auf 0.5 rad/s angefordert. Für die Simulationen wird davon ausgegangen, dass die entsprechenden Totzeiten exakt bekannt sind und die Regler dementsprechend ausgelegt werden können. Die Ergebnisse von drei Simulationen mit verschiedenen Totzeiten sind in Abbildung 5.11 zu finden: Bei der ersten Simulation handelt es sich um eine „Referenz“-Simulation ohne Totzeit. Die beiden weiteren Simulationen wurden mit Totzeiten von  $T_{t,1} = 80 \text{ ms}$  und  $T_{t,2} = 160 \text{ ms}$  durchgeführt. Es wurden auch weitere Simulationen mit höheren Totzeiten durchgeführt, allerdings traten hier starke Schwingungen in verschiedenen Signalen auf. Bei der Totzeit von 160 ms handelt es sich um die maximale Totzeit, für die der Regler noch gute Ergebnisse liefert. In den Simulationen kann man beobachten, dass mit wachsender Totzeit die Reaktionszeit auf Störgrößen und Sollwertänderungen entsprechend steigt. Dies führt dazu, dass eine Kippbewegung des Fahrrades, welche durch eine externe Störung ausgelöst wurde, erst später gestoppt und umgekehrt werden kann und dementsprechend größere Roll- und Lenkwinkel auftreten. Außerdem führt eine große Totzeit zu einem entsprechend verzögerten Ausregeln der Sollwerte. Zusätzlich kann man beobachten, dass sehr große Eingangsverzögerungen trotz entsprechender Reglerauslegung (nach plötzlichen Störungen) zu Schwingungen in der Lenkrate und damit auch in den anderen Zustandsgrößen führen können. Es ist jedoch erwähnenswert, dass trotz der großen

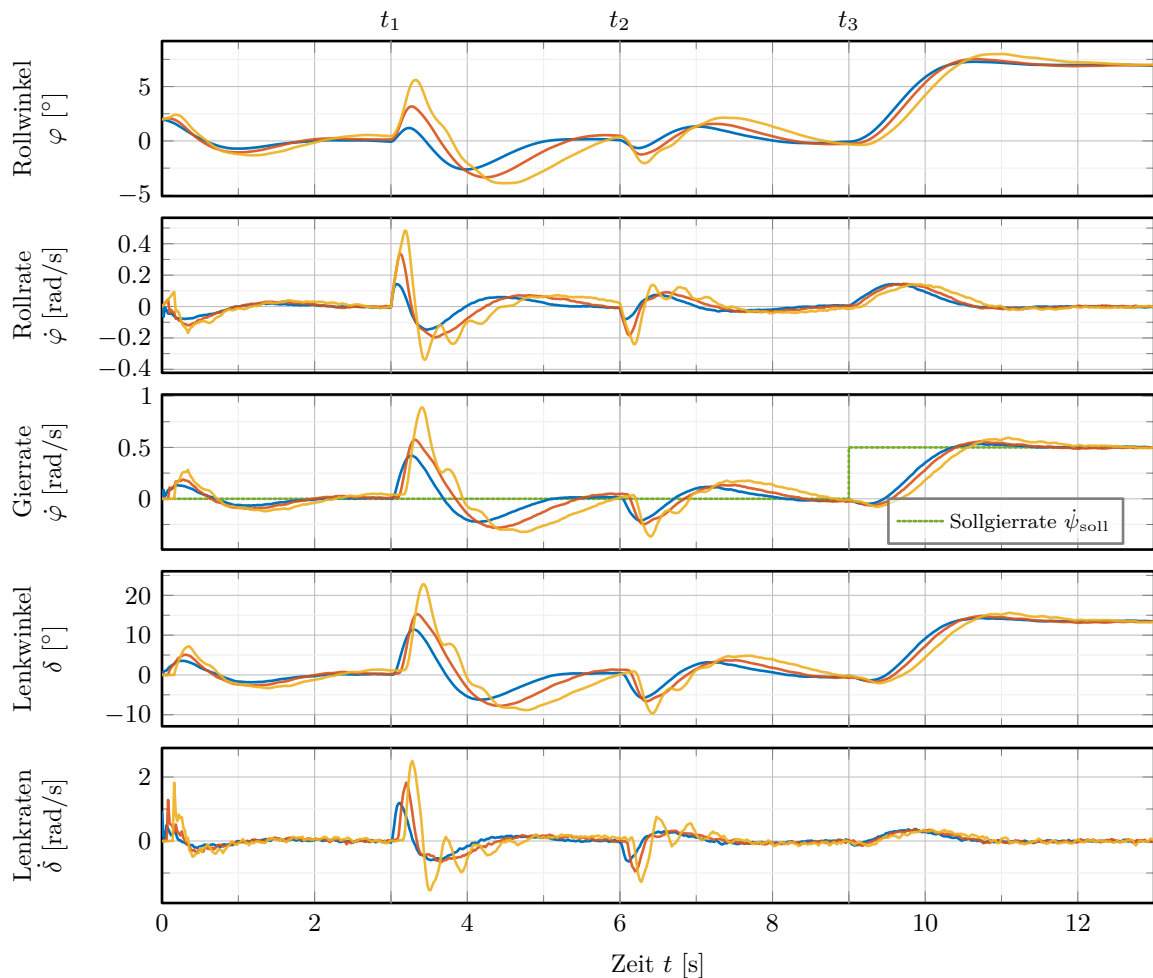


Abbildung 5.11: Simulationsergebnisse des LQI-Reglers mit Totzeitkompensation für simulierte Totzeiten von  $T_{t,0} = 0$  ms (—),  $T_{t,1} = 80$  ms (—),  $T_{t,2} = 160$  ms (—).

Eingangsverzögerung das System weiterhin stabil ist und der Regler trotz der großen Verzögerung gute Ergebnisse liefert.

Da am Fahrrad nur eine minimale „echte“ Totzeit von  $< 10$  ms auftritt, welche das Verhalten des geschlossenen Kreises kaum beeinflusst, ist es nicht notwendig den Regler am Fahrrad zu implementieren und zu testen. Man kann zwar größere Verzögerungen in der Umsetzung des Stellgrößensignals beobachten, diese treten jedoch nicht aufgrund von Totzeiten, sondern aufgrund des Übertragungsverhaltens des Lenkaktors auf. Um die Lenkaktordynamik im Regler zu berücksichtigen, müsste das Fahrradmodell statt um ein Modell der Eingangsverzögerung um ein Modell des Lenkaktors erweitert werden. Allerdings ist eine Implementierung eines entsprechenden Reglers schwierig, da hierfür auch die internen Zustände des Lenkaktors, welche nicht direkt messbar sind, bekannt sein müssten.

### 5.5.3 Optimal-Preview-Regler

Im folgenden Abschnitt wird die Parametrierung des Optimal-Preview-Regler und des Optimal-Preview-Regler mit Integralanteil beschrieben und Simulationsergebnisse präsentiert. Außerdem wird darauf eingegangen, welche Voraussetzungen für eine erfolgreiche Anwendung der vorgestellten Regler berücksichtigt werden müssen. Messungen werden im folgenden Kapitel zur Pfadfolgeregelung präsentiert.

Für die Berechnung der Reglerparameter muss zunächst, wie in Abschnitt 5.4.2 beschrieben, ein erweitertes Modell des Fahrrades und der Vorschaustrecke gebildet werden. Hierfür werden die vereinfachten linearen Modellgleichungen aus (3.65) diskretisiert und anschließend mit dem Vorschaumodell verknüpft. Zusätzlich kann das Modell - falls gewünscht - um einen Zustand erweitert werden, welcher das Integral des Regelfehlers widerspiegelt. Für die Bestimmung der Gewichtungsmatrix müssen Zustände bzw. Zustandskombinationen gewählt werden, welche zu null geregelt werden sollen. Diese sind:

- (a) Der Regelfehler  $e[k] = s_0[k] - \mathbf{C}\mathbf{x}[k]$ ,
- (b) das Integral des Regelfehlers  $\xi[k]$  - falls vorhanden,
- (c) die Differenz aus einem, bei einer konstanten Kurvenfahrt, zur Sollgierrate zugeordneten Rollwinkel und dem gemessenen/geschätzten Rollwinkel  $\frac{v}{g}s_0[k] - \varphi[k]$
- (d) die Differenz aus einer, aus der Sollgierratenänderung berechneten Rollrate und der gemessenen Rollrate  $\frac{v}{g\Delta t}(s_0[k] - s_1[k]) - \dot{\varphi}[k]$

Mithilfe der Faktoren  $q_a \dots q_d$  und der daraus abgeleiteten Gewichtungsmatrix können die verschiedenen Zustandskombinationen gewichtet werden. Die Gewichtungsfaktoren werden wie folgt festgelegt:

$$q_a = 2, \quad q_b = 0.5 + 2v, \quad q_c = 9, \quad q_d = 1 \tag{5.32}$$

Die Gewichtungsmatrizen können nun mithilfe der Gewichtungsfaktoren der verschiedenen Zustandskombinationen berechnet werden. Für den OP-Regler erhält man

$$\mathbf{U}_{\text{OP-Regler}} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & -\frac{v}{l} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \frac{v}{g} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \frac{v}{g\Delta t} & -\frac{v}{g\Delta t} & 0 & \dots & 0 \\ \varphi & \dot{\varphi} & \delta & s_0 & s_1 & s_2 & \dots & s_N \end{array} \right] \begin{array}{l} \text{(a)} \\ \text{(c)} \\ \text{(d)} \end{array} \tag{5.33}$$

$$\mathbf{q}_{\text{OP-Regler}} = \left[ q_a \quad q_c \quad q_d \right]^\top$$

$$\mathbf{Q}_{\text{OP-Regler}} = \mathbf{U}_{\text{OP-Regler}}^\top \mathbf{q}_{\text{OP-Regler}} \mathbf{U}_{\text{OP-Regler}}$$

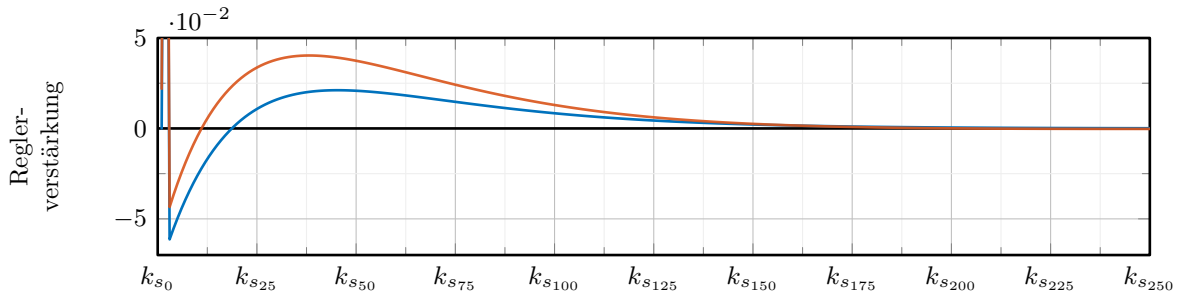


Abbildung 5.12: Reglerverstärkungen für die Vorschau-Zustände  $s_0 \dots s_{250}$ : OP-Regler (—), OPI-Regler (—).

Wird in dem erweiterten Modell der integrierte Regelfehler zusätzlich berücksichtigt (OPI-Regler), so muss dieser auch in der entsprechenden Gewichtungsmatrix  $\mathbf{Q}_{\text{OPI-Regler}}$  für die Auslegung eines LQ-Reglers berücksichtigt werden:

$$\mathbf{U}_{\text{OPI-Regler}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{v}{l} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{v}{g} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & \frac{v}{g\Delta t} & -\frac{v}{g\Delta t} & 0 & \dots & 0 \\ \varphi & \dot{\varphi} & \delta & \xi & s_0 & s_1 & s_2 & \dots & s_N \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{(a)} \\ \text{(b)} \\ \text{(c)} \\ \text{(d)} \end{matrix} \quad (5.34)$$

$$\mathbf{q}_{\text{OPI-Regler}} = [q_a \quad q_b \quad q_c \quad q_d]^\top$$

$$\mathbf{Q}_{\text{OPI-Regler}} = \mathbf{U}_{\text{OPI-Regler}}^\top \mathbf{q}_{\text{OPI-Regler}} \mathbf{U}_{\text{OPI-Regler}}$$

Für die Berechnung der jeweiligen Reglerverstärkung wird außerdem noch die Gewichtungsmatrix der Eingangsgröße benötigt, diese wird für beide Regler identisch gewählt:

$$\mathbf{R} = 1. \quad (5.35)$$

Nun können die Reglerverstärkungen beider Regler mithilfe der bekannten LQ-Regler-Werkzeuge berechnet werden. In Abbildung 5.12 sind die Reglerverstärkungen der Vorschau-Zustände beider Regler dargestellt. Man kann deutlich erkennen, dass diese Reglerverstärkungen mit wachsender Vorschau-Distanz gegen null konvergieren. Dementsprechend können Sollwerte, die zu weit in der Zukunft liegen kaum vom Regler verwertet werden und können daher vernachlässigt werden. Allerdings sollte die Vorschau-Distanz auch nicht zu kurz gewählt werden, da sich sonst die Reglerperformance deutlich verschlechtern kann. Idealerweise sollte die Vorschau-Distanz so gewählt werden, dass mindestens 95-99% der Gesamtfläche, die zwischen dem Plot der Reglerverstärkungen und der  $x$ -Achse liegt, mit einbezogen wird. In unserem Fall ist hierfür bei beiden Reglern eine



Vorschauabstand von 200 Zeitschritten ( $\hat{=} 2$  s) ausreichend.

Bei den Simulationen der Regler soll insbesondere untersucht werden, inwiefern der zusätzliche Integrator im OPI-Regler die Reglerperformance verbessert und welchen Einfluss eine zu kurze Vorschauabstand auf die Ergebnisse der jeweiligen Regler hat. Hierfür werden beide Regler jeweils einmal mit der vollen Vorschauabstand (200 Zeitschritte) und einmal mit einer reduzierten Vorschauabstand (50 Zeitschritte) simuliert. Dabei wird zum Zeitpunkt  $t_1$  ein Sollwertsprung der Gierrate von 0 rad/s auf 0.5 rad/s angefordert. Zusätzlich wird ab dem Zeitpunkt  $t_2$  ein konstantes Störmoment von 10 Nm auf den Rollwinkel gegeben. Die Startbedingungen sind identisch wie in den Simulationen in Abschnitt 5.5.1 und Abschnitt 5.5.2: (konstante) Fahrradgeschwindigkeit von  $v_0 = 2.5$  m/s, Rollwinkel des Fahrrades  $\varphi_0 = 2^\circ$ , Rollrate  $\dot{\varphi}_0 = 0$  rad/s und Lenkwinkel  $\delta_0 = 0^\circ$ .

Abbildung 5.13 zeigt Simulationsergebnisse der beiden Regler. Bei Betrachtung der Ergebnisse fällt unter anderem auf, dass, für alle simulierten Regler, bereits vor dem Sollwertsprung zum Zeitpunkt  $t_1$  auf diesen reagiert wird, bzw. dieser vorbereitet wird. Die Ursache hierfür ist, dass dem jeweiligen Regler bereits im Voraus bekannt ist, dass zum Zeitpunkt  $t_1$  ein Sprung in der angeforderten Gierrate auftreten wird. Je nachdem, wie lange im Voraus dem Regler dies bekannt ist, kann er früher oder später mit der Vorbereitung des Sollwertsprungs starten. Steht die volle Vorschauabstand (200 Zeitschritte) zur Verfügung startet die Reaktion des Reglers auf den zukünftigen Sollwertsprung früher und sanfter. Steht hingegen nur eine reduzierte Vorschauabstand (50 Zeitschritte) zur Verfügung, so startet die Reaktion des Reglers auf den kommenden Sollwertsprung entsprechend später, was ein starkes Gegenlenken des Fahrrades zur Folge hat. In allen Fällen wird jedoch - aufgrund der bereits im Voraus bekannten Sollgierratentrajektorie - deutlich früher auf eine Sollgierratenänderung reagiert als bei anderen Reglern, welchen keine Vorschauinformationen zur Verfügung stehen (z.B. LQI-Regler). Durch die früher zur Verfügung stehenden Informationen der Sollgierratentrajektorie und der daraus resultierenden früheren Reaktion auf Änderungen dieser, wird der Zielwert des Sollgierratenprungs auch in den meisten Fällen früher erreicht als bei einem vergleichbaren LQI-Regler. Eine zweite Beobachtung, welche gemacht werden kann, ist, dass nur bei den Reglern mit integrativem Anteil (unabhängig von der Vorschauabstand) die angeforderte Gierrate exakt ausgeregelt werden kann. Im Fall des OP-Reglers mit voller Vorschauabstand kommt es zu einer bleibenden Regelabweichung, wobei die erreichte Gierrate leicht über der angeforderten Gierrate liegt. Ursache hierfür ist, dass die aus dem Lenkwinkel bestimmte Gierrate und der daraus resultierende Regelfehler  $e$  nicht exakt modelliert wurde. Bei der Modellierung wurde davon ausgegangen, dass die Gierrate aus dem Lenkwinkel, der Geschwindigkeit und dem Radstand bestimmt werden kann. Dies ist bei einem aufrechten Fahrrad auch der Fall, sobald das Fahrrad jedoch zur Seite geneigt ist, haben zusätzlich der Lenkkopfwinkel  $\varepsilon$  und der Rollwinkel des Fahrrades  $\varphi$  einen Einfluss auf die resultierende Gierrate. Diese Ungenauigkeit in der Modellierung führt auch zu einem Überschwingen des OPI-Reglers. Wird der OP-Regler hingegen mit einer reduzierten

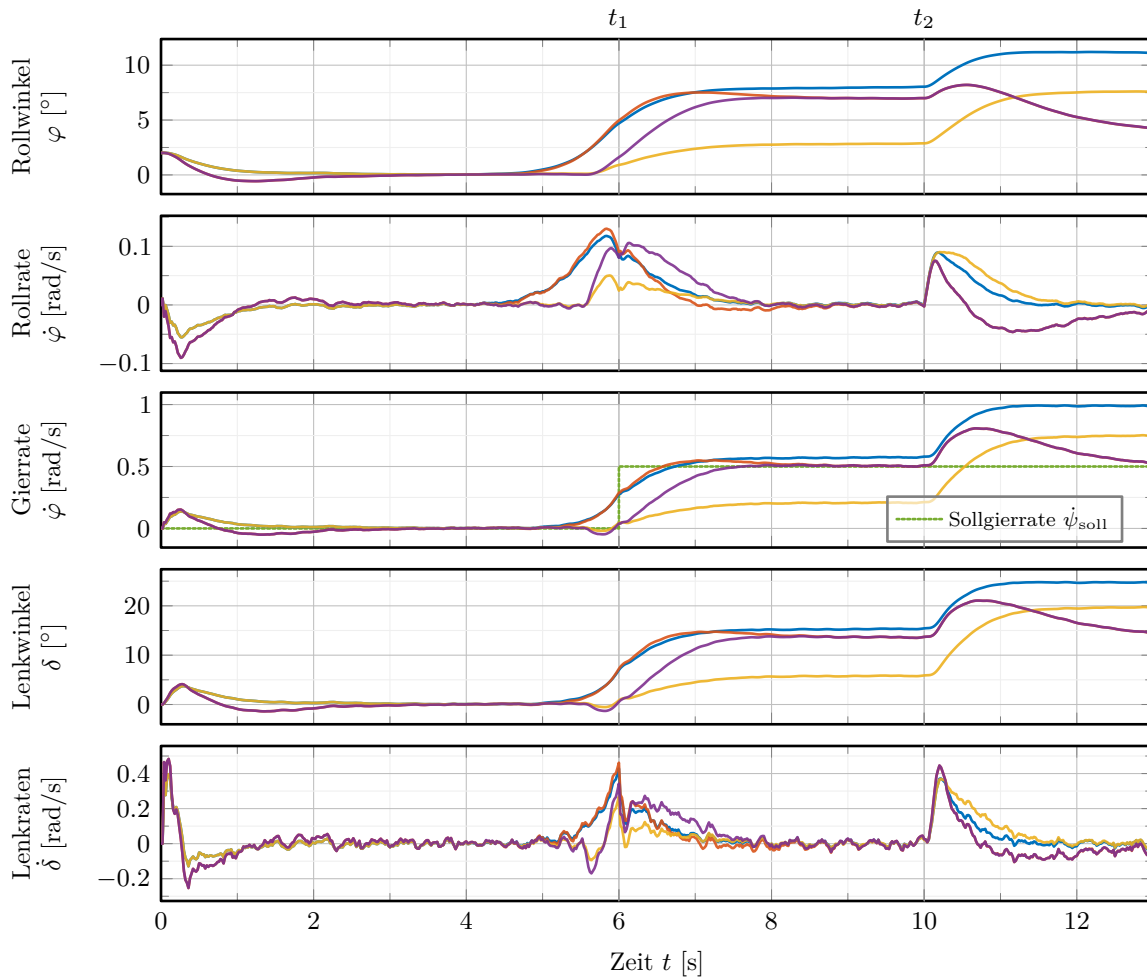


Abbildung 5.13: Simulationsergebnisse von OP-Regler und OPI-Regler mit voller und reduzierter Vorschau­distanz: OP-Regler mit voller Vorschau­distanz (—), OPI-Regler mit voller Vorschau­distanz (—), OP-Regler mit reduzierter Vorschau­distanz (—), OPI-Regler mit reduzierter Vorschau­distanz (—).

Vorschau­distanz simuliert, so fällt auf, dass die angeforderte Sollgierrate nicht erreicht werden kann. In diesem Fall hat der OPI-Regler große Vorteile, da Aufgrund des zusätzlich beachteten integrierten Regelfehlers sowohl für die volle als auch für die reduzierte Vorschau­distanz ein (konstantes) Referenzsignal ohne bleibende Regelabweichung ausgeregelt werden kann. Weiter kann beobachtet werden, dass externe Störungen durch den OPI-Regler deutlich besser ausgeregelt werden können als durch den OP-Regler, welcher das Fahrrad trotz der auftretenden Störung zwar stabil hält, jedoch die durch die Störung hervorgerufene Regelabweichung nicht kompensiert. Da der OPI-Regler mit voller Vorschau­distanz die besten Ergebnisse liefert (Schnelligkeit, bleibende Regelabweichung, Störgrößenunterdrückung), wird im Folgenden nur noch dieser betrachtet. Falls nur eine verkürzte Vorschautrajektorie zur Verfügung steht, kann stattdessen auch der OPI-Regler

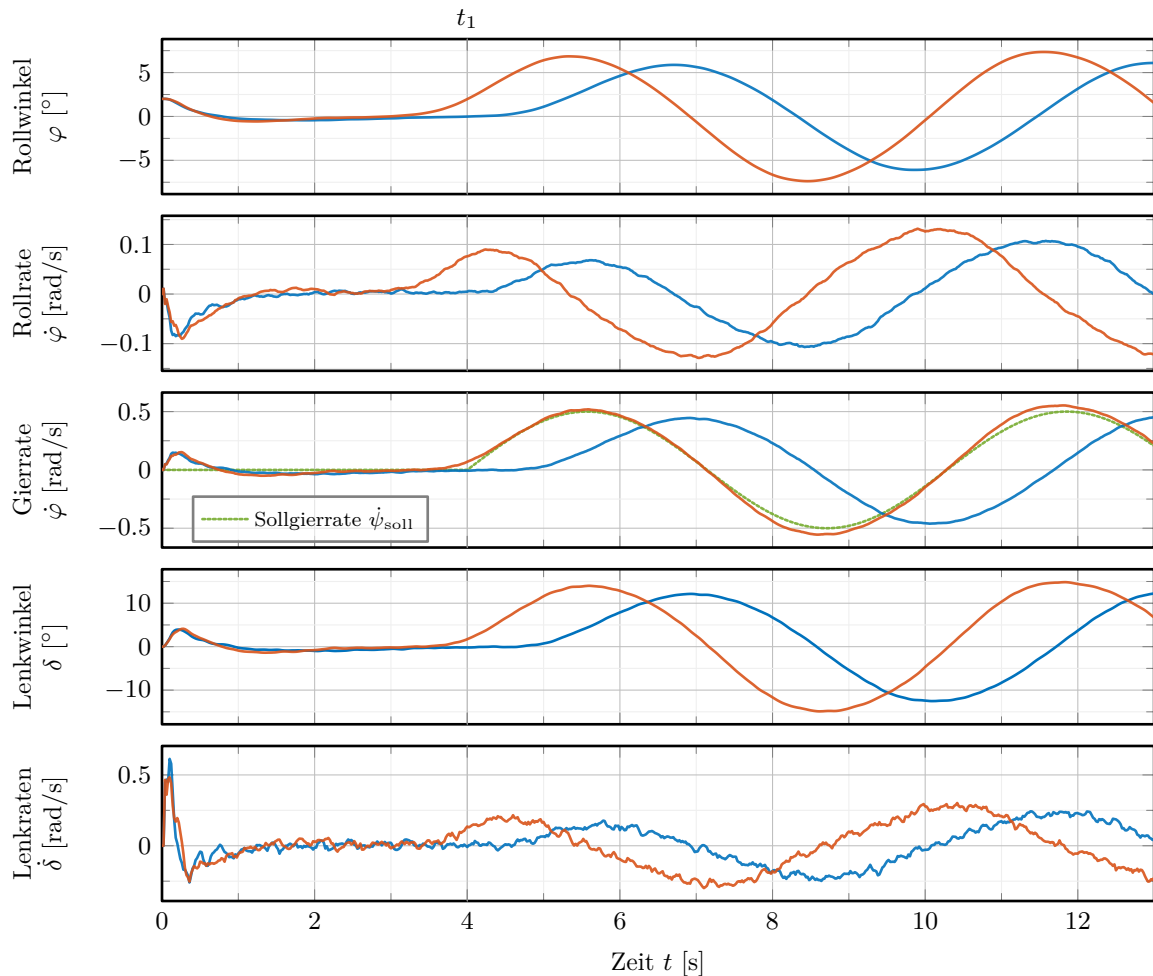


Abbildung 5.14: Vergleich von LQI-Regler (—) und OPI-Regler (—) für ein sinusförmiges Referenzsignal.

mit reduzierter Vorschau­distanz verwendet werden, allerdings muss berücksichtigt werden, dass eine Soll­gierraten­änderung dann - wie beim LQI-Regler - möglicherweise leicht verzögert ausgeg­e­gelt wird.

Während der späteren Verwendung des Reglers in Kombination mit einem Pfadfolgeregler treten im Idealfall keine Soll­wertsprünge, sondern nur kontinuierliche Referenzsignale auf. Daher werden in Abbildung 5.14 die Ergebnisse einer weiteren Simulation des OPI-Reglers mit einem sinusförmigen Soll­wertsignal dargestellt und mit den Ergebnissen einer Simulation des LQI-Reglers mit identischem Soll­wertsignal verglichen. Die Simulationen werden mit den gleichen Startbedingungen wie die vorherigen Simulationen durchgeführt: (konstante) Fahrradgeschwindigkeit von  $v_0 = 2.5 \text{ m/s}$ , Rollwinkel des Fahrrades  $\varphi_0 = 2^\circ$ , Rollrate  $\dot{\varphi}_0 = 0 \text{ rad/s}$  und Lenkwinkel  $\delta_0 = 0^\circ$ . Die Soll­gierrate ist zunächst Null, ab dem Zeitpunkt  $t_1$  hat sie einem sinusförmigen Verlauf mit einer Amplitude von  $0.5 \text{ rad/s}$  und einer Frequenz von  $1 \text{ rad/s}$ . Bei einem Vergleich der Ergebnisse von OPI-Regler

und LQI-Regler fällt auf, dass der OPI-Regler die Sollgierrate nahezu perfekt ohne große zeitliche Verzögerung ausregelt. Die Ausregelung der Sollgierrate durch den LQI-Regler erfolgt hingegen um ca. 1.5s verzögert. Bei beiden Reglern tritt eine leichte Abweichung der Amplitude des Gierratensignals auf. Während diese Abweichung beim OPI-Regler auf den für die Reglerauslegung ungenau modellierten Regelfehler zurückzuführen ist, ist beim LQI-Regler die Ursache für die Amplitudenabweichung das sich zu schnell ändernde Sollgierratensignal. Wie bereits erwähnt, ähnelt das Übertragungsverhalten des LQI-Reglers von Referenzgröße zur Regelgröße dem eines Tiefpasses, was zur Folge hat, dass (zu) schnelle Sollwertänderungen etwas gedämpft werden.

Im Großen und Ganzen liefert der OPI-Regler sehr gute Ergebnisse, wenn die Sollgierratentrajektorie ausreichend weit im Voraus bekannt ist und einen kontinuierlichen, gleichmäßigen Verlauf hat. Falls diese Voraussetzungen nicht erfüllt sind, so sind die erzielten Ergebnisse trotzdem mindestens so gut wie die des LQI-Reglers.

# Pfadfolgeregelung

Damit die Testplattform nicht nur ferngesteuert werden kann, sondern auch reproduzierbar vorgegebene Strecken abfahren kann, muss ein Pfadfolgeregler implementiert werden. Diesem sollen Wegpunkte vorgegeben werden, welchen das Fahrrad dann folgt. Im Bereich der selbstfahrenden Autos wurden bereits verschiedene Ansätze zur Pfadfolgeregelung entwickelt, welche jedoch aufgrund verschiedener Ursachen nur bedingt fürs Fahrrad geeignet sind. So kann beim Fahrrad ein angeforderter Lenkwinkel / eine angeforderte Gierrate nur verzögert umgesetzt werden, da die Lenkung beim Fahrrad nicht nur zur Vorgabe einer Fahrtrichtung, sondern zusätzlich zum Stabilisieren des Fahrrades benötigt wird. Für kaskadierte Systeme - wie hier der Fall - gilt die Daumenregel, dass der innere Regelkreis mindestens 3-4-mal so schnell wie der äußere Regelkreis sein sollte. Dementsprechend führt eine langsame Lenkdynamik automatisch dazu, dass der äußere Pfadfolgeregler im Vergleich dazu nochmals deutlich langsamer sein müsste. Außerdem wurden die meisten Pfadfolgeregler für Manöver mit höheren Geschwindigkeiten, als sie beim Fahrrad gewöhnlich auftreten, entwickelt. Daher ist es schwierig, mit diesen Pfadfolgereglern Manöver umzusetzen, bei welchen bei langsamer Geschwindigkeit sehr enge Kurven gefahren werden sollen (z.B. ein U-Turn auf einer engen Straße).

Folgende Anforderungen werden an den Pfadfolgeregler für die selbstfahrende Testplattform gestellt:

- Der Pfadfolgeregler soll ein gutes Folgeverhalten trotz der langsamen Lenkdynamik ermöglichen (Abweichungen von der vorgegebenen Strecke  $< 0.5$  m).
- Enge Kurven sollen nicht geschnitten werden. Insbesondere sollen Kurven mit dem einer Fahrradneigung von  $15-20^\circ$  zugeordneten minimalen Kurvenradius zuverlässig abgefahren werden.
- Eine weitere wichtige Anforderung an den Pfadfolgeregler ist, dass dieser wenig Rechenleistung beansprucht, damit er auf einem Mikrocontroller implementiert werden kann.

Im Folgenden werden zunächst verschiedene existierende Ansätze kurz beschrieben und erläutert, weshalb diese nur bedingt für unsere Testplattform geeignet sind. Anschließend wird basierend auf den existierenden Ansätzen eine neue Methode zur Pfadfolgeregelung entwickelt und untersucht. Im letzten Abschnitt werden Simulations- und Messergebnisse der neuen Methode präsentiert und analysiert.

## 6.1 Existierende Ansätze zur Pfadfolgeregelung

Für die Pfadfolgeregelung von Fahrzeugen gibt es bereits verschiedene Ansätze. Einen guten Überblick über die wichtigsten Ansätze bietet beispielsweise [134]. Im Allgemeinen können diese Ansätze in zwei Kategorien unterteilt werden: Zum einen gibt es sogenannte geometrische Pfadfolgeregler und zum anderen modellbasierte Pfadfolgeregler. Im Folgenden werden verschiedene Pfadfolgeregler der beiden Kategorien kurz erklärt und erläutert, welche Herausforderungen bei der Anwendung der jeweiligen Regler am Fahrrad entstehen und inwiefern die jeweiligen Ansätze für die Testplattform nicht geeignet sind.

### 6.1.1 Geometrische Pfadfolgeregler

In der Kategorie der geometrischen Pfadfolgeregler wird die Dynamik des zu regelnden Fahrzeuges vollständig vernachlässigt. Stattdessen werden nur geometrische Zustände des Fahrzeuges und des Pfades, welchem gefolgt werden soll berücksichtigt. Zu den Zuständen, die hierbei genutzt werden können, gehören unter anderem die Fahrzeugposition, der Gierwinkel des Fahrzeuges, der Abstand des Fahrzeuges zum Pfad, Zielkoordinaten entlang des Pfades, Gierwinkel und Krümmung des Pfades bei den Zielkoordinaten usw. Dementsprechend werden die Fahrzeugdynamik mit einem entsprechenden Fahrdynamikregler und der Pfadfolgeregler in der Regel unabhängig voneinander betrachtet und ausgelegt.

Die einfachste Art geometrischer Pfadfolgeregler sind die Pursuit Regler („Verfolgungsregler“), bei welchen von der aktuellen Fahrzeugposition ausgehend ein Punkt in einer bestimmten Entfernung entlang der Trajektorie gesucht wird. Anschließend wird in Abhängigkeit von Fahrzeugposition und Zielpunktkoordinaten eine Gierrate / ein Lenkwinkel zur Erreichung dieses Zielpunktes vorgegeben. Im Folgenden werden zwei dieser Pursuit Regler kurz beschrieben, mögliche Modifikationen zur Verbesserung des Reglerverhaltens erläutert und untersucht, inwiefern diese Regler auf die Testplattform anwendbar sind.

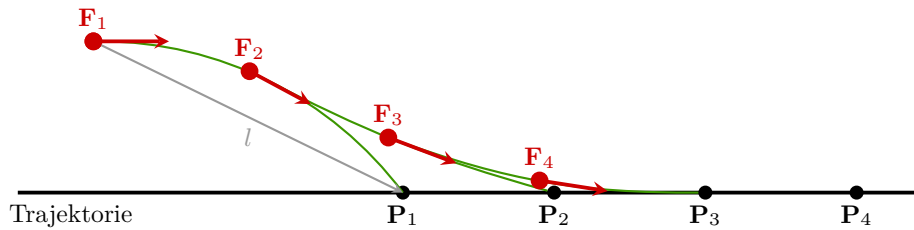


Abbildung 6.1: Sequenz mehrerer Pure-Pursuit-Iterationen

### Pure-Pursuit-Regler

Der Pure-Pursuit-Regler [135] ist ein sehr einfacher Pfadfolgeregler. Die folgende Beschreibung wurde in weiten Teilen aus [3] übernommen.

Der Pure-Pursuit-Regler berechnet anhand einer geometrischen Betrachtung der Fahrzeugposition, der aktuellen Fahrtrichtung (Gierwinkel) und der Trajektorie eine Soll-Gierrate  $\dot{\psi}_{\text{soll}}$ . Diese Soll-Gierrate wird dann vom Fahrzeug umgesetzt. In jedem folgenden Zeitschritt wird dieser Vorgang wiederholt, was dazu führt, dass die Abweichung zwischen Ist- und Soll-Trajektorie minimiert wird. Es gibt verschiedene Erweiterungen zum Pure-Pursuit-Regler, die dessen Performance, insbesondere bei großen Abweichungen von der Soll-Trajektorie, verbessern (siehe [136] und [137]).

Die Arbeitsweise des Pure-Pursuit-Reglers lässt sich sehr gut anhand von Abbildung 6.1 veranschaulichen: In jedem Schritt schaut der Regler entlang der Trajektorie nach vorne auf einen Vorschau-Punkt  $\mathbf{P}$  in der Entfernung  $l$ . Nun berechnet der Regler das Kreissegment, welches gefahren werden muss, um diesen Punkt zu erreichen und gibt entsprechend eine Soll-Gierrate vor. Durch ein ständiges Wiederholen dieses Vorgangs nähert sich das Fahrzeug  $\mathbf{F}$  der Trajektorie an. Der Radius  $R$  des jeweiligen Kreissegments lässt sich anhand der geometrischen Beziehungen, welche in Abbildung 6.2 zu sehen sind, berechnen: Dabei bilden die Position des Fahrzeuges  $\mathbf{F}$ , der Vorschau-Punkt  $\mathbf{P}$  und der Mittelpunkt  $\mathbf{M}$  des Kreissegments ein gleichschenkliges Dreieck. Mit dem Sinussatz erhält man die Beziehung:

$$\frac{R}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)} = \frac{l}{\sin(2\alpha)} \quad (6.1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{R}{\cos(\alpha)} = \frac{l}{2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)} \quad (6.2)$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{l}{2 \sin(\alpha)} \quad (6.3)$$

Mit dem Radius  $R$  lässt sich nun die Soll-Gierrate bestimmen:

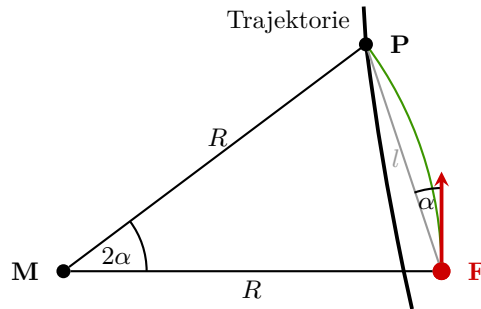


Abbildung 6.2: Pure-Pursuit-Geometrie

$$\dot{\psi}_{\text{soll}} = \frac{v}{R} = v \frac{2 \sin(\alpha)}{l}. \quad (6.4)$$

Die Vorschau­distanz  $l$  wird nun in Abhängigkeit der Geschwindigkeit  $v$  mit einem Faktor  $K$  gewählt:

$$l = Kv. \quad (6.5)$$

Damit erhält man für das Regelgesetz des Trajektorienfolgereglers

$$\dot{\psi}_{\text{soll}} = \frac{v}{R} = v \frac{2 \sin(\alpha)}{Kv}. \quad (6.6)$$

$K$  ist der Tuning-Parameter des Reglers und bestimmt die (zeitliche) Vorschau­distanz. Große Werte für  $K$  führen zu einem sanften Verhalten des Pfadfolgereglers, was jedoch ein „Schneiden“ von Kurven zur Folge haben kann. Kleine Werte für  $K$  machen den Regler aggressiver, was zu einem genaueren Folgeverhalten führt, jedoch auch zu Schwingungen um die vorgegebene Strecke führen kann.

Große Abstände zur Soll-Trajektorie können zu großen Werten für den Winkel  $\alpha$  und damit zu großen Soll-Gierraten  $\dot{\psi}_{\text{soll}}$  führen. Dies kann eine Instabilität des Reglers zur Folge haben. Um dies zu vermeiden, wird die in Abbildung 6.3 dargestellte Modifikation aus [136] des Pure-Pursuit-Reglers vorgenommen. Dabei wird der Vorschau­punkt  $\mathbf{P}$  nicht mehr bezüglich der Fahrradposition  $\mathbf{F}$ , sondern bezüglich der auf die Soll-Trajektorie projizierten Fahrradposition  $\mathbf{F}'$  gewählt. Für kleine Abweichungen von der Soll-Trajektorie hat dies kaum Einfluss auf das Regelverhalten. Für große Abweichungen hingegen können durch diese Modifikation Instabilitäten des Systems vermieden werden.

Will man diesen Pure-Pursuit-Regler auf das Fahrrad anwenden, so muss man beachten, dass eine gewünschte Gierrate in der Regel nicht sofort ausgeregelt werden kann. Stattdessen kann es (bei Verwendung des LQI-Reglers) 1.5-2.5 s dauern, bis eine gewünschte Gierrate erreicht wird (siehe Abschnitt 5.5). In [138] wird untersucht, welchen Einfluss eine reine Totzeit auf die Stabilität des



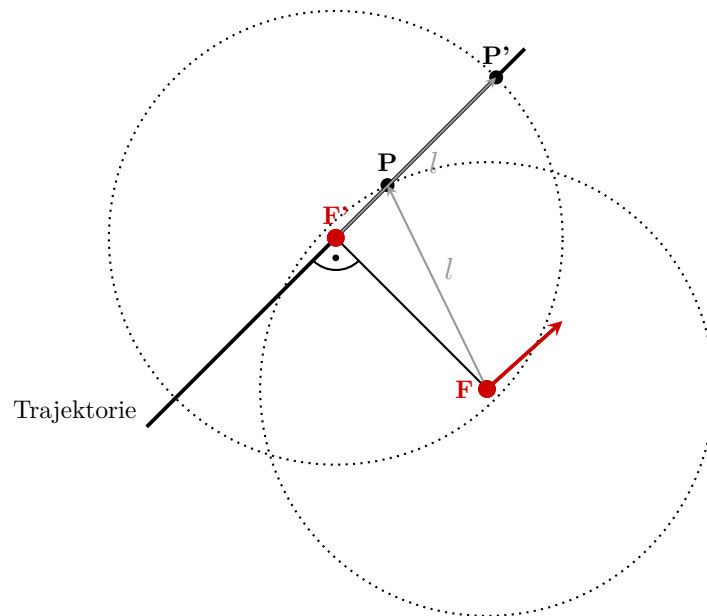


Abbildung 6.3: Modifikation des Pure-Pursuit-Reglers

Pure-Pursuit-Reglers hat. Die Verzögerungen, welche an der Testplattform auftreten, sind zwar keine reinen Totzeiten, allerdings lassen die Ergebnisse des betrachteten Artikels Rückschlüsse darauf zu, dass für die Testplattform bei Verwendung des LQI-Reglers die Vorschauabstand groß gewählt werden muss. In der Tat konnte durch Simulationen ermittelt werden, dass die Vorschauabstand mindestens 5-8 s betragen muss, um die Stabilität des kaskadierten Systems zu gewährleisten. Eine große Vorschauabstand führt allerdings dazu, dass enge Kurven nicht mehr gefahren werden können bzw. geschnitten werden.

Falls es sich bei der Verzögerung um eine echte Totzeit handelt, gibt es eine einfache Lösung des Problems: Das Fahrradverhalten kann entsprechend der Totzeit mit den Sollgieraten, welche verzögert umgesetzt werden, vorwärts simuliert werden. Anschließend kann der Pure-Pursuit-Regler mithilfe der zukünftigen Position und des zukünftigen Gierwinkels eine Sollgierate berechnen, welche dann wiederum um die Totzeit verzögert umgesetzt wird.

### Clothoid-Pursuit-Regler

Beim Clothoid-Pursuit-Regler [139] handelt es sich um eine Modifikation des Pure-Pursuit-Reglers. Hierbei wird nach der Bestimmung des Zielpunktes und des Gierwinkels am Zielpunkt eine Klothoide der Trajektorie berechnet, die nötig ist, um den Zielpunkt mit dem entsprechenden Zielgierwinkel zu erreichen (statt ein Kreissegment beim Pure-Pursuit-Regler). Die Sollgierate wird dann anhand der berechneten Klothoide bestimmt. Der Hauptvorteil dieses Reglers ist, dass neben Start- und Zielkoordinaten und Startgierwinkel auch der Zielgierwinkel berücksichtigt wird. Dadurch kann

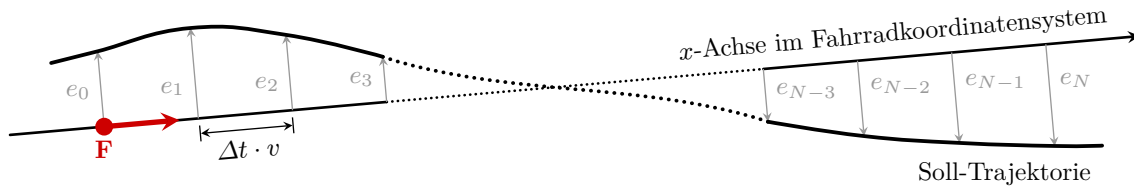


Abbildung 6.4: Streckenmodell für den Optimal Preview Pfadfolgeregler

das Schneiden von engen Kurven bei großen Vorschaulängen etwas reduziert werden. Allerdings sind weiterhin große Vorschaulängen notwendig, um die Stabilität des Reglers zu gewährleisten und die gewünschte Performance der Testplattform nicht erreicht.

### 6.1.2 Modellbasierte Pfadfolgeregler

Wie der Name schon sagt, basieren Pfadfolgeregler dieser Kategorie auf einem Modell der Lenkdynamik oder der Fahrzeugdynamik. Dabei wird die Querdynamikregelung (Lenkdynamik) und die Pfadfolgeregelung in der Regel in einem gemeinsamen Regler kombiniert. Dementsprechend handelt es sich nicht mehr um ein kaskadiertes System, wodurch im Vergleich zu den geometrischen Pfadfolgereglern kürzere Vorschaulängen möglich werden. Für die Umsetzung eines entsprechenden Reglers werden in der Regel ein Modell der Fahrzeugdynamik und ein Vorschaumodell der zu folgenden Strecke miteinander verknüpft (vgl. Abschnitt 5.4.2).

Im Folgenden werden zwei Varianten eines entsprechenden modellbasierten Pfadfolgereglers kurz vorgestellt. In der ersten Variante wird beim Reglerentwurf ein lineares Streckenmodell zugrunde gelegt, sodass ebenfalls ein linearer Regler verwendet werden kann. In der zweiten Variante wird ein nichtlineares Streckenmodell verwendet. Daher müssen entsprechend nichtlineare Regelungsmethoden verwendet werden.

#### Optimal-Preview-Pfadfolgeregler

Die Methode des „Optimal Preview Car Steering Control“ wurde erstmals in [140] vorgestellt und in [141] und [142] auf Motorrad und Fahrrad übertragen. Hierbei wird die Strecke, welcher gefolgt wird, wie in Abbildung 6.4 zu sehen, während jedem Zeitschritt des Reglers für die Vorschaulänge  $N$  durch die seitlichen Abweichungen  $e_0 \dots e_N$  von der  $x$ -Achse des Fahrzeugkoordinatensystems dargestellt. Diese Abweichungen werden für das kombinierte Fahrrad-Strecken-Modell wie in Abschnitt 5.4.2 als Schieberegister modelliert. Als Regelfehler für die Gewichtungsmatrix eines LQ-Reglers kann zum einen die seitliche Abweichung des Fahrrades zur Strecke zum aktuellen Zeitpunkt  $e_0$  verwendet werden. Neben dieser soll zusätzlich der Unterschied zwischen Fahrradrichtung und Fahrbahnrichtung minimiert werden. Dieser Winkel, welcher den zweiten Teil des Regelfehlers

darstellt, kann mithilfe der aktuellen Abweichung  $e_0$ , der Abweichung im nächsten Zeitschritt  $e_1$  und der zwischen beiden Zeitschritten zurückgelegten Strecke  $\Delta tv$  bestimmt werden:

$$\begin{aligned} \sin e_\psi &= \frac{e_1 - e_0}{\Delta tv} \\ \text{für kleine Winkel} \Rightarrow e_\psi &\approx \frac{e_1 - e_0}{\Delta tv}. \end{aligned} \tag{6.7}$$

Ziel des Optimal-Preview-Pfadfolgereglers ist es diese beiden Zustände / Regelfehler ( $e_0$  und  $e_\psi$ ) zu minimieren. Zusätzlich können noch weitere Zustände des Fahrrades wie zum Beispiel der Rollwinkel und die Rollrate gewichtet werden. Mit der vollständigen Zustands-Gewichtungsmatrix  $\mathbf{Q}$  und einer Eingangs-Gewichtungsmatrix  $\mathbf{R}$  kann mit den bekannten LQ-Regler-Methoden eine Reglerverstärkung berechnet werden.

Dieser Optimal-Preview-Pfadfolgeregler hat gegenüber den geometrischen Pfadfolgereglern mit unterlagertem Querdynamikregler den großen Vorteil, dass es sich um kein kaskadiertes System handelt und dementsprechend, je nach gewählten Gewichten des Reglers, eine vergleichsweise kurze Vorschauabstand ( $\approx 1.5 - 10$  s) ausreicht. Da in unserem Fall die Gewichtungsmatrizen aufgrund der Resonanzfrequenzen im Lenkaktor eher konservativ gewählt werden müssen, ist eine Vorschauabstand von mindestens 3-4 s notwendig. Die in [143] vorgestellten Ergebnisse sehen sehr gut aus, allerdings hat der vorgestellte Ansatz zwei Schwächen: Für die Darstellung der Strecke durch die Abweichungen von der  $x$ -Achse im Fahrzeugkoordinatensystem müssen diese Abweichungen in jedem Zeitschritt neu berechnet werden. Hierbei handelt es sich bei einer Updaterate des Reglers von 100 Hz je nach Vorschauabstand um mehrere hundert Abstände, welche bestimmt werden müssen, was je nach Streckenverlauf sehr rechenintensiv sein kann. Eine zweite Schwäche des Ansatzes ist, dass sich die Strecke, welcher gefolgt werden soll, innerhalb der Vorschauabstand annähernd linear verhalten muss. Das heißt insbesondere, dass innerhalb der Vorschauabstand keine großen Richtungsänderungen ( $> 90^\circ$ ) erfolgen dürfen, da sonst das Streckenmodell nicht mehr valide ist. Für hohe Geschwindigkeiten ist dies kein Problem, da bei hohen Geschwindigkeiten nur große Kurvenradien möglich sind. Allerdings sind die minimal möglichen Kurvenradien quadratisch von der Geschwindigkeit abhängig, sodass bei niedrigen Geschwindigkeiten theoretisch sehr enge Kurven gefahren werden könnten: Für einen maximalen Neigungswinkel des Fahrrades  $\varphi_{\max}$  ergibt bei einer stationären Kreisbewegung für den minimal möglichen Kurvenradius  $r_{\min}$  folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \varphi_{\max} &> \tan^{-1} \frac{v^2}{gr_{\min}} \\ \Leftrightarrow r_{\min} &> \frac{v^2}{g \tan \varphi_{\max}}. \end{aligned} \tag{6.8}$$

Tabelle 6.1: Minimal mögliche Kurvenradien bei einer maximalen Fahrradneigung von  $15^\circ$

Geschwindigkeit $v$ [m/s]	Kurvenradius $r_{\min}$ [m]	Dauer Richtungsänderung $90^\circ$ $T_{90^\circ}$ [s]
2.0	1,52	1.19
3.0	3.42	1.79
4.0	6.08	2.39
6.0	13.70	3.59
8.0	24.35	4.78

Damit ergeben sich bei einem maximalen Neigungswinkel des Fahrrades von  $\varphi_{\max} = 15^\circ$  die in Tabelle 6.1 aufgelisteten (geschwindigkeitsabhängigen) minimal möglichen Kurvenradien und entsprechende Zeitdauern, innerhalb derer bei dem jeweiligen minimalen Kurvenradius ein Richtungswechsel von  $90^\circ$  vollzogen wird. Anhand der Ergebnisse in der Tabelle wird deutlich, dass mit dem gewählten Ansatz die theoretisch minimal möglichen Kurvenradien je nach nötiger Vorschau-  
distanz nicht umgesetzt werden können. Selbst ein U-Turn auf einer engen (5 m breiten) Straße könnte mit dem Optimal-Preview-Pfadfolgeregler aufgrund der Nichtlinearitäten des Referenzpfades nicht umgesetzt werden, falls die für den Regler nötige Vorschau-  
distanz 2 s übersteigt (Dies ist bei uns aufgrund des gewählten Lenkaktors der Fall).

Daher wird im folgenden Abschnitt eine Möglichkeit beschrieben, einen sehr ähnlichen Regler mit einem nichtlinearen Streckenmodell umzusetzen.

### Model Predictive Control

Um große Richtungsänderungen innerhalb der Vorschau-  
distanz zu ermöglichen kann statt des linearen Modells der Strecke auch ein komplexeres, nichtlineares Modell gewählt werden. Die Nichtlinearitäten im Streckenmodell und in den Regelfehlern führen allerdings dazu, dass der LQ-Regler-Ansatz nicht mehr verwendet werden kann. Stattdessen muss ein Regler verwendet werden, welcher auch mit entsprechenden Nichtlinearitäten umgehen kann. Hierfür bietet sich beispielsweise Model Predictive Control (MPC) an. Bei MPC-Reglern wird in jedem Zeitschritt eine Optimierung einer Kostenfunktion durchgeführt und anschließend für einen Zeitschritt die aus der Optimierung resultierende Stellgröße umgesetzt. Zusätzlich zur Verwendung von nichtlinearen Modellen wird es durch einen MPC-Regler auch möglich Eingangs- und Zustandsbeschränkungen zu berücksichtigen.

Ein großer Nachteil von Model Predictive Control ist allerdings, dass in jedem Zeitschritt, in dem der Regler ausgeführt wird, eine rechenintensive Optimierung durchgeführt werden muss.

Dementsprechend ist ein entsprechender Pfadfolgeregler nur bedingt für die Implementierung auf einem Mikrocontroller geeignet. Dies ist insbesondere bei Systemen mit einer schnellen Dynamik, bei welchen ein Regler entsprechend oft reagieren muss der Fall.

## 6.2 Kombination von Optimal-Preview-Regelung und Pursuit-Control

Da keiner der existierenden Pfadfolgeregler den gewünschten Anforderungen gerecht wird, muss ein neuer Pfadfolgeregler entwickelt werden, welcher insbesondere für unsere Testplattform mit vergleichsweise langsamer Lenkdynamik geeignet ist. Um die Vorteile der verschiedenen, zuvor beschriebenen Ansätze zu nutzen, können hierfür verschiedene Methoden dieser Ansätze kombiniert werden: Statt eines einfachen LQI-Reglers zur Ausregelung der Sollgierrate wird der Optimal-Preview-Regler mit Integralanteil (OPI-Regler) aus Abschnitt 5.4.2 verwendet. Dieser ist nach einem ähnlichen Prinzip wie der Optimal-Preview-Pfadfolgeregler aufgebaut. Dem OPI-Regler wird statt einer einzelnen Sollgierrate  $\dot{\psi}_{\text{ref}}$  eine vorausschauende Sollgierratentrajektorie  $\dot{\Psi}_{\text{ref}}$  vorgegeben. Diese Sollgierratentrajektorie muss zuvor berechnet werden. Hierfür können Methoden der Pursuit-Pfadfolgeregler und Polynome fünfter Ordnung verwendet werden. Die resultierende Kombination aus einem Optimal-Preview-Regler mit Integralanteil und der Vorgabe einer Sollgierratentrajektorie, welche mithilfe von Polynomen fünfter Ordnung und Pursuit-Methoden bestimmt wird, erfüllt alle Anforderungen, welche an den Pfadfolgeregler gestellt wurden und hat insbesondere folgende positiven Eigenschaften:

- Die Abweichungen zwischen vorgegebener Strecke und gefahrener Strecke sind sehr gering.
- Die nötige Vorschauabstand beträgt lediglich 2-3 s.
- Mit dem neuen Pfadfolgeregler können sehr enge Kurven abgefahren werden.
- Aufgrund der verwendeten Pursuit-Methoden wird in jedem Zeitschritt nur ein einzelner Vorschauabstand benötigt.

In [144] wird eine ähnliche Methode vorgeschlagen, die Autoren verwenden jedoch statt dem vorgeschlagenen Optimal-Preview-Regler mit Integralanteil einen anderen Regler.

In den folgenden Abschnitten wird zunächst noch einmal auf den Optimal-Preview-Regler mit Integralanteil (OPI-Regler) eingegangen. Anschließend wird die Methode zur Berechnung der Sollgierratentrajektorie hergeleitet. Im letzten Abschnitt werden Ergebnisse des neuen Pfadfolgereglers aus Simulationen und Messungen präsentiert und analysiert.

### 6.2.1 Optimal-Preview-Regelung

Der hier verwendete Regler wurde bereits in Abschnitt 5.4.2 vorgestellt und untersucht. Hierbei fiel auf, dass mithilfe dieses Reglers insbesondere dann sehr gute Ergebnisse erzielt werden können, wenn die vorausschauende Sollgierratentrajektorie mindestens eine Länge von 200 Zeitschritten (2s) hat und keine Sprünge aufweist (bzw. kontinuierlich und möglichst gleichmäßig ist). Um die bestmöglichen Ergebnisse zu erzielen, muss die Sollgierratentrajektorie im folgenden Abschnitt entsprechend berechnet werden. Für die Verwendung des OPI-Reglers in Kombination mit dem Pfadfolger werden die in Abschnitt 5.5.3 vorgestellten Parameter genutzt.

### 6.2.2 Vorgabe einer Sollgierratentrajektorie (Pursuit-Control)

Für die Vorgabe einer Sollgierratentrajektorie sollen bereits bekannte Methoden aus dem Bereich der geometrischen Pfadfolgeregelung verwendet werden. Hierbei wird kein Fahrzeugmodell benötigt und die Lenkdynamik des Fahrzeuges wird dementsprechend vernachlässigt. Allerdings gibt es durch die Verwendung von Polynomen fünfter Ordnung oder durch die Verwendung von zwei zusammengesetzten Klothoiden die Möglichkeit, die Tatsache zu berücksichtigen, dass sich Lenkwinkel und Gierrate nicht sprungartig ändern können. Aufgrund der niedrigen benötigten Rechenleistung werden für die Erzeugung der Sollgierratentrajektorie Polynome fünfter Ordnung verwendet.

Wie beim Pure-Pursuit-Regler wird für die Berechnung der Sollgierratentrajektorie zunächst ein Zielpunkt auf der zu folgenden Strecke festgelegt. Hierbei wird die in Abschnitt 6.1.1 beschriebene Modifikation zur Auswahl des Zielpunktes, in Abhängigkeit der auf die Strecke projizierten Fahrzeugposition, verwendet. Anschließend werden Polynome fünfter Ordnung berechnet, welche einen Übergangspfad beschreiben, der von der aktuellen Fahrzeugposition zum Zielpunkt führt (im Gegensatz zu einem Kreisbogen beim Pure-Pursuit-Regler). Anhand von diesen Polynomen kann dann die Sollgierratentrajektorie erzeugt werden. Das Verfahren zur Erzeugung des Übergangspfades / der Sollgierratentrajektorie ist in Abbildung 6.5 dargestellt und umfasst folgende Schritte:

1. Bestimmen eines Zielpunktes auf der zu folgenden Strecke
  - a) Projektion der Fahrzeugposition  $P_0$  auf den, dem Fahrzeug am nächsten liegenden Punkt  $P'_0$  auf dem Referenz-Pfad
  - b) Festlegen des Zielpunktes  $P_T$  in einem Abstand  $L = vT$  entlang des Pfades. Bestimmung von Koordinaten, Gierwinkel und Gierrate.
2. Berechnung von Polynomen fünfter Ordnung von der aktuellen Fahrzeugposition  $P_0$  zum Zielpunkt  $P_T$  unter Berücksichtigung von Fahrzeugposition, Fahrzeuggierwinkel und -rate sowie Zielkoordinaten und Gierwinkel und -rate des Referenz-Pfades am Zielpunkt.

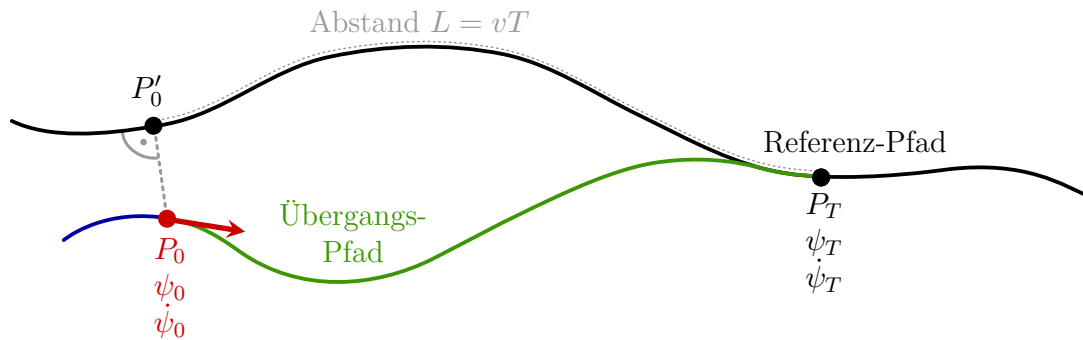


Abbildung 6.5: Erzeugung eines Übergangspfades, welcher das Fahrrad zurück auf den Referenz-Pfad führt

- a) Transformation von Zielpunktkoordinaten und -gierwinkel ins Fahrzeugkoordinatensystem.
  - b) Berechnung der Polynome fünfter Ordnung.
3. Bestimmen der Sollgierratentrajektorie aus den zuvor berechneten Polynomen fünfter Ordnung.
  4. Falls die berechnete Sollgierratentrajektorie zu kurz ist, kann diese durch weitere Sollgierraten erweitert werden, welche anhand des Referenzpfades hinter dem Zielpunkt bestimmt werden können.

Besonders auf die Berechnung der Polynome fünfter Ordnung soll im Folgenden näher eingegangen werden. Hierbei wurden Ergebnisse aus [135] als Grundlage genutzt. Die Strecke von der aktuellen Fahrzeugposition zum Zielpunkt soll durch Polynome fünfter Ordnung, welche  $x$ - und  $y$ -Koordinaten entlang dieser Strecke darstellen, bestimmt werden. Die entsprechenden Polynome und ihre Ableitungen haben hierbei folgende Form:

$$x(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5 \quad (6.9)$$

$$\dot{x}(t) = a_1t + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 + 5a_5t^4 \quad (6.10)$$

$$\ddot{x}(t) = 2a_2 + 6a_3t + 12a_4t^2 + 20a_5t^3 \quad (6.11)$$

$$y(t) = b_0 + b_1t + b_2t^2 + b_3t^3 + b_4t^4 + b_5t^5 \quad (6.12)$$

$$\dot{y}(t) = b_1t + 2b_2t + 3b_3t^2 + 4b_4t^3 + 5b_5t^4 \quad (6.13)$$

$$\ddot{y}(t) = 2b_2 + 6b_3t + 12b_4t^2 + 20b_5t^3. \quad (6.14)$$

Hierbei werden die Polynome in Abhängigkeit einer skalierten Zeitvariable  $t \in [0, T]$  dargestellt. Diese ist so skaliert, dass der Zielpunkt zum Zeitpunkt  $T = 1$  erreicht wird. Der zurückgelegte Weg

auf der durch die Polynome beschriebenen Strecke wird durch die Wegvariable  $s \in [0, L]$  abgebildet. Hierbei beschreibt  $L$  die Gesamtlänge der Strecke von Fahrzeugposition zum Zielpunkt. Für die Berechnung der Polynome wird davon ausgegangen, dass sich das Fahrzeug mit einer konstanten Geschwindigkeit  $v$  vorwärtsbewegt. Damit erhält man:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{L}{T} = L. \quad (6.15)$$

Es ist zu beachten, dass es sich bei der hier berechneten Geschwindigkeit  $v$  und der später verwendete Gierrate  $\dot{\psi}$  aufgrund der skalierten Zeitvariable ebenfalls um skalierte Größen handelt. Dadurch, dass der Zielpunkt in das Fahrzeugkoordinatensystem transformiert wurde, erhält man folgende vereinfachten Randbedingungen für die Berechnung der Polynome im Fahrzeugkoordinatensystem:

$$x(0) = 0 \quad (6.16) \quad \left| \quad x(T) = x_T \quad (6.20)$$

$$y(0) = 0 \quad (6.17) \quad \left| \quad y(T) = y_T \quad (6.21)$$

$$\psi(0) = 0 \quad (6.18) \quad \left| \quad \psi(T) = \psi_T \quad (6.22)$$

$$\sigma(0) = \sigma_0 = \dot{\psi}_0/v \quad (6.19) \quad \left| \quad \sigma(T) = \sigma_T. \quad (6.23)$$

Hierbei beschreibt der Wert  $\dot{\psi}_0$  die aktuelle Gierrate des Fahrzeuges. Aufgrund der nicht-holonomen Zwangsbedingungen, welche für das Fahrzeug angenommen werden, gibt es keine seitliche Geschwindigkeitskomponente. Damit ergibt sich für  $\dot{x}$  und  $\dot{y}$ :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{ds} \frac{ds}{dt} = \cos \psi L \quad (6.24) \quad \left| \quad \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{ds} \frac{ds}{dt} = \sin \psi L. \quad (6.25)$$

Leitet man diese Geschwindigkeiten erneut nach der Zeit ab, so erhält man für die Beschleunigungen:

$$\frac{dx}{dt^2} = -\dot{\psi} \sin \psi v \quad (6.26) \quad \left| \quad \frac{dy}{dt^2} = \dot{\psi} \cos \psi v. \quad (6.27)$$

Die Krümmung des Pfades  $\sigma$  berechnet sich aus der Ableitung des Gierwinkels nach der Strecke:

$$\sigma = \frac{d\psi}{ds} = \frac{d\psi}{dt} \left( \frac{ds}{dt} \right)^{-1} = \frac{\dot{\psi}}{v} = \frac{\dot{\psi}}{L}. \quad (6.28)$$

Die Randbedingungen können nun in die hergeleiteten Gleichungen eingesetzt werden, damit erhält man folgende Zusammenhänge für die Bestimmung der Parameter der Polynome:

Randbedingungen am Startpunkt:

$$x(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad a_0 = 0 \quad (6.29)$$

$$\dot{x}(0) = \cos(0) v \quad \Rightarrow \quad a_1 = L \quad (6.30)$$

$$\ddot{x}(0) = -\dot{\psi}_0 \sin(0) v \quad \Rightarrow \quad a_2 = 0 \quad (6.31)$$





**Algorithmus 6.1** : Berechnung der Polynome fünfter Ordnung

**Funktion** *QuinticPolynomialFit*( $\sigma_0, x_T, y_T, \psi_T, \sigma_T$ )

**Eingangsgrößen:**

$\sigma_0$ : Anfangskrümmung (berechnet aus Fahrzeuggierrate und -geschwindigkeit)

$(x_T, y_T)$ : Koordinaten des Zielpunktes im Fahrzeugkoordinatensystem

$\psi_T$ : Gierwinkel am Zielpunkt im Fahrzeugkoordinatensystem

$\sigma_T$ : Pfadkrümmung am Zielpunkt

**Initialisierung:**

$$L^- = \sqrt{x_T^2 + y_T^2}$$

$$e = 1$$

$$\epsilon = 0.001$$

$$i = 0$$

**Berechnung der Polynomparameter:**

**while** ( $e > \epsilon$  and  $i < 5$ ) **do**

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}(L^-, \sigma_0, x_T, y_T, \psi_T, \sigma_T)$$

$$L^+ = \int_0^1 \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} dt$$

$$e = |L^+ - L^-|$$

$$L^- = L^+$$

$$i = i + 1$$

**end**

**Ausgangsgrößen:**

$\mathbf{p} = [a_0 \dots a_5 \ b_0 \dots b_5]^\top$ : Parametervektor der Polynome

$L^+$ : Länge der Polynome

Mithilfe der berechneten Polynome lässt sich jetzt eine Sollgierratentrajektorie bestimmen. Die Gierrate entlang des durch die Polynome vorgegebenen Pfades kann folgendermaßen aus (6.24) und (6.25) hergeleitet werden:

$$\tan \psi = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} \quad |dt \quad (6.42)$$

$$\Rightarrow \dot{\psi}(1 + \tan^2 \psi) = \frac{\ddot{y}}{\dot{x}} \quad (6.43)$$

$$\stackrel{(6.42)}{\Leftrightarrow} \dot{\psi} = \frac{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \quad (6.44)$$

Hierbei muss jedoch beachtet werden, dass es sich bei den berechneten Gierraten weiterhin um

skalierte Größen handelt, die zunächst wieder auf die richtige Zeitbasis gebracht werden müssen.

Falls die aus den Polynomen berechnete Gierratentrajektorie zu kurz für den OPI-Regler ist ( $< 2$  s), kann diese um weitere Sollgeraten ergänzt werden, welche mithilfe der Pfadkrümmung (der vorgegebenen Strecke) nach dem Zielpunkt bestimmt werden können.

## 6.3 Ergebnisse

Die neue Methode zur Pfadfolgeregelung wird im Fahrradgesamtsystem in Simulationen und Messungen getestet. Hierdurch kann zugleich ein negativer Einfluss der weiteren Module, wie zum Beispiel dem Zustandsschätzer oder den Kerbfiltern, ausgeschlossen werden. In den Messungen wird zudem der Einfluss gewisser Fahrradeigenschaften, welche bei der Modellierung für das Simulationsmodell vernachlässigt wurden, deutlich.

Für die Positionsbestimmung des Fahrrades wird hierbei ein vereinfachter Ansatz verwendet, wobei der Fahrradgierwinkel und die -position durch ein Aufintegrieren der Fahrradgierrate und -geschwindigkeit bestimmt werden. Aufgrund von Offsets in den jeweiligen Signalen können mit diesem Ansatz bei langen Testfahrten Gierwinkel und Position abdriften. Für kurze Fahrten funktioniert der gewählte Ansatz jedoch sehr zuverlässig und liefert gute Ergebnisse.

Die Strecken, welchen gefolgt werden soll, sind in Form von Wegpunkten, welche einen Abstand von 0.5 m haben, vorgegeben. Hierbei wird zu jedem Wegpunkt auch der zugehörige Gierwinkel und die Pfadkrümmung angegeben. Diese Größen können zwar auch mithilfe der jeweils umliegenden Wegpunkte berechnet werden, der Einfachheit halber werden sie jedoch schon mit der Trajektorie vorgegeben. Der Pfadfolgeregler wird mit einer minimalen Fahrradgeschwindigkeit von 2 m/s anhand von zwei verschiedenen Trajektorien getestet.

**Trajektorie 1** besteht aus vier Elementen: Zunächst soll das Fahrrad 20 m geradeaus fahren. Anschließend wird zunächst eine Kreisfahrt mit einem Radius von 3 m und dann eine Kreisfahrt in entgegengesetzter Richtung mit einem Radius von 1.5 m vorgegeben. Am Schluss soll das Fahrrad wieder geradeaus fahren. Ein Teil der vorgegebenen Strecke ist in Abbildung 6.6 dargestellt.

**Trajektorie 2** beschreibt eine Strecke innerhalb eines Bürogebäudes: Hierbei wird in einem geraden Gang gestartet. Nach ca. 16 m wird nach links auf eine größere Fläche abgebogen. Auf dieser Fläche wendet das Fahrrad (U-Turn) und fährt anschließend nach einer weiteren Rechtskurve zurück in den Gang. Die Trajektorie ist in Abbildung 6.8 dargestellt.

Mit diesen Strecken sollen insbesondere die Fähigkeiten des neuen Pfadfolgereglers bezüglich des Abfahrens von sehr engen Kurven veranschaulicht werden.

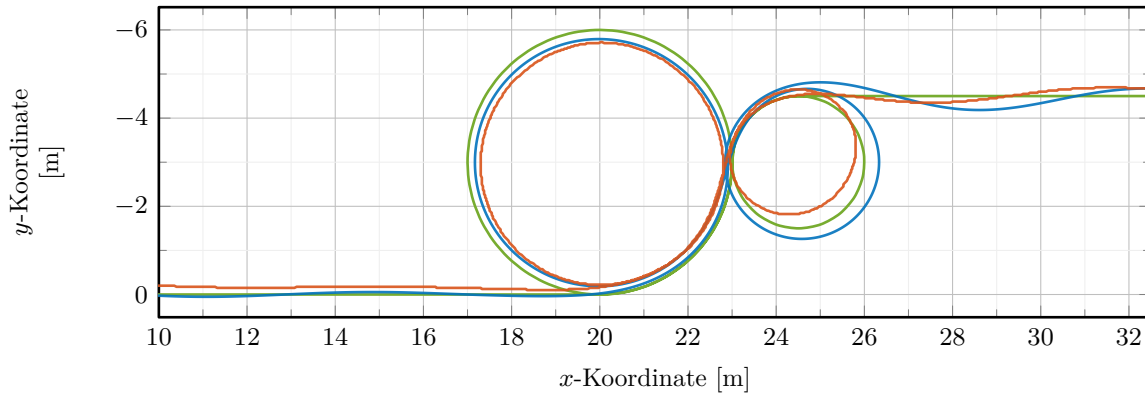


Abbildung 6.6: Mess- und Simulationsergebnisse des Pfadfolgereglers für Trajektorie 1: Referenzstrecke (—), Simulationsergebnisse (—), Messergebnisse (—)

Die Simulations- und Messergebnisse für die erste Trajektorie sind in Abbildung 6.6 und Abbildung 6.7 zu finden. Bei der Messung am realen System wird der Regler zum Zeitpunkt  $t_0$  aktiviert. Sowohl bei der Simulation als auch bei der Messung am realen System fällt zunächst in Abbildung 6.6 auf, dass das Fahrrad grundsätzlich in der Lage ist, dem vorgegebenen Streckenverlauf zu folgen. Jedoch treten sowohl bei der Simulation als auch bei der Messung Abweichungen von der gewünschten Trajektorie auf. Diese Abweichungen sind bei der anfänglichen Geradeausfahrt niedrig, wachsen jedoch mit sinkendem Kurvenradius auf maximal 0.3 m. Weiter kann beobachtet werden, dass es bei plötzlichen Änderungen der Krümmung der vorgegebenen Strecke (z.B. Wechsel von Kreisfahrt zu Geradeausfahrt) zu größeren Abweichungen kommen kann. Außerdem fällt auf, dass sich die gefahrene Trajektorie bei der Messung (insbesondere beim engeren Kreis) deutlich von der gefahrenen Trajektorie der Simulation unterscheidet.

Für die oben beschriebenen Beobachtungen gibt es verschiedene Ursachen:

- Durch die Berechnung der Sollgierraten trajektorie mithilfe von Polynomen fünfter Ordnung werden zwar Start- und Zielposition, -gierwinkel und -gierrate berücksichtigt, nicht jedoch die Gierbeschleunigung. Dadurch kann es für den OPI-Regler teilweise schwierig sein, eine angeforderte Gierraten trajektorie umzusetzen.
- Zu jedem Zeitpunkt, zu dem der OPI-Regler ausgeführt wird, wird auch eine neue Sollgierraten trajektorie berechnet und vorgegeben. Dadurch, dass der aktuelle Wert der Sollgierrate immer identisch mit der aktuellen Fahrradgierrate ist und auf dieser das größte Gewicht für den OPI-Regler liegt, kann es (insbesondere bei kleinen Abweichungen zwischen der aktuellen Fahrradposition und der vorgegebenen Strecke) passieren, dass sich die Gierrate kaum ändert, sondern nahezu konstant bleibt. Dies ist insbesondere der Fall, wenn die nächsten Sollgierraten auch nicht stark von der aktuellen Gierrate abweichen. Eine Lösung

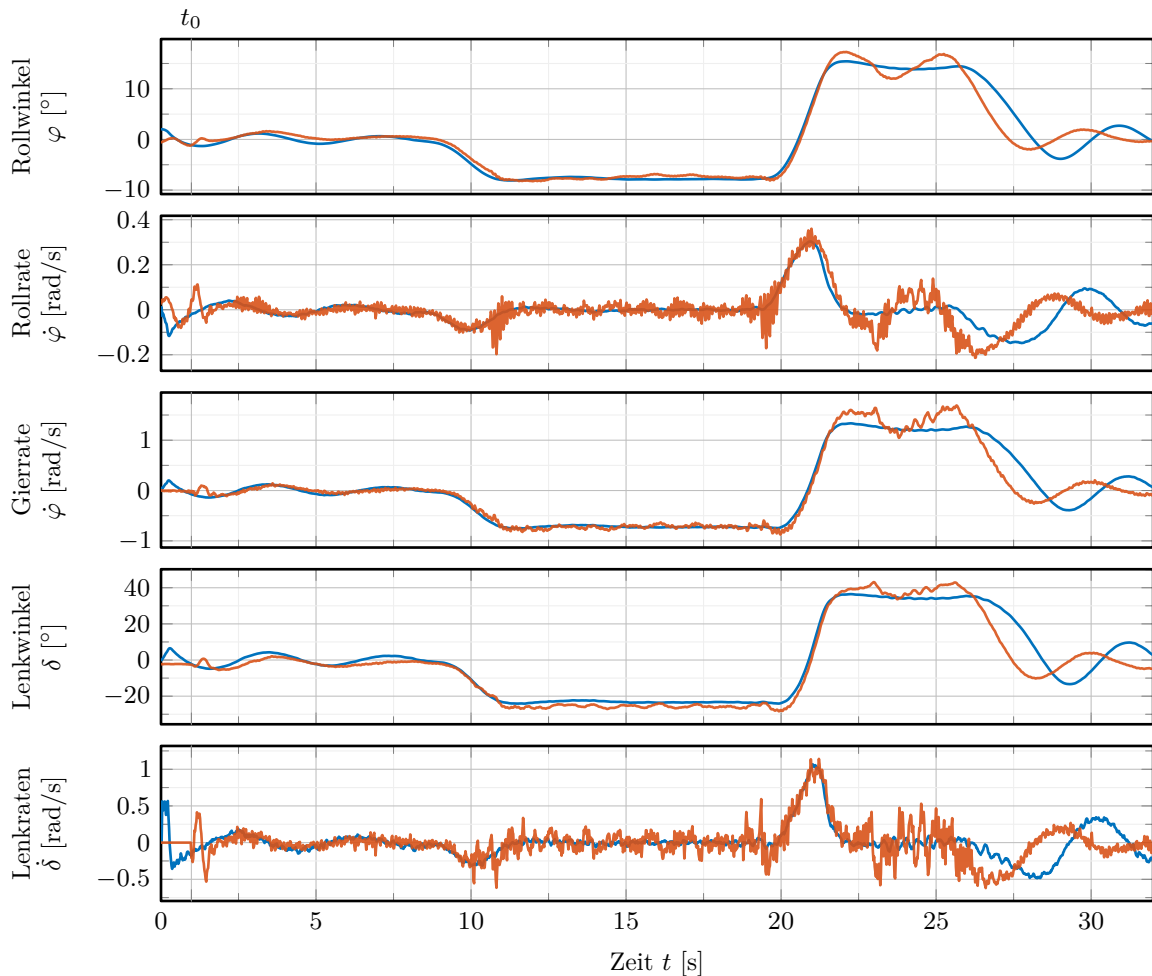


Abbildung 6.7: Mess- und Simulationsergebnisse des Pfadfolgereglers für Trajektorie 1: Simulationsergebnisse (—), Messergebnisse (—)

für dieses Problem wäre, die Sollgierratentrajektorie beispielsweise nicht in jedem Zeitschritt, sondern nur in jedem zehnten Zeitschritt neu zu berechnen und in den dazwischen liegenden Zeitschritten jeweils um einen Zeitschritt vorwärts zu verschieben. Dies würde zwar in den Kurven und entsprechend bei Kreisfahrten zu einem besseren Folgeverhalten führen, für Geradeausfahrten das Folgeverhalten jedoch verschlechtern.

- Der OPI-Regler regelt vorgegebene Sollgierratentrajektorien nicht genau genug und - bei schnellen Änderungen der angeforderten Gierrate - auch nicht schnell genug aus (siehe Abschnitt 5.5.3). Dies führt insbesondere bei plötzlichen Krümmungsänderungen in der vorgegebenen Trajektorie zu Abweichungen von dieser.
- In der Modellierung der Fahrraddynamik in Abschnitt 3.1 wurde ein stark vereinfachter Rad-Straße-Kontakt angenommen. Die Eigenschaften des Fahrradreifens werden im Modell

nicht berücksichtigt. In der Realität treten jedoch bei großen Lenk- und Neigungswinkeln Kräfte an den Reifen auf, welche auch Lenk- und Fahrraddynamik beeinflussen. In Abbildung 6.7 ist zu sehen, dass bei der zweiten, engeren Kreisfahrt Lenkwinkel mit bis zu  $40^\circ$  auftreten. Die hierbei auftretenden Kräfte am Vorderrad drücken dieses weiter ins Kurveninnere (größerer Lenkwinkel), sodass der gefahrene Kurvenradius kleiner wird. Um eine bessere Übereinstimmung zwischen Simulation und Realität zu erhalten, muss das Simulationsmodell entsprechend um ein Reifenmodell erweitert werden.

In Abbildung 6.7 sind die Signalverläufe der Zustandsgrößen beim Abfahren der Trajektorie 1 dargestellt. Die Signalverläufe von Simulation und Messung sehen in weiten Teilen sehr ähnlich aus. Bei der Messung fallen allerdings (insbesondere bei der zweiten Kreisfahrt) höhere Werte für Lenkwinkel und Gierrate auf. Diese haben ihre Ursache in den bereits oben beschriebenen, nicht modellierten Reifenkräften. Weiter fällt auf, dass bei der Messung in der Rollrate und der Stellgröße (Lenkrate) deutlich mehr Rauschen / mehr Schwingungen auftreten als in der Simulation. Dies kann verschiedene Ursachen haben: z.B. Resonanzen im Übertragungsverhalten des Fahrradrahmens oder eine Anregung des Drehratensensors durch die Drive Unit und den Geschwindigkeitsregler.

Abbildung 6.8 und Abbildung 6.9 zeigen die Simulations- und Messergebnisse für Trajektorie 2. Auch hier wird der Regler bei der Messung zum Zeitpunkt  $t_0$  aktiviert. Hier können sehr ähnliche Beobachtungen wie für die erste Trajektorie getroffen werden: Das Fahrrad folgt der vorgegebenen Strecke an sich sehr gut, es gibt maximale Abweichungen von ca. 0.3 m zwischen gefahrener und vorgegebener Strecke und insbesondere bei engen Kurven unterscheiden sich die Ergebnisse von Messung und Simulation. Eine weitere Beobachtung, die man bei beiden Trajektorien machen kann, ist, dass diese in den Messungen durch die etwas engeren Kurvenradien schneller abgefahren werden als in den Simulationen. Dies kann man gut in den jeweiligen Signalverläufen der Zustandsgrößen sehen.

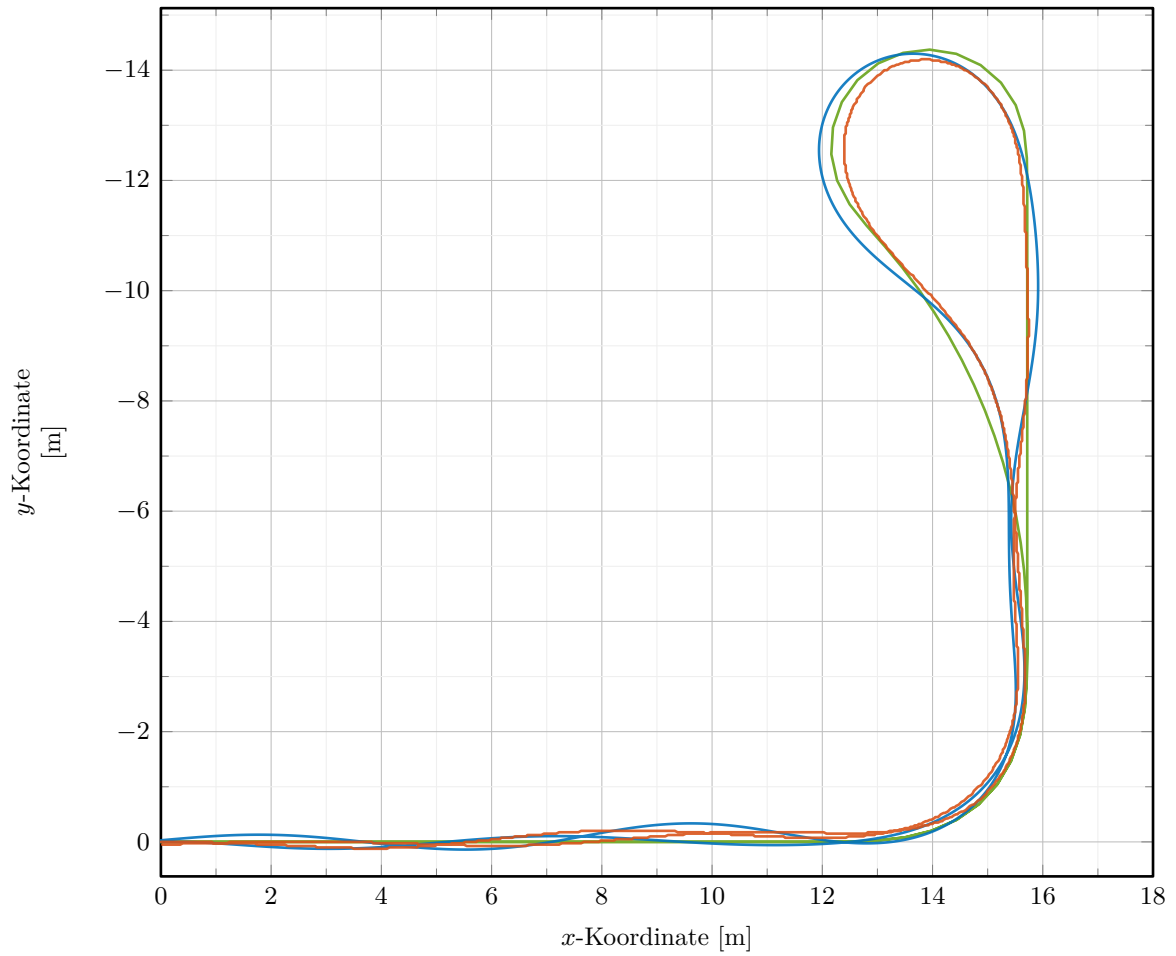


Abbildung 6.8: Mess- und Simulationsergebnisse des Pfadfolgereglers für Trajektorie 2: Referenz-Strecke (—), Simulationsergebnisse (—), Messergebnisse (—)

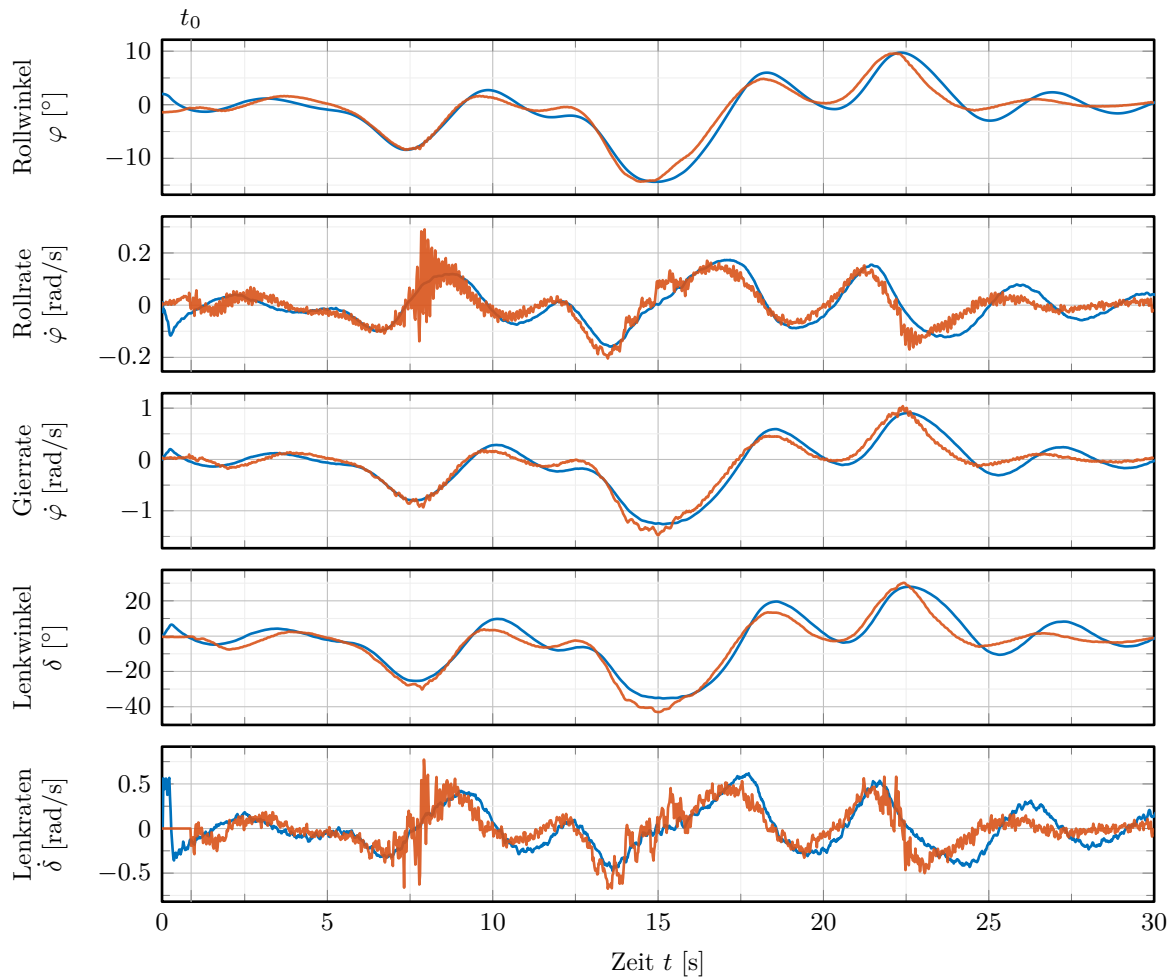


Abbildung 6.9: Mess- und Simulationsergebnisse des Pfadfolgeregler für Trajektorie 2: Simulationsergebnisse (—), Messergebnisse (—)



# Zusammenfassung & Ausblick

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Arbeit zusammengefasst, anschließend wird ein Ausblick auf mögliche weiterführende Forschungsthemen an der entwickelten Testplattform gegeben.

## 7.1 Zusammenfassung

Das Ziel der Arbeit bestand darin eine automatisierte Testplattform zur Erprobung der Fahrdynamik eines Fahrrades zu entwickeln. Diese Testplattform soll für die Entwicklung neuer Fahrerassistenzfunktionen und zur Erprobung derselben verwendet werden.

Hierfür wurde zunächst ein neuer Prototyp des selbstfahrenden Fahrrades aufgebaut. Anschließend wurden zwei Modelle für Simulationszwecke und für den Reglerentwurf hergeleitet. Bei dem ersten Modell handelt es sich hierbei um ein Carvallo-Whipple-Modell, welches angepasst wurde, sodass statt eines Lenkmoments eine Lenkrate als Stellgröße verwendet werden kann. Das zweite Modell, welches für den Reglerentwurf benutzt wird, ist ein stark vereinfachtes Punktmassen-Modell.

Nach der Modellierung der Fahrraddynamik wurden eine Stillstandserkennung, Kalibriermethoden und verschiedene Zustandsschätzer zur Ermittlung der Fahrradzustände entwickelt. Die Stillstandserkennung arbeitet mit einem Schwellwertvergleich der gleitenden Varianzen von Drehraten- und Beschleunigungssignalen und kann je nach Anforderungen unterschiedlich parametrisiert werden. Bei den Kalibriermethoden ist insbesondere die Offsetbestimmung des Lenkwinkelsensors erwähnenswert. Hierbei wird mithilfe des gemessenen Lenkwinkels, der Geschwindigkeit und der Gierrate der Offset des Lenkwinkels (welcher durch ein verdrehtes Montieren des Mitnehmers zustande kommen kann) während der Fahrt sehr zuverlässig bestimmt.

Bei den entwickelten Zustandsschätzern handelt es sich zum einen um ein Extended Kalman Filter, mit welchem die Orientierung (Roll- und Nickwinkel) und die Geschwindigkeit des Fahrrades geschätzt wird und zum anderen um ein Extended Kalman Filter mit welchem der Gierwinkel und die Position des Fahrrades ermittelt werden. Der erste Zustandsschätzer wurde hierbei für

Serienanwendungen optimiert und benötigt für die Ermittlung der Fahrradorientierung und -geschwindigkeit lediglich die Drehraten- und Beschleunigungsmessungen der IMU sowie die, durch den Reedschalter bereitgestellten Hinterradpulse (ein Puls pro Radumdrehung). Außerdem müssen für die Parametrierung des Kalman-Filters nur sehr wenige Fahrradparameter bekannt sein. Um ein Abdriften des geschätzten Geschwindigkeitssignals im Stillstand (wenn keine Korrektursignale in Form von Reedpulsen vorliegen) zu vermeiden, werden, bei erkanntem Stillstand, zusätzlich Pseudo-Messungen der Geschwindigkeit eingeführt. Durch die Verwendung von exakten kinematischen Modellen zur Herleitung der Messmodelle, können mit dem entwickelten Zustandsschätzer trotz der günstigen Sensorkonfiguration sehr gute Ergebnisse erzielt werden. Das zweite Kalman-Filter zur Positionsbestimmung des Fahrrades wurde im Rahmen einer betreuten Bachelorarbeit entwickelt und nutzt GPS-Signale und die, durch das erste Kalman-Filter bereitgestellten Signale.

Ein weiteres Zwischenziel dieser Arbeit bestand in der Entwicklung eines Querdynamikreglers. Dieser soll das selbstfahrende Fahrrad zum einen stabilisieren und zum anderen die Ausregelung einer, vom überlagerten Pfadfolgeregler angeforderten Sollgierrate ermöglichen. Außerdem soll der entwickelte Querdynamikregler einfach auf unterschiedliche Fahrräder übertragbar sein, sodass unterschiedliche Fahrräder mit verschiedenen Eigenschaften aufgebaut werden können. Um dies zu erreichen, wurde für den Reglerentwurf das sehr einfache Punktmassen-Modell verwendet. Außerdem wurde ein Lenkraten-basierter Querdynamikregler verwendet, sodass die Lenkdynamik des Fahrrades für den Reglerentwurf vernachlässigt werden kann. Um einen solchen Regler verwenden zu können, muss ein leistungsstarker Lenkmotor mit integrierter Drehzahlregelung verbaut sein, welcher eine angeforderte Lenkrate schnell und präzise umsetzen kann. Als Methode für die Regelung des Fahrrades wird ein LQ-Regler / LQI-Regler gewählt. Um das Fahrrad nicht nur stabilisieren zu können (LQ-Regler), sondern auch eine angeforderte Sollgierrate umsetzen zu können, wurde das Fahrradmodell für die Reglerauslegung um einen Zustand - den integrierten Regelfehler - erweitert (LQI-Regler). Bei ersten Tests des Reglers am realen System wurde dieses zwar stabilisiert, jedoch traten auch starke, unerwünschte Oszillationen am Lenker auf. Die Ursache für diese Oszillationen liegt im Übertragungsverhalten des Lenkgetriebes, da dieses zwei stark ausgeprägte Resonanzfrequenzen besitzt. Um die Oszillationen zu vermeiden, wurden zwei Kerbfilter implementiert, welche die Anregung der Resonanzfrequenzen durch das Stellsignal (die Lenkrate) unterdrücken. Außerdem wurden die Gewichte des LQI-Reglers reduziert, wodurch dieser weniger aggressiv ist und im System auftretende Schwingungen weniger verstärkt werden. Tests am realen System mit LQI-Regler und Kerbfiltern zeigen, dass das Fahrrad mit und ohne externe Störungen erfolgreich stabilisiert werden kann, und eine gewünschte Gierrate mit einer Zeitkonstante von ungefähr 1.5s ausgeregelt werden kann. Außerdem wird die Anregung der Resonanzfrequenzen erfolgreich unterdrückt. Durch eine weitere Erweiterung des Fahrradmodells um ein Totzeitmodell, wurde eine Möglichkeit aufgezeigt, wie ein entsprechendes Fahrrad auch dann geregelt werden

kann, wenn in den verschiedenen im System vorliegenden Signalen Totzeiten (bis maximal 160 ms) auftreten.

Der entworfene LQI-Regler ist für die Verwendung in Kombination mit einem Pfadfolgeregler aufgrund der großen Zeitkonstante nur bedingt geeignet. Daher wurde mithilfe von Optimal-Preview-Control ein Regler umgesetzt, welcher auf zukünftige Führungsgrößen vorausschauend reagieren kann (OPI-Regler). Hierfür wurde das Fahrradmodell um ein Vorschaumodell der Sollgierrate erweitert und ein entsprechender LQ-Regler ausgelegt. Um das volle Potenzial dieses Reglers ausschöpfen zu können, muss eine Sollgierrate lange genug im Voraus bekannt sein. Außerdem kann die Reglerperformance durch eine Erweiterung des Modells um den integrierten Regelfehler weiter verbessert werden. Simulationen zeigen, dass der entworfene Regler, Sollwertsprünge deutlich schneller ausregeln kann als der LQI-Regler und dass sinusförmige Referenzsignale nahezu ohne Verzögerung ausgeregelt werden können.

Da die Testplattform nicht nur ferngesteuert funktionieren soll, sondern zudem automatisiert einer vorgegebenen Strecke folgen können soll, wurde anschließend eine Methode zur Pfadfolge-regelung entwickelt. Ziel hierbei war insbesondere auch, dass das selbstfahrende Fahrrad enge Kurven bei niedrigen Geschwindigkeiten zuverlässig abfahren kann. Zunächst wurden verschiedene existierende Ansätze aus dem Automobilbereich betrachtet. Dabei wurde festgestellt, dass aufgrund des langsamen Querdynamikreglers und der daraus resultierenden langsamen Umsetzung einer gewünschten Gierrate sowie der Anforderung, dass auch sehr enge Kurven bei niedriger Geschwindigkeit gefahren werden sollen, keiner der existierenden Ansätze direkt angewendet werden kann: Bei der Verwendung eines geometrischen Pfadfolgereglers, wie dem Pure-Pursuit-Regler oder dem Stanley-Regler, wird davon ausgegangen, dass ein angeforderter Lenkwinkel / eine angeforderte Gierrate direkt umgesetzt werden kann. Da dies nicht der Fall ist, müsste eine sehr große Vorschau-distanz für einen entsprechenden Regler gewählt werden, damit das kaskadierte System stabil ist. Dies führt allerdings dazu, dass enge Kurven nicht oder nur sehr ungenau abgefahren werden können. Modellbasierte Pfadfolgeregler sind ungeeignet, da entweder ein lineares Streckenmodell verwendet wird (dadurch dürfen bei der vorgegebenen Strecke innerhalb der Vorschau-distanz keine großen Richtungsänderungen vorliegen) und somit keine engen Kurven bei niedrigen Geschwindigkeiten gefahren werden können oder da bei Verwendung eines nichtlinearen Streckenmodells sehr rechenintensive Regler wie beispielsweise Model Predictive Control verwendet werden müssen, welche schwierig auf einem Mikrocontroller zu implementieren sind.

Für die Pfadfolge-regelung des selbstfahrenden Fahrrades wurde daher ein neuer Ansatz entwickelt. Bei diesem Ansatz werden die Vorteile der geometrischen und der modellbasierten Pfadfolgeregler kombiniert: Es werden Methoden des Pure-Pursuit-Reglers verwendet, um einen Zielpunkt entlang der Trajektorie in einer gewissen Vorschau-distanz zu bestimmen. Anschließend wird eine Trajektorie von der aktuellen Fahrradposition zur Zielposition berechnet. Um neben den Start-

und Zielkoordinaten auch Start- und Zielgierwinkel und Start- und Zielgierrate berücksichtigen zu können, werden hierfür Polynome fünfter Ordnung verwendet. Aus der berechneten Trajektorie werden die Krümmungen entlang derselben und daraus eine Sollgierratentrajektorie bestimmt. Diese wird anschließend an den vorausschauenden Querdynamikregler übergeben, welcher diese ausregelt. Tests des Ansatzes in Simulationen und am realen Fahrrad lieferten sehr gute Ergebnisse. Das Fahrrad kann eine vorgegebene Strecke sehr präzise mit Abweichungen  $< 0.3$  m folgen und auch sehr enge Kurven mit Fahrradrollwinkeln von bis zu  $17^\circ$  abfahren. Allerdings fiel auch auf, dass der Pfadfolgeregler weiter optimiert werden kann und dass die Ergebnisse aus Simulationen und realen Fahrversuchen bei engen Kurven, aufgrund der, in der Modellierung vernachlässigten Reifeneigenschaften, deutlich voneinander abweichen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die selbstfahrende Testumgebung erfolgreich entwickelt wurde. Es wurden verschiedene Methoden zur Zustandsschätzung und Regelung entwickelt. Durch die implementierten Regler kann das Fahrrad sehr gut stabilisiert werden und einer vorgegebenen Trajektorie mit einer Abweichung von wenigen Zentimetern folgen.

## 7.2 Ausblick

Auch wenn das entwickelte selbstfahrende Fahrrad bereits sehr gut funktioniert, gibt es verschiedene Themenfelder, welche weiter untersucht werden sollten.

Zunächst sollte der Prototyp jedoch angepasst werden: Der Lenkaktor sollte so überarbeitet werden, dass keine Resonanzen mehr auftreten oder dass diese keinen Einfluss mehr auf die Reglerperformance haben. Außerdem sollte eine Möglichkeit geschaffen werden, das Fahrrad mit einer Fernsteuerung zu kontrollieren, sodass nicht nur fest vorgegeben Manöver gefahren werden können. Wenn mehrere Fahrräder aufgebaut werden sollen, muss die MicroAutoBox durch ein günstigeres System ersetzt werden und die verschiedenen entwickelten Methoden auf diesem implementiert werden.

Die verschiedenen verwendeten Regler sollten zudem ausführlich bezüglich ihrer Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten und Störungen untersucht werden. So sollte unter anderem untersucht werden, wie die Regler mit einer veränderten Systemmasse und einem verschobenen Schwerpunkt umgehen können. Außerdem müssen verschiedene Störungen am Fahrrad getestet werden und die Auswirkungen analysiert werden. Hierfür muss die Testplattform so angepasst werden, dass definierte Störungen aufgebracht werden können oder die aufgebrachten Störungen gemessen werden können. Gegebenenfalls kann die Performance der Regler durch die Entwicklung eines Störgrößenbeobachters und den daraus gewonnenen Signalen weiter verbessert werden. Außerdem sollte untersucht werden, inwiefern andere Regler vielleicht besser für die Anwendung am selbstfahrenden Fahrrad geeignet sind. Besonders vielversprechend sind hierbei  $H_\infty$ -Regler und

Sliding Mode Control (SMC).

Da das System bisher nur bei niedrigen Geschwindigkeiten getestet wurde, sollten weitere Simulationen und Tests der Regler bei höheren Geschwindigkeiten durchgeführt werden. Hierfür muss jedoch eine Möglichkeit geschaffen werden, das Fahrrad schnell zum Stehen zu bringen (Bremsaktorik).

Bisher wurden nur wenige Tests des Pfadfolgereglers durchgeführt. Daher sollte dieser nochmals ausführlich getestet werden und falls nötig weiter optimiert werden. So könnten zum Beispiel die Polynome fünfter Ordnung mit Polynomen sechster Ordnung ersetzt werden, um zusätzlich die aktuelle Gierbeschleunigung des Fahrrades zu berücksichtigen. Außerdem muss untersucht werden, ob die Anzahl der Berechnungen der Sollgiertrajektorie reduziert werden kann (beispielsweise nur in jedem 10. Zeitschritt) und welche Auswirkungen dies auf die Pfadfolgeregelung hat.

Um das Fahrverhalten der automatisierten Testplattform zu beurteilen, muss dieses außerdem mit dem Fahrverhalten eines menschlichen Fahrers verglichen werden. Gegebenenfalls muss die Testplattform hierfür um ein geeignetes Gewicht erweitert werden und die Reglerparameter angepasst werden, um vergleichbare Ausgangsbedingungen zu schaffen.

# Literatur

- [1] Zweirad-Industrie-Verband e. V. „Marktdaten Fahrräder und E-Bikes 2021 - Pressekonferenz 16. März 2022.“ (März 2022), Adresse: [https://www.ziv-zweirad.de/fileadmin/redakteure/Downloads/Marktdaten/ZIV\\_Marktdatenpraesentation\\_2022\\_fuer\\_Geschaeftsjahr\\_2021.pdf](https://www.ziv-zweirad.de/fileadmin/redakteure/Downloads/Marktdaten/ZIV_Marktdatenpraesentation_2022_fuer_Geschaeftsjahr_2021.pdf).
- [2] Statistisches Bundesamt, Deutschland. „Ausstattung privater Haushalte mit Fahrzeugen - Deutschland.“ (2022), Adresse: <https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Einkommen-Konsum-Lebensbedingungen/Ausstattung-Gebrauchsgueter/Tabellen/liste-fahrzeuge-d.html?nn=209688>.
- [3] D. Gabriel, „Entwicklung einer fernsteuerbaren Testumgebung zur Analyse der Fahrdynamik eines Fahrrades,“ Masterarbeit, Universität Stuttgart, Stuttgart, Deutschland, 2019.
- [4] S. P. Timoshenko und D. H. Young, *Advanced dynamics*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1948.
- [5] A. M. Letov, „Stability of an automatically controlled bicycle moving on a horizontal plane,“ *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Jg. 23, Nr. 4, S. 934–942, 1959.
- [6] N. H. Getz, „Dynamic inversion of nonlinear maps with applications to nonlinear control and robotics,“ Diss., University of California, Berkeley, Berkeley, CA, USA, 1995.
- [7] K. J. Åström, R. E. Klein und A. Lennartsson, „Bicycle Dynamics and Control: Adapted bicycles for education and research,“ *IEEE Control Systems*, Jg. 25, Nr. 4, S. 26–47, 2005.
- [8] F. J. W. Whipple, „The Stability of the Motion of a Bicycle,“ *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics*, Jg. 30, S. 312–348, 1899.
- [9] E. Carvallo, *Theorie de mouvement du monocycle et de la bicyclette*. J. Ec. Polytech. Paris, 1901.
- [10] J. P. Meijaard, J. M. Papadopoulos, A. Ruina und A. L. Schwab, „Linearized dynamics equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review,“ *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Jg. 463, Nr. 2084, S. 1955–1982, Juni 2007.

- [11] P. Basu-Mandal, „Studies on the dynamics and stability of bicycles,“ Diss., Indian Institute of Science, Bangalore, Bangalore, Indien, 2007.
- [12] J. D. G. Kooijman, A. L. Schwab und J. P. Meijaard, „Experimental validation of a model of an uncontrolled bicycle,“ *Multibody System Dynamics*, Jg. 19, Nr. 1-2, S. 115–132, Feb. 2008.
- [13] D. J. N. Limebeer und R. S. Sharp, „Single-track vehicle modeling and control: Bicycles, motorcycles, and models,“ *IEEE Control Systems*, Jg. 26, Nr. 5, S. 34–61, 2006.
- [14] E. Döhring, „Über die Stabilität und die Lenkkräfte von Einspurfahrzeugen,“ Diss., Technische Hochschule Braunschweig, Braunschweig, Deutschland, 1953.
- [15] D. Singh, „Advanced Concepts of the Stability of Two-Wheeled Vehicles: Application of Mathematical Analysis to Actual Vehicles,“ Diss., University of Wisconsin, Madison, Madison, WI, USA, 1964.
- [16] F. U. Hiroyasu, „Fundamental Characteristics of Single-Track Vehicles in Steady Turning,“ *Bulletin of JSME*, Jg. 9, Nr. 34, S. 284–293, 1966.
- [17] P. A. J. Ruijs und H. B. Pacwka, „Research in Lateral Dynamics of Motorcycles,“ *Vehicle System Dynamics*, Jg. 14, Nr. 1-3, S. 149–152, 1985.
- [18] J. K. Moore, „Human Control of a Bicycle,“ Diss., University of California, Davis, Davis, CA, USA, Aug. 2012.
- [19] F. Nori und R. Frezza, „Accurate reconstruction of the path followed by a motorcycle from the on-board camera images,“ *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, Columbus, OH, USA, 2003, S. 259–264.
- [20] M. Schlipfing, J. Schepanek und J. Salmen, „Video-based roll angle estimation for two-wheeled vehicles,“ *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, Baden-Baden, Deutschland, 2011, S. 876–881.
- [21] P.-M. Damon, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui und K. Youcef-Toumi, „Inverse Perspective Mapping Roll Angle Estimation for Motorcycles,“ *15th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, Singapur, 2018, S. 349–354.
- [22] M. Norgia, C. Svelto, I. Boniolo, M. Tanelli und S. M. Savaresi, „Characterization of optical sensors for real-time measurement of motorcycle tilt angles,“ *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Victoria, BC, Canada, 2008, S. 2070–2073.
- [23] I. Boniolo, M. Norgia, M. Tanelli, C. Svelto und S. M. Savaresi, „Performance analysis of an optical distance sensor for roll angle estimation in sport motorcycles,“ *IFAC Proceedings Volumes*, Jg. 41, Nr. 2, S. 135–140, 2008.

- [24] M. Norgia, I. Boniolo, M. Tanelli, S. M. Savaresi und C. Svelto, „Optical Sensors for Real-Time Measurement of Motorcycle Tilt Angle,“ *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Jg. 58, Nr. 5, S. 1640–1649, Mai 2009.
- [25] I. Boniolo, M. Tanelli und S. M. Savaresi, „Roll angle estimation in two-wheeled vehicles,“ IEEE International Conference on Control Applications, San Antonio, Texas, USA, Sep. 2008, S. 31–36.
- [26] I. Boniolo, S. M. Savaresi und M. Tanelli, „Roll angle estimation in two-wheeled vehicles,“ *IET Control Theory Applications*, Jg. 3, Nr. 1, S. 20–32, Jan. 2009.
- [27] I. Boniolo und S. M. Savaresi, „Motorcycle lean angle estimation with frequency separation principle and angular rates measurements,“ *IFAC Proceedings Volumes*, Jg. 43, Nr. 7, S. 773–778, 2010.
- [28] I. Boniolo, S. Corbetta und S. M. Savaresi, „Attitude estimation of a motorcycle in a Kalman filtering framework,“ *IFAC Proceedings Volumes*, Jg. 43, Nr. 7, S. 779–784, 2010.
- [29] S. Corbetta, I. Boniolo und S. M. Savaresi, „Attitude estimation of a motorcycle via Unscented Kalman Filter,“ *IFAC Proceedings Volumes*, Jg. 43, Nr. 18, S. 511–516, 2010.
- [30] I. Boniolo, S. M. Savaresi und M. Tanelli, „Lean angle estimation in two-wheeled vehicles with a reduced sensor configuration,“ IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Seoul, Korea, Mai 2012, S. 2573–2576.
- [31] E. Sanjurjo, M. A. Naya, J. Cuadrado und A. L. Schwab, „Roll angle estimator based on angular rate measurements for bicycles,“ *Vehicle System Dynamics*, Jg. 57, Nr. 11, S. 1705–1719, 2019.
- [32] L. Romualdi, N. Mancinelli, F. de und S. Sorrentino, „A new application of the Extended Kalman Filter to the estimation of roll angles of a motorcycle with Inertial Measurement Unit,“ *FME Transactions*, Jg. 48, S. 255–265, Jan. 2020.
- [33] F. Gustaffson, M. Drevo und U. Forssell, „Methods for estimating the roll angle and pitch angle of a two-wheeled vehicle, system and computer program to perform the methods,“ WO2002001151A1, 2002.
- [34] H. Inoue, T. Fujii und Y. Seki, „Roll angle estimation device and transport equipment,“ US2012259526 A1, 2012.
- [35] „Calculation method for body roll angle of motorcycle and calculation apparatus for body roll angle of motorcycle,“ Japanisch, JP5695438 B2, 2015.
- [36] P. Eck, R. Matzner und H. Schweden, „Schätzung des Wankwinkels eines einspurigen Fahrzeugs,“ EP2886407 A1, 2015.



- [37] S. Okoshi, T. Takenaka und S. Shirokura, „Vehicle roll angle estimation device,“ US2015274175 AA, 2015.
- [38] G. Ambruzs, R. Weisz und D. Szaloky, „Method to determine the roll angle of a motorcycle,“ US2019054924 AA, 2019.
- [39] R. Schubach, „Meßgerät zum kontinuierlichen Messen der Kurvenneigung bei Motorrädern,“ DE10003832 A1, 2001.
- [40] R. Schubach, „Vorrichtung zum Messen der Kurvenneigung und der Momentangeschwindigkeit von Zweirädern,“ DE10350047 A1, 2005.
- [41] K. Miekley, R. Willig, D. Krieg und R. Neul, „Neigungswinkelermittlung für ein Motorrad,“ WO06063886 A1, 2006.
- [42] F. G. P. Peeters, H. M. W. Goossens und H. G. J. J. A. Vroomen, „Apparatus and method for determining roll angle of a motorcycle,“ US2009103319 A1, 2009.
- [43] A. Teuffl und K. Kellner, „Verfahren zur Ermittlung des Rollwinkels eines einspurigen Kraftfahrzeuges,“ AT505363 A1, 2008.
- [44] J. Schulz, G. Dettloff und H.-A. Wagner, „Vorrichtung zur Ermittlung eines Schräglagenwinkels bei einem Einspurfahrzeug,“ WO08067900 A1, 2008.
- [45] F. Niewels und M. Adam, „Verfahren und Vorrichtung zum Bestimmen des Schräglagewinkels eines Zweiradfahrzeugs,“ DE102008043794A1, 2010.
- [46] M. Baino, „Bank angle detecting device and headlight device for motorcycle,“ US20100168958 A1, 2010.
- [47] A. Waegli, A. Schorderet, C. Prongué und J. Skaloud, „Accurate Trajectory and Orientation of a Motorcycle derived from low-cost Satellite and Inertial Measurement Systems,“ 7th ISEA Conference, Biarritz, Frankreich, 2008.
- [48] S. Smaiah, R. Sadoun, A. Elouardi u. a., „A practical approach for high precision reconstruction of a motorcycle trajectory using a low-cost multi-sensor system,“ *Sensors*, Jg. 18, Nr. 7, 2018.
- [49] M. Nagai, „Analysis of rider and single-track-vehicle system; its application to computer-controlled bicycles,“ *Automatica*, Jg. 19, Nr. 6, S. 737–740, Nov. 1983.
- [50] P. Sooraksa und U. Sritheerawirojana, „A Bicycle Robot: Part 1 Modeling and Control,“ International Symposium on Automation and Robotics in Construction, Taipei, Taiwan, Sep. 2000.

- [51] P. Sooraksa, T. Uthairat, S. Kaopratum, U. Sritheerawirojana und V. Monyakul, „A Bicycle Robot: Part 2 System Implementation,“ International Symposium on Automation and Robotics in Construction, Taipei, Taiwan, Sep. 2000.
- [52] Y. Tanaka und T. Murakami, „Self sustaining bicycle robot with steering controller,“ International Workshop on Advanced Motion Control, Kawasaki, Japan, 2004, S. 193–197.
- [53] M. Defoort und T. Murakami, „Second order sliding mode control with disturbance observer for bicycle stabilization,“ IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Nizza, Frankreich, 2008, S. 2822–2827.
- [54] Y. Tanaka und T. Murakami, „A Study on Straight-Line Tracking and Posture Control in Electric Bicycle,“ *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Jg. 56, Nr. 1, S. 159–168, 2009.
- [55] M. Defoort und T. Murakami, „Sliding-Mode Control Scheme for an Intelligent Bicycle,“ *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Jg. 56, Nr. 9, S. 3357–3368, Sep. 2009.
- [56] B. Michini und S. Torrez, „Autonomous stability control of a moving bicycle,“ Massachusetts Institute of Technology, Techn. Ber. 16.622, 2006.
- [57] T. Saguchi, K. Yoshida und M. Takahashi, „Stable Running Control of Autonomous Bicycle Robot,“ *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C*, Jg. 73, S. 2036–2041, Juli 2007.
- [58] A. Sølvsberg, „CyberBike,“ Masterarbeit, Norwegian University of Science und Technology, Trondheim, Norwegen, 2007.
- [59] S. E. Brekke, „Autonomous Bicycle,“ Masterarbeit, Norwegian University of Science und Technology, Trondheim, Norwegen, 2010.
- [60] D. C. Ånnestad, „Autonomous Bicycle: The First Self Balanced Ride,“ Masterarbeit, Norwegian University of Science und Technology, Trondheim, Norwegen, 2011.
- [61] D. Andreo, V. Cerone, D. Dzung und D. Regruto, „Experimental results on LPV stabilization of a riderless bicycle,“ American Control Conference, St. Louis, MO, USA, 2009, S. 3124–3129.
- [62] V. Cerone, D. Andreo, M. Larsson und D. Regruto, „Stabilization of a Riderless Bicycle: A Linear-Parameter-Varying Approach,“ *IEEE Control Systems*, Jg. 30, Nr. 5, S. 23–32, 2010.
- [63] V. Cerone, D. Andreo, M. Larsson und D. Regruto, „Stabilization of a Riderless Bicycle [Applications of Control],“ *IEEE Control Systems Magazine*, Jg. 30, Nr. 5, S. 23–32, Okt. 2010.
- [64] J. Mutsaerts. „Lego NXT Bike Building Instruction.“ (2010).

- [65] J. Mutsaerts. „NXTbike-GS.“ (2010).
- [66] C. Sakmongkon. „Autonomous bicycle robot.“ (Juli 2010), Adresse: <http://bicyrobo.blogspot.com/>.
- [67] C. Sakmongkon. „Autonomous Bicycle Robot - BiCYRoBo for Unmaned Bicycle Robot.“ (Juli 2010), Adresse: <https://youtu.be/15IMan9V96I>.
- [68] C. Sakmongkon. „Autonomous bicycle robot.“ (Juli 2010), Adresse: <https://youtu.be/2jCWPANKxdM>.
- [69] M. Yamaguchi. „Bicycle Robot by Yamaguchi.“ (2011), Adresse: [http://ai2001.ifdef.jp/primer\\_V2/primer\\_V2.html](http://ai2001.ifdef.jp/primer_V2/primer_V2.html).
- [70] W. Phothiphan. „Self Balancing Bicycle Robot.“ (Feb. 2012), Adresse: <https://youtu.be/4UHLRmYNDMQ>.
- [71] Y.-H. Huang, Q.-Z. Liao, S.-M. Wei und L. Guo, „Modeling and realization of track stand motion for a bicycle robot with front-wheel drive,“ Chinesisch, *Beijing Youdian Daxue Xuebao/Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, Jg. 35, Nr. 2, S. 5–9, 2012.
- [72] Y.-H. Huang, Q.-Z. Liao, S.-M. Wei und L. Guo, „Control and realization for rectilinear motion of a front-wheel drive bicycle robot,“ Chinesisch, *Beijing Youdian Daxue Xuebao/Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, Jg. 35, Nr. 3, S. 65–69, 2012.
- [73] Y. Huang, Q. Liao, S. Wei und L. Guo, „Track-stand motion of a front-wheel drive bicycle robot under 45° front-bar turning angle,“ Chinesisch, *Jixie Gongcheng Xuebao/Journal of Mechanical Engineering*, Jg. 48, Nr. 7, S. 16–22, 2012.
- [74] Y. Huang, Q. Liao, L. Guo und S. Wei, „Balanced motions realization for a mechanical regulators free and front-wheel drive bicycle robot under zero forward speed,“ *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Jg. 10, Aug. 2013.
- [75] Y. Huang, Q. Liao, S. Wei und L. Guo, „Circular motion realization of a mechanical regulator free bicycle robot,“ Chinesisch, *Jixie Gongcheng Xuebao/Journal of Mechanical Engineering*, Jg. 49, Nr. 7, S. 141–147, 2013.
- [76] Y. Huang, Q. Liao, L. Guo und S. Wei, „Simple realization of balanced motions under different speeds for a mechanical regulator-free bicycle robot,“ *Robotica*, Jg. 33, Nr. 9, S. 1958–1972, 2015.
- [77] „Self Balancing Bicycle.“ (Mai 2013), Adresse: <https://publish.illinois.edu/saxenayush/course-projects/self-balancing-bicycle/>.

- [78] C. Chauypen. „Circular GPS tracking, BicyRobo.“ (Nov. 2015), Adresse: <https://youtu.be/8uHhvBQXfUY>.
- [79] C. Chauypen. „Bicyrobo2015 - Ghost Rider v.2 @ AIT.“ (Apr. 2015), Adresse: <https://youtu.be/M06smK8X1Tc>.
- [80] J. He, M. Zhao und S. Stasinopoulos, „Constant-velocity steering control design for unmanned bicycles,“ IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Zhuhai, China, 2015, S. 428–433.
- [81] M. Zhao, S. Stasinopoulos und Y. Yu, „Obstacle detection and avoidance for autonomous bicycles,“ 13th IEEE Conference on Automation Science and Engineering, Xi’an, China, 2017, S. 1310–1315.
- [82] Y. Yu und M. Zhao, „Steering Control for Autonomously Balancing Bicycle at Low Speed,“ IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Kuala Lumpur, Malaysia, 2018, S. 33–38.
- [83] A. M. Sharma, S. Wang, Y. M. Zhou und A. Ruina, „Towards a maximally-robust self-balancing bicycle without reaction-moment gyroscopes or reaction wheels,“ Bicycle and Motorcycle Dynamics, Milwaukee, WI, USA, 2016.
- [84] „Autonomous Bicycle Project - Team Final Report Fall 2015,“ Biorobotics und Locomotion Laboratory, Cornell University, Techn. Ber., 2015.
- [85] „Development of a Testable Autonomous Bicycle,“ Biorobotics und Locomotion Laboratory, Cornell University, Techn. Ber., 2016.
- [86] „Towards a Robotically-stabilized Bicycle,“ Biorobotics und Locomotion Laboratory, Cornell University, Techn. Ber., 2016.
- [87] „Cornell Autonomous Bicycle - Spring 2017 Final Semester Report,“ Biorobotics und Locomotion Laboratory, Cornell University, Techn. Ber., 2017.
- [88] „Cornell Autonomous Bicycle Project Team - Spring 2018 Report,“ Biorobotics und Locomotion Laboratory, Cornell University, Techn. Ber., 2018.
- [89] „Cornell Autonomous Bicycle.“ (Dez. 2022), Adresse: <https://www.bike.engineering.cornell.edu/>.
- [90] B. A. Händel, „Aufbau und Validierung eines Lenkeingriffs bei Zweirädern,“ Bachelorarbeit, RWTH Aachen, Aachen, Deutschland, 2016.
- [91] H. Fouejjieu-Zebaze, „Entwicklung einer fernsteuerbaren Testumgebung zur Analyse von Pedelec-Fahrsituationen,“ Masterarbeit, Universität Siegen, Siegen, Deutschland, März 2018.

- [92] C.-F. Huang, Y.-C. Tung und T.-J. Yeh, „Balancing control of a robot bicycle with uncertain center of gravity,“ IEEE International Conference on Robotics and Automation, Singapur, 2017, S. 5858–5863.
- [93] W. Deng, S. Moore, J. Bush, M. Mabey und W. Zhang, „Towards automated bicycles: Achieving self-balance using steering control,“ ASME Dynamic Systems and Control Conference, Bd. 2, Atlanta, GA, USA, 2018.
- [94] M. Ekström und A. Forsberg, „Student project - Autobike 2017,“ Techn. Ber., Jan. 2018. Adresse: <http://www.es.mdh.se/publications/5229->.
- [95] M. Ekström und T. Eriksson, „Student report - Autobike 2018,“ Techn. Ber., Feb. 2019. Adresse: <http://www.es.mdh.se/publications/5454->.
- [96] T. Andersson, N. Persson, A. Fattouh und M. C. Ekström, „A Loop Shaping Method for Stabilising a Riderless Bicycle,“ European Conference on Mobile Robots, Prag, Tschechien, Sep. 2019, S. 1–6.
- [97] T. Andersson und N. Persson, „Development of a Robust Cascade Controller for a Riderless Bicycle,“ Masterarbeit, Mälardalen University, Schweden, 2019.
- [98] N. Persson, T. Andersson, A. Fattouh, M. C. Ekström und A. V. Papadopoulos, „A Comparative Analysis and Design of Controllers for Autonomous Bicycles,“ European Control Conference, Delft, Niederlande, 2021, S. 1570–1576.
- [99] A. Grönlund und C. Tolis, „Riderless self-balancing bicycle,“ Bachelorarbeit, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Schweden, 2018.
- [100] A. Turnwald und S. Liu, „Motion Planning and Experimental Validation for an Autonomous Bicycle,“ 45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Lissabon, Portugal, 2019, S. 3287–3292.
- [101] W. Zhuang, R. Zhang, X. Su und Y. Huang, „Research on the Lateral Balance Control of a Bicycle Robot,“ International Conference on Robotics, Intelligent Control and Artificial Intelligence, New York, NY, USA, 2019, S. 744–750.
- [102] Z. Fawaz, R. Smith, P. Muench, S. Lakshmanan und A. Mohammadi, „Design and benchtop validation of an autonomous bicycle with linear electric actuators,“ Unmanned Systems Technology XXI, Bd. 11021, 2019.
- [103] R. Smith, Z. Fawaz, A. Mohammadi, P. Muench und S. Lakshmanan, „Linear parameter varying-based control of a riderless bicycle with linear actuators,“ Unmanned Systems Technology XXI, Bd. 11021, 2019.
- [104] Weel Autonomy Inc. „Weel EV-B.“ (Dez. 2022), Adresse: <https://weel.bike/>.

- [105] J. A. Corbett und D. C. Hansen, „Autonomous electronic bicycle,“ US 2022/0066448, Juni 2019.
- [106] J. A. Corbett und D. C. Hansen, „Balancing system in an autonomous electronic bicycle,“ US 2020/0406999 AA, Juni 2019.
- [107] J. A. Corbett und D. C. Hansen, „Autonomous electronic bicycle navigation,“ US 2020/0409381 AA, Juni 2019.
- [108] J. A. Corbett, D. C. Hansen und D. Meehan, „Integrated head tube steering motor for autonomous electronic bicycle,“ US 2022/0063758 AA, Aug. 2020.
- [109] J. A. Corbett, D. C. Hansen und D. Meehan, „Track stand capable autonomous electronic bicycle,“ US 2022/0066448 AA, Aug. 2020.
- [110] J. Xiong, B. Li, R. Yu, D. Ma, W. Wang und C. Liu, „Reduced Dynamics and Control for an Autonomous Bicycle,“ IEEE International Conference on Robotics and Automation, Xi'an, China, Mai 2021.
- [111] C. Liu, J. Xiong und R. Yu, „Steering Control and Stability Analysis for an Autonomous Bicycle through Reduced Dynamics with Servo-Constraints,“ *Nonlinear Dynamics*, Dez. 2022.
- [112] P. A. J. Ruijs und H. B. Pacejka, „Recent research in lateral dynamics of motorcycles,“ *Vehicle System Dynamics*, Jg. 15, S. 467–480, 1986.
- [113] S. Miyagishi, I. Kageyama, K. Takama, M. Baba und H. Uchiyama, „1411 A Study On a Rider Robot for Two Wheeled Vehicle,“ Japanisch, *The Proceedings of the Transportation and Logistics Conference*, Jg. 2001.10, S. 125–128, 2001.
- [114] S. Miyagishi, I. Kageyama, K. Takama, M. Baba und H. Uchiyama, „Study on construction of a rider robot for two-wheeled vehicle,“ *JSAE Review*, Jg. 24, Nr. 3, S. 321–326, 2003.
- [115] T. Kuriyama, I. Kageyama, M. Baba und S. Miyagishi, „2102 Control System Design and Construction of Rider Robot for Two-wheel Vehicle,“ Japanisch, *The Proceedings of the Transportation and Logistics Conference*, Jg. 2005.14, S. 207–210, Dez. 2005.
- [116] Y. Suzuki, I. Kageyama, Y. Kuriyagawa, M. BabaA und S. Miyagishi, „4311 Study on Construction of Rider Robot for Two-wheel Vehicle,“ *The proceedings of the JSME annual meeting*, Jg. 2007.7, S. 357–358, 2007.
- [117] A. Levandowski, A. Schultz, C. Smart u. a., „Autonomous Motorcycle Platform and Navigation – Blue Team DARPA Grand Challenge 2005,“ Techn. Ber., 2005.
- [118] U. Nenner, R. Linker und P.-O. Gutman, „Robust feedback stabilization of an unmanned motorcycle,“ *Control Engineering Practice*, Jg. 18, Nr. 8, S. 970–978, 2010.

- [119] Y. Zhang, J. Li, J. Yi und D. Song, „Balance control and analysis of stationary riderless motorcycles,“ IEEE International Conference on Robotics and Automation, Shanghai, China, 2011, S. 3018–3023.
- [120] Honda. „Honda Moto Riding Assist.“ (Jan. 2017), Adresse: <https://www.honda.de/motorcycles/experience-honda/news-and-events/2017-01-27-honda-moto-riding-assist.html>.
- [121] BMW. „BMW Motorrad presents autonomous driving BMW R 1200 GS. Outlook on the future of motorcycle safety and technology in Miramas.“ (Sep. 2018), Adresse: <https://www.press.bmwgroup.com/global/article/detail/T0284901EN/bmw-motorrad-presents-autonomous-driving-bmw-r-1200-gs-outlook-on-the-future-of-motorcycle-safety-and-technology-in-miramas?language=en>.
- [122] S. Hans, M. Krehel, M. Köbe und G. Prokop, „A cascaded model-predictive approach to motorcycle safety,“ 13th International Symposium on Advanced Vehicle Control, München, Deutschland, 2017, S. 463–470.
- [123] Yamaha. „Motobot.“ (2017), Adresse: [https://global.yamaha-motor.com/design\\_technology/technology/motobot/](https://global.yamaha-motor.com/design_technology/technology/motobot/).
- [124] AB Dynamics. „AB Dynamics demonstrates a driverless motorcycle.“ (Apr. 2018), Adresse: <https://www.abdynamics.com/de/news/2018/ab-dynamics-demonstrates-a-driverless-motorcycle>.
- [125] J. Stegmaier und J. Schnee, „Verfahren und Vorrichtung zur Erfassung einer Drehgeschwindigkeit eines Rades eines Zweirads,“ DE102017212924A1, Juli 2017.
- [126] J. Schnee, J. Stegmaier, T. Lipowsky und P. Li, „Auto-correction of 3d-orientation of IMUs on electric bicycles,“ *Sensors*, Jg. 20, Nr. 3, 2020.
- [127] D. Tedaldi, A. Pretto und E. Menegatti, „A robust and easy to implement method for IMU calibration without external equipments,“ IEEE International Conference on Robotics and Automation, Hong Kong, China, 2014, S. 3042–3049.
- [128] D. Gabriel, D. Baumgärtner und D. Görges, „Accurate and robust state estimation for bicycles,“ *Vehicle System Dynamics*, 2022.
- [129] B. Noack, F. Pfaff und U. Hanebeck, „Combined stochastic and set-membership information filtering in multisensor systems,“ 15th International Conference on Information Fusion, Singapur, 2012, S. 1218–1224.

- [130] P. Collet, „Positionsschätzung mittels Sensordatenfusion von Inertialsensorik und Satellitenavigation zur globalen Lokalisierung eines Pedelects in MATLAB Simulink,“ Bachelorarbeit, Hochschule Esslingen, Jan. 2022.
- [131] J. D. G. Kooijman, A. L. Schwab und J. K. Moore, „Some Observations on Human Control of a Bicycle,“ International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, San Diego, CA, USA, Aug. 2009, S. 2021–2028.
- [132] J. K. Moore, J. D. G. Kooijman, A. L. Schwab und M. Hubbard, „Rider motion identification during normal bicycling by means of principal component analysis,“ *Multibody System Dynamics*, Jg. 25, Nr. 2, S. 225–244, 2011.
- [133] D. Gabriel, D. Baumgärtner und D. Görges, „Development and Validation of a Remote-Controlled Test Platform for Bicycle Dynamics,“ International Cycling Safety Conference, Dresden, Deutschland, 2022.
- [134] J. M. Snider u. a., „Automatic steering methods for autonomous automobile path tracking,“ Techn. Ber., 2009.
- [135] O. Amidi und C. Thorpe, „Integrated mobile robot control,“ SPIE - The International Society for Optical Engineering, Bd. 1388, 1991, S. 504–523.
- [136] A. Kelly und A. Stentz, „An approach to rough terrain autonomous mobility,“ International Conference on Mobile Planetary Robots, 1997.
- [137] S. F. Campbell, „Steering control of an autonomous ground vehicle with application to the DARPA urban challenge,“ Diss., Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [138] G. Heredia und A. Ollero, „Stability of autonomous vehicle path tracking with pure delays in the control loop,“ *Advanced Robotics*, Jg. 21, Nr. 1-2, S. 23–50, 2007.
- [139] Y. Shan, W. Yang, C. Chen, J. Zhou, L. Zheng und B. Li, „CF-Pursuit: A Pursuit Method with a Clothoid Fitting and a Fuzzy Controller for Autonomous Vehicles,“ *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Jg. 12, Nr. 9, S. 134, 2015.
- [140] R. S. Sharp und Valtetsiotis, „Optimal Preview Car Steering Control,“ *Vehicle System Dynamics*, Jg. 35, S. 101–117, 2001.
- [141] R. S. Sharp, „Motorcycle Steering Control by Road Preview,“ *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Jg. 129, Nr. 4, S. 373–381, Dez. 2006.
- [142] R. S. Sharp, „Optimal stabilization and path-following controls for a bicycle,“ *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Jg. 221, Nr. 4, S. 415–428, 2007.



- [143] R. S. Sharp, „On the stability and control of the bicycle,“ *Applied Mechanics Reviews*, Jg. 61, Nr. 1-6, 2008.
- [144] D. H. Shin, S. Singh und J. J. Lee, „Explicit Path Tracking By Autonomous Vehicles,“ *Robotica*, Jg. 10, Nr. 6, S. 539–554, 1992.
- [145] L. Alizadehsaravi und J. K. Moore, „The effects of a steer assist system on bicycle postural control in real-life safety challenges,“ International Cycling Safety Conference, Dresden, Deutschland, 2022.

# Anhang

# Fahrradparameter

Für die Simulation und den Reglerentwurf wurden in Kapitel 3 verschiedene Modelle hergeleitet. Für die Parametrierung dieser Modelle stehen verschiedene Parametersätze zur Verfügung. Die Parameter  $d_1$ ,  $d_2$  und  $d_3$  können aus den aufgeführten Parametern berechnet werden.

## A.1 Benchmark Fahrrad

Die Parameter des Benchmark Fahrrades sind aus [10] und [11] entnommen und werden in Tabelle A.1 aufgeführt.

## A.2 Testrad mit Stützen

Die in Tabelle A.2 aufgeführten Parameter beschreiben das für diese Arbeit aufgebaute Testfahrrad mit angebrachten Stützen. Die Trägheitsmatritzen der einzelnen Körper wurden nicht gemessen, sondern nur grob abgeschätzt.

Parameter	Symbol	Wert
Radstand	$w$	1.02 m
Nachlauf	$c$	0.08 m
Lenkkopfwinkel	$\alpha$	18°
Gravitationsbeschl.	$g$	9.81 m/s <sup>2</sup>
Geschwindigkeit	$v$	variabel
<b>Hinterrad <math>\mathbf{R}</math></b>		
Radius	$r_{\mathbf{R}}$	0.3 m
Masse	$m_{\mathbf{R}}$	2 kg
Trägheitsmomente	$(I_{\mathbf{R}xx}, I_{\mathbf{R}yy})$	0.0603 und 0.12 kg/m <sup>2</sup>
<b>Vorderrad <math>\mathbf{F}</math></b>		
Radius	$r_{\mathbf{F}}$	0.35 m
Masse	$m_{\mathbf{F}}$	3 kg
Trägheitsmomente	$(I_{\mathbf{F}xx}, I_{\mathbf{F}yy})$	0.1405 und 0.28 kg/m <sup>2</sup>
<b>Rahmen <math>\mathbf{B}</math></b>		
Schwerpunkt	$(x_{\mathbf{B}}, z_{\mathbf{B}})$	0.3 und -0.9 m
Masse	$m_{\mathbf{B}}$	85 kg
Trägheitsmomente	$\begin{bmatrix} I_{\mathbf{B}xx} & 0 & I_{\mathbf{B}xz} \\ 0 & I_{\mathbf{B}yy} & 0 \\ I_{\mathbf{B}xz} & 0 & I_{\mathbf{B}zz} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 9.2 & 0 & 2.4 \\ 0 & 11 & 0 \\ 2.4 & 0 & 2.8 \end{bmatrix}$ kg/m <sup>2</sup>
<b>Lenker <math>\mathbf{S}</math></b>		
Schwerpunkt	$(x_{\mathbf{S}}, z_{\mathbf{S}})$	0.9 und -0.7 m
Masse	$m_{\mathbf{S}}$	4 kg
Trägheitsmomente	$\begin{bmatrix} I_{\mathbf{S}xx} & 0 & I_{\mathbf{S}xz} \\ 0 & I_{\mathbf{S}yy} & 0 \\ I_{\mathbf{S}xz} & 0 & I_{\mathbf{S}zz} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.05892 & 0 & -0.00756 \\ 0 & 0.06 & 0 \\ -0.00756 & 0 & 0.00708 \end{bmatrix}$ kg/m <sup>2</sup>

Tabelle A.1: Parameter des Benchmark Fahrrades

Parameter	Symbol	Wert
Radstand	$w$	1.16 m
Nachlauf	$c$	0.08 m
Lenkkopfwinkel	$\alpha$	19°
Gravitationsbeschl.	$g$	9.81 m/s <sup>2</sup>
Geschwindigkeit	$v$	variabel
<b>Hinterrad <math>\mathbf{R}</math></b>		
Radius	$r_{\mathbf{R}}$	0.355 m
Masse	$m_{\mathbf{R}}$	3.2 kg
Trägheitsmomente	$(I_{\mathbf{R}xx}, I_{\mathbf{R}yy})$	0.0758 und 0.1577 kg/m <sup>2</sup>
<b>Vorderrad <math>\mathbf{F}</math></b>		
Radius	$r_{\mathbf{F}}$	0.355 m
Masse	$m_{\mathbf{F}}$	2.8 kg
Trägheitsmomente	$(I_{\mathbf{F}xx}, I_{\mathbf{F}yy})$	0.0726 und 0.1485 kg/m <sup>2</sup>
<b>Rahmen <math>\mathbf{B}</math></b>		
Schwerpunkt	$(x_{\mathbf{B}}, z_{\mathbf{B}})$	0.36 und -0.52 m
Masse	$m_{\mathbf{B}}$	29.45 kg
Trägheitsmomente	$\begin{bmatrix} I_{\mathbf{B}xx} & 0 & I_{\mathbf{B}xz} \\ 0 & I_{\mathbf{B}yy} & 0 \\ I_{\mathbf{B}xz} & 0 & I_{\mathbf{B}zz} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.3 & 0 & 0.0344 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.0344 & 0 & 1.5436 \end{bmatrix}$ kg/m <sup>2</sup>
<b>Lenker <math>\mathbf{S}</math></b>		
Schwerpunkt	$(x_{\mathbf{S}}, z_{\mathbf{S}})$	0.95 und -0.8 m
Masse	$m_{\mathbf{S}}$	4 kg
Trägheitsmomente	$\begin{bmatrix} I_{\mathbf{S}xx} & 0 & I_{\mathbf{S}xz} \\ 0 & I_{\mathbf{S}yy} & 0 \\ I_{\mathbf{S}xz} & 0 & I_{\mathbf{S}zz} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.1727 & 0 & -0.0169 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0.0169 & 0 & 0.0337 \end{bmatrix}$ kg/m <sup>2</sup>

Tabelle A.2: Parameter des Testrades mit Stützen

## Modellierung der Lenkmotordynamik

Um den Einfluss einer anderen Getriebeübersetzung auf das Übertragungsverhalten des Lenkmotors abzuschätzen, wird im Folgenden ein vereinfachtes Modell der Lenkmotordynamik aufgestellt. Dieses besteht, wie in Abbildung B.1 dargestellt, aus drei rotierenden Körpern: Dem Motor ( $K_0$ ), dem Getriebe ( $K_1$ ) und dem Lenker mit Vorderrad ( $K_2$ ). Jeder dieser Körper hat ein Trägheitsmoment

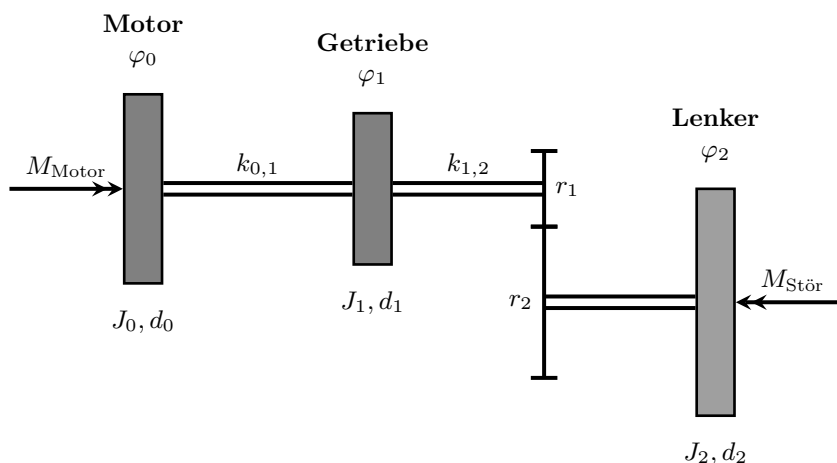


Abbildung B.1: Vereinfachtes Modell des Lenk-Antriebsstrangs als Torsionsschwinger

( $J_0$ ,  $J_1$  und  $J_2$ ) und eine drehrahtenabhängige Dämpfung ( $d_0$ ,  $d_1$  und  $d_2$ ). Die Körper sind durch Wellen mit den Torsionsfederkonstanten  $k_{0,1}$  und  $k_{1,2}$  verbunden. Die Übersetzung vom Motor zur Lenkachse ist zwischen Getriebe und Lenker modelliert, das Übersetzungsverhältnis ergibt sich zu  $i_{1,2} = r_2/r_1$ . Auf das System wirken zum einen das Motormoment  $M_{\text{Motor}}$  und zum anderen ein Störmoment am Lenker  $M_{\text{Stör}}$ . Ursachen für dieses Störmoment sind unter anderem die Reibung zwischen dem Vorderrad und der Straße sowie die, durch die Rotation des Vorderrads entstehenden, geschwindigkeitsabhängigen gyroskopischen Kräfte. Die Bewegungsgleichungen, die

für das vereinfachte Modell hergeleitet werden können, lauten:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_0 \\ \ddot{\varphi}_0 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{0,1}}{J_0} & -\frac{d_0}{J_0} & \frac{k_{0,1}}{J_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{0,1}}{J_1} & 0 & -\frac{k_{0,1}-k_{1,2}}{J_1} & \frac{d_1}{J_1} & \frac{k_{1,2}i_{1,2}}{J_1} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{1,2}i_{1,2}}{J_2} & 0 & -\frac{k_{1,2}i_{1,2}^2}{J_2} & -\frac{d_2}{J_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_0 \\ \dot{\varphi}_0 \\ \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_0} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{\text{Motor}} \\ M_{\text{Stör}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Da statt einem Motormoment eine Motordrehzahl ( $\dot{\phi}_0 = u_{\delta}i_{1,2}$ ) vorgegeben werden soll und das Störmoment für die Untersuchung des Übertragungsverhaltens des Lenkantriebes vernachlässigt werden kann, wird das Modell weiter reduziert und man erhält:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_0 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{0,1}}{J_1} & -\frac{k_{0,1}-k_{1,2}}{J_1} & \frac{d_1}{J_1} & \frac{k_{1,2}i_{1,2}}{J_1} & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{k_{1,2}i_{1,2}}{J_2} & 0 & -\frac{k_{1,2}i_{1,2}^2}{J_2} & -\frac{d_2}{J_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_1 \\ \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{1,2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_{\delta}. \quad (\text{B.2})$$

Leider sind die Parameter der einzelnen Körper nicht ohne weiteres bestimmbar. Stattdessen wurden verschiedene geschätzte Parameterwerte verwendet um anhand des Bodediagramms des Übertragungsverhaltens zu untersuchen, welche Auswirkung eine andere Getriebeübersetzung hätte. Eine Erhöhung der Übersetzung würde dazu führen, dass die Resonanzfrequenzen ein wenig größer wären, allerdings wären diese auch deutlich stärker ausgeprägt. Eine niedrigere Übersetzung würde dafür sorgen, dass mögliche Resonanzfrequenzen stärker unterdrückt werden, allerdings führt eine niedrigere Übersetzung auch dazu, dass die Amplitudenverstärkung und die Phasenverschiebung deutlich früher abfällt. Dementsprechend kann das Übertragungsverhalten der Lenkmotordynamik durch eine einfache Änderung der Getriebeübersetzung nicht grundlegend verbessert werden. Stattdessen sollte die Steifigkeit des Getriebes erhöht werden (z.B. durch weniger Getriebestufen) und die Massenträgheiten der Körper - wenn möglich - angepasst werden. Eine weitere Alternative wäre ein Direktantrieb, wie er beispielsweise in [145] verwendet wird. Allerdings benötigt man für solch einen Direktantrieb einen modifizierten Fahrradrahmen, wodurch die Testplattform nicht mehr einfach auf unterschiedliche Fahrradtypen umgebaut werden könnte.

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

---

Name David Gabriel

## Ausbildung

---

11/2019 bis 12/2022	<b>Industriepromotion bei Bosch eBike Systems</b> Robert Bosch GmbH, Reutlingen Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern-Landau
04/2017 bis 09/2019	<b>Masterstudium Technische Kybernetik</b> Universität Stuttgart Abschluss: Master of Science
10/2013 bis 03/2017	<b>Bachelorstudium Technische Kybernetik</b> Universität Stuttgart Abschluss: Bachelor of Science
08/2002 bis 03/2011	<b>Leininger Gymnasium, Grünstadt</b> Abschluss: Abitur