

# Integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung unter Unsicherheit

Vom Fachbereich Wirtschaftswissenschaften  
der Rheinland-Pfälzischen Technischen Universität Kaiserslautern-Landau  
zur Verleihung des akademischen Grades Doctor rerum politicarum (Dr. rer. pol.)  
genehmigte

Dissertation

vorgelegt von

Pierre Kohlmann, M. Sc.

Tag der mündlichen Prüfung:	17.01.2025
Dekan:	Prof. Dr. Florian Sahling
Vorsitzender:	Prof. Dr. Michael Hassemer
Berichterstattende:	1. Prof. Dr. Florian Sahling 2. Prof. Dr. Stefan Helber

D 386  
(2025)

## **Voranstehende Bemerkungen**

In meiner Masterarbeit beschäftigte ich mich mit der integrierten Losgrößen- und Nacharbeitsplanung mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte vor dem Hintergrund einer robusten Planung. Die Masterarbeit wurde im Jahr 2019 dem Fachbereich Wirtschaftswissenschaften der Technischen Universität Kaiserslautern vorgelegt. Erkenntnisse der Masterarbeit sind in die Dissertation eingeflossen und wurden als solche kenntlich gemacht.

Pierre Kohlmann

## Zusammenfassung

Die Unsicherheit in Bezug auf die Produktion fehlerhafter Produkte stellt die Losgrößenplanung vor eine Herausforderung. Die vorliegende Dissertation beschäftigt sich in diesem Zusammenhang mit der integrierten Losgrößen- und Nacharbeitsplanung unter expliziter Betrachtung eines unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte.

In diesem Kontext wird ein flexibler Planungsansatz zur Begegnung eines stochastischen Anteils fehlerhafter Produkte entwickelt. Dieser Ansatz nutzt im Planungsverlauf bekannt werdende Informationen, um durch Anpassungen des Produktions- und Nacharbeitsplans auf konkrete Ausprägungen des Anteils fehlerhafter Produkte zu reagieren.

Dieser Ansatz wird in einem weiteren Schritt hinsichtlich der Berücksichtigung einer stochastischen Nacharbeitszeit erweitert. Damit erstreckt sich die Unsicherheit nicht nur auf den Produktions- sondern auch auf den Nacharbeitsprozess. Dies zieht entsprechende Anpassungen der Vorgehensweise des flexiblen Planungsansatzes nach sich, die Gegenstand dieser Ausarbeitung sind.

Darüber hinaus wird in einem nächsten Schritt eine Erweiterung vorgestellt, in welcher der betrachteten Entscheidungssituation neben einem zufälligen Anteil fehlerhafter Produkte ebenfalls eine unsichere Nachfrage zugrunde gelegt wird. Die simultane Betrachtung eines unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte und einer stochastischen Nachfrage resultiert in der Notwendigkeit entsprechender Anpassungen des Ansatzes, die in der vorliegenden Arbeit thematisiert werden.

Der entwickelte flexible Planungsansatz wird mit den Erweiterungen jeweils numerischen Untersuchungen unterzogen.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>ix</b>
<b>Algorithmenverzeichnis</b>	<b>xii</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xv</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Motivation und Zielsetzung . . . . .	1
1.2. Aufbau der Dissertation . . . . .	4
<b>2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit</b>	<b>6</b>
2.1. Relevanz der Berücksichtigung imperfekter Produktionsprozesse in der Losgrößenplanung vor dem Hintergrund einer kapazitätsorientierten Pro- duktionsplanung und -steuerung . . . . .	6
2.2. Nacharbeit als Bestandteil des <i>Product Recovery Managements</i> . . . . .	10
2.3. Diskussion bestehender Literatur im Kontext der Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse und Definition der Forschungslücke . . . . .	14
2.3.1. Überblick . . . . .	14
2.3.2. Identifikation fehlerhafter Produkte durch Inspektion . . . . .	14
2.3.3. Verfahrensweisen mit fehlerhaften Produkten . . . . .	16
2.3.4. Eigenschaften von Nacharbeitsprozessen . . . . .	20
2.3.5. Literaturüberblick zur dynamischen Losgrößenplanung mit Nach- arbeit fehlerhafter Produkte und Definition der Forschungslücke . . . . .	22
2.4. Robuste und flexible Ansätze zur stochastischen dynamischen Losgrö- ßenplanung . . . . .	24
<b>3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nachar- beitsplanung mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte</b>	<b>27</b>
3.1. Überblick . . . . .	27
3.2. Ein generisches kapazitätsbeschränktes Losgrößenproblem mit stochas- tischem Anteil fehlerhafter Produkte und Nacharbeit (SCLSP-RW) . . . . .	28

## Inhaltsverzeichnis

3.3.	Lineare Approximation basierend auf Szenarien (SCLSP-RW <sup>SCN</sup> ) . . . .	35
3.4.	Ein flexibler Planungsansatz basierend auf mehrstufiger stochastischer Optimierung zur Begegnung eines stochastischen Anteils fehlerhafter Produkte . . . . .	40
3.4.1.	Idee . . . . .	40
3.4.2.	Initialisierung: Ermittlung eines robusten Rüstusters unter Anwendung einer Fix&Optimize-Heuristik . . . . .	40
3.4.3.	Iterative Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen	46
3.5.	Numerische Untersuchungen . . . . .	49
3.5.1.	Beschreibung der verwendeten Testinstanzen . . . . .	49
3.5.2.	Simulationsbasierte Analyse ermittelter Produktions- und Nacharbeitspläne . . . . .	52
3.5.2.1.	Gleichverteilter Anteil fehlerhafter Produkte . . . . .	52
3.5.2.2.	Dreiecksverteilter Anteil fehlerhafter Produkte . . . . .	60
3.5.3.	Ex post Analyse . . . . .	61
3.5.4.	Relevanz flexibler Planung vor dem Hintergrund eines hohen und stark schwankenden Anteils fehlerhafter Produkte . . . . .	62
3.5.5.	Auswirkung der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte auf die Gesamtkosten des Produktions- und Nacharbeitsplans . . . .	63
3.5.6.	Abschließende Bemerkungen . . . . .	67
<b>4.</b>	<b>Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes zur Berücksichtigung einer stochastischen Nacharbeitszeit</b>	<b>69</b>
4.1.	Überblick . . . . .	69
4.2.	Argumente für die Berücksichtigung einer stochastischen Nacharbeitszeit	69
4.3.	Ein generisches kapazitätsbeschränktes Losgrößenproblem mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte und Nacharbeit sowie stochastischer Nacharbeitszeit (SCLSP-RW-SRT) . . . . .	70
4.4.	Lineare Approximation (SCLSP-RW-SRT <sup>SCN</sup> ) . . . . .	73
4.5.	Anpassung des flexiblen Planungsansatzes . . . . .	77
4.6.	Numerische Untersuchungen . . . . .	80
4.6.1.	Anpassung der verwendeten Testinstanzen . . . . .	80
4.6.2.	Simulationsbasierte Analyse ermittelter Produktions- und Nacharbeitspläne . . . . .	82
4.6.3.	Auswirkung der Variabilität der Nacharbeitszeit auf die Gesamtkosten des Produktions- und Nacharbeitsplans . . . . .	89
4.6.4.	Abschließende Bemerkungen . . . . .	93

<b>5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes zur Berücksichtigung einer stochastischen Nachfrage</b>	<b>94</b>
5.1. Überblick . . . . .	94
5.2. Argumente für die Berücksichtigung einer stochastischen Nachfrage . .	94
5.3. Ein generisches kapazitätsbeschränktes Losgrößenproblem mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte und Nacharbeit sowie stochastischer Nachfrage (SCLSP-RW-SD) . . . . .	95
5.4. Lineare Approximation (SCLSP-RW-SD <sup>SCN</sup> ) . . . . .	97
5.5. Anpassung des flexiblen Planungsansatzes . . . . .	100
5.6. Numerische Untersuchungen . . . . .	105
5.6.1. Anpassung der verwendeten Testinstanzen . . . . .	105
5.6.2. Simulationsbasierte Analyse ermittelter Produktions- und Nacharbeitspläne . . . . .	106
5.6.3. Auswirkung der Variabilität der Nachfrage auf die Gesamtkosten des Produktions- und Nacharbeitsplans . . . . .	115
5.6.4. Abschließende Bemerkungen . . . . .	119
<b>6. Schluss</b>	<b>120</b>
6.1. Zusammenfassung und Fazit . . . . .	120
6.2. Ausblick . . . . .	124
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>128</b>
<b>A. Ergänzende Modellformulierungen</b>	<b>135</b>
A.1. Modellformulierung des SCLSP-RW <sub>t</sub> <sup>SCN</sup> . . . . .	135
A.2. Modellformulierung des SCLSP-RW-SRT <sub>t</sub> <sup>SCN</sup> . . . . .	141
A.3. Modellformulierung des SCLSP-RW-SD <sub>t,PreProd</sub> <sup>SCN</sup> . . . . .	145
A.4. Modellformulierung des SCLSP-RW-SD <sub>t,PostProd</sub> <sup>SCN</sup> . . . . .	151
<b>B. Lebenslauf</b>	<b>156</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1. Hierarchisches Konzept zur kapazitätsorientierten Produktionsplanung und -steuerung . . . . .	7
2.2. Einordnung der Nacharbeit in das <i>Product Recovery Management</i> . . . . .	12
2.3. Imperfekter Produktionsprozess mit on-line Inspektion . . . . .	15
2.4. Imperfekter Produktionsprozess mit off-line Inspektion . . . . .	16
2.5. Imperfekter Produktionsprozess mit Entsorgung fehlerhafter Produkte . . . . .	17
2.6. Imperfekter Produktionsprozess mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte . . . . .	17
2.7. Imperfekter Produktionsprozess mit Nacharbeit oder Entsorgung fehlerhafter Produkte . . . . .	18
2.8. Imperfekter Produktionsprozess mit Nacharbeit oder vergünstigtem Absatz fehlerhafter Produkte . . . . .	19
2.9. Imperfekter Produktionsprozess mit in-line Nacharbeit fehlerhafter Produkte . . . . .	20
2.10. Imperfekter Produktionsprozess mit off-line Nacharbeit fehlerhafter Produkte . . . . .	21
3.1. Betrachteter imperfekter Produktionsprozess mit Nacharbeit . . . . .	28
3.2. Entwicklung des Lagerbestands fehlerhafter Produkte . . . . .	30
3.3. Beispiel zur Veranschaulichung des Ablaufs der produktorientierten Dekomposition zur Lösung des SCLSP-RW <sup>SCN</sup> im Rahmen der Initialisierung des flexiblen Planungsansatzes . . . . .	44
3.4. Sequenz der Ereignisse in Periode $\hat{t}$ . . . . .	46
3.5. Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 1 . . . . .	57
3.6. Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 2 . . . . .	58
3.7. Erwartete Gesamtkosten des robusten Plans . . . . .	64
3.8. Streuung der Gesamtkosten des angepassten Plans . . . . .	67
4.1. Sequenz der Ereignisse in Periode $\hat{t}$ . . . . .	77
4.2. Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 1 . . . . .	86
4.3. Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 2 . . . . .	87
4.4. Erwartete Gesamtkosten des robusten Plans . . . . .	90
4.5. Streuung der Gesamtkosten des angepassten Plans . . . . .	92

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

5.1. Sequenz der Ereignisse in Periode $t$ . . . . .	101
5.2. Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 1 . . . . .	112
5.3. Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 2 . . . . .	113
5.4. Erwartete Gesamtkosten des robusten Plans . . . . .	116
5.5. Streuung der Gesamtkosten des angepassten Plans . . . . .	118

# Tabellenverzeichnis

2.1. Publikationen im Bereich der dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte . . . . .	23
3.1. Verwendete Indizes und Indexmengen sowie Parameter für das SCLSP-RW . . . . .	31
3.2. Verwendete Zufallsvariablen sowie Entscheidungsvariablen für das SCLSP-RW . . . . .	32
3.3. Ergänzende Notation für das SCLSP-RW <sup>SCN</sup> . . . . .	38
3.4. Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SUB <sup>SCN</sup> . . . . .	42
3.5. Beispiel zur Veranschaulichung der Informations- und Entscheidungsstruktur des flexiblen Planungsansatzes . . . . .	47
3.6. Überblick der betrachteten Problemklassen . . . . .	49
3.7. Variierende Parameter . . . . .	49
3.8. Konstante Parameter . . . . .	50
3.9. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad im Fall eines gleichverteilten Anteils fehlerhafter Produkte erfüllt . . . . .	53
3.10. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $\text{Range}_\Omega$ . . . . .	54
3.11. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $\delta$ . . . . .	55
3.12. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $\bar{\Omega}_k$ . . . . .	56
3.13. Differenzierung des Anteils der Replikationen von PK 2, welche den Servicegrad verfehlen, hinsichtlich der Anzahl der Produkte, in deren Rahmen Verletzungen auftreten . . . . .	59
3.14. Anteil der Produkt-Replikation-Kombinationen, der den vorgegebenen Servicegrad im Fall eines gleichverteilten Anteils fehlerhafter Produkte erfüllt . . . . .	60
3.15. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad im Fall eines dreiecksverteilten Anteils fehlerhafter Produkte erfüllt . . . . .	61
3.16. Ergebnisse der ex post Analyse . . . . .	62
3.17. Vergleich des deterministischen, robusten und angepassten Plans . . . . .	63

## TABELLENVERZEICHNIS

3.18. Parameterausprägungen . . . . .	64
3.19. Bestandteile der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans . . . . .	65
4.1. Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SRT . . . . .	71
4.2. Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SRT <sup>SCN</sup> . . . . .	74
4.3. Beispiel zur Veranschaulichung der Informations- und Entscheidungsstruktur des flexiblen Planungsansatzes im Fall einer unsicheren Nacharbeitszeit . . . . .	78
4.4. Variierende Parameter . . . . .	80
4.5. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt . . .	83
4.6. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $\text{Range}_\Omega$ . . . . .	84
4.7. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $VC_{PT}^2$ . . . . .	85
4.8. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $\delta$ . . . . .	86
4.9. Differenzierung des Anteils der Replikationen von PK 2, welche den Servicegrad verfehlen, hinsichtlich der Anzahl der Produkte, in deren Rahmen Verletzungen auftreten . . . . .	88
4.10. Anteil der Produkt-Replikation-Kombinationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt . . . . .	89
4.11. Parameterausprägungen . . . . .	90
4.12. Bestandteile der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans . . . . .	91
5.1. Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SD . . . . .	95
5.2. Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SD <sup>SCN</sup> . . . . .	98
5.3. Beispiel zur Veranschaulichung der Informations- und Entscheidungsstruktur des flexiblen Planungsansatzes im Fall einer unsicheren Nachfrage vor Durchführung der Produktion . . . . .	102
5.4. Beispiel zur Veranschaulichung der Informations- und Entscheidungsstruktur des flexiblen Planungsansatzes im Fall einer unsicheren Nachfrage nach Durchführung der Produktion . . . . .	103
5.5. Überblick der betrachteten Problemklassen . . . . .	105
5.6. Variierende Parameter . . . . .	105
5.7. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt . . .	106
5.8. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $\text{Range}_\Omega$ . . . . .	108
5.9. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $VC_D$ . . . . .	109

## TABELLENVERZEICHNIS

5.10. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $VC_D^{ip}$ . . . . .	110
5.11. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $\bar{\Omega}_k$ . . . . .	111
5.12. Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach $\delta$ . . . . .	111
5.13. Differenzierung des Anteils der Replikationen von PK 2, welche den Servicegrad verfehlen, hinsichtlich der Anzahl der Produkte, in deren Rahmen Verletzungen auftreten . . . . .	114
5.14. Anteil der Produkt-Replikation-Kombinationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt . . . . .	115
5.15. Parameterausprägungen . . . . .	115
5.16. Bestandteile der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans . . . . .	117
A.1. Ergänzende Notation für das SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$ . . . . .	135

# Algorithmenverzeichnis

3.1. Vorgehen der Fix&Optimize-Heuristik mit produktorientierter Dekomposition zur Lösung des SCLSP-RW <sup>SCN</sup> . . . . .	45
3.2. Mehrstufiger stochastischer Optimierungsansatz für einen unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte . . . . .	48
4.1. Mehrstufiger stochastischer Optimierungsansatz für einen unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte und eine unsichere Nacharbeitszeit . . . . .	79
5.1. Mehrstufiger stochastischer Optimierungsansatz für einen unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte und eine unsichere Nachfrage . . . . .	104

# Abkürzungsverzeichnis

AFP	Anteil fehlerhafter Produkte
CLSP	Capacitated Lot Sizing Problem
CLSP-RW	Capacitated Lot Sizing Problem with Rework
GE	Geldeinheiten
GLSP	General Lot Sizing and Scheduling Problem
JIT	Just in Time
LK	Lagerkosten
ME	Mengeneinheit
MLCLSP	Multi-Level Capacitated Lot Sizing Problem
NF	Nachfrage
NZ	Nacharbeitszeit
PK	Problemklasse
PP	Prozentpunkt
PPS	Produktionsplanung und -steuerung
RK	Rüstkosten
SG	Servicegrad
SCLSP	Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem
SCLSP-RW	Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework
SCLSP-RW <sup>SCN</sup>	Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework
SCLSP-RW-SUB <sup>SCN</sup>	Subproblem of the Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework
SCLSP-RW <sub>t</sub> <sup>SCN</sup>	Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework
SCLSP-RW-SD	Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand
SCLSP-RW-SD <sup>SCN</sup>	Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand

## ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

SCLSP-RW-SD <sub>t</sub> <sup>SCN</sup>	Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand
SCLSP-RW-SD <sub>t,PreProd</sub> <sup>SCN</sup>	Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand Pre Production
SCLSP-RW-SD <sub>t,PostProd</sub> <sup>SCN</sup>	Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand Post Production
SCLSP-RW-SRT	Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Rework Time
SCLSP-RW-SRT <sup>SCN</sup>	Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Rework Time
SCLSP-RW-SRT <sub>t</sub> <sup>SCN</sup>	Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Rework Time
SCLSP-RW-SRT-SD	Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework, Stochastic Rework Time and Stochastic Demand
TI	Testinstanz
ÜK	Überstundenkosten
VK	Variable Kosten

# Symbolverzeichnis

$ADev^{Flex}$	Durchschnittliche relative Abweichung von $Z_{TI,r}^{Flex}$ und $Z_{TI,r}^{ExPost}$
$bl_{kts}$	Fehlbestand von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$ und Szenario $s$
$BL_{kt}$	Fehlbestand von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$
$c_t$	Kapazität für Produktion und Nacharbeit in Periode $t$
$d_{kt}$	Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$d_{kts}$	Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$ und Szenario $s$
$\bar{d}_k$	Mittlere Nachfrage für Produkt $k$
$D_{kt}$	Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$\tilde{D}_{kt}$	Tatsächliche Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$Dev_{TI,r}^{Flex}$	Relative Abweichung von $Z_{TI,r}^{Flex}$ und $Z_{TI,r}^{ExPost}$ für Testinstanz $TI$ und Replikation $r$
$hc_k$	Lagerhaltungskosten einer fehlerfreien ME von Produkt $k$ je Periode
$hc_k^r$	Lagerhaltungskosten einer fehlerhaften ME von Produkt $k$ je Periode
$i_{kts}$	Disponibler Lagerbestand fehlerfreier ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$ und Szenario $s$
$I_{kt}$	Disponibler Lagerbestand fehlerfreier ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$
$i_{kts}^r$	Disponibler Lagerbestand fehlerhafter ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$ und Szenario $s$
$I_{kt}^r$	Disponibler Lagerbestand fehlerhafter ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$
$ip_{kts}$	Physischer Lagerbestand fehlerfreier ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$ und Szenario $s$
$IP_{kt}$	Physischer Lagerbestand fehlerfreier ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$
$ip_{kts}^r$	Physischer Lagerbestand fehlerhafter ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$ und Szenario $s$
$IP_{kt}^r$	Physischer Lagerbestand fehlerhafter ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$

## SYMBOLVERZEICHNIS

$k \in \mathcal{K}$	Menge der Produkte, $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$
$\mathcal{KT}$	Menge der Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$
$\mathcal{KT}^{opt}$	Menge der Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$ , für welche die zugehörigen Rüstvariablen $\gamma_{kt}$ und $\gamma_{kt}^r$ im jeweils betrachteten Unterproblem optimiert werden
$\mathcal{KT}^{fix}$	Menge der Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$ , für welche die zugehörigen Rüstvariablen $\gamma_{kt}$ und $\gamma_{kt}^r$ im jeweils betrachteten Unterproblem fixiert sind
$M_{kt}$	Hinreichend große Zahl für Produkt $k$ in Periode $t$
$MD_{ev}^{Flex}$	Maximale relative Abweichung von $Z_{TI,r}^{Flex}$ und $Z_{TI,r}^{ExPost}$
$o_t$	Überstunden für Produktion und Nacharbeit in Periode $t$
$o_{ts}$	Überstunden für Produktion und Nacharbeit in Periode $t$ und Szenario $s$
$O_t$	Überstunden für Produktion und Nacharbeit in Periode $t$
$oc$	Überstundenkosten
$pc_k$	Produktionskosten von Produkt $k$
$pc_k^r$	Nacharbeitskosten von Produkt $k$
$pt_k$	Produktionszeit von Produkt $k$
$pt_k^r$	Nacharbeitszeit von Produkt $k$
$pt_{kts}^r$	Nacharbeitszeit von Produkt $k$ in Periode $t$ und Szenario $s$
$\bar{pt}_{kt}^r$	Mittlere Nacharbeitszeit von Produkt $k$ in Periode $t$
$PT_{kt}^r$	Nacharbeitszeit von Produkt $k$ in Periode $t$
$PT_{kt}^{r;0,05}$	0,05-Quantil der Nacharbeitszeit von Produkt $k$ in Periode $t$
$PT^r(q_{kt}^r)$	Erforderliche Zeit zur Realisation der Nacharbeitsmenge von Produkt $k$ in Periode $t$
$\tilde{PT}^r(\bar{q}_{kt}^r)$	Tatsächliche erforderliche Zeit zur Realisation der Nacharbeitsmenge von Produkt $k$ in Periode $t$
$q_{kt}$	Produktionsmenge von Produkt $k$ in Periode $t$
$\bar{q}_{kt}$	Wert der fixierten Produktionsmenge $q_{kt}$
$q_{kts}^b$	Fehlerhafte ME von Produkt $k$ produziert in Periode $t$ und Szenario $s$
$q_{kts}^g$	Fehlerfreie ME von Produkt $k$ produziert in Periode $t$ und Szenario $s$
$q_{kt}^r$	Nacharbeitsmenge von Produkt $k$ in Periode $t$
$\bar{q}_{kt}^r$	Wert der fixierten Nacharbeitsmenge $q_{kt}^r$
$Q_{kt}^b$	Fehlerhafte ME von Produkt $k$ produziert in Periode $t$
$Q_{kt}^g$	Fehlerfreie ME von Produkt $k$ produziert in Periode $t$
$\text{Range}_\Omega$	Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte
$s \in \mathcal{S}$	Menge der Szenarien, $\mathcal{S} = \{1, \dots, S\}$

## SYMBOLVERZEICHNIS

$sc_k$	Rüstkosten für die Produktion von Produkt $k$
$sc_k^r$	Rüstkosten für die Nacharbeit von Produkt $k$
$sf_{kts}^r$	Fehlmenge fehlerhafter ME von Produkt $k$ in Periode $t$ und Szenario $s$
$SF_{kt}^r$	Fehlmenge fehlerhafter ME von Produkt $k$ in Periode $t$
$st_k$	Rüstzeit für die Produktion von Produkt $k$
$st_k^r$	Rüstzeit für die Nacharbeit von Produkt $k$
$t \in \mathcal{T}$	Menge der Perioden, $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$
$\hat{t}$	Aktuell betrachtete Periode
$\mathcal{T}^{Real}$	Menge der realisierten Perioden
$\mathcal{T}^{Zuk}$	Menge der zukünftigen Perioden
$TBO$	Time Between Orders
$Util$	Kapazitätsauslastung
$v$	Verrechnungssatz
$VC_D$	Variabilität der Nachfrage
$VC_d^{ip}$	Interperiodische Variabilität der Nachfrage
$VC_D^{ip}$	Interperiodische Variabilität der Nachfrage
$VC_{PT}^2$	Quadrierter Variationskoeffizient der Nacharbeitszeit
$Z_{TI,r}^{Flex}$	Nach der letzten Iteration des flexiblen Ansatzes resultierender Zielfunktionswert für Testinstanz $TI$ und Replikation $r$
$Z_{TI,r}^{ExPost}$	Zielfunktionswert des deterministischen CLSP-RW für Testinstanz $TI$ und Replikation $r$
$\alpha$	Anteil erlaubter Überstunden
$\gamma_{kt}$	Binäre Rüstvariable für die Produktion von Produkt $k$ in Periode $t$
$\bar{\gamma}_{kt}$	Wert der fixierten Rüstvariable für die Produktion $\gamma_{kt}$
$\gamma_{kt}^r$	Binäre Rüstvariable für die Nacharbeit von Produkt $k$ in Periode $t$
$\bar{\gamma}_{kt}^r$	Wert der fixierten Rüstvariable für die Nacharbeit $\gamma_{kt}^r$
$\delta_k$	Servicegrad für Produkt $k$
$\epsilon$	Kleine Zahl
$\omega_{kts}$	Anteil fehlerhafter ME von Produkt $k$ in Periode $t$ und Szenario $s$
$\Omega_{kt}$	Anteil fehlerhafter ME von Produkt $k$ in Periode $t$
$\tilde{\Omega}_{kt}$	Tatsächlicher Anteil fehlerhafter ME von Produkt $k$ in Periode $t$
$\bar{\Omega}_k$	Mittlerer Anteil fehlerhafter ME von Produkt $k$

# 1. Einleitung

## 1.1. Motivation und Zielsetzung<sup>1</sup>

Unternehmen stehen zunehmend unter Druck die Bedürfnisse der Kunden nach qualitativ hochwertigen Produkten zu geringen Kosten zu erfüllen.<sup>2</sup> In Praxissituationen kommt es jedoch selbst unter Einsatz hochwertiger und leistungsfähiger Produktionsausstattung zur Produktion fehlerhafter Produkte.<sup>3</sup> Die hieraus resultierenden fehlerhaften Produkte können nicht zur Bedarfsdeckung genutzt werden, da dies den Bedürfnissen der Kunden nach qualitativ hochwertigen Produkten entgegenstehen würde.

Oftmals lassen sich fehlerhafte Produkte durch Nacharbeit in einen fehlerfreien Zustand versetzen.<sup>4</sup> Nacharbeit kann damit also als eine Aktivität verstanden werden, die fehlerhafte Produkte in fehlerfreie Produkte überführt, welche die Qualitätsanforderungen erfüllen.<sup>5</sup> Die Nacharbeit fehlerhafter Produkte bietet im Vergleich zu deren Entsorgung neben ökologischen Vorteilen wie der Reduzierung von Abfällen ebenfalls ökonomische Vorteile.<sup>6</sup> Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Nacharbeit eines fehlerhaften Produkts oftmals nur einen Anteil der bei der initialen Produktion eingesetzten Ressourcen erfordert und oft geringere Kosten als die Neuproduktion verursacht.<sup>7</sup>

Wird beispielsweise bei einer manuellen Leiterplattenbestückung ein Bauteil inkorrekt eingesetzt und verlötet, besteht die Möglichkeit, das betroffene Bauteile zu entlöten und auszutauschen, anstatt die gesamte Leiterplatte als fehlerhaft zu entsorgen und eine Neuproduktion anzustoßen.

Um die Vorteile der Nacharbeit effektiv zu nutzen, müssen Entscheidungen über Nacharbeitszeitpunkte und -mengen ökonomisch sinnvoll getroffen werden. Das Vorliegen von fehlerhaften Produkten ist von vorausgehenden Produktionsentscheidungen abhängig.<sup>8</sup> Die Bestimmung von Produktionszeitpunkten und -mengen ist Gegenstand

---

<sup>1</sup> Die zugrundeliegende Problematik wurde vom Autor im Hinblick auf eine robuste Planung in Kohlmann (2019) motiviert. Die dort angeführten Aspekte wurden im Rahmen der vorliegenden Ausführung überarbeitet und erweitert. Weiterhin basiert der Abschnitt auf Kohlmann und Sahling (2024).

<sup>2</sup> Vgl. Minner und Lindner (2004), S. 174.

<sup>3</sup> Vgl. Minner und Lindner (2004), S. 174.

<sup>4</sup> Vgl. Goerler et al. (2020), S. 1.

<sup>5</sup> Vgl. Flapper et al. (2002), S. 27.

<sup>6</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>7</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>8</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2285.

## 1. Einleitung

der Losgrößenplanung.<sup>9</sup> Der Losgrößenplanung liegt die zentrale Annahme zugrunde, dass ein Wechsel des Produkttyps auf einer Produktionseinrichtung Rüstzeiten bzw. Rüstkosten verursacht.<sup>10</sup> Zur Reduktion von Rüstkosten können mehrere Bedarfsmengen zu einem Los zusammengefasst werden, wodurch jedoch die Lagerkosten steigen.<sup>11</sup> Die hieraus resultierende Gegenläufigkeit der Lager- und Rüstkosten begründet den charakteristischen Zielkonflikt der Losgrößenplanung.<sup>12</sup> Durch die Berücksichtigung der Nacharbeit fehlerhafter Produkte im Rahmen der Losgrößenplanung müssen dann neben Entscheidungen über Zeitpunkte und Mengen der Produktion, ebenfalls Entscheidungen bezüglich der Zeitpunkte und Mengen der Nacharbeit getroffen werden.

Bei dieser Planungssituation kommt erschwerend hinzu, dass der genaue Anteil fehlerhafter Produkte bei der Planung häufig unbekannt ist.<sup>13</sup> Eine Unterschätzung des Anteils fehlerhafter Produkte kann in diesem Zusammenhang zur Entstehung von Fehlbeständen führen. Daraus lässt sich die Notwendigkeit der expliziten Berücksichtigung der Unsicherheit des Anteils fehlerhafter Produkte schlussfolgern. Im Bereich der statischen Losgrößenplanung bestehen verschiedene Ansätze zur Losgrößenplanung mit Nacharbeit, die anstelle eines deterministischen Anteils fehlerhafter Produkte ebenfalls eine Unsicherheit in Bezug auf die Produktion fehlerhafter Produkte annehmen.<sup>14</sup> Ansätze der statischen Losgrößenplanung können allerdings nicht ohne weiteres auf Planungssituationen mit schwankender dynamischer Nachfrage angewendet werden.<sup>15</sup> Neben Ansätzen der statischen Losgrößenplanung besteht eine begrenzte Anzahl von Ansätzen zur dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit, welche jedoch lediglich einen deterministischen Anteil fehlerhafter Produkte berücksichtigen.<sup>16</sup>

Aus diesem Grund ist die Betrachtung eines unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte im Rahmen eines Ansatzes zur dynamischen Losgrößenplanung wünschenswert, um der Unsicherheit des Anteils fehlerhafter Produkte adäquat zu entgegenen.

Hierbei können aktualisierte Informationen bezüglich des realisierten Anteils fehlerhafter Produkte für die weitere Planung genutzt werden. Nach Durchführung der Produktion ist der realisierte Anteil fehlerhafter Produkte bekannt und kann damit in der Planung zukünftiger Produktions- und Nacharbeitsentscheidungen berücksichtigt werden.

Weiterhin ist denkbar, dass in bestimmten Situationen die Zeit zur Behebung eines Fehlers von dessen Schwere abhängt. In derartigen Situationen wäre neben dem Anteil fehlerhafter Produkte ebenfalls die Nacharbeitszeit als unsicher zu betrachten.<sup>17</sup>

<sup>9</sup> Vgl. Domschke et al. (1997), S. 69.

<sup>10</sup> Vgl. Günther und Tempelmeier (2016), S. 173.

<sup>11</sup> Vgl. Günther und Tempelmeier (2016), S. 173.

<sup>12</sup> Vgl. hierzu auch Harris (1913), S. 948.

<sup>13</sup> Vgl. z. B. Asadkhani et al. (2022), S. 2631 für eine derartige Annahme.

<sup>14</sup> Siehe z. B. Kang et al. (2017) und Asadkhani et al. (2022) für zwei derartige Ansätze.

<sup>15</sup> Vgl. hierzu z. B. auch Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>16</sup> Siehe z. B. Rudert und Buscher (2022) und van Zyl und Adetunji (2022) für zwei derartige Ansätze.

<sup>17</sup> Vgl. z. B. Haji und Haji (2010), S. 243 für die Annahme einer zufälligen Nacharbeitsrate im Kontext

## 1. Einleitung

Dieser Aspekt ist vor allem vor dem Hintergrund kapazitätsbeschränkter Produktionssysteme von hoher Relevanz. Die resultierende Planungssituation wäre damit neben einer Unsicherheit in Bezug auf den Anteil fehlerhafter Produkte, ebenfalls von einer unsichereren Nacharbeitszeit gekennzeichnet.

Hierbei wird zusätzlich zu dem Anteil fehlerhafter Produkte nach Durchführung der Produktion die tatsächlich erforderlich gewesene Nacharbeitszeit nach Durchführung der Nacharbeit bekannt.

Eine andere Größe, die im Rahmen der Losgrößenplanung häufig unsicheren Einflüssen unterliegt, ist die Nachfrage.<sup>18</sup> In diesem Fall ergibt sich ein komplexes Zusammenspiel des unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte mit der unsicheren Nachfrage. Hier kann die tatsächlich auftretende Nachfrage sowie der nach Durchführung der Produktion bekannte Anteil fehlerhafter Produkte in die weitere Planung einfließen.

Jede der genannten Planungssituationen stellt die Produktionsplanung vor große Herausforderungen, die Gegenstand der vorliegenden Arbeit sind.

Die motivierten Situationen bieten das Potential den Zufallsgrößen durch Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen unter Einbezug aktualisierter Informationen bezüglich konkreter Ausprägungen dieser Größen entgegenzuwirken. Hieraus lässt sich das Ziel der vorliegenden Arbeit formulieren.

Das Ziel ist damit die Entwicklung eines flexiblen Planungsansatzes für die dynamische Losgrößenplanung mit Nacharbeit unter Unsicherheit. Im Rahmen dieses Ansatzes sollen zunächst die Zeitpunkte der Produktion und der Nacharbeit festgelegt werden.<sup>19</sup> Auf Basis dieser Zeitpunkte soll der Ansatz Anpassungen zukünftiger Produktions- und Nacharbeitsmengen ermöglichen. Durch diese Anpassungen ist die Reaktion auf konkrete Ausprägungen der Zufallsgrößen möglich. Um dies zu erreichen, wird ein auf der mehrstufigen stochastischen Optimierung basierender Ansatz vorgestellt.

Dieser Ansatz soll zunächst für eine Entscheidungssituation mit unsicherem Anteil fehlerhafter Produkte vorgestellt werden. Anschließend soll dieser Ansatz einerseits um eine Planungssituation mit unsicherem Anteil fehlerhafter Produkte sowie unsicherer Nacharbeitszeit und andererseits hinsichtlich einer simultanen Betrachtung eines unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte sowie einer unsicheren Nachfrage erweitert werden.

Der resultierende Ansatz und die jeweiligen Erweiterungen sollen umfangreich numerisch untersucht werden, um deren Eignung in Bezug auf den Umgang mit den jeweiligen Zufallsgrößen zu analysieren. Hierfür sollen u. a. die Ergebnisse des flexiblen Ansatzes mit den Ergebnissen eines robusten Ansatzes, welcher keine Anpassungen

---

der statischen Losgrößenplanung.

<sup>18</sup> Vgl. z. B. Helber et al. (2013), S. 76.

<sup>19</sup> Die Vorgehensweise des flexiblen Ansatzes ist angelehnt an die *Static-Dynamic Uncertainty Strategy* nach Bookbinder und Tan (1988). Für die *Static-Dynamic Uncertainty Strategy*, vgl. Bookbinder und Tan (1988), S. 1102-1104.

im Planungsverlauf erlaubt, verglichen werden.<sup>20</sup>

### 1.2. Aufbau der Dissertation

In Kapitel 2 wird zunächst Grundlegendes zur Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit thematisiert. In diesem Zusammenhang wird anfänglich die Wichtigkeit der expliziten Berücksichtigung imperfekter Produktionsprozesse in der Losgrößenplanung herausgearbeitet. Hier lässt sich zeigen, dass die Annahme eines imperfekten Produktionsprozesses und der Berücksichtigung einer möglichen Nacharbeit fehlerhafter Produkte in der Losgrößenplanung vor allem vor dem Hintergrund kapazitätsorientierter Produktionsplanung und -steuerung von Relevanz ist. In einem nächsten Schritt wird die thematisierte Nacharbeit fehlerhafter Produkte als Bestandteil des in der Literatur diskutierten Konzepts des *Product Recovery Managements* dargestellt. Nach der thematischen Einordnung der Nacharbeit als eine mögliche Verfahrensweise mit aus einem imperfekten Produktionsprozess resultierenden fehlerhaften Produkten, wird bestehende Literatur im Zusammenhang mit der Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse diskutiert. Zunächst stellt sich im Rahmen imperfekter Produktionsprozesse die Frage, wie fehlerhafte Produkte identifiziert werden können. Dies geschieht häufig durch eine Inspektion der hergestellten Produkte. In diesem Kontext wird auf die in der Literatur thematisierten Konzepte der on- und off-line Inspektion und deren mögliche Konsequenzen für die Losgrößenplanung eingegangen. Nachdem fehlerhafte Produkte identifiziert wurden, stellt sich weitergehend die Frage, wie mit diesen Produkten weiter verfahren werden soll. Hier wird ein Überblick über die in der Literatur gängigen Verfahrensweisen mit fehlerhaften Produkten gegeben, die sich hauptsächlich aus Entsorgung, Nacharbeit, vergünstigtem Absatz und Kombinationen aus diesen Möglichkeiten ergeben. Im Anschluss wird der Nacharbeitsprozess als Fokus dieser Arbeit mit seinen Haupteigenschaften genauer beleuchtet. Diese sind vor allem mit der in der Literatur diskutierten Ausgestaltung der Nacharbeit in Form von in- oder off-line Nacharbeit und der Annahme eines perfekten oder imperfekten Nacharbeitsprozesses gegeben. Anschließend werden Publikationen zur dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte vorgestellt und die Forschungslücke definiert. Daraufhin werden robuste und flexible Ansätze zur stochastischen dynamischen Losgrößenplanung vorgestellt und die Wahl eines flexiblen Ansatzes zur integrierten Losgrößen- und Nacharbeitsplanung unter Unsicherheit erläutert.

Für den aus der Forschungslücke abgeleiteten Bedarf einer Möglichkeit, die Unsicherheit in Bezug auf den Anteil fehlerhafter Produkte explizit in der Planung zu berücksichtigen, wird im nächsten Kapitel ein Ansatz zur Losgrößenplanung unter Unsicherheit entwickelt.

---

<sup>20</sup> Der robuste Ansatz basiert auf der *Static Uncertainty Strategy* nach Bookbinder und Tan (1988). Für die *Static Uncertainty Strategy*, vgl. Bookbinder und Tan (1988), S. 1098-1099.

## 1. Einleitung

sichtigen und auf mögliche Ausprägungen des Anteils fehlerhafter Produkte flexibel zu reagieren, wird in Kapitel 3 ein auf der mehrstufigen stochastischen Optimierung basierender flexibler Planungsansatz vorgestellt. Hierfür wird zunächst ein generisches mathematisches Modell vorgestellt, mit welchem die Planungssituation modellseitig abgebildet werden kann. Da kein Lösungsansatz existiert, um dieses generische nichtlineare Modell direkt zu lösen, wird für dieses Modell im Anschluss eine lineare Approximation basierend auf Szenarien erläutert. Weitergehend wird die Vorgehensweise des flexiblen Ansatzes beschrieben. Zur Initialisierung wird ein robustes Rüstmuster bestimmt, welches als Basis für flexible Anpassungen in den aufeinanderfolgenden Stufen dient. Die Eignung des vorgestellten Ansatzes wird daraufhin im Rahmen numerischer Untersuchungen analysiert.

Die Berücksichtigung einer unsicheren Nacharbeitszeit in Kombination mit einem unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte im Rahmen des vorgeschlagenen flexiblen Planungsansatzes wird in Kapitel 4 thematisiert. Hierfür wird zunächst die Relevanz der expliziten Berücksichtigung einer diesbezüglichen Unsicherheit thematisiert. Anschließend werden die hierfür notwendigen Anpassungen des Planungsansatzes vorgestellt. Daraufhin wird der angepasste Ansatz zur Analyse von dessen Eignung numerischen Untersuchungen unterzogen.

In Kapitel 5 wird der Entscheidungssituation neben einer Unsicherheit in Bezug auf den Anteil fehlerhafter Produkte ebenfalls eine Unsicherheit der Nachfrage zugrunde gelegt. Nach der Darstellung der Relevanz der Berücksichtigung einer unsicheren Nachfrage werden die aus dieser Annahme resultierenden notwendigen Anpassungen des flexiblen Planungsansatzes vorgestellt. Der resultierende angepasste Ansatz wird im Anschluss im Rahmen numerischer Untersuchungen analysiert.

Die Arbeit wird mit einer Zusammenfassung zentraler Aspekte, einem Fazit und einem Ausblick in Kapitel 6 abgeschlossen.

## **2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit**

### **2.1. Relevanz der Berücksichtigung imperfekter Produktionsprozesse in der Losgrößenplanung vor dem Hintergrund einer kapazitätsorientierten Produktionsplanung und -steuerung<sup>21</sup>**

Im Rahmen der Produktionsplanung und -steuerung sind strategische, taktische und operative Entscheidungen zu treffen.<sup>22</sup> Drexl et al. (1994) präsentieren hierbei ein kapazitätsorientiertes Konzept für die operative Produktionsplanung und -steuerung.<sup>23</sup> Die Grundstruktur dieses hierarchisch aufgebauten Konzepts ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

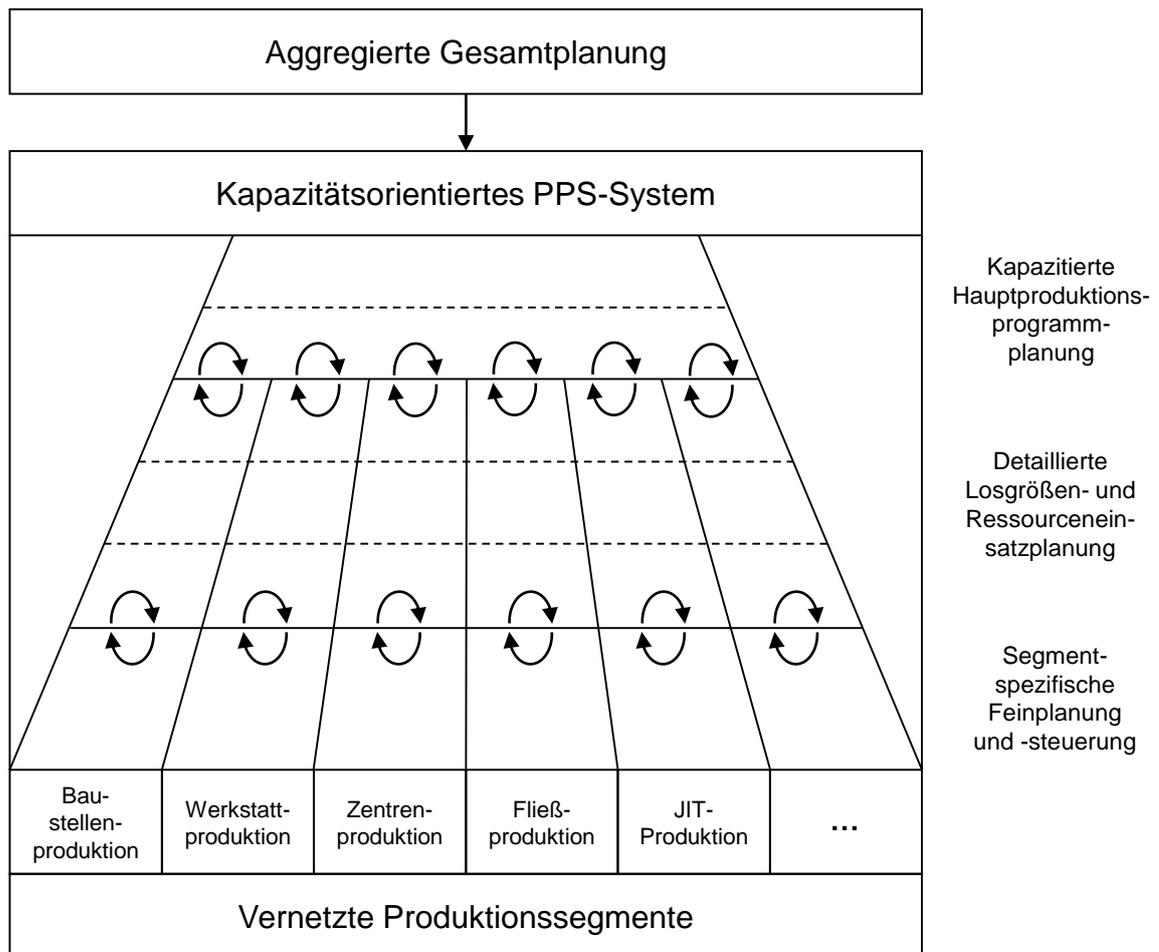
---

<sup>21</sup> Aspekte zur Einordnung der Losgrößenplanung in die kapazitätsorientierte Produktionsplanung und -steuerung sowie zu den Ausbeutemodellen wurden vom Autor in Kohlmann (2019) thematisiert. Die dortig aufgeführten Aspekte wurden im vorliegenden Kapitel überarbeitet und hinsichtlich der Herausarbeitung der Relevanz der Berücksichtigung imperfekter Produktionsprozesse in der Losgrößenplanung vor dem Hintergrund kapazitätsorientierter Produktionsplanung und -steuerung angepasst bzw. erweitert.

<sup>22</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1022.

<sup>23</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1022. Weiterhin nahm Sahling (2010) eine Einordnung der Losgrößenplanung in die kapazitätsorientierte Produktionsplanung und -steuerung nach Drexl et al. (1994) vor. Vgl. Sahling (2010), S. 3-5 für die Einordnung. Die dies betreffenden Ausführungen dieses Kapitels basieren auf der genannten Darstellung von Sahling (2010).

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit



**Abbildung 2.1.:** Hierarchisches Konzept zur kapazitätsorientierten Produktionsplanung und -steuerung

**Quelle:** In Anlehnung an Günther und Tempelmeier (2016), S. 127 basierend auf Drexl et al. (1994), S. 1030.

Im Rahmen der aggregierten Gesamtplanung werden langfristige Absatztrends des gesamten Produktprogramms eines Unternehmens, zusammengefasst zu Produkttypen betrachtet, dabei wird unter einem Produkttyp eine Menge von Produkten mit vergleichbarer Kosten- und Nachfragestruktur sowie ähnlichem Herstellungsprozess verstanden.<sup>24</sup> Weiterhin werden die verschiedenen Produktionsstätten eines Unternehmens und deren logistische Zusammenhänge betrachtet.<sup>25</sup> Die Produktionskapazitäten werden in Form globaler Kapazitäten der Werke bzw. der Hauptproduktionsbereiche betrachtet.<sup>26</sup>

Es gilt die erlös- und kostenwirksamen Entscheidungen unternehmensweit sowie funktionsübergreifend für einen mittelfristigen Zeitraum (ein bis zwei Jahre unterteilt in Monate oder Quartale) im Hinblick auf die Unternehmensziele zu koordinieren.<sup>27</sup>

<sup>24</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1031.

<sup>25</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1031.

<sup>26</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1031.

<sup>27</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1031.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

Aus der aggregierten Gesamtplanung ergeben sich produktionsstättenbezogene Produktionsvorgaben für die Produkttypen und darüber hinaus eine Prognose der erwarteten Transportströme zwischen den Produktionsstandorten.<sup>28</sup>

An die aggregierte Gesamtplanung schließt sich die kapazitierte Hauptproduktionsprogrammplanung an.<sup>29</sup> Hier nimmt der Detaillierungsgrad im Vergleich zur aggregierten Planung zu.<sup>30</sup> Es werden alle Produktionssegmente eines Werks und bereits vorhandene Kundenaufträge und kurzfristige Absatzprognosen der Hauptprodukte mit deren aggregierten Kapazitätsbeanspruchungen betrachtet.<sup>31</sup>

In diesem Zusammenhang werden dezentrale Produktionsprogramme aufgestellt und koordiniert, um so eine Abstimmung der Produktionsprogramme mit der zur Verfügung stehenden Kapazität zu erreichen.<sup>32</sup>

Ergebnis der kapazitierten Hauptproduktionsprogrammplanung sind mengen- und terminmäßige Fertigungsaufträge, welche als Ausgangsgröße für die nachfolgende detaillierte Losgrößen- und Ressourceneinsatzplanung dienen.<sup>33</sup>

Die detaillierte Losgrößen- und Ressourceneinsatzplanung überführt die Fertigungsaufträge der Endprodukte aus der Hauptproduktionsprogrammplanung in Losgrößen der jeweiligen Produkte, wobei zwei zentrale Beschränkungen beachtet werden müssen.<sup>34</sup> Einerseits muss die Einhaltung der aus der Hauptproduktionsprogrammplanung übernommenen Ecktermine sichergestellt und andererseits müssen dabei die vorgegebenen Kapazitäten beachtet werden.<sup>35</sup> Hierbei werden keine globalen Kapazitäten der Segmente mehr betrachtet, sondern Personal- und technische Kapazitäten der einzelnen Arbeitsplätze bzw. Produktionseinrichtungen.<sup>36</sup> Der Planungshorizont beträgt ungefähr vier bis zwölf Wochen, unterteilt in Tages- oder Schichtperioden.<sup>37</sup>

Das Ergebnis sind terminierte Fertigungsaufträge für die Produkte, die auf den entsprechenden Produktionseinrichtungen des jeweils betrachteten Produktionssegments produziert werden.<sup>38</sup>

Problematisch ist hierbei, dass sich die aus der Hauptproduktionsprogrammplanung stammenden Fertigungsaufträge nur auf fehlerfreie Produkte beziehen. Oft liegen jedoch imperfekte Produktionsprozesse vor.<sup>39</sup> Ein Teil der produzierten Produkte ist demnach fehlerhaft und kann nicht zur Deckung des Bedarfs an fehlerfreien Produkten genutzt werden.

---

<sup>28</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1032.

<sup>29</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1032.

<sup>30</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1032.

<sup>31</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1032.

<sup>32</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1032.

<sup>33</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1033-1034.

<sup>34</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1034.

<sup>35</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1034.

<sup>36</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1034.

<sup>37</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1034.

<sup>38</sup> Vgl. Drexl et al. (1994), S. 1035.

<sup>39</sup> Vgl. z. B. Ullah und Kang (2014), S. 2448 und Taleizadeh et al. (2014), S. 9.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

Hierbei existieren drei grundlegende Mechanismen, die zur Beschreibung der Entstehung von fehlerhaften Produkten herangezogen werden können.<sup>40</sup> Zum einen kann ein gegebener Produktionsschritt mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit zur Herstellung eines fehlerfreien Produkts führen.<sup>41</sup> Dieser Sachverhalt kann über das *Binomial Yield Model* abgebildet werden.<sup>42</sup> Zudem ist es denkbar, dass ein Anteil der hergestellten Produkte als Konsequenz nicht gänzlich beherrschbarer Produktionsbedingungen oder variierender Materialqualität in Kombination mit einer begrenzten Fähigkeit der Produktion sich an diese anzupassen fehlerhaft ist.<sup>43</sup> Ein Sachverhalt der sich durch das *Stochastically Proportional Yield Model* abbilden lässt.<sup>44</sup> Eine weitere Möglichkeit besteht darin, dass ein Produktionsprozess zunächst fehlerfreie Produkte herstellt, dann jedoch beispielsweise durch Werkzeugverschleiß ab einem gewissen Zeitpunkt fehlerhafte Produkte hervorbringt.<sup>45</sup> Diese Gegebenheit kann durch das *Geometric Yield Model* beschrieben werden.<sup>46</sup>

Die Vernachlässigung der Herstellung fehlerhafter Produkte würde in derartigen Situationen dazu führen, dass der aus den Fertigungsaufträgen resultierende Bedarf an fehlerfreien Produkten nicht vollständig befriedigt werden kann.

Wird eine Kompensation der resultierenden fehlerhaften Produkte durch Mehrproduktion angestrebt, stehen dem sowohl ökonomische als auch ökologische Aspekte entgegen, da bei der initialen Produktion fehlerhafter Produkte bereits Materialien eingesetzt und Ressourcenkapazität beansprucht wurden. Würden diese fehlerhaften Produkte entsorgt und an deren Stelle neue Produkte produziert werden, würden entsprechend wieder neue Materialien benötigt und zusätzliche Ressourcenkapazität beansprucht werden.<sup>47</sup> Vor dem Hintergrund kapazitätsbeschränkter Produktionssysteme wäre diese Vorgehensweise ohne initiale Annahme eines imperfekten Produktionsprozesses ggf. ohnehin nicht realisierbar, da die Mehrproduktion ebenfalls einen Teil der begrenzt zur Verfügung stehenden Kapazität in Anspruch nimmt und die knappe Kapazität hierfür ggf. nicht ausreicht. Dies würde zu einer Verletzung der zuvor genannten zentralen Beschränkungen dieser Planungsebene führen: Die aus der Hauptproduktionsprogrammplanung stammenden Ecktermine können aufgrund der knappen Kapazitäten nicht eingehalten werden.

Neben der Kompensation durch Mehrproduktion kann in vielen Fällen eine Nachar-

---

<sup>40</sup> Vgl. Helber et al. (2018), S. 218.

<sup>41</sup> Vgl. Yano und Lee (1995), S. 313 und Helber et al. (2018), S. 218.

<sup>42</sup> Vgl. z. B. Grosfeld-Nir und Gerchak (2004), S. 47 und Helber et al. (2018), S. 218 für Ausführungen bezüglich des *Binomial Yield Models*.

<sup>43</sup> Vgl. Yano und Lee (1995), S. 313.

<sup>44</sup> Vgl. z. B. Yano und Lee (1995), S. 313, Grosfeld-Nir und Gerchak (2004), S. 48 und Helber et al. (2018), S. 218 für Ausführungen bezüglich des *Stochastically Proportional Yield Models*.

<sup>45</sup> Vgl. Yano und Lee (1995), S. 313 und Helber et al. (2018), S. 218.

<sup>46</sup> Vgl. z. B. Yano und Lee (1995), S. 313 und Helber et al. (2018), S. 218 für Ausführungen bezüglich des *Geometric Yield Models*.

<sup>47</sup> Vgl. z. B. Goerler und Voß (2016), S. 2284 für eine ähnliche Argumentation bezüglich der Vorteilhaftigkeit der Nacharbeit fehlerhafter Produkte im Vergleich zur Produktion neuer Produkte.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

beit fehlerhafter Produkte vorgenommen und diese dann zur Bedarfsdeckung genutzt werden.<sup>48</sup> Auch wenn die Nacharbeit die ökonomischen und ökologischen Nachteile der Mehrproduktion nicht aufweist, beansprucht auch diese einen Teil der begrenzt zur Verfügung stehenden Kapazität. Falls bei der Losgrößenplanung also kein imperfekter Produktionsprozess zugrunde gelegt wird, kommt es auch hier zu einer Unterschätzung der Kapazitätsbeanspruchung, um den aus den Eckterminen der Hauptproduktionsprogrammplanung resultierenden Bedarf an fehlerfreien Produkten zu decken. Die Kapazität reicht also ggf. nicht aus, um produzierte fehlerhafte Produkte nachzuarbeiten und damit kann der Bedarf an fehlerfreien Produkten nicht vollständig gedeckt werden. Demnach bedarf es einer integrierten Sichtweise auf Produktions- und Nacharbeitsentscheidungen, um Materialbedarfe und Kapazitätsbeanspruchungen ökonomisch sinnvoll zu koordinieren.<sup>49</sup>

Daraus lässt sich die Relevanz der Berücksichtigung eines imperfekten Produktionsprozesses vor allem im Rahmen der Losgrößenplanung vor dem Hintergrund der kapazitätsorientierten Produktionsplanung und -steuerung ableiten. Wird in der Losgrößenplanung ein imperfekter Produktionsprozess berücksichtigt, kann die Produktion fehlerhafter Produkte und ggf. deren Nacharbeit planungsseitig berücksichtigt und die fristgerechte Bedarfsdeckung sichergestellt werden.

An die detaillierte Losgrößen- und Ressourceneinsatzplanung schließt sich die segmentspezifische Feinplanung und -steuerung an.<sup>50</sup>

Auf dieser Ebene werden die einzelnen Arbeitsgänge, die zur Erfüllung der terminierten Fertigungsaufträge ausgeführt werden müssen, vorbereitet und veranlasst.<sup>51</sup>

## 2.2. Nacharbeit als Bestandteil des *Product Recovery Managements*

Wie aufgezeigt, weist die planungsseitige Integration imperfekter Produktionsprozesse vor dem Hintergrund kapazitätsorientierter Produktionsplanung und -steuerung eine hohe Relevanz auf. Da sich die Produktion fehlerhafter Produkte in vielen Praxissituationen nicht vermeiden lässt, trägt die Nacharbeit dieser fehlerhaften Produkte zur Reduzierung von Abfällen und der Schonung von Ressourcen bei.<sup>52</sup> In diesem Kontext kann die Nacharbeit fehlerhafter Produkte konzeptionell in das *Product Recovery Management* eingeordnet werden.<sup>53</sup> Die Maßnahmen des *Product Recovery Manage-*

<sup>48</sup> Vgl. z. B. Kang et al. (2019), S. 1 für eine derartige Annahme.

<sup>49</sup> Vgl. Inderfurth et al. (2004), S. 263.

<sup>50</sup> Vgl. Drexler et al. (1994), S. 1035.

<sup>51</sup> Vgl. Drexler et al. (1994), S. 1035.

<sup>52</sup> Zusätzlich führen Goerler und Voß (2016) in diesem Kontext auch CO<sub>2</sub>-Emissionen verbunden mit der Produktion neuer Produkte an. Vgl. hierfür Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>53</sup> So wird die Losgrößenplanung mit Nacharbeit z. B. bei Minner und Lindner (2004) und Inderfurth et al. (2004) im Kontext des *Product Recovery Managements* thematisiert. Vgl. hierfür entsprechend

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

ments weisen die gemeinsame Zielsetzung auf, möglichst viel des ökonomischen und ökologischen Werts genutzter Produkte zurückzugewinnen und somit ebenfalls zu einer Reduktion von Abfällen beizutragen.<sup>54</sup> Eine Zielsetzung, die auch durch die Nacharbeit fehlerhafter Produkte, die aus einem imperfekten Produktionsprozess resultieren, erreicht werden kann.

Thierry et al. (1995) nennen *Repair*, *Refurbishing*, *Remanufacturing*, *Cannibalization* und *Recycling* als fünf Optionen der Produktrückgewinnung im Rahmen des *Product Recovery Managements*.<sup>55</sup> Alle Optionen beinhalten das Sammeln genutzter Produkte, deren Wiederbearbeitung und die erneute Distribution.<sup>56</sup> Der Hauptunterschied der Optionen besteht in der Art der Wiederbearbeitung, sodass dieses als Hauptkriterium zur Differenzierung der verschiedenen Optionen der Produktrückgewinnung herangezogen wird.<sup>57</sup> Die Optionen lassen sich darüber hinaus unter anderem hinsichtlich der jeweiligen notwendigen Demontagetiefe der genutzten Produkte voneinander abgrenzen.<sup>58</sup> Schlussfolgernd aus den Beschreibungen von Thierry et al. (1995) wird für die folgenden Beschreibungen zur Veranschaulichung der Produktrückgewinnungsoptionen im Rahmen des *Product Recovery Managements* davon ausgegangen, dass sich die genutzten Produkte in Module und die Module sich wiederum in Teile zerlegen lassen.<sup>59</sup>

Abbildung 2.2 stellt eine Übersicht der verschiedenen Optionen der Produktrückgewinnung des *Product Recovery Managements* dar und ordnet die Nacharbeit von aus einem imperfekten Prozess hervorgehender fehlerhafter Einheiten konzeptionell ein.

---

Minner und Lindner (2004), S. 174-178 und Inderfurth et al. (2004), S. 268-271.

<sup>54</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 114.

<sup>55</sup> Vgl. hierzu Thierry et al. (1995), S. 117. Derartige Maßnahmen werden z. B. auch im Kontext des 9R Rahmenkonzepts vor dem Hintergrund der *Circular Economy* thematisiert. Vgl. hierfür z. B. Kirchherr et al. (2017) und Buchberger et al. (2019).

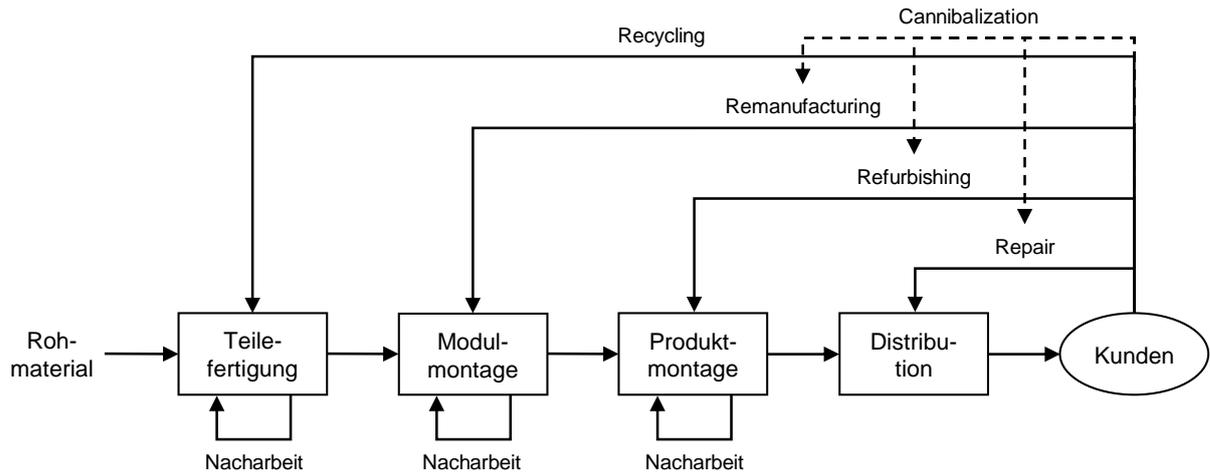
<sup>56</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 118. Die verschiedenen Optionen eignen sich sowohl für Produkte und Komponenten, vgl. Thierry et al. (1995), S. 117. Aus Vereinfachungsgründen werden im Rahmen folgender Beschreibungen größtenteils lediglich Produkte erwähnt.

<sup>57</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 118.

<sup>58</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 117.

<sup>59</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 117-122.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit



**Abbildung 2.2.:** Einordnung der Nacharbeit in das *Product Recovery Management*

**Quelle:** In Anlehnung an Thierry et al. (1995), S. 118.

Unter *Repair* wird in diesem Zusammenhang verstanden, dass genutzte Produkte wieder in einen funktionsfähigen Zustand versetzt werden, wobei eine Demontage genutzter Produkte nur in geringem Ausmaß notwendig ist und z. B. nicht funktionsfähige Teile repariert oder ausgetauscht werden.<sup>60</sup> Diese Reparatur kann beispielsweise in vom Hersteller kontrollierten Reparaturzentren erfolgen und die resultierenden Produkte weisen typischerweise eine geringere Qualität als neue Produkte auf.<sup>61</sup>

*Refurbishing* setzt sich zum Ziel, genutzte Produkte zu einem definierten Qualitätsniveau aufzuarbeiten, wobei dieses Qualitätsniveau unter dem eines neuen Produkts liegt.<sup>62</sup> Die genutzten Produkte werden hierfür in Module zerlegt, wobei kritische Module geprüft und ggf. repariert oder ersetzt werden.<sup>63</sup> Die hierbei entstehenden Produkte werden dann aus den entsprechenden Modulen zusammengesetzt.<sup>64</sup>

Bei dem *Remanufacturing* sollen genutzte Produkte zu einem Qualitätsniveau vergleichbar zu dem neuer Produkte aufgearbeitet werden, wobei genutzte Produkte vollständig demontiert und die entsprechenden Module und Teile umfangreichen Prüfungen unterzogen werden.<sup>65</sup> Während reparabile Teile und Module entsprechend repariert und umfangreich getestet werden, werden nicht reparabile Teile und Module durch Neue ersetzt.<sup>66</sup> Die Teile werden daraufhin wieder zu Modulen zusammengesetzt, woraus wiederum die aus dem *Remanufacturing* resultierenden Produkte montiert werden.<sup>67</sup>

Die *Cannibalization* stellt in Kontrast zu *Repair*, *Refurbishing* und *Remanufacturing* ein Vorgehen dar, bei dem lediglich ein kleinerer Anteil eines genutzten Produkts wieder-

<sup>60</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 118.

<sup>61</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 118.

<sup>62</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 119.

<sup>63</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 119.

<sup>64</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 119.

<sup>65</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 119.

<sup>66</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 119.

<sup>67</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 119.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

verwendet wird.<sup>68</sup> Hier werden z. B. Teile eines genutzten Produkts im Rahmen von *Repair*, *Refurbishing* und *Remanufacturing* wiederverwendet, wobei die Qualitätsanforderungen an die wiederverwendeten Teile davon abhängig sind, in welcher der Optionen diese Wiederverwendung finden.<sup>69</sup>

Das *Recycling* lässt sich von den vorherig diskutierten Optionen darin unterscheiden, dass das Ziel nicht darin besteht, die Funktionalität genutzter Produkte und Komponenten bestmöglich zu erhalten.<sup>70</sup> Diese geht im Kontext des *Recycling* verloren, da der Fokus auf der Wiederverwendung des Materials genutzter Produkte bzw. Komponenten liegt.<sup>71</sup> Sollte die Qualität des resultierenden Materials ausreichend sein, kann dieses beispielsweise zur Fertigung neuer Teile genutzt werden.<sup>72</sup>

Die eben vorgestellten Optionen der Produktrückgewinnung beziehen sich auf genutzte Produkte, die bereits das Unternehmen verlassen haben, in Nutzung waren und wieder zurückkehren.<sup>73</sup> Die Nacharbeit fehlerhafter Produkte bezieht sich auf Produkte, die aus einem imperfekten Prozess resultieren.<sup>74</sup> Ein imperfekter Prozess kann in dem diskutierten Beispiel sowohl bei der Teilefertigung, der Modul- oder der Produktmontage vorliegen. Die Nacharbeit fehlerhafter Einheiten umfasst dann die Transformation dieser Einheiten in fehlerfreie Einheiten, die die entsprechenden Qualitätsanforderungen erfüllen.<sup>75</sup> Demnach lässt sich die Nacharbeit fehlerhafter Teile, Module oder Endprodukte als unternehmensinterner Rückfluss im Kontext des *Product Recovery Managements* darstellen.<sup>76</sup>

---

<sup>68</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 119.

<sup>69</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 119.

<sup>70</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 120.

<sup>71</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 120.

<sup>72</sup> Vgl. Thierry et al. (1995), S. 120.

<sup>73</sup> Vgl. z. B. Thierry et al. (1995), S. 118 für eine graphische Veranschaulichung.

<sup>74</sup> Vgl. z. B. Inderfurth et al. (2004), S. 268.

<sup>75</sup> Vgl. Flapper et al. (2002), S. 27.

<sup>76</sup> Bei de Brito und Dekker (2004) wird hier auch von Produktionsrückläufern (engl.: *Manufacturing Returns*) geschrieben, als Vor- oder Endprodukte, die die Qualitätsanforderungen nicht erfüllen und nachgearbeitet werden müssen. Vgl. hierzu de Brito und Dekker (2004), S. 12. So diskutieren auch Rudert und Buscher (2022) Literatur in einem ähnlichen Zusammenhang und differenzieren zwischen internen und externen Produktrückläufern, wobei Erstere aus einem imperfekten Produktionsprozess resultieren. Vgl. hierzu Rudert und Buscher (2022), S. 426-427.

## **2.3. Diskussion bestehender Literatur im Kontext der Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse und Definition der Forschungslücke<sup>77</sup>**

### **2.3.1. Überblick**

Harris (1913) stellte eines der ersten Losgrößenmodelle auf und nahm hierbei eine kontinuierliche Nachfragerate sowie einen perfekten Produktionsprozess an. Die Annahme eines perfekten Produktionsprozesses, also eines Produktionsprozesses, bei welchem ausschließlich fehlerfreie Produkte produziert werden, wurde über die Jahre im Rahmen verschiedener Forschungsbemühungen fallen gelassen. Beispielsweise sind bei Llewellyn (1959) und Levitan (1960) Ausführungen in Bezug auf imperfekte Produktionsprozesse auffindbar. Weitergehend wurden verschiedene Publikationen (z. B. Dolgui et al. (2011)) veröffentlicht, welche im Rahmen der Losgrößenplanung einen imperfekten Produktionsprozess unterstellen.

In diesem Kapitel soll zunächst die Frage beantwortet werden, wie fehlerhafte Produkte identifiziert werden können. Daraufhin wird aufgezeigt, welche Ansätze in der Literatur in Bezug auf die Verfahrensweise mit als fehlerhaft identifizierten Produkten thematisiert werden. Weiterhin wird das Augenmerk auf die Nacharbeit fehlerhafter Produkte und auf verschiedene Eigenheiten von Nacharbeitsprozessen gelegt. Anschließend wird ein Überblick über die Literatur zur dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte gegeben und die Forschungslücke definiert.

### **2.3.2. Identifikation fehlerhafter Produkte durch Inspektion**

Liegt ein imperfekter Produktionsprozess vor, stellt sich zunächst die Frage, wie fehlerhafte Produkte identifiziert werden können. Häufig geschieht dies im Rahmen eines Inspektionsprozesses, dem die hergestellten Produkte unterzogen werden.<sup>78</sup> Im Rahmen dieses Inspektionsprozesses wird die Einhaltung der Qualitätsanforderungen an ein Produkt überprüft. Werden die Qualitätsanforderungen erfüllt, handelt es sich um ein fehlerfreies Produkt. Werden andernfalls die Qualitätsanforderungen über ein tolerierbares Maß hinaus verfehlt, liegt ein fehlerhaftes Produkt vor.<sup>79</sup> In diesem Kontext

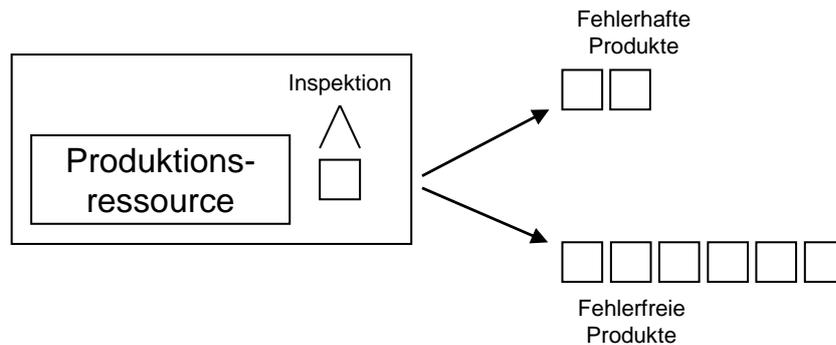
<sup>77</sup> Der Autor diskutierte in Kohlmann (2019) Literatur zur Losgrößenplanung mit Nacharbeit. Die dort angeführten Aspekte wurden im vorliegenden Kapitel überarbeitet, aktualisiert und erweitert. Weiterhin basiert der erste Absatz des Abschnitts 2.3.1 und Abschnitte 2.3.3-2.3.5 auf Kohlmann und Sahling (2024).

<sup>78</sup> Vgl. Bendavid und Herer (2009), S. 140.

<sup>79</sup> Ein Überblick zu Inspektionspraktiken im Kontext von Produktionsprozessen kann z. B. bei Genta et al. (2020) gefunden werden.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

wird in der Literatur zwischen on- und off-line Inspektionsprozessen unterschieden.<sup>80</sup> Im Rahmen eines on-line Inspektionsprozesses erfolgt die Überprüfung der Einhaltung der Qualitätsanforderungen während der laufenden Produktion einer Mengeneinheit (ME) eines Produkts oder direkt nach abgeschlossener Produktion einer ME eines Produkts.<sup>81</sup> Abbildung 2.3 stellt beispielhaft einen imperfekten Produktionsprozess mit on-line Inspektion dar.



**Abbildung 2.3.:** Imperfekter Produktionsprozess mit on-line Inspektion<sup>82</sup>

Die ME eines Loses werden also direkt nach der jeweiligen Produktion überprüft und anschließend in fehlerfreie und fehlerhafte Produkte unterteilt.

Bei einem off-line Inspektionsprozess wird die Produktion aller ME einer bestimmten Produktionsmenge zunächst abgeschlossen und anschließend werden die produzierten ME auf die Einhaltung der Qualitätsanforderungen überprüft.<sup>83</sup> In Abbildung 2.4 ist ein exemplarischer imperfekter Produktionsprozess mit off-line Inspektion dargestellt.

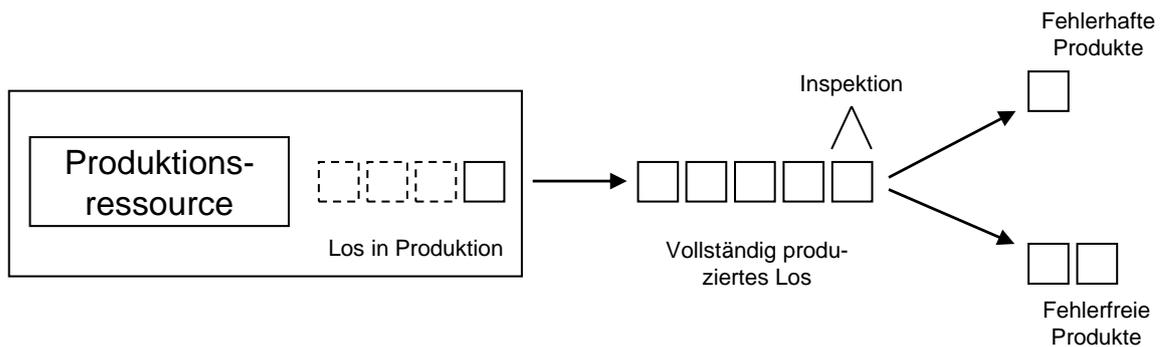
<sup>80</sup> Vgl. z. B. Finkelshtein et al. (2005), S. 995, Tzimerman und Herer (2009), S. 626 sowie Bendavid und Herer (2009), S. 140. Weiterhin wird in der Literatur ebenfalls hinsichtlich des Umfangs der Inspektion in Bezug auf die inspizierte Menge differenziert, wobei in diesem Kontext zwischen vollständiger und stichprobenhafter Inspektion produzierter Mengeneinheiten unterschieden wird (vgl. z. B. Bose und Guha (2021), S. 1). Im Zusammenhang mit einer on-line Inspektion wird häufig eine vollständige Inspektion angenommen (vgl. z. B. Bose und Guha (2021), S. 1). Da in der vorliegenden Arbeit eine on-line und dementsprechend eine vollständige Inspektion zugrunde gelegt wird, wird in der Arbeit nicht genauer auf diese Differenzierung eingegangen. Interessierte werden in diesem Kontext z. B. auf Bose und Guha (2021) verwiesen.

<sup>81</sup> Vgl. Finkelshtein et al. (2005), S. 995.

<sup>82</sup> Die Abbildung basiert auf den Beschreibungen von Finkelshtein et al. (2005), S. 995.

<sup>83</sup> Vgl. Finkelshtein et al. (2005), S. 995.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit



**Abbildung 2.4.:** Imperfekter Produktionsprozess mit off-line Inspektion<sup>84</sup>

Hier wird zunächst ein Los vollständig produziert. Nach abgeschlossener Produktion des Loses beginnt die Inspektion. Die einzelnen ME werden überprüft und daraufhin in fehlerfreie und fehlerhafte Produkte unterteilt.

Im Kontext von off-line Inspektionsprozessen sind die Bearbeitungszeiten einzelner ME häufig kürzer als die Zeiten zur Inspektion einer ME.<sup>85</sup>

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein on-line Inspektionsprozess zugrunde gelegt. Schlussfolgernd aus dem voranstehend erwähnten Verhältnis von Bearbeitungs- und Inspektionszeiten bei off-line Inspektionsprozessen, sind die Bearbeitungszeiten der einzelnen ME im Kontext von on-line Inspektionsprozessen oft länger als die Zeit zur Inspektion einer ME. Inspektionszeiten werden daher häufig vernachlässigt.<sup>86</sup> Dieser Annahme wird ebenfalls im weiteren Verlauf der Arbeit gefolgt.

### 2.3.3. Verfahrensweisen mit fehlerhaften Produkten

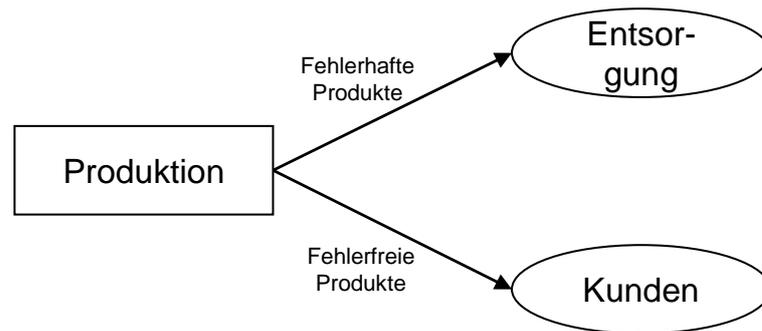
Nach der Identifikation fehlerhafter Produkte stellt sich die Frage, wie mit den als fehlerhaft identifizierten Produkten verfahren werden soll. Hier werden in der Literatur verschiedenste Annahmen getroffen. In einigen Publikationen wird z. B. angenommen, dass fehlerhafte Produkte nicht nachgearbeitet werden können und entsorgt werden müssen. Abbildung 2.5 stellt einen imperfekten Produktionsprozess mit Entsorgung fehlerhafter Produkte exemplarisch dar.

<sup>84</sup> Die Abbildung basiert auf den Beschreibungen von Finkelshtein et al. (2005), S. 995.

<sup>85</sup> Vgl. Finkelshtein et al. (2005), S. 995.

<sup>86</sup> Vgl. z. B. Barzoki et al. (2011), S. 8329 und Kang et al. (2017), S. 1750 für eine derartige Annahme.

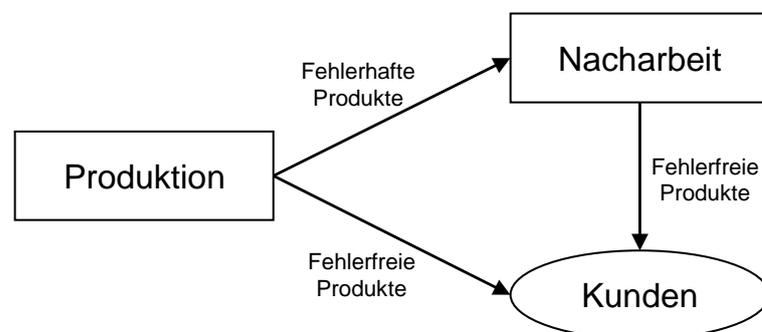
## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit



**Abbildung 2.5.:** Imperfekter Produktionsprozess mit Entsorgung fehlerhafter Produkte<sup>87</sup>

So betrachten Helber et al. (2018) einen imperfekten Produktionsprozess mit Produktion fehlerhafter Produkte ohne die Möglichkeit diese Produkte nachzuarbeiten.<sup>88</sup> Weiterhin betrachten Asadkhani et al. (2022) mehrere Fälle hinsichtlich der Verfahrensweise mit fehlerhaften Produkten.<sup>89</sup> Im Zuge einer dieser Fälle werden die fehlerhaften Produkte unter Entsorgungskosten entsorgt.<sup>90</sup> Im Rahmen eines anderen Falls werden fehlerhafte Produkte ohne Entsorgungskosten abgewiesen.<sup>91</sup>

Im Rahmen anderer Publikationen wird zugrunde gelegt, dass fehlerhafte Produkte nachgearbeitet werden können. Eine beispielhafte Darstellung eines imperfekten Produktionsprozesses mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte ist in Abbildung 2.6 zu finden.



**Abbildung 2.6.:** Imperfekter Produktionsprozess mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte<sup>92</sup>

Goerler und Voß (2016) stellen beispielsweise ein Modell auf, bei welchem die aus einem imperfekten Produktionsprozess resultierenden fehlerhaften Produkte nachge-

<sup>87</sup> Die Abbildung basiert auf den Beschreibungen von Helber et al. (2018), S. 217 sowie Asadkhani et al. (2022), S. 2648 und 2650.

<sup>88</sup> Vgl. Helber et al. (2018), S. 217.

<sup>89</sup> Vgl. Asadkhani et al. (2022), S. 2631.

<sup>90</sup> Vgl. Asadkhani et al. (2022), S. 2648. Asadkhani et al. (2022) thematisieren diesen Sachverhalt unter dem englischen Begriff *scrap items*.

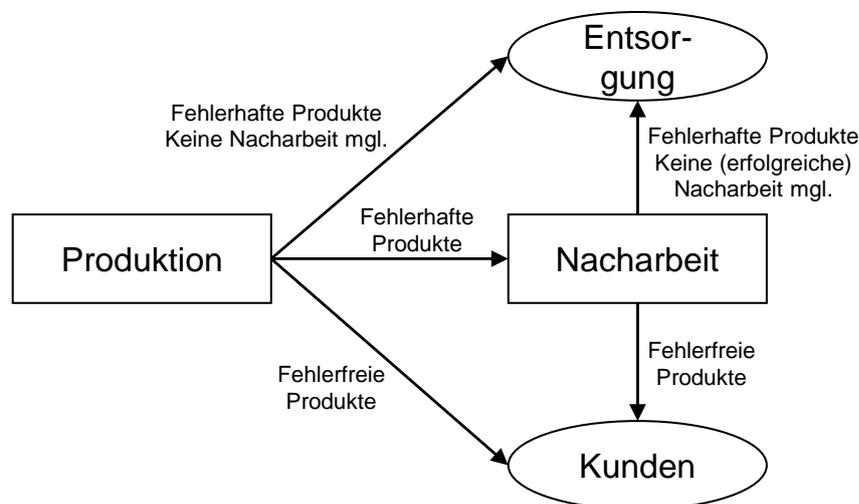
<sup>91</sup> Vgl. Asadkhani et al. (2022), S. 2650. Dieser Sachverhalt wird von Asadkhani et al. (2022) unter dem englischen Begriff *reject items* thematisiert.

<sup>92</sup> Die Abbildung basiert auf den Beschreibungen von Goerler und Voß (2016), S. 2284, Kang et al. (2019), S. 1, Goerler et al. (2020), S. 1 sowie Asadkhani et al. (2022), S. 2643.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

arbeiten werden können.<sup>93</sup> Die Möglichkeit der Nacharbeit fehlerhafter Produkte ist auch bei Kang et al. (2019) gegeben.<sup>94</sup> Goerler et al. (2020) betrachten ebenfalls ein Produktionssystem mit imperfekter Produktion und Nacharbeit fehlerhafter Produkte.<sup>95</sup> Auch im Zusammenhang einer der von Asadkhani et al. (2022) betrachteten Fälle wird eine Nacharbeit fehlerhafter Produkte berücksichtigt.<sup>96</sup>

Im Kontext anderer Publikationen wird unterstellt, dass ein Teil der fehlerhaften Produkte nachgearbeitet und ein anderer Teil nicht nachgearbeitet oder nicht erfolgreich nachgearbeitet werden kann, wobei fehlerhafte Produkte der zuletzt genannten Fälle entsorgt werden müssen. Die genannten Annahmen in Bezug auf einen imperfekten Produktionsprozess mit Nacharbeit oder Entsorgung fehlerhafter Produkte werden in Abbildung 2.7 visualisiert.



**Abbildung 2.7.:** Imperfekter Produktionsprozess mit Nacharbeit oder Entsorgung fehlerhafter Produkte<sup>97</sup>

Taleizadeh et al. (2014) betrachten eine Entscheidungssituation mit imperfektem Produktionsprozess und Nacharbeit fehlerhafter Produkte.<sup>98</sup> Manche fehlerhaften Produkte entsprechen nach durchgeführter Nacharbeit nicht den Qualitätsanforderungen und müssen entsorgt werden.<sup>99</sup> Kang et al. (2017) betrachten eine Situation, in welcher ein

<sup>93</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>94</sup> Vgl. Kang et al. (2019), S. 1.

<sup>95</sup> Vgl. Goerler et al. (2020), S. 1. Das dort vorgestellte Modell wurde nach Angabe der Autoren erstmalig in dem Arbeitspapier von Goerler et al. (2017) vorgestellt. In dem Artikel von Goerler et al. (2020) wird zusätzlich zu dem Modell ein Lösungsansatz vorgestellt. Weiterhin wird eine begrenzte Haltbarkeit fehlerhafter Produkte betrachtet, welche nach einer bestimmten Zeit entsorgt werden müssen. Vgl. hierzu Goerler et al. (2020), S. 6-7. Aus Übersichtlichkeitsgründen wird auf eine Darstellung dieses Sachverhalts in Abbildung 2.6 verzichtet.

<sup>96</sup> Vgl. Asadkhani et al. (2022), S. 2643.

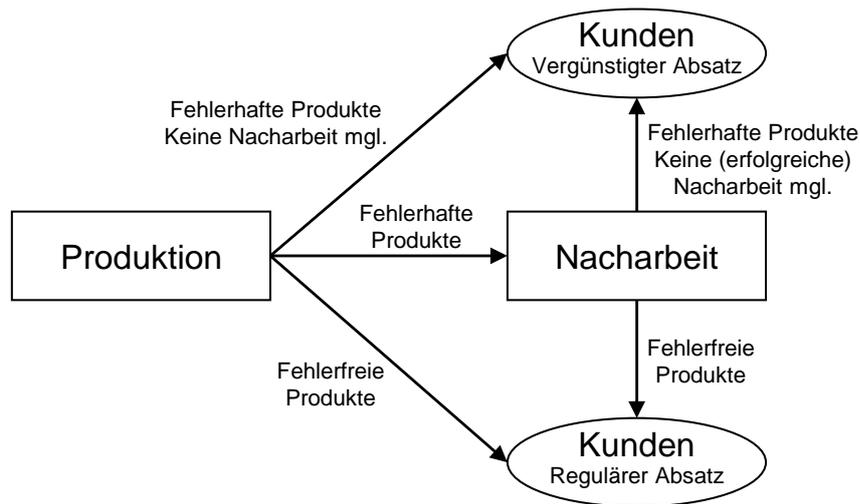
<sup>97</sup> Die Abbildung basiert auf den Beschreibungen von Taleizadeh et al. (2014), S. 9 und 10-11 sowie Kang et al. (2017), S. 1748.

<sup>98</sup> Vgl. Taleizadeh et al. (2014), S. 9.

<sup>99</sup> Vgl. Taleizadeh et al. (2014), S. 10-11.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

Teil der fehlerhaften Produkte nachgearbeitet werden kann und bei einem anderen Teil keine Nacharbeit möglich ist, wobei zuletzt genannter Teil entsorgt werden muss.<sup>100</sup> Als eine andere Verfahrensweise mit fehlerhaften Produkten, die nicht nachgearbeitet oder nicht erfolgreich nachgearbeitet werden können, wird vorgeschlagen, diese zu einem niedrigeren Preis abzusetzen. Abbildung 2.8 stellt diese Annahmen im Rahmen eines imperfekten Produktionsprozess mit Nacharbeit oder vergünstigtem Absatz fehlerhafter Produkte graphisch dar.



**Abbildung 2.8.:** Imperfekter Produktionsprozess mit Nacharbeit oder vergünstigtem Absatz fehlerhafter Produkte<sup>101</sup>

So betrachten Barzoki et al. (2011) einen imperfekten Produktionsprozess mit zwei Arten fehlerhafter Produkte.<sup>102</sup> Während manche fehlerhaften Produkte nachgearbeitet werden können, ist dies bei anderen fehlerhaften Produkten nicht der Fall.<sup>103</sup> Diese werden zu einem reduzierten Preis abgesetzt.<sup>104</sup> Ullah und Kang (2014) betrachten eine Entscheidungssituation im Kontext eines imperfekten Produktionsprozesses mit Nacharbeit.<sup>105</sup> Ein Teil der fehlerhaften Produkte kann nachgearbeitet und ein anderer Teil kann nicht nachgearbeitet werden, wobei letzterer Teil zu einem reduzierten Preis abgesetzt wird.<sup>106</sup> Darüber hinaus entspricht ein Teil der nachgearbeiteten Produkte nicht den Qualitätsanforderungen und wird ebenfalls zu einem reduzierten Preis abgesetzt.<sup>107</sup>

Je nach Situation unter Betrachtung können verschiedene Annahmen im Hinblick auf

<sup>100</sup> Vgl. Kang et al. (2017), S. 1748.

<sup>101</sup> Die Abbildung basiert auf den Beschreibungen von Barzoki et al. (2011), S. 8328 sowie Ullah und Kang (2014), S. 2448 und 2450-2451.

<sup>102</sup> Vgl. Barzoki et al. (2011), S. 8328.

<sup>103</sup> Vgl. Barzoki et al. (2011), S. 8328.

<sup>104</sup> Vgl. Barzoki et al. (2011), S. 8328.

<sup>105</sup> Vgl. Ullah und Kang (2014), S. 2448.

<sup>106</sup> Vgl. Ullah und Kang (2014), S. 2450-2451.

<sup>107</sup> Vgl. Ullah und Kang (2014), S. 2450-2451.

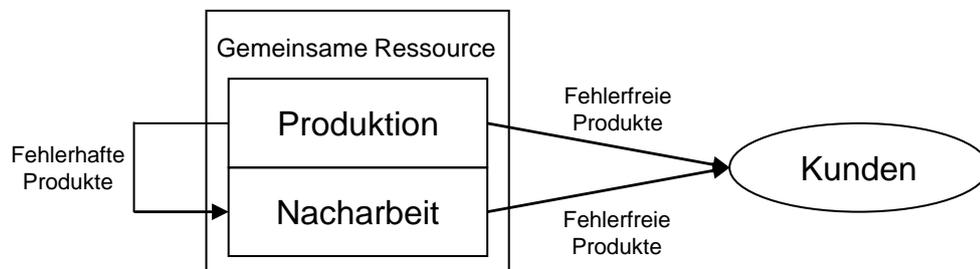
## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

die Verfahrensweise mit fehlerhaften Produkte sinnvoll sein. Für den weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit wird die Annahme getroffen, dass die aus dem imperfekten Produktionsprozess resultierenden fehlerhaften Produkte nachgearbeitet werden können.

### 2.3.4. Eigenschaften von Nacharbeitsprozessen

Im Rahmen der Ausgestaltung eines Nacharbeitsprozesses stellt sich die Frage, ob für die Nacharbeit dieselben Ressourcen wie für die Produktion neuer Produkte (in-line Nacharbeit) oder separate Ressourcen exklusiv für die Nacharbeit genutzt werden (off-line Nacharbeit).<sup>108</sup>

Abbildung 2.9 stellt den Fall eines imperfekten Produktionsprozesses mit in-line Nacharbeit fehlerhafter Produkte exemplarisch dar.



**Abbildung 2.9.:** Imperfekter Produktionsprozess mit in-line Nacharbeit fehlerhafter Produkte<sup>109</sup>

Dieser Fall resultiert in der planerischen Herausforderung sowohl die Produktion als auch die Nacharbeit auf der betrachteten Ressource zu koordinieren.<sup>110</sup> Vor allem im Hinblick auf die Betrachtung mehrerer Produkte und oft begrenzt vorliegender Kapazität der Ressource stellt dies eine wichtige Planungsaufgabe dar.

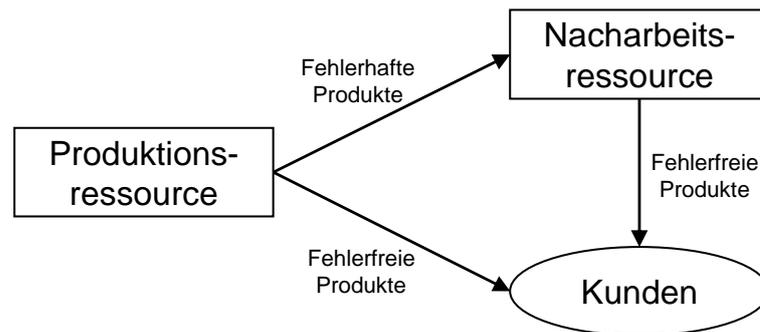
Der Fall der off-line Nacharbeit fehlerhafter Produkte wird in Abbildung 2.10 beispielhaft dargestellt.

<sup>108</sup> Vgl. Flapper et al. (2002), S. 27.

<sup>109</sup> Die Abbildung basiert auf den Beschreibungen von Flapper et al. (2002), S. 27.

<sup>110</sup> Vgl. Flapper und Teunter (2004), S. 52-53.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit



**Abbildung 2.10.:** Imperfekter Produktionsprozess mit off-line Nacharbeit fehlerhafter Produkte<sup>111</sup>

Da Produktion und Nacharbeit auf unterschiedlichen Ressourcen stattfinden, ist eine Entscheidung hinsichtlich des Wechsels von Produktion und Nacharbeit nicht gegeben.<sup>112</sup> In der vorliegenden Ausarbeitung wird der Fall eines imperfekten Produktionsprozesses mit in-line Nacharbeit fehlerhafter Produkte untersucht.

Darüber hinaus können Nacharbeitsprozesse hinsichtlich der vorliegenden Rüstvorgänge unterschieden werden. Hier bestehen einerseits Ansätze, welche separate Rüstvorgänge für Produktion und Nacharbeit vorsehen.<sup>113</sup> Andererseits wird teilweise auch ein gemeinsamer Rüstvorgang für Produktion und Nacharbeit betrachtet, wobei nach erfolgtem Rüstvorgang für ein bestimmtes Produkt, das Produkt produziert und ohne weiteren Rüstvorgang nachgearbeitet werden kann.<sup>114</sup> Im Rahmen dieser Ausarbeitung werden separate Rüstvorgänge für Produktion und Nacharbeit betrachtet.

Neben der Ausgestaltung der Nacharbeit lassen sich Nacharbeitsprozesse weiterhin hinsichtlich des Aspekts differenzieren, ob fehlerhafte Produkte nach erfolgter Nacharbeit immer den Qualitätsanforderungen entsprechen und zur Befriedigung der Nachfrage genutzt werden können. Ist dies nicht der Fall, liegt neben einem imperfekten Produktionsprozess auch ein imperfekter Nacharbeitsprozess vor.<sup>115</sup> In der Literatur wird hierzu angeführt, dass es sich bei der Menge fehlerhaft nachgearbeiteter Produkte, um einen kleinen Anteil handelt und dieser Aspekt, selbst wenn dieser Fall vorliegt, oft vernachlässigbar ist.<sup>116</sup> Weiterhin wird zudem angeführt, dass bei der Nacharbeit eines fehlerhaften Produkts häufig mit größerer Sorgfalt gearbeitet wird und diese immer gelingt.<sup>117</sup> In solchen Fällen liegt ein perfekter Nacharbeitsprozess vor. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird der Annahme eines perfekten Nacharbeitsprozesses gefolgt.

<sup>111</sup> Die Abbildung basiert auf den Beschreibungen von Flapper et al. (2002), S. 27.

<sup>112</sup> Vgl. Flapper und Teunter (2004), S. 52-53.

<sup>113</sup> Vgl. z. B. Goerler und Voß (2016), S. 2287-2290 und Rudert und Buscher (2022), S. 428 für eine derartige Annahme.

<sup>114</sup> Vgl. Goerler et al. (2020), S. 7 für die Betrachtung einer solchen Situation.

<sup>115</sup> Vgl. z. B. Taleizadeh et al. (2014), S. 10-11 und Ullah und Kang (2014), S. 2450-2451 für eine derartige Annahme.

<sup>116</sup> Vgl. hierzu Barzoki et al. (2011), S. 8329-8330.

<sup>117</sup> Vgl. hierzu Barzoki et al. (2011), S. 8329.

### 2.3.5. Literaturüberblick zur dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte und Definition der Forschungslücke

Der Großteil der Forschungstätigkeiten in Bezug auf Losgrößenplanung mit Nacharbeit wurde im Bereich der statischen Losgrößenplanung unternommen.<sup>118</sup> Im Rahmen dieser statischen Losgrößenmodelle werden oft konstante Nachfrageraten und eine kontinuierliche Zeitachse betrachtet. Aus diesen Gründen ist deren Anwendbarkeit auf Situationen mit dynamischer Nachfrage nicht ohne weiteres möglich.<sup>119</sup> Übersichten verschiedener statischer Ansätze mit Fokus auf Nacharbeit können z. B. in Biswas und Sarker (2008), Sarkar et al. (2014), Kang et al. (2017), Kang et al. (2019) und Asadkhani et al. (2022) gefunden werden.

Publikationen zur dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit gibt es nur wenige. Übersichten zur dynamischen Losgrößenplanung allgemein sind z. B. bei Karimi et al. (2003), Brahimi et al. (2006), Buschkühl et al. (2010) und Brahimi et al. (2017) zu finden. Ein Überblick zu stochastischen Losgrößenproblemen kann z. B. bei Tempelmeier (2013) und Aloulou et al. (2014) gefunden werden.

Goerler und Voß (2016) betrachten einen imperfekten Produktionsprozess mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte.<sup>120</sup> Der Anteil fehlerhafter Produkte wird als deterministisch angenommen.<sup>121</sup> Für Produktion und Nacharbeit wird dieselbe Ressource genutzt (in-line Nacharbeit).<sup>122</sup> Es werden separate Rüstvorgänge für Produktion und Nacharbeit mehrerer Produkte angenommen.<sup>123</sup> Weiterhin werden Mindestlosgrößen für die Produktion betrachtet.<sup>124</sup> Das betrachtete Produktionssystem unterliegt einer Kapazitätsbeschränkung.<sup>125</sup> Das vorgestellte Modell wird weiterhin um die Möglichkeit erweitert, Teile der Nachfrage in späteren Perioden zu befriedigen (engl.: *Backordering*).<sup>126</sup>

Goerler et al. (2020) berücksichtigen im Kontext einer Variante des GLSP (engl.: *General Lot Sizing and Scheduling Problem*) einen imperfekten Produktionsprozess mit verderblichen fehlerhaften Produkten.<sup>127</sup> Die Nacharbeit erfolgt in-line und der Anteil fehlerhafter Produkte wird als deterministisch angenommen.<sup>128</sup> Es wird ein gemeinsamer Rüstvorgang für Produktion und Nacharbeit angenommen.<sup>129</sup> Weiterhin wird angeführt, dass fehlerhafte Produkte nach einer bestimmten Lagerzeit im Bestand fehler-

<sup>118</sup> Vgl. hierfür z. B. auch Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>119</sup> Vgl. für eine ähnliche Argumentation z. B. auch Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>120</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>121</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2287-2290.

<sup>122</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>123</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2287-2290.

<sup>124</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>125</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2284.

<sup>126</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2287 und 2290.

<sup>127</sup> Vgl. Goerler et al. (2020), S. 1.

<sup>128</sup> Vgl. Goerler et al. (2020), S. 6-9.

<sup>129</sup> Vgl. Goerler et al. (2020), S. 7.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

hafter Produkte verderben und entsorgt werden müssen.<sup>130</sup>

Eine Entscheidungssituation mit zwei Typen eines Produkts wird von van Zyl und Adetunji (2022) betrachtet.<sup>131</sup> Im Rahmen eines imperfekten Produktionsprozesses werden fehlerfreie und fehlerhafte Produkte hergestellt.<sup>132</sup> Der Anteil fehlerhafter Produkte wird als deterministisch angenommen.<sup>133</sup> Darüber hinaus werden Produktrückkehrer berücksichtigt, welche wiederaufbereitet werden können.<sup>134</sup> Die Transformation fehlerhafter oder gebrauchter Produkte zu absetzbaren Produkten erfolgt abhängig des Produkttyps in- oder offline.<sup>135</sup> Das betrachtete Produktionssystem unterliegt keiner Kapazitätsbeschränkung.<sup>136</sup>

Rudert und Buscher (2022) betrachten einen imperfekten Produktionsprozess mit Produktion und Nacharbeit eines einzelnen Produkts.<sup>137</sup> Der betrachtete Produktionsprozess mit Nacharbeit unterliegt keiner Kapazitätsbeschränkung.<sup>138</sup> Der Anteil fehlerhafter Produkte wird als deterministisch angenommen.<sup>139</sup> Die Nacharbeit fehlerhafter Produkte erfolgt auf einer separaten Linie mit separaten Rüstvorgängen.<sup>140</sup>

Ein Überblick über dynamische Losgrößenmodelle mit Nacharbeit ist unter Abgrenzung der vorliegenden Arbeit in Tabelle 2.1 zu finden.

**Tabelle 2.1.:** Publikationen im Bereich der dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte

Publikationen	Anzahl Produkte		Anteil fehlerhafter Produkte		Ausgestaltung Nacharbeit		Kapazität		Rüstvorgänge		Variable Kosten		Nacharbeitszeit		Nachfrage	
	EF	MF	DET	U	IL	OL	B	U	S	G	Ja	Nein	DET	U	DET	U
Goerler und Voß (2016)		X	X		X		X		X			X	X			X
Goerler et al. (2020)		X	X		X		X			X		X	X			X
van Zyl und Adetunji (2022)	X		X		X	X		X	X			X	X			X
Rudert und Buscher (2022)	X		X			X		X	X			X	X			X
Vorliegender Ansatz:																
- Kapitel 3 (Kohlmann und Sahling (2024))		X		X	X		X		X		X		X			X
- Kapitel 4		X		X	X		X		X		X			X	X	
- Kapitel 5		X		X	X		X		X		X		X			X

**Abkürzungen:** EF - Einproduktfall, MF - Mehrproduktfall, DET - Deterministisch, U - Unsicher, IL - In-line, OL - Off-line, B - Beschränkt, U - Unbeschränkt, S - Separat, G - Gemeinsam

Im Rahmen der bestehenden Literatur zur dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit werden sowohl Ein- als auch Mehrproduktfälle betrachtet, wobei bei vorliegender Arbeit mehrere Produkte Beachtung finden. Weiterhin wird der Anteil fehlerhafter

<sup>130</sup> Vgl. Goerler et al. (2020), S. 6-7.

<sup>131</sup> Vgl. van Zyl und Adetunji (2022), S. 227.

<sup>132</sup> Vgl. van Zyl und Adetunji (2022), S. 227.

<sup>133</sup> Vgl. van Zyl und Adetunji (2022), S. 232-237.

<sup>134</sup> Vgl. van Zyl und Adetunji (2022), S. 227.

<sup>135</sup> Vgl. van Zyl und Adetunji (2022), S. 232.

<sup>136</sup> Vgl. van Zyl und Adetunji (2022), S. 232-237.

<sup>137</sup> Vgl. Rudert und Buscher (2022), S. 425.

<sup>138</sup> Vgl. Rudert und Buscher (2022), S. 427-428 und 439.

<sup>139</sup> Vgl. Rudert und Buscher (2022), S. 427-428 und 439.

<sup>140</sup> Vgl. Rudert und Buscher (2022), S. 428.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

Produkte als deterministisch angenommen. Diese Annahme wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit fallen gelassen. Demnach wird im weiteren Verlauf der Arbeit ein unsicherer Anteil fehlerhafter Produkte betrachtet. Hinsichtlich des Prozessdesigns wird in der Literatur sowohl in- als auch off-line Nacharbeit berücksichtigt. Ersteres wird für die weiteren Ausführungen angenommen. Weiterhin wird das betrachtete Produktionssystem hinsichtlich der zur Verfügung stehenden Kapazität bei manchen Ansätzen als unbeschränkt und bei anderen als beschränkt angenommen. Hier findet ein kapazitätsbeschränktes Produktionssystem Beachtung. Hinsichtlich der Rüstvorgänge werden in der Literatur hauptsächlich separate Rüstvorgänge für Produktion und Nacharbeit angenommen. Dieser Annahme wird auch hier gefolgt. Variable Produktions- und Nacharbeitskosten werden meist nicht explizit berücksichtigt. Da die Nacharbeit eines fehlerhaften Produkts in vielen Fällen geringere Kosten als die Produktion eines neuen Produkts verursacht, werden hier explizit variable Produktions- und Nacharbeitskosten betrachtet. Weiterhin werden in der vorliegenden Ausarbeitung die Fälle einer unsicheren Nacharbeitszeit (Kapitel 4) und einer unsicheren Nachfrage (Kapitel 5) jeweils in Kombination mit einem unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte betrachtet.

### 2.4. Robuste und flexible Ansätze zur stochastischen dynamischen Losgrößenplanung

Nach dem Aufzeigen der Forschungslücke im Bereich der dynamischen Losgrößenplanung mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte und Nacharbeit sollen im Folgenden mögliche Planungsansätze zum Umgang mit Informationsunsicherheit in der Losgrößenplanung diskutiert werden. In diesem Kontext stellen Bookbinder und Tan (1988) drei zentrale Möglichkeiten zur Reaktion auf unsichere Einflüsse im Bereich der Losgrößenplanung vor dem Hintergrund einer unsicheren Nachfrage vor, die ebenso auf Unsicherheiten in Bezug auf andere Zufallsgrößen übertragbar sind, wie z. B. einen stochastischen Anteil fehlerhafter Produkte.<sup>141</sup> Diese Reaktionsmöglichkeiten unterscheiden sich darin, ob die Entscheidungen über Produktionszeitpunkte und -mengen jeweils unter Kenntnis oder unter Unsicherheit bezüglich der tatsächlichen Realisation der Zufallsgröße erfolgt.

Im Rahmen der *Static Uncertainty Strategy* werden die Entscheidungen über Produktionszeitpunkte sowie -mengen zu Beginn des Planungshorizonts ohne Kenntnis der konkreten Realisation der Zufallsgröße getroffen und können im Planungsverlauf nach Kenntnis der Realisation nicht mehr angepasst werden.<sup>142</sup> Unter Anwendung der *Static-Dynamic Uncertainty Strategy* werden die Produktionszeitpunkte zu Beginn des Pla-

<sup>141</sup> Für die folgenden Beschreibungen der Reaktionsmöglichkeiten wird deswegen allgemein von Zufallsgrößen geschrieben.

<sup>142</sup> Vgl. Bookbinder und Tan (1988), S. 1098-1099.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

nungshorizonts ohne Kenntnis bezüglich der tatsächlichen Ausprägung der Zufallsgröße getroffen und fixiert, während die Produktionsmengen hinsichtlich der konkreten Realisation im Planungsverlauf angepasst werden können.<sup>143</sup> Im Zusammenhang mit der *Dynamic Uncertainty Strategy* können sowohl Produktionszeitpunkte als auch -mengen hinsichtlich der konkreten Realisation der Zufallsgröße angepasst werden.<sup>144</sup> Die Anwendung der *Static Uncertainty Strategy* resultiert in einem robusten Plan. Im Rahmen dieses robusten Plans werden explizit Unsicherheiten bezüglich der Zufallsgrößen berücksichtigt.<sup>145</sup> Jedoch wird dieser vor Realisation der tatsächlichen Ausprägungen der Zufallsgrößen bestimmt und kann nach Bekanntwerden neuer Informationen nicht mehr angepasst werden.<sup>146</sup> Anwendungen der *Static Uncertainty Strategy* sind in der Literatur beispielsweise bei Helber et al. (2013), Hilger et al. (2016), Taş et al. (2019) und Stadtler und Heinrichs (2024) zu finden. Die von Helber et al. (2013) betrachtete Planungssituation ist durch eine stochastische Nachfrage gekennzeichnet.<sup>147</sup> Weiterhin wird zur Modellierung der Unsicherheit einerseits ein szenariobasierter und andererseits ein auf einer stückweisen linearen Approximation basierender Ansatz genutzt.<sup>148</sup> Diese beiden Ansätze werden auch von Hilger et al. (2016) im Kontext der integrierten Losgrößen- und Wiederaufbereitungsplanung angewendet, um die Unsicherheit in Bezug auf die Nachfrage und die Produktrückkehrer zu modellieren.<sup>149</sup> Taş et al. (2019) nutzen einen szenariobasierten Ansatz zur Modellierung stochastischer Rüstzeiten.<sup>150</sup> Stadtler und Heinrichs (2024) betrachten basierend auf der Arbeit von Helber et al. (2013) eine Planungssituation mit stochastischer Nachfrage.<sup>151</sup> Die Applikation der *Static-Dynamic Uncertainty Strategy* ermöglicht die Flexibilität, nach Bekanntwerden neuer Informationen mengenmäßige Anpassungen eines bestehenden Plans vorzunehmen, wodurch im Rahmen des angepassten Plans aktualisierte Informationen hinsichtlich konkreter Realisationen der Zufallsgrößen genutzt werden können.<sup>152</sup> Eine Anwendung der *Static-Dynamic Uncertainty Strategy* erfolgt z. B. bei Tempelmeier (2007) und Rossi et al. (2015). In beiden Fällen wird eine stochastische Nachfrage angenommen.<sup>153</sup> Weiterhin nutzen Rossi et al. (2015) einen Ansatz basierend auf stückweiser linearer Approximation.<sup>154</sup>

<sup>143</sup> Vgl. Bookbinder und Tan (1988), S. 1102-1104.

<sup>144</sup> Vgl. Bookbinder und Tan (1988), S. 1101-1102.

<sup>145</sup> Vgl. z. B. Helber et al. (2013), S. 78.

<sup>146</sup> Vgl. hierfür die Beschreibungen der *Static Uncertainty Strategy* bei Bookbinder und Tan (1988), S. 1098-1099.

<sup>147</sup> Vgl. Helber et al. (2013), S. 75.

<sup>148</sup> Vgl. Helber et al. (2013), S. 75.

<sup>149</sup> Vgl. Hilger et al. (2016), S. 849.

<sup>150</sup> Vgl. Taş et al. (2019), S. 146.

<sup>151</sup> Vgl. Stadtler und Heinrichs (2024), S. 12.

<sup>152</sup> Vgl. hierfür die Beschreibungen der *Static-Dynamic Uncertainty Strategy* bei Bookbinder und Tan (1988), S. 1102-1104.

<sup>153</sup> Vgl. Tempelmeier (2007), S. 184 respektive Rossi et al. (2015), S. 126.

<sup>154</sup> Vgl. Rossi et al. (2015), S. 126.

## 2. Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse mit Nacharbeit

In der vorliegenden Arbeit werden im Rahmen der integrierten Losgrößen- und Nacharbeitsplanung drei mögliche Quellen von Unsicherheiten untersucht. Diese sind mit dem Anteil fehlerhafter Produkte, der Nacharbeitszeit und der Nachfrage gegeben. Da zu verschiedenen Zeitpunkten im Planungsverlauf unterschiedliche Informationen in Bezug auf diese Zufallsgrößen bekannt werden, bietet die *Static-Dynamic Uncertainty Strategy* hierbei das Potential bei fixierten Produktions- und Nacharbeitszeitpunkten durch Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen auf konkrete Realisationen der Zufallsgrößen zu reagieren. Um diese Potentiale zu nutzen wird für die folgenden Ausführungen ein auf der *Static-Dynamic Uncertainty Strategy* basierender flexibler Planungsansatz vorgestellt.

# 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte<sup>155</sup>

## 3.1. Überblick

In diesem Kapitel wird ein flexibler Planungsansatz für die Losgrößenplanung mit Nacharbeit unter Unsicherheit des Anteils fehlerhafter Produkte vorgestellt. Hierfür wird zunächst in Abschnitt 3.2 eine generische Modellformulierung für ein kapazitätsbeschränktes Losgrößenproblem mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte beschrieben (SCLSP-RW, engl.: *Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework*). Für derartige nichtlineare Modellformulierungen existieren derzeit keine Lösungsansätze. Aufgrund dessen wird die generische Modellformulierung in Abschnitt 3.3 mithilfe eines szenariobasierten Ansatzes in ein gemischt-ganzzahliges lineares Optimierungsmodell überführt (SCLSP-RW<sup>SCN</sup>, engl.: *Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework*).<sup>156</sup> Weiterhin wird in Abschnitt 3.4 die Idee und das Vorgehen des flexiblen Planungsansatzes vorgestellt. Das Kapitel wird durch numerische Untersuchungen des vorgestellten Ansatzes in Abschnitt 3.5 abgeschlossen.

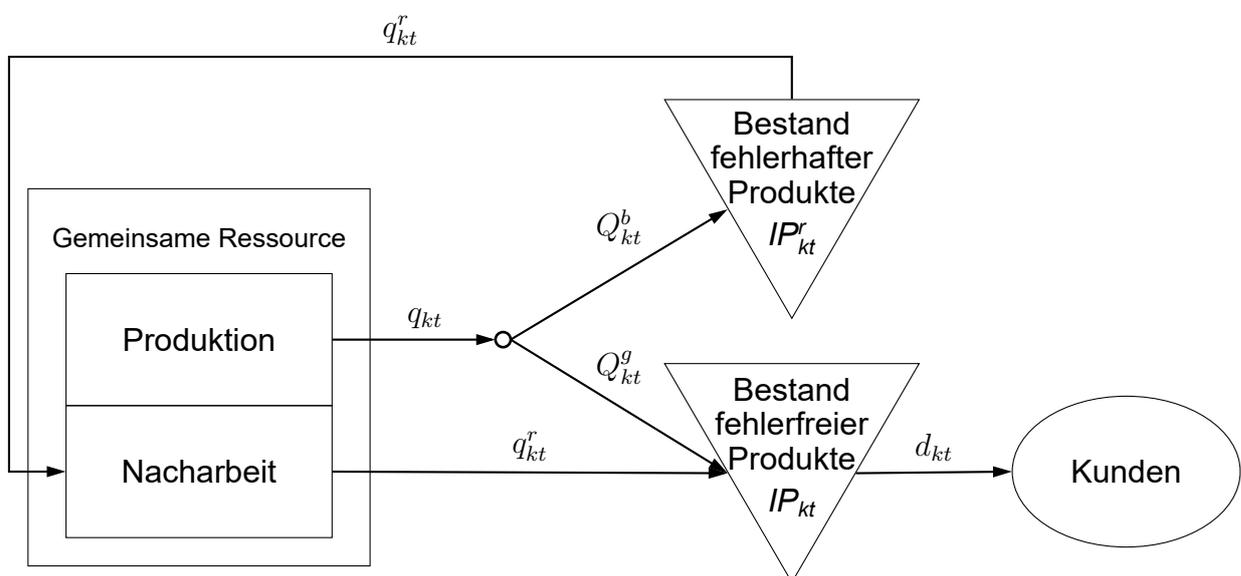
---

<sup>155</sup> Dieses Kapitel basiert auf Kohlmann und Sahling (2024).

<sup>156</sup> Hinsichtlich des Begriffs des gemischt-ganzzahligen Optimierungsmodells, vgl. z. B. Scholl (2008), S. 38.

## 3.2. Ein generisches kapazitätsbeschränktes Losgrößenproblem mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte und Nacharbeit (SCLSP-RW)<sup>157</sup>

Im Rahmen des SCLSP-RW wird ein imperfekter Produktionsprozess mit in-line Nacharbeit betrachtet. Demnach steht für Produktion und Nacharbeit eine gemeinsame Ressource zur Verfügung. Der Produktionsprozess stellt  $K$  Produkte ( $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ ) über einen endlichen Planungszeitraum her, der in  $T$  diskrete Perioden ( $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$ ) unterteilt ist. Der betrachtete Produktionsprozess ist in Abbildung 3.1 dargestellt.



**Abbildung 3.1.:** Betrachteter imperfekter Produktionsprozess mit Nacharbeit

**Quelle:** In Anlehnung an Inderfurth et al. (2005), S. 1358 sowie Goerler und Voß (2016), S. 2285.

Weiterhin liegen dem kapazitätsbeschränkten Losgrößenproblem mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte und Nacharbeit folgende Annahmen zugrunde:

- Der imperfekte Produktionsprozess unterliegt einer zufälligen Produktion fehlerhafter Produkte. Hierbei beschreibt die Zufallsvariable  $\Omega_{kt}$  den unsicheren Anteil fehlerhafter ME von Produkt  $k$  in Periode  $t$ .<sup>158</sup> Infolgedessen muss die Produktionsmenge  $q_{kt}$  in fehlerfreie  $Q_{kt}^g$  und fehlerhafte Produkte  $Q_{kt}^b$  unterteilt werden,

<sup>157</sup> Der Autor entwickelte und stellte das SCLSP-RW in Kohlmann (2019) vor. In vorliegender Ausführung wurde das Modell erweitert und die Beschreibungen bzw. Erläuterungen überarbeitet.

<sup>158</sup> Demzufolge wird das *Stochastically Proportional Yield Model* zugrunde gelegt (vgl. hierfür auch Abschnitt 2.1).

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

wobei es sich bei  $Q_{kt}^g$  und  $Q_{kt}^b$  als Konsequenz des stochastischen Anteils fehlerhafter Produkte um Zufallsvariablen handelt.

- Alle fehlerhaften Produkte können nachgearbeitet werden. Es wird kein Ausschuss im Sinne nicht nacharbeitbarer fehlerhafter Produkte produziert.
- Der Nacharbeitsprozess wird als perfekt angenommen. Somit ist die Nacharbeit eines fehlerhaften Produkts immer erfolgreich.
- Die gemeinsame Ressource verfügt über eine beschränkte periodenspezifische Kapazität  $c_t$ . Diese Kapazität kann durch den Einsatz von Überstunden  $o_t$  unter Überstundenkosten  $oc$  erweitert werden. Die maximal einsetzbaren Überstunden sind auf einen Anteil  $\alpha$  der periodenspezifischen Kapazität beschränkt.
- Die Produktion einer ME von Produkt  $k$  verursacht variable Produktionskosten  $pc_k$  und geht mit der Produktionszeit  $pt_k$  einher. Ebenso führt die Nacharbeit einer fehlerhaften ME von Produkt  $k$  zu variablen Nacharbeitskosten  $pc_k^r$  und bedingt die Nacharbeitszeit  $pt_k^r$ .
- Sowohl für die Produktion als auch die Nacharbeit von Produkt  $k$  ist ein separater Rüstvorgang erforderlich. Ein Rüstvorgang verursacht hierbei Rüstkosten  $sc_k$  bzw.  $sc_k^r$  und Rüstzeiten  $tp_k$  bzw.  $tp_k^r$ . Um die Rüstvorgänge zu modellieren, werden die Binärvariablen  $\gamma_{kt}$  und  $\gamma_{kt}^r$  verwendet.
- Fehlerfreie und fehlerhafte Produkte können gelagert werden. Die Lagerhaltung einer ME verursacht Lagerhaltungskosten in der Höhe von  $hc_k$  bzw.  $hc_k^r$  je Periode.

Die betrachtete Entscheidungssituation ist durch eine Unsicherheit in Bezug auf den Anteil fehlerhafter Produkte gekennzeichnet. Die Unsicherheit des Anteils fehlerhafter Produkte kann zur Entstehung von Fehlbeständen fehlerfreier Produkte führen. Derartige Fehlbestände entstehen, wenn die kumulierte Nachfrage größer als die kumulierte Menge fehlerfreier Produkte ist. Um die erwarteten Fehlbestände zu beschränken, wird der von Helber et al. (2013) vorgeschlagene  $\delta$ -Servicegrad verwendet. Dieser berücksichtigt die Wartezeit der Kunden auf die Auslieferung und erlaubt eine transparente Interpretation.<sup>159</sup> Der  $\delta$ -Servicegrad kann hier wie folgt definiert werden:<sup>160</sup>

$$\delta_k = 1 - \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}} E[BL_{kt}]}{\sum_{t \in \mathcal{T}} (T - t + 1) \cdot d_{kt}} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.1)$$

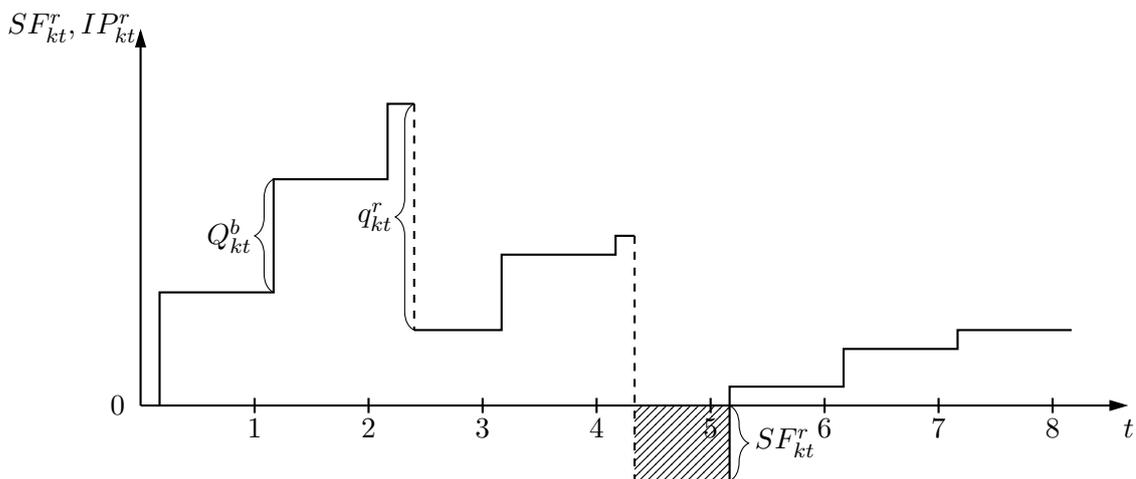
<sup>159</sup> Hierzu und für den Zusammenhang des  $\delta$ -Servicegrads mit der Wartezeit, vgl. Helber et al. (2013), S. 79-80.

<sup>160</sup> Vgl. Helber et al. (2013), S. 79 für die Definition des  $\delta$ -Servicegrads im Fall stochastischer Nachfrage.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

Der  $\delta$ -Servicegrad nimmt einerseits den Wert 1 an, wenn kein Fehlbestand vorliegt.<sup>161</sup> Andererseits entsteht der maximal mögliche Fehlbestand, wenn bis zur Periode  $T$  keine Produktion erfolgt.<sup>162</sup> In diesem Kontext würde der  $\delta$ -Servicegrad den Wert 0 annehmen.<sup>163</sup> Diese und alle übrigen Fälle befinden sich im Intervall  $[0; 1]$ .<sup>164</sup>

Weiterhin können neben der Entstehung von Fehlbeständen fehlerfreier Produkte ebenfalls Fehlmengen fehlerhafter Produkte entstehen. Der Bestand fehlerhafter Produkte in einer Periode  $t$  wird durch die Produktion fehlerhafter Produkte erhöht und durch geplante Nacharbeitsmengen verringert. Die Menge fehlerhafter Produkte hängt von dem zufälligen Anteil fehlerhafter Produkte ab. Demnach kann der Fall auftreten, dass der Bestand fehlerhafter Produkte in einer Periode  $t$  nicht ausreicht, um eine geplante Nacharbeitsmenge zu realisieren. In diesem Zusammenhang würde eine Fehlmenge fehlerhafter Produkte entstehen. Dies würde dazu führen, dass die Nachfrage nicht wie geplant befriedigt werden kann. Abbildung 3.2 illustriert diesen Sachverhalt.



**Abbildung 3.2.:** Entwicklung des Lagerbestands fehlerhafter Produkte

**Quelle:** In Anlehnung an Hilger et al. (2016), S. 854.

Diese zufällige Fehlmenge fehlerhafter Produkte kann wie folgt definiert werden:<sup>165</sup>

$$SF_{kt}^r = \max \{0, q_{kt}^r - (IP_{k,t-1}^r + Q_{kt}^b)\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.2)$$

<sup>161</sup> Vgl. Helber et al. (2013), S. 80.

<sup>162</sup> Vgl. Helber et al. (2013), S. 80.

<sup>163</sup> Vgl. Helber et al. (2013), S. 80.

<sup>164</sup> Vgl. Helber et al. (2013), S. 80.

<sup>165</sup> Vgl. Hilger et al. (2016), S. 853-854 für die Definition von Fehlmengen wiederaufbereiteter Produkte im Fall der integrierten Produktions- und Wiederaufbereitungsplanung.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

Eine Fehlmenge fehlerhafter Produkte führt zu einem unzulässigen Produktions- und Nacharbeitsplan. Eine ähnliche Situation wird von Hilger et al. (2016) im Kontext der integrierten Produktions- und Wiederaufbereitungsplanung betrachtet.<sup>166</sup> Hilger et al. (2016) beschränken diesbezügliche erwartete Fehlmengen auf einen kleinen Wert  $\epsilon$ .<sup>167</sup> Dieser Vorgehensweise wird auch hier gefolgt.

Mit der Notation<sup>168</sup> aus Tabellen 3.1 und 3.2 kann das SCLSP-RW wie folgt formuliert werden:

**Tabelle 3.1.:** Verwendete Indizes und Indexmengen sowie Parameter für das SCLSP-RW

---

#### Indizes und Indexmengen

$k \in \mathcal{K}$	Menge der Produkte, $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$
$t \in \mathcal{T}$	Menge der Perioden, $\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$

#### Parameter

$\alpha$	Anteil erlaubter Überstunden
$\delta_k$	Servicegrad für Produkt $k$
$\epsilon$	Kleine Zahl
$c_t$	Kapazität für Produktion und Nacharbeit in Periode $t$
$d_{kt}$	Nachfrage für Produkt $k$ in Periode $t$
$hc_k$	Lagerhaltungskosten einer fehlerfreien ME von Produkt $k$ je Periode
$hc_k^r$	Lagerhaltungskosten einer fehlerhaften ME von Produkt $k$ je Periode
$M_{kt}$	Hinreichend große Zahl für Produkt $k$ in Periode $t$
$oc$	Überstundenkosten
$pc_k$	Produktionskosten von Produkt $k$
$pc_k^r$	Nacharbeitskosten von Produkt $k$
$pt_k$	Produktionszeit von Produkt $k$
$pt_k^r$	Nacharbeitszeit von Produkt $k$
$sc_k$	Rüstkosten für die Produktion von Produkt $k$
$sc_k^r$	Rüstkosten für die Nacharbeit von Produkt $k$
$st_k$	Rüstzeit für die Produktion von Produkt $k$
$st_k^r$	Rüstzeit für die Nacharbeit von Produkt $k$

---

<sup>166</sup> Bei Hilger et al. (2016) kann hierbei der Fall auftreten, dass durch die zufällige Menge der zurückkehrenden Altprodukte diese in bestimmten Perioden ggf. nicht ausreichen, um eine geplante Wiederaufbereitungsmenge zu realisieren. In diesen Fällen würde eine Fehlmenge wiederaufbereiteter Produkte entstehen. Vgl. hierfür Hilger et al. (2016), S. 853-854.

<sup>167</sup> Vgl. Hilger et al. (2016), S. 853-854.

<sup>168</sup> Zur visuellen Abhebung der Zufallsvariablen von Entscheidungsvariablen und Parametern werden Erstgenannte kapitalisiert dargestellt.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

**Tabelle 3.2.:** Verwendete Zufallsvariablen sowie Entscheidungsvariablen für das SCLSP-RW

---

#### Zufallsvariablen

$\Omega_{kt}$	Anteil fehlerhafter ME von Produkt $k$ in Periode $t$
$BL_{kt}$	Fehlbestand von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}$	Disponibler Lagerbestand fehlerfreier ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$
$I_{kt}^r$	Disponibler Lagerbestand fehlerhafter ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$
$IP_{kt}$	Physischer Lagerbestand fehlerfreier ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$
$IP_{kt}^r$	Physischer Lagerbestand fehlerhafter ME von Produkt $k$ am Ende von Periode $t$
$Q_{kt}^b$	Fehlerhafte ME von Produkt $k$ produziert in Periode $t$
$Q_{kt}^g$	Fehlerfreie ME von Produkt $k$ produziert in Periode $t$
$SF_{kt}^r$	Fehlmenge fehlerhafter ME von Produkt $k$ in Periode $t$

#### Entscheidungsvariablen

$\gamma_{kt}$	Binäre Rüstvariable für die Produktion von Produkt $k$ in Periode $t$
$\gamma_{kt}^r$	Binäre Rüstvariable für die Nacharbeit von Produkt $k$ in Periode $t$
$o_t$	Überstunden für Produktion und Nacharbeit in Periode $t$
$q_{kt}$	Produktionsmenge von Produkt $k$ in Periode $t$
$q_{kt}^r$	Nacharbeitsmenge von Produkt $k$ in Periode $t$

---

#### Modell SCLSP-RW:

$$\min E[C] = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot E[IP_{kt}] + pc_k \cdot q_{kt}) \quad (3.3)$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k^r \cdot \gamma_{kt}^r + hc_k^r \cdot E[IP_{kt}^r] + pc_k^r \cdot q_{kt}^r) \quad (3.4)$$

$$+ oc \sum_{t \in \mathcal{T}} o_t \quad (3.5)$$

unter Beachtung der Restriktionen

$$I_{k,t-1} + Q_{kt}^g + q_{kt}^r - d_{kt} = I_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.6)$$

$$I_{k,t-1}^r + Q_{kt}^b - q_{kt}^r = I_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.7)$$

$$IP_{kt} = \max\{0, I_{kt}\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.8)$$

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

$$BL_{kt} = \max\{0, -I_{kt}\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.9)$$

$$IP_{kt}^r = \max\{0, I_{kt}^r\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.10)$$

$$SF_{kt}^r = \max\{0, -I_{kt}^r\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t = 1, 2, \dots, T\} \quad (3.11)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} (E[Q_{kt}^g] + q_{kt}^r) \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.12)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} E[BL_{kt}] \leq (1 - \delta_k) \sum_{t \in \mathcal{T}} (T - t + 1) \cdot d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.13)$$

$$E[SF_{kt}^r] \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.14)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot q_{kt} + st_k \cdot \gamma_{kt} + pt_k^r \cdot q_{kt}^r + st_k^r \cdot \gamma_{kt}^r) \leq c_t + o_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (3.15)$$

$$o_t \leq \alpha \cdot c_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (3.16)$$

$$q_{kt} \leq M_{kt} \cdot \gamma_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.17)$$

$$q_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \gamma_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.18)$$

$$Q_{kt}^b = \Omega_{kt} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.19)$$

$$Q_{kt}^g = (1 - \Omega_{kt}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.20)$$

$$q_{kt}, q_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.21)$$

$$o_t \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (3.22)$$

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

$$\gamma_{kt}, \gamma_{kt}^r \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.23)$$

Die Zielfunktion (3.3)-(3.5) fordert die Minimierung der erwarteten Gesamtkosten für alle Produkte über den gesamten Planungshorizont. Der erste Teil der Zielfunktion (3.3) beinhaltet die Rüstkosten für die Produktion, die erwarteten Lagerhaltungskosten fehlerfreier Produkte und die variablen Produktionskosten. Die Rüstkosten für die Nacharbeit, die erwarteten Lagerhaltungskosten fehlerhafter Produkte und die variablen Nacharbeitskosten sind in dem zweiten Teil der Zielfunktion (3.4) enthalten. Der dritte Teil (3.5) beinhaltet die Kosten für genutzte Überstunden.

Die Gleichungen (3.6) stellen die Lagerbilanzrestriktionen fehlerfreier Produkte dar. Der disponible Lagerbestand fehlerfreier Produkte setzt sich damit aus dem disponiblen Lagerbestand fehlerfreier Produkte der Vorperiode zuzüglich der zufälligen Menge fehlerfreier Produkte sowie der Nacharbeitsmenge und abzüglich der Nachfrage zusammen. Die Lagerbilanzrestriktionen fehlerhafter Produkte sind durch die Gleichungen (3.7) gegeben. Der disponible Lagerbestand fehlerhafter Produkte setzt sich demnach aus dem entsprechenden disponiblen Lagerbestand der Vorperiode zuzüglich der zufälligen Menge fehlerhafter Produkte und abzüglich der Nacharbeitsmenge zusammen. Die Restriktionen (3.8) und (3.9) definieren den physischen Bestand respektive den Fehlbestand fehlerfreier Produkte. Gleichungen (3.10) und (3.11) definieren den physischen Bestand bzw. die Fehlmengen fehlerhafter Produkte. Die Entstehung von Fehlmengen fehlerhafter Produkte ist nur in Perioden möglich, in welchen eine Nacharbeit stattfindet ( $\gamma_{kt}^r = 1$ ).

Die Ungleichungen (3.12) fordern die Befriedigung von mindestens der kumulierten Nachfrage durch die kumulierten erwarteten fehlerfreien Produkte und Nacharbeitsmengen.<sup>169</sup> Die erwarteten Fehlbestände werden durch die Restriktionen (3.13) hinsichtlich des vorgegebenen  $\delta$ -Servicegrads beschränkt. Die Restriktionen (3.14) fordern, dass die erwarteten Fehlmengen fehlerhafter Produkte den Wert  $\epsilon$  nicht übersteigen dürfen. Sie stellen sicher, dass Nacharbeitsmengen nur eingeplant werden, wenn ausreichend fehlerhafte Produkte zur Verfügung stehen.

Die Kapazitätsrestriktionen (3.15) gewährleisten, dass die Kapazitätsbeanspruchung das Kapazitätsangebot in Periode  $t$  nicht übersteigt. Die Kapazitätsbeanspruchung setzt sich aus Bearbeitungs- und Rüstzeiten der Produktion sowie der Nacharbeit zusammen. Das Kapazitätsangebot besteht aus der periodenspezifischen Kapazität und kann durch den Einsatz von Überstunden erhöht werden. Die genutzten Überstunden werden durch die Ungleichungen (3.16) auf das erlaubte Maximum beschränkt.

Die Rüstrestriktionen für Produktion und Nacharbeit sind mit den Ungleichungen (3.17) respektive (3.18) gegeben und verknüpfen die Produktions- bzw. Nacharbeitsmengen mit den jeweiligen binären Rüstvariablen. Demnach können nur Produktions- und Nach-

<sup>169</sup> Vgl. Helber et al. (2013), S. 83 für eine ähnliche Forderung im Rahmen des SCLSP (engl.: *Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem*).

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

arbeitsmengen eingeplant werden ( $q_{kt} > 0$  bzw.  $q_{kt}^r > 0$ ), wenn ein entsprechender Rüstvorgang für den jeweiligen Prozess durchgeführt wird ( $\gamma_{kt} = 1$  bzw.  $\gamma_{kt}^r = 1$ ). Dieser Rüstvorgang verursacht sowohl Rüstzeiten als auch Rüstkosten.

Der zufällige Anteil fehlerhafter Produkte definiert die fehlerfreien und fehlerhaften ME eines Produktionsloses. Die zufälligen fehlerhaften ME einer Produktionsmenge werden durch die Restriktionen (3.19) bestimmt. Diese ME können nicht zur Befriedigung der Nachfrage genutzt werden. Die zufälligen fehlerfreien ME werden durch die Gleichungen (3.20) bestimmt und können direkt zur Befriedigung der Nachfrage genutzt werden.

Abschließend stellen die Restriktionen (3.21) und (3.22) die Nichtnegativitätsbedingungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen sowie für die genutzten Überstunden dar. Die Restriktionen (3.23) fordern die Binarität der Rüstvariablen für jeweils Produktion und Nacharbeit.

Durch die Modellierung stochastischer Größen durch Zufallsvariablen und deren Zusammenspiel mit Maximumsfunktionen ist es nicht möglich, das generische nichtlineare SCLSP-RW direkt zu lösen, da nach aktuellem Kenntnisstand kein diesbezüglicher Lösungsansatz existiert. Zur Approximation derartiger Modellformulierungen kommen in der Literatur oft szenariobasierte Ansätze zum Einsatz.<sup>170</sup> Demzufolge wird zur Approximation des SCLSP-RW im Folgenden ein szenariobasierter Ansatz angewendet.

### 3.3. Lineare Approximation basierend auf Szenarien (SCLSP-RW<sup>SCN</sup>)<sup>171</sup>

Im Rahmen des szenariobasierten Ansatzes werden Zufallsvariablen durch Stichproben zufällig generierter Szenarien ( $\mathcal{S} = \{1, \dots, S\}$ ) repräsentiert.<sup>172</sup> In jedem Szenario  $s \in \mathcal{S}$  wird eine mögliche Ausprägung des zufälligen Anteils fehlerhafter Produkte betrachtet. Die szenario-spezifischen Ausprägungen des Anteils fehlerhafter Produkte  $\omega_{kts}$  werden vorab basierend auf der Verteilungsinformation der Zufallsvariable  $\Omega_{kt}$  generiert. Demnach kann der Erwartungswert  $E[\Omega_{kt}]$  mit entsprechender Anzahl an Szenarien hinreichend genau durch den Mittelwert über die betrachteten szenario-spezifischen Ausprägungen mit

<sup>170</sup> Vgl. z. B. Abschnitt 2.4 für die Angabe von Anwendungsbeispielen.

<sup>171</sup> Der Autor entwickelte und stellte die lineare Approximation des SCLSP-RW (das SCLSP-RW<sup>SCN</sup>) in Kohlmann (2019) vor. In der vorliegenden Ausführung wurde das Approximationsmodell hinsichtlich der Erweiterungen des generischen Modells angepasst. Weiterhin wurden die Beschreibungen sowie Erläuterungen in vorliegender Ausführung überarbeitet und erweitert.

<sup>172</sup> Vgl. z. B. Kleywegt et al. (2002) und Helber et al. (2013) für einen szenariobasierten Ansatz.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

$$E[\Omega_{kt}] \approx \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{\omega_{kts}}{|\mathcal{S}|} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.24)$$

approximiert werden. Ausgehend von dem szenario-spezifischen Anteil fehlerhafter Produkte  $\omega_{kts}$  können die szenario-spezifischen Mengen fehlerhafter  $q_{kts}^b$  und fehlerfreier Produkte  $q_{kts}^g$  bestimmt werden.

$$q_{kts}^b = \omega_{kts} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.25)$$

$$q_{kts}^g = (1 - \omega_{kts}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.26)$$

Basierend auf der szenario-spezifischen Menge fehlerfreier Produkte  $q_{kts}^g$  können die szenario-spezifischen disponiblen  $i_{kts}$  sowie physischen Lagerbestände  $ip_{kts}$  und Fehlbestände  $bl_{kts}$  in Abhängigkeit der Nacharbeitsmenge  $q_{kt}^r$  wie folgt bestimmt werden:<sup>173</sup>

$$i_{k,t-1,s} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kt} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.27)$$

$$ip_{kts} \geq i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.28)$$

$$bl_{kts} \geq -i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.29)$$

Dadurch, dass die Ausprägungen des szenario-spezifischen Anteils fehlerhafter Produkte auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $\Omega_{kt}$  generiert wurden und der Mittelwert über die Szenarien den Erwartungswert annähert, können ebenso der Erwartungswert fehlerfreier Produkte  $E[Q_{kt}^g]$ , des physischen Bestands  $E[IP_{kt}]$  sowie des Fehlbestands fehlerfreier Produkte  $E[BL_{kt}]$  durch den Mittelwert über die betrachteten Szenarien approximiert werden. Diese ergeben sich damit wie folgt:

$$E[Q_{kt}^g] \approx \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{q_{kts}^g}{|\mathcal{S}|} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.30)$$

<sup>173</sup> Da es sich hier um ein Minimierungsproblem handelt, können die Maximumsfunktionen aus der generischen Modellformulierung im szenariobasierten Modell durch Größer-Gleich-Zeichen ersetzt werden.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

$$E[IP_{kt}] \approx \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}}{|\mathcal{S}|} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.31)$$

$$E[BL_{kt}] \approx \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{bl_{kts}}{|\mathcal{S}|} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.32)$$

Die szenario-spezifische Menge fehlerhafter Produkte  $q_{kts}^b$  kann zur Bestimmung der szenario-spezifischen disponiblen sowie physischen Lagerbestände  $i_{kts}^r$  und Fehlmengen fehlerhafter Produkte  $sf_{kts}^r$  herangezogen werden. Abhängig von der Nacharbeitsmenge  $q_{kt}^r$  kann dies wie nachfolgend dargestellt werden:

$$i_{k,t-1,s}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.33)$$

$$ip_{kts}^r \geq i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.34)$$

$$sf_{kts}^r \geq -i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t = 1, 2, \dots, T\}, s \in \mathcal{S} \quad (3.35)$$

Der Erwartungswert des physischen Lagerbestands  $E[IP_{kt}^r]$  und der Fehlmengen fehlerhafter Produkte  $E[SF_{kt}^r]$  können damit ebenfalls durch die jeweiligen Mittelwerte über die betrachteten Szenarien approximiert werden:

$$E[IP_{kt}^r] \approx \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.36)$$

$$E[SF_{kt}^r] \approx \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{sf_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.37)$$

Mit den vorgestellten szenario-spezifischen Anpassungen kann das szenario-basierte Approximationsmodell SCLSP-RW<sup>SCN</sup> unter Anwendung der ergänzenden Notation in Tabelle 3.3 wie folgt aufgestellt werden:

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

**Tabelle 3.3.:** Ergänzende Notation für das SCLSP-RW<sup>SCN</sup>

#### Indizes und Indexmengen

$s \in \mathcal{S}$  Menge der Szenarien,  $\mathcal{S} = \{1, \dots, S\}$

#### Szenario-spezifische Parameter

$\omega_{kts}$  Anteil fehlerhafter ME von Produkt  $k$  in Periode  $t$  und Szenario  $s$

#### Szenario-spezifische Entscheidungsvariablen

$bl_{kts}$  Fehlbestand von Produkt  $k$  am Ende von Periode  $t$  und Szenario  $s$

$i_{kts}$  Disponibler Lagerbestand fehlerfreier ME von Produkt  $k$  am Ende von Periode  $t$  und Szenario  $s$

$i_{kts}^r$  Disponibler Lagerbestand fehlerhafter ME von Produkt  $k$  am Ende von Periode  $t$  und Szenario  $s$

$ip_{kts}$  Physischer Lagerbestand fehlerfreier ME von Produkt  $k$  am Ende von Periode  $t$  und Szenario  $s$

$ip_{kts}^r$  Physischer Lagerbestand fehlerhafter ME von Produkt  $k$  am Ende von Periode  $t$  und Szenario  $s$

$q_{kts}^b$  Fehlerhafte ME von Produkt  $k$  produziert in Periode  $t$  und Szenario  $s$

$q_{kts}^g$  Fehlerfreie ME von Produkt  $k$  produziert in Periode  $t$  und Szenario  $s$

$sf_{kts}^r$  Fehlmenge fehlerhafter ME von Produkt  $k$  in Periode  $t$  und Szenario  $s$

#### Modell SCLSP-RW<sup>SCN</sup>:

$$\min E[C] = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}}{|\mathcal{S}|} + pc_k \cdot q_{kt}) \quad (3.38)$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k^r \cdot \gamma_{kt}^r + hc_k^r \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} + pc_k^r \cdot q_{kt}^r) \quad (3.39)$$

$$+ oc \sum_{t \in \mathcal{T}} o_t \quad (3.40)$$

unter Beachtung der Restriktionen (3.15)-(3.18), (3.21)-(3.23) und

$$i_{k,t-1,s} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kt} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.41)$$

$$i_{k,t-1,s}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.42)$$

$$ip_{kts} \geq i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.43)$$

$$bl_{kts} \geq -i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.44)$$

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

$$ip_{kts}^r \geq i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.45)$$

$$sf_{kts}^r \geq -i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t = 1, 2, \dots, T\}, s \in \mathcal{S} \quad (3.46)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{q_{kts}^g}{|\mathcal{S}|} + q_{kt}^r \right) \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.47)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{bl_{kts}}{|\mathcal{S}|} \leq (1 - \delta_k) \sum_{t \in \mathcal{T}} (T - t + 1) \cdot d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.48)$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{sf_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.49)$$

$$q_{kts}^b = \omega_{kts} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.50)$$

$$q_{kts}^g = (1 - \omega_{kts}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.51)$$

$$bl_{kts}, ip_{kts}^r, i_{kts}^r, q_{kts}^b, q_{kts}^g, sf_{kts}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (3.52)$$

In der Zielfunktion werden die Erwartungswerte der physischen Lagerbestände fehlerhafter und fehlerfreier Produkte in (3.38) und (3.39) durch die entsprechenden Mittelwerte über die betrachteten Szenarien wie in (3.31) und (3.36) dargestellt ersetzt.

Die szenario-spezifischen Lagerbilanzrestriktionen fehlerfreier bzw. fehlerhafter Produkte sind mit Gleichungen (3.41) respektive (3.42) gegeben.

Die Restriktionen (3.43) und (3.44) definieren die szenario-spezifischen physischen Lagerbestände und Fehlbestände fehlerfreier Produkte, während die Ungleichungen (3.45) und (3.46) die szenario-spezifischen Lagerbestände und Fehlmengen fehlerhafter Produkte definieren.

In Restriktionen (3.47) wird der Erwartungswert fehlerfreier Produkte durch den Mittelwert über die betrachteten Szenarien wie in (3.30) aufgeführt substituiert. Ähnlicherweise wird der Erwartungswert der Fehlbestände fehlerfreier Produkte in (3.48) und der Erwartungswert der Fehlmengen fehlerhafter Produkte in (3.49) durch die korrespondierenden Mittelwerte über die betrachteten Szenarien (siehe (3.32) respektive (3.37)) substituiert.

Die szenario-spezifischen Mengen fehlerhafter bzw. fehlerfreier Produkte werden durch

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

Gleichungen (3.50) respektive (3.51) bestimmt.

Die Ungleichungen (3.52) stellen die Nichtnegativitätsbedingungen szenario-spezifischer Variablen dar.

Sowohl die Rüstvariablen als auch die Produktions- und Nacharbeitsmengen werden nicht für ein bestimmtes Szenario bestimmt. Demnach resultiert aus der Lösung des SCLSP-RW<sup>SCN</sup> ein robuster Produktions- und Nacharbeitsplan. Dieser robuste Plan hält die Kapazitätsrestriktionen ein und erfüllt den vorgegebenen  $\delta$ -Servicegrad im Mittel.<sup>174</sup>

## 3.4. Ein flexibler Planungsansatz basierend auf mehrstufiger stochastischer Optimierung zur Begegnung eines stochastischen Anteils fehlerhafter Produkte

### 3.4.1. Idee

Um dem zufälligen Anteil fehlerhafter Produkte zu begegnen, wird hier ein auf der sogenannten *Static-Dynamic Uncertainty Strategy* nach Bookbinder und Tan (1988) basierender mehrstufiger stochastischer Optimierungsansatz vorgeschlagen.<sup>175</sup> Dieser Ansatz erlaubt im Planungsverlauf mengenmäßige Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsentscheidungen in der jeweiligen Periode. Zur Initialisierung werden die Entscheidungen über die Rüstvorgänge getroffen und für den gesamten Planungshorizont fixiert. Im Rahmen der darauffolgenden Stufen können auf Basis des fixierten Rüstmodells Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen vorgenommen werden, um auf den realisierten Anteil fehlerhafter ME eines Produktionsloses zu reagieren. Nachfolgend wird die Vorgehensweise genauer beschrieben.

### 3.4.2. Initialisierung: Ermittlung eines robusten Rüstmodells unter Anwendung einer Fix&Optimize-Heuristik

Unter der Annahme eines perfekten Produktionsprozesses, also einem bekannten Anteil fehlerhafter Produkte von 0%, werden ausschließlich fehlerfreie Produkte produziert und Nacharbeit ist nicht notwendig. In diesem Fall enthält das SCLSP-RW<sup>SCN</sup> keine Szenarien mehr. Wird weiterhin ein vorgegebener  $\delta$ -Servicegrad von 100% angenommen, so kann das SCLSP-RW<sup>SCN</sup> auf das bekannte kapazitätsbeschränkte Losgrößenproblem (CLSP, engl.: *Capacitated Lot Sizing Problem*) reduziert werden, was

<sup>174</sup> Vgl. hierzu z. B. auch Helber et al. (2013), S. 84.

<sup>175</sup> Für die *Static-Dynamic Uncertainty Strategy*, vgl. Bookbinder und Tan (1988), S. 1102-1104.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

nach Florian et al. (1980)  $\mathcal{NP}$ -schwer ist.<sup>176</sup> Demnach ist das SCLSP-RW<sup>SCN</sup> ebenfalls  $\mathcal{NP}$ -schwer und es besteht die Notwendigkeit eines geeigneten heuristischen Lösungsansatzes.

Auf der mathematischen Programmierung basierende Verfahren sind durch eine hohe Flexibilität hinsichtlich der Anwendbarkeit auf Modellerweiterungen gekennzeichnet.<sup>177</sup> Die Fix&Optimize-Heuristik ist dieser Klasse der Lösungsverfahren zuzuordnen.<sup>178</sup> Dieses Verfahren wurde bereits auf Erweiterungen des CLSP angewandt (siehe z. B. Helber et al. (2013), Sahling (2016) und Cunha et al. (2019)). Infolgedessen wird eine Variante der Fix&Optimize-Heuristik nach Helber und Sahling (2010) angewendet, um im Rahmen der Initialisierung des flexiblen Planungsansatzes ein robustes Rüstmuster zu ermitteln.

Die grundlegende Idee dieses heuristischen Lösungsverfahrens ist die Dekomposition des Gesamtproblems in Unterprobleme, welche iterativ gelöst werden.<sup>179</sup> In jedem Unterproblem wird nur ein Teil der Binärvariablen optimal gelöst, während der andere Teil fixiert ist.<sup>180</sup> Durch die reduzierte Anzahl der im Optimierungsprozess gleichzeitig betrachteten Binärvariablen in den einzelnen Unterproblemen kann deren Komplexität und damit deren Lösungsaufwand deutlich reduziert werden.<sup>181</sup> Die optimalen Ausprägungen aller reelwertigen Entscheidungsvariablen werden in jedem Unterproblem bestimmt.<sup>182</sup> Zur Lösung der resultierenden Unterprobleme wird der Standardsolver CPLEX verwendet.

Zur Definition der Unterprobleme muss zunächst die Menge aller Produkt-Perioden-Kombinationen

$$\mathcal{KT} := \mathcal{K} \times \mathcal{T} = \{1, \dots, K\} \times \{1, \dots, T\}$$

in die folgenden zwei disjunkten Teilmengen unterteilt werden:<sup>183</sup>

- Die Teilmenge  $\mathcal{KT}^{opt}$  enthält diejenigen Produkt-Perioden-Kombinationen  $(k, t)$ , für welche die zugehörigen Rüstvariablen  $\gamma_{kt}$  und  $\gamma_{kt}^r$  optimal bestimmt werden.
- Die Teilmenge  $\mathcal{KT}^{fix}$  enthält diejenigen Produkt-Perioden-Kombinationen  $(k, t)$ , für welche die zugehörigen Rüstvariablen  $\gamma_{kt}$  und  $\gamma_{kt}^r$  (temporär) fixiert sind.

<sup>176</sup> Vgl. hierfür Florian et al. (1980).

<sup>177</sup> Vgl. Sahling (2010), S. 67.

<sup>178</sup> Vgl. Sahling (2010), S. 67.

<sup>179</sup> Vgl. Helber und Sahling (2010), S. 250.

<sup>180</sup> Vgl. Helber und Sahling (2010), S. 250.

<sup>181</sup> Vgl. Helber und Sahling (2010), S. 250.

<sup>182</sup> Vgl. Helber und Sahling (2010), S. 250.

<sup>183</sup> Vgl. Helber und Sahling (2010), S. 250 und Sahling (2010), S. 71. Helber und Sahling (2010) sowie Sahling (2010) definieren hierbei zwei disjunkte Teilmengen im Kontext des MLCLSP (engl.: *Multi-Level Capacitated Lot Sizing Problem*).

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

Ein Unterproblem (SCLSP-RW-SUB<sup>SCN</sup>) kann damit unter Anwendung der ergänzenden Notation in Tabelle 3.4 durch die zusätzliche Betrachtung der Restriktionen (3.53)-(3.54) im Rahmen des SCLSP-RW<sup>SCN</sup> wie folgt modelliert werden:<sup>184</sup>

**Tabelle 3.4.:** Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SUB<sup>SCN</sup>

#### Indexmengen

$\mathcal{KT}$	Menge der Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$
$\mathcal{KT}^{opt}$	Menge der Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$ , für welche die zugehörigen Rüstvariablen $\gamma_{kt}$ und $\gamma_{kt}^r$ im jeweils betrachteten Unterproblem optimiert werden
$\mathcal{KT}^{fix}$	Menge der Produkt-Perioden-Kombinationen $(k, t)$ , für welche die zugehörigen Rüstvariablen $\gamma_{kt}$ und $\gamma_{kt}^r$ im jeweils betrachteten Unterproblem fixiert sind

#### Parameter

$\bar{\gamma}_{kt}$	Wert der fixierten Rüstvariable $\gamma_{kt}$ für die Produktion
$\bar{\gamma}_{kt}^r$	Wert der fixierten Rüstvariable $\gamma_{kt}^r$ für die Nacharbeit

#### Modell SCLSP-RW-SUB<sup>SCN</sup>:

$$\min (3.38)-(3.40)$$

unter Beachtung der Restriktionen (3.15)-(3.18), (3.21)-(3.23), (3.41)-(3.52) und

$$\gamma_{kt} = \bar{\gamma}_{kt} \quad \forall (k, t) \in \mathcal{KT}^{fix} \quad (3.53)$$

$$\gamma_{kt}^r = \bar{\gamma}_{kt}^r \quad \forall (k, t) \in \mathcal{KT}^{fix} \quad (3.54)$$

Durch die Restriktionen (3.53) und (3.54) werden nur diejenigen Rüstvariablen  $\gamma_{kt}$  bzw.  $\gamma_{kt}^r$  optimal gelöst, welche der Menge  $\mathcal{KT}^{opt} = \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}^{fix}$  zugehörig sind.

Um von dem SCLSP-RW<sup>SCN</sup> mehrere Unterprobleme abzuleiten und iterativ zu lösen, wird hier eine produktorientierte Dekomposition<sup>185</sup> angewendet.<sup>186</sup> In jedem Unterproblem werden lediglich die einem einzelnen Produkt  $k$  zugehörigen Binärvariablen  $\gamma_{kt}$  und  $\gamma_{kt}^r$  über den gesamten Planungshorizont ( $t = 1, \dots, T$ ) optimal gelöst. Die üb-

<sup>184</sup> Vgl. Helber und Sahling (2010), S. 250. Helber und Sahling (2010) formulieren ein Unterproblem im Kontext des MLCLSP.

<sup>185</sup> Vgl. hierzu Helber und Sahling (2010), S. 250. Für eine Anwendung der produktorientierten Dekomposition im Kontext der integrierten Losgrößen- und Wiederaufbereitungsplanung, vgl. Sahling (2016), S. 3830-3831.

<sup>186</sup> Für die produktorientierte Dekomposition ist die vorgeschlagene Aufteilung der Menge aller Produkt-Perioden-Kombinationen in zwei disjunkte Teilmengen ausreichend. Zur Anwendung anderer Dekompositionen sind je nach Art diesbezügliche Anpassungen notwendig.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

rigen Binärvariablen bleiben auf in der Lösung vorheriger Unterprobleme ermittelter Werte fixiert. In der Startlösung werden alle Binärvariablen  $\gamma_{kt}$  und  $\gamma_{kt}^r$  auf 1 gesetzt.<sup>187</sup> Dies führt zu entsprechend hohen Rüstzeiten im Kontext der Startlösung. Sollte die nach Abzug der Rüstzeiten zur Verfügung stehende Kapazität nicht mehr ausreichend sein, um genügend ME zur Befriedigung der Nachfrage und somit zur Erreichung des vorgegebenen Servicegrads zu produzieren bzw. nachzuarbeiten, würde der eingesetzte Standardsolver mit einer Fehlermeldung abbrechen.<sup>188</sup> Die zulässige Nutzung von Überstunden ist durch die Restriktionen (3.16) begrenzt. Für eine formal zulässige Startlösung ist ggf. eine darüber hinaus gehende Nutzung von Überstunden erforderlich. Infolgedessen wird im Rahmen der Kapazitätsrestriktionen (3.15) eine unbegrenzte Nutzung von Überstunden erlaubt, welche jedoch in der Zielfunktion mit hohen Kosten bewertet wird.<sup>189</sup> Nach Ermittlung der Startlösung werden die Produkte beginnend mit dem ersten Produkt nach aufsteigendem Index berücksichtigt. Nachdem alle Produkte einmal berücksichtigt wurden, endet das Lösungsverfahren.<sup>190</sup>

Abbildung 3.3 veranschaulicht den Ablauf der produktorientierten Dekomposition im Kontext des SCLSP-RW<sup>SCN</sup>. Die beispielhaft betrachtete Planungssituation umfasst vier Produkte und sechs Perioden.

---

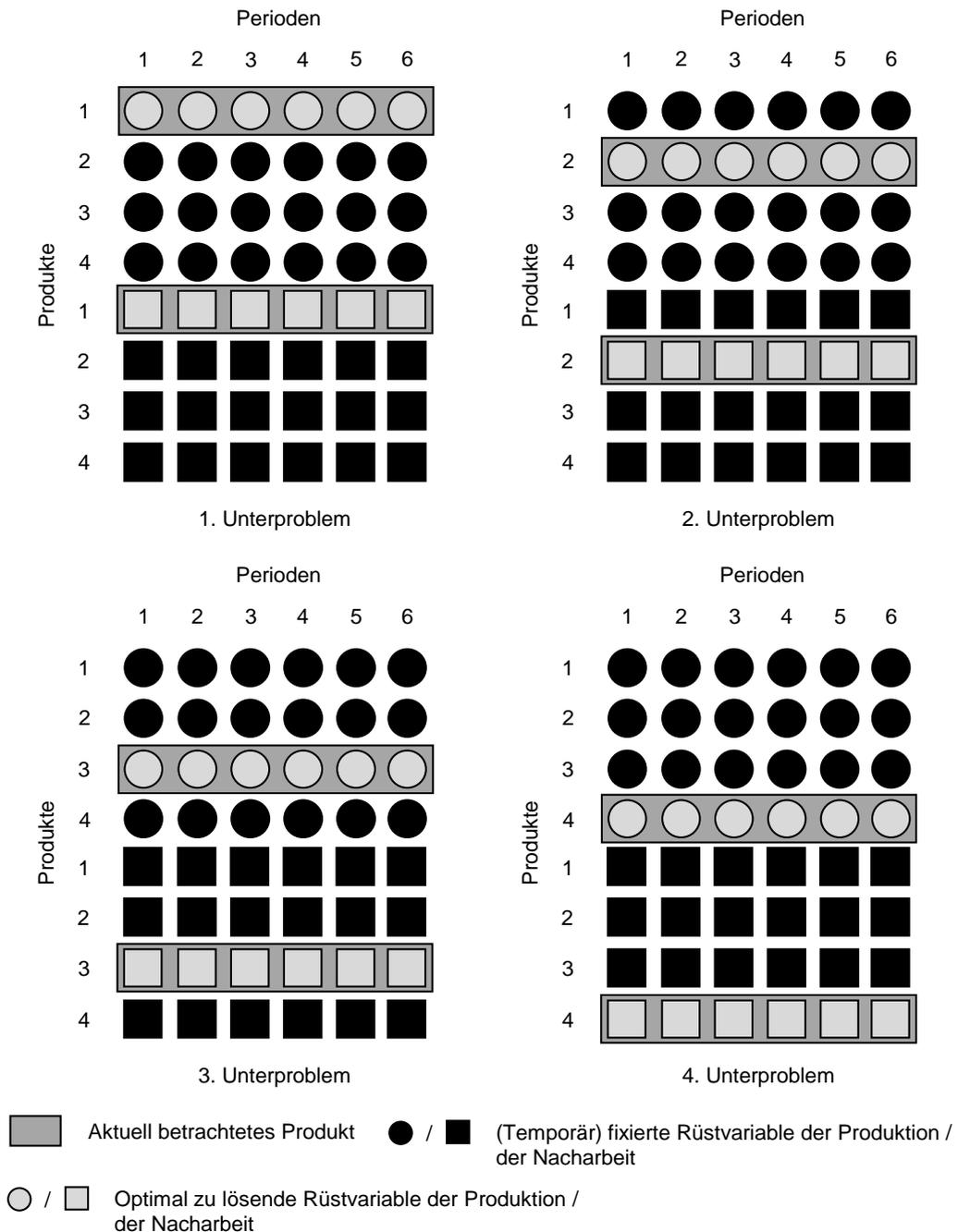
<sup>187</sup> Vgl. Helber und Sahling (2010), S. 251-252.

<sup>188</sup> Vgl. hierzu auch Sahling (2010), S. 73 im Kontext des MLCLSP.

<sup>189</sup> Vgl. hierzu auch Helber und Sahling (2010), S. 250-252 und Sahling (2010), S. 73 jeweils im Kontext des MLCLSP.

<sup>190</sup> Vgl. Helber und Sahling (2010), S. 251-252.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung



**Abbildung 3.3.:** Beispiel zur Veranschaulichung des Ablaufs der produktorientierten Dekomposition zur Lösung des SCLSP-RW<sup>SCN</sup> im Rahmen der Initialisierung des flexiblen Planungsansatzes  
**Quelle:** In Anlehnung an Sahling (2010), S. 78.

Im ersten Unterproblem werden die Rüstvariablen der Produktion und Nacharbeit für Produkt 1 optimal gelöst. Alle übrigen Rüstvariablen sind fixiert. Nach Lösung des ersten Unterproblems werden die Rüstvariablen der Produktion und Nacharbeit für Produkt 1 fixiert. Darauffolgend werden im zweiten Unterproblem alle Rüstvariablen der Produktion und Nacharbeit des Produkts 2 optimal gelöst, wobei die Rüstvariablen der übrigen Produkte fixiert sind. Nachdem das zweite Unterproblem gelöst wurde, werden die Rüstvariablen der Produktion und Nacharbeit des Produkts 2 fixiert. In den darauf-

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

folgenden Unterproblemen drei und vier wird analog verfahren. Im dritten Unterproblem werden die Rüstvariablen der Produktion und Nacharbeit des Produkts 3 und im vierten Unterproblem des Produkts 4 optimal gelöst. Die jeweils übrigen Rüstvariablen sind fixiert. In jedem Unterproblem werden die Ausprägungen der reellwertigen Variablen für alle Produkte und Perioden optimal bestimmt.

Algorithmus 3.1 stellt das Vorgehen der Fix&Optimize-Heuristik mit produktorientierter Dekomposition zur Lösung des SCLSP-RW<sup>SCN</sup> im Rahmen der Initialisierung des flexiblen Planungsansatzes zusammenfassend dar.

---

**Algorithmus 3.1.:** Vorgehen der Fix&Optimize-Heuristik mit produktorientierter Dekomposition zur Lösung des SCLSP-RW<sup>SCN</sup>

**Quelle:** In Anlehnung an Sahling (2010), S. 77 und Sahling (2016), S. 3831.

---

- 1: **Setze**  $\bar{\gamma}_{kt} := \bar{\gamma}_{kt}^r := 1 \forall (k, t) \in \mathcal{KT}$
  - 2: **Setze**  $\mathcal{KT}^{fix} := \mathcal{KT}$
  - 3: **Löse** SCLSP-RW-SUB<sup>SCN</sup>
  - 4: **Für** jedes Produkt  $k = 1 \dots, K$  **tue**
  - 5:     **Füge**  $(k, t)$  zu  $\mathcal{KT}^{opt}$  hinzu  $\forall t \in \mathcal{T}$
  - 6:     **Setze**  $\mathcal{KT}^{fix} := \mathcal{KT} \setminus \mathcal{KT}^{opt}$
  - 7:     **Löse** SCLSP-RW-SUB<sup>SCN</sup>
  - 8:     **Setze**  $\bar{\gamma}_{kt} := \gamma_{kt} \forall t \in \mathcal{T}$
  - 9:     **Setze**  $\bar{\gamma}_{kt}^r := \gamma_{kt}^r \forall t \in \mathcal{T}$
  - 10:    **Setze**  $\mathcal{KT}^{opt} := \emptyset$
  - 11: **Ende**
- 

Zu Beginn wird für jedes Produkt  $k$  in jeder Periode  $t$  ein Rüstvorgang sowohl für die Produktion als auch die Nacharbeit eingeplant (Zeile 1). Dementsprechend werden alle Produkt-Perioden-Kombinationen der Menge  $\mathcal{KT}^{fix}$  hinzugefügt (Zeile 2). Im nächsten Schritt wird das hieraus resultierende SCLSP-RW-SUB<sup>SCN</sup> gelöst (Zeile 3). Die produktorientierte Dekomposition erfolgt in den nachstehenden Zeilen 4-11: Die Produkte werden iterativ mit aufsteigendem Index betrachtet. Für das aktuell betrachtete Produkt  $k$  werden zunächst alle dieses Produkt betreffende Produkt-Perioden-Kombinationen der Menge  $\mathcal{KT}^{opt}$  zugeordnet, deren zugehörige Binärvariablen der Produktion bzw. Nacharbeit optimal gelöst werden (Zeile 5). Die Menge  $\mathcal{KT}^{fix}$  wird im nächsten Schritt als diejenige Menge aller Produkt-Perioden-Kombinationen definiert, deren zugehörige Rüstvariablen der Produktion bzw. Nacharbeit nicht optimiert werden (Zeile 6). Anschließend wird das resultierende SCLSP-RW-SUB<sup>SCN</sup> gelöst (Zeile 7). Weitergehend werden die ermittelten Werte für die Rüstvariablen des aktuell betrachteten Produkts  $k$  für alle Perioden  $t$  fixiert (Zeile 8 respektive Zeile 9). Anschließend werden alle Produkt-Perioden-Kombinationen aus der Menge  $\mathcal{KT}^{opt}$  entfernt (Zeile 10). Der Algorithmus endet, sobald alle Produkte betrachtet wurden (Zeile 11).

Das hieraus resultierende Rüstmuster wird daraufhin fixiert und dient als Basis für Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen in den darauffolgenden Stufen

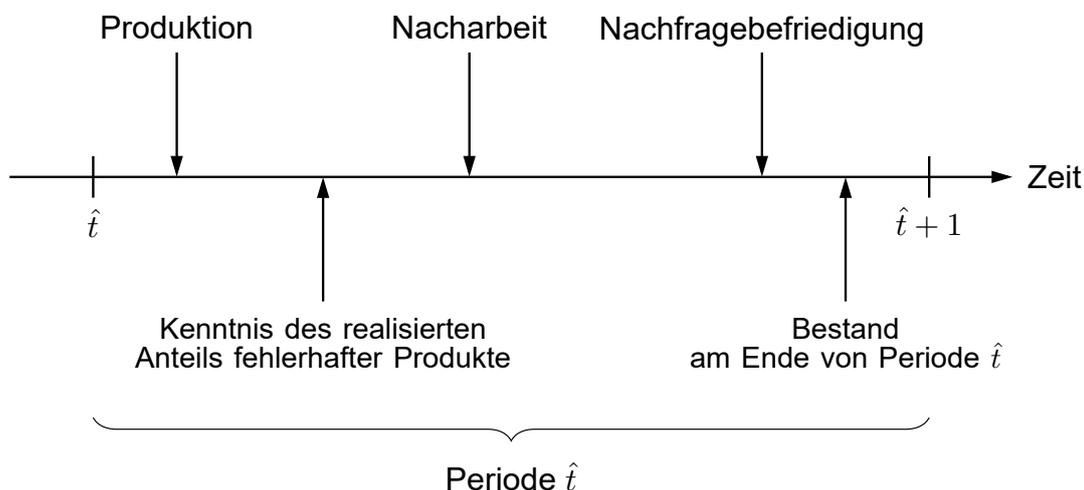
### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

des flexiblen Planungsansatzes.

#### 3.4.3. Iterative Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen

Der aus der Lösung des SCLSP-RW<sup>SCN</sup> resultierende robuste Plan kann nach Durchführung der Produktion und damit unter Kenntnis des tatsächlichen Anteils fehlerhafter Produkte angepasst werden. Hierbei werden periodenspezifische Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen ermöglicht, während das in der Initialisierung ermittelte Rüstmuster fixiert bleibt.

Jede der aufeinanderfolgenden Stufen ist einer bestimmten Periode  $t$  zugeordnet. Abbildung 3.4 stellt die Sequenz der Ereignisse innerhalb einer Periode dar.



**Abbildung 3.4.:** Sequenz der Ereignisse in Periode  $\hat{t}$

**Quelle:** In Anlehnung an Kirste (2017), S. 40 und 115.

Zu Beginn der Periode  $\hat{t}$  wird zunächst die Produktion durchgeführt. Es wird angenommen, dass der realisierte Anteil fehlerhafter Produkte der realisierten Produktionsmengen direkt nach deren Produktion bekannt ist.<sup>191</sup> Infolgedessen sind die Mengen fehlerfreier und fehlerhafter Produkte bekannt. Mit dieser aktualisierten Information wird ein reduziertes SCLSP-RW <sub>$\hat{t}$</sub> <sup>SCN</sup> (engl.: *Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework*) für die aktuelle und zukünftigen Perioden ( $\tau = \hat{t}, \dots, T$ ) gelöst.<sup>192</sup> Eine Berücksichtigung von Szenarien ist im Rahmen des reduzierten SCLSP-RW <sub>$\hat{t}$</sub> <sup>SCN</sup> lediglich für zukünftige Perioden ( $\tau = \hat{t} + 1, \dots, T$ ) erforderlich.

<sup>191</sup> Siehe hierzu auch Abschnitt 2.3.2 zu Inspektionsprozessen.

<sup>192</sup> Die Modellformulierung des SCLSP-RW <sub>$\hat{t}$</sub> <sup>SCN</sup> befindet sich in Anhang A.1.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

Die Lösung des SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$  unter Berücksichtigung des fixierten Rüstmusters und der realisierten Mengen fehlerfreier und fehlerhafter Produkte bietet die Flexibilität, die Nacharbeitsmengen der aktuellen und aller zukünftigen Perioden ( $\tau = \hat{t}, \dots, T$ ) anzupassen. Weiterhin können die Produktionsmengen aller zukünftigen Perioden ( $\tau = \hat{t} + 1, \dots, T$ ) angepasst werden.

In den periodenspezifischen linearen Programmen<sup>193</sup> SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$  ergibt sich damit ein Zusammenspiel aus bereits realisierten und noch unbekanntem Ausprägungen der Zufallsvariablen in Kombination mit fixierten und noch zu treffenden Entscheidungen. Hierbei wird der Planungshorizont in realisierte Perioden  $\mathcal{T}^{Real}$  und zukünftige Perioden  $\mathcal{T}^{Zuk}$  aufgeteilt. Die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  ist den realisierten Perioden zugeordnet. Um die Informations- und Entscheidungsstruktur näher zu erläutern, wird im Folgenden eine beispielhafte Entscheidungssituation mit vier Perioden betrachtet. Tabelle 3.5 gibt einen Überblick über die vorliegende Informations- und Entscheidungsstruktur. Die aktuell betrachtete Periode ist hierbei mit  $\hat{t}$  gekennzeichnet. Weiterhin stellt  $\tilde{\Omega}_{kt}$  den tatsächlichen Anteil fehlerhafter Produkte dar.

**Tabelle 3.5.:** Beispiel zur Veranschaulichung der Informations- und Entscheidungsstruktur des flexiblen Planungsansatzes

Perioden		$\tilde{\Omega}_{kt}$ bekannt?	Betrachtung Szenarien?	$q_{kt}$ anpassbar?	$q_{kt}^r$ anpassbar?
$\mathcal{T}^{Real}$	1	x	o	o	o
	2 (= $\hat{t}$ )	x	o	o	x
$\mathcal{T}^{Zuk}$	3	o	x	x	x
	4	o	x	x	x

**Erläuterungen:** x - Trifft zu, o - Trifft nicht zu

Zum beispielhaften Betrachtungszeitpunkt in Periode 2 wurde die Produktion in dieser Periode bereits durchgeführt. Der Anteil fehlerhafter Produkte ist demnach für diese Periode (und für die davor liegende Periode 1) bekannt. Aufgrund dessen müssen für diese beiden Perioden (1 und 2) keine Szenarien mehr betrachtet werden. Auf dieser Basis können die Produktionsmengen der zukünftigen Perioden 3 und 4 sowie die Nacharbeitsmengen der Perioden 2, 3 und 4 angepasst werden. Da die Produktion in den zukünftigen Perioden noch nicht durchgeführt wurde und der tatsächliche Anteil fehlerhafter Produkte demzufolge noch unbekannt ist, müssen in den Perioden 3 und 4 weiterhin Szenarien betrachtet werden.

<sup>193</sup> Da die Rüstentscheidungen und somit die binären Rüstvariablen  $\gamma_{kt}^{(r)}$  auf die in der Initialisierung ermittelten Werte fixiert sind, handelt es sich bei dem reduzierten periodenspezifischen SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$  nicht länger um ein gemischt-ganzzahliges lineares Optimierungsmodell, sondern um ein lineares Optimierungsmodell. Hinsichtlich des Begriffs des linearen Optimierungsmodells, vgl. z. B. Scholl (2008), S. 37-38.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

Algorithmus 3.2 stellt das Vorgehen des mehrstufigen stochastischen Optimierungsansatzes zusammenfassend dar.

---

**Algorithmus 3.2.:** Mehrstufiger stochastischer Optimierungsansatz für einen unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte

---

- 1: **Löse** SCLSP-RW<sup>SCN</sup> via Fix&Optimize-Heuristik
  - 2: **Fixiere** Rüstmuster  $\bar{\gamma}_{kt} := \gamma_{kt}$  und  $\bar{\gamma}_{kt}^r := \gamma_{kt}^r \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}$
  - 3: **Setze**  $\bar{q}_{k1} := q_{k1} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 4: **Für** jede Periode  $t = 1 \dots, T$  **tue**
  - 5:     **Realisiere** Produktionsmengen  $\bar{q}_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 6:     **Aktualisiere** Anteil fehlerhafter Produkte  $\tilde{\Omega}_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 7:     **Setze**  $q_{kt}^b := \tilde{\Omega}_{kt} \cdot q_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 8:     **Setze**  $q_{kt}^g := (1 - \tilde{\Omega}_{kt}) \cdot q_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 9:     **Füge**  $t$  zu  $\mathcal{T}^{Real}$  hinzu
  - 10:    **Setze**  $\mathcal{T}^{Zuk} := \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}^{Real}$
  - 11:    **Löse** reduziertes SCLSP-RW<sup>SCN</sup> <sub>$t$</sub>
  - 12:    **Setze**  $\bar{q}_{k,t+1} := q_{k,t+1} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 13:    **Setze**  $\bar{q}_{kt}^r := q_{kt}^r \forall k \in \mathcal{K}$
  - 14: **Ende**
- 

Zur Initialisierung wird das SCLSP-RW<sup>SCN</sup> unter Anwendung der vorgestellten Fix&Optimize-Heuristik gelöst (Zeile 1). Anschließend wird das ermittelte robuste Rüstmuster für alle Produkte und Perioden fixiert (Zeile 2). Weiterhin werden die Produktionsmengen der ersten Periode des Planungszeitraums für alle Produkte fixiert (Zeile 3), da die Produktion zu Beginn des Planungshorizonts in der ersten Periode zunächst durchgeführt werden muss, um aktualisierte Informationen bezüglich des realisierten Anteils fehlerhafter Produkte zu erhalten. Daraufhin erfolgen die iterativen Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen auf den verschiedenen Stufen (Zeile 4-Zeile 14): Die Perioden werden aufsteigend beginnend mit der ersten Periode durchlaufen. Zunächst werden die Produktionsmengen realisiert (Zeile 5). Daraufhin wird der Anteil fehlerhafter Produkte der realisierten Mengen bekannt (Zeile 6). Demnach wird jetzt der Kenntnisstand bezüglich der Menge produzierter fehlerhafter und fehlerfreier Produkte aktualisiert (Zeile 7 respektive Zeile 8). Die aktuell betrachtete Periode  $t$  wird der Menge der realisierten Perioden  $\mathcal{T}^{Real}$  hinzugefügt (Zeile 9). Die Menge der zukünftigen Perioden  $\mathcal{T}^{Zuk}$  wird als Differenzmenge der Menge aller betrachteten Perioden  $\mathcal{T}$  und der Menge realisierter Perioden  $\mathcal{T}^{Real}$  definiert (Zeile 10). Mit diesen aktualisierten Informationen wird jetzt ein periodenspezifisches reduziertes SCLSP-RW<sup>SCN</sup> <sub>$t$</sub>  gelöst und mögliche Anpassungen des Produktions- und Nacharbeitsplans können basierend auf dem robusten Rüstmuster und den aktualisierten Informationen vorgenommen werden (Zeile 11). Anschließend werden die ermittelten Produktionsmengen aller Produkte für die nächste Periode fixiert (Zeile 12). Ebenso werden die Nacharbeitsmengen der aktuell betrachteten Periode fixiert (Zeile 13). Wenn alle Perioden durchlaufen wurden, endet der Algorithmus (Zeile 14).

## 3.5. Numerische Untersuchungen

### 3.5.1. Beschreibung der verwendeten Testinstanzen

Der vorangehend beschriebene flexible Planungsansatz ist im Folgenden Gegenstand numerischer Untersuchungen. Für die numerischen Untersuchungen werden zwei Problemklassen definiert. Die Problemklassen unterscheiden sich hinsichtlich der Anzahl betrachteter Produkte und Perioden. Während Problemklasse 1 (PK 1)  $K = 5$  Produkte und  $T = 10$  Perioden umfasst, werden im Rahmen der Problemklasse 2 (PK 2)  $K = 20$  Produkte und  $T = 16$  Perioden berücksichtigt. Jede Problemklasse umfasst jeweils 144 Testinstanzen. Tabelle 3.6 gibt einen Überblick über die Problemklassen.

**Tabelle 3.6.:** Überblick der betrachteten Problemklassen

	$K$	$T$	#TI
PK 1	5	10	144
PK 2	20	16	144

Im Folgenden wird die Generierung der Testinstanzen detailliert beschrieben. Die Testinstanzen wurden durch die Variation verschiedener Parameter generiert. Ein Überblick über die variierten Parameter ist in Tabelle 3.7 zu finden.

**Tabelle 3.7.:** Variierende Parameter

Mittlerer Anteil fehlerhafter Produkte	$\bar{\Omega}_k$	$\in \{0,02; 0,04; 0,06\}$
Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte	$\text{Range}_\Omega$	$\in \{\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k; \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k\}$
Interperiodische Variabilität der Nachfrage	$VC_d^{ip}$	$\in \{0,2; 0,3\}$
Kapazitätsauslastung	$Util$	$\in \{0,6; 0,9\}$
Time Between Orders	$TBO$	$\in \{1; 2; 4\}$
Vorgegebener Servicegrad	$\delta$	$\in \{0,9; 0,95\}$

Die produktspezifischen Nachfragemengen  $\bar{d}_k$  wurden basierend auf einer ganzzahligen Gleichverteilung in dem Intervall  $[50, 100]$  generiert. Anschließend wurden die resultierenden Werte für  $\bar{d}_k$  als Basis für die Generierung zweier dynamischer normalverteilter Nachfragezeitreihen genutzt. Die Nachfragezeitreihen unterscheiden sich hinsichtlich der interperiodischen Nachfragevariabilität  $VC_d^{ip}$ .<sup>194</sup>

Der Anteil fehlerhafter Produkte wurde auf Basis einer Gleichverteilung und einer Dreiecksverteilung mit dem Mittelwert  $\bar{\Omega}_k$  und der Intervallbreite  $\text{Range}_\Omega$  generiert.

Die konstanten Parameterausprägungen können Tabelle 3.8 entnommen werden.

<sup>194</sup> Für ähnliche Vorgehensweisen zur Erzeugung dynamischer Nachfragedaten, vgl. z. B. Sahling (2013), S. 70 und Helber et al. (2013), S. 92.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

**Tabelle 3.8.:** Konstante Parameter

Produktionskosten von $k$	$pc_k = 4$
Nacharbeitskosten von Produkt $k$	$pc_k^r = 1,5$
Produktionszeit von $k$	$pt_k = 0,08$
Nacharbeitszeit von Produkt $k$	$pt_k^r = 0,03$
Rüstkosten für die Produktion von Produkt $k$	$sc_k = 12,5$
Rüstkosten für die Nacharbeit von Produkt $k$	$sc_k^r = 3,125$
Rüstzeit für die Produktion von Produkt $k$	$st_k = 0,25$
Rüstzeit für die Nacharbeit von Produkt $k$	$st_k^r = 0,0625$
Anteil erlaubter Überstunden	$\alpha = 0,1$
Kleine Zahl	$\epsilon = 0,01$
Überstundenkosten	$oc = 75$

Es wird angenommen, dass die Rüstkosten der Produktion höher als die Rüstkosten der Nacharbeit sind.<sup>195</sup> Weiterhin werden die Rüstkosten als proportional zu den Rüstzeiten angenommen.<sup>196</sup>

Die Lagerhaltungskosten werden basierend auf den Rüstkosten, der mittleren Produktnachfrage und der Time Between Orders ( $TBO$ ) nach folgender Formel berechnet:<sup>197</sup>

$$hc_k = \frac{2 \cdot sc_k}{\bar{d}_k \cdot TBO^2} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.55)$$

Hierdurch können durch die Wahl verschiedener Werte für die  $TBO$  unterschiedliche Verhältnisse von Lager- und Rüstkosten abgebildet werden.

Die Lagerhaltungskosten fehlerfreier und fehlerhafter Produkte entsprechen sich.<sup>198</sup>

Die variablen Produktionskosten werden als proportional zur Produktionszeit einer ME angenommen.<sup>199</sup> Dieser Zusammenhang gilt ebenfalls für die Nacharbeitskosten und -zeiten. Die Produktionszeit wird als höher als die Nacharbeitszeit angenommen.<sup>200</sup>

Die periodenspezifische Kapazität  $c_t$  der gemeinsamen Produktions- und Nacharbeitsressource wird nach folgender Formel berechnet:<sup>201</sup>

$$c_t = \frac{1}{Util} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot \bar{d}_k + st_k + pt_k^r \cdot \bar{d}_k \cdot \bar{\Omega}_k + st_k^r) \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (3.56)$$

Demnach wird in jeder Periode die Produktion der durchschnittlichen Produktnachfra-

<sup>195</sup> Vgl. z. B. Widyana und Wee (2012), S. 66.

<sup>196</sup> Vgl. z. B. Jamal et al. (2004), S. 84 und 87.

<sup>197</sup> Vgl. Tempelmeier (2011), S. 631.

<sup>198</sup> Vgl. z. B. Goerler und Voß (2016), S. 2291.

<sup>199</sup> Vgl. z. B. Sahling (2010), S. 132 und 135.

<sup>200</sup> Vgl. z. B. Goerler und Voß (2016), S. 2291.

<sup>201</sup> Für ähnliche Vorgehensweisen zur Berechnung der zur Verfügung stehenden Kapazität, vgl. z. B. Sahling (2013), S. 70, Hilger et al. (2016), S. 874 und Sahling (2016), S. 3835.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

ge sowie ein Rüstvorgang für die Produktion und die Nacharbeit der durchschnittlichen Mengen fehlerhafter Produkte basierend auf der mittleren Produktnachfrage sowie ein Rüstvorgang für die Nacharbeit jedes Produkts  $k$  erlaubt. Um zulässige Lösungen sicherzustellen, wird die Kapazität durch die Auslastung  $Util$  erweitert.

Der Parameter  $M_{kt}$  wird wie folgt berechnet:<sup>202</sup>

$$M_{kt} = \frac{2 \cdot c_t}{\min\{pt_k, pt_k^r\}} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (3.57)$$

Hierbei gilt es eine nicht intendierte Beschränkung der Produktions- und Nacharbeitsmengen durch die Wahl von  $M_{kt}$  zu vermeiden.<sup>203</sup> Die Produktion bzw. Nacharbeit ist nur möglich, solange ausreichend Kapazität zur Verfügung steht. Da während der Rüstzeit nicht produziert oder nachgearbeitet werden kann, könnte im Zähler der Berechnung von  $M_{kt}$  das Minimum aus Rüstzeit der Produktion und Nacharbeit von der Kapazität subtrahiert werden. Hierbei gilt es jedoch zu beachten, dass die potentielle Nutzung von Überstunden somit ggf. ausgeschlossen wird. Vor allem bei der Ermittlung einer formal zulässigen Startlösung für die vorgestellte Fix&Optimize-Heuristik müssen unter Umständen über die zulässige Überstundennutzung hinausgehende Überstunden eingeplant werden, da alle Rüstvariablen auf den Wert 1 gesetzt werden und somit entsprechende Rüstzeiten anfallen.<sup>204</sup> In Konsequenz wird auf die Subtraktion des Minimums aus Rüstzeit der Produktion und Nacharbeit verzichtet. Stattdessen fließt die Kapazität in die Berechnung von  $M_{kt}$  mit dem Faktor 2 ein. Die Nutzung von Überstunden, die über die zulässige Nutzung hinausgehen, wird in der Zielfunktion wie in Abschnitt 3.4.2 beschrieben mit hohen Kosten bewertet. Infolgedessen wird davon ausgegangen, dass der durch (3.57) berechnete Wert hinreichend groß ist.

Der Anteil fehlerhafter Produkte wird als gleichverteilt angenommen.<sup>205</sup> Weiterhin wird der Einfluss eines dreiecksverteilten Anteils fehlerhafter Produkte untersucht.<sup>206</sup> Die Höhe des mittleren Anteils fehlerhafter Produkte wird in Anlehnung an eine Umfrage von Lay et al. (1996) gewählt. Nach dieser Umfrage betrug der durchschnittliche Anteil fehlerhafter Produkte über 1305 Unternehmen der deutschen Investitionsgüterindustrie 4,9%.<sup>207</sup> In der Literatur können ebenso ähnliche Werte gefunden werden.<sup>208</sup> Weiterhin werden verschiedene Werte für die Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte

<sup>202</sup> Für eine ähnliche Berechnung des Parameters im Kontext der integrierten Losgrößen- und Wiederaufbereitungsplanung, vgl. z. B. Sahling (2013), S. 59.

<sup>203</sup> Vgl. hierzu z. B. auch Stadtler (1996), S. 563 im Kontext des MLCLSP.

<sup>204</sup> Vgl. Abschnitt 3.4.2.

<sup>205</sup> Vgl. z. B. Sarkar et al. (2014), S. 423, Kang et al. (2017), S. 1748 und Asadkhani et al. (2022), S. 2654 für eine ähnliche Annahme.

<sup>206</sup> Für eine ähnliche Annahme, vgl. z. B. Sarkar et al. (2014), S. 423 und Kang et al. (2017), S. 1748.

<sup>207</sup> Vgl. Lay et al. (1996), S. 5-6.

<sup>208</sup> Vgl. z. B. Sarkar et al. (2014), S. 432, Goerler und Voß (2016), S. 2292, Goerler et al. (2020), S. 16 und Asadkhani et al. (2022), S. 2654.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

untersucht. In der Literatur sind Werte wie z. B.  $\pm 0,4 \cdot \bar{\Omega}_k$ <sup>209</sup> oder  $\pm 0,5 \cdot \bar{\Omega}_k$ <sup>210</sup> zu finden. Hier werden verschiedene Werte für die Intervallbreite gewählt, um unterschiedliche Planungssituationen abzubilden: Eine niedrige Intervallbreite  $\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$ , eine mittlere Intervallbreite  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  und eine hohe Intervallbreite  $\pm 0,5 \cdot \bar{\Omega}_k$ .

Zusätzlich wird die interperiodische Nachfragevariabilität  $VC_d$ , die Kapazitätsauslastung  $Util$ , die Time Between Orders  $TBO$  und der vorgegebene Servicegrad variiert. Nach Helber et al. (2013) ist das von Saliby (1990) vorgeschlagene *Descriptive Sampling* dem *Simple Random Sampling* überlegen.<sup>211</sup> Demnach wird hier das *Descriptive Sampling* angewendet, um die szenario-spezifischen Anteile fehlerhafter Produkte zu generieren. Es werden zehn Szenarien genutzt. Die szenario-spezifischen Ausprägungen werden basierend auf der bekannten Anzahl der Szenarien und der Verteilungsinformation der Zufallsvariable generiert, sodass die theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung möglichst genau abgebildet wird.<sup>212</sup> Anschließend werden die generierten Ausprägungen in einer zufälligen Reihenfolge angeordnet.<sup>213</sup> Durch die geringere Anzahl der zur Approximation der zugrundeliegenden Verteilung benötigten Szenarien sinkt der numerische Aufwand zur Lösung des Modells.

Die Berechnungen wurden auf einem Intel Core CPU mit sechs 2,90 GHz Threads und 16 GB RAM durchgeführt. Das SCLSP-RW<sup>SCN</sup> und der mehrstufige stochastische Optimierungsansatz wurden in GAMS 36.2.0 implementiert. Im Rahmen der Fix&Optimize-Heuristik wurden die Unterprobleme mit einer relativen Ganzzahligkeitslücke (engl.: *integrality gap*) von bis zu 0,1% mittels des Standardsolvers CPLEX (Version 20.1.0.1) gelöst. Zur Lösung der linearen Programme des reduzierten SCLSP-RW<sub>t</sub><sup>SCN</sup> wurde ebenfalls CPLEX genutzt.

In den nachfolgenden Abschnitten dieses Kapitels werden die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen vorgestellt.

## 3.5.2. Simulationsbasierte Analyse ermittelter Produktions- und Nacharbeitspläne

### 3.5.2.1. Gleichverteilter Anteil fehlerhafter Produkte

Der flexible Planungsansatz erlaubt Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen. Um die Vorteile dieser Anpassungen zu untersuchen, wurde eine simulationsbasierte Analyse mit 1000 Replikationen je Testinstanz durchgeführt. Eine Replikation besteht aus verschiedenen zufälligen Ausprägungen des Anteils fehlerhafter Produkte. Für jede Replikation wurde der flexible Planungsansatz iterativ angewendet. Dadurch

<sup>209</sup> Vgl. Sarkar et al. (2014), S. 432.

<sup>210</sup> Vgl. Asadkhani et al. (2022), S. 2654.

<sup>211</sup> Vgl. hierzu Helber et al. (2013), S. 100.

<sup>212</sup> Vgl. Saliby (1990), S. 1133 sowie auch Helber et al. (2013), S. 86.

<sup>213</sup> Vgl. Saliby (1990), S. 1133 sowie auch Helber et al. (2013), S. 86.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

konnten basierend auf dem fixierten Rüstmuster nach der Realisation der Produktionsmengen und dem daraufhin bekannten Anteil fehlerhafter Produkte die entsprechenden Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen vorgenommen werden. Um mathematisch zulässige Lösungen zu ermitteln, wurden Schlupfvariablen bezüglich der Restriktionen zur Befriedigung von mindestens der kumulierten Nachfrage (3.47), der Servicegradrestriktionen (3.48) und der Verletzung der Beschränkung der Fehlmen- gen fehlerhafter Produkte (3.49) in Restriktionen (3.42) eingeführt. Die Schlupfvariablen werden in der Zielfunktion mit Strafkosten für deren Nutzung verknüpft. Die linearen Programme werden optimal gelöst.

Die Ergebnisse des flexiblen Planungsansatzes und der resultierenden angepassten Pläne wurden mit den Ergebnissen eines robusten Produktions- und Nacharbeitsplans verglichen. Der robuste Plan resultiert aus der Lösung des SCLSP-RW<sup>SCN</sup>. Hier sind keine Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen im Planungsverlauf mög- lich. Hier wurde ebenfalls eine entsprechende Simulationsstudie durchgeführt.

Die Ergebnisse können Tabelle 3.9 entnommen werden. Hier wird der Anteil der Repli- kationen dargestellt, für welchen der vorgegebene Servicegrad für alle Produkte inner- halb einer Replikation eingehalten oder um die jeweilig angegebenen Prozentpunkte (PP) verletzt wurde.

**Tabelle 3.9.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad im Fall eines gleichverteilten Anteils fehlerhafter Produkte erfüllt

	Problemklasse 1		Problemklasse 2	
	Robuster Plan	Angepasster Plan	Robuster Plan	Angepasster Plan
SG	6,04%	45,71%	~0,00%	54,69%
SG-0,1PP	47,39%	93,21%	23,53%	98,53%
SG-0,5PP	94,20%	100,00%	86,87%	100,00%
SG-1,0PP	99,85%	100,00%	99,76%	100,00%
SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Dadurch, dass bei dem robusten Plan keine Anpassungen der Produktions- und Nach- arbeitsmengen unter Kenntnis des realisierten Anteils fehlerhafter Produkte vorgenom- men werden konnten, wurde der Servicegrad lediglich bei 6,04% der Replikationen im Fall der Problemklasse 1 und nahezu keiner Replikation im Fall der Problemklasse 2 eingehalten. Der flexible Planungsansatz kann durch Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen auf aktualisierte Informationen reagieren. In diesem Fall konn- te der Servicegrad für 45,71% der Replikationen der Problemklasse 1 und für 54,69% der Replikationen von Problemklasse 2 eingehalten werden. In über 93% der Repli- kationen beider Problemklassen wurde der Servicegrad unter Anwendung des flexiblen Planungsansatzes um lediglich maximal 0,1 Prozentpunkte verletzt. Bei einem vorge- gebenen Servicegrad von z. B. 95% entspräche dies einem erreichten Servicegrad von

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

94,9% oder höher.

Verletzungen der Restriktionen bezüglich der Erfüllung von mindestens der kumulierten Nachfrage (3.47) sind für beide Ansätze vernachlässigbar.<sup>214</sup> Weiterhin traten im Rahmen des flexiblen Planungsansatzes keine Verletzungen der Beschränkung der Fehlmengen fehlerhafter Produkte (3.49) in (3.42) auf, da die realisierte Menge fehlerhafter Produkte vor Anpassung der Nacharbeitsmengen bekannt ist.

Die Ergebnisse der Simulation zeigen deutlich die Vorteile des angepassten gegenüber dem robusten Produktions- und Nacharbeitsplan.

Zur Analyse der Auswirkungen verschiedener Parameter auf die Ergebnisse der Simulation, werden die Ergebnisse nachfolgend hinsichtlich verschiedener Parameterausprägungen differenziert dargestellt.

Tabelle 3.10 gibt einen Überblick über den Anteil der Replikationen, der den Servicegrad für alle Produkte erreicht, differenziert hinsichtlich der Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte ( $\text{Range}_\Omega$ ).

**Tabelle 3.10.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $\text{Range}_\Omega$

		Robuster Plan		Angepasster Plan	
		$\text{Range}_\Omega = \pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\text{Range}_\Omega = \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\text{Range}_\Omega = \pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\text{Range}_\Omega = \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$
PK 1	SG	6,35%	5,74%	49,93%	41,49%
	SG-0,1PP	69,52%	25,26%	99,17%	87,25%
	SG-0,5PP	100,00%	88,41%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	99,70%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
PK 2	SG	0,01%	0,00%	72,30%	37,09%
	SG-0,1PP	44,80%	2,26%	100,00%	97,05%
	SG-0,5PP	100,00%	73,75%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	99,51%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Der robuste Plan ist bei PK 1 und einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  lediglich in der Lage, den Servicegrad bei 5,74% der Replikationen einzuhalten. Ein deutlicher Unterschied bezüglich der verschiedenen Werte für die Intervallbreite wird bei Betrachtung des Anteils der Replikationen ersichtlich, der den vorgegebenen Servicegrad um bis zu

<sup>214</sup> Die mittlere Verletzung der Restriktionen (3.47) betrug in Relation zur kumulierten mittleren Produktnachfrage für PK1 0,09% bei dem robusten Plan. Bei dem angepassten Plan traten im Rahmen der PK1 nahezu keine Verletzungen auf ( $\sim 0,00\%$ ). Für PK2 betrug diese 0,08% bei dem robusten Plan. Bei dem angepassten Plan waren für PK2 ebenfalls nahezu keine Verletzungen zu beobachten ( $\sim 0,00\%$ ).

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

0,1 Prozentpunkte verfehlt hat. Während der robuste Plan bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$  im Stande ist, den Servicegrad bei 69,52% mit einer maximalen Abweichung von 0,1 Prozentpunkten einzuhalten, beträgt dieser Anteil bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  lediglich 25,26%. Der angepasste Plan ist hingegen trotz einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  in der Lage, den Servicegrad bei 41,49% der Replikationen ohne Abweichung und bei 87,25% mit einer Abweichung von maximal 0,1 PP einzuhalten. Bei PK 2 ergibt sich ein ähnliches Bild. Hier ist der robuste Plan bei nahezu keiner Replikation in der Lage, den vorgegebenen Servicegrad zu erfüllen. Bei einer Abweichung von bis zu 0,1 Prozentpunkten wird hier erneut die Differenzierung hinsichtlich der Intervallbreite deutlich. Bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$  verfehlt der robuste Plan den vorgegebenen Servicegrad um bis zu 0,1 Prozentpunkten bei lediglich 44,80% der Replikationen. Bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  beträgt dieser Anteil nur noch 2,26%. Der angepasste Produktions- und Nacharbeitsplan ist auch hier trotz einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  im Stande, den Servicegrad bei 37,09% der Replikationen ohne Verfehlung und mit einer maximalen Verfehlung von 0,1 Prozentpunkten bei 97,05% einzuhalten. Mit einer höheren Intervallbreite steigt der Einfluss der Unsicherheit auf die Planungssituation. Auch vor diesem Hintergrund wird die Wichtigkeit flexibler Planung deutlich. Mit dem aus der flexiblen Planung resultierenden angepassten Produktions- und Nacharbeitsplan konnten deutlich bessere Ergebnisse als mit dem robusten Plan erzielt werden.

In Tabelle 3.11 sind die Ergebnisse hinsichtlich des vorgegebenen Servicegrad  $\delta$  differenziert.

**Tabelle 3.11.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $\delta$

		Robuster Plan		Angepasster Plan	
		$\delta = 0,9$	$\delta = 0,95$	$\delta = 0,9$	$\delta = 0,95$
PK 1	SG	6,12%	5,97%	47,13%	44,30%
	SG-0,1PP	43,96%	50,82%	91,73%	94,69%
	SG-0,5PP	93,06%	95,35%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	99,78%	99,93%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
PK 2	SG	~0,00%	~0,00%	55,56%	53,83%
	SG-0,1PP	20,78%	26,27%	97,67%	99,38%
	SG-0,5PP	84,68%	89,07%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	99,62%	99,89%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Hier ergibt sich ein ausgeglichenes Bild zwischen  $\delta = 0,9$  und  $\delta = 0,95$ . Ein eindeu-

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

tiger Zusammenhang ist nicht erkennbar. Die Ergebnisse tendieren jedoch bei beiden Ansätzen bei einem höheren Servicegrad von  $\delta = 0,95$  geringfügig besser zu sein.

Tabelle 3.12 gibt einen Überblick über die Simulationsergebnisse differenziert nach dem mittleren Anteil fehlerhafter Produkte  $\bar{\Omega}_k$ .

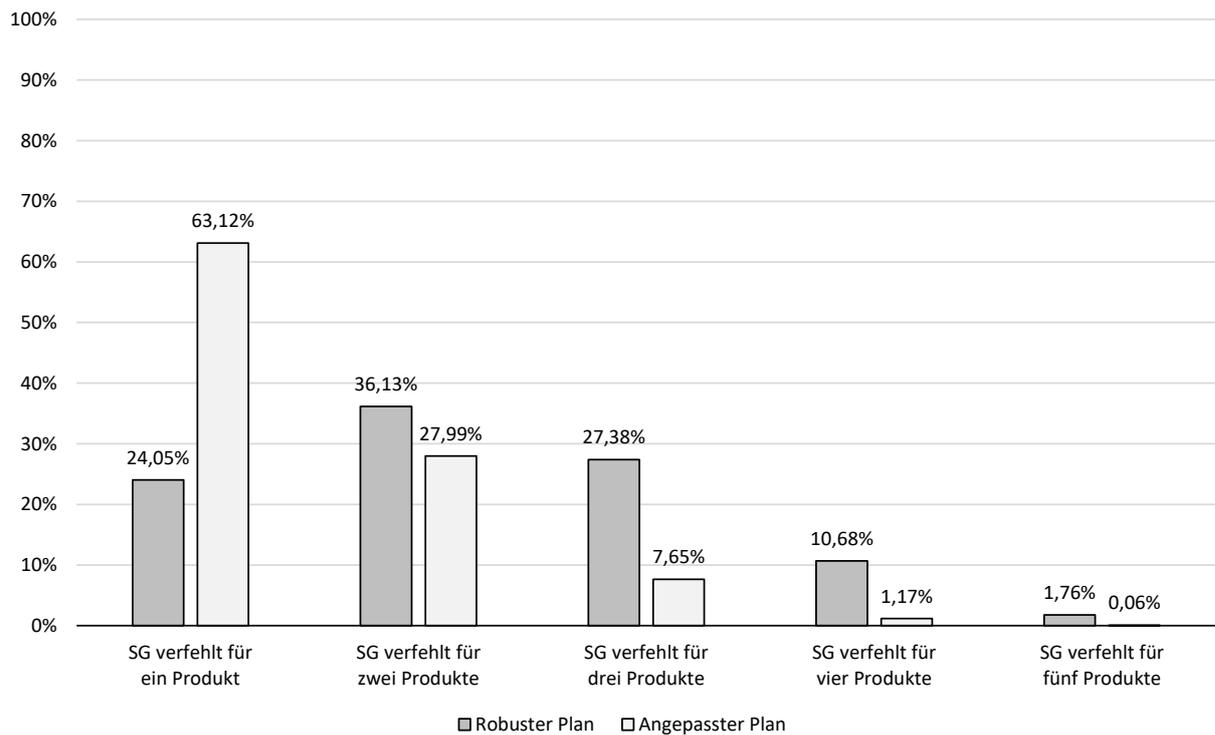
**Tabelle 3.12.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $\bar{\Omega}_k$

		Robuster Plan			Angepasster Plan		
		$\bar{\Omega}_k = 0,02$	$\bar{\Omega}_k = 0,04$	$\bar{\Omega}_k = 0,06$	$\bar{\Omega}_k = 0,02$	$\bar{\Omega}_k = 0,04$	$\bar{\Omega}_k = 0,06$
PK 1	SG	6,73%	5,77%	5,64%	44,36%	42,05%	50,73%
	SG-0,1PP	70,98%	43,55%	27,63%	98,78%	91,79%	89,07%
	SG-0,5PP	100,00%	96,94%	85,67%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	100,00%	99,55%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
PK 2	SG	~0,00%	~0,00%	~0,00%	55,63%	55,67%	52,79%
	SG-0,1PP	51,71%	15,77%	3,10%	98,63%	99,51%	97,44%
	SG-0,5PP	100,00%	92,33%	68,29%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	100,00%	99,27%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Hier ergibt sich sowohl für den robusten als auch für den angepassten Plan bei beiden Problemklassen ein ausgeglichenes Bild in Bezug auf den Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt. Bei Betrachtung des Anteils der Replikationen, der den Servicegrad um bis zu 0,1 Prozentpunkte verfehlt, wird ersichtlich, dass bei dem robusten Plan mit steigendem mittleren Anteil fehlerhafter Produkte der entsprechende Anteil der Replikationen mit einer Verletzung von maximal 0,1 Prozentpunkten abnimmt. Dies ist sowohl bei PK 1 als auch PK 2 der Fall. Bei dem angepassten Plan ist ein derartiger Effekt nicht zu beobachten. Hier wird der Nutzen flexibler Planung ebenfalls vor dem Hintergrund eines höheren mittleren Anteils fehlerhafter Produkte deutlich.

Die in Abbildungen 3.5 und 3.6 dargestellten Säulendiagramme zeigen im Fall einer Verletzung des Servicegrads im Rahmen einer Replikation, für wie viele Produkte dieser Replikation der Servicegrad verletzt wurde.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

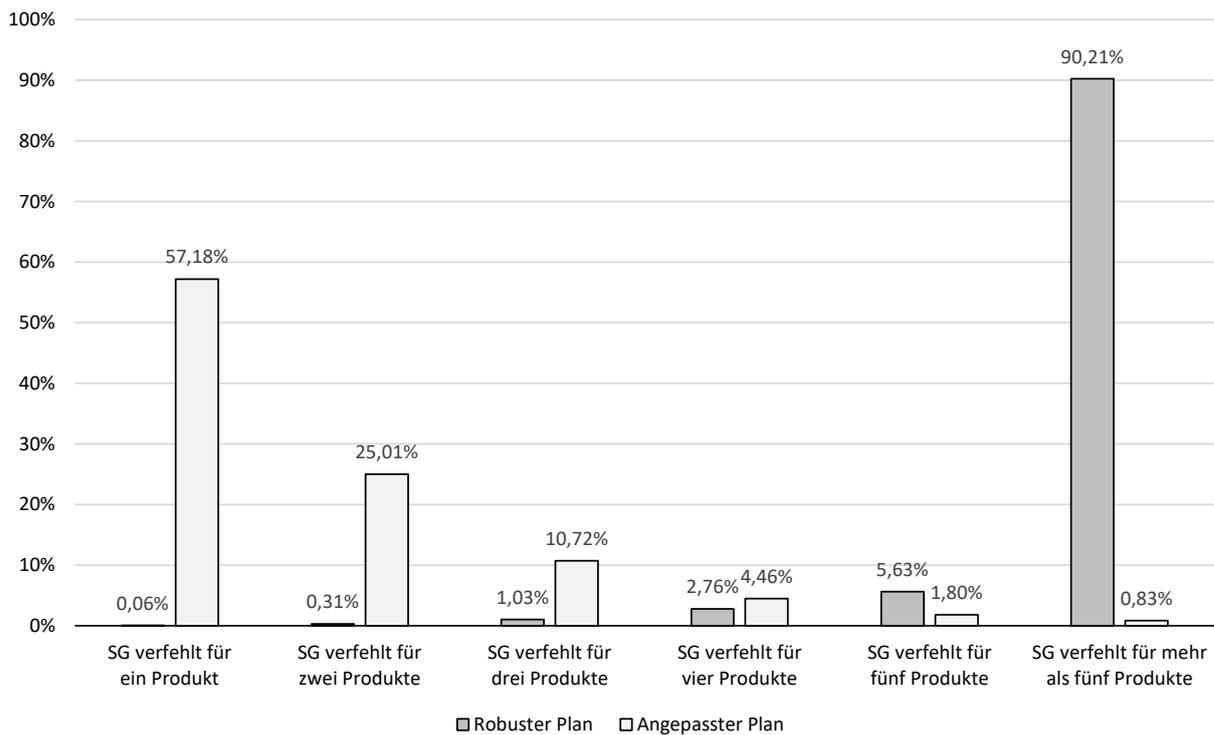


**Abbildung 3.5.:** Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 1

Abbildung 3.5 veranschaulicht die Ergebnisse für Problemklasse 1. Im Fall des robusten Plans wurde der Servicegrad lediglich bei 24,05% der unzulässig gelösten Replikationen für nur ein Produkt verletzt. Bei ungefähr 76% der unzulässigen Replikationen wurde der Servicegrad für mehr als ein Produkt verletzt. Der Servicegrad ist hier überwiegend für zwei der fünf Produkte verletzt worden. Dies trat bei 36,13% der unzulässigen Replikationen auf. Im Fall einer Verletzung des Servicegrads, bezieht sich diese bei dem flexiblen Ansatz größtenteils auf lediglich ein Produkt (63,12% der unzulässigen Replikationen). Bei mehr als 90% der unzulässigen Replikationen, tritt eine Verletzung des Servicegrads bei nur einem oder zwei Produkten auf.

Die Ergebnisse der zweiten Problemklasse sind in Abbildung 3.6 visualisiert.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung



**Abbildung 3.6.:** Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 2

Der robuste Produktions- und Nacharbeitsplan verletzt den vorgegebenen Servicegrad bei 90,21% der unzulässigen Replikationen für mehr als fünf der zwanzig Produkte. Bei lediglich 0,06% der unzulässigen Replikationen wird der Servicegrad bei nur einem Produkt verletzt. Der flexible Ansatz hingegen verletzt den Servicegrad bei über 80% der unzulässigen Replikationen für höchstens zwei der zwanzig Produkte. Wird der Servicegrad im Rahmen der Anwendung des flexiblen Ansatzes verletzt, betrifft diese Verletzung überwiegend nur eines der zwanzig Produkte. Dies ist der Fall bei 57,18% der unzulässigen Replikationen. Bei über 90% der unzulässigen Replikationen wird der vorgegebene Servicegrad bei maximal drei der zwanzig Produkte verletzt.

Tabelle 3.13 gibt einen detaillierten Überblick über den Anteil der Replikationen der zweiten Problemklasse mit Verfehlung des Servicegrads, hinsichtlich der Anzahl der Produkte, für die der Servicegrad verfehlt wurde.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

**Tabelle 3.13.:** Differenzierung des Anteils der Replikationen von PK 2, welche den Servicegrad verfehlen, hinsichtlich der Anzahl der Produkte, in deren Rahmen Verletzungen auftreten

SG verletzt für	Robuster Plan		Angepasster Plan	
	Anteil	Anteil <sub>kumuliert</sub>	Anteil	Anteil <sub>kumuliert</sub>
1 Produkt	0,06%	0,06%	57,18%	57,18%
2 Produkte	0,31%	0,37%	25,01%	82,19%
3 Produkte	1,03%	1,40%	10,72%	92,91%
4 Produkte	2,76%	4,16%	4,46%	97,37%
5 Produkte	5,63%	9,79%	1,80%	99,17%
6 Produkte	9,49%	19,28%	0,59%	99,76%
7 Produkte	13,62%	32,90%	0,19%	99,95%
8 Produkte	16,13%	49,03%	0,04%	99,99%
9 Produkte	16,40%	65,43%	0,01%	~100,00%
10 Produkte	13,95%	79,38%	0,00%	~100,00%
11 Produkte	10,02%	89,40%	~0,00%	100,00%
12 Produkte	5,87%	95,27%	0,00%	100,00%
13 Produkte	2,98%	98,26%	0,00%	100,00%
14 Produkte	1,22%	99,48%	0,00%	100,00%
15 Produkte	0,40%	99,88%	0,00%	100,00%
16 Produkte	0,10%	99,98%	0,00%	100,00%
17 Produkte	0,02%	~100,00%	0,00%	100,00%
18 Produkte	~0,00%	100,00%	0,00%	100,00%
19 Produkte	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%
20 Produkte	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%

Aus den Ergebnissen wird ersichtlich, dass der robuste Plan den Servicegrad am häufigsten für neun der zwanzig Produkte verfehlt. Dies ist bei 16,40% der unzulässigen Replikationen der Fall. Weiterhin wird aus dieser Betrachtungsweise deutlich, dass der Servicegrad bei über 50% der unzulässigen Replikationen für mehr als acht Produkte verfehlt wird. In Bezug auf den angepassten Plan lässt sich feststellen, dass bei lediglich ungefähr 42% der unzulässigen Replikationen der geforderte Servicegrad für mehr als ein der zwanzig Produkte verletzt wird. Bei circa 57% der unzulässigen Replikationen werden die Servicegradvorgaben demzufolge für neunzehn der zwanzig Produkte eingehalten. Eine Verletzung für mehr als fünf Produkte ist mit weniger als 1% der unzulässigen Replikationen sehr selten. Die Ergebnisse unterstreichen damit die Vorteile des aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierenden angepassten Produktions- und Nacharbeitsplans.

Die replikationsspezifische Auswertung nimmt eine strikte Perspektive bezüglich der Erreichung des vorgegeben Servicegrads ein, da eine Replikation hier den Servicegrad verfehlt, sobald eines der Produkte einer Replikation den vorgegebenen Servicegrad nicht erreicht. Neben der replikationsspezifischen Auswertung wird nachfolgend ebenfalls eine replikationsübergreifende Auswertung der Simulationsergebnisse in Bezug

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

auf die Anzahl aller untersuchten Produkt-Replikation-Kombinationen vorgenommen. Tabelle 3.14 gibt in diesem Kontext den Anteil der Produkt-Replikation-Kombinationen an, der den vorgegebenen Servicegrad erreicht oder um die jeweils angegebene Abweichung verfehlt hat.

**Tabelle 3.14.:** Anteil der Produkt-Replikation-Kombinationen, der den vorgegebenen Servicegrad im Fall eines gleichverteilten Anteils fehlerhafter Produkte erfüllt

	Problemklasse 1		Problemklasse 2	
	Robuster Plan	Angepasster Plan	Robuster Plan	Angepasster Plan
SG	56,79%	84,03%	57,20%	96,12%
SG-0,1PP	82,98%	98,39%	84,25%	99,92%
SG-0,5PP	98,68%	100,00%	98,96%	100,00%
SG-1,0PP	99,97%	100,00%	99,99%	100,00%
SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Der robuste Produktions- und Nacharbeitsplan erreicht bei lediglich 56,79% der Produkt-Replikation-Kombinationen von PK 1 und bei 57,20% der Produkt-Replikation-Kombinationen von PK 2 den vorgegebenen Servicegrad. Der angepasste Plan ist hingegen in der Lage bei 84,03% der Produkt-Replikation-Kombinationen von PK 1 und bei 96,12% der Produkt-Replikation-Kombinationen von PK 2 den geforderten Servicegrad einzuhalten. Bei über 98% der Produkt-Replikation-Kombinationen beider Problemklassen verfehlt der aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierende angepasste Produktions- und Nacharbeitsplan den vorgegebenen Servicegrad lediglich um bis zu maximal 0,1 Prozentpunkte. Demnach werden auch bei einer auf den Produkt-Replikation-Kombinationen basierenden Betrachtung die Vorteile des flexiblen Planungsansatzes deutlich.

#### 3.5.2.2. Dreiecksverteilter Anteil fehlerhafter Produkte

Es wurde ebenso eine vergleichbare simulationsbasierte Analyse der ersten Problemklasse für einen dreiecksverteilten Anteil fehlerhafter Produkte durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.15 aufgeführt.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

**Tabelle 3.15.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad im Fall eines dreiecksverteilten Anteils fehlerhafter Produkte erfüllt

	Robuster Plan	Angepasster Plan
SG	6,66%	52,71%
SG-0,1PP	60,14%	96,25%
SG-0,5PP	98,01%	99,99%
SG-1,0PP	~100,00%	100,00%
SG-2,0PP	100,00%	100,00%
SG-3,0PP	100,00%	100,00%

Der robuste Plan hält nur in 6,66% der Replikationen den vorgegebenen Servicegrad ein. Im Rahmen des flexiblen Ansatzes wird der vorgegebene Servicegrad bei 52,71% der Replikationen eingehalten. Bei 96,25% der Replikationen wurde der vorgegebene Servicegrad um maximal 0,1 Prozentpunkte verletzt.

Wie von Helber et al. (2013) erwähnt, bietet die szenariobasierte Modellierung von Unsicherheit eine hohe Flexibilität hinsichtlich der Modellierung verschiedener Zusammenhänge von Wahrscheinlichkeiten.<sup>215</sup> Dies kann in dem hier untersuchten Fall bestätigt werden.

Da die Ergebnisse im Kontext eines dreiecksverteilten Anteils fehlerhafter Produkte ähnlich der Ergebnisse mit gleichverteiltem Anteil fehlerhafter Produkte sind, liegt der Fokus im weiteren Verlauf der Untersuchungen weiterhin auf einem gleichverteilten Anteil fehlerhafter Produkte.

#### 3.5.3. Ex post Analyse

Um eine Aussage treffen zu können, wie weit die Zielfunktionswerte resultierend aus der Anwendung des flexiblen Ansatzes mit zufälligem Anteil fehlerhafter Produkte im Vergleich zu einer Planungssituation mit vollständiger Sicherheit in Bezug auf den Anteil fehlerhafter Produkte voneinander entfernt sind, wird eine ex post Analyse durchgeführt. In dieser Untersuchung wurde der resultierende Zielfunktionswert nach der letzten Iteration des flexiblen Ansatzes mit dem durch die Lösung des deterministischen CLSP-RW (engl.: *Capacitated Lot Sizing Problem with Rework*) unter Verwendung des in der Initialisierung ermittelten Rüstmodells und ex ante Wissens bezüglich des Anteils fehlerhafter Produkte ermittelten Zielfunktionswerts verglichen. Es wurden hierbei die Replikationen der Testinstanzen beider Problemklassen untersucht, für die der flexible Planungsansatz den vorgegebenen Servicegrad um maximal 0,5% verletzt hat.

Die relative Abweichung  $Dev_{TI,r}^{Flex}$  kann für eine Replikation  $r$  einer Testinstanz  $TI$  wie folgt berechnet werden:

<sup>215</sup> Vgl. hierzu Helber et al. (2013), S. 86.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

$$Dev_{TI,r}^{Flex} = \frac{Z_{TI,r}^{Flex} - Z_{TI,r}^{ExPost}}{Z_{TI,r}^{ExPost}} \quad (3.58)$$

Der nach der letzten Iteration des flexiblen Ansatzes resultierende Zielfunktionswert ist mit  $Z_{TI,r}^{Flex}$  gegeben.  $Z_{TI,r}^{ExPost}$  kennzeichnet den Zielfunktionswert des deterministischen CLSP-RW.

Tabelle 3.16 stellt die Ergebnisse der ex post Analyse zusammenfassend dar.

**Tabelle 3.16.:** Ergebnisse der ex post Analyse

	$ADev^{Flex}$	$MDev^{Flex}$
PK 1	0,19%	1,58%
PK 2	0,15%	0,70%

$ADev^{Flex}$  stellt die durchschnittliche relative Abweichung und  $MDev^{Flex}$  die maximale relative Abweichung dar. Im Rahmen der Problemklasse 1 beträgt die durchschnittliche Abweichung 0,19%. Bei der Problemklasse 2 beträgt diese 0,15%. Die maximale Abweichung im Rahmen einer Replikation der ersten Problemklasse beträgt 1,58%. Bei der zweiten Problemklasse ist diese mit 0,70% gegeben.

Weiterhin wurde die Replikation mit der höchsten relativen Abweichung (1,58%) genauer untersucht. Für diese Replikation wurde das optimale Rüstmuster unter ex ante Kenntnis des Anteils fehlerhafter Produkte ermittelt. Dadurch kann der Zielfunktionswert verbessert werden, da dieses Rüstmuster von dem robusten Rüstmuster abweichen kann. In diesem Fall ergibt sich eine relative Abweichung von 2,10%.

Die Ergebnisse der ex post Analyse zeigen, dass die relativen und maximalen Abweichungen der untersuchten Zielfunktionswerte gering sind. Die aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes ermittelten Zielfunktionswerte liegen demnach nahe an solchen, die durch die Lösung des deterministischen CLSP-RW ermittelt wurden.

#### 3.5.4. Relevanz flexibler Planung vor dem Hintergrund eines hohen und stark schwankenden Anteils fehlerhafter Produkte

Um die Wichtigkeit flexibler Planung zu verdeutlichen, wird der angepasste Plan im Folgenden einerseits mit einem deterministischen und andererseits mit einem robusten Plan verglichen. Zur Ermittlung des deterministischen Plans, wird eine Variante des CLSP-RW nach Goerler und Voß (2016) gelöst, welche hier um Servicegradrestriktionen erweitert wurde.<sup>216</sup> Für die Untersuchungen wurde eine Planungssituation mit

<sup>216</sup> Vgl. Goerler und Voß (2016), S. 2288-2289 für das dort vorgestellte Modell.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

imperfektem Produktionsprozess mit einem höheren mittleren Anteil und einer höheren Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte,  $\bar{\Omega}_k = 0,1$  und  $\text{Range}_{\Omega} = \pm 0,5 \cdot \bar{\Omega}_k$ , wie sie auch bei Kang et al. (2017) betrachtet wird, zugrunde gelegt.<sup>217</sup>

In diesem Zusammenhang wurden 24 neue Testinstanzen für die erste Problemklasse generiert. Hierfür wurden die übrigen Parameter wie in Tabelle 3.7 angegeben variiert. Weiterhin wurde eine mit der in Abschnitt 3.5.2 beschriebenen vergleichbare simulationsbasierte Analyse mit 1000 Replikationen für jede Testinstanz durchgeführt.

Tabelle 3.17 gibt die Ergebnisse der Untersuchungen wieder.

**Tabelle 3.17.:** Vergleich des deterministischen, robusten und angepassten Plans

	Deterministischer Plan	Robuster Plan	Angepasster Plan
SG	2,33%	5,74%	61,83%
SG-0,1PP	3,63%	8,35%	80,94%
SG-0,5PP	13,95%	23,96%	96,83%
SG-1,0PP	37,10%	51,21%	100,00%
SG-2,0PP	83,76%	91,45%	100,00%
SG-3,0PP	98,85%	99,67%	100,00%

Der deterministische Plan hält den vorgegebenen Servicegrad nur bei 2,33% der Replikationen ein. Demnach kommt es bei mehr als 97% der Replikationen zu einer Verletzung des Servicegrads. Der robuste Plan hält den Servicegrad bei lediglich 5,74% der Replikationen ein. Damit wird der Servicegrad bei über 94% der Replikationen nicht eingehalten. Im Vergleich hierzu ist der angepasste Plan in der Lage, den geforderten Servicegrad bei 61,83% der Replikationen zu einzuhalten. Bei 96,83% der Replikationen wurde der Servicegrad um lediglich maximal 0,5 Prozentpunkte verletzt.

Die Untersuchung bestätigt die Eignung des flexiblen Planungsansatzes auch in Situationen mit höherem mittleren Anteil und höherer Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte. Zusätzlich ist ersichtlich, dass der aus der Anwendung des flexiblen Ansatzes resultierende angepasste Plan im Vergleich zu dem deterministischen sowie dem robusten Plan deutlich besser in der Lage ist, den vorgegebenen Servicegrad einzuhalten.

#### 3.5.5. Auswirkung der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte auf die Gesamtkosten des Produktions- und Nacharbeitsplans

Zur Untersuchung des Einflusses der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte auf die Gesamtkosten werden vier Testinstanzen mit gleichverteiltem Anteil fehlerhafter

<sup>217</sup> Vgl. hierzu Kang et al. (2017), S. 1759.

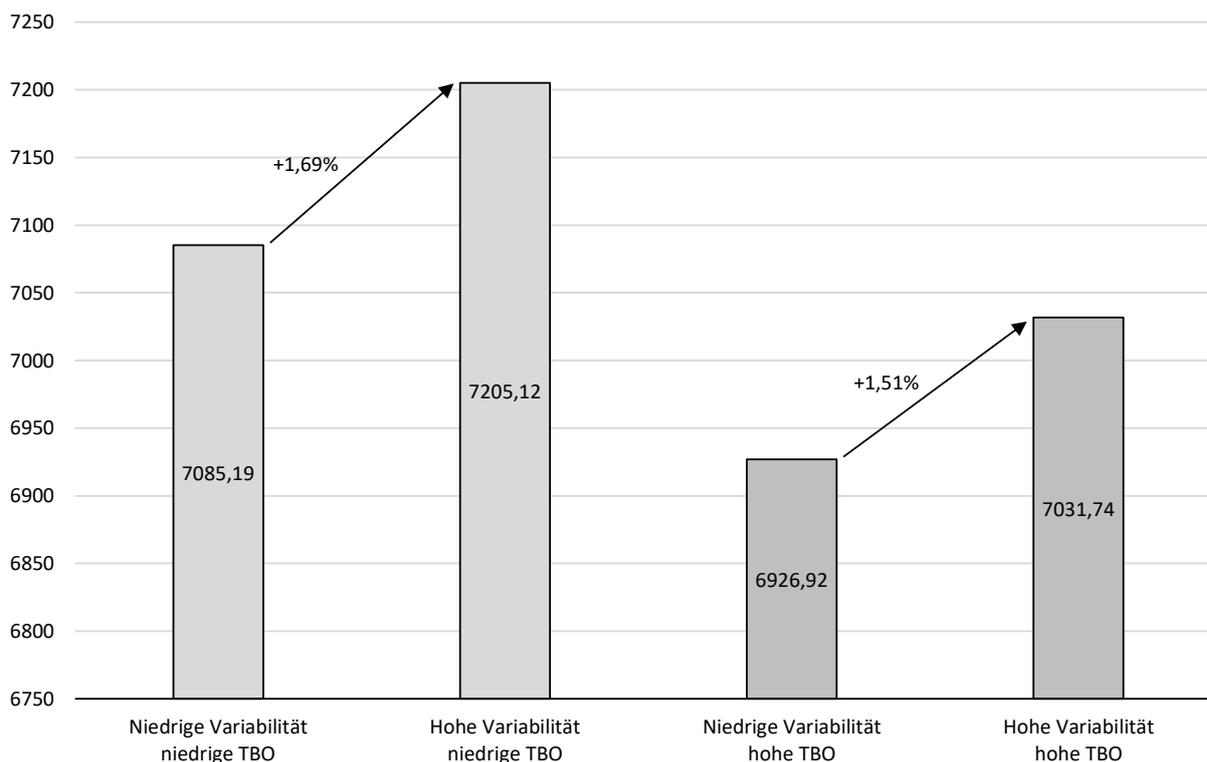
### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

Produkte angelehnt an die erste Problemklasse mit jeweils  $K = 4$  Produkten und  $T = 6$  Perioden betrachtet. Die Ausprägungen der Parameter der Testinstanzen können Tabelle 3.18 entnommen werden.

**Tabelle 3.18.:** Parameterausprägungen

Mittlerer Anteil fehlerhafter Produkte	$\bar{\Omega}_k$	= 0,1
Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte	$\text{Range}_\Omega$	$\in \{\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k, \pm 0,5 \cdot \bar{\Omega}_k\}$
Interperiodische Variabilität der Nachfrage	$VC_d^{ip}$	= 0,3
Kapazitätsauslastung	$Util$	= 0,8
Time Between Orders	$TBO$	$\in \{1; 4\}$
Vorgegebener Servicegrad	$\delta$	= 0,95

Zunächst wird der Einfluss der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte auf die erwarteten Gesamtkosten des robusten Produktions- und Nacharbeitsplans untersucht. Hierfür wird das SCLSP-RW<sup>SCN</sup> für jede der vier Testinstanzen optimal gelöst. Die Ergebnisse der Parametervariation sind in Abbildung 3.7 visualisiert.



**Abbildung 3.7.:** Erwartete Gesamtkosten des robusten Plans

Hier wird ersichtlich, dass eine höhere Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte zu einem Anstieg der erwarteten Gesamtkosten führt. Der Anstieg der Kosten ist geringfügig höher im Fall einer niedrigen  $TBO$ , das heißt bei im Vergleich zu den Lagerkosten geringeren Rüstkosten.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

Die variablen Produktions- und Nacharbeitskosten stellen einen Großteil der Gesamtkosten dar. Demzufolge haben Veränderungen der übrigen Kostenbestandteile wie z. B. Rüst- und Lagerkosten einen eher geringeren Effekt auf die resultierenden erwarteten Gesamtkosten. In Konsequenz werden im Folgenden die Änderungen der einzelnen Kostenbestandteile betrachtet, um Aussagen treffen zu können, wie sich eine steigende Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte auf die verschiedenen Kostengrößen im Einzelnen auswirkt. Tabelle 3.19 gibt in diesem Zusammenhang einen Überblick über die Veränderungen der einzelnen Bestandteile der erwarteten Gesamtkosten.

**Tabelle 3.19.:** Bestandteile der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans

		Range $_{\Omega} =$ $\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$	Range $_{\Omega} =$ $\pm 0,5 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\Delta_{abs}$	$\Delta_{rel}$
<i>TBO</i> = 1	RK Produktion	225,00 GE	250,00 GE	+25,00 GE	+11,11%
	RK Nacharbeit	46,88 GE	40,63 GE	-6,25 GE	-13,33%
	LK fehlerfrei	10,80 GE	10,17 GE	-0,63 GE	-5,81%
	LK fehlerhaft	26,22 GE	60,41 GE	+34,19 GE	+130,36%
	VK Produktion	6540,06 GE	6642,13 GE	+102,07 GE	+1,56%
	VK Nacharbeit	236,23 GE	201,78 GE	-34,45 GE	-14,58%
	ÜK	0,00 GE	0,00 GE	0,00 GE	0,00%
<i>TBO</i> = 4	RK Produktion	100,00 GE	125,00 GE	+25,00 GE	+25,00%
	RK Nacharbeit	12,50 GE	12,50 GE	0,00 GE	+0,00%
	LK fehlerfrei	18,60 GE	19,44 GE	+0,84 GE	+4,51%
	LK fehlerhaft	10,92 GE	11,56 GE	+0,64 GE	+5,88%
	VK Produktion	6553,05 GE	6671,31 GE	+118,25 GE	+1,80%
	VK Nacharbeit	231,85 GE	191,93 GE	-39,91 GE	-17,21%
	ÜK	0,00 GE	0,00 GE	0,00 GE	0,00%

**Abkürzungen:** RK - Rüstkosten, LK - Lagerkosten, VK - Variable Kosten, ÜK - Überstundenkosten, GE - Geldeinheiten

Bei einer niedrigeren Time Between Orders von *TBO* = 1, also bei im Vergleich zu den Lagerkosten niedrigeren Rüstkosten, fällt vor allem auf, dass die Lagerkosten fehlerhafter Produkte im Fall einer höheren Intervallbreite von Range $_{\Omega} = \pm 0,5 \cdot \bar{\Omega}_k$  um 130,36% angestiegen sind. Weiterhin kommt es mit steigender Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte zu einem Rückgang der Rüstkosten der Nacharbeit um 13,33% und einem Rückgang der variablen Nacharbeitskosten um 14,58%. Es werden bei steigender Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte zwei Rüstvorgänge der Nacharbeit weniger durchgeführt, wodurch die Verringerung der entsprechenden Rüstkosten auftritt. Gleichzeitig sinkt die Menge nachgearbeiteter fehlerhafter Produkte. Dies wird ebenfalls durch die Reduktion der variablen Nacharbeitskosten ersichtlich. Durch den Rückgang der Nacharbeit fehlerhafter Produkte kommt es dementsprechend zu einem Anstieg der Lagerkosten fehlerhafter Produkte. Zudem ist ein Anstieg der Rüstkosten

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

der Produktion um 11,11% und ein Anstieg der variablen Produktionskosten um 1,56% zu verzeichnen. Es werden bei steigender Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte zwei zusätzliche Rüstvorgänge für die Produktion eingeplant. Außerdem steigt die Menge neu produzierter Produkte. Dies lässt sich auch anhand des Anstiegs der variablen Produktionskosten erkennen. Die Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass bei einer niedrigeren  $TBO$  ein Anstieg der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte dazu führt, dass die Nachfrage nach fehlerfreien Produkten bei den untersuchten Testinstanzen in höherem Umfang durch neu produzierte Produkte als durch nachgearbeitete fehlerhafte Produkte gedeckt wird.

Bei einer höheren Time Between Orders von  $TBO = 4$  ist ebenfalls ein Anstieg der Lagerkosten fehlerhafter Produkte erkennbar. Dieser ist mit 5,88% jedoch gemäßigter als im voranstehend diskutiertem Fall einer niedrigeren  $TBO$ . Zudem ist keine Änderung der Rüstkosten der Nacharbeit zu beobachten, jedoch ebenfalls ein Rückgang der variablen Nacharbeitskosten. In diesem Kontext ist ein Rückgang von 17,21% zu verzeichnen. Eine Veränderung der Anzahl der Rüstvorgänge der Nacharbeit liegt demnach nicht vor. Allerdings nimmt die Menge nachgearbeiteter fehlerhafter Produkte ab (siehe hierzu auch den Rückgang der variablen Nacharbeitskosten in Tabelle 3.19). Der Rückgang der Nacharbeit resultiert in einem Anstieg der Lagerkosten fehlerhafter Produkte. Gleichzeitig kommt es bei steigender Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte zu einem Anstieg der Rüstkosten der Produktion (25,00%) und der variablen Produktionskosten (1,80%). Es werden zwei zusätzliche Rüstvorgänge für die Produktion eingeplant, wodurch ein Anstieg der entsprechenden Rüstkosten vorliegt. Zusätzlich ist eine Zunahme der Menge neu produzierter Produkte zu verzeichnen, welche sich in steigenden variablen Produktionskosten widerspiegelt. Auch im Fall einer höheren  $TBO$  kann durch die vorliegenden Ergebnisse schlussgefolgert werden, dass es mit steigender Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte bei den untersuchten Testinstanzen zu einem Rückgang der Nacharbeit fehlerhafter Produkte und einem Anstieg der Produktion neuer Produkte kommt.

Neben den Auswirkungen der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte auf die erwarteten Gesamtkosten des robusten Produktions- und Nacharbeitsplans, werden zudem die Auswirkungen auf die Gesamtkosten des aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierenden angepassten Plans untersucht. Hierfür wird für jede der vier Testinstanzen nach optimaler Lösung des SCLSP-RW<sup>SCN</sup> eine simulationsbasierte Analyse mit 1000 Replikationen durchgeführt. Abbildung 3.8 veranschaulicht die Streuung der Gesamtkosten der resultierenden angepassten Pläne in einem Boxplot-Diagramm.

### 3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung

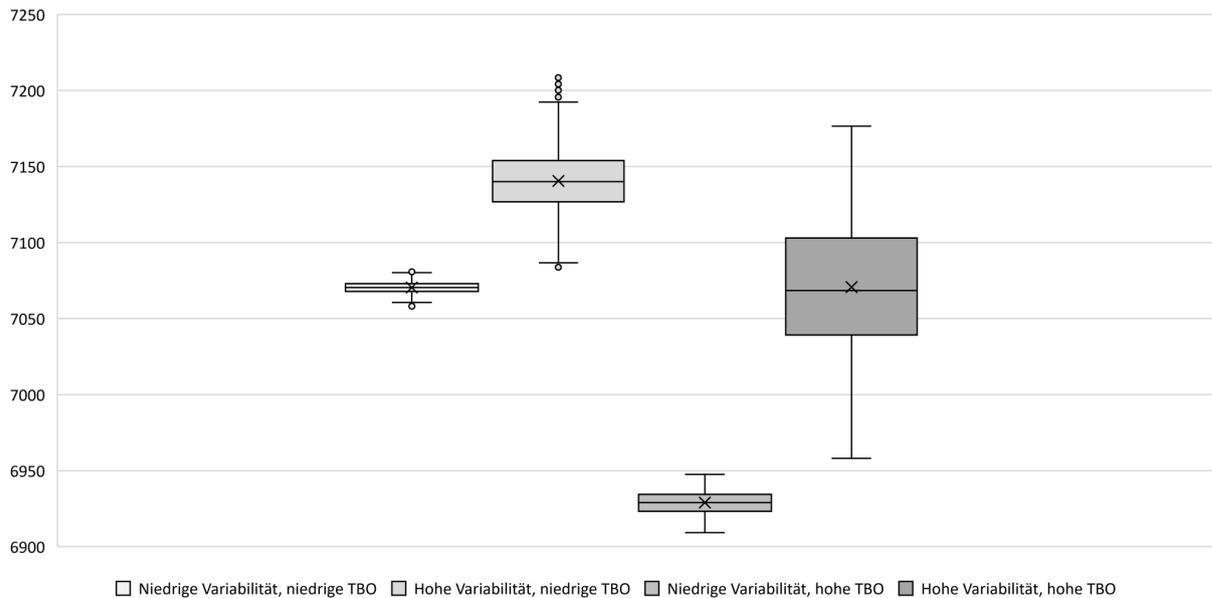


Abbildung 3.8.: Streuung der Gesamtkosten des angepassten Plans

Aus dem Diagramm wird ersichtlich, dass mit einer höheren Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte eine deutlich höhere Variabilität der resultierenden Gesamtkosten einhergeht. Der Effekt ist bei einer höheren  $TBO$  stärker zu beobachten.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die erwarteten Gesamtkosten durch eine Reduktion der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte, z. B. als Konsequenz der Durchführung von Mitarbeiterschulungen, reduziert werden können. Dieser Effekt ist stärker bei Produktionssystemen mit im Vergleich zu den Lagerkosten geringeren Rüstkosten (niedrigere  $TBO$ ), wie dies beispielsweise bei *Lean Production*<sup>218</sup> der Fall ist.

In Bezug auf die resultierenden Gesamtkosten des angepassten Plans können Maßnahmen zur Reduktion der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte die Streuung der Gesamtkosten reduzieren. Dieser Effekt ist stärker bei im Vergleich zu den Lagerkosten höheren Rüstkosten, also bei einer höheren  $TBO$ .

#### 3.5.6. Abschließende Bemerkungen

Im Rahmen der numerischen Untersuchungen wurde der vorgestellte flexible Planungsansatz umfangreich untersucht. Eine simulationsbasierte Analyse unter Annahme eines gleichverteilten Anteils fehlerhafter Produkte konnte die Vorteile der aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierenden angepassten Pläne im Vergleich zu robusten Plänen hinsichtlich der Erreichung eines vorgegebenen Servicegrads zeigen. Eine Auswertung der Ergebnisse bezüglich der verschiedenen Ausprägungen der Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte konnte zeigen, dass der

<sup>218</sup> Hinsichtlich des Begriffs der *Lean Production*, vgl. z. B. Jasti und Kodali (2015).

### *3. Ein flexibler Planungsansatz für die integrierte Losgrößen- und Nacharbeitsplanung*

angepasste Plan auch im Fall einer höheren Intervallbreite besser als der robuste Plan in der Lage ist, einen vorgegebenen Servicegrad einzuhalten. Weiterhin wurde die Vorteilhaftigkeit des flexiblen Ansatzes auch bei der Analyse der Anzahl der Produkte mit Servicegradverletzungen deutlich. Hier konnte gezeigt werden, dass wenn es bei dem angepassten Plan zu einer Servicegradverletzung kommt, häufig weniger Produkte betroffen sind, als dies bei dem robusten Plan der Fall ist. Weiterhin wurden die Vorteile der angepassten Pläne neben einer replikationsspezifischen Analyse auch im Rahmen der Analyse aller untersuchten Produkt-Replikation-Kombinationen deutlich. Darüber hinaus wurde ebenfalls ein dreiecksverteilter Anteil fehlerhafter Produkte untersucht. Die Ergebnisse ähnelten den Ergebnissen unter Annahme eines einer Gleichverteilung folgenden Anteils fehlerhafter Produkte.

Weitergehend konnte durch eine ex post Analyse gezeigt werden, dass die aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierenden Gesamtkosten der angepassten Pläne nahe an denjenigen Gesamtkosten liegen, die unter vollständiger Kenntnis des Anteils fehlerhafter Produkte ermittelt wurden.

Darüber hinaus wurde im Rahmen einer simulationsbasierten Analyse ein Vergleich der Erreichung eines vorgegebenen Servicegrads durch deterministische, robuste und angepasste Plänen durchgeführt. Hierbei konnten die Vorteile der aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierenden angepassten Pläne gezeigt werden.

Eine Analyse der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans hat zudem gezeigt, dass eine höhere Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte zu einem Anstieg dieser Kosten führt. In diesem Zusammenhang wurde durch eine Untersuchung der resultierenden Gesamtkosten der angepassten Produktions- und Nacharbeitspläne ersichtlich, dass eine höhere Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte zu einer Zunahme der Streuung erwähnter Kosten führt. Folglich können durch eine Senkung der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte entsprechende Verbesserungspotentiale realisiert werden.

# **4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes zur Berücksichtigung einer stochastischen Nacharbeitszeit**

## **4.1. Überblick**

Im Rahmen dieses Kapitels wird der flexible Planungsansatz hinsichtlich der Berücksichtigung einer stochastischen Nacharbeitszeit erweitert. Hierfür werden in Abschnitt 4.2 zunächst Argumente für die explizite Betrachtung einer unsicheren Nacharbeitszeit angeführt. Daraufhin werden in Abschnitt 4.3 die hierfür notwendigen Anpassungen der Modellannahmen und der generischen Modellformulierung vorgestellt, welche ebenfalls Anpassungen im Rahmen des szenariobasierten Ansatzes nach sich ziehen (Abschnitt 4.4). Der angepasste flexible Planungsansatz wird in Abschnitt 4.5 vorgestellt. Numerische Untersuchungen in Abschnitt 4.6 bilden den Abschluss des Kapitels 4.

## **4.2. Argumente für die Berücksichtigung einer stochastischen Nacharbeitszeit**

In der industriellen Praxis kann die Zeit zur Behebung eines Fehlers abhängig von dessen Schwere sein. Da die Produktion fehlerhafter Produkte unsicher ist, kann die Schwere der aufgetretenen Fehler ebenfalls unsicher sein. Demnach ist auch die Zeit zur Behebung aufgetretener Fehler unsicher.<sup>219</sup> Vor allem vor dem Hintergrund kapazitätsbeschränkter Produktionssysteme ist die explizite Berücksichtigung dieser Unsicherheit von Relevanz. Produktions- und Nacharbeitspläne, die keine Streuung der Nacharbeitszeiten berücksichtigen, können je nach tatsächlich auftretender Nacharbeitszeit bei knappen Kapazitäten unter Umständen nicht realisiert werden. Diese auch von Kohlmann und Sahling (2024) vorgeschlagene Annahme der Berücksichtigung ei-

---

<sup>219</sup> So nehmen Haji und Haji (2010) z. B. im Kontext der statischen Losgrößenplanung eine zufällige Nacharbeitsrate an. Vgl. hierfür Haji und Haji (2010), S. 243.

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

ner unsicheren Nacharbeitszeit führt zu einer komplexen Entscheidungssituation, die nicht länger auf die Unsicherheit bezüglich des imperfekten Produktionsprozesses beschränkt ist, sondern auch eine Unsicherheit in Bezug auf den Nacharbeitsprozess zugrunde legt.<sup>220</sup> Dies resultiert nicht nur in der Notwendigkeit von Anpassungen der Modellformulierungen, sondern auch der Vorgehensweise des vorgestellten flexiblen Planungsansatzes, da neben dem Anteil fehlerhafter Produkte ebenfalls die Nacharbeitszeit unsicheren Einflüssen unterliegt.

### 4.3. Ein generisches kapazitätsbeschränktes Losgrößenproblem mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte und Nacharbeit sowie stochastischer Nacharbeitszeit (SCLSP-RW-SRT)

Um den Sachverhalt einer unsicheren Nacharbeitszeit in das SCLSP-RW zu integrieren, müssen die Modellannahmen wie folgt modifiziert und ergänzt werden:

- Eine Nacharbeitsmenge  $q_{kt}^r$  kann aus fehlerhaften Produkten mit unterschiedlicher Schwere der aufgetretenen Fehler bestehen, welche ex ante nicht bekannt ist. Infolgedessen ist die zur Fehlerbehebung erforderliche Zeit und somit die Zeit zur Realisation einer Nacharbeitsmenge  $PT^r(q_{kt}^r)$  von Produkt  $k$  in Periode  $t$  unbekannt.
- Durch die zufällige für die Realisation einer Nacharbeitsmenge erforderliche Zeit  $PT^r(q_{kt}^r)$  unterliegt die Kapazitätsbeanspruchung unsicheren Einflüssen. Die Entscheidung genutzter Überstunden erfolgt demnach unter unvollständiger Information bezüglich  $PT^r(q_{kt}^r)$  und wird durch die Zufallsvariable  $O_t$  modelliert.
- Die variablen Produktions- und Nacharbeitskosten sind proportional zu der Produktions- bzw. Nacharbeitszeit.<sup>221</sup> Da die Nacharbeitszeit als unsicher angenommen wird, ergeben sich die erwarteten variablen Nacharbeitskosten einer Nacharbeitsmenge  $q_{kt}^r$  aus der monetären Bewertung der erwarteten zur Realisation der entsprechenden Nacharbeitsmenge erforderlichen Zeit  $E[PT^r(q_{kt}^r)]$  mit dem Verrechnungssatz  $v$ .

Mit den angepassten sowie ergänzten Modellannahmen und der ergänzenden Notation in Tabelle 4.1 kann das SCLSP-RW-SRT (engl.: *Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Rework Time*) wie folgt formuliert werden:

<sup>220</sup> Vgl. Kohlmann und Sahling (2024), S. 15-16 für den Vorschlag.

<sup>221</sup> Vgl. Abschnitt 3.5.1.

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

**Tabelle 4.1.:** Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SRT

---

**Parameter**

$v$  Verrechnungssatz

**Zufallsvariablen**

$O_t$  Überstunden für Produktion und Nacharbeit in Periode  $t$

$PT^r(q_{kt}^r)$  Erforderliche Zeit zur Realisation der Nacharbeitsmenge von Produkt  $k$  in Periode  $t$

---

**Modell SCLSP-RW-SRT:**

$$\min E[C] = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot E[IP_{kt}] + pc_k \cdot q_{kt}) \quad (4.1)$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k^r \cdot \gamma_{kt}^r + hc_k^r \cdot E[IP_{kt}^r] + v \cdot E[PT^r(q_{kt}^r)]) \quad (4.2)$$

$$+ oc \sum_{t \in \mathcal{T}} E[O_t] \quad (4.3)$$

unter Beachtung der Restriktionen

$$I_{k,t-1} + Q_{kt}^g + q_{kt}^r - d_{kt} = I_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.4)$$

$$I_{k,t-1}^r + Q_{kt}^b - q_{kt}^r = I_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.5)$$

$$IP_{kt} = \max\{0, I_{kt}\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.6)$$

$$BL_{kt} = \max\{0, -I_{kt}\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.7)$$

$$IP_{kt}^r = \max\{0, I_{kt}^r\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.8)$$

$$SF_{kt}^r = \max\{0, -I_{kt}^r\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t = 1, 2, \dots, T\} \quad (4.9)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} (E[Q_{kt}^g] + q_{kt}^r) \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (4.10)$$

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} E[BL_{kt}] \leq (1 - \delta_k) \sum_{t \in \mathcal{T}} (T - t + 1) \cdot d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (4.11)$$

$$E[SF_{kt}^r] \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.12)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot q_{kt} + st_k \cdot \gamma_{kt} + PT^r(q_{kt}^r) + st_k^r \cdot \gamma_{kt}^r) \leq c_t + O_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.13)$$

$$E[O_t] \leq \alpha \cdot c_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.14)$$

$$q_{kt} \leq M_{kt} \cdot \gamma_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.15)$$

$$q_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \gamma_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.16)$$

$$Q_{kt}^b = \Omega_{kt} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.17)$$

$$Q_{kt}^g = (1 - \Omega_{kt}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.18)$$

$$q_{kt}, q_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.19)$$

$$\gamma_{kt}, \gamma_{kt}^r \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.20)$$

Die Zielfunktion (4.1)-(4.3) fordert die Minimierung der erwarteten entscheidungsrelevanten Kosten für alle Produkte über den gesamten Planungszeitraum. Diese bestehen aus den Rüst- und variablen Kosten der Produktion, den Rüst- und erwarteten variablen Kosten der Nacharbeit zuzüglich den erwarteten Lagerkosten für jeweils fehlerfreie und fehlerhafte Produkte sowie den erwarteten Kosten für genutzte Überstunden. Die erwarteten variablen Nacharbeitskosten in Teil (4.2) ergeben sich aus der Multiplikation des Verrechnungssatzes  $v$  mit der erwarteten zur Realisation der entsprechenden Nacharbeitsmenge erforderlichen Zeit  $E[PT^r(q_{kt}^r)]$ .

Gleichungen (4.4) stellen die Lagerbilanzrestriktionen fehlerfreier Produkte dar. Die Lagerbilanzgleichungen fehlerhafter Produkte werden durch Restriktionen (4.5) modelliert. Die Definition der physischen und Fehlbestände fehlerfreier sowie physischer Bestände und Fehlmengen fehlerhafter Produkte erfolgt durch die entsprechenden Re-

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

striktionen (4.6)-(4.9).

Die Erfüllung von mindestens der kumulierten Nachfrage durch die kumulierten erwarteten fehlerfreien Produkte und Nacharbeitsmengen wird durch Restriktionen (4.10) gefordert. Die Ungleichungen (4.11) stellen die Servicegraderestriktionen dar. Die Beschränkung der erwarteten Fehlmengen fehlerhafter Produkte erfolgt durch die Ungleichungen (4.12).

Die Kapazitätsrestriktionen (4.13) fordern, dass die durch die zufällige zur Realisation einer entsprechenden Nacharbeitsmenge erforderlichen Zeit  $PT^r(q_{kt}^r)$  beeinflusste unsichere Kapazitätsbeanspruchung das zur Verfügung stehende Kapazitätsangebot, bestehend aus der Periodenkapazität zuzüglich genutzter Überstunden, nicht überschreiten darf. Die Ungleichungen (4.14) beschränken den Erwartungswert genutzter Überstunden auf einen Anteil  $\alpha$  der Periodenkapazität.

Restriktionen (4.15) und (4.16) stellen die Rüstrestriktionen der Produktion respektive der Nacharbeit dar.

Die Mengen fehlerhafter und fehlerfreier Produkte sind in Abhängigkeit des zufälligen Anteils fehlerhafter Produkte durch Restriktionen (4.17) respektive (4.18) gegeben.

Die Nichtnegativität der Produktions- und Nacharbeitsmengen ist durch die Ungleichungen (4.19) gegeben. Die Restriktionen (4.20) definieren die Rüstvariablen der Produktion und Nacharbeit als binär.

Neben den Anpassungen der generischen Modellformulierung müssen auch entsprechende Anpassungen des szenariobasierten Approximationsmodells vorgenommen werden, welche im folgenden Abschnitt 4.4 dargestellt werden.

### 4.4. Lineare Approximation (SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup>)

Um neben einem unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte ebenfalls explizit eine Unsicherheit in Bezug auf die Nacharbeitszeit im Optimierungsprozess zu berücksichtigen, muss der angewendete szenariobasierte Ansatz hinsichtlich dieses Aspekts erweitert werden. Demnach wird in jedem Szenario  $s \in \mathcal{S}$  eine bestimmte Ausprägung der zur Realisation einer Nacharbeitsmenge erforderlichen Zeit berücksichtigt. Diese ist in Abhängigkeit von der Nacharbeitsmenge  $q_{kt}^r$  unter Berücksichtigung einer szenario-spezifischen Nacharbeitszeit  $pt_{kts}^r$  gegeben. Diese szenario-spezifischen Ausprägungen  $pt_{kts}^r$  werden basierend auf der Verteilungsinformation der Zufallsvariable  $PT_{kt}^r$  generiert.<sup>222</sup> Dadurch kann der Erwartungswert der unsicheren Nacharbeitszeit  $E[PT_{kt}^r]$

<sup>222</sup> Die unsichere zur Realisation einer Nacharbeitsmenge erforderliche Zeit  $PT^r(q_{kt}^r)$  ergibt sich hierbei aus der Multiplikation der Nacharbeitsmenge  $q_{kt}^r$  mit der Zufallsvariable  $PT_{kt}^r$ . Die szenario-spezifische erforderliche Zeit zur Realisation einer Nacharbeitsmenge ergibt sich damit aus der Multiplikation der Nacharbeitsmenge  $q_{kt}^r$  mit der szenario-spezifischen Ausprägung  $pt_{kts}^r$ . Somit können in Abhängigkeit der Nacharbeitsmenge verschiedene szenario-spezifische Kapazitätsbeanspruchungen einer Nacharbeitsmenge in der Planung berücksichtigt werden. Die Nacharbeitsmenge ist weiterhin szenariounabhängig, um einen robusten Plan zu generieren.

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

wie folgend dargestellt durch Bildung des Mittelwerts über die betrachteten Szenarien angenähert werden:

$$E[PT_{kt}^r] \approx \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{pt_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.21)$$

Basierend auf der szenario-spezifischen Ausprägung der Nacharbeitszeit  $pt_{kts}^r$  können in Abhängigkeit der geplanten Nacharbeitsmengen  $q_{kt}^r$ , die Kapazitätsbeanspruchung der Nacharbeit bestimmt und so zusammen mit der aus der Produktion resultierenden Kapazitätsbeanspruchung ggf. in Anspruch genommene szenario-spezifische Überstunden  $o_{ts}$  bestimmt werden:

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot q_{kt} + st_k \cdot \gamma_{kt} + pt_{kts}^r \cdot q_{kt}^r + st_k^r \cdot \gamma_{kt}^r) \leq c_t + o_{ts} \quad \forall t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.22)$$

Ähnlich wie bei dem zufälligen Anteil fehlerhafter Produkte werden die szenario-spezifischen Ausprägungen der Nacharbeitszeit basierend auf der  $PT_{kt}^r$  zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung generiert. Der Mittelwert über die betrachteten Szenarien nähert damit den Erwartungswert an und somit kann auch der Erwartungswert der in Anspruch genommenen Überstunden durch den entsprechenden Mittelwert über die Szenarien ( $\mathcal{S} = \{1, \dots, S\}$ ) angenähert werden:

$$E[O_t] \approx \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{o_{ts}}{|\mathcal{S}|} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.23)$$

Unter Berücksichtigung der beschriebenen szenario-spezifischen Anpassungen und der ergänzenden Notation in Tabelle 4.2 kann das szenario-spezifische Approximationsmodell SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup> (engl.: *Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Rework Time*) wie folgt dargestellt werden:

**Tabelle 4.2.:** Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup>

---

#### Szenario-spezifische Parameter

$pt_{kts}^r$  Nacharbeitszeit von Produkt  $k$  in Periode  $t$  und Szenario  $s$

#### Szenario-spezifische Entscheidungsvariablen

$o_{ts}$  Überstunden für Produktion und Nacharbeit in Periode  $t$  und Szenario  $s$

---

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

**Modell SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup>:**

$$\min E[C] = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}}{|\mathcal{S}|} + pc_k \cdot q_{kt}) \quad (4.24)$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k^r \cdot \gamma_{kt}^r + hc_k^r \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} + sv \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{pt_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \cdot q_{kt}^r) \quad (4.25)$$

$$+ oc \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{o_{ts}}{|\mathcal{S}|} \quad (4.26)$$

unter Beachtung der Restriktionen (4.15)-(4.16), (4.19)-(4.20) und

$$i_{k,t-1,s} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kt} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.27)$$

$$i_{k,t-1,s}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.28)$$

$$ip_{kts} \geq i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.29)$$

$$bl_{kts} \geq -i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.30)$$

$$ip_{kts}^r \geq i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.31)$$

$$sf_{kts}^r \geq -i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t = 1, 2, \dots, T\}, s \in \mathcal{S} \quad (4.32)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{q_{kts}^g}{|\mathcal{S}|} + q_{kt}^r \right) \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (4.33)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{bl_{kts}}{|\mathcal{S}|} \leq (1 - \delta_k) \sum_{t \in \mathcal{T}} (T - t + 1) \cdot d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (4.34)$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{sf_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.35)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot q_{kt} + st_k \cdot \gamma_{kt} + pt_{kts}^r \cdot q_{kt}^r + st_k^r \cdot \gamma_{kt}^r) \leq c_t + o_{ts} \quad \forall t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.36)$$

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{o_{ts}}{|\mathcal{S}|} \leq \alpha \cdot c_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.37)$$

$$q_{kts}^b = \omega_{kts} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.38)$$

$$q_{kts}^g = (1 - \omega_{kts}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.39)$$

$$o_{ts} \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.40)$$

$$bl_{kts}, ip_{kts}, ip_{kts}^r, q_{kts}^b, q_{kts}^g, sf_{kts}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (4.41)$$

Neben den Erwartungswerten der physischen Lagerbestände fehlerhafter und fehlerfreier Produkte werden ebenfalls die Erwartungswerte der Nacharbeitszeit und der in Anspruch genommenen Überstunden durch die jeweiligen Mittelwerte über die berücksichtigten Szenarien wie in (4.21) respektive (4.23) dargestellt in der zu minimierenden Zielfunktion (4.24)-(4.26) substituiert.

Die szenario-spezifischen Lagerbilanzgleichungen der fehlerfreien respektive fehlerhaften Produkte werden durch Restriktionen (4.27) bzw. (4.28) modelliert.

Die Definition der szenario-spezifischen physischen Lagerbestände und Fehlbestände fehlerfreier Produkte sowie der physischen Lagerbestände und Fehlmengen fehlerhafter Produkte erfolgt durch die jeweiligen Restriktionen (4.29)-(4.30) bzw. (4.31)-(4.32). In den Restriktionen (4.33)-(4.35) werden die Erwartungswerte der fehlerfreien Produkte, der Fehlbestände fehlerfreier Produkte und der Fehlmengen fehlerhafter Produkte durch die entsprechenden Mittelwerte über die betrachteten Szenarien ersetzt.

Die Ungleichungen (4.36) stellen die szenario-spezifischen Kapazitätsrestriktionen dar. Der Erwartungswert genutzter Überstunden wird in (4.37) durch den Mittelwert über die betrachteten Szenarien substituiert.

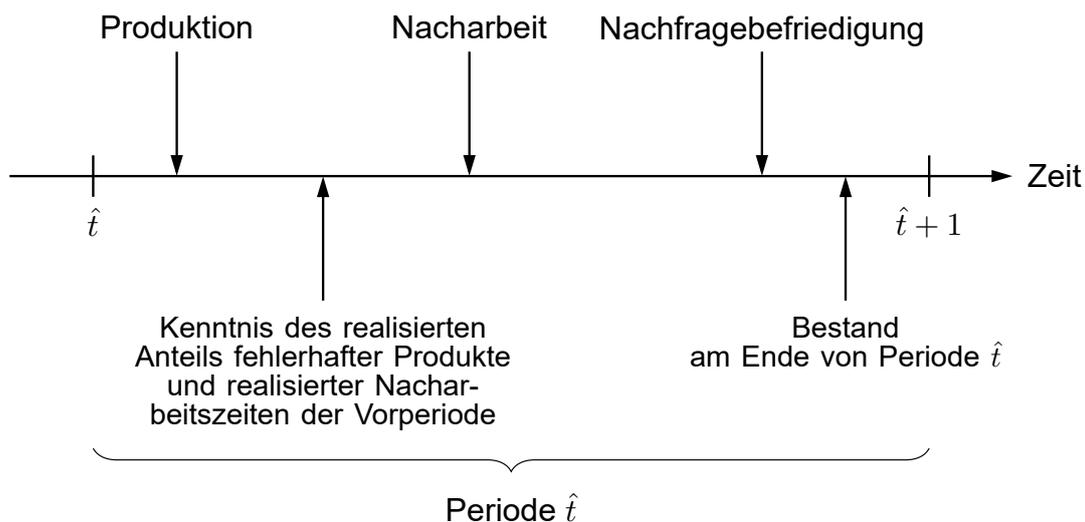
Gleichungen (4.38) bzw. (4.39) dienen der Bestimmung der szenario-spezifischen Mengen fehlerhafter respektive fehlerfreier Produkte.

Die Nichtnegativitätsbedingungen szenario-spezifischer Variablen sind mit (4.40) und (4.41) gegeben.

Durch die Lösung des SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup> wird ein robuster Produktions- und Nacharbeitsplan ermittelt, der den  $\delta$ -Servicegrad im Mittel einhält.

## 4.5. Anpassung des flexiblen Planungsansatzes

Um stochastische Nacharbeitszeiten im Rahmen des in Kapitel 3 vorgeschlagenen flexiblen Planungsansatzes zu berücksichtigen, sind entsprechende Anpassungen der Vorgehensweise notwendig. Der grundlegende Aufbau des mehrstufigen Ansatzes bleibt hierbei weiterhin bestehen. Allerdings sind zu verschiedenen Zeitpunkten im Planungsverlauf unterschiedliche Informationsstände zu berücksichtigen, da sowohl der Anteil fehlerhafter Produkte als auch die Nacharbeitszeit unsicheren Einflüssen unterliegen. Im Rahmen der Initialisierung wird das SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup> analog zu den Beschreibungen in Kapitel 3 unter Anwendung einer Fix&Optimize-Heuristik gelöst. Das hieraus resultierende Rüstmuster wird für den gesamten Planungshorizont fixiert. Anschließend wird wie zuvor jede der aufeinanderfolgenden Stufen einer Periode  $t$  zugeordnet. Die Sequenz der Ereignisse innerhalb einer Periode ist in Abbildung 4.1 dargestellt.



**Abbildung 4.1.:** Sequenz der Ereignisse in Periode  $\hat{t}$   
**Quelle:** In Anlehnung an Kirste (2017), S. 40 und 115.

Zunächst wird die Produktion durchgeführt. Nach Durchführung der Produktion sind der realisierte Anteil fehlerhafter Produkte der hergestellten Produktionsmengen und somit die Mengen fehlerfreier und fehlerhafter Produkte bekannt. Bei dem nachfolgenden Nacharbeitsprozess ist der genaue Nacharbeitsaufwand noch nicht bekannt. Dementsprechend ist die Nacharbeitszeit in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  noch als unsicher anzusehen. Nach Durchführung der Nacharbeit ist die realisierte Nacharbeitszeit bekannt und wird in der kommenden Periode berücksichtigt.

Mit diesen Informationen wird also ein reduziertes SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup> (engl.: *Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and*

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

Stochastic Rework Time) für die aktuelle und zukünftigen Perioden ( $\tau = \hat{t}, \dots, T$ ) mit Kenntnis über den realisierten Anteil fehlerhafter Produkte in Periode  $\hat{t}$  und der realisierten Nacharbeitszeit der Periode  $\hat{t} - 1$  gelöst.<sup>223</sup> Dadurch, dass die Nacharbeitszeit in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  noch unsicher ist, werden in dem reduzierten periodenspezifischen SCLSP-RW-SRT $_{\hat{t}}^{SCN}$  im Gegensatz zum SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$  in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  weiterhin Szenarien betrachtet.

Die Lösung des SCLSP-RW-SRT $_{\hat{t}}^{SCN}$  erlaubt basierend auf dem in der Initialisierung ermittelten Rüstmuster Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen. Auf diesem Weg können unter Berücksichtigung aktualisierter Informationen hinsichtlich des realisierten Anteils fehlerhafter Produkte der betrachteten Periode  $\hat{t}$  und der realisierten Nacharbeitszeit der vorhergehenden Periode  $\hat{t} - 1$  die Nacharbeitsmengen der aktuellen und zukünftigen Perioden ( $\tau = \hat{t}, \dots, T$ ) angepasst werden. Zudem können die Produktionsmengen zukünftiger Perioden angepasst werden ( $\tau = \hat{t} + 1, \dots, T$ ). Da die realisierte Nacharbeitszeit der Periode  $\hat{t} - 1$  im Rahmen der Optimierung in Periode  $\hat{t}$  berücksichtigt wird, muss in der letzten Periode  $T$  des Planungshorizonts nach erfolgter Nacharbeit und unter Berücksichtigung der hierbei realisierten Nacharbeitszeit eine Bestimmung der tatsächlich angefallenen Kapazitätsbeanspruchung und der ggf. genutzten Überstunden durchgeführt sowie deren Auswirkungen auf die realisierten Gesamtkosten durchgeführt werden.

Im Folgenden wird das Zusammenspiel der verschiedenen Informationsstände in Bezug auf den realisierten Anteil fehlerhafter Produkte und die realisierte Nacharbeitszeit in Verbindung mit bereits fixierten und noch anpassbaren Entscheidungen anhand eines Beispiels erläutert. Für das Beispiel werden vier Perioden zugrunde gelegt, wobei die zweite Periode aktuell betrachtet wird ( $\hat{t} = 2$ ). Tabelle 4.3 gibt einen Überblick über die beispielhafte Entscheidungssituation. Hierbei stellt  $\tilde{P}T^r(\bar{q}_{kt}^r)$  die tatsächlich erforderlich gewesene Zeit zur Realisation einer Nacharbeitsmenge dar.

**Tabelle 4.3.:** Beispiel zur Veranschaulichung der Informations- und Entscheidungsstruktur des flexiblen Planungsansatzes im Fall einer unsicheren Nacharbeitszeit

Perioden	$\tilde{\Omega}_{kt}$ bekannt?	$\tilde{P}T^r(\bar{q}_{kt}^r)$ bekannt?	Betrachtung Szenarien?		$q_{kt}$ anpassbar?	$q_{kt}^r$ anpassbar?
			AFP	NZ		
$\mathcal{T}^{Real}$	1	x	x	o	o	o
	2 (= $\hat{t}$ )	x	o	o	x	o
$\mathcal{T}^{Zuk}$	3	o	o	x	x	x
	4	o	o	x	x	x

**Erläuterungen:** x - Trifft zu, o - Trifft nicht zu, AFP - Anteil fehlerhafter Produkte, NZ - Nacharbeitszeit

Zum Betrachtungszeitpunkt wurde die Produktion in Periode 2 durchgeführt und folglich

<sup>223</sup> Die Modellformulierung des SCLSP-RW-SRT $_{\hat{t}}^{SCN}$  ist in Anhang A.2 zu finden.

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

ist der Anteil fehlerhafter Produkte für diese Periode (und für die Periode 1) bekannt. Die Nacharbeit folgt auf die Produktion und wurde in Periode 2 noch nicht durchgeführt. Dementsprechend ist die Nacharbeitszeit der Periode 2 noch nicht bekannt und es müssen in Periode 2 in Bezug auf die unsichere Nacharbeitszeit weiterhin Szenarien betrachtet werden. Darüber hinaus werden in den zukünftigen Perioden 3 und 4 weiterhin Szenarien betrachtet. Die Nacharbeitsmengen der aktuell betrachteten Periode 2 sowie der zukünftigen Perioden 3 und 4 können angepasst werden. Weiterhin können die Produktionsmengen der zukünftigen Perioden 3 und 4 angepasst werden. Der angepasste Ablauf des mehrstufigen stochastischen Optimierungsansatzes zur Berücksichtigung einer stochastischen Nacharbeitszeit ist zusammenfassend in Algorithmus 4.1 dargestellt.

---

**Algorithmus 4.1.:** Mehrstufiger stochastischer Optimierungsansatz für einen unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte und eine unsichere Nacharbeitszeit

---

- 1: **Löse** SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup> via Fix&Optimize-Heuristik
  - 2: **Fixiere** Rüstmuster  $\bar{\gamma}_{kt} := \gamma_{kt}$  und  $\bar{\gamma}_{kt}^r := \gamma_{kt}^r \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}$
  - 3: **Setze**  $\bar{q}_{k1} := q_{k1} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 4: **Für** jede Periode  $t = 1 \dots, T$  **tue**
  - 5:     **Realisiere** Produktionsmengen  $\bar{q}_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 6:     **Aktualisiere** Anteil fehlerhafter Produkte  $\tilde{\Omega}_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 7:     **Setze**  $q_{kt}^b := \tilde{\Omega}_{kt} \cdot q_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 8:     **Setze**  $q_{kt}^g := (1 - \tilde{\Omega}_{kt}) \cdot q_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 9:     **Füge**  $t$  zu  $\mathcal{T}^{Real}$  hinzu
  - 10:    **Setze**  $\mathcal{T}^{Zuk} := \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}^{Real}$
  - 11:    **Löse** reduziertes SCLSP-RW-SRT<sub>t</sub><sup>SCN</sup>
  - 12:    **Setze**  $\bar{q}_{k,t+1} := q_{k,t+1} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 13:    **Setze**  $\bar{q}_{kt}^r := q_{kt}^r \forall k \in \mathcal{K}$
  - 14:    **Realisiere** Nacharbeitsmengen  $\bar{q}_{kt}^r \forall k \in \mathcal{K}$
  - 15:    **Aktualisiere** Nacharbeitszeit  $PTr(\bar{q}_{kt}^r) \forall k \in \mathcal{K}$
  - 16: **Ende**
  - 17: **Aktualisiere** Kapazitätsbeanspruchung für  $t = T$
  - 18: **Aktualisiere** Zielfunktionswert
- 

Das gemischt-ganzzahlige lineare Optimierungsmodell SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup> wird zunächst unter Anwendung einer Fix&Optimize-Heuristik gelöst (Zeile 1). Das hierdurch ermittelte robuste Rüstmuster wird fixiert (Zeile 2). Zudem werden die Produktionsmengen aller Produkte für die erste Periode des Planungszeitraums fixiert (Zeile 3). Die iterativen Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen erfolgen in Zeilen 4-16: Die Perioden werden beginnend mit der ersten Periode iterativ durchlaufen. Zunächst werden die Produktionsmengen aller Produkte der betrachteten Periode realisiert (Zeile 5). Daraufhin wird der realisierte Anteil fehlerhafter Produkte dieser Produktionsmengen bekannt (Zeile 6). Der Informationsstand hinsichtlich realisierter fehlerhafter bzw. fehlerfreier Produkte wird dementsprechend aktualisiert (Zeile 7 respektive Zeile 8) und die derzeit betrachtete Periode  $t$  wird der Menge realisierter Perioden  $\mathcal{T}^{Real}$

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

hinzugefügt (Zeile 9). Über die Differenzmenge der Menge aller betrachteten Perioden  $\mathcal{T}$  und der Menge der realisierten Perioden  $\mathcal{T}^{Real}$  wird die Menge der zukünftigen Perioden  $\mathcal{T}^{Zuk}$  definiert (Zeile 10). Mit diesen zusätzlichen Informationen wird jetzt ein reduziertes periodenspezifisches lineares Programm SCLSP-RW-SRT<sub>t</sub><sup>SCN</sup> gelöst (Zeile 11). Hierbei können Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen basierend auf dem robusten Rüstmuster und den aktualisierten Informationen vorgenommen werden. Die ermittelten Produktionsmengen aller Produkte werden für die nächste Periode fixiert (Zeile 12). Weiterhin werden die ermittelten Nacharbeitsmengen aller Produkte für die aktuell betrachtete Periode fixiert (Zeile 13) und anschließend realisiert (Zeile 14). Daraufhin sind die realisierten Nacharbeitszeiten bekannt (Zeile 15). Diese werden im Rahmen der Optimierung in der darauffolgenden Periode berücksichtigt. Sobald alle Perioden betrachtet worden sind, endet die Schleife (Zeile 16). Wie bereits erwähnt, werden die realisierten Nacharbeitszeiten in einer Periode  $t$  in der Optimierung der folgenden Periode  $t+1$  berücksichtigt. Im Fall der letzten Periode des Planungszeitraums  $t = T$  wird demnach eine Aktualisierung im Hinblick auf die tatsächlich aufgetretene Kapazitätsbeanspruchung dieser Periode vorgenommen (Zeile 17). Falls Überstunden genutzt wurden, müssen diese in der Zielfunktion mit den entsprechenden Überstundenkosten eingepreist werden. Darüber hinaus haben die realisierten Nacharbeitszeiten eine Auswirkung auf die variablen Nacharbeitskosten. Dementsprechend muss der Zielfunktionswert des linearen Programms aktualisiert werden (Zeile 18). Damit ist der Algorithmus abgeschlossen.

## 4.6. Numerische Untersuchungen

### 4.6.1. Anpassung der verwendeten Testinstanzen

Um den Sachverhalt unsicherer Nacharbeitszeiten im Rahmen der numerischen Untersuchungen zu inkludieren, wurden die Testinstanzen aus Kapitel 3 angepasst.

Eine Übersicht der variierenden Parameter zur Erzeugung der Testinstanzen ist in Tabelle 4.4 zu finden.

**Tabelle 4.4.:** Variierende Parameter

Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte	$\text{Range}_\Omega \in \{\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k, \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k\}$
Quadrierter Variationskoeffizient der Nacharbeitszeit	$VC_{PT^r}^2 \in \{0,1; 0,3; 0,5\}$
Interperiodische Variabilität der Nachfrage	$VC_d^{ip} \in \{0,2; 0,3\}$
Kapazitätsauslastung	$Util \in \{0,6; 0,9\}$
Time Between Orders	$TBO \in \{1; 2; 4\}$
Vorgegebener Servicegrad	$\delta \in \{0,9; 0,95\}$

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

Zusätzlich zu der Variabilität des unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte wird die Variabilität der unsicheren Nacharbeitszeit berücksichtigt. Weiterhin wird angenommen, dass die Nacharbeitszeit einer Gammaverteilung folgt.<sup>224</sup> Die Gammaverteilung eignet sich zur Modellierung der Nacharbeitszeit, da diese keine negativen Werte annehmen kann.<sup>225</sup> Weiterhin kann die Gammaverteilung große Werte annehmen, jedoch mit geringen Wahrscheinlichkeiten.<sup>226</sup> Dies erscheint hinsichtlich der in der Literatur zu findenden Aussagen bezüglich des Zustands fehlerhafter Produkte bzw. der Nacharbeitszeit als sinnvoll. In der Literatur wird einerseits angeführt, dass der Zustand fehlerhafter Produkte in Bezug auf die Art möglicher Fehler, die durch Nacharbeit behoben werden müssen, oftmals bekannt ist.<sup>227</sup> Schlussfolgernd kann also angenommen werden, dass die Nacharbeitszeit eher geringeren Schwankungen unterliegt. Andererseits wird die Zeitkomponente in Bezug auf die Nacharbeit teilweise als unsicher angenommen.<sup>228</sup> Hieraus lässt sich konkludieren, dass entsprechende Schwankungen der Nacharbeitszeit vorliegen können. Es ist demnach sinnvoll anzunehmen, dass Unsicherheiten in Bezug auf die exakte Schwere der Fehler und somit der Nacharbeitszeit zur Behebung dieser bestehen, aber eher seltener sehr große Abweichungen vorliegen.

Um auch hier unterschiedliche Planungssituationen mit unterschiedlich schwankender Nacharbeitszeit zu berücksichtigen, werden verschiedene Ausprägungen des quadrierten Variationskoeffizienten der Nacharbeitszeit untersucht: Eine niedrige Schwankung  $VC_{pTr}^2 = 0,1$ , eine mäßige Schwankung  $VC_{pTr}^2 = 0,3$  und eine hohe Schwankung  $VC_{pTr}^2 = 0,5$ . Die szenario-spezifischen Nacharbeitszeiten werden unter Anwendung des in Kapitel 3 erwähnten *Descriptive Samplings* generiert. Es werden wie in Kapitel 3 zehn Szenarien genutzt.

Die mittlere Nacharbeitszeit entspricht der Nacharbeitszeit der numerischen Untersuchungen in Kapitel 3 ( $\overline{pt}_{kt}^r = 0,03$ ).

Weiterhin wird ein mittlerer Anteil fehlerhafter Produkte von  $\overline{\Omega}_k = 0,04$  angenommen.

Der Verrechnungssatz beträgt  $v = 50$ .

Zudem findet die Nacharbeitszeit bei der Berechnung der Kapazität in Periode  $t$  Berücksichtigung. Demnach muss diese unter Annahme einer unsicheren Nacharbeitszeit angepasst werden. Die Kapazität in Periode  $t$  ergibt sich damit wie folgt:

$$c_t = \frac{1}{Util} \cdot \sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot \bar{d}_k + st_k + \overline{pt}_{kt}^r \cdot \bar{d}_k \cdot \overline{\Omega}_k + st_k^r) \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.42)$$

<sup>224</sup> Für eine ähnliche Annahme im Kontext stochastischer Rüstzeiten, vgl. Taş et al. (2019), S. 149.

<sup>225</sup> Eine ähnliche Argumentation ist auch bei Taş et al. (2019) im Zusammenhang mit stochastischen Rüstzeiten zu finden (vgl. hierfür Taş et al. (2019), S. 149).

<sup>226</sup> Vgl. Taş et al. (2019), S. 149 für eine ähnliche Argumentation im Kontext stochastischer Rüstzeiten.

<sup>227</sup> Vgl. z. B. Inderfurth et al. (2004), S. 268.

<sup>228</sup> So nehmen wie bereits erwähnt z. B. Haji und Haji (2010) im Kontext der statischen Losgrößenplanung eine zufällige Nacharbeitsrate an. Vgl. hierfür Haji und Haji (2010), S. 243.

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

In jeder Periode  $t$  ist die Produktion der mittleren Nachfrage und ein Rüstvorgang jedes Produkts möglich. Darüber hinaus ist die auf der mittleren Nacharbeitszeit basierende Nacharbeit der durchschnittlichen Menge aus dieser Produktion resultierender fehlerhafter Produkte und ein Rüstvorgang für die Nacharbeit jedes Produkts möglich. Die daraus resultierenden Werte werden durch die Auslastung  $Util$  dividiert.

Die Berechnung des Parameters  $M_{kt}$  wird ebenfalls angepasst:

$$M_{kt} = \frac{2 \cdot c_t}{\min\{pt_k, PT_{kt}^{r;0,05}\}} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.43)$$

Die Anpassung ist notwendig, da die Nacharbeitszeit in die Berechnung des Parameters  $M_{kt}$  einfließt. Diese ist ex ante nicht bekannt. Infolgedessen geht jetzt statt der deterministischen Nacharbeitszeit  $pt_{kt}^r$ , das 0,05-Quantil der unsicheren Nacharbeitszeit  $PT_{kt}^{r;0,05}$  in die Berechnung ein. Dieses gibt an, dass 5% der Werte für die Nacharbeitszeit unterhalb von  $PT_{kt}^{r;0,05}$  liegen. Es handelt sich also um einen kleinen Wert, der die Nacharbeit einer entsprechend hohen Anzahl an ME erlaubt. In Kombination mit der in Abschnitt 3.5.1 erläuterten Berücksichtigung der Kapazität mit dem Faktor 2 wird davon ausgegangen, dass der resultierende Wert für  $M_{kt}$  hinreichend groß ist.

#### 4.6.2. Simulationsbasierte Analyse ermittelter Produktions- und Nacharbeitspläne

Für den flexiblen Planungsansatz unter Berücksichtigung eines unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte und unsicherer Nacharbeitszeit wurde eine simulationsbasierte Analyse mit 1000 Replikationen je Testinstanz durchgeführt, ähnlich wie in Kapitel 3 beschrieben. Hierbei besteht jede Replikation aus unterschiedlichen zufälligen Ausprägungen des Anteils fehlerhafter Produkte und der Nacharbeitszeit. Die zur Realisation einer Nacharbeitsmenge notwendige Zeit ist vor der Durchführung der Nacharbeit nicht bekannt. Demnach kann theoretisch der Fall auftreten, dass bei einer Unterschätzung der Nacharbeitszeit einer Nacharbeitsmenge, diese Menge aufgrund knapper Kapazität nicht realisiert werden kann, da auch ggf. nutzbare Überstunden begrenzt sind. Um mathematisch zulässige Lösungen zu ermitteln, werden Schlupfvariablen im Zusammenhang mit den Kapazitätsrestriktionen (4.36) eingeführt und deren Nutzung ähnlich wie in Kapitel 3 mit hohen Strafkosten in der Zielfunktion verknüpft.

Zur Generierung gammaverteilter Nacharbeitszeiten für die Simulation wurde die Annahme getroffen, dass jede einzelne ME der fehlerhaften Produkte eine andere Nacharbeitszeit erforderlich machen kann. Zur simulationsseitigen Abbildung dieses Sachverhalts wurden basierend auf der Gammaverteilung mit den genannten Verteilungsinformationen zufällige mengeneinheitenspezifische Nacharbeitszeiten generiert, die

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

erst nach Durchführung der Nacharbeit bekannt wurden.

Für jede der Replikationen wurde der angepasste flexible Planungsansatz angewendet und entsprechende Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen konnten auf Basis des fixierten Rüstmusters vorgenommen werden. Die Ergebnisse der resultierenden angepassten Pläne wurden mit den Ergebnissen robuster Pläne verglichen, bei welchen keine Anpassungen möglich waren. Diese robusten Produktions- und Nacharbeitspläne wurden durch die Lösung des SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup> ermittelt.

Tabelle 4.5 stellt jeweils den Anteil der Replikationen dar, bei welchem der vorgegebene Servicegrad für alle Produkte einer Replikation eingehalten oder um die angegebenen Prozentpunkte verletzt wurde.

**Tabelle 4.5.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt

	Problemklasse 1		Problemklasse 2	
	Robuster Plan	Angepasster Plan	Robuster Plan	Angepasster Plan
SG	5,95%	41,45%	~0,00%	57,89%
SG-0,1PP	43,87%	92,99%	15,84%	99,88%
SG-0,5PP	97,42%	100,00%	92,37%	100,00%
SG-1,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Der robuste Plan war lediglich bei 5,95% der Replikationen von Problemklasse 1 in der Lage, den geforderten Servicegrad einzuhalten. Bei der zweiten Problemklasse konnte der Servicegrad mit dem robusten Plan bei nahezu keiner Replikation eingehalten werden. Wird der flexible Planungsansatz angewendet, so können Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen vorgenommen werden, um auf konkrete Realisationen der Zufallsvariablen zu reagieren. Der hieraus resultierende angepasste Plan konnte den Servicegrad im Rahmen der ersten Problemklasse bei 41,45% der Replikationen einhalten. Bei 92,99% der Replikationen wurde der vorgegebene Servicegrad lediglich um maximal 0,1 Prozentpunkte verfehlt. Bei der zweiten Problemklasse konnte der angepasste Plan den Servicegrad bei 57,89% der Replikationen einhalten. Bei 99,88% der Replikationen wurde der Servicegrad lediglich um höchstens 0,1 Prozentpunkte unterschritten.

Verletzungen der Restriktionen hinsichtlich der Befriedigung von mindestens der kumulierten Nachfrage (4.33) sind für beide Ansätze vernachlässigbar.<sup>229</sup> Zudem liegen keine Verletzungen der Begrenzung der Fehlmengen fehlerhafter Produkte (4.35) in (4.28) im Rahmen des flexiblen Ansatzes vor, da die Menge produzierter fehlerhafter

<sup>229</sup> Die mittlere Verletzung der Restriktionen (4.33) betrug in Relation zur kumulierten mittleren Produktnachfrage für PK1 0,09% bei dem robusten Plan. Bei dem angepassten Plan traten für PK1 keine Verletzungen auf. Für PK2 betrug diese 0,08% bei dem robusten Plan. Bei dem angepassten Plan traten für PK2 nahezu keine Verletzungen auf (~0,00%).

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

Produkte vor Anpassung der Nacharbeitsmengen bekannt ist. Weiterhin war bei beiden Ansätzen keine Verletzung der Kapazitätsrestriktionen (4.36) bzw. der erlaubten Überstunden (4.37) beobachtbar.

Nachfolgend werden die Ergebnisse hinsichtlich der Ausprägungen verschiedener Parameter differenziert untersucht.

Einen hinsichtlich der Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte ( $\text{Range}_\Omega$ ) differenzierten Überblick über den Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad für alle Produkte einhält, gibt Tabelle 4.6.

**Tabelle 4.6.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $\text{Range}_\Omega$

		Robuster Plan		Angepasster Plan	
		$\text{Range}_\Omega = \pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\text{Range}_\Omega = \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\text{Range}_\Omega = \pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\text{Range}_\Omega = \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$
PK 1	SG	6,46%	5,45%	44,32%	38,57%
	SG-0.1PP	67,90%	19,84%	99,92%	86,05%
	SG-0.5PP	100,00%	94,84%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
PK 2	SG	~0,00%	~0,00%	68,05%	47,73%
	SG-0.1PP	31,44%	0,25%	100,00%	99,77%
	SG-0.5PP	100,00%	84,74%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Hier wird bei PK 1 ersichtlich, dass der robuste Plan bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$  lediglich bei 6,46% und bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  bei 5,45% der Replikationen in der Lage ist, den vorgegebenen Servicegrad einzuhalten. Ein deutlicher Unterschied wird hier bei Betrachtung des Anteils der Replikationen, die den Servicegrad um maximal 0,1 Prozentpunkte verfehlen, sichtbar. Bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$  beträgt dieser 67,90% und bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  lediglich 19,84%. Der aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierende angepasste Produktions- und Nacharbeitsplan hält trotz einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  den vorgegebenen Servicegrad bei 38,57% der Replikationen ein. Bei 86,05% der Replikationen wird der Servicegrad um maximal 0,1 Prozentpunkte verletzt. Ein ähnliches Bild ergibt sich bei Betrachtung von PK 2. Hier war der robuste Plan bei nahezu keiner Replikation in der Lage, den vorgegebenen Servicegrad einzuhalten. Bei einer Abweichung vom vorgegebenen Servicegrad um maximal 0,1% Prozentpunkte beträgt der entsprechende Anteil der Replikationen bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$  31,44%

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

und bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  lediglich 0,25%. Der angepasste Plan ist auch hier trotz einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  im Stande, den vorgegebenen Servicegrad bei 47,73% der Replikationen einzuhalten und bei nahezu allen Replikationen mit einer Abweichung von maximal 0,1 Prozentpunkten zu erfüllen (99,77%). Unter Anwendung des flexiblen Planungsansatzes und dem resultierenden angepassten Plan konnten deutlich bessere Ergebnisse als mit dem robusten Plan erzielt werden, selbst bei einer höheren Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte.

Tabelle 4.7 stellt die Ergebnisse differenziert nach dem quadrierten Variationskoeffizienten der Nacharbeitszeit dar.

**Tabelle 4.7.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $VC_{PT^r}^2$

		Robuster Plan			Angepasster Plan		
		$VC_{PT^r}^2 =$ 0,1	$VC_{PT^r}^2 =$ 0,3	$VC_{PT^r}^2 =$ 0,5	$VC_{PT^r}^2 =$ 0,1	$VC_{PT^r}^2 =$ 0,3	$VC_{PT^r}^2 =$ 0,5
PK 1	SG	5,83%	5,91%	6,12%	39,25%	42,51%	42,57%
	SG-0,1PP	44,05%	43,60%	43,96%	91,83%	94,66%	92,47%
	SG-0,5PP	97,33%	97,38%	97,54%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
PK 2	SG	~0,00%	~0,00%	~0,00%	58,89%	57,61%	57,18%
	SG-0,1PP	16,51%	15,43%	15,68%	99,91%	99,74%	100,00%
	SG-0,5PP	92,41%	92,64%	92,08%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Die Ergebnisse sind hinsichtlich des quadrierten Variationskoeffizienten der Nacharbeitszeit ähnlich. Hier kann kein eindeutiger Zusammenhang beobachtet werden.

Eine Differenzierung der Ergebnisse hinsichtlich des vorgegebenen Servicegrads ist in Tabelle 4.8 zu finden.

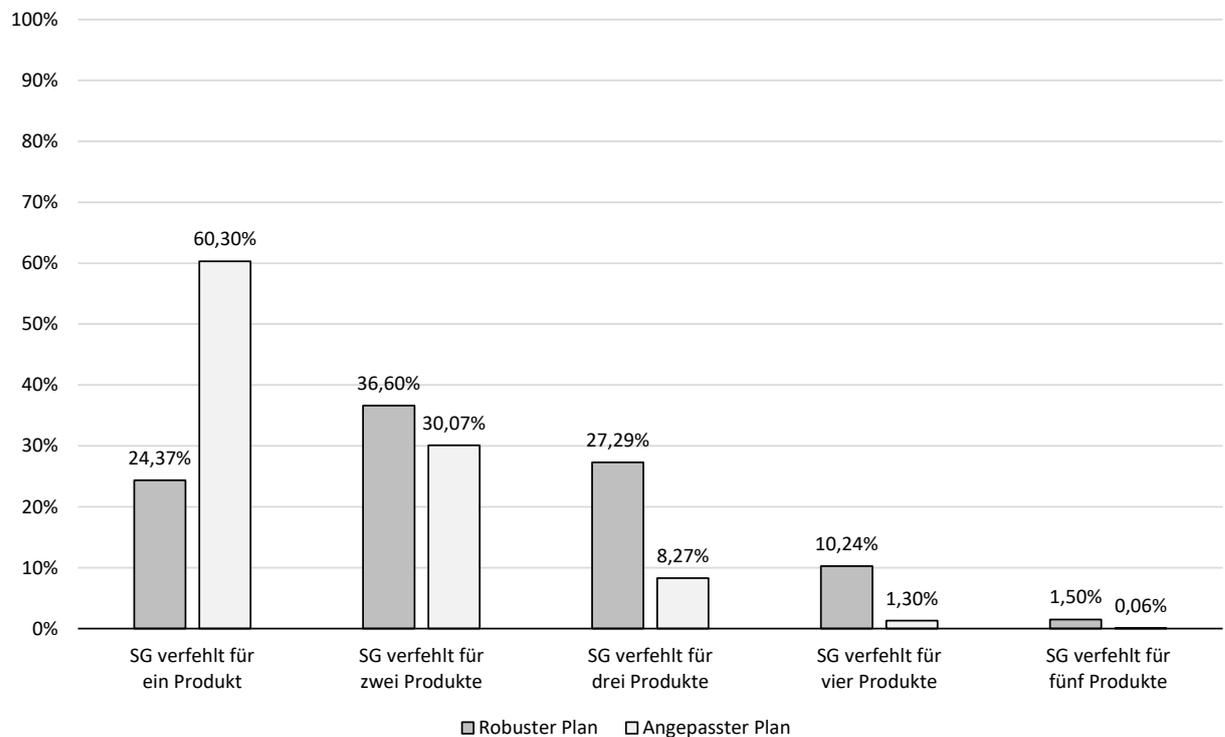
#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

**Tabelle 4.8.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $\delta$

		Robuster Plan		Angepasster Plan	
		$\delta = 0,9$	$\delta = 0,95$	$\delta = 0,9$	$\delta = 0,95$
PK 1	SG	5,89%	6,01%	43,39%	39,50%
	SG-0,1PP	40,69%	47,05%	90,05%	95,92%
	SG-0,5PP	96,68%	98,16%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
PK 2	SG	~0,00%	~0,00%	56,55%	59,23%
	SG-0,1PP	11,33%	20,36%	99,77%	100,00%
	SG-0,5PP	89,76%	94,98%	100,00%	100,00%
	SG-1,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
	SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Ein eindeutiger Zusammenhang ist in diesem Kontext nicht ersichtlich. Jedoch scheint ein höherer vorgegebener Servicegrad von  $\delta = 0,95$  tendenziell zu geringfügig besseren Ergebnissen zu führen.

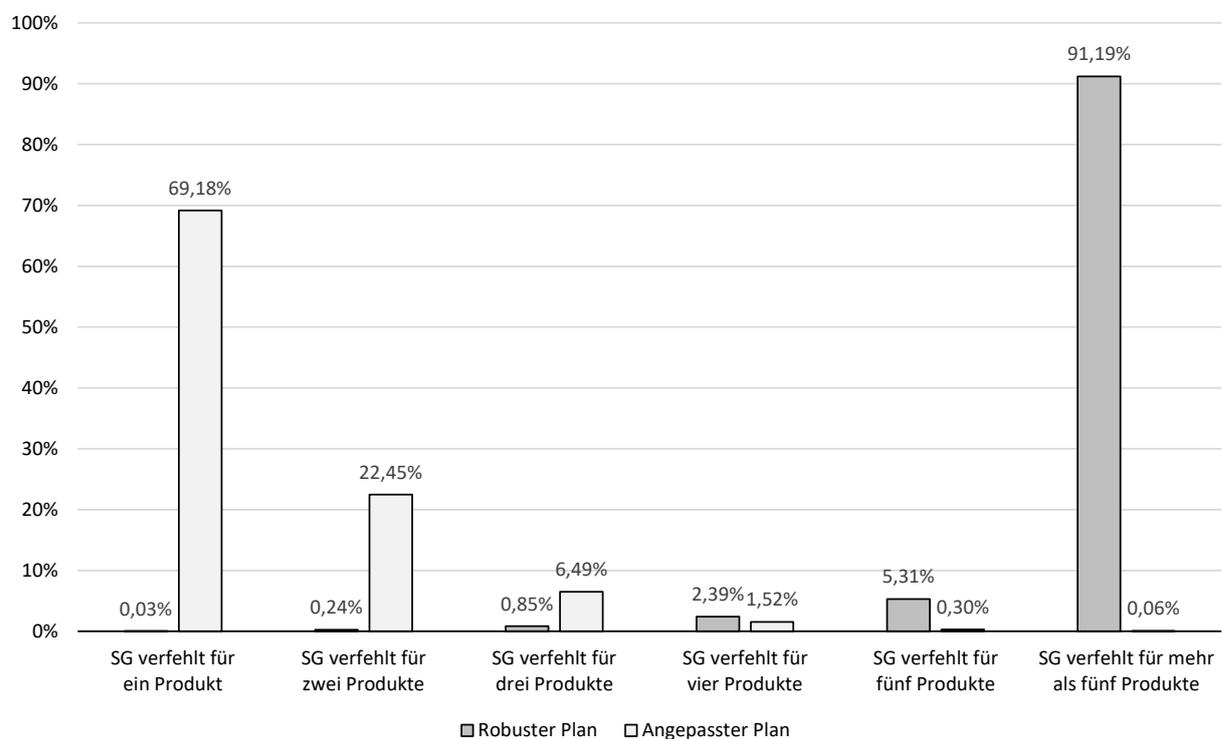
Abbildungen 4.2 und 4.3 visualisieren die Anzahl der Produkte im Rahmen einer Replikation für die der vorgegebene Servicegrad verletzt wurde, falls eine Verletzung auftrat.



**Abbildung 4.2.:** Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 1

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

Wie in Abbildung 4.2 ersichtlich, kommt es bei dem robusten Plan im Rahmen der ersten Problemklasse bei ungefähr 76% der unzulässigen Replikationen zu Verletzungen des vorgegebenen Servicegrads bei mehr als einem Produkt. Bei lediglich 24,37% der unzulässigen Replikationen wurde der Servicegrad für nur ein Produkt verletzt. Am häufigsten wird der Servicegrad bei zwei der fünf Produkte verletzt (36,60% der unzulässigen Replikationen). Kommt es bei der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes zu einer Verletzung des geforderten Servicegrads im Rahmen einer Replikation, tritt diese überwiegend bei einem Produkt auf (60,30% der unzulässigen Replikationen). Der vorgegebene Servicegrad wird hier bei über 90% der unzulässigen Replikationen bei einem oder zwei der fünf Produkte verletzt.



**Abbildung 4.3.:** Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 2

Bei der zweiten Problemklasse verletzt der robuste Plan den geforderten Servicegrad bei über 90% der unzulässigen Replikationen bei mehr als fünf der zwanzig Produkte. Bei nahezu keiner unzulässigen Replikation kommt es zu einer Verletzung bei lediglich einem Produkt (0,03% der unzulässigen Replikationen). Der angepasste Plan hingegen verletzt den Servicegrad für über 90% der unzulässigen Replikationen bei nur einem oder zwei der zwanzig Produkte. Bei 69,18% der unzulässigen Replikationen wird der geforderte Servicegrad bei lediglich einem der zwanzig Produkte verletzt. Der Anteil der unzulässig gelösten Replikationen, bei dem der angepasste Plan den vorgegebenen Servicegrad bei höchstens drei der zwanzig Produkte verletzt, beträgt über 98%. Tabelle 4.9 gibt weitergehend einen genaueren Überblick hinsichtlich des Anteils der Replikationen von PK 2 mit Verletzung des Servicegrads, differenziert nach der Anzahl

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

der Produkte, für welche die Servicegradvorgaben verletzt wurden.

**Tabelle 4.9.:** Differenzierung des Anteils der Replikationen von PK 2, welche den Servicegrad verfehlen, hinsichtlich der Anzahl der Produkte, in deren Rahmen Verletzungen auftreten

SG verletzt für	Robuster Plan		Angepasster Plan	
	Anteil	Anteil <sub>kumuliert</sub>	Anteil	Anteil <sub>kumuliert</sub>
1 Produkt	0,03%	0,03%	69,18%	69,18%
2 Produkte	0,24%	0,27%	22,45%	91,63%
3 Produkte	0,85%	1,12%	6,49%	98,12%
4 Produkte	2,39%	3,51%	1,52%	99,64%
5 Produkte	5,31%	8,81%	0,30%	99,94%
6 Produkte	9,35%	18,16%	0,05%	99,99%
7 Produkte	13,53%	31,69%	0,01%	100,00%
8 Produkte	16,56%	48,25%	0,00%	100,00%
9 Produkte	16,66%	64,92%	0,00%	100,00%
10 Produkte	14,01%	78,93%	0,00%	100,00%
11 Produkte	10,12%	89,05%	0,00%	100,00%
12 Produkte	6,05%	95,10%	0,00%	100,00%
13 Produkte	3,08%	98,17%	0,00%	100,00%
14 Produkte	1,28%	99,45%	0,00%	100,00%
15 Produkte	0,42%	99,87%	0,00%	100,00%
16 Produkte	0,10%	99,98%	0,00%	100,00%
17 Produkte	0,02%	~100,00%	0,00%	100,00%
18 Produkte	~0,00%	100,00%	0,00%	100,00%
19 Produkte	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%
20 Produkte	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%

Aus dieser Betrachtungsweise geht in Bezug auf den robusten Produktions- und Nacharbeitsplan hervor, dass der Servicegrad größtenteils für neun der zwanzig Produkte verletzt wurde. Dies ist der Fall bei 16,66% der unzulässigen Replikationen. Bei über 50% der unzulässigen Replikationen wird der vorgegebene Servicegrad für neun oder mehr Produkte verletzt. Der angepasste Plan verletzt den Servicegrad nur bei circa 30% der unzulässigen Replikationen für mehr als ein Produkt. Demzufolge wird der geforderte Servicegrad im Rahmen von ungefähr 69% der unzulässigen Replikationen für neunzehn der zwanzig Produkte eingehalten. Eine Verletzung des geforderten Servicegrads für mehr als vier Produkte ist mit weniger als 0,50% sehr selten. Auch hier werden die Vorteile des durch die Anwendung des flexiblen Planungsansatzes gefundenen angepassten Produktions- und Nacharbeitsplans deutlich.

Die replikationsspezifische Auswertung der Ergebnisse, bei welcher der Servicegrad in Bezug auf eine Replikation als verfehlt gilt, sobald dieser für mindestens ein Produkt der Replikation verletzt wird, zeigt die Vorteile des flexiblen Planungsansatzes. Neben der replikationsspezifischen Perspektive stellt Tabelle 4.10 die Ergebnisse in Bezug auf

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

alle untersuchten Produkt-Replikation-Kombinationen dar.

**Tabelle 4.10.:** Anteil der Produkt-Replikation-Kombinationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt

	Problemklasse 1		Problemklasse 2	
	Robuster Plan	Angepasster Plan	Robuster Plan	Angepasster Plan
SG	57,13%	82,43%	56,87%	97,02%
SG-0,1PP	82,43%	98,30%	83,19%	99,99%
SG-0,5PP	99,46%	100,00%	99,57%	100,00%
SG-1,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
SG-2,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
SG-3,0PP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Im Rahmen der ersten Problemklasse ist der robuste Produktions- und Nacharbeitsplan bei lediglich 57,13% der Produkt-Replikation-Kombinationen in der Lage den vorgegebenen Servicegrad einzuhalten. Bei der zweiten Problemklasse beträgt dieser Anteil 56,87%. Der aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierende angepasste Plan hält den vorgegebenen Servicegrad bei 82,43% der Produkt-Replikation-Kombinationen der ersten Problemklasse und bei 97,02% der Produkt-Replikation-Kombinationen der zweiten Problemklasse ein. Der angepasste Plan verfehlt den vorgegebenen Servicegrad bei über 98% der Produkt-Replikation-Kombinationen beider Problemklassen um lediglich maximal 0,1 Prozentpunkte. Demnach wird auch bei der auf Produkt-Replikation-Kombinationen basierenden Betrachtungsweise der Nutzen des flexiblen Planungsansatzes deutlich.

#### 4.6.3. Auswirkung der Variabilität der Nacharbeitszeit auf die Gesamtkosten des Produktions- und Nacharbeitsplans

Ähnlich wie in Kapitel 3 wird die Auswirkung des Ausmaßes der Unsicherheit, repräsentiert durch die Variabilität der Zufallsgröße, auf die resultierenden Gesamtkosten analysiert. Anders als in Kapitel 3, wird hier die Auswirkung der Variabilität der Nacharbeitszeit, ausgedrückt durch den quadrierten Variationskoeffizienten der Nacharbeitszeit, untersucht. Hierfür werden sechs an die Problemklasse 1 angelehnte Testinstanzen mit jeweils  $K = 4$  Produkten und  $T = 6$  Perioden herangezogen. Tabelle 4.11 zeigt die untersuchten Parameterkonstellationen.<sup>230</sup>

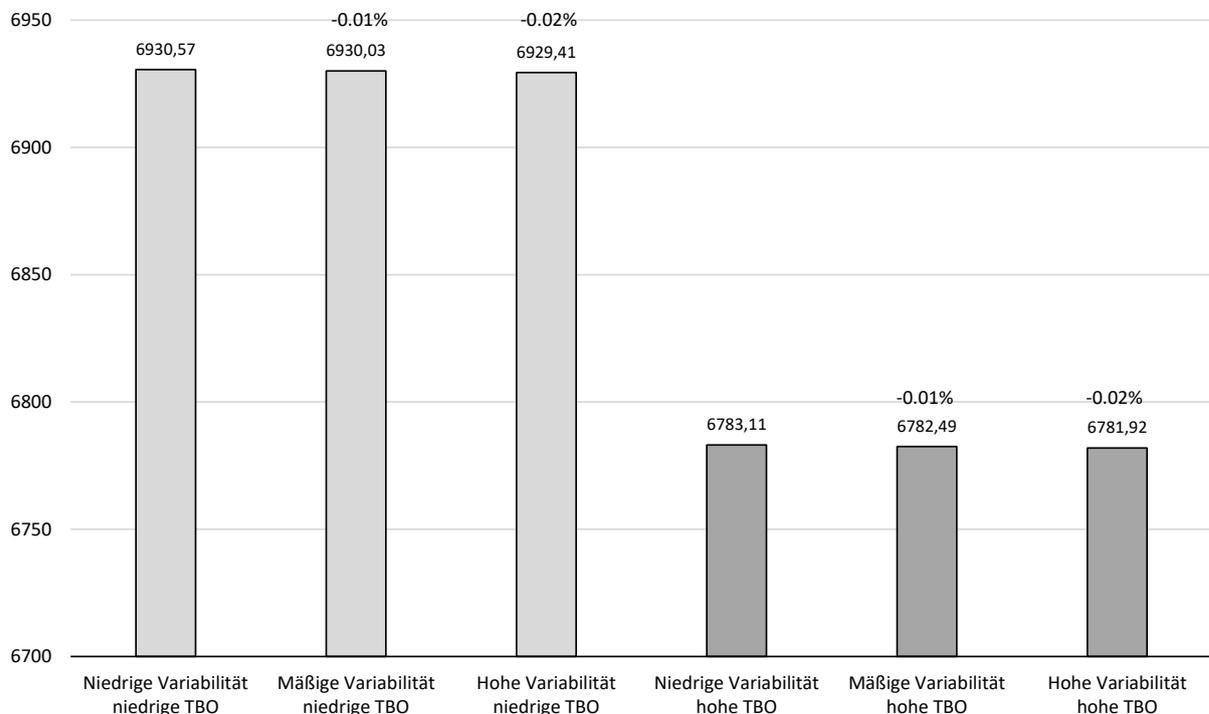
<sup>230</sup> Hierbei werden die Ergebnisse bei einer Variabilität der Nacharbeitszeit von  $VC_{PT}^2 = 0,3$  und  $VC_{PT}^2 = 0,5$  jeweils mit den Ergebnissen bei einer Variabilität der Nacharbeitszeit von  $VC_{PT}^2 = 0,1$  verglichen.

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

**Tabelle 4.11.:** Parameterausprägungen

Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte	$\text{Range}_\Omega = \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$
Quadrierter Variationskoeffizient der Nacharbeitszeit	$VC_{PT^r}^2 \in \{0,1; 0,3; 0,5\}$
Interperiodische Variabilität der Nachfrage	$VC_d^{ip} = 0,3$
Kapazitätsauslastung	$Util = 0,8$
Time Between Orders	$TBO \in \{1; 4\}$
Vorgegebener Servicegrad	$\delta = 0,95$

Um die Auswirkung der Variabilität der Nacharbeitszeit auf den Erwartungswert der Gesamtkosten des robusten Plans zu untersuchen, wird das SCLSP-RW<sup>SCN</sup> für jede der sechs Testinstanzen optimal gelöst. Abbildung 4.4 stellt die Ergebnisse visuell dar.



**Abbildung 4.4.:** Erwartete Gesamtkosten des robusten Plans

Hier werden keine deutlichen Auswirkungen der Variabilität der Nacharbeitszeit auf die Höhe der erwarteten Gesamtkosten ersichtlich. Die erwarteten Gesamtkosten sind bei steigendem  $VC_{PT^r}^2$  nahezu identisch.

Neben Veränderungen der absoluten Höhe der erwarteten Gesamtkosten, wäre es denkbar, dass sich die einzelnen Bestandteile der Gesamtkosten mit steigender Variabilität der Nacharbeitszeit ändern. Ein Überblick über die Veränderungen der einzelnen Bestandteile der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans ist in Tabelle 4.12 zu finden.

4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

Tabelle 4.12.: Bestandteile der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans

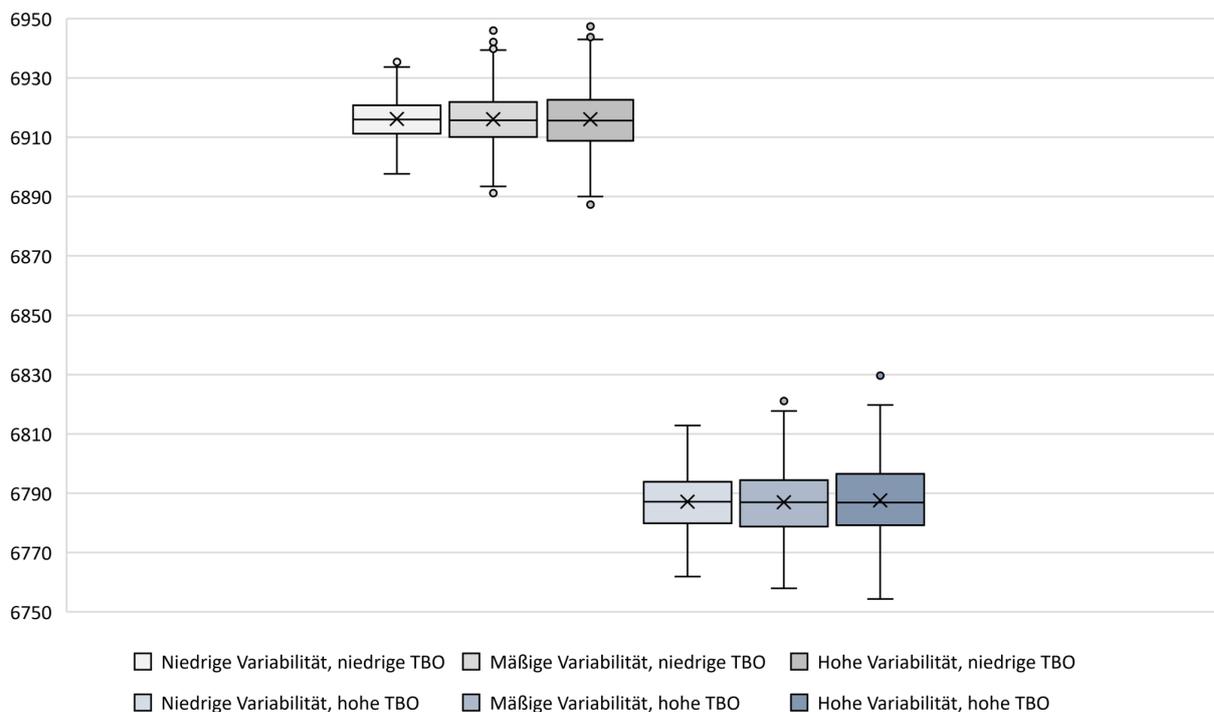
	$VC_{PT}^2 = 0,1$	$VC_{PT}^2 = 0,3$	$VC_{PT}^2 = 0,5$	$\Delta_{abs}^{0,1 \rightarrow 0,3}$	$\Delta_{rel}^{0,1 \rightarrow 0,3}$	$\Delta_{abs}^{0,1 \rightarrow 0,5}$	$\Delta_{rel}^{0,1 \rightarrow 0,5}$
<i>TBO</i> = 1							
RK Produktion	225,00 GE	225,00 GE	225,00 GE	0,00 GE	0,00%	0,00 GE	0,00%
RK Nacharbeit	28,13 GE	28,13 GE	28,13 GE	0,00 GE	0,00%	0,00 GE	0,00%
LK fehlerfrei	15,21 GE	15,19 GE	15,19 GE	-0,01 GE	-0,08%	-0,01 GE	-0,08%
LK fehlerhaft	29,98 GE	29,97 GE	29,97 GE	-0,01 GE	-0,03%	-0,01 GE	-0,03%
VK Produktion	6545,48 GE	6545,69 GE	6545,67 GE	+0,21 GE	~0,00%	+0,19 GE	~0,00%
VK Nacharbeit	86,78 GE	86,05 GE	85,45 GE	-0,73 GE	-0,84%	-1,34 GE	-1,54%
ÜK	0,00 GE	0,00 GE	0,00 GE	0,00 GE	+0,00%	0,00 GE	0,00%
<i>TBO</i> = 4							
RK Produktion	100,00 GE	100,00 GE	100,00 GE	0,00 GE	+0,00%	0,00 GE	0,00%
RK Nacharbeit	12,50 GE	12,50 GE	12,50 GE	0,00 GE	+0,00%	0,00 GE	0,00%
LK fehlerfrei	24,39 GE	24,39 GE	24,39 GE	0,00 GE	+0,00%	0,00 GE	0,00%
LK fehlerhaft	4,50 GE	4,50 GE	4,50 GE	0,00 GE	+0,00%	0,00 GE	0,00%
VK Produktion	6560,22 GE	6560,22 GE	6560,22 GE	0,00 GE	+0,00%	0,00 GE	0,00%
VK Nacharbeit	81,50 GE	80,88 GE	80,31 GE	-0,62 GE	-0,76%	-1,19 GE	-1,46%
ÜK	0,00 GE	0,00 GE	0,00 GE	0,00 GE	+0,00%	0,00 GE	0,00%

**Abkürzungen:** RK - Rüstkosten, LK - Lagerkosten, VK - Variable Kosten, ÜK - Überstundenkosten, GE - Geldeinheiten

#### 4. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nacharbeitszeit

Auch in Bezug auf die Zusammensetzung der erwarteten Gesamtkosten wird aus den Ergebnissen kein deutlicher Zusammenhang in Bezug auf die Auswirkungen der Variabilität der Nacharbeitszeit sichtbar. Die Anzahl der Rüstvorgänge für Produktion und Nacharbeit bleibt sowohl bei niedrigerer als auch bei höherer  $TBO$  bei jeweils steigendem  $VC_{PTr}^2$  unverändert. Demzufolge weisen die Rüstkosten keine Veränderungen mit steigender Variabilität der Nacharbeitszeit auf. Es kommt vereinzelt zu geringfügigen Anpassungen einzelner Produktions- und Nacharbeitsmengen. Die Summe der Produktions- und Nacharbeitsmengen bleibt jedoch nahezu identisch.

Weiterhin werden die resultierenden Gesamtkosten des angepassten Plans nach Anwendung des flexiblen Ansatzes untersucht. In diesem Zusammenhang wird für jede der sechs Testinstanzen das SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup> zunächst optimal gelöst und anschließend einer simulationsbasierten Analyse mit 1000 Replikationen unterzogen. Die Streuung der Gesamtkosten ist dem in Abbildung 4.5 dargestellten Boxplot-Diagramm entnehmbar.



**Abbildung 4.5.:** Streuung der Gesamtkosten des angepassten Plans

Wie in Abbildung 4.5 ersichtlich, führt eine höhere Ausprägung der Variabilität der Nacharbeitszeit zu einer höheren Variabilität der resultierenden Gesamtkosten der angepassten Pläne. In Konsequenz können Maßnahmen zur Senkung der Variabilität der Nacharbeitszeit die Variabilität der Gesamtkosten der resultierenden angepassten Pläne senken.

#### **4.6.4. Abschließende Bemerkungen**

Der um eine Unsicherheit der Nacharbeitszeit erweiterte flexible Planungsansatz wurde in vorangehenden numerischen Untersuchungen analysiert. Die simulationsbasierte Analyse kam zu dem Ergebnis, dass der aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierende angepasste Plan einen vorgegebenen Servicegrad besser einhalten kann, als ein robuster Plan. Weiterhin konnte keine direkte Auswirkung der Variabilität der Nacharbeitszeit auf die Erreichung eines vorgegebenen Servicegrads festgestellt werden. Zudem hat eine Analyse der Replikationen, in welchen der Servicegrad von mindestens einem Produkt verletzt wird, gezeigt, dass falls es zu einer Verletzung kommt, diese bei dem angepassten Plan häufig weniger Produkte betrifft, als bei dem robusten Plan. Neben der replikationsspezifischen Auswertung konnte auch eine Auswertung der Ergebnisse basierend auf Produkt-Replikation-Kombinationen die Vorteilhaftigkeit des flexiblen Planungsansatzes zeigen.

Neben der simulationsbasierten Analyse wurde ebenfalls die Auswirkung der Variabilität der Nacharbeitszeit auf die erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans untersucht. Im Rahmen der Untersuchung konnte keine eindeutige Auswirkung der Variabilität der Nacharbeitszeit auf die erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans festgestellt werden. Eine Analyse der resultierenden Gesamtkosten der angepassten Pläne hat gezeigt, dass deren Streuung mit steigender Variabilität der Nacharbeitszeit zunimmt. Durch eine Verringerung der Variabilität der Nacharbeitszeit können in diesem Kontext Verbesserungen erzielt werden.

# **5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes zur Berücksichtigung einer stochastischen Nachfrage**

## **5.1. Überblick**

In diesem Kapitel wird der vorgestellte flexible Planungsansatz um die Berücksichtigung einer unsicheren Nachfrage erweitert. Argumente für die Berücksichtigung einer von Unsicherheit behafteten Nachfrage werden in Abschnitt 5.2 erläutert. Die für eine derartige Annahme notwendigen Anpassungen der Modellannahmen und der generischen Modellformulierung werden in Abschnitt 5.3 vorgestellt. Die hieraus resultierenden Anpassungen des szenariobasierten Ansatzes werden in Abschnitt 5.4 erläutert. Weitergehend werden die aus der Berücksichtigung einer unsicheren Nachfrage folgenden Anpassungen des flexiblen Planungsansatzes in Abschnitt 5.5 vorgestellt. Das Kapitel wird durch numerische Untersuchungen in Abschnitt 5.6 abgeschlossen.

## **5.2. Argumente für die Berücksichtigung einer stochastischen Nachfrage**

Im Rahmen der Losgrößenplanung wird häufig eine unsichere Nachfrage angenommen.<sup>231</sup> Bei Vernachlässigung dieses Aspekts besteht das Risiko des Aufbaus hoher Fehlbestände, sollten die kumulierten Produktionsmengen nicht ausreichend sein, um die sich tatsächlich einstellenden Nachfragemengen zu befriedigen. Wird die Annahme einer unsicheren Nachfrage im Kontext eines imperfekten Produktionsprozesses mit zufälligem Anteil fehlerhafter Produkte integriert, resultiert eine Entscheidungssituation, die sowohl durch eine Unsicherheit in Bezug auf die zufällige Produktion von fehlerhaften Produkten als auch durch eine Unsicherheit hinsichtlich der Nachfrage-

---

<sup>231</sup> Vgl. z. B. Helber et al. (2013), S. 75, Hilger et al. (2016), S. 849 und Fang et al. (2017), S. 851 für eine derartige Annahme.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

seite gekennzeichnet ist. Damit muss neben einem unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte ebenfalls eine unsichere Nachfrage berücksichtigt werden, wofür entsprechende Anpassungen des vorgestellten flexiblen Planungsansatzes notwendig sind.

### 5.3. Ein generisches kapazitätsbeschränktes Losgrößenproblem mit stochastischem Anteil fehlerhafter Produkte und Nacharbeit sowie stochastischer Nachfrage (SCLSP-RW-SD)

Zur Berücksichtigung einer unsicheren Nachfrage müssen die Modellannahmen des SCLSP-RW entsprechend angepasst werden. Es liegt demnach keine deterministische Nachfrage  $d_{kt}$  mehr vor. Die Nachfrage wird als unsicher angenommen und durch die Zufallsvariable  $D_{kt}$  modelliert.

Damit kann das SCLSP-RW-SD (engl.: *Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand*) unter Anwendung der ergänzenden Notation in Tabelle 5.1 wie folgt modelliert werden:

**Tabelle 5.1.:** Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SD

---

#### Zufallsvariablen

$D_{kt}$  Nachfrage für Produkt  $k$  in Periode  $t$

---

#### Modell SCLSP-RW-SD:

$$\min E[C] = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot E[IP_{kt}]) + pc_k \cdot q_{kt} \quad (5.1)$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k^r \cdot \gamma_{kt}^r + hc_k^r \cdot E[IP_{kt}^r]) + pc_k^r \cdot q_{kt}^r \quad (5.2)$$

$$+ oc \sum_{t \in \mathcal{T}} o_t \quad (5.3)$$

unter Beachtung der Restriktionen

$$I_{k,t-1} + Q_{kt}^g + q_{kt}^r - D_{kt} = I_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.4)$$

$$I_{k,t-1}^r + Q_{kt}^b - q_{kt}^r = I_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.5)$$

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

$$IP_{kt} = \max\{0, I_{kt}\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.6)$$

$$BL_{kt} = \max\{0, -I_{kt}\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.7)$$

$$IP_{kt}^r = \max\{0, I_{kt}^r\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.8)$$

$$SF_{kt}^r = \max\{0, -I_{kt}^r\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t = 1, 2, \dots, T\} \quad (5.9)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} (E[Q_{kt}^g] + q_{kt}^r) \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} E[D_{kt}] \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (5.10)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} E[BL_{kt}] \leq (1 - \delta_k) \sum_{t \in \mathcal{T}} (T - t + 1) \cdot E[D_{kt}] \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (5.11)$$

$$E[SF_{kt}^r] \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.12)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot q_{kt} + st_k \cdot \gamma_{kt} + pt_k^r \cdot q_{kt}^r + st_k^r \cdot \gamma_{kt}^r) \leq c_t + o_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.13)$$

$$o_t \leq \alpha \cdot c_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.14)$$

$$q_{kt} \leq M_{kt} \cdot \gamma_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.15)$$

$$q_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \gamma_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.16)$$

$$Q_{kt}^b = \Omega_{kt} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.17)$$

$$Q_{kt}^g = (1 - \Omega_{kt}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.18)$$

$$q_{kt}, q_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.19)$$

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

$$o_t \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (5.20)$$

$$\gamma_{kt}, \gamma_{kt}^r \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.21)$$

Die Zielfunktion (5.1)-(5.3) minimiert die erwarteten entscheidungsrelevanten Gesamtkosten für alle Produkte über den gesamten Planungszeitraum, welche sich aus Rüst- und variablen Kosten für jeweils Produktion und Nacharbeit, erwarteten Lagerkosten für fehlerfreie und fehlerhafte Produkte sowie Kosten für genutzte Überstunden zusammensetzen.

Die Lagerbilanzgleichungen fehlerfreier Produkte unter Berücksichtigung der unsicheren Nachfrage  $D_{kt}$  sind mit Restriktionen (5.4) gegeben. Restriktionen (5.5) stellen die Lagerbilanzgleichungen fehlerhafter Produkte dar. Die Definitionen physischer Lagerbestände und Fehlbestände fehlerfreier Produkte sowie physischer Lagerbestände und Fehlmengen fehlerhafter Produkte sind mit den jeweiligen Restriktionen (5.6)-(5.9) gegeben.

Die Befriedigung von mindestens der kumulierten erwarteten Nachfrage durch die kumulierten Mengen fehlerfreier Produkte und Nacharbeitsmengen wird durch Restriktionen (5.10) gefordert. Ungleichungen (5.11) beschränken die erwarteten Fehlbestände fehlerfreier Produkte in Bezug auf die erwartete Nachfrage hinsichtlich des vorgegebenen Servicegrads, während Restriktionen (5.12) die erwarteten Fehlmengen fehlerhafter Produkte beschränken.

Die Kapazitätsrestriktionen sind mit Ungleichungen (5.13) und die Beschränkung genutzter Überstunden mit Restriktionen (5.14) gegeben.

Die Ungleichungen (5.15) respektive (5.16) stellen die Rüstrestriktionen für den Produktions- bzw. Nacharbeitsprozess dar.

Die Menge fehlerhafter bzw. fehlerfreier Produkte wird durch Restriktionen (5.17) respektive (5.18) ermittelt.

Ungleichungen (5.19) und (5.20) stellen die Nichtnegativitätsbedingungen der reelwertigen Entscheidungsvariablen dar. Die Binärbedingungen der Rüstvariablen sind mit Restriktionen (5.21) gegeben.

Ausgehend von den Anpassungen der generischen Modellformulierung muss ebenfalls das szenariobasierte Approximationsmodell, wie nachfolgend in Abschnitt 5.4 beschrieben, angepasst werden.

### 5.4. Lineare Approximation (SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup>)

In diesem Kapitel werden sowohl der Anteil fehlerhafter Produkte als auch die zugrundeliegende Nachfrage als unsicher angenommen. Demzufolge wird in jedem Szenario

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

rio  $s \in \mathcal{S}$  eine mögliche Ausprägung der unsicheren Nachfrage betrachtet, wobei die szenario-spezifischen Ausprägungen der unsicheren Nachfrage  $d_{kts}$  auf Basis der Verteilungsinformation der entsprechenden Zufallsvariable  $D_{kt}$  generiert werden. Damit nähert der Mittelwert über die betrachteten Szenarien den Erwartungswert der unsicheren Nachfrage  $E[D_{kt}]$  an:

$$E[D_{kt}] \approx \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{d_{kts}}{|\mathcal{S}|} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.22)$$

Auf Basis der szenario-spezifischen Nachfrage  $d_{kts}$  kann der szenario-spezifische disponible Lagerbestand fehlerfreier Produkte mit der Nacharbeitsmenge  $q_{kt}^r$  wie folgt bestimmt werden:<sup>232</sup>

$$i_{k,t-1,s} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kts} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (5.23)$$

Mit diesen Anpassungen und der ergänzenden Notation in Tabelle 5.2 kann das SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> (engl.: *Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand*) wie folgt aufgestellt werden:

**Tabelle 5.2.:** Ergänzende Notation für das SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup>

### Szenario-spezifische Parameter

$d_{kts}$  Nachfrage für Produkt  $k$  in Periode  $t$  und Szenario  $s$

### Modell SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup>:

$$\min E[C] = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k \cdot \gamma_{kt} + hc_k \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}}{|\mathcal{S}|} + pc_k \cdot q_{kt}) \quad (5.24)$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in \mathcal{T}} (sc_k^r \cdot \gamma_{kt}^r + hc_k^r \cdot \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} + pc_k^r \cdot q_{kt}^r) \quad (5.25)$$

$$+ oc \sum_{t \in \mathcal{T}} o_t \quad (5.26)$$

unter Beachtung der Restriktionen (5.13)-(5.16), (5.19)-(5.21) und

<sup>232</sup> Zwischen dem Anteil fehlerhafter Produkte und der Nachfrage wird keine Abhängigkeit angenommen. In die Bestimmung des szenario-spezifischen Lagerbestands fehlerfreier Produkte  $i_{kts}$  gehen einerseits die auf Basis des szenario-spezifischen Anteils fehlerhafter Produkte  $\omega_{kts}$  berechneten szenario-spezifischen fehlerfreien Produkte  $q_{kts}^g$  ein. Andererseits wird hier eine szenario-spezifische Nachfrage  $d_{kts}$  berücksichtigt. Die szenario-spezifischen Ausprägungen des Anteils fehlerhafter Produkte und der Nachfrage werden für die numerischen Untersuchungen in Abschnitt 5.6 unabhängig voneinander generiert. Um eine höhere Anzahl von möglichen Kombinationen des Anteils fehlerhafter Produkte und der Nachfrage in der Optimierung zu berücksichtigen, wird die Anzahl der betrachteten Szenarien auf 30 erhöht.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

$$i_{k,t-1,s} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kts} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (5.27)$$

$$i_{k,t-1,s}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (5.28)$$

$$ip_{kts} \geq i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (5.29)$$

$$bl_{kts} \geq -i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (5.30)$$

$$ip_{kts}^r \geq i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (5.31)$$

$$sf_{kts}^r \geq -i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t = 1, 2, \dots, T\}, s \in \mathcal{S} \quad (5.32)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{q_{kts}^g}{|\mathcal{S}|} + q_{kt}^r \right) \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} E[D_{kt}] \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (5.33)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{bl_{kts}}{|\mathcal{S}|} \leq (1 - \delta_k) \sum_{t \in \mathcal{T}} (T - t + 1) \cdot E[D_{kt}] \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (5.34)$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{sf_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (5.35)$$

$$q_{kts}^b = \omega_{kts} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (5.36)$$

$$q_{kts}^g = (1 - \omega_{kts}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (5.37)$$

$$bl_{kts}, ip_{kts}, ip_{kts}^r, q_{kts}^b, q_{kts}^g, sf_{kts}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, s \in \mathcal{S} \quad (5.38)$$

Die Erwartungswerte der physischen Lagerbestände fehlerfreier bzw. fehlerhafter Produkte in der Zielfunktion (5.24) respektive (5.25) werden durch die entsprechenden Mittelwerte über die betrachteten Szenarien substituiert.

Die szenario-spezifischen Lagerbilanzrestriktionen fehlerfreier und fehlerhafter Produk-

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

te sowie die Definitionen der physischen Lagerbestände und Fehlbestände fehlerfreier Produkte sowie der physischen Lagerbestände und Fehlmengen fehlerhafter Produkte sind mit den jeweiligen Restriktionen (5.27)-(5.32) gegeben.

Die Erwartungswerte fehlerfreier Produkte, der Fehlbestände fehlerfreier Produkte und Fehlmengen fehlerhafter Produkte werden in den jeweiligen Restriktionen (5.33)-(5.35) durch den entsprechenden Mittelwert über die betrachteten Szenarien substituiert.

Die Bestimmung der szenario-spezifischen fehlerhaften bzw. fehlerfreien Produkte erfolgt über Restriktionen (5.36) respektive (5.37).

Die Nichtnegativitätsbedingungen der szenario-spezifischen Entscheidungsvariablen sind durch Restriktionen (5.38) gegeben.

Die Lösung des SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> resultiert in einem robusten Produktions- und Nacharbeitsplan, welcher den  $\delta$ -Servicegrad im Mittel erfüllt.

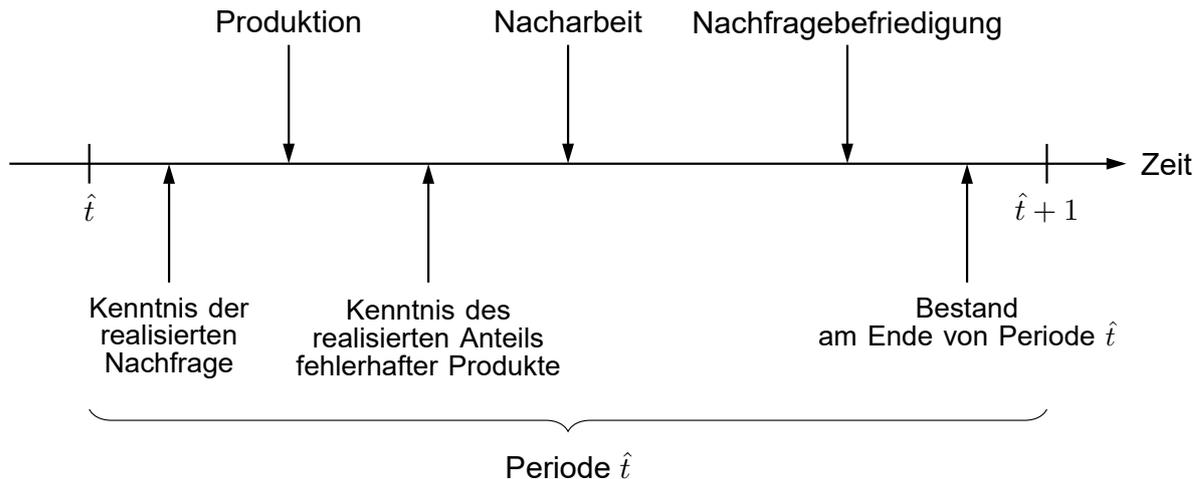
### 5.5. Anpassung des flexiblen Planungsansatzes

Die Berücksichtigung einer unsicheren Nachfrage macht neben Anpassungen der Modellformulierungen ebenfalls Anpassungen der Vorgehensweise des mehrstufigen stochastischen Optimierungsansatzes notwendig. Der zugrunde liegende Aufbau bleibt bestehen. Es müssen jedoch unterschiedliche Informationsstände hinsichtlich der Zufallsgrößen zu unterschiedlichen Zeitpunkten im Planungsablauf in Verbindung mit jeweils möglichen Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen unterschieden werden.

In der Initialisierung wird wie in Kapiteln 3 und 4 beschrieben ein robustes Rüstmuster ermittelt. Dies geschieht durch die Lösung des SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> mittels Fix&Optimize-Heuristik. Dieses Rüstmuster wird anschließend für den gesamten Planungszeitraum fixiert.

Darauffolgend findet wie zuvor eine Zuordnung jeder aufeinanderfolgenden Stufe zu einer Periode  $t$  statt. Abbildung 5.1 stellt hierbei die Sequenz der Ereignisse innerhalb einer Periode dar.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage



**Abbildung 5.1.:** Sequenz der Ereignisse in Periode  $\hat{t}$

Quelle: In Anlehnung an Kirste (2017), S. 40 und 115.

Zunächst wird zu Beginn der betrachteten Periode die Nachfrage bekannt. Auf dieser Basis können entsprechende mengenmäßige Anpassungen am Produktions- und Nacharbeitsplan vorgenommen werden. Der Anteil fehlerhafter Produkte in Bezug auf die nachfolgende Produktion der betrachteten Periode ist noch nicht bekannt. Nach Durchführung der Produktion ist der realisierte Anteil fehlerhafter Produkte der hergestellten Mengen bekannt. Auf dieser Basis können weitere mengenmäßige Anpassungen des Plans vorgenommen werden. Auf jeder der einer Periode zugeordneten Stufen wird demnach ein reduziertes SCLSP-RW-SD $_{\hat{t}}^{SCN}$  (engl.: *Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand*) nach Bekanntwerden der Nachfrage, also vor Durchführung der Produktion, und nach Bekanntwerden des Anteils fehlerhafter Produkte, also nach der Produktion, gelöst. Dieser Ablauf wird im Folgenden näher beschrieben.

Zu Beginn der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  wird die Nachfrage in Periode  $\hat{t}$  bekannt. Mit der aktualisierten Information hinsichtlich der realisierten Nachfrage in Periode  $\hat{t}$  wird ein reduziertes SCLSP-RW-SD $_{\hat{t}, PreProd}^{SCN}$  (engl.: *Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand Pre Production*) für die aktuelle und die zukünftigen Perioden ( $\tau = \hat{t}, \dots, T$ ) gelöst.<sup>233</sup> Hierbei sind basierend auf dem in der Initialisierung ermittelten Rüstmuster Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen der aktuellen und aller zukünftigen Perioden ( $\tau = \hat{t}, \dots, T$ ) möglich. Der Anteil fehlerhafter Produkte in Periode  $\hat{t}$  ist hierbei noch unbekannt. Aus diesem Grund müssen in Periode  $\hat{t}$  weiterhin Szenarien betrachtet werden.

<sup>233</sup> Im Anhang A.3 ist die Modellformulierung des SCLSP-RW-SD $_{\hat{t}, PreProd}^{SCN}$  zu finden.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

Die sich aus diesen Informationsständen der Nachfrage und des Anteils fehlerhafter Produkte ergebende Entscheidungssituation soll im Hinblick auf bereits fixierte und noch anpassbare Entscheidungen anhand des folgenden Beispiels veranschaulicht werden. Die Entscheidungssituation umfasst vier Perioden und die aktuell betrachtete Periode ist mit Periode  $\hat{t} = 2$  gegeben. Ein Überblick der Informations- und Entscheidungsstruktur der exemplarischen Entscheidungssituation ist in Tabelle 5.3 zu finden.  $\tilde{D}_{kt}$  stellt dabei die tatsächliche Nachfrage dar.

**Tabelle 5.3.:** Beispiel zur Veranschaulichung der Informations- und Entscheidungsstruktur des flexiblen Planungsansatzes im Fall einer unsicheren Nachfrage vor Durchführung der Produktion

Perioden		$\tilde{D}_{kt}$ bekannt?	$\tilde{\Omega}_{kt}$ bekannt?	Betrachtung Szenarien?		$q_{kt}$ anpassbar?	$q_{kt}^r$ anpassbar?
				NF	AFP		
$\mathcal{T}^{Real}$	1	x	x	o	o	o	o
	2 (= $\hat{t}$ )	x	o	o	x	x	x
$\mathcal{T}^{Zuk}$	3	o	o	x	x	x	x
	4	o	o	x	x	x	x

**Erläuterungen:** x - Trifft zu, o - Trifft nicht zu, NF - Nachfrage, AFP - Anteil fehlerhafter Produkte

Zum Betrachtungszeitpunkt ist die Nachfrage für die aktuell betrachtete Periode 2 (und für Periode 1) bekannt. Die Produktion wurde in dieser Periode noch nicht durchgeführt. Dadurch ist der Anteil fehlerhafter Produkte in Periode 2 noch nicht bekannt und es müssen diesbezüglich in Periode 2 weiterhin Szenarien berücksichtigt werden. Für die zukünftigen Perioden 3 und 4 müssen ebenfalls weitergehend Szenarien betrachtet werden. Sowohl die Produktions- als auch die Nacharbeitsmengen der aktuell betrachteten Periode 2 und der zukünftigen Perioden 3 und 4 können angepasst werden.

Nach Durchführung der Produktion in der aktuellen Periode  $\hat{t}$  ist der realisierte Anteil fehlerhafter Produkte der produzierten Mengen bekannt. Mit diesem aktualisierten Informationsstand wird ein reduziertes SCLSP-RW-SD $_{\hat{t}, PostProd}^{SCN}$  (engl.: *Period-specific Scenario-based Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework and Stochastic Demand Post Production*) für die aktuelle und alle zukünftigen Perioden ( $\tau = \hat{t}, \dots, T$ ) gelöst.<sup>234</sup> Da die Realisationen der Zufallsvariablen für die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  zu diesem Zeitpunkt bekannt sind, müssen nur noch für zukünftige Perioden ( $\tau = \hat{t} + 1, \dots, T$ ) Szenarien betrachtet werden. Unter Kenntnis des realisierten Anteils fehlerhafter Produkte in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  können die Nacharbeitsmengen der Periode  $\hat{t}$  und aller zukünftigen Perioden ( $\tau = \hat{t}, \dots, T$ ) angepasst werden. Darüber hinaus können die Produktionsmengen zukünftiger Perioden ( $\tau = \hat{t} + 1, \dots, T$ ) angepasst werden.

<sup>234</sup> Die Modellformulierung des SCLSP-RW-SD $_{\hat{t}, PostProd}^{SCN}$  befindet sich in Anhang A.4.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

Die nach durchgeführter Produktion resultierende Entscheidungssituation soll in Verbindung mit den aktualisierten Informationsständen und fixierten sowie noch anpassbaren Entscheidungen im Rahmen des folgenden Beispiels illustriert werden. Die betrachtete Periode ist weiterhin mit Periode 2 gegeben. Tabelle 5.4 fasst die vorliegende Entscheidungssituation zusammen.

**Tabelle 5.4.:** Beispiel zur Veranschaulichung der Informations- und Entscheidungsstruktur des flexiblen Planungsansatzes im Fall einer unsicheren Nachfrage nach Durchführung der Produktion

Perioden		$\tilde{D}_{kt}$ bekannt?	$\tilde{\Omega}_{kt}$ bekannt?	Betrachtung Szenarien?		$q_{kt}$ anpassbar?	$q_{kt}^r$ anpassbar?
				NF	AFP		
$\mathcal{T}^{Real}$	1	x	x	o	o	o	o
	2 (= $\hat{t}$ )	x	x	o	o	o	x
$\mathcal{T}^{Zuk}$	3	o	o	x	x	x	x
	4	o	o	x	x	x	x

**Erläuterungen:** x - Trifft zu, o - Trifft nicht zu, NF - Nachfrage, AFP - Anteil fehlerhafter Produkte

Zum Zeitpunkt der Betrachtung wurde die Produktion in der aktuell betrachteten Periode 2 durchgeführt. Damit ist neben der Nachfrage auch der Anteil fehlerhafter Produkte in Periode 2 (und Periode 1) bekannt. Somit müssen in Periode 2 keine Szenarien mehr betrachtet werden, da die Realisationen der Zufallsgrößen bekannt sind. In den zukünftigen Perioden 3 und 4 sind sowohl die Nachfrage als auch der Anteil fehlerhafter Produkte noch unbekannt. Dementsprechend müssen in diesen Perioden weiterhin Szenarien berücksichtigt werden. Die Nacharbeitsmengen der Periode 2 und der zukünftigen Perioden 3 und 4 sowie die Produktionsmengen der zukünftigen Perioden 3 und 4 können noch angepasst werden.

Algorithmus 5.1 stellt den Ablauf des angepassten mehrstufigen Optimierungsansatzes unter Berücksichtigung einer stochastischen Nachfrage resümierend dar.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

---

**Algorithmus 5.1.:** Mehrstufiger stochastischer Optimierungsansatz für einen unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte und eine unsichere Nachfrage

---

- 1: **Löse** SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> via Fix&Optimize-Heuristik
  - 2: **Fixiere** Rüstmuster  $\bar{\gamma}_{kt} := \gamma_{kt}$  und  $\bar{\gamma}_{kt}^r := \gamma_{kt}^r \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}$
  - 3: **Für** jede Periode  $t = 1 \dots, T$  **tue**
  - 4:     **Aktualisiere** Nachfrage  $\tilde{D}_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 5:     **Füge**  $t$  zu  $\mathcal{T}^{Real}$  hinzu
  - 6:     **Setze**  $\mathcal{T}^{Zuk} := \mathcal{T} \setminus \mathcal{T}^{Real}$
  - 7:     **Löse** reduziertes SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup><sub>*t,PreProd*</sub>
  - 8:     **Setze**  $\bar{q}_{kt} := q_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 9:     **Realisiere** Produktionsmengen  $\bar{q}_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 10:    **Aktualisiere** Anteil fehlerhafter Produkte  $\tilde{\Omega}_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 11:    **Setze**  $q_{kt}^b := \tilde{\Omega}_{kt} \cdot q_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 12:    **Setze**  $q_{kt}^g := (1 - \tilde{\Omega}_{kt}) \cdot q_{kt} \forall k \in \mathcal{K}$
  - 13:    **Löse** reduziertes SCLSP-RW<sup>SCN</sup><sub>*t,PostProd*</sub>
  - 14:    **Setze**  $\bar{q}_{kt}^r := q_{kt}^r \forall k \in \mathcal{K}$
  - 15: **Ende**
- 

Zunächst wird das SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> unter Anwendung einer Fix&Optimize-Heuristik gelöst (Zeile 1) und das hierbei ermittelte robuste Rüstmuster wird fixiert (Zeile 2). Darauf folgend konstituieren Zeile 3-Zeile 15 den folgenden Ablauf: Die Perioden werden beginnend mit der ersten Periode iterativ durchlaufen. Zunächst wird in Periode  $t$  die Nachfragerealisation bekannt (Zeile 4) und die Periode wird entsprechend der Menge der realisierten Perioden hinzugefügt (Zeile 5). Die Menge der zukünftigen Perioden  $\mathcal{T}^{Zuk}$  wird dementsprechend aus der Differenzmenge von  $\mathcal{T}$  und  $\mathcal{T}^{Real}$  gebildet (Zeile 6). Daraufhin werden mit dieser aktualisierten Information vor Durchführung der Produktion ein periodenspezifisches SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup><sub>*t,PreProd*</sub> gelöst und ggf. Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen vorgenommen (Zeile 7). Die ermittelten Produktionsmengen aller Produkte für die betrachtete Periode  $t$  werden fixiert (Zeile 8). Daraufhin wird die Produktion durchgeführt und die Produktionsmengen der Periode  $t$  realisiert (Zeile 9). Nach durchgeführter Produktion ist der Anteil fehlerhafter Produkte bekannt (Zeile 10). Der Kenntnisstand in Bezug auf die fehlerhaften und fehlerfreien Produkte wird dementsprechend aktualisiert (Zeile 11 respektive Zeile 12). Mit diesen aktualisierten Informationen wird ein periodenspezifisches SCLSP-RW<sup>SCN</sup><sub>*t,PostProd*</sub> gelöst (Zeile 13). Auf Basis des robusten Rüstmusters und den aktualisierten Informationen können Anpassungen entsprechender Produktions- und Nacharbeitsmengen vorgenommen werden. Darauf folgend werden die Nacharbeitsmengen der betrachteten Periode fixiert (Zeile 14). Nachdem alle Perioden betrachtet wurden, wird der Algorithmus beendet (Zeile 15).

## 5.6. Numerische Untersuchungen

### 5.6.1. Anpassung der verwendeten Testinstanzen

Für die numerischen Untersuchungen des hinsichtlich einer unsicheren Nachfrage erweiterten flexiblen Planungsansatzes wurde der Aufbau der Testinstanzen aus Kapitel 3 angepasst. Tabelle 5.5 gibt einen Überblick über die untersuchten Problemklassen.

**Tabelle 5.5.:** Überblick der betrachteten Problemklassen

	$K$	$T$	#TI
PK 1	5	10	192
PK 2	20	16	192

Nachfolgend dargestellte Tabelle 5.6 stellt die variierenden Parameter zur Erzeugung der Testinstanzen dar.

**Tabelle 5.6.:** Variierende Parameter

Mittlerer Anteil fehlerhafter Produkte	$\bar{\Omega}_k$	$\in \{0,04; 0,06\}$
Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte	$\text{Range}_\Omega$	$\in \{\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k, \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k\}$
Interperiodische Variabilität der Nachfrage	$VC_D^{ip}$	$\in \{0,2; 0,3\}$
Variabilität der Nachfrage	$VC_D$	$\in \{0,1; 0,3\}$
Kapazitätsauslastung	$Util$	$\in \{0,6; 0,9\}$
Time Between Orders	$TBO$	$\in \{1; 2; 4\}$
Vorgegebener Servicegrad	$\delta$	$\in \{0,9; 0,95\}$

Neben der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte wird die Variabilität der Nachfrage betrachtet. Hierbei wird angenommen, dass die Nachfrage einer Normalverteilung folgt.<sup>235</sup>

Zur Berücksichtigung unterschiedlicher Planungssituationen mit unterschiedlich stark schwankender Nachfrage werden hier folgende unterschiedliche Ausprägungen der Nachfragevariabilität berücksichtigt: Eine moderate  $VC_D = 0,1$  sowie eine hohe Schwankung  $VC_D = 0,3$ . Ähnliche Werte werden z. B. auch von Helber et al. (2013) angenommen.<sup>236</sup> Wie von Helber et al. (2013) angeführt, ist hierbei die interperiodische Schwankung von der Schwankung in Bezug auf die Unsicherheit der Nachfrage zu unterscheiden.<sup>237</sup> Ersteres wird hier durch  $VC_D^{ip}$  und Zweiteres durch  $VC_D$  ausgedrückt. Die nachfolgend erläuterte Generierung der Nachfragewerte ist an die von Helber et al. (2013) beschriebene Vorgehensweise angelehnt.<sup>238</sup> Zunächst werden basierend auf

<sup>235</sup> Für eine ähnliche Annahme, vgl. Helber et al. (2013), S. 92-93 und Hilger et al. (2016), S. 863.

<sup>236</sup> Vgl. hierzu Helber et al. (2013), S. 92.

<sup>237</sup> Vgl. hierzu Helber et al. (2013), S. 92.

<sup>238</sup> Für die Vorgehensweise, vgl. Helber et al. (2013), S. 92-93.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

einer ganzzahligen Gleichverteilung im Intervall zwischen 50 und 100 die mittleren Produktnachfragen  $\bar{d}_k$  generiert.<sup>239</sup> Basierend auf diesen mittleren Produktnachfragen  $\bar{d}_k$  werden mit der interperiodischen Variabilität  $VC_D^{ip}$  die produkt- und periodenspezifischen Erwartungswerte der Nachfrage  $E[D_{kt}]$  basierend auf einer Normalverteilung generiert. Die szenario-spezifischen Realisationen der Nachfrage  $d_{kts}$  werden anschließend basierend auf einer Normalverteilung, den Erwartungswerten  $E[D_{kt}]$  und der Variabilität in Bezug auf die Unsicherheit der Nachfrage  $VC_D$  unter Anwendung des in Kapitel 3 erwähnten *Descriptive Samplings* generiert. Es werden 30 Szenarien genutzt.

### 5.6.2. Simulationsbasierte Analyse ermittelter Produktions- und Nacharbeitspläne

Im Folgenden wird der vorgeschlagene Planungsansatz einer ähnlichen wie in Kapitel 3 beschriebenen simulationsbasierten Analyse mit 1000 Replikationen je Testinstanz unterzogen. Jede der Replikationen besteht aus verschiedenen zufälligen Ausprägungen des Anteils fehlerhafter Produkte und der Nachfrage. Der angepasste flexible Planungsansatz wurde für jede der Replikationen angewendet. Hierbei waren entsprechende auf dem fixierten Rüstmuster basierende Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen möglich. Die hieraus resultierenden Ergebnisse wurden mit den Ergebnissen robuster Pläne verglichen, bei welchen keine Anpassungen erlaubt waren. Diese wurden durch die Lösung des SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> bestimmt.

In Tabelle 5.7 ist der Anteil der Replikationen dargestellt, der den Servicegrad für alle Produkte einer Replikation einhält oder in welchem der Servicegrad um die jeweils aufgeführten Prozentpunkte verletzt wurde.

**Tabelle 5.7.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt

	Problemklasse 1		Problemklasse 2	
	Robuster Plan	Angepasster Plan	Robuster Plan	Angepasster Plan
SG	7,36%	21,33%	~0,00%	0,49%
SG-0,1PP	8,37%	29,71%	0,01%	3,96%
SG-0,5PP	13,30%	57,28%	0,09%	36,33%
SG-1,0PP	21,34%	74,97%	0,93%	61,17%
SG-2,0PP	39,08%	89,66%	10,17%	83,89%
SG-3,0PP	54,48%	95,44%	26,10%	93,40%

Der robuste Plan konnte den vorgegebenen Servicegrad bei 7,36% der Replikationen im Rahmen der ersten Problemklasse einhalten. Für über 45% der Replikationen dieser Problemklasse verfehlt der robuste Plan den Servicegrad um über 3 Prozentpunkte. Der aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierende angepasste

<sup>239</sup> Vgl. hierzu z. B. Sahling (2013), S. 70 für eine ähnliche Vorgehensweise zur Generierung der mittleren Produktnachfragen.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

Plan kann durch die zuvor beschriebenen Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen auf aktualisierte Informationen bezüglich der Realisationen der Zufallsgrößen reagieren. Der angepasste Plan hält den Servicegrad für alle Produkte bei 21,33% der Replikationen der ersten Problemklasse ein. Bei nahezu 90% der Replikationen wird der Servicegrad um maximal 2 Prozentpunkte verletzt.

Im Rahmen der zweiten Problemklasse werden zwanzig Produkte je Replikation betrachtet. Sollte der vorgegebene Servicegrad bei einem einzigen oder mehr als einem Produkt einer Replikation verletzt werden, gilt der Servicegrad für diese Replikation als verfehlt. Der robuste Plan hält bei der zweiten Problemklasse bei nahezu keiner der Replikationen den vorgegebenen Servicegrad ein. Bei über 70% der Replikationen verfehlt der robuste Plan die Servicegradvorgaben um mehr als 3 Prozentpunkte. Der angepasste Plan hält den Servicegrad bei 0,49% der Replikationen für alle Produkte ein. Bei über 80% der Replikationen wird der vorgegebene Servicegrad um maximal 2 Prozentpunkte verfehlt.

Verletzungen der Nebenbedingungen bezüglich der Deckung von mindestens der kumulierten erwarteten Nachfrage (5.33) sind für beide Ansätze vernachlässigbar.<sup>240</sup> Weiterhin traten keine Verletzungen der Fehlmengen fehlerhafter Produkte (5.35) in (5.28) unter Anwendung des flexiblen Ansatzes auf, da die realisierte Menge fehlerhafter Produkte zu dem Zeitpunkt der Anpassung der Nacharbeitsmengen bekannt ist.

Um die Ergebnisse hinsichtlich der Auswirkung verschiedener Parameterausprägungen genauer zu untersuchen, werden im Folgenden die erzielten Ergebnisse der robusten Pläne sowie der angepassten Pläne in Abhängigkeit verschiedener Parameter dargestellt.

Tabelle 5.8 zeigt die Ergebnisse in Abhängigkeit der Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte ( $\text{Range}_\Omega$ ).

---

<sup>240</sup> Die mittlere Verletzung der Restriktionen (5.33) betrug in Relation zur kumulierten mittleren Produktnachfrage für PK1 2,46% bei dem robusten Plan und 0,44% bei dem angepassten Plan. Für PK2 betrug diese 2,02% bei dem robusten Plan und 0,29% bei dem angepassten Plan.

5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

**Tabelle 5.8.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $\text{Range}_{\Omega}$

		Robuster Plan		Angepasster Plan	
		$\text{Range}_{\Omega} = \pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\text{Range}_{\Omega} = \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\text{Range}_{\Omega} = \pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$	$\text{Range}_{\Omega} = \pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$
PK 1	SG	7,31%	7,41%	19,34%	23,32%
	SG-0,1PP	8,35%	8,38%	27,38%	32,05%
	SG-0,5PP	13,36%	13,24%	54,78%	59,77%
	SG-1PP	21,61%	21,08%	73,10%	76,83%
	SG-2PP	39,63%	38,52%	88,58%	90,74%
	SG-3PP	55,08%	53,87%	94,84%	96,05%
PK 2	SG	~0,00%	0,01%	0,15%	0,83%
	SG-0,1PP	0,01%	0,01%	2,33%	5,59%
	SG-0,5PP	0,11%	0,06%	31,03%	41,62%
	SG-1PP	1,19%	0,67%	56,15%	66,20%
	SG-2PP	11,88%	8,46%	80,51%	87,28%
	SG-3PP	28,21%	23,98%	91,27%	95,53%

Die Ergebnisse des robusten Plans sind bei der ersten Problemklasse hinsichtlich der Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte nahezu ausgeglichen. Bei der zweiten Problemklasse wird eine geringfügige Verringerung der Erreichung des Servicegrads bei einer höheren Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  über die verschiedenen Verfehlungen hinweg ersichtlich. So wird bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,1 \cdot \bar{\Omega}_k$  bei 11,88% der Replikationen der Servicegrad um bis zu zwei Prozentpunkte verfehlt, während dieser Anteil bei einer Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  bei 8,46% liegt. Bei dem angepassten Plan lässt sich in diesem Zusammenhang bei beiden Problemklassen eine geringfügig bessere Einhaltung des vorgegebenen Servicegrads bei einer höheren Intervallbreite von  $\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k$  über die verschiedenen Abweichungen hinweg beobachten.

Zentral in diesem Kapitel ist die zusätzliche Annahme einer unsicheren Nachfrage. Um die Auswirkungen einer stärkeren Unsicherheit in Bezug auf die Nachfrage genauer zu untersuchen, stellt Tabelle 5.9 die Ergebnisse in Abhängigkeit der Nachfragevariabilität  $VC_D$  dar.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

**Tabelle 5.9.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $VC_D$

		Robuster Plan		Angepasster Plan	
		$VC_D = 0,1$	$VC_D = 0,3$	$VC_D = 0,1$	$VC_D = 0,3$
PK 1	SG	6,37%	8,36%	23,45%	19,21%
	SG-0,1PP	7,77%	8,96%	36,40%	23,03%
	SG-0,5PP	15,07%	11,53%	75,27%	39,29%
	SG-1PP	27,33%	15,35%	92,64%	57,29%
	SG-2PP	54,03%	24,12%	99,35%	79,97%
	SG-3PP	75,13%	33,82%	99,94%	90,95%
PK 2	SG	0,01%	~0,00%	0,75%	0,23%
	SG-0,1PP	0,02%	~0,00%	7,18%	0,74%
	SG-0,5PP	0,16%	0,01%	62,75%	9,90%
	SG-1PP	1,80%	0,06%	90,36%	31,98%
	SG-2PP	19,78%	0,56%	99,47%	68,32%
	SG-3PP	49,54%	2,65%	99,98%	86,83%

In diesem Kontext werden deutliche Unterschiede der Annahme einer Nachfragevariabilität von  $VC_D = 0,1$  oder  $VC_D = 0,3$  ersichtlich. Im Rahmen des robusten Plans ist bei einer Nachfragevariabilität von  $VC_D = 0,3$  vor allem ab der Betrachtung des Anteils der Replikationen, die den Servicegrad um 0,5 und 1,0 bis 3,0 Prozentpunkte verfehlen, deutlich. So verfehlt der robuste Plan für  $VC_D = 0,1$  den Servicegrad bei 54,03% der Replikationen um maximal zwei Prozentpunkte. Für  $VC_D = 0,3$  beträgt dieser Anteil 24,12%. Der angepasste Plan ist trotz einer Nachfragevariabilität von  $VC_D = 0,3$  in der Lage, den vorgegebenen Servicegrad mit einer Abweichung von maximal zwei Prozentpunkten bei nahezu 80% der Replikationen einzuhalten. Für  $VC_D = 0,1$  beträgt dieser Anteil über 99%.

Im Rahmen der zweiten Problemklasse zeichnet sich ein ähnliches Bild ab. Der robuste Plan hält den vorgegebenen Servicegrad im Falle einer Nachfragevariabilität von  $VC_D = 0,1$  nahezu bei 20% der Replikationen mit einer maximalen Abweichung von zwei Prozentpunkten ein. Dieser Anteil beträgt für  $VC_D = 0,3$  lediglich 0,56%. Der angepasste Produktions- und Nacharbeitsplan ist hingegen bei über 68% der Replikationen trotz einer Nachfragevariabilität von  $VC_D = 0,3$  in der Lage, den Servicegrad mit einer maximalen Abweichung von zwei Prozentpunkten einzuhalten. Für  $VC_D = 0,1$  beträgt dieser Anteil über 99%.

Weiterhin fällt auf, dass der robuste Plan bei der zweiten Problemklasse für  $VC_D = 0,3$  bei über 97% der Replikationen den vorgegebenen Servicegrad um mehr als drei Prozentpunkte verfehlt. Der angepasste Plan ist unter diesen Voraussetzungen in der Lage die Servicegradvorgaben bei über 85% der Replikationen mit der entsprechenden Abweichung einzuhalten.

Die Ergebnisse zeigen deutlich die Überlegenheit des aus der Anwendung des flexiblen

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

Planungsansatzes resultierenden angepassten Plans gegenüber eines robusten Plans. Die Ausprägungen der Nachfragewerte sind neben der Schwankung in Bezug auf die Unsicherheit ( $VC_D$ ) ebenfalls von der interperiodischen Nachfragevariabilität, also der Schwankung der erwarteten Nachfragemengen über die Perioden, abhängig. Tabelle 5.10 stellt die Ergebnisse hinsichtlich der zugrundeliegenden interperiodischen Nachfragevariabilität, ausgedrückt durch  $VC_D^{ip}$ , dar.

**Tabelle 5.10.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $VC_D^{ip}$

		Robuster Plan		Angepasster Plan	
		$VC_D^{ip} = 0,2$	$VC_D^{ip} = 0,3$	$VC_D^{ip} = 0,2$	$VC_D^{ip} = 0,3$
PK 1	SG	6,96%	7,76%	20,30%	22,36%
	SG-0,1PP	7,95%	8,78%	28,84%	30,59%
	SG-0,5PP	12,99%	13,61%	57,79%	56,76%
	SG-1PP	21,17%	21,52%	75,90%	74,03%
	SG-2PP	39,02%	39,13%	90,74%	88,58%
	SG-3PP	54,39%	54,56%	96,25%	94,64%
PK 2	SG	0,01%	0,00%	0,54%	0,44%
	SG-0,1PP	0,02%	~0,00%	4,23%	3,70%
	SG-0,5PP	0,13%	0,05%	37,32%	35,33%
	SG-1PP	1,08%	0,78%	61,72%	60,62%
	SG-2PP	10,92%	9,42%	84,61%	83,18%
	SG-3PP	27,06%	25,13%	94,05%	92,75%

Hier wird kein eindeutiger Zusammenhang ersichtlich. Es ergibt sich ein ausgeglichenes Bild zwischen  $VC_D^{ip} = 0,2$  und  $VC_D^{ip} = 0,3$ .

Der mittlere Anteil fehlerhafter Produkte gibt an, wie viele ME einer Produktionsmenge im Mittel fehlerhaft sind. Tabelle 5.11 stellt die Ergebnisse differenziert nach  $\bar{\Omega}_k$  dar.

5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

**Tabelle 5.11.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $\bar{\Omega}_k$

		Robuster Plan		Angepasster Plan	
		$\bar{\Omega}_k = 0,04$	$\bar{\Omega}_k = 0,06$	$\bar{\Omega}_k = 0,04$	$\bar{\Omega}_k = 0,06$
PK 1	SG	7,36%	7,37%	20,18%	22,48%
	SG-0,1PP	8,35%	8,38%	28,54%	30,89%
	SG-0,5PP	13,23%	13,37%	56,44%	58,11%
	SG-1PP	21,37%	21,31%	74,65%	75,29%
	SG-2PP	39,16%	38,99%	89,58%	89,74%
	SG-3PP	54,66%	54,29%	95,39%	95,50%
PK 2	SG	0,01%	~0,00%	0,34%	0,64%
	SG-0,1PP	0,01%	0,01%	3,34%	4,58%
	SG-0,5PP	0,11%	0,07%	34,60%	38,06%
	SG-1PP	1,18%	0,68%	59,41%	62,93%
	SG-2PP	11,34%	8,99%	82,46%	85,33%
	SG-3PP	27,19%	25,00%	92,62%	94,18%

Die Ergebnisse sind in diesem Kontext überwiegend ausgeglichen. Es kann kein eindeutiger Zusammenhang festgestellt werden.

Eine Differenzierung der Ergebnisse hinsichtlich des vorgegebenen Servicegrads ist in Tabelle 5.12 zu finden.

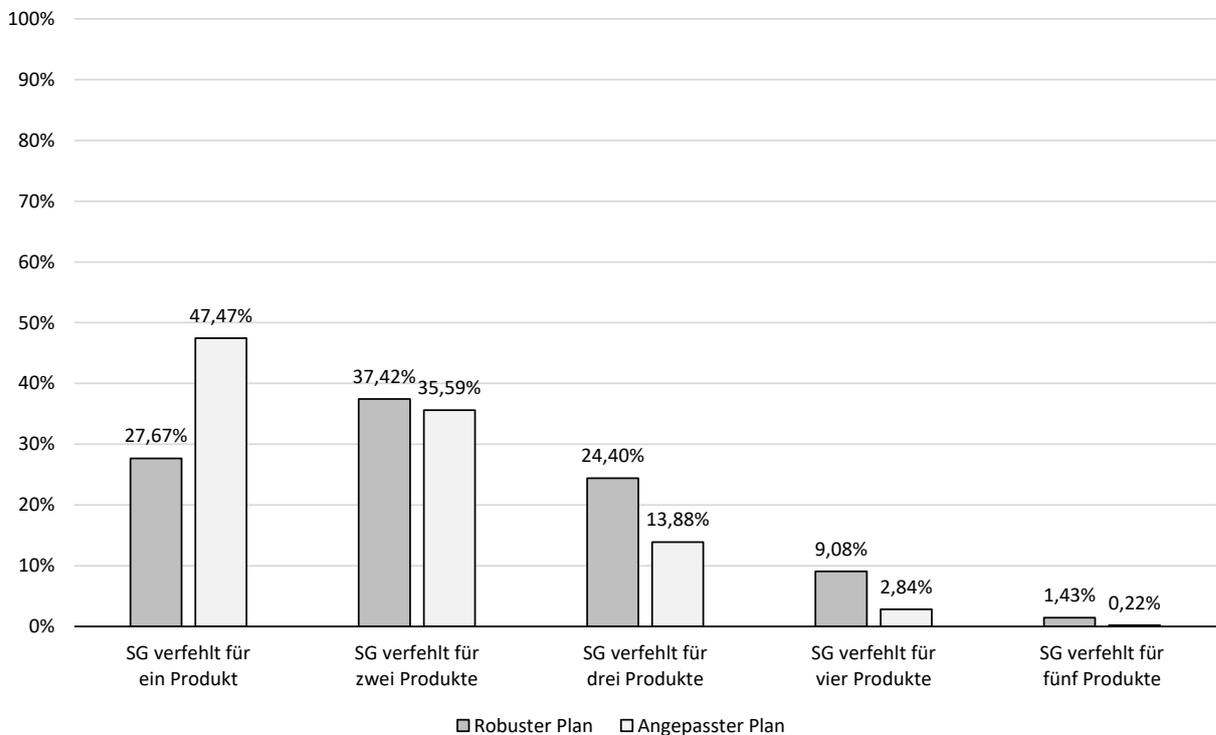
**Tabelle 5.12.:** Anteil der Replikationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt, differenziert nach  $\delta$

		Robuster Plan		Angepasster Plan	
		$\delta = 0,9$	$\delta = 0,95$	$\delta = 0,9$	$\delta = 0,95$
PK 1	SG	6,83%	7,89%	24,88%	17,78%
	SG-0,1PP	7,69%	9,04%	32,70%	26,73%
	SG-0,5PP	12,09%	14,51%	57,20%	57,35%
	SG-1PP	19,32%	23,36%	73,39%	76,54%
	SG-2PP	35,76%	42,39%	87,79%	91,53%
	SG-3PP	50,97%	57,98%	94,10%	96,79%
PK 2	SG	~0,00%	0,01%	0,82%	0,16%
	SG-0,1PP	0,01%	0,01%	4,66%	3,26%
	SG-0,5PP	0,08%	0,10%	33,53%	39,12%
	SG-1PP	0,59%	1,27%	57,11%	65,23%
	SG-2PP	7,30%	13,03%	79,90%	87,89%
	SG-3PP	22,49%	29,70%	90,72%	96,09%

In diesem Kontext wird kein eindeutiger Trend ersichtlich. Im Kontext des robusten Plans fallen die Ergebnisse bei einem höheren vorgegebenen Servicegrad von  $\delta = 0,95$  geringfügig besser aus. Bei dem angepassten Plan ist eine ähnliche Tendenz zu beobachten, welche jedoch nicht durchgängig vorliegt.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

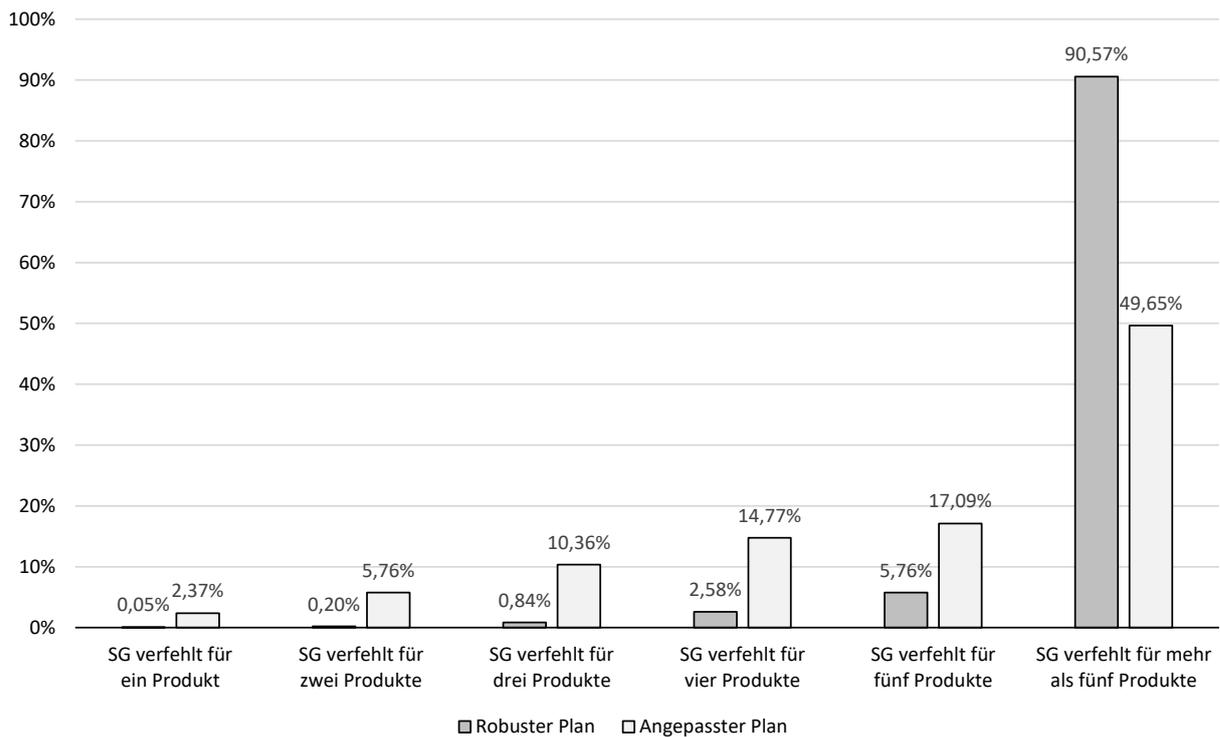
Abbildungen 5.2 und 5.3 visualisieren die Anzahl der Produkte innerhalb einer Replikation in deren Rahmen der Servicegrad verletzt wurde, insofern es zu einer Verfehlung kam.



**Abbildung 5.2.:** Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 1

Der robuste Plan verletzt für die PK 1 bei über 72% der unzulässigen Replikationen den Servicegrad bei mehr als einem der fünf Produkte. Bei lediglich 27,67% der unzulässigen Replikationen kommt es zu einer Verletzung des Servicegrads bei nur einem Produkt. Falls es zu einer Verletzung des Servicegrads kommt, findet diese überwiegend bei zwei der fünf Produkte statt (37,42% der unzulässigen Replikationen). Kommt es bei dem angepassten Plan zu einer Verfehlung des Servicegrads, bezieht sich diese hauptsächlich auf eines der fünf Produkte (47,47% der unzulässigen Replikationen). Bei über 80% der unzulässigen Replikationen kommt es zu einer Verletzung des Servicegrads bei höchstens zwei der fünf Produkte.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage



**Abbildung 5.3.:** Anzahl der Produkte mit verletztem Servicegrad für PK 2

Im Rahmen der zweiten Problemklasse verletzt der robuste Plan bei lediglich 9,43% der unzulässigen Replikationen den Servicegrad für höchstens fünf der zwanzig Produkte. Bei über 90% der unzulässigen Replikationen wird der Servicegrad bei mehr als fünf der zwanzig Produkte verletzt. Im Rahmen der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes wird der vorgegebene Servicegrad bei über 50% der unzulässigen Replikationen bei höchstens fünf der zwanzig Produkte verletzt. Bei 49,65% der unzulässigen Replikationen wird der Servicegrad für mehr als fünf der zwanzig Produkte verletzt. In Tabelle 5.13 ist ein detaillierter Überblick des Anteils der Replikationen der zweiten Problemklasse mit einer Verletzung des vorgegebenen Servicegrads, betrachtet hinsichtlich der replikationsspezifischen Anzahl der Produkte mit Verletzung des Servicegrads, zu finden.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

**Tabelle 5.13.:** Differenzierung des Anteils der Replikationen von PK 2, welche den Servicegrad verfehlen, hinsichtlich der Anzahl der Produkte, in deren Rahmen Verletzungen auftreten

SG verletzt für	Robuster Plan		Angepasster Plan	
	Anteil	Anteil <sub>kumuliert</sub>	Anteil	Anteil <sub>kumuliert</sub>
1 Produkt	0,05%	0,05%	2,37%	2,37%
2 Produkte	0,20%	0,25%	5,76%	8,13%
3 Produkte	0,84%	1,10%	10,36%	18,49%
4 Produkte	2,58%	3,67%	14,77%	33,26%
5 Produkte	5,76%	9,43%	17,09%	50,35%
6 Produkte	10,63%	20,06%	16,26%	66,61%
7 Produkte	15,02%	35,09%	13,37%	79,98%
8 Produkte	17,13%	52,21%	9,40%	89,38%
9 Produkte	16,13%	68,35%	5,71%	95,09%
10 Produkte	13,19%	81,54%	2,88%	97,97%
11 Produkte	9,13%	90,66%	1,29%	99,26%
12 Produkte	5,39%	96,05%	0,52%	99,77%
13 Produkte	2,54%	98,59%	0,16%	99,94%
14 Produkte	1,08%	99,66%	0,05%	99,99%
15 Produkte	0,30%	99,96%	0,01%	~100,00%
16 Produkte	0,04%	~100,00%	~0,00%	100,00%
17 Produkte	~0,00%	100,00%	0,00%	100,00%
18 Produkte	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%
19 Produkte	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%
20 Produkte	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%

Im Kontext dieser Betrachtungsweise der Ergebnisse lässt sich beobachten, dass der robuste Plan den Servicegrad mit 17,13% der unzulässigen Replikationen am häufigsten für acht der zwanzig Produkte verfehlt. Bei mehr als 47% der unzulässigen Replikationen kommt es zu einer Verfehlung der Servicegradvorgaben bei mehr als acht Produkten. Falls der Servicegrad im Kontext des angepassten Produktions- und Nacharbeitsplans verfehlt wird, bezieht sich die Verfehlung größtenteils auf lediglich fünf der zwanzig Produkte (17,09% der unzulässigen Replikationen). Bei weniger als 50% der unzulässigen Replikationen tritt eine Verletzung der Servicegradvorgaben bei mehr als fünf der zwanzig Produkte auf. Demnach wird in über 50% der unzulässigen Replikationen der geforderte Servicegrad für fünfzehn der zwanzig Produkte eingehalten. Die durchgeführte Analyse verdeutlicht somit auch im Kontext der zusätzlichen Annahme einer unsicheren Nachfrage die Vorteile des unter der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes ermittelten angepassten Produktions- und Nacharbeitsplans.

Neben der replikationsbezogenen Auswertung der Ergebnisse, welche eine wie zuvor erwähnte strikte Perspektive einnimmt, stellt Tabelle 5.14 die Ergebnisse bezogen auf die Gesamtheit aller untersuchten Produkt-Replikation-Kombinationen dar.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

**Tabelle 5.14.:** Anteil der Produkt-Replikation-Kombinationen, der den vorgegebenen Servicegrad erfüllt

	Problemklasse 1		Problemklasse 2	
	Robuster Plan	Angepasster Plan	Robuster Plan	Angepasster Plan
SG	59,39%	72,82%	57,84%	72,17%
SG-0,1PP	60,94%	77,61%	59,65%	80,68%
SG-0,5PP	66,63%	88,36%	66,35%	92,28%
SG-1,0PP	72,66%	93,76%	73,24%	96,39%
SG-2,0PP	81,49%	97,67%	82,84%	98,90%
SG-3,0PP	87,22%	99,03%	88,62%	99,62%

Der robuste Plan ist bei 59,39% der Produkt-Replikation-Kombinationen der ersten Problemklasse in der Lage den Servicegrad einzuhalten. Im Rahmen der zweiten Problemklasse ergibt sich dieser Anteil zu 57,84%. Der angepasste Plan ist sowohl bei der Problemklasse 1 als auch bei der Problemklasse 2 in der Lage den vorgegebenen Servicegrad bei jeweils über 72% der Produkt-Replikation-Kombinationen einzuhalten. Der aus der Anwendung des flexiblen Planungsansatzes resultierende angepasste Plan verfehlt den Servicegrad bei über 93% der Produkt-Replikation-Kombinationen um lediglich maximal einen Prozentpunkt.

Demzufolge werden auch bei der Betrachtung der Ergebnisse aller untersuchten Produkt-Replikation Kombinationen die Vorteile des flexiblen Planungsansatzes deutlich.

### 5.6.3. Auswirkung der Variabilität der Nachfrage auf die Gesamtkosten des Produktions- und Nacharbeitsplans

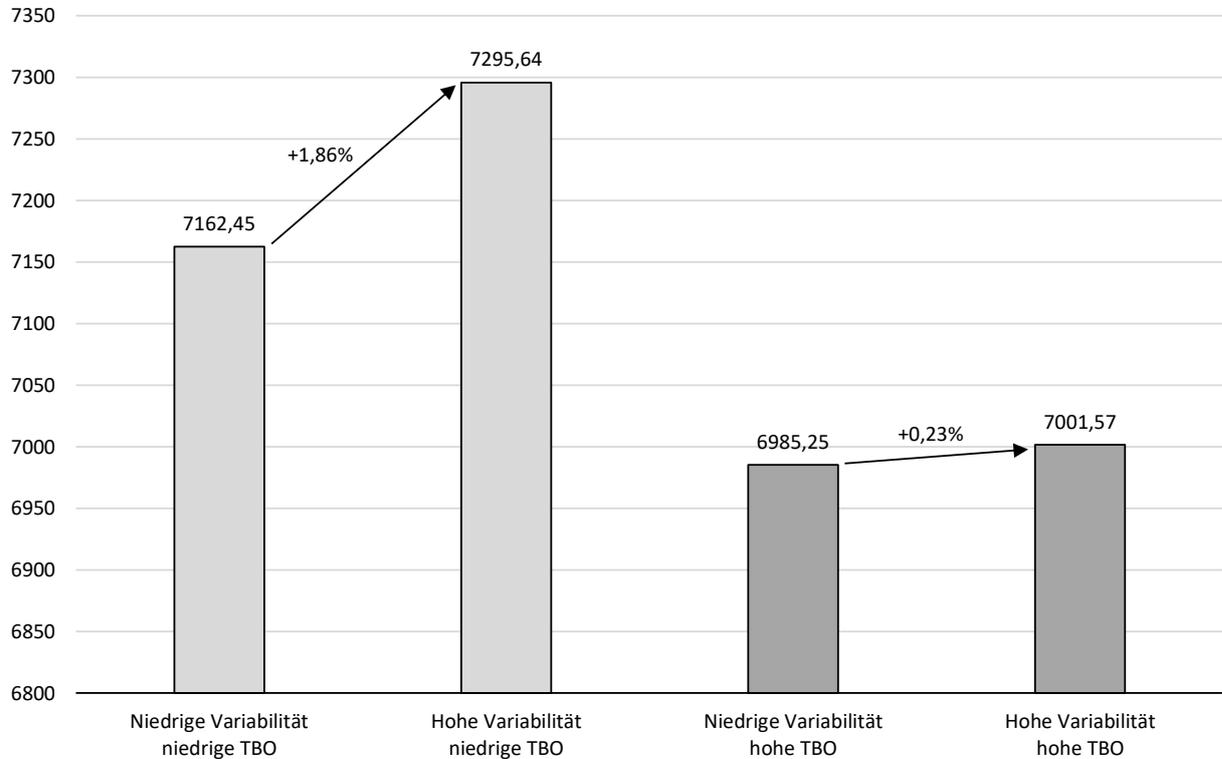
Ähnlich wie in den Kapiteln 3 und 4 wird im Folgenden die Auswirkung der Variabilität auf die Gesamtkosten untersucht. Da der flexible Planungsansatz in diesem Kapitel um die Annahme einer unsicheren Nachfrage erweitert wurde, kommt hierbei der entsprechenden Nachfragevariabilität Aufmerksamkeit zu. Für diese Untersuchungen werden vier an die erste Problemklasse angelehnte Testinstanzen mit jeweils  $K = 4$  Produkten und  $T = 6$  Perioden analysiert. Die nachfolgende Tabelle 5.15 gibt eine Übersicht über die betrachteten Parameterkonstellationen.

**Tabelle 5.15.:** Parameterausprägungen

Mittlerer Anteil fehlerhafter Produkte	$\bar{\Omega}_k$	= 0,06
Intervallbreite des Anteils fehlerhafter Produkte	$\text{Range}_{\Omega}$	= $\{\pm 0,3 \cdot \bar{\Omega}_k\}$
Interperiodische Variabilität der Nachfrage	$VC_D^{ip}$	= 0,3
Variabilität der Nachfrage	$VC_D$	$\in \{0,1; 0,3\}$
Kapazitätsauslastung	$Util$	= 0,8
Time Between Orders	$TBO$	$\in \{1; 4\}$
Vorgegebener Servicegrad	$\delta$	= 0,95

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

Zunächst wird die Auswirkung der Variabilität der Nachfrage auf die erwarteten Gesamtkosten des robusten Produktions- und Nacharbeitsplans untersucht. Hierfür wird das SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> für jede der vier Testinstanzen optimal gelöst. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.4 visualisiert.



**Abbildung 5.4.:** Erwartete Gesamtkosten des robusten Plans

Die Ergebnisse zeigen, dass eine höhere Variabilität der Nachfrage mit höheren erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans einhergeht. Dieser Anstieg ist bei im Vergleich zu den Lagerkosten geringeren Rüstkosten (niedrige *TBO*) stärker.

Im Folgenden wird eine genauere Analyse der einzelnen Kostenbestandteile der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans vorgenommen, um so den Einfluss der Variabilität der Nachfrage auf die einzelnen Kostengrößen zu erfassen.

Tabelle 5.16 gibt in diesem Zusammenhang einen Überblick über die Veränderungen der einzelnen Bestandteile der erwarteten Gesamtkosten.

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

**Tabelle 5.16.:** Bestandteile der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans

		$VC_D = 0,1$	$VC_D = 0,3$	$\Delta_{abs}$	$\Delta_{rel}$
$TBO = 1$	RK Produktion	237,50 GE	200,00 GE	-37,50 GE	-15,79%
	RK Nacharbeit	31,25 GE	28,13 GE	-3,13 GE	-10,00%
	LK fehlerfrei	41,33 GE	205,15 GE	+163,83 GE	+369,42%
	LK fehlerhaft	38,20 GE	41,22 GE	+3,02 GE	+7,90%
	VK Produktion	6687,52 GE	6698,30 GE	+10,77 GE	+0,16%
	VK Nacharbeit	126,65 GE	122,85 GE	-3,80 GE	-3,00%
	ÜK	0,00 GE	0,00 GE	0,00 GE	0,00%
$TBO = 4$	RK Produktion	112,50 GE	137,50 GE	+25,00 GE	+22,22%
	RK Nacharbeit	12,50 GE	12,50 GE	0,00 GE	0,00%
	LK fehlerfrei	23,13 GE	23,21 GE	+0,08 GE	+0,33%
	LK fehlerhaft	7,52 GE	7,43 GE	-0,09 GE	-1,24%
	VK Produktion	6711,35 GE	6697,96 GE	-13,39 GE	-0,20%
	VK Nacharbeit	118,25 GE	122,97 GE	+4,72 GE	+3,99%
	ÜK	0,00 GE	0,00 GE	0,00 GE	0,00%

**Abkürzungen:** RK - Rüstkosten, LK - Lagerkosten, VK - Variable Kosten, ÜK - Überstundenkosten, GE - Geldeinheiten

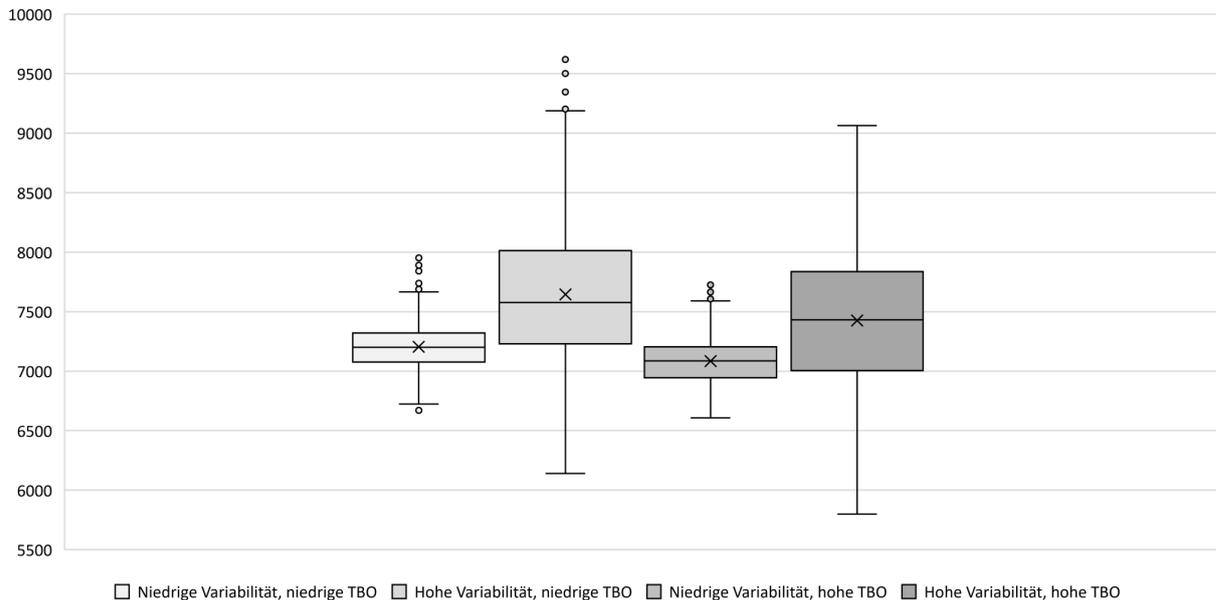
Im Fall einer niedrigeren Time Between Orders von  $TBO = 1$  ist mit steigender Variabilität der Nachfrage vor allem ein Anstieg der Lagerkosten fehlerfreier Produkte zu beobachten, welche bei einer höheren Nachfragevariabilität von  $VC_D = 0,3$  um 369,42% angestiegen sind. Darüber hinaus ist bei steigender Variabilität der Nachfrage ein Rückgang der Rüstkosten der Produktion um 15,79% zu beobachten. Ein ähnliches Bild ergibt sich auch in Bezug auf die Rüstkosten der Nacharbeit. Hier wird mit steigender Nachfragevariabilität ein Rückgang um 10,00% ersichtlich. Weiterhin sinken die variablen Nacharbeitskosten um 3,00%. In diesem Kontext ist ebenfalls ein Anstieg der Lagerkosten fehlerhafter Produkte um 7,90% zu verzeichnen. Die Summe aller nachgearbeiteten fehlerhaften Produkte ist ähnlich. Hier kommt es bei steigender Nachfragevariabilität zu einem geringfügigen Rückgang, welcher auch anhand der gesunkenen variablen Nacharbeitskosten ersichtlich wird. Insgesamt wird bei einer höheren Variabilität der Nachfrage ein Rüstvorgang für die Nacharbeit weniger eingeplant, wodurch ein Rückgang der entsprechenden Rüstkosten zu verzeichnen ist. Der Rückgang der Nacharbeit fehlerhafter Produkte kann zu dem beobachteten Anstieg der Lagerkosten fehlerhafter Produkte beitragen. In Bezug auf die Produktion werden bei steigender Nachfragevariabilität insgesamt drei Rüstvorgänge für die Produktion weniger eingeplant. Dies resultiert in dem beschriebenen Rückgang der zugehörigen Rüstkosten. Die Summe aller neu produzierten Produkte ist ebenfalls ähnlich (siehe hierzu auch die etwa gleichbleibenden variablen Produktionskosten in Tabelle 5.16). Der Rückgang der Rüstvorgänge der Produktion lässt den Schluss zu, dass sich hierdurch ggf. die Lagerdauer der fehlerfrei produzierten Produkte erhöht und dies zu dem

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

beobachteten Anstieg der Lagerkosten fehlerfreier Produkte führen kann.

Bei einer höheren Time Between Orders von  $TBO = 4$  kommt es bei steigender Variabilität der Nachfrage zu einem Anstieg der Rüstkosten für die Produktion um 22,22%. Dieser Anstieg kann durch insgesamt zwei zusätzliche Rüstvorgänge der Produktion erklärt werden. Zudem kommt es bei der Summe aller nachgearbeiteten fehlerhaften Produkte zu einem geringfügigen Anstieg, welcher auch anhand der um 3,99% angelegenen variablen Nacharbeitskosten ersichtlich wird. In diesem Kontext kommt es ebenfalls zu einem geringen Rückgang der Summe aller neu produzierten Produkte (siehe hierzu auch die geringfügig rückläufigen variablen Produktionskosten in Tabelle 5.16). Weiterhin lässt sich ein geringfügiger Rückgang der Lagerkosten fehlerhafter Produkte beobachten, welcher aus dem Anstieg der Summe aller nachgearbeiteten fehlerhaften Produkte folgen kann.

Voranstehend wurden die Auswirkungen der Nachfragevariabilität auf die erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans diskutiert. Nachfolgend werden die Auswirkungen der Variabilität der Nachfrage auf die Gesamtkosten des unter Anwendung des flexiblen Planungsansatzes ermittelten angepassten Produktions- und Nacharbeitsplans betrachtet. Hierfür wird jede der vier Testinstanzen optimal gelöst und daraufhin einer simulationsbasierten Analyse mit 1000 Replikationen unterzogen. Abbildung 5.5 stellt die Streuung der Gesamtkosten in einem Boxplot-Diagramm dar.



**Abbildung 5.5.:** Streuung der Gesamtkosten des angepassten Plans

Die Analyse der resultierenden Gesamtkosten des angepassten Plans zeigt, dass eine stärkere Variabilität der Nachfrage zu einer stärkeren Streuung dieser Kosten führt. Resümierend führt also eine Verringerung der Variabilität der Nachfragewerte, z. B. durch genauere Prognosen, zu einer Reduzierung der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans. Bei Produktionssystemen mit im Vergleich zu den Lagerkosten ge-

## 5. Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes um eine stochastische Nachfrage

ringen Rüstkosten (niedrigere *TBO*), beispielsweise im Fall von *Lean Production*, ist genannter Effekt stärker.

Andererseits resultiert eine derartige Verringerung der Nachfragevariabilität ebenfalls in einer Verringerung der Streuung der Gesamtkosten des angepassten Plans.

### 5.6.4. Abschließende Bemerkungen

Die numerischen Untersuchungen haben den aus der Anwendung des hinsichtlich einer unsicheren Nachfrage erweiterten flexiblen Planungsansatzes resultierenden angepassten Produktions- und Nacharbeitsplan aus unterschiedlichen Blickwinkeln analysiert. Im Rahmen der simulationsbasierten Analyse konnte gezeigt werden, dass der flexible Planungsansatz durch Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen besser in der Lage ist einen vorgegebenen Servicegrad mit geringen Abweichungen einzuhalten, als ein robuster Plan. Eine nach der Nachfragevariabilität differenzierte Auswertung hat in diesem Kontext gezeigt, dass der angepasste Plan auch bei einer höheren Variabilität deutlich besser in der Lage ist, einen vorgegebenen Servicegrad mit geringen Abweichungen einzuhalten als ein robuster Produktions- und Nacharbeitsplan. Kommt es bei dem angepassten Plan zu einer Verletzung des Servicegrads, betrifft diese häufig eine geringere Anzahl von Produkten als bei dem robusten Plan. Die Analyse der Ergebnisse aller untersuchten Produkt-Replikation-Kombinationen konnte weitergehend die Vorteile des flexiblen Planungsansatzes aufzeigen.

Durch eine Analyse der erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans konnte gezeigt werden, dass diese mit steigender Variabilität der Nachfrage zunehmen. Weiterführend hat die Analyse der resultierenden Gesamtkosten der angepassten Pläne gezeigt, dass eine erhöhte Variabilität der Nachfrage zu einer stärkeren Streuung dieser Kosten führt. Durch eine Reduzierung der Variabilität der Nachfrage können in dieser Hinsicht demzufolge Verbesserungspotentiale erschlossen werden.

# 6. Schluss

## 6.1. Zusammenfassung und Fazit

In der vorliegenden Arbeit wurde ein flexibler Planungsansatz für die Losgrößenplanung mit Nacharbeit unter Unsicherheit vorgestellt. Der auf mehrstufiger stochastischer Optimierung basierende Ansatz wurde zunächst für den Fall eines unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte dargestellt. Im weiteren Verlauf der Arbeit wurde dieser hinsichtlich der simultanen Berücksichtigung eines unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte sowie einer unsicheren Nacharbeitszeit erweitert. Darüber hinaus wurde in einem nächsten Schritt eine Erweiterung des flexiblen Planungsansatzes bezüglich der simultanen Berücksichtigung einer Unsicherheit in Bezug auf den Anteil fehlerhafter Produkte und hinsichtlich der Nachfrage vorgenommen.

Die Betrachtung eines imperfekten Produktionsprozesses in der Losgrößenplanung konnte vor allem vor dem Hintergrund der kapazitätsorientierten Produktionsplanung und -steuerung herausgearbeitet werden. Die Integration einer derartigen Annahme und einer möglichen Nacharbeit fehlerhafter Produkte stellt aus Gründen der Nachfragebefriedigung unter Einhaltung der Kapazitätsbeschränkungen eines Produktionssystems eine wichtige Planungsaufgabe dar.

Weitergehend wurde die Nacharbeit fehlerhaft produzierter Produkte als Bestandteil des *Product Recovery Managements* diskutiert. Die Nacharbeit lässt sich konzeptionell neben weiteren Optionen der Produktrückgewinnung einordnen.

Die Vorstellung verschiedener in der Literatur zu findenden Konzepte im Kontext der Losgrößenplanung für imperfekte Produktionsprozesse hat verschiedene Aspekte von der Identifikation fehlerhafter Produkte im Rahmen einer Inspektion, der Ausgestaltung von einer solchen Inspektion bis hin zu verschiedenen Verfahrensweisen mit fehlerhaften Produkten aufgezeigt. Daraufhin wurden Eigenschaften von Nacharbeitsprozessen beschrieben und anschließend ein Literaturüberblick zur dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit fehlerhafter Produkte gegeben. Der Überblick grenzte den Gegenstand der Arbeit von der übrigen Literatur u. a. durch die Betrachtung eines zufälligen Anteils fehlerhafter Produkte ab.

Im Rahmen der sich anschließenden Vorstellung robuster und flexibler Ansätze zur stochastischen dynamischen Losgrößenplanung konnte die Wahl eines flexiblen Ansatzes für die betrachtete Entscheidungssituation begründet werden, da hierdurch ak-

## 6. Schluss

tualisierte Informationen in Bezug auf tatsächliche Ausprägungen der Zufallsgrößen in der Planung berücksichtigt werden können.

Auf den Grundlagen aufbauend wurde zunächst ein generisches Modell vorgestellt, mit dem sich die betrachtete Entscheidungssituation mathematisch abbilden lässt. Dieses nichtlineare Modell musste aus Gründen der Lösbarkeit mithilfe eines szenariobasierten Ansatzes approximiert werden. Das hieraus resultierende Modell wurde im Rahmen des flexiblen Planungsansatzes gelöst.

Hierfür wurde zunächst die Idee dieses Ansatzes vorgestellt, welche darin besteht, dass basierend auf einem robusten und fixierten Rüstmuster Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen vorgenommen werden können, um dem unsicheren Anteil fehlerhafter Produkte planerisch zu entgegenen. Im Rahmen der Initialisierung wird das szenariobasierte Modell gelöst. Aufgrund der zugrundeliegenden Komplexität des Modells wurde eine Fix&Optimize-Heuristik zur Lösung des gemischt-ganzzahligen Optimierungsproblems vorgeschlagen. Das hierbei ermittelte Rüstmuster wurde fixiert. Daraufhin werden aufeinanderfolgende Planungsstufen betrachtet. Jede dieser Stufen ist einer Periode zugeordnet. Nach Durchführung der Produktion in einer Periode wird der Anteil fehlerhafter Produkte der realisierten Produktionsmengen bekannt. Dieser aktualisierte Informationsstand kann daraufhin genutzt werden, um noch in der Zukunft liegende Produktions- und Nacharbeitsmengen basierend auf den in der Initialisierung ermittelten robusten Rüstentscheidungen anzupassen. Durch die Fixierung des Rüstmusters resultieren lineare Programme für die einzelnen periodenspezifischen Planungsstufen.

Nach der Beschreibung des flexiblen Planungsansatzes wurden numerische Untersuchungen vorgestellt. Diese numerischen Untersuchungen sollten die Leistungsfähigkeit des flexiblen Ansatzes im Rahmen einer simulationsbasierten Analyse künstlicher Testinstanzen untersuchen. In diesem Zusammenhang wurden zunächst die untersuchten Testinstanzen beschrieben. Die Testinstanzen wurden so zusammengestellt, dass sie ein breites Spektrum von in der Praxis denkbaren Entscheidungssituationen umfassen. Es wurden beispielsweise verschiedene Nachfrageverläufe, Auslastungen sowie Verhältnisse von Rüst- und Lagerkosten betrachtet. Weiterhin wurden unterschiedliche Ausprägungen des Anteils fehlerhafter Produkte und dessen Variabilität untersucht, um unterschiedliche denkbare imperfekte Produktionsprozesse zu berücksichtigen.

Im Rahmen der simulationsbasierten Analyse wurden die Ergebnisse der aus der flexiblen Planung resultierenden angepassten Produktions- und Nacharbeitspläne mit den Ergebnissen von robusten Plänen hinsichtlich der Erreichung der Servicegradvorgaben untersucht. Die robusten Pläne wurden durch die Lösung des SCLSP-RW<sup>SCN</sup> ermittelt. Sowohl die replikationsspezifische als auch die Auswertung basierend auf Produkt-Replikation-Kombinationen zeigten deutlich die Vorteile des flexiblen Planungsansatzes. Neben einem gleichverteilten Anteil fehlerhafter Produkte wurde ebenfalls ein drei-

## 6. Schluss

ecksverteiler Anteil fehlerhafter Produkte untersucht. Hier konnte die Vorteilhaftigkeit des flexiblen Ansatzes bestätigt werden.

Darauffolgend wurde eine ex post Analyse durchgeführt, in welcher untersucht wurde, inwiefern der aus der flexiblen Planung resultierende Zielfunktionswert von dem Zielfunktionswert abwich, der aus der Lösung des deterministischen CLSP-RW unter ex ante Wissen des Anteils fehlerhafter Produkte hervorging. Die Abweichungen stellten sich als gering heraus, sodass gezeigt werden konnte, dass die aus der flexiblen Planung resultierenden Zielfunktionswerte nahe an den durch die Lösung des CLSP-RW mit ex ante Wissen resultierenden Zielfunktionswerten liegen.

Um die Relevanz der flexiblen Planung weiter herauszuarbeiten, wurde eine weitere simulationsbasierte Analyse durchgeführt. Im Rahmen dieser wurde ein imperfekter Produktionsprozess mit höherem und stärker schwankendem Anteil fehlerhafter Produkte zugrunde gelegt. Die Ergebnisse des angepassten Plans wurden mit den Ergebnissen eines deterministischen Plans und solchen eines robusten Plans verglichen. Ersterer basierte auf der Lösung einer Variante des CLSP-RW nach Goerler und Voß (2016), während Letzterer durch die Lösung des SCLSP-RW<sup>SCN</sup> ermittelt wurde. Auch hier wurde die Vorteilhaftigkeit des vorgestellten flexiblen Planungsansatzes deutlich. Die Servicegradvorgaben konnten durch den angepassten Plan besser eingehalten werden, als durch die deterministischen und robusten Pläne.

Darüber hinaus wurde die Auswirkung der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte auf die erwarteten Gesamtkosten untersucht. Diese Untersuchung kam zu dem Ergebnis, dass die erwarteten Gesamtkosten mit steigender Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte zunehmen. Der Anstieg fiel bei im Vergleich zu den Lagerkosten geringeren Rüstkosten geringfügig höher aus. Weiterhin wurde die Auswirkung der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte auf die Streuung der aus der flexiblen Planung resultierenden Gesamtkosten des angepassten Plans untersucht. Diese Analyse kam zu dem Ergebnis, dass eine höhere Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte zu einer deutlich höheren Variabilität der resultierenden Gesamtkosten führt. Aus dieser Untersuchung wurden in einem nächsten Schritt Handlungsempfehlungen für die Praxis abgeleitet. Eine Reduktion der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte, beispielsweise durch Mitarbeiterschulungen, wirkt sich positiv auf die zu erwartenden Gesamtkosten aus. Gleichzeitig sinkt dadurch auch die Streuung der resultierenden Gesamtkosten des angepassten Plans. Erstgenannter Effekt konnte geringfügig stärker bei im Vergleich zu den Lagerkosten geringen Rüstkosten, also z. B. im Fall von *Lean Production*, beobachtet werden. Zweitgenannter Effekt fiel stärker bei im Vergleich zu den Lagerkosten höheren Rüstkosten auf.

Der auf mehrstufiger stochastischer Optimierung basierende flexible Planungsansatz kann ebenfalls auf Erweiterungen der zugrunde liegenden Problemstellung angewendet werden. Beispielsweise kann neben dem Anteil fehlerhafter Produkte ebenfalls die

## 6. Schluss

Nacharbeitszeit unsicheren Einflüssen unterliegen. Nach einer Begründung der Relevanz dieses Sachverhalts wurden die durch diese zusätzliche Annahme bedingten Anpassungen der Modellannahmen und des generischen Modells vorgestellt. Anschließend folgte die Vorstellung des diesbezüglich angepassten szenariobasierten Modells. Weiterhin musste der flexible Planungsansatz zur Berücksichtigung einer unsicheren Nacharbeitszeit angepasst werden, da neben aktualisierten Informationsständen in Bezug auf den Anteil fehlerhafter Produkte, ebenfalls aktualisierte Informationen hinsichtlich der Nacharbeitszeit im Planungsverlauf bekannt wurden. Hierfür wurde zunächst das SCLSP-RW-SRT<sup>SCN</sup> im Rahmen der Initialisierung durch eine Fix&Optimize-Heuristik gelöst und die hierbei ermittelten robusten Rüstentscheidungen fixiert. Anschließend wurde die Vorgehensweise des flexiblen Planungsansatzes zur Berücksichtigung einer stochastischen Nacharbeitszeit angepasst. Der hieraus resultierende erweiterte Planungsansatz war daraufhin Gegenstand numerischer Untersuchungen.

Hierfür wurden zunächst die angepassten Testinstanzen vorgestellt. Neben einer Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte war ebenfalls eine Variabilität der Nacharbeitszeit zu berücksichtigen. Im Anschluss wurde eine simulationsbasierte Analyse durchgeführt. Die Ergebnisse zeigten, dass auch in diesem Kontext der aus der flexiblen Planung hervorgehende angepasste Plan dem robusten Plan überlegen ist. Dies konnte sowohl bei der replikationsspezifischen als auch bei der Auswertung der Erreichung der Servicegradvorgaben in Bezug auf Produkt-Replikation-Kombinationen gezeigt werden.

Weitergehend wurde die Auswirkung der Variabilität der Nacharbeitszeit auf die erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans untersucht. Die Untersuchung ergab keinen eindeutigen Zusammenhang zwischen den erwarteten Gesamtkosten und der Streuung der Nacharbeitszeit. Die Analyse der Auswirkung der Variabilität der Nacharbeitszeit auf die Streuung der Gesamtkosten des angepassten Plans kam zu dem Ergebnis, dass die Streuung der Kosten mit einer Erhöhung der Variabilität der Nacharbeitszeit ansteigt. Hieraus lässt sich die Handlungsempfehlung ableiten, dass Maßnahmen zur Senkung der Variabilität der Nacharbeitszeit zu einer Reduktion der Streuung der Gesamtkosten der resultierenden Pläne führen.

Eine zusätzliche Erweiterung des flexiblen Ansatzes wurde im Hinblick auf eine unsichere Nachfrage vorgestellt. Dies resultierte in der Betrachtung einer Entscheidungssituation, die neben einer Unsicherheit des Anteils fehlerhafter Produkte, ebenfalls von einer unsicheren Nachfrage gekennzeichnet war. Nach einer Darstellung der Relevanz der Annahme einer von Unsicherheit behafteten Nachfrage wurden die hieraus resultierenden notwendigen Anpassungen der Modellannahmen und der generischen Modellformulierung vorgestellt. Darauffolgend wurden die Anpassungen des szenariobasierten Modells beschrieben. Im Kontext des flexiblen Planungsansatzes wurde das resultierende SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> unter Anwendung einer Fix&Optimize-Heuristik im

## 6. Schluss

Rahmen der Initialisierung gelöst. In den darauffolgenden Planungsstufen wurden die Implikationen der Betrachtung einer unsicheren Nachfrage für die jeweiligen Informationsstände und zulässigen Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen herausgearbeitet. In diesem Zusammenhang wurde die Vorgehensweise des flexiblen Planungsansatzes hinsichtlich der simultanen Betrachtung eines unsicheren Anteils fehlerhafter Produkte und einer unsicheren Nachfrage angepasst.

Im Rahmen numerischer Untersuchungen des erweiterten flexiblen Planungsansatzes wurden zunächst die angepassten Testinstanzen vorgestellt. Hier wurde neben der Variabilität des Anteils fehlerhafter Produkte ebenfalls eine Variabilität der Nachfrage betrachtet. Die darauffolgende simulationsbasierte Analyse kam zu dem Ergebnis, dass die angepassten Pläne auch im Kontext einer unsicheren Nachfrage besser als die robusten Pläne in der Lage sind, die Servicegradvorgaben einzuhalten. Dies zeigte sich sowohl bei der Auswertung bezogen auf die Replikationen als auch bei der Analyse in Bezug auf Produkt-Replikation-Kombinationen.

Die Untersuchung der Auswirkung der Variabilität der Nachfrage auf die erwarteten Gesamtkosten des robusten Plans war Gegenstand des darauffolgenden Abschnitts. Hier konnte festgestellt werden, dass sich eine steigende Variabilität der Nachfrage in steigenden erwarteten Gesamtkosten niederschlägt. Weiterhin führt eine steigende Variabilität der Nachfrage ebenfalls zu einer höheren Streuung der resultierenden Gesamtkosten der angepassten Pläne. Maßnahmen zur Senkung der Variabilität der Nachfrage, beispielsweise durch bessere Prognosewerte, können demnach einerseits zu niedrigeren erwarteten Gesamtkosten und andererseits zu einer geringeren Streuung der Gesamtkosten der angepassten Pläne führen.

Zusammenfassend betrachtet konnte das anfangs formulierte Ziel der Entwicklung eines flexiblen Planungsansatzes zur dynamischen Losgrößenplanung mit Nacharbeit unter Unsicherheit erreicht werden. Die Eignung des Ansatzes zum Umgang mit den untersuchten Zufallsgrößen konnte im Rahmen numerischer Untersuchungen bestätigt werden.

### 6.2. Ausblick

Der vorgestellte Planungsansatz ist sehr flexibel und kann hinsichtlich verschiedener Problemstellungen angepasst werden. Eine mögliche Anpassung, obwohl diese in der Literatur nicht durchgängig als sinnvoll diskutiert wird, aber dennoch in bestimmten Entscheidungssituationen von Relevanz sein kann, wäre die Annahme eines imperfekten Nacharbeitsprozesses.<sup>241</sup> Dies würde sich modellseitig darin widerspiegeln, dass neben der Produktionsmenge auch die Nacharbeitsmenge in fehlerfreie und fehlerhafte Produkte unterteilt werden muss, wobei auch der Anteil fehlerhafter Produkte nach

<sup>241</sup> Siehe Abschnitt 2.3.4 für eine diesbezügliche Diskussion.

## 6. Schluss

der Nacharbeit als unsicher angenommen werden kann. Weitergehend müsste hier entschieden werden, wie mit den fehlerhaft nachgearbeiteten Produkten umgegangen werden soll.<sup>242</sup> Beispielsweise könnte deren Entsorgung mit zusätzlichen Kosten bewertet werden. Andererseits könnte z. B. deren vergünstigter Absatz in Betracht gezogen werden. Die Zielsetzung könnte bei letzterem Fall statt in einer Minimierung der Kosten in einer Maximierung der Differenz der Erlöse und der entscheidungsrelevanten Kosten bestehen. Hierbei könnten getrennte Nachfragen für fehlerfreie Produkte und für nach erfolgter Nacharbeit weiterhin fehlerhafte Produkte betrachtet werden. In diesem Kontext könnten auch die Stück Erlöse für fehlerfreie Produkte höher angenommen werden als die Stück Erlöse für Produkte, die nach durchgeführter Nacharbeit weiterhin fehlerhaft sind. Neben Anpassungen der Modellformulierung, müsste der flexible Planungsansatz modifiziert werden. Hier wären zusätzlich aktualisierte Informationsstände des Anteils fehlerhafter Produkte nach der Nacharbeit zu berücksichtigen. Nach erfolgter Nacharbeit würde entsprechend der Anteil fehlerhafter Produkte bekannt werden. Auf dieser Basis könnten basierend auf dem robusten Rüstmuster Anpassungen zukünftiger Produktions- und Nacharbeitsmengen vorgenommen werden.

Weiterhin könnte eine Entscheidungssituation unter Unsicherheit des Anteils fehlerhafter Produkte, der Nacharbeitszeit und der Nachfrage betrachtet werden. Das resultierenden SCLSP-RW-SRT-SD (engl.: *Stochastic Capacitated Lot Sizing Problem with Rework, Stochastic Rework Time and Stochastic Demand*) würde dann aus einer Kombination des SCLSP-RW-SRT und des SCLSP-RW-SD bestehen. Im Rahmen des flexiblen Planungsansatzes wären jeweils aktualisierte Informationsstände hinsichtlich des Anteils fehlerhafter Produkte, der Nacharbeitszeit und der Nachfrage zu betrachten. In diesem Fall wäre in Verbindung mit den jeweils zulässigen Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen eine Adaption der Vorgehensweise des flexiblen Planungsansatzes erforderlich. Zunächst würde in einer Periode die realisierte Nachfrage bekannt. Daraufhin würde die Produktion durchgeführt werden. Nach erfolgter Produktion wäre der Anteil fehlerhafter Produkte bekannt. Anschließend würde die Nacharbeit durchgeführt werden. Nach erfolgter Nacharbeit ist die realisierte Nacharbeitszeit bekannt. Nach Aktualisierungen des Kenntnisstands wären zu geeigneten Zeitpunkten entsprechende lineare Programme zu lösen, welche jeweils die aktualisierten Informationen in Verbindung mit Anpassungen zukünftiger Produktions- und Nacharbeitsmengen berücksichtigen.

Darüber hinaus könnten verschiedene Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zufallsgrößen untersucht werden. Der szenariobasierte Ansatz bietet in dieser Hinsicht wie bereits in Abschnitt 3.5.2 erwähnt eine große Flexibilität. In diesem Zusammenhang könnte beispielsweise ein betaverteilter Anteil fehlerhafter Produkte zugrunde gelegt wer-

---

<sup>242</sup> Siehe Abschnitt 2.3.3 für eine Diskussion möglicher in der Literatur thematisierter Verfahrensweisen mit fehlerhaften Produkten.

## 6. Schluss

den.<sup>243</sup> Daneben könnte im Kontext einer unsicheren Nacharbeitszeit eine exponentialverteilte Nacharbeitszeit untersucht werden.<sup>244</sup>

Neben der Nacharbeit als Produktrückgewinnungsoption könnten ebenfalls weitere Optionen des *Product Recovery Managements* im Rahmen des flexiblen Planungsansatzes betrachtet werden. Beispielsweise ließe sich ein Rückfluss von Altprodukten und eine Wiederaufbereitungsoption (engl.: *Remanufacturing*) integrieren. Der Rückfluss an Altprodukten könnte ebenfalls als unsicher angenommen werden.<sup>245</sup> Neben Produktions- und Nacharbeitsentscheidungen würden ebenfalls Wiederaufbereitungsentscheidungen getroffen werden. Die Ausgestaltung und Zusammenhänge der verschiedenen zu koordinierenden Prozesse wären hierbei entsprechend zu berücksichtigen. Beispielsweise, ob die Wiederaufbereitung auf der bereits betrachteten oder auf einer separaten Ressource durchgeführt wird.<sup>246</sup> Für den flexiblen Planungsansatz würde vor allem der Zeitpunkt, zu dem die Menge der Altprodukte in einer betrachteten Periode bekannt wird, eine zentrale Rolle spielen. So nehmen beispielsweise Hilger et al. (2016) die Ankunft der Altprodukte zu Beginn der Periode an.<sup>247</sup> Die Sequenz der übrigen Ereignisse innerhalb einer Periode, z. B. die Abfolge von Produktion, Wiederaufbereitung und Nacharbeit, hätten große Auswirkungen auf die zu berücksichtigende Informations- und Entscheidungsstruktur im Rahmen des flexiblen Planungsansatzes. Des Weiteren wurde in der vorliegenden Arbeit ein in-line Inspektionsprozess zur Identifikation fehlerhafter Produkte angenommen. Die Aufteilung eines Produktionsloses in fehlerhafte und fehlerfreie ME war also direkt nach der Herstellung bekannt. In diesem Zusammenhang könnte der Entscheidungssituation ein off-line Inspektionsprozess zugrunde gelegt werden, wobei die Inspektionszeit oft höher angenommen wird als die Produktionszeit einer ME.<sup>248</sup> Der Inspektionsprozess müsste damit explizit modelliert und beispielsweise u. a. mit einer Inspektionszeit berücksichtigt werden. Weiterhin wären je nach Ausgestaltung der betrachteten Entscheidungssituation unterschiedliche Lagerbestände für nicht inspizierte und bereits inspizierte ME zu berücksichtigen.<sup>249</sup> Im Rahmen des flexiblen Planungsansatzes wären in einem solchen Fall dann neben Produktions- und Nacharbeitsentscheidungen ebenfalls explizit Inspektionsentscheidungen zu treffen.

Aufgrund der vorliegenden Ergebnisse des flexiblen Planungsansatzes erscheint des-

<sup>243</sup> Siehe z. B. Sarkar et al. (2014), S. 423 und Kang et al. (2017), S. 1748 für eine ähnliche Annahme im Kontext der statischen Losgrößenplanung.

<sup>244</sup> Siehe z. B. Noblesse et al. (2014), S. 357 für die Annahme exponentialverteilter Produktionszeiten.

<sup>245</sup> Vgl. z. B. Hilger et al. (2016), S. 849.

<sup>246</sup> Vgl. z. B. Sahling (2013), S. 58-59 für den Fall separater Produktions- und Wiederaufbereitungsressourcen und Sahling (2013), S. 59 für den Fall einer gemeinsamen Produktions- und Wiederaufbereitungsressource.

<sup>247</sup> Siehe hierzu Hilger et al. (2016), S. 853.

<sup>248</sup> Siehe zu Inspektionsprozessen auch Abschnitt 2.3.2.

<sup>249</sup> Für eine Berücksichtigung unterschiedlicher Lagerbestände für nicht inspizierte und inspizierte Altprodukte im Kontext der integrierten Losgrößen- und Wiederaufbereitungsplanung, vgl. z. B. Devoto et al. (2021), S. 71.

## 6. *Schluss*

sen Eignung auch im Rahmen der diskutierten möglichen Erweiterungen als vielversprechend.

# Literaturverzeichnis

- Aloulou, M.A.; Dolgui, A. und Kovalyov, M.Y. (2014): A bibliography of non-deterministic lot-sizing models. In: *International Journal of Production Research*. Vol. 52, Nr. 8, S. 2293–2310.
- Asadkhani, J.; Mokhtari, H. und Tahmasebpoor, S. (2022): Optimal lot-sizing under learning effect in inspection errors with different types of imperfect quality items. In: *Operational Research - An International Journal*. Vol. 22, Nr. 3, S. 2631–2665.
- Barzoki, M.R.; Jahanbazi, M. und Bijari, M. (2011): Effects of imperfect products on lot sizing with work in process inventory. In: *Applied Mathematics and Computation*. Vol. 217, Nr. 21, S. 8328–8336.
- Bendavid, I. und Herer, Y.T. (2009): Economic optimization of off-line inspection in a process that also produces non-conforming units when in control and conforming units when out of control. In: *European Journal of Operational Research*. Vol. 195, Nr. 1, S. 139–155.
- Biswas, P. und Sarker, B.R. (2008): Optimal batch quantity models for a lean production system with in-cycle rework and scrap. In: *International Journal of Production Research*. Vol. 46, Nr. 23, S. 6585–6610.
- Bookbinder, J.H. und Tan, J.Y. (1988): Strategies for the probabilistic lot-sizing problem with service-level constraints. In: *Management Science*. Vol. 34, Nr. 9, S. 1096–1108.
- Bose, D. und Guha, A. (2021): Economic production lot sizing under imperfect quality, on-line inspection, and inspection errors: full vs. sampling inspection. In: *Computers & Industrial Engineering*. Vol. 160, Artikelnr. 107565, S. 1–20.
- Brahimi, N.; Absi, N.; Dautère-Pérès, S. und Nordli, A. (2017): Single-item dynamic lot-sizing problems: an updated survey. In: *European Journal of Operational Research*. Vol. 263, Nr. 3, S. 838–863.
- Brahimi, N.; Dautère-Pérès, S.; Najid, N.M. und Nordli, A. (2006): Single item lot sizing problems. In: *European Journal of Operational Research*. Vol. 168, Nr. 1, S. 1–16.
- de Brito, M.P. und Dekker, R. (2004): A framework for reverse logistics. In: R. Dekker; M. Fleischmann; K. Inderfurth und L.N. Van Wassenhove (Hrsg.), *Reverse Logistics: Quantitative Models for Closed-Loop Supply Chains*. Springer, Berlin et al., S. 3–27.

## LITERATURVERZEICHNIS

- Buchberger, S.; Hofbauer, G.; Mangold, L. und Truong, K. (2019): Das Konzept der Circular Economy als Maxime für Beschaffung und Vertrieb in der Industrie. In: Arbeitsberichte - Working Papers, Nr. 46. Technische Hochschule Ingolstadt.
- Buschkühl, L.; Sahling, F.; Helber, S. und Tempelmeier, H. (2010): Dynamic capacitated lot-sizing problems: a classification and review of solution approaches. In: OR Spectrum. Vol. 32, Nr. 2, S. 231–261.
- Cunha, J.O.; Kramer, H.H. und Melo, R.A. (2019): Effective heuristics for the multi-item capacitated lot-sizing problem with remanufacturing. In: Computers & Operations Research. Vol. 104, S. 149–158.
- Devoto, C.; Fernández, E. und Piñeyro, P. (2021): The economic lot-sizing problem with remanufacturing and inspection for grading heterogeneous returns. In: Journal of Remanufacturing. Vol. 11, Nr. 1, S. 71–87.
- Dolgui, A.; Kovalyov, M.Y. und Shchamialiova, K. (2011): Multi-product lot-sizing and sequencing on a single imperfect machine. In: Computational Optimization and Applications. Vol. 50, Nr. 3, S. 465–482.
- Domschke, W.; Scholl, A. und Voß, S. (1997): Produktionsplanung: Ablauforganisatorische Aspekte. Springer, Berlin et al., 2. Aufl.
- Drexl, A.; Fleischmann, B.; Günther, H.O.; Stadtler, H. und Tempelmeier, H. (1994): Konzeptionelle Grundlagen kapazitätsorientierter PPS-Systeme. In: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung. Vol. 46, Nr. 12, S. 1022–1045.
- Fang, C.; Liu, X.; Pardalos, P.M.; Long, J.; Pei, J. und Zuo, C. (2017): A stochastic production planning problem in hybrid manufacturing and remanufacturing systems with resource capacity planning. In: Journal of Global Optimization. Vol. 68, Nr. 4, S. 851–878.
- Finkelshtein, A.; Herer, Y.T.; Raz, T. und Ben-Gal, I. (2005): Economic optimization of off-line inspection in a process subject to failure and recovery. In: IIE Transactions. Vol. 37, Nr. 11, S. 995–1009.
- Flapper, S.D.P.; Fransoo, J.C.; Broekmeulen, R.A.C.M. und Inderfurth, K. (2002): Planning and control of rework in the process industries: a review. In: Production Planning & Control. Vol. 13, Nr. 1, S. 26–34.
- Flapper, S.D.P. und Teunter, R.H. (2004): Logistic planning of rework with deteriorating work-in-process. In: International Journal of Production Economics. Vol. 88, Nr. 1, S. 51–59.

## LITERATURVERZEICHNIS

- Florian, M.; Lenstra, J.K. und Kan, A.H.G.R. (1980): Deterministic production planning: algorithms and complexity. In: *Management Science*. Vol. 26, Nr. 7, S. 669–679.
- Genta, G.; Galetto, M. und Franceschini, F. (2020): Inspection procedures in manufacturing processes: recent studies and research perspectives. In: *International Journal of Production Research*. Vol. 58, Nr. 15, S. 4767–4788.
- Goerler, A.; Lalla-Ruiz, E. und Voß, S. (2020): Late acceptance hill-climbing mathematical for the general lot sizing and scheduling problem with rich constraints. In: *Algorithms*. Vol. 13, Nr. 6, Artikelnr. 138, S. 1–26.
- Goerler, A.; Pahl, J. und Voß, S. (2017): Simultaneous lot sizing and scheduling for contamination sensitive items with rework options. Working Paper. Institute of Information Systems, University of Hamburg.
- Goerler, A. und Voß, S. (2016): Dynamic lot-sizing with rework of defective items and minimum lot-size constraints. In: *International Journal of Production Research*. Vol. 54, Nr. 8, S. 2284–2297.
- Grosfeld-Nir, A. und Gerchak, Y. (2004): Multiple lotsizing in production to order with random yields: review of recent advances. In: *Annals of Operations Research*. Vol. 126, Nr. 1-4, S. 43–69.
- Günther, H.O. und Tempelmeier, H. (2016): *Produktion und Logistik: Supply Chain und Operations Management*. Books on Demand, Norderstedt, 12. Aufl.
- Haji, R. und Haji, B. (2010): Optimal batch production for a single machine system with accumulated defectives and random rate of rework. In: *Journal of Industrial and Systems Engineering*. Vol. 3, Nr. 4, S. 243–256.
- Harris, F.W. (1913): How many parts to make at once. In: *Factory, The Magazine of Management*. Vol. 10, Nr. 2, S. 135–136, 152. Neudruck in: *Operations Research* (1990), Vol. 38, Nr. 6, S. 947–950.
- Helber, S.; Inderfurth, K.; Sahling, F. und Schimmelpfeng, K. (2018): Flexible versus robust lot-scheduling subject to random yield and deterministic dynamic demand. In: *IIE Transactions*. Vol. 50, Nr. 3, S. 217–229.
- Helber, S. und Sahling, F. (2010): A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. In: *International Journal of Production Economics*. Vol. 123, Nr. 2, S. 247–256.
- Helber, S.; Sahling, F. und Schimmelpfeng, K. (2013): Dynamic capacitated lot sizing with random demand and dynamic safety stocks. In: *OR Spectrum*. Vol. 35, Nr. 1, S. 75–105.

## LITERATURVERZEICHNIS

- Hilger, T.; Sahling, F. und Tempelmeier, H. (2016): Capacitated dynamic production and remanufacturing planning under demand and return uncertainty. In: *OR Spectrum*. Vol. 38, Nr. 4, S. 849–876.
- Inderfurth, K.; Flapper, S.D.P.; Lambert, A.J.D.F.; Pappis, C.P. und Voutsinas, T.G. (2004): Production planning for product recovery management. In: R. Dekker; M. Fleischmann; K. Inderfurth und L.N. Van Wassenhove (Hrsg.), *Reverse Logistics: Quantitative Models for Closed-Loop Supply Chains*. Springer, Berlin et al., S. 249–274.
- Inderfurth, K.; Lindner, G. und Rachaniotis, N.P. (2005): Lot sizing in a production system with rework and product deterioration. In: *International Journal of Production Research*. Vol. 43, Nr. 7, S. 1355–1374.
- Jamal, A.M.M.; Sarker, B.R. und Mondal, S. (2004): Optimal manufacturing batch size with rework process at a single-stage production system. In: *Computers & Industrial Engineering*. Vol. 47, Nr. 1, S. 77–89.
- Jasti, N.V.K. und Kodali, R. (2015): Lean production: literature review and trends. In: *International Journal of Production Research*. Vol. 53, Nr. 3, S. 867–885.
- Kang, C.W.; Ullah, M.; Sarkar, B.; Hussain, I. und Akhtar, R. (2017): Impact of random defective rate on lot size focusing work-in-process inventory in manufacturing system. In: *International Journal of Production Research*. Vol. 55, Nr. 6, S. 1748–1766.
- Kang, C.W.; Ullah, M.; Sarkar, M.; Omair, M. und Sarkar, B. (2019): A single-stage manufacturing model with imperfect items, inspections, rework, and planned backorders. In: *Mathematics*. Vol. 7, Nr. 5, Artikelnr. 446, S. 1–18.
- Karimi, B.; Fatemi Ghomi, S.M.T. und Wilson, J.M. (2003): The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. In: *Omega*. Vol. 31, Nr. 5, S. 365–378.
- Kirchherr, J.; Reike, D. und Hekkert, M. (2017): Conceptualizing the circular economy: an analysis of 114 definitions. In: *Resources, Conservation and Recycling*. Vol. 127, S. 221–232.
- Kirste, M. (2017): *Dynamic lot sizing problems with stochastic production output*. Books on Demand, Norderstedt.
- Kleywegt, A.J.; Shapiro, A. und Homem-de Mello, T. (2002): The sample average approximation method for stochastic discrete optimization. In: *SIAM Journal on Optimization*. Vol. 12, Nr. 2, S. 479–502.

## LITERATURVERZEICHNIS

- Kohlmann, P. (2019): Dynamische kapazitätsbeschränkte Losgrößenplanung mit stochastischer Ausbeute und Nacharbeitsoption. Unveröffentlichte Masterarbeit, Technische Universität Kaiserslautern.
- Kohlmann, P. und Sahling, F. (2024): A flexible planning approach for integrated lot sizing and rework planning with random proportion of defective products. In: International Journal of Production Research, S. 1–18.
- Lay, G.; Dreher, C. und Kinkel, S. (1996): Neue Produktionskonzepte leisten einen Beitrag zur Sicherung des Standorts Deutschland: Positiver Zusammenhang zwischen der Verwirklichung neuer Konzepte und der Steigerung betrieblicher Leistungskennziffern belegt. In: Bulletins "German Manufacturing Survey", Nr. 1. Fraunhofer Institute for Systems and Innovation Research (ISI).
- Levitan, R.E. (1960): The optimum reject allowance problem. In: Management Science. Vol. 6, Nr. 2, S. 172–186.
- Llewellyn, R.W. (1959): Order sizes for job lot manufacturing. In: Journal of Industrial Engineering. Vol. 10, Nr. 3, S. 176–180.
- Minner, S. und Lindner, G. (2004): Lot sizing decisions in product recovery management. In: R. Dekker; M. Fleischmann; K. Inderfurth und L.N. Van Wassenhove (Hrsg.), Reverse Logistics: Quantitative Models for Closed-Loop Supply Chains. Springer, Berlin et al., S. 157–179.
- Noblesse, A.M.; Boute, R.N.; Lambrecht, M.R. und Van Houdt, B. (2014): Lot sizing and lead time decisions in production/inventory systems. In: International Journal of Production Economics. Vol. 155, S. 351–360.
- Rossi, R.; Kilic, O.A. und Tarim, S.A. (2015): Piecewise linear approximations for the static-dynamic uncertainty strategy in stochastic lot-sizing. In: Omega. Vol. 50, S. 126–140.
- Rudert, S. und Buscher, U. (2022): Heuristics for the single-item dynamic lot-sizing problem with rework of internal returns. In: J. de Armas; H. Ramalhinho und S. Voß (Hrsg.), Computational Logistics, 13th International Conference, ICCL 2022, Barcelona. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 13557. Springer, Cham, S. 425–440.
- Sahling, F. (2010): Mehrstufige Losgrößenplanung bei Kapazitätsrestriktionen. Gabler, Wiesbaden.
- Sahling, F. (2013): A column-generation approach for a short-term production planning problem in closed-loop supply chains. In: BuR - Business Research. Vol. 6, Nr. 1, S. 55–75.

## LITERATURVERZEICHNIS

- Sahling, F. (2016): Integration of vendor selection into production and remanufacturing planning subject to emission constraints. In: *International Journal of Production Research*. Vol. 54, Nr. 13, S. 3822–3836.
- Saliby, E. (1990): Descriptive sampling: a better approach to monte carlo simulation. In: *Journal of the Operational Research Society*. Vol. 41, Nr. 12, S. 1133–1142.
- Sarkar, B.; Cárdenas-Barrón, L.E.; Sarkar, M. und Singgih, M.L. (2014): An economic production quantity model with random defective rate, rework process and backorders for a single stage production system. In: *Journal of Manufacturing Systems*. Vol. 33, Nr. 3, S. 423–435.
- Scholl, A. (2008): Modellierung logistischer Systeme: Grundlagen der modellgestützten Planung. In: D. Arnold; H. Isermann; A. Kuhn; H. Tempelmeier und K. Furmans (Hrsg.), *Handbuch Logistik*. Springer, Berlin et al., 3. Aufl., S. 35–43.
- Stadtler, H. (1996): Mixed integer programming model formulations for dynamic multi-item multi-level capacitated lot sizing. In: *European Journal of Operational Research*. Vol. 94, Nr. 3, S. 561–581.
- Stadtler, H. und Heinrichs, N. (2024): Multi-period descriptive sampling for scenario generation applied to the stochastic capacitated lot-sizing problem. In: *OR Spectrum*, S. 1–30.
- Taş, D.; Gendreau, M.; Jabali, O. und Jans, R. (2019): A capacitated lot sizing problem with stochastic setup times and overtime. In: *European Journal of Operational Research*. Vol. 273, Nr. 1, S. 146–159.
- Taleizadeh, A.A.; Cárdenas-Barrón, L.E. und Mohammadi, B. (2014): A deterministic multi product single machine EPQ model with backordering, scrapped products, rework and interruption in manufacturing process. In: *International Journal of Production Economics*. Vol. 150, S. 9–27.
- Tempelmeier, H. (2007): On the stochastic uncapacitated dynamic single-item lot sizing problem with service level constraints. In: *European Journal of Operational Research*. Vol. 181, Nr. 1, S. 184–194.
- Tempelmeier, H. (2011): A column generation heuristic for dynamic capacitated lot sizing with random demand under a fill rate constraint. In: *Omega*. Vol. 39, Nr. 6, S. 627–633.
- Tempelmeier, H. (2013): Stochastic lot sizing problems. In: J.M. Smith und B. Tan (Hrsg.), *Handbook of Stochastic Models and Analysis of Manufacturing System Operations*, *International Series in Operations Research & Management Science*, Vol. 192. Springer, New York, S. 313–344.

## LITERATURVERZEICHNIS

- Thierry, M.; Salomon, M.; Van Nunen, J. und Van Wassenhove, L. (1995): Strategic issues in product recovery management. In: *California Management Review*. Vol. 37, Nr. 2, S. 114–135.
- Tzimerman, A. und Herer, Y.T. (2009): Off-line inspections under inspection errors. In: *IIE Transactions*. Vol. 41, Nr. 7, S. 626–641.
- Ullah, M. und Kang, C.W. (2014): Effect of rework, rejects and inspection on lot size with work-in-process inventory. In: *International Journal of Production Research*. Vol. 52, Nr. 8, S. 2448–2460.
- Widyana, G.A. und Wee, H.M. (2012): An economic production quantity model for deteriorating items with multiple production setups and rework. In: *International Journal of Production Economics*. Vol. 138, Nr. 1, S. 62–67.
- Yano, C.A. und Lee, H.L. (1995): Lot sizing with random yields: a review. In: *Operations Research*. Vol. 43, Nr. 2, S. 311–334.
- van Zyl, A. und Adetunji, O. (2022): A lot sizing model for two items with imperfect manufacturing process, time varying demand and return rates, dependent demand and different quality grades. In: *Journal of Remanufacturing*. Vol. 12, Nr. 2, S. 227–252.

# A. Ergänzende Modellformulierungen

## A.1. Modellformulierung des SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$

Die erläuterten Zusammenhänge werden unter Anwendung der ergänzenden Notation in Tabelle A.1 in nachfolgend dargestelltem reduzierten SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$  wie folgt modelliert:

**Tabelle A.1.:** Ergänzende Notation für das SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$

### Indextmengen

$\mathcal{T}^{Real}$	Menge der realisierten Perioden
$\mathcal{T}^{Zuk}$	Menge der zukünftigen Perioden

### Parameter

$\bar{q}_{kt}$	Wert der fixierten Produktionsmenge $q_{kt}$
$\bar{q}_{kt}^r$	Wert der fixierten Nacharbeitsmenge $q_{kt}^r$

### Modell SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$ :<sup>250</sup>

$$\min E[C_{\hat{t}}] = \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} (sc_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pc_k \cdot \bar{q}_{kt}) + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} (sc_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pc_k \cdot q_{kt}) \right) \quad (\text{A.1})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} hc_k \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} ip_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}}{|\mathcal{S}|} \right) \quad (\text{A.2})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} sc_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} \bar{\gamma}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \bar{\gamma}_{kt}^r \right) \quad (\text{A.3})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} pc_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} \bar{q}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} q_{kt}^r \right) \quad (\text{A.4})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} hc_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} ip_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \right) \quad (\text{A.5})$$

<sup>250</sup> Durch die Fixierung der Rüstvariablen  $\bar{\gamma}_{kt}^{(r)}$  sowie der Produktions- und Nacharbeitsmengen  $\bar{q}_{kt}^{(r)}$  bereits realisierter Entscheidungen, können die übrigen Entscheidungsvariablen für die betroffenen Perioden ebenfalls nicht mehr angepasst werden. Die Ausprägungen dieser reelwertigen Entscheidungsvariablen werden bei Lösung des Modells in den entsprechenden Perioden in Abhängigkeit der fixierten Rüstvariablen sowie der Produktions- und Nacharbeitsmengen mitbestimmt. Um den numerischen Aufwand zur Lösung des Modells weiter zu reduzieren, könnten die entsprechenden Entscheidungsvariablen ebenfalls explizit fixiert werden.

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$+oc \sum_{t \in \mathcal{T}} o_t \tag{A.6}$$

unter Beachtung der Restriktionen

$$i_{k,t-1} + q_{kt}^g + \bar{q}_{kt}^r - d_{kt} = i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \tag{A.7}$$

$$i_{k,\hat{t}-1} + q_{k\hat{t}}^g + q_{k\hat{t}}^r - d_{k\hat{t}} = i_{k\hat{t}} \quad \forall k \in \mathcal{K} \tag{A.8}$$

$$i_{k,t-1} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kt} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \hat{t} + 1, s \in \mathcal{S} \tag{A.9}$$

$$i_{k,t-1,s} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kt} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \setminus \{\hat{t} + 1\}, s \in \mathcal{S} \tag{A.10}$$

$$i_{k,t-1}^r + q_{kt}^b - \bar{q}_{kt}^r = i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \tag{A.11}$$

$$i_{k,\hat{t}-1}^r + q_{k\hat{t}}^b - q_{k\hat{t}}^r = i_{k\hat{t}}^r \quad \forall k \in \mathcal{K} \tag{A.12}$$

$$i_{k,t-1}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, \hat{t} + 1, s \in \mathcal{S} \tag{A.13}$$

$$i_{k,t-1,s}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \setminus \{\hat{t} + 1\}, s \in \mathcal{S} \tag{A.14}$$

$$ip_{kt} \geq i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \tag{A.15}$$

$$ip_{kts} \geq i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \tag{A.16}$$

$$bl_{kt} \geq -i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \tag{A.17}$$

$$bl_{kts} \geq -i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \tag{A.18}$$

$$ip_{kt}^r \geq i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \tag{A.19}$$

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$ip_{kts}^r \geq i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.20})$$

$$sf_{kt}^r \geq -i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t \in \mathcal{T}^{Real}\} \quad (\text{A.21})$$

$$sf_{kts}^r \geq -i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t \in \mathcal{T}^{Zuk}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.22})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} q_{kt}^g + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} \bar{q}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{q_{kts}^g}{|\mathcal{S}|} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} q_{kt}^r \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.23})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} bl_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{bl_{kts}}{|\mathcal{S}|} \leq (1 - \delta_k) \sum_{t \in \mathcal{T}} (T - t + 1) \cdot d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.24})$$

$$sf_{kt}^r \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.25})$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{sf_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \quad (\text{A.26})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot \bar{q}_{kt} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pt_k^r \cdot \bar{q}_{kt}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r) \leq c_t + o_t \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.27})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot \bar{q}_{k\hat{t}} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{k\hat{t}} + pt_k^r \cdot \bar{q}_{k\hat{t}}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{k\hat{t}}^r) \leq c_{\hat{t}} + o_{\hat{t}} \quad (\text{A.28})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot q_{kt} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pt_k^r \cdot q_{kt}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r) \leq c_t + o_t \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Zuk} \quad (\text{A.29})$$

$$o_t \leq \alpha \cdot c_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.30})$$

$$\bar{q}_{kt} \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.31})$$

$$q_{kt} \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \quad (\text{A.32})$$

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$\bar{q}_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.33})$$

$$q_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\} \quad (\text{A.34})$$

$$q_{kt}^b = \tilde{\Omega}_{kt} \cdot \bar{q}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.35})$$

$$q_{kts}^b = \omega_{kts} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.36})$$

$$q_{kt}^g = (1 - \tilde{\Omega}_{kt}) \cdot \bar{q}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.37})$$

$$q_{kts}^g = (1 - \omega_{kts}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.38})$$

$$q_{kt}, q_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.39})$$

$$o_t \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.40})$$

$$bl_{kt}, ip_{kt}, ip_{kt}^r, q_{kt}^b, q_{kt}^g, sf_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.41})$$

$$bl_{kts}, ip_{kts}, ip_{kts}^r, q_{kts}^b, q_{kts}^g, sf_{kts}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.42})$$

Die Minimierung der erwarteten Gesamtkosten für alle Produkte über den gesamten Planungszeitraum wird durch die Zielfunktion (A.1)-(A.6) sichergestellt. Teil (A.1) enthält die Rüstkosten der Produktion und die variablen Produktionskosten sowohl für die realisierten Perioden als auch für die zukünftigen Perioden, für welche die Produktionsmengen noch angepasst werden können. Die Lagerkosten fehlerfreier Produkte finden durch Teil (A.2) im Optimierungsprozess Berücksichtigung. Im Rahmen der bereits realisierten Perioden müssen keine szenario-spezifischen Lagerbestände mehr berücksichtigt werden, da die Lagerbestände bekannt sind. Für die zukünftigen Perioden, also die Perioden, für welche der zufällige Anteil realisierter Produkte noch unbekannt ist, müssen weiterhin Szenarien zur Approximation des Erwartungswerts durch den Mittelwert über die betrachteten Szenarien genutzt werden. Die Rüstkosten der Nacharbeit sind in Teil (A.3) enthalten. Teil (A.4) bildet die variablen Nacharbeitskosten ab. Hier wird explizit hinsichtlich der Periode  $\hat{t}$  differenziert, da die Nacharbeitsmenge für diese Periode noch nicht realisiert ist und basierend auf dem nach der Produktion be-

## A. Ergänzende Modellformulierungen

kannten realisierten Anteil fehlerhafter Produkte der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  noch angepasst werden kann. Die Lagerkosten für den Bestand fehlerhafter Produkte sind in (A.5) enthalten. Da der Anteil fehlerhafter Produkte in den realisierten Perioden bekannt ist, müssen nur noch im Rahmen der zukünftigen Perioden szenario-spezifische Bestände und der entsprechende Mittelwert über die Szenarien betrachtet werden. Die Zielfunktion wird durch das Inkludieren der Kosten für genutzte Überstunden in (A.6) abgeschlossen.

Die Abbildung des aktualisierten Informationsstands hinsichtlich des realisierten Anteils fehlerhafter Produkte resultiert in Verbindung mit den in Periode  $\hat{t}$  zulässigen Anpassungen des Plans in der Notwendigkeit einer differenzierteren Betrachtung der einzelnen Restriktionen im Rahmen des SCLSP-RW $_{\hat{t}}^{SCN}$ .

Die Lagerbilanzrestriktionen fehlerfreier Produkte werden durch die Gleichungen (A.7)-(A.10) modelliert. Restriktionen (A.7) bilden den disponiblen Lagerbestand fehlerfreier Produkte für die realisierten Perioden exklusive der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  ab. Diese Perioden sind vollständig realisiert und es können keine Anpassungen mehr vorgenommen werden, da sowohl Produktion als auch Nacharbeit bereits durchgeführt wurden. Der Anteil fehlerhafter Produkte ist für diese Perioden entsprechend bekannt. Für die aktuelle Periode  $\hat{t}$  ist der Anteil fehlerhafter Produkte nach der Produktion ebenfalls bekannt. Demnach werden in (A.7) und (A.8) keine Szenarien mehr berücksichtigt. Für Periode  $\hat{t}$  können die Nacharbeitsmengen in (A.8) jedoch noch angepasst werden. Die Produktionsmengen können nicht mehr angepasst werden, da diese bereits realisiert sind. Gleichungen (A.9) stellen die Lagerbilanzrestriktionen für die zukünftige Periode  $\hat{t} + 1$  dar. Hier können sowohl Produktions- als auch Nacharbeitsmengen angepasst werden. Da der Anteil fehlerhafter Produkte noch nicht bekannt ist, werden hier weiterhin Szenarien berücksichtigt. Der Bestand der Vorperiode stammt jedoch aus der Periode  $\hat{t}$  und ist szenariounabhängig. Aufgrund dessen werden die Restriktionen separat von den übrigen zukünftigen Perioden aufgestellt. Bei zuletzt genannten liegt der Lagerbestand der Vorperiode aus einer zukünftigen Periode mit unbekanntem Anteil fehlerhafter Produkte und daher entsprechend szenario-spezifisch vor. Für die zukünftigen Perioden exklusive der Periode  $\hat{t} + 1$  werden die Lagerbilanzgleichungen fehlerfreier Produkte szenario-spezifisch durch (A.10) modelliert. Eine ähnliche Differenzierung ergibt sich in Bezug auf die Lagerbilanzgleichungen fehlerhafter Produkte (A.11)-(A.14). Die Definition der physischen Lagerbestände und Fehlbestände fehlerfreier Produkte für die realisierten und zukünftigen Perioden erfolgt über die jeweiligen Restriktionen (A.15)-(A.18) und die Definition der physischen Lagerbestände und Fehlmengen fehlerhafter Produkte über (A.19)-(A.22).

Im Rahmen der Restriktionen zur Befriedigung von mindestens der kumulierten Nachfrage (A.23) müssen für die fehlerfreien Produkte der realisierten Perioden keine Szenarien berücksichtigt werden, da der Anteil fehlerhafter Produkte und somit die Menge

## A. Ergänzende Modellformulierungen

fehlerfreier Produkte bereits bekannt sind. Für die zukünftigen Perioden wird vor dem Hintergrund des unbekanntem Anteils fehlerhafter Produkte weiterhin der Erwartungswert der fehlerfreien Produkte durch den Mittelwert über die betrachteten Szenarien approximiert. Da die Nacharbeitsmenge der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  noch nicht realisiert wurde und noch angepasst werden kann, wird diese separat von den realisierten Perioden dargestellt. Im Kontext der Servicegradrestriktionen (A.24) finden die bereits realisierten Fehlbestände unabhängig von Szenarien Berücksichtigung. Der Erwartungswert der Fehlbestände zukünftiger Perioden wird durch den Mittelwert über die betrachteten Szenarien approximiert. Die szenario-unabhängigen bereits realisierten Fehlmengen fehlerhafter Produkte werden durch Restriktionen (A.25) auf den kleinen Wert  $\epsilon$  begrenzt. Die erwarteten Fehlmengen fehlerhafter Produkte zukünftiger Perioden werden entsprechend durch den Mittelwert über die betrachteten Szenarien approximiert und durch Ungleichungen (A.26) hinsichtlich  $\epsilon$  begrenzt.

Auch im Rahmen der Kapazitätsrestriktionen besteht die Notwendigkeit, hinsichtlich der in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  anpassbaren Entscheidungen zu differenzieren. So bilden Restriktionen (A.27) die Kapazitätsbeschränkung für realisierte Perioden exklusive der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  ab. Der Anteil fehlerhafter Produkte ist für diese Perioden bekannt, die Produktions- sowie Nacharbeitsmengen wurden bereits realisiert und können somit nicht mehr angepasst werden. In Periode  $\hat{t}$  ist der Anteil fehlerhafter Produkte ebenfalls bekannt. Die entsprechende Produktionsmenge wurde demnach realisiert und kann nicht mehr angepasst werden, anders als die entsprechende Nacharbeitsmenge. Dieser Zusammenhang wird im Kontext der Kapazitätsrestriktionen durch die Restriktion (A.28) modelliert. Restriktionen (A.29) stellen die Kapazitätsrestriktionen der zukünftigen Perioden dar. Hier sind weder Produktions- noch Nacharbeitsmengen realisiert und können entsprechend angepasst werden. Die Begrenzung der Überstunden ist mit Ungleichungen (A.30) gegeben.

Die Verknüpfung der Produktions- und Nacharbeitsmengen mit den entsprechenden binären Rüstvariablen erfolgt unter Berücksichtigung der jeweils zulässigen Anpassungen in den entsprechenden Perioden durch Restriktionen (A.31)-(A.34).

Die bereits realisierten und daher szenario-unabhängigen Mengen fehlerhafter Produkte sind durch die Gleichungen (A.35) gegeben. Die entsprechende Produktionsmenge ist realisiert und kann daher nicht mehr angepasst werden. Anders verhält es sich in Bezug auf die Restriktionen (A.36). In den zukünftigen Perioden wurde die Produktion noch nicht durchgeführt. Der Anteil fehlerhafter Produkte ist demnach noch unbekannt und es werden weiterhin Szenarien berücksichtigt. Die Produktionsmengen können noch angepasst werden. Diese Zusammenhänge finden entsprechend ebenfalls bei der Bestimmung der Menge fehlerfreier Produkte in (A.37) und (A.38) Berücksichtigung.

Restriktionen (A.39)-(A.42) stellen die Nichtnegativitätsbedingungen der Entscheidungs-

variablen dar.

## A.2. Modellformulierung des SCLSP-RW-SRT $_{\hat{t}}^{SCN}$

Die erläuterten Zusammenhänge können im Rahmen des SCLSP-RW-SRT $_{\hat{t}}^{SCN}$  wie folgt modelliert werden:

### Modell SCLSP-RW-SRT $_{\hat{t}}^{SCN,251}$

$$\min E[C_{\hat{t}}] = \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} (sc_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pc_k \cdot \bar{q}_{kt}) + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} (sc_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pc_k \cdot q_{kt}) \right) \quad (\text{A.43})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} hc_k \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} ip_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}}{|\mathcal{S}|} \right) \quad (\text{A.44})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} sc_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} \bar{\gamma}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \bar{\gamma}_{kt}^r \right) \quad (\text{A.45})$$

$$+ v \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} \tilde{P}T^r(\bar{q}_{kt}^r) + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{pt_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \cdot q_{kt}^r \right) \quad (\text{A.46})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} hc_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} ip_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \right) \quad (\text{A.47})$$

$$+ oc \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} o_t + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{o_{ts}}{|\mathcal{S}|} \right) \quad (\text{A.48})$$

unter Beachtung der Restriktionen

$$i_{k,t-1} + q_{kt}^g + \bar{q}_{kt}^r - d_{kt} = i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.49})$$

$$i_{k,\hat{t}-1} + q_{k\hat{t}}^g + q_{k\hat{t}}^r - d_{k\hat{t}} = i_{k\hat{t}} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.50})$$

$$i_{k,t-1} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kt} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \hat{t} + 1, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.51})$$

$$i_{k,t-1,s} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kt} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \setminus \{\hat{t} + 1\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.52})$$

$$i_{k,t-1}^r + q_{kt}^b - \bar{q}_{kt}^r = i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.53})$$

<sup>251</sup> Zur Fixierung der Entscheidungsvariablen, vgl. analog Fußnote 250 auf S. 135.

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$i_{k,\hat{t}-1}^r + q_{k\hat{t}}^b - q_{k\hat{t}}^r = i_{k\hat{t}}^r \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.54})$$

$$i_{k,t-1}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, \hat{t} + 1, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.55})$$

$$i_{k,t-1,s}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \setminus \{\hat{t} + 1\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.56})$$

$$ip_{kt} \geq i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.57})$$

$$ip_{kts} \geq i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.58})$$

$$bl_{kt} \geq -i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.59})$$

$$bl_{kts} \geq -i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.60})$$

$$ip_{kt}^r \geq i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.61})$$

$$ip_{kts}^r \geq i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.62})$$

$$sf_{kt}^r \geq -i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t \in \mathcal{T}^{Real}\} \quad (\text{A.63})$$

$$sf_{kts}^r \geq -i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t \in \mathcal{T}^{Zuk}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.64})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} q_{kt}^g + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} \bar{q}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{q_{kts}^g}{|\mathcal{S}|} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} q_{kt}^r \geq \sum_{t \in \mathcal{T}} d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.65})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} bl_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{bl_{kts}}{|\mathcal{S}|} \leq (1 - \delta_k) \sum_{t \in \mathcal{T}} (T - t + 1) \cdot d_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.66})$$

$$sf_{kt}^r \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.67})$$

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{s f_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \quad (\text{A.68})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot \bar{q}_{kt} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + P\tilde{T}^r(\bar{q}_{kt}^r) + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r) \leq c_t + o_t \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.69})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot \bar{q}_{k\hat{t}} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{k\hat{t}} + pt_{kts}^r \cdot q_{k\hat{t}}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{k\hat{t}}^r) \leq c_{\hat{t}} + o_{\hat{t}} \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.70})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot q_{kt} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pt_{kts}^r \cdot q_{kt}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r) \leq c_t + o_{ts} \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.71})$$

$$o_t \leq \alpha \cdot c_t \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.72})$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{o_{ts}}{|\mathcal{S}|} \leq \alpha \cdot c_t \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\} \quad (\text{A.73})$$

$$\bar{q}_{kt} \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.74})$$

$$q_{kt} \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \quad (\text{A.75})$$

$$\bar{q}_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.76})$$

$$q_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\} \quad (\text{A.77})$$

$$q_{kt}^b = \tilde{\Omega}_{kt} \cdot \bar{q}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.78})$$

$$q_{kts}^b = \omega_{kts} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.79})$$

$$q_{kt}^g = (1 - \tilde{\Omega}_{kt}) \cdot \bar{q}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.80})$$

$$q_{kts}^g = (1 - \omega_{kts}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.81})$$

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$q_{kt}, q_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.82})$$

$$o_t \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.83})$$

$$o_{ts} \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.84})$$

$$bl_{kt}, ip_{kt}, ip_{kt}^r, q_{kt}^b, q_{kt}^g, sf_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.85})$$

$$bl_{kts}, ip_{kts}, ip_{kts}^r, q_{kts}^b, q_{kts}^g, sf_{kts}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.86})$$

Im Rahmen der zu minimierenden Zielfunktion (A.43)-(A.48) müssen in Bezug auf die variablen Nacharbeitskosten in Teil (A.46) und auf die Kosten für in Anspruch genommene Überstunden in Teil (A.48) Anpassungen vorgenommen werden. Da die Nacharbeit in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  noch nicht durchgeführt wurde, ist die entsprechende Nacharbeitszeit noch nicht bekannt. Demnach müssen für die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  und die zukünftigen Perioden in Teil (A.46) der Zielfunktion weiterhin Szenarien zur Approximation des Erwartungswerts der Nacharbeitszeit durch den Mittelwert über die betrachteten szenario-spezifischen Ausprägungen genutzt werden. Im Rahmen der übrigen realisierten Perioden wurde die Nacharbeit bereits durchgeführt, die Nacharbeitszeiten sind damit bekannt und es müssen keine Szenarien mehr berücksichtigt werden. Für diese Perioden müssen in Teil (A.48) der Zielfunktion ebenfalls im Rahmen der Ermittlung der Kosten für genutzte Überstunden keine Szenarien mehr genutzt werden, da ggf. in Anspruch genommene Überstunden für diese Perioden bereits bekannt sind. In der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  und in den zukünftigen Perioden wurde noch keine Nacharbeit durchgeführt und die Nacharbeitszeit sowie eventuell genutzte Überstunden sind damit noch unbekannt. Dementsprechend werden für diese Perioden noch Szenarien zur Annäherung des Erwartungswerts durch den Mittelwert über die entsprechenden Szenarien genutzt.

Die Lagerbilanzgleichungen fehlerfreier bzw. fehlerhafter Produkte sind unter Berücksichtigung der vorliegenden Informations- und Entscheidungsstruktur mit den jeweiligen Gleichungen (A.49)-(A.52) respektive (A.53)-(A.56) gegeben. Die Definition der physischen Bestände und Fehlbestände fehlerfreier Produkte sowie der physischen Bestände und Fehlmengen fehlerhafter Produkte erfolgt für die entsprechenden Perioden durch Restriktionen (A.57)-(A.60) bzw. (A.61)-(A.64).

Die Restriktionen zur Erfüllung von mindestens der kumulierten Nachfrage, die Servicegradrestriktionen und die Restriktionen zur Beschränkung der Fehlmengen fehlerhafter Produkte sind im Hinblick auf die in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  vorliegenden

## A. Ergänzende Modellformulierungen

Informations- und Entscheidungsstruktur mit den jeweiligen Restriktionen (A.65)-(A.68) gegeben.

Restriktionen (A.69) stellen die Kapazitätsrestriktionen für die realisierten Perioden exklusive der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  dar. In diesen Perioden wurden sowohl Produktion als auch Nacharbeit durchgeführt. Es können keine Anpassungen mehr vorgenommen werden und die Nacharbeitszeit ist bekannt. Demnach werden hier keine Szenarien mehr berücksichtigt. Die Restriktionen (A.70) stellen die Kapazitätsrestriktionen der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  dar. In der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  wurde die Produktion bereits realisiert und die entsprechenden Mengen können nicht mehr angepasst werden. Die Nacharbeit ist noch durchzuführen und die Nacharbeitsmengen können unter Unsicherheit in Bezug auf die hierfür notwendige Nacharbeitszeit angepasst werden. Aufgrund der noch unbekanntes Nacharbeitszeit werden hier weiterhin Szenarien betrachtet. Restriktionen (A.71) stellen die Kapazitätsrestriktionen für zukünftige Perioden dar. Hier sind bisher weder Produktion noch Nacharbeit durchgeführt worden. Sowohl Produktions- als auch Nacharbeitsmengen können noch angepasst werden. Sowohl die Nacharbeitszeit als auch der Anteil fehlerhafter Produkte sind noch unbekannt. Dementsprechend werden weiterhin Szenarien genutzt. Die Beschränkung der Überstunden für die realisierten Perioden exklusive der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  sind mit den Ungleichungen (A.72) gegeben. In diesen Perioden wurde die Nacharbeit bereits durchgeführt, die Nacharbeitszeit sowie ggf. genutzte Überstunden sind bekannt und es müssen keine Szenarien mehr betrachtet werden. Restriktionen (A.73) stellen die Beschränkung der Überstunden für die aktuelle Periode  $\hat{t}$  und die zukünftigen Perioden dar. Durch die unbekanntes Nacharbeitszeit werden hier Szenarien genutzt, um den Erwartungswert durch den Mittelwert über die entsprechenden Szenarien anzunähern.

Die Rüstrestriktionen für die Produktion bzw. Nacharbeit sind im Hinblick auf die vorliegende Informations- und Entscheidungsstruktur mit Restriktionen (A.74)-(A.75) respektive (A.76)-(A.77) gegeben.

Die Ermittlung der Mengen fehlerhafter und fehlerfreier Produkte erfolgt für die verschiedenen Perioden durch Restriktionen (A.78)-(A.79) bzw. (A.80)-(A.81).

Die Nichtnegativität der Entscheidungsvariablen wird durch Restriktionen (A.82)-(A.86) sichergestellt.

### A.3. Modellformulierung des SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> <sub>$\hat{t}, PreProd$</sub>

Die erläuterten Zusammenhänge können im Rahmen des SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup> <sub>$\hat{t}, PreProd$</sub>  wie folgt mathematisch dargestellt werden:

## A. Ergänzende Modellformulierungen

**Modell SCLSP-RW-SD**<sup>SCN</sup> <sub>$\hat{t}, PreProd$</sub> <sup>252</sup>

$$\min E[C_i] = \sum_{k \in \mathcal{K}} sC_k \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} \bar{\gamma}_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \bar{\gamma}_{kt} \right) \quad (\text{A.87})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} pC_k \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} \bar{q}_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} q_{kt} \right) \quad (\text{A.88})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} hC_k \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} ip_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}}{|\mathcal{S}|} \right) \quad (\text{A.89})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} sC_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} \bar{\gamma}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \bar{\gamma}_{kt}^r \right) \quad (\text{A.90})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} pC_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} \bar{q}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} q_{kt}^r \right) \quad (\text{A.91})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} hC_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} ip_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \right) \quad (\text{A.92})$$

$$+ oC \sum_{t \in \mathcal{T}} o_t \quad (\text{A.93})$$

unter Beachtung der Restriktionen

$$i_{k,t-1} + q_{kt}^g + \bar{q}_{kt}^r - \tilde{D}_{kt} = i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.94})$$

$$i_{k,\hat{t}-1} + q_{k\hat{t}s}^g + q_{k\hat{t}}^r - \tilde{D}_{k\hat{t}} = i_{k\hat{t}s} \quad \forall k \in \mathcal{K}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.95})$$

$$i_{k,t-1,s} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kts} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.96})$$

$$i_{k,t-1}^r + q_{kt}^b - \bar{q}_{kt}^r = i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.97})$$

$$i_{k,\hat{t}-1}^r + q_{k\hat{t}s}^b - q_{k\hat{t}}^r = i_{k\hat{t}s}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.98})$$

$$i_{k,t-1,s}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.99})$$

$$ip_{kt} \geq i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.100})$$

<sup>252</sup> In Bezug auf die Fixierung der Entscheidungsvariablen sei analog auf Fußnote 250 (S. 135) verwiesen.

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$ip_{kts} \geq i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.101})$$

$$bl_{kt} \geq -i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.102})$$

$$bl_{kts} \geq -i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.103})$$

$$ip_{kt}^r \geq i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.104})$$

$$ip_{kts}^r \geq i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.105})$$

$$sf_{kt}^r \geq -i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}\} \quad (\text{A.106})$$

$$sf_{kts}^r \geq -i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.107})$$

$$\begin{aligned} \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} (q_{kt}^g + \bar{q}_{kt}^r) + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} \left( \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{q_{kts}^g}{|\mathcal{S}|} + q_{kt}^r \right) \\ \geq \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} \tilde{D}_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} E[D_{kt}] \quad \forall k \in \mathcal{K} \end{aligned} \quad (\text{A.108})$$

$$\begin{aligned} \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} bl_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{bl_{kts}}{|\mathcal{S}|} \\ \leq (1 - \delta_k) \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} (T - t + 1) \cdot \tilde{D}_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} (T - t + 1) \cdot E[D_{kt}] \right) \quad \forall k \in \mathcal{K} \end{aligned} \quad (\text{A.109})$$

$$sf_{kt}^r \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.110})$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{sf_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\} \quad (\text{A.111})$$

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot \bar{q}_{kt} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pt_{kt}^r \cdot \bar{q}_{kt}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r) \leq c_t + o_t \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.112})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot q_{kt} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pt_k^r \cdot q_{kt}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r) \leq c_t + o_t \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\} \quad (\text{A.113})$$

$$o_t \leq \alpha \cdot c_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.114})$$

$$\bar{q}_{kt} \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.115})$$

$$q_{kt} \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\} \quad (\text{A.116})$$

$$\bar{q}_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.117})$$

$$q_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\} \quad (\text{A.118})$$

$$q_{kt}^b = \tilde{\Omega}_{kt} \cdot \bar{q}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.119})$$

$$q_{kts}^b = \omega_{kts} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.120})$$

$$q_{kt}^g = (1 - \tilde{\Omega}_{kt}) \cdot \bar{q}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.121})$$

$$q_{kts}^g = (1 - \omega_{kts}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.122})$$

$$q_{kt}, q_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.123})$$

$$o_t \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.124})$$

$$bl_{kt}, ip_{kt}, ip_{kt}^r, q_{kt}^b, q_{kt}^g, sf_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.125})$$

$$bl_{kts}, ip_{kts}, ip_{kts}^r, q_{kts}^b, q_{kts}^g, sf_{kts}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.126})$$

## A. Ergänzende Modellformulierungen

Die Produktions- und Nacharbeitsmengen der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  und aller zukünftigen Perioden können nach Bekanntwerden der Nachfrage in Periode  $\hat{t}$  vor Durchführung der Produktion angepasst werden. Demnach wird in den Teilen betreffend der variablen Produktions- und Nacharbeitskosten (A.88) bzw. (A.91) der zu minimierenden Zielfunktion explizit hinsichtlich der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  differenziert und Anpassungen dieser Mengen ermöglicht. Da die Produktion in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  noch nicht durchgeführt wurde, ist jedoch der entsprechende Anteil fehlerhafter Produkte in dieser Periode noch nicht bekannt. Demnach unterliegen die physischen Lagerbestände fehlerfreier und fehlerhafter Produkte der Periode  $\hat{t}$  noch unsicheren Einflüssen und es werden weiterhin Szenarien zur Approximation des Erwartungswerts der entsprechenden Bestände im Rahmen der Berechnung der Lagerkosten in Teil (A.89) und Teil (A.92) der Zielfunktion genutzt.

Die Restriktionen (A.94)-(A.96) stellen die Lagerbilanzrestriktionen fehlerfreier Produkte dar. Restriktionen (A.94) umfassen die realisierten Perioden exklusive der aktuellen Periode  $\hat{t}$ . Da im Rahmen dieser Perioden sowohl die Nachfrage als auch der Anteil fehlerhafter Produkte bekannt sind, werden keine Szenarien mehr betrachtet, da die entsprechenden Realisationen der Zufallsgrößen vorliegen. Weder Produktions- noch Nacharbeitsmengen können für diese Perioden angepasst werden. Die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  wird in den Restriktionen (A.95) berücksichtigt. Der Bestand der Vorperiode stammt aus einer realisierten Periode und liegt demzufolge szenariounabhängig vor. Die Nachfrage der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  ist bekannt. Auf Basis dieses aktualisierten Informationsstandes können die Produktions- und Nacharbeitsmengen dieser Periode angepasst werden. Da die Produktion noch nicht durchgeführt wurde, ist der Anteil fehlerhafter Produkte weiterhin unbekannt. Daher werden weiterhin Szenarien berücksichtigt. Im Kontext der Lagerbilanzrestriktionen der zukünftigen Perioden, modelliert durch Restriktionen (A.96), ist weder die Nachfrage noch der Anteil fehlerhafter Produkte bekannt, weswegen weiterhin Szenarien betrachtet werden. Die Produktions- und Nacharbeitsmengen können für diese Perioden ebenfalls noch angepasst werden. Diese Differenzierung ist in ähnlicher Form im Zusammenhang mit den Lagerbilanzgleichungen fehlerhafter Produkte (A.97)-(A.99) zu finden. Im Rahmen der Definition der physischen Lagerbestände sowie der Fehlbestände der fehlerfreien Produkte (A.100)-(A.103) und der Definition der physischen Lagerbestände sowie Fehlmengen der fehlerhaften Produkte (A.104)-(A.107) wird ebenfalls hinsichtlich der aktuellen Periode  $\hat{t}$  differenziert, da diese Bestände noch nicht realisiert wurden, unsicheren Einflüssen unterliegen und dementsprechend szenario-spezifisch vorliegen. In den Restriktionen zur Deckung von mindestens der kumulierten Nachfrage (A.108) wird sowohl die Menge fehlerfreier Produkte als auch die Nacharbeitsmenge der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  separat von den realisierten Perioden aufgeführt, da weder Produktion noch Nacharbeit in dieser Periode durchgeführt wurden und die entspre-

## A. Ergänzende Modellformulierungen

chenden Mengen noch angepasst werden können. Der Anteil fehlerfreier Produkte in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  ist demnach noch unbekannt und der Erwartungswert der Menge fehlerfreier Produkte wird durch den Mittelwert über die betrachteten Szenarien angenähert. Sowohl Produktions- als auch Nacharbeitsmengen der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  und aller zukünftigen Perioden können angepasst werden. Die kumulierten Mengen fehlerfreier Produkte und Nacharbeitsmengen sollen mindestens die kumulierte Nachfrage decken. Im Rahmen der realisierten Perioden werden in diesem Kontext die bereits bekannten Nachfragemengen berücksichtigt. Für die zukünftigen Perioden ist die konkrete Ausprägung der Nachfrage noch nicht bekannt. Für diese Perioden wird weiterhin der Erwartungswert der Nachfrage berücksichtigt. In den Servicegradrestriktionen (A.109) müssen für die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  weiterhin Szenarien berücksichtigt werden, da der Anteil fehlerhafter Produkte in dieser Periode noch nicht bekannt ist. Darüber hinaus wird ähnlich zu den Restriktionen zur Befriedigung von mindestens der kumulierten Nachfrage weiterhin der Erwartungswert der Nachfrage in Bezug auf die zukünftigen Perioden berücksichtigt. Im Zusammenhang mit den Restriktionen zur Beschränkung der Fehlmengen fehlerhafter Produkte (A.110) und (A.111) wird die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  separat von den realisierten Perioden dargestellt, da die Menge fehlerhafter Produkte in dieser Periode noch unbekannt ist. Demnach müssen hier weiterhin Szenarien genutzt werden und der Erwartungswert der Fehlmengen fehlerhafter Produkte wird durch den Mittelwert über die betrachteten Szenarien approximiert.

Restriktionen (A.112) stellen die Kapazitätsrestriktionen für die realisierten Perioden exklusive der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  dar. In diesen Perioden wurden sowohl Produktion als auch Nacharbeit durchgeführt, die Nachfrage und der Anteil fehlerhafter Produkte sind bekannt und es können keine Anpassungen der Produktions- und Nacharbeitsmengen mehr vorgenommen werden. Die Kapazitätsrestriktionen für die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  und die zukünftigen Perioden werden durch die Ungleichung (A.113) modelliert. Sowohl Produktions- als auch Nacharbeitsmengen können noch angepasst werden. Die Beschränkung nutzbarer Überstunden ist mit den Restriktionen (A.114) gegeben.

Im Rahmen der Rüstrestriktionen (A.115)-(A.118) wird hinsichtlich der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  differenziert, da die Produktions- und Nacharbeitsmengen in dieser Periode noch angepasst werden können.

Bei der Bestimmung der Mengen fehlerhafter und fehlerfreier Produkte (A.119)-(A.122) müssen im Rahmen der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  weiterhin Szenarien berücksichtigt werden, da die Produktion noch nicht durchgeführt wurde und der Anteil fehlerhafter Produkte demzufolge noch unbekannt ist. Dies gilt ebenso für die zukünftigen Perioden. Die entsprechenden Produktions- und Nacharbeitsmengen können noch angepasst werden.

## A. Ergänzende Modellformulierungen

Die Nichtnegativitätsbedingungen der Entscheidungsvariablen sind mit den Restriktionen (A.123)-(A.126) gegeben.

### A.4. Modellformulierung des SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup><sub>t,PostProd</sub>

Die Zusammenhänge können wie folgt im Rahmen des SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup><sub>t,PostProd</sub> dargestellt werden:

#### Modell SCLSP-RW-SD<sup>SCN</sup><sub>t,PostProd</sub>.<sup>253</sup>

$$\min E[C_{\hat{t}}] = \sum_{k \in \mathcal{K}} \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} (sc_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pc_k \cdot \bar{q}_{kt}) + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} (sc_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pc_k \cdot q_{kt}) \right) \quad (\text{A.127})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} hc_k \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} ip_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}}{|\mathcal{S}|} \right) \quad (\text{A.128})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} sc_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} \bar{\gamma}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \bar{\gamma}_{kt}^r \right) \quad (\text{A.129})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} pc_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} \bar{q}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} q_{kt}^r \right) \quad (\text{A.130})$$

$$+ \sum_{k \in \mathcal{K}} hc_k^r \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} ip_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{ip_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \right) \quad (\text{A.131})$$

$$+ oc \sum_{t \in \mathcal{T}} o_t \quad (\text{A.132})$$

unter Beachtung der Restriktionen

$$i_{k,t-1} + q_{kt}^g + \bar{q}_{kt}^r - \tilde{D}_{kt} = i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.133})$$

$$i_{k,\hat{t}-1} + q_{k\hat{t}}^g + q_{k\hat{t}}^r - \tilde{D}_{k\hat{t}} = i_{k\hat{t}} \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.134})$$

$$i_{k,t-1} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kts} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \hat{t} + 1, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.135})$$

$$i_{k,t-1,s} + q_{kts}^g + q_{kt}^r - d_{kts} = i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \setminus \{\hat{t} + 1\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.136})$$

$$i_{k,t-1}^r + q_{kt}^b - \bar{q}_{kt}^r = i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.137})$$

<sup>253</sup> Hinsichtlich der Fixierung der Entscheidungsvariablen siehe analog Fußnote 250 auf S. 135.

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$i_{k,\hat{t}-1}^r + q_{k\hat{t}}^b - q_{k\hat{t}}^r = i_{k\hat{t}}^r \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.138})$$

$$i_{k,t-1}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, \hat{t} + 1, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.139})$$

$$i_{k,t-1,s}^r + q_{kts}^b - q_{kt}^r = i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \setminus \{\hat{t} + 1\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.140})$$

$$ip_{kt} \geq i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.141})$$

$$ip_{kts} \geq i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.142})$$

$$bl_{kt} \geq -i_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.143})$$

$$bl_{kts} \geq -i_{kts} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.144})$$

$$ip_{kt}^r \geq i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.145})$$

$$ip_{kts}^r \geq i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.146})$$

$$sf_{kt}^r \geq -i_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t \in \mathcal{T}^{Real}\} \quad (\text{A.147})$$

$$sf_{kts}^r \geq -i_{kts}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \{t \mid \gamma_{kt}^r = 1; t \in \mathcal{T}^{Zuk}\}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.148})$$

$$\begin{aligned} \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} q_{kt}^g + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\}} \bar{q}_{kt}^r + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{q_{kts}^g}{|\mathcal{S}|} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\}} q_{kt}^r \\ \geq \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} \tilde{D}_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} E[D_{kt}] \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.149}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} bl_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} \sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{bl_{kts}}{|\mathcal{S}|} \\ \leq (1 - \delta_k) \left( \sum_{t \in \mathcal{T}^{Real}} (T - t + 1) \cdot \tilde{D}_{kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}^{Zuk}} (T - t + 1) \cdot E[D_{kt}] \right) \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{A.150}) \end{aligned}$$

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$sf_{kt}^r \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.151})$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \frac{sf_{kts}^r}{|\mathcal{S}|} \leq \epsilon \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \quad (\text{A.152})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot \bar{q}_{kt} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pt_k^r \cdot \bar{q}_{kt}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r) \leq c_t + o_t \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.153})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot \bar{q}_{k\hat{t}} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{k\hat{t}} + pt_k^r \cdot \bar{q}_{k\hat{t}}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{k\hat{t}}^r) \leq c_{\hat{t}} + o_{\hat{t}} \quad (\text{A.154})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} (pt_k \cdot q_{kt} + st_k \cdot \bar{\gamma}_{kt} + pt_k^r \cdot q_{kt}^r + st_k^r \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r) \leq c_t + o_t \quad \forall t \in \mathcal{T}^{Zuk} \quad (\text{A.155})$$

$$o_t \leq \alpha \cdot c_t \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.156})$$

$$\bar{q}_{kt} \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.157})$$

$$q_{kt} \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \quad (\text{A.158})$$

$$\bar{q}_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \setminus \{\hat{t}\} \quad (\text{A.159})$$

$$q_{kt}^r \leq M_{kt} \cdot \bar{\gamma}_{kt}^r \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk} \cup \{\hat{t}\} \quad (\text{A.160})$$

$$q_{kt}^b = \tilde{\Omega}_{kt} \cdot \bar{q}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.161})$$

$$q_{kts}^b = \omega_{kts} \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.162})$$

$$q_{kt}^g = (1 - \tilde{\Omega}_{kt}) \cdot \bar{q}_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.163})$$

$$q_{kts}^g = (1 - \omega_{kts}) \cdot q_{kt} \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.164})$$

## A. Ergänzende Modellformulierungen

$$q_{kt}, q_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.165})$$

$$o_t \geq 0 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.166})$$

$$bl_{kt}, ip_{kt}, ip_{kt}^r, q_{kt}^b, q_{kt}^g, sf_{kt}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Real} \quad (\text{A.167})$$

$$bl_{kts}, ip_{kts}, ip_{kts}^r, q_{kts}^b, q_{kts}^g, sf_{kts}^r \geq 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}^{Zuk}, s \in \mathcal{S} \quad (\text{A.168})$$

Nach Durchführung der Produktion in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  ist der Anteil fehlerhafter Produkte bekannt und die Nacharbeitsmengen selbiger und aller zukünftigen Perioden sowie die Produktionsmengen zukünftiger Perioden können auf Basis dieser Information angepasst werden. Demnach ähnelt die vorliegende Entscheidungssituation der aus Kapitel 3 mit dem Unterschied, dass die Nachfrage der zukünftigen Perioden unsicher ist. In der Zielfunktion (A.127)-(A.132) muss in Bezug auf die Produktionsmengen und die Lagerbestände nicht mehr hinsichtlich der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  differenziert werden, da die Produktionsmengen dieser Periode nicht mehr angepasst werden können und der Anteil fehlerhafter Produkte bekannt ist. Demzufolge müssen für die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  keine Szenarien mehr berücksichtigt werden.

Aus diesem Grund ergibt sich auch im Rahmen der Lagerbilanzrestriktionen fehlerfreier Produkte (A.133)-(A.136) und fehlerhafter Produkte (A.137)-(A.140) die in Kapitel 3 (bzw. Anhang A.1) vorgestellte Differenzierung hinsichtlich der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  mit dem Unterschied, dass die Nachfrage der zukünftigen Perioden unsicher und damit für diese Perioden in den entsprechenden Lagerbilanzrestriktionen fehlerfreier Produkte (A.135)-(A.136) szenario-spezifisch vorliegt. Im Kontext der Definition der physischen Lagerbestände und Fehlbestände fehlerfreier Produkte (A.141)-(A.144) sowie der physischen Lagerbestände und Fehlmengen fehlerhafter Produkte (A.145)-(A.148) werden im Hinblick auf die vorliegende Informations- und Entscheidungsstruktur nach durchgeführter Produktion in der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  keine Szenarien mehr berücksichtigt, da die Realisationen der Zufallsgrößen nun bekannt sind. Somit muss hier nicht mehr hinsichtlich der aktuell betrachteten Periode  $\hat{t}$  differenziert werden.

Im Rahmen der Restriktionen zur Deckung von mindestens der kumulierten Nachfrage (A.149) und den Servicegradrestriktionen (A.150) werden für die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  ebenfalls keine Szenarien mehr berücksichtigt, da sowohl die Nachfrage als auch der Anteil fehlerhafter Produkte für diese Periode bekannt sind. Für die zukünftigen Perioden wird weiterhin der Erwartungswert der Nachfrage berücksichtigt, da die konkrete Realisation für diese Perioden noch nicht vorliegt. Ähnliches Bild in Bezug auf

## A. Ergänzende Modellformulierungen

die Berücksichtigung von Szenarien ergibt sich im Zusammenhang mit den Restriktionen zur Beschränkung der Fehlmengen fehlerhafter Produkte (A.151)-(A.152).

Die Kapazitätsrestriktionen und die Beschränkung der Überstunden sind unter der Berücksichtigung der vorliegenden Informations- und Entscheidungsstruktur mit den entsprechenden Ungleichungen (A.153)-(A.156) gegeben.

Die Rüstrestriktionen für Produktion und Nacharbeit sind unter Berücksichtigung der für die aktuell betrachtete Periode  $\hat{t}$  noch anpassbaren Nacharbeitsmengen mit den Restriktionen (A.157)-(A.160) gegeben.

Die Bestimmung der Mengen fehlerhafter bzw. fehlerfreier Produkte wird durch Restriktionen (A.161)-(A.164) modelliert.

Die Nichtnegativität der Entscheidungsvariablen wird durch die Restriktionen (A.165)-(A.168) gefordert.

# B. Lebenslauf

Pierre Kohlmann

## Wissenschaftlicher Werdegang

- |                   |   |
|-------------------|---|
| 10/2019 – heute   | <b>Rheinland-Pfälzische Technische Universität<br/>Kaiserslautern-Landau / Kaiserslautern</b><br>Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Doktorand am<br>Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere<br>Produktionsmanagement |
| 04/2017 – 09/2019 | <b>Technische Universität Kaiserslautern / Kaiserslautern</b><br>Masterstudium Wirtschaftsingenieurwesen<br>in der Studienrichtung Maschinenbau,<br>Master of Science (M. Sc.)  |
| 10/2012 – 03/2017 | <b>Technische Universität Kaiserslautern / Kaiserslautern</b><br>Bachelorstudium Wirtschaftsingenieurwesen<br>in der Studienrichtung Maschinenbau,<br>Bachelor of Science (B. Sc.)  |